

UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA

Faculté des Sciences de l'Ingénieur
Département d'Electronique

THESE DE DOCTORAT D'ETAT

Spécialité : Contrôle

**DIAGNOSTIC DES DEFAUTS A L'AIDE D'OBSERVATEURS
APPLICATION A LA MACHINE ASYNCHRONE**

Par

FERDJOUNI ABDELAZIZ

Devant le jury compose de :

A. GUESSOUM	Professeur, U. de Blida	Président
M. S. BOUCHERIT	Professeur, ENP, Alger	Examineur
M. TADJINE	Professeur, ENP, Alger	Examineur
H. BENCHOUBANE	Maître de Conférence, U. de Blida	Examineur
H. SALHI	Maître de Conférence, U. de Blida	Rapporteur
M. DJEMAI	Maître de Conférence, HDR, ENSEA	Co-Rapporteur

Blida, 16 décembre 2007

المخلص

يمثل تشخيص الأنظمة الخطية و اللا خطية ميدانا واسعا للبحث في المراقبة، حيث يؤدي إلى تحسين خواص إمكانية الاشتغال و ضمان وظيفية الأنظمة المركبة. لقد تم اقتراح، في كثير من البحوث العلمية، عدة طرق و مناهج لحل مسألة التشخيص.

ينتشر المحرك الا متزامن بكثرة في الوسط الصناعي ويخضع لتطبيقات مختلفة يستعمل فيها بسرعة متغيرة أو ثابتة. تشكل إعطاب هذا المحرك الناتجة عن دوائر القصر التي تحل بلفات جزئه الثابت نسبة عالية لأسباب تعطلانه.

يعرض هذا البحث التشخيص أثناء العمل لمحرك لا متزامن ثلاثي الطور حيث يتم اعتبار حال دوائر قصر لفات الجزء الثابت و استعمال التقرب إلى الحل بواسطة الملاحظين. يتم في البداية بسط نموذج المحرك الا متزامن بعيوب يعبر عنها بواسطة شكل تآلفي بالنسبة للعيوب. حيث يمثل العيوب، في هذا النموذج، مركبات مستقلة لشعاع مدخل تطبق على النظام. تشكل هذه الصياغة نمودجا جديدا للمحرك اللا متزامن ثلاثي الطور. تنفذ مجموع أساليب الملاحظ الخاصة بكشف العيوب بواسطة تقنية الأنماط المنزلة و تقوم منهجية تستند على المعالجة المنطقية الزوجية لرواسب و أخطاء الملاحظة بتعيين العيوب. في الأخير، تقدم نتائج المحاكاة في حالتها الاشتغال السليم (أي الخالي من العيوب) و حال وجود عيوب في الجزء الثابت للمحرك.

RESUME

Le diagnostic des défauts est devenu un important champ d'investigation de la théorie du contrôle. Il permet d'améliorer les propriétés de fiabilité et de sûreté de fonctionnement pour les processus complexes. Cette tâche implique la détection précoce de tout événement anormal, de localiser son origine et de prendre les décisions nécessaires pour la remise en fonctionnement du système. Des méthodes variées ont été proposées pour réaliser le diagnostic des défauts et la génération des résidus. Dans les processus industriels, la machine asynchrone triphasée est largement répandue, grâce à ses qualités de robustesse, faible coût et de bonne standardisation. Elle est utilisée dans divers actionneurs électriques, où un fonctionnement sûr et fiable est exigé. La détection précoce des défauts permet d'éviter des conséquences néfastes sur le personnel et l'installation. Les courts-circuits de spires statoriques représentent un important pourcentage des causes de pannes de la machine asynchrone.

Le présent travail présente le diagnostic en ligne, de la machine asynchrone triphasée. Le cas des courts-circuits de spires statoriques est considéré et une approche à base d'observateur est utilisée pour la détection des défauts. Trois modèles sont développés. Le premier exprime le défaut sous une forme multiplicative. Les deux autres sont écrits sous une forme affine par rapport aux défauts, qui est plus appropriés au diagnostic. Les défauts interviennent alors comme un vecteur d'entrée appliqué au système. La technique des modes glissants est utilisée pour la synthèse de l'observateur non linéaire, destiné à la génération de résidus de détection de défauts. Des résidus supplémentaires sont générés pour leur isolation. Des simulations, dans les cas sain et défectueux et lors de variations paramétriques illustrent la méthode proposée et permettent de valider l'approche utilisée. Les résultats obtenus sont satisfaisants.

DEDICACES

A ma famille,
la petite, et la grande ...

ABSTRACT

Fault diagnosis became an issue of high importance in the control theory. In order to increase safety level, performance and reliability in controlled processes, it is important that system errors, component faults and abnormal system operations be detected promptly and the source and severity of each malfunction diagnosed. A wide range of solutions have been proposed to deal with the problem of fault diagnosis and residual generation. In industrial applications, the squirrel cage three-phase induction motor is used extensively. Thanks to its robustness, low cost and good standardization, it is present in various electrical drives and there is a strong demand for their reliable and safe operation. Failure of induction motor can lead to excessive downtimes and have harmful effects on the people and the installations. Inter-turn short circuits in stator windings represent an important percentage in breakdown causes of the induction motor.

This work presents the on-line diagnosis of the three-phase induction motor. The case of inter-turn short circuits in stator windings is studied and an observer-based approach is used to deal with fault detection. Three models of the inter-turn short circuits in stator windings of induction motor are developed. The first expresses the fault in a multiplicative way. The second and third are written in a fault affine form that permits to express faults as an input vector applied to the system. This formulation constitutes a new model for the faulty three-phase induction motor. It is well adapted and more appropriate for the diagnosis purpose. The observer design, intended to fault detection, is done by use of the sliding mode technique. Processing observation errors and residuals permits fault isolation. Simulations, in the healthy, faulty and parametric variation working cases illustrate the proposed method and show satisfying results.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire de Systèmes Electriques et Télécommunications (LABSET) du département d'Electronique, de l'Université Saad Dahleb de Blida (USDB), sous la direction conjointe de Monsieur Hassan SALHI, Maître de conférence et directeur du LABSET, et de Monsieur Mohamed DJEMAI, Maître de conférence, habilité à diriger les recherches à l'ENSEA (Cergy-Pontoise, France), et responsable de l'équipe ACOSYD (ECS). Je tiens à leur exprimer ma profonde gratitude.

Je remercie vivement Monsieur Abderrezak GUESSOUM, Professeur au département d'Electronique, de l'USDB, qui me fait l'honneur de présider le jury.

Que Messieurs M.S. BOUCHERIT, et M. TADJINE Professeurs à l'ENP Alger, trouvent l'expression de ma profonde gratitude pour leurs efforts et leur disponibilité ainsi que pour avoir accepté, malgré leurs multiples sollicitations, d'examiner ce travail.

Je remercie tout particulièrement Monsieur Hassine BENCHOUBANE, Maître de conférence à l'USDB pour sa participation au jury.

Mes remerciements vont également à l'ensemble des collègues du département d'Electronique, et de l'USDB, en particulier, les membres du LABSET.

Je remercie tout particulièrement Monsieur Mhamed BOUNEKHLA, Maître de conférence à l'USDB, pour sa disponibilité.

Je tiens à remercier Monsieur Jean Pierre BARBOT, Professeur à l'ENSEA et directeur du laboratoire ECS. Je remercie également tous les membres d'ECS (chercheurs et doctorants), en particulier Monsieur C. COMBASTEL, Maître de conférence à l'ENSEA.

Un grand merci également à Monsieur S. M. Karabernou, Maître de conférence à l'ENSEA.

Beaucoup de personnes ont contribué de façons diverses à ce travail. Quelles soient toutes remerciées.

LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 1.1	Action des défauts sur les différentes parties d'un système.	14
Tableau 1.1	Différentes situations pour une matrice d'incidence	16
Figure 1.2	Etapes du diagnostic à base de modèles	20
Figure 1.3	Génération de résidus à base d'observateur	26
Figure 1.4	Illustration de la stratégie DOS	27
Figure 1.5	Illustration de la stratégie GOS	27
Figure 1.6	Représentation éclatée de la machine asynchrone triphasée.	36
Figure 1.7	Représentation schématique d'un stator.	37
Figure 1.8	Représentation schématique d'un rotor.	38
Tableau 1.2	Statistiques des défauts de la machine asynchrone	39
Tableau 2.1	Répartition des défauts dans les machines asynchrones	49
Figure 2.1	Représentation schématique des enroulements d'une machine asynchrone.	50
Figure 2.2.a	Courants statoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a=0.1$, $t=2s$, Phase A :ligne continue, Phase B :ligne interrompue, Phase C : ligne pointillée, pour le modèle multiplicatif	80
Figure 2.2.b	Flux rotoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a=0.1$, $t=2s$, Phase A :ligne continue, Phase B :ligne interrompue, Phase C : ligne pointillée, pour le modèle multiplicatif	80
Figure 2.2.c	Couple électromagnétique et vitesse mécanique, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a=0.1$, $t=2s$, pour le modèle multiplicatif	81
Figure 2.3.a	Courants statoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a=0.1$, $t=2s$, Phase A :ligne continue, Phase B :ligne interrompue, Phase C : ligne pointillée, pour le modèle affine.	81
Figure 2.3.b	Flux rotoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a=0.1$, $t=2s$, Phase A :ligne continue, Phase B :ligne interrompue, Phase C : ligne pointillée, pour le modèle affine.	82
Figure 2.3.c	Couple électromagnétique et vitesse mécanique, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a=0.1$, $t=2s$, pour le modèle affine.	82
Figure 2.4.a	Courants statoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a=0.1$, $t=2s$, Phase A :ligne continue, Phase B :ligne interrompue, Phase C : ligne pointillée, pour le modèle affine après application de la transformation de Concordia.	83
Figure 2.4.b	Flux rotoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a=0.1$, $t=2s$, Phase A :ligne continue, Phase B :ligne interrompue, Phase C : ligne pointillée, pour le modèle affine après application de la	83

	transformation de Concordia.	
Figure 2.4. c	Couple électromagnétique et vitesse mécanique, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a=0.1$, $t=2s$, pour le modèle affine après application de la transformation de Concordia.	84
Figure 3.1	Schéma de principe de l'observateur d'état	94
Tableau 3.1	Siganture des résidus	101
Figure 3.2	Courants ($\alpha \beta h$) du stator (cas sans défauts)	102
Figure 3.3	Couple électromagnétique et vitesse mécanique (cas sans défauts)	102
Figure 3.4	Erreurs entre variables mesurés et observées (cas sans défauts)	103
Figure 3.5	Courants ($\alpha \beta h$) du stator (cas sans défauts, Variation de la tension d'entrée de 5% sur U_a)	103
Figure 3.6	Couple électromagnétique et vitesse mécanique (cas sans défauts Variation de la tension d'entrée de 5% sur U_a)	104
Figure 3.7	Erreurs entre variables mesurés et observées (cas sans défauts Variation de la tension d'entrée de 5% sur U_a)	104
Figure 3.8	Courants triphasés du stator (avant les défauts, traits continus : phase A , traits pointillés : phase B , traits discontinus : phase C)	105
Figure 3.9	Courants triphasés du stator (cas avec défaut, traits continus : phase A , traits pointillés : phase B , traits discontinus : phase C , $n_a=0.1$)	105
Figure 3.10	Courants triphasés du stator (cas avec défaut, traits continus : phase A , traits pointillés : phase B , traits discontinus : phase C , $n_a=0.1$, $n_b=0.15$)	106
Figure 3.11	Courants triphasés du stator (cas avec défaut, traits continus : phase A , traits pointillés : phase B , traits discontinus : phase C , $n_a=0.1$, $n_b=0.15$, $n_c=0.2$)	106
Figure 3.12	Couple électromagnétique (cas avec défauts $n_a=0.1$, $t_a=2s$, $n_b=0.15$, $t_b=3s$, $n_c=0.2$, $t_c=4s$)	107
Figure 3.13	Vitesse mécanique (cas avec défaut, $n_a=0.1$, $t_a=2s$, $n_b=0.15$, $t_b=3s$, $n_c=0.2$, $t_c=4s$)	107
Figure 3.14	Erreurs entre variables mesurés et observées (cas avec défaut, $n_a=0.1$, $t_a=2s$, $n_b=0.15$, $t_b=3s$, $n_c=0.2$, $t_c=4s$)	108
Figure 3.15	Résidu de détection de défauts r	108
Figure 3.16	Résidus d'isolation de défauts (r_1 traits pointillés, r_2 traits continus, r_3 traits discontinus)	109
Figure 4.1	Courants statoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , (a) : $f_a=0.95$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a=0.05$, (modèle affine).	111
Figure 4.1.c	Erreur entre les courants statoriques de la phase A , donnés par les deux modèles, apparition d'un défaut de 5 % ($f_a=0.95$, $n_a=0.05$)	112
Figure 4.2	Courants statoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , (a) : $f_a=0.9$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a=0.1$, (modèle affine).	112
Figure 4.2.c	Erreur entre les courants statoriques de la phase A , donnée par les deux modèles, apparition d'un défaut de 10 % ($f_a=0.90$, $n_a=0.10$)	113

Figure 4.3	Courants statoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , (a) : $f_a = 0.85$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = 0.15$, (modèle affine).	113
Figure 4.3.c	Erreur entre les courants statoriques de la phase A , donnée par les deux modèles, apparition d'un défaut de 15 % ($f_a = 0.85$, $n_a = 0.15$)	114
Figure 4.4	Courants statoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , : $f_a = 0.8$, (modèle multiplicatif), $n_a = 0.2$, (modèle affine).	114
Figure 4.4.c	Erreur entre les courants statoriques de la phase A , donnée par les deux modèles, apparition d'un défaut de 20 % ($f_a = 0.80$, $n_a = 0.20$)	115
Figure 4.5	Courants statoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , (a) : $f_a = 0.5$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = 0.5$ (modèle affine).	115
Figure 4.5.c	Erreur entre les courants statoriques de la phase A , donnée par les deux modèles, apparition d'un défaut de 20 % ($f_a = 0.50$, $n_a = 0.50$)	116
Figure 4.6	Courants statoriques, apparition d'un défaut sur les phases A et B , (a) : $f_a = f_b = 0.95$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = n_b = 0.05$, (modèle affine).	117
Figure 4.6.c	Erreur entre les courants statoriques des phases A et B , données par les deux modèles, apparition d'un défaut de 5 % ($f_a = f_b = 0.95$, $n_a = n_b = 0.05$)	117
Figure 4.7	Courants statoriques, apparition d'un défaut sur les phases A et B , (a) $f_a = f_b = 0.80$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = n_b = 0.20$, (modèle affine).	118
Figure 4.7.c	Erreur entre les courants statoriques des phases A et B , données par les deux modèles, apparition d'un défaut de 5 % ($f_a = f_b = 0.80$, $n_a = n_b = 0.20$)	118
Figure 4.8	Courants statoriques, $f_r = 25$ Hz., (a): modèle multiplicatif, (b) : modèle affine.	119
Figure 4.9	Flux rotoriques, $f_r = 25$ Hz, (a) : modèle multiplicatif, (b) : modèle affine.	120
Figure 4.10	Couple électromagnétique et vitesse rotorique, $f_r = 25$ Hz, (a): modèle multiplicatif, (b) : modèle affine.	120
Figure 4.11	Courants statoriques, $f_r = 25$ Hz, défaut sur la phase A , (a) : $f_a = 0.95$ (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = 0.05$ (modèle affine).	121
Figure 4.12	Flux rotoriques, $f_r = 25$ Hz, défaut sur la phase A , (a) : $f_a = 0.95$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = 0.05$ (modèle affine).	121
Figure 4.13	Couple électromagnétique et vitesse rotorique, $f_r = 25$ Hz, défaut sur la phase A , (a) : $f_a = 0.95$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = 0.05$, (modèle affine).	122
Figure 4.14	Courants statoriques, $f_r = 25$ Hz, défaut sur la phase A , (a) : $f_a = 0.90$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = 0.10$, (modèle affine).	123
Figure 4.15	Flux rotoriques, $f_r = 25$ Hz, défaut sur la phase A , (a) : $f_a = 0.90$, (modèle multiplicatif), (a) : $n_a = 0.10$, (modèle affine).	123
Figure 4.16.a	Couple électromagnétique et vitesse rotorique, $f_r = 25$ Hz, apparition d'un défaut sur la phase A , (a) : $f_a = 0.90$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = 0.10$, (modèle affine).	124
Figure 4.17	Variable de détection z_3 , (a) : régimes transitoire et permanent, (b) : zoom sur le régime transitoire.	125
Figure 4.17.c	Erreur entre courants mesuré et observé (sans défauts).	125
Figure 4.18	Variable de détection z_3 , (a) : régimes transitoire et permanent, (b) : zoom sur le régime transitoire.	126

Figure 4.18.c	Erreur entre courants mesuré et observé (sans défauts).	126
Figure 4.19	Variable de détection z_3 , (a) : régimes transitoire et permanent, (b) : zoom sur le régime transitoire.	126
Figure 4.19.c	Erreur entre courants mesuré et observé (sans défauts).	127
Figure 4.20.a	Variable de détection z_3 (défaut de 5%, phase A).	127
Figure 4.20	(b) : Erreur entre courants mesuré et observé, (c): Superposition des courants mesuré et observé (défaut de 5%, phase A).	127
Figure 4.21.a	Variable de détection z_3 (Variation de R_s de 50 %, défaut de 5%, phase A).	128
Figure 4.21	(b) : Erreur entre courants mesuré et observé, (c): Superposition des courants mesuré et observé (Variation de R_s de 50 %, défaut de 5%, phase A).	128
Figure 4.22	Analyse spectrale de I_{as} , cas sans défaut, avec charge.	130
Figure 4.23	Analyse spectrale de I_{as} , cas avec défaut de 10% sur la phase A, (a) sans charge, (b) avec charge.	131
Figure 4.24	Analyse spectrale de I_{as} , variation de R_r de 50%.	132
Figure 4.25	(a) : cas sans défaut, sans charge, (b) : cas sans défaut, Analyse spectrale de I_{as} , cas sans défaut, avec charge, variation de R_s de 20%, 30% et 50%.	132
Figure 4.26	Analyse spectrale de I_{as} , cas sans défaut, avec charge, variation de R_s de 20%, 30% et 50% et R_r de 20%, 30% et 50%.	133
Figure 4.27.a	Analyse spectrale de I_{as} , variation de u_{as} de 5%, sans défaut, sans charge,.	134
Figure 4.27.b	Analyse spectrale de I_{as} , variation de u_{as} de 5%, avec charge	134

APPENDICE A LISTE DES SYMBOLES

n_a, n_b, n_c	: pourcentage de réduction du nombre de spires par phase
f_a, f_b, f_c	: pourcentage du nombre de spires encore en service par phase
n_s	: nombre de spire par phase du stator,
$n_{cca}, n_{ccb}, n_{ccc}$: nombre de spires en court-circuit par phase
u_{as}, u_{bs}, u_{cs}	: tensions d'alimentation statoriques
i_{as}, i_{bs}, i_{cs}	: courants statoriques
$\Phi_{as}, \Phi_{bs}, \Phi_{cs}$: flux statoriques
u_{ar}, u_{br}, u_{cr}	: tensions rotoriques
i_{ar}, i_{br}, i_{cr}	: courants rotoriques
$\Phi_{ar}, \Phi_{br}, \Phi_{cr}$: flux rotoriques
l_s	: inductance propre d'une phase du stator,
$l_{s\sigma}$: inductance de fuite statorique,
l_r	: inductance propre d'une phase du rotor,
$l_{r\sigma}$: inductance de fuite rotorique,
M_s	: inductance mutuelle entre deux phases du stator,
r_s	: résistance d'une phase du stator,
r_r	: résistance d'une phase du rotor,
M_r	: inductance mutuelle entre deux phases du rotor,
M_{ij}	: inductance mutuelle entre une phases du stator et une phase du rotor,
Θ	Vecteur des paramètres classiques de la machine asynchrone
x, X	: Vecteur d'état, de dimension $(n \times 1)$
u, U	: Vecteur d'entrée, de dimension $(m \times 1)$
y, Y	: Vecteur de sortie, de dimension $(p \times 1)$
d	: Vecteur de perturbations, de dimension $(q \times 1)$
f	: Vecteur de défauts, de dimension $(s \times 1)$

TABLE DES MATIERES

RESUME.....	
REMERCIEMENTS.....	
TABLE DES MATIERES.....	
LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX.....	
INTRODUCTION.....	8
1. LES APPROCHES DU DIAGNOSTIC ET LEURS APPLICATIONS A LA MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASEE	13
1.1 Introduction.....	13
1.2 Classification des défauts.....	14
1.3 Le diagnostic des défauts.....	15
1.4 La génération des résidus.....	15
1.5 La méthode de la redondance matérielle.....	19
1.6 Les méthodes de la redondance analytique.....	19
1.7 L'approche à base de l'estimation paramétrique	21
1.8 Approche de l'espace de parité.....	22
1.9 Approche à base d'observateurs.....	25
1.10 Constitution de la machine asynchrone triphasée (MAS).....	36
1.11 Les sources de défauts de la machine asynchrone.....	38
1.12 Les méthodes de diagnostic de la machine asynchrone basées sur les mesures externes	41
1.13 Diagnostic de la machine asynchrone à l'aide de l'estimation paramétrique	44
1.14 Diagnostic de la machine asynchrone à l'aide des équations de parité	45
1.15 Diagnostic de la machine asynchrone à l'aide d'observateurs.....	46
1.16 Conclusion.....	47
2. MODELISATION DE LA MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASEE EN PRESENCE DE DEFAUTS DE COURTS-CIRCUITS DE SPIRES STATORIQUES EN VUE DE SON DIAGNOSTIC.....	48
2.1 Introduction.....	48
2.2 Les défauts statoriques.....	48
2.3 La modélisation de la machine asynchrone dans le repère triphasé....	49
2.4 La modélisation de la machine asynchrone avec défauts au stator.....	54

2.5 Le modèle triphasé multiplicatif.....	63
2.6 Le modèle triphasé affine par rapport aux défauts.....	69
2.7 Le modèle affine par rapport aux défauts statoriques dans le repère de Park.....	77
2.8 Simulation des modèles obtenus.....	79
2.9 Conclusion.....	84
3. GENERATION DE RESIDUS A L' AIDE D' OBSERVATEURS.....	85
3.1 Introduction.....	85
3.2 Etude de l' observabilité de la machine asynchrone.....	85
3.3 Analyse du modèle affine par rapport aux défauts dans le repère de Park	92
3.4 Synthèse des observateurs.....	93
3.5 Synthèse du générateur de résidus.....	99
3.6 Simulation et résultats.....	101
3.7 Conclusion.....	109
4. ANALYSE DES MODELES ET DE L' OBSERVATEUR DEVELOPPES	
POUR LA MACHINE ASYNCHRONE.....	110
4.1 Introduction.....	110
4.2 Comparaison des modèles triphasés multiplicatif et affine.....	110
4.3 Comparaison des modèles lors de la variation de la fréquence d'alimentation.....	119
4.4 Analyse de l' influence de la variation des paramètres sur l' observateur	124
4.5 Analyse spectrale des courants statoriques.....	129
4.6 Conclusion.....	135
CONCLUSION.....	136
APPENDICES.....	
A. Liste des symboles	139
B. Calculs relatifs aux modèles proposés.....	140
REFERENCES.....	145

INTRODUCTION

Le contrôle de processus complexes a connu un développement considérable ces dernières années avec l'introduction de microprocesseurs et d'ordinateurs. L'automatisation a permis de réduire l'intervention de l'opérateur humain et de réaliser un gain en productivité et en qualité du produit. Cependant, une tâche importante dans la conduite des processus complexes et qui reste largement dominée par l'opérateur humain est celle relative à la gestion des situations critiques, dues à l'apparition de défauts. Cette tâche implique la détection précoce de tout événement anormal, de localiser son origine et de prendre les décisions nécessaires pour la remise en fonctionnement du système. Pour limiter les risques d'intervention erronée de l'opérateur, un système de diagnostic de défauts, doit être intégré au processus et permettre ainsi, d'assister celui-ci dans les prises de décisions.

Le diagnostic des défauts est devenu un important champ d'investigation de la théorie du contrôle. Il permet d'améliorer les propriétés de fiabilité et de sûreté de fonctionnement pour les processus complexes. Des méthodes variées, avec des perspectives différentes, ont été proposées pour réaliser le diagnostic des défauts [1, 2, 3, 4]. Dans [3], ces méthodes ont été classées en trois catégories : méthodes à base de modèles quantitatifs, méthodes à base de modèles qualitatifs et méthodes basées sur l'historique du processus. Le diagnostic consiste à réaliser deux fonctions essentielles :

- la détection de défauts. Elle est accomplie par le biais de la génération de signaux indicateurs de la présence de défauts, appelés résidus.
- l'isolation et la localisation des défauts. Elle consiste à isoler l'occurrence d'un défaut parmi d'autres et sa localisation.

L'évaluation du résidu se fait par comparaison à un seuil, et permet de prendre la décision sur la présence ou non du défaut. Dans le cas idéal, le résidu doit être sensible uniquement au défaut évitant ainsi les fausses alarmes. Le Problème Fondamental de la Génération de Résidus (PFGR, FPRG en anglais) a été posé et résolu dans le cas de systèmes linéaires [5]. Il n'en est pas de même pour les systèmes non linéaires. Cependant, des solutions,

basées sur des concepts analytique et de géométrie différentielle, ont été proposées pour des classes particulières de systèmes non linéaires [6, 7, 8, 9]. Ces solutions du PFGR exploitent le concept de la redondance analytique qui existe entre les variables du modèle du système surveillé. Des solutions basées sur la redondance matérielle existent aussi [1].

L'approche de la redondance matérielle, multiplie les composants sensibles d'une installation. Les mesures fournies par les capteurs redondants sont comparées et un test de consistance est effectué [1]. Cette méthode représente la plus intuitive des solutions. Elle est simple à implémenter et ne nécessite pas la connaissance du modèle mathématique du système surveillé. Cependant, ses inconvénients sont un poids et un coût additionnels. Il faut, de plus, que le signal mesuré soit affecté par le défaut. Elle est réservée aux cas où l'exigence de service permanent est primordiale (avions, centrales nucléaires, .. etc.).

L'approche de la redondance analytique consiste à utiliser les informations analytiques ou fonctionnelles relatives au système surveillé ; c'est-à-dire basée sur un modèle mathématique de celui-ci. Le principe de cette méthode consiste à comparer les réponses fournies par le système à celles générées par le modèle mathématique. Les techniques de l'estimation des paramètres, celles basées sur l'utilisation d'observateurs et de l'espace de parité, sont parmi les plus importantes contributions de la redondance analytique [2, 4, 7, 9, 10]. Grâce à l'approche de la redondance analytique, plusieurs solutions ont été proposées pour résoudre le problème de la détection et de l'isolation de défauts à l'aide d'observateurs linéaires ou non [4, 9, 11, 12, 13]. Ces derniers sont utilisés pour estimer une partie ou la totalité du vecteur d'état, permettant ainsi de reconstituer les signaux de sorties. La mise en œuvre d'un banc d'observateurs permet de fournir des signaux, utilisés par une logique de décision binaire, pour détecter et isoler les défauts. L'observateur est principalement une copie du système à laquelle a été ajouté un terme de correction, d'où, pour la synthèse de l'observateur, la nécessité de disposer du modèle du système étudié. Différentes méthodes de synthèse d'observateurs pour les systèmes non linéaires ont été proposées [14, 15, 16, 17].

Dans les processus industriels, la machine asynchrone triphasée est largement répandue. Elle fonctionne à vitesse fixe ou variable. Elle est soumise à des contraintes de différentes natures, pouvant conduire à des défaillances variées (courts-circuits de spires au stator, excentricité statique et dynamique..). Les causes de défauts qui touchent la machine

asynchrone ont été analysées et classées dans [18, 19]. La détection précoce de ces défauts permet d'éviter des conséquences néfastes sur l'installation. Selon les statistiques, un pourcentage important (environ 40 %) des causes de pannes de la machine asynchrone est dû aux courts-circuits de spires statoriques [20].

Les méthodes de surveillance de la machine asynchrone se subdivisent en deux familles ; celles ne nécessitant pas de modèles mathématiques et qui sont basées uniquement sur les mesures externes et celles à base de modèles analytiques. Les premières sont les plus répandues. La technique dite du vecteur de Park est l'une d'elles [21]. L'analyse de signature des courants (MCSA) est une approche, basée sur les techniques de traitement du signal, utilisée pour la détection de défauts [22]. Toutes ces méthodes travaillent hors ligne. Le calcul des impédances directes et inverses, est une autre approche utilisée pour la détection de certains défauts [23]. Différentes tentatives ont été menées pour appliquer la seconde famille de méthodes. Dans [24], la synthèse d'observateurs destinés à la détection des défauts est utilisée après avoir appliqué un développement en série de Taylor au modèle $(\alpha\beta)$ de la machine asynchrone. Un observateur étendu est proposé dans [25] pour reconstruire les variables d'état et les paramètres. La méthode de l'espace de parité a été appliquée à une description discrète des équations non linéaires de la machine asynchrone dans [26].

Dans l'approche par redondance analytique, le modèle utilisé est d'importance capitale. Tous les travaux cités ci dessus souffrent de l'absence d'un modèle adéquat pour la détection des défauts de la machine asynchrone.

La machine asynchrone triphasée est un système non linéaire et fortement couplé. Sa modélisation a été traitée de façon abondante. La prise en compte des défauts, dans les modèles a fait l'objet de différentes approches. Des modèles d'ordre élevés et complexes, dans les quels est introduit un circuit électrique séparé pour chaque maille du stator et du rotor, ont été, proposés dans [27, 28]. D'autres modèles, utilisant une transformation de coordonnées ont été donnés. Dans [29] par exemple, le cas du défaut sur une seule phase a été étudié. Le cas de défauts sur les trois phases a été proposé dans [30]. Tous les modèles proposés dans les références citées ci-dessus, tiennent compte des défauts sous forme multiplicative. Dans cette forme, l'effet des défauts intervient, dans les équations du modèle, multiplié avec les paramètres de la machine. Pour toutes ces raisons, ces modèles

ne sont pas directement exploitables pour la détection de défauts à l'aide des méthodes de la redondance analytique.

Notre contribution consiste à présenter une solution au problème de la détection et de l'isolation de défauts de la machine asynchrone triphasée à l'aide d'observateur [31]. Le défaut considéré est celui de court-circuit de spires statoriques. Dans un premier temps, nous développons un nouveau modèle de la machine asynchrone triphasée où les défauts sont exprimés comme une entrée indépendante appliquée au modèle [31, 32]. Cette formulation est dite affine par rapport aux défauts et permet d'effectuer la synthèse de l'observateur en considérant uniquement le modèle sain. Ensuite, nous effectuons la synthèse d'un générateur de résidus à l'aide d'un observateur à mode glissant. Un premier résidu, destiné à la détection robuste de défaut, est réalisé en comparant les grandeurs fournies par le modèle à celle reconstruites grâce à l'observateur. Un ensemble de résidus destiné à l'isolation est aussi synthétisé.

La thèse est organisée en quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, sont introduites, en premier lieu, les notions de base relatives au diagnostic. Les différentes techniques de détection de défauts à base de modèles analytiques sont passées en revue. Ensuite, les parties constituant la machine asynchrone et les sources des défauts qui l'affectent sont présentées. Les deux familles de méthodes utilisées pour la détection des défauts de la machine asynchrone, ainsi que les différentes solutions proposées dans la littérature, y sont analysées.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation de la machine asynchrone triphasée en présence de défauts de courts-circuits de spires statoriques. Trois modèles dédiés au diagnostic et tenant compte de ces défauts sont développés. Des résultats de simulation des modèles obtenus sont donnés.

Le troisième chapitre est consacré à l'élaboration d'une solution à base d'observateur pour la détection et la localisation des défauts de courts-circuits de spires statoriques de la machine asynchrone triphasée. La synthèse de l'observateur non linéaire à modes glissants est effectuée ainsi que le générateur de résidus associé. Ce dernier est basé sur l'erreur entre les variables mesurées et celles reconstruites à l'aide de l'observateur.

Les capacités de détection et d'isolation, pour différentes situations, de ce générateur de résidus sont testées par simulation.

Dans le quatrième chapitre, sont menées différentes analyses permettant de valider les modèles développés pour la machine asynchrone et l'observateur. D'abord, la comparaison des résultats fournis par ces modèles est effectuée. Ensuite, l'incidence des variations paramétriques sur l'observateur est analysée. Enfin, différentes situations sont explorées grâce à l'analyse spectrale des courants statoriques. Celle-ci a pour objectif de différencier entre l'effet d'un court-circuit de spires statoriques et celui dû à une variation des paramètres.

Une conclusion générale termine ce travail.

CHAPITRE 1

LES APPROCHES DU DIAGNOSTIC ET LEURS APPLICATIONS A LA MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASEE

1.1. Introduction

Le diagnostic des défauts est devenu un important champ d'investigation de la théorie du contrôle. Il permet d'améliorer les propriétés de fiabilité et de sûreté de fonctionnement pour les systèmes complexes. Il s'intègre dans le cadre plus général de la surveillance et de la supervision. Compte tenu de l'importance des enjeux en termes de productivité (arrêt inutile des installations), de sécurité (anomalie non détectée) ou de qualité de production (mesure incorrecte d'une grandeur à contrôler), de nombreuses approches ont été proposées pour apporter une solution à ce problème. Les méthodes de diagnostic de défaut se subdivisent en deux familles principales ; celles qui utilisent un modèle du système à surveiller et celles pour qui seules les données mesurées permettent de caractériser son mode de fonctionnement.

Les entraînements électriques occupent une place importante dans le domaine des actionneurs industriels. Leur de gamme de puissance étendue ainsi que les progrès de l'électronique de puissance et de la microinformatique ont contribué à leur essor. Sa robustesse et son faible coût font de la machine asynchrone un choix privilégié. Pour cela, elle est très présente dans les applications industrielles, où elle est soumise à des contraintes de différentes natures qui provoquent des défaillances variées ayant des effets nocifs, voire destructeurs. La détection précoce des défauts permet d'éviter des conséquences néfastes sur les opérateurs et le matériel. Elle minimise aussi le coût d'intervention (les moyens mis en œuvre pour éviter les pannes ou pour réparer le système). Pour élaborer une stratégie de surveillance la machine asynchrone, il est nécessaire de connaître les défauts pouvant l'affecter et la caractérisation de ses modes de fonctionnements sains et défectueux.

La première partie de ce chapitre est consacrée aux définitions des notions de bases du diagnostic ainsi qu'aux différentes approches utilisées pour la génération de résidus. Ensuite, notre intérêt va se porter sur les sources de défauts affectant la machine asynchrone et aux méthodes de sa modélisation en tenant compte des défauts. Dans la dernière partie, les techniques de détection de défauts basées sur les mesures externes et celles avec modèles mathématiques de la machine asynchrone seront passées en revues.

1.2. Classification des défauts

Les défauts peuvent être subdivisés en trois catégories, selon la partie du système dans laquelle ils se produisent (figure 1.1) :

- Défauts sur les composants ou système : changements anormaux des valeurs des paramètres du procédé lui-même. Les courts-circuits des spires statoriques, sont un exemple.
- Défauts capteurs : ils se produisent dans le capteur ou dans la chaîne de mesure associée. Un tel défaut est la cause d'une mauvaise image de l'état physique du système (mauvais étalonnage de capteur ou vieillissement de l'organe récepteur de celui-ci,...etc.).
- Défauts actionneur : ils se produisent au niveau de la partie opérative du système et détériorent ainsi le signal d'entrée (perte de puissance d'un moteur, fuite dans un vérin... etc.)

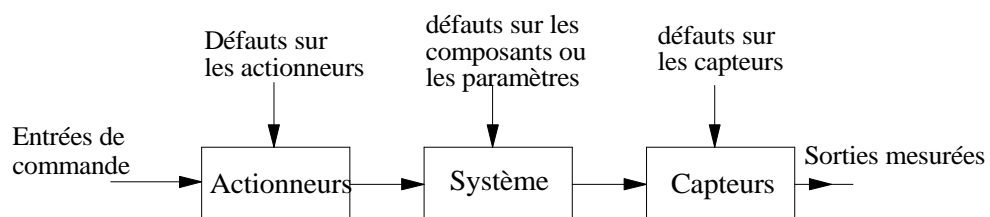


Figure 1.1 Action des défauts sur les différentes parties d'un système

1.2.1. Les différents types de défauts

Les défauts peuvent se séparer en :

- Défauts additifs : ils influencent une variable par addition du défaut lui-même (par exemple, l'offset d'un capteur).

- Défauts multiplicatifs : ils sont représentés par le produit d'une variable avec le défaut lui-même. Ils apparaissent comme une variation anormale des paramètres du système.

1.2.2. Dépendance des défauts en fonction du temps

Selon leur comportement en fonction du temps, les défauts sont classés en :

- Défauts abrupts : qui se développent rapidement, et sont alors modélisés par un échelon.
- Défauts naissants : qui se développent lentement, et sont représentés par une rampe.
- Défauts intermittents : sont représentés par une combinaison d'impulsions avec différentes amplitudes.

1.3. Le diagnostic des défauts

Au diagnostic sont associées deux fonctions essentielles : la détection et la localisation de défauts. La première fonction consiste en la détermination de la présence de ces derniers sur le système. Les signaux d'entrée et de sortie du système sont utilisés pour la génération de résidus. Ceux-ci sont des signaux mettant en évidence la présence de défauts. En fonctionnement normal, les résidus sont nuls et s'écartent notablement de zéro en présence de défauts. La seconde fonction consiste en l'évaluation du résidu pour prendre la décision sur la présence ou non de défauts, et à isoler l'occurrence d'un défaut parmi d'autres, c'est-à-dire, en la détermination du type, de l'emplacement et de l'instant d'apparition du défaut qui s'est produit. Elle suit la détection.

1.4. La génération des résidus

Les résidus, notés par le vecteur r , sont les signaux indicateurs de la présence de défauts. Ils traduisent l'inconsistance entre le comportement obtenu et celui attendu du procédé surveillé. Ils doivent être sensibles uniquement aux défauts. Cependant, des perturbations sont susceptibles d'agir sur ces derniers, ce qui peut entraver leur utilisation pour détecter et localiser les défauts. Cela pose le problème de robustesse des résidus vis à vis des perturbations inconnues et des incertitudes de modélisation. Les résidus sont

conçus en vue de faciliter leur exploitation ultérieure par un outil de décision destiné à détecter et localiser les défauts. Deux approches sont possibles [33]:

- Génération d'ensemble de résidus structurés : en réponse à un défaut particulier, seulement un sous ensemble de résidus, spécifique au défaut, devient non nul.
- Génération de résidus directionnels : en réponse à un défaut particulier, le vecteur des résidus reste confiné dans une direction particulière de l'espace des résidus.

1.4.1. La structuration des résidus

La structuration des résidus représente une façon de renforcer leurs performances. Un sous ensemble de résidus est alors destiné à un défaut particulier. L'avantage de la structuration des ensembles de résidus est de simplifier leur analyse, pour déterminer lequel d'entre eux est devenu non nul. Le test de seuil peut être réalisé séparément pour chaque résidu, conduisant à une décision booléenne, (un '1' correspond à un résidu activé) permettant ainsi de structurer une table de signature, appelée aussi matrice d'incidence. GERTLER [33] distingue trois cas pour une table de signature (un exemple en est donné par le tableau 1.1) :

- non isolante : une colonne est nulle ou deux au moins sont identiques,
- faiblement isolante : les colonnes sont non nulles et distinctes deux à deux,
- fortement isolante : en plus d'être faiblement isolante, aucune colonne ne peut être obtenue à partir d'une autre en remplaçant un '1' par un '0'. Un cas intéressant, pour l'isolation des défauts multiples, correspond à une structure diagonale.

Tableau 1.1 : Différentes situations pour une matrice d'incidence

	f_1	f_2	f_3	f_1	f_2	f_3	f_1	f_2	f_3	f_1	f_2	f_3
r_1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0
r_2	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0
r_3	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
	Non isolante			Faiblement isolante			Fortement isolante			Diagonale		

1.4.2. Sensibilité et choix des seuils

La génération de résidus doit posséder un certain nombre de qualités :

- sensibilité aux défauts : c'est l'aptitude de la technique à détecter des défauts naissants ou de faible amplitude (avoir un faible taux de non détection),

- rapidité de détection : c'est la capacité de la méthode à détecter les défauts dès leur apparition (avoir un faible retard à la détection),
- robustesse aux bruits et aux perturbations : c'est l'aptitude de la technique à opérer en présence de bruits ou perturbations sur les entrées, les sorties ou le système tout en ayant un faible taux de fausses alarmes.

L'évaluation des résidus est une étape déterminante dans la procédure de surveillance. Il s'agit de prendre une décision binaire, qui consiste à dire si quelque chose a mal fonctionné dans le système surveillé. Il s'agit, donc de déterminer à partir de l'analyse des résidus si un défaut s'est produit ou non. Cette décision n'est pas aisée à prendre dans le cas réel où le système subit l'influence des bruits et des perturbations. L'évaluation des résidus se heurte à deux contraintes essentielles :

- fausses alarmes : c'est la détection d'un défaut quand il n'y en a pas. Ce type d'erreur est très préjudiciable car il fait perdre rapidement la confiance des superviseurs dans le système de détection (celui-ci annonçant des défauts fictifs). De plus, il peut conduire à des reconfigurations inutiles ou inappropriées et à l'arrêt en pure perte.
- non détection : c'est l'omission d'un défaut qui existe, ce qui peut entraîner une panne.

A ce niveau, le problème du choix des seuils se pose. Ces derniers sont fixés de façon à réduire le nombre de fausses alarmes et de non détection. Ces deux contraintes étant contradictoires, il s'agit alors de réaliser un compromis entre la détection d'un défaut qui ne s'est pas produit et l'omission d'un défaut qui s'est produit. En effet, si les seuils sont élevés, certains défauts, de faible amplitude, ne seront pas détectés, et si les seuils sont trop bas, les perturbations et les bruits de différentes natures qui existent dans le système risquent d'être confondus avec les défauts et engendrer une alarme.

1.4.3. Découplage des résidus vis-à-vis des perturbations

Une perturbation est une grandeur ayant une action sur le système physique dont l'origine est souvent due à une modélisation imparfaite de celui-ci. Elle peut être définie comme l'écart entre le comportement du système et une référence. Les perturbations et les défauts sont de même nature; leurs instants d'apparition et leurs amplitudes sont ignorés, ils représentent des entrées inconnues pour le système. Cependant, ils diffèrent par leurs

effets sur celui-ci. Un diagnostic est à envisager dans le cas du défaut, alors qu'il ne l'est pas pour la perturbation. Par exemple, une perturbation telle qu'une variation du couple de charge sur un moteur peut entraîner des écarts très importants par rapport à un comportement de référence, sans que cette situation soit critique. Des écarts de comportement beaucoup plus faibles, résultant par exemple de court circuit entre quelques spires d'une même phase, correspondent par contre à une situation plus critique pour laquelle un diagnostic devra être envisagé. La séparation entre défauts et perturbations passe par une méthode de découplage, qui peut être direct ou indirect [34].

Le découplage direct consiste à extraire du modèle de départ un sous modèle insensible aux entrées à découpler ; cela revient à n'utiliser le modèle que d'une partie du système, l'autre étant éliminée. On peut distinguer le découplage parfait du découplage approximatif. Ce dernier a pour objectif de minimiser et non d'annuler, l'influence des variables inconnues. Le découplage indirect consiste à estimer les entrées à découpler pour compenser leur influence. Le raisonnement est conduit sur l'ensemble du système considéré, ce qui représente l'avantage de conserver toute l'information disponible sur l'évolution relative des différentes grandeurs mises en jeu.

1.4.4. Formulation du problème de diagnostic

Soit le système décrit par le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = g(x, u, f, d) \\ y = h(x, u, f, d) \end{cases} \quad (1.1)$$

Dans l'équation (1.1), $x \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état, $u \in \mathfrak{R}^m$ est le vecteur de commande, $y(t) \in \mathfrak{R}^p$ est le vecteur de sortie, f est le vecteur de défauts et d le vecteur des perturbations. La détection de défauts consiste à décider si le système est en défaut ($f \neq 0$) ou non ($f=0$) et cela quelques soient les perturbations d . Un vecteur de résidus r peut être défini par :

$$\begin{cases} \dot{z} = g_r(z, u, y) \\ r = h_r(z, u, y) \end{cases} \quad (1.2)$$

r doit décroître rapidement vers zéro en l'absence de défauts et indiquer la présence de défauts dès leur apparition.

$$r(z, x, u, f, d) = 0 \Leftrightarrow f = 0 \quad \text{et} \quad f \neq 0 \Leftrightarrow r(z, x, u, f, d) \neq 0 \quad (1.3)$$

L'influence des grandeurs inconnues x et d sur r rend cette relation difficile à satisfaire. Une méthode de découplage, doit alors être utilisée, pour réaliser cette contrainte.

La phase de génération de résidus est une étape primordiale dans la détection de défauts. Les performances du système de diagnostic sont fortement conditionnées par celle-ci. Différentes méthodes de génération de résidus ont été proposées, elles exploitent le concept de redondance, matérielle ou analytique, qui existe entre les variables.

1.5. La méthode de la redondance matérielle

L'approche de la redondance matérielle [1,3] consiste à multiplier les composants sensibles (capteurs, actionneurs, processeurs et logiciel) d'une installation, permettant de mesurer et/ou de contrôler une variable particulière. Un test de consistance est effectué sur les signaux issus des composants redondants et permet de distinguer l'élément défectueux en cas d'incohérence. Longtemps utilisée, cette méthode représente la plus intuitive des solutions. Elle nécessite, néanmoins que la variable surveillée soit affectée par le défaut, sinon la détection n'a pas lieu. Ses inconvénients sont une augmentation de poids global et du coût d'acquisition et d'installation des composants redondants. Un autre inconvénient est que les composants redondants installés en même temps et qui ont la même durée de vie, ont tendance à avoir une défaillance presque simultanée. Il se peut aussi qu'ils aient un même vice de fabrication parce qu'ils proviennent de la même série. Elle est, en revanche, fiable, simple à implémenter et ne nécessite pas de connaître le modèle mathématique du système surveillé. Elle est réservée aux cas où la nécessité de service permanent est primordiale (avions, centrales nucléaires, .. etc.).

Le diagnostic à l'aide de la méthode de la redondance matérielle se limite à la surveillance des composants redondants. Il sera possible, une fois le défaut détecté et localisé de pouvoir utiliser la partie de l'équipement encore saine. Par contre, la détection des pannes survenant sur les éléments non redondants n'est pas possible par cette technique seule.

1.6. Les méthodes de la redondance analytique

La détection de défauts peut être réalisée en utilisant les informations analytiques ou fonctionnelles relatives au système surveillé; c'est-à-dire basées sur un modèle

mathématique de celui-ci. Cette dernière approche est connue comme étant la redondance analytique ou, de façon identique, le diagnostic de défauts à base de modèles [2, 3, 4, 9, 10, 24, 33, 34].

Lorsqu'on utilise l'information fournie par un modèle mathématique quantitatif, le principe de base de la détection et de l'isolation de défauts (FDI) à base de modèles est de comparer les réponses fournies par le système surveillé avec celles générées à l'aide du modèle analytique. Le résultat de cette comparaison est contenu dans un ensemble de signaux appelés résidus. L'analyse de ces derniers permet de détecter et d'interpréter tout comportement anormal du système surveillé. Elle permet aussi, de localiser l'origine de ce comportement anormal. Par conséquent, la génération de résidus joue un rôle de première importance dans la procédure de diagnostic puisqu'elle conditionne la qualité du système de surveillance. La localisation ou l'isolation des défauts intervient à la suite de génération de résidus. Elle consiste à dire sur quelle partie du système et à quel instant s'est produit le défaut. L'identification du défaut consiste à définir le type de défaut qui s'est produit et son étendue. Elle permet aussi de déterminer son évolution probable. La figure 1.2 résume les principales étapes d'une procédure de surveillance utilisant des modèles analytiques.

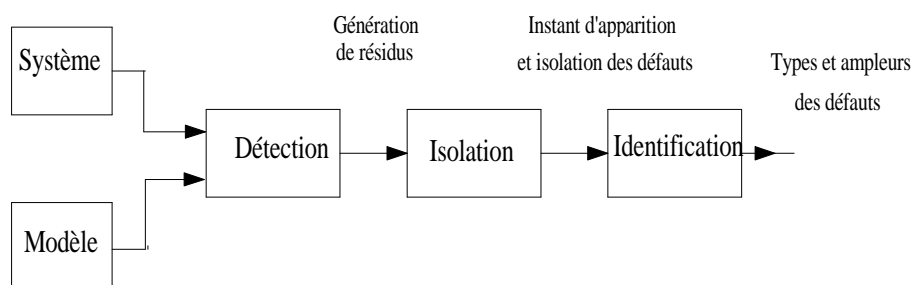


Figure 1.2 Etapes du diagnostic à base de modèles

Durant ces dernières années, trois approches de génération de résidus à base de modèles mathématiques ont été développées :

- L'approche à base d'estimation des paramètres,
- L'approche à base des équations de parité,
- L'approche à base d'observateurs.

1.7. L'approche à base de l'estimation paramétrique

Dans la plupart des situations pratiques, les paramètres du procédé étudié sont partiellement connus ou totalement inconnus. Ils peuvent alors être déterminés à l'aide des méthodes d'identification ou de l'estimation des paramètres [2, 24, 33, 35], en mesurant les signaux d'entrée-sortie si la structure de base du modèle est connue. La méthode de détection de défauts à base de modèles paramétriques, repose sur l'hypothèse que les défauts se reflètent dans les paramètres physiques du système. On estime alors un vecteur de paramètres dont la variation à l'extérieur d'une plage de référence représente l'apparition d'un défaut dans le système surveillé (ou plus exactement représente un changement dans les caractéristiques du procédé). Cette variation peut alors être détectée à l'aide d'un test de décision dans l'espace paramétrique.

Considérons un système décrit par le modèle d'état d'ordre n , où $y(t)$ représente la sortie fournie en réponse au signal d'entrée $u(t)$. x est le vecteur d'état et θ le vecteur de paramètres.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = g(x(t), u(t), \theta) \\ y(t) = h(x(t), u(t), \theta) \end{cases} \quad (1.4)$$

On considère un ensemble de N données mesurées, acquises avec une période d'échantillonnage T_θ . Le problème est d'estimer le modèle qui explique au mieux ces données, donc de déterminer le vecteur de paramètres θ . Grâce à une estimation paramétrique, on peut obtenir une estimation du vecteur de paramètres à l'instant $(k-1)$ comme étant $\hat{\theta}_{k-1}$. A l'instant k , ce vecteur est $\hat{\theta}_k$. Le résidu est défini comme la différence entre la valeur estimée du vecteur de paramètres $\hat{\theta}_k$ avec sa valeur considérée comme nominale θ_0 :

$$r(k) = \hat{\theta}_k - \theta_0 \quad (1.5)$$

ou bien, en considérant les sorties mesurée et estimée :

$$r(k) = y(k) - h(\hat{\theta}_{k-1}, u(k)) \quad (1.6)$$

Les méthodes d'estimation paramétrique nécessitent l'optimisation d'un critère de performance. Elles doivent respecter deux contraintes très restrictives et fortement corrélées : la persistance de l'excitation et un nombre limité de paramètres à estimer. De plus, le critère de performance est minimisé à l'aide de techniques numériques. L'effort de

calcul est donc plus grand, et une application en temps réel n'est, en général, pas envisageable. Ces contraintes limitent leur mise en œuvre. Cependant, elles sont adaptées pour la détection de défauts multiplicatifs [2].

1.8. Approche de l'espace de parité

Cette méthode a été proposée initialement dans [36]. Elle a été traitée de façon abondante dans la littérature consacrée à la détection de défauts [4, 10, 24, 33, 34]. Le principe de cette approche est de transformer les équations du modèle de manière à obtenir des relations particulières appelées RRA : relations de redondance analytique. Ces relations ont pour propriété de ne lier que des grandeurs connues. L'obtention hors ligne des RRA est un problème général d'élimination de variables dans un système d'équations algébro-différentielles. Dans le cas linéaire, l'élimination est réalisée par projection dans l'espace de parité. Dans le cas non linéaire, des techniques d'élimination formelles peuvent être mises en œuvre [37].

Lorsque le modèle est linéaire, la génération de résidu utilise les RRA dans lesquelles l'action des entrées et de l'état inconnu a été annulée. L'influence des entrées est retranchée directement puisque ces entrées sont connues de même que leur matrice d'action. Comme la matrice d'interaction de l'état sur la sortie (la matrice d'observabilité) est connue, l'influence de l'état est annulée par projection sur l'espace orthogonale à cette matrice d'interaction. En l'absence de défaut, le résidu ainsi obtenu ne reflète que l'action des bruits aléatoires. Si un défaut affecte le système et si sa direction n'est pas colinéaire à celle de l'état, alors son influence se traduira par un changement de la moyenne du résidu. Une structuration du résidu est réalisée ensuite afin de localiser le défaut. On exploite la redondance analytique existant dans les équations d'état lorsque celles-ci sont écrites sur un horizon d'observation de « s » échantillons.

Soit le modèle discret d'un système dynamique linéaire soumis aux vecteurs de défauts f et de perturbations d (équation 1.7).

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_u u(k) + B_d d(k) + B_f f(k) \\ Y(k) = Cx(k) + D_u u(k) + D_d d(k) + D_f f(k) \end{cases} \quad (1.7)$$

Sur un horizon de « s » échantillons, la relation suivante est écrite :

$$\begin{aligned}
\underbrace{\begin{bmatrix} y(k-s) \\ y(k-s+1) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}}_{Y(k)} &= M_0 x(k-s) + M_1 \underbrace{\begin{bmatrix} u(k-s) \\ u(k-s+1) \\ \vdots \\ u(k) \end{bmatrix}}_{U(k)} + M_2 \underbrace{\begin{bmatrix} d(k-s) \\ d(k-s+1) \\ \vdots \\ d(k) \end{bmatrix}}_{D(k)} + \\
&M_3 \underbrace{\begin{bmatrix} f(k-s) \\ f(k-s+1) \\ \vdots \\ f(k) \end{bmatrix}}_{F(k)}
\end{aligned} \tag{1.8}$$

avec

$$\begin{aligned}
M_0 &= \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^s \end{bmatrix}; M_1 = \begin{bmatrix} D_u & 0 & \cdots & 0 \\ CB_u & D_u & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{s-1}B_u & CA^{s-2}B_u & \cdots & D_u \end{bmatrix} \\
M_2 &= \begin{bmatrix} D_d & 0 & \cdots & 0 \\ CB_d & D_d & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{s-1}B_d & CA^{s-2}B_d & \cdots & D_d \end{bmatrix}; M_3 = \begin{bmatrix} D_f & 0 & \cdots & 0 \\ CB_f & D_f & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{s-1}B_f & CA^{s-2}B_f & \cdots & D_f \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

L'équation (1.8) peut se mettre sous la forme compacte suivante :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I & -M_1 \end{bmatrix}}_{H_O} \underbrace{\begin{bmatrix} Y(k) \\ U(k) \end{bmatrix}}_{V_O} = \underbrace{\begin{bmatrix} M_0 & M_2 \end{bmatrix}}_{H_Z} \underbrace{\begin{bmatrix} x(k-s) \\ D(k) \end{bmatrix}}_{V_Z} + \underbrace{\begin{bmatrix} M_3 \end{bmatrix}}_{M_F} \underbrace{\begin{bmatrix} F(k) \end{bmatrix}}_{V_F} \tag{1.9}$$

le modèle de parité est obtenu sous la forme :

$$H_O V_O(k) = H_Z V_Z(k) + H_F V_F(k) \tag{1.10}$$

avec

$$V_O = \begin{bmatrix} Y(k) \\ U(k) \end{bmatrix}, \quad V_Z = \begin{bmatrix} x(k-s) \\ D(k) \end{bmatrix}, \quad V_F = [F(k)]$$

V_O contient les grandeurs accessibles à la mesure (entrées et sorties connues). V_Z contient les perturbations et les états (grandeurs inconnues autres que les défauts). V_F contient les défauts. w étant un vecteur colonne, un résidu scalaire est donné par :

$$r = w^T H_O V_O = w^T (H_Z V_Z + H_F V_F) \tag{1.11}$$

Pour que le résidu r soit sensible aux défauts et insensible aux perturbations, il faut choisir le vecteur w tel que :

$$w^T H_Z = 0 \Rightarrow w \in \ker(H_Z^T) \quad (1.12)$$

donc, le résidu r satisfait :

$$r = w^T H_O V_O = w^T H_F V_F \quad (1.13)$$

la détection de défauts est obtenue de la façon suivante :

$$V_F = 0 \Rightarrow r = w^T H_O V_O = 0 \quad (1.14)$$

et l'évaluation du résidu est réalisée grâce à :

$$r = w^T H_O V_O \neq 0 \Rightarrow V_F \neq 0 \quad (1.15)$$

La stratégie de décision, dont le choix des seuils reste un problème majeur, permettra de décider si $r \neq 0$.

Les conditions données par les équations (1.14) et (1.15) traduisent le découplage parfait des défauts et perturbations. En pratique, ceci est trop restrictif et parfois, il n'existe pas de solutions analytiques. La solution consiste alors à utiliser le découplage approximatif dont le principe est de minimiser un indice de performance $J(w)$ donné par :

$$J(w) = \frac{\|\delta r / \delta d\|}{\|\delta r / \delta f\|} \quad (1.16)$$

L'objectif est de maximiser l'influence des variables de défauts V_F et de minimiser l'influence des variables de perturbations V_D . $\|\cdot\|$ est, en général, la norme euclidienne. Il est à noter que ce choix de $J(w)$ n'est pas unique.

1.8.1. Localisation des défauts à base des équations de parité

Afin de localiser les défauts, il est proposé dans [38] de construire un ensemble de vecteur de résidus structurés. Deux stratégies peuvent être considérées :

- Le i^{eme} résidu $r_i(t)$ est sensible seulement au i^{eme} défaut.
- Le i^{eme} résidu $r_i(t)$ est sensible à tous le défauts sauf le i^{eme} .

Ceci revient à imposer des contraintes supplémentaires sur le vecteur w .

1.8.2. Remarques

- Lorsqu'un un modèle d'état continu est traité à l'aide des équations de parité, les « s » dérivées successives des signaux d'entrée et de sortie sont nécessaires. Elles sont obtenues en utilisant des filtres à variables d'état [39].
- Un résidu vectoriel peut être défini avec des propriétés directionnelles. Ceci est fait en choisissant les composantes de la matrice W de façon qu'une variable mesurée soit sans effet sur un résidu particulier [40].
- Jusqu'à récemment, les observateurs de diagnostic ont été considérés comme étant plus généraux et plus puissants que les équations de parité. Il a été montré, cependant, que pour n'importe quel observateur de diagnostic, il existe une conception équivalente avec les équations de parité qui produit exactement les mêmes résidus. Donc, ce qui peut être réalisé avec les observateurs peut l'être à l'aide des équations de parité [41].

1.9. Approche à base d'observateurs

L'utilisation des observateurs pour la détection de défaut repose sur la reconstruction totale ou partielle du vecteur de sortie, par le biais d'une estimation du vecteur d'état, grâce aux signaux mesurables du système surveillé. La différence entre les sorties reconstruites et les sorties réelles, éventuellement suivie d'un filtre, permet la génération de résidus (figure1.3). Toutefois, il existe une distinction de base entre l'utilisation de l'observateur pour reconstruire le vecteur d'état et l'observateur pour détecter les défauts. La différence fondamentale avec un observateur classique (reconstructeur d'état) est que certains signaux d'entrée, traduisant les défauts, sont des entrées inconnues supposées rester égales à zéro tant qu'il n'y a pas de défauts. Dès qu'un défaut apparaît, ces entrées deviennent non nulles. Le rôle de l'observateur, réalisé sur la base du système sans défauts, est qu'il doit alors réagir à cette nouvelle situation et indiquer la présence de défauts de façon très rapide. Il est aussi exigé de cet indicateur de ne pas confondre défauts et perturbations. Donc, pour réaliser un système de détection fiable, la synthèse de l'observateur doit être effectuée de façon à détecter les défauts et éliminer l'effet des perturbations. Différentes solutions ont été proposées pour accomplir cette tâche. Dans le cas de systèmes linéaires, le choix judicieux de la matrice de gain de

l'observateur permet de résoudre ce problème. Une classe particulière d'observateurs consiste à générer des résidus directionnels : il s'agit des filtres de détection de défauts introduits dans [42]. Une autre approche est basée sur l'utilisation de méthodes de découplage direct ou indirect. L'observateur à entrées inconnues avec découplage non linéaire ou linéaire a été proposé pour atteindre cet objectif [6, 7, 8, 13, 43]. L'idée principale est d'utiliser une transformation de l'état $z=T(x)$ ($z=Tx$ avec T constante, dans le cas linéaire), afin d'obtenir une partie du vecteur d'état, z , dont la dynamique est découplée des entrées inconnues d . Deux étapes sont nécessaires :

- Génération de l'état découplé,
- Synthèse de l'observateur et génération de résidus.

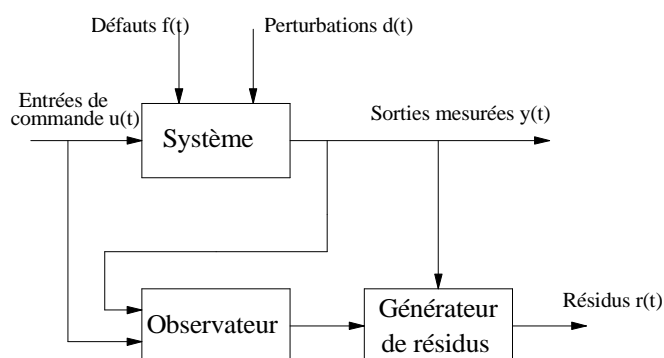


Figure 1.3 Génération de résidus à base d'observateur

Dans le cas des systèmes non linéaires, le découplage des perturbations peut être effectué à l'aide de méthodes analytique [6, 44], ou de géométrie différentielle [7, 8, 9]. La synthèse de l'observateur est ensuite effectuée sur la partie du système découplée vis-à-vis des perturbations. Une approche par estimation du défaut, dans le cas d'un système linéaire, a été proposée par [45]. Une approche par estimation de la perturbation a été proposée dans [9], dans le cas d'un système non linéaire, et pour lequel, il était impossible d'appliquer la méthode proposée dans [7, 8]. Dans ces travaux, un observateur non linéaire à modes glissants est utilisé.

1.9.1. La localisation des défauts

Pour résoudre le problème de la localisation des défauts, l'idée est de construire un banc de q observateurs dont chacun est excité par une combinaison judicieusement choisie des entrées et des sorties du système. Chaque vecteur de résidus $r_1(t) \dots r_q(t)$ est alors sensible à un ensemble de défauts. Deux stratégies sont alors retenues :

- La stratégie **DOS** pour « Dedicated Observer Scheme » où un défaut n'influence qu'un seul vecteur de résidu (figure 1.4).
- La stratégie **GOS** pour « Generalized Observer Scheme » où un défaut influence tous les vecteurs de résidu sauf un (figure 1.5).

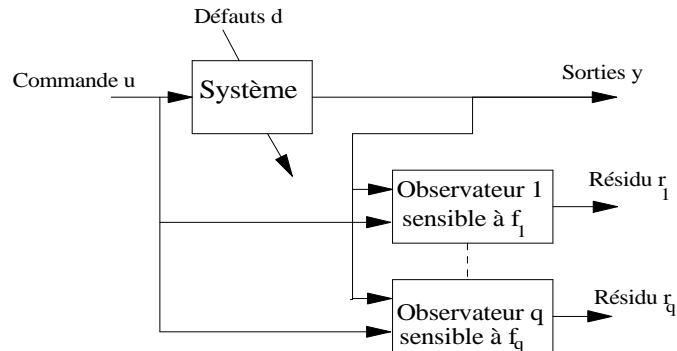


Figure 1.4 Illustration de la stratégie DOS

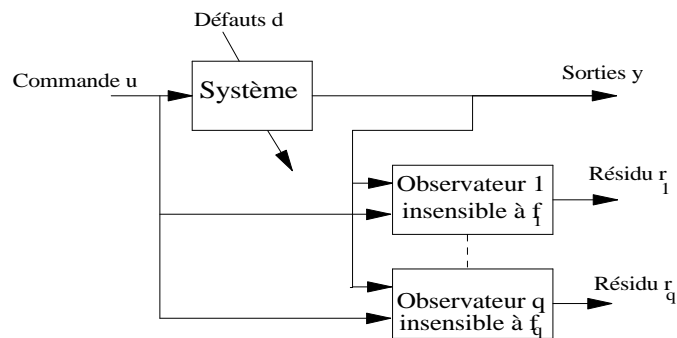


Figure 1.5 Illustration de la stratégie GOS

1.9.2. Rappel sur l'observabilité

L'observabilité du système considéré est un préalable à la synthèse d'observateurs. Elle caractérise la propriété de pouvoir récupérer de façon statique ou dynamique, par une combinaison des mesures et de leurs dérivées, toutes les variables d'état du système. Une fois reconstruites, les variables d'état peuvent être utilisées pour l'élaboration des signaux de commande en boucle fermée, ou pour la génération de résidus, pour la détection de défauts.

1.9.2.1. Observabilité des systèmes linéaires

Considérons le système linéaire invariant dans le temps:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), & x(t_0) = x_0 \\ Y = Cx(t) \end{cases} \quad (1.17)$$

où $x(t_0) = x_0$ représente l'état initial.

La propriété d'observabilité du système (1.17) consiste à pouvoir déterminer l'état $x(t)$ sur tout intervalle $[t_0, t_1]$ par la seule connaissance des signaux d'entrée $u(t)$ et de sortie $y(t)$.

Définition 1: On dit que le système (1.17) est observable si et seulement si on peut reconstruire l'état x par la seule connaissance de l'entrée u et de la sortie y .

La condition nécessaire et suffisante d'observabilité d'un système linéaire et invariant dans le temps est donnée par la condition du rang, dite condition de Kalman [45]. La matrice d'observabilité est définie par :

$$O = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

La condition de rang (critère de Kalman) s'énonce comme suit [45] :

Théorème 1: Le système (1.17) est observable si et seulement si la matrice O est de rang égal à n . On dit alors que la paire (C, A) est observable.

1.9.2.2. Observabilité des systèmes non linéaires

Soit le système non linéaire décrit par l'équation (1.19).

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)), & x(t_0) = x_0 \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (1.19)$$

où $x(t) \in M \subseteq \mathfrak{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{U} \subseteq \mathfrak{R}^m$ (M et \mathbb{U} deux ouverts) représentent respectivement l'état du système et la commande (ou l'entrée) et $y(t) \in \mathfrak{R}^p$ représente la sortie. Les fonctions f et h sont de classe C^∞ .

La notion d'observabilité d'un système non linéaire peut être définie à partir de la notion d'indiscernabilité d'une paire d'état initiaux [14, 46].

Définition 2 : Le système non linéaire (1.19) est dit observable s'il n'admet pas de paires indiscernables.

Définition 3 : Deux états initiaux $x_1(t_0) = x_1$ et $x_2(t_0) = x_2$ sont dit indiscernables pour le système (1.19) si $\forall t \in [t_0, t_1]$ les sorties correspondantes $y_1(t)$ et $y_2(t)$ sont indiscernables quelle que soit l'entrée admissible $u(t)$ appliquée au système. Autrement dit, les sorties correspondantes à x_1 et x_2 sont égales.

Donc contrairement au cas linéaire, l'observabilité d'un système non linéaire dépend de l'entrée appliquée. On doit donc tenir compte des entrées pour l'étude de l'observabilité des systèmes non linéaires.

L'indiscernabilité est une relation d'équivalence sur M . On note $I(x_0)$ (resp. $I_\Pi(x_0)$) l'ensemble des états initiaux indiscernables d'un état x_0 quelconque restant dans Π (resp. dans un voisinage de x_0 restant dans Π).

Définition 4 : L'état x_0 est dit observable si $I(x_0) = \{x_0\}$ et le système (1.19) est dit observable si pour tout $x \in M$, $I(x) = \{x\}$.

Définition 5 : L'état x_0 est dit localement observable si pour tout voisinage ouvert $\Pi \in M$ de x_0 , $I_\Pi(x_0) = \{x_0\}$ et le système (1.19) est dit localement observable si pour tout $x \in M$, $I_\Pi(x) = \{x\}$.

Nous affaiblissons les conditions d'observabilité en ne discernant que des états initiaux proches l'un de l'autre.

Définition 6 : L'état x_0 est dit faiblement observable s'il existe un voisinage ouvert V de x_0 tel que $I(x_0) \cap V = \{x_0\}$ et le système (1.19) est dit faiblement observable si pour tout $x \in M$, $I(x) \cap V = \{x\}$.

Définition 7 : L'état x_0 est dit localement faiblement observable s'il existe un voisinage ouvert V de x_0 tel que pour tout voisinage ouvert Π de x_0 contenu dans V , $I_\Pi(x_0) = \{x_0\}$ et

le système (1.19) est dit localement faiblement observable si pour tout $x \in M$, $I_{\Pi}(x) = \{x\}$.

Définition 8 : On appelle entrée universelle, l'entrée qui permet de discerner tout couple d'états initiaux par examen de la sortie. Dans le cas contraire, elle est appelée entrée singulière. Lorsqu'un système non linéaire est dépourvu d'entrées singulières, il est appelé système uniformément observable.

Les critères permettant de déterminer l'observabilité d'un système non linéaire sont plus compliqués que dans le cas linéaire. Cependant, une notion d'observabilité faible locale peut être caractérisé par une condition de rang équivalant au cas linéaire.

Définition 9 : Espace d'observabilité [48] : Soit le système (1.19). L'espace d'observabilité, noté O , est le plus petit sous-espace vectoriel de fonctions de R^n à valeurs dans l'espace de sortie, contenant les sorties h_1, h_2, \dots, h_p et qui soit fermé sous l'opération de la dérivation de Lie par rapport au champ de vecteur $f(x, u)$, u étant fixé.

On note dO l'espace des différentielles des éléments de O .

Définition 10 : On dit que le système non linéaire (1.319) satisfait la condition de rang d'observabilité si : $\forall x \in R^n$ alors $\dim[dO(x)] = n$

Définition 11 : Espace d'observabilité générique

Soit le système (1.19). L'espace d'observabilité générique est défini par : $O = \chi \cap (Y + \nu)$.

avec :

$$\begin{aligned}\chi &= \text{Span}_K dx \\ Y &= \text{Span}_K dy^{(\nu)}, \nu \geq 0 \\ \nu &= \text{Span}_K du^{(\eta)}, \eta \geq 0\end{aligned}$$

où K est l'ensemble des fonctions méromorphes.

Le système considéré est génériquement observable si et seulement si :

$$\dim O = n \tag{1.20}$$

Si O est un espace d'observabilité générique on peut dire que le système (1.19) est génériquement observable si et seulement si $\dim O = n$. Cette condition est appelée condition de rang d'observabilité générique. Lorsque celle-ci est satisfaite, on peut alors vérifier :

$$\text{rang} \begin{pmatrix} dh \\ dL_f h \\ \vdots \\ dL_f^{n-1} h \end{pmatrix} = n \quad (1.21)$$

L_f est l'opération dérivée de Lie. Cela implique que l'état x peut être déduit de la connaissance de la sortie et d'un nombre fini de ses dérivées. Un critère suffisant est que le jacobien $\frac{\partial(y, \dots, y^{(n-1)})}{\partial(x_1, \dots, x_n)}$ soit de rang égal à n . Supposons que la condition de rang d'observabilité générique (1.20) soit satisfaite. On peut vérifier :

$$\text{rang}_K \begin{pmatrix} dy \\ d\dot{y} \\ \vdots \\ dy^{(n-1)} \end{pmatrix} = n \quad (1.22)$$

Un critère seulement suffisant est : le jacobien de $\frac{\partial(y, \dots, y^{(n-1)})}{\partial(x_1, \dots, x_n)}$ est de rang plein, soit :

$$\left| \frac{\partial(y, \dots, y^{(n-1)})}{\partial(x_1, \dots, x_n)} \right| = n \quad (1.22)$$

1.9.3. Synthèse d'observateurs par placement de pôles

Soit le système linéaire et invariant, décrit par l'équation (1.23)

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + B_u u(t) + B_d d(t) + B_f f(t) \\ y(t) = C\hat{x}(t) + D_u u(t) + D_d d(t) + D_f f(t) \end{cases} \quad (1.23)$$

Un générateur de résidus à base d'observateur pour le système (1.23) est donné par l'équation (1.24) :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + B_u u(t) + K(y(t) - C\hat{x}(t)) \\ r(t) = y(t) - C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (1.24)$$

Le choix judicieux de la matrice de gain de l'observateur K permet de donner des propriétés de sensibilités aux différents défauts. Ce type de générateur de résidus à base d'observateurs est appelé filtre de détection de défauts [42].

1.9.4. Synthèse d'observateurs à entrées inconnues (OEI)

La synthèse de l'observateur à entrées inconnues (OEI) est effectuée de la façon suivante. Le système décrit par l'équation (1.24) est considéré. L'équation de sortie est réécrite de la façon suivante :

$$\bar{y}(t) = y(t) - D_u u(t) \quad (1.25)$$

Les équations de l'observateur et du générateur de résidu sont données par :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + K\bar{y}(t) + Ju(t) \\ r(t) = L_1 z(t) + L_2 \bar{y}(t) \end{cases} \quad (1.26)$$

L'erreur de reconstruction d'état est définie par :

$$e(t) = z(t) - Tx(t) \quad (1.27)$$

Après calcul, la dynamique de l'erreur de reconstruction de l'état e et le générateur de résidu r sont donnés finalement par :

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = Fe + (FT + KC - TA)x + (J - TB_u)u + (KD_d - TB_d)d + (KD_f - TB_f)f \\ r(t) = L_1 e - (L_1 T + L_2 C)x + L_2 D_d d + L_2 D_f f \end{cases} \quad (1.28)$$

Les équations de la dynamique de l'erreur de reconstruction d'état e et du générateur de résidu r sont données par l'équation (1.29), lorsque les conditions données par (1.30) sont satisfaites.

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = Fe + (KD_f - TB_f)f \\ r(t) = L_1 e + L_2 D_f f \end{cases} \quad (1.29)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F : \text{stable} \\ TA - FT = KC \\ J = TB_u \\ KD_d = 0 \\ TB_d = 0 \\ L_1T + L_2C = 0 \\ L_2D_d = 0 \end{array} \right. \quad (1.30)$$

La dynamique de l'erreur d'observation e dépend seulement de la matrice F qui est stable et des défauts f . Le générateur de résidu r dépend uniquement de e et de f . Ces deux grandeurs sont découplées vis-à-vis des perturbations. En l'absence de défauts ($f = 0$), une fois passé le régime libre, l'erreur e s'annule $\left(e(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 \right)$. Il en est de même pour r , $\left(r(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 \right)$. Lorsqu'un défaut se produit, ($f \neq 0$), ce signal constitue un régime forcé pour la dynamique de l'erreur e , et par conséquent $\left(e(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \neq 0 \right)$. Le résidu r est alors non nul $\left(r(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \neq 0 \right)$. Ainsi, la détection de défauts est réalisée.

1.9.3.1 Remarques

- La matrice de transformation T est singulière si le rang de la matrice B_d est non nul. La synthèse de l'observateur se fait sur une partie du vecteur d'état, celle qui peut être découplée vis-à-vis des perturbations.
- La matrice L_2 est singulière si le rang de D_d est différent de zéro.
- Le concept de l'observateur à entrées inconnues peut être étendu à une classe particulière de systèmes non linéaires [11].

1.9.4. Méthodes non linéaires de découplage des perturbations

Pour réaliser le découplage des perturbations, deux approches sont envisagées :

- l'approche analytique,
- l'approche géométrique.

1.9.4.1. Approche analytique

Cette approche a été initialement proposée dans [44], puis développée dans [6]. Une transformation non linéaire de l'état $z = T(x, u)$ est utilisée pour assurer le découplage vis-à-vis des perturbations. Le modèle (1.31) est considéré.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(x, u) + B_d(x, u)d(t) + B_f(x, u)f(t) \\ y = h(x(t)) \end{cases} \quad (1.31)$$

Dans un premier temps, il s'agit de trouver la transformation d'état non linéaire $z = T(x, u)$ pour découpler les défauts et les perturbations. L'équation dynamique traduisant l'évolution de l'état découplé est donné par :

$$\dot{z} = \dot{T}(x, u) = \frac{\partial T(x, u)}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial T(x, u)}{\partial u} \dot{u} \quad (1.32)$$

L'équation d'état dans (1.31) est utilisée, et permet d'écrire :

$$\dot{z} = \dot{T}(x, u) = \frac{\partial T(x, u)}{\partial x} (A(x, u) + B_d(x, u)d + B_f(x, u)f) + \frac{\partial T(x, u)}{\partial u} \dot{u} \quad (1.33)$$

La dynamique de z est découplée des entrées inconnues d si la transformation $T(x, u)$ satisfait la condition de découplage :

$$\frac{\partial T(x, u)}{\partial x} B_d(x, u) = 0 \quad (1.34)$$

Lorsque $B_d(x, u)$ dépend explicitement de u , une transformation $T(x, u)$ est requise et le système transformé dépend de la dérivée de l'entrée $\dot{u}(t)$.

Le problème du découplage des perturbations se présente sous forme d'un système linéaire d'équations aux dérivées partielles du 1^{er} ordre qui doit être résolu analytiquement par rapport à $T(x, u)$. Il peut être résolu à l'aide du théorème de Frobenius, en utilisant le concept de distributions [49]. Le modèle d'état peut être réécrit en considérant l'état découplé z ,

$$\begin{cases} \dot{z} = \dot{T}(x, u) = \frac{\partial T(x, u)}{\partial x} (A(x, u) + B_f(x, u)f) + \frac{\partial T(x, u)}{\partial u} \dot{u} \\ y = h(x) \end{cases} \quad (1.35)$$

Pour utiliser l'équation (1.35), pour la détection et l'isolation de défauts, une nouvelle représentation du système dépendant uniquement de z, y, u, \dot{u} est nécessaire. L'état z évolue dans un espace appelé domaine de découplage, qui est de dimension $(n - q)$.

Le modèle d'état peut être réécrit en considérant l'état découplé z :

$$\begin{cases} \dot{z} = \tilde{A}(z, y, u, \dot{u}) + \tilde{B}_f(z, y, u, \dot{u})f \\ \tilde{y} = h(z, y, u) \end{cases} \quad (1.36)$$

Dans un deuxième temps, il s'agit d'effectuer la synthèse de l'observateur non linéaire pour le modèle réduit donné par (1.36).

1.9.4.2. Approche géométrique

Cette approche a été proposée dans [7]. Les outils de géométrie différentielle sont utilisés. Le modèle considéré est du type suivant:

$$\begin{cases} \dot{x} = A(x, u) + B_f(x)f_1 + \sum_{i=1}^s B_{d_i}(x)d_i \\ y = h(x) \end{cases} \quad (1.37)$$

Le cas d'un seul défaut est considéré. L'objectif est de découpler le système par rapport aux perturbations, c'est-à-dire, déterminer un sous système insensible à la perturbation et sensible au défaut.

La première étape est la détermination de la plus petite distribution invariante pour la dynamique du système contenant $\text{span}\{B_d(x)\}$. Il s'agit d'une combinaison d'états ne pouvant pas s'écrire à l'aide des sorties sans la connaissance de la perturbation. Ensuite, le système (1.37) est transformé à l'aide d'un difféomorphisme $z = (z_1 \quad z_2)^T = \varphi(x)$ vers la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \tilde{\varphi}_1(z, y, u) + \tilde{B}_{f_1}(z)f_1 + \sum_{i=1}^s \tilde{B}_{d_{i,2}}(z)d_i(t) \\ \dot{z}_2 = \tilde{\varphi}_2(z_2, y, u) + \tilde{B}_{d_2}(z_2)f_1 \\ y_1 = \tilde{h}_1(z) \\ y_2 = \tilde{h}_2(z_2) \end{cases} \quad (1.38)$$

où $z = (z_1 \quad z_2)^T$ avec $z_1 = (z_{11} \quad \dots \quad z_{1n_1})^T$ et $z_2 = (z_{21} \quad \dots \quad z_{2n_2})^T$. Il est supposé que le sous-système formé par $(y_2 \quad z_2)$ est observable.

Dans cette première partie, nous avons présenté les différentes approches permettant la génération de résidus. Elles sont applicables à différents types de systèmes linéaires et non linéaires. L'importance de la place occupée par la machine asynchrone dans le domaine des actionneurs électriques fait que beaucoup de travaux ont été consacré à la caractérisation des sources de ses défauts et aux techniques permettant de les détecter. Pour cela, nous allons consacrer, la seconde partie de ce chapitre, à la machine asynchrone.

1.10. Constitution de la machine asynchrone

Dans cette seconde partie, quelques éléments de constitution de la machine asynchrone triphasée sont présentés [50, 51]. La figure 1.6 représente une vue éclatée de la machine asynchrone. On y distingue trois composantes principales :

- le stator : partie fixe de la machine et où est connectée l'alimentation électrique,
- le rotor : partie tournante montée sur un axe et qui permet de mettre en rotation la charge mécanique.
- les paliers : sont les organes mécaniques qui supportent et guident le rotor en rotation.

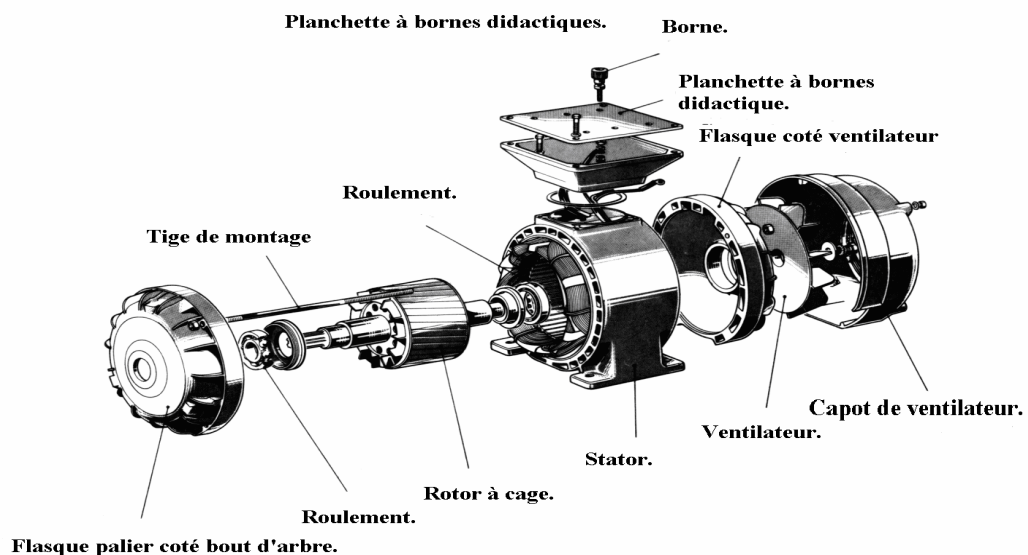


Figure 1.6 : Représentation éclatée de la machine asynchrone triphasée

1.10.1. Le stator

Le stator est constitué de tôles d'acier au silicium empilées, dans lesquelles sont placées les bobinages statoriques. Ces tôles sont, pour les petites machines, découpées en une seule pièce, alors qu'elles sont, pour les machines de puissance plus importantes découpées par sections. Elles sont isolées entre elles par une couche de vernis, qui permet de limiter l'effet des courants de Foucault. Elles sont assemblées les unes aux autres à l'aide de boulons ou de soudures pour former le circuit magnétique statorique. Sur la figure 1.7, est représenté schématiquement un stator pour une machine à quatre pôles. Les enroulements statoriques sont placés dans les encoches prévues à cet effet. Ils sont constitués par les conducteurs d'encoches et les têtes de bobines (figures 1.7). Les conducteurs d'encoches produisent le champ magnétique dans l'entrefer ; les têtes de bobines permettent la circulation des courants. Ces enroulements peuvent être insérés de différentes manières. L'isolation entre les enroulements électriques et les tôles d'acier s'effectue à l'aide de papiers isolants qui peuvent être de différents types suivant les conditions d'utilisation de la machine asynchrone. Le stator d'un machine asynchrone est aussi pourvu d'une boîte à bornes à laquelle est reliée l'alimentation électrique.

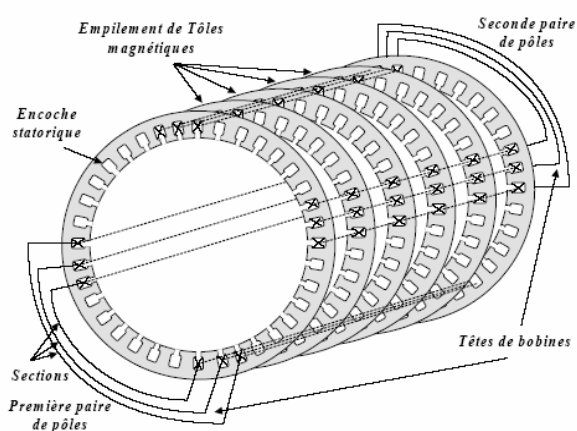


Figure 1.7 : Représentation schématique d'un stator

1.10.2. Le rotor

Le circuit magnétique rotorique est constitué de tôles d'acier qui sont, en général de même origine que celles utilisées pour la construction du stator. Deux types de rotors existent pour la machine asynchrone : rotor bobiné et rotor à cage d'écureuil. Les rotors bobinés sont construits, par insertion des enroulements dans les encoches rotoriques. Les phases rotoriques sont alors disponibles grâce à un système de bagues-balais positionné sur l'arbre de la machine. Pour le rotor à cage d'écureuil, les enroulements sont constitués de

barres longitudinales court-circuitées par deux anneaux placés à chaque extrémité du rotor. Ce type de réalisation est robuste, peu coûteux, et donc très répandu, mais rend les enroulements rotoriques inaccessibles de l'extérieur (figure 1.8).

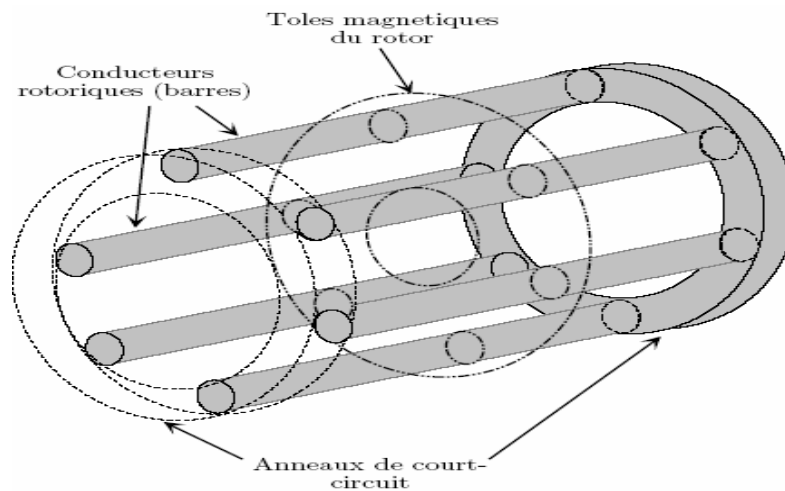


Figure 1.8 : Représentation schématique d'un rotor

1.10.3. Les paliers

Les paliers sont les organes mécaniques assurant la concentricité du rotor par rapport au stator. Les roulements, sont logés dans les paliers ou placés en bout d'arbre, permettent de réduire les frottements lors de la rotation du rotor. Ils sont constitués par l'ensemble formé par les roulements et les flasques. Les roulements sont montés sur l'arbre. Les flasques moulées en fonte, sont usinées sur les bords extérieurs pour un positionnement concentrique sur le carter. Ils sont également usinés sur les bords intérieurs pour accueillir les bagues extérieures des roulements. Après avoir positionné à l'intérieur du stator, le rotor avec les roulements préalablement montés, les flasques sont fixés sur le carter à l'aide de boulons ou de tiges de serrage.

1.11. Les sources de défauts de la machine asynchrone

Bien qu'elle soit réputée pour sa robustesse, la machine asynchrone présente des défauts. Ces derniers sont d'origine électrique, mécanique ou d'isolement. Un problème minime à l'étape de fabrication peut engendrer un défaut tout comme une utilisation non conforme de la machine. L'environnement dans lequel fonctionne cette dernière, peut aussi être incriminé. Les courts-circuits de spires statoriques sont les défauts d'origine électrique les plus fréquents. Les défauts de roulements, l'usure de paliers, la fissure et la cassure de l'arbre moteur sont d'origine mécanique.

1.11.1. Les causes des défauts

Les causes des défauts sont multiples [18, 19, 20]. Elles peuvent être classées en trois groupes :

- Les sources de défauts : surchauffe de la machine, défaut électrique (court-circuit), problèmes mécaniques, rupture de fixations, surtension d'alimentation, ...etc.
- Les facteurs aggravants le défauts : la première source d'aggravation provient de l'usure des éléments avec l'âge et la durée de service : surcharge fréquente, vibrations mécaniques, environnement humide, alimentation perturbée (instabilité de la tension ou de la fréquence), échauffement permanent, mauvais graissage, ...etc. Toute différence par rapport au point de fonctionnement nominal contribue à aggraver le défaut naissant, voire à le faciliter.
- Les vices de fabrication et les erreurs humaines : défauts de fabrication, défektivité des composants, protections inadaptées, mauvais dimensionnement de la machine, ...etc.

Dans la référence [52] est présentée une synthèse sur plusieurs études statistiques concernant les défaillances des machines asynchrones, tirées à partir de différentes enquêtes. Les résultats concernent des machines de différentes gammes de puissance et dans différentes situations d'utilisation. Le tableau 1.2, ci dessous présente la répartition des défaillances au niveau de chaque sous système.

Sous-système	Enquête (1,2 et 3)	Enquête (4)	Enquête (5, 6)
Stator	26%	37%	15.76%
Rotor	8%	10%	7.14%
Paliers	44%	41%	51.07%
Non spécifié	22%	12%	26.03%

Chacune de ces études concernent des machines de puissance variées et opérant dans des conditions d'utilisation différentes. Les défauts trouvent leurs origines dans une combinaison d'anomalies liées à la conception, à la fabrication, à l'environnement, aux conditions d'utilisation et au vieillissement naturel. Elles sont fortement corrélées entre elles, et une défaillance d'un composant induit constamment des contraintes

supplémentaires sur les autres composants. Dans ce qui suit, l'analyse des informations données par le tableau 1.2 est effectuée. Elle montre que :

- les défauts mécaniques : c'est la principale source de défaillance connue. Ils ont pour origine l'usure des roulements due au fonctionnement normal et les phénomènes de courants d'arbre qui renforcent celle-ci. Un défaut de roulement affecte la vitesse de l'axe du rotor et provoque la variation de l'entrefer, qui se traduit par une répartition non homogène des courants.
- les défauts électriques : la grande majorité de ceux-ci se situe au stator et est due à la perte totale ou partielle de l'isolement par rapport à la carcasse ou entre phases statoriques. Un court-circuit entre phases provoquerait un arrêt net de la machine. Cependant, un court-circuit entre spires n'a pas un effet aussi radical. Il produit un déséquilibre de phases, qui a une répercussion directe sur le couple. Il a aussi un effet cumulatif, en effet, le courant de court-circuit peut être de dix fois supérieur au courant nominal, provoquant ainsi l'échauffement et le claquage du vernis de protection, ce qui entraîne de nouveaux courts-circuits et la destruction de la machine.

1.11.4. Méthodes de modélisation de la machine asynchrone avec prise en compte des défauts

Depuis l'avènement de la machine asynchrone, les efforts de recherche développés pour sa modélisation et pour l'étude de son fonctionnement ont été constants et sont toujours d'actualité. La prise en compte dans les modèles, des défauts se produisant dans une machine asynchrone, tant au stator que dans la partie mécanique, constitue pour la modélisation un défi supplémentaire. Les modèles obtenus, pour décrire le fonctionnement sain et pour les différents modes de défauts, varient en précision et en complexité selon la méthode de modélisation utilisée.

Certaines méthodes de modélisation de la machine asynchrone utilisent une représentation locale, qui tient compte de la topologie constitutive et géométrique. On trouve :

- la méthode des circuits électriques magnétiquement couplés [27, 28].
- la méthode des réseaux de perméance [53].
- la méthode des éléments finis [54].

La mise en œuvre des méthodes citées ci-dessus est relativement délicate selon la finesse des phénomènes physiques pris en compte. Elles nécessitent un temps de calcul long et un grand nombre de paramètres relatifs à la construction de la machine et qui ne sont pas fournis, en général, par les fabricants. Leur utilisation, pour le diagnostic en ligne de la machine asynchrone, n'est pas envisageable.

D'autres méthodes de modélisation de la machine asynchrone s'appuient sur une représentation globale de celle-ci. Elles font appel à des variables équivalentes ou transformées et les hypothèses de symétrie permettent la réduction du nombre de variables pertinentes [50, 51].

- la modélisation utilisant la transformation de Park : elle a été utilisée pour obtenir des modèles dédiés au diagnostic [29, 55, 56] et pour prendre en compte des phénomènes physiques tels que la saturation ou l'effet de peau [57].
- la modélisation utilisant une transformation de coordonnées, par projection des grandeurs rotoriques dans un repère triphasé: elle a été proposée pour tenir compte des courts-circuits de spires sur les trois phases statoriques [30].

Les méthodes de modélisation globale fournissent des modèles d'ordre plus élevé que pour le cas sans défauts. Leur principal avantage est de ne pas nécessiter la connaissance des paramètres liés à la construction de la machine asynchrone, ni à sa géométrie. L'étude dynamique ne nécessite pas un temps de calcul long. Ces avantages autorisent leur utilisation pour le diagnostic en ligne de la machine asynchrone.

1.12. Les méthodes de diagnostic basées sur les mesures externes

Le diagnostic de la machine asynchrone peut être effectué grâce à l'utilisation des données externes, obtenues à l'aide de différentes mesures. L'analyse spectrale des courants statoriques absorbés par la machine, l'analyse des vibrations, etc., sont parmi les techniques non invasives utilisées en diagnostic. Ces méthodes sont les plus répandues. La détection de défauts de faible amplitude, dans le bobinage des machines asynchrones, est cependant, limitée par le déséquilibre qui existe dans les systèmes de puissance. Il est causé par les imperfections de construction et par la nature non idéale de la source d'alimentation.

1.12.1. Analyse par les vecteurs de Park

Avec cette approche, l'analyse s'intéresse à une combinaison linéaire des courants de phase statoriques $i_{as}(t)$, $i_{bs}(t)$ et $i_{cs}(t)$. Les courants obtenus $i_{ds}(t)$ et $i_{qs}(t)$ sont donnés par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} i_{ds}(t) &= \sqrt{\frac{2}{3}}i_{sa}(t) - \frac{1}{\sqrt{6}}i_{sb}(t) - \frac{1}{\sqrt{6}}i_{sc}(t) \\ i_{qs}(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}i_{sb}(t) - \frac{1}{\sqrt{2}}i_{sc}(t) \end{aligned} \quad (1.39)$$

Dans le cas idéal, $i_{ds}(t)$ et $i_{qs}(t)$ s'écrivent sous la forme qui suit :

$$i_{ds}(t) = \frac{\sqrt{6}}{2}I \sin(\omega t), \quad i_{qs}(t) = \frac{\sqrt{6}}{2}I \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (1.40)$$

I : valeur maximale du courant d'alimentation, ω : pulsation statorique.

La représentation dans le plan de phase de $i_{sd} = f(i_{sq})$, permet d'obtenir une indication de l'occurrence de déséquilibre. Dans le cas idéal, c'est-à-dire, la source d'alimentation parfaitement sinusoïdale et absence de défauts et de tout autre déséquilibre, la courbe représentative de $i_{sd} = f(i_{sq})$ est un cercle. La déformation de ce cercle, vers une forme elliptique, permet de détecter la présence de déséquilibre induit par la source d'alimentation, ou par un défaut.

Pour la détection de défauts au stator, un banc expérimental basé sur cette approche est présenté dans [21]. La forme elliptique obtenue dans le plan de phase renseigne sur l'apparition de défauts, dont la sévérité est caractérisée par l'aplatissement de l'ellipse. L'axe principal de l'ellipse renseigne sur la phase concernée par le défaut. Cependant, les auteurs ne précisent pas comment ils peuvent discerner entre les défauts de court-circuit de spires statoriques et un déséquilibre de la tension d'alimentation statorique, qui provoque des effets analogues. Ils ne précisent pas non plus comment peut se faire la détection lorsque deux phases sont concernées par des courts-circuits.

Dans [58], l'approche par les vecteurs de Park associés à une reconnaissance de forme à base de réseau de neurone est utilisée pour réaliser la détection de défauts. Un

réseau de neurone artificiel est entraîné dans le cas d'une machine saine et dans certaines situations de défauts et une reconnaissance de forme est effectuée. Les cas considérés par les auteurs sont très réduits (moteur sain, source déséquilibrée, phase ouverte). Avec cette méthode, il faut disposer de données pour chaque situation de défauts, pour réaliser l'apprentissage du réseau de neurones, et il serait nécessaire de refaire l'apprentissage du réseau de neurones pour chaque moteur.

1.12.2. Analyse temps-fréquence et temps-échelle

La décomposition en ondelettes est une méthode d'analyse adaptée à des signaux non stationnaires. Elle permet de concentrer l'information dans des coefficients qui révèlent l'occurrence d'un défaut. Le courant statorique peut être considéré comme non stationnaire pour certaines applications. Les transformations temps-fréquence permettent la prise en compte de ce type de signaux. Le temps de calcul peut être prohibitif et l'interprétation de l'image résultante difficile. Les ondelettes peuvent servir à l'analyse localisée des signaux dans le domaine temps-fréquence et temps-échelle et sont donc un outil puissant pour le diagnostic des défauts des machines fonctionnant à vitesse variable [59, 60, 61].

1.12.3. Analyse spectrale des courants statoriques

La présence de défauts dans une partie de la machine se manifeste par l'apparition de nouvelles raies dans le spectre des courants statoriques et l'accentuation de certaines autres. L'analyse de celui-ci est une source d'information intéressante sur l'état magnétique, électrique et mécanique de la machine. C'est l'une des méthodes parmi les plus utilisées pour la détection de défauts. Dans la littérature sont données plusieurs techniques de détection de défauts par traitement du signal [22, 62].

1.12.4. Analyse spectrale du courant statorique après coupure de l'alimentation

Une autre approche, basée sur un test d'ouverture de phase, a été proposée dans [63, 64] pour détecter les défauts d'origine électrique. La coupure des tensions d'alimentation statorique permet d'éliminer l'influence de la source (les courants statoriques sont alors nuls) et les courants rotoriques induisent des tensions dans le bobinage du stator. Dans [64], cette idée est utilisée pour la détection de courts-circuits de spires statoriques. Le schéma de détection se base sur l'analyse spectrale des tensions de

ligne. Du fait que la source d'alimentation est coupée, le déséquilibre de tension n'a aucune influence sur la tension de la machine, qui est utilisée pour la détection.

1.12.5. Approche par composantes symétriques

Le théorème des composantes symétriques de Fortescue [51] permet de décomposer un système triphasé en systèmes direct, inverse et homopolaire. Dans [23] est présentée une méthode, basée sur la mesure des courants et tensions de séquence positive et négative ainsi que la détermination des impédances directe et inverse, pour la détection de défauts de la machine asynchrone.

V_{a1} et V_{a2} représentent les tensions directe et inverse de la tension de phase. I_{a0} , I_{a1} et I_{a2} représentent les composantes symétriques du courant de ligne. Le courant I_{a0} est en principe nul. Les relations suivantes sont établies :

$$\begin{aligned} V_{a1} &= z_{11}I_{a1} + z_{12}I_{a2} \\ V_{a2} &= z_{21}I_{a1} + z_{22}I_{a2} \end{aligned} \quad (1.41)$$

Les mesures des courants et tensions permettent de déterminer les impédances z_{ij} . L'équation (1.41) est utilisée pour former une bibliothèque de valeurs des impédances z_{ij} pour différentes vitesses de rotation. Il est alors possible de surveiller la machine asynchrone en mesurant de façon continue tensions et courants. Une comparaison entre les deux ensembles de valeurs permet de détecter la présence d'une détérioration telle que les courts-circuits de spires d'une phase ou de court-circuit entre phases.

Le principal avantage de cette approche est que les imperfections de construction n'ont pas d'influence sur le système de détection de défauts. L'étape de surveillance est entamée lorsque la bibliothèque de paramètres z_{ij} formée. Cette méthode nécessite une instrumentation de mesure de courants, de tensions et de vitesse. Il faut aussi s'assurer que le courant de neutre reste proche de zéro pendant la phase de formation de la bibliothèque et s'assurer aussi que la vitesse de rotation est constante.

1.13. Diagnostic de la machine asynchrone à l'aide de l'estimation paramétrique

Dans [65] est présentée une méthode permettant de réaliser le diagnostic de la machine asynchrone à l'aide de l'estimation paramétrique. Un modèle dédié au diagnostic,

a été développé. Un vecteur de paramètres à estimer est défini. Ce dernier contient les quatre paramètres classiques de la machine (R_s, R_r, L_m, L_f), augmenté avec des paramètres liés aux défauts considérés ($\eta_{cc1}, \eta_{cc2}, \eta_{cc3}$) :

$$\theta = [R_s \quad R_r \quad L_m \quad L_f \quad \eta_{cc1} \quad \eta_{cc2} \quad \eta_{cc3} \quad \eta_0 \quad \theta_0]^T \quad (1.42)$$

Une technique d'estimation paramétrique est alors utilisée pour identifier ce vecteur de paramètres, permettant ainsi le diagnostic. Un critère de minimisation composé est élaboré. Il permet d'introduire une connaissance initiale, relative à la machine saine, et de l'information mesurée en sortie, qui renseigne sur l'état présent de la machine.

Les inconvénients de cette approche sont :

- La nécessité d'introduire une excitation persistante riche en fréquence, qui peut provoquer des effets indésirables tels que des oscillations, pour les systèmes fonctionnant avec variateur de vitesse.
- L'utilisation d'un algorithme de minimisation hors ligne, qui n'est pas adéquate pour une surveillance en temps réel de la machine asynchrone.

1.14. Diagnostic de la machine asynchrone à l'aide des équations de parité

La méthode de l'espace de parité a été utilisée par [26] pour la détection de défauts de la machine asynchrone. Elle est appliquée à une description discrète des équations non linéaires de celle-ci. Les relations de parité sont obtenues en réarrangeant les équations du modèle. Ce schéma nécessite le calcul des dérivées partielles des résidus par rapport aux paramètres du modèle. Celles-ci sont non linéaires par rapport aux paramètres et aux variables d'état. Un ensemble de résidus sensibles aux cinq paramètres (R_s, L_s, R_r, L_r, M) de la machine asynchrone est défini. Une structuration des résidus est effectuée pour faciliter l'isolation des défauts.

Cette approche est compliquée lorsqu'elle est appliquée au modèle non linéaire de la machine asynchrone. En plus, la validité du modèle discrétisé est difficile à démontrer pour la plage de vitesse de fonctionnement.

1.15. Diagnostic de la machine asynchrone à l'aide d'observateurs

Dans [66], une approche de la détection de défauts à base d'observateurs linéaires à entrées inconnues est présentée. Le modèle de Park est utilisé, et les défauts sont considérés comme une variation de la résistance équivalente (celle du modèle de Park). Un ensemble de résidus est conçu. La variation de la résistance équivalente suppose qu'un défaut identique se produirait sur les trois phases en même temps, ce qui n'est pas très réaliste. En plus, l'influence d'un défaut de court-circuit de spires statoriques produit une variation de l'inductance qui n'est pas prise en compte dans ce modèle.

Dans [24] un développement en séries de Taylor est appliqué au modèle de Park lié au stator ou modèle ($\alpha\beta$) de la machine asynchrone. Il permet d'obtenir une représentation qui tient compte des variations de paramètres (résistances et inductances) autour d'un point de fonctionnement. Une méthode géométrique est utilisée pour le découplage non linéaire des défauts et des perturbations, suivie par la synthèse d'observateurs pour la détection des défauts. Dans cette approche, le modèle utilisé est local, c'est-à-dire, valable autour d'un point de fonctionnement uniquement, et l'étendue de sa validité n'est pas connue. Il est aussi difficile de distinguer une variation due à un défaut de celle due au fonctionnement normal de la machine.

Un observateur étendu est proposé dans [25] pour reconstruire les variables d'état et évaluer les paramètres de la machine. La détection des défauts est accomplie en comparant les paramètres estimés à ceux, stockés auparavant, et correspondants au mode de fonctionnement sain. L'auteur ne précise pas comment la détection peut être réalisée. Les paramètres d'une machine asynchrone varient dans de larges proportions au cours du fonctionnement, sans que cela soit dû à un défaut. Cela ne permet pas une détection certaine des défauts.

Dans un travail plus récent, un observateur adaptatif permettant d'estimer les états, les paramètres et un facteur proportionnel au nombre de spire statorique en court-circuit de la machine asynchrone a été proposé [67]. L'approche traite le cas d'un défaut unique et utilise le modèle de la machine asynchrone, dédié au diagnostic, proposé dans [29].

1.16. Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, différentes approches de diagnostic à base de modèles analytiques ont été présentées. L'étape de génération de résidus est primordiale. L'approche à base d'observateurs constitue une solution intéressante à ce problème. L'observateur fonctionne en parallèle avec le système surveillé et permet donc, une détection des défauts en temps réel. Néanmoins, il est nécessaire de disposer d'un modèle mathématique approprié du système surveillé, dans lequel, défauts et perturbations agissent comme des signaux d'entrée. Dans la seconde partie sont présentées les méthodes de modélisation de la machine asynchrone, les défauts pouvant l'affecter, ainsi que les méthodes de détection. D'abord, celles basées sur les mesures externes (sans modèle mathématiques) sont présentées. Ensuite, l'application des méthodes citées dans la première partie à la détection de défauts de la machine asynchrone est passée en revue. Il s'avère que le modèle utilisé est d'importance cruciale pour la réussite de la procédure de diagnostic. Pour cela, nous allons consacrer le prochain chapitre, à l'élaboration de nouveaux modèles de la machine asynchrone, dédiés aux défauts statoriques (courts-circuits de spires statoriques).

CHAPITRE 2

MODELISATION EN VUE DU DIAGNOSTIC DE LA MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASEE EN PRESENCE DE DEFAUTS DE COURTS-CIRCUITS DE SPIRES STATORIQUES

2.1. Introduction

D'après les études statistiques [52, 62], les défauts statoriques constituent une importante proportion des causes de pannes de la machine asynchrone. La majeure partie étant due aux différents types de courts-circuits pouvant se produire au niveau du stator. En effet, le bobinage statorique est concrètement réalisé par la mise en série de spires élémentaires. Lors d'un échauffement excessif, un court-circuit entre spires peut se produire suite à la destruction du vernis (émail) protecteur, provoquant la perte de l'isolation. Ainsi, le nombre de spires de la bobine concernée subit une réduction.

Dans ce chapitre, nous développons trois modèles de la machine asynchrone dédiés aux défauts statoriques (court-circuit de spires statoriques).

- le premier modèle est triphasé et est du type multiplicatif,
- le second modèle est aussi triphasé et est sous forme affine par rapport aux défauts statoriques,
- quant au troisième modèle, il est sous forme affine par rapport aux défauts et il provient de l'application de la transformation de Park au second modèle. Il est ainsi séparé en deux sous systèmes, dont l'un n'est pas observable.

Nous validons les trois modèles obtenus par des simulations.

2.2. Les défauts statoriques

Notre intérêt se focalise exclusivement sur un court-circuit des conducteurs (entre spires), qui se développe au sein d'une bobine. Un court-circuit commence par un nombre très réduit de spires, engendrant la circulation d'un courant très grand par rapport au courant nominal. Celui-ci provoque la formation de ce qu'on appelle un point chaud, qui

fait craquer le vernis (email) protecteur, détruisant ainsi l'isolation entre conducteurs. Celui-ci dégénère bien souvent en un court-circuit des conducteurs entre bobines, entre phases ou avec la carcasse. Lors de l'occurrence d'un court-circuit, le nombre de spires de la bobine concernée est réduit.

2.2.1. Les courts-circuits de spires statoriques

Dans le chapitre 1, des études statistiques concernant les sources de défauts de la machine asynchrone ont été données dans le tableau 1.2. Il ressort de l'analyse de ces données statistiques que les défauts statoriques représentent un pourcentage important des causes de pannes. Un extrait concernant ce type de défauts est donné ci-dessous (Tableau 2.1).

Tableau 2.1 : Statistiques des défauts statoriques de la machine asynchrone			
Sous-système	Enquête (1,2 et 3)	Enquête (4)	Enquête (5, 6)
Stator	26%	37%	15.76%

Dans la suite de nos travaux, nous allons proposer une solution permettant le diagnostic de la machine asynchrone en présence de ce type de défauts. Dans un premier temps, une modélisation appropriée de celle-ci sera proposée. Ensuite, une approche à l'aide d'observateurs sera utilisée pour la détection et l'isolation de ce type de défauts.

2.3. La modélisation de la machine asynchrone dans le repère triphasé

La modélisation de la machine asynchrone triphasée a été traitée de façon abondante dans la littérature [50, 51, 68]. Celle-ci consiste à rechercher l'ensemble des équations reliant les grandeurs extérieures: tensions aux bornes de la machine, courants consommés, vitesse et couple disponibles. A partir d'hypothèses simplificatrices, un modèle est obtenu par la résolution des équations de l'électromagnétisme.

2.3.1. Les hypothèse simplificatrices

La modélisation de la machine asynchrone triphasée est établie en adoptant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- la machine asynchrone est modélisée par trois bobines symétriques au stator. Le rotor est assimilé à un bobinage triphasé symétrique, ayant le même nombre de

paires de pôles que le bobinage statorique,

- l'entrefer est constant,
- les forces magnétomotrices d'entrefer sont à distribution spatiale sinusoïdale,
- les flux magnétiques sont proportionnels aux courants à travers les inductances, donc le circuit magnétique est non saturé,
- l'effet pelliculaire est négligé.

De ces hypothèses découlent les équations de base de la machine asynchrone triphasée. Une représentation schématique des enroulements statoriques et rotoriques de celle-ci est donnée par la figure 2.1.

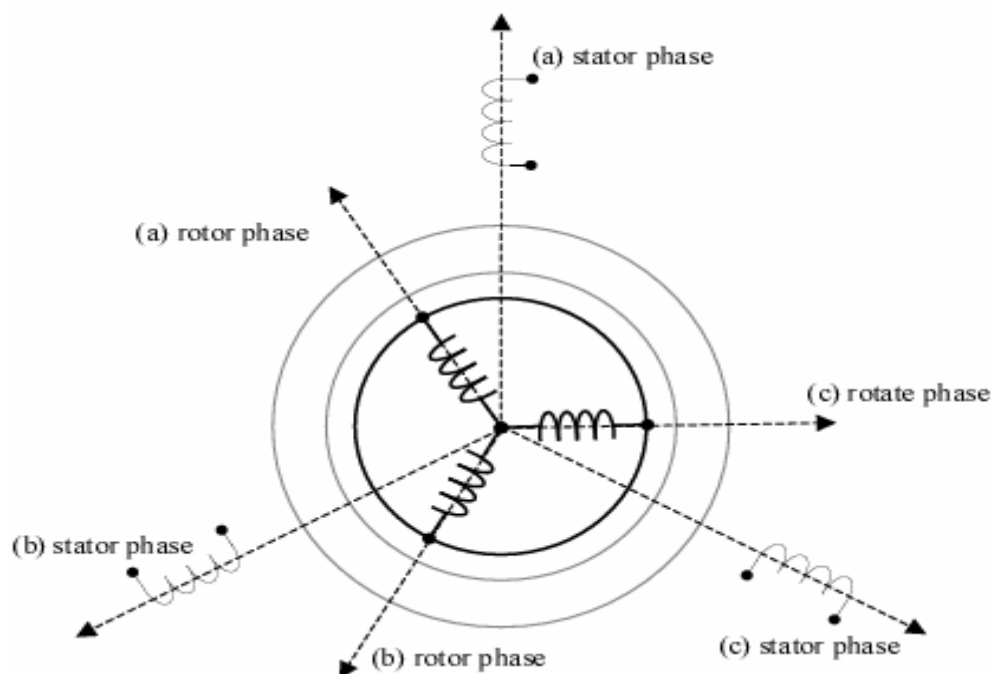


Figure 2.1 : Représentation schématique des enroulements d'une machine Asynchrone

2.3.2. Les équations générales de la machine asynchrone

Pour chaque phase statorique et rotorique, nous pouvons appliquer la loi d'Ohm.

Pour le stator, les équations suivantes sont obtenues :

$$\begin{cases} u_{as} = r_s i_{as} + \frac{d}{dt} \phi_{as} \\ u_{bs} = r_s i_{bs} + \frac{d}{dt} \phi_{bs} \\ u_{cs} = r_s i_{cs} + \frac{d}{dt} \phi_{cs} \end{cases} \quad (2.1)$$

et pour le rotor, nous avons un système analogue :

$$\begin{cases} u_{ar} = r_r i_{ar} + \frac{d}{dt} \phi_{ar} \\ u_{br} = r_r i_{br} + \frac{d}{dt} \phi_{br} \\ u_{cr} = r_r i_{cr} + \frac{d}{dt} \phi_{cr} \end{cases} \quad (2.2)$$

avec :

- u_{as} , u_{bs} et u_{cs} sont les tensions appliquées aux bornes des trois phases du stator.
- i_{as} , i_{bs} et i_{cs} sont les courants dans les trois phases du stator.
- Φ_{as} , Φ_{bs} et Φ_{cs} sont les flux traversant les trois phases statoriques.
- r_s est la résistance d'une phase statorique.

Les notations ont les mêmes significations pour le rotor, l'indice 'r' remplaçant 's'.

Les flux peuvent être exprimés en fonction des courants et des inductances propres et mutuelles. Les hypothèses d'entrefer constant et de construction symétrique de la machine permettent d'obtenir des inductances propres constantes et égales pour chaque phase d'un même enroulement. De même, les mutuelles inductances sont constantes et égales. Les mutuelles entre les phases du stator et du rotor dépendent de l'angle entre les enroulements concernés. Considérons les notations ci-dessous :

- l_s inductance propre d'une phase du stator, $l_{s\sigma}$ inductance de fuite statorique.
- l_r inductance propre d'une phase du rotor, $l_{r\sigma}$ inductance de fuite rotorique.
- M_s inductance mutuelle entre deux phases du stator.
- M_r inductance mutuelle entre deux phases du rotor.
- M_{ij} inductance mutuelle entre une phase du stator et une phase du rotor.

Les flux résultants sont donnés par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \Phi_{as} = (l_s + l_{s\sigma})i_{as} + M_s i_{bs} + M_s i_{cs} + M_{aa} i_{ar} + M_{ab} i_{br} + M_{ac} i_{cr} \\ \Phi_{bs} = (l_s + l_{s\sigma})i_{bs} + M_s i_{as} + M_s i_{cs} + M_{ba} i_{ar} + M_{bb} i_{br} + M_{bc} i_{cr} \\ \Phi_{cs} = (l_s + l_{s\sigma})i_{cs} + M_s i_{as} + M_s i_{bs} + M_{ca} i_{ar} + M_{cb} i_{br} + M_{cc} i_{cr} \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\begin{cases} \Phi_{ar} = (l_r + l_{r\sigma})i_{ar} + M_r i_{br} + M_r i_{cr} + M_{aa} i_{as} + M_{ab} i_{bs} + M_{ac} i_{cs} \\ \Phi_{br} = (l_r + l_{r\sigma})i_{br} + M_r i_{ar} + M_r i_{cr} + M_{ba} i_{as} + M_{bb} i_{bs} + M_{bc} i_{cs} \\ \Phi_{cr} = (l_r + l_{r\sigma})i_{cr} + M_r i_{ar} + M_r i_{br} + M_{ca} i_{as} + M_{cb} i_{bs} + M_{cc} i_{cs} \end{cases}$$

Ces dernières expressions sont introduites dans les équations (2.1) et (2.2) et en utilisant une forme matricielle, plus compacte, des écritures, nous obtenons :

$$\begin{cases} U_s = R_s I_s + \frac{d}{dt} \Phi_s = R_s I_s + M_{ss} \frac{d}{dt} I_s + \frac{d}{dt} (M_{sr} I_r) \\ U_r = 0 = R_r I_r + \frac{d}{dt} \Phi_r = R_r I_r + M_{rr} \frac{d}{dt} I_r + \frac{d}{dt} (M_{rs} I_s) \end{cases} \quad (2.4)$$

Les vecteurs des tensions statoriques et rotoriques sont :

$$U_s = \begin{pmatrix} u_{as} \\ u_{bs} \\ u_{cs} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

$$U_r = \begin{pmatrix} u_{ar} \\ u_{br} \\ u_{cr} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Les vecteurs des courants statoriques et rotoriques sont:

$$I_r = \begin{pmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

$$I_s = \begin{pmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Les vecteurs des flux statoriques et rotoriques sont:

$$\Phi_s = \begin{pmatrix} \phi_{as} \\ \phi_{bs} \\ \phi_{cs} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

$$\Phi_r = \begin{pmatrix} \phi_{ar} \\ \phi_{br} \\ \phi_{cr} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Les résistances statoriques et rotoriques sont données par :

$$R_s = \begin{pmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

$$R_r = \begin{pmatrix} r_r & 0 & 0 \\ 0 & r_r & 0 \\ 0 & 0 & r_r \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Les inductances propres et mutuelles stator-stator et rotor-rotor sont données par :

$$M_{ss} = M \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} + I_{s\sigma} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

$$M_{rr} = M \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} + I_{r\sigma} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Les matrices des inductances mutuelles stator-rotor, M_{sr} , et rotor-stator M_{rs} sont données dans ce qui suit :

$$M_{sr} = M \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) \end{pmatrix} = M_{rs}^T \quad (2.15)$$

Les expressions des flux statoriques et rotoriques, sous forme condensée, sont données par les équations suivantes :

$$\Phi_s = M_{ss} I_s + M_{sr} I_r \quad (2.16)$$

$$\Phi_r = M_{rr} I_r + M_{rs} I_s \quad (2.17)$$

Le rotor à cage d'écureuil est en court-circuit, donc le vecteur des tensions U_r est nul. Le système d'équation (2.4) constitue le modèle de la machine asynchrone écrit dans le repère triphasé (ou repère abc). Il est formé d'équations différentielles à coefficients variables. Les matrices de mutuelle inductance stator-rotor (M_{sr}) et rotor-stator (M_{rs}) sont des fonctions de l'angle θ , dépendant du temps. L'intégration de ce modèle nécessite le calcul, à chaque instant, de (M_{sr}) et $\left(\frac{d}{dt} M_{sr}\right)$. Pour cela, il n'est pas très utilisé en pratique. La transformation de Park est utilisée à ce niveau pour obtenir un modèle à coefficients constants. Le modèle de Park est donné en appendice B.

Pour compléter l'écriture de ce modèle, il faut, aussi, ajouter l'équation mécanique, donnée par :

$$J\dot{\Omega} = T_e - T_l - f_v \Omega \quad (2.18)$$

T_e est le couple électromagnétique, T_l le couple de charge, f_v est le coefficient de frottement visqueux et Ω la vitesse mécanique. Le couple électromagnétique T_e est donné par :

$$T_e = \frac{\partial W_t}{\partial \theta} = \frac{1}{2} i^T \frac{\partial}{\partial \theta} (L(\theta)) i \quad (2.19)$$

avec :

$$i = \begin{pmatrix} I_s \\ I_r \end{pmatrix}, \quad L(\theta) = \begin{pmatrix} 0 & M_{rs} \\ M_{sr} & 0 \end{pmatrix}$$

2.4. La modélisation de la machine asynchrone avec défauts au stator

Nous présentons, dans ce qui suit, trois modèles de la machine asynchrone triphasée dédiés aux défauts de courts-circuits de spires statoriques. La modélisation est effectuée en trois étapes. Chacune d'elles fournissant un modèle.

- la première étape concerne la redéfinition des matrices des résistances et des inductances pour introduire les coefficients relatifs aux défauts. L'application d'une nouvelle transformation de coordonnées aux équations électriques régissant le fonctionnement de la machine asynchrone permet,

alors de s'affranchir de l'angle θ , traduisant la position relative du rotor par rapport au stator. Cette première étape fournit un modèle triphasé multiplicatif.

- la deuxième étape concerne la séparation du modèle triphasé multiplicatif, en deux parties distinctes ; l'une est indépendante des défauts et l'autre non. Les défauts interviennent, alors, comme un vecteur d'entrée supplémentaire. Cette étape permet d'obtenir le second modèle, qui est affine par rapport aux défauts.
- Finalement, l'application d'un nouveau changement de coordonnées, à l'aide de la matrice de Concordia au second modèle, permet de mettre en évidence deux composantes particulières du vecteur d'état. L'une d'elles constitue un indicateur fiable de la présence des défauts. L'autre variable n'est ni contrôlable ni observable. Son élimination permet de réduire l'ordre du modèle et de le rendre observable.

Cette modélisation permet de proposer de nouveaux modèles adaptés aux besoins du diagnostic de la machine asynchrone. Ils seront utilisés, par la suite, pour la synthèse d'un générateur de résidus à base d'observateur.

2.4.1. Préliminaires

La modélisation de la machine asynchrone triphasée, en présence de défauts de court-circuit de spires statoriques a été présentée dans [30, 31, 32]. Elle exige la modification de l'hypothèse de symétrie des bobines au stator. Les autres hypothèses simplificatrices, adoptées au paragraphe 3.3, étant gardées sans modification. La présence d'un court-circuit sur une ou plusieurs phases provoque la réduction du nombre de spires de la phase concernée. Il implique l'apparition d'un déséquilibre dont il faut tenir compte, de façon explicite, dans les équations.

2.4.2. Définition des matrices résistances et inductances avec prise en compte des défauts

Un nombre de spires en court-circuit est défini pour chacune des phases du stator. Ce nombre est désigné par n_{cca} pour la phase A , n_{ccb} pour la phase B et n_{ccc} pour la phase C . Soit n_s le nombre total de spires par phase du stator, dans le cas d'une machine asynchrone

saine. Les coefficients n_a , n_b et n_c désignent le pourcentage de réduction du nombre de spires respectivement aux phases A , B et C du stator. Ils sont définis comme suit :

$$\begin{cases} n_a = \frac{n_{cca}}{n_s} \\ n_b = \frac{n_{ccb}}{n_s} \\ n_c = \frac{n_{ccc}}{n_s} \end{cases} \quad (2.20)$$

Les coefficients f_i représentent le pourcentage de spires non court-circuitées par phase du stator. Ils sont définis par :

$$\begin{cases} f_a = 1 - n_a \\ f_b = 1 - n_b \\ f_c = 1 - n_c \end{cases} \quad (2.21)$$

Les résistances et les inductances des phases du stator ainsi que les mutuelles inductances sont exprimées en fonction de leurs valeurs nominales et des coefficients f_i . On obtient:

$$R_s = r_s \begin{pmatrix} f_a & 0 & 0 \\ 0 & f_b & 0 \\ 0 & 0 & f_c \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

$$L_s = \begin{pmatrix} f_a^2(M + l_{s\sigma}) & -\frac{M}{2}f_a f_b & -\frac{M}{2}f_a f_c \\ -\frac{M}{2}f_a f_b & f_b^2(M + l_{s\sigma}) & -\frac{M}{2}f_b f_c \\ -\frac{M}{2}f_a f_c & -\frac{M}{2}f_b f_c & f_c^2(M + l_{s\sigma}) \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

$$M_{sr} = M \begin{pmatrix} f_a \cos(\theta) & f_a \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) & f_a \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \\ f_b \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & f_b \cos(\theta) & f_b \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ f_c \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) & f_c \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & f_c \cos(\theta) \end{pmatrix} = M_{rs}^T \quad (2.24)$$

Les matrices résistances et inductances propres et de fuite du rotor ne sont pas modifiées (équations 2.12 et 2.14).

2.4.3. Les équations générales de la machine asynchrone avec défauts statoriques

Nous pouvons appliquer la loi d'Ohm pour chaque phase statorique et rotorique.

Pour les tensions statoriques, les équations suivantes sont obtenues :

$$\begin{cases} u_{as} = (r_s f_a) i_{as} + \frac{d}{dt} \phi_{as} \\ u_{bs} = (r_s f_b) i_{bs} + \frac{d}{dt} \phi_{bs} \\ u_{cs} = (r_s f_c) i_{cs} + \frac{d}{dt} \phi_{cs} \end{cases} \quad (2.25)$$

Nous utilisons une représentation matricielle pour obtenir l'équation (2.26) :

$$U_s = \begin{pmatrix} u_{as} \\ u_{bs} \\ u_{cs} \end{pmatrix} = r_s \begin{pmatrix} f_a & 0 & 0 \\ 0 & f_b & 0 \\ 0 & 0 & f_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi_{as} \\ \phi_{bs} \\ \phi_{cs} \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

Nous pouvons mettre cette dernière équation sous la forme condensée suivante :

$$U_s = R_s I_s + \frac{d}{dt} \Phi_s \quad (2.27)$$

Il en est de même pour les tensions rotoriques, données par l'équation (2.28),

$$\begin{cases} u_{ar} = r_r i_{ar} + \frac{d}{dt} \phi_{ar} \\ u_{br} = r_r i_{br} + \frac{d}{dt} \phi_{br} \\ u_{cr} = r_r i_{cr} + \frac{d}{dt} \phi_{cr} \end{cases} \quad (2.28)$$

Là aussi, la représentation matricielle nous permet d'écrire l'équation (2.29),

$$U_r = \begin{pmatrix} u_{ar} \\ u_{br} \\ u_{cr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_r & 0 & 0 \\ 0 & r_r & 0 \\ 0 & 0 & r_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi_{ar} \\ \phi_{br} \\ \phi_{cr} \end{pmatrix} = 0 \quad (2.29)$$

Une forme condensée de cette équation est donnée ci-dessous :

$$U_r = R_r I_r + \frac{d}{dt} \Phi_r = 0 \quad (2.30)$$

Le flux statorique est donné par l'équation (2.31).

$$\Phi_s = L_s I_s + M_{sr} I_r \quad (2.31)$$

Ce dernier peut être exprimé, en introduisant les coefficients de défauts dans les matrices d'inductance propre (M_{ss}) et mutuelle (M_{sr}), par :

$$\Phi_s = \begin{pmatrix} f_a^2(l_{s\sigma} + M) & -\frac{1}{2} f_a f_b M & -\frac{1}{2} f_a f_c M \\ -\frac{1}{2} f_a f_b M & f_b^2(l_{s\sigma} + M) & -\frac{1}{2} f_b f_c M \\ -\frac{1}{2} f_a f_c M & -\frac{1}{2} f_b f_c M & f_c^2(l_{s\sigma} + M) \end{pmatrix} I_s +$$

$$M \begin{pmatrix} f_a \cos(\theta) & f_a \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) & f_a \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \\ f_b \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & f_b \cos(\theta) & f_b \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ f_c \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) & f_c \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & f_c \cos(\theta) \end{pmatrix} I_r \quad (2.32)$$

Le flux rotorique est donné par l'équation (2.33),

$$\Phi_r = L_r I_r + M_{rs} I_s \quad (2.33)$$

La matrice inductance propre du rotor (M_{rr}) n'est pas affectée par les défauts ; par contre la matrice inductance mutuelle (M_{rs}) l'est. Nous pouvons alors exprimer le flux rotorique par :

$$\Phi_r = \begin{pmatrix} l_{r\sigma} + M & -\frac{M}{2} & -\frac{M}{2} \\ -\frac{M}{2} & l_{r\sigma} + M & -\frac{M}{2} \\ -\frac{M}{2} & -\frac{M}{2} & l_{r\sigma} + M \end{pmatrix} I_r +$$

$$M \begin{pmatrix} f_a \cos(\theta) & f_a \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & f_a \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ f_b \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) & f_b \cos(\theta) & f_b \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \\ f_c \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & f_c \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) & f_c \cos(\theta) \end{pmatrix} I_s \quad (2.34)$$

Remarque :

- les coefficients f_a , f_b et f_c sont différents lors de la présence de courts-circuits, l'application de la transformation de Park aux équations (2.25) à (2.34) ne permet

pas de s'affranchir de l'angle θ , dépendant du temps. Pour palier au problème, il s'avère alors nécessaire de chercher une autre transformation.

2.4.4. Définition d'une nouvelle transformation de coordonnées

La transformation de coordonnées proposée doit permettre de réaliser deux objectifs :

- rendre les équations du modèle indépendantes de l'angle θ , qui est l'angle entre une phase du stator et la phase correspondante du rotor,
- fournir un modèle dans lequel sont distingués les défauts de court-circuit de spires qui apparaissent sur les phases du stator.

Celle-ci doit constituer un difféomorphisme, c'est à dire être une bijection, pour autoriser le retour vers les variables d'origine. Elle doit aussi être unitaire pour garder l'invariance de la puissance [51]. Cette transformation de coordonnées se base sur la projection des grandeurs statoriques et rotoriques dans un repère triphasé fictif.

Définition 1 : Un difféomorphisme généralise la notion de changement de coordonnées au cadre non linéaire. Une fonction $\psi : R^n \rightarrow R^n$ est appelée difféomorphisme global si ψ est de classe C^∞ et si son inverse existe et est aussi de classe C^∞ [45].

Soit T_θ la matrice de projection dans un repère triphasé (rotation d'angle α), elle est donnée par :

$$T_\theta = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos(\alpha) & \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

La matrice T_θ n'est pas inversible, elle ne peut pas alors être utilisée pour le changement de coordonnées. Elle est modifiée de la façon suivante :

$$T = \frac{2}{3} \left(T_\theta + k \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \right) \quad (2.36)$$

k est calculée pour répondre aux conditions d'un difféomorphisme. C'est à dire que T doit être inversible et de classe C^∞ ainsi que son inverse. De plus, T doit être unitaire. Les calculs détaillés sont donnés en appendice B. Ils montrent que les valeurs de k satisfaisant aux conditions ci-dessus sont :

$$k = \pm \frac{1}{2} \quad (2.37)$$

Nous avons opté, pour la suite de nos travaux, d'utiliser la valeur $k = -\frac{1}{2}$. La matrice de transformation de coordonnées proposée, T , est donnée par l'équation (2.38).

$$T = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos(\alpha) - \frac{1}{2} & \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) - \frac{1}{2} & \cos\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) - \frac{1}{2} \\ \cos\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) - \frac{1}{2} & \cos(\alpha) - \frac{1}{2} & \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) - \frac{1}{2} \\ \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) - \frac{1}{2} & \cos\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) - \frac{1}{2} & \cos(\alpha) - \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

La matrice T est inversible et orthogonale. Avec l'angle α tel que défini auparavant. Le repère triphasé lié au stator est choisi, ainsi les grandeurs statoriques ne sont pas modifiées.

2.4.5. Développement du modèle de la machine asynchrone triphasée avec défauts statoriques

Nous choisissons comme variables d'état les courants statoriques I_s et les flux rotoriques transformés Φ_r^* . Nous reprenons les équations (2.27, 2.30, 2.31 et 2.33). La transformation T est introduite, appliquée aux grandeurs rotoriques, par multiplication par T et T^t . L'équation (2.31) est utilisée en premier et nous donne l'équation (2.40),

$$\begin{aligned} \Phi_s &= L_s I_s + M_{sr} I_r \\ &= L_s I_s + M_{sr} T^{-1} (T I_r) \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\Phi_s = L_s I_s + M_{sr}^* I_r^* \quad (2.40)$$

où le courant rotorique transformé I_r^* est donné par :

$$I_r^* = T I_r \quad (2.41)$$

l'équation (2.33) peut s'exprimer à l'aide de I_r^* par :

$$\begin{aligned}\Phi_r &= L_r T^{-1} T I_r + M_{rs} I_s \\ &= L_r T^{-1} I_r^* + M_{rs} I_s\end{aligned}\quad (2.41)$$

dans cette dernière équation, T est introduite, par multiplication à gauche,

$$T \Phi_r = T L_r T^{-1} I_r^* + T M_{rs} I_s \quad (2.42)$$

avec le flux rotorique transformé Φ_r^* est donné par :

$$\Phi_r^* = T I_r \quad (2.43)$$

elle donne l'équation (2.44) :

$$\Phi_r^* = L_r^* I_r^* + M_{rs}^* I_s \quad (2.44)$$

où les définitions suivantes sont utilisées :

$$\begin{cases} L_r^* = T L_r T^{-1} \\ M_{rs}^* = T M_{rs} \\ M_{sr}^* = M_{sr} T^{-1} \end{cases} \quad (2.45)$$

L'équation (2.30) est considérée, la multiplication par T et T^{-1} donne

$$0 = R_r I_r + \frac{d}{dt} \Phi_r = R_r T^{-1} (T I_r) + \frac{d}{dt} (T^{-1} (T \Phi_r))$$

cette dernière équation s'exprime, après introduction de I_r^* et Φ_r^* comme :

$$0 = R_r T^{-1} I_r^* + \frac{d}{dt} (T^{-1} \Phi_r^*) \quad (2.46)$$

nous multiplions à gauche par T et nous utilisons le fait que la matrice R_r est diagonale, ce qui nous donne :

$$0 = R_r I_r^* + T \left(\frac{d}{dt} (T^{-1}) \right) \Phi_r^* + \dot{\Phi}_r^* \quad (2.47)$$

l'équation (2.44) permet d'exprimer I_r^*

$$I_r^* = (L_r^*)^{-1} (\Phi_r^* - M_{rs}^* I_s) \quad (2.48)$$

l'équation (2.48) injectée dans (2.47) donne :

$$\dot{\Phi}_r^* = R_r (L_r^*)^{-1} M_{rs}^* I_s - \left(R_r (L_r^*)^{-1} + K_1 \right) \Phi_r^* \quad (2.49)$$

avec :

$$K_1 = T \frac{d}{dt} (T^{-1}) \quad (2.50)$$

la combinaison des équations (2.48) et (2.40) permet d'exprimer Φ_s

$$\Phi_s = \left(L_s - M_{sr}^* (L_r^*)^{-1} M_{rs}^* \right) I_s + M_{sr}^* (L_r^*)^{-1} \Phi_r^* \quad (2.51)$$

nous définissons γ_1 et γ_2 par:

$$\gamma_1 = \left(L_s - M_{sr}^* (L_r^*)^{-1} M_{rs}^* \right) \quad (2.52)$$

$$\gamma_2 = M_{sr}^* (L_r^*)^{-1} \quad (2.53)$$

l'équation (2.51) donnant Φ_s devient alors :

$$\Phi_s = \gamma_1 I_s + \gamma_2 \Phi_r^* \quad (2.54)$$

l'équation (2.54) injectée dans l'équation (2.27), permet d'écrire :

$$U_s = \left(R_s + \frac{d}{dt}(\gamma_1) \right) I_s + \gamma_1 \frac{d}{dt} I_s + \frac{d}{dt}(\gamma_2) \Phi_r^* + \gamma_2 \frac{d}{dt}(\Phi_r^*) \quad (2.55)$$

les calculs nécessaires sont effectués pour obtenir l'équation suivante:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} I_s = \dot{I}_s = & (\gamma_1^{-1}) \dot{U}_s - (\gamma_1^{-1}) \left(R_s + \gamma_2 R_r (L_r^*)^{-1} M_{sr}^* \right) I_s - \\ & (\gamma_1^{-1}) \left(-\gamma_2 \left(R_r (L_r^*)^{-1} + K_1 \right) \right) \Phi_r^* \end{aligned} \quad (2.56)$$

L'équation (2.56) est réarrangée, pour obtenir finalement:

$$\begin{aligned} \dot{I}_s = & \left(-\gamma_1^{-1} \right) \left(R_s + \gamma_2 R_r (L_r^*)^{-1} M_{sr}^* \right) I_s + \\ & \left(\gamma_1^{-1} \right) \left(\gamma_2 \left(R_r (L_r^*)^{-1} - K_1 \right) \right) \Phi_r^* + \left(\gamma_1^{-1} \right) \dot{U}_s \end{aligned} \quad (2.57)$$

Les équations (2.49) et (2.57) constituent le modèle de la machine asynchrone triphasée dans le repère abc avec comme variables d'état I_s et Φ_r^* , auxquelles il faut ajouter l'équation mécanique, donnée par l'équation (2.18).

Le couple électromagnétique T_e est calculé en utilisant l'équation (2.19). Nous introduisons les variables d'état $I_s = (i_{as} \ i_{bs} \ i_{cs})^T$ et $\Phi_r^* = (\phi_{ar}^* \ \phi_{br}^* \ \phi_{cr}^*)^T$, choisies pour développer ce modèle et nous obtenons l'équation (2.58) :

$$T_e = a \left((f_b i_{bs} - f_c i_{cs}) \phi_{ar}^* + (f_c i_{cs} - f_a i_{as}) \phi_{br}^* + (f_a i_{as} - f_b i_{bs}) \phi_{cr}^* \right) \quad (2.58)$$

où a est donné par :

$$a = \frac{\sqrt{3}M}{3M + 2l_{r\sigma}} \quad (2.59)$$

Le modèle dynamique de la machine asynchrone triphasée dans le repère abc , avec défauts au stator, s'écrit sous la forme d'une équation d'état, donnée par la relation (2.60)

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{I}_s = (-\gamma_1^{-1})(R_s + \gamma_2 R_r (L_r^*)^{-1} M_{sr}^*) I_s + \\ \quad (\gamma_1^{-1})(\gamma_2 (R_r (L_r^*)^{-1} - K_1)) \Phi_r^* + (\gamma_1^{-1}) U_s \\ \dot{\Phi}_r^* = R_r (L_r^*)^{-1} M_{rs}^* I_s - (R_r (L_r^*)^{-1} + K_1) \Phi_r^* \\ \dot{\Omega} = \frac{a}{j} (f_b i_{bs} - f_c i_{cs}) \phi_{ar}^* + \frac{a}{j} (f_c i_{cs} - f_a i_{as}) \phi_{br}^* \\ \quad \frac{a}{j} (f_a i_{as} - f_b i_{bs}) \phi_{cr}^* - \frac{1}{j} T_l - \frac{f_v}{j} \Omega \end{array} \right. \quad (2.60)$$

Ce modèle tient compte explicitement des défauts statoriques. Il est exprimé à l'aide de sept variables d'état. Il peut servir pour l'étude de la machine asynchrone en régime de défaut.

2.5. Le modèle triphasé multiplicatif

Le modèle dynamique de la machine asynchrone triphasée obtenu dans le paragraphe précédent, est écrit dans le repère triphasé ou le repère abc . Il tient compte explicitement des défauts de court-circuit de spires statoriques. La partie électromagnétique du modèle (2.60) peut s'écrire sous la forme compacte suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{I}_s = A_{m11} I_s + A_{m12} \Phi_r^* + B_{m1} U_s \\ \dot{\Phi}_r^* = A_{m21} I_s + A_{m22} \Phi_r^* \end{array} \right. \quad (2.61)$$

Quant à la partie mécanique, décrivant la dynamique de la vitesse rotorique (équation de $\dot{\Omega}$ donnée dans (2.60)), elle peut être mise sous la forme ci-dessous :

$$\dot{\Omega} = A_{m32} \Phi_r^* + \Gamma_0 T_l + A_{m33} \Omega \quad (2.62)$$

Les différentes matrices qui interviennent dans les équations (2.61 et 2.62) sont données ci-dessous. L'indice m est utilisé pour le modèle multiplicatif. Les coefficients f_a , f_b et f_c traduisent les défauts et sont définis par l'équation (2.21). Le nombre de paire de pôles est p .

2.5.1 Calcul du modèle triphasé multiplicatif

Les matrices A_{m11} , A_{m12} , A_{m21} , A_{m22} , A_{m32} , A_{m33} et B_{m1} qui interviennent dans les équations (2.61 et 2.62), sont fonction du vecteur de paramètres de la machine P et de la quantité de défaut, exprimée par f_a , f_b et f_c .

La matrice A_{m11} est donnée par :

$$A_{m11} = (-\gamma_1^{-1}) \left(R_s + \gamma_2 R_r (L_r^*)^{-1} M_{sr}^* \right) \quad (2.63)$$

L'expression développée de A_{m11} est donnée par :

$$A_{m11} = \frac{1}{d_0} \begin{pmatrix} \frac{-r_s Y (l_{s\sigma} Y + l_{r\sigma} M) - 6M^2 l_{s\sigma} r_a f_a}{f_a} & \frac{-M l_{r\sigma} Y + 3M^2 r_{r\sigma} f_b}{f_a} & \frac{-M l_{r\sigma} Y + 3M^2 r_{r\sigma} f_c}{f_a} \\ \frac{-M l_{r\sigma} Y + 3M^2 r_{r\sigma} f_a}{f_b} & \frac{-r_s Y (l_{s\sigma} Y + l_{r\sigma} M) - 6M^2 l_{s\sigma} r_b f_b}{f_b} & \frac{-M l_{r\sigma} Y + 3M^2 r_{r\sigma} f_c}{f_b} \\ \frac{-M l_{r\sigma} Y + 3M^2 r_{r\sigma} f_a}{f_c} & \frac{-M l_{r\sigma} Y + 3M^2 r_{r\sigma} f_b}{f_c} & \frac{-r_s Y (l_{s\sigma} Y + l_{r\sigma} M) - 6M^2 l_{s\sigma} r_c f_c}{f_c} \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

avec :

$$Y = 3M + 2l_{r\sigma} \quad (2.65)$$

$$d_0 = l_{s\sigma} Y (l_{s\sigma} Y + 3l_{r\sigma} M) \quad (2.66)$$

Elle peut être mise sous la forme suivante :

$$A_{m11} = \begin{pmatrix} \frac{\alpha_1}{f_a} - 2\alpha_0 & \frac{\alpha_2}{f_a} + \frac{f_b}{f_a} \alpha_0 & \frac{\alpha_2}{f_a} + \frac{f_c}{f_a} \alpha_0 \\ \frac{\alpha_2}{f_b} + \frac{f_a}{f_b} \alpha_0 & \frac{\alpha_1}{f_b} - 2\alpha_0 & \frac{\alpha_2}{f_b} + \frac{f_c}{f_b} \alpha_0 \\ \frac{\alpha_2}{f_c} + \frac{f_a}{f_c} \alpha_0 & \frac{\alpha_2}{f_c} + \frac{f_b}{f_c} \alpha_0 & \frac{\alpha_1}{f_c} - 2\alpha_0 \end{pmatrix} \quad (2.67)$$

avec :

$$\alpha_0 = \frac{3M^2 l_{s\sigma} r_r}{d_0} \quad (2.68)$$

$$\alpha_1 = \frac{-r_s Y (l_{s\sigma} Y + l_{r\sigma} M)}{d_0} \quad (2.69)$$

$$\alpha_2 = \frac{-M l_{r\sigma} r_s Y}{d_0} \quad (2.70)$$

L'expression de A_{m12} est donnée par l'équation (2.71).

$$A_{m12} = (\gamma_1^{-1}) (\gamma_2 (R_r (L_r^*)^{-1} - K_1)) \quad (2.71)$$

Son développement est donné par :

$$A_{m12} = \frac{1}{d_1} \begin{pmatrix} \frac{4Mr_r}{f_a} & \frac{-2Mr_r + \sqrt{3}YMp\Omega}{f_a} & \frac{-(2Mr_r + \sqrt{3}YMp\Omega)}{f_a} \\ \frac{-(2Mr_r + \sqrt{3}YMp\Omega)}{f_b} & \frac{4Mr_r}{f_b} & \frac{-2Mr_r + \sqrt{3}YMp\Omega}{f_b} \\ \frac{-2Mr_r + \sqrt{3}YMp\Omega}{f_c} & \frac{-(2Mr_r + \sqrt{3}YMp\Omega)}{f_c} & \frac{4Mr_r}{f_c} \end{pmatrix} \quad (2.72)$$

avec :

$$d_1 = Y(l_{s\sigma} Y + 3l_{r\sigma} M) \quad (2.73)$$

qui peut se mettre sous la forme suivante :

$$A_{m12} = \begin{pmatrix} \frac{2\alpha_3}{f_a} & -\frac{\alpha_3 + \alpha_4}{f_a} p\Omega & -\frac{\alpha_3 - \alpha_4}{f_a} p\Omega \\ -\frac{\alpha_3 - \alpha_4}{f_b} p\Omega & \frac{2\alpha_3}{f_b} & -\frac{\alpha_3 + \alpha_4}{f_b} p\Omega \\ -\frac{\alpha_3 + \alpha_4}{f_c} p\Omega & -\frac{\alpha_3 - \alpha_4}{f_c} p\Omega & \frac{2\alpha_3}{f_c} \end{pmatrix} \quad (2.74)$$

avec :

$$\alpha_3 = \frac{2Mr_r}{d_1} \quad (2.75)$$

$$\alpha_4 = \frac{\sqrt{3}MY}{Y(l_{s\sigma} Y + 3l_{r\sigma} M)} \quad (2.76)$$

La matrice B_{m1} s'écrit comme suit :

$$B_{m1} = (\gamma_1^{-1}) \quad (2.77)$$

La forme développée de B_{m1} est donnée ci-dessous :

$$B_{m1} = \frac{1}{l_{s\sigma}(l_{s\sigma}Y + 3Ml_{r\sigma})} \begin{pmatrix} \frac{l_{s\sigma}Y + Ml_{r\sigma}}{f_a^2} & \frac{Ml_{r\sigma}}{f_a f_b} & \frac{Ml_{r\sigma}}{f_a f_c} \\ \frac{Ml_{r\sigma}}{f_a f_b} & \frac{l_{s\sigma}Y + Ml_{r\sigma}}{f_b^2} & \frac{Ml_{r\sigma}}{f_b f_c} \\ \frac{Ml_{r\sigma}}{f_a f_c} & \frac{Ml_{r\sigma}}{f_b f_c} & \frac{l_{s\sigma}Y + Ml_{r\sigma}}{f_c^2} \end{pmatrix} \quad (2.78)$$

qu'on peut mettre sous la forme suivante :

$$B_{m1} = \begin{pmatrix} \frac{\beta_1}{f_a^2} & \frac{\beta_2}{f_a f_b} & \frac{\beta_2}{f_a f_c} \\ \frac{\beta_2}{f_a f_b} & \frac{\beta_1}{f_b^2} & \frac{\beta_2}{f_b f_c} \\ \frac{\beta_2}{f_a f_c} & \frac{\beta_2}{f_b f_c} & \frac{\beta_1}{f_c^2} \end{pmatrix} \quad (2.79)$$

avec :

$$\beta_1 = \frac{(Ml_{r\sigma} + l_{s\sigma}Y)}{l_{s\sigma}(3Ml_{r\sigma} + l_{s\sigma}Y)} \quad (2.80)$$

$$\beta_2 = \frac{Ml_{r\sigma}}{l_{s\sigma}(3Ml_{r\sigma} + l_{s\sigma}Y)} \quad (2.81)$$

La matrice A_{m21} est donnée par :

$$A_{m21} = R_r (L_r^*)^{-1} M_{rs}^* \quad (2.82)$$

L'expression développée de A_{m21} est :

$$A_{m21} = \frac{1}{Y} \begin{pmatrix} 2Mr_r f_a & -Mr_r f_b & -Mr_r f_c \\ -Mr_r f_a & 2Mr_r f_b & -Mr_r f_c \\ -Mr_r f_a & -Mr_r f_b & 2Mr_r f_c \end{pmatrix} \quad (2.83)$$

qu'on peut mettre sous la forme suivante :

$$A_{m21} = \begin{pmatrix} 2\alpha_5 f_a & -\alpha_5 f_b & -\alpha_5 f_c \\ -\alpha_5 f_a & 2\alpha_5 f_b & -\alpha_5 f_c \\ -\alpha_5 f_a & -\alpha_5 f_b & 2\alpha_5 f_c \end{pmatrix} \quad (2.84)$$

avec :

$$\alpha_5 = \frac{Mr_r}{Y} \quad (2.85)$$

L'expression de A_{m22} est donnée par l'équation (2.86).

$$A_{m22} = -\left(R_r(L_r^*)^{-1} + K_1\right) \quad (2.86)$$

Le développement de la matrice A_{m22} est donné par :

$$A_{m22} = \begin{pmatrix} \frac{-r_r(M + 2l_{r\sigma})}{Yl_{r\sigma}} & -\left(\frac{r_r M}{Yl_{r\sigma}} + \frac{p\Omega}{\sqrt{3}}\right) & \frac{-r_r M}{Yl_{r\sigma}} + \frac{p\Omega}{\sqrt{3}} \\ \frac{-r_r M}{Yl_{r\sigma}} + \frac{p\Omega}{\sqrt{3}} & \frac{-r_r(M + 2l_{r\sigma})}{Yl_{r\sigma}} & -\left(\frac{r_r M}{Yl_{r\sigma}} + \frac{p\Omega}{\sqrt{3}}\right) \\ -\left(\frac{r_r M}{Yl_{r\sigma}} + \frac{p\Omega}{\sqrt{3}}\right) & \frac{-r_r M}{Yl_{r\sigma}} + \frac{p\Omega}{\sqrt{3}} & \frac{-r_r(M + 2l_{r\sigma})}{Yl_{r\sigma}} \end{pmatrix} \quad (2.87)$$

qu'on peut mettre sous la forme suivante :

$$A_{m22} = \begin{pmatrix} \alpha_6 & \alpha_7 - \alpha_8 p\Omega & \alpha_7 + \alpha_8 p\Omega \\ \alpha_7 + \alpha_8 p\Omega & \alpha_6 & \alpha_7 - \alpha_8 p\Omega \\ \alpha_7 - \alpha_8 p\Omega & \alpha_7 + \alpha_8 p\Omega & \alpha_6 \end{pmatrix} \quad (2.88)$$

avec :

$$\alpha_6 = \frac{-r_r(M + 2l_{r\sigma})}{Yl_{r\sigma}} \quad (2.89)$$

$$\alpha_7 = \frac{-r_r M}{Yl_{r\sigma}} \quad (2.90)$$

$$\alpha_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2.91)$$

La matrice A_{m32} qui intervient dans l'équation de $\dot{\Omega}$, donnée par (2.62), est :

$$A_{m32} = \frac{a}{j} \begin{pmatrix} (f_b i_{bs} - f_c i_{cs}) & (f_c i_{cs} - f_a i_{as}) & (f_a i_{as} - f_b i_{bs}) \end{pmatrix} \quad (2.92)$$

Les matrices A_{m33} et Γ_0 sont données par :

$$A_{m33} = -\frac{f_v}{j} \quad (2.93)$$

$$\Gamma_0 = -\frac{1}{J} \quad (2.94)$$

Le modèle complet de la machine asynchrone triphasée avec prise en compte des défauts statoriques peut se mettre sous la forme d'une équation d'état et de sortie:

$$\begin{cases} \dot{X} = A(P, \Omega, f)X + B(P, f)U_s + \Gamma T_l \\ Y = (x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_7)^T \end{cases} \quad (2.95)$$

avec le vecteur d'état X donné par : $X = (X_1 \quad X_2 \quad x_7)^T$, où le vecteur des courants statoriques est :

$$X_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{pmatrix} \quad (2.96)$$

et le vecteur des flux rotoriques transformés est donné par :

$$X_2 = \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{ar}^* \\ \phi_{br}^* \\ \phi_{cr}^* \end{pmatrix} \quad (2.97)$$

la vitesse mécanique est :

$$x_7 = \Omega \quad (2.98)$$

le vecteur des défauts f est donné par :

$$f = \begin{pmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{pmatrix} \quad (2.99)$$

U_s est le vecteur des tensions d'entrée et T_l le couple de charge. Γ est donné par :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J} \end{bmatrix}^T \quad (2.100)$$

Le vecteur de paramètre est donné par :

$$P = [r_s \quad r_r \quad M \quad l_{s\sigma} \quad l_{r\sigma}]^T \quad (2.101)$$

Le vecteur de sortie Y est formé par les grandeurs accessibles à la mesure qui sont les courants statoriques et la vitesse mécanique. Les matrices $A(P, \Omega, f)$ et $B(P, f)$ sont formées comme suit :

$$A(P, \Omega, f) = \begin{pmatrix} A_{m11} & A_{m12} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ A_{m21} & A_{m22} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & A_{m32} & A_{m33} \end{pmatrix} \quad (2.102)$$

$$B(P, f) = \begin{pmatrix} B_{m1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} \end{pmatrix} \quad (2.103)$$

Le modèle triphasé multiplicatif de la machine asynchrone avec réduction du nombre de spires au stator est donné par l'équation (2.95). Il est exprimé dans le repère (abc) et nécessite donc sept variables d'état. Les défauts sont exprimés, dans ce modèle, de façon multiplicative, c'est à dire qu'ils sont multipliés par les paramètres de la machine asynchrone.

2.6. Le modèle triphasé affine par rapport aux défauts

La partie précédente a été consacrée à l'obtention d'un modèle de la machine asynchrone triphasée qui tient compte des courts-circuits entre les spires du stator. Ces défauts se manifestent de façon multiplicative et interviennent dans toutes les matrices de l'équation d'état. Dans cette partie, l'objectif est d'exprimer les défauts sous une forme affine, où ils interviennent comme un vecteur d'entrée indépendant. La dite forme est plus appropriée pour le diagnostic des défauts en utilisant les méthodes basées sur des modèles analytiques. Un calcul supplémentaire est donc nécessaire.

Nous reprenons l'équation (2.21) et considérons un développement du premier ordre de l'inverse de f_i , qui nous donne :

$$\begin{aligned}
f_i &= 1 - n_i; & i, j : a, b, c \\
\frac{1}{f_i} &= \frac{1}{1 - n_i} \approx 1 + n_i; & \text{avec } n_i \ll 1; \\
\frac{1}{f_i^2} &= \frac{1}{(1 - n_i)^2} \approx (1 + 2n_i) & (2.104)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{f_i f_j} &= \frac{1}{(1 - n_i)(1 - n_j)} \approx (1 + n_i)(1 + n_j) \approx (1 + n_i + n_j) \\
f &= \begin{pmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - n_a \\ 1 - n_b \\ 1 - n_c \end{pmatrix} \Rightarrow f^* = \begin{pmatrix} n_a \\ n_b \\ n_c \end{pmatrix} & (2.105)
\end{aligned}$$

Cette hypothèse est valable pour n_i petit devant 1. Nous justifions cela par le fait qu'un court-circuit de spires commence par la formation de ce qu'on appelle un point chaud, qui touche un nombre réduit de spires avant de se propager. Après avoir appliqué cette approximation et effectué les développements nécessaires, il nous est possible de séparer le modèle obtenu en deux parties, dont l'une est indépendante des défauts et l'autre non. Le vecteur de défauts f^* (équation (2.105)) intervient alors comme une entrée indépendante. Cette écriture constitue le nouveau modèle de la machine asynchrone triphasée exprimé sous une forme affine par rapport aux défauts. Nous pouvons exprimer la partie électromagnétique du modèle de la machine asynchrone triphasée, écrit sous la forme affine par rapport aux défauts, à l'aide de l'équation (2.106) :

$$\begin{cases} \dot{I}_s = A_{a11} I_s + A_{a12} \Phi_r^* + D_{a1}(I_s, \Phi_r^*, U_s) f^* + B_{a1} U_s \\ \dot{\Phi}_r^* = A_{a21} I_s + A_{a22} \Phi_r^* + D_{a2}(I_s) f^* \end{cases} \quad (2.106)$$

Les différentes matrices qui interviennent dans l'équation (2.106) sont calculées ci-dessous.

2.6.1. Calcul du modèle triphasé affine par rapport aux défauts

Considérons la matrice A_{m11} , donnée par l'équation (2.67). Il est possible d'écrire le terme $A_{m11}(1,1)$ comme suit :

$$A_{m11}(1,1) = \frac{\alpha_1}{f_a} - 2\alpha_0 = \frac{\alpha_1}{1 - n_a} - 2\alpha_0 \approx \alpha_1(1 + n_a) - 2\alpha_0 \approx \alpha_1 - 2\alpha_0 + \alpha_1 n_a \quad (2.107)$$

Considérons le terme $A_{m11}(1,2)$. Il est possible de l'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} A_{m11}(1,2) &= \frac{\alpha_2}{f_a} + \frac{f_b}{f_a} \alpha_0 = \frac{\alpha_2}{1-n_a} + \frac{(1-n_b)}{(1-n_a)} \alpha_0 \approx \alpha_2(1+n_a) + (1-n_b)(1+n_a)\alpha_0 \\ &\approx (\alpha_2 + \alpha_0) + (\alpha_2 + \alpha_0)n_a - \alpha_0 n_b \end{aligned} \quad (2.108)$$

Considérons le terme $A_{m11}(1,3)$. Il est possible de l'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} A_{m11}(1,3) &= \frac{\alpha_2}{f_a} + \frac{f_c}{f_a} \alpha_0 = \frac{\alpha_2}{1-n_a} + \frac{(1-n_c)}{(1-n_a)} \alpha_0 \approx \alpha_2(1+n_a) + (1-n_c)(1+n_a)\alpha_0 \\ &\approx (\alpha_2 + \alpha_0) + (\alpha_2 + \alpha_0)n_a - \alpha_0 n_c \end{aligned} \quad (2.109)$$

Le même calcul est appliqué à tous les autres termes de la matrice A_{m11} . Il permet de la scinder en deux parties. Nous obtenons alors l'écriture suivante pour le terme $A_{m11}I_s$:

$$A_{m11}I_s = A_{a11}I_s + A_{111}f^* \quad (2.110)$$

avec :

$$A_{a11} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_2 \\ a_2 & a_1 & a_2 \\ a_2 & a_2 & a_1 \end{pmatrix} \quad (2.111)$$

et

$$A_{111} = \begin{pmatrix} a_5 i_{as} + a_2 i_{bs} + a_2 i_{cs} & -a_6 i_{bs} & -a_6 i_{cs} \\ -a_6 i_{as} & a_2 i_{as} + a_5 i_{bs} + a_2 i_{cs} & -a_6 i_{cs} \\ -a_6 i_{as} & -a_6 i_{bs} & a_2 i_{as} + a_2 i_{bs} + a_5 i_{cs} \end{pmatrix} \quad (2.112)$$

Les différents coefficients de A_{a11} et A_{111} sont donnés par :

$$a_1 = \alpha_1 - 2\alpha_0 \quad (2.113)$$

$$a_2 = \alpha_2 + \alpha_0 \quad (2.114)$$

$$a_5 = \alpha_1 \quad (2.115)$$

$$a_6 = \alpha_0 \quad (2.116)$$

Considérons la matrice A_{m12} , donnée par l'équation (2.74). Considérons le terme $A_{m12}(1,1)$.

Il est possible de l'écrire comme suit :

$$A_{m12}(1,1) = \frac{2\alpha_3}{f_a} = \frac{2\alpha_3}{1-n_a} \approx 2\alpha_3(1+n_a) \approx 2\alpha_3 + 2\alpha_3 n_a \quad (2.117)$$

Considérons le terme $A_{m12}(1,2)$. Il est possible de l'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} A_{m12}(1,2) &= \frac{-\alpha_3}{f_a} + \frac{\alpha_4}{f_a} p\Omega \approx -\alpha_3(1+n_a) + \alpha_4(1+n_a)p\Omega \\ &\approx (-\alpha_3 + \alpha_4 p\Omega) + (-\alpha_3 + \alpha_4 p\Omega)n_a \end{aligned} \quad (2.118)$$

Le développement des autres termes se fait de façon analogue. Cette matrice est scindée en deux parties. Nous obtenons alors l'écriture suivante pour le terme $A_{m12}\Phi_r^*$:

$$A_{m12}\Phi_r^* = A_{a12}\Phi_r^* + A_{112}f^* \quad (2.119)$$

avec :

$$A_{a12} = \begin{pmatrix} 2a_3 & -a_3 + a_4 p\Omega & -a_3 - a_4 p\Omega \\ -a_3 - a_4 p\Omega & 2a_3 & -a_3 + a_4 p\Omega \\ -a_3 + a_4 p\Omega & -a_3 - a_4 p\Omega & 2a_3 \end{pmatrix} \quad (2.120)$$

et les éléments de la matrice A_{112} sont donnés ci-dessous :

$$A_{121}(1,1) = 2a_3\phi_{ra}^* + (-a_3 + a_4 p\Omega)\phi_{rb}^* + (-a_3 - a_4 p\Omega)\phi_{ra}^* \quad (2.121)$$

$$A_{121}(2,2) = 2a_3\phi_{rb}^* + (-a_3 - a_4 p\Omega)\phi_{ra}^* + (-a_3 + a_4 p\Omega)\phi_{rc}^* \quad (2.122)$$

$$A_{121}(3,3) = 2a_3\phi_{rc}^* + (-a_3 + a_4 p\Omega)\phi_{ra}^* + (-a_3 - a_4 p\Omega)\phi_{rb}^* \quad (2.123)$$

$$A_{121}(1,2) = A_{121}(1,3) = A_{121}(2,1) = A_{121}(2,3) = A_{121}(3,1) = A_{121}(3,2) = 0 \quad (2.124)$$

avec :

$$a_3 = \alpha_3 \quad (2.125)$$

$$a_4 = \alpha_4 \quad (2.126)$$

Considérons la matrice A_{m21} , donnée par l'équation (2.84). On peut mettre cette matrice sous la forme suivante :

$$A_{m21} = \alpha_5 \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} + \alpha_5 \begin{pmatrix} -2n_a & n_b & n_c \\ n_a & -2n_b & n_c \\ n_a & n_b & -2n_c \end{pmatrix} \quad (2.127)$$

Cette matrice est scindée en deux parties. Nous obtenons alors l'écriture suivante pour le terme $A_{m21}I_s$:

$$A_{m21}I_s = A_{a21}I_s + A_{211}f^* \quad (2.128)$$

ce qui donne :

$$A_{a21} = \begin{pmatrix} 2a_7 & -a_7 & -a_7 \\ -a_7 & 2a_7 & -a_7 \\ -a_7 & -a_7 & 2a_7 \end{pmatrix} \quad (2.129)$$

et

$$A_{211} = \begin{pmatrix} -2a_7i_{sa} & a_7i_{sb} & a_7i_{sc} \\ a_7i_{sa} & -2a_7i_{sb} & a_7i_{sc} \\ a_7i_{sa} & a_7i_{sb} & -2a_7i_{sc} \end{pmatrix} \quad (2.130)$$

avec :

$$a_7 = \alpha_5 \quad (2.131)$$

Considérons la matrice A_{m22} . Elle ne dépend pas des coefficients de défauts f_i . On déduit directement la matrice A_{a22} .

$$A_{a22} = \begin{pmatrix} a_8 & a_9 - a_{10}p\Omega & a_9 + a_{10}p\Omega \\ a_9 + a_{10}p\Omega & a_8 & a_9 - a_{10}p\Omega \\ a_9 - a_{10}p\Omega & a_9 + a_{10}p\Omega & a_8 \end{pmatrix} \quad (2.132)$$

avec :

$$a_8 = \alpha_6 \quad (2.131)$$

$$a_9 = \alpha_7 \quad (2.132)$$

$$a_{10} = \alpha_8 \quad (2.133)$$

Considérons la matrice B_{m1} , donnée par l'équation (2.79). Considérons le terme $B_{m11}(1,1)$. Il est possible de l'écrire comme suit :

$$B_{m11}(1,1) = \frac{\beta_1}{f_a^2} = \frac{\beta_1}{(1-n_a)^2} \approx \beta_1(1+2n_a) \quad (2.134)$$

Considérons le terme $B_{m11}(1,2)$. Il est possible de l'écrire comme suit :

$$B_{m1}(1,2) = \frac{\beta_2}{f_a f_b} = \frac{\beta_2}{(1-n_a)(1-n_b)} \approx \beta_2(1+n_a)(1+n_b) \approx \beta_2 + \beta_2 n_a + \beta_2 n_b \quad (2.135)$$

Considérons le terme $B_{m1}(1,3)$. Il est possible de l'écrire comme suit :

$$B_{m1}(1,3) = \frac{\beta_2}{f_a f_c} = \frac{\beta_2}{(1-n_a)(1-n_c)} \approx \beta_2(1+n_a)(1+n_c) \approx \beta_2 + \beta_2 n_a + \beta_2 n_c \quad (2.136)$$

De la même façon, on déduit les autres termes. Cette matrice est scindée en deux parties.

Nous obtenons alors l'écriture suivante pour le terme $B_{m1}U_s$:

$$B_{m1}U_s = B_{a1}U_s + B_{11}f^* \quad (2.137)$$

avec :

$$B_{a1} = \begin{pmatrix} b_2 b_1 & b_2 & b_2 \\ b_2 & b_2 b_1 & b_2 \\ b_2 & b_2 & b_2 b_1 \end{pmatrix} \quad (2.138)$$

et

$$B_{11}(U_s) = b_2 \begin{pmatrix} (2b_1 u_{as} + u_{bs} + u_{cs}) & u_{bs} & u_{cs} \\ u_{as} & (2b_1 u_{bs} + u_{as} + u_{cs}) & u_{cs} \\ u_{as} & u_{bs} & (2b_1 u_{cs} + u_{as} + u_{bs}) \end{pmatrix} \quad (2.139)$$

Les coefficients b_1 et b_2 sont définis par :

$$b_1 = 1 + \frac{l_{s\sigma} Y}{Ml_{r\sigma}} \quad (2.140)$$

$$b_2 = \beta_2 \quad (2.141)$$

La matrice de distribution des défauts $D_{a1}(I_s, \Phi_r^*, U_s)$ est donnée par :

$$D_{a1}(I_s, \Phi_r^*, U_s) = D_{a11}(I_s) + D_{a12}(\Phi_r^*) + D_{a13}(U_s) \quad (2.142)$$

avec :

$$D_{a11}(I_s) = A_{111} = \begin{pmatrix} a_5 i_{as} + a_2 (i_{bs} + i_{cs}) & -a_6 i_{bs} & -a_6 i_{cs} \\ -a_6 i_{as} & a_5 i_{bs} + a_2 (i_{as} + i_{cs}) & -a_6 i_{cs} \\ -a_6 i_{as} & -a_6 i_{bs} & a_5 i_{cs} + a_2 (i_{as} + i_{bs}) \end{pmatrix} \quad (2.143)$$

$$D_{a12}(\Phi_r^*) = (D_{a121}(\Phi_r^*) \quad D_{a122}(\Phi_r^*) \quad D_{a123}(\Phi_r^*)) \quad (2.144)$$

où :

$$D_{a121}(\Phi_r^*) = \begin{pmatrix} A_{121}(1,1) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a_3 \phi_{ar}^* + (-a_3 + a_4 p \Omega) \phi_{br}^* + (-a_3 - a_4 p \Omega) \phi_{cr}^* \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.145)$$

$$D_{a122}(\Phi_r^*) = \begin{pmatrix} 0 \\ A_{121}(2,2) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ (-a_3 - a_4 p \Omega) \phi_{ar}^* + 2a_3 \phi_{br}^* + (-a_3 + a_4 p \Omega) \phi_{cr}^* \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.146)$$

$$D_{a123}(\Phi_r^*) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ A_{121}(3,3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ (-a_3 + a_4 p \Omega) \phi_{ar}^* + (-a_3 - a_4 p \Omega) \phi_{br}^* + 2a_3 \phi_{cr}^* \end{pmatrix} \quad (2.147)$$

et le terme $D_{a13}(U_s)$ est donné par :

$$D_{a13}(U_s) = B_{11}(U_s) = b_2 \begin{pmatrix} (2b_1 u_{as} + u_{bs} + u_{cs}) & u_{bs} & u_{cs} \\ u_{as} & (2b_1 u_{bs} + u_{as} + u_{cs}) & u_{cs} \\ u_{as} & u_{bs} & (2b_1 u_{cs} + u_{as} + u_{bs}) \end{pmatrix} \quad (2.148)$$

Les composantes rotoriques ne sont influencées par les défauts que par l'intermédiaire des courants statoriques. La matrice de distribution des défauts au rotor, $D_{a2}(I_s)$ est donnée par :

$$D_{a2}(I_s) = A_{211} = a_7 \begin{pmatrix} -2i_{as} & i_{bs} & i_{cs} \\ i_{as} & -2i_{bs} & i_{cs} \\ i_{as} & i_{bs} & -2i_{cs} \end{pmatrix} \quad (2.149)$$

L'équation de $\dot{\Omega}$, donnée dans (2.62), peut être mise sous la forme ci-dessous :

$$\dot{\Omega} = A_{a32} \Phi_r^* + D_{a3}(I_s, \Phi_r^*) f^* + \Gamma_0 T_l + A_{a33} \Omega \quad (2.150)$$

Les matrices A_{a32} , A_{a33} , Γ_0 et D_{a3} sont données par :

$$A_{a32} = \frac{a}{j} \begin{pmatrix} (i_{bs} - i_{cs}) & (i_{cs} - i_{as}) & (i_{as} - i_{bs}) \end{pmatrix} \quad (2.151)$$

$$A_{a33} = -\frac{f_v}{j} \quad (2.152)$$

$$\Gamma_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J} \end{bmatrix}^T \quad (2.153)$$

$$D_{a3}(I_s, \Phi_r^*) = \begin{pmatrix} i_{as} (\phi_{br}^* - \phi_{cr}^*) & i_{bs} (\phi_{cr}^* - \phi_{ar}^*) & i_{cs} (\phi_{ar}^* - \phi_{br}^*) \end{pmatrix} \quad (2.154)$$

Nous écrivons le modèle donné par l'équation (2.106) en lui adjoignant l'équation mécanique, sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{X} = A(P, \Omega, 0)X + B(P, 0)U_s + D(P, X, U_s)f^* + \Gamma T_l \\ Y = (C_1 \quad C_2) \begin{pmatrix} X_1 \\ x_7 \end{pmatrix} = (x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_7)^T \end{cases} \quad (2.155)$$

avec les matrices $A(P, \Omega, 0)$ et $B(P, 0)$ données par :

$$A(P, \Omega, 0) = \begin{pmatrix} A_{a11} & A_{a12} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ A_{a21} & A_{a22} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & A_{a32} & A_{a33} \end{pmatrix}, \quad (2.156)$$

$$B(P, 0) = \begin{pmatrix} B_{a1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} \end{pmatrix} \quad (2.157)$$

$$D(P, X, U_s) = \begin{pmatrix} D_{a1}(I_s, \Phi_r^*, U_s) \\ D_{a2}(I_s) \\ D_{a3}(I_s, \Phi_r^*) \end{pmatrix} \quad (2.158)$$

Les matrices $A(P, \Omega, 0)$ et $B(P, 0)$ du modèle (2.155) ne dépendent pas des coefficients f_i , traduisant les défauts. Elles sont exprimées uniquement en fonction du vecteur de paramètres P et de la vitesse mécanique Ω . La matrice de distribution des défauts, $D(P, X, U_s)$, dépend du vecteur de paramètres P , de toutes les variables d'état et de la tension d'alimentation.

Lorsque la machine asynchrone ne présente aucun défaut de court-circuit statorique, c'est-à-dire lorsque les coefficients f_i sont tous nuls, alors le vecteur f^* est nul et le modèle donné par l'équation (2.155) traduit le fonctionnement d'une machine asynchrone sans défauts. Lorsqu'un court-circuit de spires se produit, le coefficient f_i correspondant devient non nul et l'équation (2.155) décrit alors le comportement d'une machine asynchrone avec défauts.

Le modèle obtenu est triphasé et traduit le fort couplage qui existe dans la machine asynchrone. Son exploitation pour le diagnostic, tel qu'il est donné par l'équation (2.155), n'est pas aisée. En effet, la vitesse mécanique Ω , qui est une variable d'état, intervient dans les matrices A_{a12} et A_{a22} . En plus, la mesure des grandeurs rotoriques pour une machine à

cage étant difficile, voire impossible, ce modèle n'est pas observable lorsque, uniquement les courants statoriques et la vitesse mécanique sont mesurés. Ce qui rend la synthèse d'un observateur impossible. L'étude de l'observabilité de la machine asynchrone sera traitée plus loin, où nous apporterons alors plus de détails sur ce point. Par conséquent, il faut trouver une transformation de coordonnées qui permet de palier au problème, c'est-à-dire séparer le système en partie observable et l'autre non observable. Un nouveau changement de coordonnées est alors nécessaire. La matrice de Park, liée au stator ($\theta = 0$) est utilisée pour réaliser ce changement.

2.7. Le modèle affine par rapport aux défauts statoriques dans le repère de Park

La transformation de Concordia est la transformation de Park liée au stator. Elle est obtenue pour $\theta = 0$, et utilise la matrice $P(0)$ donnée par :

$$P(0) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.159)$$

Cette matrice possède des propriétés intéressantes. Elle est inversible et unitaire. Son inverse est sa transposée.

Nous réécrivons le modèle donné par l'équation (2.106) sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = A_{a11}X_1 + A_{a12}X_2 + B_{a1}U_s + D_{a1}(X_1, X_2, U_s)f^* \\ \dot{X}_2 = A_{a21}X_1 + A_{a22}X_2 + D_{a2}(X_1, X_2, U_s)f^* \\ \dot{x}_7 = \frac{1}{j}(T_e - T_l - f_v x_7) \\ Y = (C_1 \ C_2) \begin{pmatrix} X_1 \\ x_7 \end{pmatrix} = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_7)^T \end{cases} \quad (2.160)$$

Nous posons le changement de coordonnées : $Z = P(0)X$. La matrice $P(0)$ étant inversible, le passage inverse est donc possible: $X = (P(0))^{-1}Z = (P(0))^T Z$

$$Z_1 = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = P(0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = (P(0))^T \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} \quad (2.161)$$

$$Z_2 = \begin{pmatrix} z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{pmatrix} = P(0) \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = (P(0))^T \begin{pmatrix} z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{pmatrix} \quad (2.162)$$

Nous obtenons alors le modèle ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{Z}_1 = P(0)A_{a11}P(0)^T Z_1 + P(0)A_{a12}P(0)^T Z_2 + P(0)B_{a1}U_s + P(0)D_{a1}(Z_1, Z_2, U_s)f^* \\ \dot{Z}_2 = P(0)A_{a21}P(0)^T Z_1 + P(0)A_{a22}P(0)^T Z_2 + P(0)D_{a2}(Z_1, Z_2, U_s)f^* \\ \dot{z}_7 = \frac{1}{j}(T_e - T_l - f_v z_7) \\ Y = (C_1 \quad C_2) \begin{pmatrix} P(0)Z_1 \\ z_7 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (2.163)$$

Remarque :

- le couple électromagnétique est recalculé à l'aide des nouvelles variables d'état Z.

Après avoir effectué les développements nécessaires, le modèle de la machine asynchrone affine par rapport aux défauts statoriques, est donné par l'équation (2.164):

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = (a_1 - a_2)z_1 + 3a_3z_4 + \sqrt{3}a_4pz_7z_5 + B_{11}U_s + D_{11}(Z, U_s)f^* \\ \dot{z}_2 = (a_1 - a_2)z_2 - \sqrt{3}a_4pz_7z_4 + 3a_3z_5 + B_{12}U_s + D_{12}(Z, U_s)f^* \\ \dot{z}_3 = (a_1 + 2a_2)z_3 + B_{13}U_s + D_{13}(Z, U_s)f^* \\ \dot{z}_4 = 3a_7z_1 + (a_8 - a_9)z_4 - pz_7z_5 + D_{21}(Z, U_s)f^* \\ \dot{z}_5 = 3a_7z_2 + pz_7z_4 + (a_8 - a_9)z_5 + D_{22}(Z, U_s)f^* \\ \dot{z}_6 = (a_8 + 2a_9)z_6 \\ \dot{z}_7 = \frac{1}{j}(a(z_2z_4 - z_1z_5) + D_{31}(Z, U_s)f^*) + \Gamma_0 T_l + A_{a33}z_7 \end{cases} \quad (2.164)$$

Les matrices B_{11} , B_{12} , B_{13} , D_{11} , D_{12} , D_{13} , D_{21} , D_{22} et D_{31} sont obtenues après application de la transformation de Concordia à $B(P, 0)$ et à $D(P, X, \Omega)$ et sont données en appendice B.

Nous remarquons que le modèle de la machine asynchrone triphasée donné par l'équation (2.164) ressemble au modèle classique exprimé dans le repère $(\alpha\beta)$ auquel a été ajouté le terme donnant la distribution des défauts considérés. Nous remarquons également la propagation des défauts pour atteindre toutes les variables d'état du modèle. Cela est dû au fort couplage qui existe entre les grandeurs statoriques et rotoriques de la machine

asynchrone. Il traduit aussi les difficultés auxquelles se heurte toute procédure de détection de défauts.

Ce modèle nous permet de mettre en évidence deux variables d'état particulières z_3 et z_6 . La variable z_3 est assimilée à l'homopolaire du courant. Quand à z_6 , elle est assimilée à l'homopolaire de flux. Cette dernière n'a pas d'influence sur le système. Elle n'affecte pas les autres variables et n'est pas affectée par elles. Sa dynamique est stable et est du premier ordre. Sa présence confirme la non observabilité de la machine asynchrone dans le repère triphasé. Son élimination réduit l'ordre du modèle et le rend observable, grâce aux mesures des grandeurs statoriques uniquement (courants et vitesse mécanique). La variable z_3 met en évidence clairement le terme du défaut. Elle est découplée vis-à-vis des autres variables, qui ne l'influencent que lors de l'apparition d'un défaut. Elle sera utilisée comme un indicateur fiable pour la détection de défauts de court-circuit de spires statoriques.

2.8. Simulation des modèles obtenus

La simulation des modèles obtenus dans les paragraphes précédents est effectuée. L'objectif est de valider ces modèles, et de montrer que les résultats obtenus sont concordants. La simulation est effectuée en deux étapes. La première concerne l'absence de défauts, entre le démarrage et l'instant $t=2s$. La seconde étape met en évidence l'apparition d'un défaut de 10 %, sur la phase A , et qui se produit à l'instant $t=2s$.

Les figures 2.2, 2.3 et 2.4 représentent les résultats de simulation pour les trois modèles développés dans ce chapitre. Elles concernent les grandeurs suivantes :

- les courants statoriques,
- les flux rotoriques,
- le couple électromagnétique et la vitesse mécanique.

2.8.1. Résultats de simulation du 1^e modèle

Nous effectuons la simulation du modèle donné par l'équation (2.95). Avant l'apparition du défaut, les trois courants et les trois flux ont la même amplitude, et forment des systèmes triphasés. Le couple et la vitesse se comportent comme ceux produits par une machine asynchrone classique.

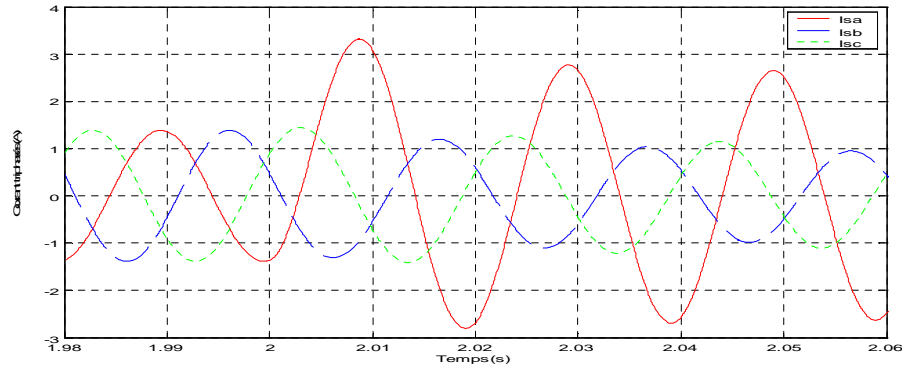


Figure 2.2.a : Courants statoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a = 0.1$, $t=2s$, Phase A : ligne continue, Phase B : ligne interrompue, Phase C : ligne pointillée, pour le modèle multiplicatif

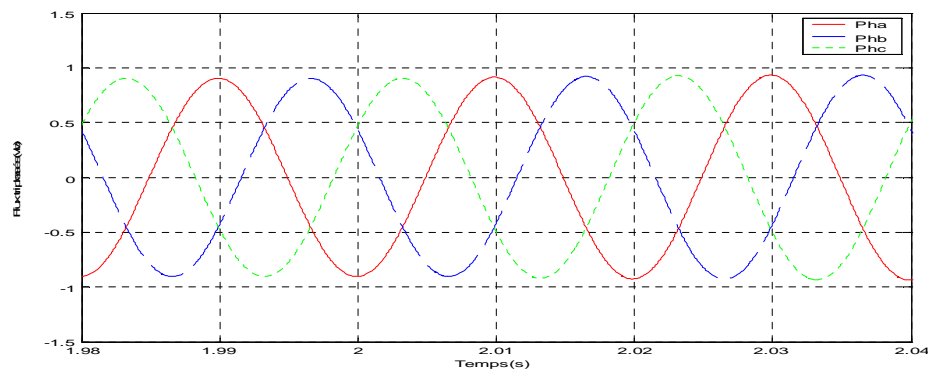


Figure 2.2.b : Flux rotoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a = 0.1$, $t=2s$, Phase A : ligne continue, Phase B : ligne interrompue, Phase C : ligne pointillée, pour le modèle multiplicatif

Nous simulons ensuite l'apparition d'un défaut de 10% sur la phase A à partir de l'instant $t=2S$. Celle-ci voit son amplitude augmenter de façon significative. Celles des deux autres sont légèrement modifiées. La figure 2.2.a montre cette situation. Les flux rotoriques sont très légèrement réduits. Ceci n'est pas très visible sur la figure 2.2.b, car un zoom y a été effectué. Le couple électromagnétique est fortement ondulé, à partir du moment où le défaut apparaît ($t=2S$), à cause du déséquilibre des courants qui lui donnent naissance (figure 3.2.c). Ces ondulations sont réduites au niveau de la vitesse mécanique à cause de l'inertie du rotor.

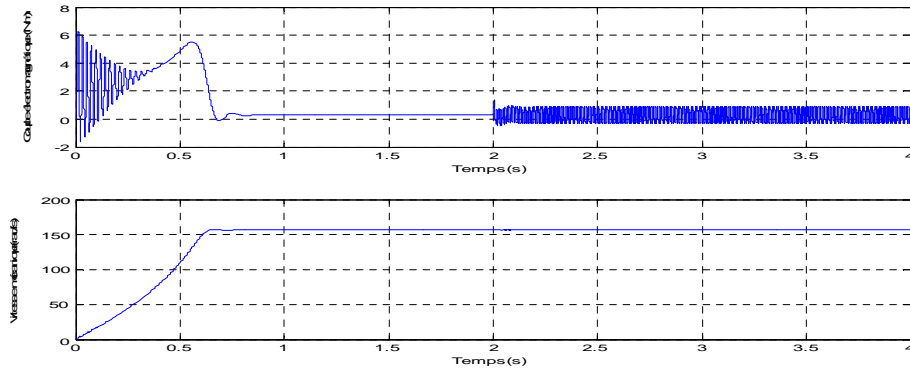


Figure 2.2.c : Couple électromagnétique et vitesse mécanique, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a = 0.1$, $t=2s$, pour le modèle multiplicatif

2.8.2 Résultats de simulation du 2^e modèle

Nous effectuons la simulation du second modèle, donné par l'équation (2.155). Les conditions de simulation sont identiques à celles du premier modèle. Nous reproduisons les résultats concernant les mêmes grandeurs : courants statoriques, flux rotoriques, couple électromagnétique et vitesse mécanique. Nous constatons que ces résultats sont identiques à ceux du premier modèle.

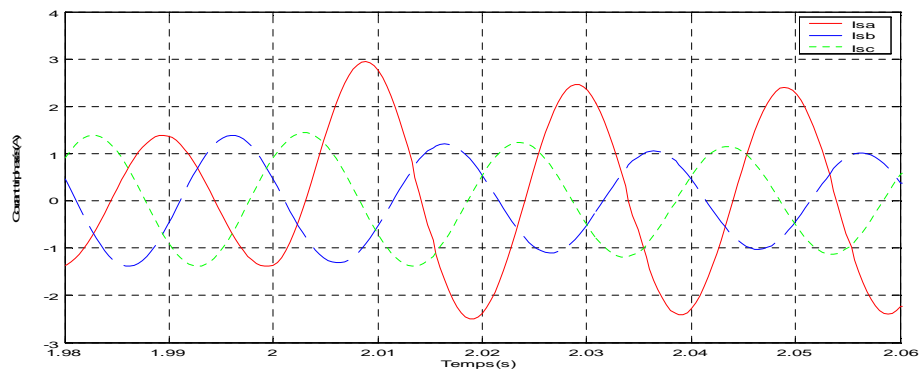


Figure 2.3.a : Courants statoriques , apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a = 0.1$, $t=2s$, Phase A : ligne continue, Phase B : ligne interrompue, Phase C : ligne pointillée, pour le modèle affine.

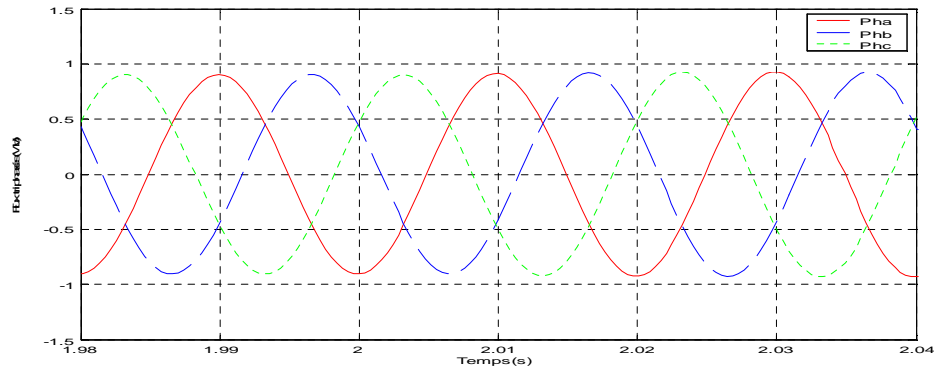


Figure 2.3.b : Flux rotoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a=0.1$, $t=2s$, Phase A : ligne continue, Phase B : ligne interrompue, Phase C : ligne pointillée, pour le modèle affine.

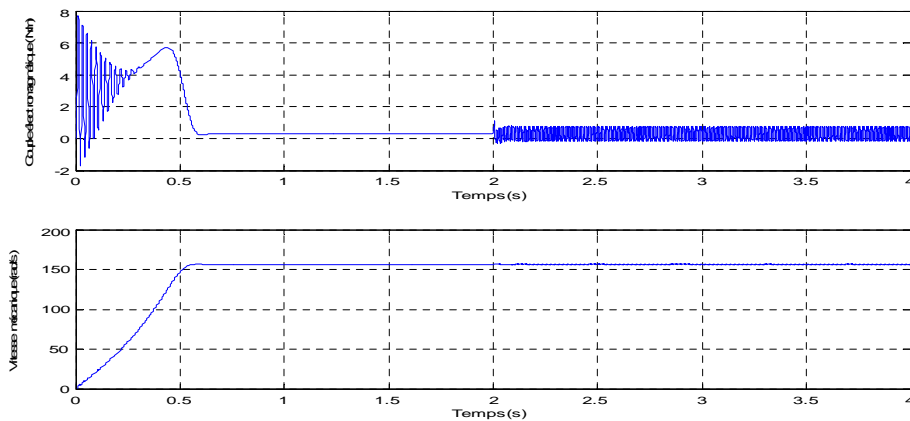


Figure 2.3.c : Couple électromagnétique et vitesse mécanique, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a=0.1$, $t=2s$, pour le modèle affine

Les résultats obtenus pour le modèle multiplicatif et pour le modèle affine par rapport aux défauts sont identiques. Cela démontre la cohérence de l'approche utilisée et confirme la validité des modèles obtenus.

2.8.3 Simulation du modèle affine par rapport aux défauts écrit dans le repère de Park

Nous effectuons la simulation du modèle obtenu après application de la transformation de Concordia (Park liée au stator) dans des conditions identiques à celles du premier. Celui-ci est donné par l'équation (2.164). Nous reproduisons, dans les figures 2.4.a, 2.4.b et 2.4.c, les résultats concernant les mêmes grandeurs : courants statoriques (z_1 , z_2 et z_3), flux rotoriques (z_4 , z_5 , z_6), couple électromagnétique et vitesse mécanique. Avant l'apparition du défaut, les courants statoriques (z_1 et z_2) sont en quadrature et ont même

amplitude. Le courant z_3 est nul. Il en est de même pour les flux rotoriques (z_4, z_5 et z_6). A partir de l'instant $t=2S$, où le défaut sur la phase A apparaît, la situation change. Les amplitudes des courants (z_1 et z_2) ne sont plus égales, celle de z_1 a beaucoup augmenté. Le courant z_3 n'est plus nul. Les ondulations du couple électromagnétique ont augmenté à partir de l'instant $t=2S$. Celles de la vitesse sont moins visibles.

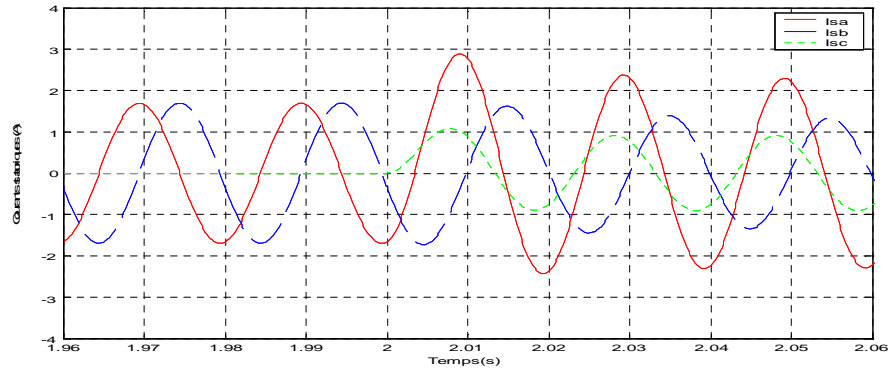


Figure 2.4.a : Courants statoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a = 0.1$, $t=2s$, Phase A : ligne continue, Phase B : ligne interrompue, Phase C : ligne pointillée, pour le modèle affine après application de la transformation de Concordia.

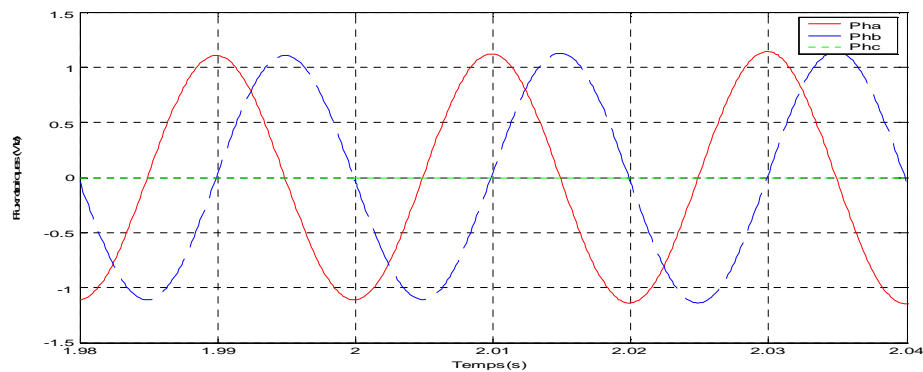


Figure 2.4.b : Flux rotoriques, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a = 0.1$, $t=2s$, Phase A : ligne continue, Phase B : ligne interrompue, Phase C : ligne pointillée, pour le modèle affine après application de la transformation de Concordia.

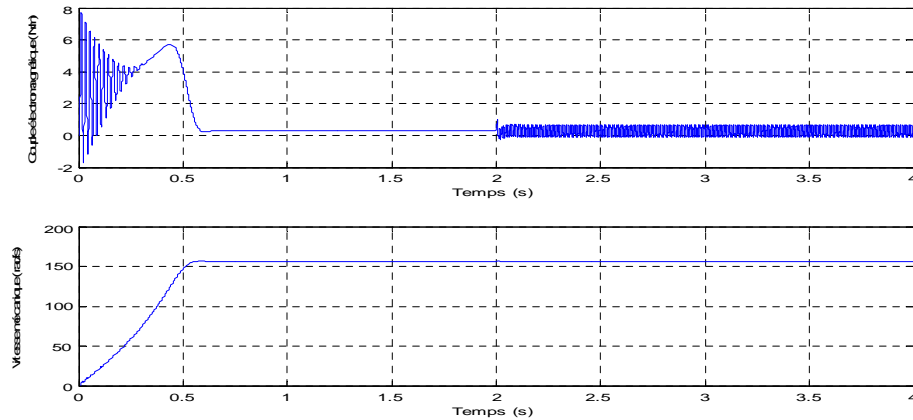


Figure 2.4. c : Couple électromagnétique et vitesse mécanique, apparition d'un défaut sur la phase A , $n_a=0.1$, $t=2s$, pour le modèle affine après application de la transformation de Concordia.

2.9. Conclusion

Dans ce chapitre, un nouveau modèle de la machine asynchrone triphasée en présence de courts-circuits de spire statoriques et où les défauts sont exprimés sous forme affine a été développé. L'approche par application d'une transformation de coordonnées, jugée plus intéressante, a été retenue. Dans ce travail deux transformations ont été utilisées simultanément. La première est une projection dans un repère triphasé fictif, et permet d'exprimer les défauts considérés de façon explicite. Une approximation est ensuite utilisée pour déduire un modèle où les défauts interviennent comme un vecteur d'entrée indépendant. La seconde transformation n'est autre que celle de Park, liée au stator. Elle permet d'aboutir à un modèle très proche du modèle de Park classique, avec prise en compte des défauts sous forme affine. Ce dernier modèle présente une particularité intéressante. En effet, il s'agit de la mise en évidence d'une composante du vecteur d'état, dont la dynamique dépend uniquement du vecteur de défauts. Ceci est très intéressant, car il permet de proposer un schéma de détection de défauts très rigoureux, basé sur cette variable. Des résultats de simulation sont donnés pour illustrer le bon fonctionnement et la cohérence des modèles obtenus.

Cette démarche a permis d'obtenir un modèle adéquat pour détection de défauts à l'aide d'observateurs, qui sera exploité pour la génération de résidus dans le prochain chapitre.

CHAPITRE 3

GENERATION DE RESIDUS A L'AIDE D'OBSERVATEURS

3.1. Introduction

L'approche de génération de résidus à base d'observateurs est couramment employée. L'un des principaux avantages de l'utilisation d'observateurs est de réaliser la détection de défauts en temps réel. En effet, celui-ci fonctionne en parallèle avec le système considéré et permet de reconstruire, partiellement ou totalement, le vecteur d'état. L'installation de capteurs pouvant être parfois impossible et parfois de coût élevé, l'observateur offre alors une alternative intéressante à la mesure directe. Sous la condition d'observabilité, il permet de reconstruire les variables d'état en utilisant la connaissance du processus, sous forme de modèle mathématique, et l'information disponible, sous forme de mesure des signaux d'entrée et de sortie. Il trouve une place privilégiée dans le domaine de la commande et de la détection de défauts de la machine asynchrone [9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 48, 69].

Nous présentons, dans ce chapitre, une solution au problème de détection de défauts de courts-circuits de spires statoriques de la machine asynchrone à l'aide d'observateurs. Dans un premier temps, l'étude de l'observabilité des modèles de la machine asynchrone proposés dans le chapitre 2 est effectuée. Ensuite, la synthèse de l'observateur mode glissant est réalisée. Un générateur de résidus, destinés à la détection et l'isolation des défauts considérés, est en suite réalisé en comparant les signaux fournis par cet observateur à ceux mesurés. Les résultats obtenus en simulation et les commentaires terminent ce chapitre.

3.2. Etude de l'observabilité de la machine asynchrone

La propriété d'observabilité est une condition nécessaire à l'existence d'un observateur. La synthèse d'observateurs ainsi que l'observabilité de la machine asynchrone ont fait l'objet de différents travaux de recherche [14, 48, 70]. Deux principaux cas ont été

abordés, le cas avec mesure de la vitesse rotorique et celui où cette mesure n'est pas effectuée. Cette dernière est, en général, mesurée à l'aide d'un codeur incrémental placé en bout d'arbre. Ce capteur est onéreux. Aux faibles vitesses sa précision est réduite. Il ressort des différentes études, que pour les vitesses proches de zéro, il y a perte d'observabilité pour la machine sans capteur de vitesse. Par contre, cette propriété est gardée pour la machine avec capteur de vitesse.

Cette partie est consacrée à l'étude de l'observabilité de la machine asynchrone triphasée. Nous rappelons la principale définition, donnée dans le chapitre 1. Le système considéré est génériquement observable si et seulement si : $\dim O = n$.

Supposons que la condition de rang d'observabilité générique soit satisfaite. On peut vérifier : $\text{rang}_K \begin{pmatrix} dy & d\dot{y} & \dots & d y^{(n-1)} \end{pmatrix}$. Un critère seulement suffisant est : le déterminant

de la matrice jacobienne soit de rang plein, soit encore : $\left| \frac{\partial(y, \dots, y^{(n-1)})}{\partial(x_1, \dots, x_n)} \right| = n$

3.2.1. Cas du modèle multiplicatif

Dans cette partie, nous étudions l'observabilité de la machine asynchrone dans le cas non linéaire. Nous allons dans un premier temps considérer le modèle triphasé donné par l'équation (2.95), et développé dans le chapitre 2. Il est réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{X} = A(P, \Omega, f)X + B(P, f)U_s + \Gamma T_l \\ Y = h(X) = (C_1 \quad C_2) \begin{pmatrix} X_1 \\ x_7 \end{pmatrix} = (x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_7)^T \end{cases} \quad (3.1)$$

avec :

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \\ \phi_{ar}^* \\ \phi_{br}^* \\ \phi_{cr}^* \\ \Omega \end{pmatrix}, \quad U_s = \begin{pmatrix} u_{as} \\ u_{bs} \\ u_{cs} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$$h(X) = \begin{pmatrix} h_1(X) \\ h_2(X) \\ h_3(X) \\ h_4(X) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_7 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Soit $L(X)$ l'ensemble des fonctions de classe C^∞ contenant les sorties mesurées et leurs dérivées respectives. Nous allons former $L(X)$ de deux façons différentes.

3.2.1.1. Mesure des courants statoriques et de la vitesse rotorique

Nous considérons la mesure des trois courants statoriques et la vitesse mécanique. $L_1(X)$ est formé à l'aide des grandeurs mesurées et des dérivées premières des courants statoriques.

$$L_1(X) = \begin{pmatrix} h_1(X) \\ h_2(X) \\ h_3(X) \\ h_4(X) \\ \dot{h}_1(X) \\ \dot{h}_2(X) \\ \dot{h}_3(X) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_7 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

L'observabilité au sens du rang du système (3.1) est testée par le calcul du jacobéen de $L_1(X)$ par rapport aux vecteurs d'état X .

$$J_1(X) = \frac{\partial(L_1(X))}{\partial(X)} = 0 \quad (3.5)$$

Le déterminant de la matrice jacobienne est, comme il fallait s'y attendre, nul. La condition d'observabilité au sens du rang n'est pas satisfaite. Ceci peut trouver une explication par l'insuffisance des informations sur les grandeurs rotoriques.

Considérons un deuxième cas de figure pour former L . Avec les mêmes mesure, et la dérivée de la vitesse mécanique, \dot{x}_7 remplace la dérivée de l'un des courants, soit \dot{x}_3 . L_2 est obtenu.

$$L_2(X) = \begin{pmatrix} h_1(X) \\ h_2(X) \\ h_3(X) \\ h_4(X) \\ \dot{h}_1(X) \\ \dot{h}_2(X) \\ \dot{h}_4(X) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_7 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_7 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Le résultat est analogue. Le déterminant de la matrice jacobienne de $L_2(X)$ est nul.

$$J_2(X) = \frac{\partial(L_2(X))}{\partial(X)} = 0 \quad (3.7)$$

Remarque 1 :

- On peut tester, à l'aide du calcul, différentes combinaisons des variables formant $L(X)$. Le résultat est toujours le même. Le déterminant de la matrice jacobienne est nul ; donc la condition d'observabilité au sens du rang n'est pas vérifiée.
- Le test de l'observabilité peut être effectué dans le cas de l'absence de défauts et où la vitesse mécanique est supposée constante. Sous cette hypothèse, la machine asynchrone est représentée par un modèle linéaire. L'application du critère de Kalman montre que cette condition d'observabilité n'est pas vérifiée. A vitesse mécanique constante, la machine asynchrone dans le repère triphasé n'est pas observable.

La machine asynchrone représentée dans le repère triphasé (équation 3.1) n'est pas observable. Il s'agit ici d'une propriété structurelle de la machine asynchrone. Elle peut s'expliquer par manque d'information sur les grandeurs rotoriques, celles-ci n'étant pas accessibles à la mesure.

3.2.3. Cas du modèle affine par rapport aux défauts dans le repère de Park

L'analyse du modèle obtenu au chapitre 2, et donné par l'équation (2.164), a montré l'existence de la variable z_6 . Celle-ci n'est ni contrôlable ni observable. Elle est assimilée à l'homopolaire du flux rotorique et n'a aucune influence sur le système. Elle n'affecte pas

les autres variables d'état et n'est pas affectée par elles. L'élimination de cette variable z_6 permet de réduire l'ordre du modèle. Ce modèle devient :

$$\Sigma \equiv \begin{cases} \dot{z}_1 = (a_1 - a_2)z_1 + 3a_3z_4 + \sqrt{3}a_4pz_7z_5 + B_{11}U_s + D_{11}(Z, U_s)f^* \\ \dot{z}_2 = (a_1 - a_2)z_2 - \sqrt{3}a_4pz_7z_4 + 3a_3z_5 + B_{12}U_s + D_{12}(Z, U_s)f^* \\ \dot{z}_3 = (a_1 + 2a_2)z_3 + B_{13}U_s + D_{13}(Z, U_s)f^* \\ \dot{z}_4 = 3a_7z_1 + (a_8 - a_9)z_4 - pz_7z_5 + D_{21}(Z, U_s)f^* \\ \dot{z}_5 = 3a_7z_2 + pz_7z_4 + (a_8 - a_9)z_5 + D_{22}(Z, U_s)f^* \\ \dot{z}_7 = \frac{1}{j}(a(z_2z_4 - z_1z_5) + D_{31}(Z, U_s)f^*) + \Gamma_0T_l + A_{a33}z_7 \end{cases} \quad (3.8)$$

Ce modèle est réécrit, sous la forme compacte suivante :

$$\begin{cases} \dot{Z} = \Psi(Z) + BU_s + D(Z, U_s)f^* \\ Y = h(Z) \end{cases} \quad (3.9)$$

Le vecteur d'état dans les équations (3.8 et 3.9) est donné par :

$$Z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P(0) \begin{pmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{pmatrix} \\ P_{32}(0) \begin{pmatrix} \phi_{ar}^* \\ \phi_{br}^* \\ \phi_{cr}^* \end{pmatrix} \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P(0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \\ P_{32}(0) \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} \\ x_7 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Le vecteur de défauts est donné par : $f^* = (n_a \ n_b \ n_c)^T$, et l'équation de sortie est donnée par :

$$h(Z) = \begin{pmatrix} h_1(Z) \\ h_2(Z) \\ h_3(Z) \\ h_4(Z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} z_7 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P(0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \\ \Omega \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

$P_{32}(0)$ représente les deux premières lignes de $P(0)$ et est donnée par :

$$P_{32}(0) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Remarque 2

- La matrice de Concordia est constante, son application aux courants statoriques ne modifie pas leurs dynamiques. Pour cela, lors de l'étude de l'observabilité, le modèle (3.8) est considéré directement, sans tenir compte de cette transformation.

3.2.3.1. Etude de l'observabilité avec mesure de vitesse

Le système donné par l'équation (3.8) est d'ordre 6. Nous considérons, pour former L , les trois courants statoriques, la vitesse mécanique et deux dérivées premières de deux courants statoriques.

$$L_3(Z) = \begin{pmatrix} h_1(Z) \\ h_2(Z) \\ h_3(Z) \\ h_4(Z) \\ \dot{h}_1(Z) \\ \dot{h}_1(Z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_7 \\ \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

L'observabilité au sens du rang de ce système est vérifiée par le calcul du jacobien de $L_3(Z)$ par rapport aux vecteurs d'état Z .

$$J_3(Z) = \frac{\partial(L_3(Z))}{\partial(Z)} \quad (3.14)$$

Le déterminant de cette matrice est donné par :

$$|J_3(Z)| = \left| \frac{\partial(L_3(Z))}{\partial(Z)} \right| = (3a_3^2 + a_4^2 z_7)(2n_a + 2n_b + 2n_c + n_a n_b + n_a n_c + n_c n_c + 3) \quad (3.15)$$

Ce déterminant est toujours différent de zéro. En effet, les coefficients n_a , n_b et n_c sont toujours positifs. La condition d'observabilité au sens du rang est satisfaite.

Remarque 3

- l'étude de l'observabilité peut être envisagée avec l'introduction d'une variable supplémentaire, qui peut être le couple de charge avec l'hypothèse qu'il est constant.

3.2.3.2. Etude de l'observabilité sans mesure de vitesse

La suppression du capteur mécanique devient parfois une nécessité industrielle. Nous effectuons l'étude de l'observabilité de la machine avec défauts statorique lorsque la vitesse mécanique n'est pas mesurée. Nous considérons, pour former L , les trois courants statoriques, et leurs dérivées premières.

$$L_4(Z) = \begin{pmatrix} h_1(Z) \\ h_2(Z) \\ h_3(Z) \\ \dot{h}_1(Z) \\ \dot{h}_2(Z) \\ \dot{h}_3(Z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

L'observabilité au sens du rang de ce système est vérifiée par le calcul du jacobien de $L_4(Z)$ par rapport aux vecteurs d'état Z ,

$$J_4(Z) = \frac{\partial(L_4(Z))}{\partial(Z)} \quad (3.17)$$

Le déterminant de cette matrice est donné par :

$$|J_4(Z)| = j_1(j_2 + j_3) \quad (3.18)$$

avec j_1, j_2 et j_3 donnés ci-dessous :

$$\begin{cases} j_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} p(3a_3^2 + a_4^2 p^2 \Omega^2) \\ j_2 = (-\sqrt{3}n_a n_b - \sqrt{3}n_a n_c + \sqrt{3}n_c + \sqrt{3}n_b + 2\sqrt{3}n_a n_c) a_4 z_5 \\ j_3 = (3n_b - 3n_a n_c - 3n_c + 3n_a n_b) a_4 z_4 \end{cases} \quad (3.19)$$

Ce déterminant s'annule lorsque la condition suivante est vérifiée :

$$n_a = n_b = n_c \quad (3.20)$$

La machine asynchrone, dont le modèle est donné par l'équation (3.8), satisfait la condition d'observabilité au sens du rang et est donc observable. Cette propriété a été vérifiée dans le cas de mesure de la vitesse mécanique, et aussi lorsque celle-ci ne l'est pas. Néanmoins, pour ce dernier cas, existent des singularités d'observabilité.

3.3. Analyse du modèle affine par rapport aux défauts dans le repère de Park

Le modèle de la machine asynchrone triphasée que nous allons utiliser pour la détection de défauts est donné par l'équation (3.8). Il tient compte des défauts de courts-circuits de spires statoriques sous forme affine. Il offre la possibilité de détecter ces défauts sans aucune ambiguïté. Il est complété par l'équation mécanique, donnée ci-dessous,

$$\dot{z}_7 = \frac{a}{j}((z_2 z_4 - z_1 z_5) + D_{31}(Z, U_s) f^* - T_l - f_v z_7) \quad (3.21)$$

3.3.1. Analyse de la variable z_3

Dans le modèle donné par l'équation (3.8), il faut noter que la variable d'état z_3 est particulièrement intéressante. Son expression ne dépend pas de façon directe des autres variables d'état. Celles-ci interviennent, uniquement dans la matrice de distribution des défauts, notée $D_{13}(Z, U_s)$. Le vecteur de défauts f^* , intervient comme une entrée supplémentaire appliquée au système. Ceci représente l'un des principaux avantages de ce modèle, et permet de réaliser une détection robuste des défauts en observant cette variable z_3 . Son équation dynamique est la suivante :

$$\dot{z}_3 = (a_1 + 2a_2)z_3 + B_{13}U_s + D_{13}(Z, U_s)f^* \quad (3.22)$$

En l'absence de défaut, $f^* = 0$, la dynamique de z_3 est donnée par :

$$\dot{z}_3 = (a_1 + 2a_2)z_3 + B_{13}U_s \quad (3.23)$$

Cette dynamique est linéaire et du premier ordre. Elle est stable, car régie par une valeur propre négative. Cette dernière est donnée par : $(a_1 + 2a_2)$. La solution de l'équation (3.23)

est composée d'un régime libre, dû aux conditions initiales et d'un régime forcé, dû au signal d'entrée, représenté par $B_{13}U_s$. Ce dernier est donné par :

$$B_{13}U_s = \frac{\sqrt{3}}{3}b_2(b_1 + 2)(U_{as} + U_{bs} + U_{cs}) \quad (3.24)$$

Remarque 4

- lorsque l'alimentation statorique est équilibrée, le terme : $B_{13}U_s = 0$.
- la valeur propre $(a_1 + 2a_2)$ est fonction des paramètres électriques de la machine asynchrone, donc toute variation de ceux-ci entraîne une variation de cette valeur propre. Le seul effet que cette variation peut avoir sur z_3 est une augmentation ou une diminution de la durée du régime libre.

Sur la base de ces remarques, nous pouvons dire qu'en l'absence de défauts, $f^* = 0$, la variable z_3 est nulle en régime permanent, équilibrée et sans défauts. Lorsqu'un défaut de court-circuit de spires statoriques se produit, le vecteur f^* devient non nul, $f^* \neq 0$. La dynamique de z_3 est alors, de plus, soumise à la contribution de ce signal d'entrée.

Donc, la surveillance de cette variable peut servir à la détection des défauts considérés. La synthèse d'un générateur de résidus, basé sur l'erreur entre la variable z_3 et ξ_3 (reconstruite grâce à un observateur), permet une détection robuste des défauts de court-circuit de spires statoriques.

3.4. Synthèse des observateurs

Un observateur est un développement mathématique qui permet de reconstituer les variables d'état d'un système à partir uniquement des données accessibles, c'est-à-dire des entrées imposées et des sorties mesurées. L'observateur fonctionne en deux phases. La première est une étape d'estimation et la seconde est une étape de correction. L'estimation s'accomplit par le calcul des grandeurs d'état à l'aide d'un modèle, qui est une copie du système. La correction se fait par l'addition de la différence entre les états estimés et ceux mesurés (erreur d'estimation) que l'on multiplie par un gain K . Ce gain régit la dynamique et la robustesse de l'observateur. Donc son choix est important et doit être adapté aux

propriétés du système dont on veut effectuer l'observation des états. La figure 3.1 donne le schéma de l'observateur dans le cas linéaire.

Les observateurs peuvent être linéaires ou non linéaires, déterministes ou stochastiques. Les observateurs déterministes sont des observateurs qui ne prennent pas en compte les bruits de mesure et les fluctuations aléatoires des variables d'état. Parmi ces observateurs, on trouve l'observateur de Luenberger [72] dans le cas linéaire. Dans le cas des systèmes non linéaires, beaucoup d'observateurs ont été développés. L'observateur à mode glissant et l'observateur à grand gain [14, 15] sont parmi les plus répandues pour la machine asynchrone. Deux approches sont utilisées :

- La linéarisation autour d'un point de fonctionnement : pour chaque instant de fonctionnement, le système est considéré linéaire et une réactualisation se fait à chaque pas de temps. Ceci implique une réactualisation des matrices de gain. L'observateur de Kalman à état retardé est un filtre de Kalman à structure particulière qui prend en compte la réactualisation de la matrice A [73].
- La construction de gain sur la base de la non linéarité du système : c'est le cas des observateurs à mode glissant ou à grand gain. Ces observateurs sont synthétisés en prenant en compte la modélisation non linéaire du système.

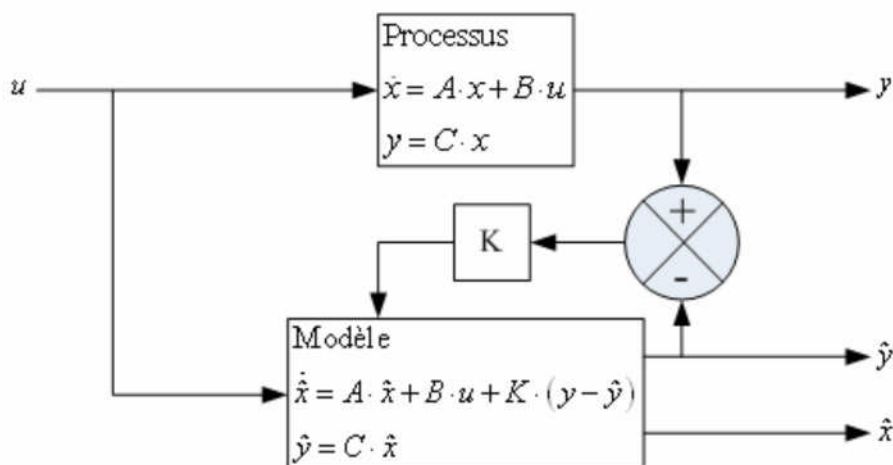


Figure 3.1 : Schéma de principe de l'observateur d'état.

3.4.1. Synthèse de l'observateur à mode glissant

L'observateur (Σ_o) destiné à la détection de défaut de la machine asynchrone est réalisé sur la base du modèle de fonctionnement sain (modèle (Σ) avec $f^* = 0$). La vitesse mécanique étant mesurée, la synthèse de l'observateur est effectuée uniquement sur la

partie électromagnétique du modèle (3.8). En fonctionnement sans défaut, les variables fournies par l'observateur convergent vers celles du modèle. Lorsqu'un défaut se produit, les variables du système surveillé et celles de l'observateur ne convergent plus.

Dans une machine asynchrone à cage d'écuréuil, le rotor n'est relié à aucune source externe, et par conséquent, les grandeurs rotoriques ne sont pas accessibles à la mesure. On cherche alors à reconstituer ces grandeurs à l'aide d'observateurs. Les courants statoriques sont les mieux appropriés à la mesure. La vitesse mécanique est mesurée à l'aide d'un capteur installé sur l'arbre du rotor. Ces mesures sont injectées dans le modèle de l'observateur. La technique des modes glissants est utilisée pour effectuer la synthèse d'observateurs non linéaires. Le principe de cette technique est de contraindre le système à atteindre et ensuite rester sur une surface donnée, dite de surface de glissement, représentant un ensemble de relations statiques entre les variables d'état. Ses principaux avantages sont une réduction de l'ordre du modèle et l'insensibilité aux perturbations intervenant dans le même sens que les entrées.

L'observateur considéré (Σ_o) est une copie du système (Σ) à laquelle a été ajouté un terme de correction, représenté par une matrice de gains et le signe des grandeurs mesurées [14, 17]. Il s'écrit comme suit :

$$\Sigma_o \equiv \begin{cases} \dot{\xi}_1 = (a_1 - a_2)z_1 + 3a_3\xi_4 + \sqrt{3}a_4\omega\xi_5 + B_{11}U_s + \Lambda_1\Pi_s \\ \dot{\xi}_2 = (a_1 - a_2)z_2 - \sqrt{3}a_4\omega\xi_4 + 3a_3\xi_5 + B_{12}U_s + \Lambda_2\Pi_s \\ \dot{\xi}_3 = (a_1 + 2a_2)\xi_3 + B_{13}U_s + \Lambda_3\Pi_s \\ \dot{\xi}_4 = 3a_7z_1 + (a_8 - a_9)\xi_4 - \omega\xi_5 + \Lambda_4\Pi_s \\ \dot{\xi}_5 = 3a_7z_2 + \omega\xi_4 + (a_8 - a_9)\xi_5 + \Lambda_5\Pi_{s6} \end{cases} \quad (3.25)$$

Les différents gains d'observation, matriciels et scalaires sont donnés par :

$$\begin{cases} (\Lambda_0) = (\Lambda_1, \Lambda_2) = ((\Lambda_{11}, \Lambda_{12})^T, (\Lambda_{21}, \Lambda_{22})^T) \\ \Lambda_3 = (\Lambda_3) \\ (\Lambda_3, \Lambda_4) = ((\Lambda_{41}, \Lambda_{42})^T, (\Lambda_{51}, \Lambda_{52})^T) \end{cases} \quad (3.26)$$

Remarque 5

- la variable z_6 de l'équation (2.164) et qui correspond à l'homopolaire du flux rotorique, ne dépend pas des autres variables d'état et n'intervient pas dans leurs expressions. Elle est donc totalement indépendante et elle n'est pas observable, car non mesurée. Elle n'est donc pas utilisée pour les calculs des gains de l'observateur. Cette variable sera simplement estimée par ξ_6 .

$$\dot{\xi}_6 = (a_8 + 2a_9)\xi_6 \quad (3.27)$$

La surface de glissement S est définie par :

$$S = QE_1 = Q \begin{pmatrix} z_1 - \xi_1 \\ z_2 - \xi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

La matrice Q est donnée par :

$$Q = \begin{pmatrix} 3a_3 & \sqrt{3}a_4z_7 \\ -\sqrt{3}a_4z_7 & 3a_3 \end{pmatrix}^{-1} \quad (3.29)$$

La fonction signe Π_s est donnée par :

$$\Pi_s = \begin{pmatrix} \text{sgn}(S_1) \\ \text{sgn}(S_2) \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

Cette surface a été déterminée afin d'obtenir un vecteur équivalent simple et une linéarisation de l'erreur d'observation en régime de glissement. La dynamique de l'erreur d'observation est calculée en effectuant la différence entre les variables du système et celles de l'observateur. Elle est donnée par :

$$e \equiv \begin{cases} \dot{e}_1 = 3a_3(e_4) + \sqrt{3}a_4z_7(e_5) - \Lambda_1\Pi_s \\ \dot{e}_2 = -\sqrt{3}a_4z_7(e_4) + 3a_3(e_5) - \Lambda_2\Pi_s \\ \dot{e}_3 = (a_1 + 2a_2)(e_3) - \Lambda_{s3}\Pi_s \\ \dot{e}_4 = (a_1 + 2a_2)(e_4) - z_7(e_5) - \Lambda_4\Pi_s \\ \dot{e}_5 = z_7(e_4) + (a_8 - a_9)(e_5) - \Lambda_5\Pi_s \\ \dot{e}_6 = (a_8 + 2a_9)(e_6) \end{cases} \quad (3.31)$$

On pose :

$$E_1 = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 - \xi_1 \\ z_2 - \xi_2 \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

$$E_2 = \begin{pmatrix} e_4 \\ e_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_4 - \xi_4 \\ z_5 - \xi_5 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

$$e_3 = z_3 - \xi_3 \quad (3.34)$$

$$A_{12} = \begin{pmatrix} 3a_3 & \sqrt{3}a_4 z_7 \\ -\sqrt{3}a_4 z_7 & 3a_3 \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

$$A_{22} = \begin{pmatrix} a_8 - a_9 & -z_7 \\ z_7 & a_8 - a_9 \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

Pour montrer l'attractivité de S , la fonction de Lyapunov V est utilisée. Elle est définie par :

$$V = \frac{1}{2} S^T S \Rightarrow \dot{V} = S^T \dot{S} = S^T Q \dot{E}_1 + S^T \dot{Q} E_1 \quad (3.37)$$

Sur la surface de glissement $S = 0$ et $E_1 = 0$

$$S = Q E_1 = Q \begin{pmatrix} z_1 - \xi_1 \\ z_2 - \xi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

$$\dot{V} = S^T Q (A_{12} E_2 - \Lambda_0 \Pi_s) + S^T \dot{Q} E_1 \quad (3.39)$$

Le choix suivant :

$$Q \Lambda_0 = \begin{pmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

permet d'écrire \dot{V} sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T Q (A_{12} E_2 - \Lambda_0 \Pi_s) + S^T \dot{Q} E_1 \\ &= (S_1 \quad S_2) \left(\begin{pmatrix} e_4 \\ e_5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Sgn}(S_1) \\ \text{Sgn}(S_2) \end{pmatrix} \right) + S^T \dot{Q} E_1 \end{aligned} \quad (3.41)$$

La dynamique de la vitesse angulaire Ω , donnée par $\Omega = \omega/p$, peut être supposée constante (c'est une variable lente par rapport aux dynamiques des courants et des flux).

On peut alors considérer que :

$$S^T \dot{Q}E_1 = 0 \quad (3.42)$$

d'où, l'équation de \dot{V} peut être écrite comme suit :

$$\dot{V} = S_1(e_4 - \delta_1 \text{Sgn}(S_1)) + S_2(e_5 - \delta_2 \text{Sgn}(S_2)) \quad (3.43)$$

\dot{V} doit être négative, le choix judicieux de δ_1 et δ_2 permet de réaliser cette contrainte:

$$\delta_1 \succ |e_4|_{\max}, \delta_2 \succ |e_5|_{\max} \Rightarrow \dot{V} < 0 \quad (3.44)$$

le vecteur équivalent est alors donné par :

$$\tilde{I}_s = \begin{pmatrix} e_4 \\ \delta_1 \\ e_5 \\ \delta_2 \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

le calcul de Λ_4 et Λ_5 est donné ci-dessous:

$$\begin{pmatrix} \Lambda_{41} & \Lambda_{51} \\ \Lambda_{42} & \Lambda_{52} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{22} + \begin{pmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

Avec q_1, q_2, δ_1 et δ_2 des constantes positives. La dynamique de l'erreur d'observation est asymptotiquement stable et est régie par :

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_4 \\ \dot{e}_5 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_4 \\ e_5 \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

Dans l'équation (3.23), la dynamique de e_3 est donnée par :

$$\dot{e}_3 = (a_1 + 2a_2)e_3 + \Lambda_3 \Pi_{s3} \quad (3.48)$$

avec :

$$\begin{cases} \Lambda_3 = q_3 > 0, \\ \Pi_{s3} = (\text{Sgn}(z_3 - \xi_3)) \end{cases} \quad (3.49)$$

Remarque 6

- L'observateur proposé permet de réaliser la reconstruction des variables d'état de la

machine asynchrone dans le cas d'absence de défauts ($f^* = 0$).

- l'analyse de l'équation (3.48), donnant l'erreur e_3 , montre que celle-ci est nulle en l'absence de défaut. Elle est nulle également en présence de déséquilibre de l'alimentation statorique.

3.5. Synthèse du générateur de résidus

Le générateur de résidus, qui sont les signaux indicateurs de la présence de défauts est construit sur la base de l'erreur entre les signaux mesurés (les trois courants de phase auxquels est appliquée la transformation de Concordia, z_1 , z_2 et z_3) et les variables correspondantes, reconstruites à l'aide de l'observateur (ξ_1 , ξ_2 et ξ_3).

3.5.1. Synthèse du résidu de détection r

Un premier résidu, permettant de faire la détection, est donné par :

$$r = e_3 = (z_3 - \xi_3) \quad (3.50)$$

dont la dynamique est régie par :

$$\dot{r} = \dot{e}_3 = (\dot{z}_3 - \dot{\xi}_3) \quad (3.51)$$

où \dot{z}_3 est donnée par l'équation (3.23). L'expression de $\dot{\xi}_3$ est tirée à partir de l'équation (3.25) ;

$$\dot{\xi}_3 = (a_1 + 2a_2)\xi_3 + B_{13}U_s + \Lambda_3\Pi_s \quad (3.52)$$

d'où, finalement la dynamique de r peut être exprimée par :

$$\dot{r} = \dot{e}_3 = (a_1 + 2a_2)e_3 + D_{13}(Z, U_s)f^* - \Lambda_{s3}\Pi_s \quad (3.53)$$

3.5.2. Analyse du résidu de détection r

Dans le cas sans défauts ($f^* = 0$), la dynamique de r est stable et est soumise uniquement au régime libre, qui dépend des conditions initiales de z_3 et de ξ_3 et de la valeur propre négative $(a_1 + 2a_2)$. Ce régime libre est relativement court car $(a_1 + 2a_2)$ est grande.

En l'absence de défauts, et une fois que le régime transitoire est terminé, alors l'implication suivante est établie : $(f^* = 0) \Rightarrow D_{13}(Z, U_s)f^* = 0 \Rightarrow (r = 0)$

Dans le cas de la présence de défauts ($f^* \neq 0$), la dynamique de r est en plus soumise à un régime forcé imposé par : $D_{13}(Z, U_s)f^*$. L'expression de r est affine par rapport à f^* , et toute variation de f^* est transmise à r . Par conséquent, une valeur de r différente de zéro indique sans aucune ambiguïté la présence de défauts. Grâce à cela, si ($r \neq 0$) cela indique la présence de défauts de court-circuit de spires statoriques. La détection de défauts est réalisée. L'équivalence suivante est démontrée :

$$(f^* \neq 0) \Leftrightarrow (r \neq 0) \quad (3.54)$$

Remarque 7

- les variations des paramètres électriques de la machine asynchrone ont peu d'effet sur le résidu r . En effet, à partir de l'équation (3.50), nous pouvons constater que ces variations vont affecter la valeur propre ($a_1 + 2a_2$) ce qui aura pour unique effet d'augmenter ou de réduire la durée du régime transitoire. Quand à leurs influences sur le terme $D_{13}(Z, U_s)f^*$, elle est conditionnée par la présence des défauts représentés par le vecteur f . En l'absence de défauts, l'implication suivante est vérifiée :

$$(f^* = 0) \Rightarrow D_{13}(Z, U_s)f^* = 0 \quad (3.55)$$

et les variations des paramètres électriques n'ont aucun effet sur r . Lors de l'apparition des défauts, ces variations auront uniquement un effet sur l'amplitude de r .

3.5.3. Synthèse des résidus d'isolation

L'isolation des défauts est réalisée à l'aide des variables exprimées dans le repère triphasé. Les trois résidus permettant l'isolation sont donnés par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} r_1 = (x_1^2 - x_2^2) \\ r_2 = (x_1^2 - x_3^2) \\ r_3 = (x_2^2 - x_3^2) \end{cases} \quad (3.56)$$

r_1 est sensible à x_1 et x_2 , r_2 est sensible à x_1 et x_3 et r_3 est sensible à x_2 et x_3 . En l'absence de défauts, les amplitudes des courants statoriques sont égales et ces trois résidus sont nuls.

En présence de défauts, les amplitudes des courants statoriques ne sont plus égales et les trois résidus r_1 , r_2 et r_3 sont différents de zéro. La détection est accomplie grâce au résidu r .

Remarque 8

- les amplitudes des signaux x_1 , x_2 et x_3 ne sont pas comparées directement à cause du déphasage de $(2\pi/3)$, il est alors nécessaire d'éliminer ce déphasage.
- Un déséquilibre de l'alimentation statorique peut engendrer un déséquilibre de (x_1, x_2, x_3) et de là rendre l'un des r_i non nul. Ceci n'a pas d'effet, car le résidu de détection r est robuste à ce type de déséquilibre.

La table 3.1 donne la signature des résidus, un « 1 » indique un résidu activé, et un « 0 » indique un résidu non activé.

Défaut \ Résidu	r	r_1	r_2	r_3
Défaut sur la phase A	1	1	1	0
Défaut sur la phase B	1	1	0	1
Défaut sur la phase C	1	0	1	1
Absence de défaut	0	x	x	x

Remarque 9

- La valeur x dans la table 3.1 indique une valeur indéterminée.

3.6. Simulation et résultats

Dans un premier temps la simulation est effectuée dans le cas sans défaut. Le modèle de la machine asynchrone avec défauts statoriques exprimé sous forme affine ainsi que l'observateur à modes glissants sont testés et validés. Par la suite, l'introduction de défauts statoriques permet de montrer les capacités de détection offertes par l'observateur. Les résidus destinés à la détection et à l'isolation sont testés.

3.6.1. Résultats de la simulation dans le cas sans défauts

Les figures 3.2 à 3.4 donnent les résultats de simulation de la machine asynchrone,

dans le cas sans défauts. Après un démarrage à vide, un couple de charge est appliqué à $t=1$ S. Les courants, dans le repère $(\alpha\beta)$, représentés par les variables (z_1, z_2, z_3) et sont donnés par la figure 3.2, le couple électromagnétique et la vitesse mécanique par la figure 3.3. La figure 3.4 donne l'erreur entre les grandeurs fournies par le modèle et celles reconstruites à l'aide de l'observateur. On remarque que ces erreurs sont nulles en régime permanent, donc l'observateur reconstruit parfaitement toutes les variables d'état (courants statoriques et flux rotoriques) de la machine à vide et en charge. On remarque aussi, l'insensibilité des grandeurs reconstruites à la variation du couple.

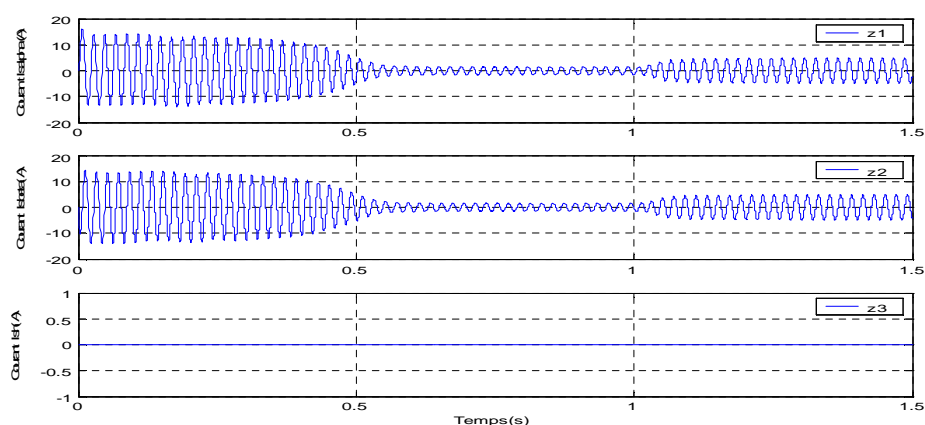


Figure 3.2: Courants $(\alpha \beta h)$ du stator (cas sans défauts)

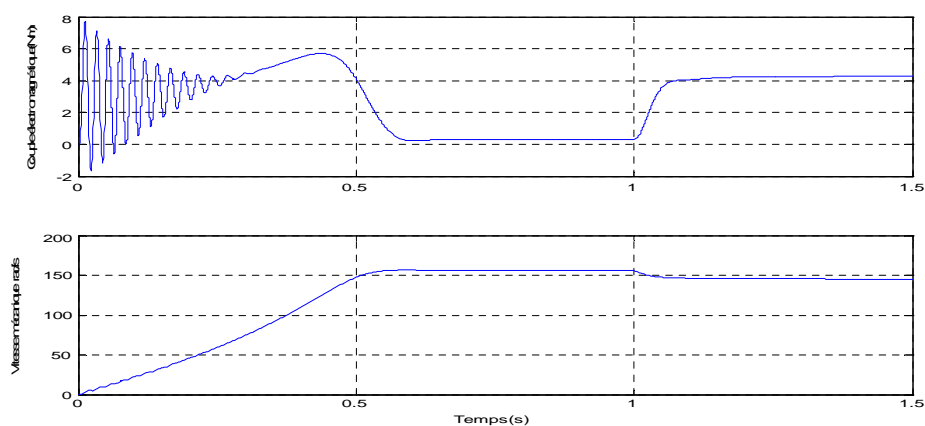


Figure 3.3 : Couple électromagnétique et vitesse mécanique (cas sans défauts)

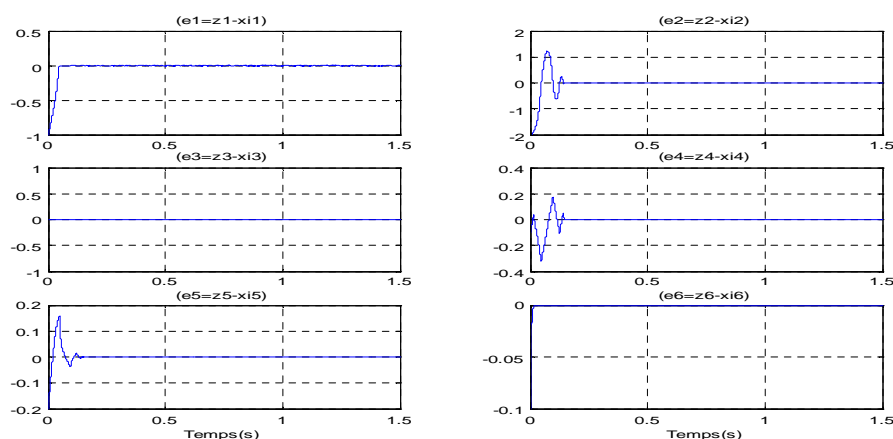


Figure 3.4 : Erreurs entre variables mesurées et observées (cas sans défauts)

3.6.2. Résultats de la simulation avec variation de la tension d'alimentation

La variation de la tension d'alimentation peut avoir un effet analogue à celui d'un défaut de court-circuit de spires statoriques. Dans cette partie, on simule une variation de la tension de la phase A , V_a , de 5% appliquée à l'instant $t=0$ sec. Les résultats sont donnés par les figures 3.5 à 3.7. On remarque le déséquilibre des courants sur les axes α et β (variables z_1 et z_2 , figure 3.5) et la forte ondulation du couple électromagnétique (figure 3.6). On remarque surtout que la variable z_3 est affectée par ce déséquilibre. Par contre l'erreur e_3 n'est pas du tout affectée. Ceci montre la robustesse du détecteur de défaut proposé vis-à-vis de la variation de la tension d'alimentation.

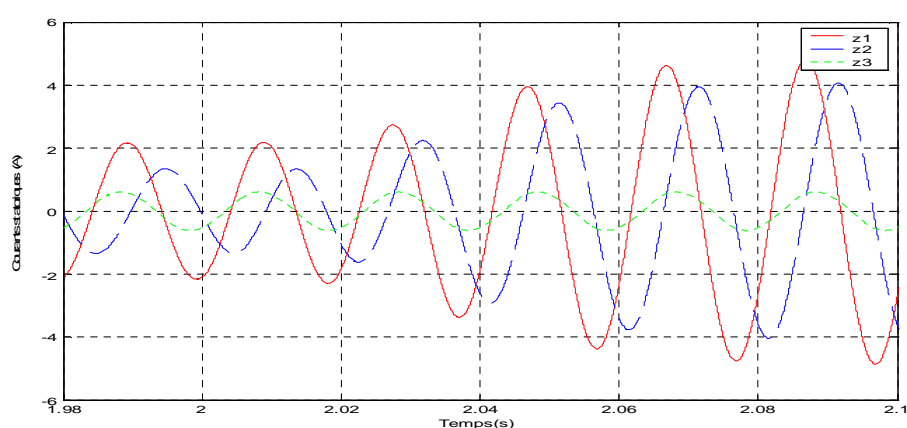


Figure 3.5 : Courants ($\alpha \beta h$) du stator (cas sans défauts, Variation de la tension d'entrée de 5% sur u_{as}) traits continus : I_α , traits discontinus : I_β , traits pointillés : I_h

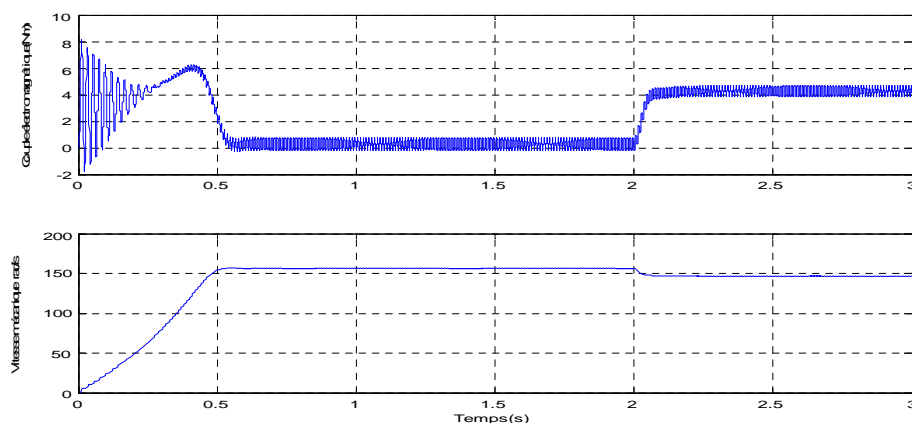


Figure 3.6 : Couple électromagnétique et vitesse mécanique (cas sans défauts
Variation de la tension d'entrée de 5% sur u_{as})

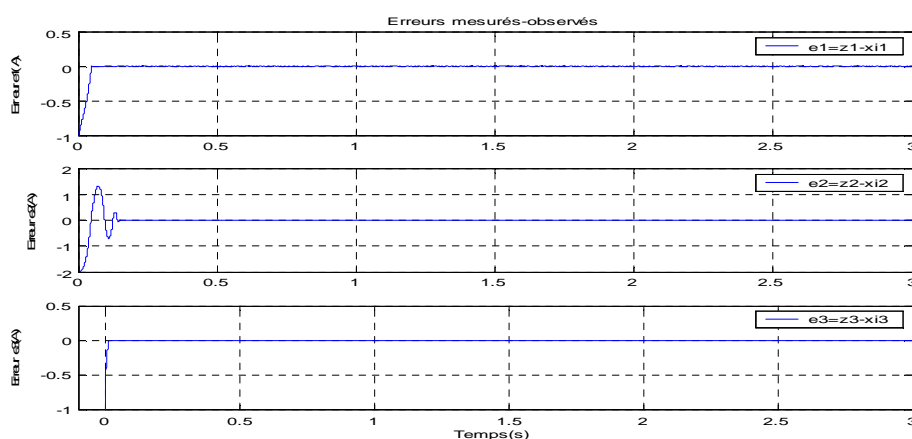


Figure 3.7 : Erreurs entre variables mesurés et observées (cas sans défauts
Variation de la tension d'entrée de 5% sur u_{as})

3.6.3. Résultats de la simulation avec défauts

Dans cette partie, nous considérons à la détection de défauts à l'aide de l'observateur. Les défauts sont introduits sous forme d'échelons qui apparaissent à des instants donnés. La synthèse de l'observateur étant réalisée sur la base du modèle sans défaut, celui-ci ne reçoit aucune information concernant le défaut, de façon directe. Il ignore l'instant d'occurrence et l'amplitude du défaut ainsi que la phase concernée. On considère l'apparition d'un défaut de 10% sur la phase A (réduction du nombre de spires de la phase A du stator de 10%), à $t=2$ S, d'un défaut sur la phase B de 15% à $t=3$ S et d'un défaut sur la phase C de 20% à $t=4$ S. Le couple de charge est appliqué à l'instant $t=6$ S. Les figures 3.8 à 3.15 résument les résultats de cette simulation. Les figures 3.8 à 3.10

donnent les courants statoriques triphasés, reconstruits à partir des courants du repère ($\alpha\beta$) qui sont représentés par les variables (z_1, z_2, z_3). Les variations des amplitudes des courants traduisent l'apparition des défauts. La figure 3.8 montre les trois courants statoriques, avant l'instant $t=2$ S, lorsque aucun défaut n'est appliqué. Ils forment un système triphasé équilibré. La figure 3.9 concerne l'intervalle de temps compris entre $t=2$ S et $t=3$ S. Elle montre une augmentation de l'amplitude du courant de la phase A , suite à l'apparition du défaut de 10%, $n_a=0.1$, sur cette phase. Les courants des phases B et C , pendant ce temps sont identiques. La figure 3.10 correspond à l'apparition, cette fois sur la phase B , du deuxième défaut de 15%, $n_b=0.15$. Ce défaut se produit à partir de l'instant $t=3$ S. Le courant de la phase B augmente et devient supérieur à celui de la phase A . La figure 3.11 représente les courants des phases statoriques après l'apparition du troisième défaut de 20%, $n_c=0.2$ sur la phase C , à partir de l'instant $t=4$ S. Les trois courants sont complètement déséquilibrés. Celui de la phase C possède l'amplitude la plus élevée.

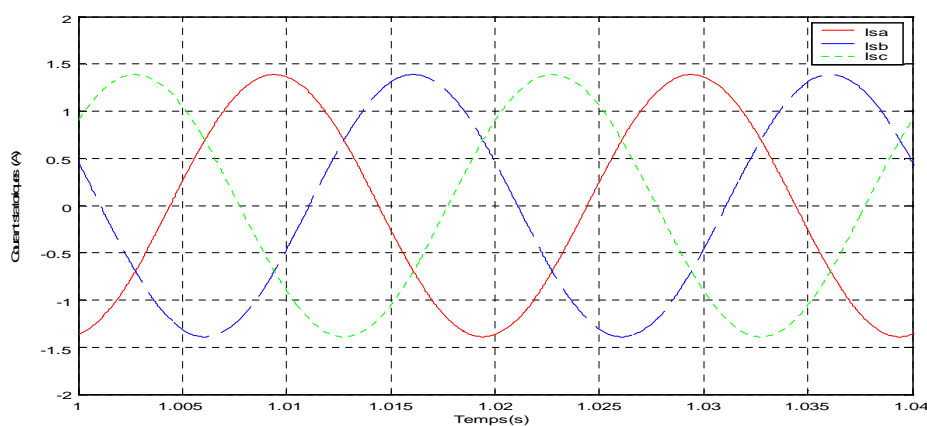


Figure 3.8 : Courants triphasés du stator (avant les défauts, traits continus : phase A , traits discontinus : phase B , traits pointillés: phase C).

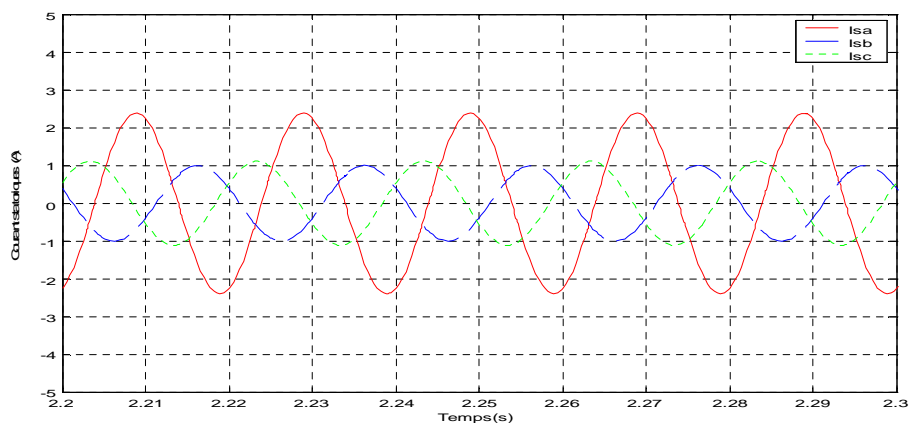


Figure 3.9 : Courants triphasés du stator (cas avec défaut, traits continus : phase A , traits discontinus: phase B , traits pointillés : phase C , $n_a=0.1$).

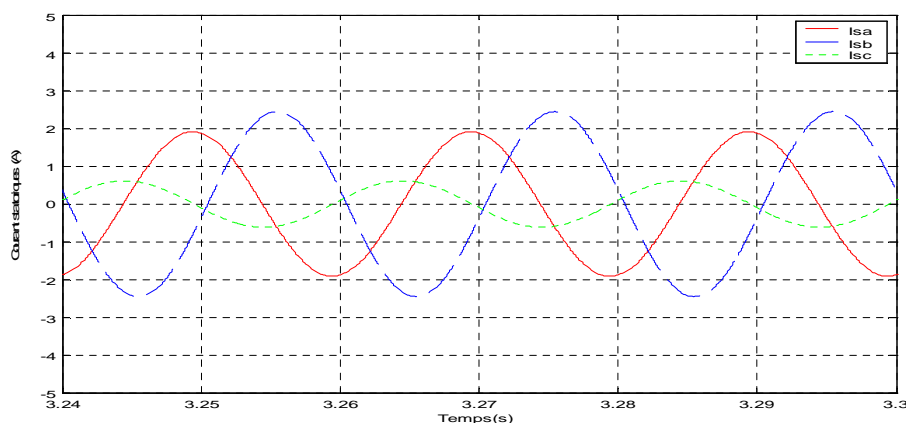


Figure 3.10 : Courants triphasés du stator (cas avec défaut, traits continus : phase A , traits discontinus : phase B , traits pointillés : phase C , $n_a=0.1$, $n_b=0.15$)

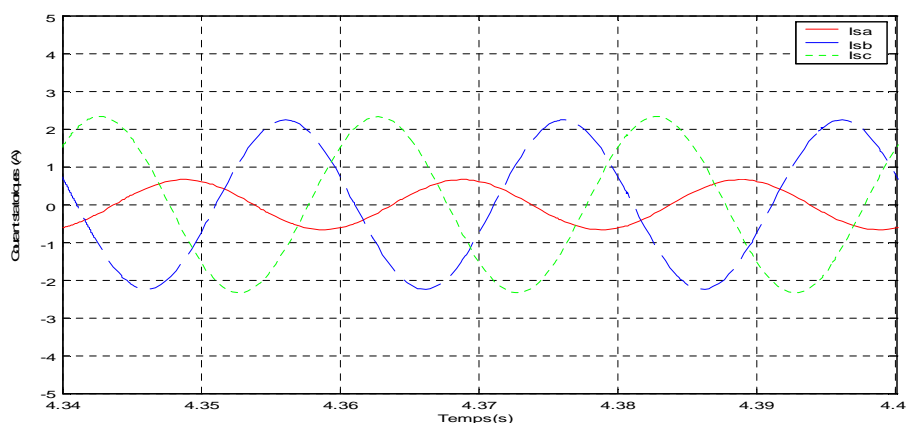


Figure 3.11 : Courants triphasés du stator (cas avec défaut, traits continus : phase A , traits discontinus : phase B , traits pointillés : phase C , $n_a=0.1$, $n_b=0.15$, $n_c=0.2$).

Le couple électromagnétique et la vitesse mécanique sont donnés par les figures 3.12 et 3.13. Les effets des défauts considérés sont très visibles sur le couple électromagnétique. Pour l'intervalle de temps compris entre $t=0$ S et $t=2$ S, celui-ci passe par un régime transitoire, puis se stabilise autour de 0, vu l'absence de charge. A partir de l'instant $t=2$ S, les ondulations du couple électromagnétique augmentent. Entre l'instant $t=2$ S et l'instant $t=3$ S, un seul courant est déséquilibré et le couple électromagnétique est fortement ondulé. Entre les instants $t=2$ S et $t=3$ S, deux courants sont déséquilibrés et les ondulations du couple électromagnétique sont encore plus fortes. A partir de l'instant $t=4$ S, on constate une faible réduction des ondulations du couple, cela est dû au déséquilibre des trois courants de phases statoriques, qui produisent le couple électromagnétique. Ces ondulations sont moins visibles sur la vitesse mécanique (figure 3.13), à cause de l'inertie

du rotor.

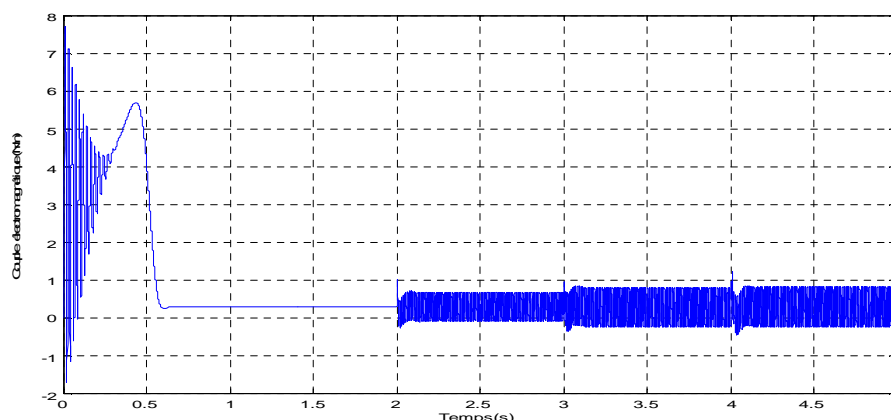


Figure 3.12 : Couple électromagnétique (cas avec défauts $n_a=0.1$, $t_a=2s$, $n_b=0.15$, $t_b=3s$, $n_c=0.2$, $t_c=4s$)

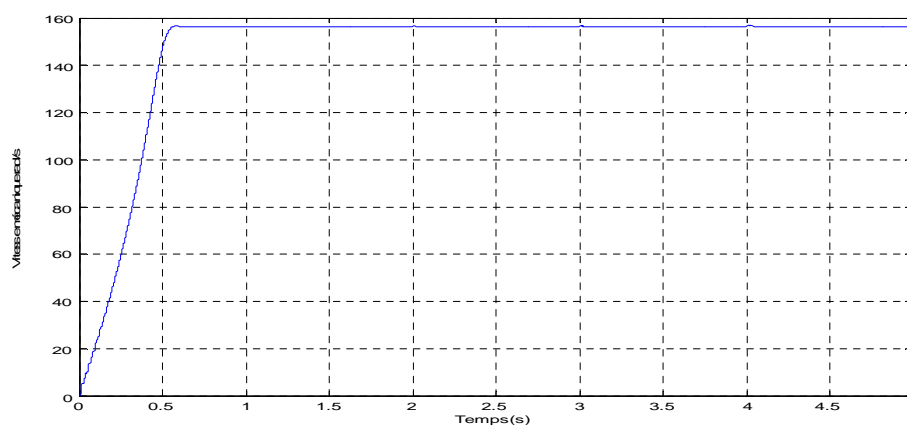


Figure 3.13 : Vitesse mécanique (cas avec défaut, $n_a=0.1$, $t_a=2s$, $n_b=0.15$, $t_b=3s$, $n_c=0.2$, $t_c=4s$)

La figure 3.14 montre les erreurs entre les grandeurs mesurées (z_1 , z_2 et z_3) dans le repère ($\alpha\beta$) et celles correspondantes, reconstruites à l'aide de l'observateur (ξ_1 , ξ_2 et ξ_3). Pendant l'intervalle de temps compris entre l'instant $t=0$ sec et l'instant $t=2$ sec, une fois que le régime transitoire est dépassé, ces erreurs sont nulles (régime permanent). Entre l'instant $t=2$ sec et l'instant $t=4$ sec, les deux premières courbes ($e_1 = z_1 - \xi_1$ et $e_2 = z_2 - \xi_2$) traduisent, de façons différentes, la présence des défauts. En effet, e_1 est non nulle entre les instants $t=2$ sec et $t=4$ sec, et est nulle à partir de l'instant $t=4$ sec ; alors que e_2 est nulle entre les instants $t=3$ sec et $t=4$ sec et est non nulle entre les instants $t=2$ sec et $t=3$ sec et entre les instants $t=4$ sec et $t=5$ sec. Par contre, la troisième courbe ($e_3 = z_3 - \xi_3$) est toujours différente de zéro. On remarque la grande capacité de détection des défauts offerte par

cette variable.

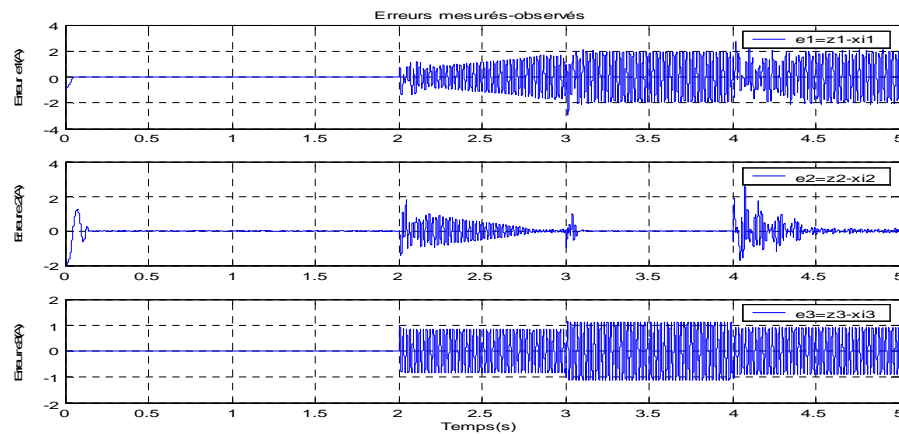


Figure 3.14 : Erreurs entre variables mesurées et observées (cas avec défaut, $n_a=0.1$, $t_a=2s$, $n_b=0.15$, $t_b=3s$, $n_c=0.2$, $t_c=4s$)

Le résidu de détection r , est construit à partir de la variable ($e_3 = z_3 - \hat{z}_3$). La figure 3.15 montre le comportement de ce résidu pour le scénario de défaut décrit précédemment. Ce résidu détecte parfaitement les défauts qui se produisent sur la machine asynchrone. La figure 3.16 concerne les trois résidus d'isolation, r_1 , r_2 et r_3 . Lorsqu'un seul défaut se produit, deux résidus sont non nuls, à savoir, r_1 et r_2 ou r_1 et r_3 ou r_2 et r_3 . Lorsque deux ou trois défauts se produisent, les trois résidus sont non nuls. Ces derniers traduisent parfaitement le fonctionnement de la table d'incidence (table 3.1). Il faut noter, néanmoins, la capacité d'isolation relativement faible.

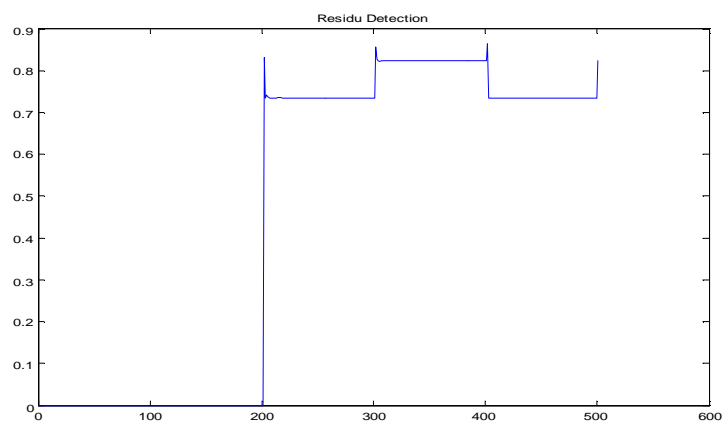


Figure 3.15 : Résidu de détection de défauts r

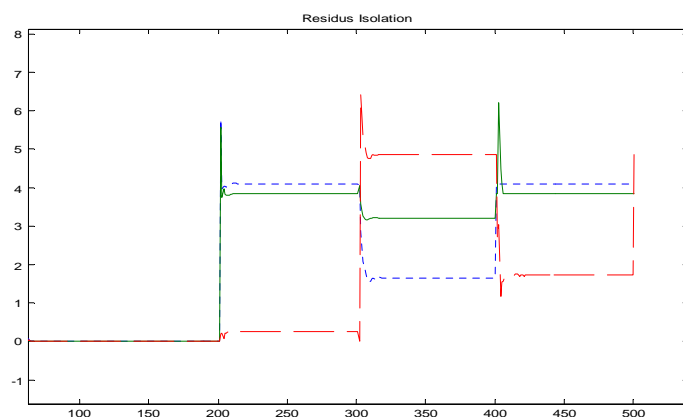


Figure 3.16 : Résidus d'isolation de défauts (r_1 traits pointillés, r_2 traits continus, r_3 Traits discontinus)

3.7. Conclusion

Ce chapitre est consacré à la résolution du problème de la détection de défauts de la machine asynchrone triphasé à l'aide d'observateur. Le défaut concerné est celui de courts-circuits de spires statoriques. L'observabilité étant un préalable à la synthèse d'observateur, l'étude de l'observabilité de la machine asynchrone triphasée a alors, été effectuée avec les différents modèles développés au chapitre 2. Celle-ci a montré que le modèle de la machine asynchrone écrit dans le repère triphasé n'est pas observable. Ceci est dû au manque d'informations sur les grandeurs rotoriques. Par contre, le modèle affine par rapport aux défauts, écrit dans le repère de Park, et après élimination de la variable z_6 , est observable. La synthèse d'un observateur à mode glissant a été effectuée sur la base de ce modèle. La solution proposée montre une très forte capacité de détection et permet la génération d'un résidu de détection de défauts, robuste aux variations de la tension d'alimentation et au couple de charge. L'isolation des défauts est basée sur trois résidus et est réalisée à l'aide d'une combinaison logique. Lorsque les défauts se produisent sur deux ou sur trois phases, en même temps, le schéma proposé pour l'isolation fonctionne moins bien. Par contre, lorsqu'on est en présence d'un défaut sur une seule phase, l'isolation est parfaitement réussie. L'étude de la sensibilité du générateur de résidu aux variations paramétriques sera effectuée dans le prochain chapitre. L'étendue de la validité des modèles développés au chapitre 2 sera aussi traitée.

CHAPITRE 4

ANALYSE DES MODELES ET DE L'OBSERVATEUR DEVELOPPES POUR LA MACHINE ASYNCHRONE

4.1. Introduction

Les paramètres de la machine asynchrone varient au cours du fonctionnement, à cause de l'échauffement et du changement du point de fonctionnement. Il s'avère alors nécessaire d'évaluer l'incidence de ces variations sur les modèles développés au chapitre 2. D'autant plus que la synthèse de l'observateur utilisé pour la détection de défauts est effectuée sur la base de l'un de ces modèles, obtenu en appliquant une certaine approximation. Il est alors nécessaire de trouver les limites au-delà desquels les deux modèles ne donnent plus des résultats concordants, et l'influence que cela peut avoir sur le schéma de détection de défauts de court-circuit de spires statoriques proposé au chapitre 3. Ces variations de paramètres et les altérations de la symétrie de la machine asynchrone se répercutent sur les courants statoriques de celle-ci. L'analyse spectrale de ces courants permet de détecter les déséquilibres et les défauts.

Dans ce chapitre, nous allons dans un premier temps comparer les résultats fournis par les modèles développés au chapitre 2. Nous étudions aussi la sensibilité de l'observateur aux variations de paramètres. Nous finirons cette étude en introduisant l'analyse spectrale du courant statorique qui permet d'apporter un éclairage supplémentaire à ce travail.

4.2. Comparaison des modèles triphasés multiplicatif et affine

Dans le chapitre 2, nous avons développé trois modèles de la machine asynchrone :

- modèle triphasé multiplicatif (équation (2.95)),
- modèle triphasé affine par rapport aux défauts (équation (2.155)),
- modèle affine par rapport aux défauts, écrit dans le repère de Park (équation (2.64)).

Il est à noter que le second et le troisième modèle sont reliés par une matrice de passage constante et inversible (matrice de Concordia). Ils fournissent donc des résultats analogues. Pour cette raison, nous effectuons dans ce qui suit, la comparaison uniquement des résultats fournis par le premier et le second modèle.

4.2.1. Cas du défaut unique

Dans le chapitre 2, nous avons utilisé une approximation (équation (2.104)) pour développer le modèle triphasé affine par rapport aux défauts de court-circuit de spires statorique. Cette approximation est valide tant que n_i est petit devant 1. Nous allons voir comment se comportent les deux modèles lorsque n_i varie. Nous introduisons un défaut à l'instant 2s. Les courants sont les grandeurs les plus significatives, pour cela nous allons les comparer eux. Les résultats de simulation sont donnés ci-dessous. Les figures référencées avec la lettre a, concernent le modèle triphasé multiplicatif (équation (2.95)). Les figures référencées avec la lettre b sont relatives au modèle triphasé affine par rapport aux défauts donné par l'équation (2.155). Les figures référencées avec la lettre c, montrent l'erreur entre les courants de la phase A, fournis par les deux modèles.

4.2.1.1. Défaut sur la phase A de 5 % ($f_a=0.95$ et $n_a=0.05$)

Nous considérons le cas d'un défaut de 5% de spires court-circuitées sur la phase A. Les figures 4.1 a, b et c montrent les résultats de cette simulation.

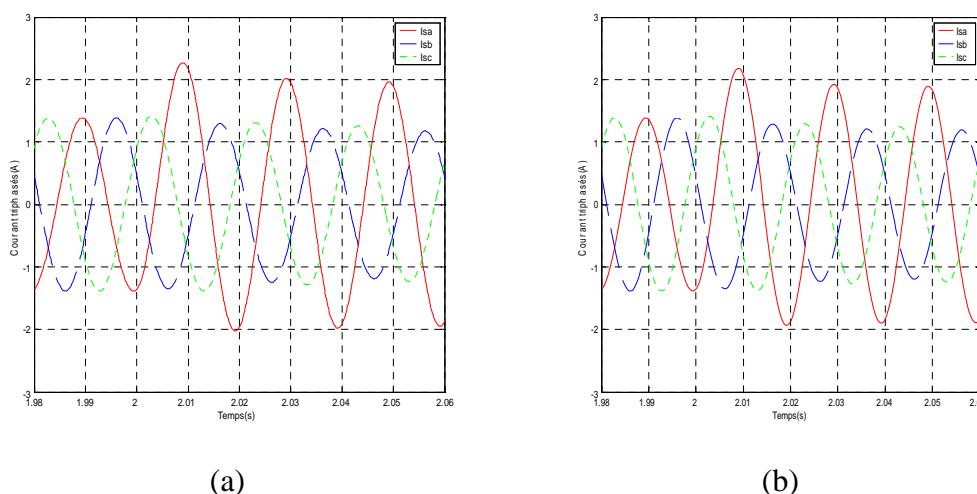


Figure 4.1: Courants statoriques, apparition d'un défaut sur la phase A, (a) : $f_a = 0.95$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = 0.05$, (modèle affine).

Les figures 4.1.a et b montrent que les résultats obtenus sont très proches. Ce qui est confirmé par la figure 4.1.c. Celle-ci montre l'erreur entre les courants de phase A donnés par les deux modèles. Une fois le régime transitoire passé, elle est nulle en l'absence de défaut et très faible pour le cas considéré (5 % de spires en court-circuit).

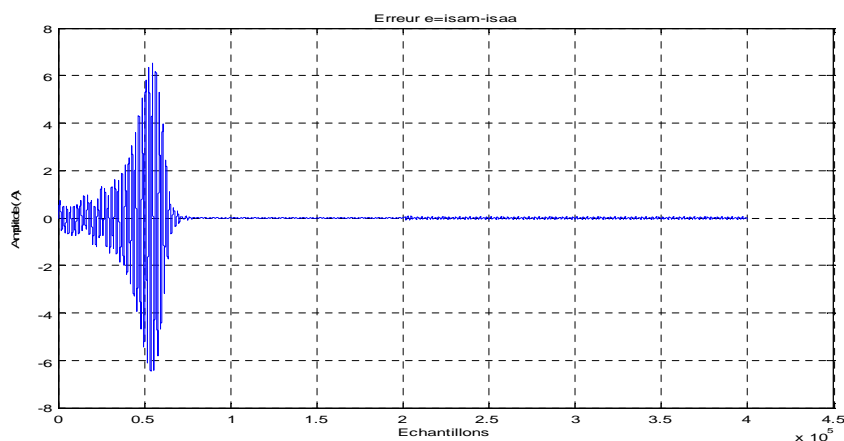


Figure 4.1.c : Erreur entre les courants statoriques de la phase A , donnés par les deux modèles, apparition d'un défaut de 5 % ($f_a = 0.95$, $n_a = 0.05$)

4.2.1.2. Défaut sur la phase A de 10 % ($f_a = 0.90$ et $n_a = 0.10$)

Nous considérons le cas d'un défaut de 10 % de spires court-circuitées sur la phase A . Les figures 4.2.a, b et c montrent les résultats de cette simulation.

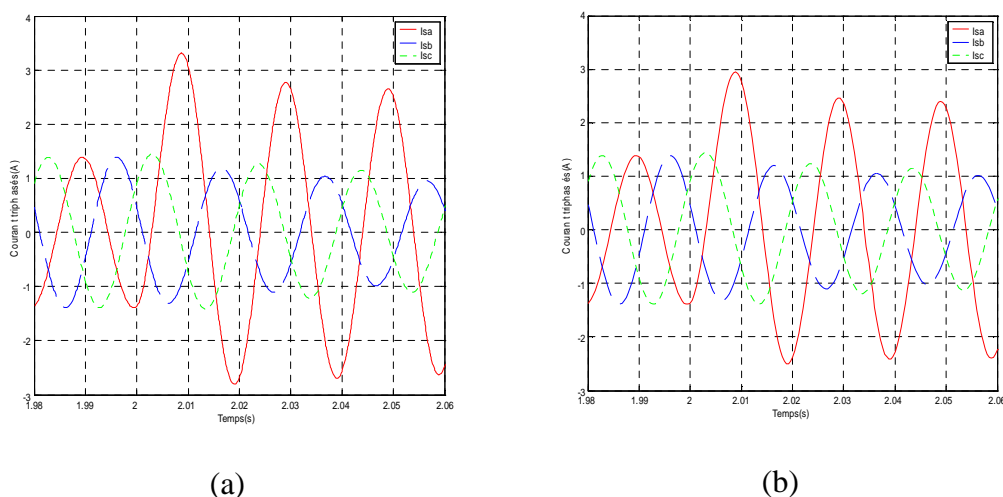


Figure 4.2 : Courants statoriques, apparition d'un défaut sur la phase A ,
(a) : $f_a = 0.9$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = 0.1$, (modèle affine).

Les figures 4.2.a et b montrent que là aussi, les résultats obtenus sont très proches. La figure 4.2.c montre que l'erreur entre les courants de phase A donnés par les deux modèles reste faible, une fois le régime transitoire passé. Elle est nulle en l'absence de défaut.

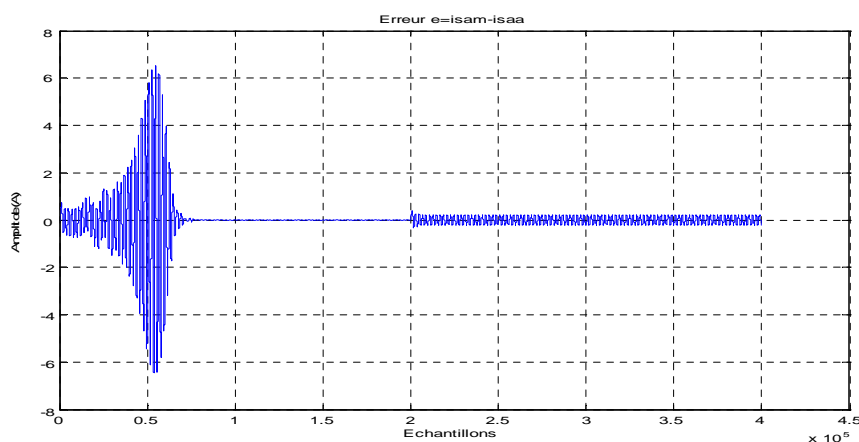


Figure 4.2.c : Erreur entre les courants statoriques de la phase A , donnée par les deux modèles, apparition d'un défaut de 10 % ($f_a=0.90$, $n_a=0.10$)

4.2.1.3. Défaut sur la phase A de 15 % ($f_a=0.85$ et $n_a=0.15$)

Nous considérons le cas d'un défaut de 15 % de spires court-circuitées sur la phase A . Les figures 4.3.a, b et c montrent les résultats de cette simulation.

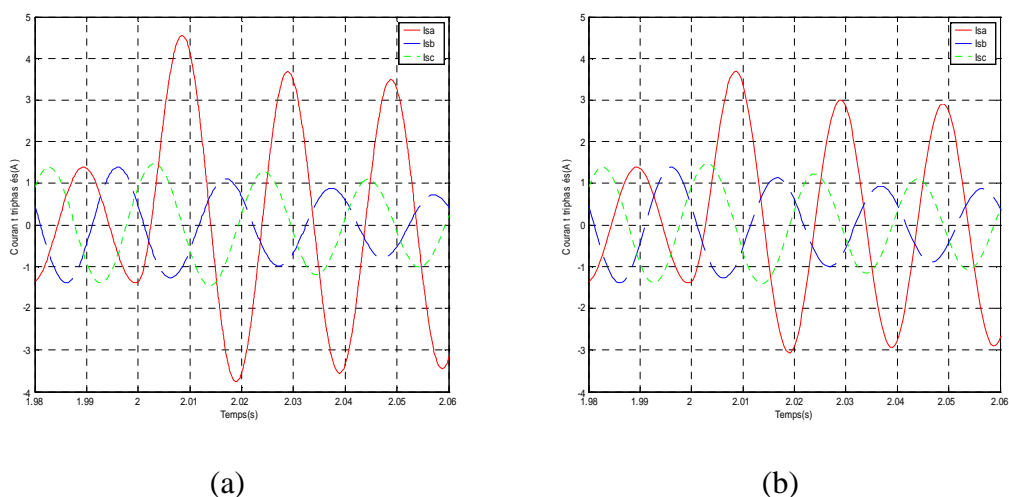


Figure 4.3 : Courants statoriques, apparition d'un défaut sur la phase A ,
(a) : $f_a=0.85$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a=0.15$, (modèle affine).

Nous pouvons constater que les amplitudes des courants ne sont plus identiques. Une fois le régime transitoire passé, l'erreur entre les courants donnés par les deux modèles est nulle

en l'absence de défaut (figure4.3.c). Après apparition du défaut, elle commence à prendre de l'ampleur (15 % de spires en court-circuit).

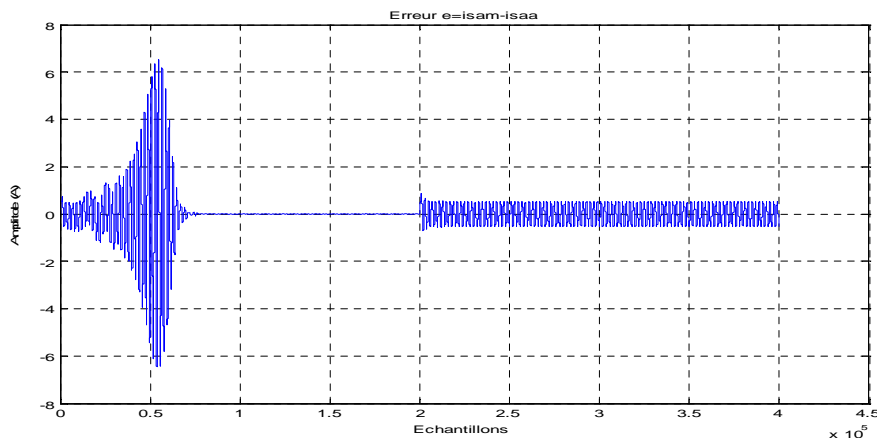


Figure 4.3.c : Erreur entre les courants statoriques de la phase A , donnée par les deux modèles, apparition d'un défaut de 15 % ($f_a=0.85$, $n_a=0.15$)

4.2.1.4. Défaut sur la phase A de 20 % ($f_a=0.80$ et $n_a=0.20$)

Nous considérons le cas d'un défaut de 20 % de spires court-circuitées sur la phase A . Les figures 4.4.a, b et c montrent les résultats de cette simulation.

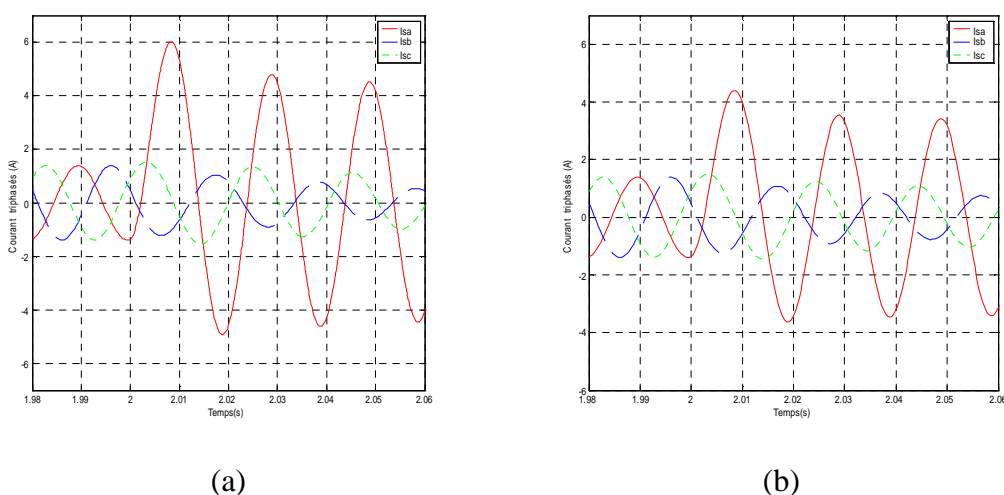


Figure 4.4 : Courants statoriques, apparition d'un défaut sur la phase A ,
(a) : $f_a=0.8$, (modèle multiplicatif), $n_a=0.2$, (modèle affine).

Nous pouvons constater que, là aussi, les amplitudes des courants ne sont plus identiques. Une fois le régime transitoire passé, l'erreur entre les courants donnés par les deux modèles est nulle en l'absence de défaut (figure4.3.c). Elle commence à prendre de l'ampleur dans ce cas (20 % de spires en court-circuit).

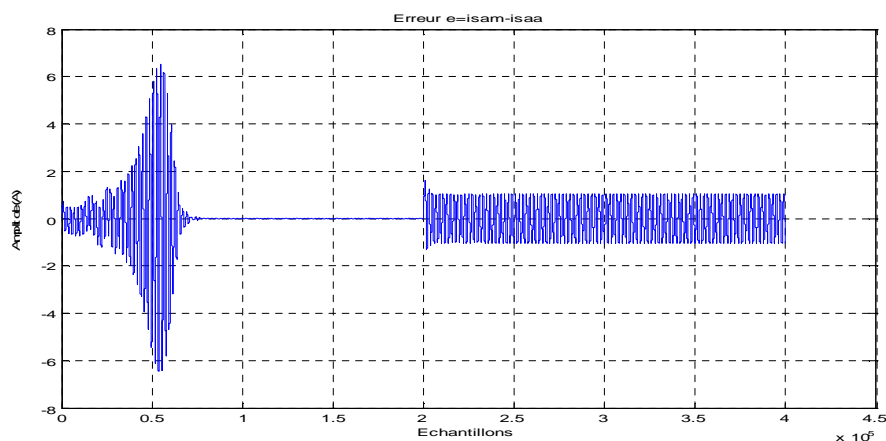


Figure 4.4.c : Erreur entre les courants statoriques de la phase A , donnée par les deux modèles, apparition d'un défaut de 20 % ($f_a=0.80, n_a=0.20$)

4.2.1.5. Défaut sur la phase A de 50 % ($f_a=0.50$ et $n_a=0.50$)

Nous considérons le cas d'un défaut de 50 % de spires court-circuitées sur la phase A . Les figures 4.5.a, b et c montrent les résultats de cette simulation.

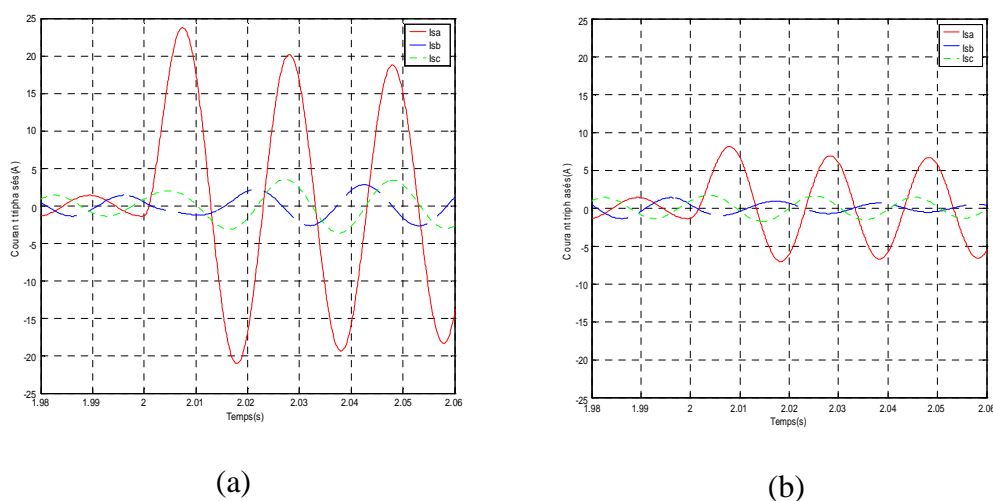


Figure 4.5 : Courants statoriques, apparition d'un défaut sur la phase A ,
(a) : $f_a=0.5$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a=0.5$ (modèle affine).

Nous pouvons constater que, les résultats divergent. Sur la figure 4.5.c, une fois le régime transitoire passé, l'erreur entre les courants donnés par les deux modèles devient trop élevée dans ce cas (50 % de spires en court-circuit). Elle est nulle en l'absence de défaut.

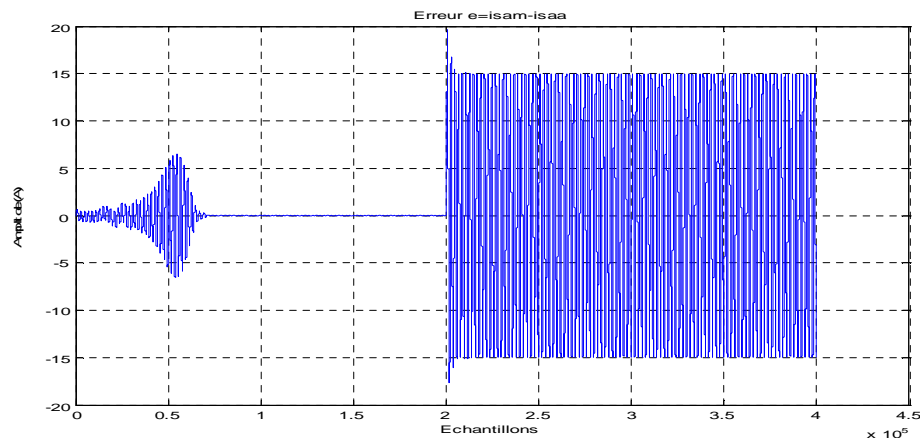


Figure 4.5.c : Erreur entre les courants statoriques de la phase A , donnée par les deux modèles, apparition d'un défaut de 20 % ($f_a=0.50$, $n_a=0.50$)

A travers les résultats fournis par les différentes simulations, nous pouvons remarquer que plus le pourcentage de spires en court-circuit est grand plus l'écart entre les courbes données par les deux modèles se creuse. Nous constatons que jusqu'à une valeur de 15% de spires en court-circuit ; les résultats donnés par les deux modèles sont très proches. Entre 15 % et 30 % les résultats commencent à diverger ; néanmoins ils restent dans une limite acceptable. Au-delà de 30 % ; les différences sont importantes. A 50 % de spires en court-circuit, le courant du modèle multiplicatif est plus que le double de celui du modèle affine. L'approximation utilisée pour développer le modèle affine par rapport aux défauts n'est donc plus valable.

4.2.2. Cas des défauts multiples

Nous prenons en considération, dans ce qui suit, le cas de défauts pouvant se produire sur les deux phases A et B simultanément.

4.2.2.1. Défauts sur les phases A et B de 5 % ($f_a=f_b=0.95$ et $n_a=n_b=0.05$)

Nous considérons le cas d'un défaut de 5 % de spires court-circuitées qui se produit sur les phases A et B . Les figures 4.6.a, b et c montrent les résultats de cette simulation.

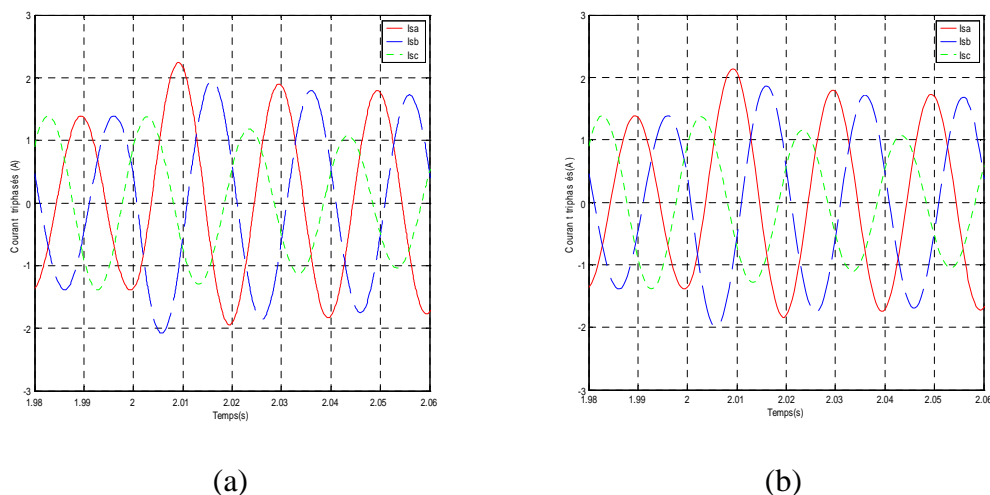


Figure 4.6 : Courants statoriques, apparition d'un défaut sur les phases A et B ,
 (a) : $f_a=f_b=0.95$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a=n_b=0.05$, (modèle affine).

Les figures 4.6.a et b montrent que les résultats obtenus sont très proches. Ce qui est confirmé par la figure 4.6.c. Celle-ci montre les erreurs entre les courants des phase A et B donnés par les deux modèles. Une fois le régime transitoire passé, elles sont nulles en l'absence de défaut et très faibles pour le cas considéré (5 % de spires en court-circuit).

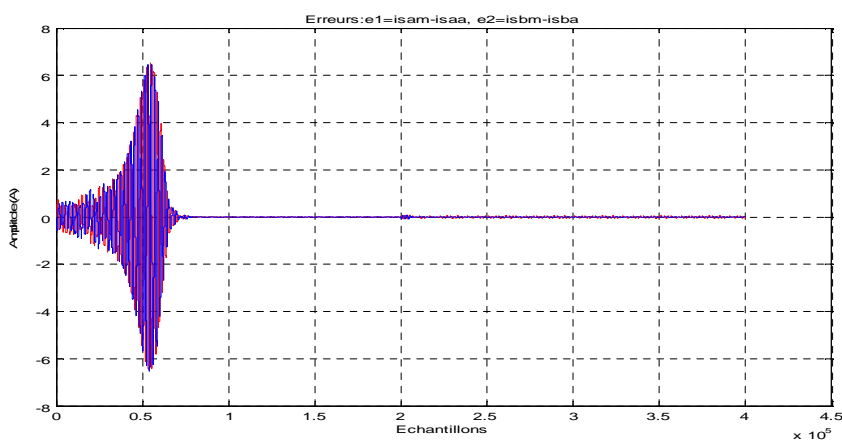


Figure 4.6.c : Erreur entre les courants statoriques des phases A et B , données par les deux modèles, apparition d'un défaut de 5 % ($f_a=f_b=0.95$, $n_a=n_b=0.05$)

4.2.2.1. Défauts sur les phases A et B de 20 % ($f_a=f_b=0.80$ et $n_a=n_b=0.20$)

Nous considérons le cas d'un défaut de 20 % de spires court-circuitées qui se produit sur les phases A et B . Les figures 4.6.a, b et c montrent les résultats de cette simulation. Ils sont identiques à ceux obtenus dans le cas du défaut unique.

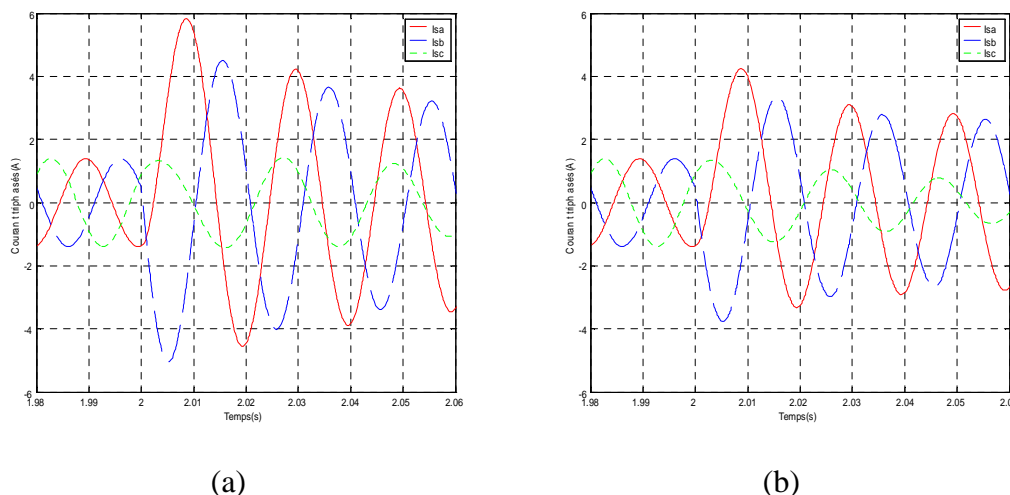


Figure 4.7 : Courants statoriques, apparition d'un défaut sur les phases A et B ,
 (a) $f_a = f_b = 0.80$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = n_b = 0.20$, (modèle affine).

Nous constatons que pour des valeurs faibles du pourcentage de spires en court-circuit les deux modèles donnent des résultats analogues. Lorsque ce pourcentage augmente, l'écart entre eux devient plus important.

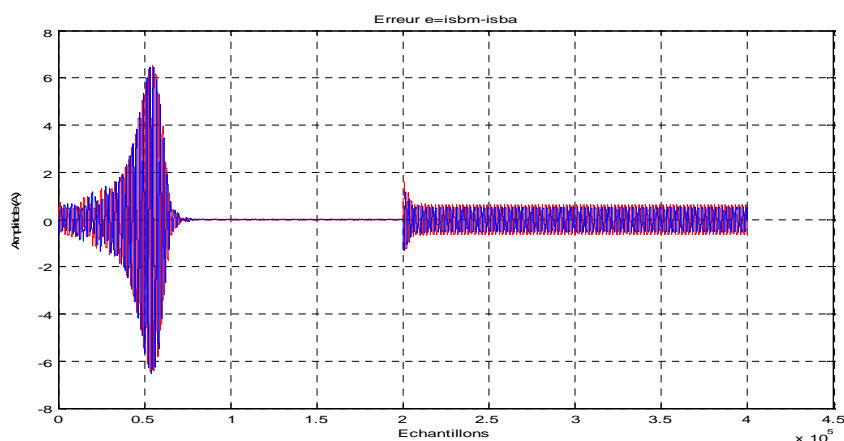


Figure 4.7.c : Erreur entre les courants statoriques des phases A et B , données par les deux modèles, apparition d'un défaut de 5 % ($f_a = f_b = 0.80$, $n_a = n_b = 0.20$)

Le court-circuit de spires statoriques est dû à la perte de l'isolation entre conducteurs adjacents, à cause de la destruction de l'émail (vernis) protecteur. Ce phénomène se produit localement et forme un point chaud, qui touche un nombre très réduit de spires. Ensuite il se propage, impliquant un nombre de plus en plus grand de spires, car le courant de court-circuit est très important. Les résultats donnés par les deux modèles sont proches tant que le nombre de spire en court-circuit est faible. Donc, le modèle affine par rapport aux défauts permet de rendre compte, de façon très satisfaisant

du comportement de la machine asynchrone en présence de défauts de court-circuit de spires statoriques. Son utilisation permettra la détection précoce des défauts considérés. Cela est valable pour le cas d'un défaut unique, ou dans le cas de défauts multiples.

4.3. Comparaison des modèles lors de la variation de la fréquence d'alimentation

Nous étudions le comportement des deux modèles lorsque la fréquence de la tension d'alimentation passe à 25 Hz. Nous prenons en considération trois cas :

- pas de défauts statoriques,
- un défaut statorique sur la phase A de 5 %,
- un défaut statorique sur la phase A de 10 %.

4.3.1. Cas sans défaut

Les résultats de simulation sont donnés par les figures 4.8, 4.9 et 4.10. Les courants statoriques (figures 4.8.a et b) sont identiques.

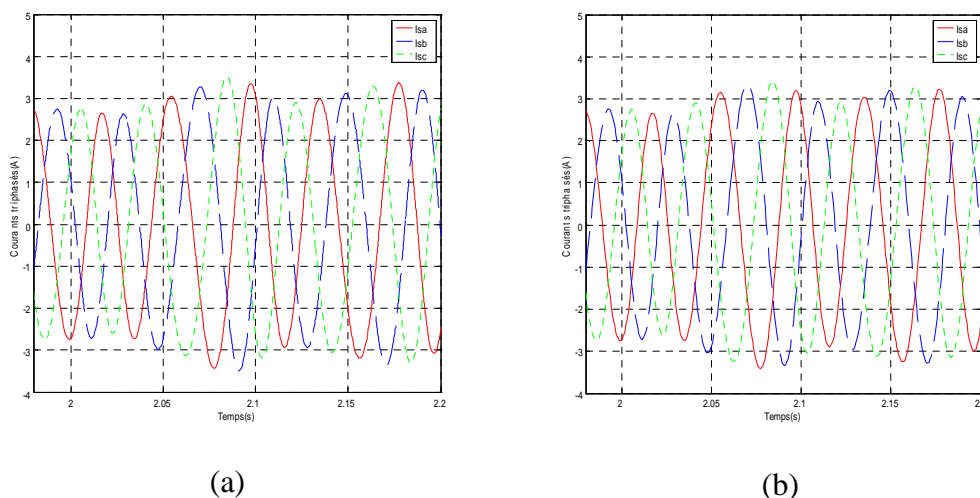


Figure 4.8 : Courants statoriques, $f_r = 25$ Hz.

(a): modèle multiplicatif, (b) : modèle affine.

Les figures 4.9.a et b donnent les flux rotoriques. Nous constatons une augmentation sensible, relativement au cas de la fréquence nominale ($f_r = 50$ Hz).

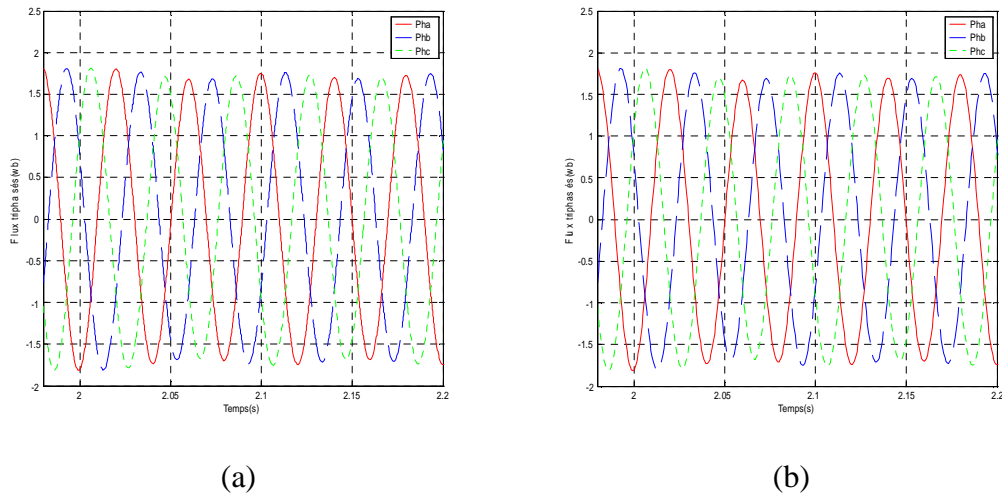


Figure 4.9 : Flux rotoriques, $f_r = 25$ Hz.
(a) : modèle multiplicatif, (b) : modèle affine.

La figure 4.10 donne le couple électromagnétique et la vitesse rotorique. Une charge est appliquée à l'instant 2s.

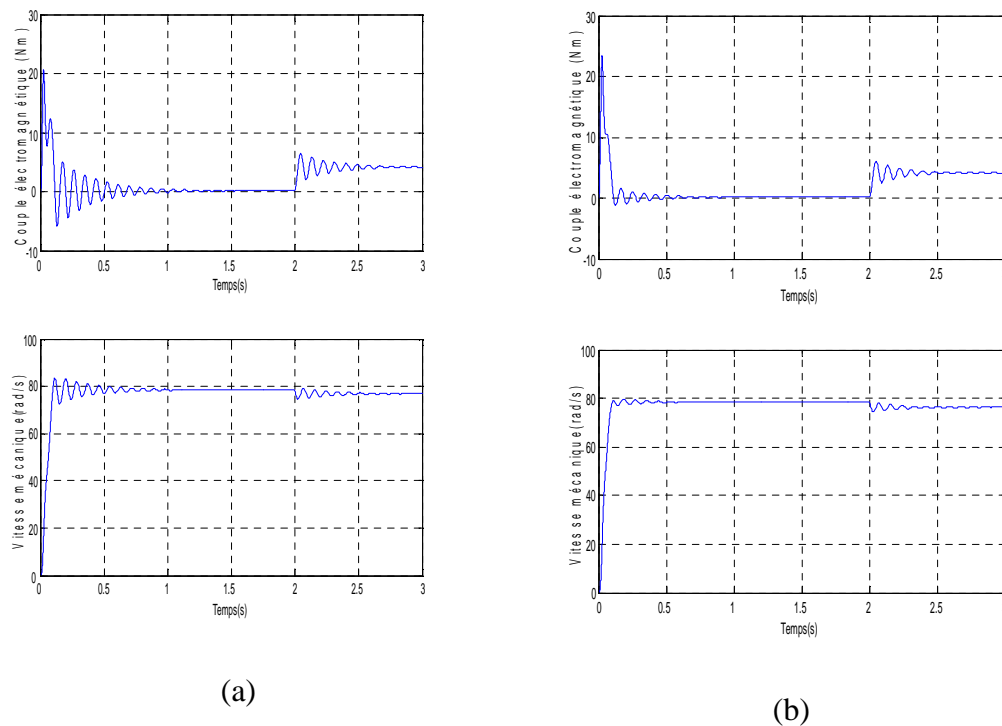


Figure 4.10 : Couple électromagnétique et vitesse rotorique, $f_r = 25$ Hz.
(a) : modèle multiplicatif, (b) : modèle affine.

Les deux modèles donnent des résultats qui sont analogues. Les amplitudes des courants statoriques et des flux rotoriques varient légèrement. Nous observons des oscillations pour le couple électromagnétique et qui sont transmises à la vitesse rotorique,

dans le cas modèle triphasé multiplicatif (figure 4.10.a) et qui sont moins visibles pour le modèle triphasé affine par rapport aux défauts (figure 4.10 b).

4.3.2. Cas avec défaut sur la phase A de 5 % ($f_a = 0.95, n_a = 0.05$)

Les résultats de simulation sont donnés par les figures 4.11, 4.12 et 4.13. Les courants statoriques (figures 4.11.a et b) sont très proches.

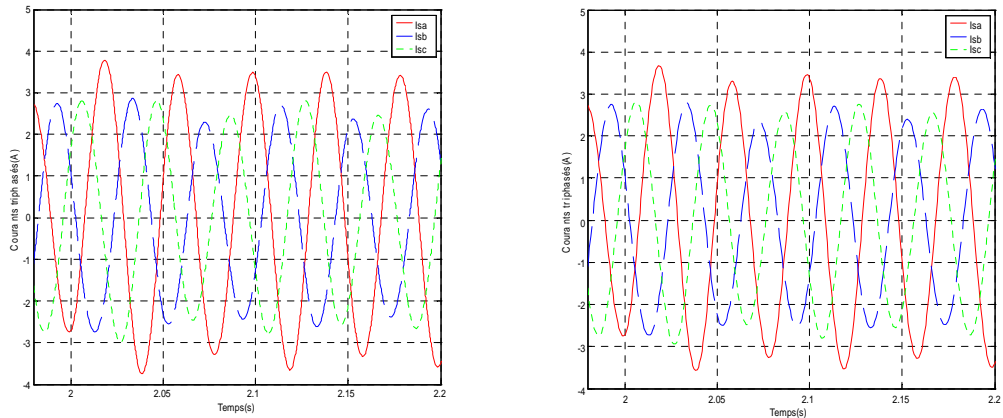


Figure 4.11 : Courants statoriques, $f_r = 25$ Hz, défaut sur la phase A,
(a) : $f_a = 0.95$ (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = 0.05$ (modèle affine).

Les figures 4.12.a et b donnent les flux rotoriques. Là aussi, nous constatons leur augmentation sensible, relativement au cas de la fréquence nominale ($f_r = 50$ Hz).

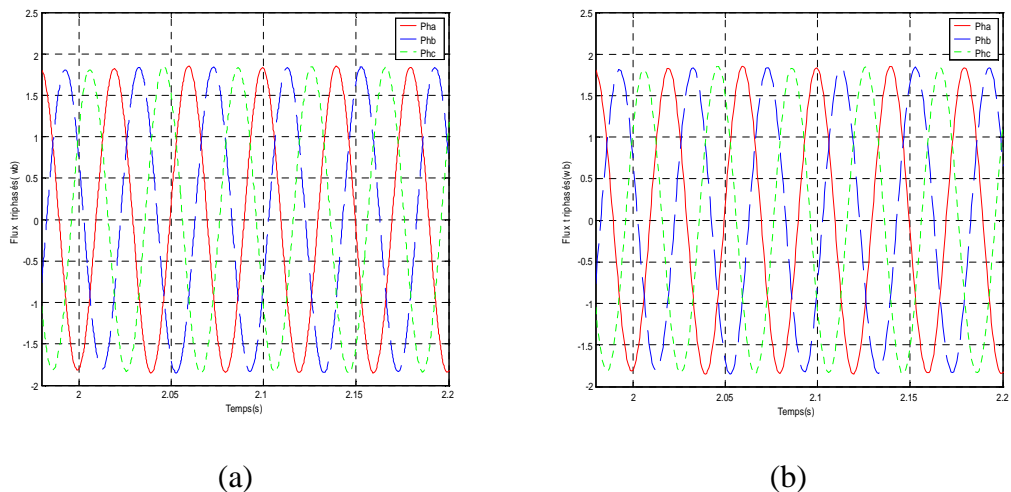


Figure 4.12 : Flux rotoriques, $f_r = 25$ Hz, défaut sur la phase A,
(a) : $f_a = 0.95$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = 0.05$ (modèle affine).

Les figures 4.13.a et 4.13.b ci-dessous donnent la vitesse rotorique et le couple électromagnétique produits par les deux modèles. Les deux modèles donnent des résultats

qui sont analogues. L'apparition du défaut à l'instant 2s provoque l'augmentation du courant de la phase correspondante. Nous observons des oscillations pour le couple électromagnétique. Elles sont plus fortes après l'apparition du défaut. Celle-ci sont transmises à la vitesse rotorique, dans le cas modèle triphasé multiplicatif (figure 4.13.a) et qui sont moins visibles pour le modèle triphasé affine par rapport aux défauts (figure 4.13 b).

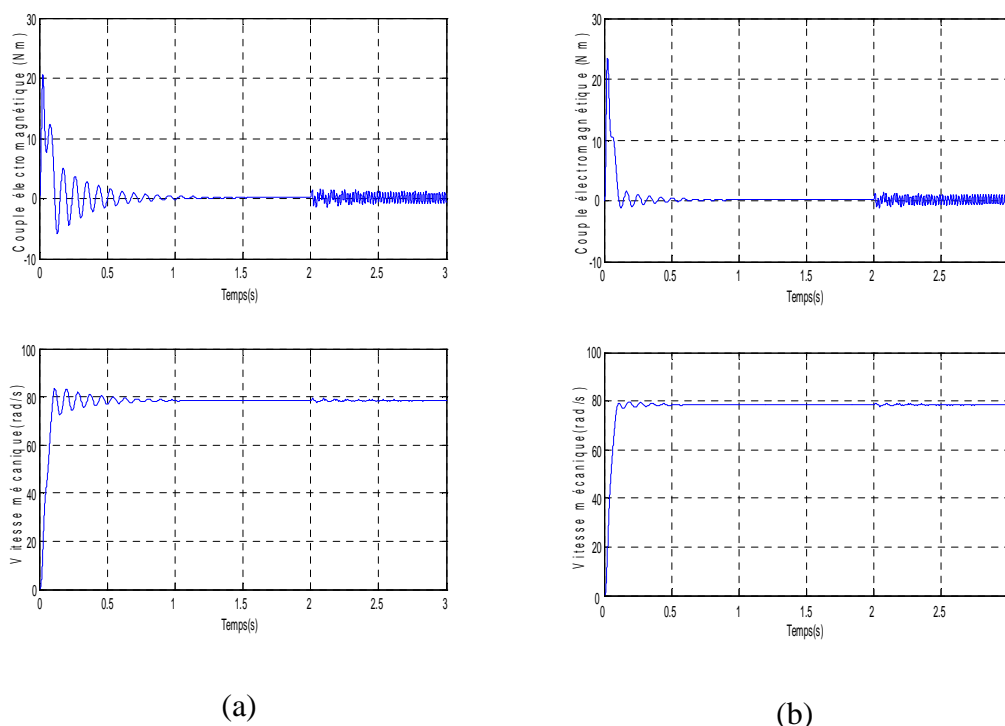
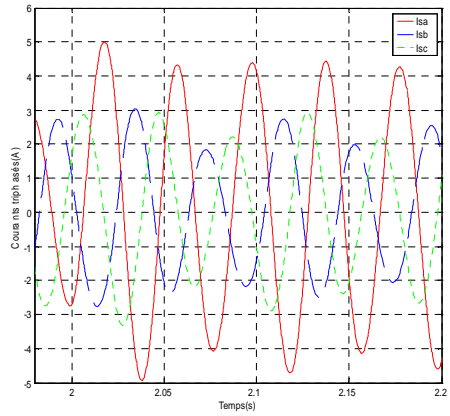


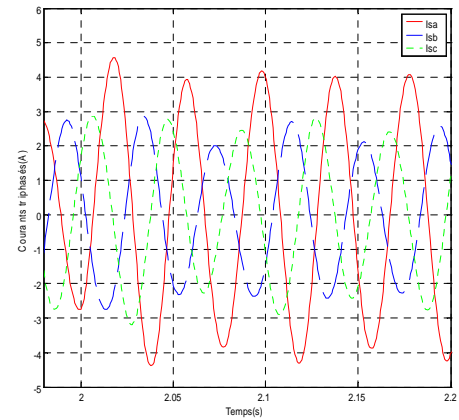
Figure 4.13 : Couple électromagnétique et vitesse rotorique, $f_r = 25$ Hz, défaut sur la phase A , (a) : $f_a = 0.95$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = 0.05$, (modèle affine).

4.3.3. Cas avec défaut sur la phase A de 10 % ($f_a = 0.90$, $n_a = 0.10$)

Les résultats de simulation sont donnés par les figures 4.14, 4.15 et 4.16. Les courants statoriques (figures 4.14.a et b) sont proches. Les figures 4.15.a et b donnent les flux rotoriques. Là aussi, nous constatons leur augmentation sensible, relativement au cas de la fréquence nominale ($f_r = 50$ Hz). Les figures 4.16.a et 4.16.b ci-dessous donnent la vitesse rotorique et le couple électromagnétique produits par les deux modèles. Les oscillations du couple électromagnétique sont augmentées par l'apparition du défaut.

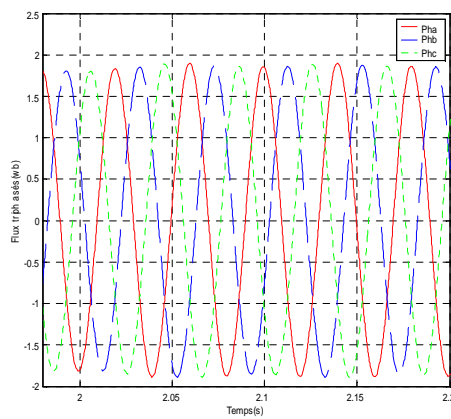


(a)

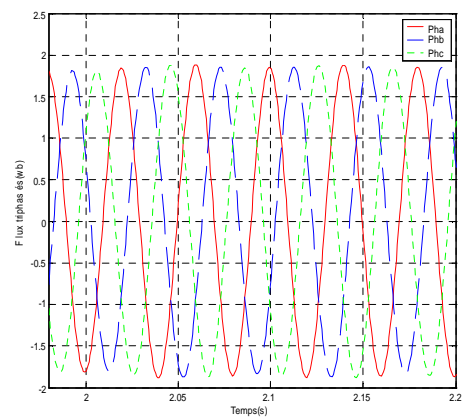


(b)

Figure 4.14 : Courants statoriques, $f_r = 25$ Hz, défaut sur la phase A ,
 (a) : $f_a = 0.90$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = 0.10$, (modèle affine).



(a)



(b)

Figure 4.15 : Flux rotoriques, $f_r = 25$ Hz, défaut sur la phase A ,
 (a) : $f_a = 0.90$, (modèle multiplicatif), (a) : $n_a = 0.10$, (modèle affine).

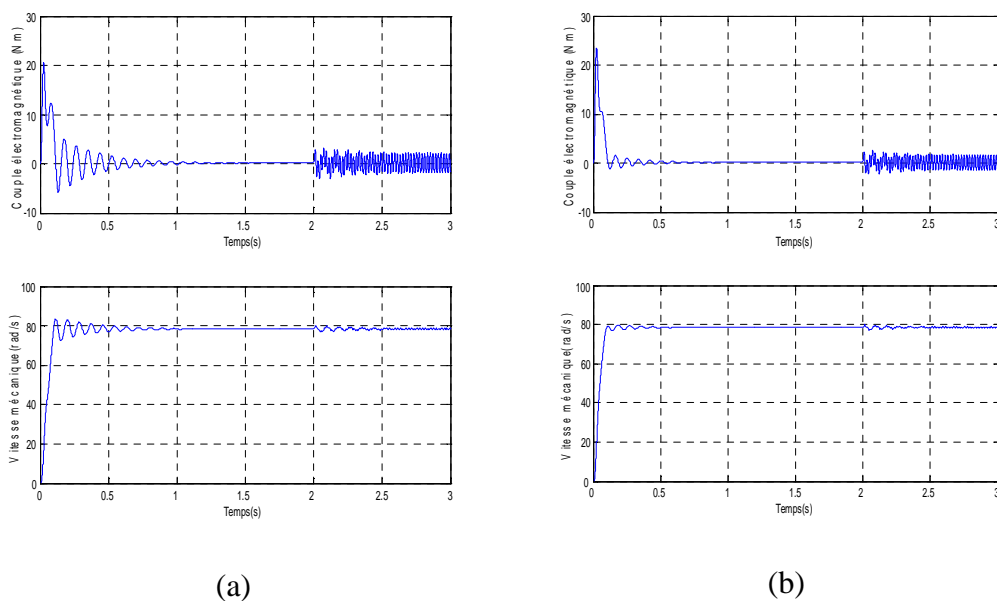


Figure 4.16 : Couple électromagnétique et vitesse rotorique, $f_r=25$ Hz, apparition d'un défaut sur la phase A ,
 (a) : $f_a = 0.90$, (modèle multiplicatif), (b) : $n_a = 0.10$, (modèle affine).

Les résultats obtenus, et qui sont très proches, montrent que les deux modèles se comportent de façon identique. L'influence du changement de la fréquence d'alimentation est relativement faible.

4.4. Analyse de l'influence de la variation des paramètres sur l'observateur

Dans cette partie nous analysons l'influence de la variation des paramètres sur le comportement de l'observateur. Nous comparons les résultats fournis par le modèle triphasé multiplicatif à ceux fournis par l'observateur. Les différentes transformations utilisées sont prises en considération. Une attention particulière est accordée à la variable z_3 , destinée à la détection de défauts. Les cas ci-dessous sont considérés :

- paramètres nominaux et sans défauts,
- variation de R_s de 50 % et sans défauts,
- variation de R_s de 100 % et sans défauts,
- paramètres nominaux et avec défaut de 5 % sur la phase A ,
- Variation de R_s de 50% et avec défaut de 5 % sur la phase A

4.4.1. Cas sans défauts

Les résultats de simulation sont donnés par les figures 4.17.a, b et c. La figure 4.17.c montre que l'erreur entre les courants mesuré et reconstruit par l'observateur, est nulle, en régime permanent.

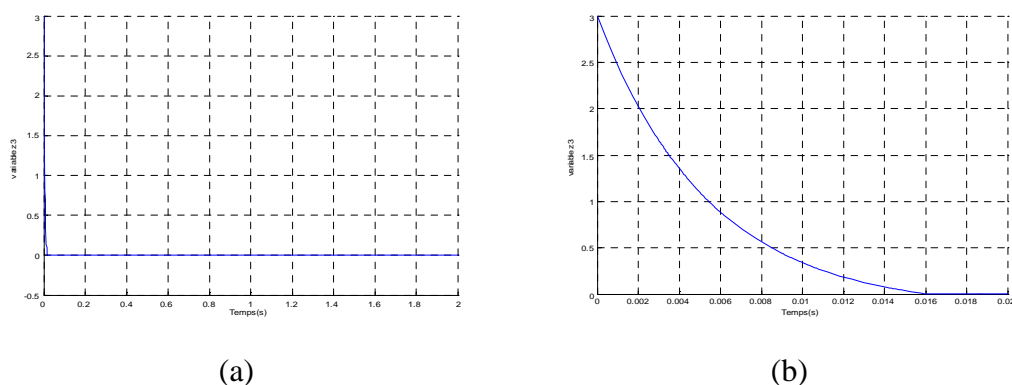


Figure 4.17 : Variable de détection z_3 , (a) : régimes transitoire et permanent, (b) : zoom sur le régime transitoire.

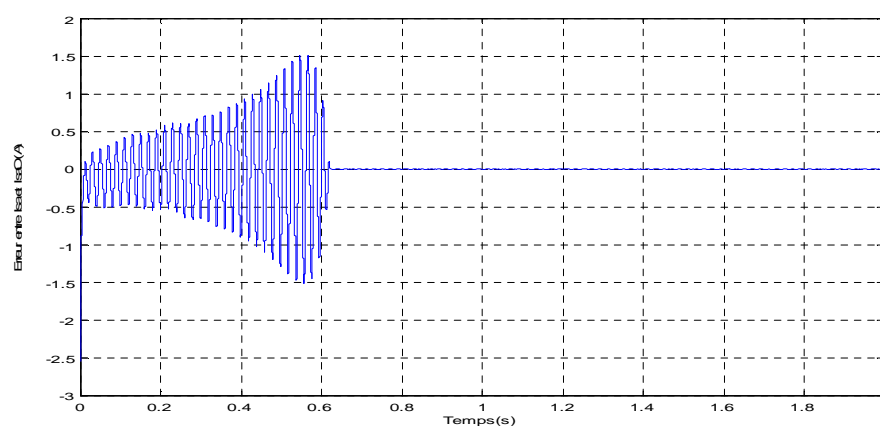


Figure 4.17.c : Erreur entre courants mesuré et observé (sans défauts).

4.4.2. Variation de R_s de 50 % et sans défauts

Les résultats de simulation sont donnés par les figures 4.18.a, b et c. Les figures 4.18.a et b montrent que la variable z_3 tend rapidement vers zéro. La figure 4.18.c représente l'erreur entre les courants mesuré et reconstruit par l'observateur. Celle-ci est importante.

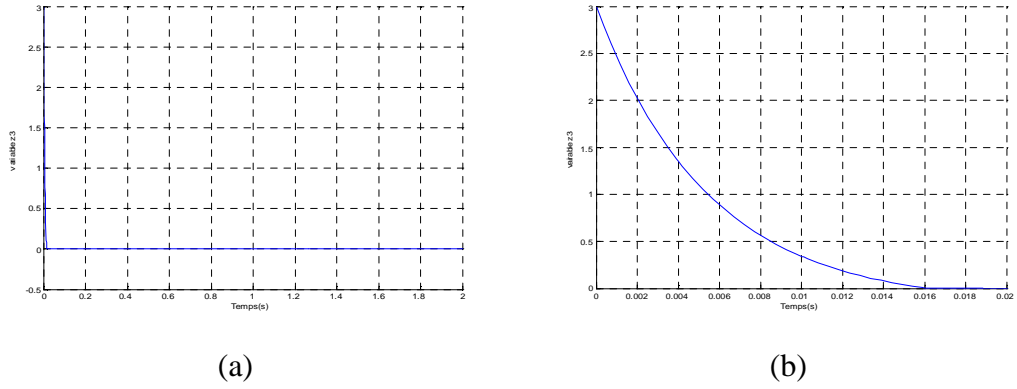


Figure 4.18 : Variable de détection z_3 , (a) : régimes transitoire et permanent, (b) : zoom sur le régime transitoire.

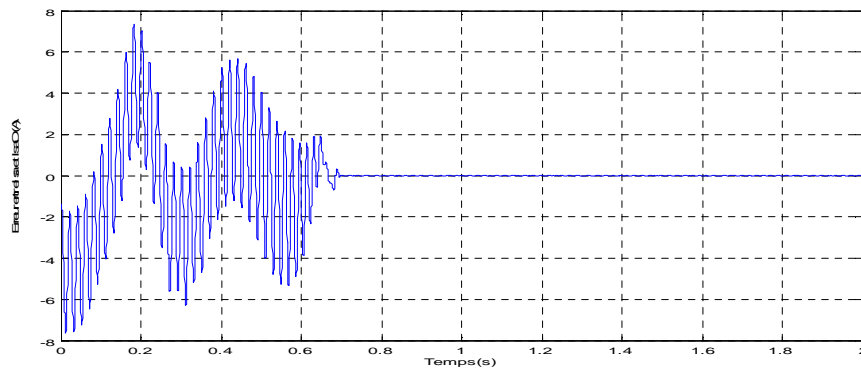


Figure 4.18.c : Erreur entre courants mesuré et observé (sans défauts).

4.4.3. Variation de R_s de 100% et sans défauts

Les résultats de simulation sont donnés par les figures 4.19.a, b et c. Les figures 4.19.a et b montrent que la variable z_3 tend rapidement vers zéro. La figure 4.19.c représente l'erreur entre les courants mesuré et reconstruit par l'observateur. Celle-ci est importante en régime transitoire et très faible en régime permanent.

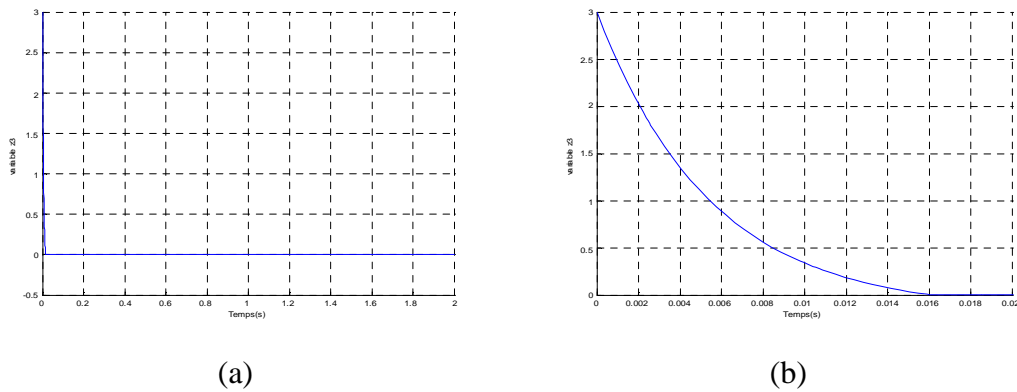


Figure 4.19 : Variable de détection z_3 , (a) : régimes transitoire et permanent, (b) : zoom sur le régime transitoire.

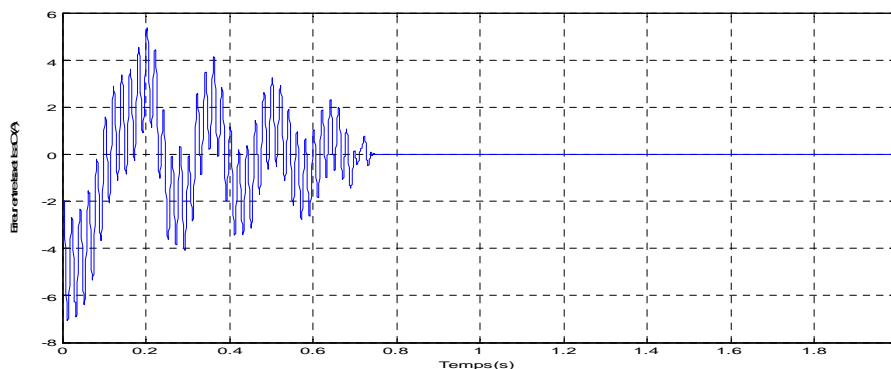


Figure 4.19.c : Erreur entre courants mesuré et observé (sans défauts).

4.4.4. Paramètres nominaux et avec défaut de 5% sur la phase A

Les résultats de simulation sont donnés par les figures 4.20.a, b et c. La figure 4.20.a montre la variable z_3 . Elle n'est plus nulle à cause de la présence du défaut. Les figures 4.20.b et c montrent que l'erreur entre les courants mesuré et reconstruit par l'observateur, est relativement faible, en régime permanent.

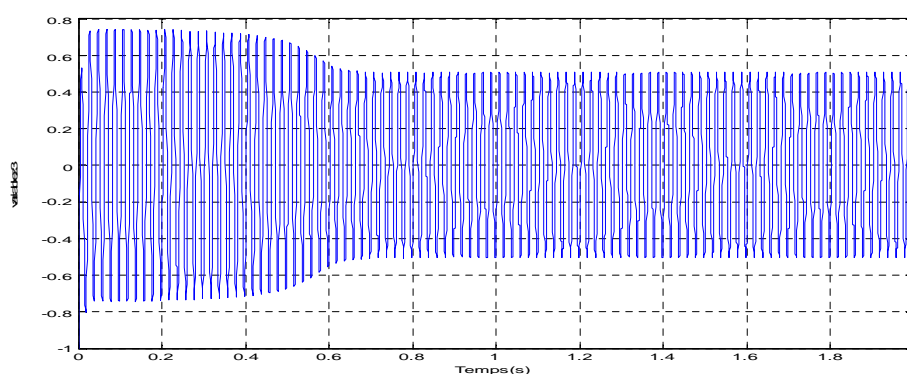
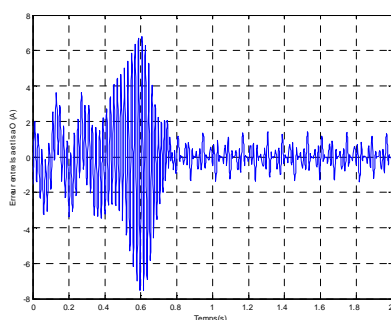
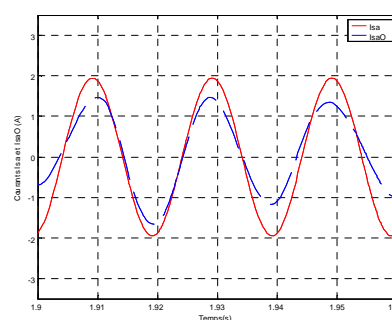


Figure 4.20.a : Variable de détection z_3 (défaut de 5%, phase A).



(b)



(c)

Figure 4.20 (b) : Erreur entre courants mesuré et observé, (c): Superposition des courants mesuré et observé (défaut de 5%, phase A).

La figure 4.20.a montre que la variable z_3 permet de détecter un défaut de faible amplitude. Ce qui n'est pas le cas en comparant les courants de phase mesuré et observé (figure 4.20.c).

4.4.5. Variation de R_s de 50% et avec défaut de 5% sur la phase A

Les résultats de simulation sont donnés par les figures 4.21.a, b et c. La figure 4.21.a montre la variable z_3 . Elle n'est plus nulle. Les figures 4.21.b et c montrent que l'erreur entre les courants mesuré et reconstruit par l'observateur, est forte en régime transitoire et très faible en régime permanent.

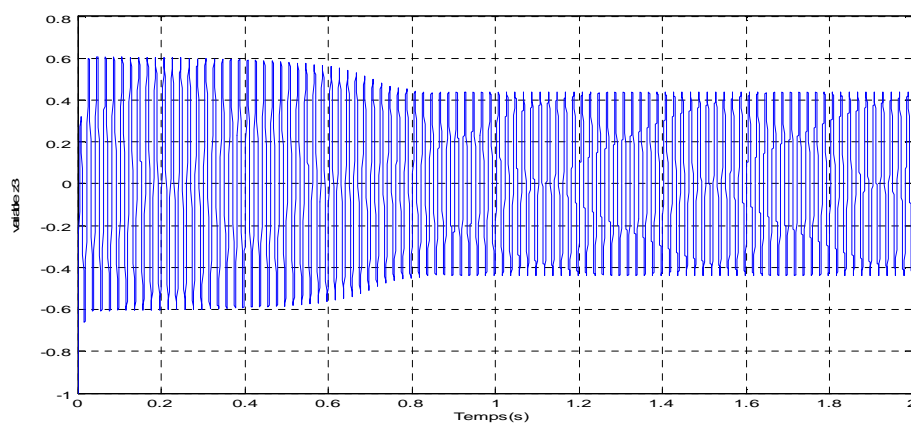
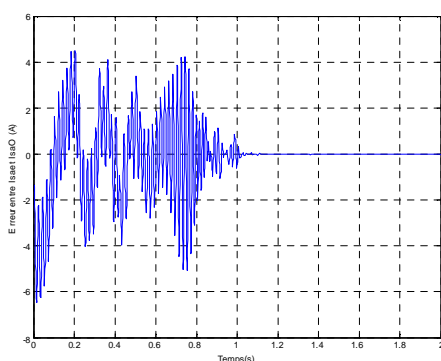
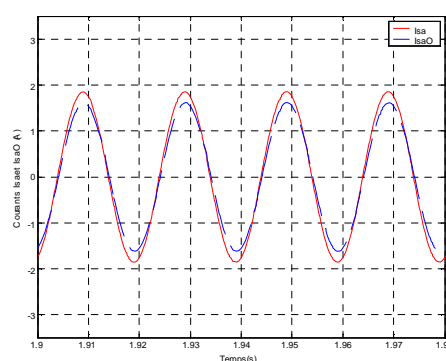


Figure 4.21.a : Variable de détection z_3 (Variation de R_s de 50 %, défaut de 5%, phase A).



(b)



(c)

Figure 4.21 (b) : Erreur entre courants mesuré et observé, (c): Superposition des courants mesuré et observé (Variation de R_s de 50 %, défaut de 5%, phase A).

Ces résultats de simulation montrent que la variable z_3 ne subit pas l'influence des variations paramétriques. Elle constitue un indicateur fiable de la présence des défauts. Par contre, la comparaison des courants mesuré et reconstruit par l'observateur ne permet de

tirer une conclusion. Il n'est pas possible de discerner l'influence d'un défaut de celle d'une variation paramétrique.

4.5. Analyse spectrale des courants statoriques

Les phénomènes électromagnétiques liés aux altérations de la symétrie de la machine asynchrone se répercutent sur les courants statoriques de cette dernière. La présence des déséquilibres, se traduit alors par l'accentuation de certaines raies spectrales. Celles-ci peuvent servir, grâce à l'analyse spectrale des courants, pour la détection des défauts. L'approche de détection de défauts par analyse spectrale des courants a été et reste très utilisée. Elle est basée sur les mesures effectuées sur la machine asynchrone des grandeurs accessibles. Cependant, elle pose des difficultés au niveau de l'interprétation des résultats. En effet, des causes différentes peuvent provoquer un effet analogue sur le spectre du courant.

Le court-circuit de spires statoriques provoque l'accentuation des raies dont les fréquences sont données par la relation (4.1), ci-dessous [52] :

$$f_s = (kn(1-g)/p \pm \nu)f \quad (4.1)$$

avec :

k : entier naturel,

p : nombre de paires de pôles,

n : nombre de barres rotoriques,

$\nu=1, 3, 5, 7, 11 \dots$

g : le glissement,

Dans cette partie, une analyse spectrale est effectuée sur le courant de la phase *A*. Un fenêtrage de type Hanning est appliqué aux données recueillies. Ce dernier permet d'éliminer les effets de bords, dû au fenêtrage rectangulaire et d'améliorer la qualité du spectre obtenu. Les données sont recueillies dans les cas suivants :

- machine sans défaut,
- machine avec défaut sur la phase *A*,
- variation des résistances statorique et rotorique,
- déséquilibre de la tension d'alimentation.

Dans ce qui suit, nous effectuons l'analyse spectrale du courant statorique I_{as} , correspondant à la phase A . Les figures ci-dessous donnent le résultat de cette analyse. L'axe des abscisses est gradué en Hertz. L'axe des ordonnées, donne l'amplitude relative des harmoniques en déciBel.

4.5.1. Cas sans défaut

Dans le cas d'une machine chargée et sans défaut, l'analyse spectrale est donnée par la figure 4.22. Nous constatons sur cette figure, la présence de beaucoup d'harmoniques dus à l'interaction des grandeurs statoriques et rotoriques. La bande de fréquence a été volontairement limitée à 400 Hz. Les raies les plus significatives (ayant la plus forte amplitude), en dehors de la fondamentale, sont celles à 250 Hz et à 350 Hz. L'application d'un couple résistant, ne crée pas de nouvelles raies. Elle agit principalement sur le glissement en l'augmentant, et produisant le décalage pour des harmoniques particuliers donnés par l'équation (4.1).

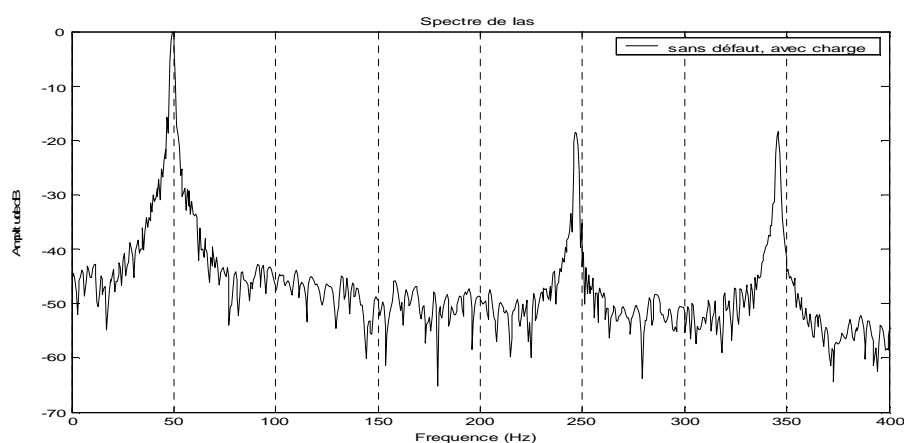


Figure 4.22 : Analyse spectrale de I_{as} , cas sans défaut, avec charge.

4.5.2. Cas de l'apparition d'un défaut sur la phase A

L'effet de l'apparition d'un défaut de 10 % de spires court-circuitées sur la phase A est analysé. La figure 4.23.a donne le résultat de cette analyse pour le cas sans charge. Quant à la figure 4.23.b, elle représente le résultat après l'application d'une charge.

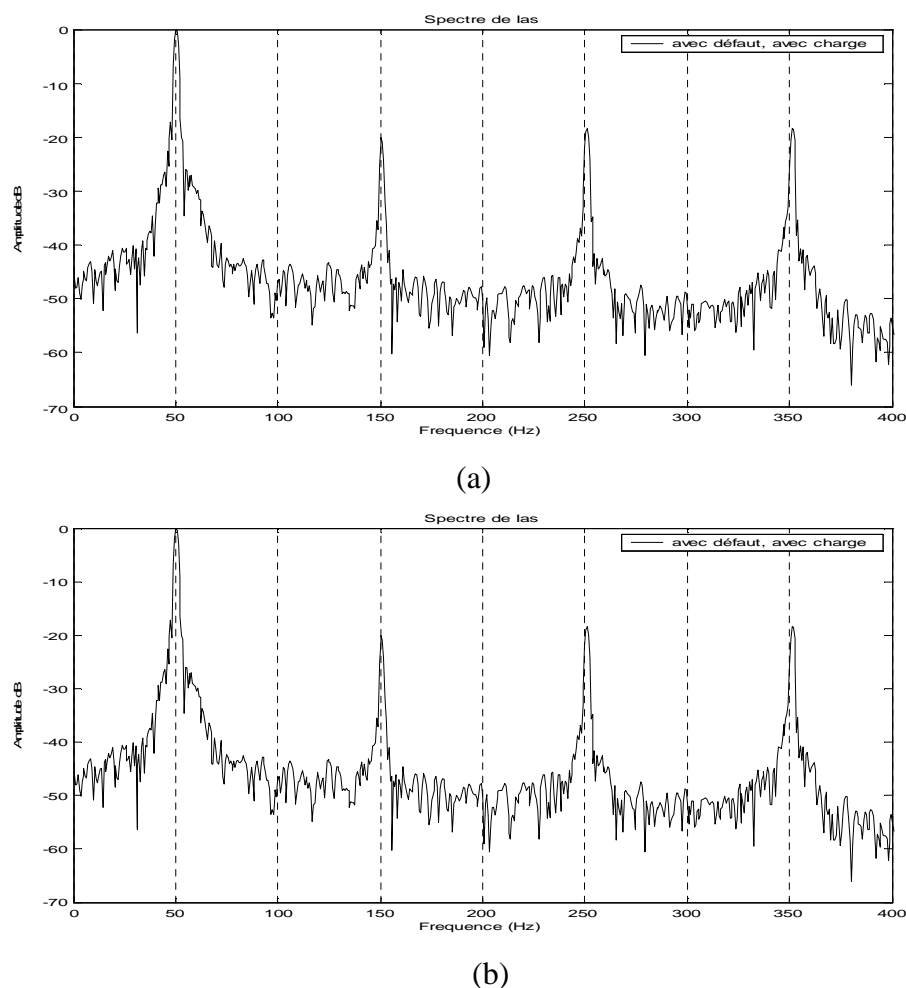


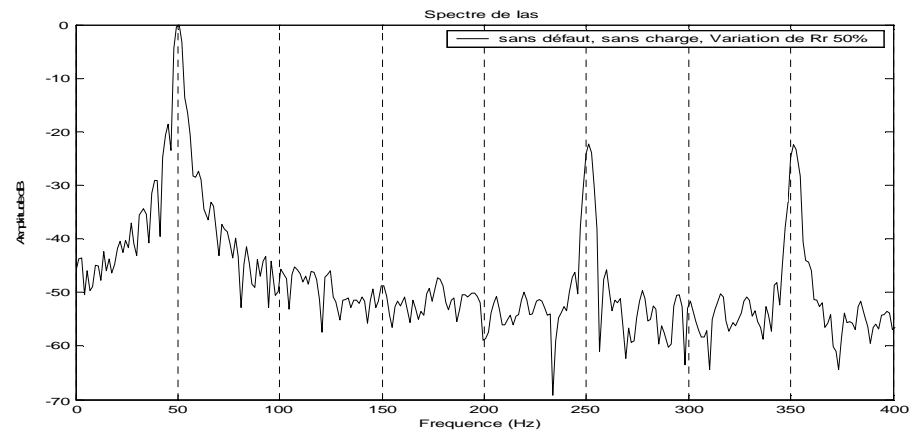
Figure 4.23 : Analyse spectrale de I_{as} , cas avec défaut de 10% sur la phase A, (a) sans charge, (b) avec charge.

4.5.3. Cas de la variation des résistances rotorique et statorique

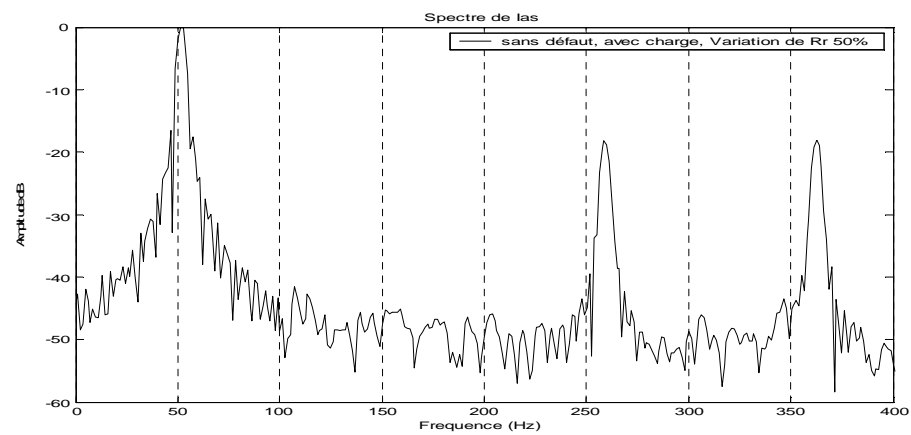
Deux causes principales provoquent la variation des paramètres de la machine asynchrone

- l'échauffement dû à la dissipation de puissance, qui est régulé grâce à la ventilation forcée,
- le changement du point de fonctionnement.

Dans cette partie, l'effet de la variation des résistances rotorique et statorique est évalué. La figure 4.24 donne le résultat de simulation lors de la variation de R_r de 50 %. La figure 4.24.a représente le cas sans défaut et sans charge. La figure 4.24.b représente le cas sans défaut et avec charge.



(a)

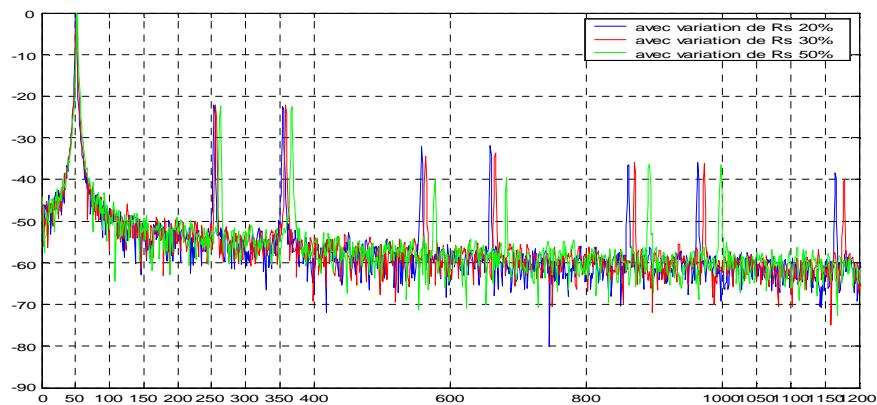


(b)

Figure 4.24 : Analyse spectrale de I_{as} , variation de R_r de 50%.

(a) : cas sans défaut, sans charge, (b) : cas sans défaut, avec charge.

La figure 4.25 montre l'effet sur le spectre de la phase A , des variations de la résistance statorique. Différents niveaux de variation sont représentés sur le même graphe.

Figure 4.25 : Analyse spectrale de I_{as} , cas sans défaut, avec charge, variation de R_s de 20%, 30% et 50%.

La figure 4.26 montre l'effet sur le spectre de la phase A , des variations des résistances statorique et rotorique. Différents niveaux de variation, de ces deux paramètres, sont représentés ensemble.

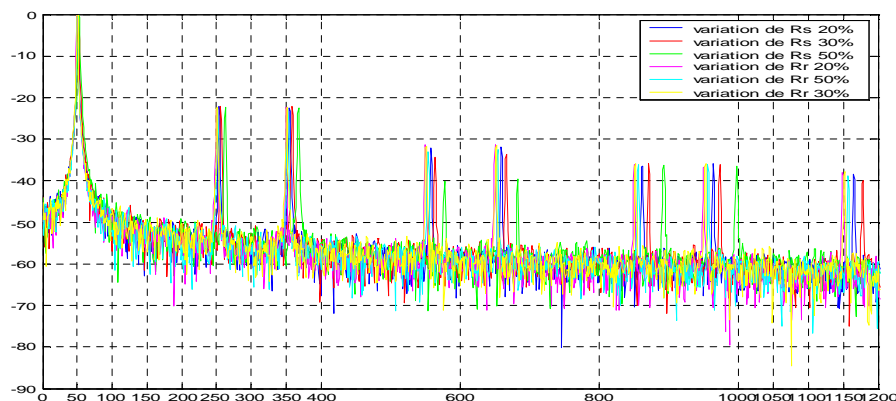
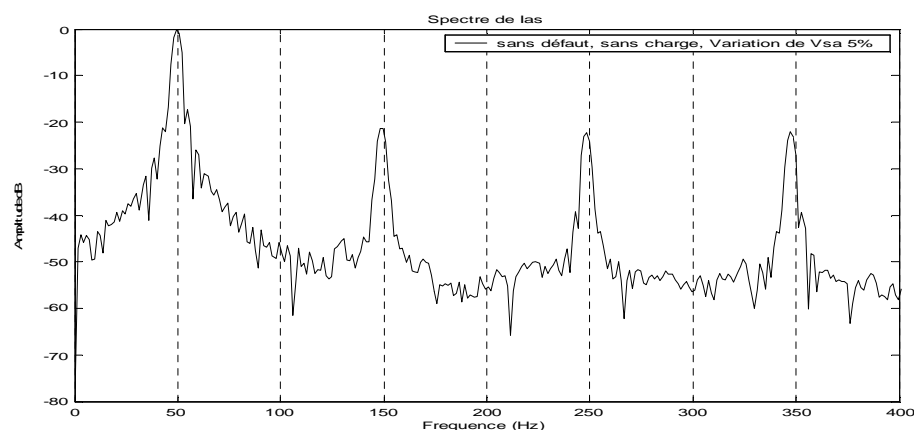


Figure 4.26 : Analyse spectrale de I_{as} , cas sans défaut, avec charge, variation de R_s de 20%, 30% et 50% et R_r de 20%, 30% et 50%.

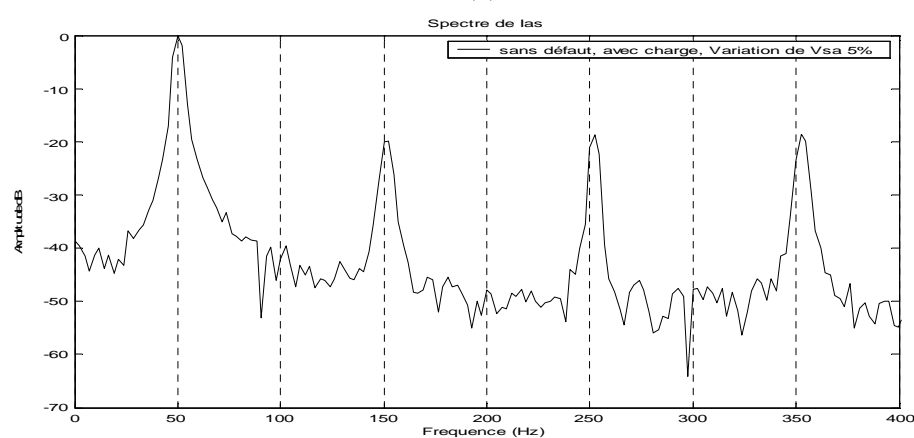
La variation des résistances statorique et rotoriques ne se répercute pas sur le troisième harmonique (150 Hz). Elle se répercute, par contre, sur le cinquième et le septième harmonique (et sur d'autres harmoniques de faibles amplitudes). A travers cette analyse spectrale, nous pouvons conclure que les variations de paramètres électriques ne se répercutent pas sur le spectre du courant statorique de la même façon qu'un défaut de court-circuit de spires statoriques. Ce constat peut servir à apporter un éclairage supplémentaire permettant d'améliorer la qualité de la détection et à aider dans la prise de décision concernant l'apparition ou non d'un défaut.

4.5.4. Cas de la variation de la tension u_{as}

Le déséquilibre de la tension d'alimentation est fréquent lorsque la machine est alimentée par le réseau de distribution d'énergie électrique directement. La figure 4.27 permet de montrer l'influence sur le spectre du courant statorique d'un déséquilibre de 5%, subi par la phase A . Le cas sans défaut et sans charge est donné par la figure 4.27.a, celui sans défaut et avec charge est donné par la figure 4.27.b.



(a)



(b)

Figure 4.27 : Analyse spectrale de I_{as} , variation de u_{as} de 5%, sans défaut, (a) : sans charge, (b) : avec charge.

Les résultats de toutes ces analyses spectrales montrent que tout déséquilibre au niveau de la machine, quelque soit son origine, se répercute sur le spectre du courant statorique. Différentes causes peuvent engendrer le même effet. Par exemple, le déséquilibre de la tension d'alimentation statorique et un défaut de court-circuit de spires statoriques augmentent tous les deux l'amplitude de l'harmonique trois (150 Hz). Une variation des paramètres (résistances rotorique et statorique) ne produit pas d'effet sur l'harmonique trois, mais se répercute sur l'harmonique cinq et sept. Cette situation est avantageuse, car elle permet de discerner entre un défaut de court-circuit de spires statoriques et une variation de paramètres électriques (R_r et R_s), et cela même dans le cas d'une forte variation (jusqu' à 50%). Par contre, un déséquilibre de la tension d'alimentation, subi par une seule phase, produit le même effet sur l'harmonique trois qu'un court-circuit de spires statoriques. Ceci peut être gênant dans le cas où l'approche

par analyse spectrale du courant statorique est utilisée seule. Si cette dernière est utilisée conjointement avec l'approche par observateurs, ce handicap peut alors être surmonté. En effet, le détecteur de défaut proposé et qui est basé sur un observateur à mode glissant, est robuste vis-à-vis du déséquilibre de la tension d'alimentation. Il nous semble donc suffisant, de surveiller l'harmonique trois, pour détecter un défaut de court-circuit de spires au stator.

4.6. Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'analyse des performances des modèles développés pour de la machine asynchrone et de l'observateur destiné à la détection de défauts. D'abord, la comparaison des modèles triphasés multiplicatif et affine par rapport aux défauts de court-circuit de spire statoriques a été effectuée. L'étendue de la validité de l'approximation utilisée pour obtenir le second modèle à partir du premier a été quantifiée. Il a été montré qu'à partir de 20 % de spires en court-circuit environ les résultats fournis par les deux modèles n'étaient plus concordants. Cependant, cette limite n'a pas d'incidence sur les performances du schéma proposé pour la détection de défauts. Car un court-circuit de spires statorique touche au départ un nombre réduit, puis se propage. Le générateur de résidu a le temps nécessaire pour réagir et indiquer l'apparition du défaut. Ensuite, l'analyse de l'incidence de la modification de la fréquence d'alimentation a été étudiée. L'influence des variations paramétriques sur le comportement de l'observateur a été analysée. Finalement, étant donné que tout déséquilibre de la machine asynchrone se répercute sur les courants statoriques, une analyse spectrale de ces derniers a été réalisée. Elle permet d'apporter un éclairage supplémentaire sur le travail effectué.

La solution proposée tout au long de ce travail présente des performances intéressantes et constitue une réponse réaliste et réalisable à moindres coûts, au problème de la détection des défauts de court-circuit de spires statoriques.

CONCLUSION

Le travail présenté dans cette thèse porte sur le diagnostic de défauts appliqué à la machine asynchrone triphasée. Les courts-circuits de spires statoriques sont les défauts considérés. Une approche à base de modèles analytiques et d'observateurs a été retenue. Celle-ci offre l'avantage d'un fonctionnement en ligne, en parallèle avec le système surveillé. Un générateur de résidus est élaboré sur la base des signaux issus de ce système et ceux reconstruits par l'observateur. Il permet la détection et la localisation des défauts.

La machine asynchrone triphasée de par ses caractéristiques intéressantes : robustesse, faible coût et facilité de construction, offre un choix avantageux dans beaucoup de domaines d'utilisation à vitesse fixe ou variable. Cependant, lors de sa modélisation classique, des hypothèses simplificatrices (symétrie, périodicité, linéarité magnétique), sont posées. Les phénomènes électromagnétiques complexes qui s'y produisent ne sont pas alors, pris en compte dans leur totalité (harmoniques d'espace, saturation, effet des encoches, .. etc.). Comme la symétrie de la machine asynchrone est altérée lors de l'occurrence d'un défaut (courts-circuits de spires au stator, excentricité statique et dynamique.); les modèles classiques ainsi obtenus ne sont plus valables pour décrire le fonctionnement en mode de défaut de celle-ci. Les modèles, issus de la prise en compte de la topologie constitutive et géométrique de la machine asynchrone, peuvent prendre en charge les défauts, mais en général, ils nécessitent de connaître des paramètres liés à la construction de la machine et qui ne sont pas fournis par les fabricants. Leurs temps de calcul prohibitifs ne sont pas conciliables avec les exigences d'une détection de défauts en temps réel. Ces différentes restrictions, inhérentes à la modélisation, ont favorisé l'essor de méthodes basées sur les mesures externes, pour le diagnostic de la machine asynchrone.

Ces considérations nous ont amené à orienter notre travail vers le développement de modèles dédiés au diagnostic:

- assurant la prise en compte les défauts de courts-circuits de spires statoriques,
- appropriés pour l'utilisation des méthodes de diagnostic à base de modèles analytiques.

La symétrie de la machine asynchrone étant altérée lors de l'occurrence d'un défaut de courts-circuits de spires au stator, l'élaboration de ces nouveaux modèles a nécessité la redéfinition des matrices résistances et inductances, et l'introduction de trois coefficients quantifiant les défauts. Ceci nous a conduit à un premier modèle décrivant le fonctionnement de la machine asynchrone en mode de défaut. Ce modèle est écrit sous une forme dite multiplicative. Un développement supplémentaire basé sur une approximation est effectué. Ce calcul nous a fourni le second modèle. Dans ce second modèle, les défauts sont exprimés comme un vecteur d'entrée indépendant appliqué au système. Cette forme est dite affine par rapport aux défauts. Des considérations basées sur les conditions d'observabilité de la machine asynchrone, nous ont alors amené à proposer un troisième modèle, obtenu par application de la transformation de Park au modèle précédent. Ce dernier est mieux adaptée à l'utilisation des méthodes de la redondance analytique, en particulier, l'approche à base d'observateurs, qui a été retenue. L'un de ses principaux avantages de cette approche est une détection, en ligne, des défauts. Elle permet aussi de bénéficier du travail qui a été réalisé pour la synthèse et l'implémentation d'observateurs.

Parmi les différentes méthodes de synthèse d'observateurs pour les systèmes non linéaires, la technique des modes glissants a été utilisée dans le présent travail. La méthode de Lyapunov est utilisée pour assurer la stabilité de l'observateur et déterminer les bornes inférieures des gains. La synthèse d'un ensemble de résidus destinés à la détection robuste et à l'isolation de défauts est effectuée. L'approche proposée permet de résoudre le problème de détection de défauts de courts-circuits de spires statoriques de la machine asynchrone triphasée. Des essais en simulation, sous différents scénarios, ont été effectués et les résultats obtenus sont satisfaisants.

Il nous semble intéressant de poursuivre ce travail et différentes directions s'offrent à nous. L'implémentation matérielle de la méthode proposée et sa vérification expérimentale constitue une extension importante qui pourra être apportée à ce travail. Une amélioration des résidus d'isolation est une autre perspective d'ouverture. La validation de cette approche sur une machine asynchrone commandée (commande scalaire ou

vectorielle) est aussi une voie importante. Les paramètres de la machine asynchrone varient en cours de fonctionnement. L'analyse spectrale des courants statoriques est une aide appréciable pour discerner entre une alarme générée par un défaut et celle qui serait due à une variation paramétrique. La mise en place d'une plate-forme associant ces deux techniques (observateurs et analyse spectrale) permet d'envisager une application en commande tolérante aux défauts (FTC : Fault Tolerant Control) et en commande robuste de la machine asynchrone. Les conditions d'observabilité de la machine asynchrone restent vérifiées pour le système augmenté, l'utilisation des observateurs pour reconstruire les variables d'état et les coefficients quantifiant les défauts est alors envisageable. Une estimation conjointe des variables d'état et des paramètres, à l'aide d'observateurs adaptatifs, est aussi une perspective intéressante pour ce travail. La combinaison des modèles dans différentes situations défauts, associée à une approche multi-modèle et multi-observateur constituera une solution globale au problème de diagnostic de la machine asynchrone.

REFERENCES

1. Patton R.J, Frank P.M. and Clark R.N., «Introduction» in «Issues of fault diagnosis for dynamic systems», Patton R.J, Frank P.M. and Clark R.N. (eds), Ed Springer-Verlag (2000).
2. Isermann R., «Model-based fault detection and diagnosis- Status and applications». Annual Reviews in Control 29 (2005), pp71–85
3. Venkatasubramanian V., Rengaswamy R., Yin K.and Kavuri S. N., «A review of process fault detection and diagnosis. Part I: Quantitative model-based methods». Computers and Chemical Engineering 27, (2003), pp 293-311.
4. Kinnaert M., «Fault diagnosis based on analytical models for linear and non linear systems-A Tutorial». SAFEPROCESS 2003, Washington, D.C.USA, (June 9-11, 2003).
5. Massoumnia M.A., «A geometric approach to the synthesis of failure detection filters». IEEE Trans. on Automatic Control, VOL. AC-31. NO. 9, (September 1986).
6. Alcorta Garcia E. and Frank P. M., « Fault detection and isolation in nonlinear systems ». Proc. Of ECC'99, (31 august-3 september 1999), Karlsruhe, Germany.
7. De Persis C. and Isidori A., «A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation ». IEEE Trans. on Automatic Control, VOL. 46. NO. 6, (June 2001).
8. Djemaï M., Barbot J.P.and Bethoux O., «On the problem of fault detection and residual generation». Proc of the IEEE CDC (2000), Australia.
9. Floquet T., Barbot J.P., Perruquetti W.and Djemaï M., «On the robust fault detection via sliding mode disturbance observer». International Journal of Control, (10 may 2004), VOL. 77, NO 7, 622-629.
10. Gertler J., «Fault Detection and Isolation Using Parity Relations». Control Engineering Practice, 5, (1997), pp 653-661.
11. Frank P. M., Schreier G. and Alcorta Garcia E., «Nonlinear observer for fault detection and isolation». Lecture Notes in Control and Information Science, 244, (1999), 400-422.
12. Adjallah K., Maquin D. and Ragot J., «Nonlinear observer-based fault detection ». 3rd IEEE Conference on Control Applications, UK, (1994), pp. 1115-1120.

13. Alcorta Garcia E. and Frank P. M., « A novel design of structured observer-based residuals for ». Proc. Of American Control Conference, California, USA, (June 1999), pp.1341-1345.
14. Barbot J.P., Djemai M., Boukhobza T. et Glumineau A., « Observateurs non linéaires de type mode glissants : Application à la machine asynchrone, Commande des machines asynchrones, Vol II, Optimisation, Discrétisation et Observateurs». C. Canudas de Wit, Ed. Hermès, (2000), pp 223-294.
15. Farza M., M'Saad M., Liu F.L and Targui B., «state and unknown inputs estimation for a class of nonlinear systems» Proc. Of 16th IFAC World Congress, Prague (2005), CD-ROM.
16. Castaldi P., Geri W., Montanari M., Tilli A., «A new adaptive approach for on-line parameter and state estimation of induction motors». Control Engineering Practice 13 (2005), 81-94.
17. Djemai M., Hernandez J. and Barbot J.P, «Non Linear control with flux observer of a singularly perturbed induction motor». The 32nd IEEE CDC, San Antonio, USA, (1993), pp 3391-3396,.
18. O. V. Thorsen and M. Dalva «Failure Identification and Analysis for High-Voltage Induction Motors in the Petrochemical Industry». IEEE Transactions On Industry Application, Vol. 35, NO. 4, (July / August 1999).
19. Bonnett A. H., «Root Cause AC Motor Failure Analysis with a Focus on Shaft Failures”. IEEE Transactions on Industry Application, Vol. 36, NO 5, (September/October 2000).
20. Stone G. and Kapler J., «Stator winding monitoring». IEEE Industry Application Magazine, (September/October 1998).
21. Marques Cardoso A.J, Cruz S. M. and Fonseca D. S. B., «Inter-Turn Stator Winding Fault Diagnosis in Three-Phase Induction Motors, by Park's Vector Approach». IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol.14, No 3, (September 1999), pp.595-598.
22. Benbouzid M. E. H., «A Review of Induction Motors Signature Analysis as a Medium of Faults Detection». IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 47, NO 5, (October 2000).
23. Kohler J. L., Sottile J., and Trutt F. C., «Condition Monitoring of Stator Windings in Induction Motors: Part I—Experimental Investigation of the Effective Negative-Sequence Impedance Detector». IEEE Trans. On Ind. App., VOL. 38, NO. 5, (Sept/Oct 2002).
24. Henry D., «Diagnostic et contrôle de cohérence des systèmes multivariables incertains». Thèse de Docteur de l'Université de Bordeaux I, (Novembre 1999), France.
25. Besançon G., «On-line full state and parameter estimation in induction motors and application in control and monitoring». Proc. Of the European Control Conference, Porto, (2001), pp. 2313-2317,

26. Bouattour J., Gertler J. and Hu Y., «Diagnosing parametric faults in induction motor with nonlinear parity relations. » Proceedings of the IFAC Safeprocess (2000), Budapest, Hungary (pp. 992–997).
27. Tolyat H. A. and Lipo T. A., «Transient analysis of cage induction machines under stator, rotor and end ring faults». IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol.10, no 2, (1995), pp.241-247,.
28. Devanneaux V., Dagues B., Faucher J., «Modélisation des machines asynchrones en vue de la surveillance et du diagnostic : une approche par circuits électriques magnétiquement couplés». CIFA'02, Nantes, France (Juillet 2002).
29. Tallam R.M., Habetler T. G., and Harley R. G., «Transient model for induction machines with stator winding turn faults». IEEE Transactions On Industry Application, Vol. 38, NO. 3, (May / June 2002).
30. Chang X., Coquempot V. and Christophe C., «A model of asynchronous machine for stator fault detection and isolation». IEEE Transactions On Industrial Electronics, Vol.50, no 3, pp. 578-584, (June 2003).
31. Ferdjouni A., Salhi H., Djemai M. and Busawon K., « Observer-based detection of inter-turn short circuit in three phase induction motor stator windings» The Mediterranean Journal of Measurement and Control, Vol.2, No. 3, (2006).
32. Ferdjouni A., Salhi H. et El Merraoui K., « Modélisation du moteur à induction triphasé avec défauts au stator» Proc. Of IMESE'06, Centre Universitaire de Djelfa, (2006). CD-ROM.
33. Gertler J., «Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems». Marcel Dekker, New York, (1998).
34. Combastel C., «Méthodes d'aide à la décision pour la détection et la localisation de défauts dans les entraînements électriques» Thèse de Doctorat INP Grenoble, (Septembre 2000), France.
35. Walter E. et Pronzato L., «Identification de modèles paramétriques à partir de données expérimentales». Ed Masson, Paris, (1994).
36. Chow E.Y. and Wilsky A.S., « Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems » IEEE Trans. on Automatic Control, VOL.29, No 7, (1984), pp. 603-614.
37. Coquempot V., «Contribution à la surveillance des systèmes industriels complexes» Habilitation à diriger les recherches, UST Lille, France, (2004).
38. Frank P. M., «Fault diagnosis in dynamics systems using analytical and knowledge-base redundancy. » Automatica, Vol. 26, No. 3, pp. 459-474, (1990).

39. Hofling T. and Isermann R., «Adaptive parity equations and advanced parameter estimation for fault detection and diagnosis » Proc. Of the 13th IFAC World congress, San Fransisco, USA, (1996), pp. 55-60.
40. Isermann R., «Supervision, fault-detection and fault-diagnosis methods. An introduction » Control Engineering Practice, 5, (1997), pp.639–652.
41. Gertler J., « Issues of fault diagnosis for dynamic systems, Chap. 10». R. J. Patton, P.M. Frank and R.N. Clark (eds), Ed Springer-Verlag (2000).
42. Beard R.V., « Failure accommodation in linear systems through self reorganization » PhD thesis, Departement of Aeronautics and Astronautics, MIT, Cambridge, Massachusetts, USA, (1971).
43. Chen J., Patton R.J. and Zhang H.Y., «Design of unknown input observers and robust fault detection filters » International Journal of Control, Vol. 63, No. 1, (1996), pp. 85-105.
44. Seliger R. and Frank P.M., «Fault diagnosis by disturbance decoupled nonlinear observers » Proc. Of the 30th CDC. Brighton, England, (1991), pp. 2248-2253.
45. Edwards C., Spurgeon S. K. and Patton R J., « Sliding mode observers for fault detection and isolation » Automatica, Vol. 36, (2000), pp. 541-553,.
46. Chen C.T., «Linear system theory and design ». Holt, Rinehart and Winston, Series in Electrical and Computer Engineering, USA, (1984).
47. Hermann R. and Krener A.J., « Nonlinear controllability and observability». IEEE Trans. Automatic Control 22, pp728-740, (1977).
48. Ghanes M., «Observation et commande de la machine asynchrone sans capteur mécanique». Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, France, (2005).
49. Isidori A. «Nonlinear control» 3rd ed, London, UK, Springer-Verlag, (1995)
50. Caron J.P. et Hautier J.P., « Modélisation et commande de la machine asynchrone » édition Technip 1995, France.
51. Lesenne J., Notelet F., Segquier G., «Introduction à l'électrotechnique approfondie». Edition Technique et Documentation, Paris, France, (1981).
52. Devanneaux V., « Modélisation de la machine asynchrone triphasé à cage d'écureuil en vue de la surveillance et du diagnostic ». Thèse de doctorat, INP Toulouse, France, (2002).
53. Jerance N., «Diagnostic et aide à la maintenance d'un groupe de production d'énergie électrique». Thèse de doctorat, INP Grenoble, France, (2002).
54. Bangura J.F. and Damerdash N.A., « Comparison between characterisation and diagnosis of broken bars/end ring connectors and air gap eccentricities of induction motors in

- ASD's using a coupled finite element-state space method». *IEEE Trans. On Energy Conversion*, Vol. 15, NO.1, (March 2000).
55. Schaeffer E., «Diagnostic des machines asynchrones : modèles et outils paramétriques dédiées à la simulation et à la détection de défauts». Thèse de doctorat, Université de Nantes, France, (1999).
 56. Bachir S., Tnani S., Champenois G. and Etien E., « New parameter estimation method applied to broken rotor bars detection in induction machine» *Proc. of Electrimacs 2002*, Montréal, Canada, (August 18-21, 2002).
 57. Kasmieh T., « Modélisation et caractérisation de la saturation magnétique des machines asynchrones en vue de la commande - Modélisation - Caractérisation expérimentale - Modification des lois de commande classiques» Thèse de doctorat en génie électrique, Institut National Polytechnique de Toulouse, septembre (1998).
 58. Nedjari H., and Benbouzid M. E. H., «Monitoring and Diagnosis of Induction Motors Electrical Faults Using a Current Park's Vector Pattern Learning Approach». *IEEE Transactions On Industry Application*, Vol. 36, NO. 3, (May / June 2000).
 59. Yazici B. and Kliman G. B., «An adaptive statistical time-frequency method for detection of broken bars and bearing faults in motors using stator current». *IEEE Trans. Industry Application*, vol. 35, pp. 442–452, (Mar./Apr. 1999).
 60. Zhengjia H., Jiyuan Z., Yibin H., and Qingfeng M., “Wavelet transform and multi-resolution signal decomposition for machinery monitoring and diagnosis,” in *IEEE International Conference on Industrial Technology, (ICIT'96)*, (1996), pp. 724–727.
 61. Da Silva A. A., « Rotating machinery monitoring and diagnosis using short-time fourier transform and wavelet techniques». *Proc. Int. Conf. Maintenance Rel.*, vol. 1, Knoxville, TN, USA, 1(997), pp.1401–1415.
 62. Benbouzid M.E.H. and Kliman G. B., «What stator current processing-based techniques to use for induction motor rotor faults diagnosis? » *IEEE Transactions On Energy Conversion*, Vol. 18, NO 2, (June 2002).
 63. Milimonfared J., Kelk H.M., Minassians A. D., Nandi S. and Tolyat H.A., «A novel approach for broken rotor bar detection in cage induction motors». *IEEE Trans. On Industry Application*, VOL. 35, NO. 5, (Sept/Oct 1999).
 64. Nandi S. and Tolyat H.A., «Novel frequency-domain-based technique to detect stator inter-turn faults in induction machines using stator induced voltages after switch-off». *IEEE Transactions On Industry Application*, Vol. 38, NO. 1, (January / February 2002).
 65. Bachir S., «Contribution au diagnostic de la machine asynchrone par estimation paramétrique». Thèse de doctorat, Université de Poitiers, France, (2002).
 66. Jerance N., Raison B., Sename O., «Observer based detection and isolation in induction machine drive». *Proceedings of the IFAC Safeprocess (2000)*, Budapest, Hungary (pp. 955–960).

67. Kallesoe C. S., Vadstrup P., Rasmussen H. and Izadi-Zamanabadi R., «Observer Based Estimation of Stator Winding Faults in Delta-Connected Induction Motors, a LMI Approach», IEEE Industry Applications Conference, (2006). 41st IAS Annual Meeting, Florida, USA.
68. Alger P.L., « Induction machines, their behaviour and uses ». Gordon and Breach sciences publisher, (1970). New York, USA.
69. Ferdjouni A., Mohamed Ali D., Mahrouk R., «Synthèse d'observateurs pour le moteur asynchrone». Proc. De la CNGE, Université de Tiaret, (2004).
70. Ibarra-Rojas S., Moreno J. A. and Espinoza-Perez G., « Global observability analysis of sensorless induction motor ». Automatica 40, (2004), pp 1079-1085.
71. Luenberger D., «An introduction to observers». IEEE Transactions on Automatic Control Vol. 11, n°2, (1971), pp.190-197,.
72. Morand F., « Techniques d'observation sans capteur de vitesse en vue de la commande des machines asynchrones ». Thèse de doctorat à l'INSA de Lyon, France, (2005).

APPENDICE B
CALCULS RELATIFS AUX MODELES DEVELOPPES

B.1 Calcul de la matrice de transformation de coordonnées

Considérons la matrice T_0 donnée, au chapitre 2, par l'équation (2.35).

$$T_0 = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos(\alpha) & \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

où α est l'angle projection. La matrice T_0 n'est pas inversible, elle ne peut pas alors être utilisée pour le changement de coordonnées. Considérons la matrice T_1 .

$$T_1 = T_0 + k \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)+k & \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right)+k & \cos\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right)+k \\ \cos\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right)+k & \cos(\alpha)+k & \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right)+k \\ \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right)+k & \cos\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right)+k & \cos(\alpha)+k \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Pour que T_1 soit inversible, il faut que son déterminant soit non nul.

$$\det(T_1) = \frac{27}{4}k = \left(\frac{3}{2}\right)^2 k \quad (\text{B.3})$$

Ce déterminant est non nul si : $k \neq 0$

Pour que T_1 soit unitaire, il faut que le produit scalaire deux à deux de ses colonnes (ou de ses lignes) soit nul :

$$-\frac{3}{4}\cos(\alpha)^2 - \frac{3}{4}\sin(\alpha)^2 + 3k^2 = 0 \quad (\text{B.4})$$

Deux solutions existent, elles sont données par :

$$\begin{cases} k = +\frac{1}{2} \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

La division de T_l par la norme du vecteur représenté par une de ses colonnes (ou de ses lignes), en tenant compte de la valeur de k obtenue ci-dessus, donne alors la matrice T , utilisée pour la transformation de coordonnées.

$$T = \frac{2}{3} \left(T_0 + k \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \right) \quad (\text{B.6})$$

B.2. Modélisation de la machine asynchrone dans le repère de Park

B.2.1. La transformation de Park

La transformation de Park découle de la diagonalisation des matrices inductance (statorique et rotorique). Un choix judicieux des vecteurs propres, permet d'exprimer la matrice de transformation de Park sous la forme unitaire suivante :

$$P(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (\text{B.7})$$

L'angle θ est lié au choix de l'utilisateur et peut dépendre du temps. Trois repères sont considérés : repère lié au stator : $\theta = 0$, ou repère lié au rotor: $\theta = \theta_r = \omega_r t$, ou bien repère lié au champ tournant : $\theta = \theta_s = \omega_s t$.

Remarques

- $P(\theta)$ est une matrice unitaire, ce qui implique que son inverse soit égale à sa transposée $P^{-1}(\theta) = P^T(\theta)$.
- Lorsque le repère lié au stator est choisi, l'angle θ est égal à zéro, et la matrice $P(0)$ est appelée matrice de Concordia.

B.2.2. Le modèle de Park de la machine asynchrone

En adoptant l'hypothèse de l'équilibre de la machine asynchrone, l'application de la transformation de Park, donnée ci-dessus, aux équations électromagnétiques et mécanique permet d'obtenir un modèle d'état formé de cinq équations à coefficients constants. Les courants statoriques, les flux rotoriques et la vitesse mécanique sont choisis comme variables d'état. En choisissant le repère lié au stator ($\theta = 0$), la représentation d'état de la machine asynchrone triphasée, est donnée par :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{I}_{s\alpha} \\ \dot{I}_{s\beta} \\ \dot{\Phi}_{r\alpha} \\ \dot{\Phi}_{r\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\delta & 0 & \frac{K}{T_r} & Kp\Omega \\ 0 & -\delta & -Kp\Omega & \frac{K}{T_r} \\ \frac{M}{T_r} & 0 & -1 & -p\Omega \\ 0 & \frac{M}{T_r} & p\Omega & -1 \\ \frac{K}{T_r} & -Kp\Omega & -1 & -p\Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{s\alpha} \\ I_{s\beta} \\ \Phi_{r\alpha} \\ \Phi_{r\beta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{l_s\sigma} & 0 \\ 0 & \frac{1}{l_s\sigma} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{s\alpha} \\ U_{s\beta} \end{pmatrix} \\ \dot{\Omega} = \frac{1}{j} (T_e - f_v\Omega - T_l) \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

Avec :

$$\begin{cases} \sigma = 1 - \frac{M^2}{l_s l_r} \\ \delta = \left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r} \right) \\ K = \frac{1-\sigma}{\sigma M} \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

2.7. Le calcul du modèle affine par rapport aux défauts statoriques dans le repère de Park

Les matrices B_{11} , B_{12} , B_{13} , D_{11} , D_{12} , D_{13} , D_{21} , D_{22} et D_{31} sont obtenues après application de la transformation de Concordia à $B(P,0)$ et à $D(P, X, \Omega)$ (équation 2.164) et sont données par :

$$B_{11} = \frac{\sqrt{6}}{6} b_2 (b_1 - 1) \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.10})$$

$$B_{12} = \frac{\sqrt{2}}{2} b_2 (b_1 - 1) \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.11})$$

$$B_{13} = \frac{\sqrt{3}}{3} b_2 (b_1 + 1) (1 \quad 1 \quad 1) \quad (\text{B.12})$$

Les termes formants la matrice $D_{11}(Z, U_s)$ sont donnés par :

$$D_{11}(1,1) = -\frac{\sqrt{2}}{3} \left(\sqrt{2}(a_2 - a_5 - a_6)z_1 + (2a_2 + a_5 + a_6)z_3 \right) + 2a_3 z_4 + \frac{2\sqrt{3}}{3} a_4 p \Omega z_5 + \frac{\sqrt{6}}{3} ((2b_1 - 1)u_{sa} + u_{sb} + u_{sc}) \quad (\text{B.13})$$

$$D_{11}(1,2) = -\frac{1}{6} (-a_2 + a_5 + a_6)z_1 - \frac{\sqrt{3}}{6} \left(a_2 - a_5 - a_6 \right) z_2 - \frac{\sqrt{2}}{6} (2a_2 - a_5 - a_6)z_3 + \frac{1}{2} (a_3 + a_4 p \Omega) z_4 + \frac{\sqrt{3}}{6} (-3a_3 + a_4 p \Omega) z_5 - \frac{\sqrt{6}}{6} (u_{sa} + (2b_1 - 1)u_{sb} + u_{sc}) \quad (\text{B.14})$$

$$D_{11}(1,3) = \left(\frac{1}{6} (-a_2 + a_5 + a_6)z_1 \right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{6} (a_2 - a_5 - a_6)z_2 \right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{6} (2a_2 + a_5 + a_6)z_3 \right) + \frac{1}{2} (a_3 - a_4 p \Omega) z_4 + \frac{\sqrt{3}}{6} (3a_3 + a_4 p \Omega) z_5 - \frac{\sqrt{6}}{6} (u_{sa} + u_{sb} + (2b_1 - 1)u_{sc}) \quad (\text{B.15})$$

Les termes formants la matrice $D_{12}(Z, U_s)$ sont donnés par :

$$D_{12}(1,1) = 0 \quad (\text{B.16})$$

$$D_{12}(1,2) = \left(\frac{\sqrt{3}}{6} (a_2 - a_5 - a_6)z_1 \right) + \left(\frac{3}{6} (-a_2 + a_5 + a_6)z_2 \right) - \left(\frac{\sqrt{6}}{6} (2a_2 + a_5 + a_6)z_3 \right) + \frac{3\sqrt{3}}{6} (a_3 + a_4 p \Omega) z_4 + \frac{3}{6} (-3a_3 + a_4 p \Omega) z_5 - \frac{\sqrt{2}}{2} (u_{sa} + (2b_1 - 1)u_{sb} + u_{sc}) \quad (\text{B.17})$$

$$D_{12}(1,3) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{6} (a_2 - a_5 - a_6)z_1 \right) + \left(\frac{3}{6} (-a_2 + a_5 + a_6)z_2 \right) - \left(\frac{\sqrt{6}}{6} (2a_2 + a_5 + a_6)z_3 \right) + \frac{3\sqrt{3}}{6} (-a_3 + a_4 p \Omega) z_4 + \frac{3}{6} (-3a_3 - a_4 p \Omega) z_5 - \frac{\sqrt{2}}{2} (u_{sa} + u_{sb} + (2b_1 - 1)u_{sc}) \quad (\text{B.18})$$

Les termes formants la matrice $D_{13}(Z, U_s)$ sont donnés par :

$$D_{13}(1,1) = \frac{\sqrt{2}}{3} \left((-a_2 + a_5 - 2a_6)z_1 + \frac{1}{3} (2a_2 + a_5 - 2a_6)z_3 \right) + \sqrt{2} a_3 z_4 + \frac{\sqrt{6}}{3} a_4 p \Omega z_5 + \frac{\sqrt{3}}{3} ((2b_1 + 2)u_{sa} + u_{sb} + u_{sc}) \quad (\text{B.19})$$

$$D_{13}(1,2) = \frac{\sqrt{2}}{6}(a_2 - a_5 + 2a_6)z_1 + \frac{\sqrt{6}}{6}((-a_2 + a_5 - 2a_6)z_3) + \frac{\sqrt{4}}{6}\left(\frac{1}{3}(2a_2 + a_5 - 2a_6)z_3\right) - \frac{\sqrt{2}}{2}(a_3 + a_4 p \Omega)z_4 + \frac{\sqrt{6}}{6}(-3a_3 + a_4 p \Omega)z_5 + \frac{\sqrt{3}}{3}(u_{sa} + (2b_1 + 2)u_{sb} + u_{sc}) \quad (\text{B.20})$$

$$D_{13}(1,3) = \frac{\sqrt{2}}{6}(a_2 - a_5 + 2a_6)z_1 + \frac{\sqrt{6}}{6}((-a_2 + a_5 - 2a_6)z_3) + \frac{\sqrt{4}}{6}\left(\frac{1}{3}(2a_2 + a_5 - 2a_6)z_3\right) - \frac{\sqrt{2}}{2}(a_3 + a_4 p \Omega)z_4 + \frac{\sqrt{6}}{6}(-3a_3 + a_4 p \Omega)z_5 + \frac{\sqrt{3}}{3}(u_{sa} + (2b_1 + 2)u_{sb} + u_{sc}) \quad (\text{B.21})$$

Les termes formants la matrice $D_{21}(Z, U_s)$ sont donnés par :

$$D_{21}(1,1) = 2z_1 - \sqrt{2} z_3 \quad (\text{B.22})$$

$$D_{21}(1,2) = -\frac{1}{2}z_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}z_2 + \frac{\sqrt{2}}{2}z_3 \quad (\text{B.23})$$

$$D_{21}(1,3) = -\frac{1}{2}z_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}z_2 + \frac{\sqrt{2}}{2}z_3 \quad (\text{B.24})$$

Les termes formants la matrice $D_{22}(Z, U_s)$ sont donnés par :

$$D_{22}(1,1) = 0 \quad (\text{B.25})$$

$$D_{22}(1,2) = \frac{\sqrt{3}}{2}z_1 - \frac{3}{2}z_2 + \frac{\sqrt{2}}{2}z_3 \quad (\text{B.26})$$

$$D_{22}(1,3) = -\frac{\sqrt{3}}{2}z_1 - \frac{3}{2}z_2 + \frac{\sqrt{2}}{2}z_3 \quad (\text{B.27})$$

Les termes formant la matrice $D_{31}(Z, U_s)$ sont donnés par :

$$D_{31}(1,1) = \frac{\sqrt{3}}{6}a(4z_1z_5 + 2\sqrt{2}z_3z_5) \quad (\text{B.28})$$

$$D_{31}(1,2) = \frac{\sqrt{3}}{6}a(-z_3z_4 + z_1z_5 + \sqrt{3}z_1z_4 - 3z_2z_4 - \sqrt{3}z_2z_5 - \sqrt{2}z_3z_5) \quad (\text{B.29})$$

$$D_{31}(1,3) = \frac{\sqrt{3}}{6}a(-3z_2z_4 - \sqrt{2}z_3z_5 + \sqrt{6}z_3z_4 - \sqrt{3}z_1z_4 + z_1z_5 + \sqrt{3}z_2z_5) \quad (\text{B.30})$$