

UNIVERSITE DE BLIDA1

Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales

MEMOIRE DE MAGISTER

Spécialité : Aéronautique

**ETUDE THERMIQUE DES ECOULEMENTS TYPE
TAYLOR-COUCETTE-POISEUILLE EN REGIME CRITIQUE :
APPLICATION AUX MACHINES THERMIQUES EN REGIME
EXTREME**

Par

BELKALLOUCHE Abderrahmane

Devant le jury composé de :

S. BOUKRAA	Professeur	U. de Blida1	Président
T. REZOUG	Professeur	U. de Blida1	Rapporteur
A. MATAOUI	Professeur	U.S.T.H.B., Alger	Examinatrice
Y. BENKHEDDA	Professeur	U. de Blida1	Examineur

Blida, juin 2014

المخلص

إن الهدف من هذه المشروع هو دراسة تبريد محركات حرارية إضافة إلى ذلك إيجاد أفضل التقنيات التي تسمح بزيادة كفاءة المحرك عند التصميم.

ابتداء من تصميم المحركات الكهربائية التي تدور بسرعات عالية تصل إلى 80000 (دورة/دقيقة)، أبعادها تعكس الأهداف التالية، الاستطاعة المستهلكة و الاستطاعة المفيدة، و لكنها محدودة بالعوامل الحرارية التي يجب احترامها.

نعرض الدراسة الرقمية لتدفق عشوائي لمائع غير قابل للضغط تحت تأثير الدوران و بوجود التبادل الحراري داخل جهاز نوع تايلور-كوات-بوازوي في حالته الأساسية يتكون من اسطوانتين لهما نفس المحور يتم تسخينهما بواسطة مفعول جول، الاسطوانة الخارجية ثابتة والداخلية تدور بسرعة كبيرة، المسافة بينهما برتبة المليمتر. وقد تم تحليل تصميمين لهذا الجهاز، في التصميم الأول سطح الاسطوانتين أملس أما في التصميم الثاني سطح الجزء الدوار أملس و السطح الداخلي للاسطوانة الساكنة تحتوي على مجاري محورية.

كلمات مفتاحيه : تدفق تايلور-كوات-بوازوي، تدفق عشوائي، محركات كهربائية، تبادل حراري، سطح أملس، سطح بمجاري محورية.

RESUME

Ce travail est destiné à étudier le refroidissement des machines électriques à fort vitesse de rotation que soit un moteur électrique ou un générateur.

La présente étude est consacrée à l'étude numérique des modèles de la turbulence en présence de la rotation et des transferts de chaleur par convection, dans un espace annulaire traversé par un flux d'air, entre deux cylindres chauffés par effet Joule, un extérieur fixe (stator), et l'autre, intérieur tournant (rotor) à une vitesse de rotation atteint 80000 tr/min et l'espace inter-cylindre considéré est également de l'ordre du millimètre. L'écoulement dans cette zone est dit de type Taylor-Couette-Poiseuille.

Deux configurations d'entrefers sont analysées, les surfaces des cylindres sont toutes les deux lisses, ou la paroi mobile est lisse et l'autre est rainurée axialement.

Mots Clés: écoulements de Taylor-Couette-Poiseuille, écoulements turbulent en présence de la rotation, moteur électrique, transferts de chaleur, espace annulaire, paroi lisse, paroi rainurée.

ABSTRACT

This work deals with the cooling of high-speed electric machines such as motors and generators through an air gap.

The present investigation is concerned with the numerical modeling of turbulent rotation flow and convective heat transfer in a Taylor-Couette-Poiseuille system which is a simple representation of rotating inner cylinder (Rotor) and stationary outer cylinder (Stator) with axial flow. Heat is transferred from the hotter rotor and stator surfaces to the cooler air flow in the air gap.

Two geometrical configurations are analyzed: Firstly, the surfaces of the cylinders are either smooth and secondly, the moving part is smooth and the fixed part is grooved axially.

The purpose is to predict the turbulent flow and heat transfer in the gap of an electrical machine for a wide range of operating conditions. The Taylor-Couette-Poiseuille system is a simple representation of the gap between the rotating and the stationary parts of an electrical motor contained in an air conditioning pack.

Understanding of the convective heat transfer in the annular gap is required to optimize the performances of such rotating machinery. Usually, the radial gap between the cylinders is quite small (of the order of 2 mm) and the rotation rate of the inner cylinder can reach more than 80000 rpm.

Key words: Taylor-Couette-Poiseuille system, turbulent rotation flow, electrical machine, heat transfer, air gap, smooth wall, grooved wall.

REMERCIEMENTS

Ma sincère gratitude s'adresse à Monsieur le professeur Tahar REZOUG, directeur du Laboratoire des Sciences Aéronautiques (Calcul Numérique & Modélisation) à l'institut d'aéronautique et des études spatiales de Blida, pour avoir accepté la direction de ce travail et pour l'intérêt et l'aide précieuse qu'il a porté par ses encouragements, ses conseils et ses directives le long de ce travail et sans oublier les efforts qu'il a fourni pour nous transmettre de son savoir scientifique par ces cours et ses enseignements.

Je remercie particulièrement Monsieur le Dr. Mohand LAGHA, responsable de la Post-Graduation pour son amitié, son soutien constant, ses conseils utiles et ses paroles d'encouragement.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur S. BOUKRAA (professeur, U. de Blida1), qui m'a fait l'honneur, malgré ses multiples responsabilités, d'assurer la présidence du jury.

Mes vifs remerciements à Madame Amina MATAOUI (professeur, U.S.T.H.B., Alger) et Monsieur Y.BENKHEDDA (professeur, U. de Blida1), pour avoir accepté de faire partie du Jury et d'avoir consacré un peu de leur précieux temps à la lecture de ce mémoire.

Je remercie ma famille, spécialement mes parents, ma femme et mes enfants Abdenour et Yousef de leur soutien inconditionnel. Et à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la concrétisation de ce document.

TABLE DES MATIERES

RESUME	1
REMERCIEMENTS	4
TABLE DES MATIERES	5
LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX	9
INTRODUCTION	14
1. MODELISATION THEORIQUE	17
1.1. Etat d'art	17
1.2. Problématique de l'échauffement des machines tournantes	18
1.3. Origine de l'échauffement thermique	19
1.3.1. Les pertes mécaniques	20
1.3.2. Les pertes par effet Joule	20
1.3.3. Les pertes fer	20
1.4. Transferts de chaleur dans les moteurs électriques	21
1.4.1. Description des modes de transfert dans les moteurs électriques	21
1.4.2. Transfert par conduction	21
1.4.3. Transfert par convection	22
1.4.4. Transfert par rayonnement	23
1.5. Paramètres adimensionnels	23
1.5.1. Nombre de Reynolds axial	24
1.5.2. Nombre de Taylor	24
1.5.3. Le nombre de Nusselt	25
1.5.4. Le nombre de Prandtl	26
1.6. Différentes configurations d'entrefer	27
1.6.1. Entrefer lisse	27
1.6.1.1. Description de géométrie.	27
1.6.1.2. Structure de l'écoulement	28

1.6.1.3. Echanges convectifs	30
1.6.1.4. Transferts convectifs et expressions du Nusselt	32
1.6.2. Entrefer rainuré	36
1.6.2.1. Lois de transferts thermiques	38
2. MODELISATIONS DE LA TURBULENCE EN PRESENCE DE ROTATION	42
2.1. Introduction	42
2.2. Travaux antérieurs	42
2.3. Problèmes posés par la modélisation de la turbulence dans les systèmes rotor-stator - Choix du modèle	44
2.4. Equation régissant le champ d'écoulement	46
2.4.1. Hypothèses	46
2.4.2. Outils pour la modélisation	46
2.4.2.1. Moyenne d'ensemble	46
2.4.3. Approximation de Boussinesq simplifiée	47
2.4.4. Les équations du mouvement moyen	48
2.4.5. Le problème de la fermeture	51
2.4.5.1. Classification des modèles de turbulence	51
2.4.5.2. L'hypothèse de Boussinesq : concept de viscosité turbulente	52
2.4.6. Les équations de transport des tensions de Reynolds	53
2.4.6.1. Modélisation du terme de dissipation ε_{ij}	55
2.4.6.2. Modélisation de la diffusion D_{ij}	55
2.4.6.3. Modélisation du terme de corrélation pression-vitesse ϕ_{ij}	56
2.4.6.4. Modélisation du terme de Gravité	57
2.5. Le modèle k- ε	57
2.5.1. Equation de l'énergie cinétique	57
2.5.2. Equation de l'énergie de dissipation	58
2.5.3. Influence de la rotation sur le modèle k - ε	59
2.6. Modèle k- ω	59
2.7. Modèle k - ω_{SST} (Shear Stress Transport ou Transport d'effort de cisaillement)	60
2.8. Modèle algébrique (ASM) (Algebraic Stress Model)	62
2.8.1. Equations de conservation de la masse	63

2.8.2. Equations de conservation de la quantité de mouvement	63
2.8.3. Equation de la température	63
2.8.4. Equation de l'énergie cinétique	64
2.8.5. Equation du taux de dissipation de l'énergie cinétique	64
2.8.6. Système algébrique	64
2.9. Modélisation près des parois	67
2.9.1. La sous-couche linéaire	68
2.9.2. La zone tampon	69
2.9.3. La zone logarithmique	69
2.9.4. La loi de paroi pour la vitesse longitudinale	69
2.9.5. La loi de paroi pour la Température	71
3. METHODE NUMERIQUE ET CODES DE CALCUL	72
3.1. Introduction	72
3.2. Méthodes des volumes finis	73
3.2.1. Equation différentielle générale	73
3.2.2. Maillage	75
3.2.3. Discrétisation des équations de transport	76
3.2.4. Schémas d'interpolations	80
3.2.5. Traitement du couplage Vitesse-Pression	81
3.2.5.1. Les étapes de l'algorithme de SIMPLE	81
3.2.5.2. Equation de correction de la vitesse	82
3.2.5.3. Equation de correction de la pression	83
3.2.5.4. Algorithme de Thomas ou TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm)	84
3.3. CODE T.E.A.M (Turbulent Elliptic Algorithm Manchester)	85
3.3.1. Validation du code TEAM modifié	87
3.3.1.1. Cas test 1: Écoulement à l'intérieur d'une cavité tournante ouverte	87
3.3.1.1.1. Géométrie	87
3.3.1.1.2. Résultats	88
3.3.1.2. Cas test 2: Écoulement dans la cavité rotor-stator	90
3.3.1.2.1. Géométrie	90
3.3.1.2.2. Résultats	91
3.4. Code_SATURNE	93
3.4.1. Structure du Code_Saturne	94
3.4.2. Les différentes étapes à suivre pour la modélisation numérique	95

3.5. Conclusion	95
4. ETUDE NUMERIQUE ET COMPARAISON AUX RESULTATS EXPERIMENTAUX POUR UN MOTEUR ELECTRIQUE OUVERT	96
4.1. Introduction	96
4.2. Présentation de l'étude expérimentale de Bouafia	96
4.2.1. Représentation géométrique des modèles	98
4.2.3. Conditions aux limites	99
4.2.4. Construction du maillage	100
4.2.4.1. Configuration d'entrefer lisse	100
4.2.4.2. Configuration d'entrefer rainuré	101
4.2.5. Analyse des résultats numériques	102
4.2.5.1. Les transferts au rotor	102
4.2.5.1.1. Nombre de Nusselt local	102
4.2.5.1.2. Nombre de Nusselt moyen	103
4.2.5.2. Les transferts au stator	106
4.2.5.2.1. Nombre de Nusselt local	106
4.2.5.2.2. Nombre de Nusselt moyen	107
4.3. Présentation de l'étude expérimentale de KUOSA	109
4.3.1. Représentation géométrique des modèles	110
4.3.2. Conditions aux limites	111
4.3.3. Etude de sensibilité au maillage	112
4.3.4. Procédure de construction d'un maillage	112
4.3.5. Résultats numériques relatifs au transfert de chaleur	113
4.3.5.1. Configuration d'entrefer lisse	113
4.3.5.2. Configuration d'entrefer rainuré	118
4.3.6. Changement de la géométrie de l'entrefer rainuré	122
4.3.6.1. L'étude comparative	124
4.3.7. Injection de l'air	125
4.3.7.1. Géométrie	125
4.3.7.2. Résultats	126
CONCLUSION	127
Liste des symboles et des abréviations	129
REFERENCES	133

LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 1 : a) Représentation schématique de l'écoulement dans une turbine haute pression d'après Phadke et Owen, b) Moteur asynchrone à ventilation axiale	15
Figure 1.1: Transferts de puissance dans une machine asynchrone.	19
Figure 1.2: Représentation schématique d'un système de Taylor-Couette avec flux axial et gradient thermique radial	27
Figure 1.3: Structure des tourbillons a) toroïdaux et b) hélicoïdaux	28
Figure 1.4: Nature de l'écoulement en fonction de Re_a et Ta : a) écoulement laminaire, b) écoulement laminaire avec tourbillons, c) écoulement turbulent avec tourbillons, d) écoulement turbulent	29
Figure 1.5: Structure des tourbillons Taylor-Couette	30
Figure 1.6: Evolution du nombre de Nusselt en fonction des nombres de Taylor à Re_a donne selon Becker et Kaye	32
Figure 1.7: Evolution du Nusselt au rotor en fonction du Reynolds effectif pour un entrefer lisse	34
Figure 1.8: Empilement des tôles du stator	36
Figure 1.9: Schéma d'une encoche au stator	37
Figure 1.10: Configurations d'entrefers étudiés par Gazley	38
Figure 1.11: Variation du nombre de Nusselt moyen au rotor avec le nombre de Reynolds effectif. comparaison entre le cas d'entrefer lisse et le cas d'entrefer rainuré	39
Figure 1.12: Variation du nombre de Nusselt moyen au stator en fonction des grandeurs dynamiques	40
Figure 1.13: Influence du nombre de Taylor et du nombre de Reynolds axial sur le nombre de Nusselt moyen au stator	41
Figure 2.1: Profil des vitesses dans la couche limite	68
Figure 2.2: La distribution de la vitesse moyenne longitudinale près de la paroi	70

Figure 3.1: Volume de contrôle principal	75
Figure 3.2: Maillage décalé	76
Figure 3.3: Volume de contrôle dans le cas 2D	76
Figure 3.4: Volume de contrôle de l'équation de continuité	78
Figure 3.5: Diagramme de l'algorithme de résolution SIMPLE	83
Figure 3.6: Structure de la version développée du code TEAM	86
Figure 3.7: Cavite tournante ouverte	88
Figure 3.8: Les contours de vitesse axiale (a), radial (b) et de température (c)	89
Figure 3.9: Profils des vitesses moyennes, (a) vitesse radiale suivant Z, (b) vitesse axiale suivant Y et (c) profil de la température moyenne suivant la direction axiale Z	90
Figure 3.10: Cavite rotor-stator	91
Figure 3.11: Contours de la vitesse axial (a), radiale(b) et tangentiel (c), la pression totale (d), la température (e), l'énergie cinétique (f), dans le plan (z, y)	92
Figure 3.12: profile de vitesse moyenne et de température moyenne pour $Re = 1.11 \cdot 10^5$ et $\Omega = 0,246$ rad/s	93
Figure 3.13: Architecture du logiciel Code_Saturne	94
Figure 4.1: A) Entrefer rainure, et b) entrefer lisse	96
Figure 4.2: Coupe axiale de la maquette EDF	97
Figure 4.3: Conditions aux limites sur le modèle d'entrefer rainuré	98
Figure 4.4: Conditions aux limites sur le modèle d'entrefer lisse	99
Figure 4.5: Coupe axiale du maillage, configuration d'entrefer lisse	101
Figure 4.6: Vecteurs vitesses et trajectoire des particules fluide sur le modèle d'entrefer lisse	101
Figure 4.7: Coupe axiale du maillage, configuration d'entrefer rainuré	102
Figure 4.8: Distributions axiales des nombres de Nusselt locaux sur le rotor (Nu_i)	102
Figure 4.9: Evolution axiales des nombres de Nusselt locaux sur le rotor (Nu_i)	103
Figure 4.10: Variation du nombre de Nusselt moyen au rotor en fonction du nombre de Taylor, a) entrefer lisse, b) entrefer rainuré	104
Figure 4.11: Schématisation de l'interaction espace annulaire/rainure le long de l'entrefer	105

Figure 4.12: Distributions axiales des nombres de Nusselt locaux sur le stator (Nu_0)	106
Figure 4.13: Profils axiaux du nombre de Nusselt local au stator rainuré	107
Figure 4.14: Influence du nombre de Taylor et du nombre de Reynolds axial sur le nombre de Nusselt moyen au stator	107
Figure 4.15: Configuration d'entrefer rainuré - au stator – influence de la rugosité	108
Figure 4.16: Evolution des températures de surface du rotor et du stator dans l'entrefer	109
Figure 4.17: Cavite étudiée par Kuosa et al	109
Figure 4.18: Schématisation du modèle géométrique utilisé pour l'entrefer a) rainuré et b) lisse	110
Figure 4.19: Conditions aux limites sur le modèle d'entrefer rainuré	110
Figure 4.20: Conditions aux limites sur le modèle d'entrefer lisse	111
Figure 4.21: Coupe axiale du maillage de configuration n°1 de l'entrefer lisse	114
Figure 4.22: Coupe axiale du maillage de configuration n°2 de l'entrefer lisse	114
Figure 4.23: Vecteurs vitesses et trajectoire des particules fluide sur le modèle d'entrefer lisse, (a et b) pour le code_Saturne et (c) pour le modèle A.S.M du code T.E.A.M	115
Figure 4.24: Représentation des différentes coupes axiales pour une configuration d'entrefer lisse	115
Figure 4.25: Profils radiaux des vitesses moyennes, $k-\omega$ _SST (a) axiale, (b) tangentielle et de la température moyenne (c) pour une configuration d'entrefer lisse n°1, $\Omega = 8373$ rad/s (80000 rpm)	116
Figure 4.26: Distributions axiales des nombres de Nusselt locaux sur le rotor (Nu_i) et sur le stator (Nu_0) pour une configuration d'entrefer lisse, $\Omega = 8373$ rad/s (80000 rpm)	117
Figure 4.27: Coupe axiale du maillage de la configuration n°1 de l'entrefer rainuré	118
Figure 4.28: Profils radiaux de la température moyenne (a) et des vitesses moyennes axiale (b) pour une configuration d'entrefer rainure n°1, $k-\omega$ _sst, $\Omega = 8373$ rad/s (80000 rpm)	118
Figure 4.29: Evolution du nombre de Nusselt local le long du rotor et du stator	119

	pour une configuration d'entrefer rainuré n°1, $k-\omega_{SST}$, $\Omega = 8373$ rad/s (80000 rpm)	
Figure 4.30	Nombre de Nusselt local Nu le long des faces du stator, configuration d'entrefer rainuré, $k-\omega_{SST}$, $\Omega = 8373$ rad/s (80000 rpm)	120
Figure 4.31:	Coupe axiale du maillage de la configuration n°2 de l'entrefer rainuré.	120
Figure 4.32:	Profils radiaux de la température moyenne (a) et des vitesses moyennes axiale (b) pour une configuration d'entrefer rainuré n°2, $k - \omega_{SST}$, $\Omega = 3140$ rad/s (30000 rpm)	121
Figure 4.33:	Evolution du nombre de Nusselt local le long du rotor et du stator pour une configuration d'entrefer rainuré n°2, $k - \omega_{SST}$, $\Omega = 3140$ rad/s (30000 rpm)	121
Figure 4.34:	Représentation des différentes coupes axiales pour une configuration rainure	122
Figure 4.35:	Configuration d'entrefer rainure, $k - \omega_{SST}$, $\Omega = 3140$ rad/s (30000 rpm)	122
Figure 4.36:	Configuration d'entrefer rainure, $k - \omega_{SST}$, $\Omega = 8373$ rad/s (80000 rpm)	122
Figure 4.37:	Distributions axiales des nombres de Nusselt locaux sur le rotor (Nu_i) et sur le stator (Nu_0) pour une configuration d'entrefer rainuré convergent, $k - \omega_{SST}$, $\Omega = 8373$ rad/s (80000 rpm)	123
Figure 4.38:	Nombre de Nusselt local Nu le long des faces du stator, configuration d'entrefer rainuré convergent	123
Figure 4.39:	Evolution du nombre de Nusselt local le long du rotor pour une configuration d'entrefer lisse, rainure et rainure convergent	124
Figure 4.40:	Evolution du nombre de Nusselt local le long du stator pour une configuration d'entrefer lisse, rainure et rainure convergent	124
Figure 4.41:	Vecteurs vitesses et trajectoire des particules fluide sur le modèle d'entrefer lisse avec jet d'air, modèle A.S.M, code T.E.A.M	125
Figure 4.42:	Distributions axiales des nombres de Nusselt locaux a) sur le rotor (Nu_i) et b) sur le stator (Nu_0) pour une configuration d'entrefer lisse, $\Omega = 8373$ rad/s, modèle A.S.M, code T.E.A.M	126

Tableau 1.1: Influence de la vitesse de rotation et du débit axial sur la nature de l'écoulement et les transferts thermiques	30
Tableau 1.2: Bilan des corrélations pour les échanges convectifs dans un entrefer lisse et un écoulement turbulent	35
Tableau 1.3: Bilan des corrélations pour les échanges convectifs dans un entrefer rainuré	39
Tableau 2.1: Coefficients du modèle $k - \varepsilon$ standard	58
Tableau 2.2: Coefficients du modèle $k - \omega_{SST}$	61
Tableau 2.3: Les constantes empiriques du modèle ASM	67
Tableau 3.1: Les coefficients d'échanges et les termes sources des différentes équations	74
Tableau 3.2: Forme linéaire du terme source pour les différentes équations	77
Tableau 3.3: Expression de la fonction $A(P)$ pour différents schémas	80
Tableau 4.1: Caractéristiques principales des entrefers	97
Tableau 4.2: Points de fonctionnement testés dans la configuration d'entrefer lisse	100
Tableau 4.3: Points de fonctionnement testés dans la configuration d'entrefer rainuré	100
Tableau 4.4: Détail des maillages étudiés pour la configuration d'entrefer lisse	101
Tableau 4.5: Détail des maillages étudiés pour la configuration d'entrefer rainuré	102
Tableau 4.6: Comparaison des résultats numériques par rapport aux corrélations expérimentales	104
Tableau 4.7: Points de fonctionnement testés dans la configuration d'entrefer lisse et avec rainuré	112
Tableau 4.8: Détail des maillages étudiés pour la configuration d'entrefer lisse	113
Tableau 4.9: Détail des maillages étudiés pour la configuration d'entrefer rainuré	118

INTRODUCTION

Les écoulements de fluide en rotation ont fait l'objet de nombreuses études expérimentales, numériques ou théoriques, du fait de la diversité de leurs applications. En effet, ils peuvent se rencontrer dans des phénomènes naturels, mouvements océanographiques, mouvements atmosphériques, ainsi que dans de nombreuses applications techniques comme les unités de stockage d'informations [1]. Le domaine d'application qui nous intéresse le plus est celui impliquant le fonctionnement des turbomachines et moteurs électriques.

Dans les moteurs électriques asynchrones ou les turbomachines actuelles (turbines à gaz, turboréacteurs, disque turbine...), les conditions de fonctionnement de plus en plus sévères exposent les parties mobiles à des contraintes et excitations très variées. Ces phénomènes peuvent conduire à plus ou moins long terme à des problèmes de fiabilité, voire de destruction s'ils ne sont pas correctement maîtrisés. Les industriels étant intéressés par toute prévision susceptible de leur permettre un gain de durée de vie, de performance, de poids, sans perte de sécurité, il semble indispensable en premier lieu de connaître le plus finement possible les phénomènes aérodynamiques qui prennent place dans les espaces inter-cylindre. La figure (1-a) est un schéma d'une turbine haute pression dans laquelle l'air frais passe dans les espaces inter disques pour venir refroidir les aubes de turbines chauffées par l'air venant de la chambre de combustion. La machine électrique de la figure (1-b) est un moteur asynchrone à ventilation axiale, un espace annulaire très étroit (entrefer) entre le rotor et le stator permet également une circulation d'air.

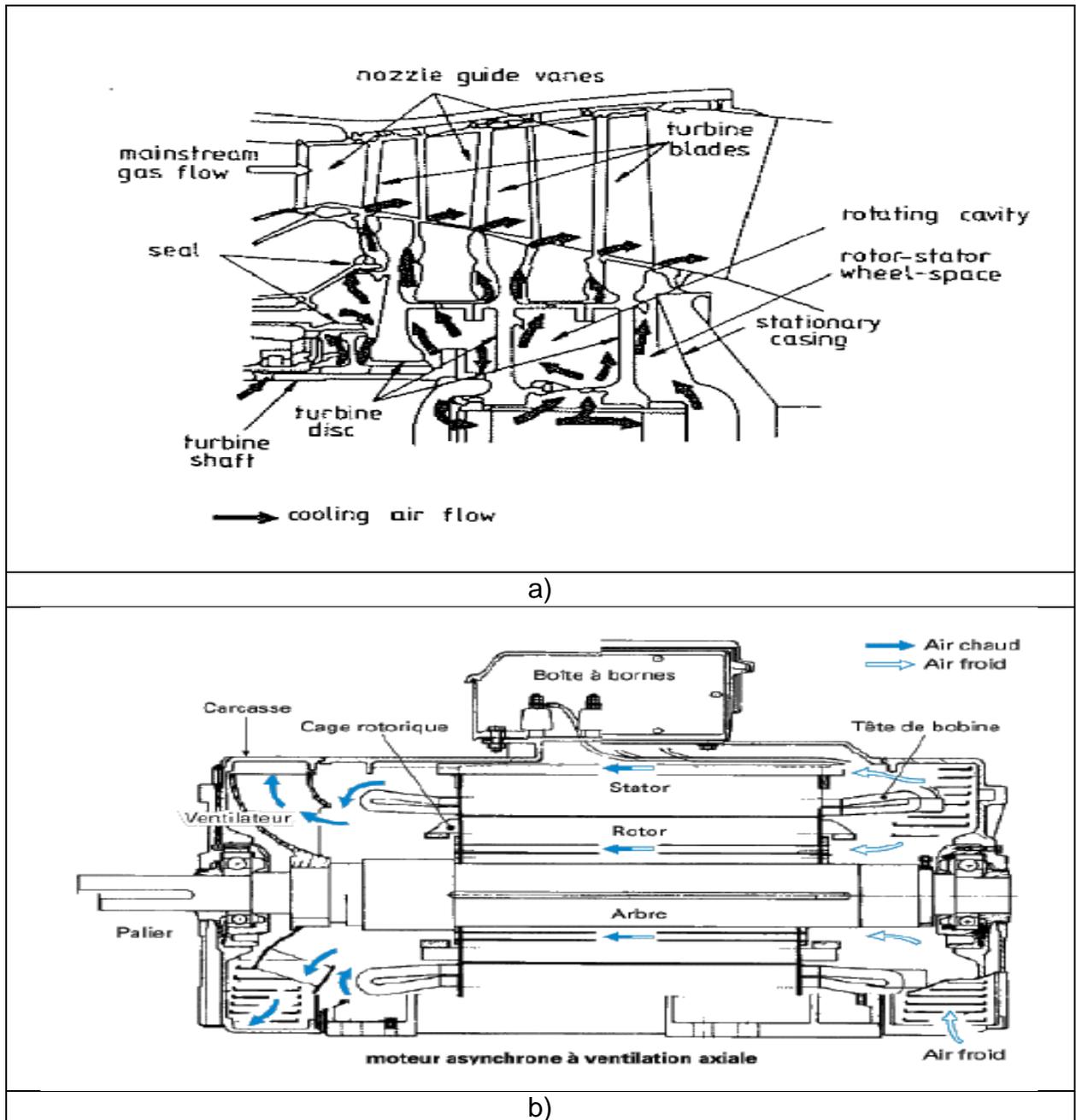


Figure 1 : a) Représentation schématique de l'écoulement dans une turbine haute pression d'après Phadke et Owen [2], b) Moteur asynchrone à ventilation axiale [3]

L'optimisation des performances des machines tournantes tels que les moteurs électriques nécessitent en particulier d'améliorer la caractérisation des transferts convectifs en espace annulaire, entre le rotor, siège d'importantes dissipations d'origine électromagnétique, et un écoulement d'air dans l'entrefer. De plus, pour certaines technologies, la présence des rainures axiales ou logent les bobinages de fils de cuivre peut notablement modifier le comportement dynamique

et thermique de l'écoulement. L'impact de ces rainures sur les transferts thermiques doit, par conséquent, être mieux évalué.

Ce travail est consacré exclusivement aux configurations de type rotor-stator, dont les applications sont nombreuses mais ce sujet reste également un problème de recherche fondamentale et la littérature est donc très fournie dans ce domaine.

À l'origine, cette étude est inscrite dans le cadre d'une collaboration scientifique entre le laboratoire des sciences aéronautiques (Université de BLIDA 1) et le laboratoire de modélisation en mécanique et procédés propres (M2P2, Université. Aix-Marseille III), qui a développé plusieurs actions de recherches sur les écoulements en rotation. Citons d'abord, Poncet en 2005 [4] et Sofia Haddadi [5].

Nous ferons, tout d'abord, un état des connaissances et une analyse des principaux travaux dans le domaine des écoulements type Taylor-Couette-Poiseuille, dans le 1^{er} chapitre, les aspects thermiques sont abordés.

Le deuxième chapitre a pour but d'étudier les problèmes de modélisation dans le cas d'écoulements turbulents en présence de rotation ainsi que la représentation du modèle algébrique des tensions de Reynolds (dit modèle ASM) et de la méthode numérique utilisée pour discrétiser les équations aux dérivées partielles.

Le troisième chapitre sera dédié à l'aspect modélisation numérique du problème abordé à l'aide des codes de calcul code_Saturne et T.E.A.M. Les choix retenus pour effectuer les simulations numériques (modèle de turbulence, domaine de calcul, maillage, conditions aux limites) sont présentés.

Le quatrième chapitre, consiste à reprendre une configuration d'essais réalisés sur une maquette de moteur électrique et de comparer les résultats des simulations aux résultats expérimentaux disponibles.

Enfin, la conclusion résumera les principaux résultats issus de cette thèse et dégagera quelques perspectives de travail.

CHAPITRE 1

MODELISATION THEORIQUE

1.1. Etat d'art

Dans cette partie, l'étude permet de faire le point sur l'état des connaissances actuelles concernant l'étude des écoulements et des transferts thermiques dans un entrefer axial de machine électrique tournante. Très peu de documents concernent l'étude d'entrefers de géométrie semblable à celle d'un alternateur. Dans un premier temps, l'étude décrit donc la physique de l'écoulement et les transferts convectifs dans des configurations d'entrefer lisse puis rainuré.

L'effet d'un flux axial sur l'écoulement de Taylor-Couette entre deux cylindres concentriques, ou seulement le cylindre intérieur est en rotation, a été étudié expérimentalement par Kaye et Elgar [6].

Gazley [7], fut l'un des premiers auteurs à fournir des résultats significatifs. Il a étudié, de manière théorique et expérimentale, les échanges convectifs pour un entrefer ou le rotor était chauffé et le stator refroidi.

Becker et Kaye [8], ont poursuivi l'étude de Kaye et Elgar [6], par des mesures de température pour une large gamme de vitesse de rotation et de débit.

Tachibana et Fukui [9], ont comparé le nombre de Taylor critique d'entrefers lisses avec celui d'entrefers encochés, en absence de débit axial (dans leur cas, c'est le rotor qui est rainuré).

Aoki et al [10], ont étudié les transferts de chaleur convectifs dans la même configuration de Becker et Kaye [8] pour une large gamme de nombre de Prandtl Pr .

Lee et Minkowycz [11], ont montré par des mesures de température que la présence de rainures sur le cylindre intérieur augmente de manière significative le coefficient d'échange.

Pfitzer et Beer [12], ont étudié expérimentalement et analytiquement les effets de la rotation des cylindres extérieur et intérieur sur l'écoulement turbulent dans un espace annulaire différentiellement chauffé, essentiellement pour les cas où les cylindres sont en co- ou contra-rotation.

Childs et Turner [13], ont étudié les transferts convectifs dans un espace annulaire assez large et court, pour des nombres de Taylor et de Reynolds très élevés.

Bouafia et Bertin [14], ont mesuré les transferts de chaleur dans un espace annulaire entre un cylindre intérieur tournant chauffé et un cylindre extérieur fixe refroidi avec ou sans écoulement axial.

Kuosa et al [15], ont étudié le problème du refroidissement des machines électriques (moteurs ou générateurs) à fortes vitesses de rotation, où seul le cylindre intérieur est mis en rotation.

Tahar REZOUG [40], qui a étudié la convection thermique turbulente dans les cavités en rotation applique à l'écoulement dans les espaces inter-disques des turbomachines

On peut citer également la thèse de Fasquelle [16], qui a simulé les écoulements et les transferts de chaleur dans une machine électrique dédiée à la traction ferroviaire et la thèse d'Antoine GIRET [17] qui met en place un dispositif expérimental pour réaliser des mesures thermiques permettant de mieux comprendre les phénomènes de transferts convectifs dans l'espace entre le rotor et le stator d'un alternateur électrique.

1.2. Problématique de l'échauffement des machines tournantes

Le fonctionnement des machines électriques ou thermiques tournantes génère de l'énergie thermique qu'il faut évacuer. Des fluctuations plus ou moins brutales de charge créent des échauffements particulièrement nocifs aux parties sensibles des systèmes. Pour atténuer ces effets, les machines tournantes de

type ouvertes sont traversées par un écoulement d'air frais. Celui-ci est assuré par un compresseur (ou ventilateur).

Dès la conception des machines tournantes, leur dimensionnement tient compte des objectifs (électriques, puissances), mais répond également à des contraintes thermiques. Il s'agit en fait d'assurer des températures en adéquation avec l'échauffement autorisé.

Dans l'optique d'une optimisation thermique et une amélioration du rendement mécanique, il est indispensable de déterminer et de classer précisément les voies d'évacuation de la chaleur et d'analyser les écoulements qui se développent dans les cavités inter-structure des moteurs électriques. Pour poser la problématique des échanges convectifs dans les machines tournantes, nous allons nous appuyer sur l'analyse de Kuosa et al. [15, 18] et Bouafia [14], qui ont étudié le problème du refroidissement des machines électriques (moteurs ou générateurs) à fortes vitesses de rotation.

1.3. Origine de l'échauffement thermique

Les moteurs électriques sont le siège de nombreuses pertes. La figure 1.1 présente les transferts de puissance dans une machine électrique. Bien que celles-ci aient de nombreuses origines, elles peuvent être classées en trois grandes catégories : les pertes mécaniques, les pertes dans les conducteurs (les pertes par effet Joule) et les pertes dans le circuit magnétique (les pertes fer).

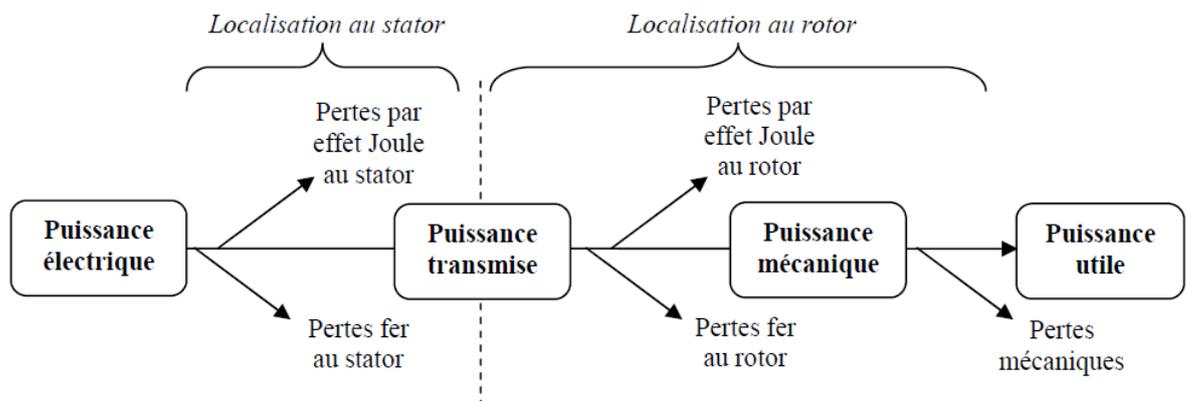


Figure 1.1 : Transferts de puissance dans une machine asynchrone [16]

1.3.1. Les pertes mécaniques

Les pertes mécaniques prennent en compte tous les frottements dus à la rotation de la partie tournante de la machine. Elles apparaissent sous forme d'échauffement ou d'énergie cinétique fournie au fluide. Elles sont de multiples natures :

- les pertes mécaniques provoquées par frottement dans les paliers ou dans les roulements;
- les pertes aérodynamiques dues au frottement de l'air, en particulier au niveau de l'entrefer;
- les pertes par ventilation nécessaires pour permettre la circulation de l'air.

1.3.2. Les pertes par effet Joule

Les pertes par effet Joule se situent au niveau des conducteurs. Les pertes sont proportionnelles à la résistance et au carré de l'intensité. Cette résistance dépend de la température et de la répartition de l'intensité dans le conducteur.

1.3.3. Les pertes fer

Les pertes fer se situent dans les parties magnétiques du moteur. On distingue deux composantes principales : les pertes par hystérésis et les pertes par courant de Foucault. Ces deux types de pertes apparaissent dans les différentes parties du circuit magnétique et n'y sont pas réparties uniformément.

- Les pertes par hystérésis représentent, transformées en chaleur, la puissance nécessaire à l'aimantation cyclique alternative du fer. Elles sont directement liées à l'évolution irréversible de la structure cristalline du matériau constituant les tôles. En effet, l'organisation de la matière en domaine de Weiss se modifie sous l'effet de variation en intensité et/ou en direction du champ magnétique. Les pertes engendrées sont proportionnelles à l'air du cycle d'hystérésis, au nombre de cycles d'aimantation et sont indépendantes de l'épaisseur de la tôle.

Les pertes par courant de Foucault sont dues à la création des forces électromagnétiques induites dans le fer due à l'aimantation cyclique alternative. Ces forces donnent naissance à des courants qui se forment dans la masse du fer dans des plans normaux à la direction du flux. Afin de minimiser ces pertes dans

les tôles, on choisit des tôles minces, isolées les unes des autres (généralement par un traitement surfacique) dont les plans sont disposés parallèlement aux lignes d'induction.

1.4. Transferts de chaleur dans les moteurs électriques

1.4.1. Description des modes de transfert dans les moteurs électriques

Nous venons de constater que les moteurs électriques sont le siège de nombreuses sources de chaleur d'origines variées et de localisations diverses. La dissipation de cette production de chaleur est régie par trois modes de transfert : le transfert de chaleur par conduction, par convection, et par rayonnement.

1.4.2. Transfert par conduction

Ce mode de transfert a lieu au sein d'un même milieu. Il opère aussi bien dans les parties solides du moteur que dans l'air environnant. Ces transferts de chaleur obéissent à la loi de Fourier (traduit le fait que les transferts thermiques se produisent du corps chaud vers le corps froid.) qui stipule que le vecteur densité de flux thermique $\vec{\varphi}$ est proportionnel au gradient local de la température T . Pour un milieu isotrope :

$$\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T} \quad (1.1)$$

où λ est la conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$). Cette grandeur positive dépend du matériau et de la température. Plus la valeur de la conductivité est élevée, plus le matériau conduit la chaleur. La conductivité thermique des solides est généralement plus importante que celle des liquides. En ce qui concerne les gaz, elle est souvent très faible.

Un bilan d'énergie et l'expression de la loi de Fourier conduit à l'équation générale de conduction de la chaleur.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}T}) + P \quad (1.2)$$

avec ρ : la masse volumique ($kg.m^{-3}$);

c : la capacité thermique massique ($J.Kg^{-1}.K^{-1}$);

P : la production volumique de chaleur ($W.m^{-3}$).

1.4.3. Transfert par convection

Les transferts de chaleur par convection sont des phénomènes que l'on retrouve très fréquemment dans la vie courante. Ce sont des transferts de chaleur avec transfert de masse par l'intervention d'un fluide (gaz ou liquide). On distingue plusieurs types de convection.

- La convection naturelle se produit lorsque le fluide en contact à la paroi se déplace naturellement. Ce déplacement, de vitesse modérée, est créé par une variation de la masse volumique du fluide, elle-même liée à une différence de température.
- La convection forcée intervient lorsque le mouvement est imposé au fluide.
- Lorsque les deux phénomènes sont comparables (variation de la masse volumique et vitesse imposée), on parle alors de convection mixte.

Pour chaque type de convection, on peut définir les deux termes suivants. La convection est dite externe si l'objet solide est placé dans le fluide (typiquement il s'agit de la convection sur les parois externes du moteur électrique). A l'opposé, la convection est dite interne si le fluide est guidé par les parois de l'objet ou s'il est totalement confiné dans un espace clos (par exemple, on parlera de convection interne pour les échanges convectifs au sein de l'entrefer).

Les transferts de chaleur par convection sont généralement modélisés par une relation linéaire entre flux et température qui s'écrit :

$$\varphi_P = h(T_P - T_{réf}) \quad (1.3)$$

- $T_{réf}$ est la température de référence. Celle-ci est généralement destinée à moyenner l'ensemble du champ de température dans le fluide. Le choix de cette température de référence est à définir avec précaution.

h est le coefficient d'échange convectif. Sa valeur dépend de la configuration et de la nature du régime d'écoulement, de la vitesse et des propriétés thermophysiques du fluide. Le calcul de ce coefficient se fait par le biais du passage à un nombre caractéristique adimensionnel : le nombre de Nusselt Nu .

1.4.4. Transfert par rayonnement

Le rayonnement est un transfert d'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques. Il faut savoir que tout corps à une température supérieure à 0 K émet des ondes électromagnétiques. Une partie de l'énergie radiative reçue par un corps est absorbé, le reste est transmis ou réfléchi.

Le rayonnement désigne les échanges de chaleur entre deux solides séparés par un espace, les flux radiatifs sont relativement complexes à écrire et dépendent fortement de la configuration étudiée. Par exemple, dans le cas d'un entrefer d'un moteur électrique, le flux échangé entre le rotor et le stator peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\Phi_{r \leftrightarrow s} = \frac{S_r \sigma (T_r^4 - T_s^4)}{\frac{1-\varepsilon_r}{\varepsilon_r} + \frac{1}{F_{rs}} + \frac{1-\varepsilon_s S_r}{\varepsilon_s S_s}} \quad (1.4)$$

- S_r et S_s sont les surfaces respectives du rotor et du stator.
- T_r et T_s sont les températures respectives du rotor et du stator.
- ε_r et ε_s sont les émissivités respectives du rotor et du stator.
- σ : constante de Stefan Boltzmann, $\sigma \approx 5.67 \cdot 10^{-8} (W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4})$.
- F_{rs} est le facteur de forme entre le rotor et le stator. C'est un nombre sans dimension qui représente la fraction du flux total hémisphérique du rotor qui atteint le stator. Dans le cas d'un entrefer de faible épaisseur et de longueur importante, on peut considérer que le facteur de forme F_{rs} vaut 1, autrement dit que tout ce qui est émis du rotor atteint le stator.

1.5. Paramètres adimensionnels

Il est important de bien définir les nombres adimensionnels sur lesquels les résultats de différents auteurs seront comparés. Ils permettent également de bien situer notre étude par rapport aux conditions d'écoulement et de transfert convectif.

Dans une configuration d'écoulement combiné (axial et rotationnel), les principaux paramètres sans dimension sont:

1.5.1. Nombre de Reynolds axial

On utilise le nombre adimensionnel de Reynolds (Re) pour caractériser les différents domaines d'écoulement. Le nombre de Reynolds est défini par le rapport suivant :

$$Re = \frac{Q}{\nu R_0} \quad (1.5)$$

ou

$$Re_a = \frac{V_{zm} D_h}{\nu} \quad (1.6)$$

Re_a tient compte de la présence des encoches par le diamètre hydraulique.

Le nombre de Reynolds axial caractérise, le rapport existant entre les forces d'inertie dues à l'écoulement axial et celles de viscosité du fluide.

1.5.2. Nombre de Taylor

Le nombre de Taylor (Ta) s'écrit de façon suit [19, 6] :

$$Ta = \rho \frac{\Omega R_i d}{\mu} \sqrt{\delta} \quad (1.7)$$

avec : $\delta = \frac{d}{R_i}$ est le jeu radial sans dimension.

ou :

$$Ta = \frac{\Omega^2 R_i \left(\frac{D_h}{2}\right)^3}{\nu^2} \quad (1.8)$$

Ta tient compte de la présence des encoches par le diamètre hydraulique [14].

Le nombre de Taylor caractérise le rapport existant entre les forces d'inertie dues à l'écoulement rotationnel du fluide (provoqué par la rotation du cylindre intérieur) et celles de viscosité.

L'hydrodynamique de l'écoulement est gouvernée essentiellement par trois paramètres, le nombre de Reynolds axial R_e , et les nombres de Taylor Ta_i et Ta_0 bases respectivement sur les rayons des cylindres intérieurs et extérieurs, définis par :

$$Ta_i = \frac{\Omega R_0^2}{\nu} \quad (1.9)$$

$$Ta_0 = 0 \quad (1.10)$$

Ta_0 est égal à 0 puisque le cylindre extérieur est fixe. Certains auteurs utilisent le nombre de Reynolds Ta_d base sur l'entrefer.

On note ν la viscosité cinématique du fluide. Pour l'air qui entre dans l'entrefer à 25 °C, on prend $\nu = 1.7 \times 10^{-5} (m^2/s)$.

1.5.3. Le nombre de Nusselt

Représente le rapport entre le flux de chaleur échangé par convection et le flux de chaleur qui serait transféré par conduction dans la même configuration géométrique :

$$Nu = \frac{hD_h}{\lambda} \quad (1.11)$$

Où λ est la conductivité thermique du fluide et h est le coefficient d'échange convectif.

Par définition, son expression est la suivante :

$$h = \frac{-\lambda \text{grad}T|_p}{T_p - T_{ref}} \quad (1.12)$$

À partir du champ de température, on peut calculer les nombres de Nusselt locaux $Nu_i(z)$ et $Nu_0(z)$ le long des cylindres intérieur et extérieur respectivement, à partir de la relation générale suivante [5] :

$$Nu(z) = \frac{1}{S} \frac{d}{\sigma \Delta T} \int_S \sigma \frac{\partial T}{\partial y} |_w dS \quad (1.13.1)$$

Ou on rappelle que d est l'espace entre les deux cylindres, σ est la diffusivité thermique et l'indice $w = i, o$ indique une valeur à la paroi. On obtient donc pour le cylindre intérieur et extérieur, les expressions [5] :

$$Nu_i(z) = \frac{d}{T_i - T_{ref}} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_i \quad (1.13.2)$$

$$Nu_o(z) = \frac{d}{T_o - T_{ref}} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_o \quad (1.13.3)$$

Les valeurs du nombre de Nusselt moyen, \overline{Nu} sont déduites des valeurs du nombre de Nusselt local par intégration sur la longueur du rotor ou du stator :

$$\overline{Nu} = \frac{1}{h} \int_0^h Nu(z) dz \quad (1.14)$$

h : Longueur du rotor ou du stator.

Les nombres de Nusselt moyens au niveau des cylindres intérieur \overline{Nu}_i et extérieur \overline{Nu}_o sont calculés à partir des formules suivantes [5] :

$$\overline{Nu}_i = \frac{d}{h} \frac{1}{T_i - T_{ref}} \int_0^h \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_i dz \quad (1.14.1)$$

$$\overline{Nu}_o = \frac{d}{h} \frac{1}{T_o - T_{ref}} \int_0^h \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_o dz \quad (1.14.2)$$

1.5.4. Le nombre de Prandtl (Pr)

Représente quant à lui le rapport qui existe entre la quantité de mouvement (la viscosité cinématique) et la diffusivité thermique. Il compare ainsi la rapidité des phénomènes hydrauliques et thermique. Un nombre de Prandtl élevé traduit ainsi que le profil de température au sein du fluide est fortement influencé par le profil de vitesse.

$$Pr = \frac{\nu}{\sigma} \quad (1.15)$$

σ : Diffusivité thermique ($m^2 \cdot s^{-1}$);

1.6. Différentes configurations d'entrefer

1.6.1. Entrefer lisse

La configuration d'entrefer lisse correspond à l'espace annulaire laissé entre deux cylindres concentriques. Au niveau géométrique, l'espace entrefer peut varier selon les diamètres du rotor et du stator, et selon la longueur de ceux-ci.

1.6.1.1. Description de géométrie

La figure 1.2 présente le schéma du système de l'écoulement type Taylor-Couette -Poiseuille considéré dans cette étude. Le système correspond à deux cylindres, l'un en rotation (rotor) et l'autre fixe (stator), séparé par un entrefer d'étendue radiale $d = R_0 - R_i$ où R_i et R_0 sont respectivement les rayons des cylindres intérieurs et extérieurs. La hauteur du dispositif selon la direction axiale est notée h .

Le taux de rotation du cylindre intérieur Ω est variable. Un débit volumique Q impose à l'entrée.

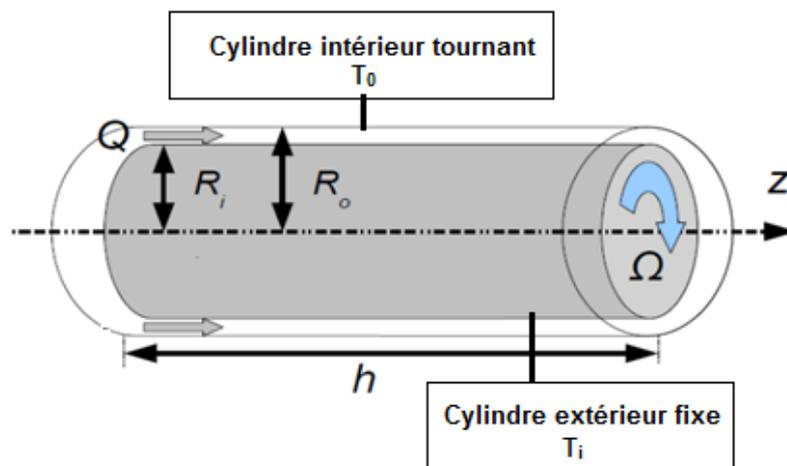


Figure 1.2 : Représentation schématique d'un système de Taylor-Couette avec flux axial et gradient thermique radial.

Les paramètres adimensionnels de la géométrie sont :

$$V_{zm} = \frac{Q}{(\pi(R_0^2 - R_i^2))} \quad r^* = \frac{(r - R_i)}{(R_0 - R_i)} \quad z^* = \frac{z}{h}$$

$$v_\theta^* = \frac{v_\theta}{(\Omega r)} \quad v_r^* = \frac{v_r}{v_{rm}} \quad v_z^* = \frac{v_z}{v_{zm}}$$

$$s = \frac{R_i}{R_0} \quad T_a = \frac{\Omega R_i^2 (R_0 - R_i)}{\nu}$$

Les composantes du tenseur de Reynolds sont-elles adimensionnées par $(\Omega R_i)^2$:

$$R_{rr}^* = \frac{\overline{v_r^2}}{(\Omega R_i)^2} \quad R_{\theta\theta}^* = \frac{\overline{v_\theta^2}}{(\Omega R_i)^2} \quad R_{zz}^* = \frac{\overline{v_z^2}}{(\Omega R_i)^2}$$

$$R_{r\theta}^* = \frac{\overline{v_r v_\theta}}{(\Omega R_i)^2} \quad R_{rz}^* = \frac{\overline{v_r v_z}}{(\Omega R_i)^2} \quad R_{\theta z}^* = \frac{\overline{v_\theta v_z}}{(\Omega R_i)^2}$$

1.6.1.2. Structure de l'écoulement

Lorsqu'un écoulement axial du type Poiseuille est superposé à un écoulement de Taylor-Couette, tant que le nombre de Reynolds R_e reste faible par rapport au nombre de Taylor T_a de rotation du cylindre intérieur, les tourbillons de Taylor se succèdent les uns à la suite des autres sans subir de déformations notables.

Les courbes reliant les centres des tourbillons forment des cercles centrés sur l'axe des cylindres, qui se déplacent à vitesse constante dans la direction axiale, autrement dit, ce type d'écoulement, appelé mode cellulaire, est caractérisé par des tourbillons toroïdaux se déplaçant dans la direction axiale figure 1.3.a.

Lorsque le débit axial imposé devient trop important par rapport à la rotation du cylindre intérieur, l'écoulement devient hélicoïdal figure 1.3.b : la ligne reliant les centres des tourbillons est alors une hélice.

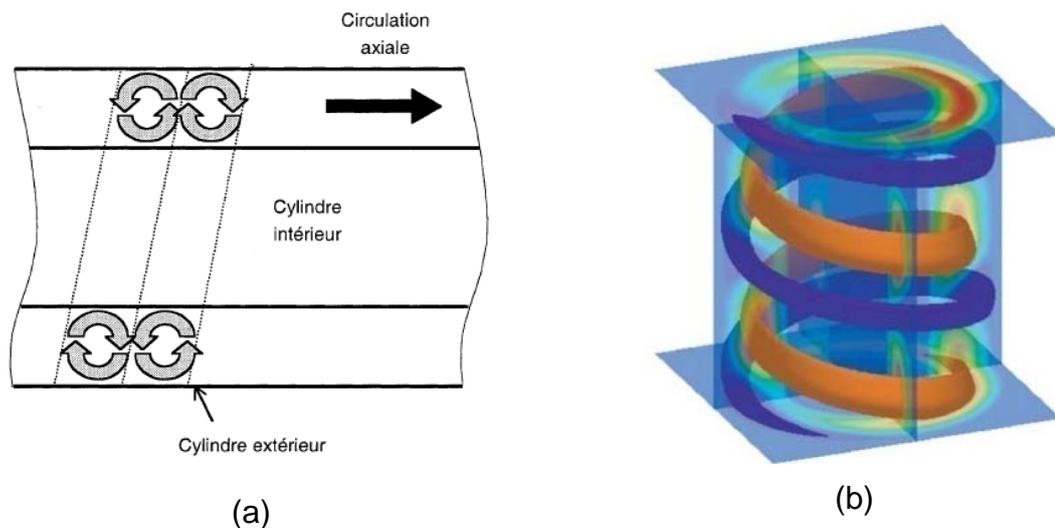


Figure 1.3 : Structure des tourbillons a) toroïdaux et b) hélicoïdal.

L'effet d'un flux axial sur l'écoulement de Taylor-Couette entre deux cylindres concentriques, où seulement le cylindre intérieur est en rotation, a été étudié expérimentalement par Kaye et Elgar [6]. Leurs résultats montrent l'existence de quatre modes d'écoulements de base selon le nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante de fluide et sur l'entrefer et selon le nombre de Taylor. Ces quatre modes sont les suivants, figure 1.4 :

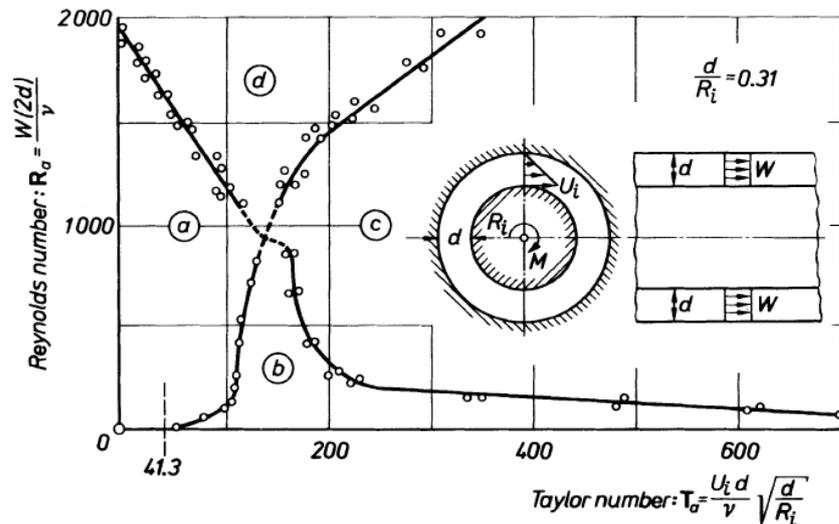


Figure 1.4 : Nature de l'écoulement en fonction de Re_a et Ta [19, 6]: a)

Écoulement laminaire, b) Écoulement laminaire avec tourbillons, c)

Écoulement turbulent avec tourbillons, d) Écoulement turbulent.

- Écoulement purement laminaire: pour une large région du nombre de Reynolds et pour des valeurs modérées du nombre de Taylor; au-delà d'une certaine vitesse de rotation critique, l'énergie transmise au fluide par la rotation du cylindre intérieur produit deux écoulements rotationnels : un mouvement global circonférentiel et la formation de tourbillons de Taylor répartis uniformément le long de l'axe des cylindres sous forme de tores. Cet écoulement, illustré en figure 1.5, est appelé écoulement laminaire de Taylor-Couette.

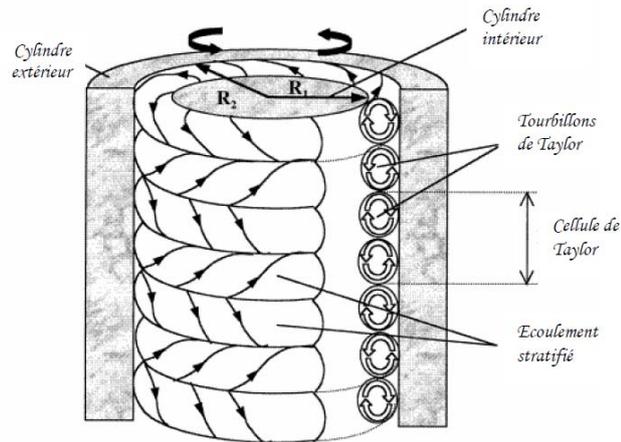


Figure 1.5 : Structure des tourbillons Taylor-Couette [19].

- Ecoulement laminaire avec tourbillons de Taylor: pour des faibles valeurs du nombre de Reynolds, et pour une large gamme du nombre de Taylor;
- Ecoulement purement turbulent : pour des nombres de Reynolds plus élevés, et des nombres de Taylor plus faibles;
- Ecoulement turbulent avec tourbillons : pour des larges valeurs des nombres de Reynolds et de Taylor.

1.6.1.3. Echanges convectifs

L'écoulement pour un entrefer lisse et ouvert étant maintenant bien décrit, nous allons nous intéresser aux échanges convectifs qui en résultent. Les échanges thermiques dans un espace annulaire ouvert sont en fonction des différents types d'écoulement rencontrés Tableau 1.1 :

Tableau 1.1 : Influence de la vitesse de rotation et du débit axial sur la nature de l'écoulement et les transferts thermiques [8].

	$Ta < Tac (Re_a)$	$Ta > Tac (Re_a)$
$Re_a < Re_{ac} (Ta)$	<p>Écoulement laminaire</p> <p>Nu constant avec Ta et Re_a</p> <p>Transport axial</p>	<p>Écoulement laminaire et</p> <p>Tourbillons</p> <p>Nu croissant avec Ta et</p> <p>décroissant avec Re_a</p> <p>Transport axial et radial</p>
$Re_a > Re_{ac} (Ta)$	<p>Écoulement turbulent</p> <p>Nu constant avec Ta et</p>	<p>Écoulement turbulent et</p> <p>Tourbillons</p>

	croissant avec Re_a Transport axial et Turbulence	Nu croissant avec Ta et croissant avec Re_a Transport axial et radial, Turbulence
--	--	--

Becker et Kaye [8], ont également étudié l'influence du débit axial, la figure 1.6 montre leurs résultats expérimentaux pour un nombre de Reynolds axial variant de 0 à 6000 et un nombre de Taylor variant de 10^3 à 2×10^5 . Ils distinguent trois comportements selon la valeur du nombre de Reynolds axial.

- Pour $Re_a < 1800$: l'écoulement axial tend à détruire les tourbillons de Taylor diminuant ainsi le transfert de chaleur.
- Pour $1800 < Re_a < 3500$: l'écoulement subit une transition laminaire/turbulente. L'injection du débit axial stabilise partiellement l'écoulement sans faire disparaître totalement les tourbillons de Taylor.
- Pour $Re_a > 3500$: les tourbillons disparaissent. L'augmentation graduelle du nombre de Nusselt figure 1.6 n'est alors due qu'à l'augmentation du caractère turbulent de l'écoulement.

Ainsi, tant que l'écoulement reste purement laminaire et circulaire, seule la conduction est à l'origine des transferts. Les échanges thermiques sont ensuite favorisés par l'apparition des tourbillons lorsque le nombre de Taylor augmente. Selon le régime d'écoulement, ces structures surviennent différemment. En écoulement laminaire, l'apparition des structures se manifeste par un changement brusque de la pente des courbes du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Taylor. Par contre, en régime turbulent, cette inflexion ne s'identifie plus à un seuil mais plutôt à un domaine critique.

De plus, l'augmentation du nombre de Nusselt axial n'a pas le même effet sur les échanges convectifs en régime laminaire et en régime turbulent. Dans le cas d'un écoulement laminaire, seuls les tourbillons augmentent les transferts convectifs. Le niveau des échanges diminue donc lorsqu'ils sont chassés vers la sortie par un débit axial de plus en plus fort. Pour l'écoulement turbulent, la diminution des échanges due à celle du nombre des structures peut être compensée par l'augmentation des transferts convectifs due à la turbulence. C'est

pourquoi par exemple, pour $Ta = 5 \times 10^4$, le nombre de Nusselt est décroissant avec le nombre de Reynolds axial jusqu'à 1952, et croissant au-delà [8].

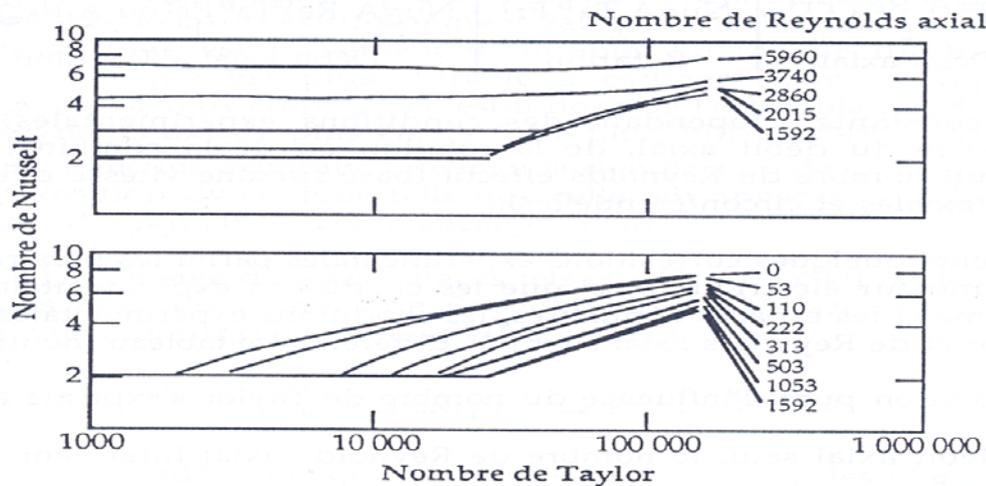


Figure 1.6 : Evolution du nombre de Nusselt en fonction des nombres de Taylor à Re_a donné selon Becker et Kaye [8].

Cette approche des échanges convectifs dans un espace annulaire ouvert confirme donc la nécessité de bien connaître la structure de l'écoulement pour pouvoir accéder aux transferts thermiques.

1.6.1.4. Transferts convectifs et expressions du Nusselt

De nombreux auteurs s'étant intéressés au cas d'un entrefer sans débit axial ont également étudié l'influence que peut avoir l'ajout d'un débit. Entre autres:

Gazley [7] a distingué, théoriquement et expérimentalement, les transferts de chaleur du rotor et du stator. Il définit alors les nombres de Nusselt pour le rotor Nu_i et pour le stator Nu_0 :

$$Nu_i = \frac{2d.h_i}{\lambda} \quad (1.16)$$

$$Nu_0 = \frac{2d.h_0}{\lambda} \quad (1.17)$$

avec : $h_i = \frac{\phi_i}{S_m(T_i - T_{air})}$ et $h_0 = \frac{\phi_0}{S_m(T_{air} - T_0)}$

S_m : la surface moyenne du rotor et du stator;

T_i et T_0 respectivement les températures du rotor et du stator;

T_{air} : la température moyenne de l'air dans l'entrefer;

ϕ_i et ϕ_0 respectivement les flux moyens du rotor et du stator;

λ : La conductivité thermique de l'air évaluée à la température de mélange local.

Tachibana et Fukui [9] ont étudié les transferts de chaleur dans un entrefer pour un écoulement combiné. Les plages de variation de leurs paramètres sont $71 < Ta < 3415$ et $380 < Re_a < 4200$. Ils considèrent que le flux total échangé est la somme du flux de chaleur lié à l'écoulement axial Q_a et du flux de chaleur lié à la rotation Q_r :

$$Q_{tot} = Q_a + Q_r \quad (1.18)$$

avec

$$Q_a = h_a \cdot S \cdot (T_i - T_{air}) \quad (1.19)$$

et

$$Q_r = h_r \cdot S \cdot (T_i - T_0) \quad (1.20)$$

Les auteurs distinguent donc les nombres de Nusselt liés au débit axial Nu_a et à la rotation Nu_r qu'ils définissent à l'aide de leurs résultats expérimentaux de la manière suivante :

$$Nu_a = \frac{2d \cdot h_a}{\lambda} = 0,015 \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \cdot Re_a^{0,8} \cdot \left(1 + 2,3 \frac{2d}{L}\right) \left(\frac{D_s}{D_r}\right)^{0,45} \quad (1.21)$$

$$Nu_r = 0,046 \cdot (Ta^2 Pr)^{\frac{1}{3}} \quad (1.22)$$

Quelle que soit la technique utilisée par les différents auteurs, l'évaluation du nombre de Nusselt est obtenue grâce à des corrélations expérimentales établies dans des conditions spécifiques. Les expressions les plus généralement proposées sont de la forme :

$$- \quad \text{Débit axial: } Nu = A Re_a^\alpha Pr^\gamma \quad (1.23)$$

$$- \quad \text{Rotation: } Nu = A T_a^\beta Pr^\gamma \quad (1.24)$$

$$- \quad \text{Débit axial + rotation: } Nu = A Re_a^\alpha T_a^\beta Pr^\gamma \quad (1.25)$$

(avec A, α, β, γ , des constantes dépendant des conditions expérimentales).

De nombreux auteurs (Gazley [7], Bouafia [14]) introduisent une vitesse dite effective V_{eff} basée sur une combinaison des vitesses axiale V_a et tangentielle $V_t = \Omega R_i$. Celle-ci a pour expression:

$$V_{eff} = (V_a^2 + \alpha(\Omega R_i)^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1.26)$$

Cette vitesse effective fait apparaître un coefficient de pondération α qui témoigne du poids de la rotation vis-à-vis de l'écoulement axial.

Il est alors possible d'associer à la notion de vitesse effective la notion de nombre de Reynolds effectif Re_{eff} . Celui-ci est exprimé en fonction des nombres de Reynolds axial Re_a et tangential Re_t .

$$Re_{eff} = \frac{V_{eff} 2d}{\nu} = \sqrt{Re_a^2 + \alpha Re_t^2} \quad (1.27)$$

avec :

$$Re_a = \frac{V_a 2d}{\nu} \quad (1.28)$$

$$Re_t = \frac{\Omega R_i 2d}{\nu} \quad (1.29)$$

La figure 1.7 montre l'évolution de ces nombres de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds effectif. Gazley [7] a pu noter que l'écoulement laminaire est prolongé avec l'ajout d'un débit axial.

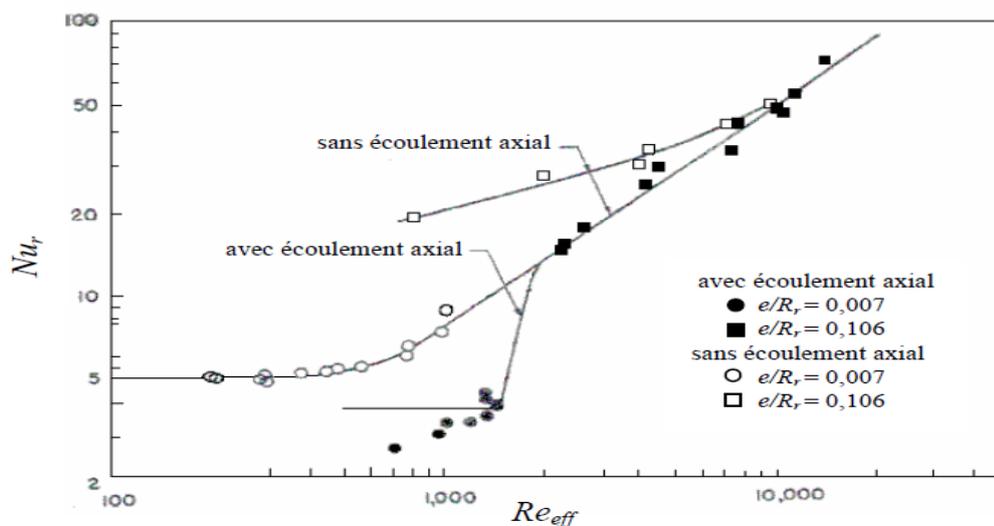


Figure 1.7 : Evolution du Nusselt au rotor en fonction du Reynolds effectif pour un entrefer lisse [7].

Le tableau 1.2 reprend les principales corrélations obtenues pour le nombre de Nusselt moyen le long des deux cylindres pour différentes conditions d'écoulement et des cylindres lisses:

Tableau 1.2 : Bilan des corrélations pour les échanges convectifs dans un entrefer lisse et un écoulement turbulent.

Auteurs	nombre de Nusselt moyen	conditions d'écoulement
Becker et Kaye [8]	$Ta < Ta_c: Nu = 2$ $Ta_c < Ta < 10^4: Nu = 0.128Ta^{0.367}$ $10^4 < Ta < 10^7: Nu = 0.409Ta^{0.241}$	Rotation
Tachibana et Fukui [9]	$Nu = 0,046(Ta^2 Pr)^{\frac{1}{3}}$ avec $2 \cdot 10^4 < Ta < 6 \cdot 10^5$ $Nu = CPr^{\frac{1}{3}}Re_{deb}^{0.8}$ $C = 0.015 \left(1 + 2.3 \left(\frac{D_h}{L} \right) \right) \eta^{-0.45}$ et $Re_{deb} = \frac{2dQ}{(\pi(b^2-a^2)\nu)} = \frac{V_{zm}}{\nu}$	Sans flux Avec flux axial $\frac{d}{R_i} = 0.067, 0.442$
Kuzay et Scott [20]	$Nu_0 = 0.22Re_a^{0.8}Pr^{0.5}$ $Nu = Nu_0(1 + \beta^2)^{0.87}$ pour $0 < Re_a < 6,5 \cdot 10^4$ et $1,7 \cdot 10^4 < Re_t < 2,6 \cdot 10^4$ $\beta = \left(\frac{1}{\pi} \right) \left(\frac{D_h}{R_1} \right) \left(\frac{\Omega R_1}{V_a} \right)$	Débit axial Global
Simmers et Coney [21]	$Nu = CPrRe_{deb}^{0.5}Ta^{0.3675}$ Ou $C = f(a, b, Pr, Re_{deb}, Ta, Ta_c)$ pour $10^4 < Re_a < 3 \cdot 10^5$ et $400 < Re_t < 1200$	Vortex+débit axial $\frac{d}{R_i} = 0.955$
Bouafia et Bertin [14]	$1800 < Ta < 10^4: Nu = 0.064Ta_m^{0.367}$ $10^4 < Ta < 4 \cdot 10^6: Nu = 0.205Ta_m^{0.241}$ Au rotor: $Nu = 0.025Re_{eff}^{0.8}$ avec $Re_{eff} = (Re_a^2 + 0.5Re_t^2)^{\frac{1}{2}}$ Au stator:	Rotation Global

	$Nu = 0.046Re_{eff}^{0.7} \text{ avec } Re_{eff}$ $= (Re_a^2 + 0.25Re_t^2)^{\frac{1}{2}}$ <p>pour $1,1.10^4 < Re_a < 3,1.10^4$ et $500 < Re_t < 3,1.10^4$</p>	
Kuosa et al [18]	$Nu = CPr^{0.4}(Re_{deb}^{0.8} - 100)$ <p>Ou $C = f(a, b, h)$</p>	turbulent+débit axial $\frac{d}{R_i} = 0.0282$

1.6.2. Entrefer rainuré

Dans les machines électriques, les encoches pratiquées dans les empilements des tôles d'acier qui constituent le stator et le rotor, servent au départ du passage pour le bobinage figure 1.8. Une fois le bobinage réalisé, la surface interne de stator n'est pas parfaitement lisse puisque les encoches vont donner autant de petites nervures d'environ 2 mm de profondeur.

L'impact de ces encoches sur les échanges convectifs dans l'entrefer est certainement moins maîtrisé par les constructeurs. L'objet de cette partie est donc de s'intéresser au comportement thermoaéroulque de l'entrefer encoché.



Figure 1.8 : Empilement des tôles du stator.

La définition géométrique d'un entrefer rainuré d'une machine électrique tournante nécessite la connaissance des grandeurs suivantes figure 1.9 :

- L : longueur de l'entrefer;
- n : nombre d'encoches;
- l : largeur des encoches;

- p : profondeur des encoches.

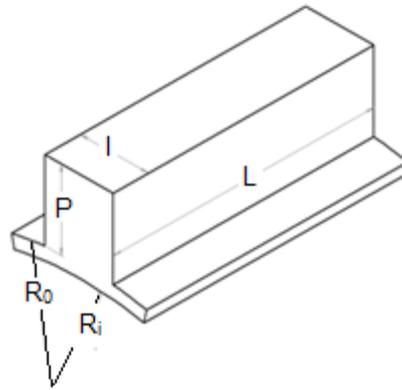


Figure 1.9 : Schéma d'une encoche au stator.

On définit le diamètre hydraulique par $D_h = \frac{4S_P}{P_m}$ où S_P est l'aire de la section de passage et P_m le périmètre mouillé.

On a alors ici :

$$D_h = \frac{2[\pi(R_0^2 - R_i^2) + nlp]}{\pi(R_0 + R_i) + np} \quad (1.30)$$

La présence d'encoches au niveau de l'entrefer peut être un paramètre important pour l'écoulement d'air ou les transferts thermiques. La configuration d'un entrefer encoché a été relativement peu étudiée dans la littérature [16].

Les résultats des différentes études sont peu concordants. De plus, de par la diversité des configurations expérimentales (nombre d'encoches, dimensions de celles-ci, localisation au rotor et/ou au stator, dimensions du cylindre, taille d'entrefer,...etc), il est considérablement difficile de comparer les différents travaux disponibles dans la littérature [16].

L'une des premières études traitant des entrefers rainurés a été menée par Gazley [7]. Celui-ci a utilisé diverses géométries figure 1.10 dans les mêmes conditions d'étude que pour les entrefers lisses. Les configurations se différencient par le nombre d'encoches, leurs localisations mais aussi par l'épaisseur d'entrefer. Il a été montré que, pour un écoulement combiné, la présence d'encoches n'a aucun effet apparent sur les transferts thermiques [16].

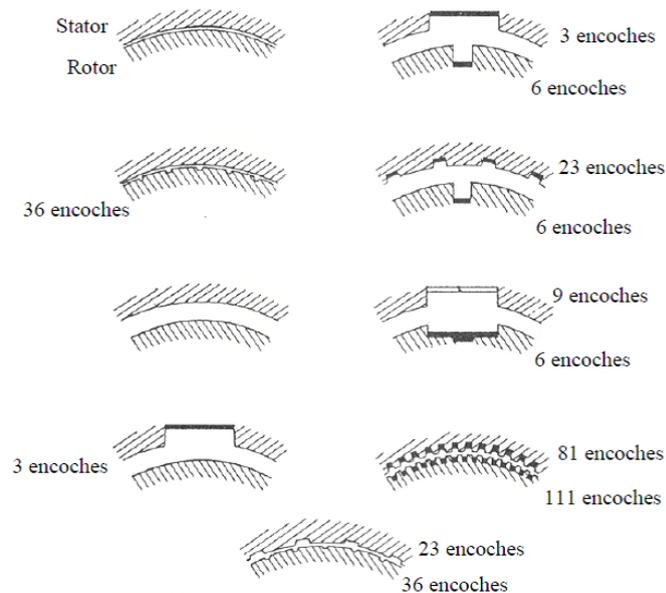


Figure 1.10 : Configurations d'entrefer étudiés par Gazley [7].

Tachibana et Fukui [9], ont concentré leur étude sur les échanges convectifs dans un entrefer rainuré au rotor. Les encoches ont une largeur de 10 mm et une profondeur de 3 mm et différentes largeurs d'entrefer ont été testées : 3.5 , 5.5 , 9.5 et 20.5 mm. La vitesse de rotation varie entre 44 et 2430 tr/min.

Les auteurs ont pu observer que la valeur du nombre de Taylor critique est augmentée en présence d'encoches [16].

Bouafia et ses co-auteurs ont étudié les échanges convectifs dans un entrefer rainuré au stator (48 encoches de profondeur 15 mm et de largeur 8.3 mm) [14] en combinant une étude expérimentale et numérique. Les auteurs ont ainsi pu montrer de nouveau l'intérêt des encoches pour intensifier les transferts thermiques, d'autant plus quand la vitesse de rotation est importante.

1.6.2.1 Lois de transferts thermiques

Le tableau 1.3 reprend les principales corrélations obtenues pour le nombre de Nusselt moyen le long des deux cylindres avec un stator rainuré :

Les résultats expérimentaux, pour les deux géométries d'entrefer, sont présentés en figure 1.11 et sont corrélés par les relations suivantes [14] :

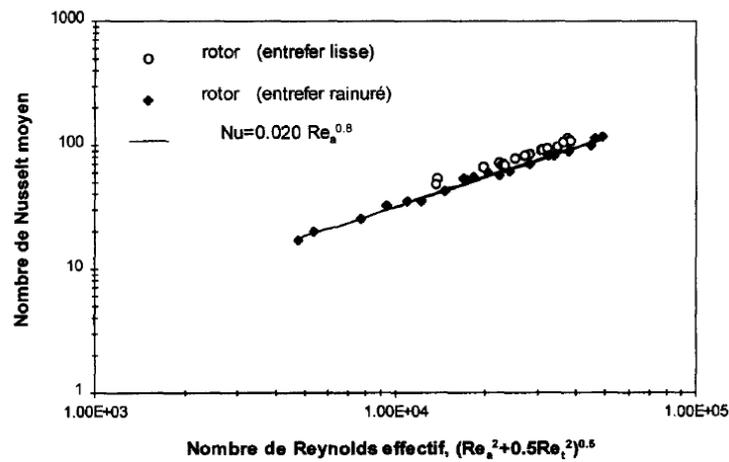
M. BOUAFIA *et al.*

Figure 1.11 : Variation du nombre de Nusselt moyen au rotor avec le nombre de Reynolds effectif. Comparaison entre le cas d'entrefer lisse et le cas d'entrefer rainuré [14].

Tableau 1.3 : Bilan des corrélations pour les échanges convectifs dans un entrefer rainuré.

Auteurs	nombre de Nusselt moyen	entrefer
Bouafia et Bertin [14]	$Nu = 0.021 Re_{eff}^{0.8}$ <p>avec $Re_{eff} = (Re_a^2 + 0.5Re_t^2)^{\frac{1}{2}}$</p> $4400 < Re_a < 1.7 \times 10^4$ $300 < Re_t < 6.4 \times 10^4$	rainuré

Leurs résultats montrent donc que la présence des rainures au stator conduit à une diminution des coefficients de transfert entre le rotor et l'air de 19% par rapport à la situation d'entrefer lisse [14]. Ils expliquent ceci par le fait qu'une part du débit d'air dans l'espace annulaire alimente progressivement les rainures sous l'effet des forces centrifuges et dégrade l'efficacité relative du refroidissement du rotor.

Au stator lisse, les résultats en transfert de chaleur, présentés en figure 1.12 (a), montrent qu'ils se corrélaient également de manière satisfaisante avec le nombre de Reynolds effectif [14].

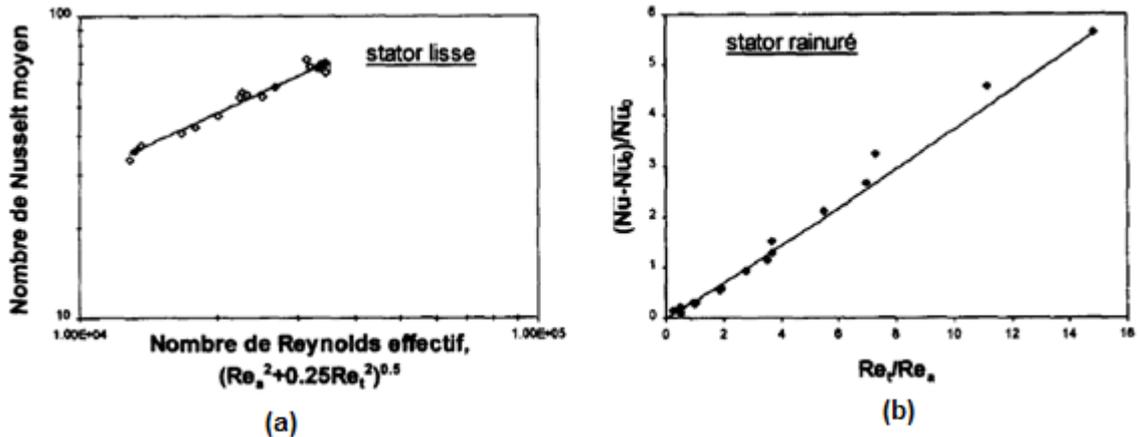


Figure 1.12 : Variation du nombre de Nusselt moyen au stator en fonction des grandeurs dynamiques [14].

Au stator rainuré, les résultats de la figure 1.12 (b) montrent que, selon l'importance du rapport V_t/V_a , la présence des rainures affecte considérablement les mécanismes de l'écoulement et, par suite, le comportement de la globalité des parois du stator vis à vis des transferts thermiques. Le nombre de Nusselt ne peut pas être corrélé par une relation du même type que celles obtenues pour les parois lisses. Ils utilisent une formulation s'appuyant sur le rapport des vitesses circumférentielles et axiales par l'intermédiaire des nombres de Reynolds respectifs [14] :

$$\frac{\overline{Nu} - \overline{Nu}_0}{\overline{Nu}_0} = 0.33 \left(\frac{Ta}{Re_a} \right) \quad (1.31)$$

$$\overline{Nu}_0 = 0.021 Re_a^{0.8} \quad (1.32)$$

Le nombre de Nusselt, \overline{Nu}_0 , introduit dans cette relation correspond à la situation d'écoulement axial sans rotation.

L'influence de la vitesse de rotation et du débit d'air sur le nombre de Nusselt moyen est reproduite en figure 1.13. La particularité du comportement du stator rainuré, considéré globalement, réside dans le croisement des trois courbes de débits différents. Ainsi, il n'apparaît tout d'abord que pour un débit donné, et en dessous d'une valeur particulière de la vitesse de rotation, le nombre de Nusselt ne dépend, là encore, que du nombre de Reynolds axial. Ceci traduit une plage de fonctionnement où l'interaction entre la rainure et la zone annulaire est faible et rend le comportement de la paroi rainurée analogue à celui d'une paroi lisse [14].

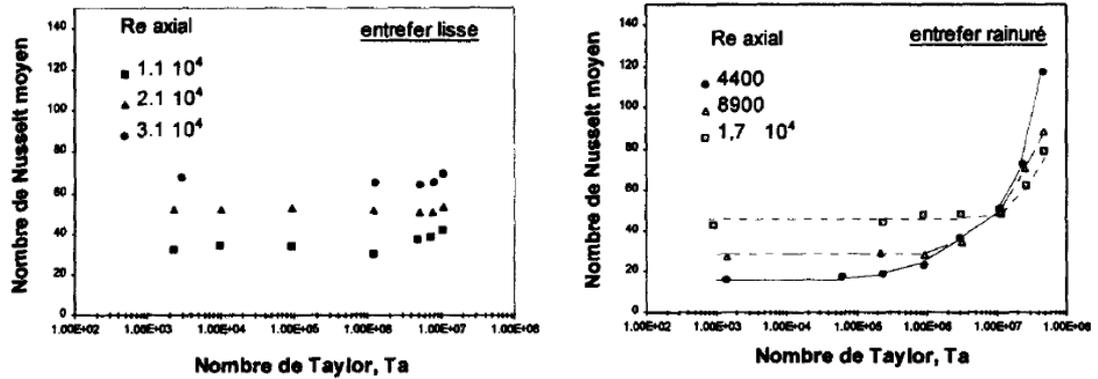


Figure 1.13 : Influence du nombre de Taylor et du nombre de Reynolds axial sur le nombre de Nusselt moyen au stator [14].

Au-delà, l'interaction se fait sentir et les transferts augmentent d'autant plus que V_t/V_a est grand. Ainsi, si on compare les résultats pour une vitesse de rotation élevée correspondant à $Ta = 4.8 \times 10^7$, le niveau du nombre de Nusselt moyen est 49% inférieur pour $Re_a = 1.7 \times 10^4$ à la valeur correspondant lorsque $Re_a = 4400$. Le rapport des vitesses V_t/V_a , vaut 3.7 à $Re_a = 1.7 \times 10^4$ et 14.2 à $Re_a = 4400$, pour cette vitesse de rotation [14].

CHAPITRE 2

MODELISATIONS DE LA TURBULENCE EN PRESENCE DE ROTATION

2.1. Introduction

La rotation est une composante fondamentale du mouvement. En mécanique des fluides, elle joue un rôle majeur dans beaucoup d'applications. La bonne compréhension des écoulements turbulents en rotation est donc de première importance.

Après une brève présentation des problèmes de modélisation dans le cas des écoulements turbulents en rotation et notamment dans le cas d'écoulements inter-disques ou inter-cylindres, ce chapitre sera consacré à la présentation des modèles de la turbulence $K-\epsilon$, $k-\omega$ _SST et le mode aux équations de transport des tensions de Reynolds (modèle dit RSM pour "*Reynolds Stress Model*"), modèle sensibilisé aux effets implicites de la rotation sur la turbulence, ainsi que le Modèle algébrique (ASM) (*Algebraic Stress Model*). La procédure numérique sera ensuite détaillée.

2.2. Travaux antérieurs

Les premières modélisations de la turbulence, qui s'appuyaient sur les travaux de Boussinesq, sont apparues vers 1910. Mais ce n'est que dans les années 1970, que les premiers modèles pour la turbulence en rotation ont vu le jour. Cependant modéliser l'écoulement entre une partie tournante et une partie fixe est particulièrement délicat. En effet un fort taux de rotation, un débit imposé, un gradient thermique, la présence de parois et de zones de transition introduisent des degrés de complexité supplémentaires par rapport à la modélisation d'écoulements classiques. Ce challenge a enthousiasmé de nombreux chercheurs mais peu se sont encore intéressés au cas d'un écoulement en rotation avec flux axial imposé.

Chew [22] a été l'un des premiers à étudier numériquement l'écoulement dans une cavité tournante avec flux centrifuge à partir d'un modèle $k - \varepsilon$ à faible nombre de Reynolds. Mais le traitement des parois n'était pas adapté et les caractéristiques de l'écoulement n'étaient donc pas rendues correctement. Chew et Vaughan [23] ont étudié l'écoulement à l'intérieur d'une cavité rotor-stator avec ou sans flux imposé en utilisant une hypothèse de longueur de mélange dans l'ensemble de la cavité. Leurs résultats sont en bon accord avec les mesures de Daily et Nece [24] et Daily et al [25] en dehors de la zone laminaire près de l'axe de rotation. Morse [26] a utilisé un modèle de type $k - \varepsilon$ à faible nombre de Reynolds, mais l'auteur déplore une zone laminaire importante. Il propose ensuite une version modifiée qui prend en compte l'anisotropie de la turbulence près des parois [27], les résultats sont alors en bon accord avec les résultats expérimentaux mais l'inconvénient du modèle est qu'il fait intervenir la distance à la paroi, ce qui limite son champ d'application. Iacovides et Theofanopoulos [28] ont utilisé une approche basée sur un modèle algébrique des tensions de Reynolds dans la zone de turbulence pleinement développée et une hypothèse de longueur de mélange près des parois. Ce modèle prévoit bien l'écoulement en cavité rotor-stator avec ou sans flux même si l'épaisseur de la couche d'Ekman (couche limite au niveau de la partie tournante) et le coefficient d'entraînement du fluide le sont moins importants. Ils ont montré également les limitations des modèles basés sur l'hypothèse d'une longueur de mélange pour la prévision de la zone laminaire près de l'axe de rotation. Le modèle RSM améliore sensiblement la prévision de la couche d'Ekman et du coefficient d'entraînement. Schiestel, Elena et Rezoug [29] ont utilisé à la fois un modèle $k - \varepsilon$ à faible nombre de Reynolds près des parois et un modèle algébrique (ASM) dans le cœur central de l'écoulement. Un modèle du second ordre s'avère alors nécessaire pour obtenir un degré d'universalité suffisant pour prévoir des écoulements en rotation rapide. Plus tard, Elena et Schiestel [30] ont proposé également quelques calculs d'écoulements tournants basés sur un modèle de transport des tensions de Reynolds dérivé du modèle de Launder et Tselepidakis [31]. Ce modèle est plus satisfaisant que celui de Hanjalic et Launder [32] et que le modèle ASM. Mais là aussi, les auteurs notent une trop grande laminarisation de l'écoulement comparée aux résultats expérimentaux d'Itoh et al [33]. Un an plus tard, Elena et Schiestel [34] proposent une variante du modèle d'équations de transport des tensions de Reynolds (RSM),

qui prend en compte les effets implicites de la rotation sur le champ turbulent et qu'ils comparent à des modèles plus classiques. Iacovides et al [35] ont comparé deux modèles à faible nombre de Reynolds : un modèle $k - \varepsilon$ classique et un modèle RSM qui prend en compte les effets de la rotation.

Une revue complète des différentes études concernant les modèles de turbulence pour les écoulements en rotation a été faite par Elena [36] et Poncet [37].

2.3. Problèmes posés par la modélisation de la turbulence dans les systèmes rotor-stator - Choix du modèle

Les écoulements turbulents de disque(s) et de cylindre(s) tournant(s) fortement cisailés avec flux axial et/ou gradient thermique imposés sont des écoulements complexes sous bien des aspects [38, 39] :

- La rotation et le confinement font se développer de très fines couches limites au niveau des parties tournantes et fixes. Cela nécessite donc d'avoir un maillage très fin près des parois pour décrire les couches limite correctement. Les raccordements logarithmiques utiles pour éviter les discontinuités dues à la géométrie ne sont donc pas applicables. Cela impose l'utilisation d'un modèle à faible nombre de Reynolds.
- On peut trouver, dans ces écoulements, des zones fortement turbulentes et des zones faiblement turbulentes voire parfois laminaire. Le modèle à faible nombre de Reynolds doit donc pouvoir aussi bien décrire des zones laminaires dans le cœur de l'écoulement que les sous-couches visqueuses près des parois.
- Le confinement engendre de forts différentiels de vitesse dans certaines zones. Le flux imposé génère également de forts gradients près des zones d'entrée et de sortie du fluide.

La présence d'une forte rotation influe sur la turbulence. Il y a, d'une part, les effets explicites (termes de Coriolis qui apparaissent dans les équations du mouvement) et d'autre part, les effets implicites (action subtile de la rotation directement sur les interactions tourbillonnaires). Les modèles simples de type longueur de mélange ou $k - \varepsilon$ sont moins sensibles aux effets de la rotation.

L'utilisation des fermetures d'ordre plus élevé permet de mieux prendre en compte les effets de la rotation. Un modèle du second ordre à faible nombre de Reynolds semble donc être le mieux adapté pour l'étude de ces écoulements.

On ne peut pas utiliser des modèles trop simples si on souhaite déterminer autre chose que le champ moyen pour des écoulements aussi complexes. Les modèles à zéro équation de type longueur de mélange, sont simples mais présentent l'inconvénient de nécessiter des corrections empiriques et de mal décrire le champ turbulent. La même constatation peut être faite pour les modèles à une équation (nombre d'équation de transport à résoudre). L'équation de transport permet d'obtenir l'énergie cinétique de la turbulence.

Ces modèles utilisent, en général, une hypothèse de viscosité effective, la viscosité de la turbulence étant donnée par une expression de type Prandtl-Kolmogoroff et l'échelle de longueur est donnée algébriquement. Il y a également des modèles à deux équations de transport qui sont soit des modèles utilisant une loi de comportement basé sur l'hypothèse de viscosité effective, soit des modèles algébriques du second ordre. La viscosité de la turbulence est déterminée, dans le premier cas, à l'aide d'une échelle de vitesse (à partir de l'équation de l'énergie cinétique) et d'une échelle de longueur de la turbulence obtenue à partir d'une équation de transport d'une fonction qui est soit une échelle de longueur (modèle $k-l$), soit le rotationnel (modèle ε) ou l'énergie cinétique (modèle $k-\omega$). Dans les modèles algébriques, on rajoute des hypothèses aux deux équations de transport des tensions de Reynolds pour les réduire à six équations algébriques. Cela constitue un premier pas vers les modèles du second ordre.

Les derniers modèles sont les modèles du second ordre à sept équations. Les tensions de Reynolds sont obtenues à partir de leur équation de transport et l'échelle de longueur est déterminée à partir de l'équation de l'énergie cinétique. Compte tenu de la complexité des écoulements que l'on étudie, il s'agit du niveau de fermeture adéquate.

2.4. Equation régissant le champ d'écoulement

2.4.1. Hypothèses

La formulation mathématique des équations de Navier-Stokes est écrite avec les hypothèses suivantes :

- Le fluide considéré est Newtonien.
- Le fluide est incompressible, cependant les termes de Gravité, de Coriolis et centrifuges dépendront de la température à travers son influence sur la masse volumique.
- Toute réaction chimique est exclue dans le fluide supposé monophasique, et les forces à distance se réduisent uniquement à la force de gravité.

2.4.2. Outils pour la modélisation

Il apparait donc nécessaire de définir les outils mathématiques qui vont permettre à partir des équations instantanées du mouvement d'obtenir des équations moyennées.

2.4.2.1. Moyenne d'ensemble

On va réaliser N expériences indépendantes portant sur le même écoulement. A chaque expérience, on va enregistrer la valeur de la quantité qui nous intéresse à la même position et au même temps soit $f^{(i)}(\vec{x}, t)$. La moyenne d'ensemble de la quantité f en (\vec{x}, t) sera donnée par :

$$\overline{f(\vec{x}, t)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f^{(i)}(\vec{x}, t) \quad (2.1)$$

Cette moyenne est aussi appelée moyenne de Reynolds. Cette opérateur de moyenne vérifie les propriétés suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{f + g} = \bar{f} + \bar{g} \\ \overline{\alpha f} = \alpha \bar{f} \text{ avec } \alpha = \text{const} \\ \bar{\bar{f}} = \bar{f} \\ \overline{\bar{f}g} = \bar{f}\bar{g} \\ \frac{\partial \bar{f}}{\partial x_i} = \bar{\frac{\partial f}{\partial x_i}} \\ \frac{\partial \bar{f}}{\partial t} = \bar{\frac{\partial f}{\partial t}} \end{array} \right. \quad (2.2)$$

A partir de cet opérateur de moyenne, on définit la décomposition de Reynolds d'une quantité quelconque de l'écoulement $f(\vec{x}, t)$ en deux parties distinctes :

$$\left\{ \begin{array}{l} f = \bar{f} + f' \\ \bar{f} \text{ moyenne d'ensemble} \\ f' \text{ partie fluctuante} \end{array} \right. \quad (2.3)$$

De part la définition de l'opérateur de moyenne on a $\overline{f'} = 0$.

2.4.3. Approximation de Boussinesq simplifiée

On utilise dans la présente étude l'approximation de Boussinesq simplifiée suivant les hypothèses [40] :

- Mouvement incompressible $\rho = cte$.
- Variation de densité non négligée dans les forces de volume.
- Les variations de densité sont introduites par les variations de température $\rho = \rho(\theta)$.
- Propriétés physiques du fluide sont constantes.

Ainsi l'introduction du terme supplémentaire des forces de gravité nécessite l'utilisation de l'approximation de Boussinesq qui considère que les variations de masse volumique sont fonctions seulement de la température suivant :

$$\rho = \rho_0(1 + \beta \Delta\theta) \quad (2.4)$$

avec

$$\beta = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right)_p < 0 \equiv \text{Constante.} \quad (2.5)$$

$$\text{et } \Delta\theta = \theta - \theta_0 \quad (2.6)$$

Une approximation classique consistée à considérer la masse volumique constante dans chacun des termes de l'équation de Navier-Stokes exception fait dans l'expression de la force de gravité.

$$\rho_0 D_t U_i = -P_{,i} + \rho_0 [1 + \beta \Delta\theta] g_i + \nu \rho_0 U_{i,jj} \quad (2.7)$$

$$D_t = \frac{d}{dt} = \partial_t + U_j ()_{,j} \quad (2.8)$$

2.4.4 Les équations du mouvement moyen

On peut se demander avant de présenter le modèle RSM comment on aboutit aux équations de Reynolds et pourquoi on a recours à une modélisation.

On s'intéresse essentiellement aux écoulements incompressibles. Les équations vérifiées sont donc l'équation de continuité :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.9)$$

et les trois équations de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - 2\Omega \times u - \Omega \times (\Omega \times r) + \beta \Delta \theta g_i \quad (2.10)$$

Ici les u_i sont les composantes de la vitesse, P la pression, ρ la densité constante et ν la viscosité cinématique.

L'équation de conservation d'énergie :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right) \quad (2.11)$$

Deux forces supplémentaires apparaissent donc dans le bilan de quantité de mouvement :

$$\text{- La force de Coriolis} \quad f_c = -2\Omega \times u \quad (2.12)$$

$$\text{- La force Centrifuge} \quad f_e = -\Omega \times (\Omega \times r) \quad (2.13)$$

On les qualifie plutôt de pseudo-force car elles n'interviennent dans le bilan que pour compenser le fait que l'on s'est placé dans un référentiel non galiléen en rotation pour décrire le mouvement.

La présence des forces de Coriolis et Centrifuges rend difficile la prédétermination des écoulements turbulents en rotation, car ils agissent à la fois sur le mouvement moyen et le champ turbulent tout ce qui modifie la structure et les propriétés de ces écoulements.

La force centrifuge est orientée dans la direction radiale vers l'extérieur. Elle ne dépend que de la position du point où elle s'applique et de la vitesse angulaire

Ω . Son amplitude $\|f_e\| = \Omega^2 r$ est d'autant plus grande que la vitesse angulaire est grande.

La force de Coriolis agit pour sa part perpendiculairement au plan engendré par Ω et u .

Son amplitude $\|f_c\| = 2\Omega\|u\|\sin(\alpha)$, avec α l'angle (Ω, u) , est d'autant plus grande que l'angle α se rapproche d'un angle droit ($\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$). À l'inverse de la force centrifuge, la force de Coriolis interagit avec la vitesse dans le référentiel tournant: elle est responsable du gauchissement (ou du droitissement) dans le référentiel tournant d'une trajectoire qui apparaîtrait rectilignes dans un référentiel inertiel. Cette action se fait toutefois sans apport d'énergie.

La encore, les effets de la force de Coriolis se manifestent à grande échelle dans le référentiel terrestre. En météorologie par exemple, on observe que les masses d'air convergentes vers une dépression sont déviées dans le sens anti-horaire dans l'hémisphère nord et dans le sens horaire dans l'hémisphère sud, ce qui est dû à l'action de la force de Coriolis. Dans le domaine de la balistique, un tireur d'élite visant une cible très éloignée devra également prendre en compte la force de Coriolis pour atteindre sa cible.

On décompose d'abord les grandeurs instantanées (vitesse, pression et température) en une partie moyenne statistique (majuscule) et une partie fluctuante (minuscule) :

$$u_i = U_i + u'_i \quad (2.14)$$

$$p = P + p' \quad (2.15)$$

$$\theta = \bar{\theta} + \theta \quad (2.16)$$

En introduisant la décomposition de Reynolds dans l'équation de continuité et en prenant la moyenne d'ensemble on obtient pour le champ moyen :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.17)$$

Par soustraction de cette équation à l'équation de continuité du mouvement instantané, on obtient pour les fluctuations de vitesse :

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.18)$$

On remarque donc que les quantités moyennes et fluctuantes vérifient toutes les deux l'équation de continuité.

Les trois composantes de la vitesse moyenne sont données par :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \overline{u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} - 2\varepsilon_{ijk} \Omega_j U_k + \beta \Delta \bar{\theta} g_i \quad (2.19)$$

La condition d'incompressibilité sur les fluctuations implique que $\overline{u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} = \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j}$

On définit alors le tenseur de Reynolds par :

$$R_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} \quad (2.20)$$

Finalement les équations moyennées s'écrivent :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\tau_{ij}} - R_{ij}) - 2\varepsilon_{ijk} \Omega_j U_k + \beta \Delta \bar{\theta} g_i \quad (2.21)$$

Les termes supplémentaires dus à la rotation sont donc avec :

$$\Omega \begin{vmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ 0 \end{vmatrix} \text{ et } U \begin{vmatrix} u \\ v \\ w \end{vmatrix} \quad (2.22)$$

$$\text{avec } \overline{\tau_{ij}} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} - \overline{u'_j \theta} \right) \quad (2.26)$$

On voit donc que sous cette forme les équations du champ moyen de vitesse sont différentes des équations instantanées puisque apparaît dans ces équations un nouveau terme lié à l'effet du champ fluctuant.

Le tenseur de Reynolds est un tenseur symétrique :

$$R_{ij} = -\rho \begin{bmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'w'} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Ce tenseur introduit donc 6 inconnues supplémentaires. On a donc un problème de fermeture.

Le rôle des modèles de turbulence sera donc de fournir des lois phénoménologiques (algébriques ou différentielles) pour fermer le problème.

2.4.5. Le problème de la fermeture

Comme on vient de le voir, la décomposition de Reynolds a permis d'écrire un certain nombre d'équations pour les inconnues du problème. Cependant, on introduit à chaque étape des inconnues supplémentaires. Il s'agit alors de fermer le problème en introduisant des modèles pour les inconnues supplémentaires.

2.4.5.1. Classification des modèles de turbulence

On distingue généralement deux grandes classes des modèles :

- Les modèles à viscosité turbulente (modèles du premier ordre) basés sur l'hypothèse de Boussinesq (que l'on détaillera plus tard) qui consiste à modéliser directement les tensions de Reynolds à l'aide d'une viscosité turbulente.
- Les modèles du second ordre : Les tensions de Reynolds sont calculées directement, la modélisation portant sur les moments d'ordre supérieur

Pour les modèles du premier ordre, on introduit la classification suivante selon le nombre d'équations d'évolutions supplémentaires du modèle:

- modèle à 0 équation (longueur de mélange).
- modèle à 1 équation (k , énergie cinétique turbulente).
- modèle à 2 équations ($k - \varepsilon$, $k - \omega$, ..etc).
- modèle à 7 équations ($R_{ij} - \varepsilon$, ..etc).

Il est bien évident que la qualité des résultats de simulation d'écoulement turbulent est très liée au modèle utilisée. Le choix du modèle sera subordonné au type d'information que l'on veut obtenir à partir de la simulation.

2.4.5.2. L'hypothèse de Boussinesq : concept de viscosité turbulente

Boussinesq (1897) a proposé de relier le tenseur de Reynolds au champ moyen de vitesse par :

$$R_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.28)$$

ou μ_t représente une viscosité turbulente. L'objet de la modélisation de la turbulence dans ce cadre est d'avoir une relation entre μ_t et les autres inconnues du problème afin de fermer le système d'équations à résoudre. Exprimée telle quelle, cette relation fournit une énergie cinétique turbulente nulle. En effet, si on prend la trace de ce tenseur et compte tenu de l'incompressibilité du champ moyen on obtient $k = 0$. Pour remédier à ce problème on utilise plutôt la relation suivante :

$$R_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (2.29)$$

La viscosité de la turbulent est fonction de k & ε , et qui n'est pas une propriété du fluide, mais un paramètre caractérisant l'effet moyen de la turbulence.

La viscosité de la turbulence est donnée par :

$$\mu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} = \rho \nu_t \quad (2.30)$$

Où C_μ est une constante.

2.4.6. Les équations de transport des tensions de Reynolds

Pour obtenir les équations de transport des tensions de Reynolds on utilise les équations des vitesses fluctuantes. En soustrayant aux équations de quantité de mouvement instantanées les équations de quantité de mouvement moyen on obtiendra les équations de transports pour les fluctuations.

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau'_{ij} + R_{ij}) + \beta \Delta \theta g_i \quad (2.31)$$

$$\tau'_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.32)$$

En multipliant scalairement chaque équation de transport des fluctuations équation 2.31 par les fluctuations et en prenant la moyenne que l'on a définie précédemment, on obtient les équations de transport des contraintes ou tensions de Reynolds :

$$\frac{\partial R_{ij}}{\partial t} + C_{ij} = D_{T,ij} + D_{L,ij} + P_{ij} + G_{ij} + \phi_{ij} + F_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (2.33)$$

avec :

$$C_{ij} = \frac{\partial (\rho u_k \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_k} \quad (2.34)$$

$$D_{T,ij} = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left[\rho \overline{u'_i u'_j u'_k} + P' (\delta_{kj} \overline{u'_i} + \delta_{ik} \overline{u'_j}) \right] \quad (2.35)$$

$$D_{L,ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\mu \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u'_i u'_j}) \right] \quad (2.36)$$

$$P_{ij} = -\rho \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \quad (2.37)$$

$$G_{ij} = -\rho \beta (g_i \overline{u'_j \theta} + g_j \overline{u'_i \theta}) \quad (2.38)$$

$$\phi_{ij} = P' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.39)$$

$$\varepsilon_{ij} = -2\mu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} \quad (2.40)$$

$$F_{ij} = -2\rho\Omega_k (\overline{u_j u_m} \epsilon_{ikm} + \overline{u_i u_m} \epsilon_{jkm}) \quad (2.41)$$

$$u_{j,i} = \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \text{ sauf } \begin{cases} u_{\theta,\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \\ u_{r,\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r} \\ u_{x,\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_x}{\partial \theta} \end{cases} \quad (2.42)$$

$$R_{ij,m} = \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_m} \text{ sauf } \begin{cases} R_{rr,\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial R_{rr}}{\partial \theta} - 2 \frac{R_{r\theta}}{r} \\ R_{\theta\theta,\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial R_{\theta\theta}}{\partial \theta} + 2 \frac{R_{r\theta}}{r} \\ R_{xx,\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial R_{xx}}{\partial \theta} \\ R_{rx,\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial R_{rx}}{\partial \theta} - \frac{R_{rx}}{r} \\ R_{r\theta,\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial R_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{R_{rr} - R_{\theta\theta}}{r} \\ R_{\theta x,\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial R_{\theta x}}{\partial \theta} + \frac{R_{rx}}{r} \end{cases} \quad (2.43)$$

ou Ω_k sont les composantes de vecteur rotation Ω et ϵ_{ikm} le tenseur de permutation.

C_{ij} : Taux de variation temporelle et convective.

$D_{T,ij}$: Terme de diffusion due à la convection moyenne liée au mouvement d'agitation et à l'action des fluctuations de pression.

$D_{L,ij}$: Terme de diffusion due à la viscosité du fluide.

P_{ij} : Terme de production résultant du travail des contraintes de Reynolds soumis aux gradients de vitesse moyenne.

G_{ij} : Terme supplémentaire dû à la gravité, qui représente la production ou destruction par effet de flottabilité.

ϕ_{ij} : Terme de redistribution par les fluctuations de pression de l'énergie cinétique suivant les composantes de la vitesse.

ε_{ij} : Terme de dissipation visqueuse.

L'accélération de Coriolis produit un terme supplémentaire F_{ij} permet de noter que seule la force de Coriolis a un effet direct sur le champ fluctuant. La force centrifuge quant à elle n'intervient pas dans le bilan pour la vitesse fluctuante.

F_{ij} est un terme de redistribution de l'énergie turbulent entre ses différentes composantes.

Le terme de production de Coriolis est donc un terme de redistribution de l'énergie turbulent entre les différentes composantes du tenseur de Reynolds. En revanche, il ne modifie pas le montant de cette énergie, de sorte que l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente est inchangée car on a vu au paragraphe précédent que la force de Coriolis ne produit aucun travail.

L'équation 2.33 ne résout pas le problème de fermeture puisqu'elle fait apparaître d'autres corrélations d'ordre supérieur.

La fermeture au second ordre se limite à l'emploi d'équations pour les corrélations d'ordre deux et cherche à représenter les corrélations inconnues de ces équations.

2.4.6.1. Modélisation du terme de dissipation ε_{ij}

Le tenseur de dissipation est suppose isotrope :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (2.44)$$

2.4.6.2 Modélisation de la diffusion D_{ij}

Le terme de diffusion D_{ij} se décompose en deux parties :

$$D_{ij} = D_{T,ij} + D_{L,ij} \quad (2.45)$$

La diffusion turbulente, due au terme de convection au niveau des fluctuations, comprend à la fois la somme des corrélations triples des vitesses fluctuantes $\overline{\rho u'_i u'_j u'_k}$ et la diffusion due aux fluctuations de pression $\overline{P(\delta_{kj} u'_i + \delta_{ik} u'_j)}$. Ce dernier terme est peu connu à cause d'un manque de données expérimentales et est négligé dans la plupart des modèles. La diffusion turbulente ne comprend donc plus que $\overline{\rho u'_i u'_j u'_k}$ qui est modélisée suivant la forme proposée par Daly et Harlow [41] :

$$D_{T,ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_s \frac{\overline{k u'_k u'_l}}{\varepsilon} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_l} \right) \quad (2.46)$$

La constante C_s est fixée à 0.22 pour que le terme $D_{T,ij}$ soit compatible avec l'expression du terme de diffusion dans l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence.

La diffusion visqueuse ne nécessite pas d'être modélisée. Elle peut être négligée aux grands nombres de Reynolds mais ne peut l'être dans les régions à faible nombre de Reynolds et notamment près des parois. Elle s'écrit :

$$D_{L,ij} = -\nu \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right] \quad (2.47)$$

2.4.6.3. Modélisation du terme de corrélation pression-vitesse ϕ_{ij}

L'approche classique pour modéliser ϕ_{ij} utilise la décomposition suivant :

$$\phi_{ij} = \Phi_{ij}^{(1)} + \Phi_{ij}^{(2)} + \Phi_{ij}^{(w)} \quad (2.48)$$

La contribution lente du terme de pression-déformation est modélisée, d'après Rotta (1951), par :

$$\Phi_{ij}^{(1)} = -C_1 \frac{\varepsilon}{K} \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} K \delta_{ij} \right) \quad (2.37)$$

Pour la contribution rapide du terme de pression-déformation :

$$\Phi_{ij}^{(2)} = -C_2 \left[(P_{ij} + F_{ij} + G_{ij} - C_{ij}) - \frac{2}{3} (P + G - C) \delta_{ij} \right] \quad (2.49)$$

avec: $C_1 = 1.8$ $C_2 = 0.6$

$$P = \frac{1}{2} P_{kk} \quad G = \frac{1}{2} G_{kk} \quad C = \frac{1}{2} C_{kk}$$

L'effet des parois est pris en compte par $\phi_{ij}^{(w)}$ qui représente la distribution de l'énergie sur les composantes normales du tenseur de Reynolds :

$$\begin{aligned} \phi_{ij}^{(w)} = & C'_1 \frac{\varepsilon}{K} \left(\overline{u_k u_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_i u_k} n_j n_k - \frac{3}{2} \overline{u_j u_k} n_i n_k \right) \frac{K^{3/2}}{C_1 \varepsilon d} + C'_2 \frac{\varepsilon}{K} \left(\Phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \right. \\ & \left. \frac{3}{2} \Phi_{ik,2} n_j n_k - \frac{3}{2} \Phi_{jk,2} n_i n_k \right) \frac{K^{3/2}}{C_1 \varepsilon d} \end{aligned} \quad (2.50)$$

Avec : $C'_1 = 0.5$ $C'_2 = 0.3$

$$C_l = \frac{C_\mu^{3/4}}{k} \quad (2.51)$$

où k : Constant de von karman (=0.4187) $C_\mu = 0.09$

n_k : Sont les composons des unités normal aux parois.

2.4.6.4. Modélisation du terme de Gravité

Il s'agit du terme $\beta g_i \overline{u_j \theta}$ Launder, Spallding [46] Hinze [43] supposent que le flux de diffusion est proportionnel au gradient des propriétés de l'écoulement moyen $-\beta g_i \overline{u_j \theta} = \beta g_i \frac{\nu_t}{Pr_t} \theta_{,j}$.

donc :

$$G_{ij} = -\rho \beta \frac{\nu_t}{Pr_t} (g_i \theta_{,j} + g_j \theta_{,i}) \quad (2.52)$$

2.5. Le modèle $k - \varepsilon$

2.5.1. Equation de l'énergie cinétique

Pour préciser la phénoménologie de la turbulence, on va établir l'équation modélisant le transport de l'énergie cinétique turbulente moyenne. En prenant La trace (mettre l'indice $i = j$) dans l'équation 2.33 :

$K = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'}$ L'énergie cinétique de la turbulence est la demi-somme des composantes normales des tensions de Reynolds.

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2 + v'^2 + w'^2}) \quad (2.53)$$

Nous déduisons alors l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente :

$$\frac{\partial K}{\partial t} + U_i \frac{\partial K}{\partial x_i} = -\overline{u_j' u_i'} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{u_j' u_j' u_i'}}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{u_i' P'}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 K}{\partial x_i \partial x_i} - \nu \frac{\partial \overline{u_j' \partial u_j'}}{\partial x_i \partial x_i} \quad (2.54)$$

$$C_k = U_i \frac{\partial K}{\partial x_i} \quad (2.55)$$

$$P_k = \overline{u_i' u_i'} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (2.56)$$

$$D_k = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\overline{u_i' \left(\frac{P'}{\rho} + \frac{1}{2} u_j' u_j' \right)} - \nu \frac{\partial K}{\partial x_i} \right] \quad (2.57)$$

En utilisant l'hypothèse de Boussinesq, le terme de production s'écrira :

$$\overline{u_j' u_i'} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} = \left[\mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \right] \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (2.58)$$

Le deuxième terme peut être reformulé :

$$-\frac{1}{2} \frac{\overline{\partial u_j' u_j' u_i'}}{\partial x_i} = \frac{\overline{\partial k' u_i'}}{\partial x_i} \quad (2.59)$$

avec $k' = \frac{1}{2} u_j' u_j'$

on relie k' à sa valeur moyenne k en exprimant le terme de diffusion par un terme proportionnel au gradient :

$$-\overline{k' u_i'} = \frac{\nu_t}{\sigma_{k2}} \frac{\partial K}{\partial x_i} \quad (2.60)$$

Les effets du troisième terme sont similaires à ceux du deuxième, ce qui incite à modéliser globalement leurs effets en posant :

$$-\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{2} \overline{u_j' u_j' u_i'} + \frac{1}{\rho} \overline{u_i' P'} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_{k2}} \frac{\partial K}{\partial x_i} \right) \quad (2.61)$$

On déduit l'équation modélisée de l'énergie cinétique turbulente:

$$\frac{\partial K}{\partial t} + U_i \frac{\partial K}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{k2}} \right) \frac{\partial K}{\partial x_i} \right] + \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon \quad (2.62)$$

Finalement en remplaçant ν_t par sa valeur en fonction de k et de ε équation 2.30 on obtient :

$$\frac{\partial K}{\partial t} + U_i \frac{\partial K}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{C_\mu k^2}{\sigma_{k2} \varepsilon} \right) \frac{\partial K}{\partial x_i} \right] + C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon \quad (2.63)$$

2.5.2. Equation de l'énergie de dissipation

En utilisant les mêmes idées que pour l'équation de k on obtient finalement l'équation suivante pour ε :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{C_\mu k^2}{\sigma_{\varepsilon 2} \varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{\varepsilon 1} C_\mu k \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{K} \quad (2.64)$$

Où C_μ , σ_{k2} , $\sigma_{\varepsilon 2}$, $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ sont des constantes empiriques de modélisations tableau 2.1.

Tableau 2.1: Coefficients du modèle $k - \varepsilon$ standard.

C_μ	σ_{k2}	$\sigma_{\varepsilon 2}$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$
0.09	1.0	1.3	1.44	1.92

2.5.3. Influence de la rotation sur le modèle $k - \varepsilon$

L'influence de la rotation est marquée par la présence :

- d'une équation pour la vitesse circonférentielle ou tangentielle W .
- des termes d'accélération centrifuges complémentaires dans les équations du mouvement moyen.

$$\frac{\partial K}{\partial t} + U_i \frac{\partial K}{\partial x_i} = -\overline{u_j' u_i'} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{u_j' u_j' u_i'}}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{u_i' P'}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 K}{\partial x_i \partial x_i} - \nu \frac{\partial \overline{u_j' \partial u_j'}}{\partial x_i \partial x_i} + \beta \overline{u_i' \theta'} \gamma_j \quad (2.65)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{C_\mu k^2}{\sigma_{\varepsilon 2} \varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{\varepsilon 1} C_\mu k \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{K} \\ &\quad + 2\nu \overline{\beta u_{i,l}' \theta_j} \gamma_j \end{aligned} \quad (2.66)$$

L'effet de rotation est marqué seulement dans le terme γ_j pour l'équation de k et celle de ε .

γ_j a pour composante :

$$\gamma_j = \begin{cases} 0 \\ \beta \Delta \theta \left(\Omega^2 r + 2\Omega W + \frac{W^2}{r} + g_\theta \right) \\ \beta \Delta \theta \left(-2\Omega V + \frac{WV}{r} + g_r \right) \end{cases} \quad (2.67)$$

2.6. Modèle $k - \omega$

Kolmogorov a introduit le premier en 1942 un modèle à deux équations, l'une toujours basée sur une équation de transport pour l'énergie cinétique turbulente k , la seconde basée sur une équation de transport pour une fréquence caractéristique de la turbulence (c'est-à-dire l'inverse d'une échelle de temps) notée ω , plus précisément l'inverse de ω représente l'échelle de temps caractéristique de la dissipation de l'énergie cinétique K . On peut aussi voir ω comme le rapport ε/k . Depuis de nombreuses améliorations de ce modèle ont conduit aux deux équations de transport suivantes :

$$\frac{\partial K}{\partial t} + U_j \frac{\partial K}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{k1}} \right) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right] + \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* K \omega \quad (2.68)$$

Où ν_t représente la viscosité cinématique turbulente qui s'exprime en fonction de k et ω par :

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \quad (2.69)$$

On retrouve dans cette équation une forme analogue à l'équation de transport de k dans le modèle $k - \varepsilon$, avec au second membre un terme de diffusion moléculaire et turbulente suivi d'un terme de production et enfin d'un terme de dissipation de k , il reste cependant deux nouvelles constantes à déterminer : σ^* et β^* .

L'équation pour ω est donnée par :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\omega 1}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{K} \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 \quad (2.70)$$

Les différents coefficients et constantes apparaissant dans ce modèle sont les suivants :

$\alpha = \frac{13}{25}$	$\beta = \beta_0 f_\beta$	$\beta^* = \beta_0^* f_{\beta^*}$	$\sigma_{\omega 1} = 2$
$\sigma_{k1} = 2$	$\beta_0 = \frac{9}{125}$	$\beta_0^* = \frac{9}{100}$	

$f_\beta = \frac{1 + 70\chi_\omega}{1 + 80\chi_\omega}$	$\chi_\omega = \left \frac{\Omega_{is} \Omega_{sj} S_{ji}}{(\beta_0^* \omega)^3} \right $
$\Omega_{is} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_s} - \frac{\partial U_s}{\partial x_i} \right)$	$S_{is} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_s} + \frac{\partial U_s}{\partial x_i} \right)$
$f_{\beta^*} = \begin{cases} 1 & \text{si } \chi_j \leq 0 \\ \frac{1 + 680\chi_j^2}{1 + 400\chi_j^2} & \text{si } \chi_j > 0 \end{cases}$	$\chi_j = \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial K}{\partial x_s} \frac{\partial \omega}{\partial x_s}$

2.7. Modèle k- ω SST (Shear Stress Transport ou Transport d'effort de cisaillement)

Afin de profiter des avantages respectifs des modèles $k - \varepsilon$ et $k - \omega$, Le modèle SST (Shear Stress Transport) utilise les équations du modèle $k - \omega$ près des parois et se transforme graduellement à un modèle $k - \varepsilon$ modifié au centre de l'écoulement. Une fonction de transition s'occupe de faire le lien entre les deux formulations. On peut imaginer le modèle SST comme suit :

$$SST = F_1(k - \omega) + (1 - F_1)(k - \varepsilon) \quad (2.71)$$

Où $F_1 = 0$ au centre de l'écoulement et $F_1 = 1$ à la paroi. L'idée soutenant ce modèle est d'utiliser le bon comportement du $k-\omega$ en présence d'un gradient de pression adverse sans avoir le désavantage d'un modèle sensible aux valeurs de ω de l'écoulement libre.

Pour formuler correctement ce problème, les équations du modèle $k-\varepsilon$ sont réécrites en fonction de la fréquence turbulente ω et la définition de la viscosité turbulente est ensuite modifiée pour prendre en compte le transport des contraintes de cisaillement.

L'équation de transport d'énergie cinétique turbulente est redonnée ici mais elle est équivalente à celle du modèle $k-\omega$. Toutefois, l'équation de transport de la fréquence turbulente est modifiée :

- Transport d'énergie cinétique turbulente :

$$\frac{\partial K}{\partial t} + U_j \frac{\partial K}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right] + \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* K \omega \quad (2.72)$$

- Transport de la fréquence turbulente, modèle SST :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\omega 3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{K} \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta_3 \omega^2 + \\ & 2 \frac{(1-F_1)}{\sigma_{\omega 2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (2.73)$$

Les constantes utilisées par le modèle SST sont elles aussi une transition entre les constantes respectives de chacun des modèles, c'est-à-dire : $\gamma_3 = F_1 \gamma_1 + (1 - F_1) \gamma_2$. On a donc deux groupes de constantes tableau 2.2 :

Tableau 2.2: Coefficients du modèle $k-\omega$ _SST.

$k-\omega$	σ_{k1}	$\sigma_{\omega 1}$	β_1	β^*
	1.176	2.0	0.075	0.09
$k-\varepsilon$	σ_{k2}	$\sigma_{\omega 2}$	β_2	β^*
	1	1.168	0.0828	0.09

2.8. Modèle algébrique (ASM) (Algebraic Stress Model)

À partir des équations de tensions de Reynolds, on peut se ramener à un système algébrique plus facile à résoudre et tout en conservant les principaux caractères des équations initiales. En effet, les gradients des tensions de Reynolds dans l'équation 2.33 sont remplacés par des modélisations appropriées. Launder (1982) [44] a proposé :

$$C_{ij} = C_k \left[(1 + \alpha) \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \alpha \right] \quad (2.74)$$

et

$$D_{ij} = D_k \left[(1 + \beta) \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \beta \right] \quad (2.75)$$

Où α et β sont des constantes empiriques de valeurs 0,3 et -0,8 respectivement.

Les équations aux tensions de Reynolds équation 2.33 pourrait être alors modélisée (algébrique en $\overline{u_i u_j}$) de manière suivante :

$$C_k \left[(1 + \alpha) \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \alpha \right] = D_k \left[(1 + \beta) \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \beta \right] + P_{ij} + G_{ij} + \phi_{ij} + F_{ij} - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (2.76)$$

La substitution des termes modélisée dans l'équation des tensions de Reynolds équation 2.33 conduit à l'équation :

$$C_k \left[(1 + \alpha) \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \alpha \right] = D_k \left[(1 + \beta) \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \beta \right] + P_{ij} + G_{ij} + \Phi_{ij}^{(1)} + \Phi_{ij}^{(2)} + \Phi_{ij}^{(w)} + F_{ij} - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (2.77)$$

Après quelques simplifications algébriques le modèle algébrique en présence de la rotation s'écrit :

$$(1 - C_2) \left(P_{ij}^0 - \frac{2}{3} P^0 \delta_{ij} \right) + \phi_{ij}^{(w)} = r_1 \frac{\varepsilon}{K} \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} K \delta_{ij} \right) \quad (2.78)$$

ou

$$P_{ij}^0 = P_{ij} + \frac{F_{ij}}{2} + G_{ij} \quad (2.79)$$

$$r_1 = C_1 + (1 + \alpha)(\lambda + \chi - 1) + (\alpha - \vartheta)\Lambda \quad (2.80)$$

avec :

$$\lambda = \frac{P}{\varepsilon} \qquad \chi = \frac{G}{\varepsilon} \qquad \Lambda = \frac{D}{\varepsilon}$$

Les équations de Navier Stokes et de continuité en présence à la fois des forces de gravité et de Coriolis écrites en cordonner cylindrique (r, θ, x) :

2.8.1. Equations de conservation de la masse

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial rV}{\partial r} + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right] = 0 \quad (2.81)$$

2.8.2. Equations de conservation de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial r} + \left[\frac{W}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right] - \frac{W^2}{r} = - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \Omega^2 r + 2\Omega W + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rT_{rr}) + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (T_{r\theta}) \right] + \\ \frac{\partial}{\partial x} (T_{rx}) - \frac{T_{\theta\theta}}{r} + \beta \Delta \theta \left[\Omega^2 r + 2\Omega W - \frac{W^2}{r} \right] \end{aligned} \quad (2.82)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (rW)}{\partial t} + U \frac{\partial (rW)}{\partial x} + V \frac{\partial (rW)}{\partial r} + \left[\frac{W}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right] = - \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{P}{\rho} \right) \right] - 2r\Omega V + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 T_{\theta r}) + \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (T_{\theta\theta}) \right] + \\ r \frac{\partial}{\partial x} (T_{\theta x}) + \beta \Delta \theta [-2r\Omega V - 2WV] \end{aligned} \quad (2.83)$$

$$\frac{\partial (U)}{\partial t} + U \frac{\partial (U)}{\partial x} + V \frac{\partial (U)}{\partial r} + \left[\frac{W}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right] = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rT_{xr}) + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (T_{x\theta}) \right] + \frac{\partial}{\partial x} (T_{xx}) \quad (2.84)$$

avec :

$$\begin{aligned} T_{rr} &= 2\nu \frac{\partial V}{\partial r} - R_{rr} & T_{r\theta} &= \nu \left(\left[\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial W}{\partial r} - \frac{W}{r} \right) - R_{r\theta} \\ T_{\theta\theta} &= 2\nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{V}{r} \right) - R_{\theta\theta} & T_{\theta x} &= \nu \left(\frac{\partial W}{\partial x} + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right] \right) - R_{\theta x} \\ T_{xx} &= 2\nu \frac{\partial U}{\partial x} - R_{xx} & T_{rx} &= \nu \left(\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) - R_{rx} \end{aligned}$$

2.8.3. Equation de la température

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + V \frac{\partial \theta}{\partial r} + \left[\frac{W}{r} \frac{\partial \theta}{\partial \theta} \right] + W \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial r \mathcal{F}_{\theta r}}{\partial r} - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \mathcal{F}_{\theta\theta}}{\partial \theta} \right] - \frac{\partial \mathcal{F}_{\theta x}}{\partial x} \quad (2.85)$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\theta r} &= F_{\theta r} - \frac{\nu}{P_r} \frac{\partial \theta}{\partial r} & F_{\theta r} &= -C_\theta \frac{K}{\epsilon} \left(R_{rr} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \left[R_{r\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial \theta} \right] + R_{xr} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \\ \mathcal{F}_{\theta \theta} &= F_{\theta \theta} - \frac{\nu}{P_r} \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial \theta} & F_{\theta \theta} &= -C_\theta \frac{K}{\epsilon} \left(R_{\theta r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \left[R_{\theta \theta} \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial \theta} \right] + R_{\theta x} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \\ \mathcal{F}_{\theta x} &= F_{\theta x} - \frac{\nu}{P_r} \frac{\partial \theta}{\partial x} & F_{\theta x} &= -C_\theta \frac{K}{\epsilon} \left(R_{xr} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \left[R_{x\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial \theta} \right] + R_{xx} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

2.8.4. Equation de l'énergie cinétique

$$\frac{\partial K}{\partial t} + V \frac{\partial K}{\partial r} + \left[\frac{W}{r} \frac{\partial K}{\partial \theta} \right] + W \frac{\partial K}{\partial x} = Sources(K) - Puits(K) - \frac{1}{r} \frac{\partial r \zeta_r}{\partial r} - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \zeta_\theta}{\partial \theta} \right] - \frac{\partial \zeta_x}{\partial x} \quad (2.86)$$

avec :

$$\begin{aligned} \zeta_r &= -C_k \frac{K}{\epsilon} \left(R_{rr} \frac{\partial K}{\partial r} + \left[R_{r\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial K}{\partial \theta} \right] + R_{rx} \frac{\partial K}{\partial x} \right) & \zeta_\theta &= -C_k \frac{K}{\epsilon} \left(R_{\theta r} \frac{\partial K}{\partial r} + \left[R_{\theta \theta} \frac{1}{r} \frac{\partial K}{\partial \theta} \right] + R_{\theta x} \frac{\partial K}{\partial x} \right) \\ \zeta_x &= -C_k \frac{K}{\epsilon} \left(R_{xr} \frac{\partial K}{\partial r} + \left[R_{x\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial K}{\partial \theta} \right] + R_{xx} \frac{\partial K}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

2.8.5. Equation du taux de dissipation de l'énergie cinétique

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + V \frac{\partial \epsilon}{\partial r} + \left[\frac{W}{r} \frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} \right] + W \frac{\partial \epsilon}{\partial x} = Sources(\epsilon) - Puits(\epsilon) - \frac{1}{r} \frac{\partial r \vartheta_r}{\partial r} - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta_\theta}{\partial \theta} \right] - \frac{\partial \vartheta_x}{\partial x} \quad (2.87)$$

$$\begin{aligned} \vartheta_r &= -C_k \frac{K}{\epsilon} \left(R_{rr} \frac{\partial \epsilon}{\partial r} + \left[R_{r\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} \right] + R_{rx} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) & \vartheta_\theta &= -C_k \frac{K}{\epsilon} \left(R_{\theta r} \frac{\partial \epsilon}{\partial r} + \left[R_{\theta \theta} \frac{1}{r} \frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} \right] + R_{\theta x} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) \\ \vartheta_x &= -C_k \frac{K}{\epsilon} \left(R_{xr} \frac{\partial \epsilon}{\partial r} + \left[R_{x\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} \right] + R_{xx} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

[] \equiv 0 En écoulement axisymétrique

2.8.6. Système algébrique

En développant l'équation 2.78 pour un écoulement bidimensionnel, l'équation matricielle pour les tenseurs normaux devient (Yap, 1987 [45]) :

$$A.S = B \quad (2.88)$$

- Pour les tensions normales :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overrightarrow{u_1} \\ \overrightarrow{u_2} \\ \overrightarrow{u_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

- Pour les tensions de cisaillement :

$$\begin{bmatrix} a_{41} & a_{42} & a_{43} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overrightarrow{u_1 u_2} \\ \overrightarrow{u_1 u_3} \\ \overrightarrow{u_2 u_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

Les coefficients de la matrice A et B sont :

i	1	2	3
a_{i1}	$-\frac{\partial u}{\partial x}(2 + 4r_5 + r_6) - \frac{\varepsilon}{r_2 K} r \frac{\overrightarrow{u_1}}{4u_1^2}$	$\frac{\partial u}{\partial x}(2 + 2r_5 + 2r_6) + \frac{\varepsilon}{r_2 K} r_8$	$\frac{\partial u}{\partial x}(1 + 2r_5 - 2r_6) + \frac{\varepsilon}{r_2 K} r_8$
a_{i2}	$\frac{\partial V}{\partial r}(1 + 2r_5 + 2r_6) + \frac{\varepsilon}{r_2 K} r_7$	$\frac{\partial V}{\partial r}(-2 - r_5 - 4r_6) - \frac{\varepsilon}{r_2 K} r \frac{\overrightarrow{u_2}}{4u_2^2}$	$\frac{\partial V}{\partial r}(1 - r_5 + 2r_6) + \frac{\varepsilon}{r_2 K} r_7$
a_{i3}	$\frac{V\delta}{r}(1 + 2r_5 - r_6)$	$\frac{V\delta}{r}(1 - r_5 - 2r_6)$	$\frac{V\delta}{r}(-2 - r_5 - r_6) - \frac{\varepsilon}{r_2 K} r_1$

$$\begin{aligned} b_1 = & \overrightarrow{u_1 u_2} \frac{\partial U}{\partial r}(2 + 4r_5 + r_6) + \overrightarrow{u_1 u_2} \frac{\partial V}{\partial x}(-1 - 2r_5 - 2r_6) - \frac{2r_1 \varepsilon}{3r_2} \\ & + \overrightarrow{u_2 u_3} \frac{\partial W}{\partial r}(-1 - 2r_5 + r_6) + \overrightarrow{u_2 u_3} \frac{W\delta}{r}(1 + 2r_5 + 2r_6) \\ & + \overrightarrow{u_1 u_3} \frac{\partial W}{\partial x}(-1 - 2r_5 + r_6) + \vartheta F_{2\theta} \left(\Omega^2 r + 2\Omega W + \frac{W^2}{r} + gy \right) \\ & + 3\Omega \overrightarrow{u_2 u_3} r_6 \\ b_2 = & \overrightarrow{u_1 u_2} \frac{\partial U}{\partial r}(-1 - 2r_5 - 2r_6) + \overrightarrow{u_1 u_2} \frac{\partial V}{\partial x}(2 + r_5 + 4r_6) - \frac{2r_1 \varepsilon}{3r_2} \\ & + \overrightarrow{u_2 u_3} \frac{\partial W}{\partial r}(-1 + r_5 - 2r_6) + \overrightarrow{u_2 u_3} \frac{W\delta}{r}(-2 - r_5 - 4r_6) \\ & + \overrightarrow{u_1 u_3} \frac{\partial W}{\partial x}(-1 + r_5 - 2r_6) - 2\vartheta F_{2\theta} \left(\Omega^2 r + 2\Omega W + \frac{W^2}{r} + gy \right) \\ & - 3\Omega \overrightarrow{u_2 u_3}(1 + 2r_6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_3 = & \overrightarrow{u_1 u_2} \frac{\partial U}{\partial r} (-1 - 2r_5 + r_6) + \overrightarrow{u_1 u_2} \frac{\partial V}{\partial x} (-1 + r_5 - 2r_6) - \frac{2r_1 \varepsilon}{3r_2} \\
& + \overrightarrow{u_2 u_3} \frac{\partial W}{\partial r} (2 + r_5 + r_6) + \overrightarrow{u_2 u_3} \frac{W\delta}{r} (1 - r_5 + 2r_6) \\
& + \overrightarrow{u_1 u_3} \frac{\partial W}{\partial x} (2 + r_5 + r_6) + F_{2\theta} \left(\Omega^2 r + 2\Omega W + \frac{W^2}{r} + gy \right) \\
& + 3\Omega \overrightarrow{u_2 u_3} (1 + r_6)
\end{aligned}$$

i	1	2	3
a_{4i}	$\frac{V\delta}{r} \left(1 + \frac{3}{2}r_5 + \frac{3}{2}r_6 \right)$ $- \frac{\varepsilon}{r_2 K} \left(r_7 + r_8 + \frac{2}{3}r_1 \right)$	$\frac{W\delta}{r} \left(1 + \frac{3}{2}r_5 + \frac{3}{2}r_6 \right)$ $+ \Omega \left(1 + \frac{3}{2}r_5 + \frac{3}{2}r_6 \right)$	0
a_{5i}	$\frac{\partial W}{\partial r} \left(-1 - \frac{3}{2}r_5 \right) + \Omega \left(-1 - \frac{3}{2}r_5 \right)$	$\frac{\partial V}{\partial r} \left(1 + \frac{3}{2}r_5 \right) + \frac{\varepsilon}{r_2 K} \left(-\frac{2}{3}r_1 - r_8 \right)$	$\frac{\partial U}{\partial r} \left(-1 - \frac{3}{2}r_5 \right)$
a_{5i}	$\frac{\partial W}{\partial x} \left(-1 - \frac{3}{2}r_6 \right)$	$\frac{\partial V}{\partial x} \left(-1 - \frac{3}{2}r_6 \right)$	$\frac{\partial U}{\partial x} \left(1 + \frac{3}{2}r_6 \right)$ $+ \frac{\varepsilon}{r_2 K} \left(-\frac{2}{3}r_1 - r_7 \right)$

$$\begin{aligned}
b_4 = & \overrightarrow{u_1 u_1} \frac{\partial V}{\partial x} \left(1 + \frac{3}{2}r_5 + \frac{3}{2}r_6 \right) + \overrightarrow{u_2 u_2} \frac{\partial U}{\partial r} \left(1 + \frac{3}{2}r_5 + \frac{3}{2}r_6 \right) \\
& - \vartheta F_{1\theta} \left(\Omega^2 r + 2\Omega W + \frac{W^2}{r} + gy \right)
\end{aligned}$$

$$b_5 = \overrightarrow{u_1 u_1} \frac{\partial W}{\partial x} \left(1 + \frac{3}{2}r_5 \right) - \vartheta F_{1\theta} \left(-2\Omega V - \frac{2WV}{r} \right)$$

$$\begin{aligned}
b_6 = & \overrightarrow{u_2 u_1} \frac{\partial W}{\partial r} \left(1 + \frac{3}{2}r_6 \right) + \overrightarrow{u_3 u_3} \frac{W\delta}{r} \left(-1 - \frac{3}{2}r_6 \right) + (\overrightarrow{u_3 u_3} - \overrightarrow{u_2 u_2}) \Omega \left(-1 - \frac{3}{2}r_6 \right) \\
& - \vartheta F_{2\theta} \left(-2\Omega V - \frac{2WV}{r} \right)
\end{aligned}$$

avec :

$$r_1 = C_1 + (1 + \alpha)(\lambda + \chi - 1) + (\alpha - \vartheta)\Lambda$$

$$r_2 = \frac{2}{3}(1 - C_2)$$

$$r_6 = r_3 f_y$$

$$\begin{aligned}
r_{4u_1'} &= r_1 + 2r_8 & r_7 &= C_1' f_y \\
r_{4u_2'} &= r_1 + 2r_7 & r_8 &= C_1' f_x \\
r_5 &= r_3 f_x & r_3 &= \frac{C_2 C_2'}{(1 - C_2)} \\
f_x &= \frac{k^{3/2}}{C_1 \varepsilon x} & f_y &= \frac{k^{3/2}}{C_1 \varepsilon y}
\end{aligned}$$

Flux thermiques :

$$\begin{aligned}
F_{1\theta} &= -C_\theta \frac{K}{\varepsilon} \left(\overline{u_1 u_1'} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \overline{u_1 u_2'} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial r} \right) & F_{2\theta} &= -C_\theta \frac{K}{\varepsilon} \left(\overline{u_1 u_2'} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \overline{u_2 u_2'} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial r} \right) \\
\delta &= \begin{cases} 0 & \text{Géométrie plane} \\ 1 & \text{Géométrie axisymétrique} \end{cases}
\end{aligned}$$

Les constantes empiriques du modèle ASM sont :

Tableau 2.3: Les constantes empiriques du modèle ASM.

C_1	C_2	C_1'	C_2'	C_s	C_ε	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_{\varepsilon 3}$
1,8	0,6	0,5	0,3	0,22	0,17	1,44	1,92	2,0

2.9. Modélisation près des parois

Le traitement de proche paroi est l'une des grandes difficultés rencontrées dans la modélisation de la turbulence en couche limite bi et tridimensionnelle. En effet, les modèles de turbulence décrits précédemment ne sont valables que loin de paroi. Si en couche limite bidimensionnelle plusieurs techniques sont considérées (modèles à faibles nombres de Reynolds, loi de paroi).

La zone de proche paroi peut être décomposée en trois parties selon l'influence de la viscosité moléculaire. Cette décomposition est relativement universelle pour tous les écoulements pariétaux, figure 2.1. On peut par ailleurs considérer que le frottement total défini par :

$$\tau_{tot} = \mu \frac{\partial U}{\partial y} - \rho \overline{u' v'} \text{ est constant dans toute la zone de proche paroi.}$$

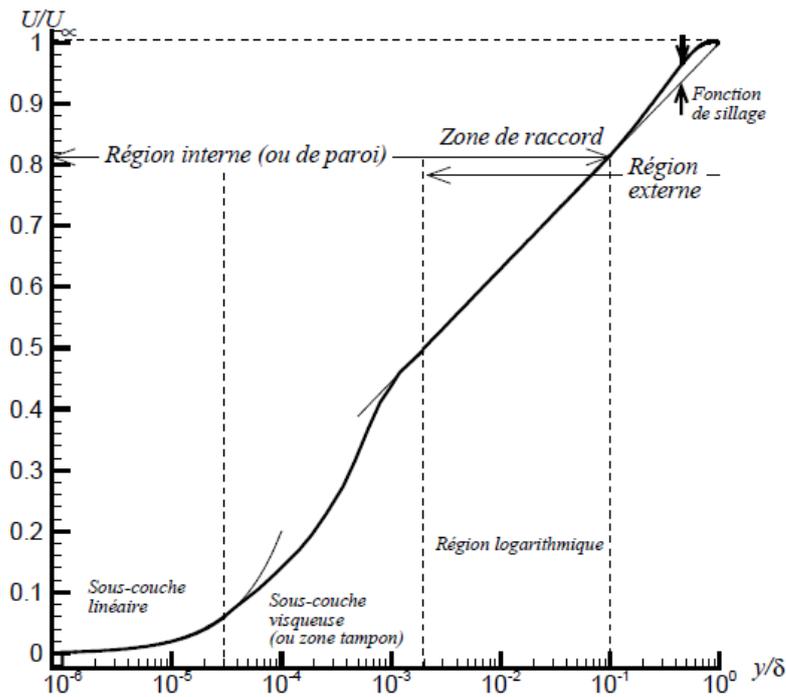


Figure 2.1 : Profil des vitesses dans la couche limite.

2.9.1. La sous-couche linéaire

Très près de la paroi, il existe une zone où les effets de la turbulence sont négligeables et les effets de viscosité moléculaire prépondérants. Les conditions d'adhérence à la paroi donnent $U(y = 0) = 0 = u' = v'$, le frottement total s'écrit :

$$\tau_{tot}(y = 0) = \tau_p \approx \mu \frac{\partial U}{\partial y_{y=0}} \quad (2.91)$$

Comme le frottement total est constant, on peut écrire la vitesse moyenne sous la forme :

$$U(y) = y \frac{\tau_p}{\mu} \quad (2.92)$$

Le profil est donc linéaire en fonction de la distance à la paroi. Par analyse dimensionnelle, on peut définir la vitesse de frottement à partir du frottement pariétal τ_p par :

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} \quad (2.93)$$

Ce qui permet d'introduire une vitesse adimensionnelle :

$$U^+ = \frac{U}{u^*} \quad (2.94)$$

Et une distance adimensionnelle :

$$y^+ = \frac{y}{y^*} \quad (2.95)$$

ou

$$y^* = \frac{\nu}{u^*} \quad (2.96)$$

La loi linéaire s'écrit simplement :

$$U^+ = y^+ \quad (2.97)$$

Les expériences montrent que cette loi linéaire est valable tant que $y^+ \leq 5$.

2.9.2. La zone tampon

Dans cette zone les effets visqueux diminuent devant le frottement turbulent mais ne sont pas complètement négligeables. Cette zone correspond à $5 \leq y^+ \leq 30$.

2.9.3. La zone logarithmique

Au-delà de la zone tampon, le frottement est essentiellement turbulent, la contribution due à la viscosité moléculaire disparaît devant la contrainte de cisaillement turbulent, on a donc :

$$\tau_{tot} \approx -\rho \overline{u'v'} \quad (2.98)$$

En utilisant la vitesse de frottement définie précédemment, on obtient pour la contrainte de Reynolds :

$$-\overline{u'v'} = u^{*2} \quad (2.99)$$

Cette vitesse de frottement apparaît donc comme une échelle caractéristique des fluctuations de vitesse. Comme la viscosité moléculaire n'intervient plus dans cette zone, il faut construire par analyse dimensionnelle, une expression pour $\frac{\partial U}{\partial y}$ avec les échelles déjà définies :

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{u^*}{Ky} \quad (2.100)$$

en intégrant on obtient :

$$U^+ = \frac{1}{k} \log(y^+) + C \quad (2.101)$$

Où $k = 0.4187$ est la constante Von Karman, et $C \approx 5$.

2.9.4. La loi de paroi pour la vitesse longitudinale

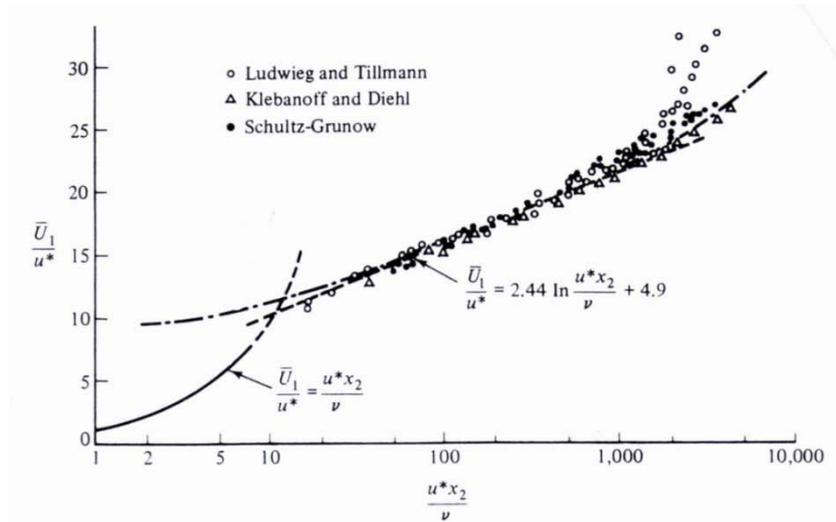


Figure 2.2 : la distribution de la vitesse moyenne longitudinale près de la paroi Hinze [43].

Nous retiendrons dans la présente étude le formalisme mise en œuvre par Launder et Spalding (1974) [46] :

$$U^+ = \begin{cases} y^+ & \text{si } y^+ \leq 11.63 \\ \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) & \text{si } y^+ > 11.63 \end{cases} \quad (2.102)$$

Où E est une constante empirique ($= 9.793$).

$$U^+ \equiv \frac{U C_\mu^{1/4} k^{1/2}}{\tau_p / \rho} \quad (2.103)$$

$$y^+ \equiv \frac{\rho C_\mu^{1/4} k^{1/2} y}{\mu} \quad (2.104)$$

2.9.5. La loi de paroi pour la Température

On définit la variation de la paroi pour la température par :

$$T^+ = \frac{(T_w - T)}{T_\tau} \quad (2.105)$$

$$T_\tau = \frac{q_w}{\rho C_p U_\tau} \quad (2.106)$$

$$U_\tau = C_\mu^{1/4} k^{1/2} \quad (2.107)$$

T_τ : La température de frottement.

C_p : Chaleur spécifique de fluide.

Dans la sous couche visqueuse ($y^+ \leq 11.63$) , la relation entre T^+ et y^+ est donnée par la loi de la conduction de la chaleur de Fourier :

$$q_w = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.108)$$

L'intégration de cette dernière équation 2.84 donne :

$$T^+ = Pr y^+ \quad (2.109)$$

Où Pr est le nombre de Prandtl moléculaire ($Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda}$).

Dans la région logarithmique ($y^+ > 11.63$) :

$$T^+ = \frac{1}{k_h} \ln(y^+) + C_h \quad (2.110)$$

Où les constantes sont données par :

$$k_h = \frac{k}{Pr_t} \quad C_h = \frac{1}{k_h} \ln(E) + \mathbb{P} \left(\frac{Pr}{Pr_t} \right)$$

Où Pr_t est le nombre de Prandtl turbulente ($Pr_t = 0.85$) à la paroi.

Nous retiendrons pour la fonction \mathbb{P} , la forme proposée par Jayatilleke (cf. Schiestel 1998 [48]) :

$$\mathbb{P} \left(\frac{Pr}{Pr_t} \right) = 9.24 \left[\left(\frac{Pr}{Pr_t} \right)^{3/4} - 1 \right] \left\{ 1 + 0.28 e^{-0.007 \left(\frac{Pr}{Pr_t} \right)} \right\} \quad (2.111)$$

Le flux de chaleur est donnée par :

$$q_w = \frac{\rho C_p C_\mu^{1/4} k^{1/2} (T_w - T)}{T^+} \quad (2.112)$$

$$T^+ = \begin{cases} Pr y^+ & \text{si } y^+ \leq 11.63 \\ Pr_t (U^+ + \mathbb{P}) & \text{si } y^+ > 11.63 \end{cases} \quad (2.113)$$

CHAPITRE 3

METHODE NUMERIQUE ET CODES DE CALCUL

3.1. Introduction

Les équations régissant le phénomène étudié sont des équations différentielles aux dérivées partielles non linéaires, elliptiques et couplées. En raison de leur complexité, ces équations sont résolues à l'aide d'une méthode numérique.

Dont notre étude nous choisit la méthode des volumes finis. Ce choix est justifié par plusieurs raisons :

- La méthode des volumes finis assure la conservation de la masse pour chaque volume de contrôle.
- Cette méthode est aussi largement utilisée dans des codes commercialisés tels que FLUENT, FLOW3D, ...etc.

Nous avons choisi comme base de travail le code de calcul «Code_Saturne» pour la modélisation numérique de l'ensemble des configurations étudiées. L'un des avantages de ce code est d'offrir la possibilité de modifier le noyau source du code et d'intégrer des nouveaux modules de calcul.

Pour une meilleure compréhension des sens physique des équations de la turbulence et de consolider les connaissances acquises dans le domaine de la programmation numérique nous avons modifié un code de calcul «TEAM» (*Turbulent Elliptic Algorithm Manchester*) pour tenir compte des effets de rotation sur le modèle algébrique «ASM» (*Algebraic Stress Model*), basé sur la méthode des volumes finis, exécuté sur le compilateur FORTRAN, et de comparé les résultats numériques avec les résultats du Code_Saturne.

3.2. Méthodes des volumes finis

La méthode des volumes finis, a été développée par Spalding et Patankar [49] sa grande simplicité de mise en œuvre a fait qu'elle a connu un essor fulgurant depuis les années 1970-1980.

Elle consiste à discrétiser le domaine de l'écoulement en une multitude de volumes de contrôles (i.e, cellules), elle a l'avantage de satisfaire la conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie sur chaque volume de contrôle.

3.2.1. Equation différentielle générale

L'équation générale de transport pour la variable ϕ peut être écrite en forme intégrale comme suit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho r^j U \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho r^j V \phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho r^j W \phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(r^j \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(r^j \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r^j} \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z}\right) + r^j S_\phi \quad (3.1)$$

ou

- ϕ est la variable dépendante ($\phi = U, V, W, k, \varepsilon$).
- $\frac{\partial \phi}{\partial t}$: Représente le terme transitoire.
- $\frac{\partial}{\partial x}(\rho r^j U \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho r^j V \phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho r^j W \phi)$: Représente le transport par convection de ϕ .
- $\frac{\partial}{\partial x}\left(r^j \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(r^j \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r^j} \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z}\right)$: Représente la diffusion de ϕ .
- S_ϕ : Représente les termes sources ou puits de la variable ϕ .
- Γ_ϕ : est le coefficient de diffusion ou coefficient d'échange de la variable ϕ .
- $y = \begin{cases} y & \text{cas plane} \\ r & \text{cas axisymétrique} \end{cases}$
- $z = \begin{cases} z & \text{cas plane} \\ \theta & \text{cas en coordonnées cylindrique} \end{cases}$
- $j = \begin{cases} 0 & \text{cas plane} \\ 1 & \text{cas axisymétrique} \end{cases}$

Dans le cas axisymétrique $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$.

Les expressions de Γ_ϕ et S_ϕ sont données dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1 : les coefficients d'échanges et les termes sources des différentes équations.

Equation	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité du mouvement suivant x	U	μ_{eff}	$-\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial y} \left(r^j \mu_{eff} \frac{\partial V}{\partial x} \right)$
Quantité du mouvement suivant y	V	μ_{eff}	$-\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial y} \left(r^j \mu_{eff} \frac{\partial V}{\partial y} \right) - \frac{2j\mu_{eff}V}{r^2}$
Quantité du mouvement suivant z	w	μ_{eff}	$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \frac{\partial W}{\partial y} \right) + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial y} \left(r^j \mu_{eff} \frac{\partial W}{\partial y} \right)$
Energie cinétique de la turbulent	k	μ_{eff} / σ_k	$G - P\varepsilon$
Taux de dissipation	ε	$\mu_{eff} / \sigma_\varepsilon$	$\frac{\varepsilon}{k} (C_1 G - C_2 P\varepsilon)$

ou : $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$

$$G = \mu_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + j \left(\frac{V}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (3.2)$$

3.2.2. Maillage

Le domaine physique est divisé en un nombre de volumes finis, et en chaque volume, on considère un nœud situé à l'intérieur de ce volume. Les faces d'un volume de contrôle typique sont localisées aux points e, w, n, s, figure 3.1. Notons P le nœud du volume de contrôle considéré, E, W, N, S sont les nœuds des volumes de contrôles adjacents respectivement à l'est, ouest, nord et sud de celui contenant P. Les quantités scalaires : pression, température sont stockées aux centres des volumes de contrôle. Par contre, les composantes ; radiale V et axiale U de la vitesse sont localisées respectivement aux faces e et n du volume de contrôle.

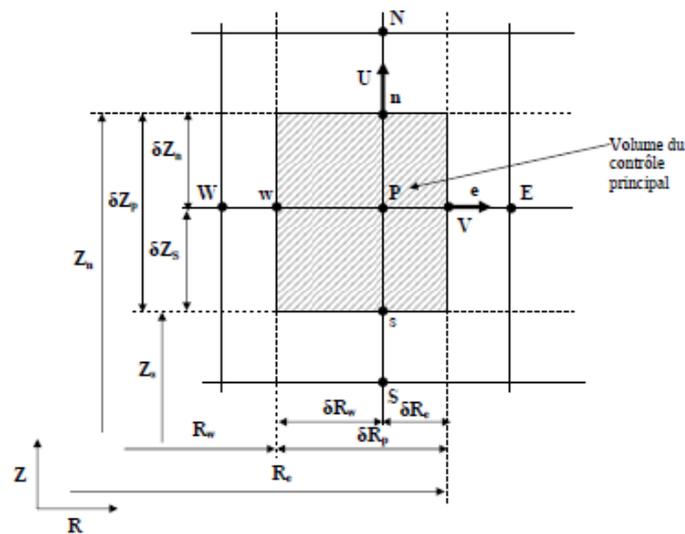


Figure 3.1 : Volume de contrôle principal.

La discrétisation d'une équation de transport de diffusion sur un volume de contrôle par la méthode des volumes finis fait intervenir les valeurs des vitesses aux interfaces des volumes (U_s, U_n, V_e, V_w). Il est donc intéressant de les calculer directement sur les interfaces sans avoir à effectuer d'interpolation. D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité et du gradient de pression avec l'utilisation d'une interpolation linéaire peut induire des erreurs importantes du fait qu'une répartition de pression ou de vitesse en « damier » est vue comme un champ uniforme. Pour contourner ces difficultés on préfère utiliser des grilles décalées « staggered grid », une grille principale est construite sur laquelle on calcule la pression et la température. Deux grilles décalées vers la droite et vers le haut respectivement sont utilisées pour le calcul des vitesses horizontales et verticales figure 3.2.

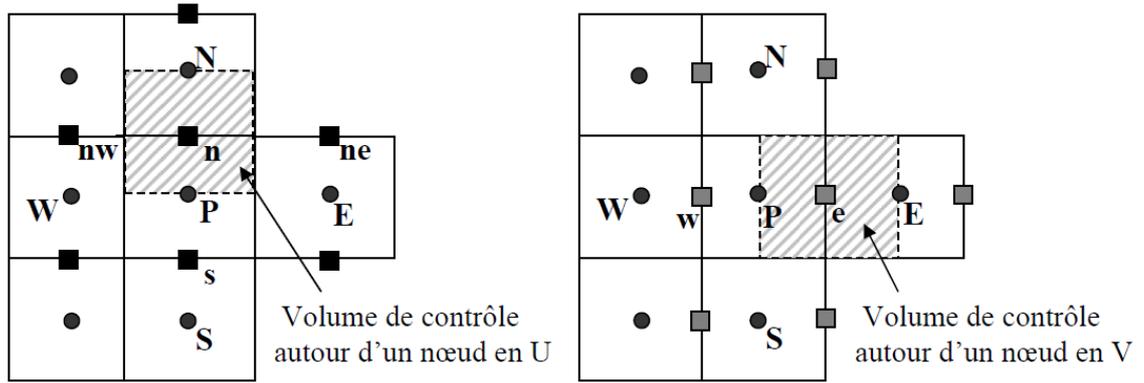


Figure 3.2 : Maillage décalé.

3.2.3. Discrétisation des équations de transport

L'équation générale de transport pour la variable ϕ peut être écrite en forme intégrale comme suit :

$$\iint_v \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho r^j U \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho r^j V \phi) - \frac{\partial}{\partial x} \left(r^j \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(r^j \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] dv = \iint_v r^j S_\phi dv \tag{3.3}$$

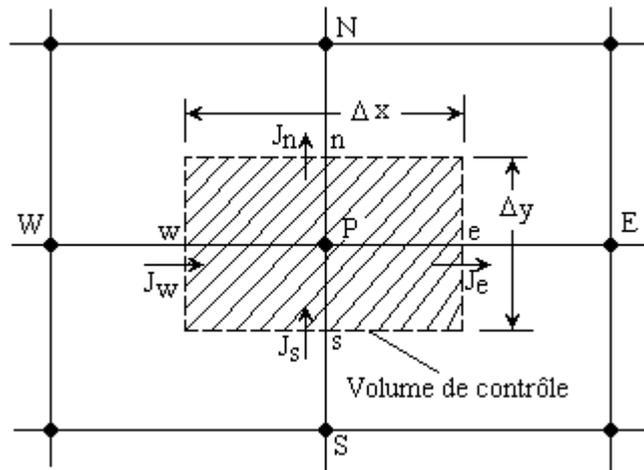


Figure 3.3 : Volume de contrôle dans le cas 2D.

En utilisant le théorème de Gauss la divergence des intégrales de volume de la figure (3.2) peut-être transformée en intégrales de surface, qui peuvent être écrites comme :

$$\iint_v \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right] dv + \int_A \left[(\rho r^j U \phi n_x) + (\rho r^j V \phi n_y) - \left(r^j \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} n_x \right) - \left(r^j \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y \right) \right] dA = \iint_v r^j S_\phi dv \tag{3.4}$$

avec :

$$J_e = \int_s^n \left[\rho r^j U \phi - r^j \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_e dy \simeq (\rho U)_e (r_e^j \Delta y_{ns}) \phi_e - \frac{\Gamma_{\phi,e}}{\Delta x_{EP}} (r_e^j \Delta y_{ns}) (\phi_E - \phi_P) \quad (3.5)$$

$$J_w = \int_s^n \left[\rho r^j U \phi - r^j \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_w dy \simeq (\rho U)_w (r_w^j \Delta y_{ns}) \phi_w - \frac{\Gamma_{\phi,w}}{\Delta x_{PW}} (r_w^j \Delta y_{ns}) (\phi_P - \phi_W) \quad (3.6)$$

$$J_n = \int_w^e \left[\rho r^j V \phi - r^j \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_n dx \simeq (\rho V)_n (r_n^j \Delta x_{ew}) \phi_n - \frac{\Gamma_{\phi,n}}{\Delta y_{NP}} (r_n^j \Delta x_{ew}) (\phi_N - \phi_P) \quad (3.7)$$

$$J_s = \int_w^e \left[\rho r^j V \phi - r^j \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_s dx \simeq (\rho V)_s (r_s^j \Delta x_{ew}) \phi_s - \frac{\Gamma_{\phi,s}}{\Delta y_{PS}} (r_s^j \Delta x_{ew}) (\phi_P - \phi_S) \quad (3.8)$$

Soit $J = \left(\rho r^j U_i \phi - r^j \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)_{n,s,e,w}$ les flux totaux intégrés sur les faces du volume de contrôle.

En général, les termes sources sont non linéaires et dépendent de la variable ϕ , cette dépendance peut être exprimée à travers la forme linéaire:

$$\iint_v r^j S_\phi dv = S_u + S_p \phi_p \quad (3.9)$$

S_u : partie constante de S_ϕ .

S_p : Coefficient de ϕ_p , qui doit être toujours négative pour des raisons de stabilité numérique.

ϕ_p : Valeur de la variable Φ au point P.

Les valeurs de S_u et S_p doivent être recalculées à chaque itération en utilisant les nouvelles valeurs de Φ , dans le but de traiter les non linéarités tableau 3.2.

Tableau 3.2 : Forme linéaire du terme source pour les différentes équations.

U	S_p	0
	S_u	$\left\{ -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial y} \left(r^j \mu_{eff} \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} \cdot VOL$
V	S_p	$\left\{ -j \frac{2\mu_{eff}}{r^2} \right\} \cdot VOL$
	S_u	$\left\{ -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial y} \left(r^j \mu_{eff} \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right\} \cdot VOL$
k	S_p	$\left\{ -C_\mu \rho^2 k / \mu_t \right\} \cdot VOL$
	S_u	$\{G\} \cdot VOL$
ϵ	S_p	$\left\{ -C_2 C_\mu \rho^2 k / \mu_t \right\} \cdot VOL$
	S_u	$\left\{ C_1 C_\mu \rho k G / \mu_t \right\} \cdot VOL$

Pour un écoulement stationnaire $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ L'équation de transport s'écrit :

$$J_e - J_w + J_n - J_s = (S_u + S_p \phi_p) \quad (3.10)$$

De la même façon, l'intégration de l'équation de continuité (ou de conservation de masse) sur le volume de contrôle figure 3.4 conduit à :

$$[(\rho U)_e - (\rho U)_w] \Delta y + [(\rho V)_n - (\rho V)_s] \Delta x = 0 \quad (3.11)$$

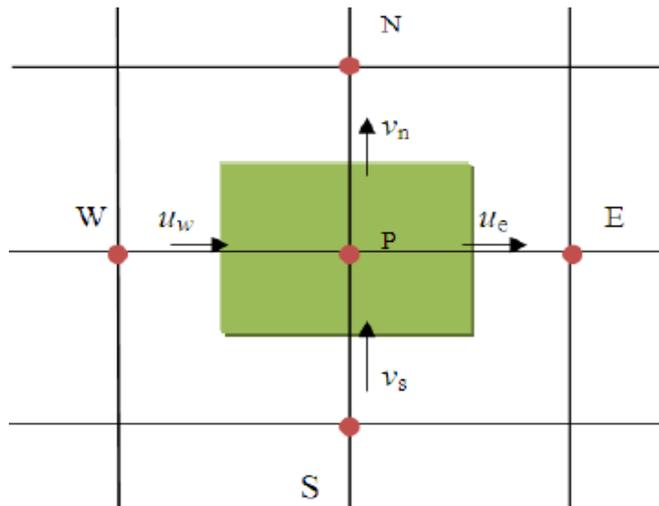


Figure 3.4 : Volume de contrôle de l'équation de continuité.

En désignant par F_e , F_w , F_n , F_s les taux de débit masse à travers les quatre faces est, ouest, nord, sud du volume de contrôle, définies par les relations suivantes :

$$F_e = (\rho U)_e \Delta y_{ns} \quad (3.11.1)$$

$$F_w = (\rho U)_w \Delta y_{ns} \quad (3.11.2)$$

$$F_n = (\rho V)_n \Delta x_{ew} \quad (3.11.3)$$

$$F_s = (\rho V)_s \Delta x_{ew} \quad (3.11.4)$$

L'équation de continuité s'écrit tout simplement :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (3.12)$$

En multipliant par ϕ_p on obtient :

$$F_e \phi_p - F_w \phi_p + F_n \phi_p - F_s \phi_p = 0 \quad (3.13)$$

Soustrayons terme à terme (3.10) de (3.13) :

$$(J_e - F_e \phi_p) - (J_w - F_w \phi_p) + (J_n - F_n \phi_p) - (J_s - F_s \phi_p) = (S_u + S_p \phi_p) \quad (3.14)$$

Les termes $(J - F\phi_p)$ sont exprimés sous la forme suivante :

$$(J_e - F_e \phi_p) = a_E(\phi_E - \phi_p) \quad (3.15.1)$$

$$(J_w - F_w \phi_p) = a_W(\phi_P - \phi_W) \quad (3.15.2)$$

$$(J_n - F_n \phi_p) = a_N(\phi_N - \phi_p) \quad (3.15.3)$$

$$(J_s - F_s \phi_p) = a_S(\phi_P - \phi_S) \quad (3.15.4)$$

L'équation de discrétisation de la variable dépendante ϕ :

$$a_P \phi_P = \sum_{i=N,S,E,W} a_i \phi_i + S_u \quad (3.16)$$

avec

$$a_P = \sum_{i=N,S,E,W} a_i - S_P \quad (3.17)$$

Les expressions de a_i dépend du schéma de discrétisation utilisé :

$$a_E = D_e A(|P_e|) + \llbracket -F_e, 0 \rrbracket \quad (3.17.1)$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + \llbracket F_w, 0 \rrbracket \quad (3.17.2)$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + \llbracket -F_n, 0 \rrbracket \quad (3.17.3)$$

$$a_S = D_s A(|P_s|) + \llbracket F_s, 0 \rrbracket \quad (3.17.4)$$

L'opérateur $\llbracket A, B \rrbracket$ donne la plus grande valeur des deux nombres A et B.

La fonction $A(|P|)$ est choisie en fonction du schéma d'interpolation désiré.

On utilise de nouvelles notations D_i (représente la diffusion) est toujours positif, et

P_i (le nombre de Peclet, désignent les rapports des flux convectifs aux flux

diffusifs aux différentes faces du volume de contrôle.) définies par :

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{\delta x_e} \Delta y_{ns} \quad P_e = \frac{F_e}{D_e}$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w}{\delta x_w} \Delta y_{ns} \quad P_w = \frac{F_w}{D_w}$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n}{\delta y_n} \Delta x_{ew} \quad P_n = \frac{F_n}{D_n}$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s}{\delta y_s} \Delta x_{ew} \quad P_s = \frac{F_s}{D_s}$$

3.2.4. Schémas d'interpolations

Il existe plusieurs schémas d'interpolation dans la littérature qui sont discutés en détail par Patankar (1980 [49]) et Versteeg et Malalalsekera (1995 [50]). Les différents schémas proposés par Patankar sont donnés dans le tableau 3.3. Il existe aussi d'autres schémas comme le schéma quadratique QUICK de Leonard (1979) [51] et Hayase (1992) [52] les schémas proposés par Raithby, SUDS (Skew-Upwind Difference Scheme) en 1976 et LOADS (LOcally Analytic Differencing Scheme) en 1979 (cf. Huang et al. (1985) [53]).

Tableau 3.3 : Expression de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas.

Schémas d'interpolation	Formule de $A(P)$
Centré	$1 - 0.5 P $
Décentré amont (Upwind)	1
Hybride	$[[0, 1 - 0.5 P]]$
Exponentiel	$ P /[exp(P - 1)]$
Loi de puissance	$[[0, (1 - 0.5 P)^5]]$

Les schémas les plus utilisés sont, loi de puissance PLDS et QUICK. Huang et al. (1985) [53] ont comparé ces deux schémas, faisant apparaitre que le QUICK semble plus précis que PLDS. Néanmoins, le schéma QUICK est plus couteux et moins stable que PLDS.

3.2.5. Traitement du couplage Vitesse-Pression

Les équations de quantité de mouvement sont couplées par l'intermédiaire du champ de pression. Cette difficulté de couplage vitesse-pression vient de l'absence d'équations explicites qui gouvernent le champ de pression et dans le calcul du champ de pression car le gradient de pression est un terme source dans les équations de mouvement.

Pour cette raison, on utilise des méthodes indirectes dont la plus répandue est l'algorithme SIMPLE (*Semi Implicit Methode for Pressure Linked Equation*).

On utilise un traitement particulier des termes de gradient de pression, la pression étant interprétée comme un élément à ajuster de manière à satisfaire la conservation de la masse.

3.2.5.1. Les étapes de l'algorithme de SIMPLE

Après intégration sur un volume de contrôle lié au point P, les équations de mouvement, on aboutit à la forme algébrique selon l'équation 3.16 :

$$a_e U_e = \sum_{i=E,W,N,S} a_i U_i + b_U + (P_P - P_E) \cdot A_e \quad (3.18)$$

$$a_n V_n = \sum_{i=E,W,N,S} a_i V_i + b_V + (P_P - P_N) \cdot A_n \quad (3.19)$$

$(P_P - P_E) \cdot A_e$ et $(P_P - P_N) \cdot A_n$ représentent les forces de pression.

Les équations ne peuvent être résolues que si le champ de pression est connu.

Sur la base d'un champ de pression estimé, P^* ces équations donnent un champ de vitesses U^* et V^* , qui ne satisfont pas l'équation de continuité, la pression P^* nécessite ainsi d'être corrigée et par conséquent (U^*, V^*) de manière à ce que l'équation de continuité soit vérifiée.

On a les relations :

$$a_e U_e^* = \sum_{i=E,W,N,S} a_i U_i^* + b_U + (P_P^* - P_E^*) \cdot A_e \quad (3.20)$$

$$a_n V_n^* = \sum_{i=E,W,N,S} a_i V_i^* + b_V + (P_P^* - P_N^*) \cdot A_n \quad (3.21)$$

3.2.5.2. Equation de correction de la vitesse

On suppose que la pression correcte P est obtenue en ajoutant à la pression initiale P^* , une pression correctrice P' :

$$P = P^* + P' \quad (3.22.1)$$

De même que pour les composantes de vitesses :

$$U = U^* + U' \quad (3.22.2)$$

$$V = V^* + V' \quad (3.22.3)$$

Nous pouvons alors déduire les équations pour U' et V' en faisant la différence entre l'équation 3.18 et l'équation 3.19 et entre l'équation 3.20 et l'équation 3.21 :

$$a_e U'_e = \sum_{i=E,W,N,S} a_i U'_i + (P'_P - P'_E) \cdot A_e \quad (3.23)$$

$$a_n V'_n = \sum_{i=E,W,N,S} a_i V'_i + (P'_P - P'_N) \cdot A_n \quad (3.24)$$

En négligeant, dans le second membre, les termes qui sont aux nœuds voisins, on obtient :

$$U'_e = (P'_P - P'_E) \cdot d_e \quad (3.25)$$

$$V'_n = (P'_P - P'_N) \cdot d_n \quad (3.26)$$

$$d_e = \frac{A_e}{a_e} \quad (3.27.1)$$

$$d_n = \frac{A_n}{a_n} \quad (3.27.2)$$

On remplace l'équation 3.25 et l'équation 3.26 dans l'équation 3.22.2 et l'équation 3.22.3, respectivement, les valeurs corrigées des composantes de vitesse sont :

$$U_e = U^*_e + (P'_P - P'_E) \cdot d_e \quad (3.28)$$

$$V_n = V^*_n + (P'_P - P'_N) \cdot d_n \quad (3.29)$$

3.2.5.3. Equation de correction de la pression

En remplaçant U_e , U_w , V_n , V_s par leur expressions correspondantes, équation 3.28 et équation 3.29, dans l'équation 3.11 on aboutit à l'équation de correction de la pression :

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (3.30)$$

avec :

$$a_E = \rho d_e \Delta y \quad (3.31.1)$$

$$a_W = \rho d_w \Delta y \quad (3.31.2)$$

$$a_N = \rho d_n \Delta x \quad (3.31.3)$$

$$a_S = \rho d_s \Delta x \quad (3.31.4)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (3.31.5)$$

$$b = [(\rho U^*)_w - (\rho U^*)_e] \Delta y + [(\rho V^*)_s - (\rho V^*)_n] \Delta x \quad (3.31.6)$$

On remarque que si b est nul, le champ (U^*, V^*) vérifie la conservation de la masse.

Résumons les différentes étapes de l'algorithme SIMPLE :

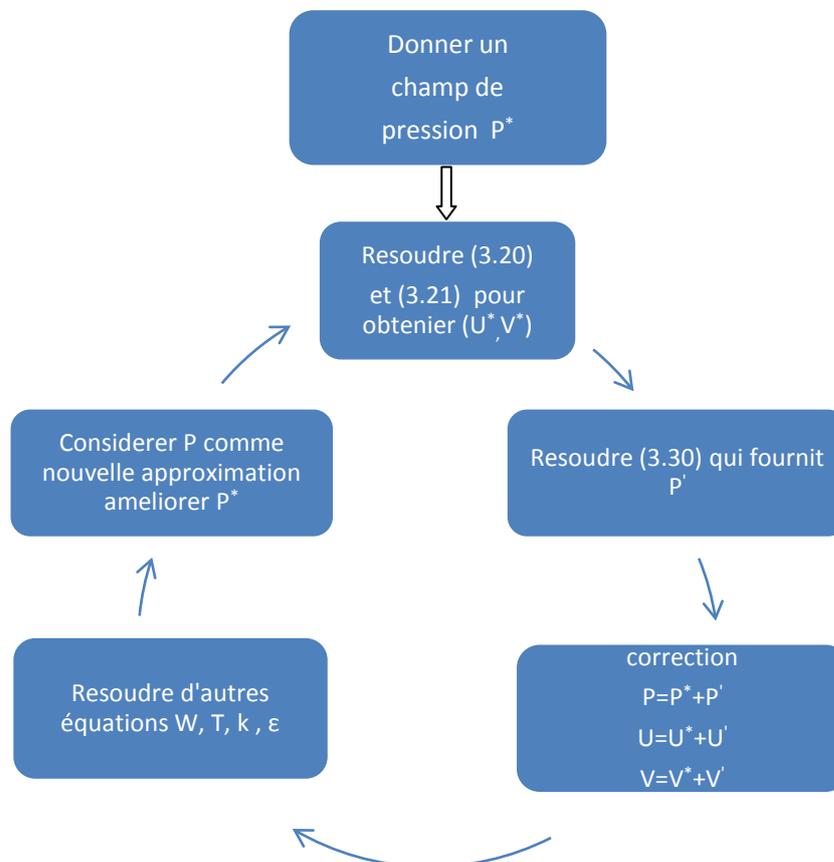


Figure 3.5 : Diagramme de l'algorithme de résolution SIMPLE.

3.2.5.4. Algorithme de Thomas ou TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm)

Cet algorithme permet de calculer la solution d'un système linéaire lorsque la matrice est tri-diagonale.

Pour le nœud (i, j) du maillage, les équations discrétisées dans le système linéaire peut être écrite sous la forme d'une équation unidimensionnelle.

$$a_i \phi_i = b_i \phi_{i+1} + c_i \phi_{i-1} + d_i \quad (3.32)$$

i varie de 1 à N.

Dans le système d'équations 3.32, ϕ_1 et ϕ_{n+1} sont des valeurs connues sur les frontières du domaine de calcul.

Le système d'équations 3.32 (sauf la première et la dernière équation) peut être réécrit ainsi :

$$\phi_i = G_i \phi_{i+1} + Q_i \quad (3.33)$$

ou :

$$G_i = \frac{b_i}{a_i - c_i G_{i-1}} \quad (3.33.1)$$

$$Q_i = \frac{d_i + c_i Q_{i-1}}{a_i - c_i G_{i-1}} \quad (3.33.2)$$

La formule 3.33 peut être utilisée également pour les points de frontières 1 et $n+1$ si on pose les suivantes valeurs pour G et Q :

$$G_1 = 0 \text{ et } Q_1 = \phi_1 \quad (3.33.3)$$

$$G_{n+1} = 0 \text{ et } Q_{n+1} = \phi_{n+1} \quad (3.33.4)$$

Pour résoudre un système d'équations, celui-ci doit être arrangé sous la forme générale équation 3.32 et alors les coefficients a_i , b_i , c_i et d_i sont identifiés. Les valeurs des G_i et Q_i sont successivement calculés de $i = 2$ à n en utilisant les formules équation 3.33.1 et équation 3.33.2. Une fois la valeur de ϕ connue dans le point de frontière ($n+1$) les valeurs de ϕ_i peuvent être calculées dans l'ordre inverse ($\phi_n, \phi_{n-1}, \phi_{n-2}, \dots, \phi_2$) à l'aide de la formule de récurrence équation 3.33.

3.3. CODE T.E.A.M (Turbulent Elliptic Algorithm Manchester)

Le code utilisé pour mettre en œuvre les méthodes de turbulence, est un code dérivé du code « TEAM » : (*Turbulent Elliptic Algorithm Manchester*), initialement conçue pour le calcul des écoulement laminaires, turbulents stationnaire et bidimensionnels (couche limite, jet, écoulement dans une cavité ...etc), par Huang, Leschziner (UMIST, Manshester), 1983 [54]. Il utilise la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations des dérivées partielles.

Les modèles inclus dans le code sont le modèle k- ϵ et le modèle algébrique du tenseur de Reynolds (ASM).

Les développements effectués dans le cadre de la présente étude sont :

- La formulation des modèles en présence d'effets thermiques et de rotation et leur implémentation numérique;
- L'introduction de procédure d'implication partielle des forces de Coriolis;
- Pour tenir compte de l'effet du cisaillement transversal, nous avons généralisé le code TEAM pour la prévision numérique en rajoutant un sous-programme (CALCW), qui permet de calculer la troisième composante du vecteur vitesse (W);
- Le code utilisant un modèle à faible nombres de Reynolds pour le raccordement à la paroi.

La structure générale du code utilisé est donnée par la figure 3.6.

Le code TEAM est divisé en deux grands blocs : un bloc plus général et un autre appelé USER.

Le programme général est constitué des sous-programmes : (CALC's) qui traite les équations, (LISOLV) qui donne la solution des récurrences, (PRINT) qui imprime les résultats, et (INIT) qui produit les quantités géométriques et les valeurs initiales.

La communication et le contrôle général entre les sous-programmes sont décrits sur la structure générale du code TEAM, le programme principal est le cœur de communication du programme. Il contrôle le lien entre les sous-programmes et les séquences des opérations.

La séquence commence par l'appel (SET) du sous-programme (USER) pour définir les variables dépendant du problème et s'ensuive par deux appels de (GRID) et (INLET) du sous-programme (USER) préparant respectivement les faces des volumes de contrôle et les conditions d'entrée, une séquence de CALLS de (CALC'S) du bloc général est exécuté.

Une boucle pour l'exécution de la procédure itérative est nécessaire. Quand le critère de convergence est satisfait, un appel de (OUTP) est exécuté pour la sortie finale des résultats.

3.3.1. Validation du code TEAM modifiée

Pour valider notre code de calcul et lui donner plus de crédibilité, on a choisi de comparer les résultats obtenus par nos simulations numériques avec ceux trouvés par le professeur Tahar REZOUG [40], qui traite le cas de la convection thermique turbulente dans les cavités en rotation.

3.3.1.1 Cas test 1: Écoulement à l'intérieur d'une cavité tournante ouverte

Il s'agit de la cavité ouverte avec flux axial figure 3.7.

3.3.1.1.1. Géométrie

b [m]	S [m]	a [m]	Sc [m]	Ri [m]	DENSITE	v [m2/s]	U _{int} [m/s]	Re _s	Ω (rad/s)
0,04	0,021	0,004	0,004	0,22	1,29	1,70E-05	6,80E+01	8,40E+04	0,33

Le rapport de forme	b/s	1.95
La hauteur de passage du flux d'entrée	a/s	0.19
La largeur de passage du flux de sortie périphérique	Sc/s	0.19
L'écart de température total dans la cavité	Θ _{max}	1250 K

$V^* = \frac{V}{U_{int}}$	$U^* = \frac{U}{U_{int}}$	$W^* = \frac{W}{\Omega R_i}$	$T^* = \frac{T}{\Theta_{max}}$
---------------------------	---------------------------	------------------------------	--------------------------------

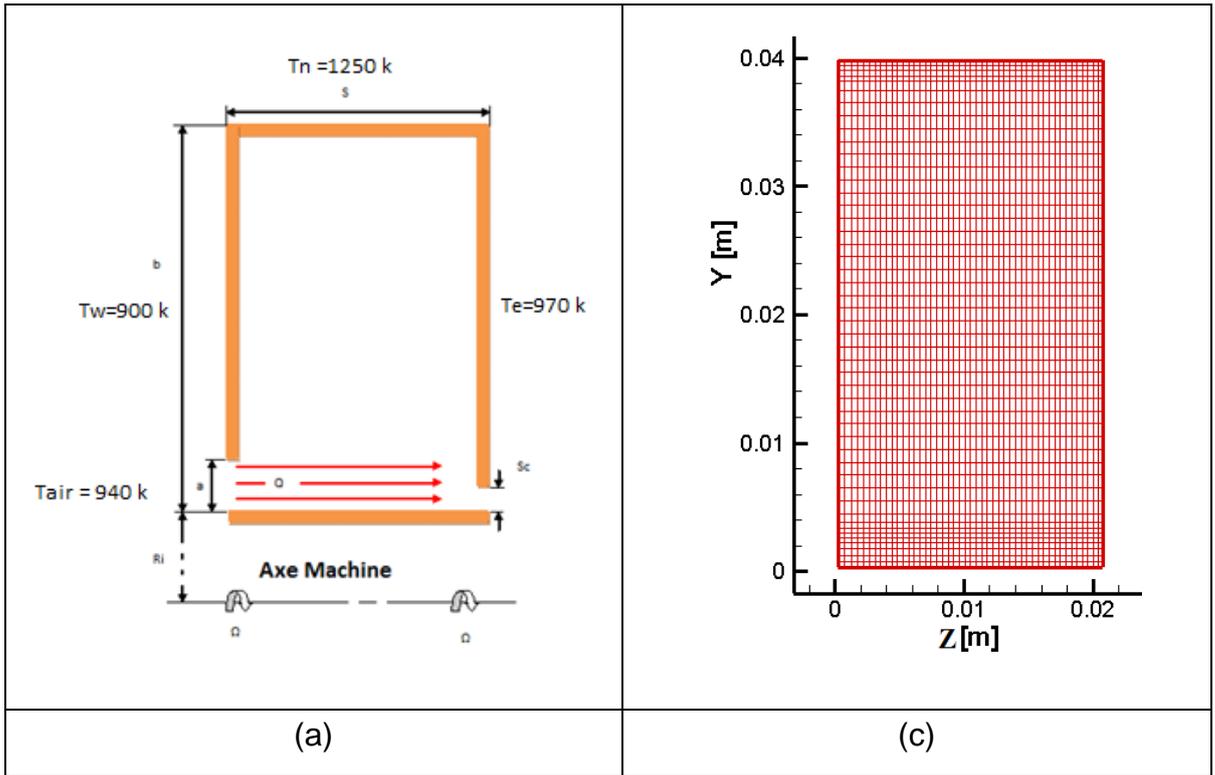
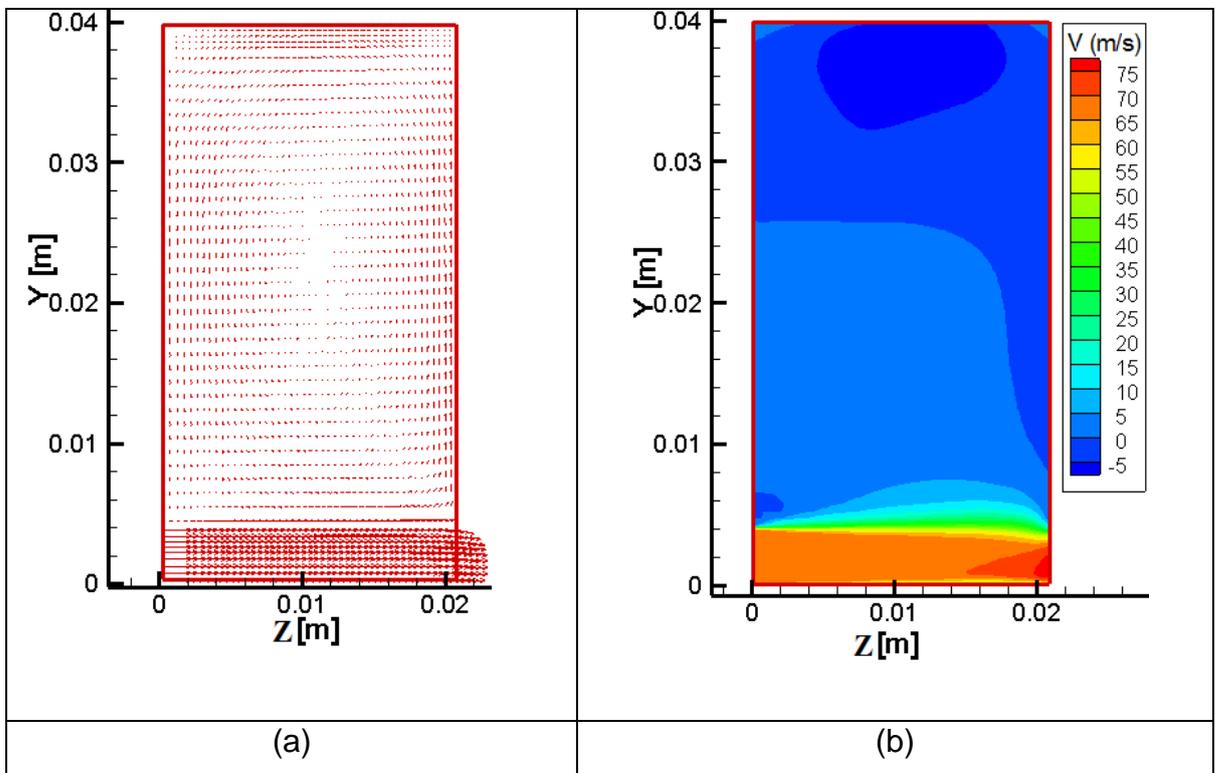


Figure 3.7 : cavité tournante ouverte.

3.3.1.1.2. Résultats



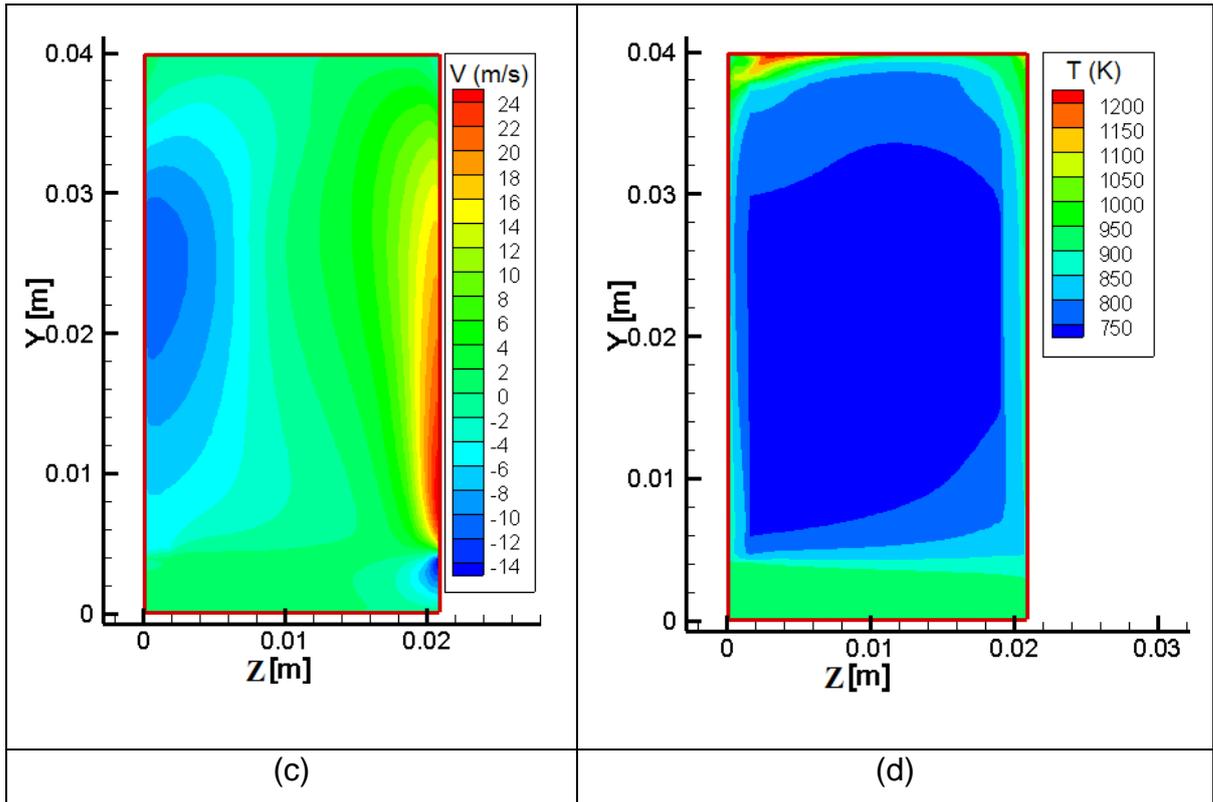
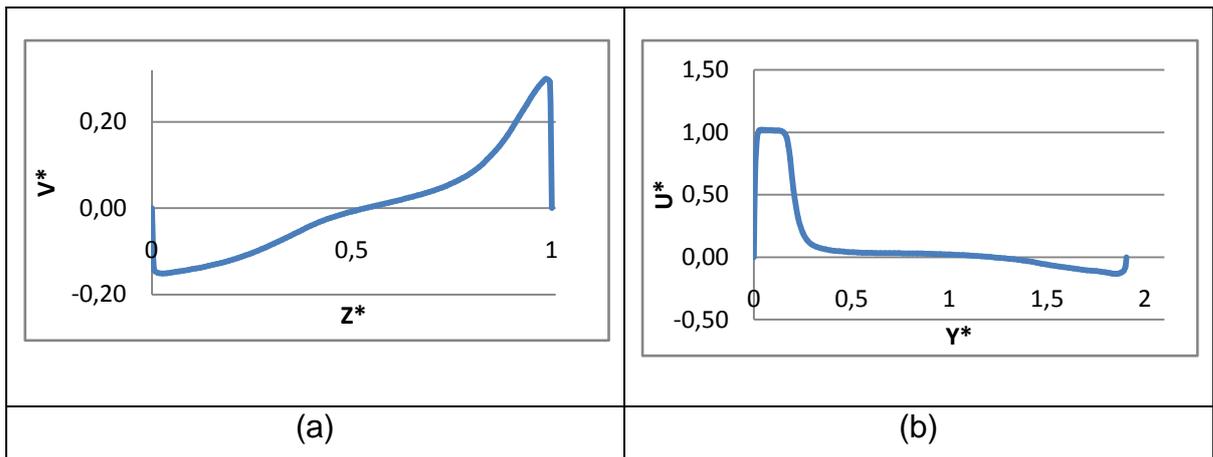


Figure 3.8 : les contours de (b) vitesse axiale, (c) vitesse radiale et (b) température.

La figure 3.9 présente les distributions (a, c) axiale de vitesse radiale V^* et de température adimensionnelles moyennes (b) radiale de la vitesse adimensionnelle axiale moyenne U^* .



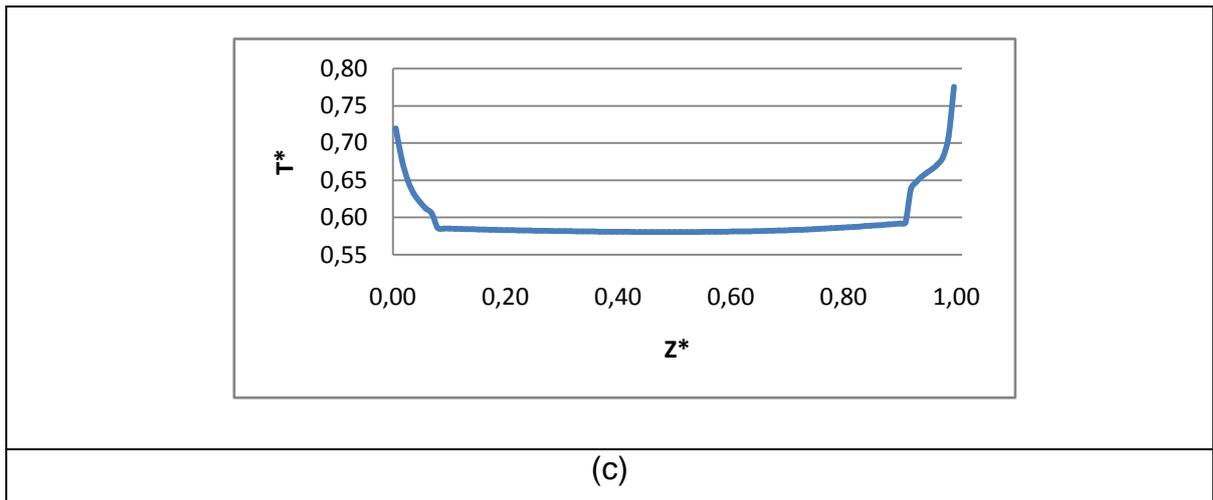


Figure 3.9: Profils des vitesses moyennes, (a) vitesse radiale suivant Z, (b) vitesse axiale suivant Y et (c) profil de la température moyenne suivant la direction axiale Z.

3.3.1.2. Cas test 2: Écoulement dans la cavité rotor-stator

On s'intéresse à un écoulement de type rotor-stator figure 3.10. Cette cavité est composée de deux disques lisses : l'un fixe (le stator) et l'autre tournant (le rotor), avec flux d'entrée axial et flux de sortie radial à la périphérie. Ces géométries permettent de schématiser le problème de l'écoulement dans les espaces inter-disques des turbomachines

3.3.1.2.1. Géométrie

b [m]	S [m]	a [m]	Sc [m]	Ri [m]	DENSITE	v [m2/s]	U _{int} [m/s]	Re _s	Ω (rad/s)
0,04	0,015	0,002	0,005	0,22	1,29	1,70E-05	125,8	1,11E+05	0,0246

Le rapport de forme	b/s	2.65
La hauteur de passage du flux d'entrée	a/s	0.133
La largeur de passage du flux de sortie périphérique	Sc/s	0.333
L'écart de température total dans la cavité	$\Delta\Theta_{\max}$	350 K

$V^* = \frac{V}{U_{int}}$	$U^* = \frac{U}{U_{int}}$	$W^* = \frac{W}{\Omega R_i}$	$T^* = \frac{T}{\Delta\Theta_{\max}}$
---------------------------	---------------------------	------------------------------	---------------------------------------

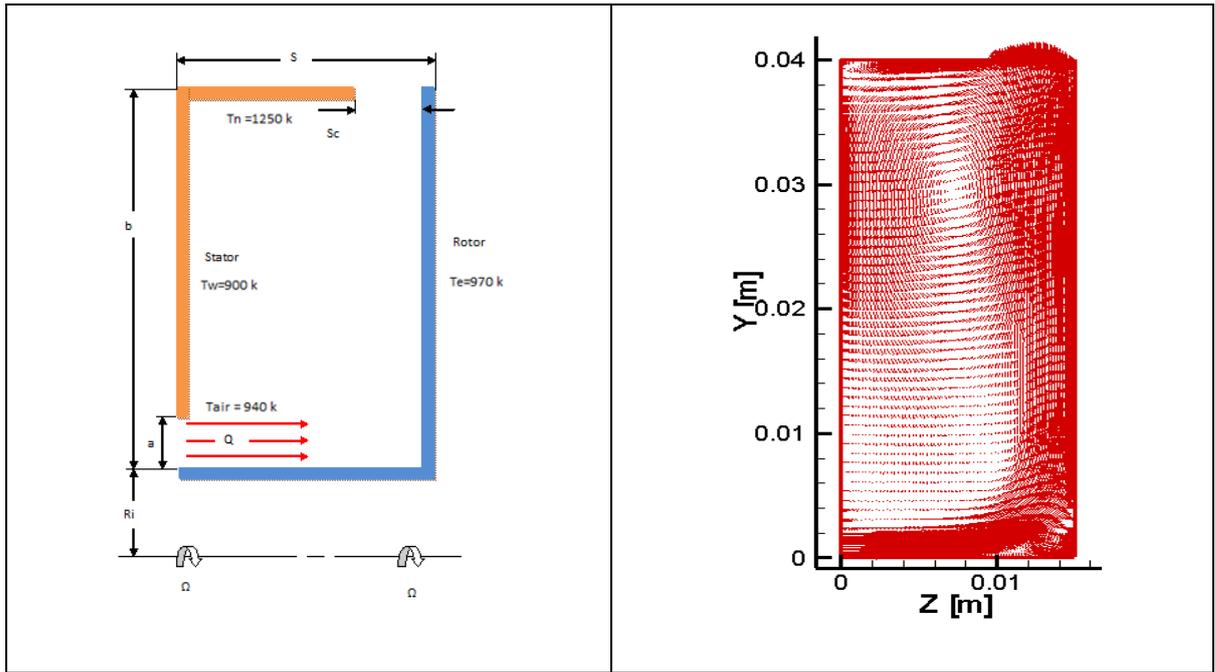
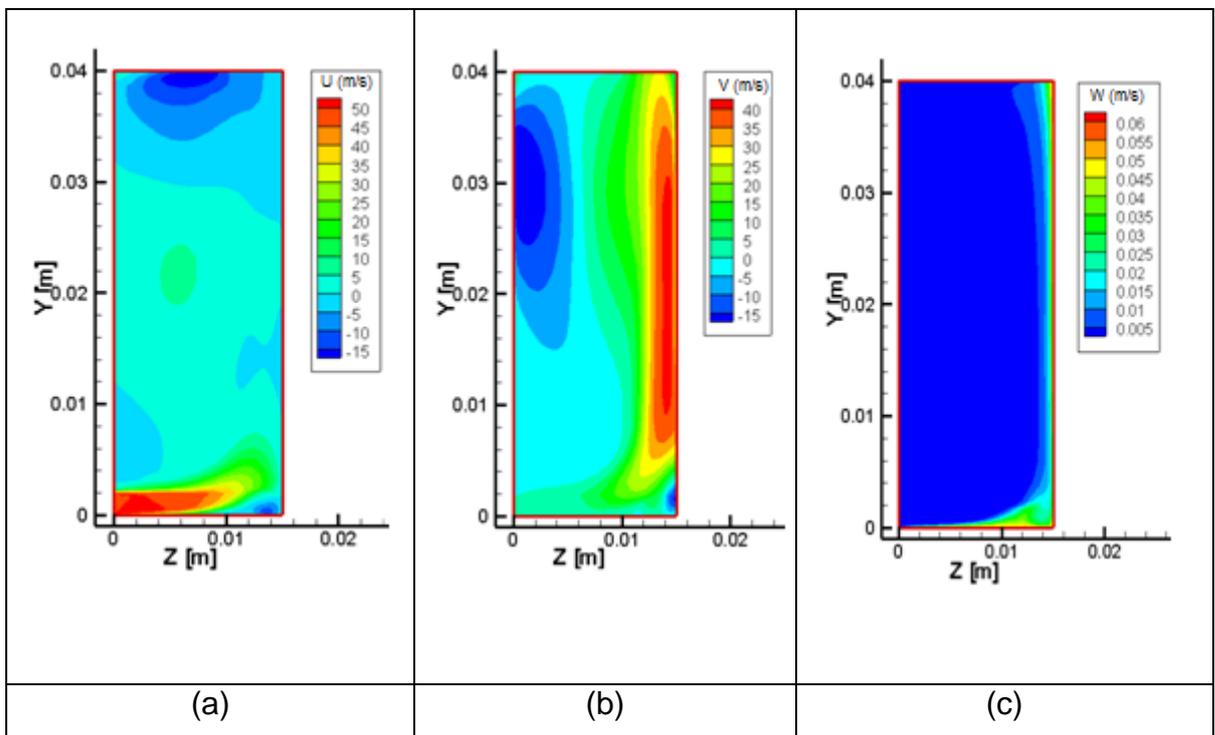


Figure 3.10 : Cavité rotor-stator

3.3.1.2.2. Résultats



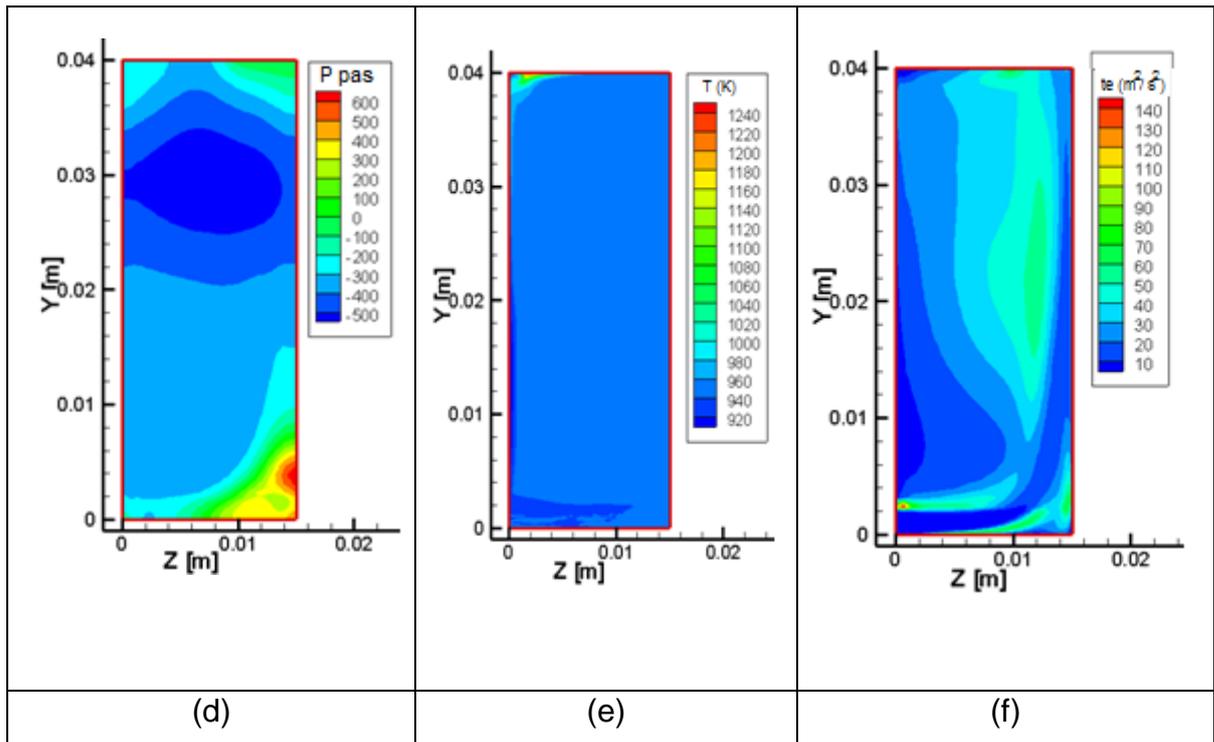
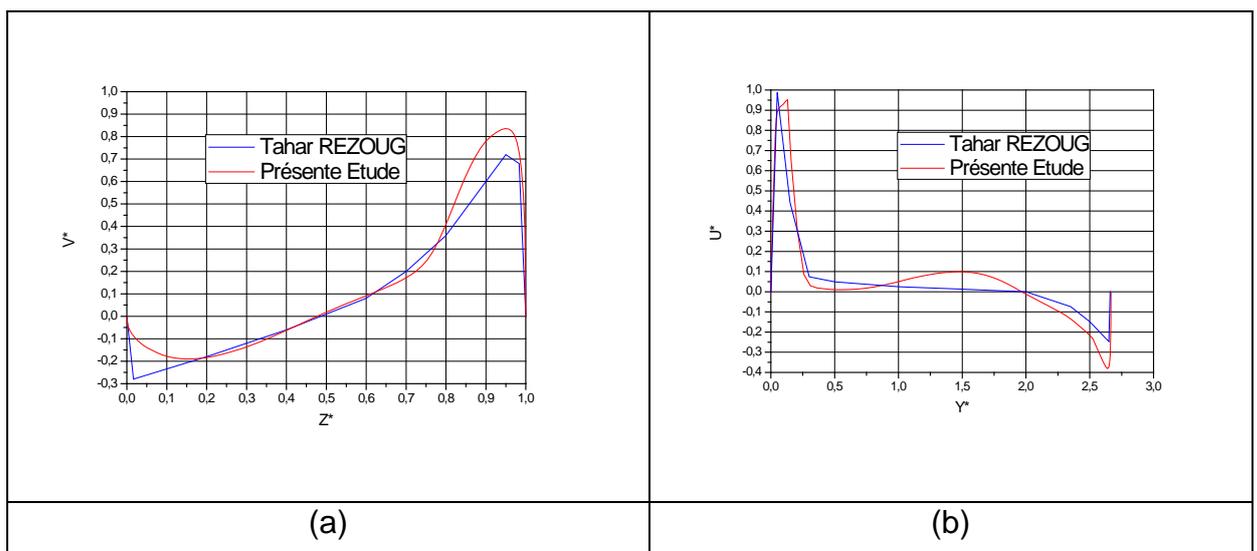


Figure 3.11 : contours de la vitesse axiale (a), radiale(b) et tangentielle (c), la pression totale (d), la température (e), l'énergie cinétique (f), dans le plan (z,y)

La figure 3.12 représente les profils des composantes de vitesse et de température moyennes adimensionnelles dans les plans médians (horizontal et vertical).



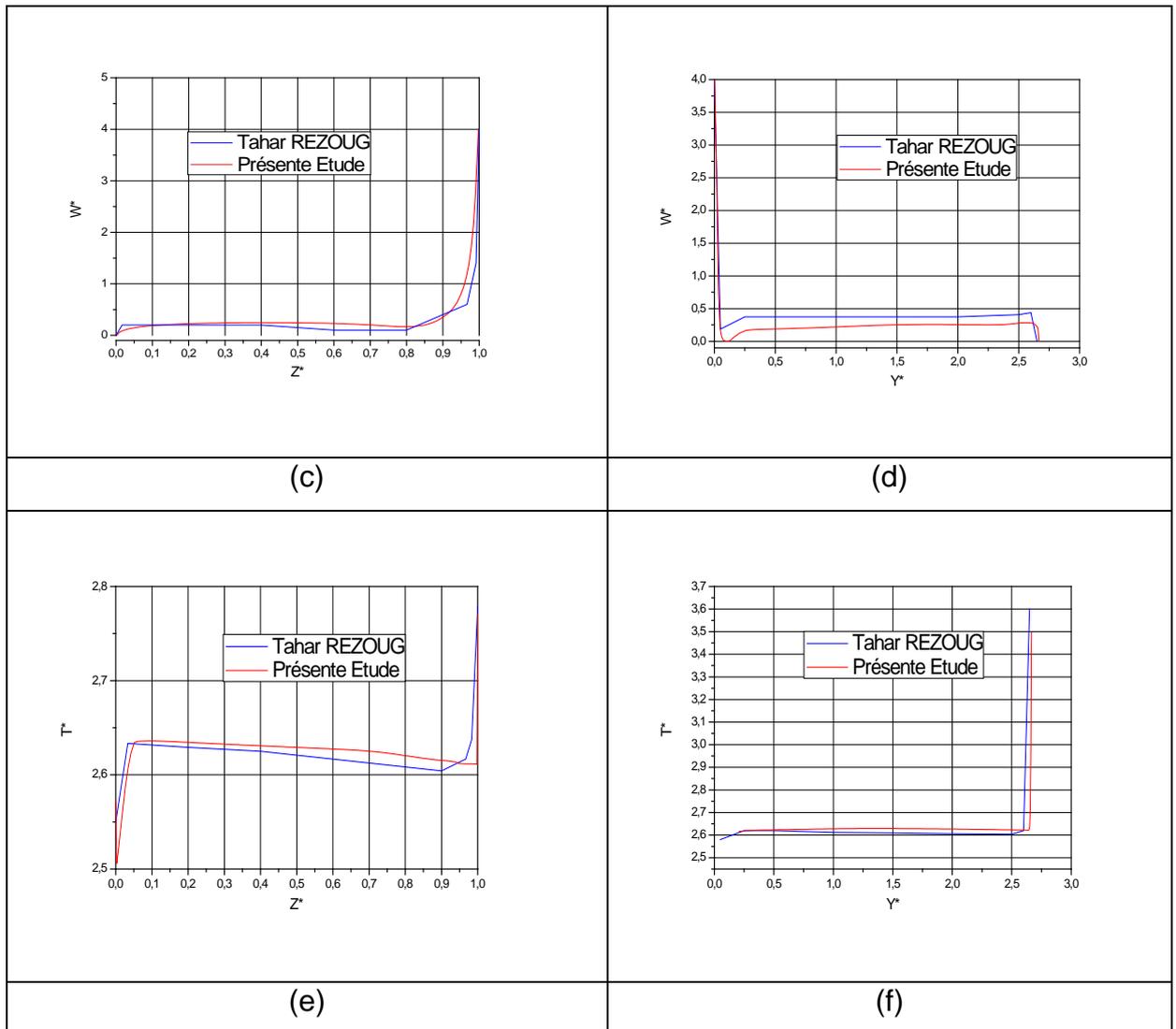


Figure 3.12 : profile de vitesse moyenne et de température moyenne pour

$$Re = 1.11 \times 10^5 \text{ et } \Omega = 0,246 \text{ rad/s}$$

La comparaison avec les résultats du professeur Tahar REZOUG (Planche 72) [40], montre qu'il y a une bonne cohérence.

3.4. Code SATURNE

Le Code_Saturne est le logiciel généraliste de mécanique des fluides développé par EDF (*Électricité de France*) depuis 1997, Archambeau, et al. [55]. Logiciel libre installable sur un système d'exploitation Unix ou Linux, validé en 2001 pour des problèmes exigeant des analyses 3D locales. Il est basé sur une approche en volumes finis, les équations, écrites en forme conservatrice, sont résolues sur des volumes de contrôles avec un arrangement Co-localisé pour toutes les variables, acceptant différents types de maillages (structuré ou non,

conforme ou non, etc.) composés de divers éléments (tétraèdre, hexaèdre, pyramide,...etc). L'accouplement vitesse-pression est obtenu par un schéma prédateur-correcteur.

Modélisant les écoulements incompressibles ou dilatables, avec ou sans turbulence ou transfert de chaleur, il dispose de nombreux modules spécifiques lui permettant d'être utilisé au sein d'EDF par différents cœurs de métiers, tels que les problèmes d'écoulement nucléaire, le chauffage et la ventilation, la dispersion des polluants et les écoulements polyphasiques.

Il permet ainsi l'accès aux caractéristiques de l'écoulement (vitesse et champs turbulents).

Le Code_Saturne met à disposition des schémas décentré amont d'ordre 1 (upwind en anglais), centré d'ordre 2 et décentré amont d'ordre 2 (Second Ordre Linear Upwind).

3.4.1. Structure du Code_Saturne

Le Code_Saturne est séparé en deux parties figure 3.13 : L'enveloppe, chargée du prétraitement (maillages, données géométriques, découpage pour le parallélisme) et du post-traitement (génération de fichiers lisibles par des logiciels de visualisation) et le Noyau, "partie physique" du code correspondant à la résolution des équations de Navier-Stokes.

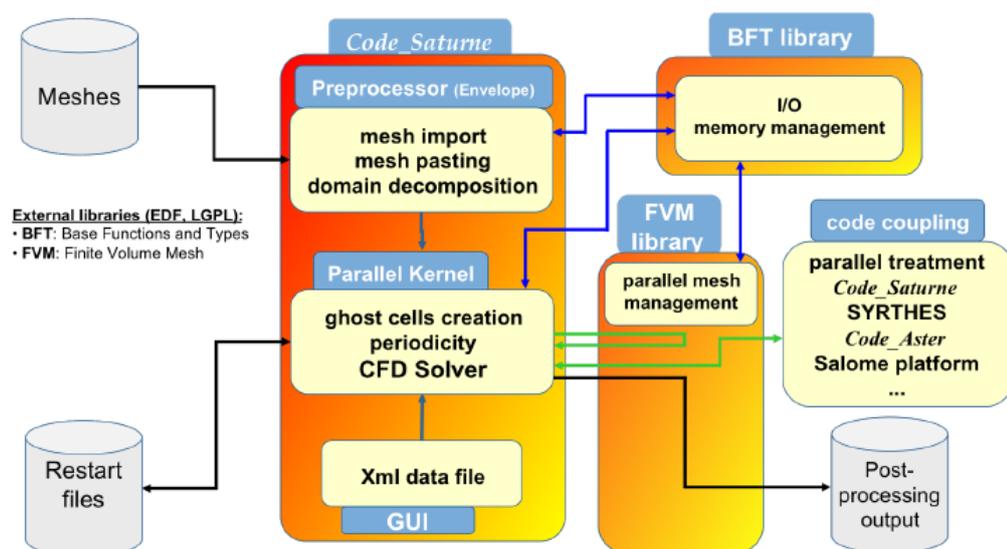


Figure 3.13 : Architecture du logiciel Code_Saturne.

Plusieurs modèles sont disponibles dans Code_Saturne, à savoir :

1. Laminaire;
2. Longueur de mélange;
3. k-epsilon;
4. k-epsilon à production linéaire;
5. k-omega SST;
6. Rij-epsilon standard (LRR);
7. Rij-epsilon (SSG);
8. v2f (phi-model);
9. LES (Smagorinsky);
10. LES (Dynamique).

3.4.2. Les différentes étapes à suivre pour la modélisation numérique

La résolution numérique par code_saturne d'une manière générale, suit les étapes suivantes :

- Création de la géométrie sous le logiciel GAMBIT (Il génère des fichiers avec une extension *.neu pour code_saturne) ou Salomé;
- Définition des conditions aux limites;
- Définition du problème sous le logiciel code_saturne;
- Calcul avec code_saturne pour les différents cas retenus;
- Analyse des résultats obtenus (avec le logiciel ParaView).

3.5. Conclusion

A travers ce chapitre, nous avons présenté, la méthode des volumes finis, les étapes de transformations et de résolution des équations algébriques issues de système physique, et finalement une brève présentation des codes de calcul Saturne est TEAM,

CHAPITRE 4

ETUDE NUMERIQUE ET COMPARAISON AUX RESULTATS EXPERIMENTAUX POUR UN MOTEUR ELECTRIQUE OUVERT

4.1. Introduction

L'objet de cette étude est de comparer les calculs de Code_Saturne et T.E.A.M avec des résultats expérimentaux réalisés sur des maquettes représentatives d'un moteur électrique Bouafia [14] et M.Kousa [15]. Ceci constitue donc une première confrontation du code de calcul avec des résultats expérimentaux dans une configuration de machine tournante.

4.2. Présentation de l'étude expérimentale de Bouafia

Deux types de stators ont été utilisés. Le premier est lisse et de 293 mm de diamètre intérieur, le second est pourvu de 48 rainures axiales de 15 mm de profondeur, et de 8,3 mm de largeur, son diamètre intérieur est de 290 mm. Les deux entrefers analysés présentent un diamètre hydraulique identique vis-à-vis de l'écoulement axial: $D_h = 13$ mm. La figure 4.1 schématise ces deux configurations d'entrefers.

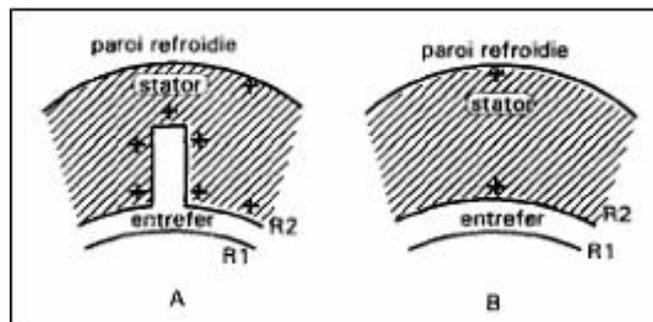


Figure 4.1 : A) Entrefers rainuré, et B) Entrefers lisse [14].

La maquette figure 4.2 schématise deux sous-ensembles actifs : un rotor et un stator.

Elle est constituée de deux cylindres coaxiaux en acier inoxydable, le cylindre extérieur étant fixe et le cylindre intérieur tournant.

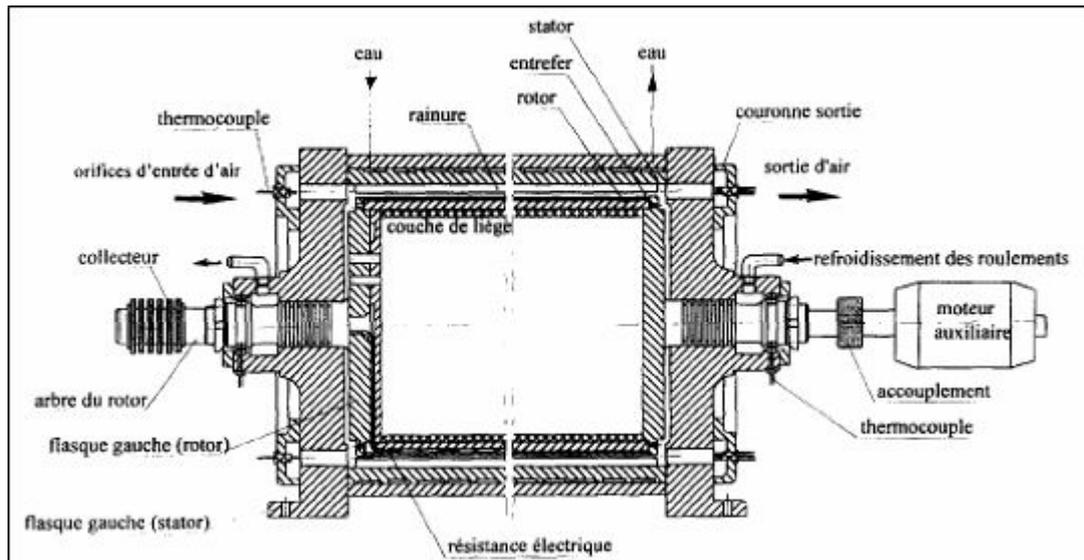


Figure 4.2 : Coupe axiale de la maquette EDF [14].

Cette maquette est destinée à mesurer les flux de chaleur convectés entre les parois bordant l'entrefer et l'air qui y circule. Le rotor est un tube de diamètre extérieur de 280 mm. Il est lui-même composé de deux cylindres concentriques entre lesquels sont disposées des résistances électriques assurant une densité de flux de chaleur.

Les principales caractéristiques des deux entrefers étudiés sont reprises dans le tableau 4.1.

Tableau 4.1 : Caractéristiques principales des entrefers [14].

	Cas lisse	Cas rainuré
Diamètre extérieur du rotor, D_1	280 mm	280 mm
Diamètre intérieur du stator, D_2	293 mm	290 mm
Largeur de l'entrefer, e	6.5 mm	5 mm
Longueur de l'entrefer, l	640 mm	640 mm
Longueur du rotor l_R	604 mm	604 mm
Rapport de forme l/D_h	49.2	49.2
Rapport des rayons R_1/R_2	0.956	0.965
Rapport e/R_m	0.045	0.035
Nombre de rainures, n	/	48
Profondeur d'une rainure, p	/	15 mm
Largeur d'une rainure	/	8.3 mm

Pour l'ensemble des essais avec débit axial, la température de l'air en entrée est sensiblement voisine de $40 \pm 2^\circ\text{C}$. Cette température est toujours supérieure à celle du stator. Ainsi, le flux de chaleur sera toujours cédé au stator sur toute la longueur de celui-ci.

Trois grandeurs peuvent varier indépendamment lors de leurs essais: la vitesse de rotation du cylindre intérieur, la puissance de chauffage électrique et éventuellement le débit d'air de refroidissement dont dépend la température du rotor. Pour tous les essais pratiqués, la température moyenne à la surface du rotor est maintenue à $137 \pm 4^\circ\text{C}$.

4.2.1. Représentation géométrique des modèles

La configuration d'entrefer rainuré présente 48 rainures réparties uniformément sur la circonférence du stator. Ceci nous permet de modéliser uniquement $1/48^e$ de l'entrefer, c'est-à-dire 7.5° d'angle sur les 360° , figure 4.3.

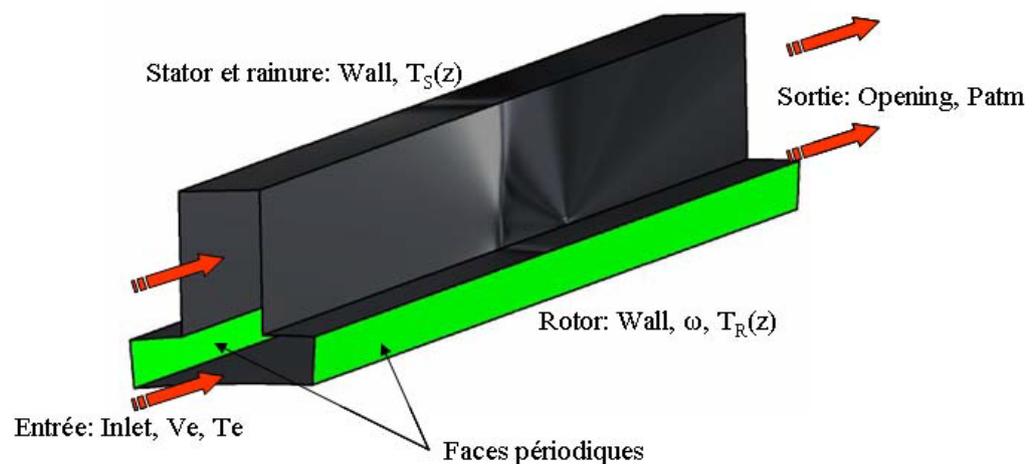


Figure 4.3 : Conditions aux limites sur le modèle d'entrefer rainuré.

Concernant l'entrefer lisse, nous avons également gardé une modélisation sur $1/48^e$, figure 4.4.

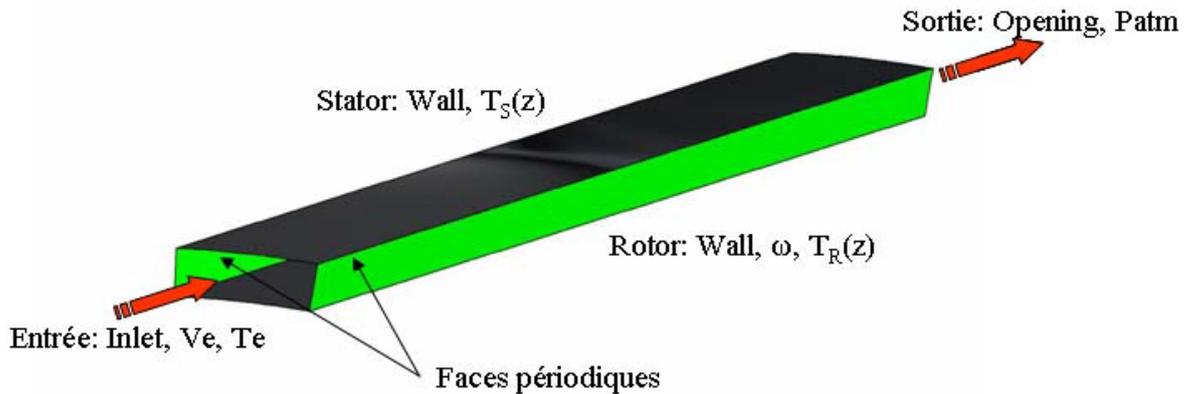


Figure 4.4 : Conditions aux limites sur le modèle d'entrefer lisse.

Le passage du modèle complet à celui-ci sur 1/48 nous permet d'employer un maillage plus dense.

4.2.3. Conditions aux limites

La portion d'entrefer retenue pour le calcul numérique (1/48^e) est modélisée en un seul domaine fluide, que ce soit pour l'entrefer lisse ou pour l'entrefer rainuré.

Le paramètre que nous faisons varier dans nos calculs est le nombre de Reynolds effectif Re_{eff} .

$$Re_{eff} = \frac{V_{eff} D_h}{\nu} = \sqrt{Re_a^2 + \alpha T a^2} \quad (4.1)$$

Tel que V_{eff} est la vitesse effectif qui tien compte de l'effet des deux cisaillements axial et tangentiel [14] :

$$V_{eff} = \sqrt{V_A^2 + \alpha(\Omega R_1)^2} \quad (4.2)$$

Ou α prend la valeur de 0.5 au niveau du rotor et de 0.25 pour le stator.

$$\text{Avec } D_h = \frac{2[\pi(R_0^2 - R_i^2) + np]}{\pi(R_0 + R_i) + np}$$

La condition limite imposée en entrée est une température d'entrée T_e d'air entre 40 °C, une température moyenne au stator T_r égal à 27 °C et une vitesse uniforme V_e . La pression atmosphérique est simplement imposée en sortie.

Les tableaux (4.2, 43) reprends la gamme des vitesses axiales et de rotation balayées.

Tableau 4.2 : Points de fonctionnement testés dans la configuration d'entrefer lisse.

Ri [m]	R0 [m]	d [m]	v [m2/s]	
0,14	0,1465	0,0065	1,70E-05	
Entrefer		Lisse		
Ve [m/s]	4,05E+01		1,44E+01	
Ω (rad/s)	2,62E+02	3,14E+02	2,62E+02	3,14E+02
Re_a	3,10E+04		1,10E+04	
Ta	2,80E+04	3,36E+04	2,80E+04	3,36E+04
Re_eff(rotor)	3,68E+04	3,90E+04	2,27E+04	2,62E+04
Re_eff(stator)	3,40E+04	3,52E+04	1,78E+04	2,01E+04

Tableau 4.3: Points de fonctionnement testés dans la configuration d'entrefer rainuré.

n	l [m]	p [m]					
48	0,0083	0,015					
Ri [m]	R0 [m]	Dh [m]	v [m2/s]				
0,14	0,145	0,013	1,70E-05				
Entrefer		rainuré					
Ve [m/s]	4,05E+01		1,44E+01		2,22E+01		
Ω (rad/s)	2,62E+02	3,14E+02	2,62E+02	3,14E+02	2,62E+02	3,14E+02	
Re_a	3,08E+04		1,1E+04		1,69E+04		
Ta	2,79E+04	3,35E+04	2,79E+04	3,35E+04	2,79E+04	3,35E+04	
Re_eff(rotor)	3,66E+04	3,89E+04	2,26E+04	2,61E+04	2,6007E+04	2,91E+04	
Re_eff(stator)	3,38E+04	3,51E+04	1,78E+04	2,00E+04	2,19E+04	2,38E+04	

avec : l: largeur des encoches et p: profondeur des encoches.

Les faces représentées en vert sur les figures (4.3, 4.4) sont modélisées par des interfaces périodiques pour rendre compte de la symétrie axiale du domaine fluide complet.

4.2.4 Construction du maillage:

4.2.4.1 Configuration d'entrefer lisse:

En utilisant le modèle de turbulence $k - \omega_{SST}$ implantés dans Code_Saturne, nous simulons les points de fonctionnement du tableau 4.2.

Les paramètres pris en compte sont le nombre de mailles dans la longueur du domaine, le nombre de mailles dans la largeur, et le facteur d'expansion (qui va déterminer le nombre de mailles dans la hauteur).

Tableau 4.4 : Détail des maillages étudiés pour la configuration d'entrefer lisse.

	L [nœuds]	H [nœuds]	J [nœuds]	Nombre de nœuds
Maillage	200	50	30	300 000

Avec L : le nombre de nœuds dans la longueur de l'entrefer, H : dans la hauteur, et J: dans la largeur (entre les deux interfaces périodiques).

La figure 4.5, montrent la coupe axiale de maillage tableau 4.4.

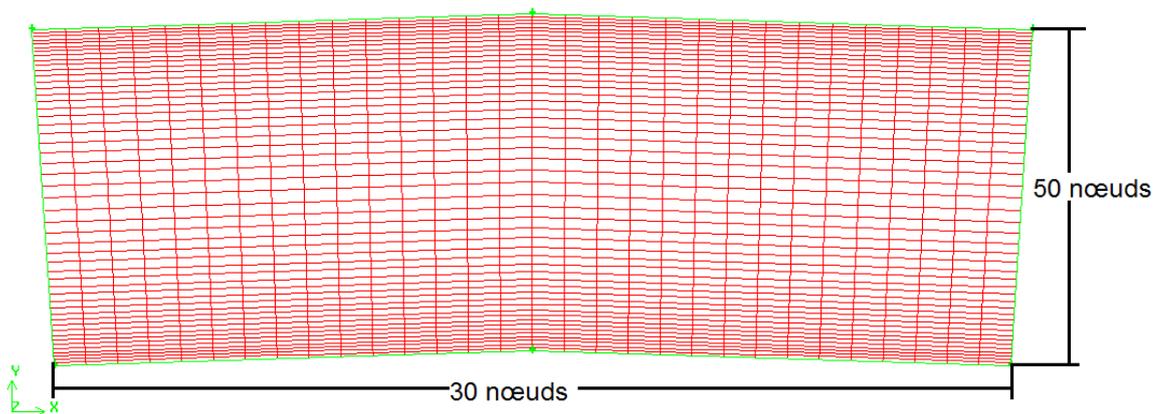


Figure 4.5 : Coupe axiale du maillage, configuration d'entrefer lisse.

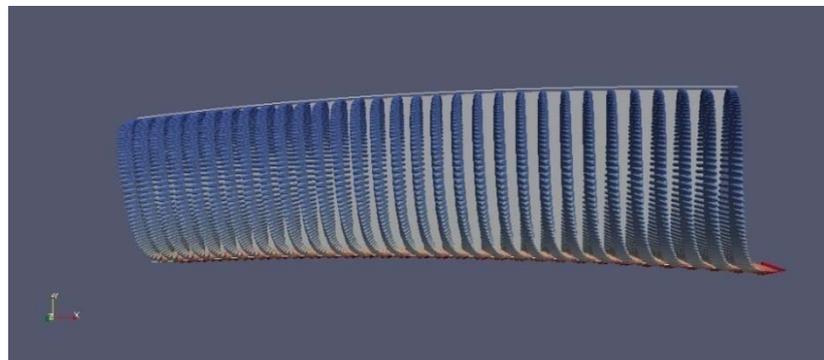


Figure 4.6 : Vecteurs vitesses et trajectoire des particules fluides sur le modèle d'entrefer lisse.

4.2.4.2. Configuration d'entrefer rainuré

Tableau 4.5 : Détail des maillages étudiés pour la configuration d'entrefer rainuré.

	L [nœuds]	H [nœuds]	J [nœuds]	P [nœuds]	l [nœuds]	Nombre de nœuds
Maillage	200	40	30	20	20	320.000

Avec: l: largeur des encoches et p: profondeur des encoches.

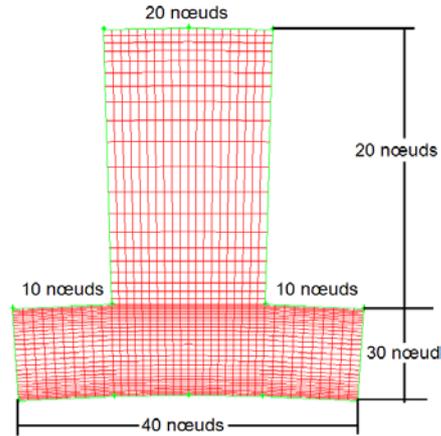


Figure 4.7 : Coupe axiale du maillage, Configuration d'entrefer rainuré.

4.2.5. Analyse des résultats numériques

4.2.5.1. Les transferts au rotor

4.2.5.1.1. Nombre de Nusselt local

La figure 4.8 rend compte de l'évolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes valeurs de la vitesse de rotation et de débit axial.

Nous remarquons tout de suite qu'il y a une forte décroissance du nombre de Nusselt dans la zone d'entrée de l'ordre de $10 \times D_h$, et nous permettent de constater qu'avec l'augmentation du nombre de Reynolds tangentiel Re_t , la valeur du nombre de Nusselt local augmente tableau 1.1.

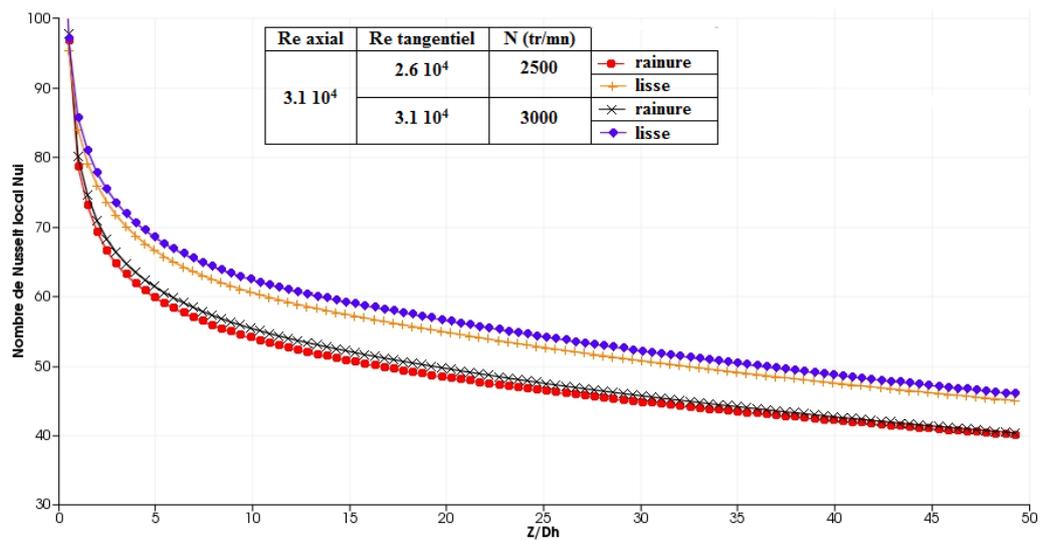


Figure 4.8 : Distributions axiales des nombres de Nusselt locaux sur le rotor (Nu_i).

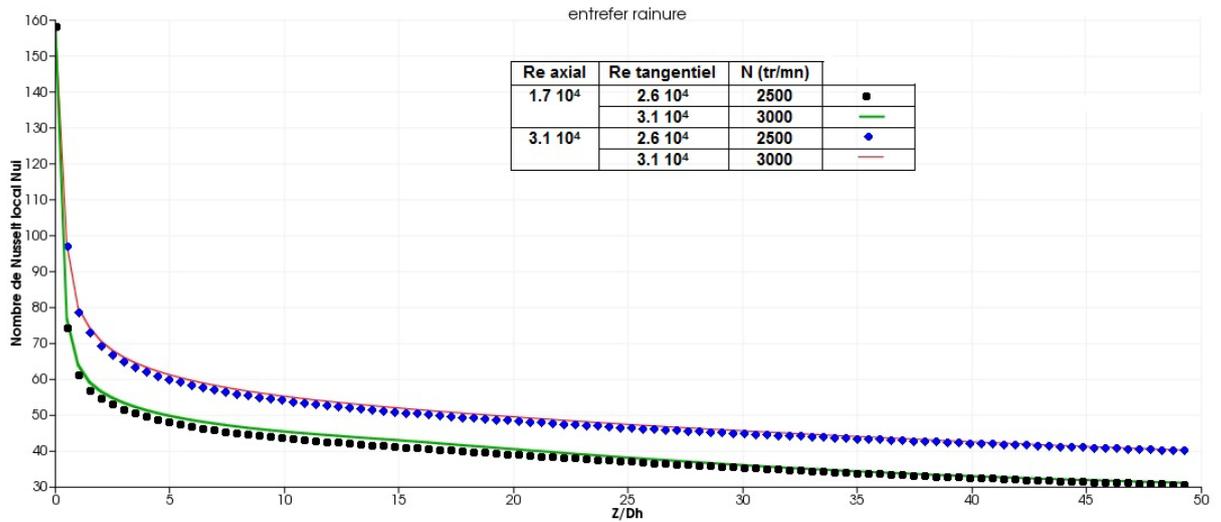


Figure 4.9 : Evolution axiales des nombres de Nusselt locaux sur le rotor (Nu_i).

La figure 4.9, montre l'effet du débit axial et tangentiel de l'écoulement sur la variation du nombre de Nusselt. Les nombres de Nusselt Nu_i prennent des valeurs maximales juste à l'entrée de l'espace annulaire, puis diminuent rapidement vers une valeur asymptotique. On constate également que ces valeurs asymptotiques augmentent quand le nombre de Re croit.

4.2.5.1.2. Nombre de Nusselt moyen

Nous avons tracé, en figure 4.10, la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds effectif. Il en ressort une similitude dans le comportement global pour les deux situations d'entrefer.

Le modèle A.S.M semblent le moins éloignés des résultats expérimentaux.

Le nombre de Nusselt moyen est calculé par la relation suivante:

$$\overline{Nu}_i = \frac{(\sum_{n=1}^{N_{max}} (Nu_i \Delta z)_n)}{h} \tag{4.3}$$

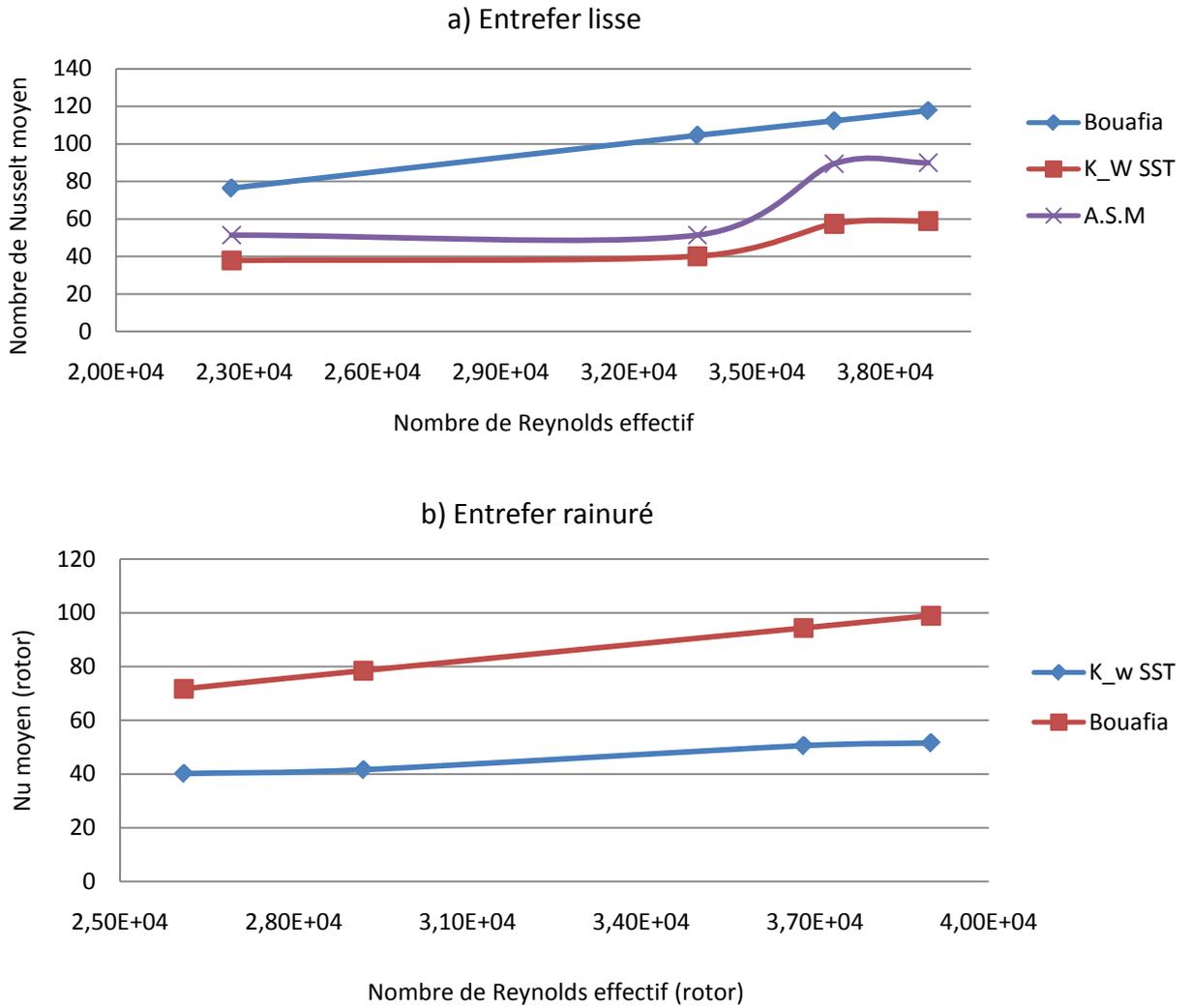


Figure 4.10 : Variation du nombre de Nusselt moyen au rotor en fonction du nombre de Taylor, a) entrefer lisse, b) entrefer rainuré.

Le tableau 4.6 reprend les écarts obtenus par rapport aux corrélations expérimentales de Bouafia [14] en termes d'échange convectif au niveau du rotor pour les différentes configurations d'entrefer utilisés. Celui-ci montre que les nombres de Nusselt sont sous-estimés par rapport à la corrélation expérimentale.

Tableau 4.6 : Comparaison des résultats numériques par rapport aux corrélations expérimentales.

Configuration d'entrefer	Ecart Nu Rotor
Lisse	-47 %
Rainuré	-53.7 %

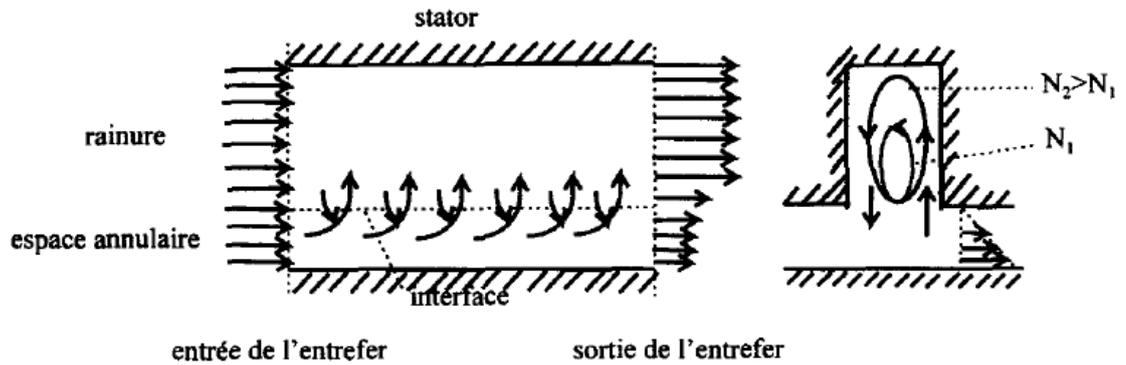


Figure 4.11 : Schématisation de l'interaction espace annulaire/rainure le long de l'entrefer [56].

En entrefer rainuré, un autre aspect lié au mécanisme de l'écoulement mérite d'être évoqué comme l'ont montré les travaux de visualisations effectués par Ould Hademine [56] et concernant une configuration géométrique identique. L'interaction entre l'écoulement d'air dans la rainure et celui dans l'espace annulaire progresse à mesure que la vitesse de rotation augmente. Si ces deux régions peuvent être jugées dynamiquement indépendantes à faible vitesse de rotation, on peut considérer alors leur interface étanche, une combinaison de deux écoulements apparaît et s'accroît à un débit axial donné, quand la vitesse de rotation augmente. Ceci se traduit par un détournement progressif vers la rainure du débit d'air entrant dans l'espace annulaire lors de son parcours dans l'entrefer figure 4.11. L'accroissement du nombre de Nusselt au rotor, au-delà d'une zone particulière de vitesse de rotation, met en évidence l'importance de cette interaction. La rotation accentue le mélangeage de l'air provoqué par le mouvement de recirculation dans la rainure conférant finalement aux transferts convectifs au rotor une quasi-indépendance vis-à-vis du niveau de débit d'air axial pratiqué pour les vitesses de rotation élevées.

Bouafia [14] montre que la présence des rainures au stator conduit à une diminution des coefficients de transfert entre le rotor et l'air de 19% par rapport à la situation d'entrefer lisse. Ils expliquent ceci par le fait qu'une part du débit d'air dans l'espace annulaire alimente progressivement les rainures sous l'effet des forces centrifuges et dégrade l'efficacité relative du refroidissement du rotor.

4.2.5.2. Les transferts au stator

4.2.5.2.1. Nombre de Nusselt local

En figure 4.12, nous présentons deux séries de courbes reproduisant chacune les profils axiaux du nombre de Nusselt pour différentes vitesses de rotation un débit axial donné. Il ressort principalement que pour le stator rainuré, l'allure globale des courbes est relativement semblable à celle obtenue pour la paroi mobile (rotor). Pour l'entrefer lisse, l'évolution axiale du nombre de Nusselt témoigne d'une légère croissance avec z après la zone d'entrée et de plus en plus marquée avec la rotation.

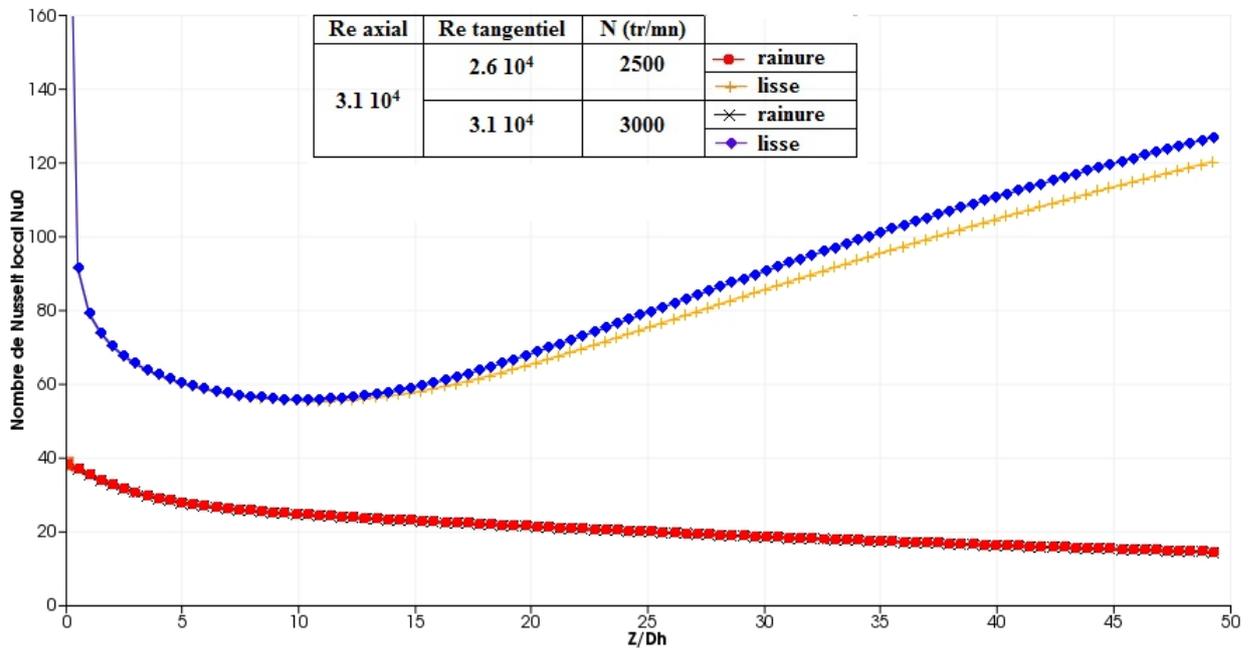


Figure 4.12 : Distributions axiales des nombres de Nusselt locaux sur le stator (Nu_0).

Le stator rainuré, figure 4.13 rend compte de l'évolution axiale du nombre de Nusselt pour les deux débits volume extrêmes pratiqués correspondants à $Re_a = 3.1 \times 10^4$ et 1.7×10^4 . La rotation gouverne de manière prédominante le niveau du transfert au stator.

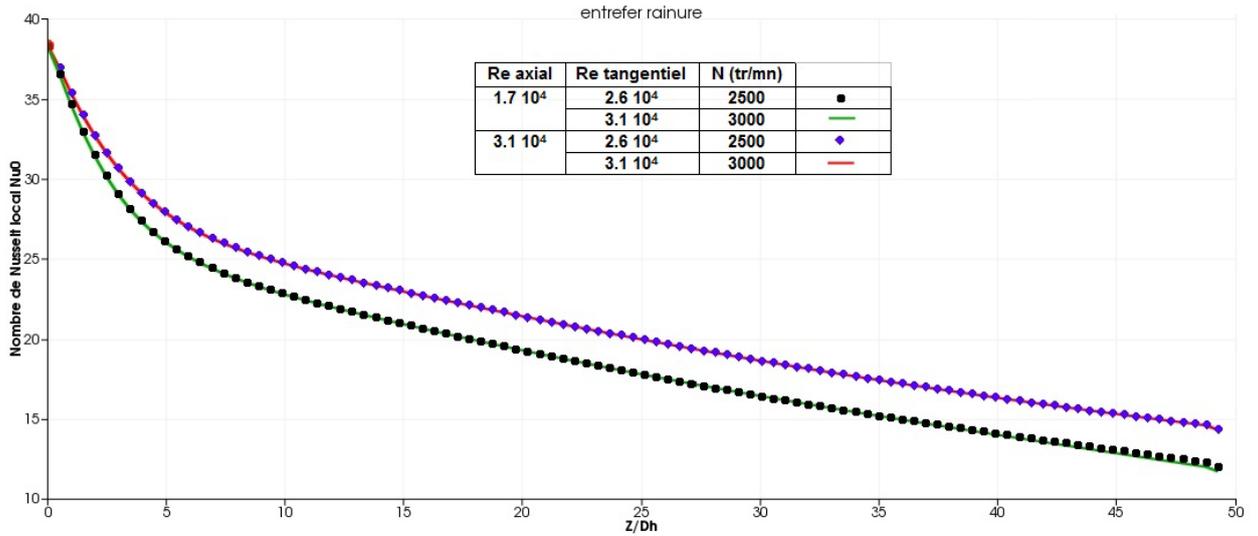


Figure 4.13 : Profils axiaux du nombre de Nusselt local au stator rainuré.

4.2.5.2.2. Nombre de Nusselt moyen

Les courbes relatives au stator présentent un comportement analogue à celui constaté pour la paroi mobile (rotor) mais avec un effet de la rotation moins marqué, figure 4.14.

Le nombre de Nusselt moyen est calculé par la relation suivante:

$$\overline{Nu}_0 = \frac{(\sum_{n=1}^{N_{max}} (Nu_0 \Delta z)_n)}{h} \tag{4.4}$$

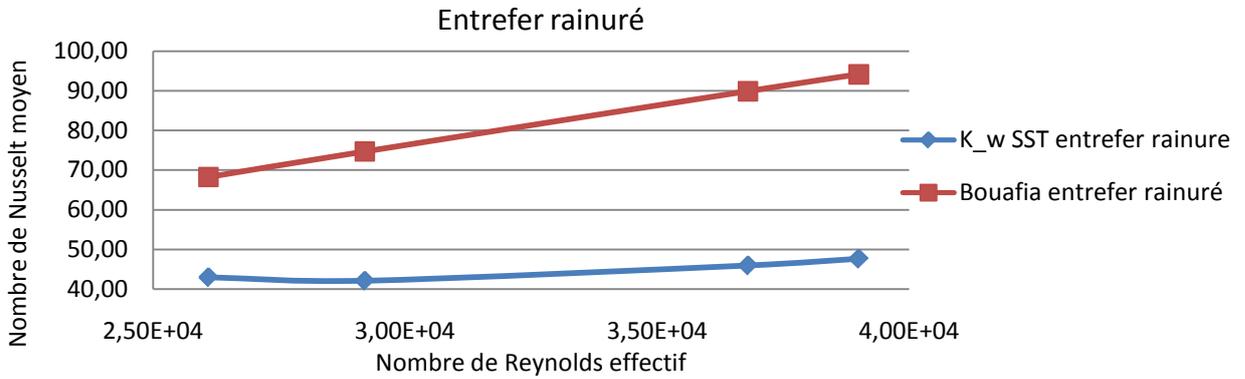


Figure 4.14 : Influence du nombre de Taylor et du nombre de Reynolds axial sur le nombre de Nusselt moyen au stator.

Remarques

Nous retrouvons le fait que les résultats dépendent assez peu du modèle de turbulence utilisé. L'écart est de l'ordre de 47% au rotor et de 45% au niveau du stator.

Malgré ce décalage des résultats numériques par rapport à l'expérience, l'allure des courbes reste tout à fait cohérente. Nous pouvons donc nous poser la question de savoir si un ou plusieurs paramètres d'influence n'ont pas été oubliés.

- L'état de surface des parois du rotor et du stator doit certainement jouer un rôle sur les échanges convectifs. Antoine GIRET [17] étudier l'effet de la rugosité des parois du rotor et du stator sur les résultats en terme de transferts thermiques par convection afin d'évaluer et de quantifier leur impact.

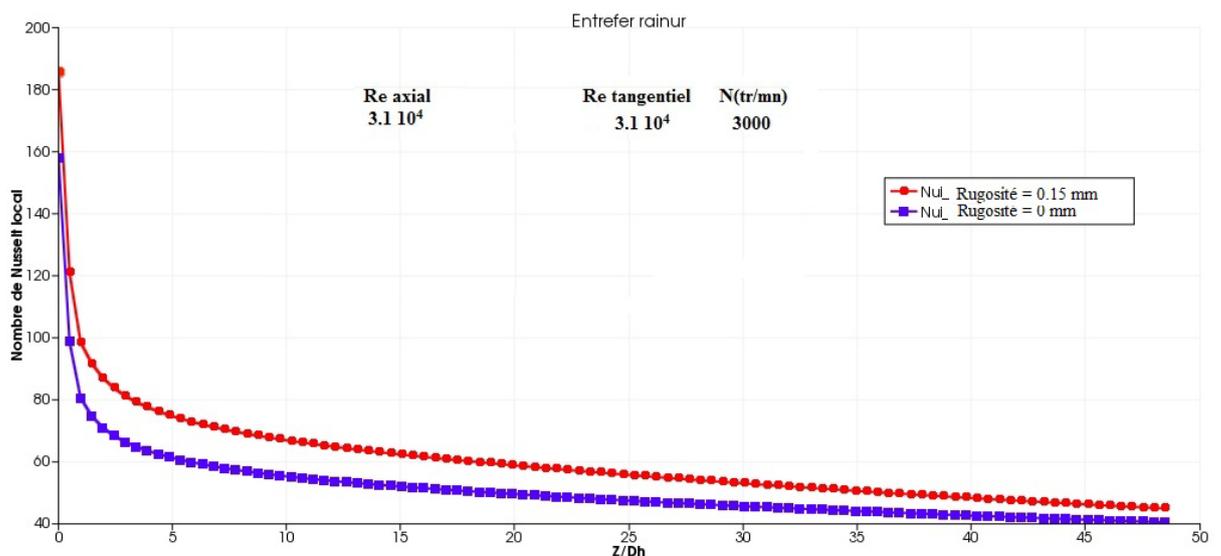


Figure 4.15 : Configuration d'entrefer rainuré -au stator – Influence de la rugosité.

Comme prévu, le nombre de Nusselt augmente avec la hauteur de rugosité des parois figure 4.15, par contre, pour atteindre le niveau des échanges convectifs donnés par les essais expérimentaux [14], il faudrait encore augmenter la rugosité des parois.

- Profils de température imposés au rotor et au stator: Les résultats expérimentaux [14] nous donnent les répartitions des températures à la surface du rotor et du stator dans l'entrefer figure 4.16

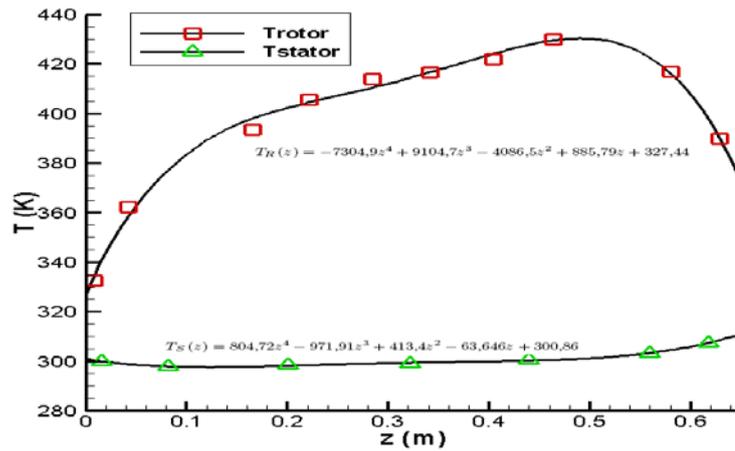


Figure 4.16 : Evolution des températures de surface du rotor et du stator dans l'entrefer [14].

Les températures imposées correspondent en fait aux moyennes de celles enregistrées au rotor et au stator dans la configuration de la maquette EDF:

$$\begin{cases} T_i = 137 \text{ }^\circ\text{C} \\ T_0 = 27 \text{ }^\circ\text{C} \end{cases}$$

4.3. Présentation de l'étude expérimentale de KUOSA

La machine électrique générique abordée est un moteur asynchrone, l'air qui est injecté radialement entre deux stators avant d'impacter le rotor pour se transformer en un écoulement axial figure 4.17. Un travail portant sur l'étude des échanges convectifs dans l'entrefer lisse et rainuré.

Les taux de rotation du cylindre intérieur considèrent dans cette étude sont compris entre 30000 et 80000 *tr/min*.

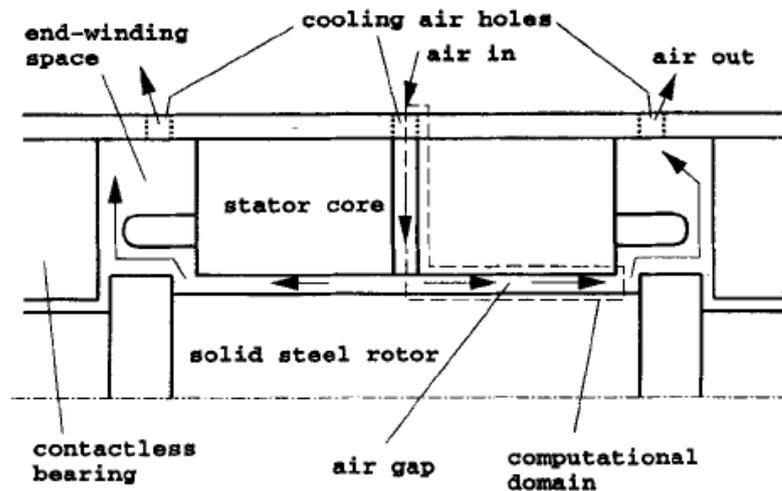


Figure 4.17 : Cavité étudiée par Kuosa et al. [15, 18].

Nous modélisons uniquement l'air dans l'entrefer, figure 4.18 :

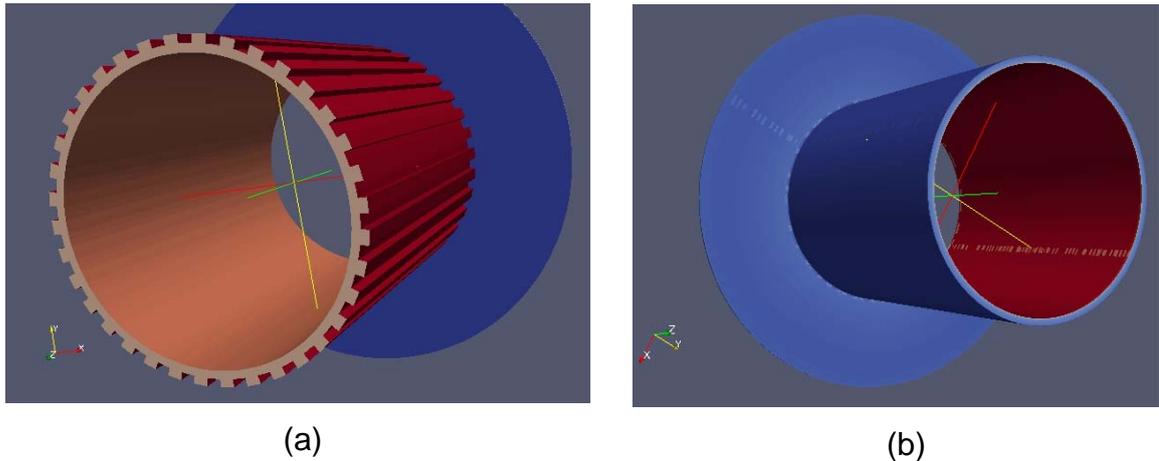


Figure 4.18 : Schématisation du modèle géométrique utilisé pour l'entrefer a) rainuré et b) lisse.

4.3.1. Représentation géométrique des modèles d'entrefers

La configuration d'entrefer rainuré présente 36 rainures réparties uniformément sur la circonférence du stator. Ceci nous permet de modéliser uniquement $1/36^e$ de l'entrefer, c'est-à-dire 10° d'angle sur les 360° , figure 4.19.

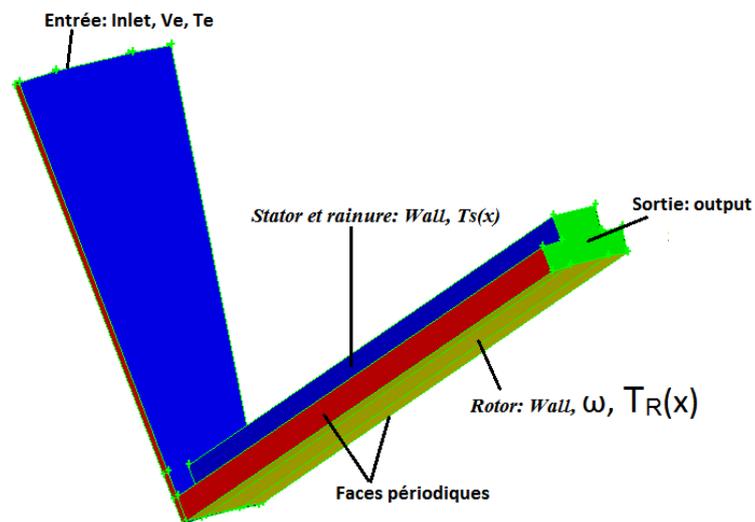


Figure 4.19: Conditions aux limites sur le modèle d'entrefer rainuré.

Concernant l'entrefer lisse, nous avons également gardé une modélisation sur $1/36^e$ figure 4.20.

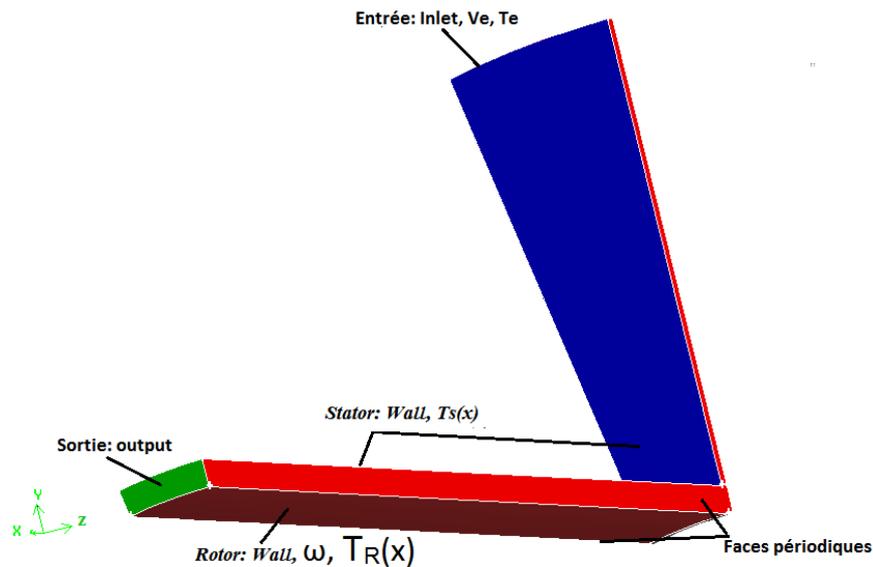


Figure 4.20 : Conditions aux limites sur le modèle d'entrefer lisse.

4.3.2. Conditions aux limites

La portion d'entrefer retenue pour le calcul numérique ($1/36^e$) est modélisée en un seul domaine fluide, que ce soit pour l'entrefer lisse ou pour l'entrefer rainuré.

Le paramètre que nous faisons varier dans nos calculs est le nombre de Reynolds effectif Re_{eff} par l'intermédiaire de la vitesse de rotation.

Pour nos calculs numériques sur la configuration d'entrefer lisse et avec rainure nous faisons le choix de fixer la vitesse d'entrée de l'air à $V_e = 40 \text{ m/s}$ (ce qui correspond à Re_a , voire tableau 4.7). Le nombre de Reynolds effectif évolue donc uniquement selon une variation du nombre de Taylor.

Les conditions aux limites imposées à l'entrée sont une vitesse V_e uniforme, une température T_e d'air compris entre 20 et 25 °C et une pression atmosphérique simplement imposée à la sortie. Le nombre de Prandtl utilisé est celui de l'air en condition ambiante, soit 0.71.

Une condition de « paroi lisse » est appliquée aux parois et une condition de périodicité est utilisée sur les côtés gauche et droit.

Le tableau 4.7 reprend la gamme des vitesses de rotation balayées.

Tableau 4.7 : Points de fonctionnement testés dans la configuration d'entrefer lisse et avec rainure.

n	l [m]	p [m]	R0 [m]	
36	0,00345	0,002	0,0375	
Ri [m]	Dh [m]	v [m2/s]	Ve [m/s]	
0,0355	0,004693181	1,70E-05	40	
Entrefer	Lisse		Rainuré	
Re_a	4,71E+03		1,10E+04	
Ta	3,50E+04	1,31E+04	8,21E+04	3,08E+04
Re_eff(rotor)	2,52E+04	1,04E+04	5,91E+04	2,44E+04
Re_eff(stator)	1,81E+04	8,07E+03	4,25E+04	1,89E+04
Ω (rad/s)	8373,000	3140,000	8373,000	3140,000

4.3.3. Etude de sensibilité au maillage

L'étude de sensibilité au maillage est réalisée essentiellement sur la configuration d'entrefer lisse. Le maillage du domaine représentatif de l'entrefer rainuré est ensuite construit en s'inspirant du maillage suffisant retenu lors de cette première étude de sensibilité sur le cas lisse.

Dans les deux types d'entrefers étudiés, des maillages structurés sont préférés à des maillages non structurés.

Partant de l'hypothèse que les résultats d'un calcul peuvent varier d'un modèle de turbulence à l'autre suivant le maillage utilisé, nous menons deux études de sensibilité différentes : une pour le modèle $k - \omega_{SST}$ et l'autre pour le modèle ASM, qui nécessitent un maillage raffiner proche de la paroi ($y^+ \leq 1$).

4.3.4. Procédure de construction d'un maillage

Pour un modèle de turbulence donné, à chaque point de fonctionnement tableau 4.7 est donc associé un maillage spécifique dont la hauteur de la première maille à la paroi varie en fonction du nombre de Reynolds effectif afin de toujours satisfaire à notre condition en y^+ au niveau des parois.

Pour résumer, les paramètres qui entrent en jeu dans la construction du maillage sont les suivants:

- Le nombre de Reynolds axial: selon le point de fonctionnement étudié, il détermine la vitesse axiale d'air imposée.
- Le y^+ : selon le modèle de turbulence utilisé, nous imposons sa valeur au niveau des parois du modèle.
- La hauteur de la première maille: celle-ci est fonction du y^+ désiré et du nombre de Reynolds effectif. Pour un point de fonctionnement donné, nous avons donc une hauteur de première maille différente au niveau du rotor et au niveau du stator.
- Le facteur d'expansion: il représente le rapport entre les tailles de deux mailles successives.
- Le nombre de mailles dans la largeur et dans la longueur: dans ces deux sens, il n'y a pas de condition en y^+ , donc la répartition des mailles est homogène.

4.3.5. Résultats numériques relatifs au transfert de chaleur

4.3.5.1. Configuration d'entrefer lisse

En utilisant le modèle de turbulence $k - \omega SST$, nous simulons les points de fonctionnement du tableau 4.7 pour les deux maillages différents décrits dans le tableau 4.8.

Les paramètres pris en compte sont le nombre de mailles dans la longueur du domaine, le nombre de mailles dans la largeur, et le facteur d'expansion (qui va déterminer le nombre de mailles dans la hauteur).

Tableau 4.8 : Détail des maillages étudiés pour la configuration d'entrefer lisse.

Maillage	L [nœuds]	H [nœuds]	J [nœuds]	Nombre de nœuds	Y^+
n^1	100	50	30	150 000	0.252
n^2	200	100	60	1 200 000	0.0357

avec L : le nombre de nœuds dans la longueur de l'entrefer, H : dans la hauteur, et J: dans la largeur (entre les deux interfaces périodiques).

Les figures (4.21 et 4.22) montrent respectivement les coupes axiales des maillages n°1 et n°2 tableau 4.8.

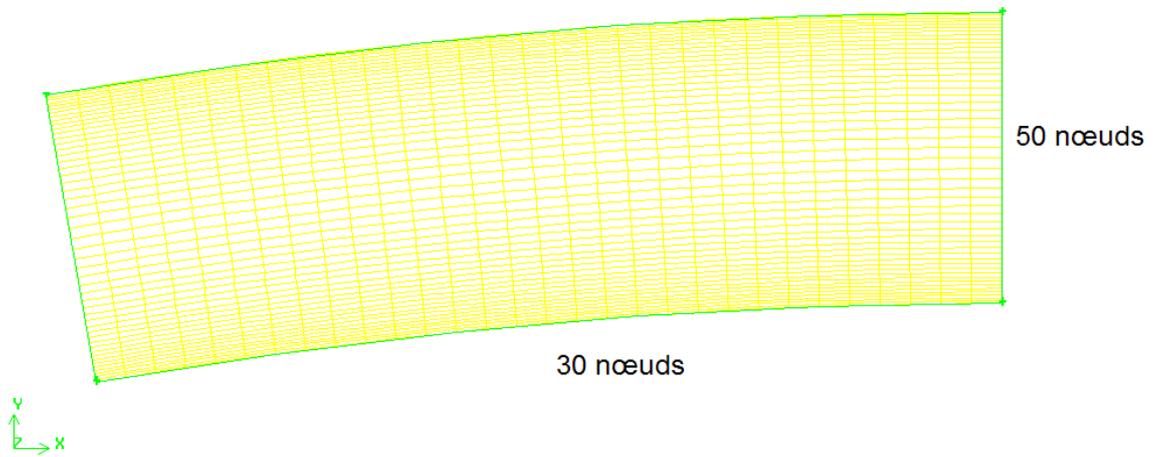


Figure 4.21 : Coupe axiale du maillage de configuration n°1 de l'entrefer lisse.

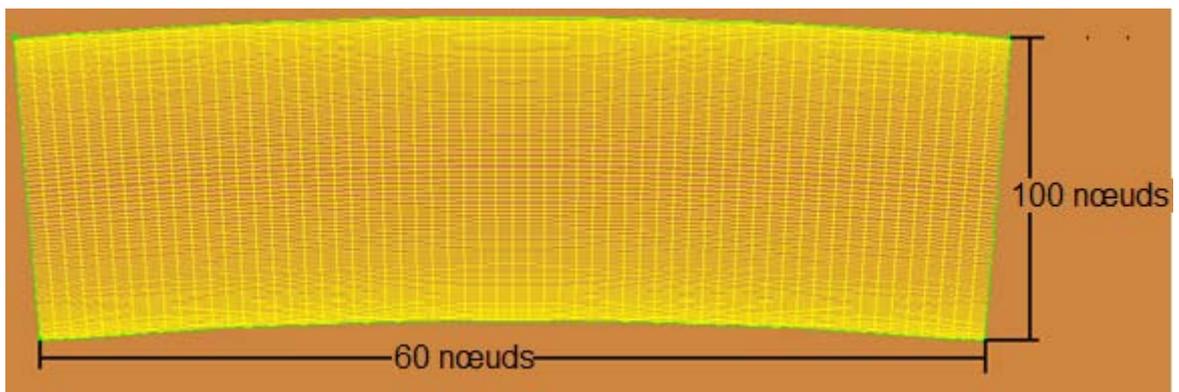
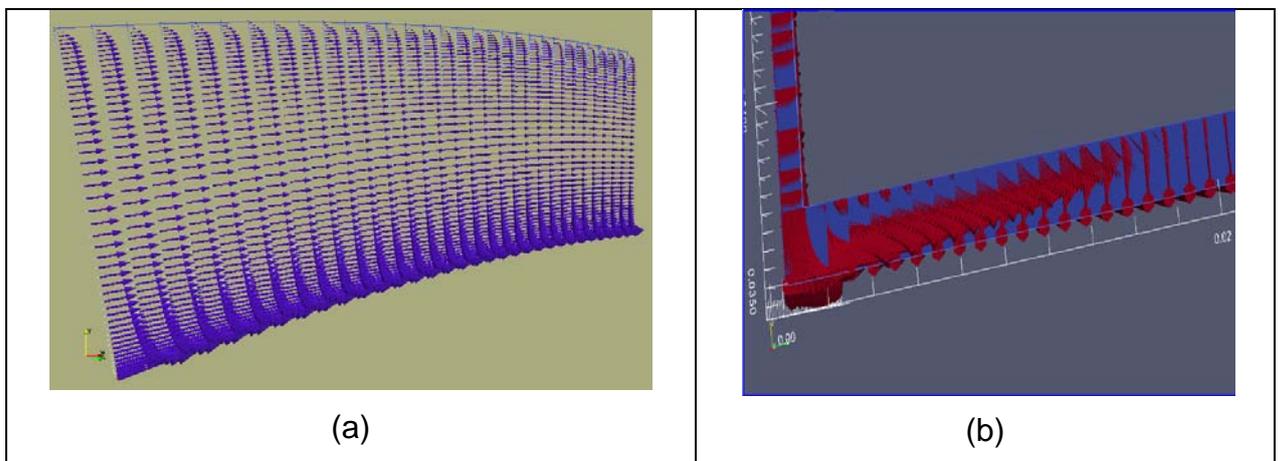
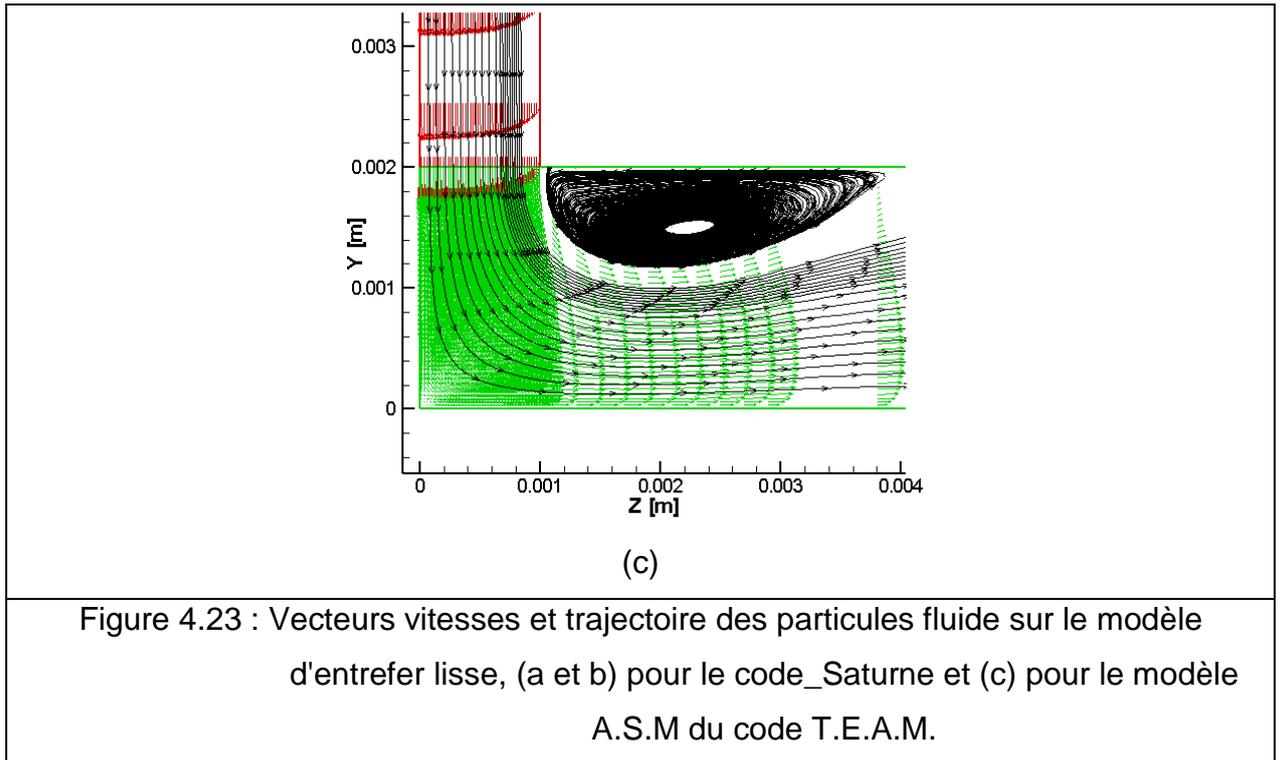


Figure 4.22 : Coupe axiale du maillage de configuration n°2 de l'entrefer lisse.





Les figures 4.23 (b et c) montre la création d'une zone de recirculation est due principalement au fait que l'air qui est injecté radialement entre deux stators avant d'impacter le rotor pour se transformer en un écoulement axial.

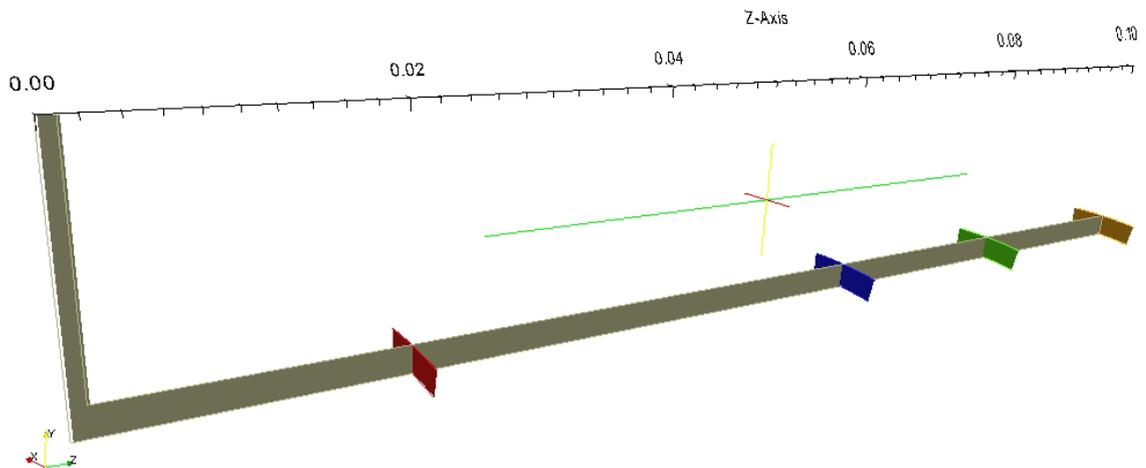


Figure 4.24 : Représentation des différentes coupes axiales pour une configuration d'entrefer lisse.

Les profils pour différentes positions axiales $z = (0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.1)$ (m), figure 4.24, selon la direction radiale y , des vitesses moyennes axiale U_a , tangentielle W et de la température T , sont présentés sur la figure 4.25 (a, b et c)

respectivement. La composante radiale du vecteur vitesse n'est pas représentée car elle est quasi nulle dans l'ensemble de la cavité. Les profils des vitesses sont divisés en trois parties: deux couches limites et une zone centrale où la vitesse axiale est indépendante de la position axiale.

On remarque que les profils des vitesses moyennes axiale et tangentielle sont quasi constants pour $0.0002 < y < 0.0018$, ce qui montre qu'on a un régime établi dans la majeure partie de la cavité. D'un point de vue qualitatif, les résultats sont conformes aux calculs numériques réalisés par kuosa [15].

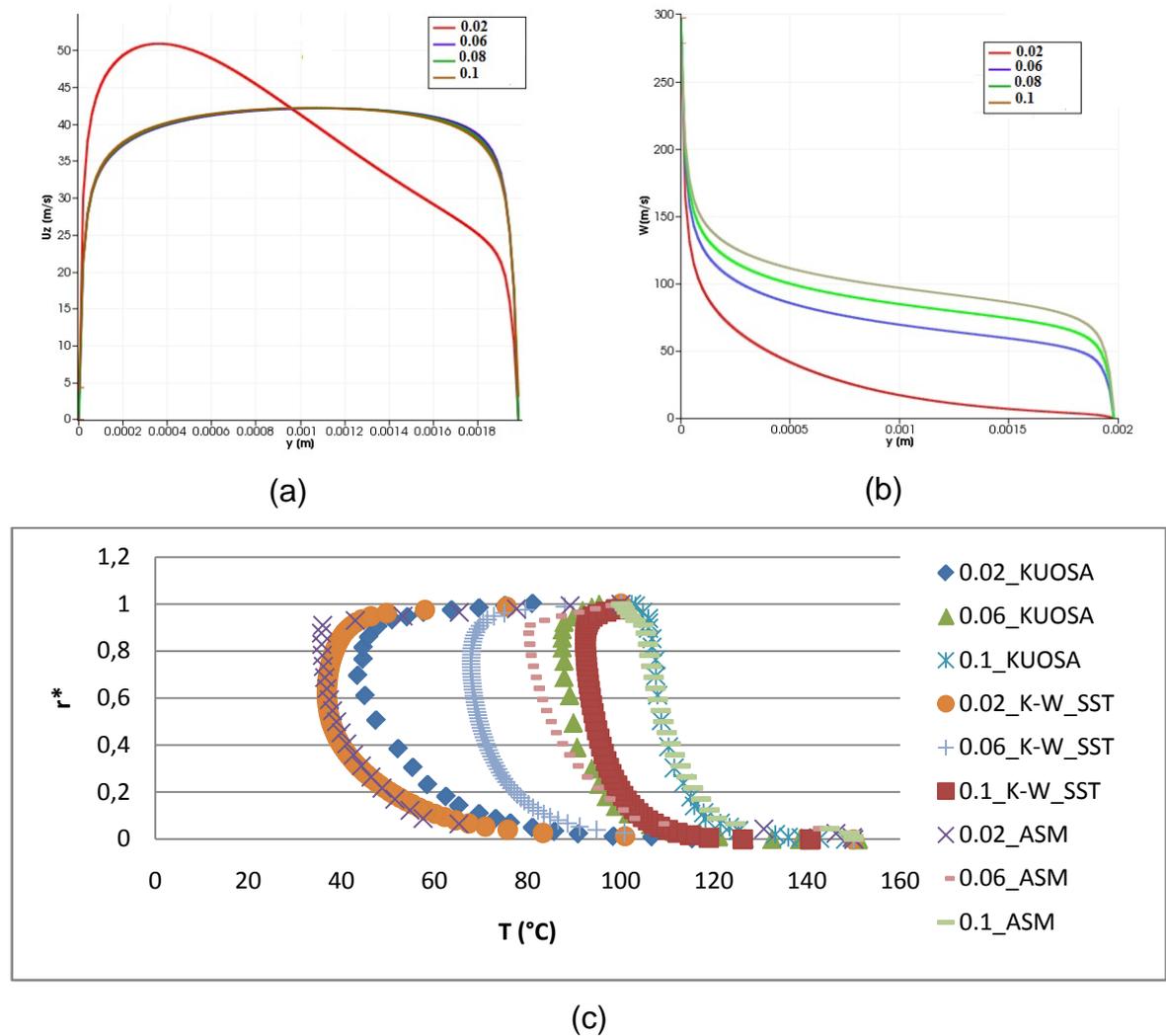


Figure 4.25 : Profils radiaux des vitesses moyennes, $k - \omega_{SST}$ (a) axiale, (b) tangentielle et de la température moyenne (c) pour une configuration d'entrefer lisse n°1, $\Omega = 8373 \text{ rad/s}$ (80000 RPM).

On retrouve un profil avec deux couches limites, une sur chaque cylindre, séparées par une zone où les composant du vecteur vitesse varie peu.

Les vitesses moyennes tangentielle et axiale étant du même ordre de grandeur, on a donc bien un écoulement hélicoïdal dans l'entrefer.

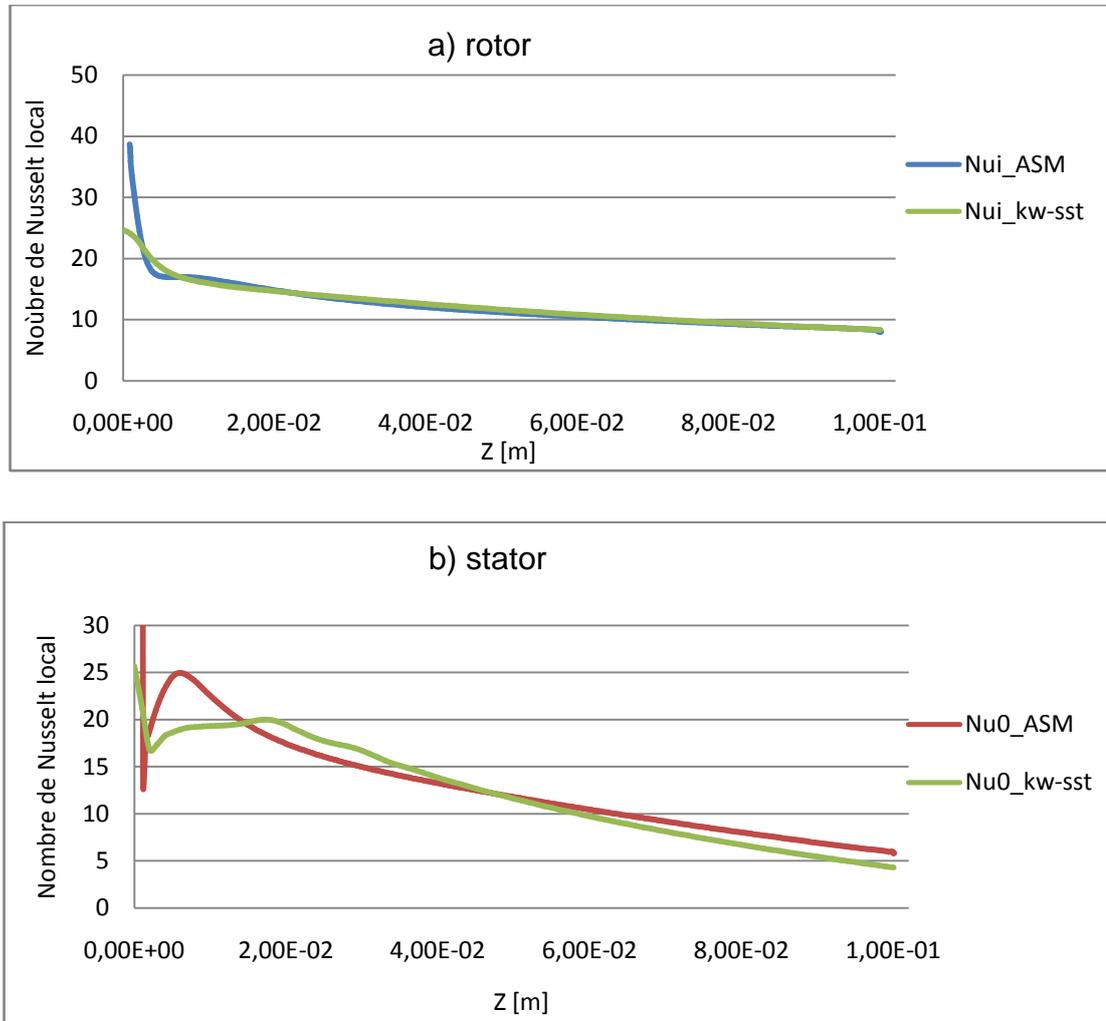


Figure 4.26 : Distributions axiales des nombres de Nusselt locaux a) sur le rotor (Nu_i) et b) sur le stator (Nu_o) pour une configuration d'entrefer lisse, $\Omega = 8373, \text{rad/s}$ (80000 RPM).

La figure 4.26 montre l'évolution axiale du nombre de Nusselt local dans une configuration d'entrefer lisse. Nous remarquons tout de suite qu'il y a une forte variation de Nu_i et Nu_o jusqu'à z égal à 0.001 m, et passe par un maximum au stator, pour z égal à 0.017 m, car le fluide frais est éjecté vers ce cylindre par l'effet centrifuge et garde une température basse. Elle diminue progressivement en s'éloignant de l'entrée.

4.3.5.2. Configuration d'entrefer rainuré

Tableau 4.9 : Détail des maillages étudiés pour la configuration d'entrefer rainuré.

Maillage	L [nœuds]	H [nœuds]	J[nœuds]	p[nœuds]	l [nœuds]	Nombre de nœuds
n ¹	100	20	30	10	10	700 000
n ²	200	100	60	20	20	1 280 000

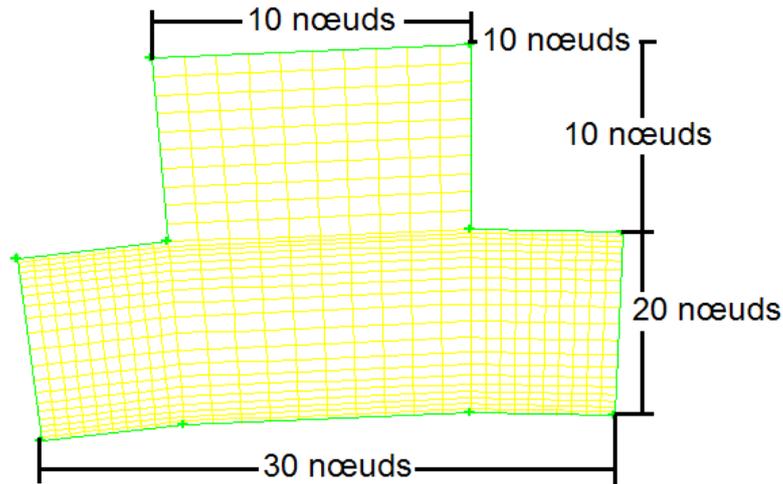


Figure 4.27 : Coupe axiale du maillage de la configuration n°1 de l'entrefer rainuré.

La figure 4.28 présente les profils de température moyenne (a), et de vitesse moyenne axiale (b) pour quatre positions axiales, z égal à (0.02, 0.06, 0.08 et 0.1).

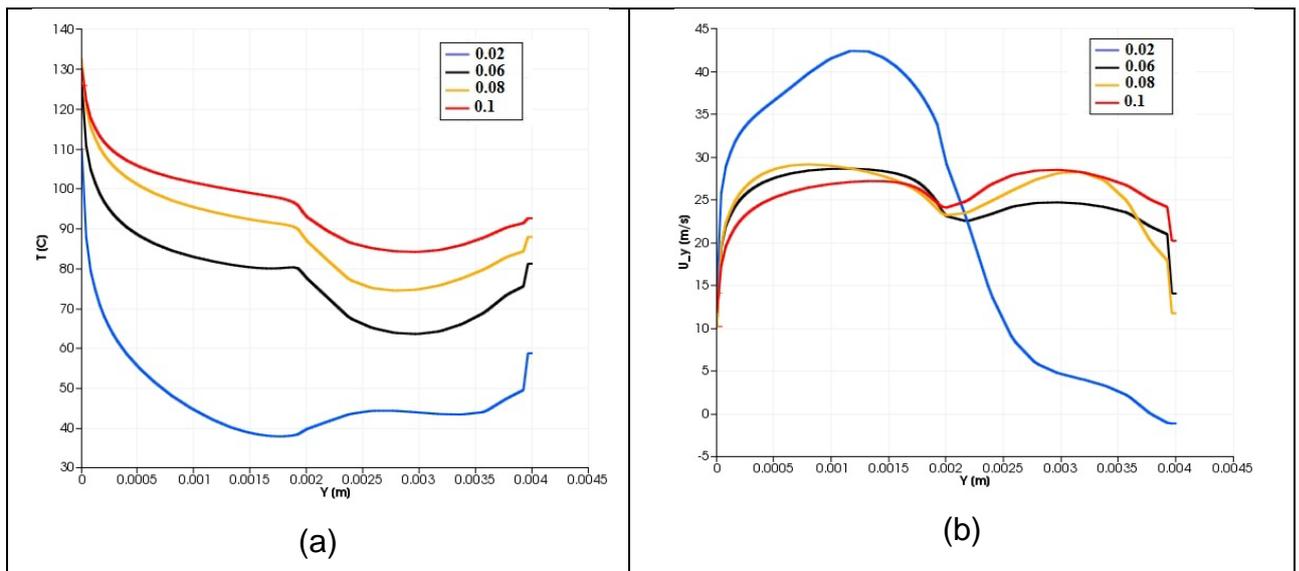


Figure 4.28 : Profils radiaux de la température moyenne (a) et des vitesses moyennes axiales (b) pour une configuration d'entrefer rainuré n°1, $k - \omega_{SST}$, $\Omega = 8373 \text{ rad/s}$ (80000 RPM).

La présence des rainures conduit à la création de deux zones (rainure, espace annulaire), ce qui affecte considérablement les mécanismes de l'écoulement et, par la suite, le comportement de la globalité des parois du stator et du rotor vis-à-vis des transferts thermiques figure 4.29.

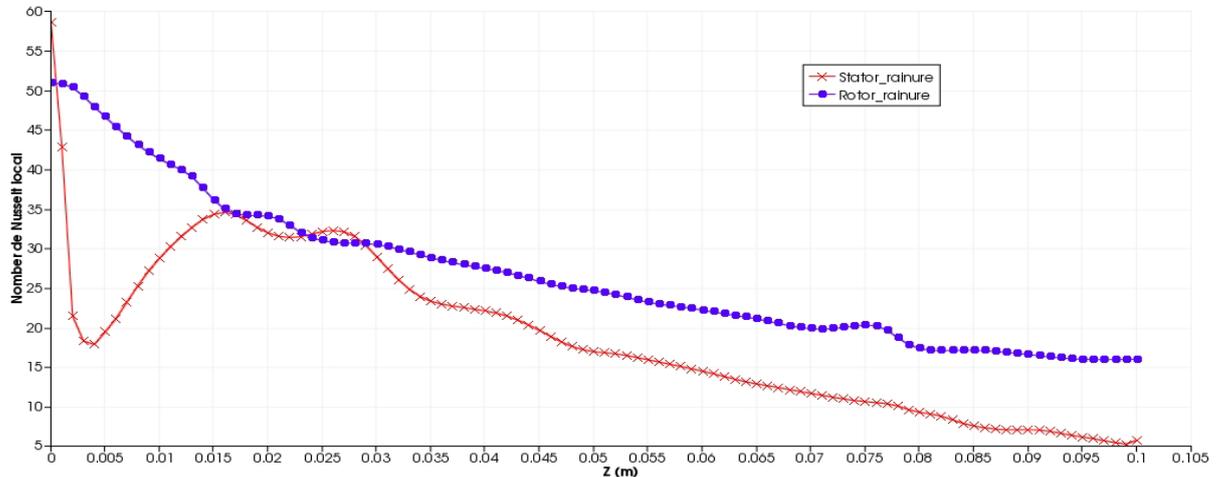


Figure 4.29 : Evolution du nombre de Nusselt local le long du rotor et du stator pour une configuration d'entrefer rainuré n°1, $k - \omega_{SST}$, $\Omega = 8373 \text{ rad/s}$ (80000 RPM).

Comme dans le cas d'entrefer lisse en remarque qu'il y a une forte variation de Nu_o jusqu'à z égal à 0.001 m, et passe par un maximum pour z égal à 0.016 m. Le coefficient d'échange le long du rotor est plus important que celui le long du stator.

Nous reportons sur la figure 4.30 la variation angulaire du nombre de Nusselt local au stator rainuré et lisse, ce qui permet, d'apprécier le rôle des rainures sur le niveau des transferts thermiques. La variation du nombre de Nusselt est principalement caractérisée par un pic (point E) dû à un fort cisaillement de l'air dans cette région, puis la zone située entre les points (A, B) et (E, F) présente un niveau de transfert similaire à celui constaté sur la paroi du stator lisse.

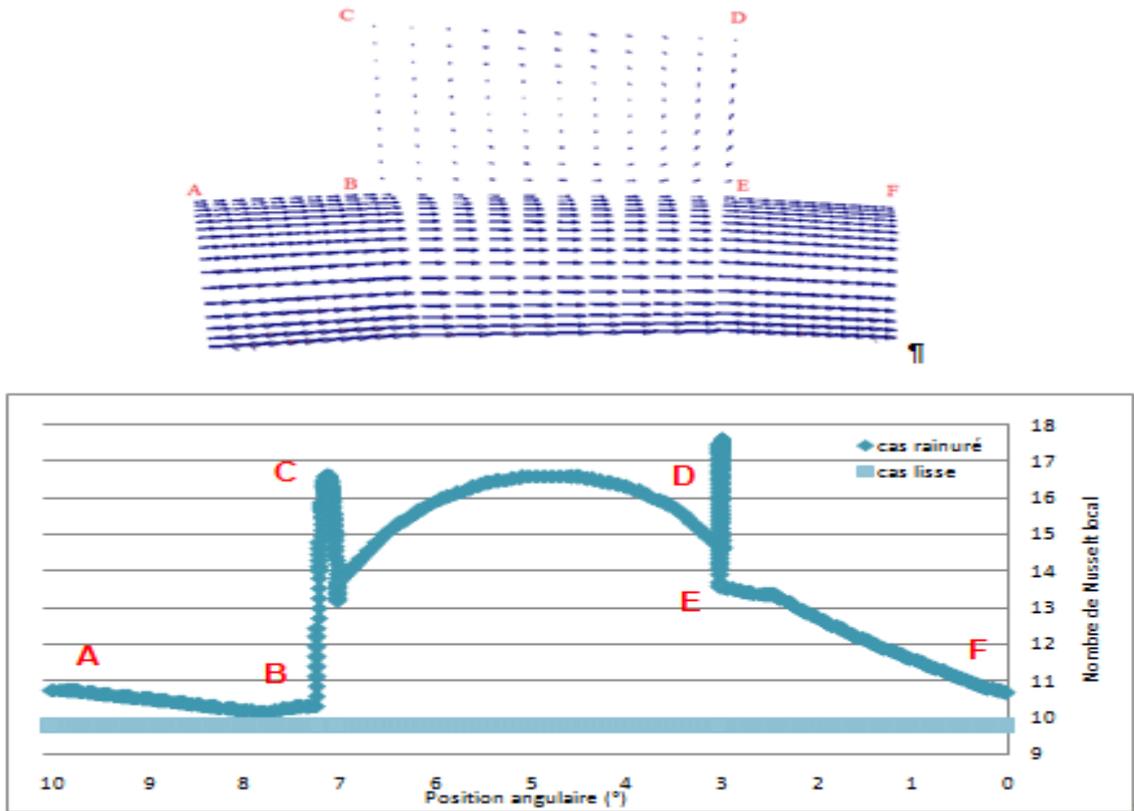


Figure 4.30 : Nombre de Nusselt local Nu le long des faces du stator, configuration d'entrefer rainuré, $k - \omega_{SST}, \Omega = 8373 \text{ rad/s}$ (80000 RPM).

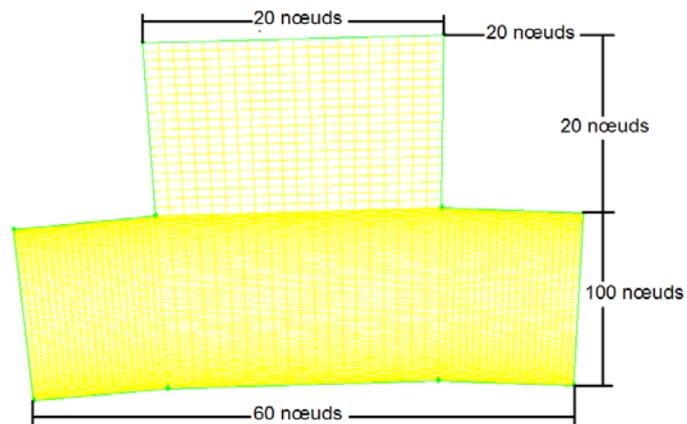


Figure 4.31 : Coupe axiale du maillage de la configuration n°2 de l'entrefer rainuré.

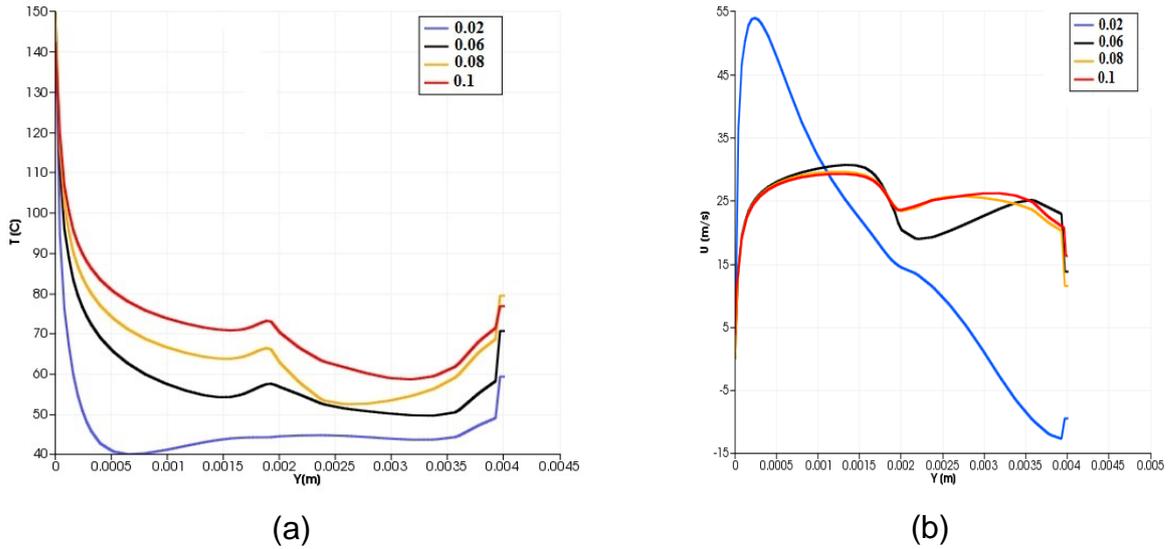


Figure 4.32 : Profils radiaux de la température moyenne (a) et des vitesses moyennes axiale (b) pour une configuration d'entrefer rainuré n°2, $k - \omega_{SST}$, $\Omega=3140 \text{ rad/s}$ (30000 RPM).

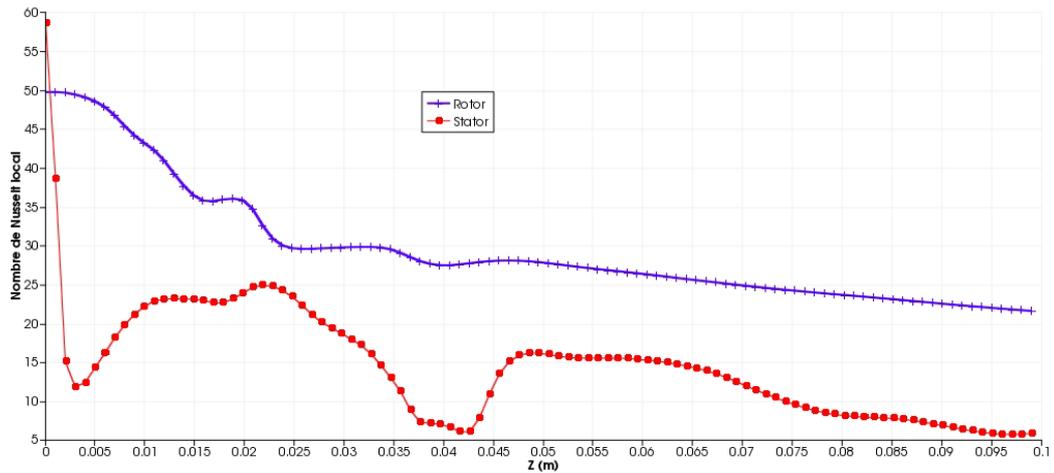


Figure 4.33 : Evolution du nombre de Nusselt local le long du rotor et du stator pour une configuration d'entrefer rainuré n°2, $k - \omega_{SST}$, $\Omega=3140 \text{ rad/s}$ (30000 RPM).

On remarque qu'en diminuant la vitesse de rotation, figure 4.33 le nombre de Nusselt local Nu_0 (Stator) s'éloigne du nombre de Nusselt local Nu_i (Rotor).

Certaines modifications sont testées dans le but d'évaluer l'impact sur les tendances et les niveaux de température. Ces modifications concernent l'intérieur de la machine:

4.3.6. Changement de la géométrie de l'entrefer rainuré

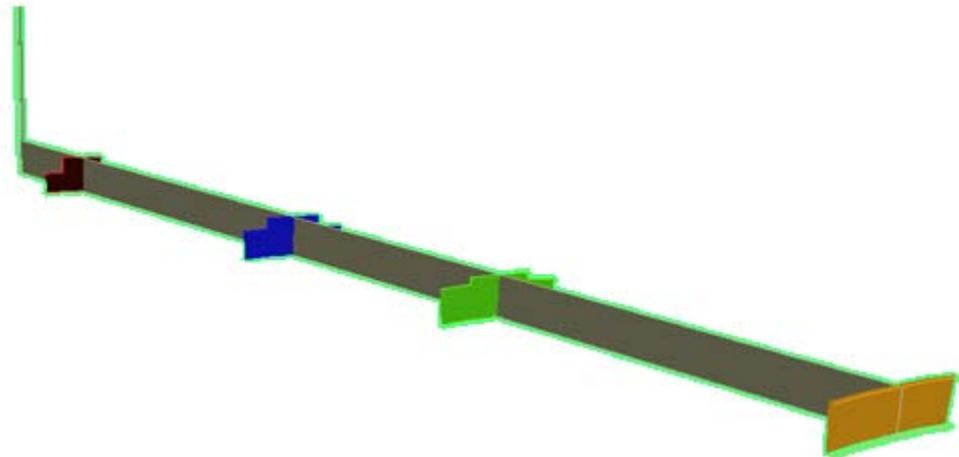


Figure 4.34 : Représentation des différentes coupes axiales pour une configuration rainuré.

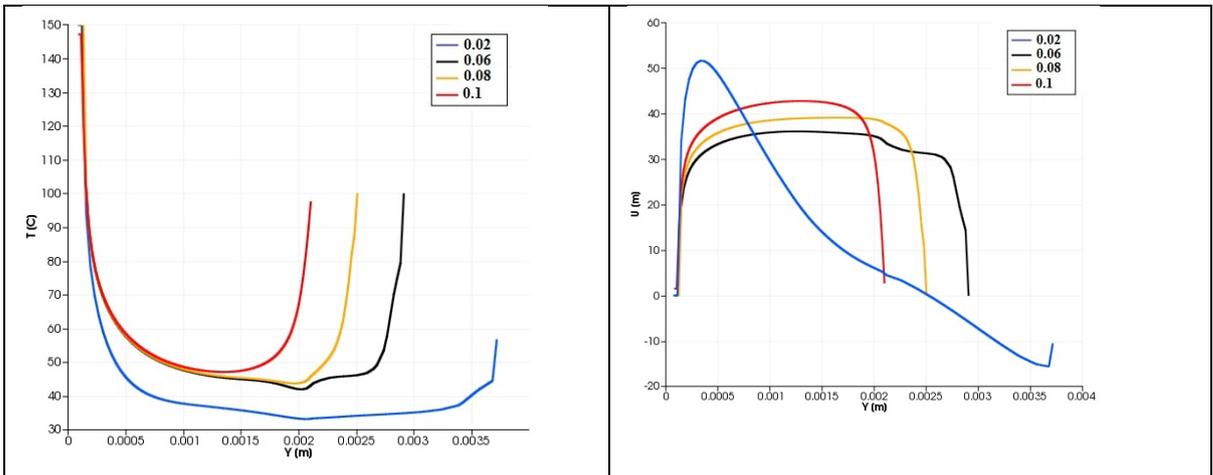


Figure 4.35 : Configuration d'entrefer rainuré, $k - \omega_{SST}, \Omega = 3140, rad/s$ (30000 RPM).

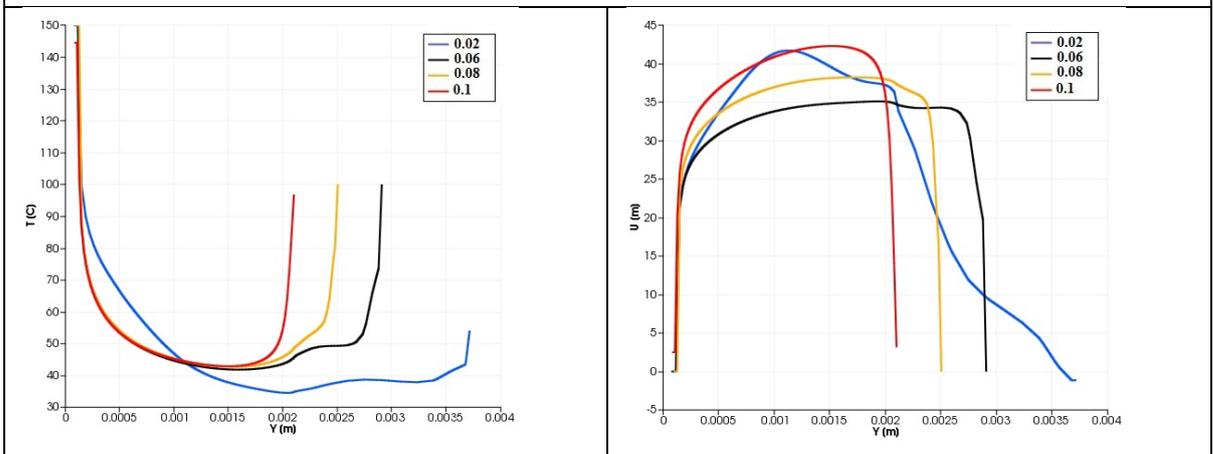


Figure 4.36 : Configuration d'entrefer rainuré, $k - \omega_{SST}, \Omega = 8373 rad/s$ (80000 RPM).

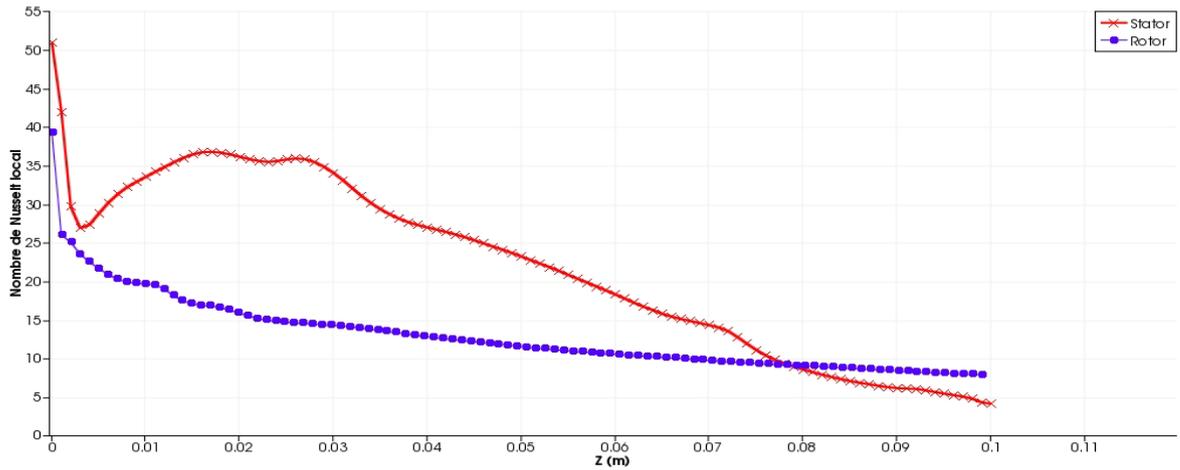


Figure 4.37 : Distributions axiales des nombres de Nusselt locaux sur le rotor (Nu_i) et sur le stator (Nu_0) pour une configuration d'entrefer rainure convergent, $k - \omega_{SST}, \Omega = 8373 \text{ rad/s}$ (80000 RPM).

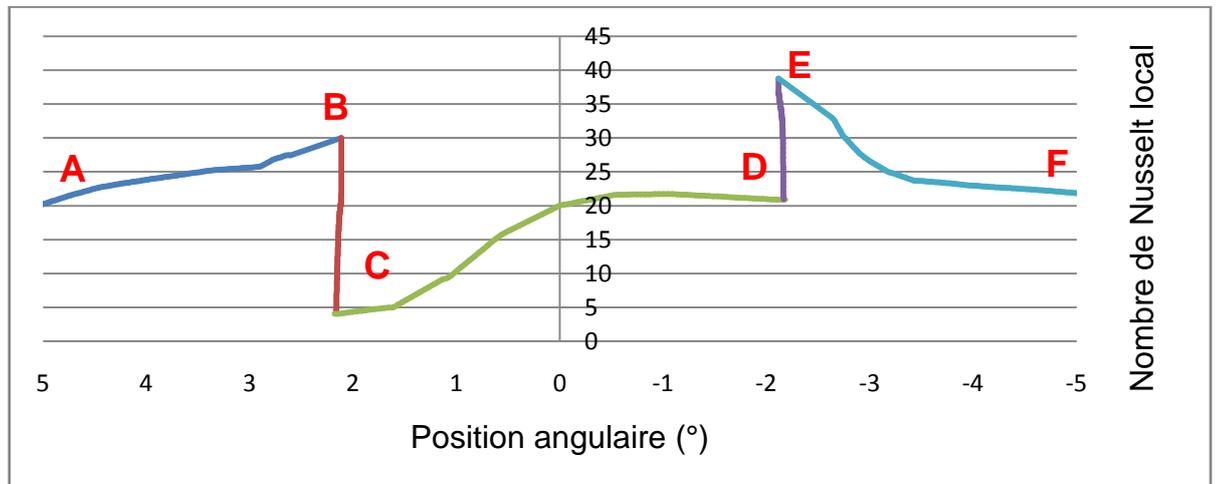
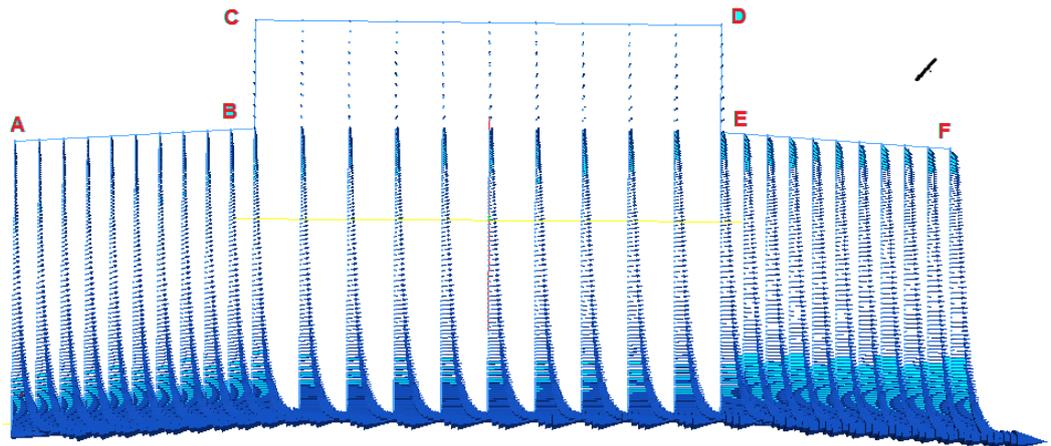


Figure 4.38 : Nombre de Nusselt local Nu le long des faces du stator, configuration d'entrefer rainure convergent.

La figure 4.38 présente la variation angulaire du nombre de Nusselt local dans la configuration rainure convergent qui accélère l'air, donc l'écoulement est alors purement dominé par le flux axial, se traduit par la disparition du mouvement de recirculation dans la rainure.

4.3.6.1. L'étude comparative

L'étude comparative est réalisée par rapport à la prédiction du comportement thermique du rotor et du stator. Les figures (4.39 et 4.40) présente les résultats des calculs en matière de nombre de Nusselt pour des configurations d'entrefer lisse, rainure et rainure convergent, avec le model de turbulence $k - \omega_{SST}$, et une vitesse de rotation de 80000 RPM.

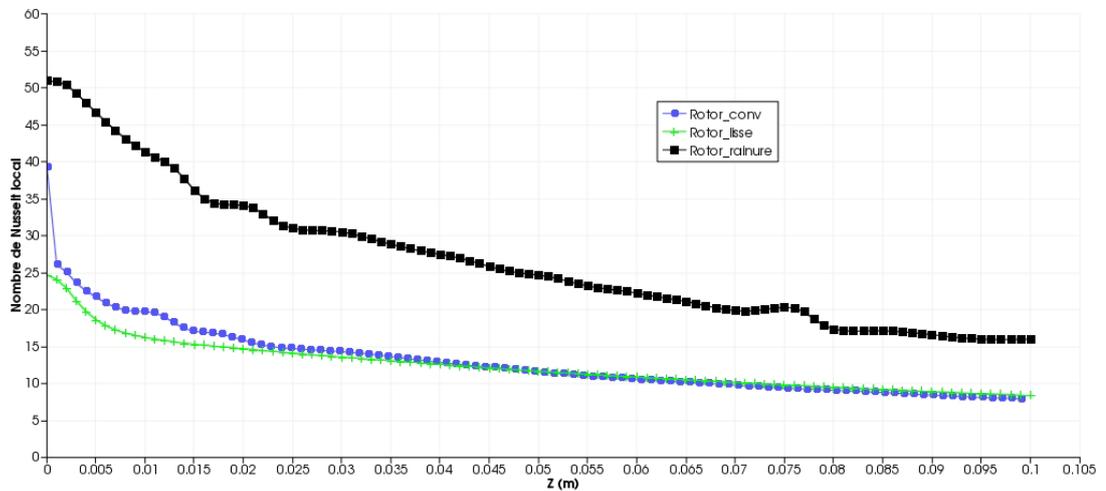


Figure 4.39 : Evolution du nombre de Nusselt local le long du rotor pour une configuration d'entrefer lisse, rainuré et rainure convergent.

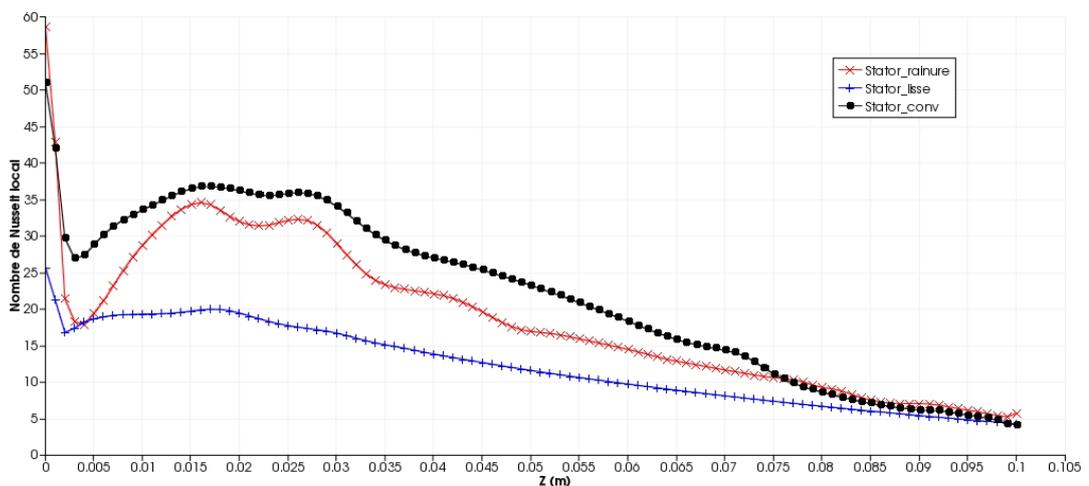


Figure 4.40 : Evolution du nombre de Nusselt local le long du stator pour une configuration d'entrefer lisse, rainuré et rainure convergent.

On note tout d'abord une différence assez nette entre les valeurs obtenues des nombre de Nusselt locale :

- Au rotor, la configuration d'entrefer rainuré nous donne un meilleur échange convectif, tendit que la configuration rainure convergent s'approche de celle de la configuration d'entrefer lisse.
- Au stator, la configuration d'entrefer rainure convergent présente un meilleur échange convectif, ce comportement s'explique simplement par le fait que la présence de la convergence augmente la vitesse axiale, le fluide frais traverse plus vite l'entrefer et a donc moins le temps d'être réchauffé par les cylindres. Ceci explique pourquoi les températures atteintes dans l'entrefer sont plus faibles.

4.3.7. Injection de l'air

Le rotor est ici refroidi à l'aide de l'impact d'un jet d'air en son centre figure 4.41. Le calcul numérique a permis de mettre en évidence des zones où l'influence du jet d'air est prépondérant pour le refroidissement des moteurs thermiques.

4.3.7.1. Géométrie

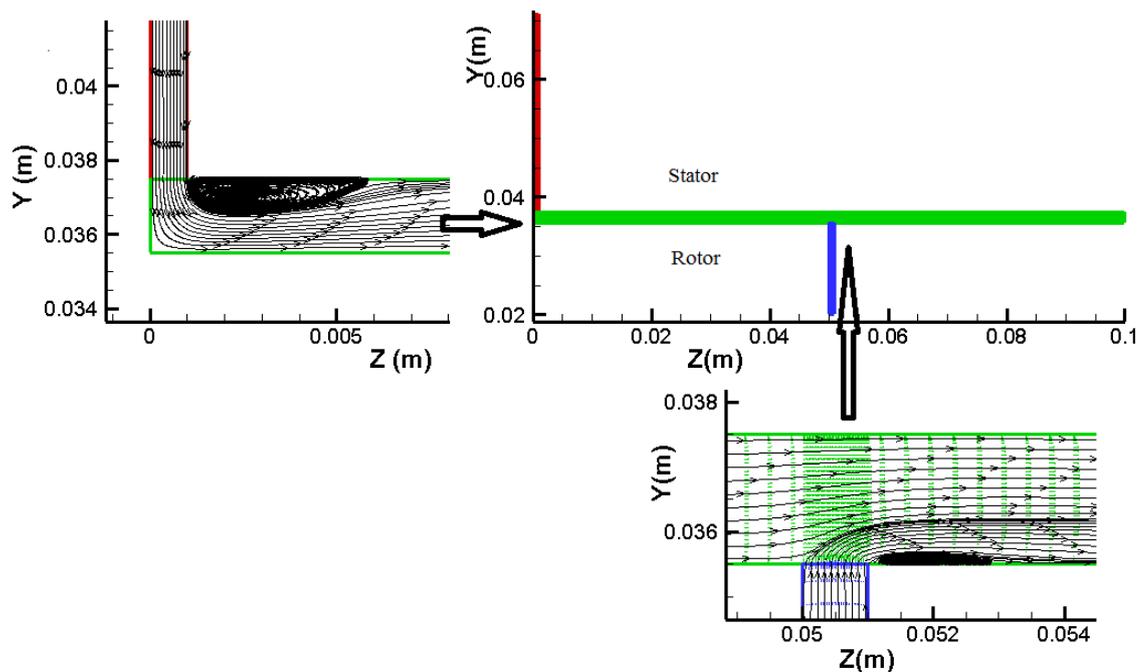


Figure 4.41 : Vecteurs vitesses et trajectoire des particules fluide sur le modèle d'entrefer lisse avec jet d'air, modèle A.S.M, code T.E.A.M.

4.3.7.2. Résultats

Les nombres de Nusselt sont déterminés de manière locale sur les surfaces entière du rotor et du stator.

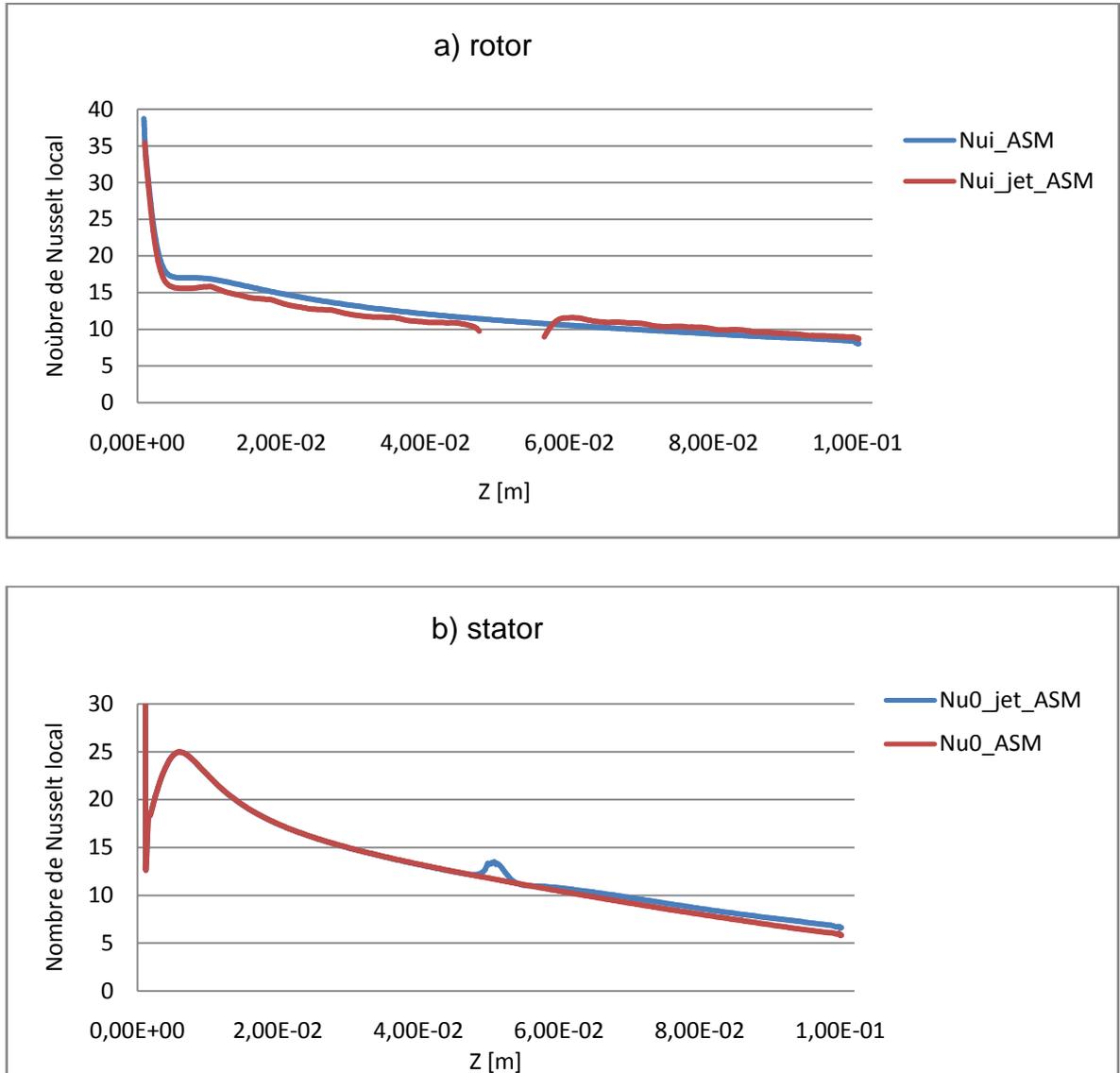


Figure 4.42 : Distributions axiales des nombres de Nusselt locaux a) sur le rotor (Nu_i) et b) sur le stator (Nu_0) pour une configuration d'entrefer lisse, $\Omega = 8373 \text{ rad/s}$, modèle A.S.M, code T.E.A.M.

La figure 4.42 permet également de mettre en évidence l'augmentation des échanges thermique avec la présence de jet d'aire, qui est influence par le diamètre de jet et la température d'air d'entre, ainsi que la vitesse et l'angle d'injection.

LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS

Abréviations

AIAA	: American Institute of Aeronautics and Astronautics
ASM	: Algebraic Stress Model
EDF	: Électricité de France
LOADS	: LOcally Analytic Differencing Scheme
PISO	: Pressure Implicit with Splitting of Operators
PLDS	: Power Law Differencing Scheme
QUICK	: Quadratic Upwind Interpolation for Convection Kinematics
RSM	: Reynolds Stress Model
SIMPLE	: Semi Implicit Methode for Pressure Linked Equation
SST	: Shear Stress Transport ou Transport d'effort de cisaillement
SUDS	: Skew-Upwind Difference Scheme
T.C.P	: Taylor –Couette- Poiseuille
T.E.A.M	: Turbulent Elliptic Algorithm Manchester
TDMA	: Tri-Diagonal Matrix Algorithm

Indices

r	: Relatif au rotor
s	: Relatif au stator
a	: Axial
t	: Tangentiel
i	: Rotor
0	: Stator
Ref	: Reference
eff	: Effectif;
P	: Noeud considéré du maillage
E, W, N, S	: Noeud considéré du coté Est, West, Nord, Sud, respectivement du noeud P

e, w, n, s : Les faces Est, West, Nord, Sud, respectivement du volume de contrôle considéré.

Propriétés du fluide

ν : Viscosité cinématique du mélange ($m^2 \cdot s^{-1}$)
 μ : Viscosité dynamique ($kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$)
 μ_t : Représente une viscosité turbulente
 ρ : Masse volumique ($kg \cdot m^{-3}$)
 ρ_0 : Masse volumique de référence ($kg \cdot m^{-3}$)
 T : Température (K ou $^{\circ}C$)

Paramètres géométriques

R_0 : Rayon du cylindre extérieur (m)
 R_i : Rayon du cylindre intérieur (m)
 $d=R_0-R_i$: Espace annulaire ou entrefer (m)
 r : Distance à l'axe de rotation (m)
 $s = \frac{R_i}{R_0}$: Facteur de forme
 $\Gamma = \frac{L}{d}$: Rapport d'aspect
 h : Hauteur des cylindres ou coefficient d'échange convectif ($W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$)
 l : Largeur d'une encoche (m)
 p : Profondeur de l'encoche (m)
 n : Nombre d'encoche
 D_h : Diamètre hydraulique (m)

Paramètres dynamiques

\vec{g} : Accélération de pesanteur ou gravité ($m^2 \cdot s^{-1}$)
 K : Energie cinétique turbulente ($m^2 \cdot s^{-2}$)
 N : Vitesse de rotation ($tr \cdot min^{-1}$)
 (U, V, W) : Composantes de la vitesse moyenne axiale, radiale, Tangentielle ($m \cdot s^{-1}$)
 (u', v', w') : Composantes de la vitesse de fluctuation
 (U^*, V^*, W^*) : Composantes de la vitesse estimée
 $\bar{\theta}$: Température moyen (K)
 θ : Température fluctuant (K)
 P : Pression moyen (Pa)

\bar{p}	: Pression fluctuant (Pa)
V_a	: Vitesse axiale moyenne ($m.s^{-1}$)
V_t	: Vitesse tangentielle moyenne ($m.s^{-1}$)
V	: Vitesse ($m.s^{-1}$) ou volume (m^3)
V_{eff}	: Vitesse effective ($m.s^{-1}$)
ε	: Energie de dissipation ($m^2.s^{-3}$)
R_{ij}	: Tenseur de Reynolds avec $i, j=(r, \theta, z)$, ($m^2.s^2$)

Nombres adimensionnels

Ta	: Nombre de Taylor
Ta_i	: Nombre de Taylor pour le cylindre intérieur
Ta_0	: Nombre de Taylor pour le cylindre extérieur
Re	: Nombre de Reynolds classique
Re_a	: Nombre de Reynolds axial
Re_t	: Nombre de Reynolds tangential
Re_{eff}	: Nombre de Reynolds effective
Nu_i	: Nombre de Nusselt local au rotor
Nu_0	: Nombre de Nusselt local au stator
\overline{Nu}	: Nombre de Nusselt moyen
Pr	: Nombre de Prandtl
Pr_t	: Nombre de Prandtl turbulente
A_N, A_S, A_E, A_W, A_p	: Coefficients dans le système d'équations algébriques Discrétisées
an, as, ae, aw	: Aires des faces du volume de contrôle
$A P $: Fonction d'un schéma numérique en fonction du nombre de Peclet
Dn, Ds, De, Dw	: Termes de diffusion dans le système d'équations algébriques
Fn, Fs, Fe, Fw	: Termes de convection dans le système d'équations Algébriques
C_p	: Coefficient de pression

Lettres Grecques

λ	: Conductivité thermique ($W.m^{-1}.^{\circ}C$)
σ	: Diffusivité thermique ($m^2.s^{-1}$)
α	: Coefficient pondérateur de la rotation dans la vitesse effective

Ω	: Vitesse angulaire du cylindre intérieur (<i>tr/mn</i> ou <i>rad/s</i>)
κ	: Constant de Von Kàrmàn, (= 0.4187)
β	: Coefficient de dilatation volumique (K^{-1})
E	: Taux de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence
Φ	: Flux de chaleur (W)
ω	: Vitesse de rotation ($rad.s^{-1}$) ou taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente (s^{-1})
δ_{ij}	: Tenseur de Kroneker
ε_{ijk}	: Tenseur de permutation

REFERENCES

1. Fadi, A., "Analyse des écoulements inter-disques en vue d'optimiser les poussées axiales dans les machines hydrauliques utilisées en station hydro-électrique", Thèse doctorat, l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, n° 432, (03 décembre 2010).
2. Phadke, U.P. and Owen, J.M., "Aerodynamic aspects of the sealing of gas-turbine rotor-stator systems. Part 1: The behavior of simple shrouded rotating-disk systems in a quiescent environment", *Int. J. Heat fluid flow*, V.2; n° 9, (1988), 98-105.
3. Bertin, Yves., "Refroidissement des machines tournantes - études paramétriques. Techniques de l'Ingénieur", V.D3462, (2006).
4. Poncet, S., Chauve, M.P. and Schiestel., "R. Batchelor versus Stewartson flow structures in a rotor-stator cavity with throughflow", *Phys. Fluids*, V.17,n° 075110, (2005).
5. Poncet, S., Sofia Haddadi, "Modélisation de la turbulence des écoulements tournants fortement cisailés en présence de parois", Laboratoire M2P2, UMR 6181 CNRS - Université d'Aix-Marseille - Ecole Centrale Marseille, (2008).
6. Kaye J., Elgar E. C., "Modes of Adiabatic and Diabatic Fluid Flow in an Annulus with Inner Rotating Cylinder", *Trans. ASME* 80, (1958), 753-765.
7. Gazley, C., "Heat-transfer characteristics of the rotational and axial flow between concentric cylinders", *Transactions of the ASME*, (1958), 79-90.

8. Becker, K.M. et Kaye, J., "Measurements of diabatic flow in an annulus with an inner rotating cylinder", *Journal of Heat Transfer*, (1962).
9. Tachibana, F., Fukui, S., "Convective heat transfer of the rotational and axial flow between two concentric cylinders", *bulletin of JSME*, vol. 7, n° 26, (1964).
10. Aoki, H., Nohira, H., and Arai, H., "Convective heat transfer in an annulus with an inner rotating cylinder", *Bulletin of JSME*, V.39, n° 10, (1967), 523-532.
11. Lee, Y.N. and Minkowycz, W.J., "Heat transfer characteristics of the annulus of two-coaxial cylinders with one cylinder rotating", *Int. J. Heat Mass Transfer*, V.4, n° 32, (1989), 711-722.
12. Pfitzer, H. and Beer, H., "Heat transfer in an annulus between independently rotating tubes with turbulent axial flow", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, V.3, n° 35, (1992), 623-633.
13. Childs, P.R.N. et Turner, A.B., "Heat transfer on the surface of a cylinder rotating in an annulus at high axial and rotational reynolds numbers", In *Congrès Brighton*, (1994).
14. Bouafia, M., Bertin, Y., Saulnier, J-B.et Ropert, P., "Analyse expérimentale des transferts de chaleur en espace annulaire étroit et rainuré avec cylindre intérieur tournant", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, V.41, n° 10, (May 1998), 1279-1291.
15. Kuosa, M., "Numerical and Experimental Modelling of Gas Flow and Heat transfer in the Air Gap of an Electric Machine". PhD thesis, Lappeenranta University of Technology, (2002).

16. Fasquelle, A., "Contribution à la modélisation multi-physique : électro-vibro-acoustique et aérothermique de machines de traction", PhD thesis, Ecole Centrale de Lille, (2007).
17. Giret, A., "Transferts thermiques convectifs dans le cadre de machines tournantes", Thèse de doctorat, l'école doctorale: Sciences pour l'Ingénieur et Aéronautique, (16 février 2009).
18. Kuosa, M., Sallinen, P. and Larjola, J., "Numerical and experimental modelling of gas flow and heat transfer in the air gap of an electric machine", J. of Thermal Science, V.3, n° 13,(2004), 264-278.
19. Schlichting, H., "Boundary-Layer Theory", McGraw-Hill Book Company, (1979), 817 p.
20. Kuzay T., M. et Scott, C.J., "Turbulent heat transfer studies in annulus with inner cylinder rotation", Transactions of A.S.M.E., (1977).
21. Simmers, D.A. and Coney, J.E.R., "A Reynolds analogy solution for the heat transfer characteristics of combined Taylor vortex and axial flows". Int. J. Heat Mass Transfer, V.22, (1979), 679-689.
22. Chew, J.W., "Prediction of flow in rotating disc systems using the $k \epsilon$ turbulence model", In ASME 84-GT-229, Gas Turbine Conference, Amsterdam, (1984).
23. Chew, J.W. and Vaughan, C.M., "Numerical Predictions of Flow Induced by an Enclosed Rotating Disk", In ASME Paper 88-GT-127, 33rd Gas Turbine and Aeroengine Congress, Amsterdam, (1988).
24. Daily, J.W. and Nece, R.E., "Chamber dimension effects on induced flow and frictional resistance of enclosed rotating disks", ASME J. Basic Eng., V.82, (1960), 217-232.

25. Daily, J.W., Ernst, W.D., and Asbedian, V.V., "Enclosed rotating disks with superposed through flow", Technical Report 64, M.I.T, department of civil engineering, (1964).
26. Morse, A.P., "Numerical prediction of turbulent flow in rotating cavities", ASME J. of Turbomachinery, V.110, (1988), 202-212.
27. Morse, A.P., "Applications of a low-Reynolds number $k \epsilon$ model to high speed rotating cavity flows", ASME J. of Turbomachinery, V.114, (1992).
28. Iacovides, H. and Theofanopoulos, I.P., "Turbulence modeling of axisymmetric flow inside rotating cavities", Int. J. Heat Fluid Flow, V.1, n° 12, (1991), 2-11.
29. Schiestel, R., Elena, L. and Rezoug, T., "Numerical modeling of turbulent flow and heat transfer in rotating cavities", Num. Heat Transfer A, V.1, n° 24, (1993), 45-65.
30. Elena, L. and Schiestel, R., "Turbulence modeling of confined flow in rotating disk systems", AIAA J., V.5, n° 33, (2005), 812-821.
31. Launder, B.E. and Tselepidakis, D.P., "Application of a new second-moment closure to turbulent channel flow rotating in orthogonal mode", Int. J. Heat Fluid Flow, V.1, n° 15, (1994), 2-10.
32. Hanjalic, K. and Launder, B.E., "Contribution towards a Reynolds-stress closure for low-Reynolds number turbulence", J. Fluid Mech., V.4, n° 74, (1976), 593-610.
33. Itoh, M., Yamada, Y., Imao, S., and Gonda, M., "Experiments on turbulent flow due to an enclosed rotating disk", In Rodi, W. and Ganic, E.N., editors, "Engineering Turbulence Modeling and Experiments", New-York, (1990), 659-668.

34. Elena, L. and Schiestel, R., "Turbulence modeling of rotating confined flows", *Int. J. Heat Fluid Flow*, V.17, (1996), 283-289.
35. Iacovides, H., Nikas, K.S., and Te Braak, M.A.F., "Turbulent flow computations in rotating cavities using low-Reynolds-number models", In ASME 96-GT-159, *Int. Gas Turbine and Aeroengine Congress & Exhibition*, Birmingham, UK, (1996).
36. Elena, L., "Modélisation de la turbulence inhomogène en présence de rotation", PhD thesis, Université Aix-Marseille I-II, (1994).
37. Poncet, S., "Ecoulements de type rotor-stator soumis à un flux : de Batchelor à Stewartson", PhD thesis, Université Aix-Marseille I, (2005).
38. Cambon, C. and Jacquin, L., "Spectral approach to non isotropic turbulence subjected to rotation", *J. Fluid Mech.*, V.202, (1989), 295-317.
39. Jacquin, L., Leuchter, O., Cambon, C., and Mathieu, J., "Homogeneous turbulence in the presence of rotation", *J. Fluid Mech*, V.220, (1990), 1-52.
40. Rezoug, T., "Approche numérique de la convection thermique turbulente dans les cavités en rotation", Thèse doctorat, Université Aix-Marseille II, n° 207.90.71, (11 Juillet 1990).
41. Daly, B.J. and Harlow, F.H., "Transport equation for turbulence", *Phys. Fluids A*, V.11, n° 13, (1970), 2634-2649.
42. Mathieu, J., Jeandel, D., Launder, B.D., Reynolds, W.C. et Rodi, W., "la simulation des modèles de turbulence et leurs application", V.1 & 2, Eyrolles, Coll. Et. Rech. EDF, n° 55 & 56, (1984).
43. Hinze, J. "Turbulence", Mc Graw-Hill, (1959).

44. Launder, B.E., "A Generalized algebraic stress transport hypothesis", AIAA Journal, V.20, n°. 3, (March 1982), 436-437.
45. Yap, C.R., "Turbulent heat and momentum transfer in recirculating and impinging flows", PhD thesis, UMIST, Manchester, January (1987).
46. Launder, B.E., Spalding, B.D., "The numerical computation of turbulent flows", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, V.3, (1974), 269-289.
48. Schiestel, R., "les écoulements turbulents – Modélisation et simulation", Editions HERMES, 2^e édition, Paris, (1998).
49. Patankar, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences, Hemisphere Publishing Corporation, (1980).
50. Versteeg, H. K. et Malalalsekera, W., "An introduction to Computational Fluid Dynamic – the finite volume method", Longman scientific & Technical, (1995).
51. Leonard, B. P., "A stable accurate convective modeling procedure based on Quadratic Upstream Interpolation", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.19, (1979), 59-98.
52. Hayase, T., Humphry, J. A. C. et Greif, R., "A consistently formulated Quick scheme for fast and stable convergence using finite volume iterative calculation procedures", Journal of Computational Physics, Vol. 98, (1992), 108-118.
53. Huang, P. G., Launder, B. E. et Leschziner, M. A., "Discretization of nonlinear convection processes a broad range comparison of four schemes", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.48, (1985), 1-24.

54. Huang, P. G. et Leschziner, M. A., "An introduction and guide to the Computer Code TEAM", Report TFD/83/9, Thermofluids Division Dept, Mech. Eng, UMIST, (1983).
55. Archambeau, F., Mechtoua, N. and Sakiz, M., "Code_Saturne : a finite volume code for the computation of turbulent incompressible flows", Int. J. Finite Vol., (2004).
56. Ould-Hademine, E., "Etude expérimentale des structures d'écoulement dans l'espace rotor-stator d'un moteur électrique rapide de type ouvert", Thèse de doctorat, Université de Poitiers, (1996).