## $1^{er}$ E.M.D Electricité

Janvier 2005

### xercice N°1 : (5pts)

Soit un dipôle electrique de moment dipolaire $\vec{p} = q.\vec{AB}$ avec $AB = 2a$

- Déterminer le champ $\vec{E}_M$ (sens, direction et module) et le potentiel $V_M$ crées par le dipôle en un point M de l'espace situé à une distance r du milieu O de AB avec $r >> a$.
- Tracer les projections des surfaces équipotentielles et des lignes de champ sur votre feuille d'examen

### xercice N° 2 : (6pts)

A. Une charge q positive est distribuée uniformément sur la circonference d'un cercle de centre O et de rayon R. Si $\lambda$ est la densité linéaire de charge, déterminer le champ électrique $\vec{E}$ crée par cette répartition en un point M appartenant à l'axe $x'Ox$ de la spire tel que $OM = a$. Fig.2.

B. Dans le schéma de la Figure 3 ; déterminer le champ $\vec{E}_N$ au point N milieu de OO' sachant que les deux spires ont le même rayon R et tel que $\lambda_1 = +\lambda$ et que $\lambda_2 = 2\lambda$

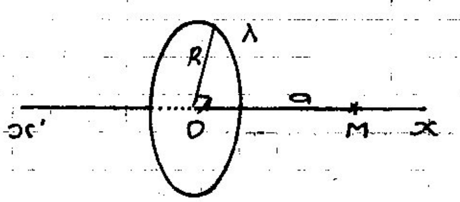



Fig 2.

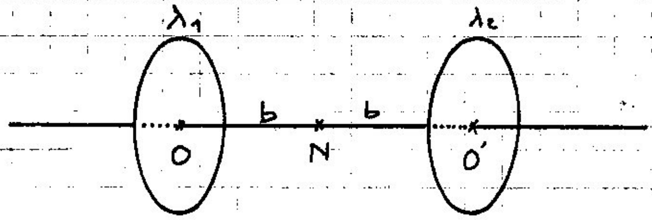



Fig 3.

### xercice N° 3 (9pts)

Une charge q positive est distribuée à l'interieur d'une sphère de centre O et de rayon b possédant une cavité de rayon $a = b/2$ (Fig 1)

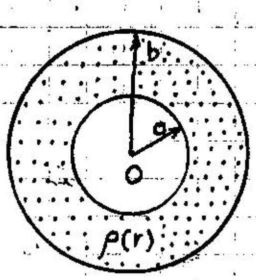
La distribution n'est pas uniforme et on donne :

$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) \quad \text{avec } \rho_0 = C^{te} \text{ et } r \in [a, b]$$

1/ Déterminer le sens et la direction du champ électrique $\vec{E}$ crée par cette repartition à travers tout l'espace.

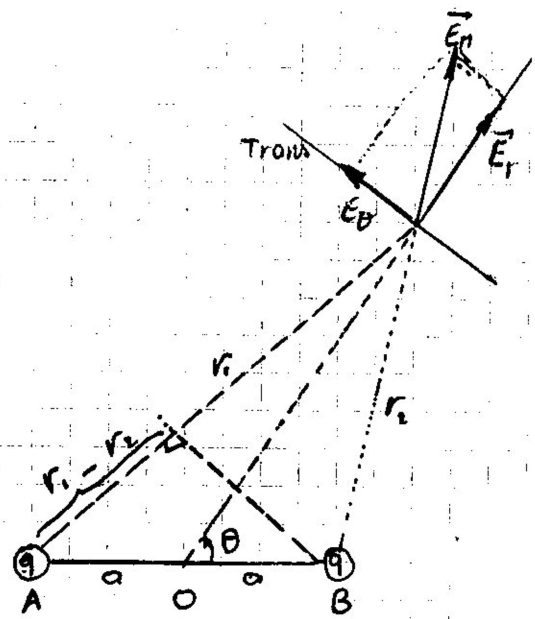
2/ Déterminer, en utilisant le theoreme de Gauss, le module de ce champ $\vec{E}$

3/ En déduire l'expression du potentiel V à travers tout l'espace.



## SOLUTION de l'E.M.D N°1 :

Dipôle electrique




$V_M = V(+q) + V(-q)$

$V_M = \frac{Kq}{r_2} - \frac{Kq}{r_1} = \frac{K\, q\,(r_1 - r_2)}{r_1\, r_2}$

Comme $r >> a$, on peut approximer

$r_1\, r_2 = 2 r^2$
$r_1 - r_2 = 2a \cos\theta$

D'où $V_M = \frac{2Kqa\cos\theta}{r^2} = \frac{K\, p\cos\theta}{r^2}$

Calcul du champ $\vec{E}_M$

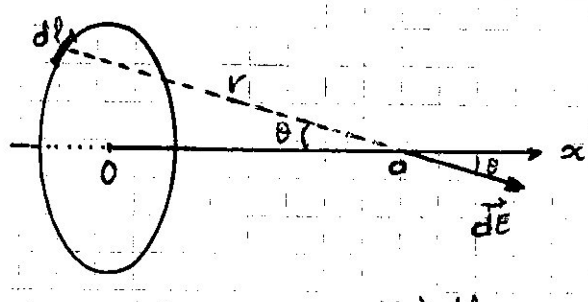
$\vec{E}_M = -\overrightarrow{grad}\ V_M$

$$\vec{E}_M = \begin{cases} E_r\,.\,\vec{u}_r = -\frac{\partial V_M}{\partial r}\,.\,\vec{u}_r \\ E_\theta\,.\,\vec{u}_\theta = -\frac{1}{r}\,.\,\frac{\partial V_M}{\partial r}\,.\,\vec{u}_\theta \end{cases} \Longrightarrow \boxed{\vec{E}_M \begin{cases} E_r = \frac{2K\, p\cos\theta}{r^3} \\ E_\theta = \frac{K\, p\sin\theta}{r^3} \end{cases}}$$

Lignes de champ et equipotentielles : Voir TD

## Exercice N°2

2 élements $dl$ et $dl'$ symetriques / $x'Ox$ produisent 2 champs élémentaires $\vec{dE}$ et $\vec{dE'}$ dont la résultante est portée par l'axe $\vec{Ox}$. Donc $\vec{E}_M$ sera porté totalement par l'axe des x vers les $x>0$.




Module de $\vec{E}_M$

$dl \xrightarrow[\text{porte}]{} dq = \lambda\, dl > 0 \xrightarrow[\text{crée en M}]{} \vec{dE}$ sortant tel que $dE = \frac{K\lambda\, dl}{r^2}$

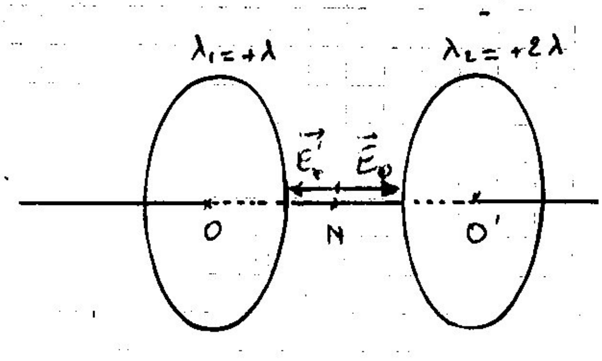
$dE_x = dE\,.\cos\theta = \frac{K\lambda dl}{r^2}\cos\theta \Rightarrow E_M = \int dE_x = \int \frac{K\lambda\, dl\cos\theta}{r^2}$

$E_M = \frac{K\,.\,\lambda\,.\cos\theta}{r^2}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{K\lambda\cos\theta\,.\,2\pi R}{r^2} = \frac{\lambda\, a\, R}{2\varepsilon_0 (a^2 + R^2)^{3/2}}$

---

$\vec{E}_N = \vec{E}_o + \vec{E}_{o'}$ par projection

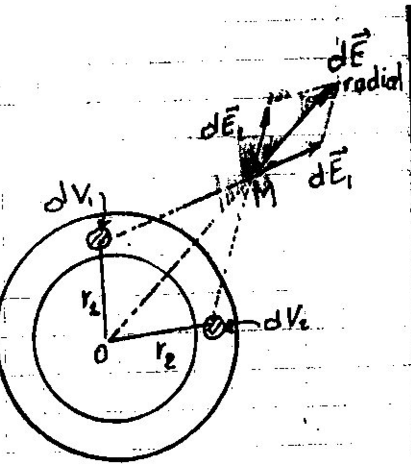
$E_N = -E_o + E_o'$




$$\text{avec} \begin{cases} E_o = \frac{\lambda\,.\,b\,.\,R}{2\varepsilon_0 (b^2 + R^2)^{3/2}} \\ E_{o'} = \frac{2\lambda\, b\, R}{2\varepsilon_0 (b^2 + R^2)^{3/2}} \end{cases}$$

D'où $\boxed{E_N = -\frac{\lambda\, b\, R}{2\varepsilon_0 (b^2 + R^2)^{3/2}}}$ : $\vec{E}_N$ est porté par l'axe des x vers les $x<0$

## Exercice N° 3 (9 pts)




Sens et direction de $\vec{E}$

$\forall M / OM = r$ et $r > b$

$dV \to dq = \rho\, dV > 0 \to d\vec{E}$ sortant

Soit $dV_2$ symetrique de $dV_1$ / l'axe radial (OM)

$dV_2 \Rightarrow dq_2 = dq_1 \to d\vec{E}_2$ ; $d\vec{E}_1$ sym $d\vec{E}_2$

$\rho_2 = \rho_1$ si $r_2 = r_1$

$dV_1$ et $dV_2$ étant symetriques par rapport à OM sont équidistants de O.

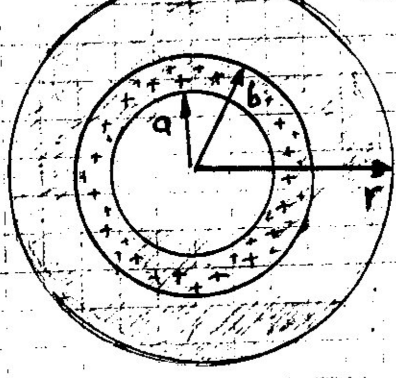
La résultante $d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2$ est portée totalement par l'axe radial et sortante.

Si on prend 2 à 2 tous les élements symétriques de la distribution, on remarque que $\vec{E}_M$ sera radial et sortant.

Même raisonnement si $M / OM = r$ pour $a < r < b$ et $r < a$.

Module de $\vec{E}_M$

2.a : $\forall M / OM = r$ et $r > b$ : (l'exterieur)



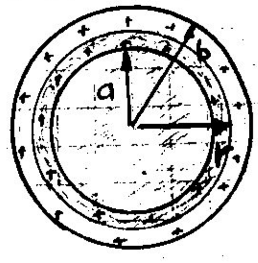

$$\Phi = \oiint_{S_G} \vec{E}_M \cdot \vec{dS} = \oiint_{S_G} E_M \cdot dS = E_M \oiint_{S_G} dS = E_M \cdot S_G = E_M \cdot 4\pi r^2$$

$$\Phi = \frac{1}{\varepsilon_0}\int dq = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho(r)\cdot dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_a^b \rho_0\left(1 - \frac{r}{b}\right)\cdot 4\pi r^2\, dr$$

$$\Phi = \rho_0 \frac{4\pi}{\varepsilon_0}\int_a^b \left(r^2 - \frac{r^3}{b}\right) dr = \frac{11\pi a^3 \rho_0}{6\varepsilon_0} \quad \text{avec } b = 2a$$

En égalisant les 2 parties : $E_M(r) = \dfrac{11 a^3 \rho_0}{24 \varepsilon_0 r^2}$

2.b : $\forall M / OM = r$ et $a < r < b$

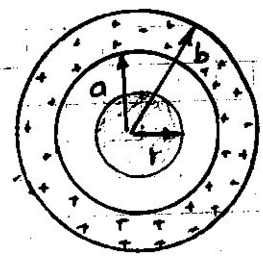



$$\Phi = \oiint_{S_G} \vec{E}_M \cdot \vec{dS} = E_M \cdot 4\pi r^2$$

$$\Phi = \frac{1}{\varepsilon_0}\int dq = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_a^r \rho_0\left(1 - \frac{r}{b}\right)\cdot 4\pi r^2\, dr = \frac{4\pi\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{r^3}{3} - \frac{r^4}{8a} - \frac{5a^3}{24}\right)$$

En égalisant : $E_M(r) = \dfrac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{r}{3} - \dfrac{r^2}{8a} - \dfrac{5a^3}{24 r^2}\right)$

2.c/ : $\forall M / OM = r$ et $r < a$




$$\Phi = \frac{1}{\varepsilon_0}\int dq = 0$$

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot \vec{dS} = E \cdot 4\pi r^2$$

d'où $E_M(r) = 0$ : $E_M(r) = 0$

Calcul du potentiel $V(M)$

$\vec{E}_M = -\overrightarrow{grad}\, V \Rightarrow \vec{E}_M(r) = -\dfrac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r - \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_\theta = -\dfrac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r$ : $\vec{E}_M$ radial seulement

$$V_M(r) = -\int E(r)\cdot dr$$

- pour $r > b$ : $V_1(r) = \dfrac{11 a^3 \rho_0}{24 \varepsilon_0 r} + C_1$ ; $V_1(r = \infty) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$ : $V_{M_1}(r) = \dfrac{11 a^3 \rho_0}{24 \varepsilon_0 r}$
- pour $a < r < b$ : $V_2(r) = -\dfrac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{r^2}{6} - \dfrac{r^3}{24a} + \dfrac{5a^3}{24 r}\right) + C_2$ ; $V_1(r = b) = V_2(r = b) \Rightarrow C_2 = \dfrac{2a^2\rho_0}{3\varepsilon_0}$
- pour $r < a$ : $V_3(r) = C_3$ ; $V_2(r = a) = V_3 \Rightarrow V_3 = \dfrac{\rho a^2}{3\varepsilon_0}$

# E . M. D. N°1 Electricité

5 Fevr

## Exercice N°1 :

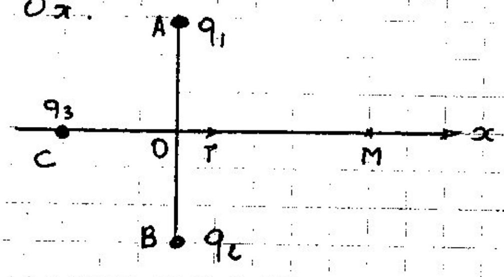
Les charges ponctuelles $q_1$ ; $q_2$ et $q_3$ sont disposées comme indiqué sur la
Sachant que $q_1 = q_2 = -q$ et $q_3 = 2q$ ; $OA = OB = OC = a$.

a/ Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ et le potentiel électrique $V$ crées par les charges au point $M$, situé sur l'axe $Ox$ et repéré par $OM = x$.

b/ Déterminer l'énergie potentielle qu'aurait une charge ponctuelle $q_0$ ficti placée au point $M$.

c/ Au point O, une charge ponctuelle $q' = q$ est abandonnée sans vitesse initi La charge $q'$ se met-elle en mouvement ? Justifier votre réponse.

d/ En supposant que $q'$ n'est soumise qu'à la seule force electrique (con $\Rightarrow \Delta E_c(x) = -\Delta E_p(x)$, déterminer l'expression de l'énergie cinétique qu'aurait $q'$ le long de l'axe $Ox$.



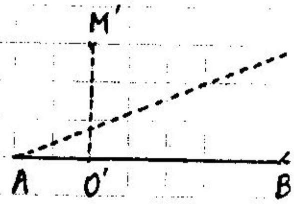

## Exercice N°2 :

Une charge $q > 0$ est distribuée uniformément le long d'un fil AB, de longueur finie ; soit $\lambda$ la densité linéique de charge. ($a$, $b$, $\theta_1$ et $\theta_2$ sont données)

a/ Déterminer le champ $\vec{E}$ crée par cette distribution au point M de la figure.

b/ En déduire, le champ et le potentiel au point M crées par un fil rectiligne AB indéfini chargé par $\lambda$.

c/ Dans le cas du fil indéfini, exprimer la différence de potentiel $\Delta V$ entre les points M et M' de la figure.




$O'M' = b$ $\widehat{OMB}$ :
$OM = a$ $\widehat{OMA}$

## Exercice N°3 :

Soit une distribution de charge, sphérique, de densité volumique $\rho(r)$, l par les sphères concentriques de centre O et de rayons respectifs $a = R$ et b.
La densité $\rho(r) = 0$ pour $r > 2R$ ; $\rho(r) = \frac{c}{r}$ pour $2R > r > R$ et $\rho(r) = 0$ pu
$c$ = constante

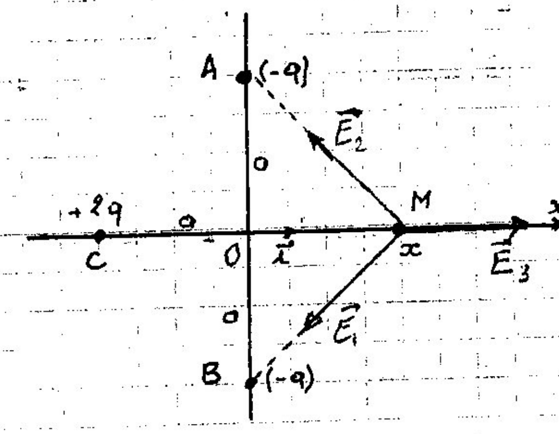
a/ Déterminer le champ électrique $\vec{E}(r)$ à travers tout l'espace. Tracer $E(r$

b/ En déduire $V(r)$ à travers tout l'espace. Tracer $V(r)$

c/ Déterminer l'unité de $c$.

OLUTION :

xercice N°1 :




) $V_M = \sum_{i=1}^{3} K \frac{q_i}{r_i} + C^{te}$ ; après calculs

$V_M = 2Kq\left(\frac{1}{(x+a)} - \frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}}\right)$

. $\vec{E}_M = -\overrightarrow{grad}\, V_M \Rightarrow \vec{E}_M = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}$

$\vec{E}_M = 2Kq\left(\frac{1}{(x+a)^2} - \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}\right)\vec{i}$

l'energie potentielle d'une charge fictive $q_0$ placée en M.

$E_{pM} = q_0 V_M \Rightarrow E_{pM} = 2Kqq_0\left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\right)$

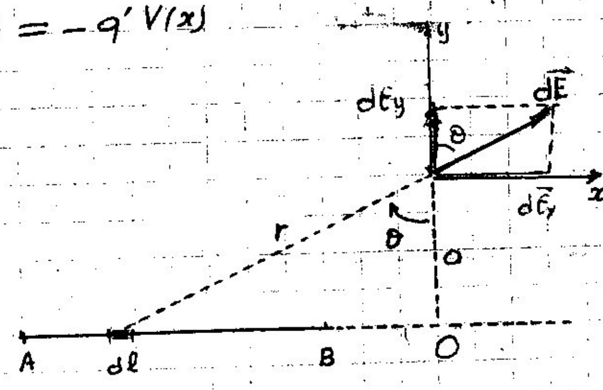
en O ; $x = 0 \Rightarrow \vec{E}_0 = \vec{E}(x=0) = 2K\frac{q}{a^2}\vec{i} \neq \vec{0}$, donc q' sera soumise à une force electrique $\vec{F}' = q'\vec{E}_0 = 2K\frac{q^2}{a^2}\vec{i}$ : donc q' se mettra en mouvement en suivant la direction $x'Ox$ et dans le sens de $\vec{F}'$.

q' est soumise à la seule force électrique - cette force est conservatrice donc :

$$\Delta E_c(x) = -\Delta E_p(x)$$
$$E_c(x) - \underbrace{E_c(x=0)}_{0} = -[E_p(x) - E_p(x=0)]$$

d'où $E_c(x) = -q'(V(x) - V(0)) \Rightarrow E_c(x) = -q'V(x)$

xercice N°2




. $dl \longrightarrow dq = \lambda\, dl$ ; $\lambda > 0$ donc $d\vec{E}$ sortant

. $dE = \frac{K\lambda . dl}{r^2}$

. $tg\theta = \frac{l}{a}$ ; $l = a\, tg\theta \Rightarrow dl = \frac{a.d\theta}{\cos^2\theta}$

. $\cos\theta = \frac{a}{r} \Rightarrow r = \frac{a}{\cos\theta}$

d'où finalement, en remplaçant $dE = \frac{K\lambda}{a}.\cos\theta \Rightarrow d\vec{E}\begin{cases} dE_x = \frac{K\lambda}{a}\sin\theta\, d\theta \\ dE_y = \frac{K\lambda}{a}\cos\theta\, d\theta \end{cases}$

d'où $\vec{E}_M\begin{cases} E_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{K\lambda}{a}\sin\theta . d\theta \\ E_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{K\lambda}{a}.\cos . d\theta \end{cases} \Rightarrow \boxed{\vec{E}\begin{cases} E_x = \frac{K\lambda}{a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \\ E_y = \frac{K\lambda}{a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1) \end{cases}}$

. si le fil rectiligne est de longueur infinie, $\theta_1 = -\frac{\pi}{2}$ et $\theta_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_M = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\vec{j}}$ vertical

. $\vec{E}_M = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}\vec{j}$ avec $y = a$, d'où le potentiel en M

$\vec{E}_M = -\overrightarrow{grad}\, V_M \Rightarrow \vec{E}_M\begin{cases} E_x = -\frac{\partial V_M}{\partial x} = 0 \\ E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \end{cases} \Rightarrow V_M = -\int E_n\, dy = -\int \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}\, dy$

d'où $\boxed{V_{(M)} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{a} + C^{te}}$ et $V_{M'} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{b} + C^{te}$

## Exercice N° 3.

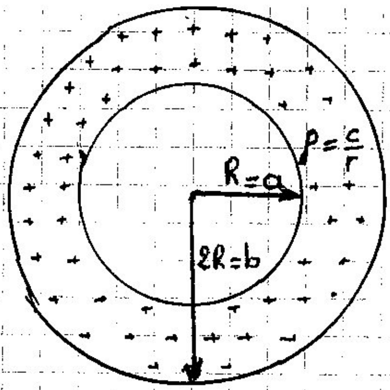
$\Delta V = V_M - V_{M'} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{b}{a}$

a/ Détermination de l'unité de a.

$\rho = \frac{c}{r}$ ; $[\rho] = \frac{\text{Coulomb}}{m^3}$ ; $[r] = m \Rightarrow [c] = [\rho].[r] = \frac{C}{m^3}.m = C/m^2$

b/ Détermination du champ électrique $\vec{E}(M)$ dans tout l'espace.

En utilisant le théorème de Gauss pour les 3 régions $r > 2R$ ; $R < r < 2R$ et $r < R$



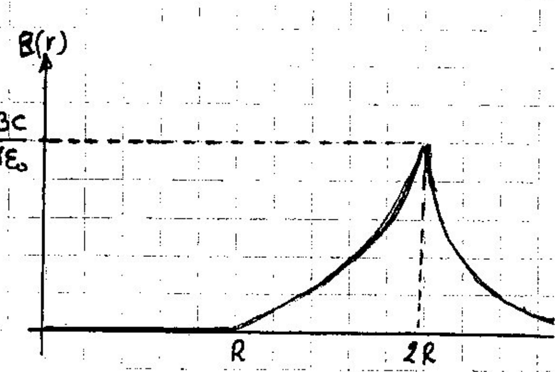

$\Phi = \oint \vec{E}.\vec{dS} = \frac{\Sigma Q_i}{\varepsilon_0}$

. $\vec{E}$ sortant, $\vec{E}$ radial, $|\vec{E}|$ constant si $r$ fixe

$$\Sigma \frac{Q_i}{\varepsilon_0} = \begin{cases} 0 & \text{si } r < R \\ \int_a^r \frac{\rho}{r}.4\pi r^2\,dr & \text{si } R < r < 2R \\ \int_a^b \frac{\rho}{r}.4\pi^2\,dr & \text{si } R < r < 2R \end{cases}$$

On obtient

$$E(r) = \begin{cases} 0 & \text{si } r < R \\ \frac{c}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) & \text{si } R < r < 2R \\ \frac{3cR^2}{2\varepsilon_0 r^2} & \text{si } r > 2R \end{cases}$$




c/ Détermination du potentiel $V_M(r)$

$\vec{E} = -\vec{grad}\, V = -\frac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r - \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{u}_\theta \Rightarrow \vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r$

d'où $V = -\int E.dr$

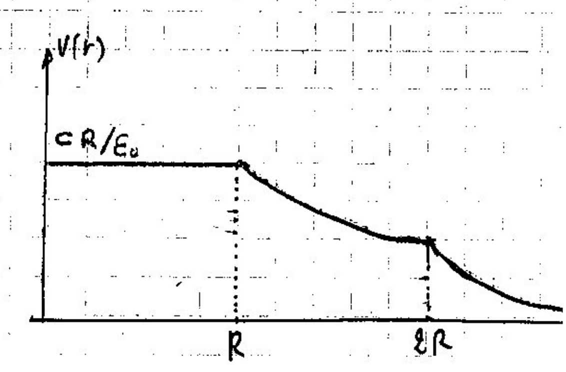
En utilisant les conditions aux limites : $V_3(r) \xrightarrow[r \to \infty]{} 0$

et les conditions de continuité $V_2(r=b) = V_3(r=b)$ et $V_1(r=a) = V_2(r=a)$, l'on

$V_1(r) = \frac{cR}{\varepsilon_0}$ si $r \leq R$

$V_2(r) = \frac{2cR}{\varepsilon_0} - \frac{c}{\varepsilon_0}\left(r + \frac{R^2}{r}\right)$ si $R < r < 2R$

$V_3(r) = \frac{3cR^2}{2\varepsilon_0 r}$ si $r > 2R$



# E.M.D. N°1 Electricité

23 Janv 2001

## Exercice N°1 : Les parties A et B sont independantes

### PARTIE A:

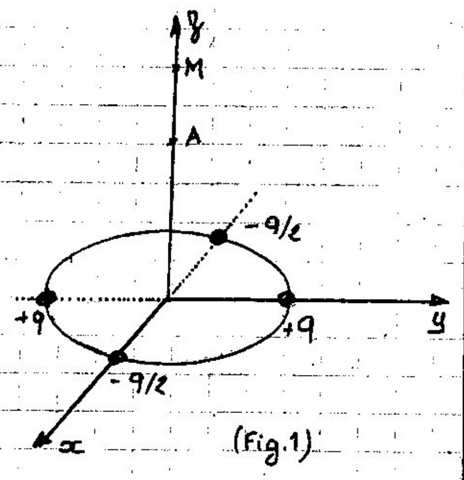
Soient 4 charges ponctuelles positionnées sur le perimètre d'un cercle de centre O et de rayon a, (voir fig.1), appartenant au plan $xOy$

1/ Calculer le champ et le potentiel electrique au point M de l'axe $Oz$. ($z>0$)

2/ En déduire le champ et le potentiel electrique au point A de l'axe $Oz$ tel que $OA = a\sqrt{3}$

3/ Une charge $q_1$ démarre d'une distance infinie vers le systeme de charges précedentes parallèlement à l'axe $Oz$, déterminer l'énergie cinétique initiale pour que la charge $q_1$ arrive au point O. (On donne $\Delta E_c = -\Delta E_p$)

On donne $q = 8.10^{-8}$ cb, $q_1 = 4.10^{-9}$ cb et $a = 6$ cm.



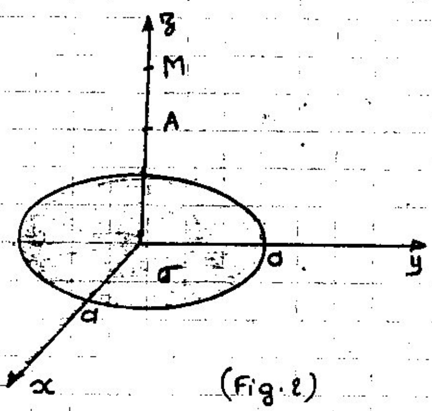

(Fig.1)

### PARTIE B:

On remplace le systeme des charges ponctuelles par une charge $Q>0$ distribuée uniformément en surface sur un disque de centre O et de rayon a de densité $\sigma$. Voir le schéma ci-contre sur la Figure 2.

1/ Calculer le champ et le potentiel electrique au point M de l'axe $Oz$. ($z>0$)

2/ En déduire le champ et le potentiel electrique au point A de l'axe $Oz$ tel que $OA = a\sqrt{3}$

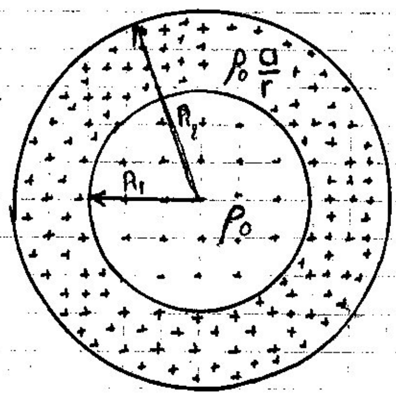



(Fig.2)

## Exercice N°2

Soit une sphère chargée en volume dont la densité volumique de la charge varie comme suit: (Fig3)

$$\rho = \begin{cases} \rho_0 & \text{si } 0 < r < R_1 \\ \rho_0 \cdot \dfrac{a}{r} & \text{si } R_1 < r < R_2 \\ 0 & \text{si } r > R_2 \end{cases}$$




avec $\rho_0$ et $a$ des constantes positives.

En utilisant le theoreme de Gauss, déterminer le champ electrique dans tout l'espace.

En déduire le potentiel électrique correspondant.

Application: $R_1 = R$ et $R_2 = 2R$.

# SOLUTION

## Exercice N°1

### PARTIE A

1) $V = \sum_{i=1}^{4} K \frac{q_i}{r_i}$

$V = K\frac{q}{r} + K\frac{q}{r} - \frac{Kq/2}{r} - \frac{Kq/2}{r}$ avec $r = \sqrt{a^2+z^2}$

d'où $V = K \frac{q}{\sqrt{a^2+z^2}}$

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k} \Rightarrow \vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}$

d'où $\vec{E}_M = K \frac{qz}{(a^2+z^2)^{3/2}}\vec{k}$

2/ Si $z = a\sqrt{3}$ :

$V = \frac{Kq}{2a}$ et $\vec{E} = K\frac{q\sqrt{3}}{8a^2}\vec{k}$

3/ $\Delta E_c = -\Delta E_p \Rightarrow E_c = K\frac{q_1 q}{a}$

### PARTIE B

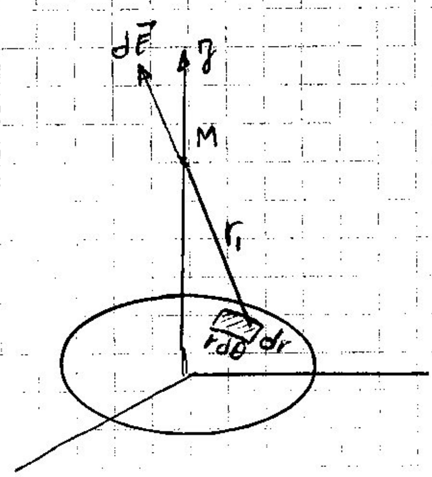
$dV = K\frac{dq}{r_1}$ avec $dq = \sigma ds$ et $ds = r.dr.d\theta$ ; $r_1 = \sqrt{r^2+z^2}$

$dV = K\sigma \frac{r.dr.d\theta}{\sqrt{r^2+z^2}}$

$V = K\sigma \int_0^a \frac{r.dr}{\sqrt{r^2+z^2}} \int_0^{2\pi} d\theta \Rightarrow V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{a^2+z^2} - z\right]$

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k} \Rightarrow \vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}$

d'où $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}}\right)$



Exercice N° 2

$$\rho = \begin{cases} \rho_0 & si \quad r < R_1 \\ \rho_0 \frac{a}{r} & si \quad R_1 < r < R_2 \\ 0 & si \quad r > R_2 \end{cases}$$

1ère zone : $r < R_1$

Theoreme de Gauss $\Phi = \oiint_{S_0} \vec{E} \cdot \vec{dS} = \frac{\Sigma Q_i}{\varepsilon_0} \Rightarrow E . 4\pi r^2 = \frac{q_1}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \rho \, dV = 4\pi \rho_0 \int_0^r r^2 dr$

d'où $E = \frac{\rho_0 r}{3 \varepsilon_0}$

2e zone $R_1 < r < R_2$

$$\Phi = E . 4\pi r^2 = \frac{q_1'}{\varepsilon_0} + \frac{q_2'}{\varepsilon_0} = 4\pi\rho_0 \int_0^{R_1} r^2 dr + 4\pi \rho_0 \int_{R_1}^{r} \frac{a r^2}{r} dr$$

$$\Phi = E . 4\pi r^2 = \frac{4\pi \rho_0 R_1^3}{3 \varepsilon_0} + \frac{4\pi\rho_0 a . r^2}{2 \varepsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{R_1^3}{3r^2} + \frac{a}{2}\right)$$

3e zone : $r > R_2$

$\Phi = E . 4\pi r^2 = \frac{q_1'}{\varepsilon_0} + \frac{q_2''}{\varepsilon_0}$ : charge totale 1 + charge totale 2

$$= \frac{1}{\varepsilon_0} 4\pi \rho_0 \int_0^{R_1} r^2 dr + \frac{1}{\varepsilon_0} 4\pi\rho_0 \int_{R_1}^{R_2} a . r . dr = \frac{4\pi\rho_0}{3\varepsilon_0} R_1^3 + \frac{4\pi\rho_0 a}{2 \varepsilon_0}\left(R_2^2 - R_1^2\right)$$

d'où Finalement $E(r) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\left(\frac{R_1^3}{3r^2} + \frac{a}{2} \cdot \frac{R_2^2 - R_1^2}{r^2}\right)$

En appliquant $R_1 = R$ et $R_2 = 2R$

$$E(r) = \begin{cases} \frac{\rho_0 . r}{3 \varepsilon_0} & \text{pour } r < R_1 \\ \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{R^3}{3r^2} + \frac{a}{2}\right) & \text{pour } R_1 < r < 2R \\ \frac{\rho_0}{\varepsilon_0 r^2}\left(\frac{R^3}{3} + 3\frac{a}{2} R^2\right) & \text{pour } r > 2R \end{cases}$$

Calcul des potentiels correspondants : $dV = -E \, dr$ ; $V = -\int E . dr$

- pour $r < R$ : $V_1 = -\frac{\rho_0 r^2}{6 \varepsilon_0} + C_1$
- pour $R < r < 2R$ : $V_2 = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{R^3}{3r} - \frac{a}{2} r\right) + C_2$
- pour $r > 2R$ : $V_3 = \frac{\rho_0 R}{\varepsilon_0 r}\left(\frac{R}{3} + \frac{3a}{2}\right) + C_3$
- conditions aux limites : $V_3(r = \infty) = 0 \Rightarrow C_3 = 0$
- condition de continuité : $V_3(r = 2R) = V_2(r = 2R) \Rightarrow C_2 = \frac{\rho_0 R}{2\varepsilon_0}\left(\frac{5R}{6} + 2a\right)$
- condition de continuité : $V_2(r = R) = V_1(r = R) \Rightarrow C_1 = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\left(\frac{7}{9} R^2 + \frac{aR}{2}\right)$

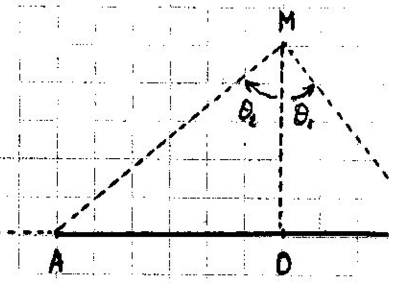
$$\text{Finalement } V(r) = \begin{cases} \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{7}{9} R^2 + \frac{aR}{2} - \frac{r^2}{5}\right) & \text{pour } r < R \\ \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left[\frac{R^2}{3}\left(\frac{R}{r} + \frac{5}{6}\right) + a\left(R - \frac{r}{2}\right)\right] & \text{pour } R < r < 2R \\ \frac{\rho_0 R^2}{\varepsilon_0 r}\left[\frac{R}{3} + \frac{3a}{2}\right] & \text{pour } r > 2R \end{cases}$$

# Examen de SYNTHESE (1h30mn)

## Exercice N°1 (6pts)

On considère une portion de fil AB uniformément électrisée ; sa densité linéique de charge est $\lambda > 0$.

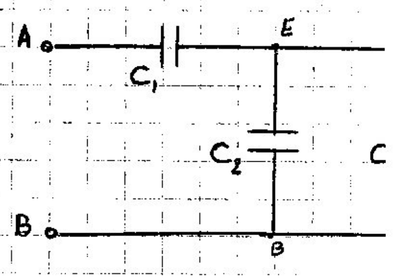
1. Déterminer l'expression du champ E au point M de la figure en fonction de $\theta_1$ et $\theta_2$.
2. Déduire l'expression du champ E crée par un fil indéfini passant par A et B, ayant une densité de charge $\lambda$.




## Exercice N°2 (7pts)

Le circuit de la figure 1 est constitué de 3 condensateurs $C_1 = 3\mu F$ ; $C_2 = C_1$ et $C_3$

1. Donner une valeur à $C_3$ pour que la capacité équivalente entre A et B soit égale à $C_3$.
2. On applique entre A et B une tension $U = 400V$, déterminer la charge et la tension relatives à chaque condensateur.

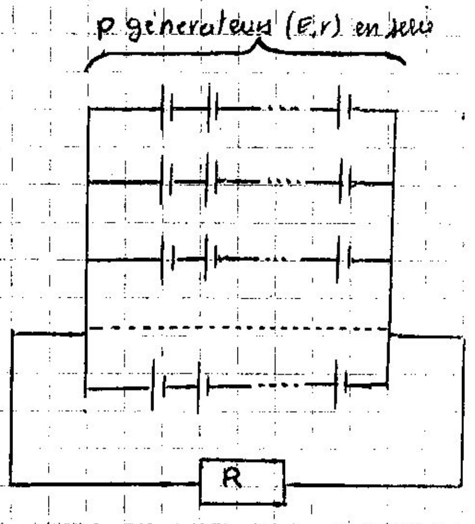



## Exercice N°3 (7pts)

On dispose de n générateurs identiques ayant chacun une f.e.m. E et une résistance interne r. On désire grouper ces générateurs de la manière suivante :

1. Déterminer p et q correspondants à une puissance calorifique maximale dissipée dans R.
2. Déterminer la puissance maximale dissipée dans R.
3. Déterminer le rendement $\rho$ du dispositif utilisé. Quelle conclusion en déduisez vous ?

Application numérique
$n = 36$ ; $E = 2V$ ; $r = 2\,\Omega$ ; $R = 4,5V$

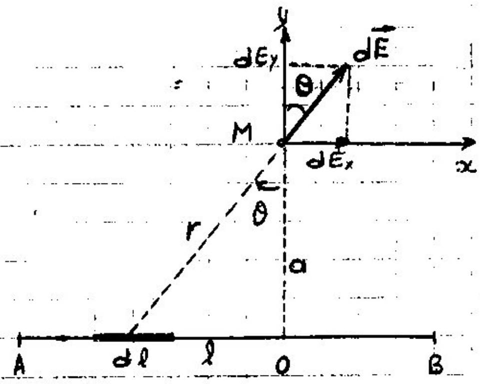


# CORRECTION Synt. Sept 2006

## Exercice N°1

1°/ l'élément $dl$ contient $dq = \lambda\, dl > 0$, d'où en M: $d\vec{E}$ sortant tel que $dE = K.\lambda.dl/r^2$

projection $d\vec{E}\begin{cases} dE_x = K\lambda dl/r^2 \cdot \sin\theta \\ dE_y = K\lambda dl/r^2 \cdot \cos\theta \end{cases}$



comme $dl = a\dfrac{d\theta}{\cos^2\theta}$ $\left(tg\theta = \dfrac{l}{a}\right)$ et $r = \dfrac{a}{\cos\theta}$

$$d\vec{E}\begin{cases} dE_x = \dfrac{K\lambda}{a}\sin\theta\, d\theta \\ dE_y = \dfrac{K\lambda}{a}\cos\theta\, d\theta \end{cases} \Rightarrow \vec{E}\begin{cases} E_x = \displaystyle\int_{\theta_2}^{\theta_1} dE_x = \dfrac{K\lambda}{a}(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) \\ E_y = \displaystyle\int_{\theta_2}^{\theta_1} dE_y = \dfrac{K\lambda}{a}(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) \end{cases}$$

2°/ si le fil est de longueur infinie $\theta_1 = \pi/2$ et $\theta_2 = \pi/2 \Rightarrow \vec{E} = E_y\vec{j} = \dfrac{2K\lambda}{a}\vec{j} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\vec{j}$

## Exercice N°2

1°/ $C_{AB} = C_3 \Rightarrow \dfrac{1}{C_{AB}} = \dfrac{1}{C_3} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_1 + C_3}$

d'où après développement $C_3^2 + C_1C_3 - C_1^2 = 0 \Rightarrow C_3 = \dfrac{-C_1 + C_1\sqrt{5}}{2} = 0{,}618\,C_1$

Appl. num. $C_3 = 1{,}85\ \mu F$

2°/ La charge du condensateur équivalent est

$$Q = C_{AB}\cdot U = C_3\cdot U = 7{,}4\cdot 10^{-4}\,C$$

c'est aussi la charge de $C_1$ entre A et E $\Rightarrow Q_1 = 7{,}4\cdot10^{-4}\,C$

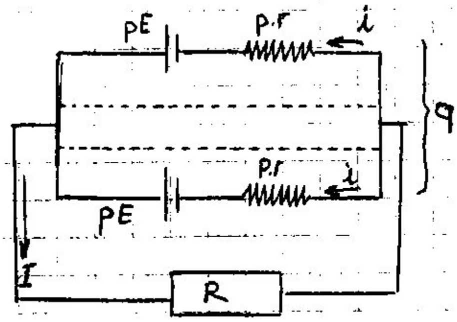
Entre E et B:

* la charge de $C_2 = C_1$ est $Q_2 = C_1(V_E - V_B)$ avec $V_E - V_B = (V_A - V_B) - (V_A - V_E)$

donc $V_E - V_B = U - \dfrac{Q}{C_1} = 400 - 247 = 153$ volt donc $Q_2 = 4{,}6\cdot10^{-4}\,Cb$

* La charge de $C_3$ est $Q_3 = C_3(V_E - V_B) = 2{,}8\cdot10^{-4}\,Cb$

## Exercice N°3



La puissance $P = RI^2$ dissipée dans R est maximale si I est max.

$$\begin{cases} pE - p.r.i = RI \\ I = q\,i \end{cases}$$

d'où $I = \dfrac{n.E.p}{(qR + pr)p} = \dfrac{n.E.p}{nR + p^2 r}$

$\dfrac{dI}{dp} = 0 \Rightarrow p = \sqrt{\dfrac{nR}{r}}$ Appl. num $p = 9$

comme $q = \dfrac{n}{p} \Rightarrow q = \sqrt{\dfrac{nr}{R}}$ Appl. num $q = 4$

Le courant max est donc $I_{max} = 2\,A$ et la puissance maximale : $P_{max} = RI_{max}^2 = 9W$

3°/ Le rendement du dispositif $\rho = \dfrac{P_{\text{utilisée par } R}}{P_{\text{fournie par les généra.}}} = \dfrac{RI_{max}^2}{E_{eq}\cdot I_{max}} = \dfrac{R}{E p}\sqrt{\dfrac{n}{R.r}} = \dfrac{1}{2} = 50\%$

Conclusion:

50% de la puissance fournie par les générateurs est perdue par effet Joule dans ces mêmes générateurs.

# E.M.D N°2 Sept 2006 : Sujet A

## Exercice N°1

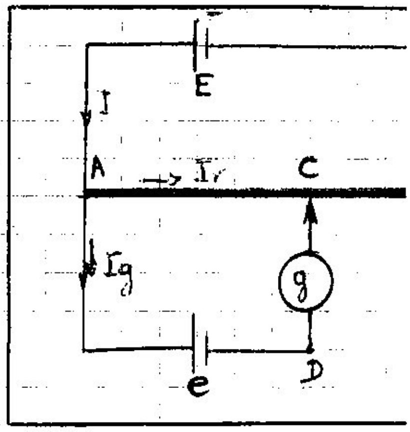
Un condensateur plan est constitué de deux plaques métalliques de surface $S = 100\,cm^2$ séparées par une épaisseur $e = 1mm$ d'air.

1/ Quelle est en $\mu F$ sa capacité

2) On place entre ses armatures et parallèlement, une lame d'ébonite de constante diélectrique $\varepsilon_r = 3$ d'épaisseur $e_1 = 0,4mm$ ayant même surface que les armatures. Quelle est la nouvelle capacité

3) On substitue à la lame d'ébonite, une lame métallique isolée de même épaisseur. Quelle est la nouvelle capacité.

## Exercice N°2



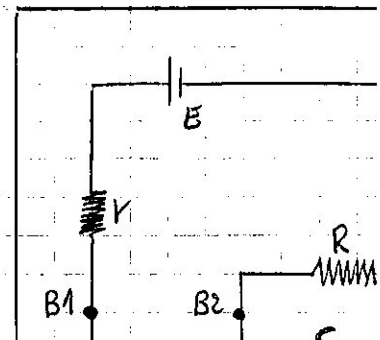

Le montage de la figure en face sert à mesurer une F.E.M.(e) inconnue par la méthode d'opposition où G est un galvanomètre de résistance g ; E est un générateur, AB un fil homogène de section constante S, de longueur L et de résistance r ; e est la f.e.m. à déterminer.

1/ Ecrire la loi des nœuds au point A et la loi des mailles ACDA et ACBA

2/ En déduire le courant $I_g$ traversant le galvanomètre

3/ En déplaçant le curseur C, on peut trouver une position $C_0$ ($AC_0$) qui permet d'annuler $I_g$. En déduire e, en fonction de E, L et de $l_0$

## Exercice N°3




Détermination de la vitesse d'un projectile.

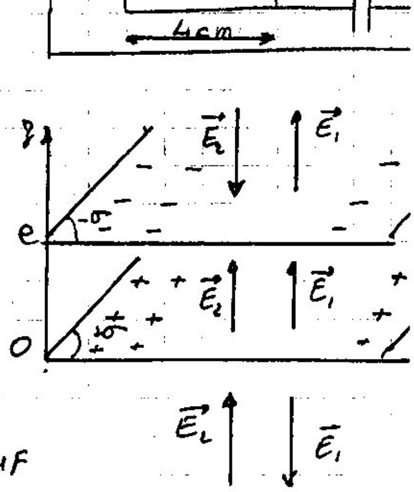
On considère le circuit ci-contre dans lequel E est un générateur continu de f.e.m. 300V ; $r = 5\,k\Omega$, $R = 10\,k\Omega$ et C un condensateur de capacité $0,3\,\mu F$. B1 et B2 sont 2 points séparés par une distance de 4 cm.

Initialement la capacité est supposée entièrement chargée.

1) Calculer la d.d.p et la charge aux bornes du condensateur.

2) Un projectile coupe successivement les deux fils aux points B1 et B2, la d.d.p aux bornes de C diminue de 12V. Calculer la vitesse du projectile

# SOLUTION : Sept. 2006 sujet A




## Exercice N°1

1) Calcul du champ: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

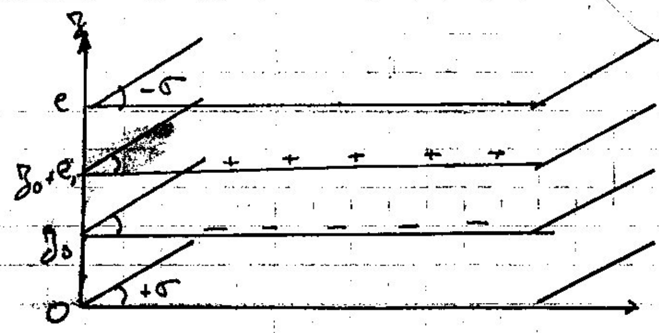
$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & si\ z < 0 \\ \frac{\sigma}{\varepsilon_0} & si\ 0 \leq z < l \\ 0 & si\ z > e \end{cases}$$

d'où $\Delta V = \int E\, dz = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} e$

et $C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma S}{\Delta V} = \frac{\sigma S}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} . e} \Rightarrow C = \frac{\varepsilon_0 S}{e} = 8,84.10^{-5}\mu F$

2) Nouveau Champ

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\varepsilon_0} & si\ 0 < z < z_0 \\ \sigma/\varepsilon_0\varepsilon_r = \frac{\sigma}{3\varepsilon_0} & si\ z_0 < z < z_0 + e_1 \\ \frac{\sigma}{\varepsilon_0} & z_0 + e_1 < z < e \end{cases}$$




$$\Delta V = \int E\, dz = \int_0^{z_0} \frac{\sigma}{\varepsilon}\, dz + \int_{z_0}^{z_0+e_1} \frac{\sigma}{3\varepsilon_0}\, dz + \int_{z_0+e_1}^{e} \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\, dz.$$

$$\Delta V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(e - e_1) + \frac{\sigma}{3\varepsilon_0} e_1 \quad \text{ou bien} \quad \Delta V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} e_1 - \frac{2}{3}\frac{\sigma}{\varepsilon} e_1 \Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma S}{\Delta V} = 12.10^{-5} \mu F$$

) Lame métallique

$$E = \begin{cases} \sigma/\varepsilon_0 & 0 < z < z_0 \\ 0 & z_0 < z < z_0 + e_1 \\ \sigma/\varepsilon_0 & z_0 + e_1 < z < e \end{cases} \Rightarrow \Delta V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(e - e_1) \Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta V} = 14{,}73.10^{-5} \mu F$$

## XERCICE N°2

Loi des nœuds : $I = I_r + I_g$

Loi des mailles : maille ACDA : $e = I_r\, r - I_g\, g$

maille ACBFA : $E = I_r\, r + (R - r) I$

$E = R I_r + (R - r) I_g \Rightarrow I_g = \frac{rE - Re}{r(R - r) + Rg}$

)

) $I_g = 0 \Rightarrow e = \frac{rE}{R}$

On a $r = \frac{\rho l_0}{s}$ et $R = \rho \frac{L}{s}$ d'où $e = \frac{l_0 E}{L}$

## (ERCICE N°3

) La capacité supposée entièrement chargée :

donc $I_2 = 0$ et $I = I_1$

$E (r + R) I \Rightarrow I = \frac{E}{R + r} = \frac{300}{15\,000} = 2.10^{-2}$ A.

la d.d.p $U_c = U_R = RI = \frac{RE}{R + r} = \frac{10^4 . 300}{15\,000} = 200V$

La charge : comme $U_c = \frac{Q_c}{C} \Rightarrow Q_c = U_c C = 200.3.10^{-7} = 60 \mu Cb.$

Equation de la décharge : $U_c = RI$ d'où

$$\frac{q}{c} = -R\frac{dq}{dt} \Rightarrow q(t) = q_0 e^{-t/RC} \quad \text{et alors } U_c(t) = U_c(0) e^{-t/RC} \Rightarrow U_c(t) = 200 e^{-t/RC}$$

$$U_c(t_1) = U_c(0) - 12 \Rightarrow 200 e^{-t_1/RC} = 1{,}88 \quad \text{d'où } t_1 = RC\, Ln \frac{200}{188}$$

on trouve par application numérique : $t_1 = 1{,}85.10^{-4}$ s.

d'où la vitesse $V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4.10^{-2}}{1{,}85.10^{-4}} \Rightarrow V = 216$ m/s

# SYNTHESE JUIN 2005 (1h30mn)

## Exercice N°1 (7pts)

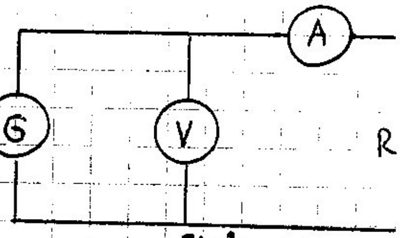



Fig.1

On désire mesurer 2 résistances inconnues ; on dispose pour cela d'un générateur de tension continue G, d'un amperemetre A et d'un voltmetre V.
L'amperemetre sera utilisé soit sur le calibre 10mA et sa résistance interne $r_a = 50\,\Omega$, soit sur le calibre 100mA et $r_a = 8\,\Omega$. Le voltmetre sera toujours utilisé sur le calibre 10 volts. On appellera $I_a$ l'intensité du courant lue sur l'amperemetre, $V_V$ la d.d.p. lue sur le voltmetre, R la valeur reelle de la resistance incon[nue] et $R' = V_V/I_a$, la valeur apparente de cette resistance (les valeurs des resista[nces] seront calculées avec 3 chiffres significatifs)

1/ Déterminer la résistance interne $R_V$ du voltmetre sachant que la valeur carac[té]-ristique indiquée sur le cadran est de $1000\,\Omega/V$ !

2/ On réalise le montage de la fig.1 dit « Amont ».
- Donner le schema équivalent faisant apparaitre $R_V$ et $r_a$.
- Donner l'expression de R en fonction de $I_a$, $V_V$ et la resistance int. de l'appar.
- Déterminer l'erreur absolue systematique $\Delta R = R' - R$ qu'on commet qu[and] on assimile R à R'.
- On effectue successivement les mesures pour 2 resistances inconnues

| | | |
|---|---|---|
| Resistance inconnue $R_1$ | $I_a = 1{,}98$mA (calibre 10mA) | $V_V = 10V$ |
| Resistance inconnue $R_2$ | $I_a = 92{,}5$ mA (calibre 100mA) | $V_V = 10V$ |

Les erreurs autres que systematiques étant negligeables, déterminer les valeurs reelles des deux resistances inconnues $R_1$ et $R_2$ ainsi que les erreurs relatives commises si on assimilait $R_i$ à $R'_i$.

3/ On peut réaliser un autre type de montage pour mesurer la resistance inconnue R

3-a/ Quelle relation existe-t-il entre $V_V$ et $I_a$ ? Déduire l'expression liant R, R' ainsi que la resistance interne de l'appareil de mesure concerné.

3-b/ Dire, sans le demontrer, pour laquelle des 2 resistances $R_1$ ou $R_2$ ce montage convien[dra].

3-c/ Déterminer pour ces cas la valeur numerique de R'. Déduire l'erreur relative systé-matique que l'on commettrait si on assimilait R à R'

## Exercice N° 2 (13pts)

Une sphere conductrice de centre O et de rayon a est placé dans un champ electriq[ue] uniforme $E_0$ comme l'indique la figure 2. Comme la sphere doit être à un potenti[el] constant, nous donnerons à celui-ci la valeur 0 volt. $\vec{E_0}$ agit sur les charges libr[es] de la sphere qui se deplacent sur la ~~(place)~~ surface jusqu'à avoir un champ elec[t]-rique nul à l'interieur de la sphere.
La sphere devient alors polarisée créant autour d'elle une distorsion du champ externe qui reste néanmoins essentiellement uniforme à grande distance. Le pote[ntiel] est donné en tout point exterieur à la sphere par

$$V = -E_0 \cdot r \cdot \cos\left[\theta\left(1 - a^3/r^3\right)\right]$$

a/ Verifier que le potentiel de la sphere est nul.

b/ Montrer qu'à grande distance, le potentiel est celui correspondant à un champ uniforme dont on exprimera les composantes $E_x$ et $E_y$.

c/ Montrer que V est la somme d'un potentiel correspondant à un champ uniforme et du potentiel d'un dipole electrique. Calculer le moment dipolaire élect. de la sph[ere]

alculer les composantes radiale et tangentielle du champ electrique.
erifier que le champ electrique à la surface de la sphere est bien normal à
lle-ci.

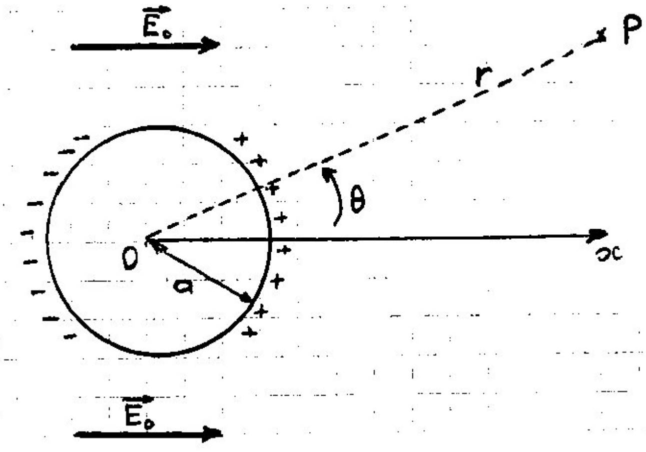


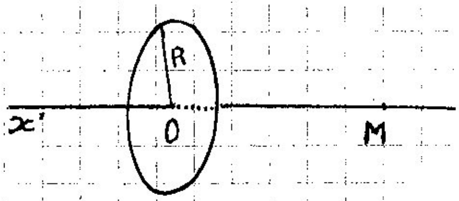

Fig. 2

# S O L U T I O N

# SYNTHESE Oct. 2006 (1h30mn)

## Exercice N°1

Une spire circulaire de centre O et de rayon R, porte une charge Q positive, repartie uniformément sur sa circonférence. Soit M un point de l'axe x'Ox tq OM = x




a) Déterminer les expressions du potentiel V(x) et du champ E(x) en M.

b) Tracer les courbes V(x) et E(x)

c) Une charge q>o se déplace sur l'axe x'Ox, Déterminer l'énergie cinétique $E_c$ avec laquelle doit être lancée q à partir d'une grande distance pour arriver en O avec une vitesse nulle.

Rappel : le travail $W = \Delta E_c = -\Delta E_p$

## Exercice N°2

Le condensateur de la figure ci-contre est composé de 2 armatures planes de même surface S separées par une distance e. Un diélectrique de constante relative $\varepsilon_1$ remplit la moitié de l'espace entre les 2 armatures tandis que 2 diélectriques de constantes $\varepsilon_2$ et $\varepsilon_3$ remplissent chacun le quart de ce même espace.

Montrer que ce dispositif est equivalent à un assemblage de 3 condensateurs $C_1$, $C_2$ et $C_3$ que l'on définira.

Déterminer alors la capacité équivalente du dispositif.

# E.M.D. N°2 ELECTRICITE (B) Septembre 2006

## Exercice N°1 (7pts)

Un condensateur formé par deux conducteurs sphériques concentriques ($C_1$ et $C_2$) séparées par un diélectrique $\varepsilon$ de rayons $a, b, c$. Le conducteur $C_1$ est chargé avec une charge $Q>0$ et on relie le conducteur $C_2$ à la terre (fig 1)

a) Décrire le phenomene d'influence entre les deux conducteurs (cinq lignes maximum)

b) Déterminer les potentiels $V_1$ et $V_2$ relatifs à chaque conducteur.

c) Déduire la capacité du condensateur

d) Montrer que si $b \approx a$, on a $C = \frac{\varepsilon_0 S}{b-a}$

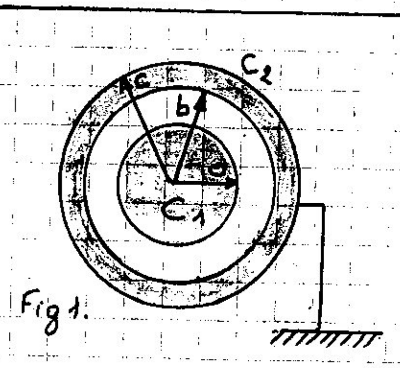


Fig 1.

## Exercice N°2 (7pts)

On considere le circuit de la Figure 2, où $K_1$ et $K_2$ sont des interrupteurs. Donner un schema équivalent et calculer la difference de potentiel $V_{AB}$ pour les cas suivants

a) $K_1$ ouvert et $K_2$ fermé

b) $K_1$ fermé et $K_2$ ouvert

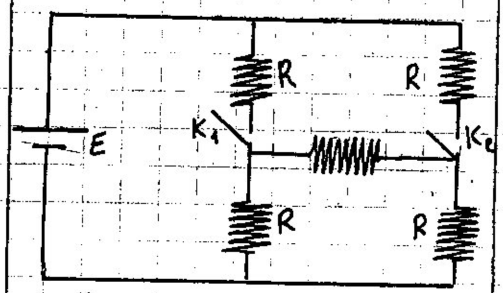


Fig 2.

## Exercice N°3 (6pts)

On considere le circuit de la fig 3, où C est un condensateur et $K_1, K_2$ des interrupteurs.

1) Initialement, on suppose que le condensateur est complètement déchargé (vide) et si $K_1$ est fermé et $K_2$ ouvert;

a. donner un schéma electrique équivalent.

b. montrer que la difference de potentiel aux bornes de C est:

$$V_c = E\left(1 - e^{-t/2RC}\right)$$

c. En déduire l'expression du courant de C.

2) On suppose maintenant que le condensateur est complètement chargé (c-à-d $V_c = E$ à $t=0$), on ouvre $K_1$ et on ferme $K_2$.

a. Donner un schema electrique équivalent

b. Montrer que la difference de potentiel aux bornes de C est

$$V_c = E \cdot e^{-t/2RC}$$

c. En déduire l'expression du courant de C.

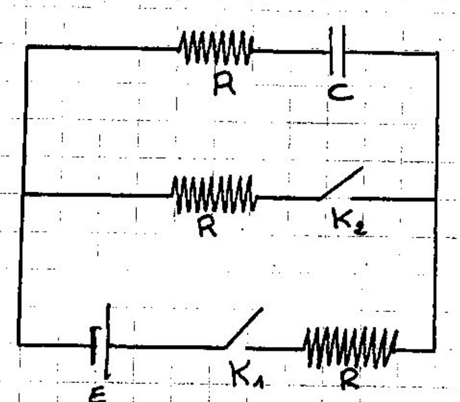
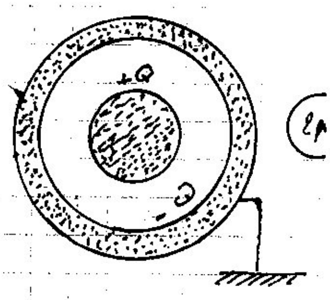


Fig 3.

## Exercice N°1




(2p

a/ $C_1$ est chargé avec $Q>0$.

Toutes les lignes de champs de $C_1$ arrivent à $C_2$ ; donc on est dans le cas d'une influence totale, d'où la distribution de charge dans la figure ci-contre.

$$q(a) = +Q$$
$$q(b) = -Q$$
$$q(c) = 0 \quad \text{car lié à la terre}$$
$$V(b) = V(c) = 0 \quad \text{volume equipotentiel}$$

b/ D'après le theoreme de Gauss :

$$E = \begin{cases} 0 & \text{si } r<a \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & \text{si } a<r<b \\ 0 & \text{si } b<r<c \\ 0 & \text{si } r>c \end{cases}$$

Nous avons $V_1 = V(a)$ ; $V_2 = V(b) = V(c) = 0$

* si $a<r<b$.

$$dV = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dr}{r^2} \Rightarrow V(b)-V(a) = \int_{V_a}^{V_b} dV = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b \frac{dr}{r^2}$$

$$V(b)-V(a) = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_a^b = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$$

comme $V_2 = 0$ ; $V_1 = V(a) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\,\dfrac{b-a}{ab}$

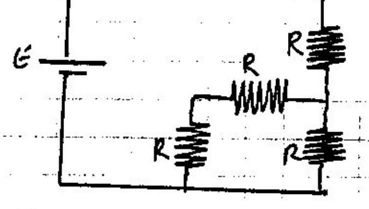
c/ la capacité $C = \dfrac{Q}{\Delta V} = \dfrac{Q}{V_1 - V_2} = \dfrac{Q}{V_1}$

$$\text{d'où} \quad C = \frac{4\pi\varepsilon_0 ab}{b-a}$$

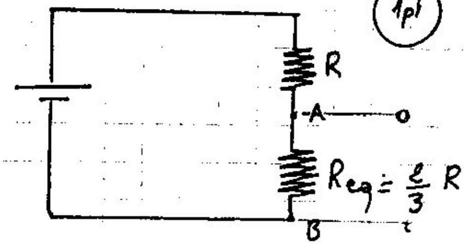
d/ si $b \sim a \Rightarrow ab \simeq a^2$ donc $S = 4\pi a^2 \Rightarrow C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{b-a}$

## Exercice N° 2

* $K_1$ ouvert et $K_2$ fermé




$\sim$

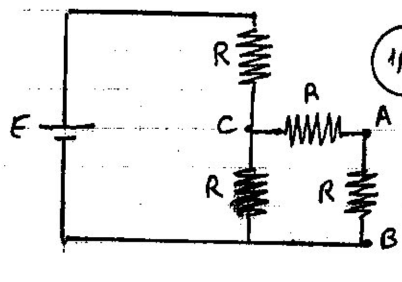



(1pt)

Loi du diviseur de t

$$V_{AB} = \frac{R}{R+R_{eq}}\, E = \frac{2}{5}$$

* $K_1$ fermé et $K_2$ ouvert




(1pt)

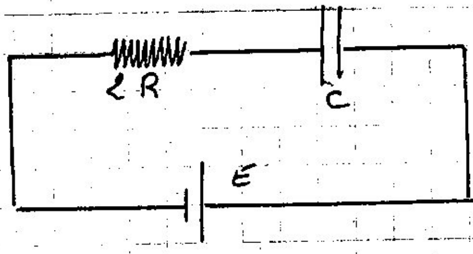
$$V_{CD} = \frac{R_{eq}}{R+R_{eq}}\,E = \frac{2}{5}E$$

$$V_{AB} = \frac{R}{R+R}\,V_{CD} \Rightarrow V_{AB} = \frac{E}{5}$$

(3pts)

cice N°3 (EMD2 Sept. 2006)

K₁ fermé et K₂ ouvert.
e circuit equivalent est indiqué sur la figure ci-contre.
La loi de Kirchoff donne :




$$\frac{q}{C} + 2R\frac{dq}{dt} = E$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{2RC} = \frac{E}{2R}$$

La solution generale est égale à la solution homogene + solution particuliere

* solution homogene :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{2RC} = 0 \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC} \Rightarrow q_H = A e^{-t/RC}$$

* solution particuliere :

$$\frac{q}{2RC} = \frac{E}{2R} \Rightarrow q_p = CE$$

* solution generale $q_G = q$

$$q = q_H + q_p \Rightarrow q = CE + A e^{-t/RC}$$

* Condition Initiale $q(t=0) = 0$

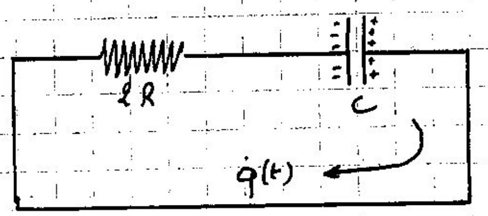
$q(t=0) = 0 \Rightarrow CE + A = 0 \Rightarrow A = -CE$ d'où finalement :

$$q(t) = CE\left(1 - e^{-t/RC}\right) \quad \text{ou} \quad V_c = \frac{q}{C} = E\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

Courant de charge :

$$I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow I(t) = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$$

K₁ ouvert et K₂ fermé :
le circuit équivalent est indiqué sur la figure ci-contre.
la loi de Kirchoff donne :




$$V_c + V_R = 0$$

$$\frac{q}{C} + 2R\frac{dq}{dt} = 0$$

i : $q(t) = CE\, e^{-t/2RC}$ ou $V_c = \frac{q}{C} = E\, e^{-t/2RC}$

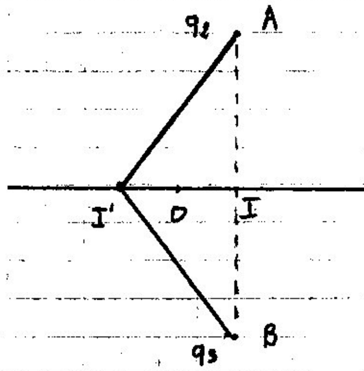
urant de décharge

$$I(t) = \frac{dq}{dt} \Rightarrow I(t) = -\frac{E}{R} e^{-t/2RC}$$

# E. M. D. N° 1

20 Fev 2006 A

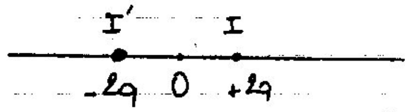
## Exercice N° 1




F.

On assimile une molecule d'eau $H_2O$ à un systeme de 3 charges ponctuelles $q_1$, $q_2$ et $q_3$ situées aux centres respectifs des atomes d'oxygene et d'hydrogene de la molecule $H_2O$. Comme l'indique la figure 1, $q_2$ et $q_3$ sont symetriques par rapport au point I de l'axe $x'Ox$ ($IA = IB = b$), on posera $OI = OI' = a$. Soit M un point de l'axe d'abscisse $OM = x > a$. Si $q_1 = -2q$ et $q_2 = q_3 = q$ :

1. Determiner le potentiel $V(x)$ en M en f° de x, a et b
2. Dans le cas où $b^2 << (x-a)^2$, donner l'expression approchée du potentiel. Soit $V_1(x,a)$ ce potentiel.
3. Montrer que $V_1(x,a)$ correspond au potentiel crée par un dipôle $(+2q, -2q)$ en un point de la droite des 2 charges (voir fig 3). Deduire le moment dipolaire de la molecule si $q = 0{,}52.10^{-19}$ Cb et $a = 0{,}3.10^{-10}$ m.

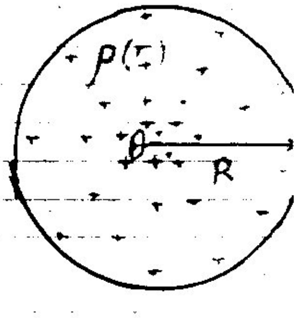



F.

## Exercice N° 2

Une sphere de centre O et de rayon R porte une charge positive q dont la densité volumique $\rho$ ne dépend que de la distance à son centre tel que $\rho = \rho_0 (1 - r/R)$ où $\rho_0$ est constante.

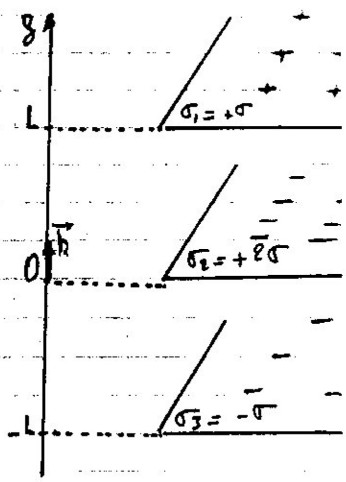
1. Justifier très brièvement le fait que le vecteur $\vec{E}$ soit radial en tout point M de l'espace.
2. Determiner le module $\|\vec{E}\|$ dans tout l'espace.
3. Pour quelle distance $r = r_m$ du centre de la sphere, ce champ $\|\vec{E}\|$ devient-il maximal ?




## Exercice N° 3

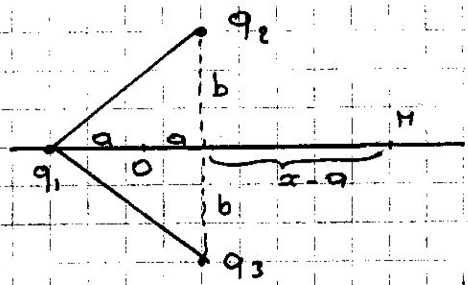
Determiner le module du champ electrique crée par un plan infini chargé uniformement avec une densité surfacique $\sigma > 0$, à travers tout l'espace.

2. Trois plans infinis chargés uniformement avec les densités respectives $\sigma_1 = +\sigma$ ; $\sigma_2 = 2\sigma$ ; $\sigma_3 = -\sigma$ sont disposés parallèlement comme le montre la fig. ci contre. Determiner les expressions du module du champ électrique $\vec{E}$ et du potentiel V dans toutes les regi-ons de l'espace en prenant comme réferentiel de potentiel, le plan du milieu $V(z = 0) = 0$ volt.



# CORRECTION E.M.D.1 du 20 Fev 2006

## Exercice N°1

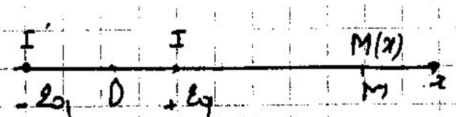



1°/ $V_M = \dfrac{K\,q_1}{x+a} + \dfrac{K\,(q_2+q_3)}{\sqrt{b^2+(x-a)^2}}$

$$V_M(x,a,b) = \frac{2Kq}{\sqrt{b^2+(x-a)^2}} - \frac{2Kq}{x+a}$$

2°/ si $b^2 << (x-a)^2$

$$V_1(x,a) = \frac{2Kq}{x-a} - \frac{2Kq}{x+a} = \frac{4Kq\,a}{x^2-a^2}$$



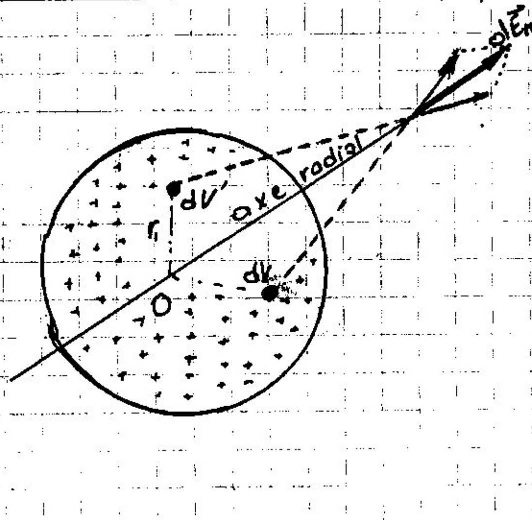

) On détermine le potentiel crée par le dipole $(-2q,+2q)$ en un point M de l'axe $x'Ox$

$$V_M = 2Kq\left(\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x+a}\right) = \frac{4Kqa}{x^2-a^2}$$

nc $V_1(x,a)$ correspond au potentiel $V_M$ crée par le dipôle en M. La molécule $H_2O$ est uivalente au dipôle $(-2q,+2q)$, son sommet dipolaire est celui du dipôle $\vec{p}$ tel que

$$\vec{p} = 2q\,\overrightarrow{I'I} \Rightarrow p = 4qa \Rightarrow \boxed{p = 6{,}24.10^{-30}\ \text{Cb.m}}$$

## Exercice N°2




1°/ Sens et direction de $\vec{E}_M$ en un point M quelconque:

* un élement dV de la sphere porte une charge dq tel que $dq = \rho(r_1).dV > 0$ : ($r_1$ est la distance / O), ce qui nous donne en M un champ $d\vec{E}_M$ sortant.
* l'élement symetrique de dV par rapport à l'axe radial est dV', il porte la m charge $dq' = dq$, que dV car il est situé à égale distance de O que dV, il nous donne en M un champ $d\vec{E}'_M$ sortant / $dE_M = dE'_M$ en module
* La resultante $d\vec{E}_M + d\vec{E}'_M$ est radiale et sortante donc le champ total $d\vec{E}_M$ est radial et sortant.

2°/ Module de $\vec{E}_M$

a) $\forall M / OM = r > R$ (M ∈ l'exterieur)

$\cdot\ \phi = \oiint_{S_G} \vec{E}_M . d\vec{S}_G = \oiint_{S_G} E_M . dS_G = E_M \oiint_{S_G} dS_G = E_M . S_G \Rightarrow \phi = E_M . 4\pi r^2$ ①

$\cdot\ \phi = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\displaystyle\int_{V_G} dq = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\int_{V_G}\rho(r)\,dv = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\int_0^R \rho_0\left(1-\frac{r}{R}\right).4\pi r^2 dr \Rightarrow \phi = \dfrac{4\pi\rho_0 R^3}{12\,\varepsilon_0}$ ②

① = ② : $E_M . 4\pi r^2 = \dfrac{4\pi\rho_0 R^3}{12\,\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E_M(r) = \dfrac{\rho_0 R^3}{12\,\varepsilon_0 r^2}}$

b) $\forall M / OM = r < R$ (M ∈ l'interieur).

$\cdot\ \phi = \oiint \vec{E}_M . d\vec{S}_G = \oiint_{S_G} E_M . dS_G = E_M \oiint_{S_G} dS_G = E_M . S_G \Rightarrow \phi = E_M . 4\pi r^2$ ①

$\cdot\ \phi = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\displaystyle\int dq = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\int \rho(r)\,dv = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \rho_0\left(1-\frac{r}{R}\right).4\pi r^2 dr \Rightarrow \phi = \dfrac{4\pi\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{r^3}{3} - \dfrac{r^4}{4R}\right)$ ②

① = ② : $E_M . 4\pi r^2 = \dfrac{4\pi\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{r^3}{3} - \dfrac{r^4}{4R}\right) \Rightarrow \boxed{E_M(r) = \dfrac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{r}{3} - \dfrac{r^2}{4R}\right)}$

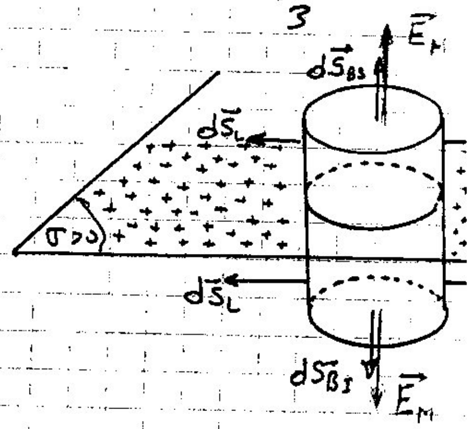
3/ On détermine $r = r_m$ pour que $E_M$ soit maximal

* A l'extérieur $E_M$ est maximum lorsque $r \to R \Rightarrow E_{max_1} = \frac{\rho_0 R}{12\varepsilon_0}$
* A l'intérieur $E_M$ est maximum lorsque $\frac{dE_M}{dr} = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{1}{3} - \frac{2r}{4R}\right) = 0$

$$\Rightarrow \frac{2r}{4R} = \frac{1}{3} \Rightarrow r = r_m = \frac{2R}{3} \text{ d'où } E_{max_2} = E_M(r = r_m) = \frac{\rho_0 R}{9\varepsilon_0}$$

$$E_{max} = \sup(E_{max_1}, E_{max_2}) = \frac{\rho_0 R}{9\varepsilon_0} \quad \text{et} \quad r_m = \frac{2R}{3}$$

## Exercice N° 3

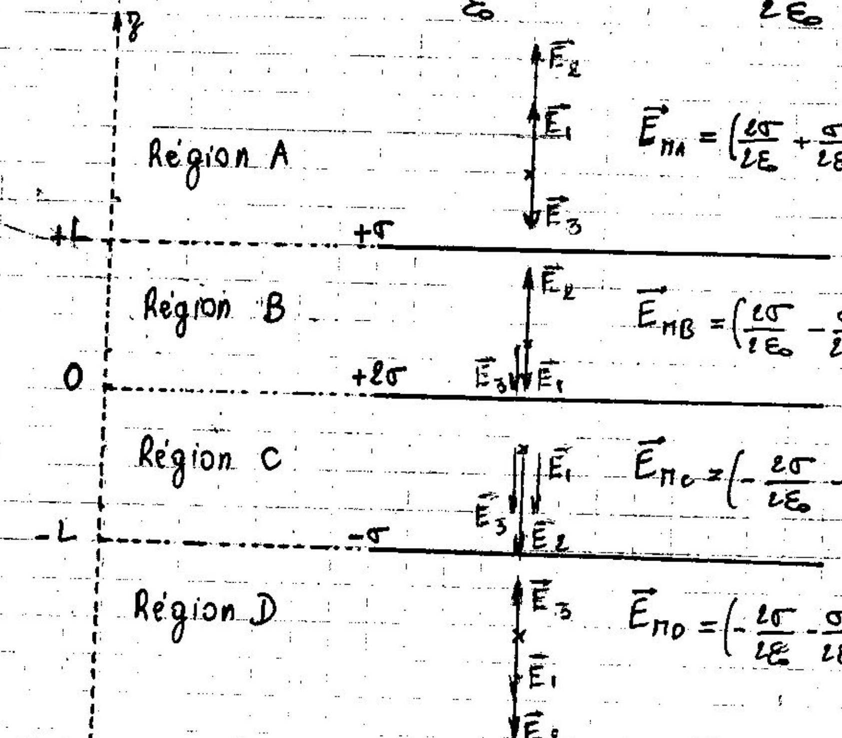



1/ * $d\Phi = \vec{E}_M \cdot d\vec{S}_G = \vec{E}_M\left(d\vec{S}_{BS} + d\vec{S}_L + d\vec{S}_{BI}\right)$

$$= E_M\, dS_{BS} + E_M\, dS_{BI} = 2 E_M \cdot dS$$

* $d\Phi = \frac{\sigma \cdot dS}{\varepsilon_0}$

en égalisant : $2E_M\, dS = \frac{\sigma\, dS}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_M = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$




$\vec{E}_{MA} = \left(\frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\vec{k} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{k} \Rightarrow E_{MA} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$\vec{E}_{MB} = \left(\frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\vec{k} = 0\vec{k} \Rightarrow E_{MB} = 0$

$\vec{E}_{MC} = \left(-\frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\vec{k} = -\frac{2\sigma}{\varepsilon_0}\vec{k} \Rightarrow E_{MC} = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0}$

$\vec{E}_{MD} = \left(-\frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\vec{k} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{k} \Rightarrow E_{MD} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Détermination des potentiels : $\vec{E}_M = -\overrightarrow{grad}\, V_M \Rightarrow \vec{E}_M = -\frac{dV_M}{dz}\vec{k}$

Région A : $-\frac{dV_M}{dz} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \int dV_M = \int -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\, dz \Rightarrow V_{MA} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} z + C_A$

Région B : $-\frac{dV_M}{dz} = 0 \Rightarrow \int dV_M = 0 \Rightarrow V_{MB} = C_B$

Région C : $-\frac{dV_M}{dz} = -\frac{2\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \int dV_M = \int -\frac{2\sigma}{\varepsilon_0}\, dz \Rightarrow V_{MC} = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0} z + C_C$

Région D : $-\frac{dV_M}{dz} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \int dV_M = \int -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\, dz \Rightarrow V_{MD} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} z + C_D$

Détermination des constantes $C_i$

$$\begin{matrix} V_{MA}(z = L) = V_{MB}(z = L) \\ V_{MB}(z = 0) = V_{MC}(z = 0) = 0 \\ V_{MC}(z = -L) = V_{MD}(z = -L) \end{matrix} \Longrightarrow \begin{cases} C_A = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} L \\ C_B = C_C = 0 \\ C_D = -\frac{\sigma L}{\varepsilon_0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{MA} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} z + \frac{\sigma}{\varepsilon_0} L \\ V_{MB} = 0 \\ V_{MC} = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0} z \\ V_{MD} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} z - \frac{\sigma L}{\varepsilon_0} \end{cases}$$

# E.M.D N°1 Sujet A

## Exercice 1

Soit un anneau de rayon $a$ chargé linéiquement d'une densité $+\lambda$ (Fig 1.a)

1) Calculer le potentiel et le champ électrique au pt $M$ de l'axe $Ox$.

2) En utilisant les résultats de la première question déduire le champ et le potentiel pour la figure 1-b, au point point $(0,0)$, origine du repère $xOy$.

3) A.N : $\lambda = 2.10^{-10}$ Cb/m ; $a = 10^{-6}$ m et $R = 5.10^{-6}$ m.

4) On place en $O$ une charge $q$ positive.

a) Calculer la force qu'exercent les 2 anneaux sur $q$

b) Appli. Num. $q = 5.10^{-10}$ Cb

c) Calculer l'énergie potentielle de la charge $q$. (A.N).

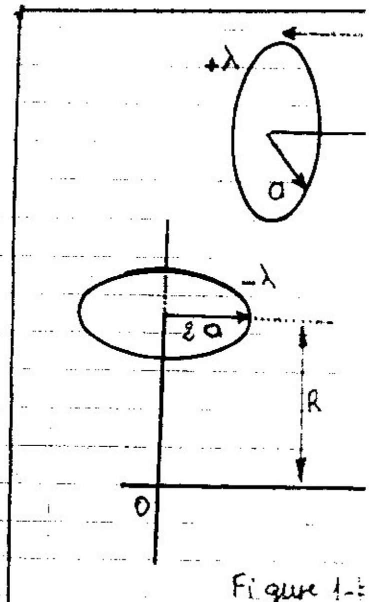



Figure 1-

## Exercice 2 :

On assimile l'atome d'hydrogène à un noyau chargé de $+e$ (ponctuelle) et une charge $(-e)$ répartie sur une surface sphérique $S$ de centre $O$ (position du noyau). L'expression du potentiel électrique de ce système est

$$V = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r} \cdot e^{-r/a} \quad : (e : \text{charge du noyau})$$

$a$ est une constante et $r$ la distance $OM$ : $V(r)$

1) Sachant que $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V$, déduire $E(r)$.

2) Calculer le flux de $\vec{E}$ à travers $S(O,R)$. En appliquant le théorème de Gauss, calculer la charge $q$ interne.

3) Donner la valeur du flux si $R \to 0$. En déduire la charge du noyau.

4) Donner la valeur du flux si $R \to \infty$. Conclusion.

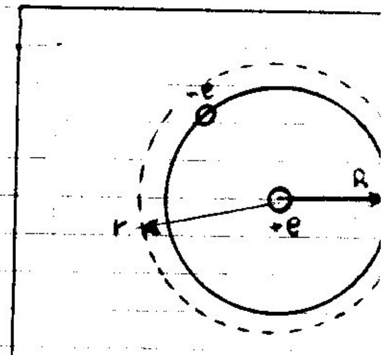
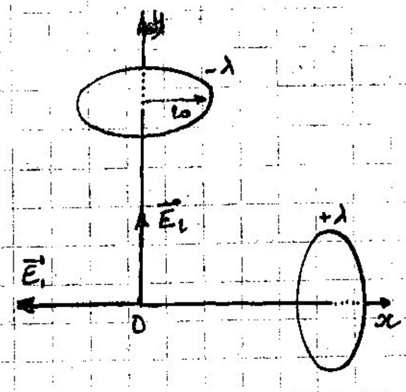



Figure 2

# SOLUTION:

## EXERCICE 1




1) $dV = K\dfrac{dq}{r}$ avec $dq = \lambda a\, d\varphi$ ; $0 < \varphi < 2\pi$

$r = \sqrt{a^2 + x^2} \Rightarrow V(r) = \dfrac{\lambda a}{2\varepsilon_0} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}}$

$\vec{E} = -\vec{\text{grad}}\, V = \left(-\dfrac{\partial V}{\partial x}\vec{i} - \dfrac{\partial V}{\partial y}\vec{j} - \dfrac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right) \Rightarrow \vec{E} = \dfrac{\lambda a}{2\varepsilon_0} \cdot \dfrac{x}{(a^2 + x^2)^{3/2}}\,\vec{i}$

2) figure 2 :

potentiel : $V = V(-\lambda) + V(+\lambda) = -\dfrac{\lambda a}{\varepsilon_0} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{4a^2 + R^2}} + \dfrac{\lambda a}{2\varepsilon_0}\dfrac{1}{\sqrt{a^2 + R^2}}$

$$V = \frac{\lambda a}{\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2\sqrt{a^2 + R^2}} - \frac{1}{\sqrt{4a^2 + R^2}}\right)$$

champ : $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ ; $\vec{E}_1 = \left(-\dfrac{\lambda a}{2\varepsilon_0} \cdot \dfrac{R}{(a^2 + R^2)^{3/2}}, 0, 0\right)$ ; $\vec{E}_2\left(0, \dfrac{\lambda a R}{\varepsilon_0 (4a^2 + R^2)^{3/2}}, 0\right)$

$$\text{d'où } \vec{E} = \left(\frac{-\lambda a}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{R}{(a^2 + R^2)^{3/2}} ; \frac{\lambda a R}{\varepsilon_0 (4a^2 + R^2)^{3/2}}, 0\right)$$

3) Applic. Num. $V = -226 \cdot 10^{-29}\ V$ ;

$\vec{F} = q\vec{E} = \left(\dfrac{-\lambda q a R}{2\varepsilon_0 (a^2 + R^2)^{3/2}} ; \dfrac{\lambda q a R}{2\varepsilon_0 (4a^2 + R^2)^{3/2}}, 0\right)$ ; $E_p = qV = \dfrac{\lambda q a}{2\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{2\sqrt{a^2 + R^2}} - \dfrac{1}{\sqrt{4a^2 + R^2}}\right)$

## EXERCICE N°2

1) $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}\, V = \left(-\dfrac{dV}{dr}, 0, 0\right)$ comme $V = \dfrac{e}{4\pi\varepsilon_0 r} e^{-r/a}$

alors $E_r = -\left[-\dfrac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot e^{-r/a} - \dfrac{e}{4\pi\varepsilon_0 r \cdot a} \cdot e^{-r/a}\right] = \dfrac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(1 + \dfrac{r}{a}\right)e^{-r/a}$

2) $\phi = \oiint \vec{E}\, d\vec{S} = E \cdot 4\pi r^2$ ; si $r = R \Rightarrow \phi = E(R) \cdot 4\pi R^2 = \dfrac{e}{\varepsilon_0}\left(1 + \dfrac{R}{a}\right)e^{-R/a}$

d'après le théorème de Gauss $\phi = \dfrac{\Sigma Q_{int}}{\varepsilon_0} = \dfrac{e}{\varepsilon_0}\left(1 + \dfrac{R}{a}\right)e^{-R/a}$

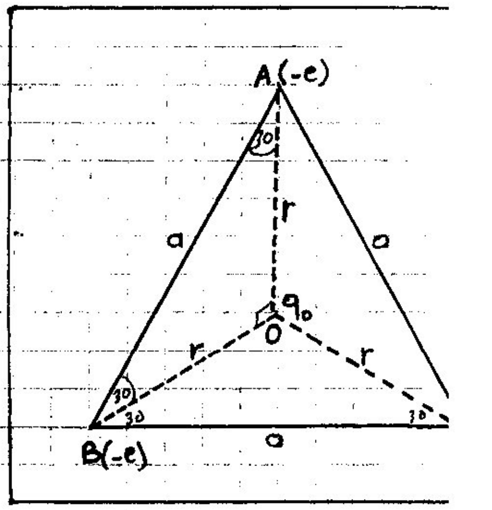
$$\text{d'où } \boxed{q_{int} = e\left(1 + \frac{R}{a}\right)e^{-R/a}}$$

3°) si $R \to \infty$ $\quad q_{int} \to 0$ et $\phi \to 0$

c'est-à-dire que l'atome d'Hydrogène est neutre.

# $1^{er}$ E.M.D d'Electricité   17 Fev 2004

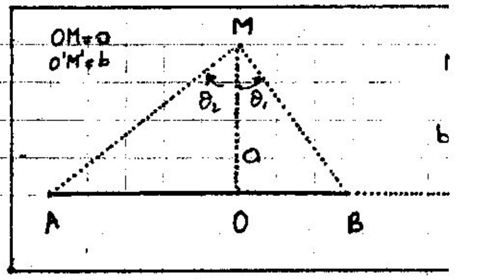
## Exercice N°1




L'atome de Lithium est formé par un noyau portant une charge $q_0 = +3e$ et de trois electrons de charges $q_1 = q_2 = q_3 = -e$. ($e = 1{,}6.10^{-19}$ C). On suppose que $q_1$, $q_2$ et $q_3$ occupent les trois sommets d'un triangle équilatéral ABC dont $q_0$ occupe le centre O. (Voir Fig(1)). $OA = OB = OC = r$ et $AB = a = r\sqrt{3}$.

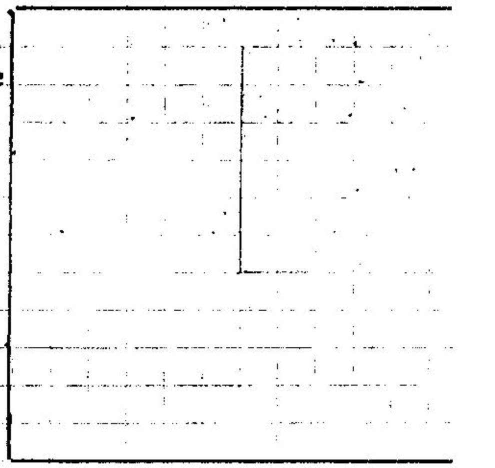
1) Déterminer la Force résultante $\vec{F_0}$ exercée sur $q_0$ par les 3 autres charges
2) Déterminer la force $\vec{F_1}$ agissant sur l'electron du sommet A du triangle.
3) Déduire les forces $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$ agissant sur les e⁻ placés en B et en C.
4) Quelle est l'énergie pot. d'interaction du système formé par les 4 charges.
On rappelle pour un sys. de 2 charges $E_{p(q_i, q_j)} = \frac{K q_i q_j}{r_{ij}}$

## Exercice N°2 :




On considère une portion de fil AB uniformement polarisé; sa densité linéique de charge est $\lambda > 0$.
1) Déterminer le champ $\vec{E}$ en M, en fonction de $\theta_1$ et $\theta_2$
2) En déduire le champ $\vec{E}$ et le potentiel V en M crées par un fil infini.
3) Dans le cas du fil infini, exprimer $\Delta V$ entre les pts M et M'.

## Exercice N°3 :



A. Une charge $q > 0$ est distribuée uniformément sur un plan infini. soit $\sigma$ la densité de charge. Déterminer, en utilisant le theoreme de Gauss, le champ electrique crée par cette distribution à travers tout l'espace.

B. La surface fermée du cube de côté a est placée dans une région où existe un champ electrique $\vec{E} = E.\vec{i}$ (voir Fig.3). Déterminer le flux du champ $\vec{E}$ à travers la surface du cube ainsi que la charge interieure totale si :
1. Le champ électrique $\vec{E}$ est uniforme ($\vec{E} = E\vec{i}$ et $E = C^{te}$)
2. Le champ électrique $\vec{E} = K.x.\vec{i}$ où K est une $C^{te}$.

# RATTRAPAGE PHY2 2015

AERO

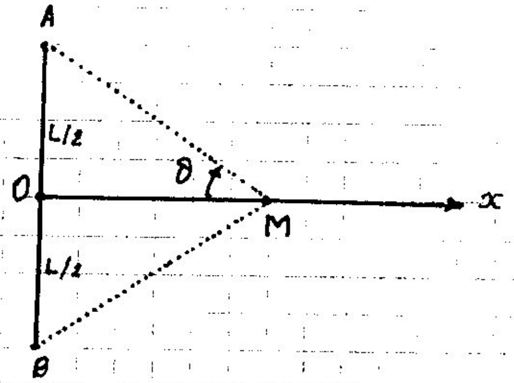
## Exercice 1

On considère une portion de fil AB de longueur L uniformément chargé en longueur $\lambda > 0$

1. Montrer que le champ électrique crée au point M se trouvant sur la médiatrice du segment AB à une distance $OM = a$ est donné par:

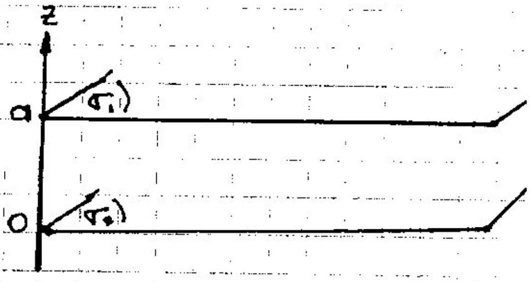
$$\vec{E} = (2K\lambda \sin\theta / a)\ \vec{i}$$

2. Déduire le champ electrique par un fil infini.
3. Retrouvez le champ electrique crée par un fil infini en utilisant le théorème de Gauss.




## Exercice 2

1. Déterminer le champ electrique crée dans tout l'espace par un plan infini de densité surfacique $\sigma_0 > 0$
2. Déduire le champ electrique crée par 2 plans infinis portant des repartitions uniformes de charges, de densités surfaciques $\sigma_1 = \sigma_0$ et $\sigma_2 = -3\sigma_0$ et placés parallèlement à une distance a.

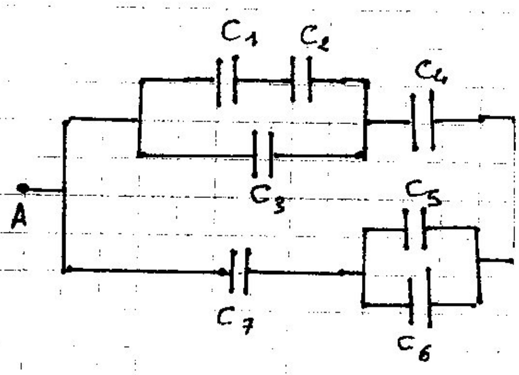



## Exercice 3

On considère l'association de condensateurs représentée par la figure ci-contre. Sachant que la d.d.p entre A et B est $V_{AB} = 120V$.

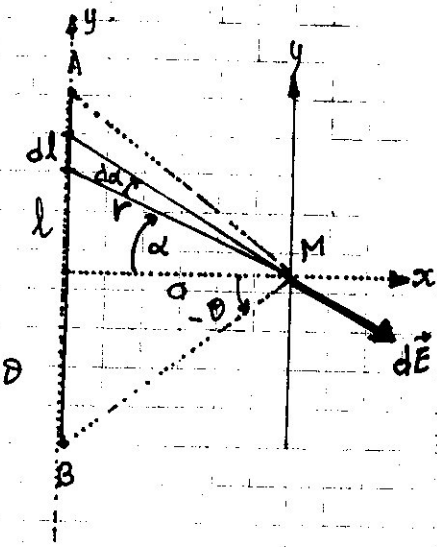
1. Déterminer la capacité équivalente entre A et B
2. Déterminer la charge de $C_6$
3. Déterminer la d.d.p. aux bornes de $C_7$

On donne $C_1 = 4\ \mu F$ ; $C_2 = 2\ \mu F$ ; $C_3 = 2\ \mu F$ ; $C_4 = 5\ \mu F$
$C_6 = 2\ \mu F$ et $C_7 = 3\ \mu F$



## Exercice 1

1) $d\vec{E}\begin{vmatrix} dE_x = dE.\cos\alpha = K\dfrac{\lambda\, dl}{r^2}\cos\alpha \\ dE_y = -dE.\sin\alpha = -K\dfrac{\lambda\, dl}{r^2}\sin\alpha \end{vmatrix}$




d'autre part $tg\alpha = \dfrac{l}{a} \Rightarrow l = a\,tg\alpha \Rightarrow dl = \dfrac{a.d\alpha}{\cos^2\alpha}$

• et $\cos\alpha = \dfrac{a}{r} \Rightarrow r = \dfrac{a}{\cos\alpha}$

d'où $\vec{E} = \int d\vec{E} \Rightarrow \vec{E}\begin{vmatrix} E_x = \int dE_x = \dfrac{K\lambda}{a}\displaystyle\int_{-\theta}^{\theta}\cos\alpha.d\alpha = 2\dfrac{K\lambda}{a}\sin\theta \\ E_y = \int dE_y = \dfrac{K\lambda}{a}\displaystyle\int_{-\theta}^{\theta}\sin\alpha\, d\alpha = 0 \end{vmatrix}$

2) Fil infini $\theta = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \vec{E}\begin{vmatrix} E_x = \dfrac{2K\lambda}{a} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{1}{a} \\ E_y = 0 \end{vmatrix}$

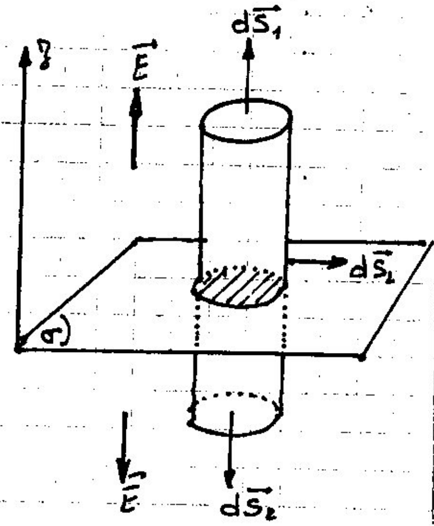
3) Par raison de symétrie, le champ $\vec{E}$ crée par un fil perpendiculaire au fil (radial) sortant puisque $\lambda > 0$. $S_G$ choisit est un cylindre $(r, L)$

$\phi = \iint \vec{E}.\vec{dS} = \iint \vec{E}.d\vec{S_1} + \iint \vec{E}.d\vec{S_2} + \iint \vec{E}.d\vec{S_L} = \iint \vec{E}.dS_L = E.2\pi r L$

d'autre part $\phi = \dfrac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0} = \dfrac{\lambda L}{\varepsilon_0} \Rightarrow |\vec{E}| = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{1}{r}$

## Exercice 2

$\phi = \oint\!\!\oint_{S_G} \vec{E}.\vec{dS} = \iint \vec{E}.d\vec{S_1} + \iint \vec{E}.d\vec{S_2} + \underbrace{\iint \vec{E}.d\vec{S_L}}_{0}$ ; $2ES = \dfrac{\sigma S}{\varepsilon_0}$

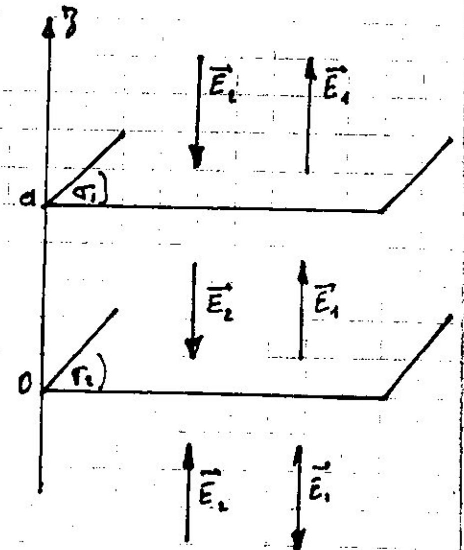



$\phi = 2.E\,S_{base}$ ; d'autre part $\phi = \dfrac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma_0 S}{\varepsilon_0}$ ;

(1) = (2) $\Rightarrow E = \dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}$ ou $\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}\vec{k} & si\ z > 0 \\ \dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}\vec{k} & si\ z < 0 \end{cases}$

2) $\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$ on obtient

$$\vec{E} = \begin{cases} (-E_1 + E_2)\vec{k} = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\vec{k} & si\quad z < 0 \\ (-E_1 - E_2)\vec{k} = -\dfrac{2\sigma_0}{\varepsilon_0}\vec{k} & si\quad 0 < z < a \\ (E_1 - E_2)\vec{k} = -\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{k} & si\quad z > a \end{cases}$$




Principe de superposition.

Pour le potentiel V on aurait eu $V = -\int \vec{E}.d\vec{l}$

$V = -\int E\, dz$

sur les 3 zones respectivement.

## Exercice 3

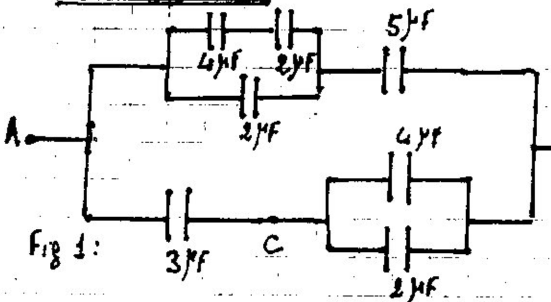



Fig 1:

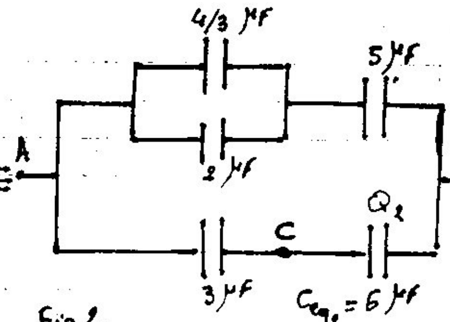
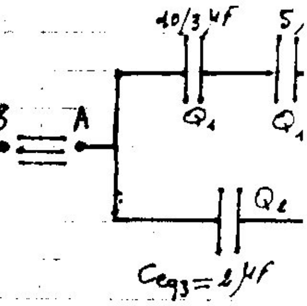



Fig 2.



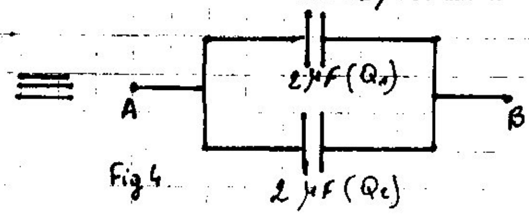
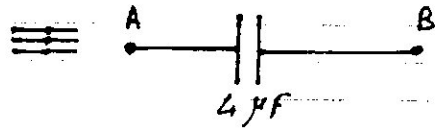




Fig 4.




$C_{eq} = 4\,\mu F$

2°/ Fig 4 $\Rightarrow V_{AB} = \dfrac{Q_2}{C_{eq3}} \Rightarrow Q_2 = V_{AB} \cdot 2\mu F = 240\,\mu C$

Fig 2 $\Rightarrow V_{CB} = \dfrac{Q_2}{C_{eq2}} \Rightarrow V_{CB} = \dfrac{240}{6} = 40\,V$

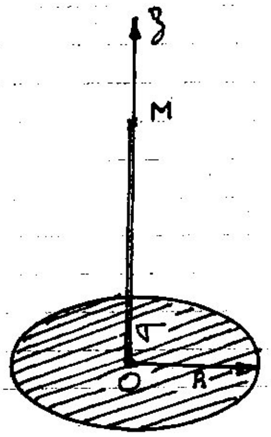
d'où $Q_{C6} = V_{CB} \cdot Q_{C6} = 40 \times 2 \cdot 10^{-6} = 80\,\mu C$

3/ Fig 1 $\Rightarrow V_{AB} = V_{C7} + V_{CB} \Rightarrow V_{C7} = V_{AB} - V_{CB} = 80V$

ou bien autre méthode $V_{C7} = \dfrac{Q_{C7}}{C_7} = \dfrac{Q_2}{C_7} = \dfrac{240}{3} = 80V.$

# EXAMEN DE PHY 2 (Vogue 2) 2015

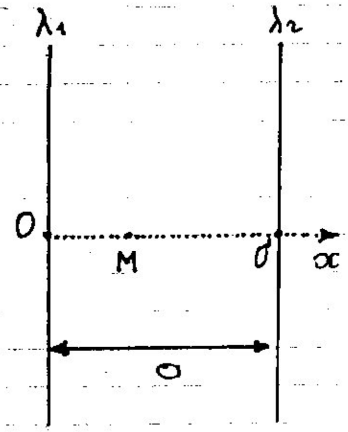
## Exercice 1




On considère un disque de centre O et de rayon R uniformément chargé en surface ($\sigma > 0$).

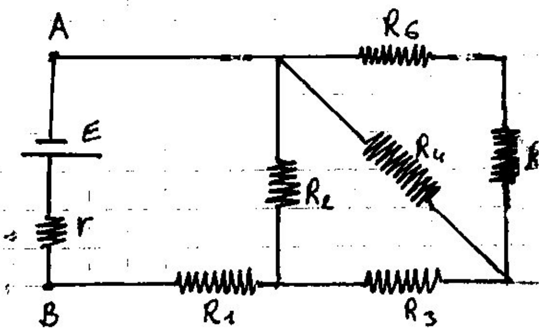
1. Montrer que le champ electrique créé par le disque en un point M de coordonnée $z$ de l'axe de symétrie du disque est donné par :
$$\vec{E} = (\sigma / 2\varepsilon_0)\left(\frac{z}{|z|} - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right)\vec{k}$$
2. Déduire le champ electrique créé par un plan infini en un pt quelconque de l'espace.
3. Retrouvez le champ electrique créé par un plan infini en utilisant le théorème de Gauss.

## Exercice 2




1. Déterminer le champ electrique créé par un fil infini uniformément chargé de densité linéique $\lambda = \lambda_0 > 0$.
2. Déduire le champ electrique créé par 2 fils infinis séparés par une distance $a$, portants des répartitions uniformes de charges de densités linéiques $\lambda_1 = \lambda_0$ et $\lambda_2 = -2\lambda_0$ en un point M se trouvant dans le même plan que les deux fils à une distance $OM = x$

## Exercice 3




Soit le circuit de la figure ci-contre.

On donne $R_1 = \frac{3}{8}R$ ; $R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R$

1. Déterminer la résistance equiv. $R_{AB}$ entre A et B
2. Déterminer la puissance dissipée dans $R_{AB}$ en fonction de R, r et E.
3. Pour quelle valeur de R cette puissance est-elle maximale. Donner $P_{max}$.

A.N : $E = 12\,V$ et $r = 0{,}3\ \Omega$.

# CORRIGE du RATTRAPAGE Vague 2 2015

## EXERCICE 1

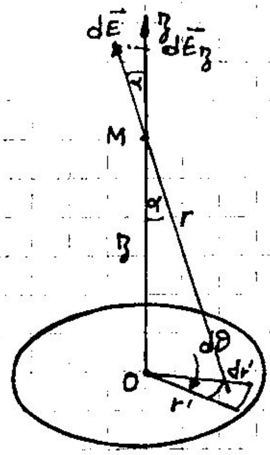
1) Par raison de symétrie, le champ $\vec{E}$ est totalement porté par $Oz$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int dE_z \cdot \vec{k} = \int dE \cdot \cos\alpha \cdot \vec{k}$$

or $$dE = K\frac{dq}{r^2} = K\frac{\sigma\, ds}{r^2} = K\frac{\sigma \cdot r' d\theta \cdot dr}{r^2}$$

d'où $$\vec{E} = \iint K\sigma \frac{r' dr' \cdot d\theta}{r^2} \cdot \cos\alpha \cdot \vec{k}$$

comme $r^2 = z^2 + r'^2$ et $\cos\alpha = \dfrac{z}{\sqrt{r'^2 + z^2}}$




on obtient $$\vec{E} = K\sigma z \int_0^{2\pi} d\theta \cdot \int_0^R \frac{r' dr'}{(r'^2 + z^2)^{3/2}} \cdot \vec{k}$$

finalement $$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{z}{|z|} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}\right)\vec{k}$$

2) On obtient le champ créé par un plan infini en faisant tendre $R$ vers l'infini

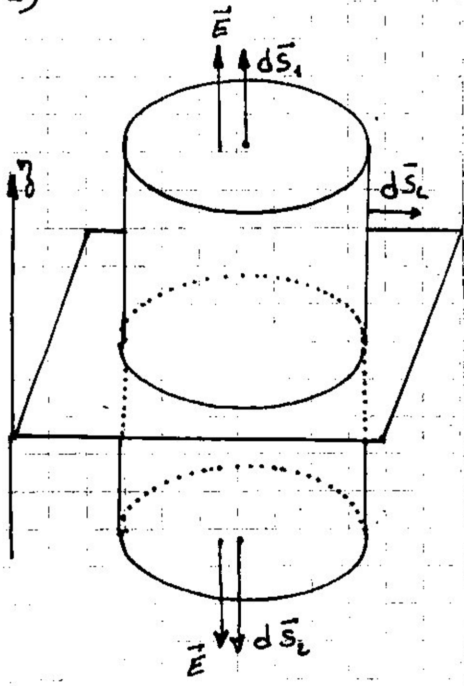
$$E_{plan} = \lim \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{z}{|z|} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}\right)\vec{k} = \begin{cases} \sigma/2\varepsilon_0 \cdot \vec{k} & \text{pour } z > 0 \\ -\sigma/2\varepsilon_0 \cdot \vec{k} & \text{pour } z < 0 \end{cases}$$

3) Par raison de symétrie le champ $\vec{E}$ créé par un plan infini est perpendiculaire au plan (sortant puisque $\sigma > 0$). $S_G$ choisie est un cylindre $(r, L)$

$$\phi = \oiint_{S_G} \vec{E} \cdot \vec{dS} = \iint \vec{E} \cdot d\vec{S}_1 + \iint \vec{E} \cdot d\vec{S}_2 + \underbrace{\iint \vec{E} \cdot d\vec{S}_L}_{0}$$

$$\phi = 2\iint \vec{E} \cdot d\vec{S}_1 = 2E \cdot S$$

d'autre part $$\phi = \frac{\Sigma Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma \cdot S}{\varepsilon_0} \Longrightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$




Finalement

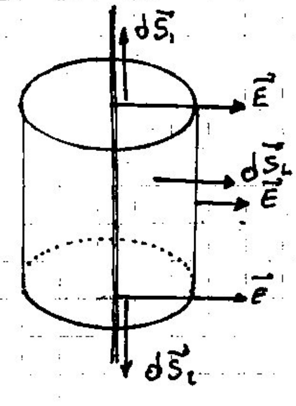
$$\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{k} & \text{si } z > 0 \\ -\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{k} & \text{si } z < 0 \end{cases}$$

## Exercice 2

Par raison de symetrie, le champ crée par un fil infini est perpendiculaire au fil (radial) sortant puisque $\sigma > 0$

$$\phi = \oiint_{S_G} \vec{E} \cdot \vec{dS} = \underbrace{\iint \vec{E} \cdot d\vec{S}_1}_{0} + \iint \vec{E} \cdot d\vec{S}_L + \underbrace{\iint \vec{E} \cdot d\vec{S}_2}_{0} = E \cdot 2\pi r L$$

et comme $\phi = \dfrac{\Sigma Q_{int}}{\varepsilon_0} = \dfrac{\lambda L}{\varepsilon_0}$ alors $\Longrightarrow$ $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{1}{r}$



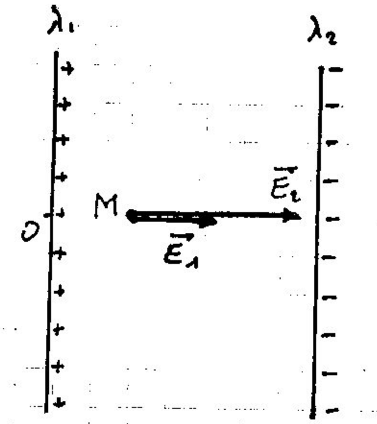

Finalement $$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}\, \vec{u}_r$$

2) Cas de deux fils

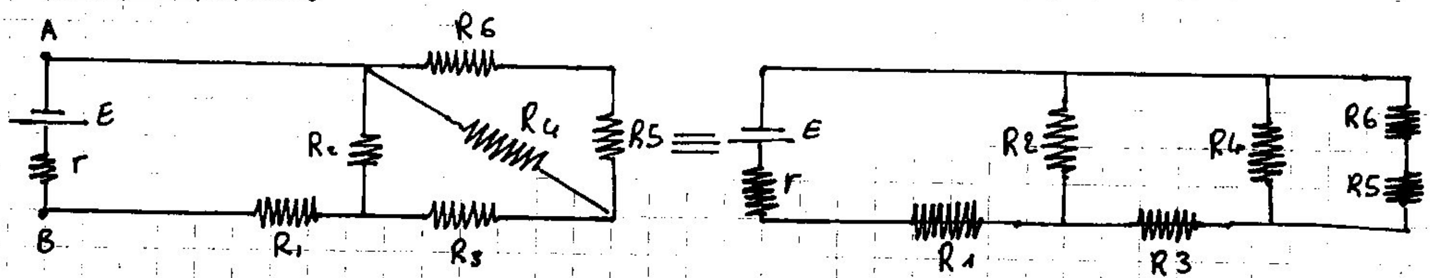
$$\vec{E}(M) = \vec{E_1}(M) + \vec{E_2}(M) = \left(|\vec{E_1}| + |\vec{E_2}|\right)\vec{i}$$

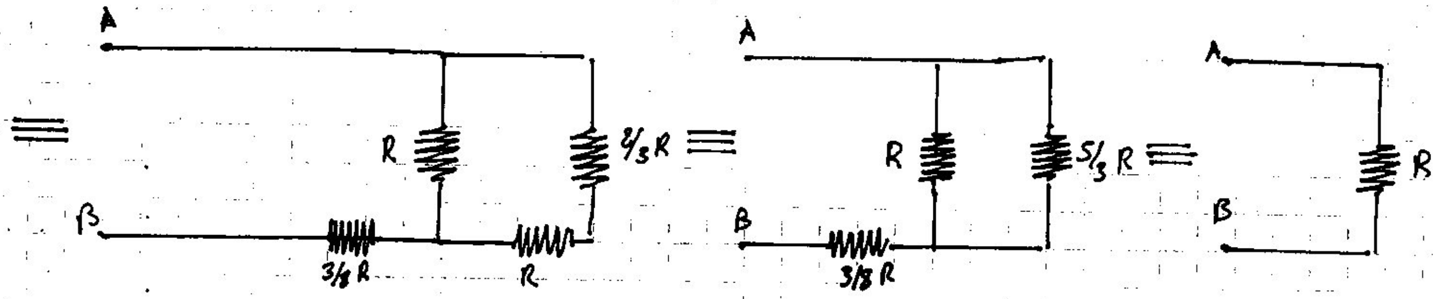
avec $|\vec{E_1}| = \dfrac{\lambda_0}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{1}{x}$ et $|\vec{E_2}| = \dfrac{2\lambda_0}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{1}{a-x}$

d'où $\vec{E} = \dfrac{\lambda_0}{2\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{a-x}\right)\vec{i} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{a+x}{a-x}\right)$




EXERCICE 3 :




2) $\left.\begin{aligned} P &= R_{AB}\, I^2 = R I^2 \\ I &= \dfrac{E}{R+r} \end{aligned}\right\} \Rightarrow P = \dfrac{R\,E^2}{(R+r)^2}$

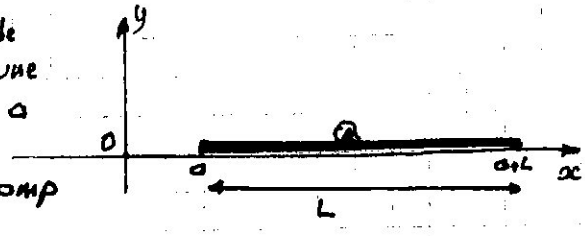
3) $P_{max}$ ? $\dfrac{dP}{dR} = 0 \Rightarrow (R+r)^2 - 2R(R+r) = 0 \Rightarrow R = r$

$$P_{max} = P(r) = \frac{r\,E^2}{4\,r^2} = \frac{E^2}{r}$$

A. N. $P_{max} = 120\ W$

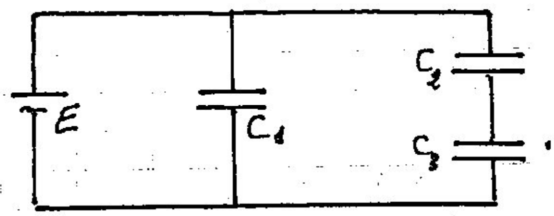
# EXAMEN de PHY2 Aéronautique Juin 2015

## Exercice 1



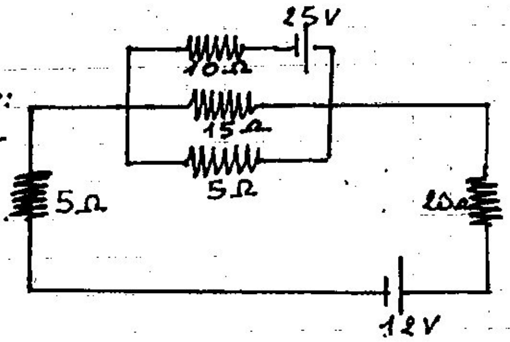

Une charge totale Q positive est distribuée de manière uniforme sur une tige de longueur L. L'une des extrémités de la tige est située à une distance a du centre du repère O. (Fig ci-contre)
Déterminer l'expression littérale du vecteur champ électrique $\vec{E}$ créé par la tige au point O.

## Exercice 2



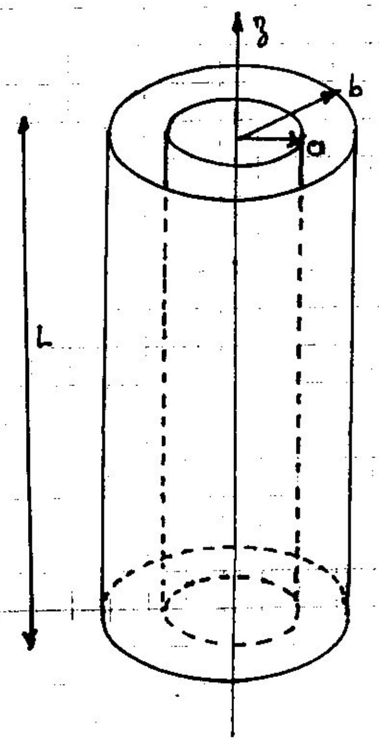

Calculer, lorsqu'ils sont totalement chargés, les charges des condensateurs $C_1$, $C_2$ et $C_3$.
En déduire les différences de potentiel à leurs bornes. On donne $E = 10\,V$ ; $C_1 = 10\,\mu F$
$C_2 = 15\,\mu F$ et $C_3 = 5\,\mu F$.

## Exercice 3




Pour le circuit électrique donné sur la Fig ci-contre:
1. Calculer les intensités des courants électriques circulant dans CHAQUE BRANCHE du circuit.
2. Quelle est la différence de potentiel entre les pts A et B.
3. Calculer la puissance électrique totale dissipée par effet Joule dans les résistances.

## Exercice 4

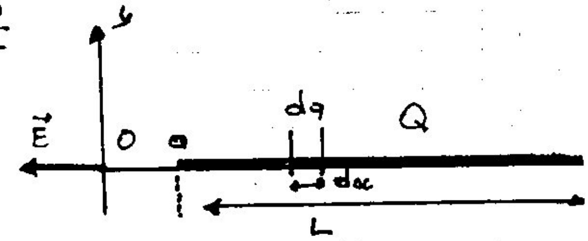



Un condensateur est constitué de deux surfaces cylindriques concentriques d'axe Oz. La première surface cylindrique de rayon a porte une charge totale positive +Q répartie uniformément sur elle.
Cette surface cylindrique se trouve à l'intérieur d'une autre surface cylindrique de rayon b et chargé −Q.
La hauteur des 2 cylindres est L qu'on supposera très grande par rapport à a et b.

1. Montrer en utilisant le théorème de Gauss que le champ E à une distance r de l'axe est
$$E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L r} \quad \text{pour} \quad a < r < b$$
Préciser la direction et le sens du champ $\vec{E}$
2. Calculer la différence de potentiel entre les 2 surfaces
3. Déterminer la capacité de ce condensateur cylindrique.

# SOLUTION de PHY2. Mai 2015 Aéronautique

## Exercice 1

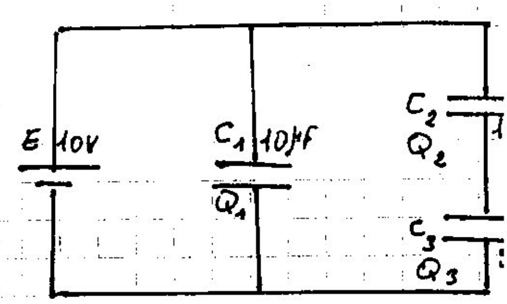



$$d\vec{E} \begin{cases} dE_x = -\dfrac{K\,dq}{x^2} = -\dfrac{K\lambda\,dx}{x^2} \quad \text{avec } \lambda = \dfrac{Q}{L} \\ dE_y = 0 \end{cases}$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = -K\frac{Q}{L}\int_a^{a+L}\frac{dx}{x^2}$$

$$\vec{E} = K\frac{Q}{L}\left(\frac{1}{a+L} - \frac{1}{a}\right)\vec{i}$$

## Exercice 2




2 condensateurs en série ont la m charge $Q_2 = Q_3$
2 condensateurs en // ont la même d.d.p

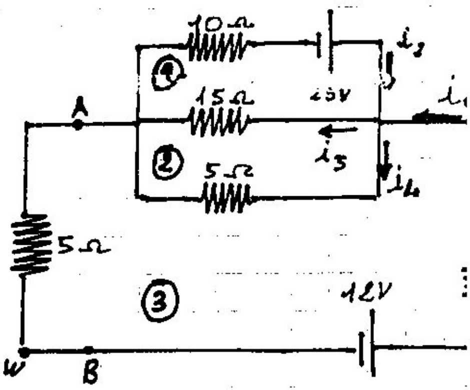
donc $C_{eq} = \dfrac{C_2 \cdot C_3}{C_2 + C_3} = \dfrac{15 \cdot 5}{15+5} = 3{,}75\ \mu F$

donc $Q_1 = C_1 E = 100\ \mu C$ $\qquad V_1 = E = 10V$

$Q_2 = C_{eq} E = 37{,}5\ \mu C$ et $V_2 = Q_2/C_2 = 2{,}5V$

$Q_3 = C_{eq} E = 37{,}5\ \mu C$ $\qquad V_3 = Q_3/C_3 = 7{,}5V$

## Exercice 3




1) noeud $\quad i_1 + i_2 = i_3 + i_4$

maille 1 $\quad 25 - 10 i_2 - 15 i_3 = 0$

maille 2 $\quad 15 i_3 - 5 i_4 = 0$

maille 3 $\quad 15 i_3 + 25 i_1 - 12 = 0$

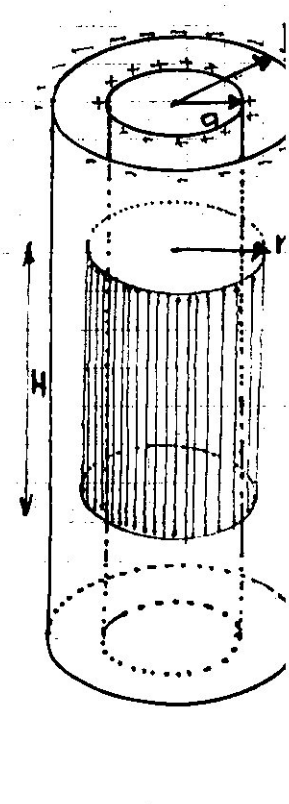
Solution $\quad i_1 = 0{,}187A \qquad i_3 = 0{,}488A$

$\qquad\qquad i_2 = 1{,}767A \qquad i_4 = 1{,}466A$

2) $U_A - U_B = 5 i_1 = 0{,}93\ V$

3) $P = \sum r_i I_i^2$ ou bien $P = \sum E_i i_i = E_1 i_1 + E_2 i_2 = 46{,}4W$

## Exercice 4




1/ Flux de $\vec{E}$

$$\Phi = \oiint_{S_G} \vec{S}\cdot\vec{E} = S_{lat}\cdot E = (2\pi r H)\,E$$

d'autre part $\Phi = \sum Q_{int}/\varepsilon_0 = \lambda H/\varepsilon_0 = \dfrac{QH}{L\varepsilon_0}$

d'où finalement
$$E = \begin{cases} 0 \ \ldots\ldots \text{pour } r < a \\ \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L r} \quad \text{pour } a < r < b \\ 0 \ \ldots\ldots \text{pour } r > b \end{cases}$$

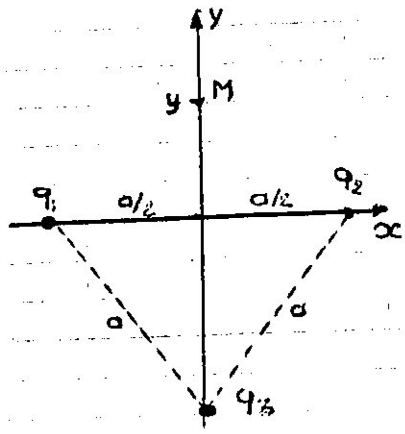
2/ $\Delta V = \displaystyle\int_a^b E\cdot dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{b}{a}$

3/ Par définition la capacité du condensateur formé est :

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow \boxed{C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(b/a)}}$$

# EXAMEN DE PHY2 Vague 1 Juin 2015

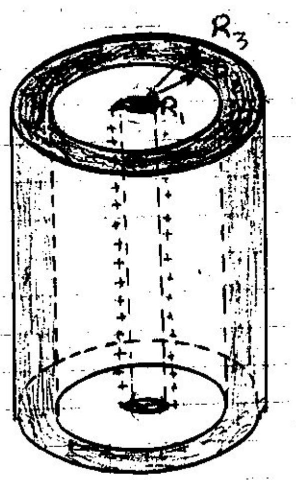
## [E]xercice 1




Soit un systeme rigide formé de trois charges ponctuelles [o]ccupant les sommets d'un triangle équilatéral de coté $a$. [S]achant que $q_1 = q_2 = -q_3 = +q$

[1]- Déterminer le champ électrique au point O
[2]- Déterminer le potentiel électrique au point $M(0, y)$
[3]- Déduire le champ électrique au point $M$.
[4]. Quelle serait l'énergie potentielle d'une charge $q_4$ placée au point M ? A quelle force serait-elle soumise ?

## [E]xercice 2



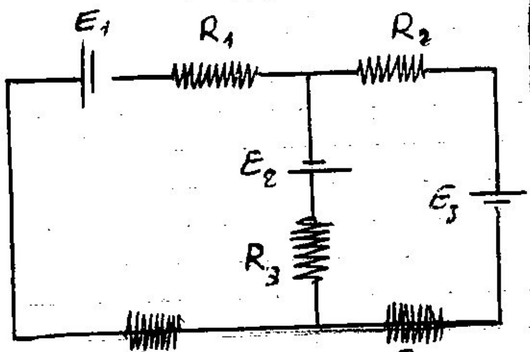

Soit un système formé de deux cylindres conducteurs cocentriques infiniment longs (C et C'). C est plein de rayon $R_1$ et porte une charge linéique $+\lambda$ ; C' est creux de rayon interne $R_2$ et de rayon externe $R_3$ et il est neutre.

1- Decrire la répartition des charges à l'équil. électrostatique.

On relie C' au sol.

2- Quelle est la nouvelle répartition des charges ?
3- Déterminer le champ électrique dans tout l'espace
4- Déterminer le potentiel électrique dans tout l'espace.
5- Déduire le potentiel de C ainsi que celui de C'.
6- Déduire la capacité du système.

## [E]xercice 3



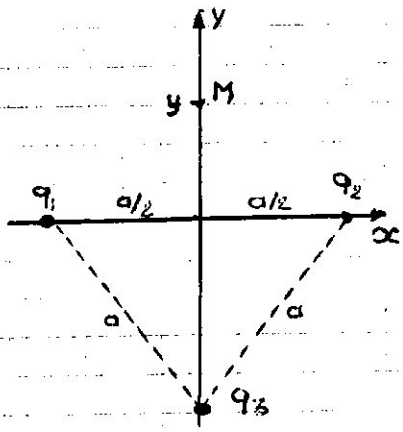

Soit le circuit de la fig ci-contre

1- Appliquer les lois des nœuds et des mailles
2- En déduire l'intensité du courant dans chaque branche.
3. En déduire la quantité de chaleur dégagée par unité de temps dans la resistance $R_3$.

On donne $E_1 = 6V$ ; $E_2 = E_3 = 12V$
$R_1 = 15\,\Omega$ ; $R_2 = 8\,\Omega$ ; $R_3 = 10\,\Omega$ ; $R_4 = 18\,\Omega$ et $R_5 = 12\,\Omega$

# EXAMEN DE PHY2 Vague 1 Juin 2015

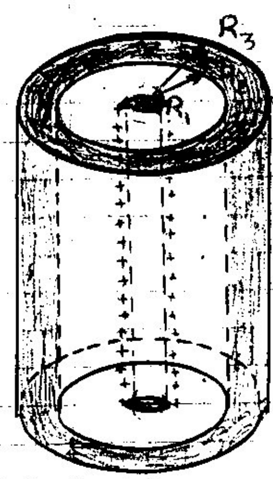
## Exercice 1




Soit un système rigide formé de trois charges ponctuelles occupant les sommets d'un triangle équilatéral de côté a. Sachant que $q_1 = q_2 = -q_3 = +q$

1. Déterminer le champ électrique au point O
2. Déterminer le potentiel électrique au point $M(0, y)$
3. Déduire le champ électrique au point M.
4. Quelle serait l'énergie potentielle d'une charge $q_4$ placée au point M ? A quelle force serait-elle soumise ?

## Exercice 2



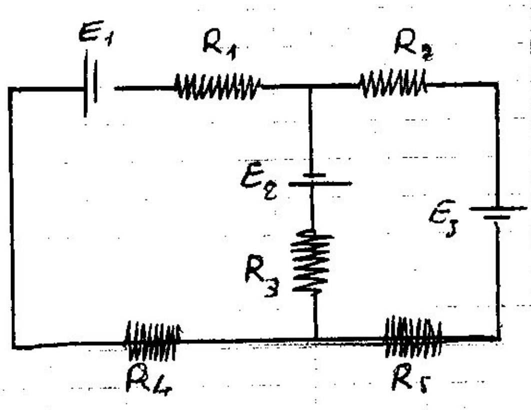

Soit un système formé de deux cylindres conducteurs concentriques infiniment longs (C et C'). C est plein de rayon $R_1$ et porte une charge linéique $+\lambda$, C' est creux de rayon interne $R_2$ et de rayon externe $R_3$ et il est neutre.

1. Décrire la répartition des charges à l'équil. électrostatique.

On relie C' au sol.

2. Quelle est la nouvelle répartition des charges ?
3. Déterminer le champ électrique dans tout l'espace
4. Déterminer le potentiel électrique dans tout l'espace.
5. Déduire le potentiel de C ainsi que celui de C'.
6. Déduire la capacité du système.

## Exercice 3




Soit le circuit de la fig ci-contre

1. Appliquer les lois des nœuds et des mailles
2. En déduire l'intensité du courant dans chaque branche.
3. En déduire la quantité de chaleur dégagée par unité de temps dans la résistance $R_3$.

On donne $E_1 = 6V$ ; $E_2 = E_3 = 12V$
$R_1 = 15\ \Omega$ ; $R_2 = 8\ \Omega$ ; $R_3 = 10\ \Omega$ ; $R_4 = 18\ \Omega$
et $R_5 = 12\ \Omega$

# Examen PHY2 (C.P.S.T) Mai 2016

## EXERCICE 1 :

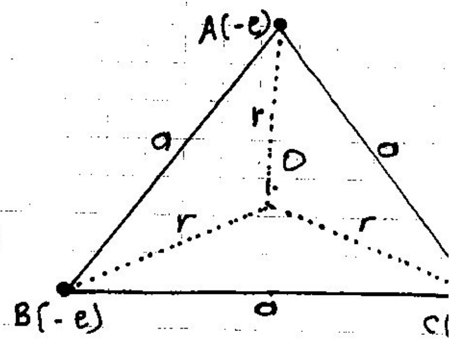
L'atome de Lithium est formé par un noyau portant une charge $q_0$ et de 3 charges $q_1 = q_2 = q_3 = -e$ ($e = 1{,}6.10^{-19}$ C). On suppose que $q_1$, $q_2$ et $q_3$ occupent les 3 sommets d'un triangle equilatéral ABC et que $q_0$ occupe le centre O. $OA = OB = OC = r$ et $AB = BC = AC = a = r\sqrt{3}$

a/ Déterminer la force résultante $F_0$ exercée sur $q_0$ par les 3 autres charges.

b/ Déterminer la force $F_1$ agissant sur l'electron placé au sommet A du triangle.

c/ Déduire les forces $F_2$ et $F_3$ agissant sur les electrons placées aux sommets B et C.

d/ Déterminez l'énergie potentielle d'interaction du système formé par les 4 charges.




Rappel : pour un système de 2 charges :

$$E_p(q_i ; q_j) = K\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$, ($r_{ij}$ dist. entre $q_i$ e

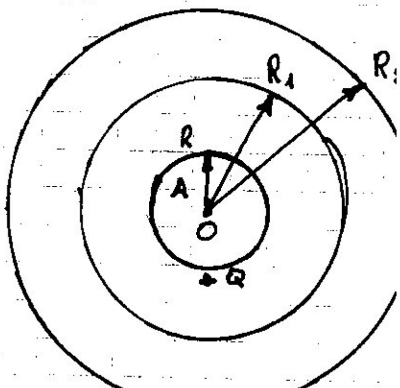
## EXERCICE 2 :

Un conducteur sphérique A portant une charge Q positive, est complètement entouré par un conducteur sphérique neutre electriquement.

a/ Expliquez très brievement le phénomène d'influence entre A et B.

b/ Calculez le potentiel de chaque conducteur.

c/ Déduire la capacité du condensateur ainsi formé.




## EXERCICE 3

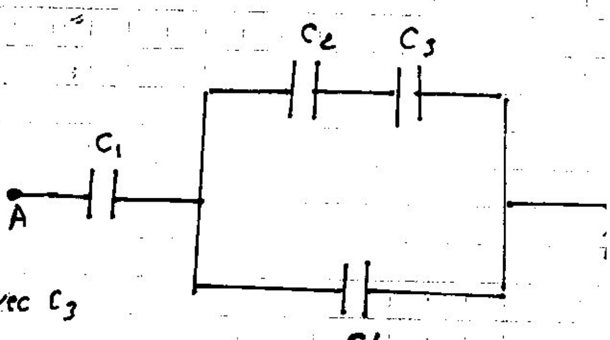
Soit le groupement de 4 condensateur $C_1 = 6\mu F$ ; $C_2 = 2\mu F$ ; $C_3 = 4\mu F$ et $C_4 = 6\mu F$.

1- Calculer la capacité équivalente entre A et B.

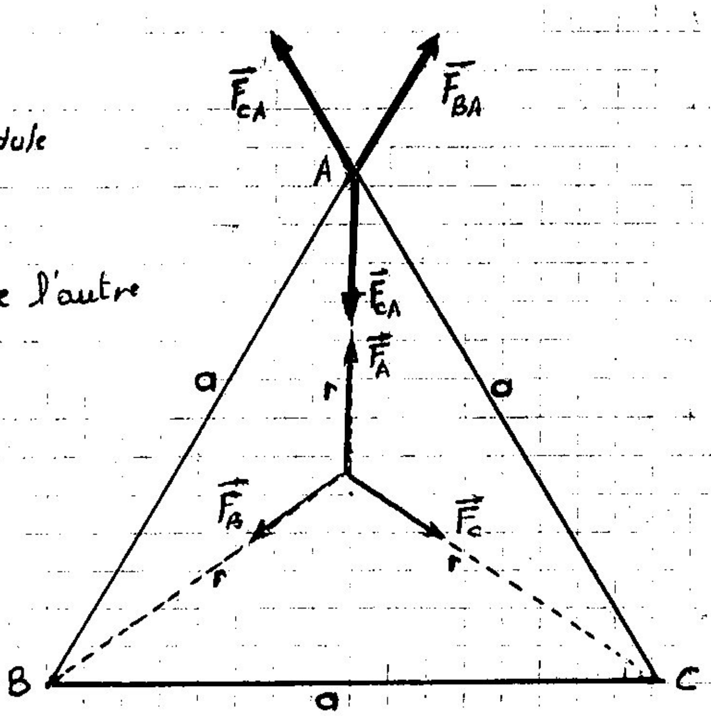
2- Si $V_A - V_B = 2000$ V. Calculer les charges $Q_1$ ; $Q_2$, $Q_3$ et $Q_4$ ainsi que les tensions $V_1$, $V_2$, $V_3$ et $V_4$ relatives à chaque condensateur.

3. On remplace la dérivation $C_2$ en série avec $C_3$ par un condensateur de capacité X.

- Déterminez x pour que la capacité équivalente entre A et B soit égale à x.
- Calculez alors les charges de $C_1$ et $C_4$.



# Correction de l'exomen PHY2 (C.P.S.T.) Mai 2016




xercice 1

$\vec{F}_o = \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_c$ avec en module

$F_A = F_B = F_c = F = \dfrac{3e^2}{r^2} K$

Les 3 forces étant à 120° l'une de l'autre

$\vec{F}_o = \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_c = \vec{O}$

En A : $\vec{F}_1 = \vec{F}_{OA} + \vec{F}_{BA} + \vec{F}_{CA}$

Il faut déterminer d'abord les composantes des vecteurs $\vec{F}_{OA}$, $\vec{F}_{BA}$ et $\vec{F}_{CA}$

$$\vec{F}_1 \left| \begin{array}{l} F_1 x = (F_{OA})_x + (F_{BA})_x + (F_{CA})_x \\ F_1 y = (F_{OA})_y + (F_{BA})_y + (F_{CA})_y \end{array} \right.$$

$$\vec{F}_1 \left| \begin{array}{l} F_1 x = F_{BA} \sin 30 - F_{CA} \sin 30 = 0 \\ F_1 y = -F_{CA} + F_{BA} \cos 30 + F_{CA} \cos 30 \end{array} \right.$$

et Finalement :

$$\vec{F}_1 \left| \begin{array}{l} F_1 x = 0 \\ F_1 y = \left[ -\dfrac{K(3e^2)}{r^2} + \dfrac{2Ke^2}{3r^2} \cos 30 \right] \vec{j} \end{array} \right.$$

$$\vec{F}_1 = -2,42 \frac{Ke^2}{r^2} \vec{j}$$

Pour des raisons de symétrie $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$ agissant sur les electrons en A, B et C possèdent les mêmes modules et sont dirigées vers O.

L'énergie potentielle d'interaction du système est :

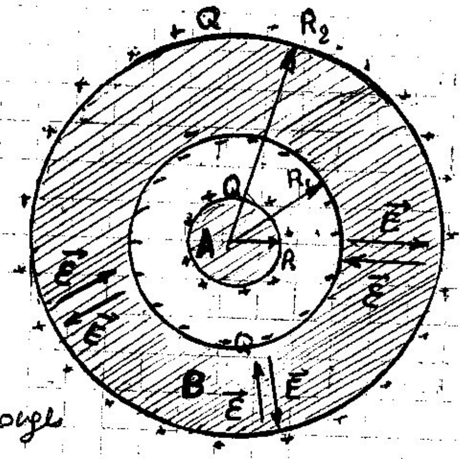
$$E_p = K\frac{q_0 q_1}{r} + K\frac{q_0 q_2}{r} + K\frac{q_0 q_3}{r} + K\frac{q_1 q_2}{a} + K\frac{q_2 q_3}{a} + K\frac{q_1 q_3}{a} \; ; \; a = r\sqrt{3}$$

$$E_p = \frac{3Ke^2}{r}\left(-3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -7,27 \frac{Ke^2}{r}$$

# Exercice 2

1/ Phénomène d'influence totale entre A et B

Explication :



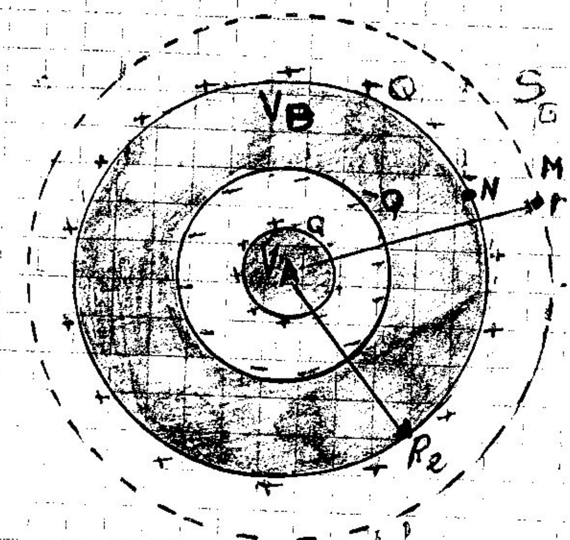

* Ⓐ crée un champ $\vec{E}$ radial sortant dans B
* $\vec{E}$ est à l'origine de forces électriques qui déplacent les charges + vers l'hémisphère externe de Ⓑ
* Apparition (Naissance) d'un 2ᵉ champ $\vec{E}$ opposé à $\vec{E}$
* $\vec{E}$ augmente avec la migration (séparation) des charges jusqu'à ce que $\vec{E} + \vec{E} = \vec{0}$ dans B

Nouvel état d'équilibre, on aura la répartition de charges ci-dessus

2/ Calcul du potentiel de A et de B ($V_A$ et $V_B$)

a/ Détermination de $V_B$

$\forall M \in \mathcal{E}$ tq $OM = r$, $r > R_2$




$\Phi = \oiint \vec{E}_n \, d\vec{S}_G = E_n \iint dS_G = E_n . 4\pi r^2$

$\Phi = \dfrac{\Sigma Q_{int}}{\varepsilon_0} = \dfrac{+Q - Q + Q}{\varepsilon_0} = \dfrac{+Q}{\varepsilon_0}$

d'où $E_n . 4\pi r^2 = \dfrac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_n(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}$

comme $\vec{E}_n = -\vec{grad}\, V_n$

ou $V_n = -\int \vec{E} . d\vec{r} = -\int E\, dr = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + C_1$

sachant que $V_n(r) = 0$ ($r \to \infty$) alors $C_1 = 0$

et $V_n(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ pour $r \geq R_2$

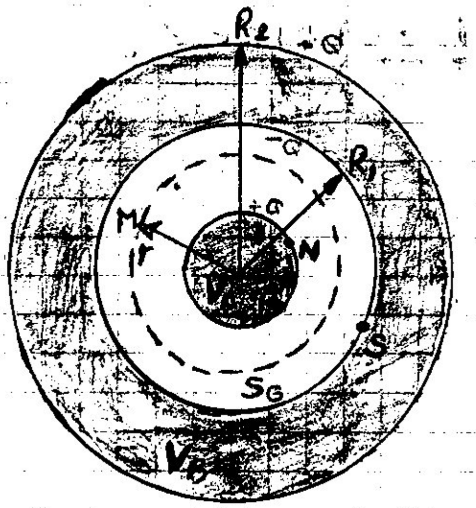
En particulier pour $r = R_2$, c'est-à-dire au point N (l'écorce)

$V_N = V(r = R_2) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

Comme $N \in$ Ⓑ et que B représente un volume équipotentiel (B : conducteur)

alors $V_B = \boxed{V_N = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}}$

## 1/ Détermination de $V_A$




$\forall M \in \mathcal{E}$ tq $OM = r$ et $R < r < R_1$

$\Phi = \oiint_{S_G} \vec{E}_M \cdot d\vec{S}_G = E_M \iint dS_G = E_M \cdot 4\pi r^2$

$\Phi = \dfrac{\Sigma Q_{int}}{\varepsilon_0} = + \dfrac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

d'où $V(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + C_2$

en S ; $r = R_1 \Rightarrow V_S = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + C^{te}$

comme $S \in (B) \Rightarrow V_S = V_B = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

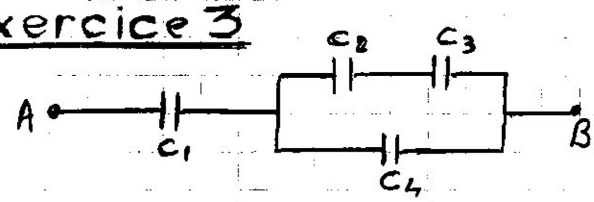
on en déduit que $C^{te} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{R_2} - \dfrac{1}{R_1}\right) \Rightarrow V_M(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r} + \dfrac{1}{R_2} - \dfrac{1}{R_1}\right)$

comme $N \in A$ ; $r = R \Rightarrow V_N = \boxed{V_A = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R_2} - \dfrac{1}{R_1}\right)}$

## 2°/ Détermination de la capacité du condensateur

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R \cdot R_1}{R_1 - R}$$

## Exercice 3

1/ 


; $C_{eq} = \dfrac{C_1 \cdot \left(C_4 + \dfrac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}\right)}{C_1 + C_4 + \dfrac{C_2 \cdot C_3}{C_2 + C_3}} = 3{,}3\,\mu F$

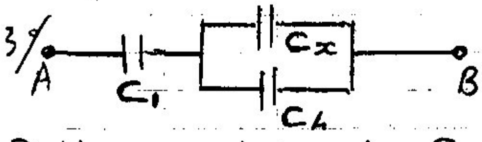
2/ Si $V_A - V_B = 2000\,V = V_{AB} \Rightarrow C_{eqAB}$ porte la charge $Q_{AB} = C_{eq_{AB}} \cdot V_{AB} = 6{,}6\,mC$

et $C_1$ porte la même charge $Q_1 = Q_{AB} = 6{,}6\,mC$, aux bornes de $C_1 \Rightarrow V_1 = \dfrac{Q_1}{C_1} = 1100\,V$.

De même si $V_4$ est la ddp aux bornes de $C_4 \Rightarrow V_4 = V_{AB} - V_1 = 900\,V$

et $Q_4 = C_4 V_4 = 5{,}4\,mC$. * D'autre part $C_2$ et $C_3$ en série $\Rightarrow Q_2 = Q_3$

$\Rightarrow \begin{cases} C_2 V_2 = C_3 V_3 \\ V_2 + V_3 = V_4 = 900 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} V_2 = 600\,V \\ V_3 = 300\,V \end{cases}$ et $Q_2 = Q_3 = 1{,}2\,mC$.

3/ 


$C_{eq} = \dfrac{C_1 (C_x + C_4)}{C_1 + C_x + C_4} = C_x \Rightarrow C_x = 3{,}7\,\mu F$

Détermination de $Q_1$ et $Q_4$ :

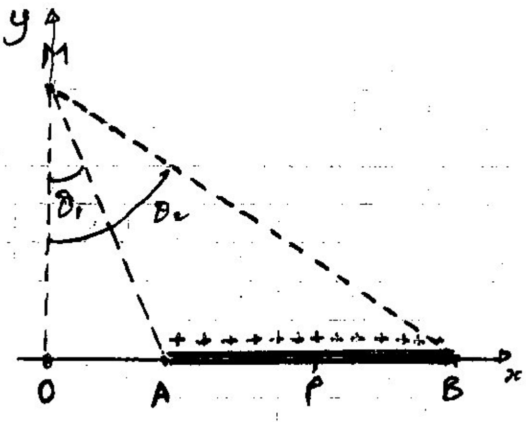
$Q_1$ = charge de $C_{eqAB} \Rightarrow C_x \cdot V_{AB} = 7{,}41\,mC = q_x + q_4$

donc $q_4 = Q_1 - q_x$ ; comme $V_4 = V_x \Rightarrow \dfrac{Q_1 - q_x}{C_4} = \dfrac{q_x}{C_x} = \dfrac{Q_1}{C_4 + C_x}$

d'où $q_x = \dfrac{C_x \cdot Q_1}{C_x + C_4}$ et $Q_4 = Q_1 - q_x = Q_1 - \dfrac{Q_1 \cdot C_x}{C_x + C_4}$

$$\boxed{Q_4 = 4{,}58\,mC}$$

# Exercice 4




1- Calculer en tout point M de l'espace, le champ electrique $\vec{E}$ créé par un fil rectiligne AB de longueur finie 2a, portant une densité de charge linéique $\lambda > 0$

Soit O la projection de M sur la droite AB. On posera $OM = y$ ; $OA = x_A$ ; $OB = x_B$

2. On examinera les cas suivants
a) le pt M est dans le plan médiateur de AB
b) le fil a une longueur infinie

---

Soit $d\vec{E}$ le champ créé par un element de fil de longueur dx autour de P ; $d\vec{E} = K \frac{dq}{r^2} \vec{u}$

$$d\vec{E} = K \frac{\lambda dx}{PM^2} \vec{u}_{PM} \quad \text{avec}$$

Dans le triangle PMO, on a : $\operatorname{tg} \theta = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{d\theta}{\cos^2\theta} = \frac{dx}{y}$

et $y = PM \cos\theta \Rightarrow d\vec{E} = \frac{K\lambda d\theta}{y} \vec{u}_{PM}$

$$d\vec{E} \left| \begin{array}{l} dE_x = -\frac{K\lambda}{y} \sin\theta \, d\theta \\ dE_y = \frac{K\lambda}{y} \cos\theta . d\theta \end{array} \right. \Rightarrow \vec{E} \left| \begin{array}{l} E_x = -\frac{K\lambda}{y} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \, d\theta \\ E_y = -\frac{K\lambda}{y} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta . d\theta \end{array} \right.$$

En posant $\theta_A = (\vec{MO}, \vec{MA})$ et $\theta_B = (\vec{MO}, \vec{MB})$

on aboutit à
$$\boxed{\vec{E} \left| \begin{array}{l} E_x = \frac{K\lambda}{y}(\cos\theta_B - \cos\theta_A) = \frac{K\lambda}{y}\left(\frac{y}{\sqrt{x_B^2+y^2}} - \frac{y}{\sqrt{x_A^2+y^2}}\right) \\ E_y = \frac{K\lambda}{y}(\sin\theta_B - \sin\theta_A) = \frac{K\lambda}{y}\left(\frac{x_B}{\sqrt{x_B^2+y^2}} - \frac{x_A}{\sqrt{x_A^2+y^2}}\right) \end{array} \right.}$$

2°/ CAS PARTICULIERS

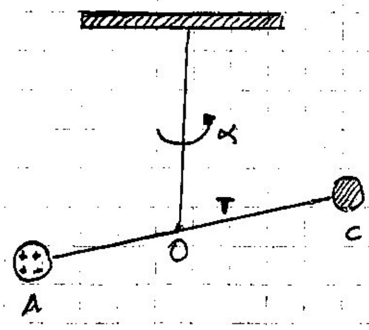
a/ M sur la médiatrice de AB

$$x_A = -x_B \Rightarrow \boxed{\vec{E} \left| \begin{array}{l} E_x = 0 \\ E_y = \frac{2K\lambda}{y} \cdot \frac{x_B}{\sqrt{x_B^2+y^2}} \end{array} \right.}$$

b/ Le fil a une longueur infinie

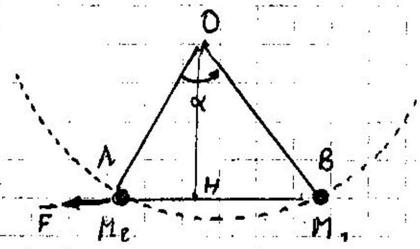
$$\begin{array}{l} x_A \longrightarrow -\infty \\ x_B \longrightarrow +\infty \end{array} \Rightarrow \boxed{\vec{E} \left| \begin{array}{l} E_x = 0 \\ E_y = \frac{2K\lambda}{y} \end{array} \right.}$$

## Exercice




Le pendule de torsion qui est représenté sur la figure, et qui constitue l'élément principal de la balance de Coulomb, comporte une tige T, isolante horizontale, très légère, munie à une extrémité, d'une petite sphère métallique A et à l'autre extrémité d'un contre-poids isolant C ; sa longueur $l = 20$ cm. Elle est suspendue en son milieu O à un support S fixe, par un fil métallique de longueur L et de constante de torsion $k_T = 12.10^{-7}$ N.m/rad. La boule A, complètement déchargée, se trouve initialement en un point correspondant à un angle de torsion nul ($\alpha = 0$). Le système est en équilibre.

On met A en contact avec une boule B identique à A et portant une charge +Q. Il en résulte une électrisation de A qui tourne d'un angle $\alpha = 60°$ par rapport à sa position initiale. Le système atteint alors une nouvelle position d'équilibre. Calculer la valeur de Q.




Appelons $M_1$ la position initiale de la boule A et $M_2$ sa nouvelle position lorsque le système atteint son équilibre après avoir tourné d'un angle $\alpha$.

La figure ci-contre correspond à la 2ème position d'équilibre du pendule. Le moment $M_{\vec{F}/\Delta}$ de la force $\vec{F}$ par rapport à l'axe de rotation $\Delta$ est équilibré par le couple de torsion du fil :

$$\Gamma = K_t . \alpha$$

La force de Coulomb a pour expression :

$$F = K \frac{q.q_2}{d^2} = 9.10^9 \frac{q^2}{\left(l \sin\frac{\alpha}{2}\right)^2} \quad \text{où } d = M_1M_2 = 2 M_1H = 2 . \frac{l}{2} \sin\frac{\alpha}{2}$$

Calcul du moment $M_{\vec{F}/\Delta} = F . OH = F . \frac{l}{2}\cos\frac{\alpha}{2} = 9.10^9 \frac{q^2}{2 l \sin^2\frac{\alpha}{2}} . \cos\frac{\alpha}{2}$

A l'équilibre : $M_{\vec{F}/\Delta} = \Gamma$

d'où $$Q = 2q = 2\sqrt{\frac{k_T . \alpha . 2 l \sin^2\frac{\alpha}{2}}{9.10^9 \cos\frac{\alpha}{2}}} = 8,03.10^{-9}\ C$$