

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
& DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DE BLIDA
INSTITUT DE MECANIQUE



MEMOIRE DE MAGISTER

OPTION : CONSTRUCTION MECANIQUE

SOUTENU PAR : HATTALI MOHAMED MOUNIR
INGENIEUR D'ETAT EN MECANIQUE

LOGICIEL DE CALCUL DE ROBOTS INDUSTRIELS
APPLICATION AU ROBOT DE SOUDAGE ALG.SOUD.1

Le 13/06/2001 devant le jury :

AIT-MESSAOUDENE Nouredine	Professeur (Universite de Blida)	Président
BOUKRAA Salah	Maître de conférence (Universite de Blida)	Examineur
BELHORMA Aïssa	Maître de conférence (C U de Laghouat)	Examineur
ALLALI Abderazak	Charge de cours (Universite de Blida)	Rapporteur
BRAHIMI Abdelhalim	Chargé de cours (Universite de Blida)	Co-Rapporteur
MOUSSA Abdelkader	Chargé de cours (CU de Mostaganem)	Invité

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
& DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DE BLIDA

INSTITUT DE MECANIQUE

MEMOIRE DE MAGISTER

OPTION : CONSTRUCTION MECANIQUE

SOUTENU PAR : HATTALI MOHAMED MOUNIR
INGENIEUR D'ETAT EN MECANIQUE

LOGICIEL DE CALCUL DE ROBOTS INDUSTRIELS
APPLICATION AU ROBOT DE SOUDAGE ALG.SOUD.1

Le 13/06/2001 devant le jury :

AIT-MESSAOUDENE	Noureddine	Professeur (Universite de Blida)	Président
BOUKRAA	Salah	Maître de conférence (Universite de Blida)	Examineur
BELHORMA	Aïssa	Maître de conférence (C U de Laghouat)	Examineur
ALLALI	Abderazak	Charge de cours (Universite de Blida)	Rapporteur
BRAHIMI	Abdelhalim	Chargé de cours (Universite de Blida)	Co-Rapporteur
MOUSSA	Abdelkader	Chargé de cours (CU de Mostaganem)	Invité

تلخيص

الهدف من هذا العمل هو المساهمة في ميدان الدراسة الحركية الهندسية والديناميكية للميكانيزمات ذات السلاسل الحركية البسيطة المستوية الفظائية او ذات الفواصل اللينة. الطريقة المستعملة هي طريقة لاجرونج مع طريقة ويكر. النتيجة المحصل عليها هي عبارة عن مجموعة معادلات تفاضلية و لا خطية. الحل أنجز بطريقة نيوتون رافسون و رانج كوتا باربع تقريبات. البرنامج الذي أنجز بالبسكال يسمح بمعالجة المسألة المطروحة. مفتاح الكلمات روبات. نموذج هندسي. حركيات. ميكانيزمات ذات مفاصل.

RESUME

L'objet de ce travail est d'apporter une contribution dans le domaine de l'étude et la modélisation géométrique, cinématique et dynamique des systèmes mécaniques articulés et des robots à chaîne cinématique simple plans ou spatiaux à éléments rigides ou flexibles. La méthodologie utilisée étant le formalisme de Lagrange associé à la méthode de Uicker Kahn en utilisant les paramètres de Denavit et Hartenberg. Les modèles obtenus sont décrits par un ensemble d'équations différentielles dont la résolution a été faite par la méthode de Newton Raphson pour le modèle cinématique et par la méthode de Runge-kutta pour le modèle dynamique. Un programme en Pascal a été élaboré afin de déterminer les paramètres géométriques et cinématiques des SMA et des robots sus-cités
Mots clés: Modèle, géométrique, cinématique, dynamique, commande, systemes mecaniques articulés, robots.

ABSTRACT

The object of this work is to bring a contribution in the domain of the survey and the modélisation geometric, cinématique and dynamic of the articulated mechanical systems and of robots to chain kinematics simple plans or spatial to rigid or supple elements. The methodology used being the formalism of Lagrange partner to the method of Uicker Kahn while using parameters of Denavit and Hartenbergs. The gotten models are described by a differential equation whole whose resolution has been made by the method of Newton Raphson for the model kinematics and by the method of Runge-kutta for the dynamic model. A program in Pascal has been worked out in order to determine the geometric parameters and kinematics of the SMAS and robots Know-cities
Key words: Model, geometric, , dynamique, commande, systemes kinematics mechanical articulés, robots...

DEDICACE

Je dédie ce mémoire de magister :

A la mémoire de mon défunt père qui a tant fait et sacrifié pour que je réussisse dans mes études .

A ma chère mère qui n'a ménagé aucun effort et m'a tant soutenu .

A mon frère et ma sœur.

A ma femme.

A mes enfants HIBA ,ASMA ,AHMED et OUSSAMA à qui je souhaite beaucoup de succès dans leurs études.

REMERCIEMENTS

Par ces quelques mots je tiens à remercier :

Messieurs ALLALI et BRAHIMI pour avoir accepté de diriger mes travaux ;

Monsieur AIT -MESSOUDENE pour avoir accepté de présider mon jury ;

Messieurs BOUKRAA ,BELHORMA et ABDELKADER pour avoir accepté de juger mon travail ;

Monsieur MANSOURI ;

Monsieur BOUYOUSFI ;

Monsieur TOUMI ;

Monsieur HABAK Nouredine

Tous ceux qui m'ont aidé à concrétiser ce travail.

SOMMAIRE

		Page
INTRODUCTION GENERALE		1
CHAPITRE 1 GENERALITES SUR LES SYSTEMES MECANQUES ARTICULES		
1	: INTRODUCTION	4
2	: DEFINITION GENERALE	4
3	: TERMINOLOGIE	4
3-1	: AXE MECANIQUE	4
3-2	: MOBILITE DU ROBOT	4
3-3	: DEGRE DE LA TACHE DR	4
3-4	: COORDONNEES ARTICULAIRES	5
3-5	: COORDONNEES OPERATIONNELLES	5
3-6	: ESPACE ARTICULAIRES	5
3-7	: ESPACE OPERATIONNEL	5
3-8	: ARTICULATIONS	5
3-9	: ARTICULATION ROTOIDE	5
3-10	: ARTICULATION PRISMATIQUE	5
4	: STRUCTURE ET MORPHOLOGIE DES ROBOT	6
5	: REPRESENTATION GRAPHIQUE	7
6	: ARCHITECTURE DES PORTEURS	7
7	: CARACTERISTIQUES GENERALE DES ROBOTS	8
8	: COMMANDE DES SYSTEMES MECANQUES ARTICULES	9
9	: DESCRIPTION DES SYSTEMES MECANQUES ARTICULES	9
9-1	: DESCRIPTION DE ROTH-PIEPER	10
9-2	: DESCRIPTION DE KHALIL	10
9-3	: DESCRIPTION DE RENAUD-ZABALA	10
9-4	: DESCRIPTION DE BORREL	10
10	: LES DIFFERENTS MODELES	10
11	: CONCLUSION	10
CHAPITRE II : MODELISATION GEOMETRIQUE ET CINEMATIQUE		
1	: INTRODUCTION	11
2	: OBJECTIFS	12
3	: MODELE GEOMETRIQUE	12
4	: LES VARIABLES ARTICULAIRES	12
5	: LES VARIABLES GEOMETRIQUES	13
5-1	: L'ORIENTATION	13
5-2	: LA POSITION	13
6	: MODELISATION PAR LES PARAMETRES DE DENAVIT ET HARTENBERG	14
6-1	: LES COORDONNEES HOMOGENES D'UN POINT	14
6-2	: LES COORDONNEES HOMOGENES D'UN VECTEUR LIBRE	14
6-3	: LA TRANSFORMATION HOMOGENE	14
6-4	: DESCRIPTION DE LA POSITION	14
6-5	: DESCRIPTION DE LA ROTATION	15
6-6	: MATRICE DE TRANSFORMATION HOMOGENE	16
6-7	: LES PARAMETRES DE DENAVIT ET HARTENBERG	17
7	: MODELE GEOMETRIQUE INVERSE	18
8	: RESOLVABILITE DES SMA	18
8-1	: ABSENCE DE SOLUTION	19
8-1-1	: ORIGINE GEOMETRIQUE	19
8-1-2	: ORIGINE MECANIQUE	19
8-1-3	: ORIGINE MATHEMATIQUE	20
8-2	: INFINITE DE SOLUTIONS	20

8-3	: NOMBRE FINI DE SOLUTIONS	21
9	: CALCUL DU MODELE INVERSE	21
10	: SCHEMA D' INTEGRATION PAR LA METHODE DE RUNGE -KUTTA	21
11	: LA TRAJECTOIRE	22
12	: PROFIL POLYNOMIAL	22
13	: ANALYSE CINEMATIQUE	23
14	: ORGANIGRAMME	25
15	: CONCLUSION	26

CHAPITRE III : MODELE DYNAMIQUE DES SYSTEMES ARTICULES A ELEMENTS RIGIDES

1	: INTRODUCTION	27
2	: METHODES D'OBTENTION DU MODEL DYNAMIQUE	27
3	: OBTENTION DU MODELE DYNAMIQUE PAR LES EQUATION DE LAGRANGE	27
4	: OBTENTION DES COEFFICIENTS DYNAMIQUES PAR LA METHODE DE UICKER KAHN	29
4-1	: EXPRESSION DE L'ENERGIE CINETIQUE	29
4-2	EXPRESSION DES ELEMENTS DE LA MATRICE D'INERTIE	30
4-3	: EXPRESSION DES ELEMENTS DE LA MATRICE [B]	31
4-4	: EXPRESSION DES ELEMENTS DE LA MATRICE DES TERMES CENTRIFUGES	31
4-5	: EXPRESSION DES ELEMENTS DU VECTEUR FORCE DE GRAVITE	31
4-6	: PROPRIETES DES COEFFICIENTS DYNAMIQUES	31
4-7	: MATRICE DES TERMES CENTRIFUGES	32
5	: FORMES DU MODELE DYNAMIQUE	32
6	: LE MODEL DYNAMIQUE INVERSE	32
7	: ORGANIGRAMME DE CONSTRUCTION DU MODELE DYNAMIQUE	33
8	: LE MODELE DYNAMIQUE DIRECT	34
9	: SCHEMA D'INTEGRATION PAR LA METHODE DE RUNGE -- KUTTA	34
10	: ORGANIGRAMME DES CONSTRUCTION DU MODELE DYNAMIQUE INVERSE	35
11	: CONCLUSION	36

CHAPITRE IV : MODELE DYNAMIQUE DES SYSTEMES MECANIQUES ARTICULES A JOINTS DEFORMABLES

1	: INTRODUCTION	37
2	: DESCRIPTION D'UNE LIAISON DEFORMABLE	37
3	: HYPOTHESE DE TRAVAIL	37
4	: MISE EN EQUATION	37
5	: ENERGIE CINETIQUE DU SYSTEME	38
6	: ENERGIE POTENTIEL DU SYSTEME	38
7	: ENERGIE DE DISSIPATION	39
8	: RESOLUTION D'EQUATIONS	40
9	: ORGANIGRAMME	42
10	: CONCLUSION	43

CHAPITRE V : CONTRIBUTION A LA SYNTHESE DES MECANISMES

1	: INTRODUCTION	48
2	: PROBLEMATIQUE DE LA SYNTHESEDES MECANISMES ET ORDONNANCEMENT	48
3	: METHODES D'OPTIMISATION UTILISES DANS LA SYNTHESE DES MECANISMES	50
3-1	: 1 ^{ER} GROUPE :CAS CHERCHE	50
3-2	: 2EME GROUPE :DIRECTION CHERCHEE	50
3-3	: 3EME GROUPE COMBINAISON CHERCHEE	50
4	: SYNTHESE DES MECANISMES PAR LA METHODE DE LA FONCTION D'APPROXIMATION	50
5	: LES PARAMETRES DE SYNTHESE	51
5-1	: CONDITIONS PRINCIPALES ET COMPLEMENTAIRES DE LA SYNTHESE	51
5-2	: PARAMETRES D'ENTREE ET SORTIE	51

5-3	: LIMITATIONS	51
5-4	: CHOIX DE LA STRUCTURE	52
6	: APPLICATION A LA SYNTHESE DU ROBOT DE SOUDAGE ALG.SOUD.1	52
7	: CONCLUSION	55

VI : APPLICATIONS

6-1	: APPLICATION SUR LE ROBOT DE SOUDAGE ALG.SOUD.1	56
	: 1ERE PARTIE	58
	: 2EME PARTIE	63
	: CONCLUSION GENERALE	65

	ANNEXE 1	
	: ANNEXE 2	
	: ANNEXE 3	
	: ANNEXE 4	
	: ANNEXE 5	
	: ANNEXE 6	
	: ANNEXE 7	

	: BIBLIOGRAPHIE	
	:	

RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

La modélisation des systèmes mécanique articulés en général et des robots en particulier est liée à la description de ces derniers .

Différents auteurs ont donné des descriptions de systèmes mécanique articulés .Chacune de ces descriptions est orientée vers une utilisation .

ROTH et PIEPER [9] supposent que l'articulation entre deux segments successifs ne possède qu'un degré de liberté soit de rotation (R) soit de translation (P) .Le but recherché est la classification des systèmes articulés .

Ce mode de description permet des calculs géométriques ou cinématiques sur la structure .Il ne permet pas l'élaboration de modèles dynamiques .

Wissama KHALLIL [1] [9] a délibérément orienté sa description vers une exploitation automatique par programme en vue de la génération de modèles dynamiques du système articulé.

Les objectifs de RENAUD-ZABALA [9] sont voisins de ceux de Khalil cependant leur description reste symbolique ,c'est à dire que l'on n'a pas la possibilité d'affecter des valeurs numériques aux grandeurs concernées.

Contrairement aux descriptions précédentes la description de BORREL [9] est composée de données telles que vecteurs et matrices. BORREL s'est attaché à une description de style linguistique et il a écrit le compilateur qui permet de comprendre ce langage.

En 1966 HOOKER .W.W et G.MARGULIES ont généralisé l'étude faite par H.J.FLECHER en 1963 concernant deux corps liés par un joint rotoïdes à n+1 corps reliés par des articulations à 1 ou 2 degrés de liberté.

J.J.UICKER en 1978 a développé en se basant sur le formalisme de Lagrange la notion de matrice de passage d'ordre 4 préconisé par DENAVIT et HARTENBERG [25] en 1955 qui ouvrit la voie à la recherche dans le domaine de la modélisation.

La description et la modélisation sus cités ne sont en fait que des modèles théoriques de systèmes mécaniques .Pour commander et communiquer avec ces systèmes il faut créer un langage donc effectuer une programmation et utiliser l'outil informatique.

Ce genre d'outil est généralement développé pour une utilisation spécifique en industrie. Rares sont les outils universels. Chaque programme est développé spécialement pour un robot activant dans un domaine déterminé et aux caractéristiques définies au préalable.

Parmi les programmes les plus connus dans ce domaine nous pouvons citer :

-NUBEMM[35]: Ce programme a été développé par et pour la firme BMW pour la simulation dynamique des véhicules directement après le design de ces derniers.

-SYM[35] : C'est un programme très sophistiqué développé en 1994 et qui permet d'effectuer la génération optimale des modèles symboliques de robots basée sur le formalisme d'Euler newton.

-CAMS[35] : Ce programme a été spécialement conçu pour des systèmes cinématiques à chaîne fermée.

-SPACAR[36] : Ce programme est basé sur la méthode des éléments finis et permet de faire une analyse dynamique des systèmes tridimensionnels à joints flexibles.

-MEDYNA[37] : Ce programme constitue une méthodologie d'approche pour la simulation dynamique d'une large variété de systèmes mécaniques. Mais il a été spécialement conçu en vue d'assister les chercheurs de « German high speed railway » en collaboration avec de grandes compagnies activant dans le domaine du rail afin de développer le train magnétique.

-AUTODYN et ROBOTRAN[38] : Ce sont deux programmes complémentaires Basés sur le principe de D'Alembert et qui permettent d'étudier le mouvement de robots supposés constitués d'éléments rigides interconnectés entre eux.

Le programme que nous avons élaboré est un programme de calcul des robots industriels .Il permet de modéliser et de déterminer les différents paramètres cinématiques et dynamiques d'un robot.Sa conception a été spécialement adaptée au robot de soudage Alg.soud.1



INTRODUCTION GENERALE

De tous temps et à travers les âges, l'homme n'a cessé d'inventer, d'étudier et développer les sciences dans le but d'améliorer ses conditions de vie .

Le rêve de ne fournir aucun effort ou presque pour accomplir des tâches difficiles ou dangereuses a toujours caressé son esprit. C'est dans cet ordre d'idées que des machines capables d'effectuer une ou plusieurs tâches définies à l'avance ont été conçues.

Ces machines seront appelées communément « ROBOT ». Mais le robot universel , autonome et intelligent qui peut remplacer l'homme est toujours à venir .

Les premiers robots automatiques ont été conçus dans les années 50 .Ce n'est que vers la fin des années 70 que les premiers robots industriels supplantèrent l'homme dans les usines où le travail se fait à la chaîne (industrie automobile ,industrie électronique...).Cela prouve que l'extension et la progression de la robotique se fait lentement à cause de la complexité du problème ; et pour sa conception et sa réalisation il faut pratiquement approcher plusieurs technologies.

La « robotique » certes est une discipline d'intégration mais au fil du temps a progressé ;et est devenue une science qui fait appel à :

- l'électrotechnique pour la génération des puissances ;
- l'automatique pour l'asservissement des actionneurs ;
- l'électronique pour les circuits de commande ;
- l'informatique pour créer des langages et des programmes ;
- la mécanique pour la conception et la modélisation.

Le but de notre travail est de traiter l'aspect mécanique du problème c'est à dire développer un outil de calcul automatique et de définir les éléments mathématiques utilisés par ce dernier permettant de modéliser et commander un système mécanique articulé d'un point source vers un point but .Nous avons essayé de rendre cet outil aussi général que possible pour prendre en considération la diversité des mécanismes rencontrés.

Pour effectuer la commande d'un robot il faut obligatoirement être en possession d'un modèle de ce dernier . Le modèle à utiliser est fonction de l'application et des performances souhaitées du robot. Les modèles géométrique ou cinématiques sont utilisés pour les commandes en position et en vitesse .Ces derniers font l'hypothèse d'un équilibre statique

Le quatrième chapitre traite de la modélisation dynamique des systèmes mécaniques articulés à joints déformables. Nous utiliserons également la méthode de Lagrange associé à la méthode de uicker Kahn.

Le cinquième traite de la synthèse des robots

Enfin le sixième chapitre contient des exemples d'illustration .Nous présentons l'application de notre programme sur le robot de soudage ALG-SOUD1 que nous avons nous même conçus et pour lequel nous avons déposé un brevet d'invention et également une communication a été faite sur ce sujet au JMA 2000. (voir annexe 8)

CHAPITRE I
GENERALITES SUR LES SYSTEMES
MECANIQUES ARTICULES

1- INTRODUCTION

Ce premier chapitre sera consacré aux généralités. Nous donnons une brève présentation des systèmes mécaniques articulés et la définition du terme « ROBOT » ainsi qu'un aperçu général sur la morphologie et la description des systèmes mécaniques articulés avec la terminologie des termes couramment utilisés.

2-DEFINITIONS GENERALES

Un « ROBOT » selon l'AFNOR est un manipulateur commandé en position, reprogrammable, polyvalent, à plusieurs degrés de liberté, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils, et des dispositifs spécialisés au cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution d'une variété de tâches.

Et selon l'AFRI, il convient de distinguer les manipulateurs et les robots selon la classification suivante :

Manipulateur : il s'agit d'un engin de manipulation motorisé, commandé par l'homme, ayant au moins quatre degrés de liberté.

-Manipulateur automatique : c'est un engin de manipulation de deux axes ou plus, non asservis à cycle automatique. Il peut être à séquence fixe ou variable .

-Robot programmable : C'est un manipulateur automatique de trois axes ou plus dont au moins deux sont programmables par apprentissage et /ou par langage symbolique.

-Robot dit intelligent : Il s'agit alors d'un manipulateur automatique programmable capable d'analyser les modifications de son environnement et de réagir par conséquence.

3 -TERMINOLOGIE

3-1-Axe mécanique:élément d'un robot qui peut être animé d'un mouvement linéaire ou rotatif .D'un point de vue mécanique ,le nombre d'axes est normalement celui des articulations et coulisses commandées et animées de façon indépendante.

3-2-Mobilité du robot [9]: c'est le nombre de variables indépendantes qui définissent la position du robot à un instant donné.

La mobilité est également le nombre d'actionneurs du robot .C'est ce qu'on appelle le nombre d'axes chaque actionneur commandant un axe. m est un nombre entier (en général $3 \leq m \leq 7$).

3-3-Degré de la tâche D_r [9] : c'est le nombre de paramètres indépendants qui permettent de définir la tâche c'est à dire la situation possible de l'organe terminal (position et orientation).

3-4-Coordonnées articulaires : Les coordonnées articulaires (appelées aussi coordonnées généralisées) sont les variables (angles ou longueurs) qui définissent la configuration du robot à un instant donné. Elles sont fonction du temps, leur nombre est égal à m . (mobilité du robot).

3-5-Coordonnées opérationnelles : Ce sont les variables qui définissent la tâche qui consiste à déplacer l'organe terminal (outil). Ils définissent la position et l'orientation de cet outil par rapport à un repère fixe lié au bâti du robot leur nombre est égal à D_r . $D_r \leq 6$.

3-6-Espace articulaire: L'espace des variables articulaires est appelé espace articulaire ou espace de configurations.

3-7-Espace opérationnel : L'espace des variables opérationnelles est dit espace opérationnel.

3-8-Articulations : Une articulation (ou joint) lie deux corps successifs en limitant le nombre de degrés de liberté de l'un par rapport à l'autre.

m est appelé mobilité de l'articulation ou nombre de degrés de liberté. $0 \leq m \leq 6$

En robotique les articulations utilisées sont dites simples ($m=1$), elles sont soit rotoïde, soit prismatique

3-9-Articulation rotoïde : C'est une articulation de type pivot, réduisant le mouvement entre deux corps à une rotation autour d'un axe qui leur est commun, elle est notée (R)



Figure I-1 : liaison (R)

3-10-Articulation prismatique : C'est une articulation de type glissière réduisant le mouvement entre deux corps à une translation le long d'un axe commun, elle est notée (P).

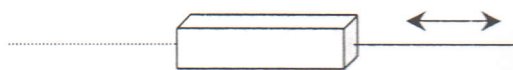


Figure I-2 : liaison (P)

4-STRUCTURE ET MORPHOLOGIE DES ROBOTS

La partie mécanique d'un robot est généralement constituée de deux sous-ensembles distincts.

-Un (ou plusieurs) organe terminal considéré comme une interface permettant au robot d'interagir avec son environnement.

-Une structure mécanique articulée qui sert à amener l'organe terminal dans une position et orientation désirée .Cette structure est composée de :bras, base, poignet coupleur et axe mécanique .

Les robots peuvent être de :

- Structure à chaîne simple ouverte (figure I-3) ;
- Structure a chaîne arborescente (figure I-4) ;
- Structure à chaîne complexe (figure I-5) .

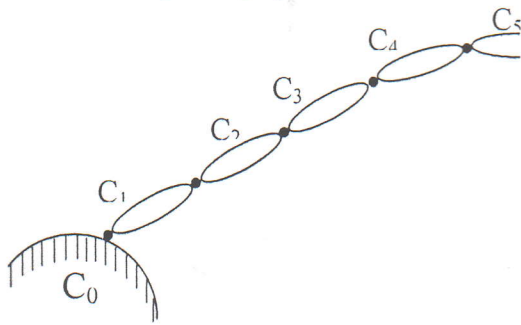


Figure I-3

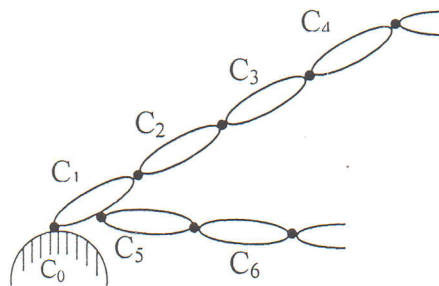


Figure I- 4

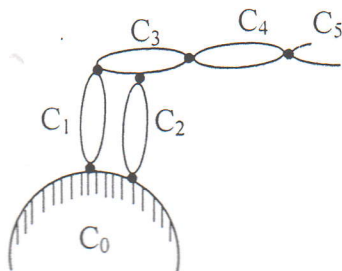


Figure I-5

5-REPRESENTATION GRAPHIQUE

Pour la représentation graphique des différents types d'articulations nous utiliserons la norme AFNOR que nous reproduisons sur la figure ci dessous.

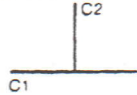
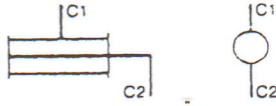
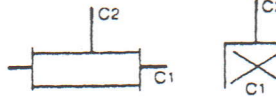
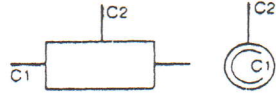
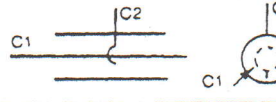
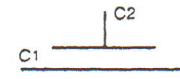

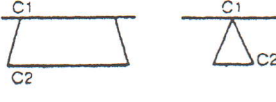
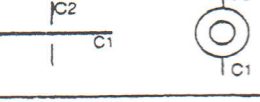

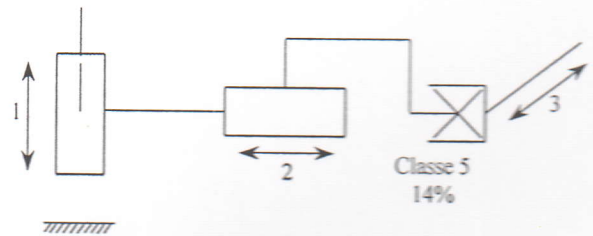
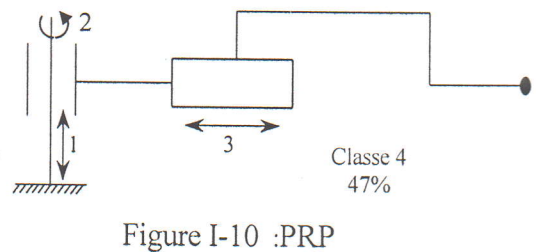
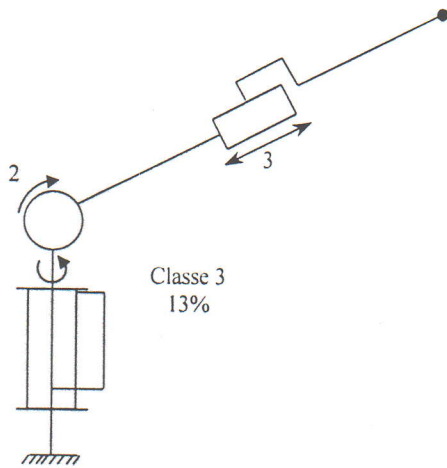
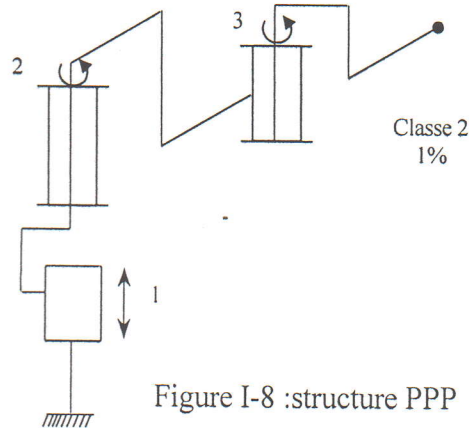
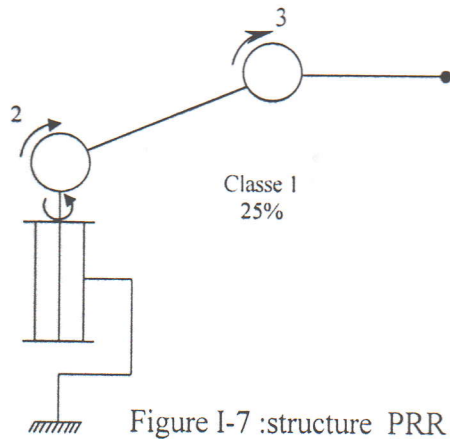
Nom de la liaison	Mouvements relatifs	Nombre de d.d.l.	Symboles
Liaison encastrement	0 rotation 0 translation	0	 C1 : corps 1 C2 : corps 2
Liaison pivot	1 rotation 0 translation	1	
Liaison glissière	0 rotation 1 translation	1	
Liaison glissière hélicoïdale	1 rotation 1 translation conjuguées	1	
Liaison pivot glissant	1 rotation 1 translation	2	
Liaison appui plan	1 rotation 2 translations	3	
Liaison rotule	3 rotations 0 translation	3	
Liaison linéaire rectiligne	2 rotations 2 translations	4	
Liaison linéaire annulaire	3 rotations 1 translation	4	
Liaison ponctuelle	3 rotations 2 translations	5	
Liaison libre	3 rotations 3 translations	6	Pas de symbole Pas de contact entre les 2 corps

Figure I-6 : Articulations

6-ARCHITECTURE DES PORTEURS [22]

Si l'on considère les trois premiers degrés de liberté d'un robot ,on constate que les combinaisons possibles de rotations et de translations conduisent à 42 structures différentes. Dans la pratique il semble dans une étude portant sur 115 robots ,que quatre ou cinq arrangements seulement soient utilisés pour des raisons géométrique ou mécaniques. La figure ci-dessous reproduit ces cinq architectures avec leur pourcentage d'utilisation .



7-CARACTERISTIQUES GENERALES DES ROBOTS

Un robot est caractérisé par une structure arborescente articulée simple ou multiple dont les segments sont mobiles les uns par rapport aux autres. Cet ensemble a pour objectif de mener l'organe terminal vers un lieu géométrique imposé par la tâche. La description d'un déplacement du système mécanique s'effectue selon le mode de programmation :

- Soit en termes d'actions directes sur les actionneurs .
- Soit par une description globale du mouvement ou de la tâche.

Les actions directes ne posent à priori , pas de problèmes mathématiques spécifiques puisque les informations liées aux divers points de constitution des trajectoires sont mémorisées au fur et à mesure d'un apprentissage .

Dans le second cas, la description du but ,au sens géométrique par un système de décision est effectué selon une méthode de représentation particulière par rapport à des références connues. L'exécution de l'ordre se fait par des transformations successives dans divers espaces reliés au robot vers l'espace de la tâche ou espace opérationnel par rapport à d'autres références.

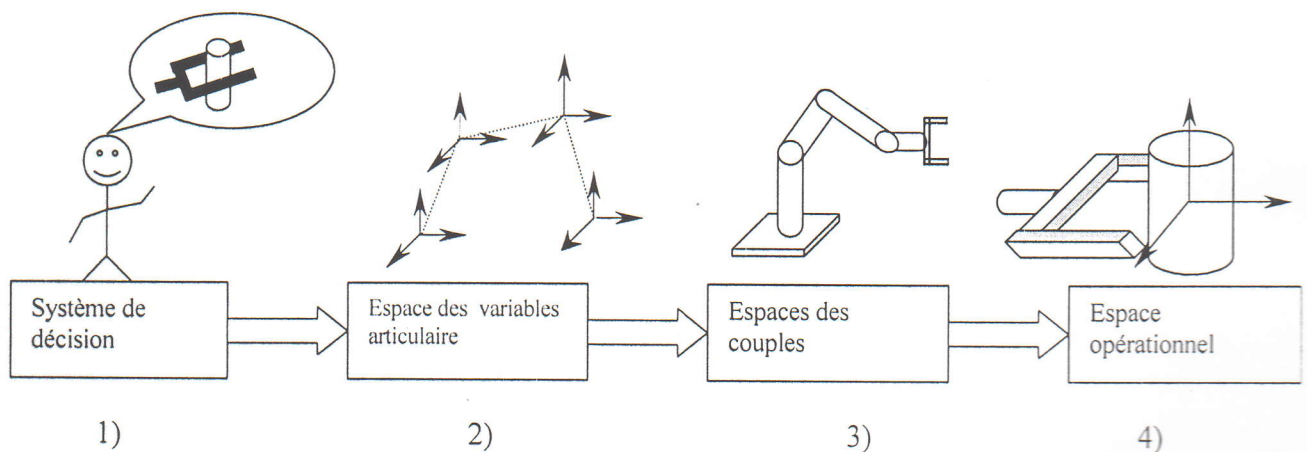


Figure I-12 : La chaîne des espaces.

- (1) Description de la tâche en termes de position géométrique avec éventuellement des contraintes.
- (2) Transformation de la description initiale dans l'espace des variables articulaires propres à chaque robot.
Chaque variable représente une mobilité du système mécanique..
- (3) Déduction des couples moteurs à générer pour déplacer les articulations .
- (4) Mouvement du système mécanique vers le but dans l'espace réel de la tâche.

8- COMMANDE DES SYSTEMES MECANIQUES ARTICULES

La commande des systèmes mécaniques articulés (S M A) consiste à activer les actionneurs de chaque articulation de manière à faire évoluer ce dernier vers un point de l'espace selon certaines caractéristiques :

- Soit le mouvement du SMA dans l'espace est quelconque du point source au point but. C'est la commande en position.
- Soit le mouvement est contraint de suivre une trajectoire définie à l'avance. C'est la commande cinématique.
- Soit le temps parcouru et les caractéristiques dynamiques sont imposées. C'est la commande dynamique.

9-DESCRIPTION DES SYSTEMES MECANIQUES ARTICULES

Pour réaliser la commande automatique par ordinateur d'un système mécanique articulé il faut être en possession d'un modèle de ce dernier

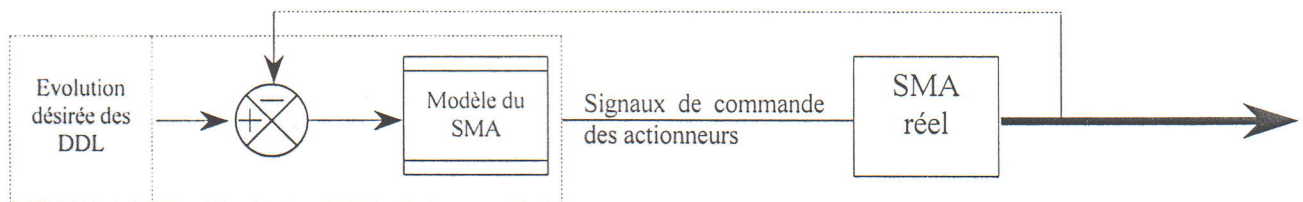


Figure I-13 : principe de la commande d'un système mécanique articulé par ordinateur numérique

Ce modèle est élaboré à partir de certains paramètres caractéristiques du système (l'agencement des DDL les longueurs ,masses, inerties, etc...).

Ces paramètres sont plus ou moins nombreux suivant qu'on s'intéresse au modèle dynamique ou bien au modèle cinématique ou géométrique .

L'ensemble de ces paramètres et leur mode de présentation constituent la description du S M A.

Toute description est fonction de son utilisation .

Les commandes en position ou en vitesse des systèmes mécaniques articulés s'appuient sur les modèles géométrique et cinématique et font naturellement l'hypothèse d'un équilibre statique pour toute configuration prise par le robot au cours de ces déplacements .Il est donc évident que ces modèles vont s'éloigner de la réalité au fur et à mesure que les vitesses augmentent et que , d'une part , des forces inertielles ,centrifuges et de couplage vont apparaître ,et d'autre part les jeux , frottements et élasticités de toutes origines ne vont plus pouvoir être négligés.

Pour ces domaines des « grandes vitesse » qui sont celles en particulier exigées par la production à l'aide de robots ,il est donc nécessaire de revoir la modélisation en tenant compte des phénomènes dynamiques.

10-LES DIFFERENTS MODELES

On rencontre trois modèles :

- Le modèle géométrique direct et inverse.
- Le modèle cinématique direct et inverse.
- Le modèle dynamique direct et inverse.

11-CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons donné des définitions de base ainsi qu'un aperçu général sur les systèmes mécaniques articulés dans le but de mieux comprendre notre démarche dans les prochains chapitres permettant d'obtenir les différents modèles .

CHAPITRE II

MODELISATION

GEOMETRIQUE ET CINEMATIQUE

1-INTRODUCTION

Un robot est destiné à agir dans l'environnement grâce à son organe terminal .Cette action est, d'une manière générale, caractérisée par l'évolution dans le temps et dans l'espace de la position et de l'orientation de cet organe terminal ,appelé aussi effecteur .Il convient donc de définir un système général de coordination ,permettant de déterminer les différentes variables du SMA en fonction de l'évolution désirée de l'effecteur.

Un système mécanique articulé (S M A) est caractérisé par deux catégories de paramètres : les paramètres structuraux (constantes) et les variables articulaires (angles ou longueurs).

L'élaboration et l'exploitation d'un SMA nécessitent :

- la connaissance des coordonnées et des vitesses d'un point quelconque du SMA ;
- la connaissance de l'orientation et de la vitesse de déplacement des repères liés aux constituants du SMA dans l'espace de la tâche ,en fonction des variables articulaires ;
- la détermination des valeurs des variables articulaires associées à une configuration du SMA.

2-OBJECTIFS

Le but de notre travail dans ce premier chapitre est de développer un programme permettant d'effectuer une modélisation géométrique qui servira à commander en position un système mécanique articulé constitué de n chaînons. La démarche que nous avons adoptée est basée sur la méthode classique de Denavit et Hartenberg et la construction des matrices de passage homogènes. Cette méthode permet de formuler le problème sous forme matricielle ce qui facilite la programmation. [26]

Nous définissons une trajectoire à partir de données tels que les coordonnées du point initial et final et du temps de parcours T et en utilisant un profil polynomial avec vitesses et accélérations nulles aux origines et aux extrémités.

Nous développons ensuite une procédure d'intégration permettant d'aboutir à un algorithme ,dans le but de déterminer pour les différents éléments (rigides) d'un SMA à chaîne cinématique simple ;les positions ;les vitesses et les accélérations .

Nous obtenons à la fin les matrices de transformations d'un repère à un autre associés à chaque articulations ainsi que les différents paramètres cinématiques .

3-MODELE GEOMETRIQUE [22]

Le modèle géométrique d'un robot constitue une représentation mathématique en le considérant comme une structure arborescente comportant n corps rigides, sans masse, articulés entre eux .

3-MODELE GEOMETRIQUE [22]

Le modèle géométrique d'un robot constitue une représentation mathématique en le considérant comme une structure arborescente comportant n corps rigides, sans masse, articulés entre eux .

Chaque corps est réduit à sa plus simple expression ,c'est à dire à son orientation et à sa position par rapport au corps précédent.

$$C_i = (P_i, O_i) = (\text{Position } i, \text{Orientation } i)$$

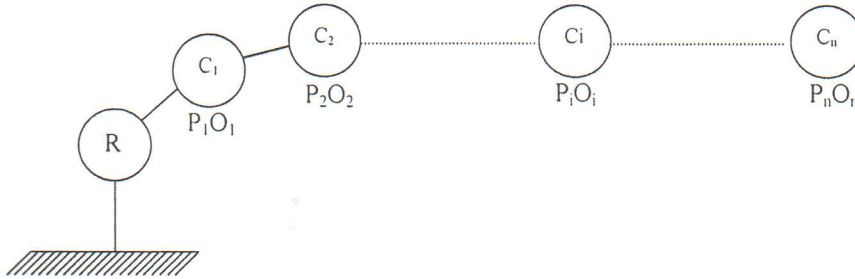


Figure II-1 :structure arborescente

Chaque configuration géométrique possible est définie par un ensemble de variables articulaires qui traduisent les déplacements relatifs d'un corps par rapport au précédent .Les variables articulaires (ou coordonnées articulaires ou coordonnées généralisées) font le lien entre la position et l'orientation de l'organe terminal et les consignes définies dans un repère de base .Nous l'exprimons par :

$$\underbrace{x_i / R_i}_{\text{variables opérationnelles}} = f(\underbrace{q_1, q_2, \dots, q_n}_{\text{variables articulaires}})$$

4-LES VARIABLES ARTICULAIRES [1] [2] [9] [21]

Les variables articulaires expriment l'ensemble des possibilités de mouvement entre deux articulations . Le modèle géométrique est composé tel que, sur les six possibilités de mouvements élémentaires d'un corps par rapport à un autre (3 rotations et 3 translations) une seule est retenue. Ainsi les possibilités de mouvements multiples au niveau technologique sont décomposées en mouvements élémentaires au niveau du modèle

L'orientation entre deux repères peut être traitée selon plusieurs techniques classiques: les matrices de rotation, les cosinus directeurs, les angles de Bryant, les angles d'Euler. [1] [2] [21]

5-2-la position

La position du repère R_i par rapport à R_j est définie par trois coordonnées élémentaires (rotation ou /et translation). On peut utiliser plusieurs méthodes dont : les coordonnées cartésiennes, les coordonnées cylindriques, les coordonnées sphériques. [1] [2]

6-MODELISATION PAR LES PARAMETRES DE DENAVIT ET HARTENBERG [1] [21] [25]

Pour la suite de notre travail nous utiliserons pour la définition de l'orientation et de la position des différents éléments d'un système mécanique articulé les paramètres de Denavit et Hartenberg. Cette méthode est la plus couramment utilisée en robotique. Nous donnons dans les lignes qui suivent un bref aperçu de cette méthode.

6-1-Les coordonnées homogènes d'un point [1] [26]

En coordonnées homogènes la représentation d'un point se fait par une matrice uni colonne à quatre composantes, les trois premières sont les coordonnées cartésiennes du point et la quatrième composante est considérée comme un facteur d'échelle et prise égale à 1

$$\overrightarrow{O_i M} = x_i \vec{x}_i + y_i \vec{y}_i + z_i \vec{z}_i$$

$$\overrightarrow{O_i M} \rightarrow \{U\}_i^1 = (x_i, y_i, z_i, 1)$$

Tel que :

$$x_i = \overrightarrow{O_i M} \vec{x}_i$$

$$y_i = \overrightarrow{O_i M} \vec{y}_i$$

$$z_i = \overrightarrow{O_i M} \vec{z}_i$$

6-2-Les coordonnées homogènes d'un vecteur libre [1] [20] [23] [26]

Dans un référentiel R_i , le vecteur V est défini par la relation vectorielle

$$\vec{V} = x_i \vec{x}_i + y_i \vec{y}_i + z_i \vec{z}_i$$

Avec x_i, y_i, z_i les vecteurs de base.

La norme du vecteur V est donnée par :

$$\|\vec{V}\| = (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2)^{1/2}$$

La direction est définie par ses cosinus directeurs normés soit :

$$\text{Direction} = \frac{\text{Cos } \alpha}{\|\vec{V}\|} ; \frac{\text{Cos } \beta}{\|\vec{V}\|} ; \frac{\text{Cos } \gamma}{\|\vec{V}\|}$$

Avec α, β, γ les angles mesurés respectivement de chaque axe vers le vecteur V. Ce vecteur peut être représenté par un groupe de quatre coordonnées.

$$\vec{V} = (x, y, z, w)^t$$

Avec $x_i = x/w, y_i = y/w, z_i = z/w$

Le même système de coordonnées représente une direction ou une position selon la valeur de w.

Pour $w=1$, les coordonnées représentent une position et pour $w = 0$, les coordonnées représentent une orientation dont la position du point décrit est à l'infini.

6-3-La transformation homogène [1] [9]

Utilisons le principe des coordonnées homogènes pour décrire une position et une orientation d'un repère par rapport à un autre.

Considérons la matrice 4x4 formée de quatre sous matrices.

$$T = \begin{pmatrix} R & T \\ P & Q \end{pmatrix}$$

Avec :

$P = (0, 0, 1)$ R : La matrice de rotation 3x3

$Q = (0, 0, 0)$ T : La matrice de translation

6-4-Description de la position

La position d'un point dans un repère R_i par rapport au repère R_j est décrit par la matrice :

$$T = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

avec a, b, c les coordonnées de la position de l'origine de R_i par rapport à R_j

Soit un point M défini par les coordonnées

$$\overline{OM} = x_i \bar{x}_i + y_i \bar{y}_i + z_i \bar{z}_i$$

Le vecteur position résultant dans Ri est donné par :

$$\vec{V}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{d'ou } \vec{V}_0 = (x_i + a, y_i + b, z_i + c, 1)^t$$

6-5-Description de la rotation

La rotation d'un vecteur autour d'un axe est décrite par la matrice de transformation donnée par :

$$T = \left(\begin{array}{ccc|c} & & & 0 \\ & R & & 0 \\ & & & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

Avec R une des matrices décrites en selon l'axe de rotation .

Soit un point M défini par les coordonnées homogènes

$$\overline{OM} = (x_i, y_i, z_i, 1)$$

Le vecteur résultant d'une rotation autour de x_i est donné par

$$\vec{V}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{D'ou } \vec{V}_0 = (x_i, y_i \cos\theta, z_i \cos\theta, 1)^t$$

6-6-Matrice de transformation homogène

Si le repère $R_i (O_i, \bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i)$ subit une transformation quelconque de translation et/ou de rotation qui l'amène sur le repère $R_j (O_j, \bar{x}_j, \bar{y}_j, \bar{z}_j)$.

Cette transformation est définie par la matrice T_{ij} appelée matrice de transformation homogène de dimension 4×4 .

$$R_i (O_i, \bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i)$$

$$R_j (O_j, \bar{x}_j, \bar{y}_j, \bar{z}_j)$$

$$\overrightarrow{O_i O_j} = a\bar{x}_i + b\bar{y}_i + c\bar{z}_i$$

Soit un point M quelconque tel que :

$$\overrightarrow{O_i M} = x_i\bar{x}_i + y_i\bar{y}_i + z_i\bar{z}_i$$

$$\overrightarrow{O_j M} = x_j\bar{x}_j + y_j\bar{y}_j + z_j\bar{z}_j$$

On sait que :

$$\overrightarrow{O_i M} = \overrightarrow{O_i O_j} + \overrightarrow{O_j M}$$

$$\overrightarrow{O_i M} \cdot \bar{x}_i = \overrightarrow{O_i O_j} \cdot \bar{x}_i + \overrightarrow{O_j M} \cdot \bar{x}_i$$

$$x_{mi} = a + x_i \bar{x}_j \bar{x}_i + y_i \bar{y}_j \bar{x}_i + z_i \bar{z}_j \bar{x}_i$$

ce qui donne sous forme matricielle :

$$x_i = [\bar{x}_i \bar{x}_j, \bar{x}_i \bar{y}_j, \bar{x}_i \bar{z}_j, a] \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$y_i = [\bar{y}_i \bar{x}_j, \bar{y}_i \bar{y}_j, \bar{y}_i \bar{z}_j, b] \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$z_i = [\bar{z}_i \bar{x}_j, \bar{z}_i \bar{y}_j, \bar{z}_i \bar{z}_j, c] \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \\ 1 \end{bmatrix}$$

On aura finalement

$$\begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x}_i \bar{x}_j, \bar{x}_i \bar{y}_j, \bar{x}_i \bar{z}_j, a \\ \bar{y}_i \bar{x}_j, \bar{y}_i \bar{y}_j, \bar{y}_i \bar{z}_j, b \\ \bar{z}_i \bar{x}_j, \bar{z}_i \bar{y}_j, \bar{z}_i \bar{z}_j, c \\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{x}_i \bar{x}_j, \bar{x}_i \bar{y}_j, \bar{x}_i \bar{z}_j, a \\ \bar{y}_i \bar{x}_j, \bar{y}_i \bar{y}_j, \bar{y}_i \bar{z}_j, b \\ \bar{z}_i \bar{x}_j, \bar{z}_i \bar{y}_j, \bar{z}_i \bar{z}_j, c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

la matrice T_{ij} est dite matrice de transformation homogène

6-7-Les paramètres de DENAVIT et HARTENBERG [1] [2] [9] [25]

Denavit et Hartenberg ont établi une convention pour définir un repère R_{i+1} par rapport à un autre Repère R_i en utilisant quatre paramètres $\alpha_i, a_i, \theta_i,$ et r_i selon la figure ci dessous :

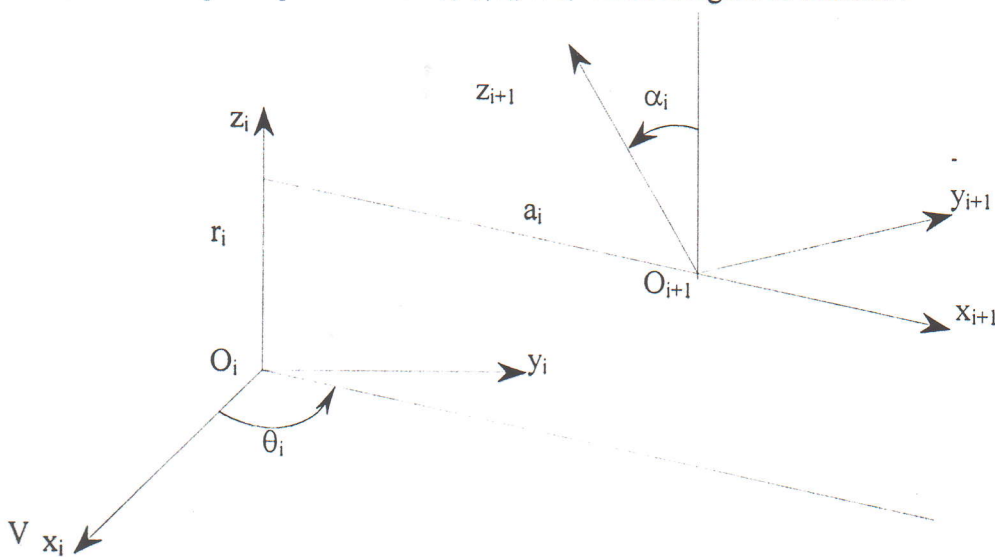


Figure II-3 : Représentation des paramètres de Denavit et Hartenberg

La matrice de transformation homogène ainsi obtenue définit la ième transformation du repère R_i par rapport au repère R_{i+1} par la matrice $T_{i(i+1)}$.

$$T_{i(i+1)} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & +\sin\theta_i \sin\alpha_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & -\cos\theta_i \cos\alpha_i & +\cos\theta_i \sin\alpha_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & r_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cette matrice est une fonction $T_i^{i+1}(q_i)$ de la ième coordonnée généralisée q_i notée :

$$q_i = \bar{\sigma}_i \theta_i + \sigma_i r_i \quad \text{avec } \sigma_i = 1 \text{ quand la liaison est prismatique et } \sigma_i = 0 \text{ quand la liaison est rotoïde}$$

Cette matrice a été obtenue par composition des matrices suivantes :

$$Rot(z_i, \theta_i) \cdot Trans(z_i, r_i) \cdot Rot(x_i, \alpha_i) \cdot Trans(x_{i+1}, a_i)$$

$$Rot(z_i, \theta_i) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Tans(z_i, r_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Rot(x_i, \theta_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Tans(x_i, a_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Le modèle géométrique est élaboré à partir du produit des matrices T_i associées à chaque repère.

$$T_o^n = T_o^1 T_1^2 \dots T_n^{n-1}$$

7-MODELE GEOMETRIQUE INVERSE

Le modèle géométrique ainsi obtenu assure la représentation de la structure géométrique du robot . Cette représentation par une fonction f relie les variables articulaires aux variables géométriques .

$$x = f(q)$$

Le modèle géométrique inverse est constitué par

$$q = f^{-1}(x)$$

qui permet d'obtenir les variables articulaires (q) en fonction des coordonnées opérationnelles

8-RESOLVABILITE DES SMA [21]

La difficulté de calcul de la fonction inverse réside dans le fait que f est fortement non linéaire .

Lorsque (x) appartient au volume du travail du robot ,il existe trois types de solutions :

- lorsque n est inférieur à m ,il n'existe pas de solutions.
- lorsque $n = m$ il existe :
 - soit un nombre fini de solutions en dehors des configurations singulières .
 - soit un nombre infini de solutions pour les configurations singulières .
- lorsque n est supérieur aux degrés de liberté de la tache (m) ,il existe une infinité de solutions.

8-RESOLVABILITE DES SMA [21]

La difficulté de calcul de la fonction inverse réside dans le fait que f est fortement non linéaire .

Lorsque (x) appartient au volume du travail du robot ,il existe trois types de solutions :

- lorsque n est inférieur à m ,il n'existe pas de solutions.
- lorsque $n = m$ il existe :
 - soit un nombre fini de solutions en dehors des configurations singulières .
 - soit un nombre infini de solutions pour les configurations singulières .
- lorsque n est supérieur aux degrés de liberté de la tache (m) ,il existe une infinité de solutions.

8-1-Absence de solution

Trois origines en sont la cause .



8-1-1-Origine géométrique

L'incompatibilité des contraintes avec la géométrie de la mécanique rend impossible la détermination d'une solution .

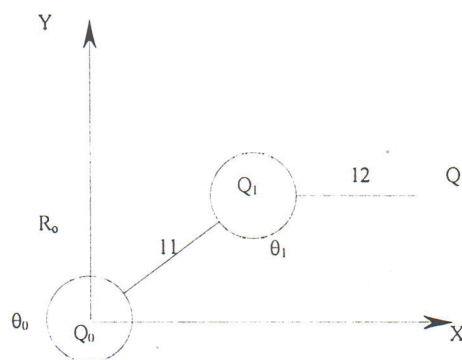


Figure II-4 : Repère avec deux articulations.

Les contraintes imposées ne sont pas atteignables simultanément.

8-1-2-Origine mécanique

Les mouvements du mécanisme tiennent compte des limites des rotations et translations .Des butées empêchent le robot d'atteindre les points en dehors du volume de travail malgré l'existence de solutions mathématiques .

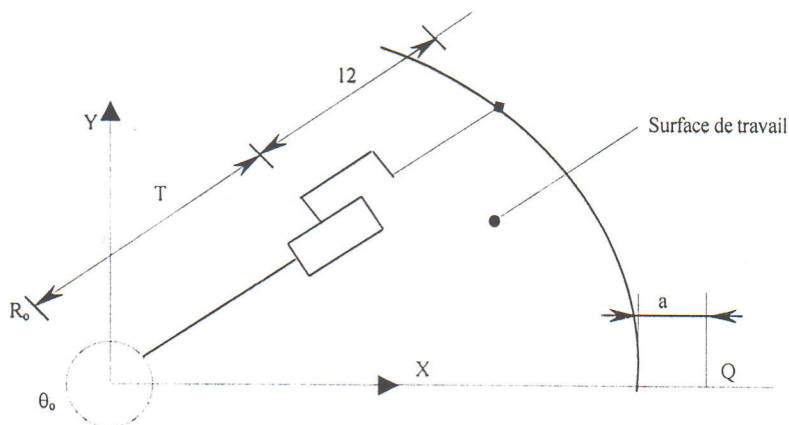


Figure II-5 : Le robot RP.

8-1-3-Origine mathématique

Un système dont le nombre de variables est inférieur au nombre d'équations ne donne pas de solutions mathématiques. Cela revient, en robotique, à imposer plus de contraintes qu'il n'existe de degrés de liberté.

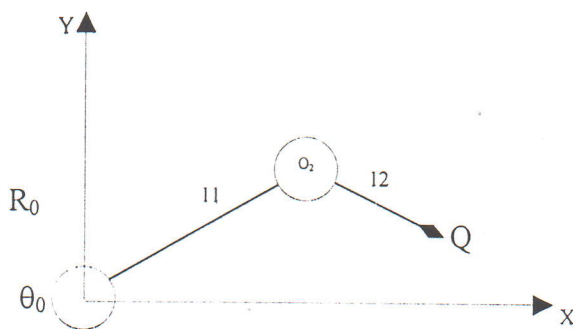


Figure II-6 : la structure RP

8-2-Infinité de solutions

La résolution du système d'équation peut aboutir à une infinité de solutions dans deux cas :

- lorsque le nombre de contraintes est inférieur au nombre de ddl du robot. On se trouve en face de surabondance de potentialité en fonction de la tache demandée. La solution consiste à réduire le nombre de variables articulaires en leur imposant une valeur.

- Dans un second cas ,le robot se trouve en position de singularité .Cette configuration particulière est crée par exemple lors de la mise en parallèle de deux axes.

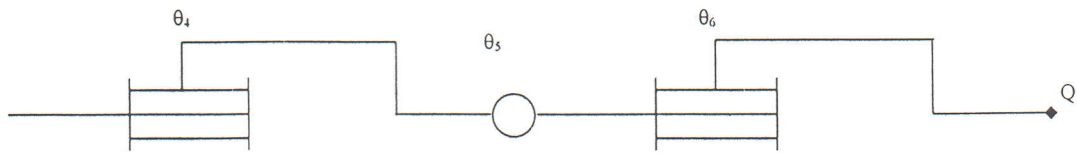


Figure II-7 : Représentation du poignet.

8-3-Nombre fini de solutions

Si le nombre de contraintes est égal au nombre de ddl du mécanisme et si le robot ne se trouve pas dans un des cas décrits plus haut ,alors il existe une ou plusieurs solutions au problème .

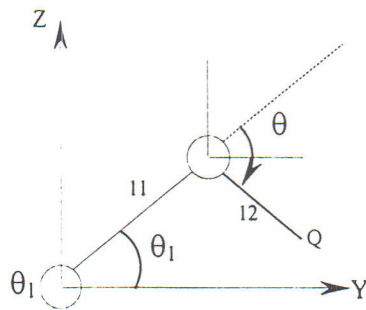


Figure II-8

9-CALCUL DU MODELE INVERSE

Pour la résolution du problème inverse c-a-d résoudre le système d'équations non linéaires nous utiliserons la méthode de Newton Raphson. (annexe 1)

10-LA TRAJECTOIRE [12] [26]

le choix de définir la trajectoire est lié au fait que le mouvement de l'organe terminal (effecteur) doit prendre en considération les contraintes de l'espace dans lequel il agit.

La position de l'organe terminal défini dans l'espace des variables opérationnelles est donnée par :

$$x = (x \ y \ z)^t$$

Si nous définissons le pas d'une position de l'effecteur à une autre, le mouvement peut s'écrire comme étant une fonction du temps $x(t)$ tel que :

$$x(t) = x(t_0), x(t_1), x(t_2) \dots x(t_n)$$

Avec

n = nombre d'incrément du temps.

Sachant que la variable articulaire q s'écrit :

$$q = (q_1, q_2, q_3, \dots, q_m)^T$$

ou m est le nombre de degrés de mobilité du système, l'équation de q correspondant à $x(t)$ est :

$$q(t) = q(t_0), q(t_1), q(t_2) \dots q(t_n)$$

La génération d'une trajectoire implique une interpolation entre le point initial P_s et le point final P_f . Cette interpolation peut être faite soit dans l'espace des variables articulaires soit dans l'espace

des variables opérationnelles. Pour définir le mouvement de l'effecteur nous ferons une interpolation dans l'espace des variables opérationnelles.

Considérons un mouvement de l'organe terminal de P_s à P_f , le long d'une trajectoire définie $x(k) = f(x, y, z)$. Pour un pas linéaire, la position instantanée $x(t)$ peut s'écrire :

$$x(t) = x_i + k(t) (x_f - x_i) \quad 0 \leq t \leq T$$

ou

$k(t)$ est une fonction scalaire qui définit la distribution des vitesses et des accélérations le long de la trajectoire

Parmi les différents profils possibles de $k(t)$, il est nécessaire de choisir ceux qui satisfont les conditions d'accélération et de vitesse nulles aux origines et aux extrémités.

$$k(0) = \dot{k}(0) = k(T) = \dot{k}(T) = 0$$

10-1-Profil polynomial

$$\left. \begin{aligned} K(t) &= \frac{10}{T^3} t^3 - \frac{15}{T^4} t^4 + \frac{6}{T^5} t^5 \\ \dot{K}(t) &= \frac{30}{T^3} t^2 - \frac{60}{T^4} t^3 + \frac{30}{T^5} t^4 \\ \ddot{K}(t) &= \frac{60}{T^3} t - \frac{180}{T^4} t^2 + \frac{120}{T^5} t^3 \end{aligned} \right\} \quad 0 \leq t \leq T \quad (2)$$

Le profil polynomial en comparant avec d'autres types de profils (par exemple sinusoïdal) permet d'obtenir pour la dérivée d'ordre 3, les mêmes valeurs aux points initial et final. Néanmoins le profil polynomial satisfait mieux ces mêmes conditions initiales et finales.

Nous utiliserons pour notre étude le profil polynomial

11-ANALYSE CINEMATIQUE [4] [26]

La position de l'organe terminal dans l'espace opérationnel peut être écrite en termes de variables articulaires comme suit :

$$x = f(q)$$

Le modèle cinématique direct permet d'obtenir la vitesse de l'organe terminal dans l'espace opérationnel en fonction des vitesses articulaires.

En différenciant l'équation 3 nous obtenons :

$$\dot{x}_i = \sum_j \frac{\partial f_i}{\partial q_j} \dot{q}_j$$

qui s'écrit aussi sous forme matricielle :

$$[\dot{x}] = [J][\dot{q}]$$

Le Jacobien du système est défini par :

$$[J] = \frac{\partial f_i}{\partial q_j}$$

les accélérations sont données par :

$$\ddot{x}_i = \sum_j \frac{\partial f_i}{\partial q_j} \ddot{q}_j + \sum_j \sum_k \frac{\partial^2 f_i}{\partial q_j \partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k$$

ou bien sous forme matricielle par

$$\ddot{x} = [J]\ddot{q} + [A] \dot{q}^2$$

$$\text{ou : } q = [q^1, q^2, \dots]^t$$

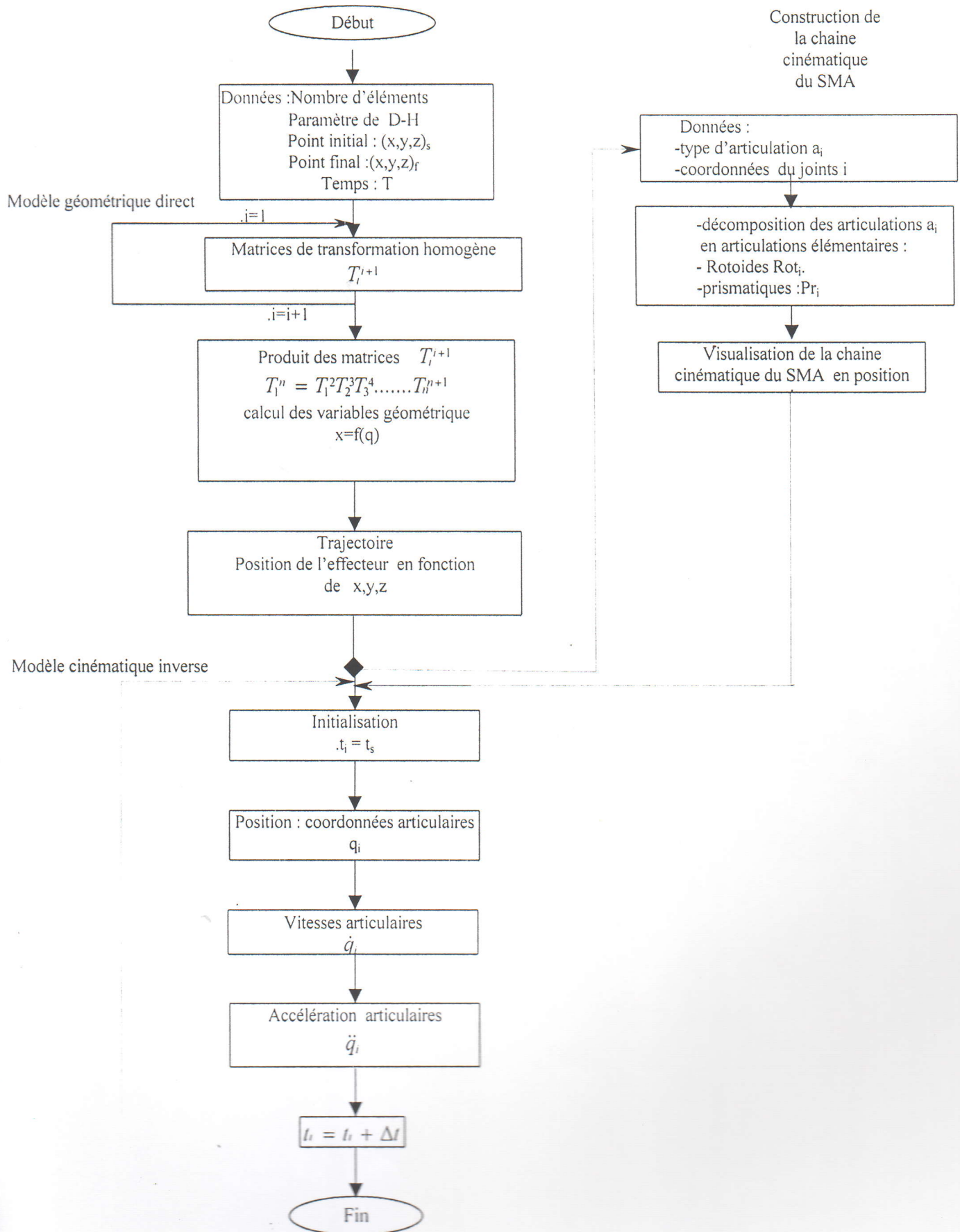
$$; \dot{q}^2 = [\dot{q}_1 \dot{q}_1 \quad \dot{q}_1 \dot{q}_2 \quad \dots]^t$$

$$; J(q) \text{ est la matrice jacobienne donnée par : } J(q) = \frac{\partial f_i}{\partial q}$$

et

$$[A] = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f_i}{\partial q_j \partial q_k} \end{pmatrix}$$

12-ORGANIGRAMME



13-CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons pu obtenir le modèle géométrique et cinématique pour un système mécanique articulé ainsi que la visualisation de ce modèle en position statique.

Ces modèles géométriques et cinématiques peuvent certes suffire à commander un SMA en vitesse et en position mais cela n'est possible que si les vitesses sont très petites et les paramètres dynamiques sont négligés. Dans le cas contraire la modélisation dynamique s'impose.

CHAPITRE III

MODELE DYNAMIQUE

DES SYSTEMES MECANIQUES ARTICULES

A

ELEMENTS RIGIDES

1-INTRODUCTION

Si le SMA se déplace très lentement, les forces dynamiques qui s'exercent sur le système sont négligeables. Par contre, pour les grandes vitesses, les forces dynamiques deviennent significatives, entraînant des déviations de trajectoires, des vibrations et des contraintes mécaniques importantes aux articulations. Dans ce cas, les modèles géométriques (commande en position) et cinématiques (commande en vitesse) sont inadaptés; il est nécessaire d'étudier le modèle dynamique du manipulateur en tenant compte des forces inertielles, de Coriolis, centrifuges et bien sûr des couples moteurs.

Le but de la commande dynamique est de déterminer les forces ou les couples à appliquer aux articulations pour obtenir, à tout instant, la configuration désirée du manipulateur.

2-METHODES D' OBTENTION DU MODELE DYNAMIQUE [9] [22] [23] [27]

Les principales méthodes actuelles d'obtention du modèle dynamique sont basées sur l'un des quatre formalismes suivants :

- la notion « d'énergie d'accélération » ou fonction de Gibbs ;
- les équations de Newton et d'Euler ;
- le principe du travail virtuel de D'Alembert ;
- les équations de Lagrange.

Ces dernières semblent les plus usitées et peut-être les plus aisées à manipuler. Nous allons donc les utiliser dans la suite.

3-OBTENTION DU MODELE DYNAMIQUE [11] [20] PAR LES EQUATIONS DE LAGRANGE

L'énergie cinétique du système est une forme quadratique des vitesses articulaires :

$$E_c = \frac{1}{2} \dot{q}^T [A] \dot{q}$$

Tel que :

[A] : matrice (n*n) symétrique définie positive d'éléments génériques $A_{ij}(q)$ dépendant des variables articulaires q .

$\dot{q} = (\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dots, \dot{q}_n)^T$ matrice uni colonne des vitesses généralisées.

L'énergie potentielle est due au champ de pesanteur, alors l'effort généralisé par le champ de pesanteur sur l'articulation i s'écrit :

$$G_i = - \frac{\partial E_p}{\partial q_i}$$

E_p :représente l'énergie potentielle externe du système.

Le principe des puissances virtuelles donne les équations suivantes :

$$A_i = F_i$$

A_i : désigne la quantité d'accélération généralisée.

F_i :désigne les forces généralisées.

Tel que : $A_i = \partial_i(E_c)$

$$\partial_i = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} \right] - \left[\frac{\partial}{\partial q_i} \right]$$

$$F_i = - \frac{\partial E_D}{\partial q_i} - \frac{\partial E_p}{\partial q_i} + \Gamma_i$$

E_D : énergie de dissipation par effet du frottement visqueux.

Γ_i : forces généralisées non conservatives.

Les n équations scalaires de Lagrange peuvent se mettre sous la forme suivante (voir annexe 3).

$$\Gamma_i = \sum_{j=1}^n \left[A_{ij} \cdot \dot{q}_j + \sum_{k=j+1}^n \left(\frac{\partial A_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial A_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial A_{jk}}{\partial q_i} \right) \cdot \dot{q}_j \cdot \dot{q}_k + \left(\frac{\partial A_{ij}}{\partial q_j} - \frac{1}{2} \frac{\partial A_{jj}}{\partial q_i} \right) \cdot \dot{q}_j^2 \right] - G_i$$

Avec :

$$B_{i,jk} = \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial A_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial A_{jk}}{\partial q_i}$$

$$C_{ij} = \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_j} - \frac{1}{2} \frac{\partial A_{jj}}{\partial q_i}$$

$$G_i = - \frac{\partial E_p}{\partial q_i}$$

Γ_i : matrice unicolonne des forces généralisées

$[A]$: matrice carrée de dimension $(n \times n)$ symétrique définie positive. C'est la matrices masse de système , elle intervient dans le calcul du couple / force d'inertie exprimé par le produit $[A] \ddot{q}$

$[B]$ matrice de dimension $(n \times (n-1) n/2)$,appelée matrice des termes de Coriolis.

[C] matrice de dimension (n*n) appelée des termes centrifuges.

G : matrice colonne de dimension (n*1) , représentant les forces généralisées dues au champs de pesanteur

$\ddot{q} = (\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \ddot{q}_3, \dots, \ddot{q}_n)^T$ matrice unicolonne des accélérations généralisées

$\dot{q}\dot{q} = (\dot{q}_1\dot{q}_2 \quad \dot{q}_1\dot{q}_3 \quad \dots \quad \dot{q}_1\dot{q}_n \quad \dot{q}_2\dot{q}_3 \quad \dots \quad \dot{q}_{n-1}\dot{q}_n)^T$

$\dot{q}^2 = (\dot{q}_1^2\dot{q}_2^2\dot{q}_3^2, \dots, \dot{q}_n^2)^T$

Les équations peuvent être regroupées sous la forme matricielle suivante :

$$\Gamma = [A]\ddot{q} + [B]\dot{q}\dot{q} + [C]\dot{q}^2 - G$$

Les élément des matrices A, B ,C, et G s'appellent les coefficients dynamiques du système. Ils sont fonction des paramètres géométriques et inertiels du mécanisme.

4-OBTENTION DES COEFFICIENTS DYNAMIQUES PAR LA METHODE DE UICKER KAHN [20] [23]

J-J-Uicker a présenté en 1968 une méthode d'obtention du modèle dynamique basée sur le formalisme de Lagrange pour des systèmes articulés ayant une structure quelconque .La seule restriction est que les articulations considérées doivent posséder un seul degré de liberté (rotation ou translation).

Cette méthode fait appel a deux notions essentielles :

- La notion de matrice de passage dans l'espace R4 :matrice homogène.
- La notion de matrice d'inertie homogène d'un corps.

4-1-Expression de l'énergie cinétique [20]

Soit M_k un point appartenant au solide S_k tel que :

$$\overrightarrow{O_0 M_k} \rightarrow [O_0 M_k]$$

$$\overrightarrow{O_k M_k} \rightarrow [O_k M_k]$$

$$[O_0 M_k] = [T_{0k}] [O_k M_k] \quad \|O_k M_k\| = cte$$

Calculons la vitesse

$$[V^0(M_k)] = \frac{d^0}{dt} [O_0 M_k] = \frac{d^0}{dt} (T_{0k}) [O_k M_k]$$

l'énergie cinétique du solide est donnée par :

$$E_{ck} = \frac{1}{2} \int_{S_k} [V^0(M_k)]^2 dm \quad E_{ck} = \frac{1}{2} \text{Trace} \sum_{j=1}^k \sum_{l=1}^k \text{Trace} \left[\left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_i} \right]_{S_k} \int [O_k M_k] [O_k M_k] dm \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_l} \right] \right] \dot{q}_j \dot{q}_l$$

$$[J_k] = \int_{S_k} [O_k M_k] [O_k M_k]^t dm$$

$[J_k]$: est la pseudo matrice d'inertie de dimension (4*4), relative au corps S_k de la chaîne dans le repère R_k .

$$I_k = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

$$[J_{KK}] = \begin{bmatrix} (-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}) / 2 & -I_{xy} & -I_{xz} & m\bar{x} \\ -I_{xy} & (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}) / 2 & -I_{yz} & m\bar{y} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & (I_{xx} + I_{yy} - I_{zz}) / 2 & m\bar{z} \\ m\bar{x} & m\bar{y} & m\bar{z} & m \end{bmatrix}$$

$$E_{ck} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{l=1}^k \text{Trace} \left[\left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_l} \right] \right] \dot{q}_j \dot{q}_l$$

l'énergie cinétique totale du système est donnée par :

$$E_c = \sum_{i=1}^n E_{ck}$$

$$E_{ck} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \sum_{l=1}^k \text{Trace} \left[\left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_l} \right] \right] \dot{q}_j \dot{q}_l$$

4-2-Expression des éléments de la matrice d'inertie [A]

Les éléments de la matrice [A] sont donnés par :

$$A_{il} = \sum_{k=\max(i,l)}^n \text{Trace} \left[\left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_i} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_l} \right] \right]$$

$$A_{jj} = \sum_{k=\max(j,j)}^n \left[\left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right] \right]$$

4-3-Expression des éléments de la matrice d'inertie [B]

$$B_{i,jl} = \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_l} + \frac{\partial A_{il}}{\partial q_j} - \frac{\partial A_{jl}}{\partial q_i}$$

$$B_{i,jl} = 2 \sum_{k=\max(i,j,l)}^n \text{Trace} \left[\left[\frac{\partial^2 T_{0k}}{\partial q_i \partial q_l} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_i} \right] \right]$$

$$B_{i,jl} = 2 \sum_{k=\max(i,j,l)}^n \text{Trace} \left[[\Omega_{0j}, \Omega_{0l}, T_{0k}] [J_k] [\Omega_{0j}, T_{0k}] \right]$$

4-4-Expression des éléments de la matrice des termes centrifuges

$$C_{ij} = \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_j} - \frac{1}{2} \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_i}$$

$$C_{i,j} = 2 \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{Trace} \left[\left[\frac{\partial^2 T_{0k}}{\partial q_i \partial q_j} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_i} \right] \right]$$

$$C_{i,j} = \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{Trace} \left[[\Omega_{0j}, \Omega_{0j}, T_{0k}] [J_k] [\Omega_{0j}, T_{0k}] \right]$$

4-5-Expression des éléments du vecteur force de gravité

$$E_p = \sum_{i=1}^n (-m_i \cdot g \cdot T_i \cdot u_i) \quad \text{donc} \quad G_i = - \frac{\partial E_p}{\partial q_i}$$

$$G_i = \sum_{i=1}^n -m_i \cdot g \cdot \left[\frac{\partial T_{0i}}{\partial q_i} \right]$$

$$G_i = \sum_{i=1}^n -m_i \cdot g \cdot T_{0i} \cdot \Omega_{0i}$$

4-6-Propriétés des coefficients dynamiques

Dans le but de réduire les calculs nous utiliserons les propriétés suivantes des coefficients dynamiques.

$$B_{i,jk} = \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial A_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial A_{jk}}{\partial q_i}$$

$$B_{i,jl} = -B_{l,i,j} \quad \text{si } j \leq i \text{ et } l$$

$$B_{i,jj} = -B_{j,i,j} \quad \text{si } j \leq i$$

$$B_{i,jk} = 0 \quad \text{si } j \leq i$$

4-7-Matrice des termes centrifuges

$$C_{ij} = \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_j}$$

$$C_{ij} = -\frac{1}{2} B_{j,i} \quad \text{si } j > i$$

$$C_{ij} = 0$$

5-FORMES DU MODELE DYNAMIQUE

Le modèle dynamique présente deux formes d'utilisations le modèle direct et le modèle inverse.

6-LE MODELE DYNAMIQUE INVERSE

Le modèle dynamique inverse est donné par le système d'équation suivant :

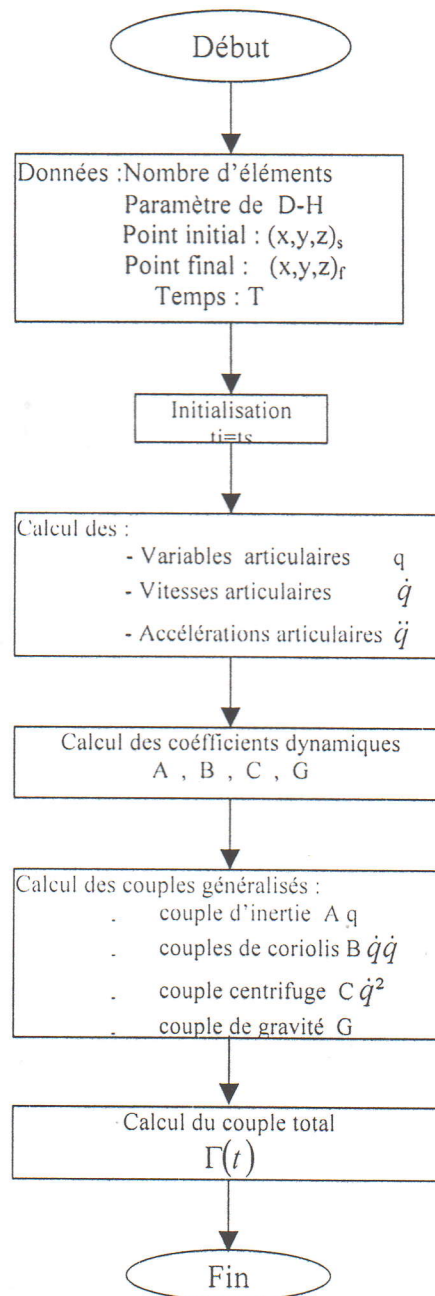
$$\Gamma = [A]\ddot{q} + [B]\dot{q}.\dot{q} + [C]\dot{q}^2 - G$$

$$\Gamma = f(q, \dot{q}, \ddot{q})$$

Ce modèle permet d'exprimer les forces ou/et les couples généralisés en fonction des variables articulaires.

7-ORGANIGRAMME DE CONSTRUCTION DU MODELE

DYNAMIQUE INVERSE



8-LE MODELE DYNAMIQUE DIRECT

Ce modèle consiste à déterminer les variables articulaires en fonction des forces (ou/et couples) généralisés. Le calcul de ces variables se fait en résolvant le système d'équations différentielles non linéaire suivant :

$$\Gamma = [A]\ddot{q} + [B]\dot{q}.\dot{q} + [C]q^2 - G$$

$$\text{à } t = t_0 \quad q(t_0) = q_0, \dot{q}(t_0) = 0$$

La résolution peut se faire par plusieurs méthodes numériques pour notre part nous utiliserons la méthode de Runge Kutta à 4 approximations qui offre une précision satisfaisante au problème, et se prête facilement à la programmation.

9-SCHEMA D'INTEGRATION PAR LA METHODE DE RUNGE-KUTTA [8] [13]

$$\frac{d}{dt}[y] = f(t,y) \text{ avec } [y] = [y_0] \text{ pour } t = t_0$$

$$[y]_{t+dt} = [y]_t + 1/6 \left[[K_1] + 2[K_2] + 2[K_3] + [K_4] \right]$$

$$[K_1] = f(t, [y])dt$$

$$K_2 = f\left(t + \frac{dt}{2}, [y] + \frac{K_1}{2}\right)dt$$

$$K_3 = f\left(t + \frac{dt}{2}, [y] + \frac{K_2}{2}\right)dt$$

$$[K_4] = f(t+dt, [y] + [K_3]).dt$$

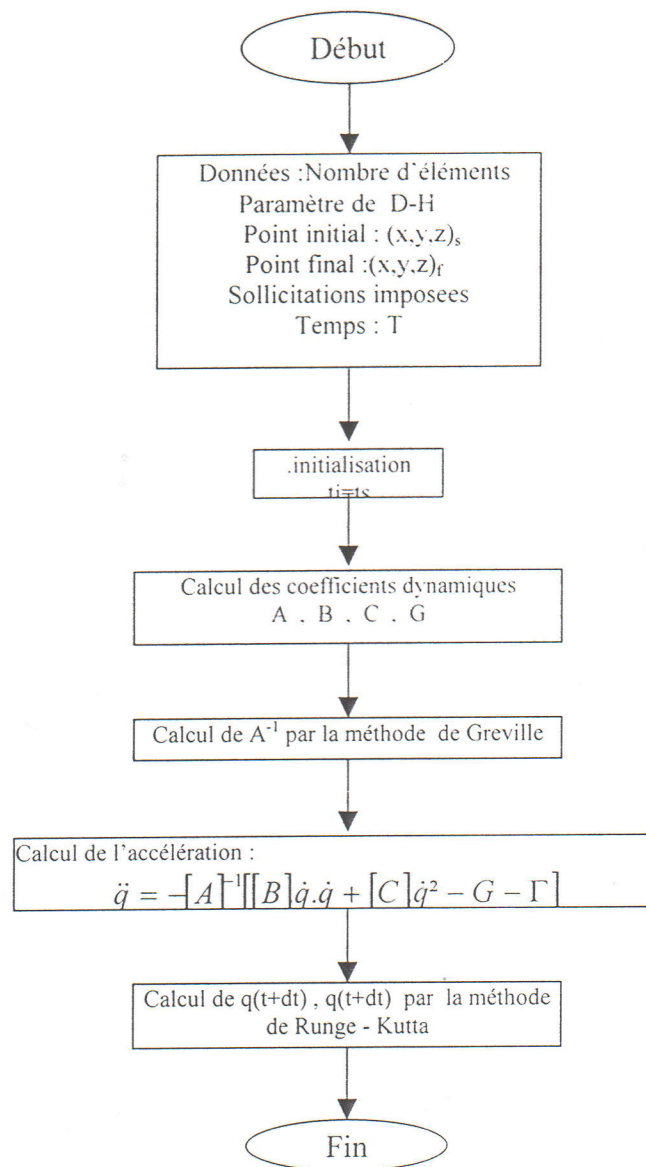
le système d'équation peut se mettre sous la forme

$$\ddot{q} = -[A]^{-1} \left[[B] \dot{q}.\dot{q} + [C] q^2 - g - \Gamma \right]$$

$$t = t_0 \quad q(t_0) = q_0, \dot{q}(t_0) = 0$$

$$[y] = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} \quad f(t, y) = \frac{d}{dt}[y] = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[A]^{-1} [B] \dot{q} \dot{q} + [C] q^2 - G - \Gamma \end{bmatrix}$$

10-ORGANIGRAMME DE CONSTRUCTION DU MODELE DYNAMIQUE INVERSE



11-CONCLUSION

En se basant sur l'hypothèse de la rigidité parfaite des éléments constituant les SMA ,nous avons donné de façon explicite la méthode d'obtention du modèle dynamique direct et inverse ainsi que les programmes correspondant en Pascal.

Cependant dans la pratique cette hypothèse n'est jamais vérifiée et les corps parfaitement rigides n'existent pas.

Dans le chapitre suivant nous étudierons les SMA à joints déformables(élastiques).

CHAPITRE IV

**MODELE DYNAMIQUE
DES SYSTEMES MECANIQUES ARTICULES
A
JOINTS DEFORMABLES**

1-INTRODUCTION

Le modèle dynamique tel que développé dans le chapitre précédent considère tous les éléments du système mécanique articulé comme étant rigides et parfaits.

Cette approche simplifiée s'avère dans plusieurs cas suffisante. Cependant dans certains cas il est nécessaire de prendre en considération d'autres paramètres tels que l'élasticité (déformation) du joint.

Cette déformation est localisée au niveau des éléments constituant sa structure mécanique : joints ou segments. Les joints étant les plus assujettis à ce genre de formation tandis qu'au niveau des segments elle reste moins importante et peut être négligée. Une forte dissipation s'opère aussi au niveau des joints.

Nous développerons dans ce chapitre la méthodologie d'obtention du modèle dynamique des SMA à joints déformables avec frottement de type visqueux.

Etant donné que la déformation pour les articulations prismatiques est moins significative que pour les articulations rotoïdes ; nous ne prendrons en considération que les déformations et les frottements au niveau de ce type d'articulation.

2-DESCRIPTION D' UNE LIAISON DEFORMABLE [14] [17] [28]

Pour la suite de notre travail nous allons adopter un modèle cinématique simplifié. Nous supposons que la déformation du joint est supposée localisée à la sortie du réducteur.

Pour chaque articulation i ; nous prendrons deux variables articulaires q_{2i-1} et q_{2i} ou :

q_{2i-1} : variable articulaire délivrée par l'actionneur i

q_{2i} : variable articulaire prise par le segment i

3-HYPOTHESES DE TRAVAIL

Notre étude portera sur des systèmes à chaînes cinématiques simples avec les hypothèses suivantes :

- les segments sont supposés parfaitement rigides ;
- les liaisons sont soit prismatiques soit rotoïdes ,élastiques linéaires ;
- la dissipation d'énergie dans les liaisons est du type visqueux .

4-MISE EN EQUATION [28] [29] [30] [31] [33] [34]

Pour la mise en équation du modèle dynamique nous avons utilisé le formalisme de Lagrange associé à la méthode de Uicker (même démarche que chapitre IV) ce qui conduit au calcul de :

- Energie cinétique du système $E_c = E_c(q_{2i-1}, q_{2i}, \dot{q}_{2i})$
- Energie potentielle du système $E_p = E_p(q_{2i-1}, q_{2i})$
- Energie de dissipation par frottement visqueux dans le joint $E_D = E_D(\dot{q}_{2i-1}, \dot{q}_{2i})$

5-ENERGIE CINETIQUE DU SYSTEME

Pour un système mécanique articulé à joints flexibles l'énergie cinétique est calculée en considérant la structure comme une chaîne ouverte simple à $2n$ éléments, les n segments et les n actionneurs qu'on peut mettre sous la forme quadratique suivante :

$$E_c = \frac{1}{2} \dot{q}_{2i}^T [A] \dot{q}_{2i} + \frac{1}{2} \dot{q}_{2i-1}^T [I_a] \dot{q}_{2i-1}$$

[A] : représente la matrice masse relative aux coordonnées généralisées q_{2i} ; de dimension $(n \times n)$ symétrique définie positive.

[I_a] : matrice des inerties des actionneurs de dimension $(n \times n)$ diagonal, construite par les éléments de type $N_i^2 I_{ai}$ tel que :

N_i : rapport de transmission du $i^{\text{ème}}$ actionneur $N_i \geq 1$.

I_{ai} : inertie du rotor et du premier étage du réducteur du $i^{\text{ème}}$ actionneur

\dot{q}_{2i} : vitesse généralisée relative au $i^{\text{ème}}$ segment

\dot{q}_{2i-1} : vitesse généralisée relative au $i^{\text{ème}}$ actionneur.

6-ENERGIE POTENTIELLE DU SYSTEME

L'énergie potentielle est calculée de la même façon que dans le cas rigide mais en considérant la structure comme une chaîne cinétique simple à $2n$ éléments . les n segments et les n actionneurs.

$$E_p = E_{p(\text{ext})} + E_{p(\text{int})}$$

Avec:

$$E_{p(\text{ext})} = E_{p(\text{pesanteur})}$$

$$E_{p(\text{int})} = E_{p(\text{élastique})}$$

L'énergie potentielle s'écrit sous la forme

$$E_{p(\text{int})} = \sum_{i=1}^n E_{p_i} (q_{2i-1} - q_{2i})$$

$$E_{p(\text{int})} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} K_i (q_{2i-1} - q_{2i})^2$$

En posant:

$$\varphi_i = q_{2i-1} - q_{2i}$$

$$E_{pm} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} K_i (\varphi_i)^2$$

K_i : représente la constance de rigidité du $i^{\text{ème}}$ joint élastique

φ_i : représente le déplacement angulaire relatif au niveau du $i^{\text{ème}}$ joint .

$$E_{pm} = \frac{1}{2} \{ \varphi \}^T [T] \{ \varphi \}$$

$\{ \varphi \}$: matrice unicolonne des déplacements angulaires.

$[K]$: matrice de rigidité des joints de dimension $(n*n)$, diagonale.

$$E_{pot} = E_{pg} = \sum_{i=1}^n E_{pg_i}(q_{2i})$$

7-ENERGIE DE DISSIPATION

C'est une forme quadratique des vitesses angulaires relatives des joints , on aura :

$$E_D = \sum_{i=1}^n E_{D_i}(\dot{q}_{2i-1}, \dot{q}_{2i-1})$$

$$E_D = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} b_i (\dot{q}_{2i-1}, \dot{q}_{2i-1})^2$$

$$E_D = \sum_{i=1}^n b_i (\dot{\varphi}_i)^2$$

$$E_D = \frac{1}{2} \{ \dot{\varphi} \}^T [D] \{ \dot{\varphi} \}$$

$\{ \dot{\varphi} \}$: matrice unicolonne constituée des vitesses angulaires.

$[D]$: matrice des coefficients d'amortissement dimension $(n*n)$ diagonale.

Si nous appliquons le principe des puissances virtuelles et le formalisme de Lagrange conduisent aux $2n$ équations suivantes :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_j} \right] - \frac{\partial E_c}{\partial q_j} = - \frac{\partial E_D}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial E_D}{\partial q_j} + \Gamma_j \quad j=1,2,\dots,n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial E_c}{\partial q_i} + \frac{\partial E_{ps}}{\partial \dot{q}_i} - K_i(q_{2i} - q_{2i-1}) - b_i(2\dot{q}_i - \dot{q}_{2i-1}) = \Gamma_i \quad \text{Si } i=2i-1 \\ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial E_c}{\partial q_i} + \frac{\partial E_{ps}}{\partial \dot{q}_i} + K_i(q_{2i} - q_{2i-1}) + b_i(2\dot{q}_i - \dot{q}_{2i-1}) = 0 \quad \text{Si } j=2i \end{array} \right.$$

en posant la variable articulaire $[q] = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$ telle que :

$$[q_1] = [q_{2i-1}] \quad \text{et} \quad [q_2] = [q_{2i}] \quad i = 1, n$$

on aura le système d'équation suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} [A]\ddot{q}_1 + [B]\dot{q}_1\dot{q}_1 + [C]\dot{q}_1^2 - G + [K](q_1 - q_2) + [D](\dot{q}_1 - \dot{q}_2) = 0 \\ [I_a]\ddot{q}_2 - [K](q_1 - q_2) - [D](\dot{q}_1 - \dot{q}_2) = \Gamma \end{array} \right.$$

[A] : matrice masse

[B] : matrice de Coriolis

G : matrice unicolonne des termes de gravité

Si le système mécanique est à joints parfaitement rigides, le coefficient de rigidité $K \rightarrow \infty$

$$b \rightarrow 0, \quad q_1 \rightarrow q_2 \quad \text{et} \quad q_1 - q_2 \rightarrow 0$$

Le système d'équation devient alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} [A_s]\ddot{q}_1 + [B]\dot{q}_1\dot{q}_1 + [C]\dot{q}_1^2 - G = 0 \\ [I_a]\ddot{q}_1 = \Gamma \end{array} \right.$$

tel que $[A_s]$ est la matrice d'inertie de la partie segments et $[I_a]$ est la matrice d'inertie de la partie actionneurs.

Si on additionne membre à membre les équations (1) et (2), on retrouve les équations du mouvement des systèmes poly articulés indéformables données sous la forme matricielle suivante :

$$\Gamma = [A]\ddot{q} + [B]\dot{q}\dot{q} + [C]\dot{q}^2 - G \quad \text{sachant que } [A] = [A_s] + [I_a]$$

8-RESOLUTION DES EQUATIONS [26] [27] [28] [33] [34]

Pour la résolution du système d'équations on utilise la méthode de Runge-kutta à quatre approximations .Pour cela on arrange le système comme suit :

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 = -[A]^{-1} [[B] \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_1 + [C] \cdot \dot{q}_1^2 - G + [K](q_1 - q_2) + [D](\dot{q}_1 - \dot{q}_2)] \\ \ddot{q}_2 = [I_a]^{-1} [\Gamma + [K](q_1 - q_2) + [D](\dot{q}_1 - \dot{q}_2)] \end{cases}$$

Les conditions initiales sont :

$$q_1(t_0) = q_{10} \quad \dot{q}_1(t_0) = \dot{q}_{10} = 0$$

$$q_2(t_0) = q_{20} \quad \dot{q}_2(t_0) = \dot{q}_{20} = 0$$

on pose

$$[Y] = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad \text{et donc nous avons} \quad \frac{dy}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d[Y]}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_1 \\ \dot{q}_1 \\ q_2 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ -[A]^{-1} \dot{q}_1 + [B] \dot{q}_1 \dot{q}_2 + [C] \dot{q}_1^2 - G + [K] \cdot (q_1 - q_2) + [D](\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \\ \dot{q}_2 \\ [I_a]^{-1} [\Gamma + [K](q_1 - q_2) + [D](\dot{q}_1 - \dot{q}_2)] \end{bmatrix}$$

qu'on peut poser sous la forme suivante :

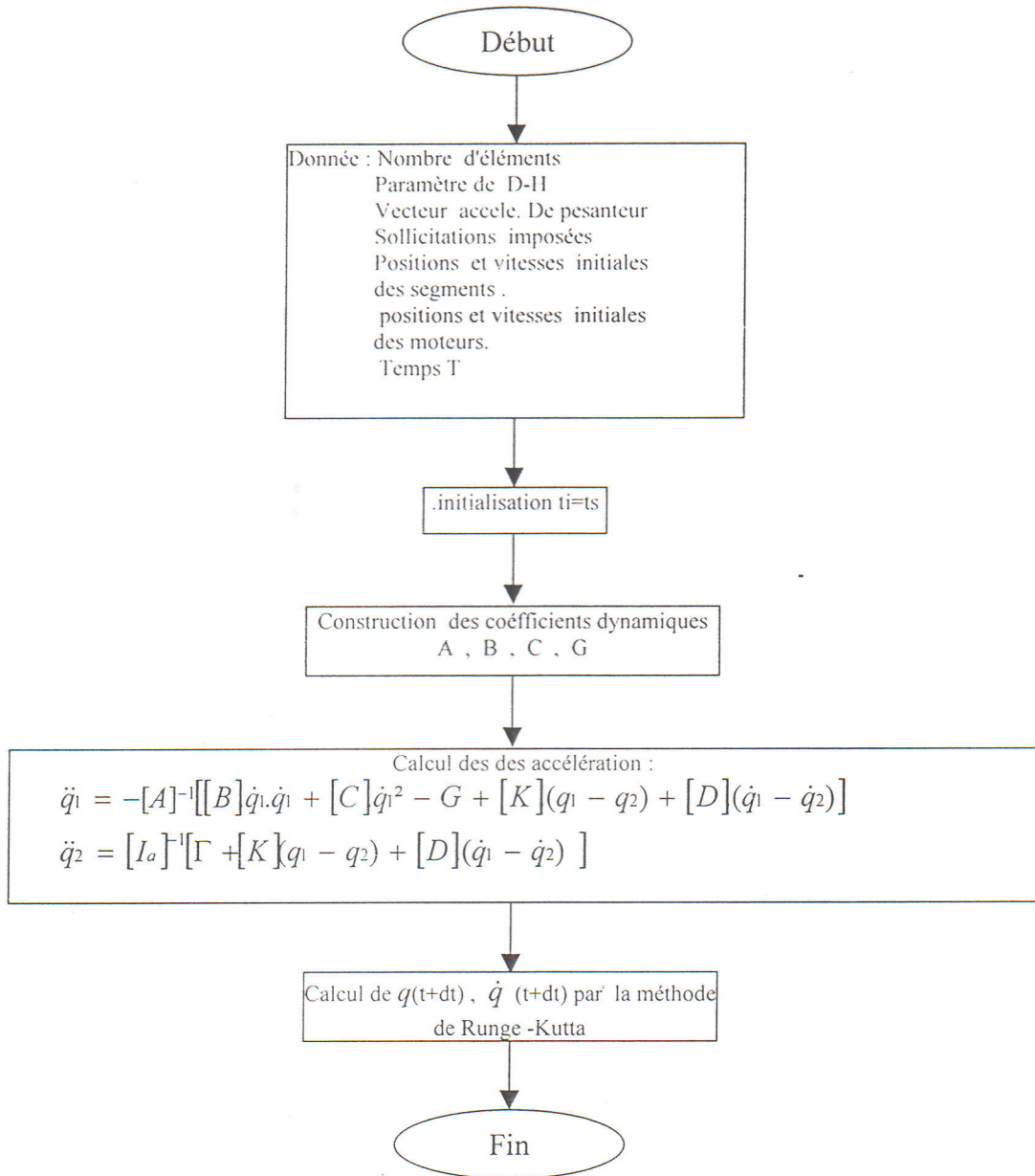
$$\frac{d}{dt} [Y] = f(t, [Y])$$

sachant que $[y(t_0)] = [Y_0]$ on obtient le système d'équation différentielle suivant :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} [Y] = f(t, [Y]) \\ [Y] = [Y_0] \quad \text{pour} \quad t = t_0 \end{cases}$$

qu'on peut résoudre par la méthode de Runge - Kutta.

9-ORGANIGRAMME

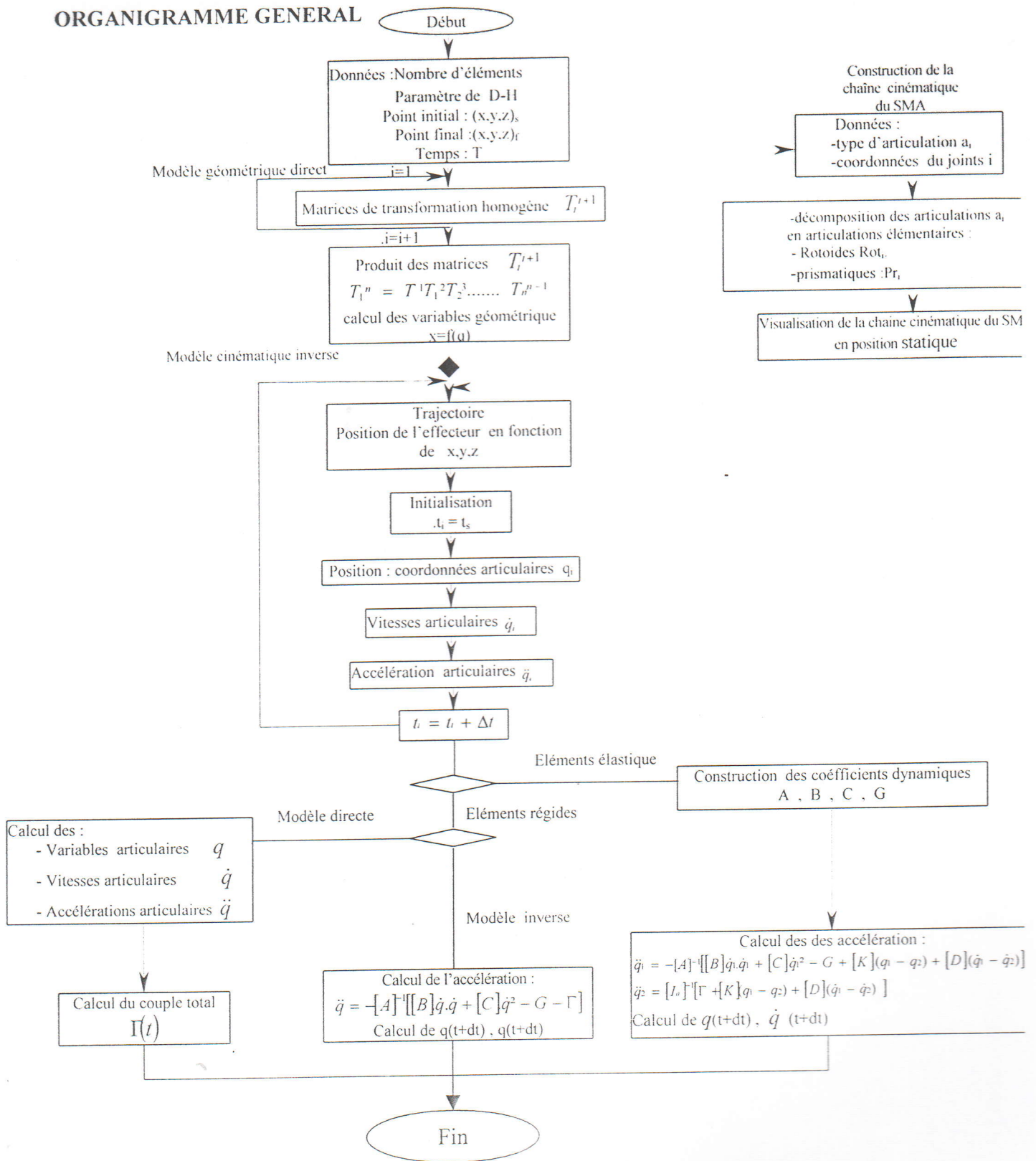


10-CONCLUSION

Le modèle dynamique que nous avons obtenu dans ce chapitre est applicable aux SMA à joints déformables qui satisfont les hypothèses de travail que nous avons posé.

Le but essentiel de cette étude est de déterminer pour ce type de SMA ,les variables angulaires délivrées par le moteur et celles prises par les différents éléments de ce SMA , ce qui permettra de mettre en évidence l'influence du coefficient de rigidité sur le comportement de ce système.

ORGANIGRAMME GENERAL



ORGANIGRAMME GENERAL

CHAPITRE V

CONTRIBUTION A LA SYNTHESE DES ROBOTS

I-INTRODUCTION

Lors du mouvement d'un système mécanique articulé, chacun de ses éléments doit suivre une trajectoire, des vitesses et des accélérations prédéfinies. Chaque paramètre dépend de la loi de mouvement de l'élément menant et des caractéristiques du schéma cinématique.

Ces caractéristiques peuvent être définies comme étant: les distances des couples de translation, distances à des points décrivant une trajectoire ...etc.

La détermination de ces caractéristiques à partir des paramètres cinématiques et dynamiques du mouvement constitue la synthèse des mécanismes.

II-PROBLEMATIQUE DE LA SYNTHÈSE DES MÉCANISMES ET ORDONNANCEMENT

En général le problème de la synthèse des mécanismes dépend d'une multitude de paramètres. Étant donné que ces paramètres ne sont jamais définis de façon unique et les conditions auxquelles doit satisfaire le mécanisme sont souvent contradictoires ; il est donc impératif lors de la synthèse d'opter pour une solution optimale du problème.

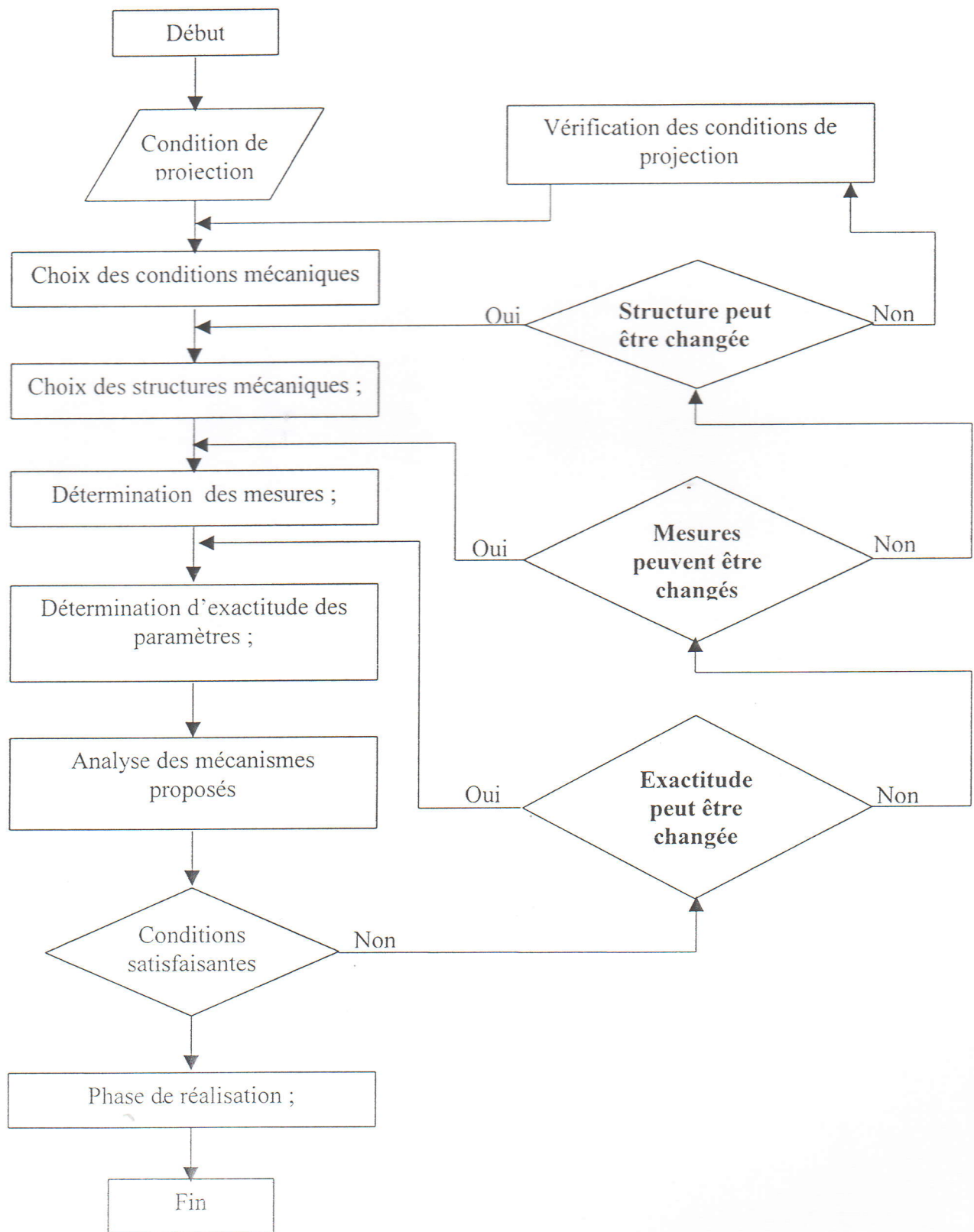
La synthèse des mécanismes peut généralement se faire en deux étapes :

-1^{ère} étape : Choix de la structure du schéma qui dépend de :

- L'analyse des forces appliquées sur le mécanisme ;
- Le frottement aux articulations ;
- Les équations du mouvement ;
- La solution des équations linéaires et non linéaires du mouvement ;
- La dynamique des régulateurs de vitesse du mouvement des chaînes du mécanisme.

-2^{ème} étape : Détermination des paramètres

Les paramètres dont il est question sont les paramètres cinématiques et dynamiques du système mécanique articulé.



Organigramme : Ordonnancement d'une projection d'un mécanisme.

III-METHODES D'OPTIMISATION UTILISEES DANS LA SYNTHÈSE DES MECANISMES [26]

N'importe quel problème de synthèse des robots peut être exprimé sous une forme tel qu'on puisse déterminer ces paramètres pour lesquels ,on trouve les limites convenables à l'aide des fonction objective .

Les méthodes d'optimisation se classent en trois groupes principaux

III-1-1^{er} Groupe :Cas cherché :

Cette méthode s'appelle aussi méthode de Monté Carlo ,elle se base sur l'essai d'une ou plusieurs probabilités. Les solutions trouvées seront très proches de la valeur optimale, en utilisant beaucoup de cas cherchés et les paramètres des mécanismes seront étudiés séparément.

III-2-2^{eme} Groupe :Direction cherchée.

Cette méthode permet une diminution du nombre d'opérations par combinaison de paramètres et minimisation de la fonction objective.

III-3-3eme Groupe : Combinaison cherchée.

Ces méthodes permettent de pousser l'étude plus loin ,en utilisant les méthodes de combinaisons ,avec lesquels les cas cherches seront étudiés et généralisés aux valeurs des fonctions objectives dans les parties(zones)de changements des paramètres.

IV-SYNTHÈSE DES MECANISMES PAR LA METHODE DE LA FONCTION D'APPROXIMATION

Les fonctions d'approximation permettent d'effectuer l'analyse des résultats obtenus par les fonctions d'optimisation.

Le problème de la fonction d'approximation se compose de la fonction à chercher $y=F(x)$.

L'approximation est changée par la fonction $y=P(x)$.Les deux fonctions sont très peu différentes.

La synthèse des mécanismes par la méthode de la fonction approximative appelée aussi « Synthèse d'approximation des mécanismes » peut se faire en trois étapes .

1^{ere} Etape :Choix des conditions de base et des limitations complémentaires.

2^{ème} Etape :Simplification de l'équation analytique selon les conditions de synthèse à partir de la fonction à chercher. Cette simplification peut se faire par la différence des poids.

3^{ème} Etape :Calcul des paramètres de synthèse à partir de la condition du minimum de l'écart.

V-LES PARAMETERES DE SYNTHÈSE

La synthèse des robots nécessite la prise en considération de paramètres constants qui définissent le schéma cinématique du robot. Ce sont les longueurs des chaînons ,les positions des points ,les vitesses, les accélérations ,les masses et les moments d'inertie des chaînons.

Une partie de ces paramètres est connue ,les autres sont à déterminer par le processus de synthèse. La vérification de ces paramètres d'après les conditions de fonctionnement permet d'opter pour un régime optimal des paramètres choisis à la conception

L'ensembles des paramètres constants et indépendant entre eux sont appelés « paramètres de synthèse » .

V-1-Conditions principales et complémentaires de la synthèse

La condition principale est conditionné par le type de système à étudier . Dans le cas du robot de soudage nous choisirons comme condition principale la trajectoire de l'organe terminal.

Toutes les autres conditions seront considérées comme complémentaires .

V-2-Parametres d'entrée et sortie

La condition principale énumérée au paragraphe précédent est souvent exprimée sous forme de fonction dont les extrêmes (maximum et minimum) déterminent les paramètres d'entrée et de sortie .Cette fonction est appelée « fonction objective ».

La fonction objective peut être exprimée sous forme d'écart maximal du point M (organe terminal du robot voir figure V-1) du trajet de la courbe a trouver.

$$\Delta = |Y_M - Y|_{\max}$$

V-3-Limitations

Les conditions complémentaires de synthèse doivent aussi être représentées par une fonction mathématique. Ces conditions sont généralement représentés par des inégalités et doivent être situées dans un intervalle admissible

V-4-Choix de la structure

Le choix de la structure englobe généralement les paramètres suivants:

1. Analyse des forces appliquées sur le robot ;
2. Frottement dans les couples cinématiques du robot ;
3. Equations de mouvement du robot ;
4. Solutions des équations linéaires du mouvement ;
5. Dynamique des régulateurs de vitesses du mouvement des chaînons du robot.

VI-APPLICATION A LA SYNTHÈSE DU ROBOT DE SOUDAGE ALG.SOUD.1

Pour réaliser la synthèse de ce robot voir figure V-1 nous utiliserons la méthode de la fonction d'optimisation qui est donnée par :

$$\psi = \psi(\varphi)$$

ou :

φ : Cordonnée initiale ou coordonnée de départ cad angle de rotation du chaînon menant

ψ : Cordonnée finale ou coordonnée de sortie : cad coordonnée de la pince de soudage

Soit à déterminer les paramètres constants du point M voir figure V-1

La fonction d'optimisation s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\psi = \psi_M(\theta_1, d_2, d_3, d_4)$$

Pour que le robot reproduise la fonction donnée avec une précision acceptable, il faut choisir une combinaison de paramètres de synthèse tels que la fonction ψ varie très peu de ($\varphi = 0$) à ($\varphi = \varphi_M$).

Les écarts conditionnés par les mesures des données de la fonction sont :

$$\psi = \psi_M - \psi$$

L'équation analytique de la différence ($\Delta\varphi$) peut être résolue par l'utilisation des méthodes d'analyse cinématique.

Pour déterminer les paramètres inconnus à partir des conditions des fonctions d'approximation, on devra trouver des équations plus faciles qui s'écrivent sous la forme de différences de carrés de longueurs de chaînons, appelés aussi « différences de poids » :

$$\Delta q = q \cdot \Delta\psi$$

Pendant la détermination de ces paramètres inconnus, les écarts peuvent s'éloigner des conditions initiales de la fonction sans pour autant que les longueurs des chaînons ne changent pas trop par rapport aux grandeurs initiales.

Le robot de soudage Alg.soud.1 est constitué de quatre chaînons (1), (2), (3), (4) possédant quatre degrés de liberté qui lui permettent d'effectuer des mouvements indépendants.

La différence de poids peut s'écrire alors sous la forme suivante :

$$\Delta q = d^2 - d\theta_i^2$$

ou

$$d^2 = (X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + (Z_B - Z_A)^2$$

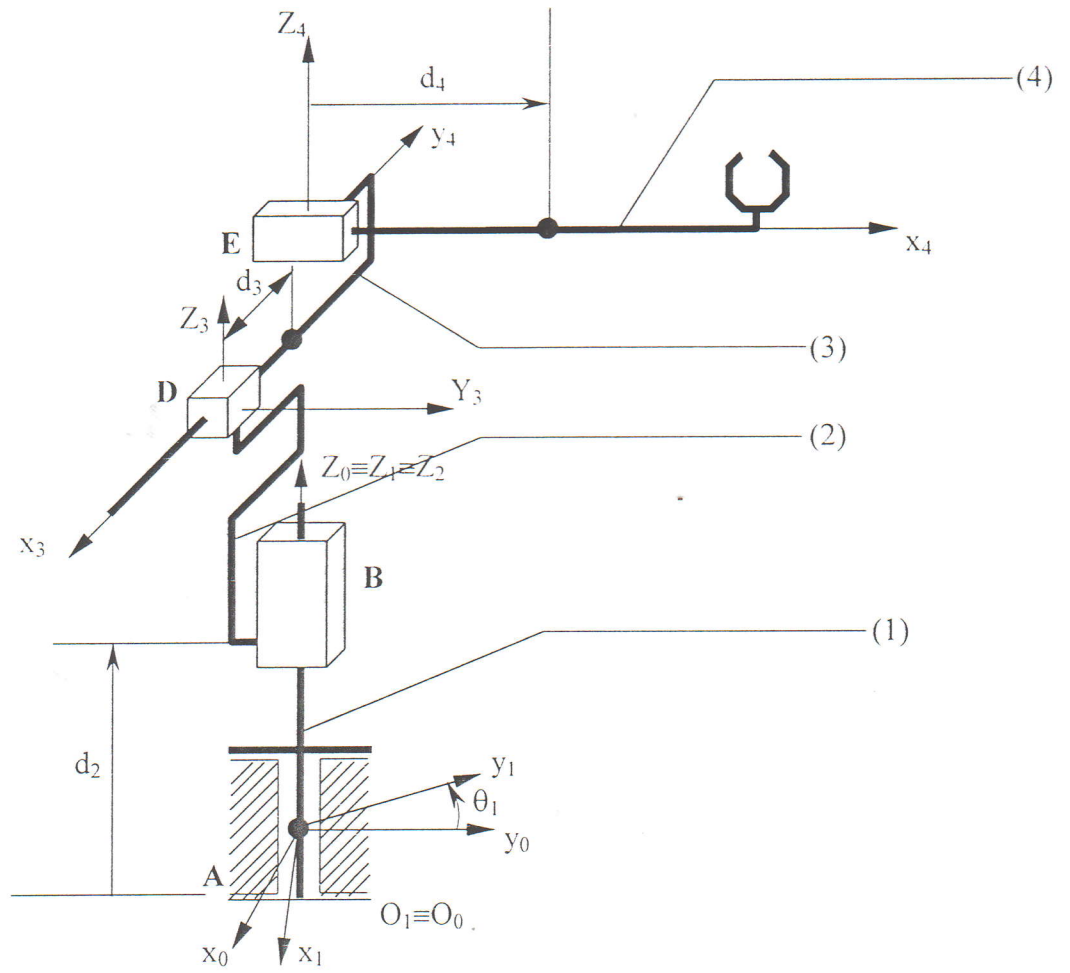
La différence de poids s'écrira enfin sous la forme suivante :

$$\Delta q = A [P_0 f_0(\theta) + P_1 f_1(\theta) + \dots + P_4 f_4(\theta) - F(\theta)]$$

ou (P_0, \dots, P_4) sont des paramètres inconnus à déterminer à partir des relations géométriques.

Cette différence de poids peut aussi s'écrire sous la forme d'une différence de deux fonctions dont une ne doit pas contenir de paramètre de synthèse à rechercher.

$$\Delta q = A [f(\theta) - r(\varphi)]$$



figureV-1 : Robot de soudage Alg.soud.1

Les paramètres de synthèse sont déterminés à partir des conditions des fonctions approximatives $F(\varphi)$ et $P(\varphi)$. En obtenant les valeurs minimales de la différence des poids nous pourrions déterminer l'écart $\Delta\psi$.

VII-CONCLUSION

Ce chapitre a permis de donner un aperçu sur la synthèse des robots industriels, ainsi que brièvement l'application théorique de ce principe sur le robot de soudage.

ANNEXE 7-DIVERSE APPLICATIONS

-Application sur un système plan RR

Dans cette première application nous allons donner un modèle d'un système plan à deux articulations rotoides. Les résultats de cette application ont été comparés avec la référence [4]

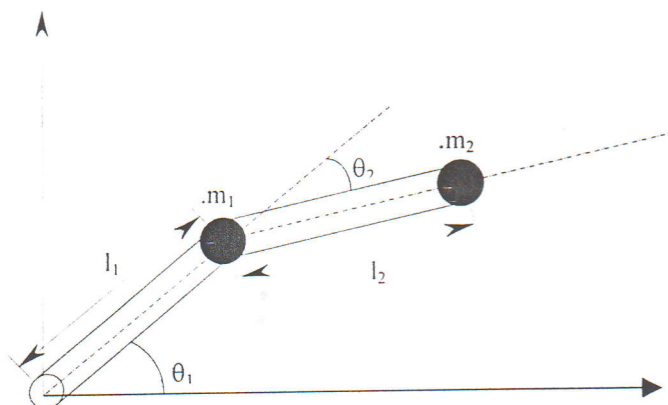


figure V-1 : système plan

Les caractéristiques géométriques sont comme suit :

Longueur des segments : $l_1 = l_2 = 1\text{ m}$

Masses : $m_1 = m_2 = 10\text{ Kg}$. m_1 et m_2 sont des masses ponctuelles.

Le mécanisme se déplace sans frottements

Les positions initiales et finales sont données par les coordonnées suivantes :

$$P_s = (-1, 0.5) ; \quad P_f = (1, 1.5)$$

Nous considérons le système comme étant rigide .

La trajectoire du mouvement est donnée par le graphe suivant :

1- Application sur le robot de soudage Alg . soud .1

Ce chapitre sera consacré à l'exemple que nous nous sommes proposés d'étudier qui est l'application de notre programme sur le robot de soudage [Alg .soud .1] qui a été conçu pour le soudage par points de cabines de camions.

Ce système spatiale possède quatre articulations ,une rotoïde et trois prismatiques dont voici le schéma cinématique.

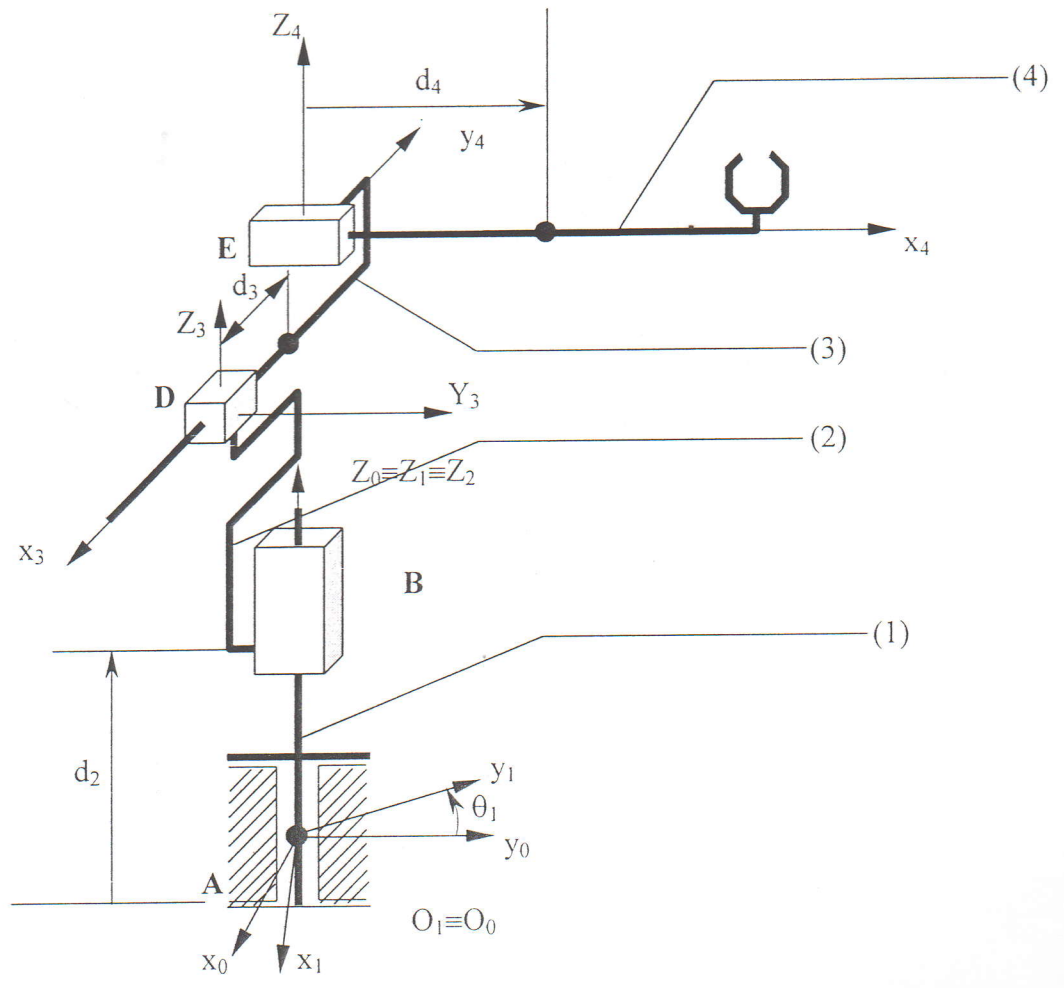


figure V -24 : système

Les paramètres géométriques et inertiels sont résumés dans les tableau suivant.

N°de chaînon	Paramètres de position	L'intervalle de déplacement	Les valeurs des masses (kg)	Les valeurs de moments d'inerties (kg.m ²)
Chaînon (1)	θ_1	$[-90^\circ, 90^\circ]$	$m_1=25.55$	$J_{z_1}=0.0319$
Chaînon (2)	d_2	$[0, 0.600]$ m	$m_2=40.7$	$J_{z_2}=0.0508$
Chaînon (3)	d_3	$[-0.317, 0.317]$ m	$m_3=241.78$	$J_{z_3}=129.14$
Chaînon (4)	d_4	$[-0.200, 0.200]$ m	$m_4=39.05$	$J_{z_4}=6.2832$

-Matrices de passage

Nous donnons ci dessous les matrices de passage associées a chaque repère.

$$[T_{12}] = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; [T_{34}] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_2 + a_2 + a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ;$$

$$[T_{23}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; [T_{45}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_3 \\ 0 & 0 & 1 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T_{12}] = \begin{bmatrix} 0 & \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & -d_4 \sin \theta_1 - d_3 \cos \theta_1 \\ 0 & \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & d_4 \cos \theta_1 - d_3 \sin \theta_1 \\ 0 & 0 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

-1^{ère} PARTIE

Nous considérons dans cette première partie les éléments du système comme étant rigides et que le mouvement s'effectue sans frottements.

-Energie cinétique

L'énergie cinétique du système est donnée par les équations suivantes :

$$E_c = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{12} m_1 L_1^2 + m_2 \left[\frac{R_2^2}{4} + \frac{L_2^2}{3} \right] + m_3 \left[\left(\frac{a^2}{12} + \frac{13b^2}{12} \right) + (bd_3 \cos \theta + d_3^2) \right] + m_4 \left[\left(\frac{R_4^2}{4} + \frac{1}{3} L_4^2 \right) - (L_4 d_4 + 2d_3^2) + 2(d_4^2 + d_3^2)(1 + \sin^2 \theta) \right] \right\} \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} (m_2 + m_3) \dot{d}_2^2 + \frac{1}{2} (m_3 + m_4) \dot{d}_3^2 + \frac{1}{2} m_4 \dot{d}_4^2$$

-Energie potentielle

L'énergie potentielle du système est donnée par :

$$E_p = \frac{1}{2} p_1 L_1 + (p_2 + p_3 + p_4) d_2 z$$

-EQUATIONS DE LAGRANGE

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{1}{12} m_1 L_1^2 + m_2 \left[\frac{R_2^2}{4} + \frac{L_2^2}{3} \right] + m_3 \left[\left(\frac{a^2}{12} + \frac{13b^2}{12} \right) + (bd_3 \cos 2\theta + d_3^2) \right] + m_4 \left[\left(\frac{R_4^2}{4} + \frac{1}{3} L_4^2 \right) - (L_4 d_4 + 2d_3^2) + 2(d_4^2 + d_3^2)(1 + \sin^2 \theta) \right] \right] \ddot{\theta}_1 + \left\{ m_3 [(b \cos 2\theta + 2d_3) \dot{d}_3 - 2bd_3 \dot{\theta}_1 \sin 2\theta] \right. \\ & + m_4 [-(L_4 \dot{d}_4 + 4d_3 \dot{d}_3) + 4(4d_4 d_4 + d_3 d_3)(1 + \sin^2 \theta) + 4(d_4^2 + d_3^2) \dot{\theta}_1 \sin \theta \cos \theta] \left. \right\} \dot{\theta}_1 \\ & + \{ m_3 b d_3 \sin 2\theta - 2m_4 (d_4^2 + d_3^2) \sin \theta \sin \theta \} \dot{\theta}_1 = d_2 F_{z0} \\ \\ & (m_2 + m_3) \ddot{d}_2 + (p_2 + p_3 + p_4) = F_{z0} \\ \\ & (m_3 + m_4) \ddot{d}_3 + [m_3 (b \cos 2\theta + 2d_3) + 4m_4 d_3 \sin^2 \theta] \ddot{\theta}_1 = 0 \\ \\ & m_4 \ddot{d}_4 + m_4 [L_4 - 4d_4 (1 + \sin^2 \theta)] \ddot{\theta}_1 = 0 \end{aligned} \right.$$

Afin de mieux apprécier les caractéristiques cinématiques et dynamiques de notre robot de soudage nous avons déterminé ces différents paramètres pour trois valeurs différentes du temps de mouvement T nécessaire pour effectuer un cycle de travail.

Nous obtenons sur les graphes ci dessous l'évolution en fonction du temps des positions, des vitesses, des accélérations ainsi que des couples et forces pour un temps T égal respectivement à 5, 10 et 15 secondes.

-T= 5 s

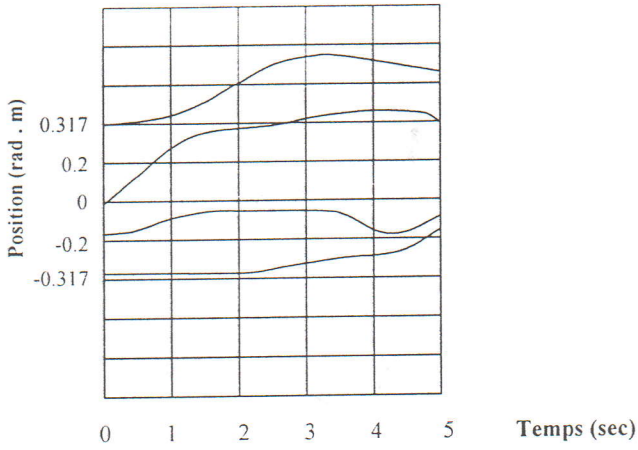


figure V-25 : position

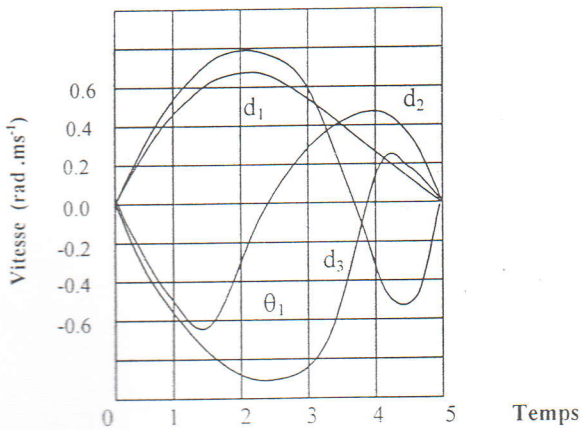


figure V-26 : vitesse

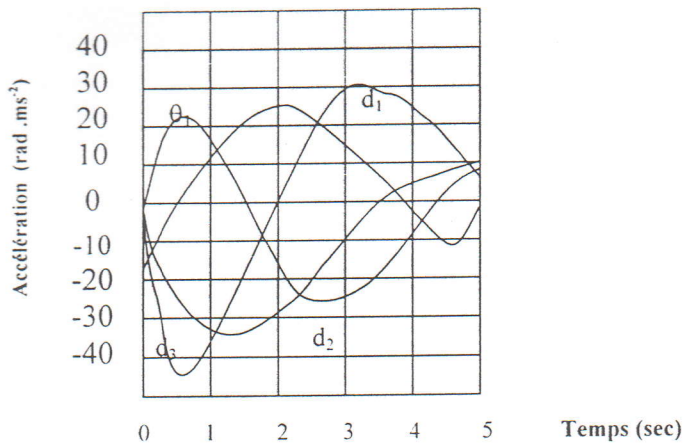


figure V-27 : accélération

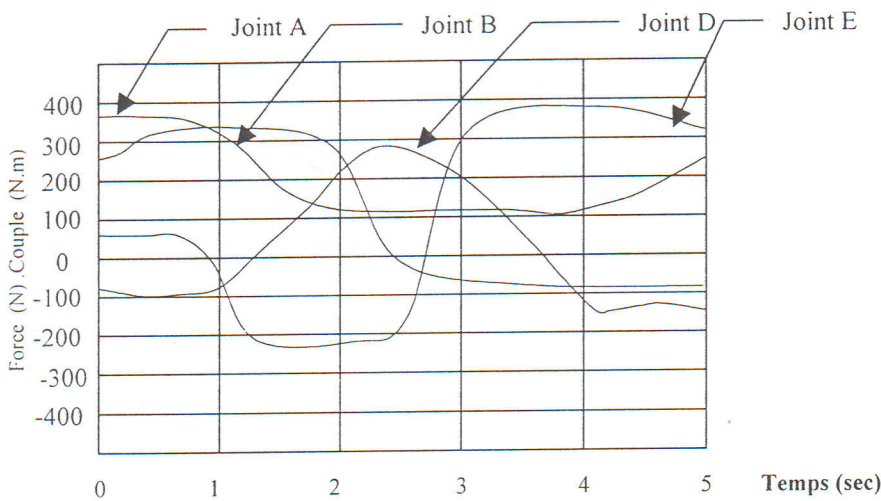


figure V-28 : forces, couples

-T=10 s

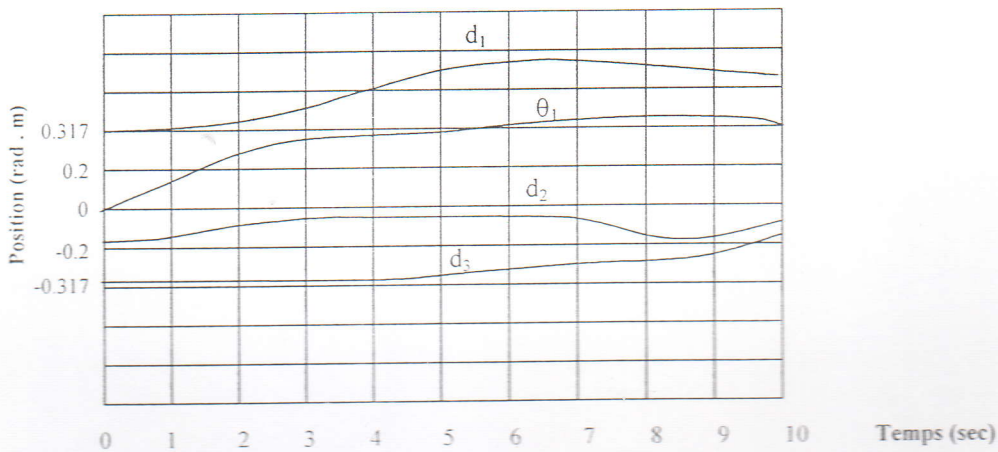
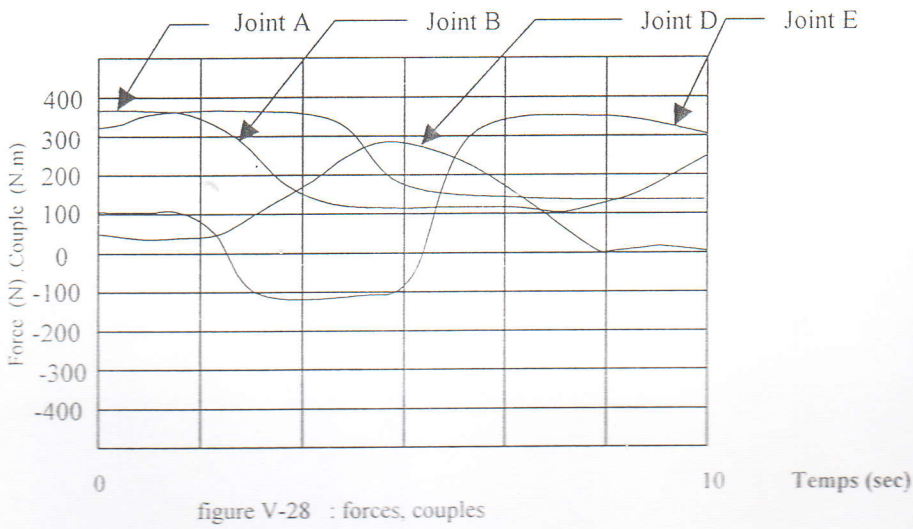
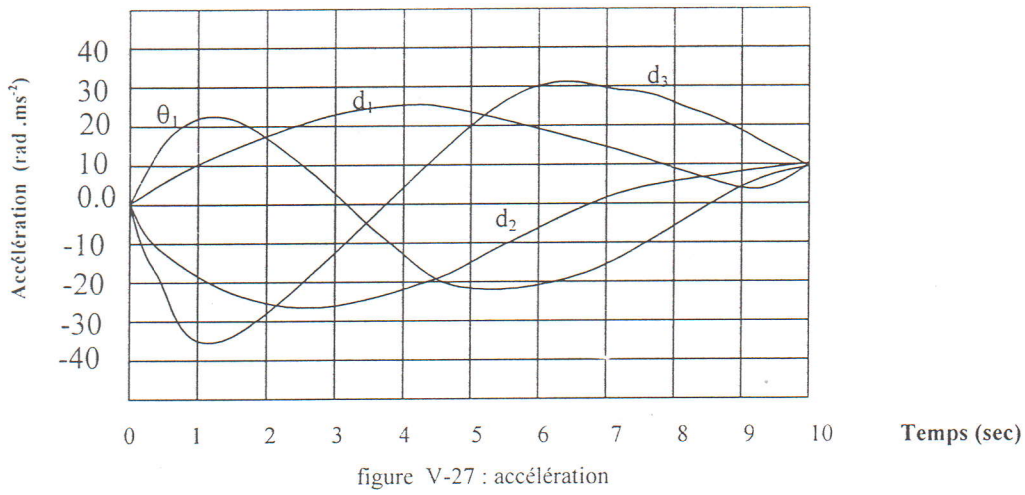
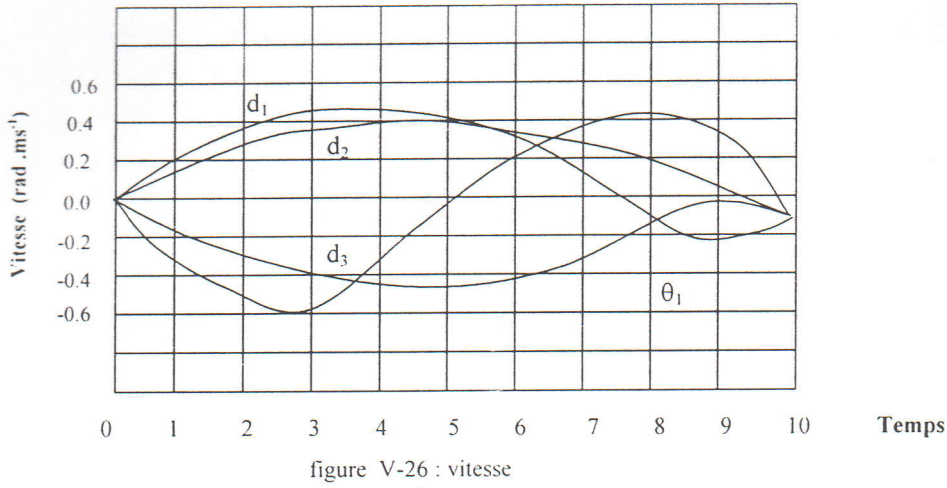


figure V-25 : position



-T=15 s

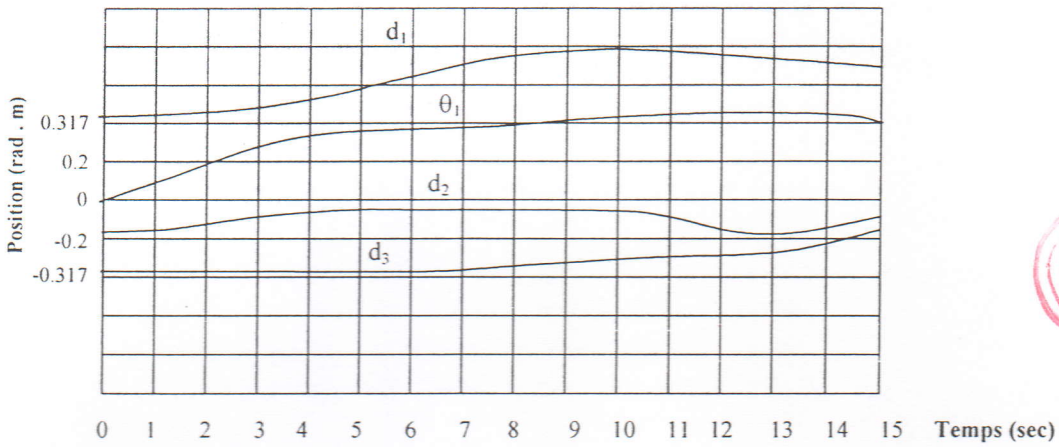


figure V-25 : position

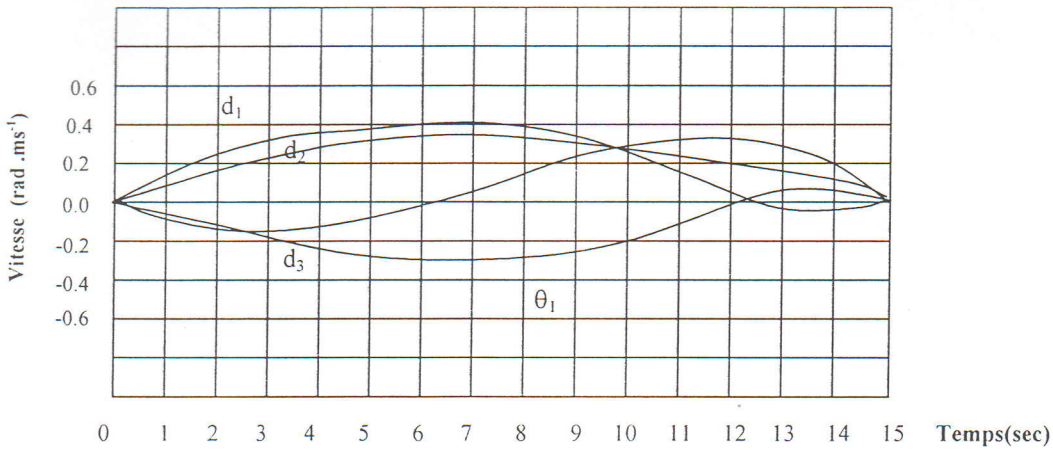


figure V-26 : vitesse

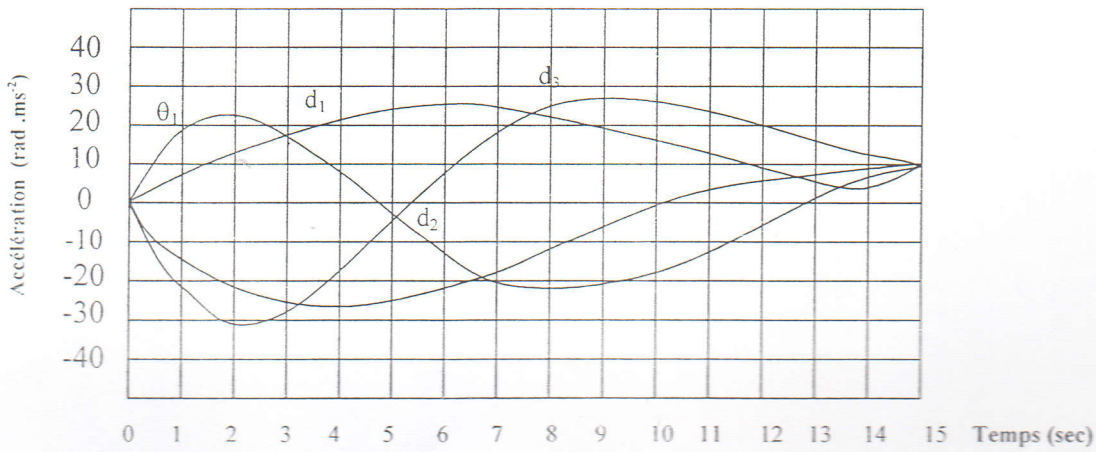
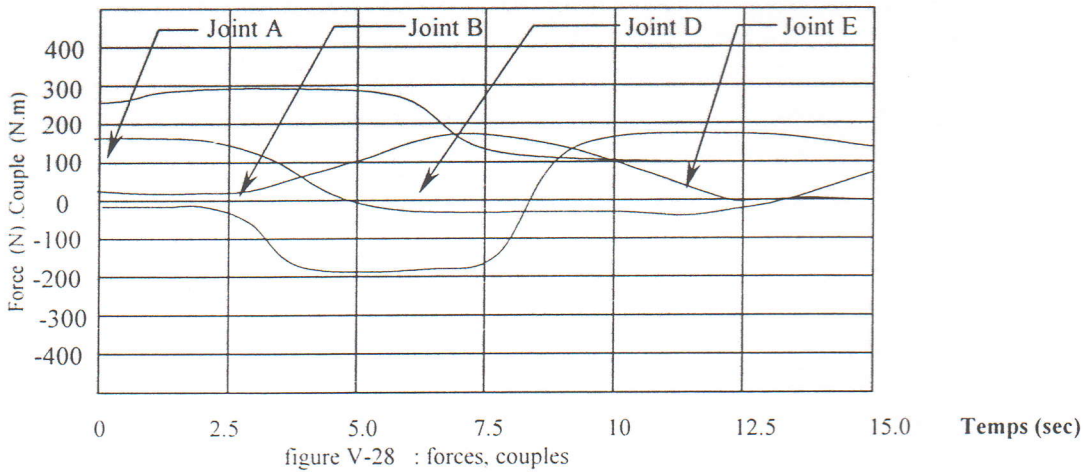


figure V-27 : accélération



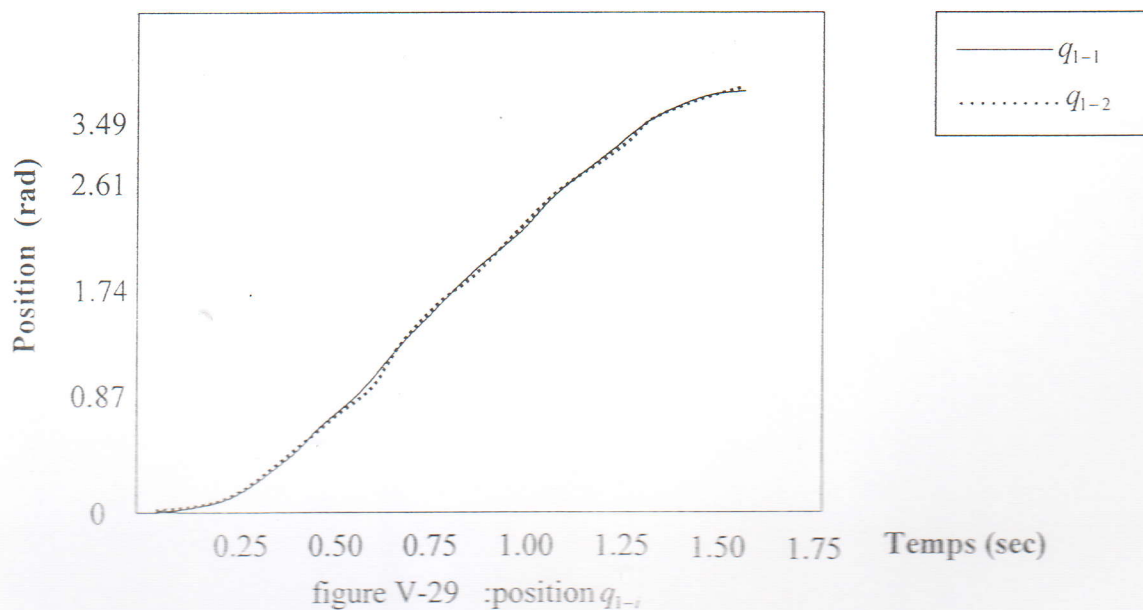
-2^{ème} PARTIE

Nous considérons dans cette deuxième partie que le joint A est sujet à une déformation de torsion et que le mouvement au niveau de ce joint s'effectue avec un frottement visqueux .

Nous résumons dans le tableau ci dessous les différents paramètres.

PARAMETRES	ACTIONNEUR 1
-inertie rotor [kg.m ²]	0.0425 10 ⁻³
-inerties arbre entrée réducteur [kg.m ²]	0.0519 10 ⁻⁴
-Rapport de réduction [rd .s ⁻¹]	140
-Coefficients du frottement visqueux [Nm/rd.s ⁻¹]	0.2990 10 ⁻³

En fonction des valeurs du couple obtenu en 1^{ère} partie figure V-28, nous déduisons les valeurs des variables angulaires du réducteur et de l'élément.



Nous remarquons clairement l'écart entre la position angulaire donnée par le moteur à la sortie du réducteur et celle subie par l'élément du SMA .Plus la constante de rigidité est importante plus cet écart diminue .Nous donnons sur les courbes ci dessous les écarts pour trois valeurs différentes de la constante de rigidité

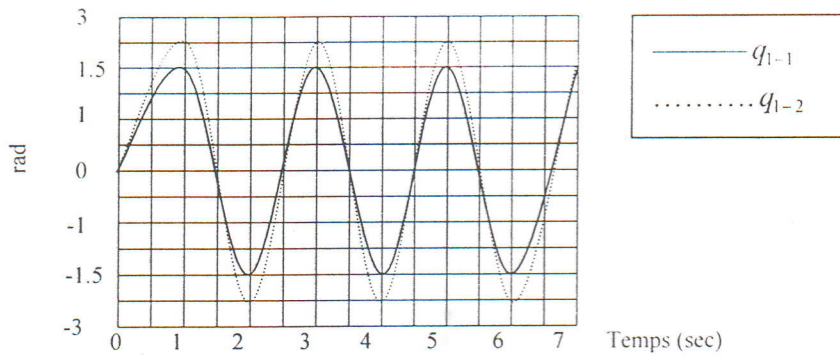


figure V-30 : écart de position pour $K_1=K_2=200$ N.m/rad

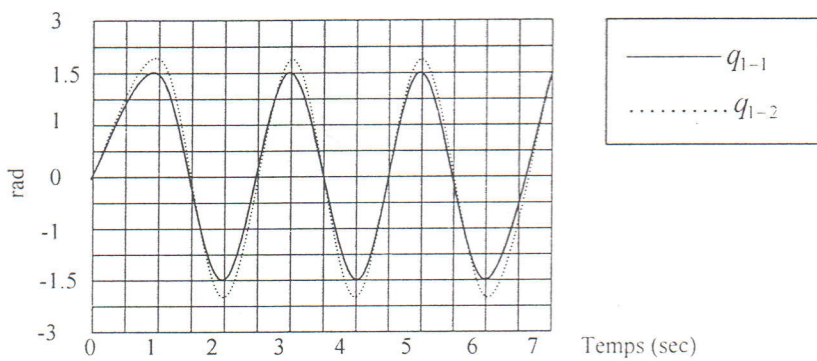


figure V-31 : écart de position pour $K_1=K_2=500$ N.m/rad

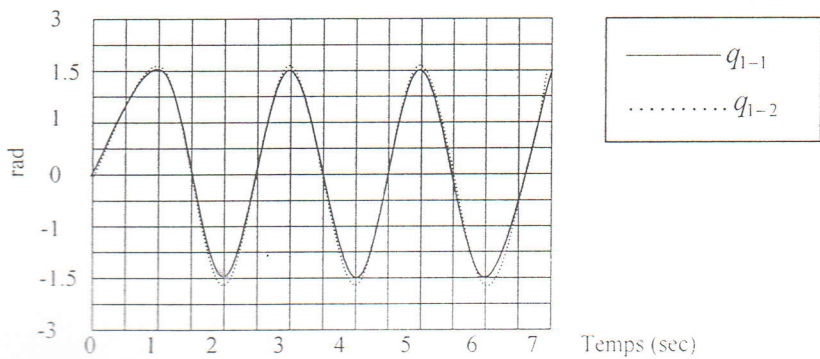


figure V-32 : écart de position pour $K_1=K_2=1000$ N.m/rad

CONCLUSION GENERALE

Le travail que nous avons présenté dans ce mémoire est une contribution modeste dans le domaine de la modélisation des systèmes mécanique articulés .

Nous avons , grâce à une méthodologie simplifiée pu obtenir les différents modèles nécessaires à la commande de ces systèmes .

Chaque modèle étant destine à un type de commande spécifique en fonction des paramètres et des conditions d'exploitation de ces dits systèmes .Le problème de la commande n'a pas été traité dans ce mémoire.

Nous avons consacré le chapitre V à des exemples simples mais explicites qui permettent de mettre en évidence les différentes application de notre programme.

Le dernier exemple de ce chapitre a été entièrement consacré à la modélisation du robot de soudage Alg.Soud.1 qui a été conçu avec notre petite équipe de recherche.

Actuellement les commandes en position et en vitesse sont largement employés sur les robots tandis que la commande dynamique se heurte encore au problème du temps de calcul et d'exécution surtout dans le cas de la commande en temps réel .Ce type de commande nécessite des programmes très performants et de même des calculateurs très puissants.

Nous souhaiterions que notre travail soit complété et amélioré pour pouvoir être utilise dans la commande des systèmes mécaniques articules en temps réel et aussi prendre en considération les systèmes à chaîne cinématique fermée ou complexe que peu de chercheurs ont traité vu la complexité du problème.

ANNEXE

$$\begin{cases} \frac{\partial f_1^{(n)}}{\partial q_1} \Delta q_1^{(n)} + \frac{\partial f_1^{(n)}}{\partial q_2} \Delta q_2^{(n)} \dots + \frac{\partial f_1^{(n)}}{\partial q_m} \Delta q_m^{(n)} + f_1^{(n)} = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial f_m^{(n)}}{\partial q_1} \Delta q_1^{(n)} + \frac{\partial f_m^{(n)}}{\partial q_2} \Delta q_2^{(n)} \dots + \frac{\partial f_m^{(n)}}{\partial q_m} \Delta q_m^{(n)} + f_m^{(n)} = 0 \end{cases}$$

sous la forme matricielle, ce système d'équation est noté $J(Q) = \left[\frac{\partial f_i}{\partial q_j}(Q) \right]$ pour $i = 1, \dots, m$ et

$j = 1, \dots, m$, la matrice J est appelée matrice jacobienne des fonctions f_i $i = 1, \dots, m$ évaluée au point Q . A l'aide de ces notations, le système linéaire permettant d'obtenir l'approximation $(n+1)$ peut se mettre sous la forme matricielle et par suite l'approximation $Q^{(n+1)}$ est donnée par : $Q^{n+1} = Q^n - J^{-1}(Q^n) [F(Q^n) - \{ X^n \}]$

le processus itératif est arrêté lorsqu'il y a convergence, c'est à-dire lorsque $\sup |q_j^{(n)} - q_j^{(n-1)}| \leq \varepsilon$

ANNEXE 2: Dérivation de la matrice de transformation homogène.

Soit T_{ij} la matrice de transformation du repère R_i au repère R_j qu'on peut mettre sous forme :

$T_{ij} = T_{i(i+1)} \cdot T_{(i+1)(i+2)} \dots T_{(j-1)j}$, elle dépend des variables q_{i+1}, \dots, q_j

Pour calculer la dérivée partielle de T_{ij} par rapport à la variable q_1 on distingue les deux cas suivants :

1^{er} cas : $i \geq 1 > j$

les éléments de la matrice T_{ij} ne dépendent pas de q_1 alors :

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial q_1} = [0]$$

2^{eme} cas : $i < 1 \leq j$

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial q_1} = \frac{\partial}{\partial q_1} [T_{i(i+1)} \cdot T_{(i+1)(i+2)} \dots T_{(j-1)j}]$$

$$= T_{i(i+1)} \cdot T_{(i+1)(i+2)} \dots T_{(1-2)(1-1)} \left[\frac{\partial T_{(1-1)1}}{\partial q_1} \right] T_{(1-1)1} \dots T_{(j-1)j}$$

sachant que :

$$\left[\frac{\partial T_{(1-1)1}}{\partial q_1} \right] = T_{(1-1)1} \cdot \Omega_{11}$$

$$\Omega_{i1} = \begin{bmatrix} 0 & -(1 - \sigma_1) & 0 & 0 \\ (1 - \sigma_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\sigma_j = 0$ pour une liaison rotoïde

$\sigma_j = 1$ pour une liaison prismatique.

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial q^1} = T_{i(i-1)} \cdot T_{(i-1)i} \Omega_{i1} T_{ij} = T_{i1} \Omega_{i1} T_{ij}$$

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial q^1} = T_{i1} \Omega_{i1} T_{ij}$$

On pose $\Omega_{j1} = T_{j1} \cdot \Omega_{i1} \cdot T_{ij}$ et on peut écrire :

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial q^1} = T_{i1} \cdot \Omega_{i1} T_{ij} = T_{ij} (T_{j1} \Omega_{i1} T_{ij}) = T_{ij} \Omega_{j1}$$

Notons ici que : $\Omega_{i1} T_{ij} = (T_{i1} \Omega_{i1} T_{ij}) T_{ij} = T_{ij} \Omega_{j1}$

$$= T_{ij} (T_{j1} \Omega_{i1} T_{ij}) = T_{ij} \Omega_{j1}$$

donc on a $\Omega_{ij} \cdot T_{ij} = T_{ij} \Omega_{j1}$

finalement on peut écrire :

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial q^1} = \begin{cases} [0] & \text{si } i > 1 > j \\ T_{ij} \cdot \Omega_{j1} & \text{si } i < 1 \leq j \end{cases}$$

-Matrice d'un système constitué de n corps

Soit T_{0n} la matrice de transformation homogène du repère R_0 au repère R_n alors :

$$\frac{\partial T_{0n}}{\partial q^1} = \begin{cases} [0] & \text{si } 0 \geq 1 > n \\ T_{0n} \cdot \Omega_{n1} & \text{si } 0 < 1 \leq n \end{cases}$$

ANNEXE 3: Dérivée de la matrice de transformation homogène par rapport au temps :

$$dT_{ij} = \sum_{k=i+1}^j \frac{\partial T_{ij}}{\partial q^k} dq^k$$

$$\frac{dT_{ij}}{dt} = \sum_{k=i+1}^j \frac{\partial T_{ij}}{\partial q^k} \cdot \frac{dq^k}{dt}$$

il existe deux formes pour la dérivée de T_{ij} par rapport au temps :

$$1) - \frac{dT_{ij}}{dt} = \sum_{k=i+1}^j \Omega_{ik} \cdot T_{ij} \dot{q}_k = \left(\sum_{k=i+1}^j \Omega_{ik} \cdot \dot{q}_k \right) T_{ij}$$

$$2) - \frac{dT_{ij}}{dt} = \sum_{k=i+1}^j T_{ij} \Omega_{ik} \cdot \dot{q}_k = T_{ij} \left(\sum_{k=i+1}^j \Omega_{ik} \cdot \dot{q}_k \right)$$

$$\text{Donc } \frac{dT_{ij}}{dt} = \left(\sum_{k=i+1}^j \Omega_{ik} \dot{q}_k \right) T_{ij} = T_{ij} \left(\sum_{k=i+1}^j \Omega_{ik} \dot{q}_k \right)$$

ANNEXE 4: Expression de l'énergie cinétique.

-Expression de la matrice d'inertie A :

Soit M_k un point appartenant au solide S_k tel que :

$$O_0 M_k = T_{0k} \overrightarrow{(O_k M_k)} \quad \|\overrightarrow{O_k M_k}\| = \text{cte} \quad \text{cas des corps rigides}$$

$$V^0(M_k) = \frac{d^0}{dt} (O_0 M_k) = \frac{d^0}{dt} (T_{0k}) [O_k M_k]$$

$$\text{Soit deux vecteurs } \vec{a} \text{ et } \vec{b} \text{ alors } \vec{a} \cdot \vec{b} = \sum_{i=1}^n a_i b_i = \text{Trace} \left([a][b]^T \right)$$

$$[V^0(M_k)]^2 = \text{Trace} \left([V^0(M_k)] [V^0(M_k)]^T \right)$$

$$[V^0(M_k)]^T = [O_k M_k]^T \left(\sum_{j=1}^k \frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \cdot \dot{q}_j \right) = [O_k M_k] \sum_{j=1}^k \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right]$$

L'énergie cinétique du solide S_k est donné par :

$$E_{ck} = \frac{1}{2} \int_{S_k} [V^0(M_k)]^2 dm$$

$$E_{ck} = \frac{1}{2} \int_{S_k} \text{Trace} \left[\sum_{j=1}^k \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right] \dot{q}_j [O_k M_k] [O_k M_k]^T \sum_{l=1}^k \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_l} \right] \dot{q}_l \right] dm$$

$$E_{ck} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{l=1}^k \text{Trace} \left[\sum_{j=1}^k \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right] \int_{S_k} [O_k M_k] [O_k M_k]^T dm \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_l} \right] \right] \dot{q}_j \dot{q}_l$$

$$[Jk] = \int_{S_k} [O_k M_k] [O_k M_k]^T dm$$

$[J_k]$ c'est la pseudo matrice d'inertie de dimension (4×4) relative au corps S_k de la chaîne dans le repère R_k .

Elle est constituée à partir :

- du moment d'ordre zéro de S_k : m_k masse de S_k .
- des moments d'ordre un de S_k : G_k centre de masse de S_k .
- des moments d'ordre deux de S_k qui représente la matrice d'inertie $[I_k]_k$ en O_k dans le repère R_k .

$$[I_k]_k = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

$$[J_k]_k = \begin{bmatrix} (-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz})/2 & -I_{xy} & -I_{xz} & m\bar{x} \\ -I_{xy} & (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})/2 & -I_{yz} & m\bar{y} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & (I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})/2 & m\bar{z} \\ m\bar{x} & m\bar{y} & m\bar{z} & m \end{bmatrix}$$

$$E_{ck} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{l=1}^k \text{Trace} \left[\left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_l} \right] \right] \dot{q}_j \dot{q}_l$$

l'énergie cinétique totale du système est donnée par :

$$E_c = \sum_{i=1}^n E_{ck}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \sum_{l=1}^k \text{Trace} \left[\left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_l} \right] \right] \dot{q}_j \dot{q}_l$$

En tenant compte de l'annexe 3 on a :

$$\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} = \begin{cases} [0] & \text{si } j > k \\ T_{0k} \cdot \Omega_{0j} & \text{si } j \leq k \end{cases}$$

tenant compte de l'annexe 3 on a :

$$\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_l} = \begin{cases} [0] & \text{si } l > k \\ T_{0k} \cdot \Omega_{0l} & \text{si } l \leq k \end{cases}$$

$$\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_i} = \begin{cases} [0] & \text{si } i > k \\ T_{0k} \cdot \Omega_{01} & \text{si } i \leq k \end{cases}$$

puisque $\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} = [0]$ si $j > k$ et $\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_i} = [0]$ si $i > k$ alors on peut écrire :

$$E_c = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \text{Trace} \left[\left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_i} \right] \right] \dot{q}_j \dot{q}_i$$

$$E_c = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \text{Trace} \left[\left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_i} \right] \right] \dot{q}_j \dot{q}_i$$

pour cela :

$$\left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_i} \right] = \begin{cases} [0] & \text{si } k < \max(1, j) \\ \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_i} \right] & \text{si } k \geq \max(1, j) \end{cases}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \left[\sum_{k=\max(1, j)}^n \text{Trace} \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_i} \right] \right] \dot{q}_j \dot{q}_i$$

$$\text{On pose } A_{ij} = \sum_{k=\max(1, j)}^n \text{Trace} \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_i} \right]$$

$$E_c = \frac{1}{2} \sum \sum A_{j1} \dot{q}_j \dot{q}_1 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} [\dot{q}] [A] [\dot{q}]$$

Les éléments de la matrice d'inertie [A] sont donnés par la relation suivante :

$$A_{ij} = \sum_{k=\max(1, j)}^n \text{Trace} \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_i} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_j} \right]$$

ANNEXE 5: Expression des coefficients dynamiques

-Expression des éléments de la matrice des termes de Coriolis

$$B_{i,j1} = \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_1} + \frac{\partial A_{j1}}{\partial q_j} + \frac{\partial A_{j1}}{\partial q_i}$$

$$B_{i,j1} = 2 \sum_{k=\max(1, j, 1)}^n \text{Trace} \left[\left[\frac{\partial^2 T_{0k}}{\partial q_j \partial q_i} \right] [J_k] \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_1} \right] \right]$$



$$B_{i,j} = 2 \sum_{k=\max(i,j,1)}^n \text{Trace} \left[\left[\Omega_{0j}, \Omega_{0i} T_{0k} \right] J_k \left[\Omega_{0j} T_{0k} \right]^T \right]$$

-Expression des éléments de la matrice des forces centrifuges :

$$C_{ij} = \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_j} - \frac{1}{2} \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_i}$$

$$C_{i,j} = 2 \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{Trace} \left[\left[\frac{\partial^2 T_{0k}}{\partial q_j \partial q_j} \right] J_k \left[\frac{\partial T_{0k}}{\partial q_i} \right] \right]$$

$$C_{i,j} = 2 \sum_{k=\max(i,j,1)}^n \text{Trace} \left[\left[\Omega_{0j}, \Omega_{0i} T_{0k} \right] J_k \left[\Omega_{0j} T_{0k} \right]^T \right]$$

-Expression des éléments du vecteur force de gravité :

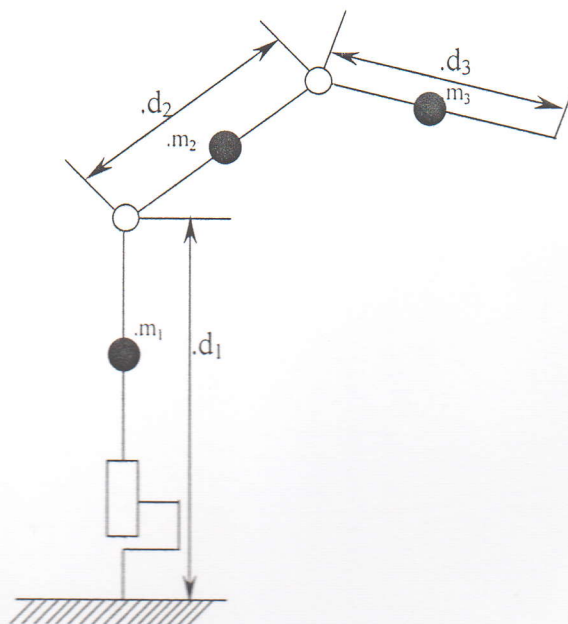
$$E_p = \sum_{i=1}^n (-m_i \cdot g \cdot T_i \cdot u_i) \quad \text{donc} \quad G_i = - \frac{\partial E_p}{\partial q_i}$$

$$G_i = \sum_{i=1}^n -m_i \cdot g \left(\frac{\partial T_{0i}}{\partial q_i} \right)$$

$$G_i = \sum_{i=1}^n -m_i \cdot g \cdot T_{0i} \cdot \Omega_{0i}$$

ANNEXE 6 : Exemple de validation

Nous avons choisi pour exemple de validation un robot PUMA à trois degrés de liberté. Les articulations sont au nombre de trois deux sont rotoides et une prismatique.



-Matrices de transformations homogènes

Les paramètres de Dénavit - Hartenberg correspondant à ce robot sont donnés par le tableau suivant :

	1	2	3
α_i	$\pi / 2$	0	$\pi / 2$
a_i	0	a_2	0
θ_i	q_1	q_2	q_3
r_i	0	0	0

-Calcul des matrices de passage intermédiaires :

$$T_{12} = \begin{bmatrix} \cos 1 & 0 & \sin 1 & 0 \\ \sin 1 & 0 & -\cos 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; T_{23} = \begin{bmatrix} \cos 2 & -\sin 2 & 0 & 12 \cos 2 \\ \sin 2 & \cos 2 & 0 & 12 \sin 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{34} = \begin{bmatrix} \cos 3 & -\sin 3 & 0 & 12 \cos 3 \\ \sin 3 & \cos 3 & 0 & 12 \sin 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

-Calcul de la matrice de passage globale

$$T(1,1)=c1(c2(c3(c4c5c6+s4s6)+s3*s5*c6) - s2 (s3(c4c5c6 + s4s6) - c3s5c6)) + s1(s4c5c6 - c4s6)$$

$$T(1,2)=c1(c2(c3c4s5 - s3c5) - s2(s3c4s5c3c5)) + s1s4s5$$

$$T(1,3)=c1(c2(c3(c4c5s6 - s4c6) + s3s5s6) - s2(c3c5s6 - s4c6) - c3s5s6) + s1(s4c5s6+c4c6)$$

$$T(1,4)=c1(c2(c3c4s5l6+s3(14 - c5l6) - s2(s3 c4 s5l6 - c3(-c5r6+r4)) + 12c2) + s1s4s5l6.$$

-Calcul des vitesses

Le calcul des vitesses de rotation et des vitesses linéaires se fait par les équations de composition des vitesses :

$$\Omega_j = \Omega_{j-1} + \bar{\sigma}_j \dot{q}_j a_j$$

$$V_j = V_{j-1} + \Omega_{j-1} \wedge P_j + \sigma_j \dot{q}_j a_j$$

a_j : le vecteur unitaire selon Z.

Ω_j : le vecteur vitesse angulaire du corps C_j

V_j : Vitesse absolue du point O_j .

Pour un robot dont la base est fixe, les conditions initiales sont données par

$$\Omega_0 = 0 \quad ; \quad V_0 = 0 .$$

Alors si on veut déterminer la vitesse du point O_j exprimée dans R_j

$$\Omega_j^j = A_j^j \Omega_{j-1}^{j-1} + (1 - \sigma_j) \dot{q}_j a_j^j$$

$$V_j^j = A_j^j [V_{j-1}^{j-1} + \Omega_{j-1}^{j-1} \wedge P_j^{j-1}] + \sigma_j \dot{q}_j a_j^j$$

Ω_j^j : Vitesse angulaire du corps C_j exprimée dans R_j

A_{j-1}^j : Matrice de passage du repère R_{j-1} à R_j

P_j^{j-1} : Vecteur position $[O_{j-1} O_j]$ exprimé dans R_{j-1}

$V_j^j = V_{0j}$ (exprimée dans le repère R_j)

$V_j^{j-1} = V_{0j}$ (exprimée dans le repère R_j)

$$A_{j-1}^j = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & \sin \alpha_i \cos \theta_i \\ 0 & -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \quad ; \quad P_j^{j-1} = \begin{bmatrix} d_i \\ -n \sin \alpha_i \\ n \cos \alpha_i \end{bmatrix}$$

-Calcul des vitesses angulaires

$$\Omega_0^0 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad , \quad \Omega_1^1 = [0 \quad 0 \quad \dot{\alpha}_1]^T$$

$$\Omega_2^2 = A_1^2 \Omega_1^1 + \dot{q}_2 a_2^2$$

$$\Omega_2^3 = \begin{bmatrix} \cos 2 & 0 & \sin 2 \\ -\sin 2 & 0 & \cos 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_2^3 = \begin{bmatrix} \sin 2\dot{\theta}_1 & \cos^2 \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_3^3 = A_2^3 \cdot \Omega_2^3 + \dot{q}_3 \cdot a_3^3$$

$$\Omega_3^3 = \begin{bmatrix} \cos 3 & \sin 30 \\ -\sin 3 & \cos 30 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin 2\dot{\theta}_1 \cos 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_3^3 = \begin{bmatrix} \sin 23\dot{\theta}_1 & \cos 23\dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

-Calcul des vitesses de translation

$$V_0^0 = 0 \quad , \quad V_1^1 = 0 \quad , \quad V_2^2 = 0$$

$$V_3^3 = A_2^3 \cdot V_2^2 \quad , \quad V_3^2 = V_2^2 + \Omega_2^3 \wedge P_2^2$$

$$V_3^2 = \begin{bmatrix} \sin 2\dot{\theta}_1 & \cos 2\dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} d_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\theta}_2 d_3 & -\cos 2d_3 \dot{\theta}_1 \end{bmatrix}$$

$$V_3^3 = \begin{bmatrix} \cos 3 & \sin 30 \\ -\sin 3 & \cos 30 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0\dot{\theta}_2 d_3 - \cos 2d_3 \dot{\theta}_1 \end{bmatrix}$$

$$V_3^3 = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 d_3 \sin 3 & \dot{\theta}_2 d_3 \cos 3 & -\cos 2d_3 \dot{\theta}_1 \end{bmatrix}$$

-Calcul de l'énergie cinétique.

$$E_c = \sum_{i=1}^n E_{ci}$$

l'énergie cinétique s'écrit :

$$E_c = \frac{1}{2} [\Omega_i \cdot I_{Gi} \cdot \Omega_i + m_i \cdot V_{Gi} \cdot V_{Gi}]$$

$$V_{Gi} = V_{0i} + \Omega_i \wedge O_i G_i$$

$$E_c = \frac{1}{2} [\Omega_i [I_{0i}] \Omega_i + m_i V_{0i} \cdot V_{0i} + 2V_{0i} (\Omega_i \wedge m O_i G_i)]$$

$[I_{0i}]$ est le tenseur d'inertie du solide C_i en O_i

$$[I_{0i}^i] = [I_{Gi}^i] - m_i [O_i G_i] [O_i G_i] = [I_i^i]$$

$$[I_i] = \begin{bmatrix} xx_i & xy_i & xz_i \\ xy_i & yy_i & yz_i \\ xz_i & yz_i & zz_i \end{bmatrix}, \quad m_i[OG_i] = [m_i x_i \quad m_i y_i \quad m_i z_i]^T.$$

L'énergie cinétique peut se mettre sous la forme :

$$E_c = \frac{1}{2} [\dot{q} [A] \dot{q}].$$

-Calcul de l'énergie cinétique des différents corps :

$$E_{c1} = \frac{1}{2} [\Omega_1 [I_{01}] \Omega_1 + m_1 V_{01} \cdot V_{01} + 2V_{01} (\Omega_1 \wedge m_1 [OG_1])]$$

$$E_{c1} = \frac{1}{2} \Omega_1 [I_{01}] \Omega_1$$

$$E_{c1} = \frac{1}{2} I_{zz} \theta_1^2$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2} \Omega_1 [I_{02}] \Omega_2 \quad \text{on pose } c_j = \cos \theta_j, \quad c_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j) \text{ même pour sin}$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2} [(I_{xx2} \sin^2 + I_{yy2} c^2 + 2I_{xy2} c \cdot s) \dot{\theta}_1^2 + I_{zz2} \dot{\theta}_2^2 + 2(I_{xz2} s + I_{yz2} c) \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_2]$$

$$E_{c3} = \frac{1}{2} [(I_{xx3} s^2 c^2 + I_{yy3} c^2 c^2 + 2I_{xy3} c \cdot s c + 2m \bar{x}_3 c \cdot c \cdot s c d_3 - 2m \bar{y}_3 c \cdot s c d_3 + m s d_3^2 c^2) \dot{\theta}_1^2]$$

$$\frac{1}{2} (m s d_3^2 + I_{zz3} 2m \bar{x}_3 c \cdot s c d_3 - m \bar{y}_3 s \cdot s \cdot d_3) \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} I_{zz3} \dot{\theta}_3^2 + (I_{xz3} s c + I_{yz3} c c - m \bar{z}_3 s \cdot s \cdot d_3)$$

$$\dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_2 + (I_{xz3} s c + I_{yz3} c c) \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_3 + (I_{zz3} + m \bar{x}_3 c \cdot s \cdot d_3 - m \bar{y}_3 s \cdot s \cdot d_3) \dot{\theta}_2 \cdot \dot{\theta}_3.$$

l'énergie cinétique s'écrit sous la forme quadratique suivante :

$$E_c = \frac{1}{2} [\dot{q}] [A] [\dot{q}]$$

alors on déduit les éléments de la matrice d'inertie [A].

$$A_{11} = I_{zz1} + I_{xx2} s^2 + I_{yy2} c^2 + 2I_{xy2} c \cdot s + I_{xx3} s^2 c^2 + I_{yy3} c^2 c^2 + 2I_{xy3} c \cdot s c + 2m \bar{x}_3 c \cdot c \cdot s c d_3 - 2m \bar{y}_3 c \cdot s c d_3 + m s d_3^2 c^2$$

$$A_{22} = I_{zz2} + m s d_3^2 + I_{zz3} + 2m \bar{x}_3 c \cdot s \cdot d_3 - m \bar{y}_3 s \cdot s \cdot d_3.$$

$$A_{33} = I_{zz3}.$$

$$A_{12} = I_{xz2} s + I_{yz2} c + I_{xz3} s c + I_{yz3} c c - m \bar{z}_3 s \cdot s \cdot d_3.$$

$$A_{13} = I_{xz3} s c + I_{yz3} c c.$$

$$A_{23} = I_{zz3} + m \bar{x}_3 c \cdot s \cdot d_3 - m \bar{y}_3 s \cdot s \cdot d_3$$

-Calcul de l'énergie potentielle

soit $g^T [0 \quad 0 \quad g_3]^T$ le vecteur accélération de la pesanteur, alors l'énergie potentielle

$$\text{s'écrit : } E_p = -\sum_{j=1}^3 M_j \cdot g^T (P_j^0 + A_j^0 [0_j G_j]) = -\sum_{j=1}^3 M_j \cdot g^T A_j^0 (P_j^j + [0_j G_j])$$

$$A_j^{j-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & -\sin \theta_j & 0 \\ \sin \theta_j \cos \alpha_j & \cos \alpha_j \sin \theta_j & -\sin \alpha_j \\ \sin \alpha_j \cos \theta_j & \cos \theta_j \sin \alpha_j & \cos \alpha_j \end{bmatrix} ; P_{j-1}^j = \begin{bmatrix} -d_j \cos \theta_j \\ d_j \sin \theta_j \\ -n \end{bmatrix}$$

$$E_{p1} = -[00g_3]^T \begin{bmatrix} \cos 1 - \sin 10 \\ \sin 1 & 0 \\ 0 & 0 \cos 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m\bar{x}_1 \\ m\bar{y}_1 \\ m\bar{z}_1 \end{bmatrix} = -g_3 m\bar{z}_1$$

$$E_{p2} = -M_2 \cdot g^T \cdot A_2^0 (P_2^2 + [0_2 G_2])$$

$$E_{p2} = -g_3 (m\bar{x}_2 s_2 + m\bar{y}_2 c_2)$$

$$E_{p3} = -M_3 \cdot g^T \cdot A_3^0 (P_3^3 + [0_3 G_3])$$

$$E_{p3} = -g_3 (m\bar{x}_3 s_23 + m\bar{y}_3 c_23 + d_3 \cdot s_2)$$

Alors les forces de gravité sont données par.

$$Q_2 = \frac{\partial E_p}{\partial \theta_2} = -g_3 (m\bar{x}_2 c_2 - m\bar{y}_2 s_2 + m\bar{x}_3 \cdot c_23 - m\bar{y}_3 s_23 + m_3 d_3 c_2)$$

$$Q_3 = \frac{\partial E_p}{\partial \theta_3} = -g_3 (m\bar{x}_3 c_23 - m\bar{y}_3 s_23)$$

ANNEXE 7-DIVERSE APPLICATIONS

-Application sur un système plan RR

Dans cette première application nous allons donner un modèle d'un système plan à deux articulations rotoides .Les résultats de cette application ont été comparés avec la référence [4]

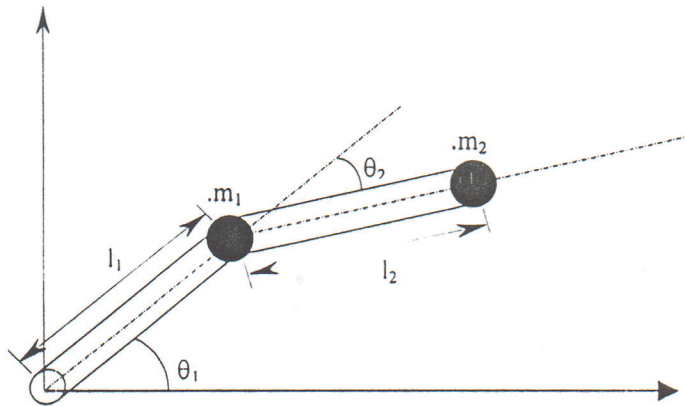


figure V-1 : système plan

Les caractéristiques géométriques sont comme suit :

Longueur des segments : $l_1 = l_2 = 1\text{m}$

Masses : $m_1 = m_2 = 10\text{ Kg}$. m_1 et m_2 sont des masses ponctuelles.

Le mécanisme se déplace sans frottements

Les positions initiales et finales sont données par les coordonnées suivantes :

$$P_s = (-1, 0.5) ; \quad P_f = (1, 1.5)$$

Nous considérons le système comme étant rigide .

La trajectoire du mouvement est donnée par le graphe suivant :

1- INTRODUCTION

Ce chapitre sera consacré aux applications , dans le but de valider et comparer avec d'autres références, les résultats donnés par le programme que nous avons élaboré .

Nous utiliserons ensuite ce programme sur un robot de soudage dénommé ALG-SOUD1 que nous avons nous même conçus ; et pour lequel un brevet d'invention a été déposé à l'INAPI .

2-Application sur un système plan RR

Dans cette première application nous allons donner un modèle d'un système plan à deux articulations rotoides .Les résultats de cette application ont été comparés avec la référence [4]

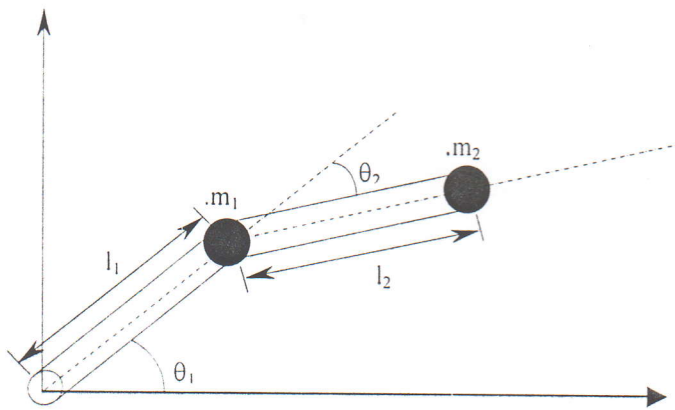


figure V-1 : système plan

Les caractéristiques géométriques sont comme suit :

Longueur des segments : $l_1 = l_2 = 1\text{ m}$

Masses : $m_1 = m_2 = 10\text{ Kg}$. m_1 et m_2 sont des masses ponctuelles.

Le mécanisme se déplace sans frottements

Les positions initiales et finales sont données par les coordonnées suivantes :

$$P_s = (-1, 0.5) ; \quad P_f = (1, 1.5)$$

Nous considérons le système comme étant rigide .

La trajectoire du mouvement est donnée par le graphe suivant :

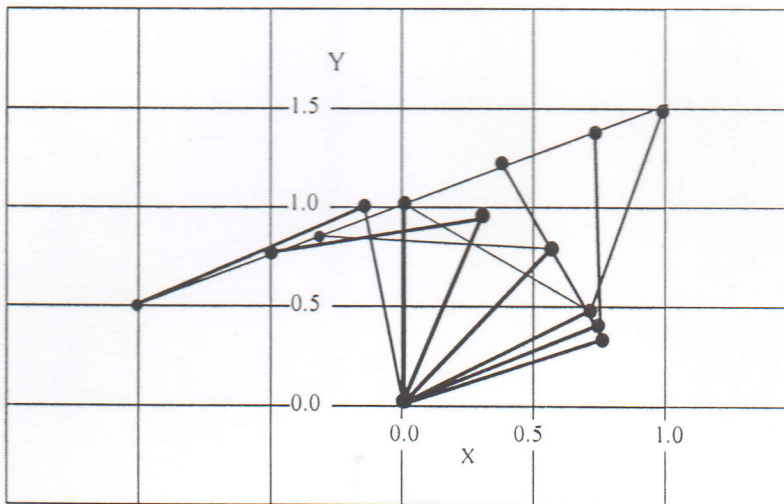


figure V-2 : trajectoire

Sur les figures nous obtenons respectivement l'évolution dans le temps des:

- déplacements angulaires θ_1 et θ_2 figure V-3
- vitesses angulaires $\dot{\theta}_1$ et $\dot{\theta}_2$ figure V-4
- accélérations angulaires $\ddot{\theta}_1$ et $\ddot{\theta}_2$ figure V-5
- couple développé aux articulations Γ_1 et Γ_2 figure V-6

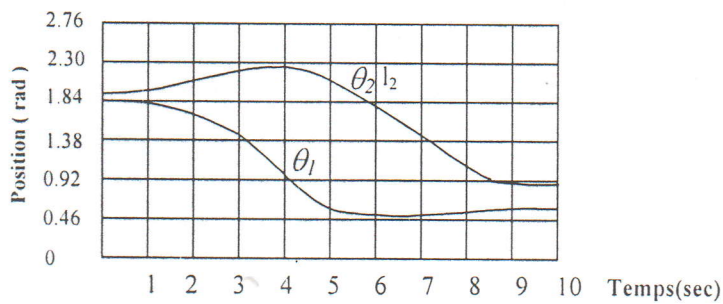
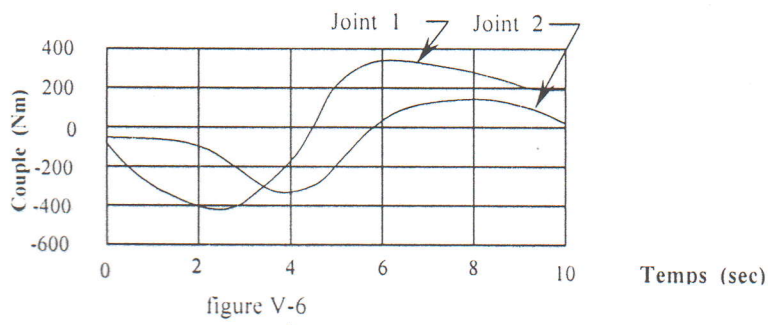
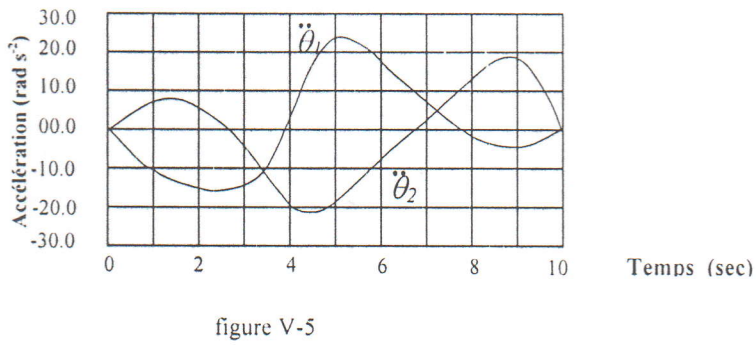
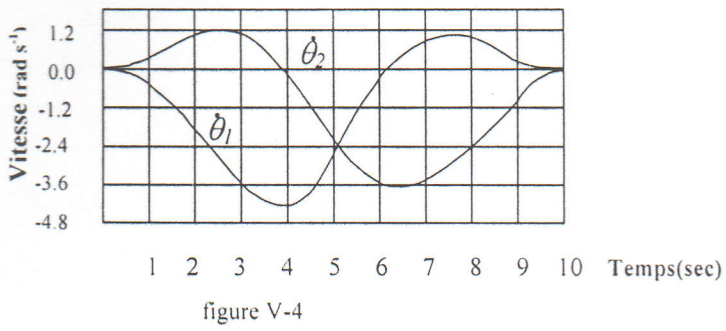


figure V-3



3-Application sur un système plan RP

Pour ce deuxième exemple nous prendrons un mécanisme effectuant un mouvement plan. Ce système est constitué de deux articulations, l'une prismatique, l'autre rotoïde. La masse m_2 peut coulisser librement le long de la barre. Les résultats ont été comparés avec la référence [4]

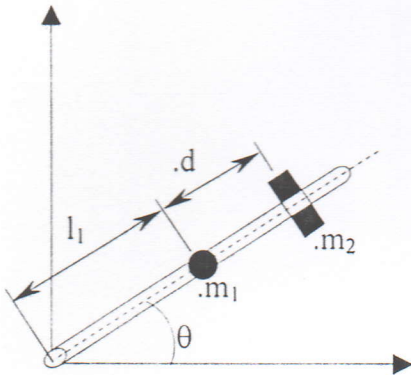


figure V-7 : système

Les caractéristiques géométriques sont comme suit :

$$l_1 = 1 \text{ m}, \quad d \leq l_2, \quad l_2 = 1 \text{ m}$$

$m_1 = m_2 = 10 \text{ Kg}$ sont des masses concentrées.

Le mécanisme se déplace sans frottements.

Les positions initiales et finales sont données par

$$P_s = (-1, 0.5); \quad P_f = (1, 1.5)$$

Nous supposons le système comme étant rigide.

La trajectoire du mouvement est donnée par le graphe suivant :

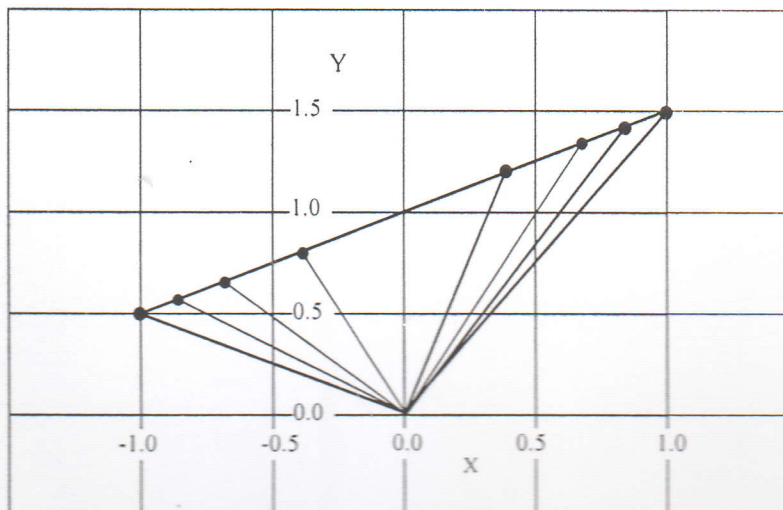


figure V-8 : trajectoire

L'évolution dans le temps des différents paramètres cinématiques et dynamiques est donnée par les graphes suivants

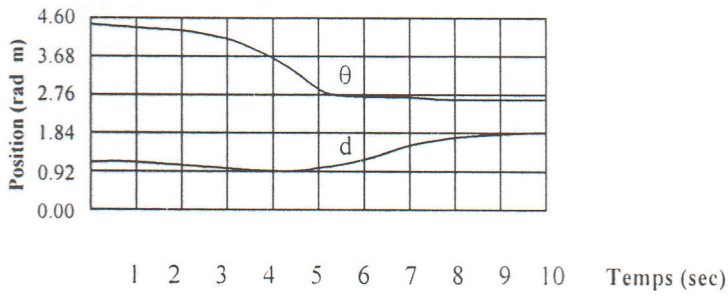


figure V-9 : position

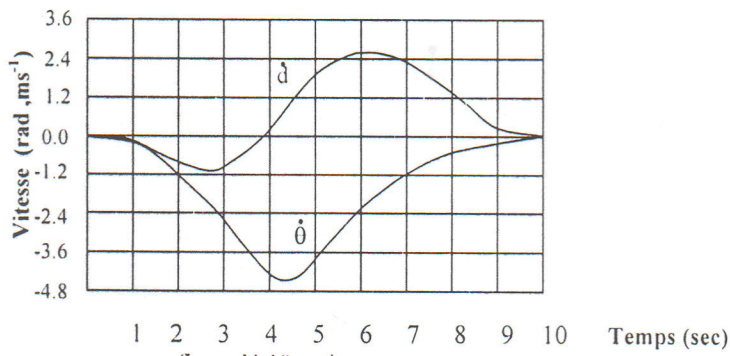


figure V-10 : vitesse

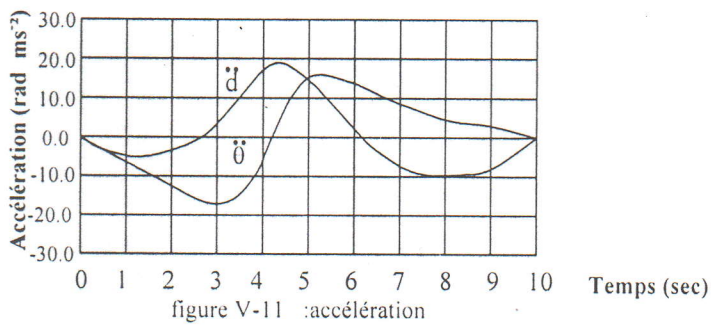


figure V-11 : accélération

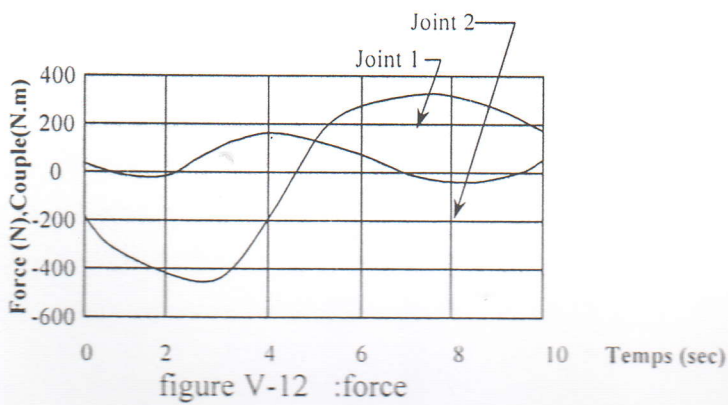


figure V-12 : force

4-Application sur un robot PUMA RRR

-1ere PARTIE

Pour cette application nous prendrons un système mécanique articulé évoluant en trois dimensions. Ce système est composé de trois articulations rotoides.

Les éléments sont considérés comme étant rigides et le mouvement sans frottements. Les positions initiales et finales sont données par :

$$P_s = (-43.2, -15.0, 43.2) \quad - \quad P_f = (-15.0, 43.2, -43.2)$$

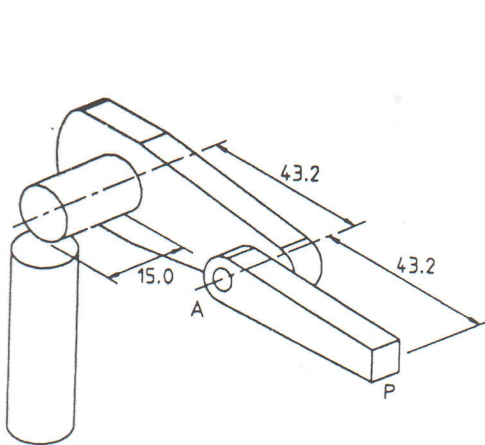


figure V-13 : système

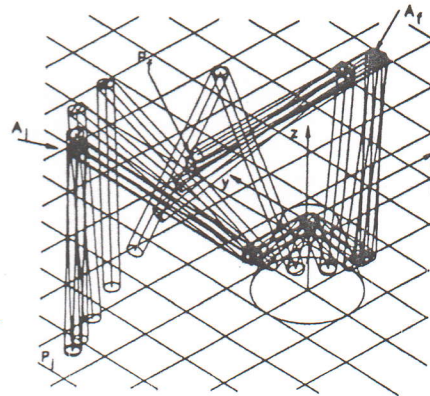


figure V-14 : trajectoire

Les paramètres de DH ainsi que les caractéristiques inertiels et massiques de ce système sont résumés dans les deux tableaux tableau suivants :

Les résultats de cette application ont été comparés à la référence [4]

	1	2	3
α_i	$\pi / 2$	0	$\pi / 2$
a_i	0	43.2	0
θ_i	$\pi / 2$	0	$\pi / 2$
r_i	0	15.0	0

Elément	M(kg)	I_{xi} (kg.m)	I_{yi} (kg.m)	I_{zi} (kg.m)
1	28	19.9	15.6	10.4
2	55	31	28	11
3	17.2	10.8	13.6	06

Les matrices de passage associés à chaque repère sont donnés par :

$$T_{12} = \begin{bmatrix} \cos 1 & 0 & -\sin 1 & 0 \\ \sin 1 & 0 & \cos 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{23} = \begin{bmatrix} \cos 2 & -\sin 2 & 0 & a_2 \cos 2 \\ \sin 2 & \cos 2 & 0 & a_2 \sin 2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{34} = \begin{bmatrix} \cos 3 & 0 & \sin 3 & 0 \\ \sin 3 & 0 & -\cos 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les courbes ci dessous nous donnent l'évolution dans le temps des différents paramètres cinématiques

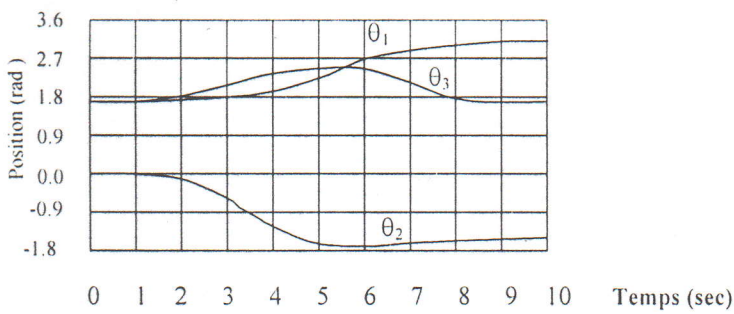


figure V-15 :position

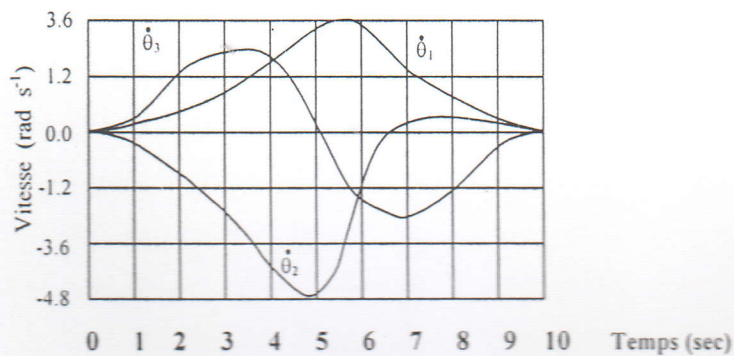


figure V-16 :vitesses

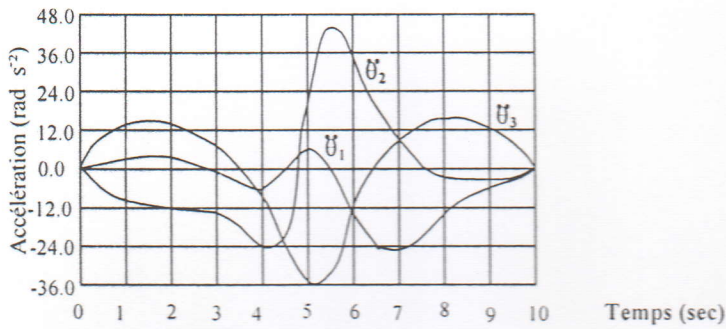


figure V-17 :accélérations

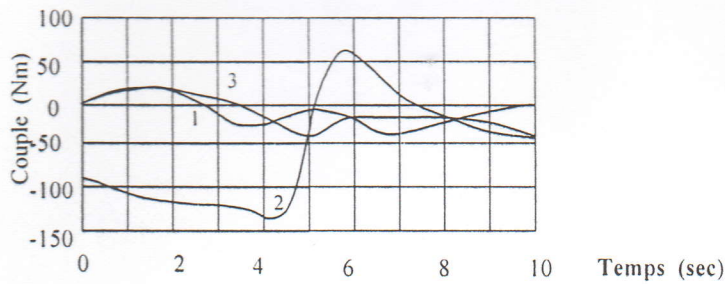


figure V-18 :couple

-2eme PARTIE

Afin d’observer le comportement dynamique d’un systeme en prenant compte de l’hypothese de la flexibilité des joints ,nous utiliserons le meme SMA étudié en premiere partie de cette application mais en supposant que les articulations sont flexibles et ayant pour constantes de rigidité :

$$K_1 = K_2 = K_3 = 10000 \text{ Nm/rd.}$$

Nous résumons dans le tableau ci dessous les differents parametres

PARAMETRES	ACTIONNEUR 1 ET 2	ACTIONNEUR 3
-inertie rotor [kg.m ²]	0.5900 10 ⁻³	0.1200 10 ⁻³
-inerties arbre entrée réducteur [kg.m ²]	0.6510 10 ⁻⁴	0.4574 10 ⁻³
-Rapport de réduction [rd .s ⁻¹]	160	200
-Coefficients du frottement visqueux [Nm/rd.s ⁻¹]	0.3320 10 ⁻³	0.5584 10 ⁻⁴

En fonction de la valeur instantanée du couple aux différents joints ,nous obtenons sur les figures,le tracé de la variable angulaire delivrée par la moteur q_{1i} et celle prise par l’élément (segment) du SMA q_{2i}.

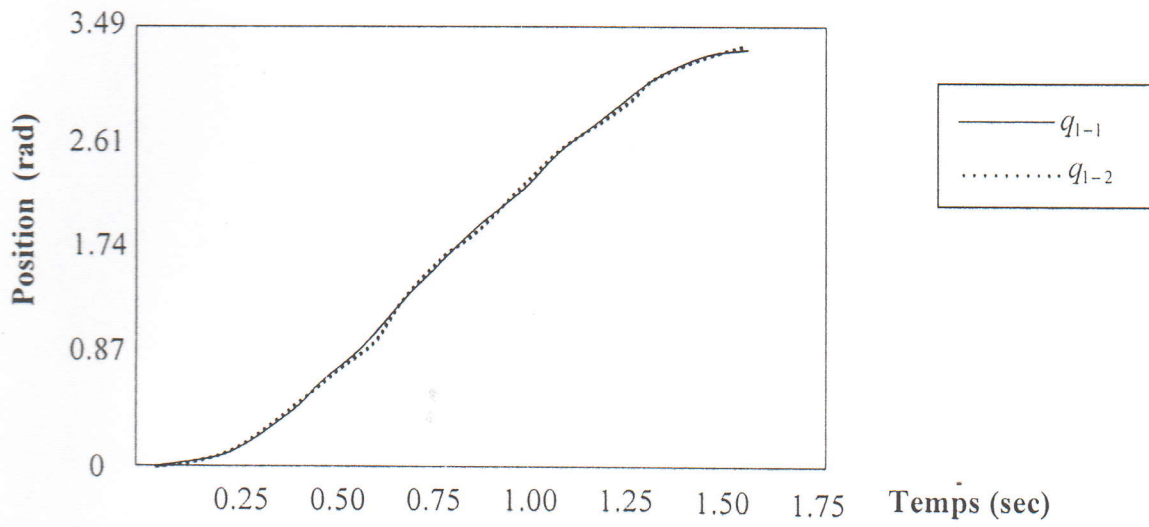


figure V-19 :position q_{1-i}

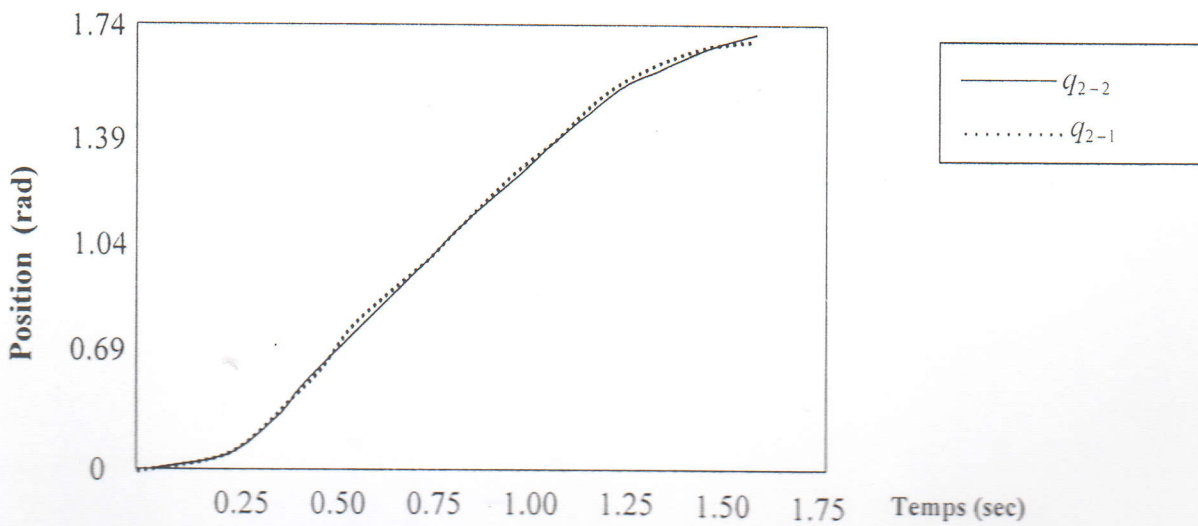


figure V-20 :position q_{2-i}

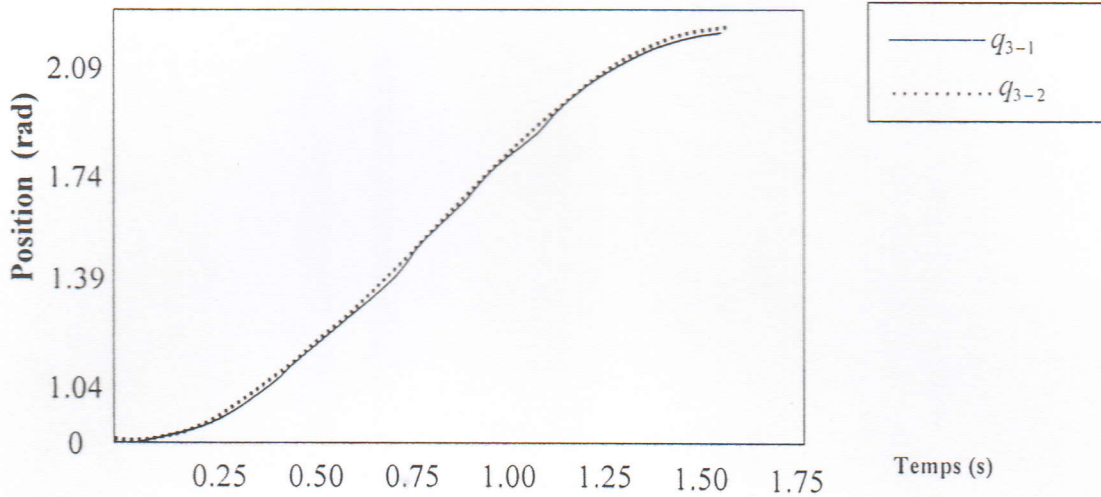


figure V-21 : position q_{3-i}

Nous constatons que la position du moteur est décalée par rapport a la position du segment.

Ce décalage est d'autant plus important que les constantes de rigidité sont faibles. Ce qui implique que plus la constante de rigidité est grande plus on approche du cas rigide.

Dans les figures qui suivent nous faisons apparaître l'écart entre la position délivrée par le moteur et celle subie par le segment avec trois valeurs différentes de constantes de rigidité.

Ces résultats ont été comparés avec la référence [4] et [34].

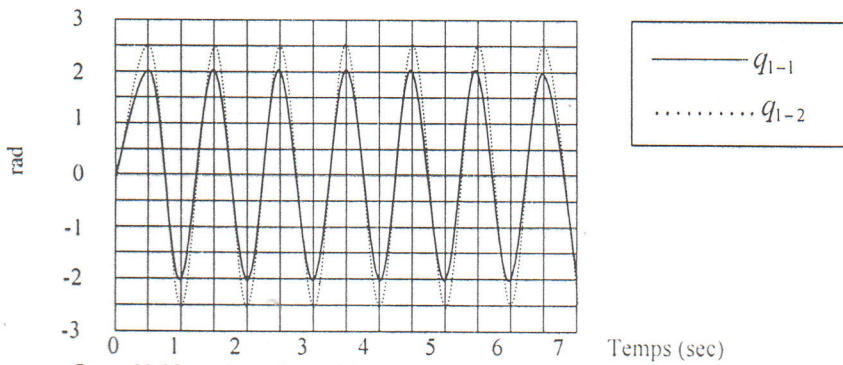


figure V-22 : écart de position pour $K_1=K_2=500$ N.m/rad

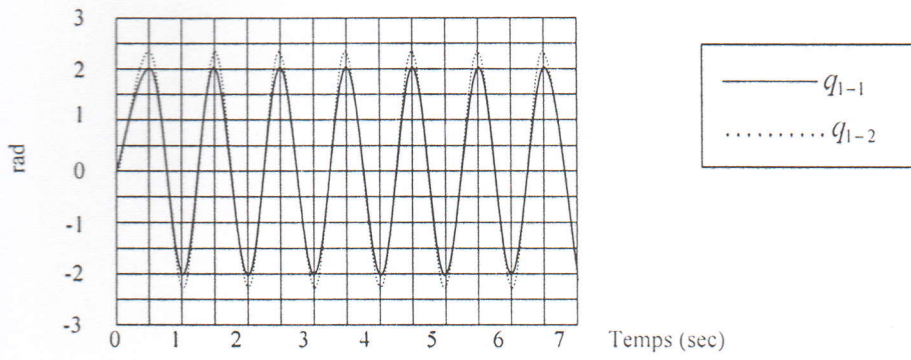


figure V-23 : écart de position pour $K_1 = K_2 = 5000$ N.m/rad

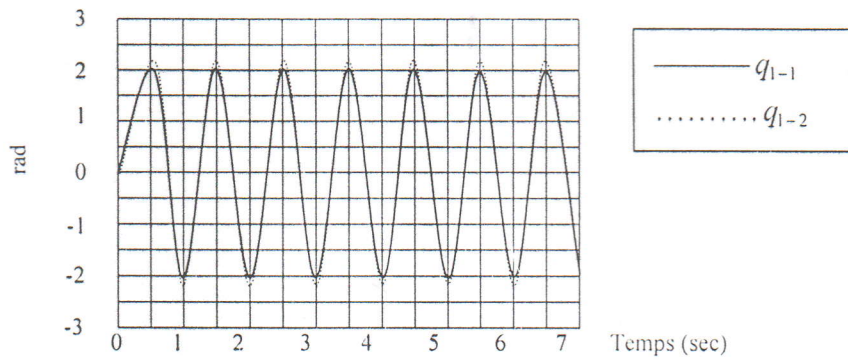


figure V-24 : écart de position pour $K_1 = K_2 = 50000$ N.m/rad

BIBLIOGRAPHIE

[1]-E . DOMBRE ; W. KHALIL

Modélisation et commande des robots .

HERMES 1988.

[2]-M .GIORDANO ; J .LOTTIN

Cours de robotique ,description et fonctionnement des robots industriels.

ARMAND COLIN 1990.

[3]-P.CAPIRCIO

Programmation objet .Développement d'application en small talk..

ARMAND COLIN 1994.

[4]-R . J. H OOKER ; J-PEREIRA

An integrated robot analysis procedure

vol 22 ,N°10 , PP1069-181 ,IEEE 1997 .

[5]-J .Lenarcic

Kinematics

Journal of mechanism transmission and automation in design .

.vol 10. Septembre 1997.

[6]-A . BARACCO

Modèle dynamique des manipulateurs.

ENSAM- paris Décembre 1986

[7]-S.GUPTA ; M.A. TOWNSEND

On the equation of motion for robot arms and open kinematic chains.

Journal of mechanisms ,transmission and automation in design septembre 1988.

[8]-A.CASSANO ; A .CARDANO

A comparison between three variable step algorithms for the integration of the equation of motion in structural dynamics.

Latin American Research 1991.

N [9]-P.COIFFET

Les robots ,Tome 1 :Modelisation et commande

HERMES 1981

[10]-J.WITTENBURG

Dynamics of systems of rigid bodies-B.G.TEUBNER

International conference on robotics. Stuttgart 1995

[11]-H.ASADA, J.J.SLOTINE-Robot Analysis and control

John Willey & sons-New York 1990

[12]-C.Barthley ,D.Willis

Conception mécanique ,cinématique et dynamique des robots

Revue française de mécanique N° 1995-4 Paris, Automne 1989.

[13]-Computer simulation of manipulator dynamics using different control laws

Third international conference on advanced robotics –Versailles .Octobre 1987.

[14]-Dynamique Behaviour of deformable and rigid articulated systems

Structural mechanics in reactor technology 10th conf –Los Angeles. Aout1989

[15]-T.J.TARN ; A.K. BEJCZY

software elements

Journal of structural mechanics vol15 PP 1198-1208 -1992.

[16]- HUI CHENG;K.C. GUPTA

An historical note on finite rotations

IEEE vol 205 PP 598-605 -1988.

- [17]-SHYNG-HER LIN,SABRI TOSUNOGLI et DELBERT TESAR.
Control of a six degree –of –freedom flexible industrial manipulator
IEE journal of robotics research-1995.
- [18]-C.S.G.LEE ; M. ZIEGLER.
A geometrical approach in solving the inverse kinematics of PUMA robots
vol3 PP 87 –101-1993.
- [18]-YOO,W.S ,and HAUG ,E.J
Dynamics of structural mechanics
vol 14 PP 105-126. Septembre 1997
- [19]-T. KOKKINIS.
Kinematics and design of a direct –drive robot arm
Proceedings, IASTED International conference on robotics and automation .
Santa Barbara , California.1990
- [20]-M.J.ALDON
Elaboration automatique des méthodes dynamiques des robots en vue de leur conception et
leur commande.
Thèse de doctorat d'état ,université de Languedoc Montpellier 1982.
- [21]-Introduction à la robotique
J-Grant, f .Bara Dalloz 1994
- [22]-Modélisation et commande
L-PERROTTE .HERMES 1999
- [23]-M.RENAND
Contribution à la modélisation et à la commande dynamique des robots manipulateurs .
These de doctorat d'état université Paul Sabatier de Toulouse, septembre 1980.
- [24]- N.BOLOTNIK ;V GRADETSKY; F.CHERNOUSKO
Manipulation robots dynamics and optimisation.

[25]-DENAVID, J & HARTENBERG.R.S.

Kinematic notation for lower –pair mechanisms based on matrices.

Jour .Appl .Mech. , ASME, 22 , 215-221.1955

[26]-VUKOBRATOVIK,M.& KIRCANSKI,M.

Kinematics and trajectory synthesis of manipulation robots.

Springer-Verlag, Berlin ,1986.

[27]-FARHANG ,SAKHITAB ,YAZDI

Contribution à la simulation du comportement dynamique des mécanismes tridimensionnels

Application à la conception des robots manipulateurs .

Otobre 1983.

[28]-P.ÄNDRE ;J.M KAUFMANN ; F.LHOTE ; J.P.TAILLARD

Les robots :Tome 4 Les constituants technologiques.

HERMES 1983.

[29]-K.A.TABOUB ;P.C.MULLER

A new control method applied to robot with joint elasticity.

PP 565-570. IEEE 1994.

[30]-K.P.JAUKOWSKY; H.A.EL MARGHY

Dynamic decoupling for hybrid control of rigid /flexible –joint robots interacting with the environment .

vol 22, N°4 ,PP736-747.IEEE 1992

[31]-KHORASANI

Adaptive control of flexible joint robots.

vol8, N° 2, PP250-267.IEEE 1992.

[33]-M.C.READMAN ; P.R.BELANGER

Analysis and control of flexible joint robot ,

IEEE 1990.

[34] –B-RUSSEL

Procedure of control for flexible joint robots IEEE 1997

[35] –VUKOBRATOVIC.M

Contribution to computer construction of active chain models

Tran.Asme J.appl.Mecha.,46 N° 1 1979.



[36] J.b.JONKER

SPACAR user manuel and system description

Delft university of technology,Laboratory for engineereng mechanics,1988 report TM872.

[37] W.DUFFEK and FUHRER

Analysis and simulation of rail and road vehicles with the programm MEDYNA .

Nordstrom editor proc 9th IAVSD –symposium on the dynamics of vehicles on roads and tracks,page71-85.1994

[38] BOLAND .Ph and P.Y.WILLEMS.

Stability analysis of interconnected deformable bodies with closed loop configuration.

AIAA Journal ,vol13,1989.