

MA-530-102-1

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
REPUBLICQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
UNIVERSITE DE BLIDA 1
جامعة البليدة 1
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



كلية العلوم - دائرة الفيزياء
Faculté des Sciences
Département de Physique



MEMOIRE POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE
MASTER EN PHYSIQUE

Option : Physique Appliquée aux Microsystèmes

THÈME

Modélisation et simulation par la méthode des éléments finis de la propagation des ondes élastiques dans les cristaux phononiques à bandes interdites à deux résonateurs.

Présenté par :

BEN ABDELKRIM Ahlem

Le jury est composé de :

Dr .R.SERHANE

Président

MRB, C.D.T.A, Baba hassene

A. AMRANE

Examinateur

MAA, Université Blida 1

Dr. A.HASSEIN-BEY

Promoteur

MCB, Université Blida 1

Blida, Juin 2017

MA-530-102-1

Dédicaces

Je dédie ce mémoire

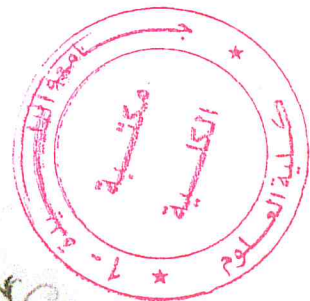
A mes parents pour leur amour inestimable, leur confiance, leur soutien, leurs sacrifices et toutes les valeurs qu'ils ont su m'inculquer.

A mes sœur Lalla et Cherifa ainsi qu'à mes beaux-frères Mohamed, et Abderrahmane pour leur tendresse, leur complicité et à toute ma famille.

A tous je leur dit Merci pour leur aide malgré les grandes distances qui nous séparent.

A ma chère Amira pour l'affection qu'elle m'a donnée et pour leur précieux encouragement.

A mes sœurs Moulouda, Rokaya, Khadija, Fatima, Zaineb, Amira, sayida, Zohra et Louiza, Layla, mes plus grandes sources de bonheur, j'espère que la vie leurs réserve le meilleur.



Remerciement

Je tiens à remercier tout particulièrement et à témoigner toute ma reconnaissance à tous ceux qui m'ont accueillie, pour l'expérience enrichissante et pleine d'intérêt qu'ils m'ont fait vivre durant ces six derniers mois au sein de l'équipe de Physique des MEMS & NEMS du laboratoire de Physique Fondamentale & Appliquée (FUNDAPL) et au niveau de la salle de simulation de la faculté des sciences :

Docteur Abdelkader HASSEIN-BEY, pour son accueil et la confiance, pour l'aide et pour le temps qu'il m'a consacré tout au long de cette période ainsi qu'à toute son équipe qui m'ont entouré et ont pu répondre à toutes mes interrogations et de leurs aide lors des différents étapes.

Je tiens à remercier sincèrement les membres du jury qui me font le grand honneur d'évaluer ce travail.

Mes remerciements les plus chaleureux vont à ceux qui m'ont donné une grande aide, spécialement à Melle. Asma HASSEIN-BEY et à tous mes camarades en MASTER promo 2015/2016 et promo 2016/2017 pour leurs encouragements et pour l'ambiance agréable tout au long de ce stage.



Résumé

Au cours des dernières décennies, il a été consacré beaucoup d'efforts à l'étude de la propagation des ondes élastiques dans les structures composites de rotation, Cristaux phononiques (CP). Les CP sont apportés dans les matériaux artificiels. Dans ce travail, on a étudié et on incorpore dans un matrice homogène les propriétés de bandgaps d'un cristal phononiques bidimensionnel avec deux résonateurs. Les résonateurs ne sont pas connectés à la matrice mais directement avec les connecteurs. La relation de dispersion, les spectres de transmission et des champs de déplacement des modes propres de ce cristal phononique sont étudiés avec une méthode à éléments finis. Contrairement aux cristaux phononiques avec un résonateur et une structure creuse, les structures proposées avec deux résonateurs peuvent ouvrir des bandes à base fréquence. C'est un phénomène très intéressant et utile. Les résultats montrent que l'ouverture des bandes est due à la résonance locale et à l'interaction de diffusion entre deux résonateurs et la matrice. Un modèle équivalent de masse-ressort peut être développé afin d'évaluer les fréquences du bord de bandgaps. L'étude dans ce mémoire est bénéfique pour la conception d'ouverture et de réglage des bandes fréquentes dans les cristaux et les isolateurs phononiques dans gamme basse fréquence.

Mots clés: Cristaux phononiques, Bandgaps, résonateurs, Méthode d'éléments finis (FEM).

ملخص

على مدى العقدين الماضيين , قد كرس الكثيرون من الجهد لدراسة انتشار الموجات المرنة في (الهياكل المركبة الدورية, البلورات الصوتية) اجهزة الكمبيوتر هي وسائل الاعلام الاصطناعي تتألف من تكرار دوري للدرج في مصفوفة مع مختلف الطبولوجيا.

في هذا العمل قمنا بدراسة خصائص فجوة من الكريستال الصوتي ثنائي الابعاد مع ثنائي من المرينات وجزء لا يتجزأ من مصفوفة متجانسة , لا ترتبط مرينات مع المصفوفة ولكن ترتبط مع موصلات مباشرة , يتم دراسة علاقة التشتت , اطراف الارسال وحقول التهجير من ايجن موديس من هذه البلورات الصوتية ذات مرينات واحدة وبنية جوفاء . يمكن للهياكل المقترحة مع مرناين فتح الحزمة العريضة على الترددات المنخفضة . هذه الظاهرة مفيدة جدا ومثيرة للاهتمام , وتظهر النتائج ان توسع الحزمة العريضة هو بسبب الرنين المحلي والتفاعل القائم بين المرينات والمصفوفة . ويمكن تطوير نموذج معادل للنمض من اجل تقييم ترددات حافة الحزمة العريضة . في هذا العمل تعتبر الدراسة مفيدة لتصميم فتحات وتوليفات النطاق في البلورات الصوتية والعازلات في نطاق التردد المنخفض.

كلمات البحث : البلورات الصوتية , فجوات النطاق , المرينات , طريقة العنصر المحدود (فيم).

ABSTRACT

Over the last two decades, much effort has been devoted to the study of the propagation of elastic waves in the periodic composite structures, the phononic crystals (PCs). PCs are artificial media composed of a periodical repetition of inclusions in a matrix with various topologies. In this work, the bandgap properties of a two-dimensional phononic crystal with the two resonators is studied and embedded in a homogenous matrix. The resonators are not connected with the matrix but linked with connectors directly. The dispersion relationship, transmission spectra, and displacement fields of the eigenmodes of this phononic crystal are studied with finite-element method. In contrast to the phononic crystals with one resonators and hollow structure, the proposed structures with two resonators can open bandgaps at lower frequencies. This is a very interesting and useful phenomenon. Results show that, the opening of the bandgaps is because of the local resonance and the scattering interaction between two resonators and matrix. An equivalent spring-pendulum model can be developed in order to evaluate the frequencies of the bandgap edge. The study in this paper is beneficial to the design of opening and tuning bandgaps in phononic crystals and isolators in low-frequency range.

Keywords: Phononic crystals, Bandgaps, resonators, Finite-Element Method (FEM).

TABLE DES MATIERES

Résumé	5
LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX	10
INTRODUCTION GENERALE	13
CHAPITRE 1: GENERALITES ET ETAT DE L'ART SUR LES MICROSYSTEMES ET LES ONDES ACOUSTIQUES.....	16
1.1 Introduction	16
1.2 C'est quoi les microsystèmes ?	16
1.3 Fabrication des microsystèmes	20
1.3.1 Matériaux utilisés en MEMS	21
1.3.2 Techniques de Microfabrication	24
1.3.3 Procédés de fabrication des MEMS	28
1.4 Ondes acoustiques	31
1.5 Types d'ondes élastiques.....	33
a. Ondes longitudinales ou P (de pression):	33
b. Ondes transverses ou S (<i>shear wave</i>):	34
c. Ondes de surface de type Rayleigh ou R:	34
d. Ondes de surface de polarisation transverse:	35
e. Ondes de Lamb :	36
1.6 Conclusion	37
2.1 Introduction	39
2.2 Historique.....	39
2.2.1 Cristal phononique à bandes interdites de Bragg.....	39
2.2 Qu'est-ce qu'un cristal phononique ?	44
2.3 Structures périodiques :	45
2.3.1 Structures périodiques unidimensionnelles (1D)	46
2.3.2 Structures périodiques bidimensionnelles (2D)	46

2.3.3 Structures périodiques tridimensionnelles (3D)	47
2.4 Structures de bandes et bandes interdites phononiques	47
2.4.1 Physique des milieux périodiques	49
2.4.2 Loi de Bragg	50
2.5.3 Zone de Brillouin	51
2.6 Equations de propagation des ondes élastique ;	52
2.6.1 Formulation générale	52
2.7 Conclusion	55
3.1 Introduction :	57
3.2 Simulation par la Méthode des Eléments Finis	58
3.2.1 Définition du Logiciel Comsol Multi-physiques	58
3.3 Simulation d'une structure cristaux phononiques à deux résonateur	59
3.3.1 Formulation mathématique	59
3.3.2 Procédure de simulation d'un cristal phononique par Comsol	61
3.3.2.3 Matériaux constituant la structure	62
3.3.2.4 Condition aux limites	63
3.3.2.5 Maillage de la structure	64
3.3.2.6 Les résultats de la simulation	64
3.2.3 Modèle 2 : Modèle à 1 masse	65
3.2.4 Modèle 3 :Modèle à deux masses	69
3.2.5 Modèle 4 : Modèle bidimensionnel à deux résonateur adaptable dans le domaine du génie civil	75
3.3 Conclusion	80
CONCLUSION GENERALE	81

LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 1. 1: Position des microsystèmes dans l'échelle de dimension [7].	17
Figure 1. 2: Les différents secteurs d'application des MEMS [9].	18
Figure 1. 3: Les MEMS qu'on peut trouver dans un mobile[11].	19
Figure 1. 4: Les filtres qu'on peut trouver dans un mobile[11].	19
Figure 1. 5: Domaines entrants dans les différents microsystèmes.[12]	20
Figure 1. 6: Lots de wafers silicium et les différents types de wafers [16].	22
Figure 1. 7: Les techniques de fabrication microélectroniques [16].	24
Figure 1. 8: techniques de lithographie[16].	25
Figure 1. 9: Méthodes générales de dépôt de couches minces sous vide. [16]	25
Figure 1. 10: gravure humide isotropique et anisotropique [16].	26
Figure 1. 11: les deux types de gravures; gravure sèche et gravure humide [16].	27
Figure 1. 12: Cycle de microfabrication des microsystèmes et les différentes techniques utilisées.	28
Figure 1. 13: Exemple d'un usinage de volume : réalisation d'un capteur de pression avec des jauges résistives [14-15]. Capteur de flux fabriqué par ISIT Fraunhofer.	29
Figure 1. 14: Réalisation d'une poutre suspendue en poly silicium.	30
Figure 1. 15: Exemples de structures réalisées par usinage de surface. a) et b) structures d'accéléromètre de <i>Analog Devices</i> . c) gyroscope.	31
Figure 1. 16: Fréquences et domaines d'application des ondes acoustiques et élastiques.	31
Figure 1. 17: Modes de Lamb symétrique et antisymétrique dans une plaque d'épaisseur finie [21]	33
Figure 1. 18: Ondes élastiques longitudinales [10].	34
Figure 1. 19: ondes élastiques transverses [22]	34
Figure 1. 20: Ondes de surface de type Rayleigh [10].	35
Figure 1. 21: Ondes de surface de polarisation transverse.[10].	35
Figure 1. 22: Ondes de Lamb [22].	36

Figure 2. 1: courbe de dispersion d'un cristal phononique [25].	42
Figure 2. 2: Sculpture d'E. Sempere, exposée à la fonction Juan March à Madrid, utilisée pour les démonstrations expérimentales par Martinez-Sala [29].	43
Figure 2. 3: a) Schéma d'un cristal phononique à deux dimensions, b) Filtre à cristaux phononique [36].	45
Figure 2. 4: Exemples de structures périodiques [40].	46
Figure 2. 5: structures 2D : a) Structure carrée, b) triangulaire et c) hexagonale [40].	46
Figure 2. 6: Exemples de structures 3D publiées dans : structure cubique (1), tas de bois (2), structure multicouches (3), opales ou inversées (4), Yablonovite (5)[41].	47
Figure 2. 7: Exemple de calcul de structure de bandes aux axes principaux de symétrie de la première zone de Brillouin pour un CP à ondes de Lamb [42].	48
Figure 2. 8: schéma expliquant la loi de Bragg	50
Figure 2. 9: (a) 1 ^{ere} , (b) 2 ^{ieme} , (c) 3 ^{ieme} zone de Brillouin d'un réseau carré [48].	51
Figure 2. 10: Guide d'onde phononique à une dimension [49].	Erreur ! Signet non défini.
Figure 2. 11: étude d'une cellule élémentaire du guide phononique à une dimension sur Comsol [49].	Erreur ! Signet non défini.
Figure 2. 12: condition aux limites périodiques dans la cellule élémentaire (on sélectionne la face 1 et 12 du cube dans notre exemple)[49].	Erreur ! Signet non défini.
Figure 2. 13: courbe de dispersion pour un plot de tungstène sur un cube de silicium avec différent grossissement d'image (zoom).[49]	Erreur ! Signet non défini.
X Figure 3. 1: Logiciel COMSOL MULTIPHYSICS	Erreur ! Signet non défini.
Figure 3. 2: Structure PC et la zone Brillouin irréductible [55].	59
Figure 3. 3: Schémas des étapes de simulation d'un cristaux phononiques	61
Figure 3. 4: La géométrie de la structure PC;	62
Figure 3. 5 : Position de Rubber	63
Figure 3. 6: Maillage de la structure	64
Figure 3. 7: courbe de dispersion de la structure PC sans résonateur	65
Figure 3. 8: courbe de transmission de la structure sans résonateurs.	65
Figure 3. 9: la géométrie de la structure	66

Figure 3. 10: Position de Rubber.....	66
Figure 3. 11: Position de Plumpum.	67
Figure 3. 12: Maillage de la structure	68
Figure 3. 13: courbe de dispersion de la structure PC à 1 masse.	68
Figure 3. 14: courbe de transmission de la structure à 1 masse.....	69
Figure 3. 15: la géometrie d'un modèle à deux masse.	70
Figure 3. 16: Position de <i>Rubber</i>	71
Figure 3. 17: Position de <i>Plumpum</i>	71
Figure 3. 18: le maillage de la structure.....	72
Figure 3. 19: Les formes Eugenmode et les champs vecteurs de déplacement des modes.....	72
Figure 3. 20: courbe de dispersion de la structure PC à deux masses.	73
Figure 3. 21: courbe de transmission de la structure sans resonateurs.	74
Figure 3. 22: courbe de dispersion obtenue pour une structure PC avec différentes géométries lmasse.....	74
Figure 3. 23: courbe de dispersion obtenue pour une structure PC avec différentes géométries wmasse.	75
Figure 3. 24: La géométrie de la structure PC.....	76
Figure 3. 25: Position de Rubber.....	77
Figure 3. 26: Position de Plumpum.	77
Figure 3. 27: Position de Concrete.	78
Figure 3. 28: Maillage de la structure.	78
Figure 3. 29: courbe de dispersion obtenue pour une structure PC avec différentes géométries lm.	79
Figure 3. 30: courbe de dispersion obtenue pour une structure PC avec différentes géométries wm.....	79
Tableau 1. 1: Propriétés de certains matériaux utilisés dans les MEMS [16].	22
Tableau 1. 2: comparaison entre la fabrication de dispositifs en silicium/verre et polymère dans le cas des applications BioMEMS [16].	24
Tableau 1. 3: propriétés de certains acides de gravure [16].	27
Tableau 1. 4: comparaisons entre les déférents types des ondes sismique. [23]	37

INTRODUCTION GENERALE

L'étude de structures à base de cristaux phononiques est l'un des thèmes traité dans le cadre des activités de l'équipe *NanoPhysics Group* au sein du département de Physique de l'université de Blida1.

L'évolution technologique des systèmes Micro-électro-mécaniques (*MEMS*) a atteint déjà une certaine maturité depuis les premières recherches qui ont débuté à partir des années 1970. Ils sont maintenant très utilisés dans divers domaine technologiques en raison de leurs tailles microniques, leurs facilités de fabrication, leur faible coût et leurs faibles consommations d'énergie...Les téléphones mobiles actuels et les consoles de jeux vidéo peuvent être d'excellents exemples de ces produits. Ils sont également présents dans la plupart des voitures et des imprimantes récentes.

Plus récemment, de nouveaux produits très innovants, il s'agit des systèmes *RF-MEMS (Radio-Fréquence-Micro-Electro-Mechanical Systems)* est un des secteurs qui a connu une forte croissance sur le plan commercial [1]. La technologie de filtrage des signaux radio fréquences RF en télécommunication utilisent les résonateurs à ondes acoustique de volume *BAW (Bulk Acoustic Wave)* et à ondes de surface *SAW (Surface Acoustic Wave)*.

Depuis une quinzaine d'années, une nouvelle voie a été ouverte dans le domaine des ondes acoustiques et de leurs applications : il est possible de modeler artificiellement la matière pour créer des structures périodiques (les cristaux phononiques) ayant des propriétés élastiques dans la transmission des vibrations très particulières. En effet, il est maintenant possible d'élaborer des structures possédant un comportement discriminant vis-à-vis des fréquences des ondes qui les traversent : certaines sont transmises inchangées, alors que d'autres sont bloquées ou interdites. Les applications sont variées et s'étendent du macro- au microscopique. À l'échelle du mètre, des murs antibruit qui bloquent la transmission des ondes sonores très efficacement peuvent être construits. À l'échelle millimétrique, c'est l'imagerie échographique du corps humain, par exemple, qui est concernée. À l'échelle microscopique, des nouveaux composants mariant microélectronique et ondes acoustiques pourraient voir le jour et étendre les capacités des téléphones portables et des réseaux sans fil. A l'échelle nanométrique c'est des matériaux transparents à l'infrarouge ou même invisible. Dans toutes ces

applications, il existe une relation directe entre la bande de fréquence concernée et la période de la structure. En effet, le principe à la base des cristaux phononiques est l'utilisation des interférences destructives que subissent les ondes au sein d'une structure périodique. Cette propriété peut être obtenue par l'assemblage de deux matériaux différents, avec l'idée que plus ces matériaux ont des propriétés distinctes vis-à-vis de la propagation des ondes, plus les phénomènes d'interférences sont importants. L'objectif revient alors à concevoir des bandes interdites complètes, s'étalant sur une certaine gamme de fréquences. Dans une bande interdite complète, les ondes ne peuvent plus se propager, et ceci quelle que soit leur direction. Le cristal joue le rôle d'un bouclier parfait ou d'une cage inviolable ou même une cape d'invisibilité. De plus, en créant une cavité dans un cristal phononique, il est possible de piéger l'énergie issue d'une source d'ondes à la fréquence de résonance de la cavité. Peut-être cette technique de confinement des ondes viendra-t-elle un jour améliorer les performances des horloges à quartz actuelles ? Une autre piste de recherche et d'application consiste à répartir dans le cristal une succession de cavités, pour créer un couloir dans lequel les ondes s'engouffrent et sont guidées à travers le cristal. Outre l'intérêt pour le multiplexage des signaux, utile aux télécommunications, on peut ainsi envisager la possibilité de distribuer et de diriger l'énergie acoustique en de multiples points de l'espace. Les perspectives de recherche et d'application sont riches, nombreuses et motivantes pour une thématique qui a émergé au début des années 90. Il peut paraître surprenant qu'une technologie fondée sur les interférences d'onde se déploie si tardivement. Cependant, la quantité de paramètres à traiter nécessite une conceptualisation théorique importante, des programmes de simulation avides en temps de calcul, et enfin des technologies salle blanche Ÿ pour réaliser les échantillons. A force de survoler ce domaine on devient assoiffé de savoir de plus en plus, c'est vrai que c'est un domaine de haute technologie mais il faut toujours se dire que l'ingéniosité et la créativité n'a pas besoin de grands moyens : «un crayon, une feuille et surtout de la volonté».

Dans le premier chapitre de ce travail, on examinera l'état de l'art sur les Micro-électro-mécaniques systèmes (*MEMS*), les différents domaines des MEMS et les ondes acoustiques.

La deuxième partie de ce chapitre sur les cristaux phononiques, les différentes structure périodiques, la bande interdite et la partie théoriques sur les cristaux phononiques.

Le troisième partie de ce chapitre est réservé à notre travail et aux résultats de simulation sur les cristaux phononiques bidimensionnelles à deux résonateurs par la méthode des éléments finis. Une conclusion générale est finalement donnée à la fin de ce document.

CHAPITRE 1: GENERALITES ET ETAT DE L'ART SUR LES MICROSYSTEMES ET LES ONDES ACOUSTIQUES

1.1 Introduction

L'idée de réalisation de dispositifs à petit échelle est attribuée au physicien et prix Nobel (1965) Richard Feynman, avec sa célèbre phrase prononcée dans une conférence en 1959 "*There is a Plenty of Room at the Bottom*" ; Il y a tout un monde en bas, [2]. Depuis, la technologie s'est développée à une vitesse importante. Les dispositifs miniaturisés, appelés les MEMS ou microsystèmes, sont considérés comme la deuxième révolution après celle de la microélectronique qui a révolutionné la technologie. Dans le futur, les MEMS seront omniprésents que les microprocesseurs selon de nombreux chercheurs [3].

1.2 C'est quoi les microsystèmes ?

Un microsystème est un composant micrométrique destiné à manipuler ou détecter des paramètres physiques de son environnement. Ce concept est défini de différentes manières. En Europe, MST "Micro System Technologie" est un dispositif miniaturisé avec capteurs et/ou actionneurs, doté d'une électronique pour traitement d'information. Au Japon, "Micro Machining Technology" est défini comme un dispositif réalisant des tâches complexes à l'échelle microscopique. Enfin, il est défini comme MEMS aux Etats-Unis, et désigne des systèmes miniaturisés électromécaniques fabriquées en technologie microélectronique (fabrication IC, Integrated Circuit), [4-6].

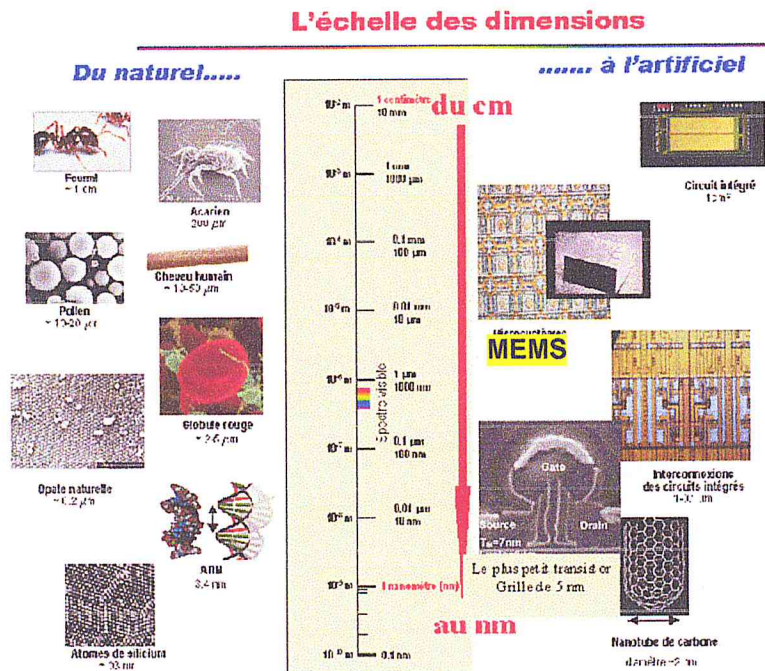


Figure 1. 1: Position des microsystèmes dans l'échelle de dimension [7].

Cette dénomination est la plus couramment utilisée dans les différents laboratoires par le monde. Ces notions ont beaucoup évolué vu les différentes orientations de microsystèmes et les différentes applications utilisant les différents phénomènes physiques : thermique, magnétique, fluide, optique, ...

On trouve aujourd'hui diverses notions :

Microsystèmes : capteurs/Actionneurs.

MOEMS : microsystèmes optiques "Micro Opto Electro Mechanical System".

RFMEMS : switcher RF, composants passifs variables, résonateurs, filtres antennes,...

BioMEMS : puce ADN, microréacteur chimique, micro valve/micro pompe,...

Souvent le terme « MEMS » est utilisé pour désigne les dispositifs miniaturisés, même si ceux-ci n'ont pas des fonctions électroniques ou mécaniques, [8].

Les principaux domaines d'applications sont les suivantes:

Les véhicules automobiles et de contrôle du trafic: MEMS utilisés pour les capteurs de pression et d'accélération, les systèmes anti-collision, de système de navigation. Croissance prévue est de 20% par an [8].

Technologies de l'information: Les MEMS peuvent être utilisés pour le stockage des données (lecture / écriture des têtes magnétiques), des expositions et des imprimantes à jet d'encre (système d'injection de micro - buses). La croissance annuelle est estimée à 25% [8].



Figure 1. 2: Les différents secteurs d'application des MEMS [9].

Télécommunications: Beaucoup de progrès seront réalisés par l'utilisation de dispositifs optiques de l'ensemble des réseaux optiques (diviseurs de faisceaux, les commutateurs, (de) multiplexeurs et d'autres composants en mode mono), mais aussi dans les applications sans-fil qui permet l'amélioration des performances des émetteurs-récepteurs actuels et futurs sans-fil par exemple. Ce marché devrait croître d'environ de 30% à 40% par an [8].

Concernant le téléphone portable l'utilité des microsystèmes se base essentiellement sur la fonction de filtrage, par exemple: [10]
 Filtrage en tête (RF) ne garder que les signaux dans la bande du système choisi

- pertes les plus faibles possibles
- bandes de qq dizaines de MHz à 1 à 2 GHz Filtrage de canal (en fréquence intermédiaire) ne garder que les signaux du canal fréquentiel choisi
- pertes moyennes

- bandes faibles DAMPS 30 kHz, GSM, DCS1800 160 kHz, CDMA, PCS CDMA 1.2 MHz, WCDMA environ 4 MHz
- Tailles et coûts les plus faibles possibles

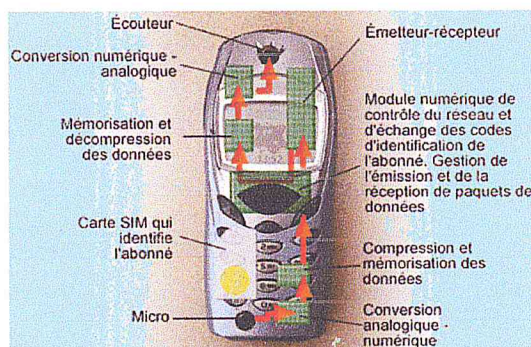


Figure 1. 3: Modèle d'un MEMS dans un mobile [11].

Un filtre est caractérisé par sa réponse impulsionnelle, Plus un filtre est raide plus il a une réponse impulsionnelle longue. Le domaine des télécoms offre beaucoup d'applications aux microsystèmes et qui concernent les éléments passifs ou actifs des circuits intégrés, tels que : les inductances RF, les micro-relais, les filtres électromécaniques et à ondes acoustiques (SAW & BAW), les capacités variables, ... [12]



Figure 1. 4: modele d'un filtre dans un mobile [11].

Applications médicales et biomédicales: elles comprennent des applications telles que les systèmes de délivrance de médicaments, la surveillance ou la cardiologie et les capteurs chimiques. La valeur des MEMS pour un tel marché est énorme, mais les développements sont assez difficiles.

Applications pour l'environnement: des capteurs et des produits plus complexes basés sur les MEMS permettront de détecter de l'air (CO, CO₂, Nox...) et de l'eau (phosphates, nitrates, métaux lourds ...) de la pollution.

Applications domestiques: grande variété de micro- capteurs pour contrôler la température, l'air, les vibrations (pour les équipements domestiques), mais aussi les capteurs d'empreintes digitales ou communiquer avec moins de dispositifs seront bientôt possibles.

Applications aéronautiques: température, pression, des capteurs d'accélération, de micro - gyroscopes.

Les applications de sécurité: micro - antennes (antennes intelligentes) pour tous les RFID (Radio Fréquence Identification) applications (Tags, le contrôle de position ...), mais aussi des capteurs empreintes digitales sera bientôt commune.

1.3 Fabrication des microsystèmes

L'essor des microsystèmes est lié en grande partie au développement de la microélectronique. La fabrication de ceux-ci s'appuie sur les techniques appliquées pour la fabrication des circuits intégrés. La technologie de fabrication des MEMS est issue essentiellement de la microélectronique avec de nouvelles techniques développées spécialement pour cette activité. La fabrication de ce type de dispositifs peut être décomposée en deux parties. La première concerne la conception et la modélisation du comportement du dispositif à réaliser en utilisant les outils CAO. La deuxième partie est la fabrication en salle blanche.

Pour pouvoir réaliser ce type de dispositifs, il est nécessaire d'avoir une vue globale des méthodes et des outils utilisés. La difficulté réside dans la diversité des domaines mis en jeu car la pluridisciplinarité est la caractéristique fondamentale de la miniaturisation (Voir Figure 1.5).

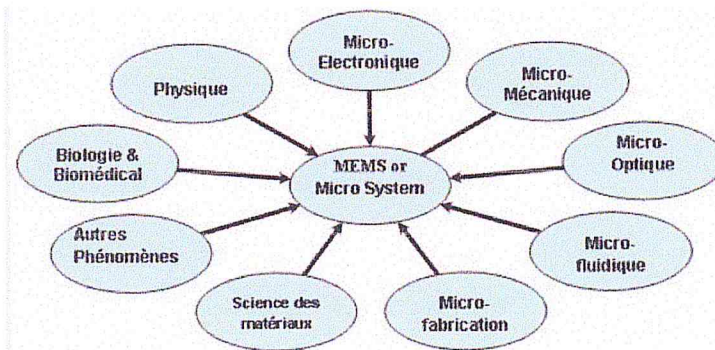


Figure 1. 5: Domaines entrants dans les différents microsystèmes.[12]

La connaissance des techniques de fabrication est exigée pour le concepteur de MEMS, car celles-ci influent en premier lieu sur les caractéristiques du dispositif réalisé et aussi sur le prix de revient des produits réalisés.

1.3.1 Matériaux utilisés en MEMS

Les microsystèmes ont été réalisés avec diverse variétés de matériaux comprenant : les verres, les céramiques, les polymères, les métaux, et divers autres alliages, [13-15].

Le choix du matériau utilisé est basé sur les propriétés physiques ou chimiques qui rentreront en jeu dans le fonctionnement à réaliser. Pour les applications RFMEMS c'est la résistivité mécanique du matériau qui est recherché. Pour les applications MOEMS c'est la transparence du matériau, vis-à-vis des longueurs d'ondes utilisé en télécommunications, qui est le critère de base. Et la comptabilité du matériau avec son environnement est la propriété exigée dans le cas des BioMEMS.

1.3.1.a Le Silicium et ses dérivés

Comme en microélectronique, le silicium reste le matériau le plus utilisé en fabrication des microsystèmes et cela pour diverses raisons :

- C'est un matériau bien connu et bien caractérisé,
- Disponibilité du matériau et son faible coût de fabrication,
- Existence des outils de conception issus de la microélectronique et la maîtrise de son usinage.

Essentiellement le silicium est utilisé pour ces propriétés physiques et mécaniques qui sont intéressantes pour de nombreuses applications, (figure 1.6). Il possède un grand coefficient de piézorésistivité, transparent aux longueurs d'ondes (utilisable en communication). Le silicium a un module de Young important lui procurant une bonne élasticité utile pour les parties mécaniques. Il peut être considéré comme la meilleure plateforme permettant d'intégrer des fonctions électroniques, mécaniques, thermiques, optiques et fluidiques [16].

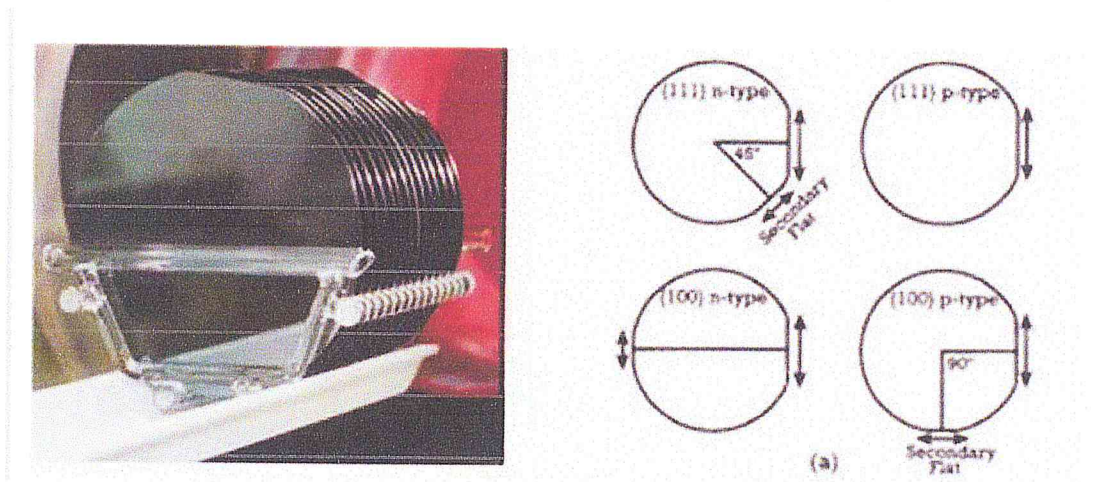


Figure 1. 6: Lots de wafers silicium et les différents types de wafers [16].

Des dérivés de silicium sont aussi utilisés comme l'oxyde de silicium (SiO_2), le nitrure de Silicium (Si_3N_4) et le polysilicium. L'oxyde SiO_2 est obtenu par oxydation du Silicium, sous environnement O_2 ou vapeur d'eau à température allant de 900° à 1200° C, par LPCVD ou PECVD. Il est utilisé comme masque de gravure, car résistant aux produits acides de gravure. L'oxyde de silicium est utilisé comme couche sacrificielle dans le cas de la méthode de l'usinage en surface. Le nitrure de silicium est utilisé comme couche de passivation, de protection et d'isolation électrique et dans certains cas comme structure mécaniques de base, [5].

Le polysilicium est utilisé en micro usinage de surface. Les structures mécaniques sont réalisées avec ce matériau, car il possède un module Young important. Ces propriétés mécaniques permettent de faire des structures flexibles et élastiques. Il a aussi un bon coefficient de réflexion de la lumière visible (miroir), [6], [15].

Le tableau ci-dessous présente une comparaison entre les divers matériaux utilisés en technologie de Microfabrication.

Tableau 1. 1: Propriétés de certains matériaux utilisés dans les MEMS [16].

Propriétés	Silicium	SiO ₂	Poly- Si	Quartz	Al	Si ₃ Ni ₄
Module d'Young (GPa)	190	73	160	107	70	323
Coefficient de Poisson	0.22	0.17	≈0.2	0.16	0.33	0.25
Densité (g/cm ³)	2.3	2.3	2.331	2.6	2.7	3.1
Stress (GPa)	7	8.4	variable	9	0.17	14
Expansion thermique (10/K)	2.3	0.55	2.8	0.55	24	2.8
Conductivité thermique à 300K (W cm ⁻¹ . K-1)	1.47	0.014	0.028	0.015	2.37	0.19
Température de fusion (°C)	1414	1700	1400	1600	660	1800

3.1. b Autres Matériaux

Avec le silicium, il existe d'autres matériaux pouvant être utilisés comme substrat tels que : les polymères et plastiques, les métaux, les céramiques, le quartz et les verres, [5], [6], [19]. Les substrats sont considérés comme plate forme des microsystèmes lorsque les structures mobiles sont réalisées sur la surface des wafers. Dans ce cas, les propriétés du matériau ne sont pas importantes. Les propriétés du matériau sont importantes lorsque les dispositifs sont formés dans le substrat lui-même.

Suivant l'application visée le matériau est choisi en conséquence. Pour exemple : le quartz et les verres sont utilisés dans les capteurs/actionneurs, pour l'effet piézoélectrique qui domine dans ce type de matériau. Les verres et les polymères sont utiles dans les applications biomédicales, car ceux ci en plus d'être biocompatible ils sont maniables et transparent.

Un matériau peut aussi être choisi pour d'autres considérations telles que le coût et les équipements entrant dans la fabrication. Par exemple la réalisation d'une biochip peut se faire en utilisant soit le silicium/verre ou un matériau polymère (PDMS ou PMMA). On choisit de réaliser la biochip en polymère pour le prototypage rapide et la réduction du coût de fabrication. Car les équipements nécessaires sont

peut onéreux par rapport à la fabrication d'une puce en silicium qui nécessite l'utilisation des équipements de salle blanche.

Le tableau ci-dessous décrit la comparaison entre l'utilisation du silicium et polymère en fabrication BioMEMS.

Tableau 1. 2: comparaison entre la fabrication de dispositifs en silicium/verre et polymère dans le cas des applications BioMEMS [16].

Substrat	Avantages	Inconvénients
Silicium/ verre	<ul style="list-style-type: none"> • Fabrication bien maîtrisée • Résiste à tous les solvants • Traitement de surface • Différents dépôts peuvent être réalisés 	<ul style="list-style-type: none"> • Equipements de fabrication lourds et coûteux • Temps de réalisation assez long • Coût de revient d'une chip est important
Polymère	<ul style="list-style-type: none"> • Peu coûteux • Fabrication simple et rapide • Ne nécessite pas des équipements lourds 	<ul style="list-style-type: none"> • Surface hydrophobe et instable • Résiste moins au solvants • Impossibilité de dépôts de couches minces • S'y prête moins au traitement de surface

1.3.2 Techniques de Microfabrication

La microfabrication des MEMS est une suite d'étapes technologiques basée sur les techniques de fabrication des circuits intégrés. Elle consiste en la réalisation des microstructures par dépôts ou usinages des structures sur substrat (wafer), généralement du silicium, [3-6]. Et elle permet la réalisation d'une large gamme de microdispositifs allant de quelques microns à des centaines de micromètres.

Les techniques issues de la microélectronique peuvent être classées principalement en trois catégories : techniques additives (dépôts de couches minces, épitaxie, etc), techniques de transfert de motifs (photolithographie) et les techniques soustractives (gravure humide et sèche, RIE, ...), [6], [15]. La figure ci-dessous représente les différents procédés qui sont utilisés en microélectronique.

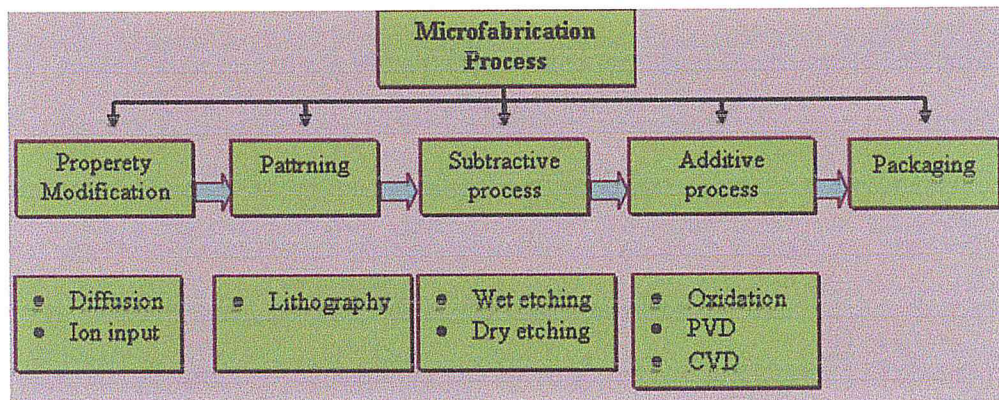


Figure 1. 7: Les techniques de fabrication microélectroniques [16].

Comme en microélectronique, la lithographie joue un rôle important. Elle permet d'imprimer sur un substrat une image de résine photosensible, qui servira de masque de protection pour les étapes de gravure et de dépôts. Les étapes de base sont illustrées sur la figure 1.7.

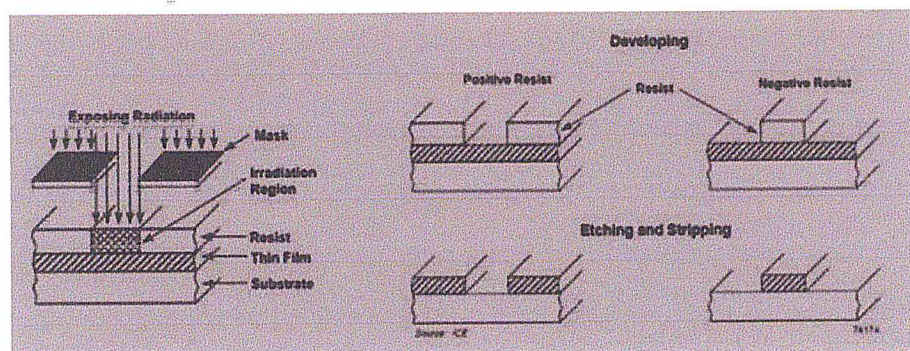


Figure 1. 8: techniques de lithographie [16].

Après le dépôt d'une fine couche de matériau photosensible (résine photosensible) sur la surface d'un wafer. Ce dernier est exposé à une radiation UV ou d'électrons, à travers un masque de transfert de formes géométriques. Selon la nature de la résine (négative ou positive), les formes du masque seront imprimées sur le wafer après une étape d'élimination par immersion du substrat dans une solution aqueuse. Pour la résine positive les parties exposées aux radiations seront dissoutes dans la solution, et inversement pour la résine négative.

Pour la lithographie on a besoin d'utiliser des masques, ceux-ci sont utilisés pour une description complète du circuit (IC) ou du modèle (MEMS) à réaliser. Ils sont conçus par les éditeurs de Layout et forment une chaîne de masques, qui décrit chaque séquence du processus de fabrication.

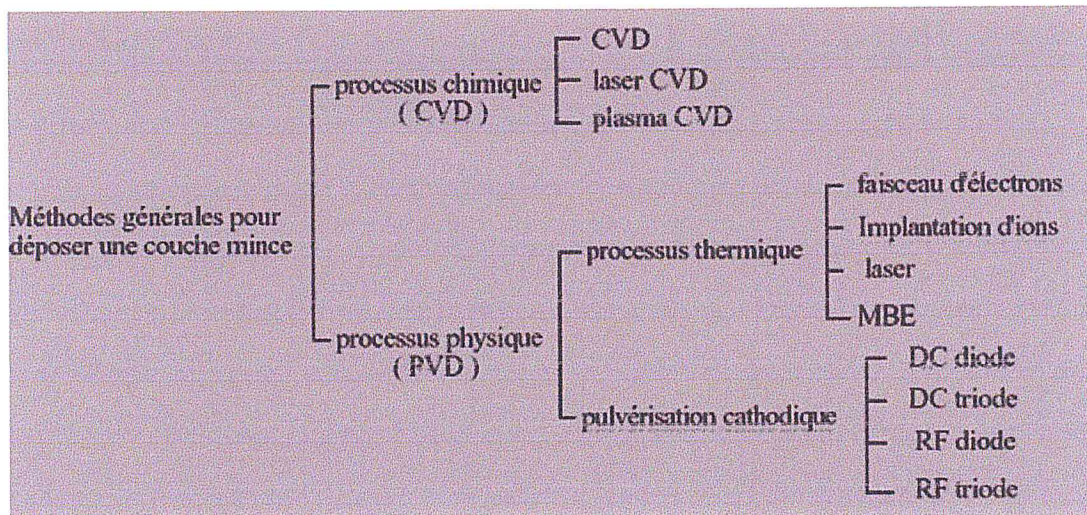


Figure 1. 9: Méthodes générales de dépôt de couches minces sous vide. [16]

Le dépôt de matériaux en couche mince est une étape très importante dans la réalisation de composants électronique. La nature du matériau à déposer dépend de la fonction à remplir. Le Dépôt de matériaux fait appel à une multitude de techniques, basées soit sur une réaction chimique en phase vapeur appelée CVD ou *chemical vapor deposition*. Ou des techniques qui sont basées sur une pulvérisation de cibles solides, appelée PVD pour *physical vapor deposition*. La classification des méthodes est présentée sur le schéma de la figure 1.8.

L'étape de gravure est une étape importante dans le processus de micro fabrication. Elle est utilisée en fabrication microélectronique (circuit intégrée IC) pour la : reproduction des structures et des masques, polissage des wafers, élimination des traces d'impuretés et de contaminations, ou comme étape préliminaire à une oxydation ou à une croissance par épitaxie. Il existe deux types de techniques de gravure une dite humide et l'autre sèche.

La gravure humide est utilisée pour éliminer de manière sélective une partie du substrat. On trouve deux types de gravure humides : la gravure isotrope et la gravure anisotrope. La gravure isotrope à une particularité de graver les matériaux dans toutes les directions cristallographiques, ce qui donne des profils circulaires dans le substrat utilisé. Les solutions HNO₃, HF et CH₃COOH sont les plus utilisés en gravure humide isotrope, [5].

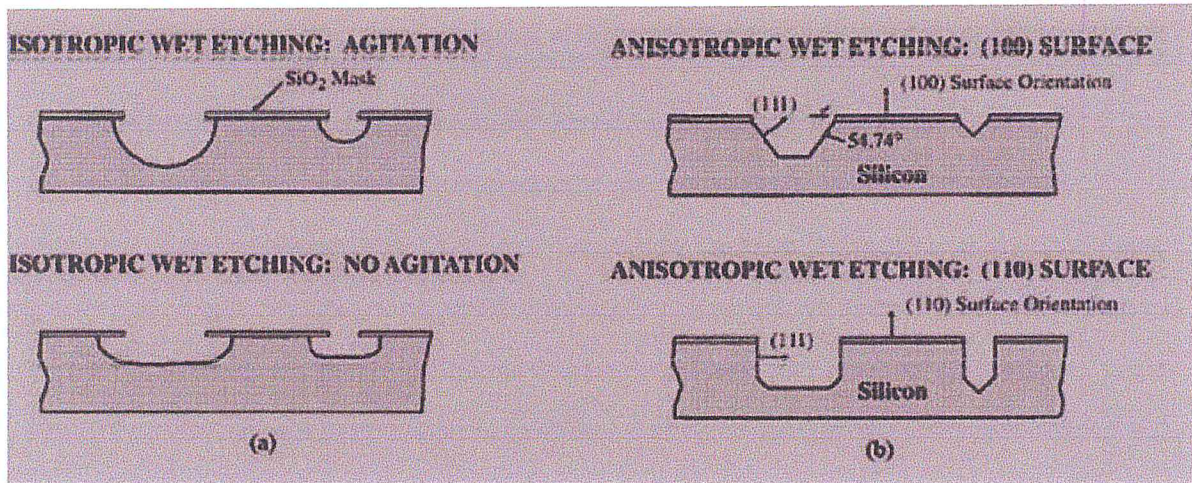


Figure 1. 10: gravure humide isotropique et anisotropique [16].

Par contre, la gravure anisotrope dépend des orientations cristallines du matériau. Les profils obtenus sont différents d'un substrat à un autre, suivant la nature de la solution chimique et l'orientation cristalline du substrat en question. Diverses solutions chimiques sont utilisées, en usinage de silicium ou on trouve des procédés standards de gravure anisotrope. Dans la pratique le KOH, TMAH et EDP sont les solutions chimiques les plus utilisés.

Tableau 1. 3: propriétés de certains acides de gravure [16].

Solution	Temp (°C)	Si (100) etch rate (µm/min)	Etching rate ratio	Mask etch rate (nm/min)	Boron etch stop (cm ⁻³)	Remarks
KOH / H ₂ O 44g / 100ml (30 wt.%)	85	1.4	400 for (100)/(111) 600 for (110)/(111)	SiO ₂ (3.5) Si ₃ N ₄ (< 0.01)	> 10 ²⁰ rate / 20	+largest etching rate ratio -K ions degrade CMOS -etch SiO ₂ fast
TMAH / H ₂ O 28g / 100ml (22 wt.%)	90	1	30 for (100)/(111) 50 for (110)/(111)	SiO ₂ (0.2) Si ₃ N ₄ (< 0.01)	4 · 10 ²⁰ rate / 40	+SiO ₂ mask +CMOS compat. -large overtech
EDP (Ethylene diamine / pyrocatechol / H ₂ O) 750ml / 120g / 240ml	115	1.25	+35 for (100)/(111)	SiO ₂ (0.5) Si ₃ N ₄ (0.1) Au, Cr, Ag, Cu, Ta (≈ 0)	7 · 10 ¹⁹ rate / 50	+SiO ₂ mask +no metal etch +CMOS compat. -large overtech -toxic

Pour la gravure sèche, et contrairement à la gravure humide, on remplace la solution chimique par un faisceau d'ions. Le bombardement de la surface avec les ions énergétiques provoque des collisions entre les ions incidents et les atomes de la surface. Ces derniers seront éjectés de la partie non protégée par le masque. Cette attaque (gravure) est directive, anisotrope et permet d'avoir des flancs quasiment verticaux.

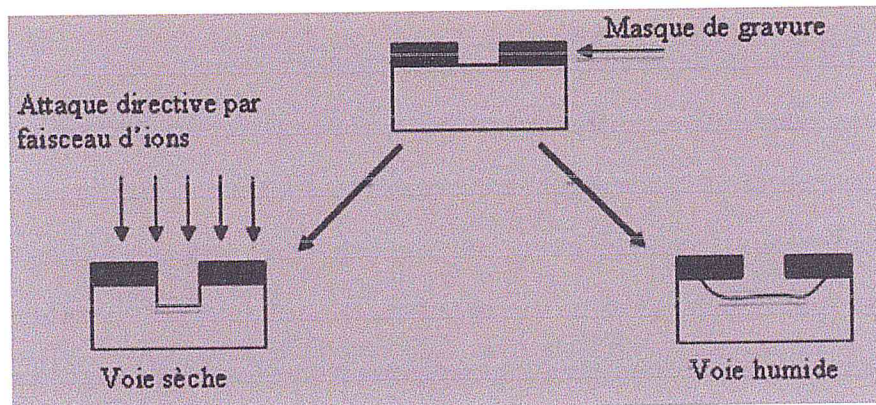


Figure 1. 11: les deux types de gravures; gravure sèche et gravure humide [16].

Le besoin et l'augmentation de la densité des circuits, nécessite la réalisation de motifs de plus en plus fins. Pour y remédier plusieurs types de gravure sèche ont été développés tel que la gravure sèche réactive RIE et la Deep RIE (l'expansion de la gravure RIE). Ces techniques sont une combinaison d'une attaque chimique et d'un bombardement ionique. Sous l'effet d'un champ électrique radiofréquence les gaz (à l'intérieur d'un réacteur) forment un plasma, les ions engendrés sont accélérés et réagissent avec le matériau à graver (effet chimique de la gravure RIE). Le bombardement ionique permet de graver les parties non protégées du matériau.

En résumé, le dépôt, la lithographie et la gravure sont les méthodes clés de la micro fabrication elles suffisent pour la réalisation d'une large gamme de micro dispositifs, [6].

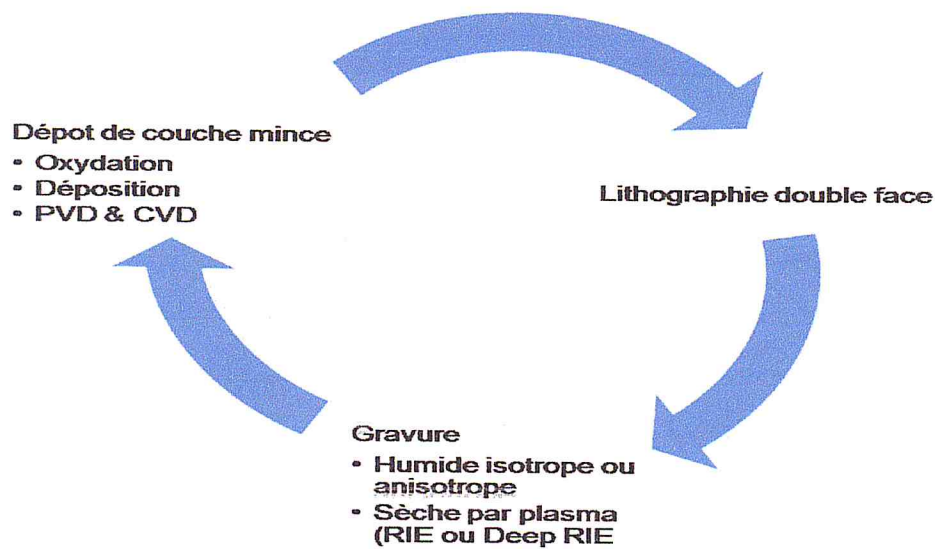


Figure 1. 12: Cycle de fabrication des microsystèmes et les différentes techniques utilisées.

1.3.3 Procédés de fabrication des MEMS

La différence qui existe entre la fabrication MEMS et microélectronique réside dans les matériaux utilisés et le type de dispositifs obtenu. Les structures MEMS sont de formes géométriques en 3 dimension mobiles ou de formes complexes (canal, puits, rainures, ...).

La fabrication des MEMS peut être classée en trois méthodes principales : l'usinage de volume (*bulk micromachining*), l'usinage en surface (*surface micromachining*) et les méthodes compatibles CMOS. Il existe divers autres méthodes qui sont utilisées dans les laboratoires ou pour des réalisations spécifiques telles que : LIGA, Micro stéréo lithographie, Ablation Laser, le micro-usinage par électro-érosion (EDM). Ces méthodes sont moins utilisées car elles sont moins matures que les précédentes et demandent généralement des équipements spécialisés très coûteux.

1.3.3.a Usinage de volume

Le principe de base consiste en la réalisation des structures dans le volume du substrat. Le silicium est le matériau le plus utilisé, son usinage est effectué le plus souvent par gravure humide avec des solutions alcalines, [18].

Le processus de fabrication est basé sur les étapes suivantes : une fine couche est déposée sur la face de dessus d'un substrat servant pour l'isolation et aussi pour la transduction (jauges résistives réalisées aussi par déposition). La face de dessous du substrat est gravée avec une solution alcaline formant la structure mécanique. Ces étapes sont reprises sur la figure ci-dessous.

L'usinage de volume est la méthode la plus utilisée pour la réalisation des différents capteurs car elle est très bien maîtrisée et présente l'avantage de fabrication à faible coût (elle ne nécessite pas d'équipements spécialisés). La majorité des capteurs commercialisés sont réalisés avec cette méthode. Les structures réalisées sont : des poutres (encastrées des deux ou d'un seul côté) et des membranes (carrées, rectangulaires ou circulaires).

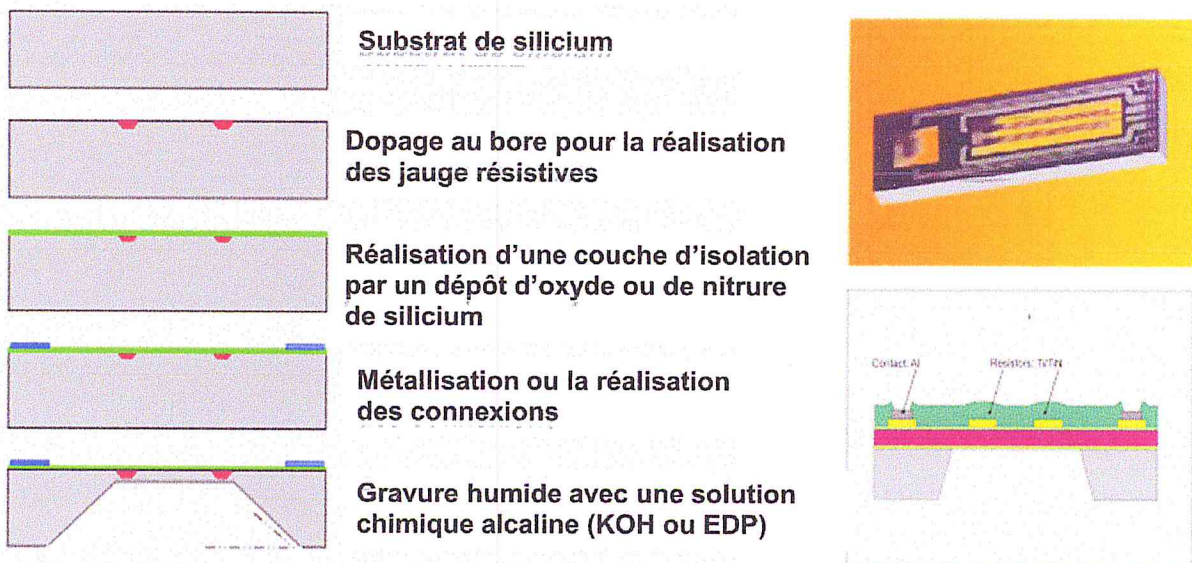


Figure 1. 13: Exemple d'un usinage de volume : réalisation d'un capteur de pression avec des jauges résistives [14-15]. Capteur de flux fabriqué par ISIT Fraunhofer.

1.3.3.b Usinage de surface

C'est une technique mise en œuvre exclusivement pour la fabrication de MEMS qui permet d'obtenir des structures mobiles sur la surface d'un substrat. Le principe consiste en un empilement des couches sacrificielles disposées au dessus du substrat suivant le motif à imprimer. Ces couches seront supprimées à la fin du processus de fabrication par gravure sélective.

Le silicium, le dioxyde de silicium et le poly silicium forment le trio de base le plus utilisé dans cette technique. Le silicium est le substrat, le SiO_2 est utilisé comme couche sacrificielle et le polysilicium pour la structure mécanique.

Cette méthode est efficace pour obtenir des structures mobiles fines, elle est dépendante des techniques et des équipements de dépôts de couches minces, [4], [5].

Sur la figure 6 sont représentées les étapes de réalisation d'une poutre suspendue en polysilicium.

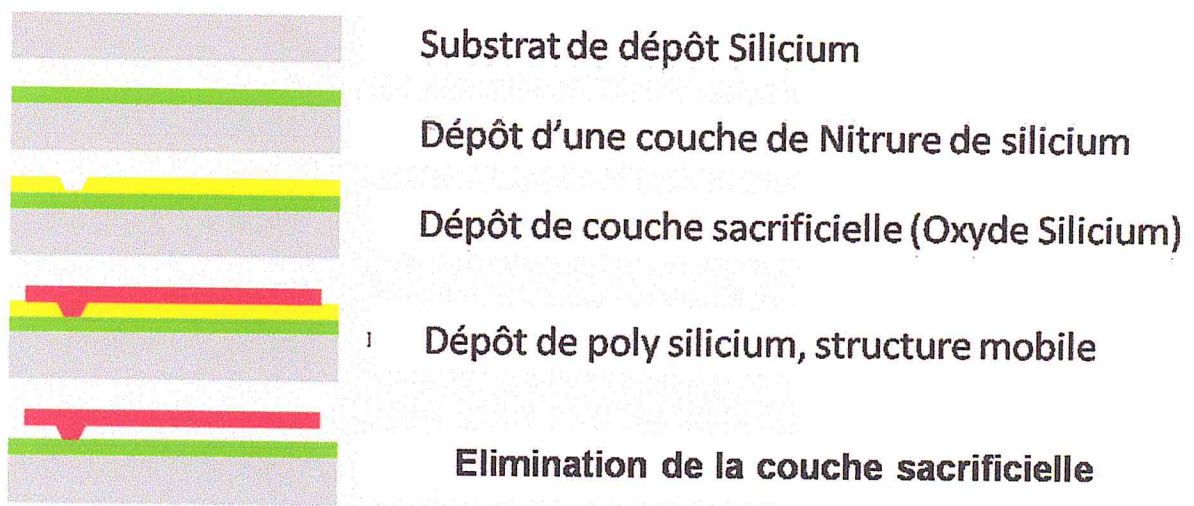


Figure 1. 14: Réalisation d'une poutre suspendue en poly silicium.

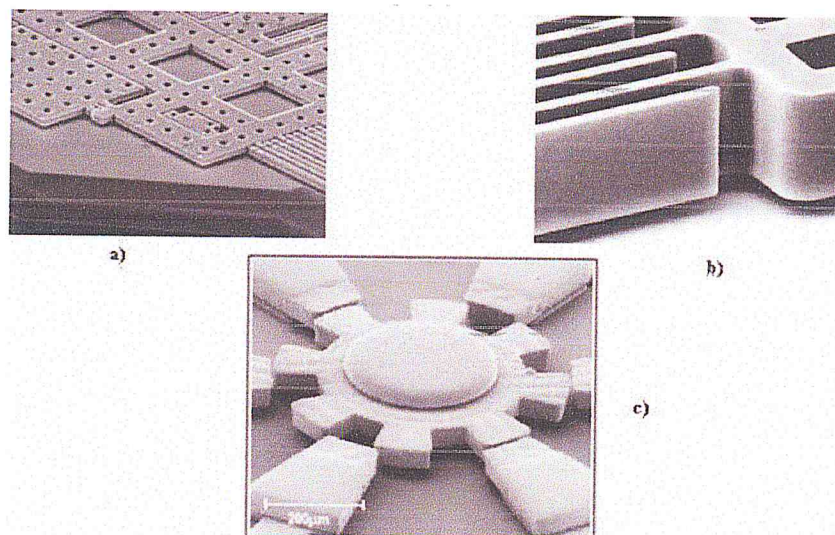


Figure 1. 15: Exemples de structures réalisées par usinage de surface. a) et b) structures d'accéléromètre de *Analog Devices*. c) gyroscope.

1.4 Ondes acoustiques

La propagation d'une onde acoustique se traduit par une variation temporelle d'une série de déformations dans le milieu support de la propagation. Ce comportement vibratoire est dû aux forces d'inertie et celles de rappel élastique qui concourent entre elles en agissant sur les particules du milieu. Ainsi, les caractéristiques d'une onde acoustique dépendent elles des propriétés élastiques et de la densité du support matériel dans lequel elle se propage.

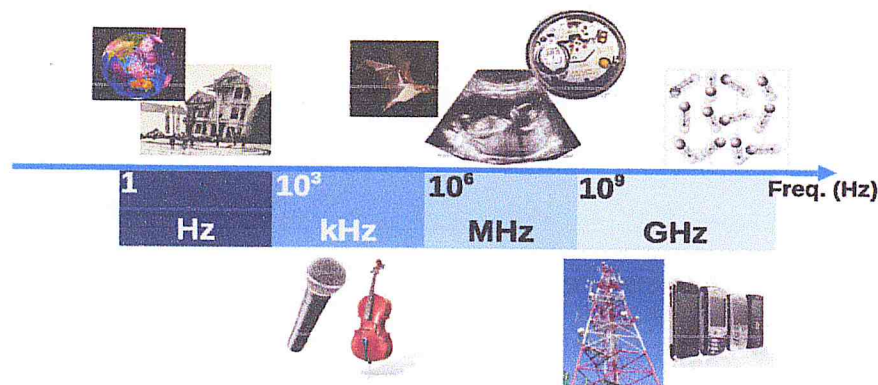


Figure 1. 16: Fréquences et domaines d'application des ondes acoustiques et élastiques.

Sachant qu'un matériau adopte un comportement élastique spécifique suivant la direction des déformations qu'il subit par rapport à son orientation et sa structure cristallographique, les propriétés de l'onde seront déterminées par sa direction de propagation et sa polarisation. Dans un milieu homogène isotrope par exemple, si l'onde élastique se propage sans rencontrer d'obstacle, elle garde ses propriétés physiques tout au long de son parcours. Autrement dit, si les dimensions de ce milieu sont supposées infinies dans toutes les directions de l'espace, comparées aux distances parcourues par le déplacement de l'onde, celle-ci pourra alors se propager dans le volume du milieu. Ses propriétés physiques ne dépendront que de sa polarisation quelle que soit la direction de propagation. On parle alors d'une onde de volume. Dans le cas des milieux solides isotropes, la vitesse des ondes à polarisation longitudinale est supérieure à celle des ondes à polarisation transverse.

Les ondes acoustiques/élastiques peuvent aussi se propager le long d'une surface libre délimitant un milieu élastique. On parle alors d'onde acoustique de surface (*Surface acoustic wave (SAW)*). Lord Rayleigh [19] était le premier à mettre

en évidence l'existence des ondes de surface en 1885. Il remarqua alors que les ondes issues des tremblements de terre peuvent aussi se propager parallèlement à la surface de la terre sous forme d'ondes localisées en surface avec une profondeur de pénétration de l'ordre d'une longueur d'onde. Ces ondes de surface se caractérisent par une décroissance exponentielle de leurs champs de déplacement depuis la surface vers la profondeur. Elles ont une polarisation elliptique qui résulte de la superposition d'un mode longitudinal et d'un mode transverse, déphasés d'un quart de longueur d'onde (polarisation elliptique). L'intérêt porté aux ondes acoustiques de surface, connues aussi sous le nom d'ondes de Rayleigh, s'est accru à partir des années soixante et soixante-dix pour la fabrication de dispositifs à ondes de surface. Ainsi, de multiples applications qui concernent les domaines de télécommunication, les radars, le filtrage, les capteurs [20] etc ont pu voir le jour.

Finalement, le comportement des ondes acoustiques change au voisinage des frontières du milieu dans lequel elles se propagent, surtout lorsque les dimensions de celui-ci deviennent proches de la longueur d'onde. En 1916, Horace Lamb a exploré les propriétés des ondes élastiques dans une plaque isotrope à frontières libres. Une plaque solide se comporte comme un guide d'ondes élastiques dans les directions parallèles à ses surfaces libres. Les ondes guidées au niveau de la plaque sont la résultante d'un couplage entre les ondes de surface guidées sur chaque côté de la plaque quand la longueur d'onde est du même ordre de grandeur que l'épaisseur de la plaque en question [21]. Le caractère dispersif de ces ondes dans la plaque, appelées ondes de Lamb, est très complexe, mais nous pouvons en gros distinguer entre deux catégories de modes. D'abord, les modes ayant une distribution de champ de déplacement symétrique, puis ceux avec une distribution antisymétrique par rapport au plan parallèle aux surfaces libres de la plaque et coupant celle-ci au milieu (Figure 1.17). Les modes symétriques ont un champ de déplacement longitudinal dominant, alors que les antisymétriques ont une polarisation transverse dominante.

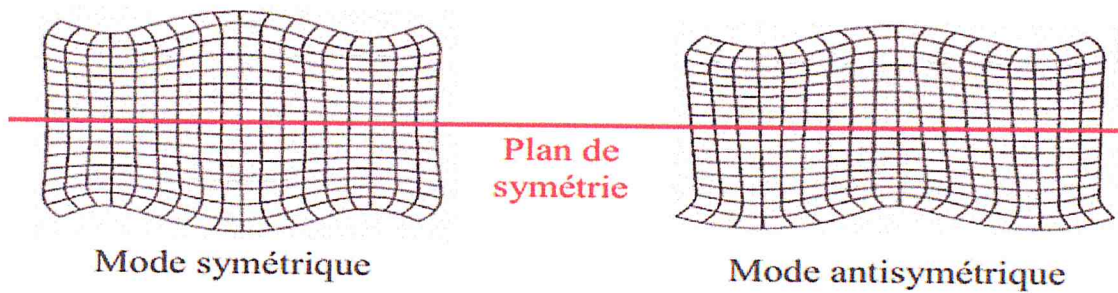


Figure 1. 17: Modes de Lamb symétrique et antisymétrique dans une plaque d'épaisseur finie [21]

La plupart des études menées sur les CP se sont intéressées aux interactions des ondes de volume, de surface ou de Lamb avec la périodicité des structures phononiques, ceci en fabriquant des structures infinies, semi infinies ou sous forme de plaques à épaisseur finie.

1.5 Types d'ondes élastiques

a. Ondes longitudinales ou P (de pression):

Elles se propagent dans un milieu homogène : ce sont des ondes de volume. Elles existent dans tous les milieux (fluides et solides). Ce sont des ondes de compression (la variation de surpression est liée à une variation de volume) ou encore des ondes de polarisation longitudinale (déplacements dans le sens de la propagation). [10]

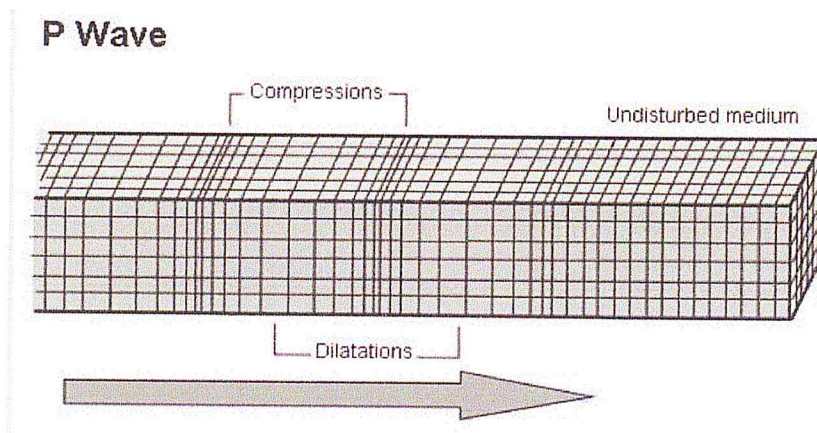


Figure 1. 18: Ondes élastiques longitudinales [10].

b. Ondes transverses ou S (*shear wave*):

Elles se propagent dans un milieu homogène : ce sont des ondes de volume. Elles n'existent pas dans les fluides non visqueux (donc idéalement ni dans l'eau ni dans l'air). Il en existe toujours deux dans les solides, qui peuvent être dégénérées (dégénérées = même direction de propagation, même vitesse, mais polarisations orthogonales). Le déplacement n'est pas lié à une variation de volume. [10]

Une onde transversale horizontale (TH), c'est-à-dire dont le déplacement est parallèle à l'interface, se réfléchit et se réfracte sans changer de nature. [22]

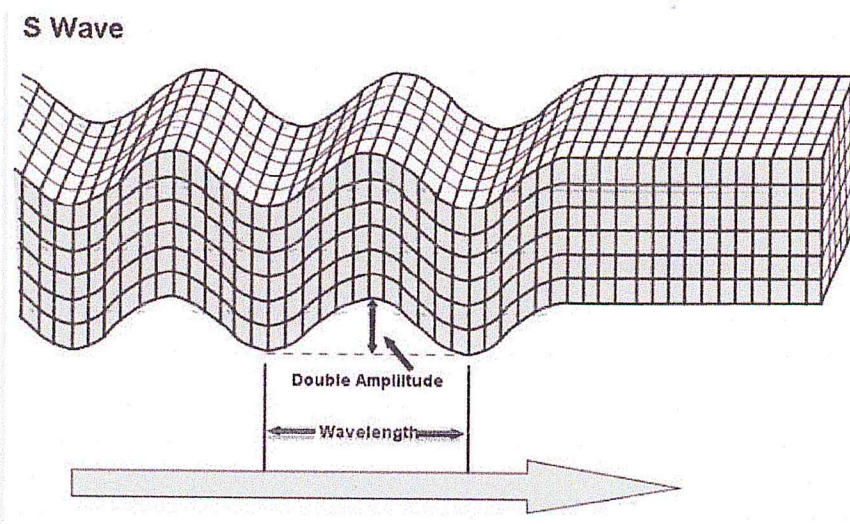


Figure 1. 19: ondes élastiques transverses [22]

c. Ondes de surface de type Rayleigh ou R:

Les ondes de surface se propagent à la surface d'un milieu ou à l'interface entre deux milieux (ondes d'interface). Elles existent dans les fluides, notamment dans l'eau (par exemple les vagues !) et aussi dans les solides. La polarisation (les déplacements) est (majoritairement) elliptique. Le déplacement est lié à une variation de volume. L'amplitude des déplacements décroît exponentiellement dans la profondeur [10].

Les solutions dans le cas d'un cristal ne sont, généralement, accessibles que numériquement mais elles le sont analytiquement dans le cas d'un solide isotrope (elles sont aussi valables pour un cristal transversalement isotrope c'est-à-dire possédant un axe de symétrie d'ordre 6 perpendiculaire à la surface libre [10].

Rayleigh Wave

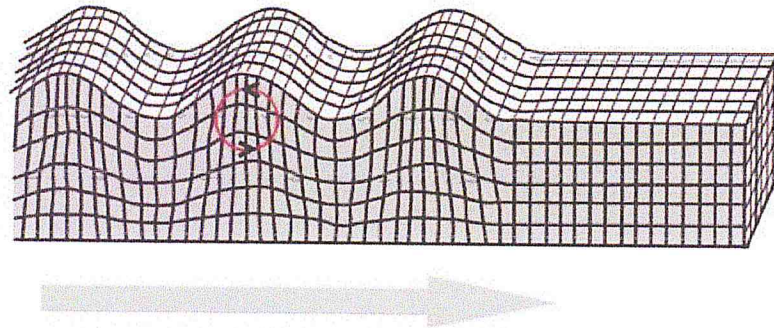


Figure 1. 20: Ondes de surface de type Rayleigh [10].

d. Ondes de surface de polarisation transverse:

Elles se propagent à la surface d'un milieu ou à l'interface entre deux milieux (ondes d'interface). On parle d'onde de Love en sismologie (ce qui désigne un mode de polarisation transverse d'un substrat composite en ultrasonique). La polarisation est purement transverse. Le déplacement n'est pas lié à une variation de volume. L'amplitude des déplacements décroît exponentiellement dans la profondeur [10].

Love Wave

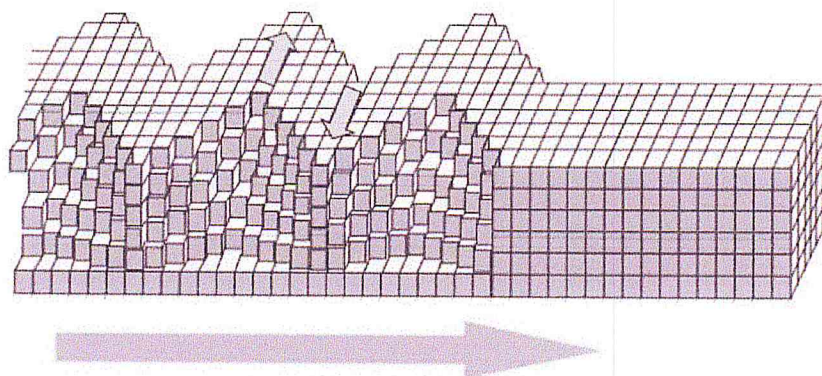


Figure 1. 21: Ondes de surface de polarisation transverse.[10]

e. Ondes de Lamb :

Dans un solide isotrope, l'onde de Lamb (nom d'un géophysicien anglais) comprend une composante longitudinale et une composante transversale verticale dont le déplacement est contenu dans le plan sagittal. Elle se propage dans une plaque dont les deux surfaces sont libres. La présence des deux composantes se

comprend puisqu'une onde longitudinale qui heurte une surface se transforme partiellement en une onde transversale et réciproquement. Une autre explication découle de la propagation possible sur chaque surface libre d'une onde de Rayleigh. Ces ondes de surface cheminent de façon indépendante tant que la distance entre les surfaces libres (l'épaisseur de la plaque) est grande devant la longueur des ondes. Lorsque l'épaisseur de la plaque n'est plus très grande, alors les ondes de surface se couplent et se transforment en ondes de Lamb [22].

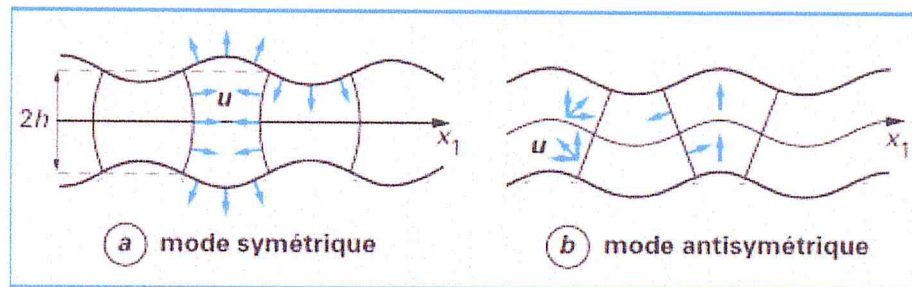


Figure 1. 22: Ondes de Lamb [22].

Tableau 1. 4: comparaisons entre les différents types des ondes sismique.
[23]

Caractéristiques		Période	Type d'ondes	Zones traversées	Célérité	Mouvement des particules	Comportement de l'onde sur une surface séparant deux milieux physiques différents
Ondes de volume	Ondes P (ondes premières)	Courte de 1 à 10 secondes	Ondes de compression, dilatation Ondes longitudinales	Ces ondes traversent la planète. Transmises dans tous les milieux (y compris dans l'air : responsables du grondement sourd lors d'un séisme).	Célérité (V) en fonction de la nature du milieu. V augmente avec la distance parcourue. V augmente avec la densité du milieu traversé. V : 5,5 à 12 km /s.	Les particules se déplacent suivant la direction de propagation. Les matériaux subissent un changement de volume.	L'énergie transportée par l'onde incidente P est distribuée en ondes P réfléchies et réfractées.
	Ondes S (ondes secondes)	Courte de 1 à 10 secondes	Ondes de cisaillement Ondes transversales	Ces ondes traversent la planète. Elles ne sont pas transmises par les fluides.	Célérité (V) en fonction de la nature du milieu. V augmente avec la distance parcourue. V augmente avec la densité du milieu traversé. V : 3,5 km/s à 6,5 km/s	Les particules se déplacent perpendiculairement à la direction de propagation. Les matériaux ne subissent pas de changement de volume.	L'énergie transportée par l'onde incidente S est distribuée en ondes S réfléchies et réfractées
Ondes de surface	Ondes L (ondes love)	Longue de 30 à 40 secondes	Ondes de surface	Ces ondes circulent parallèlement à la surface de la planète	Célérité « constante »(plus rapide sous les océans que sous les continents) V=4,4 km/s	Les particules oscillent dans un plan horizontal perpendiculaire à la direction de propagation. Ondes de grande amplitude.	Ces ondes transportent la plus grande partie de l'énergie
	Ondes R (ondes Rayleigh)				V=4km/s pour les ondes de Rayleigh	Les particules oscillent dans un plan vertical et réalisent un mouvement elliptique.	

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une introduction sur les MEMS et les différents domaines des MEMS. Ces dispositifs miniaturisés appelés aussi les microsystèmes sont une discipline relativement jeune apparue à la fin années soixante-dix. Aujourd'hui, l'industrie des microsystèmes est en forte expansion avec des prévisions de marchés et de retombées économiques importante dans de multitudes secteurs (automobile, IT périphériques, process control, médical,

aérospatial, environnemental, ...). En suite nous avons expliqué les ondes acoustiques et les différentes ondes élastiques.

CHAPITRE 2 : LES CRISTAUX PHONONIQUES

CHAPITRE 2 : LES CRISTAUX PHONONIQUES

2.1 Introduction

Les cristaux phononiques ont suscité un intérêt croissant ces dernières années. Le double intérêt, fondamental et technologique, a aussi bien attiré les théoriciens que les expérimentateurs. La conception de matériaux, possédant des propriétés que l'on ne rencontre pas dans la nature ainsi que la compréhension des phénomènes entrant en jeu, représentent un challenge intéressant. Les cristaux phononiques sont des structures périodiques de l'espace qui présentent des bandes interdites de fréquence dans toutes les directions de l'espace pour une onde acoustique incidente. Les premières réalisations sont des inclusions solides dans une matrice fluide ou solide. Les mécanismes permettant l'existence ou non de bandes interdites a été largement étudiée. Ces bandes interdites sont dues aux diffractions dites de Bragg à cause de la périodicité du cristal phononique. L'existence de ces bandes interdites a permis d'envisager le guidage d'ondes dans ces structures. Dans ce chapitre on présentera un aperçu sur les cristaux phononiques, sur l'étude menée concernant les guides d'ondes phononiques à une dimension en guise d'exemple.

Pour résumer, les cristaux phononiques sont des structures périodiques qui, pour certains choix de matériaux et de géométries, présentent des bandes interdites acoustiques absolues, c'est-à-dire des bandes de fréquences interdites quelle que soit la direction de propagation de l'onde élastique incidente. Dans ce chapitre, nous présenterons dans un premier temps un bref historique des cristaux phononiques et de leur application et développements [24].

2.2 Historique

2.2.1 Cristal phononique à bandes interdites de Bragg

Les travaux autour du cristal photonique initiés par Yablonovitch et John en 1987[23-24] ont montré la possibilité d'obtenir des bandes de fréquences interdites absolues pour des ondes électromagnétiques.

Dans ce contexte, le concept de cristal phononique fut introduit pour la première fois en 1993, presque simultanément par deux équipes, l'une constituée de M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski et B. Djafari-Rouhani [25] et l'autre d'E. N. Economou et M. Sigalas [26]. L'idée était de produire des gaps acoustiques absolus pour certaines structures et certains matériaux, c'est-à-dire des bandes interdites quelle que soit la direction de propagation de l'onde élastique incidente. La structure se comporte comme un miroir réfléchissant, pour une onde dont la fréquence est dans le domaine de la bande interdite. L'intérêt premier de ces structures a été de créer des défauts pour confiner et plus généralement pour contrôler la propagation du son. Elles permettent des applications comme le guidage d'ondes, l'isolation acoustique, etc.

L'étude de la propagation des ondes, aussi bien élastique qu'électromagnétiques dans des structures périodiques, a permis de mettre en évidence des analogies et des différences. Ceci est récapitulé dans le tableau 2.1.

La première étude a porté sur une structure 2D de cylindre d'aluminium incorporé dans une matrice de Nickel [25]. Dans la figure 2.1, la courbe de dispersion représente la fréquence réduite ($\frac{\omega a}{2\pi c}$) en fonction du vecteur d'onde réduit ($\frac{ka}{2\pi}$) où ω , a , k , c représentent respectivement la pulsation, le paramètre de maille, le vecteur d'onde et la célérité de l'onde. On observe une bande interdite (hachurée) où il n'y a aucune courbe de dispersion dans une zone de fréquence réduite autour de 0.6.

Les premières investigations ont été de comprendre le mécanisme de formation des bandes interdites et paramètres géométriques et physiques qui contrôlent l'ouverture de ces gaps dans différents types de cristaux phononiques (2D, 3D, liquide/liquide, solide/solide, liquide/solide).

Propriétés	Cristal électronique	Cristal photonique	Cristal phononique
Matériaux	Cristallin (naturel ou obtenu par croissance)	Composé de deux matériaux diélectriques	Composé de deux matériaux élastiques
Paramètres	Constantes universelles nombres atomiques	Constante diélectriques des constituants	Densités, vitesse du son dans les constituants
Constante de maille	1 – 5 Å (microscopique)	0.1µm- 1cm (mésoscopiques ou macroscopiques)	Mésoscopiques ou macroscopiques
Ondes	De Broglie (électron) ψ	Electromagnétiques ou lumineuses (photon) E.B	Vibration ou sonores (phonon) u
Polarisation	Spin (haut et bas)	Transversale : $\nabla \cdot D = 0$ $\nabla \cdot E \neq 0$	Trans. Longit. : $\nabla \cdot u \neq 0$ $\nabla \cdot u \neq 0$
Equation différentielle	$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\right) \nabla^2 \psi + v(r)\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$	$\nabla^2 E - \nabla(\nabla E) = \frac{\epsilon(r)\partial^2 E}{c^2 \partial t^2}$	$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_t} \left(\lambda \frac{\partial u_i}{\partial x_t} \right) + \frac{\partial}{\partial x_t} \left[\mu \left(\frac{\partial u_t}{\partial x_t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_t} \right) \right] \right\}$ Milieu isotrope
Particules libres	$W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ (électron)	$W = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} k$ (photons)	$W = c_{t,i} k$ (phonons)
Bandes interdites	Augmente avec le potentiel dans le cristal ; pas d'état électronique possible	Augmente avec $ \epsilon_a - \epsilon_b $; pas de photons, pas de lumière.	Augmente avec $ \rho_a - \rho_b $; pas de vibration, pas de son
Gamme spectral	Ondes radio, micro-ondes, optiques, rayon x	Micro-ondes, optique	$w \leq q q$ GHz

Tableau 2. 1: Tableau récapitulatif des analogies et différences entre des structures périodiques pour différents types d'onde [25].

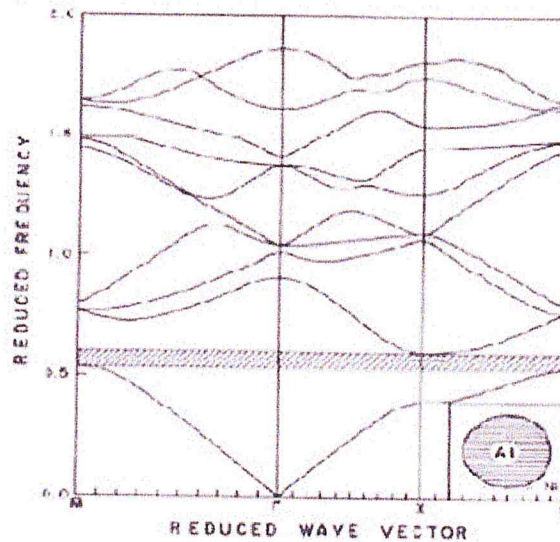


Figure 2. 1: courbe de dispersion d'un cristal phononique [25].

Dans le cas d'un cristal phononique à deux dimensions, les inclusions sont formées de cylindre de section quelconque que l'on peut disposer selon un réseau cristallographique choisi (réseau carré, hexagonal...). Les inclusions peuvent être de simples trous mais peuvent aussi être composées d'un autre matériau, différent de celui de la matrice hôte [27-28].

Par analogie avec le travail effectué sur les cristaux photoniques, où un contraste important entre les indices de réfraction était nécessaire, il a été montré que, dans le cas des cristaux phononiques, l'existence et la largeur des bandes interdites absolues dépendaient fortement de la nature des constituants, du contraste entre les paramètres physiques (densité et constantes élastiques) entre les inclusions et la matrice, de la géométrie du réseau d'inclusion, de la forme des inclusions et du facteur de remplissage.

Les premières mesures expérimentales furent effectuées en 1995, sur une sculpture espagnole d'Eusebio Sempere (figure 2.2) par Martinez-sala et al [29]. Cette sculpture est composée de tubes d'acier dans l'air disposés de manière périodique selon un réseau carré.

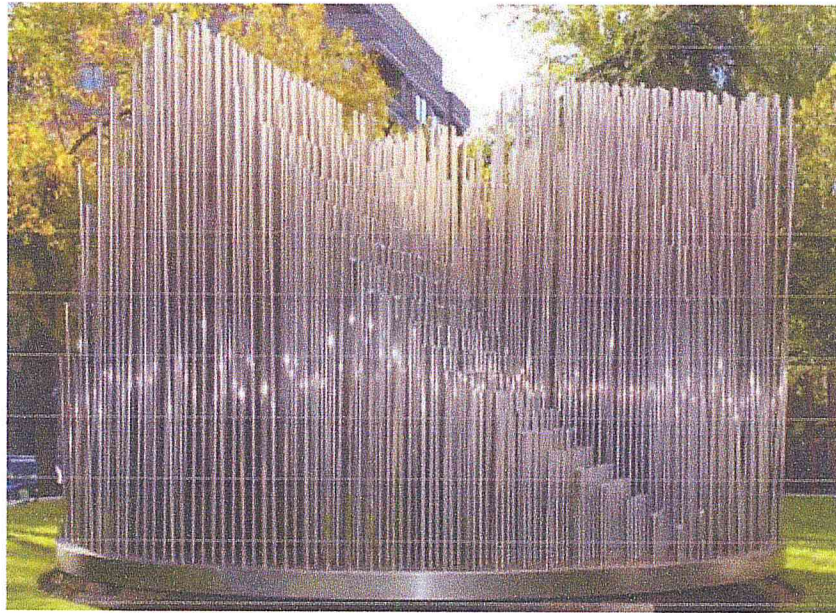


Figure 2. 2: Sculpture d'E. Sempere, exposée à la fonction Juan March à Madrid, utilisée pour les démonstrations expérimentales par Martinez-Sala [29].

Toutefois, cette structure n'admet que des bandes interdites partielles c'est-à-dire des fréquences interdites selon seulement certaines directions de l'espace. Mais les cristaux phononiques se définissent comme des matériaux ayant la possibilité de présenter des bandes interdites absolues, c'est-à-dire quelle que soit la direction de l'onde incidente. Les premières mesures qui ont confirmé la possibilité d'obtenir des bandes interdites absolues, ont été présentées en 1998 par Sanchez-Perez et al [30] et Vasseur et al [31]. La structure solide/fluide présentée par les premiers est un système 2D carré ou hexagonal de cylindres d'acier dans l'air. Au-delà de la mise en évidence expérimentale d'une bande interdite absolue, ils ont montré dans ces matériaux que certaines bandes de vibration ne conduisaient pas à une transmission de l'onde. Ces bandes, appelées bandes sourdes, ne peuvent pas être excitées avec une onde incidente longitudinale. Parallèlement, Vasseur et al ont démontré expérimentalement l'existence d'une bande interdite absolue dans une structure solide/solide de cylindre d'aluminium dans de l'époxy.

Simultanément Montero de Espinosa et al [32] ont montré la possibilité d'obtenir des bandes interdites absolues sans bandes sourdes dans une structure fluide/solide composée de cylindres de mercure dans une matrice d'aluminium.

Toutes ces structures présentent, sous certaines conditions géométriques et physiques, des bandes interdites qui proviennent de phénomènes de diffractions dits de Bragg qui résultent de la périodicité du cristal phononique. Ces bandes interdites présentent une fréquence centrale autour de $\frac{c}{2a}$, où c est la vitesse de propagation dans l'inclusion et a le paramètre de maille. L'obtention de bandes interdites dans le domaine audible à basses fréquences peut donc s'obtenir de deux façons : soit en augmentant le paramètre de maille a , soit en diminuant la vitesse de propagation c .

Le problème que posent ces structures est l'encombrement spatial qu'elles imposent, dès lors que l'on souhaite obtenir des bandes interdites dans le domaine des fréquences audibles. En effet, elles doivent avoir des tailles de l'ordre de la longueur d'onde du son audible, soit de quelques mètres. Par exemple, pour une structure composée de cylindres d'acier dans l'air, il faudrait un paramètre de maille $a=0.34\text{m}$ pour obtenir une bande interdite autour de la fréquence moyenne 1 KHz.

On peut montrer qu'en combinant plusieurs cristaux phononiques de périodes variables, il est possible d'obtenir une structure qui couvre toute la gamme des fréquences audibles par un chevauchement des gaps. La structure proposée par Kushwaha et al [33] permet d'obtenir un gap de fréquences compris entre 2 et 11 KHz.

Quelques autres voies ont été explorées comme l'utilisation de rangées d'arbres pour arrêter la propagation du son dans le domaine des fréquences audibles [34].

Cependant, pour expliquer l'existence de certains gaps, on ne peut pas exclure l'influence de résonances qui se produisent dans chaque inclusion et qui, couplée avec leurs voisins, permettent l'ouverture de gaps d'hybridation [35]. Psarobas et al ont mis en évidence de manière théorique, vérifié par la suite expérimentalement, le mécanisme hybride de formation d'un gap. Ces travaux ont montré que la largeur des gaps n'est pas due uniquement aux diffractions de Bragg mais qu'elle est due à un couplage entre les résonances particulières de l'inclusion et celles de la structure périodique d'un milieu effectif homogène.

2.2 Qu'est-ce qu'un cristal phononique ?

Les cristaux phononiques sont des matériaux composites macroscopiques présentant une périodicité spatiale dans une ou plusieurs directions de l'espace. En tant que tels, ils sont capables de bloquer la propagation acoustique dans certaines directions de l'espace. En tant que tels, ils sont capables de bloquer la propagation acoustique dans certaines directions et gammes de fréquences, par le biais de réflexions de Bragg où par le phénomène de résonance locale des éléments mis en réseau. On parle alors de bande de fréquences interdites, que l'on abrège le plus souvent en « bande interdite » [36].

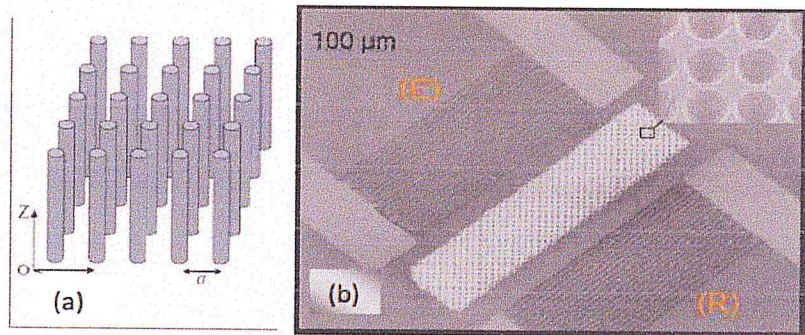


Figure 2. 3: a) Schéma d'un cristal phononique à deux dimensions, b) Filtre à cristaux phononique [36].

Ce nom a été choisi par analogie avec les cristaux photoniques, des structures similaires mais agissant sur la lumière. Du point de vue quantique, un phonon est une vibration élastique élémentaire d'un morceau de matière, tout comme le photon est une particule élémentaire de lumière [37].

L'idée du cristal phononique est de fabriquer un matériau artificiel structuré périodiquement, par exemple par assemblage d'au moins deux matériaux différents. Intuitivement, plus les propriétés acoustiques des matériaux mis en jeu sont contrastées, plus les phénomènes d'interférence d'onde sont importants [38].

2.3 Structures périodiques :

Les structures à bandes interdites phononiques sont constituées de matériaux disposées périodiquement suivant une, deux ou trois dimensions (voir figure).

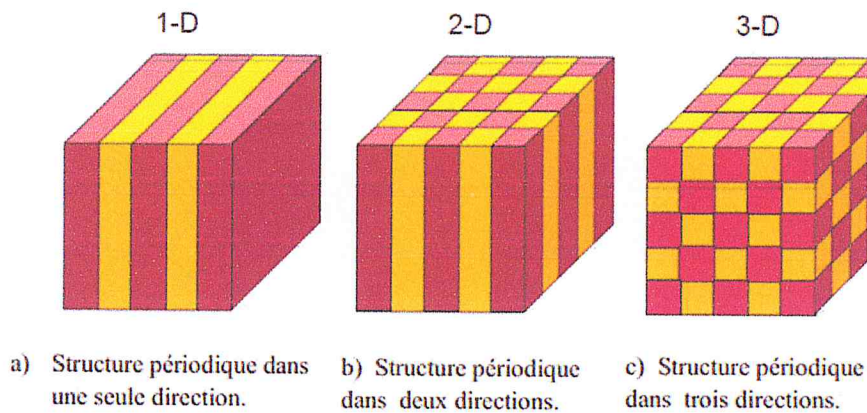


Figure 2. 4: Exemples de structures périodiques [40].

2.3.1 Structures périodiques unidimensionnelles (1D)

Les structures 1D sont les plus anciennes, elles ont été déjà longuement étudiées et utilisées comme miroirs diélectriques, ou filtres optiques. Elles consistent en une alternance de plans diélectriques d'épaisseur $\lambda/4$ où λ représente la longueur d'onde du rayonnement guidé (figure (1D)). Les bandes interdites de cette structure, appelée également miroir de Bragg, sont sensibles à l'angle d'incidence, il faut étendre la périodicité de la structure à 2 voir 3 dimensions.

2.3.2 Structures périodiques bidimensionnelles (2D)

Les structures 2D sont des cristaux dont la permittivité diélectrique est périodique dans les deux dimensions et reste invariante dans la troisième dimension (figure 2.4). Elles se regroupent principalement suivant trois familles qui sont les réseaux carré, triangulaire et hexagonal (voir figure 2.5).

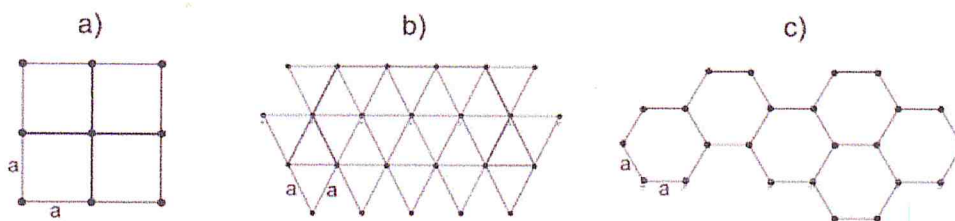


Figure 2. 5: structures 2D : a) Structure carrée, b) triangulaire et c) hexagonale [40].

Ces structures bi-périodiques sont généralement composées de cylindres diélectriques. Elles présentent une géométrie simple qui facilite leurs études théorique et expérimentales.

2.3.3 Structures périodiques tridimensionnelles (3D)

Les structures périodiques tridimensionnelles sont périodiques suivant les trois directions de l'espace. La figure 2.6 montre quelques exemples de cristaux phononiques artificiels 3D.

En réalité, peu de structure 3D possèdent une bande interdite complète [41]. Ho et al. ont été les premiers à montrer théoriquement la présence d'une bande interdite complète dans une structure à symétrie Cubique à face centré (CFC) ou communément appelée structure diamant. L'inconvénient des structures 3D réside dans le fait qu'elles soient difficiles à réaliser expérimentalement.

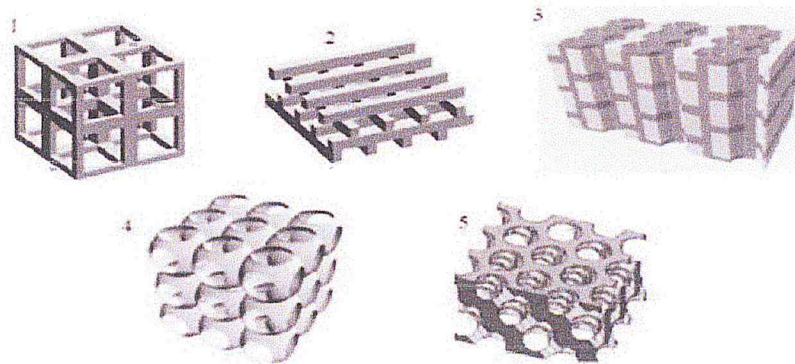


Figure 2. 6: Exemples de structures 3D publiées dans : structure cubique (1), tas de bois (2), structure multicouche (3), opales ou inversées (4), Yablonovite (5)[41].

2.4 Structures de bandes et bandes interdites phononiques

Dans les études qui traitent de la propagation des ondes dans un milieu quelconque, l'objectif est de cerner le comportement de celles-ci en termes de relation entre la fréquence et le vecteur d'onde en fonction des autres paramètres liés au milieu de la propagation. Cette relation est appelée relation de dispersion. Dans un milieu élastique homogène, par exemple, cette relation peut être simple et linéaire : $\omega(\mathbf{k}) = \mathbf{V} \cdot \mathbf{k}$, \mathbf{V} représentant la vitesse de propagation de l'onde dans le

milieu, qui dépend directement des propriétés élastiques et de la densité de ce dernier; dans ce cas, nous ne sommes pas en présence de dispersion de l'onde. Cette dernière a lieu quand la relation entre la fréquence et le vecteur d'onde devient plus complexe, où la vitesse de phase et celle de groupe peuvent être distinguées.

Afin de comprendre les comportements des ondes élastiques/acoustiques dans les milieux périodiques, les chercheurs se sont depuis toujours intéressés à calculer les relations de dispersion, qu'ils représentent sous forme de courbes reliant la fréquence au vecteur d'onde suivant différentes directions de propagation. Cette forme de visualisation du comportement dispersif est appelée **structure de bandes phononique**. En effet, en exploitant la périodicité élastique du CP, le théorème de Bloch précise que chaque onde solution qui se propage dans le CP, est le produit d'une onde plane et d'une fonction périodique. Le calcul de la structure de bande se limite donc à une zone réduite de l'espace des vecteurs d'onde : une cellule de périodicité appelée zone de Brillouin comme dans le cas des états d'énergies électroniques dans une structure cristalline périodique d'un matériau. Ainsi, la structure de bandes phononique présente les différents modes de propagation possibles des ondes élastiques qui se diffusent dans le CP.

La principale propriété remarquable qu'offrent les CP est la possibilité de création de bandes interdites au niveau de la structure de bande. Une bande interdite se présente dans ce cas sous forme d'un intervalle de fréquences où aucun lien n'est défini entre la fréquence et le vecteur d'onde. La figure 2.7 présente un exemple [42] de structure de bande phononique pour un CP bidimensionnel à ondes de Lamb (semblable à celui de la figure 2.5) constitué d'un arrangement carré périodique d'inclusions cylindriques en or dans une plaque d'époxy d'épaisseur $e=0.25a$, a étant la périodicité de la structure. Cette structure de bande est calculée puis représentée suivant les trois directions de propagation ΓX , XM et $M\Gamma$, axes principaux de symétrie de la première zone de Brillouin, déterminés par le vecteur d'onde k .

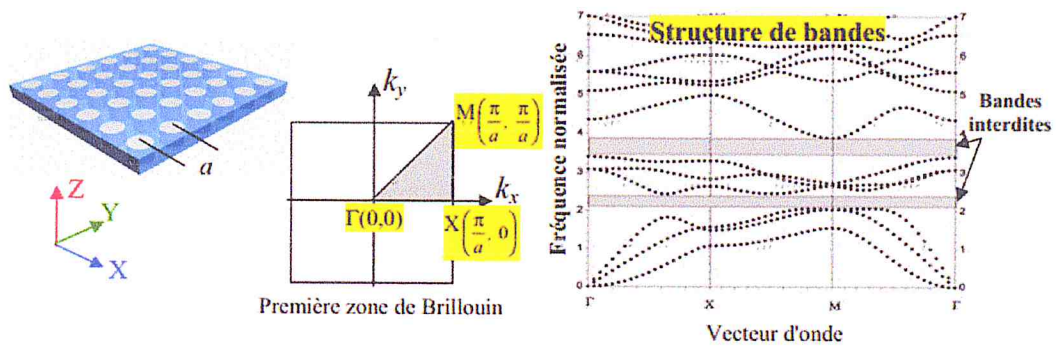


Figure 2. 7: Exemple de calcul de structure de bandes aux axes principaux de symétrie de la première zone de Brillouin pour un CP à ondes de Lamb [42].

Les premières études menées sur les systèmes phononiques ont permis de mettre en évidence le mécanisme responsable de la création des bandes interdites, à savoir la diffusion de Bragg. Tamura *et al* [43] étaient parmi les premiers à étudier en détail le mécanisme de réflexion de Bragg dans un CP unidimensionnel. Ils ont ainsi montré la possibilité d'avoir un CP se comportant comme une barrière pour les modes longitudinaux et transverses dans des intervalles de fréquences bien déterminés dans toute la première zone irréductible de Brillouin. De plus, ils ont mis en évidence une forte atténuation des ondes à ces intervalles lors de leur transmission dans le CP. Par la suite, d'innombrables travaux se sont attelés à étudier l'ouverture de bandes interdites par le mécanisme de Bragg dans différents systèmes phononiques, tout en explorant l'influence des paramètres géométriques et physiques sur le comportement de ces bandes prohibant toute propagation[44-45]. Ainsi, et de manière générale, il est bien établi que ce type de bandes interdites dépend fortement de la périodicité et de la symétrie du CP

En outre, les ondes ayant leur fréquence dans la bande interdite ont une longueur d'onde de l'ordre de la périodicité de la structure phononique. Enfin, le CP adopte le même comportement dispersif indépendamment de sa périodicité, et les fréquences d'ouverture des bandes interdites sont inversement proportionnelles à la périodicité de la structure phononique. Cependant, et dans certains CP spécifiques, la création de la bande interdite peut être causée par un tout autre mécanisme qui a été mis en évidence par Liu *et al* [46] en 2000, à savoir le mécanisme de la résonance locale. Ces systèmes périodiques sont dans ce cas appelés à cristaux phononiques à résonance locale (CPRL).

2.4.1 Physique des milieux périodiques

La propagation d'ondes dans un milieu périodique présente des similarités quel que soit le domaine de la physique concerné. La physique des semi-conducteurs est en effet basée sur les interactions entre l'onde représentant la densité de probabilité de présence d'un électron et le réseau périodique de la maille cristalline, mais on peut aussi s'intéresser à la propagation des phonons dans un tel cristal. A l'échelle macroscopique, des phénomènes analogues apparaissent suite à la diffraction des ondes dans des réseaux multicouches périodiques optiques ou acoustiques. Tous ces phénomènes ont pour principe fondamental la diffraction de Bragg, qui a la particularité d'expliquer la création de bandes de fréquences dites interdites ou d'arrêt dans la propagation des ondes dans le milieu périodique.

2.4.2 Loi de Bragg

En 1913, W.H. et W.L. Bragg établissent la loi dite de Bragg [47], basée sur l'observation de la diffraction des rayons X sur un cristal, mais pouvant s'appliquer plus généralement à la diffraction d'une onde plane dans un milieu périodique. Si on considère que le cristal est un arrangement périodique d'atomes, les rayons X qui frappent chaque atome avec une phase (ou un chemin optique) différente subissent une diffusion (dite de Rayleigh) : il y a réémission d'ondes de même fréquence. Si la distance entre les atomes respecte la loi de Bragg, énoncée sous la forme :

$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (2.1)$$

Où n est un entier naturel, λ la longueur d'onde, d la distance entre deux plans cristallographiques et θ l'angle entre le faisceau incident et la surface du cristal, il y a interférence constructive. Ce phénomène est expliqué en se limitant à une dimension (correspondant à la distance entre plans cristallins) dans la Figure 2.8.

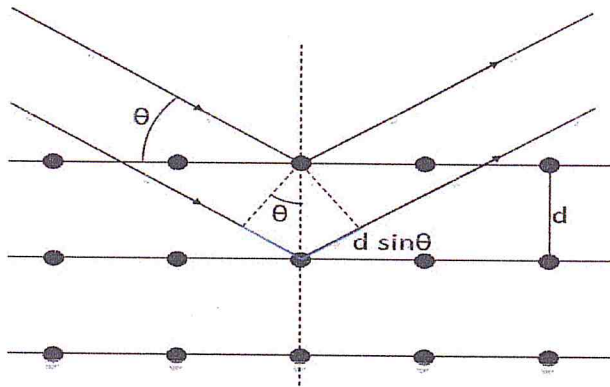


Figure 2. 8: schéma expliquant la loi de Bragg

De cette figure on déduit géométriquement la loi de Bragg en considérant la différence de chemin optique entre les deux rayons incidents. Lorsque cette différence est égale à un nombre entier de la longueur d'onde incidente, alors les rayons peuvent se combiner pour donner une interférence constructive, ce qui conduit à l'équation (2.1).

2.5.3 Zone de Brillouin

L'énoncé le plus important de la diffraction pour la physique de l'état solide fut donné par Brillouin. C'est la seule construction utilisée dans la théorie des bandes d'énergie pour les électrons d'un cristal et dans l'expression des excitations élémentaires des cristaux. Par raison de symétrie, la zone de Brillouin est par définition la maille de Wigner-Seitz du réseau réciproque ; nous représentons les vecteurs joignant un site du réseau réciproque à tous les plans bissecteurs perpendiculaires à ces vecteurs. Le volume le plus petit autour du site choisi limité par ces plans est appelé zone de Brillouin.

Nous pouvons construire les zones supérieures de Brillouin de la même manière, la 2^{ième} zone de Brillouin est l'espace limité d'une part par les plans bissecteurs perpendiculaires aux vecteurs joignant le site à l'origine aux 3^{ième} sites voisins et d'autre part les plans bissecteurs des zones de Brillouin inférieures. La figure montre les zones de Brillouin du réseau réciproque de structure carrée [48].

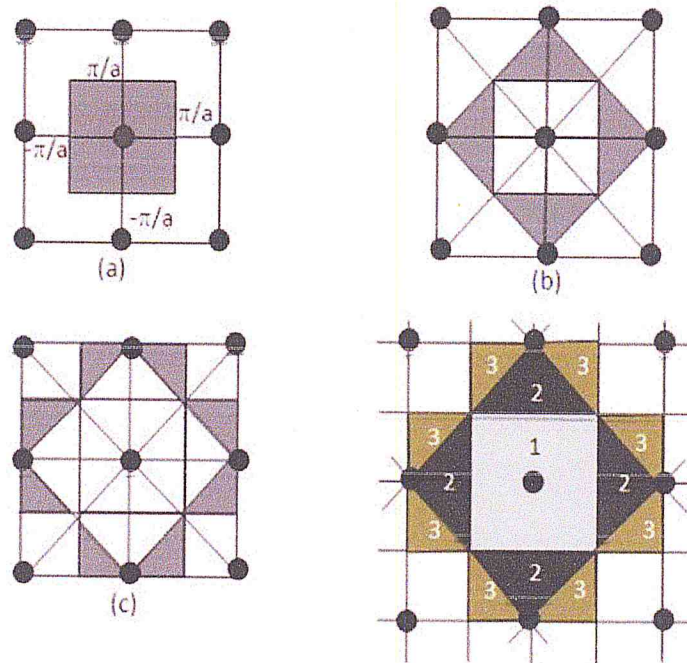


Figure 2. 9: (a) 1^{ère}, (b) 2^{ième}, (c) 3^{ième} zone de Brillouin d'un réseau carré [48].

2.6 Equations de propagation des ondes élastique ;

2.6.1 Formulation générale

2.6.1.1 Equations de mouvement

La propagation des ondes élastiques/acoustiques dans les solides est décrite par deux champs d'équations de base : l'équation reliant le tenseur de déformation au champ de déplacement $\mathbf{S} = \nabla_s \mathbf{u}$ et l'équation du mouvement $\nabla \cdot \mathbf{T} = \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}$. Cette dernière exprime le comportement vibratoire propre d'un milieu libre de toute interaction extérieure, où les forces d'inertie et celles de rappel élastique agissent sur les particules du milieu pour donner lieu aux mouvements d'oscillation. À ces deux équations, on ajoute la loi de Hooke $\mathbf{T} = \mathbf{c} : \mathbf{S}$ reliant le tenseur des contraintes à celui des déformations, permettant ainsi d'établir le lien entre les forces élastiques de rappel et la déformation du matériau au moyen des constantes élastiques du milieu. Un système d'équations en \mathbf{T} , \mathbf{S} et \mathbf{u} est ainsi défini :

$$\begin{cases} \mathbf{S} = \nabla_s \mathbf{u} & (2.2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{T} = \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} & (2.3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{T} = \mathbf{c} : \mathbf{S} & (2.4) \end{cases}$$

Où \mathbf{T} et \mathbf{S} représentent respectivement les tenseurs des contraintes et des déformations, \mathbf{u} le vecteur champ de déplacement, et \mathbf{c} le tenseur de rigidité élastique (*stiffness tensor*) regroupant les constantes élastiques du milieu.

Le produit désigné par les deux points ":" (*double dot Product*) signifie que les deux tenseurs \mathbf{T} et \mathbf{S} sont liés par la relation suivante:

$$T_{ij} = \sum_{k,l} c_{ijkl} S_{kl}$$

L'expression $\mathbf{S} = \nabla_s \mathbf{u}$ implique $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$, avec $(i, j, k, l) \in \{x, y, z\}^4$, x, y et z étant les trois directions du repère cartésien dans l'espace tridimensionnel. Le système décrit par les équations (2.1), (2.2) et (2.3) peut aussi être écrit sous la forme :

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sum_j \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = \sum_{j,k,l} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(c_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right)$$

Ces équations peuvent encore être simplifiées par les symétries des tenseurs \mathbf{T} et \mathbf{S} , à savoir $c_{ijkl} = c_{jikl}$, $c_{ijkl} = c_{ijlk}$ et $c_{ijkl} = c_{klij}$, et en utilisant la notation de Voigt pour le tenseur de rigidité élastique et celui des contraintes : $c_{ijkl} = c_{IJ}$ et $T_{ij} = T_I$, avec :

Tableau 2. 2: Notation de Voigt

ij, kl	xx	yy	zz	yz, zy	xz, zx	xy, yx
I, J	1	2	3	4	5	6

On obtient ainsi:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial T_6}{\partial y} + \frac{\partial T_5}{\partial z} \\ \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \frac{\partial T_6}{\partial x} + \frac{\partial T_2}{\partial y} + \frac{\partial T_4}{\partial z} \\ \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial T_5}{\partial x} + \frac{\partial T_4}{\partial y} + \frac{\partial T_3}{\partial z} \end{cases} \text{ Avec } \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y}{\partial y} \\ \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Dans un milieu isotrope par exemple, le tenseur élastique se présente sous la forme [17]:

$$c = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix} \text{ avec } c_{44} = (c_{11} - c_{12})/2$$

En analyse numérique, la résolution de ces équations permet de simuler le comportement élastique d'un milieu solide quelconque, et donc sa réponse aux différentes sollicitations extérieures qu'il subit, notamment les excitations générant des ondes acoustiques ou élastiques.

2.6.1.2 Conditions aux limites

Dans une étude numérique, le CP constitue le domaine de résolution des équations (2.5). Celui-ci présente des interfaces et des frontières de différents types, qu'il faut définir en termes de comportement élastique et traduire en équations. Ainsi, des équations de conditions aux limites sur les champs de déplacement u et des contraintes T sont exprimées sur ces frontières selon leur nature qui peut être libre, fixe, ou présenter une propriété de périodicité.

2.6.1.3 Conditions aux limites libres et fixes

Les conditions aux limites libres ou fixes, sur une ou plusieurs frontières du domaine étudié, doivent être exprimées et jointes aux équations de propagation (2.5). Une surface libre ne subit aucune contrainte en aucun de ses points. Par exemple, dans un milieu présentant une surface plane libre située en $z = z_1$ et dont la normale n_z est suivant la direction de l'axe (OZ) du repère cartésien, la condition aux limites libres s'exprime par :

$$T|_{z=z_1} \cdot n_z = 0$$

C'est-à-dire
$$T_{xz}|_{z=z_1} = T_{yz}|_{z=z_1} = T_{zz}|_{z=z_1} = 0$$

Ou, avec la notation de Voigt :
$$T_5|_{z=z_1} = T_4|_{z=z_1} = T_3|_{z=z_1} = 0$$

En ce qui concerne une surface fixe, aucun déplacement n'est possible pour les particules du milieu la constituant. La condition aux limites s'exprime dans ce cas par un champ de déplacement nul $\mathbf{u}=\mathbf{0}$, c'est-à-dire $u_x = u_y = u_z = 0$ en tout point de cette surface.

2.6.1.4 Conditions aux limites périodiques

Les conditions aux limites périodiques ont été élaborées afin de modéliser des systèmes périodiques très larges, supposés infinis. Le principe consiste à réduire le domaine de résolution à un élément de périodicité constituant *une cellule unité* qui sera le nouveau domaine d'étude. Les conditions aux limites périodiques sont introduites sur les frontières de cette cellule suivant les directions de périodicité afin d'exprimer le fait que les propriétés de l'onde acoustique à l'entrée sont les mêmes qu'à la sortie de la cellule, avec un déphasage bien déterminé. Le système simulé est ainsi théoriquement infini. En termes d'équations, une formulation donnée par le théorème de Bloch-Floquet permet d'exprimer ce comportement périodique sur le champ de déplacement et les contraintes, s'agissant des problèmes traitant de la propagation des ondes. Ainsi, pour un domaine périodique infini, l'étude se fait sur une cellule unité en écrivant les conditions périodiques suivantes :

$$\mathbf{u}_I(\vec{\mathbf{X}} + \vec{\mathbf{a}}) = e^{-i\vec{k}\cdot\vec{\mathbf{a}}} \mathbf{u}_J(\vec{\mathbf{X}}) \quad \text{et} \quad T_J(\vec{\mathbf{X}} + \vec{\mathbf{a}}) = e^{-i\vec{k}\cdot\vec{\mathbf{a}}} T_J(\vec{\mathbf{X}})$$

Où u_i et T_j sont respectivement le champ de déplacement et les contraintes, $\vec{\mathbf{a}}$ le vecteur de périodicité de la structure étudiée, \vec{k} le vecteur d'onde et $\vec{\mathbf{X}} = (x, y, z)$ le vecteur coordonnées dans le repère cartésien.

Nous aurons l'occasion de voir en détail l'utilisation de ces conditions périodiques dans les différentes méthodes de calculs présentées dans ce chapitre. Mais d'abord, intéressons nous à quelques cas de systèmes classiques dans lesquels différents types d'ondes élastiques/acoustiques classiques se propagent.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé les notions de bases associées aux cristaux phononiques et les fondements théoriques. Parmi ces concepts nous avons vu que la propagation d'ondes à travers un matériau présentant des propriétés périodiquement variables. Nous avons expliqué les diagrammes de bandes, permettant de décrire les différents modes présents dans les structures périodiques et de faire apparaître les bandes interdites des cristaux phononiques.

CHAPITRE3 : Simulation par la méthode des éléments finis des bandes interdites dues à la propagation des ondes élastiques dans les CP bidimensionnels à deux résonateurs.

CHAPITRE3 : Simulation par la méthode des éléments finis des bandes interdites dues à la propagation des ondes élastiques dans les CP bidimensionnels à deux résonateurs.

3.1 Introduction :

Durant les dernières décades, un effort de recherche important a été consacré à l'étude de la propagation des ondes élastiques dans des matériaux artificiels que sont les cristaux phononiques (CP). La plus part de ces structures phononiques sont constitué par des matériaux composites : une répétition d'inclusion dans une matrice avec des géométries très variées. Ces structures phononiques sont très riches en propriétés tel que la réfraction négative, les modes de défauts localisés, les bande interdites (*Phononic Band Gaps ou PBGs*) [50, 51,52].

Dans ce chapitre nous allons traiter des matériaux ou structures bidimensionnelles phononiques à la recherche de bandes gap dans la partie basse du spectre. Nous partons du travail de l'équipe de Nansha Gao *et al.* Publié en 2015 [55], afin de valider notre modèle et analyser en détail différentes structures et proposer même une structure dans le domaine du génie civil qui mérite d'être approfondie dans d'autres travaux. L'adjonction d'une résonance locale basse fréquence a déjà démontée et démontre son efficacité à tirer vers les basses fréquences les bandes interdites [56]. Un résonateur local est en général constitué d'une tête (la masse du résonateur) et d'un cou (représentant l'élasticité d'un ressort). En effet, ces résonateurs locaux peuvent ouvrir des bandes interdites dans les structures planes et être utilisées dans l'isolation à la propagation des vibrations sans ajout excessif de masse perdue.

Nos simulations numériques sont implémenté en utilisant la méthode des éléments finis sous Comsol Multiphysics 5.2 a la recherche des fréquences propres de résonances afin de tracer les courbes de dispersions donnant la fréquence en fonction du vecteur d'onde dans les direction privilégiées.

3.2 Simulation par la Méthode des Eléments Finis

3.2.1 Définition du Logiciel Comsol Multi-physiques

Comsol *Multiphysics* est un logiciel permettant de résoudre les systèmes d'équations différentielles, décrivant un ou plusieurs phénomènes physiques couplés ou découplés, par la méthode des éléments finis. Avec une bonne adaptation de maillage, on peut contrôler l'erreur par l'utilisation des différents solveurs numériques [57]. On peut ainsi modéliser des phénomènes multi-physiques tels que la déformation élastique des matériaux, l'écoulement des fluides ou encore l'électrostatique, etc. Le type d'analyse peut être choisi en fréquences propres, harmoniques ou mêmes transitoires. Les méthodes numériques avancées permettent de résoudre des problèmes avec des physiques « simples » ou d'étudier des phénomènes multi-physiques « couplés ». Comsol *Multiphysics* possède plus de 25 modules ; électrique, mécanique, fluidique et chimiques, etc. Le temps nécessaire aux simulations (allant de quelques minutes jusqu'à plusieurs heures) est très variable, il est fonction de la puissance de la machine de calcul et selon la dimension ; 1D, 2D, 3D, ainsi que le type de maillage.

3.2.2 Définition de la méthode FEM :

La méthode des éléments finis (MEF, ou FEM pour *finite elements method*) est utilisée pour résoudre numériquement des équations différentielles partielles. Celles-ci peuvent par exemple représenter analytiquement le comportement dynamique de certains systèmes physiques (mécaniques, thermodynamiques, acoustiques, etc.).

Concrètement, cela permet de déterminer *numériquement* le comportement d'objets même très complexes, à condition qu'ils soient continus et décrits par une équation aux dérivées partielles linéaire (mouvement d'une corde secouée par l'un de ses bouts, comportement d'un fluide arrivant à grande vitesse sur un obstacle, déformation d'une structure métallique) [58].

3.3 Simulation d'une structure cristaux phononiques à deux résonateur

3.3.1 Formulation mathématique

Nous partons d'un modèle des travaux de Nansha Gao *et al.* [54] à partir d'une structure de PC d'un solide isotrope avec deux résonateurs dans un réseau carré. Comme le montre la Fig. 3.1 (a) et (b), la structure PC considérée ici est une dalle avec deux inclusions rectangulaires embarquées périodiquement le long du plan X-Y. Les inclusions ne sont pas reliées directement à la dalle mais reliées par des connecteurs rectangulaires. La structure est infinie dans la direction Z et les axes des résonateurs sont parallèles à la surface des CPs. La longueur latérale du modèle 1 est la constante de réseau a , et les quatre côtés ont une longueur égale. À l'intérieur du modèle 1, la longueur latérale de la partie creuse est c . Dans la même cavité, il y a deux résonateurs séparés, leurs longueurs et leurs largeurs sont respectivement k_1, w_1, k_2 et w_2 . Les paramètres de géométrie du connecteur sont h_1, b_1, h_2 et b_2 . La zone d'unité de Brillouin irréductible.

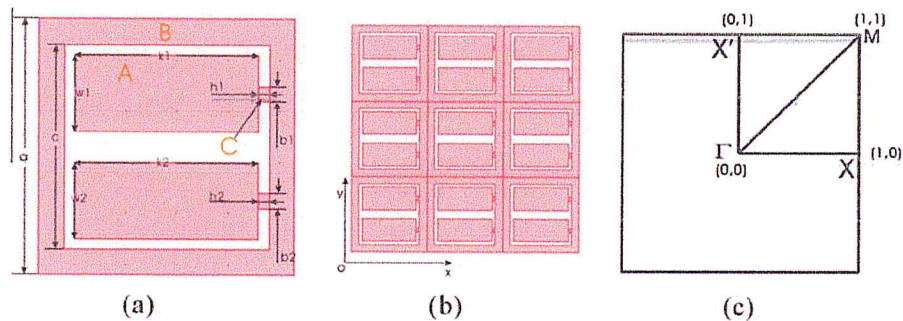


Figure 3. 1: Structure PC et la zone Brillouin irréductible [55].

Dans le présent travail, pour étudier les caractéristiques de l'écart de ces nouveaux types de structure PC, une série de calculs sur la relation de dispersion et les spectres de transmission sont menés avec une méthode FEA basée sur le théorème de Bloch [59-62]. Pour le calcul des relations de dispersion de la structure proposée se référant à un système infini, les équations de champ gouvernant sont données par

$$\sum_{j=3}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sum_{l=1}^3 \sum_{k=1}^3 c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \right) = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (i = 1,2,3). \quad (3.1)$$

Où ρ est la masse volumique, u_i est le déplacement, t est le temps, c_{ijkl} sont les constantes élastiques, et x_j ($j = 1, 2, 3$) représente les variables de coordonnées x , y et z respectivement.

Comme le système infini est périodique selon les directions x et y simultanément, selon le théorème de Bloch, le champ de déplacement peut s'exprimer comme:

$$u(r) = e^{i(k \cdot r)} u_k(r) \quad (3.2)$$

Où $k = (k_x, k_y)$ est le vecteur d'onde limité à la première zone Brillouin du réseau répété et $u_k(r)$ est une fonction vectorielle périodique avec la même périodicité que le réseau cristallin.

Dans le présent travail, la méthode des éléments finis (FEM) est utilisée pour calculer les structures des PC. Une série de calcul sur les relations de dispersion et les spectres de transmission sont menées avec le FEM. En raison de la périodicité des PC, le calcul peut être implémenté dans une cellule unitaire représentative. Les équations de valeur propre dans la cellule unitaire peuvent être écrites comme

$$(K - \omega^2 M)U = 0 \quad (3.3)$$

Où U est le déplacement aux nœuds et K et M sont les matrices de rigidité et de masse de la cellule unitaire, respectivement. Le théorème de Bloch de l'éq. (3.2) doit être appliqué aux limites de la cellule unitaire, en donnant

$$U(r + a) = e^{i(k \cdot a)} U(r) \quad (3.4)$$

Où r est situé aux nœuds frontière et a est le vecteur qui génère le réseau ponctuel associé aux cristaux phononiques.

COMSOL *Multiphysics* 5.2a est utilisé pour résoudre directement la valeur propre Eq. (3.3) sous condition de limite complexe de l'équation (3.4).

Dans le présent travail, le module de mécanique structurale fonctionnant sous le mode (*smpn*) d'application de la contrainte du plan 2D est appliqué. La condition de limite libre est imposée à la surface du trou et les conditions limites de Bloch sur les deux frontières opposées de la cellule unitaire. La cellule unitaire est maillée en utilisant le maillage triangulaire par défaut avec les éléments quadratiques de Lagrange fournis par COMSOL. L'analyse de fréquence propre est choisie comme mode solveur, et le *SPOLES* direct est sélectionné comme solveur linéaire. Pour le calcul des spectres de transmission, un système fini doit être défini. Dans le

processus d'utilisation de la simulation COMSOL, des conditions incitatives devraient être placées sur le côté gauche de l'unité tout au long de la recherche. Nous considérons ici que la structure est finie dans la direction x qui contient N unités. Dans la direction y , les conditions aux limites périodiques sont encore utilisées pour représenter les unités infinies. Dans ce cas, une structure de matrice finie composée de $N \times 1$ unité est modélisée pour le calcul. Les ondes planes à fréquence unique, fournies par la source d'excitation d'accélération, sont incidentes du côté gauche de la matrice finie et se propagent le long de la direction x , et la valeur d'accélération transmise correspondante est enregistrée sur le côté droit. La transmission est définie comme

$$TL = 10 \log \left(\frac{a_o}{a_i} \right) \quad (3.5)$$

3.3.2 Procédure de simulation d'un cristal phononique par Comsol

Les différentes étapes que nous allons suivre pour la simulation 2D d'un cristal phononiques à deux résonateurs par la méthode des éléments finis sont illustrées dans le schéma de la figure 3.2 suivant :

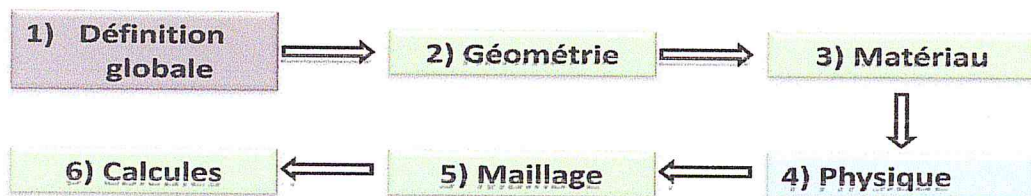


Figure 3. 2: Schémas des étapes de simulation d'un cristaux phononiques

3.3.2.1 Définition globale (*global definition*)

Il est très utile de paramétrer dans un tableau les variables du modèle et les utiliser ensuite dans les différentes étapes de simulation, il suffit ensuite de changer dans le tableau la valeur correspondante à la variable qu'on veut modifier et il sera tenu en compte automatiquement dans tout le modèle. Dans cette simulation, les valeurs des paramètres géométriques sont listées dans le tableau

Tableau 3. 1: Les paramètres géométriques du modèle

Name	Expression	Value	Description
Kxx	0[rad/m]	0 rad/m	Kxx
Kyy	0[rad/m]	0 rad/m	Kyy

Name	Expression	Value	Description
A	$50e^{-3}[\text{m}]$	0.05 m	<i>lattice periode en x</i>
C	$40e^{-3}[\text{m}]$	0.04 m	<i>length C</i>

3.3.2.2 Modele1: Sans Résonateurs

3.3.2.2.1: La définition de la physique et le choix du type d'analyse

Dans cette étape, nous avons ajouté la physique Mécanique structurale (*structural Mechanics*) et on a choisi Mécanique solide (*solid mechanics*).

3.3.2.2.2 Géométrie de la structure cristaux phononiques (PC)

Comsol *Multiphysics* propose des outils de conception géométrique en (1D,2D et 3D). Les opérations géométriques sont toujours organisées selon une séquence dans l'aborecence du modèle.

La structure de bande calculée pour une structure PC infini avec deux résonateurs, où $a = 50 \text{ mm}$, $c = 40 \text{ mm}$.

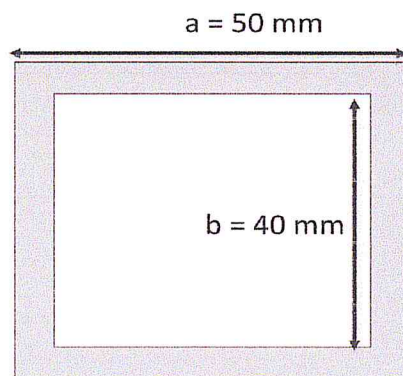


Figure 3. 3: La géométrie de la structure PC

3.3.2.3 Matériaux constituant la structure

Les paramètres physiques des matériaux, tel que le module de Young, la densité volumique, la permittivité diélectrique, le tenseur d'élasticité et le tenseur piézoélectrique...etc, sont des caractéristiques propres à chaque matériau. Dans cette structure PC on a défini deux matériaux. Le matériau de la matrice est en gomme (*Rubber*), tandis que les résonateurs et les connecteurs sont constitués à la fois de plomb (*plumpum*). Les paramètres matériels sont choisis comme suit: la

masse volumique $\rho_r = 1300 \text{ kg / m}^3$, le module de Young $E = 0,2 \text{ GPa}$ et le ratio de Poisson $\gamma = 0,4$ pour la gomme.

a) Rubber

Tableau 3. 2: Domaines des matériau rubber

<i>Geometric entity level</i>	Domain
<i>Sélection</i>	Domain 1

Tableau 3. 3: les proprietes du rubber

Name	Value	Unit
Young's modulus	0.125e9	Pa
Poisson's ratio	0.4	1
Masse volumique	1300	kg/m ³

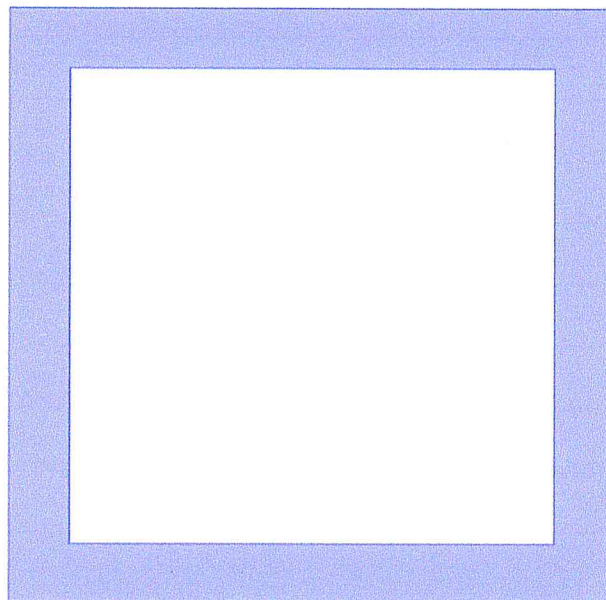


Figure 3. 4 : Position de Rubber

3.3.2.4 Condition aux limites

Afin de permettre aux simulations d'être le plus près possible de la réalité expérimentale et de limiter le nombre de solutions éventuelles, il est impératif de fixer des conditions aux frontières. Ces conditions peuvent être la valeur d'une grandeur physique imposée sur des surfaces ou des lignes ou même des points tel que le module de la vitesse à l'entrée d'un microcanal, la valeur de la pression appliquée sur une surface, la valeur de la tension électrique sur une face d'un dispositifs, etc ...

Par contre, ces conditions peuvent être un type de comportement imposé sur une frontière tel que le mode de fixation d'une poutre (encastrée, libre, ressort,...), périodicité sur une face pour la propagation d'une vibration (Bloch, continue, semi-infinie), etc ...

L'expression de cette condition est :

$$U_{dst} = U_{src} e^{-ik_F.(r_{dst}-r_{src})} \quad ()$$

U : une fonction vectorielle périodique

k : le vecteur d'onde $k = (k_x, k_y)$

3.3.2.5 Maillage de la structure

Le maillage est un découpage du domaine globale en un nombre fini de sous domaines. Comsol *Multiphysics* propose plusieurs méthodes pour le maillage, dont le maillage triangulaire libre, extrudé, couche limite...etc [57]. Le choix du maillage dépend de la nature de la structure, de la géométrie, des conditions aux limites et aussi de la physique.

Le maillage de la structure est une étape très critique dans la simulation, le maillage de notre structure est normal.

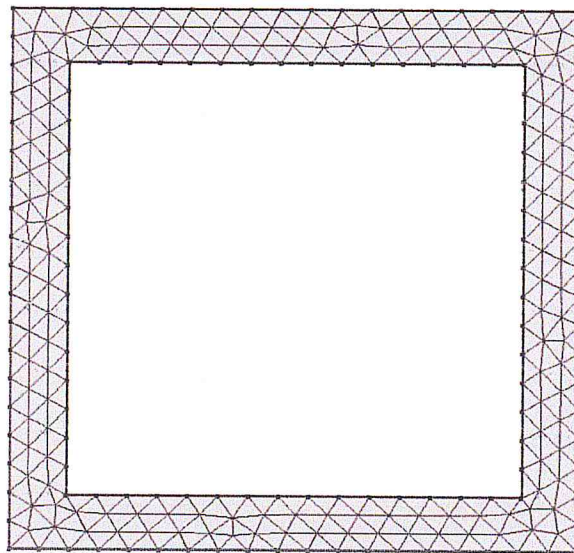


Figure 3. 5: Maillage de la structure

3.3.2.6 Les résultats de la simulation

Afin de confirmer l'analyse de la structure de la bande, les spectres de transmission à travers la structure le long de la direction x dans la Fig. 1 (b). Il existe actuellement deux plages de fréquences où l'atténuation est si grande qu'elle peut être traitée comme des bandes. De la Fig. 2 (b) on peut constater qu'il n'y a pas de bande interdite de 0 à 100 Hz.

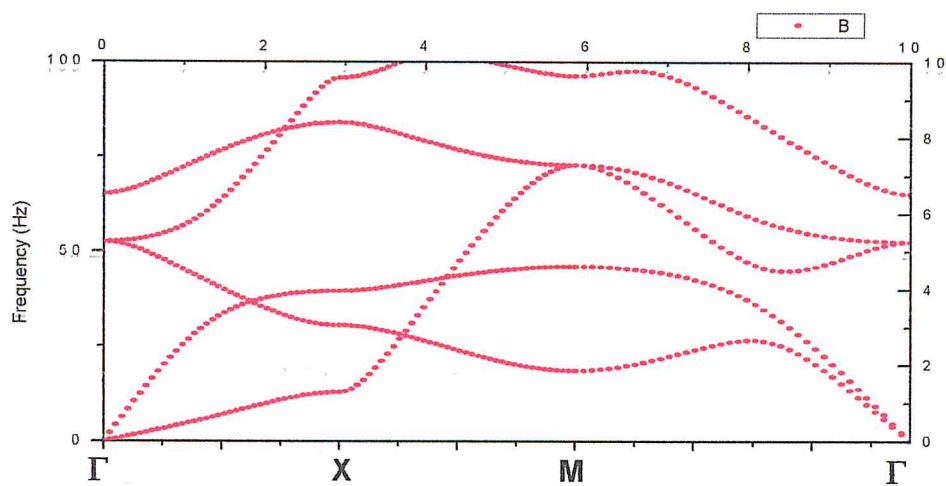


Figure 3. 6: Courbe de dispersion de la structure PC sans résonateur.

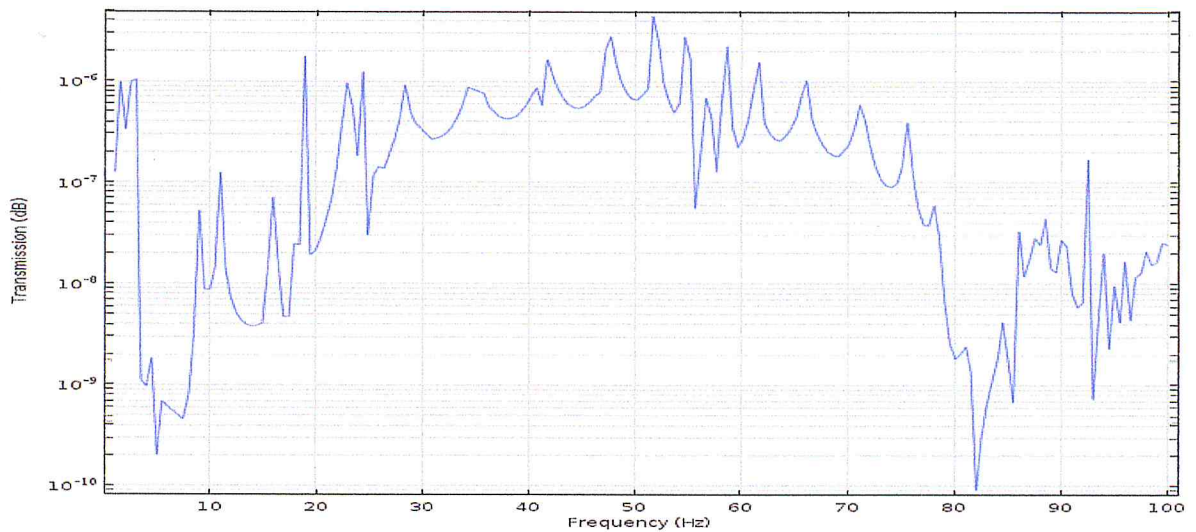


Figure 3. 7: Courbe de transmission de la structure sans résonateurs.

3.2.3 Modèle 2 : Modèle à 1 masse

Nous avons utilisé les mêmes étapes de la simulation

Les paramètres géométriques

Name	Expression	Value	Description
Kxx	0[rad/m]	0 rad/m	Kxx
Kyy	0[rad/m]	0 rad/m	Kyy
A	50e-3[m]	0.05 m	Lattice periode en x
C	40e-3[m]	0.04 m	length C
W1	35e-3[m]	0.015 m	Width W1
K1	35e-3[m]	0.036 m	Height K1
h1	2e-3[m]	0.002 m	width h1
b1	3e-3[m]	0.003 m	height b1

Tableau 3. 4: les paramètres géométriques d'une structure (PC).

3.2.3.1 Géométrie de la structure cristaux phononiques

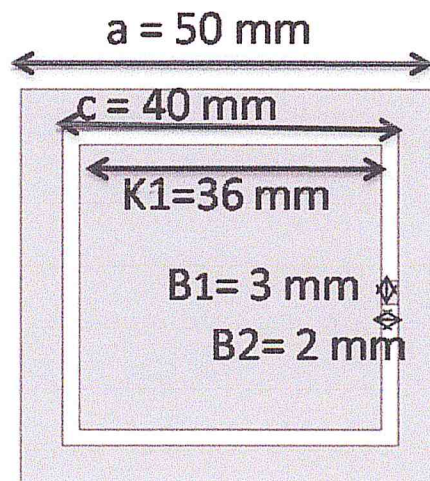


Figure 3. 8: la géométrie de la structure

3.2.3.2 Matériaux de la structure

Dans cette structure PC on a défini deux matériaux. Le matériau de la matrice est en caoutchouc (*Rubber*), tandis que les résonateurs et les connecteurs sont constitués à la fois de plumpum. Les paramètres matériels sont choisis comme suit: la densité $\rho_r = 1300 \text{ kg / m}^3$, le module de Young $E = 0,2 \text{ GPa}$ et le ratio de Poisson $\gamma = 0,4$

pour le caoutchouc, la densité $\rho_p = 11,600 \text{ kg / m}^3$, le *Young's Module* = 40,8 GPa, et le ratio de Poisson $\gamma = 0,369$ pour le *plumpum*.

a) *Rubber*

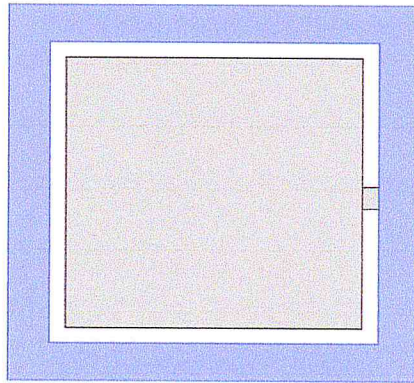


Figure 3. 9: Position de Rubber.

Tableau 3. 5: Domaine de matériau Rubber

<i>Geometric entity level</i>	<i>Domain</i>
<i>Sélection</i>	<i>Domain 1</i>

b) *Plumpum*

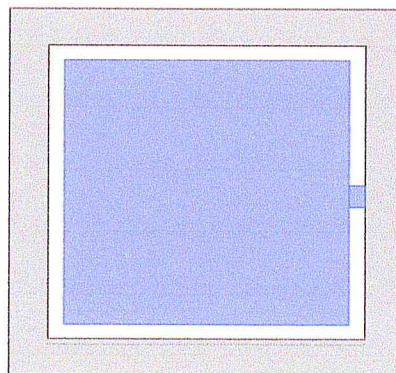


Figure 3. 10: Position de Plumpum.

Tableau 3. 6 : Domaine de matériau plumpum

<i>Geometric entity level</i>	<i>Domain</i>
<i>Selection</i>	<i>Domain 2-3</i>

Tableau 3. 7: Propriétés de plumpum.

Name	Value	Unit
Young's modulus	40.8e9	Pa
Poisson's ratio	0.369	1
Density	11600	kg/m ³

3.2.3.3 Condition aux limites

L'expression de cette condition est :

$$U_{dst} = U_{src} e^{-ik_F \cdot (r_{dst} - r_{src})}$$

U : une fonction vectorielle périodique

k : le vecteur d'onde $k = (k_x, k_y)$

3.2.3.4 Maillage de la structure

Le maillage de la structure est une étape très critique dans la simulation, le maillage de notre structure est *Fine*.

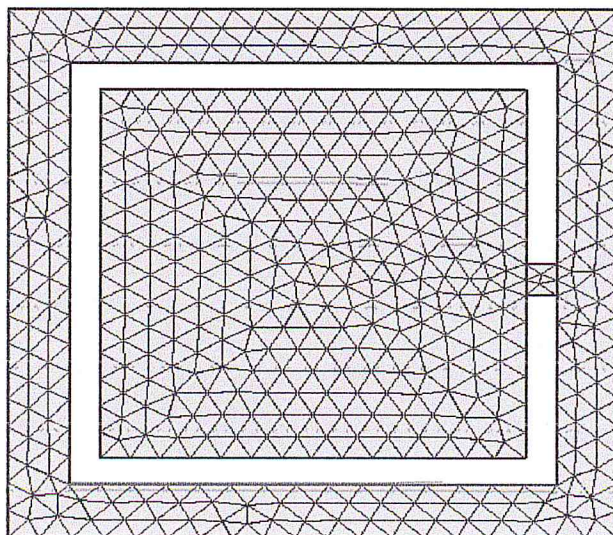


Figure 3. 1: Maillage de la structure

3.2.3.5 Les résultats de la simulation

De la Fig. 3.12 on peut constater qu'il y a une bande interdite de 0 à 100 Hz.

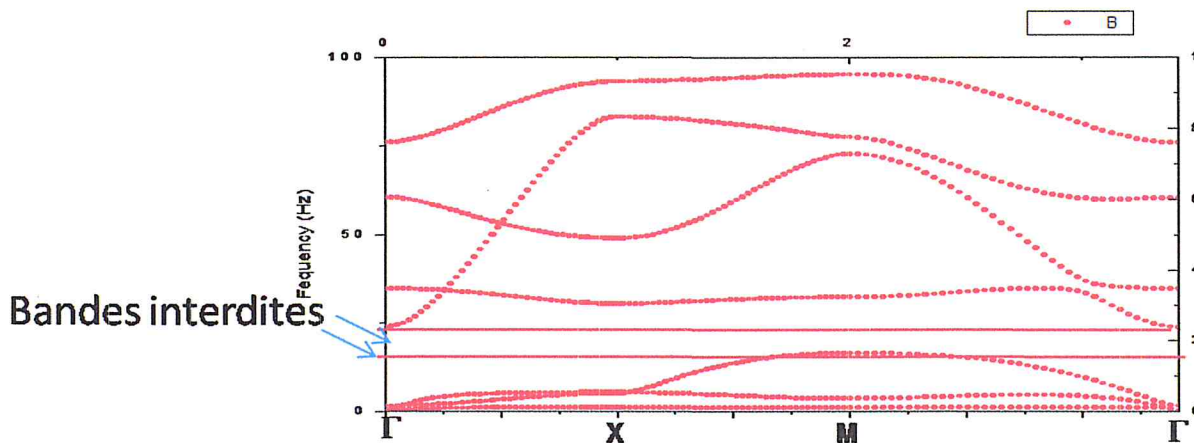


Figure 3. 12: Courbe de dispersion de la structure PC à 1 masse.

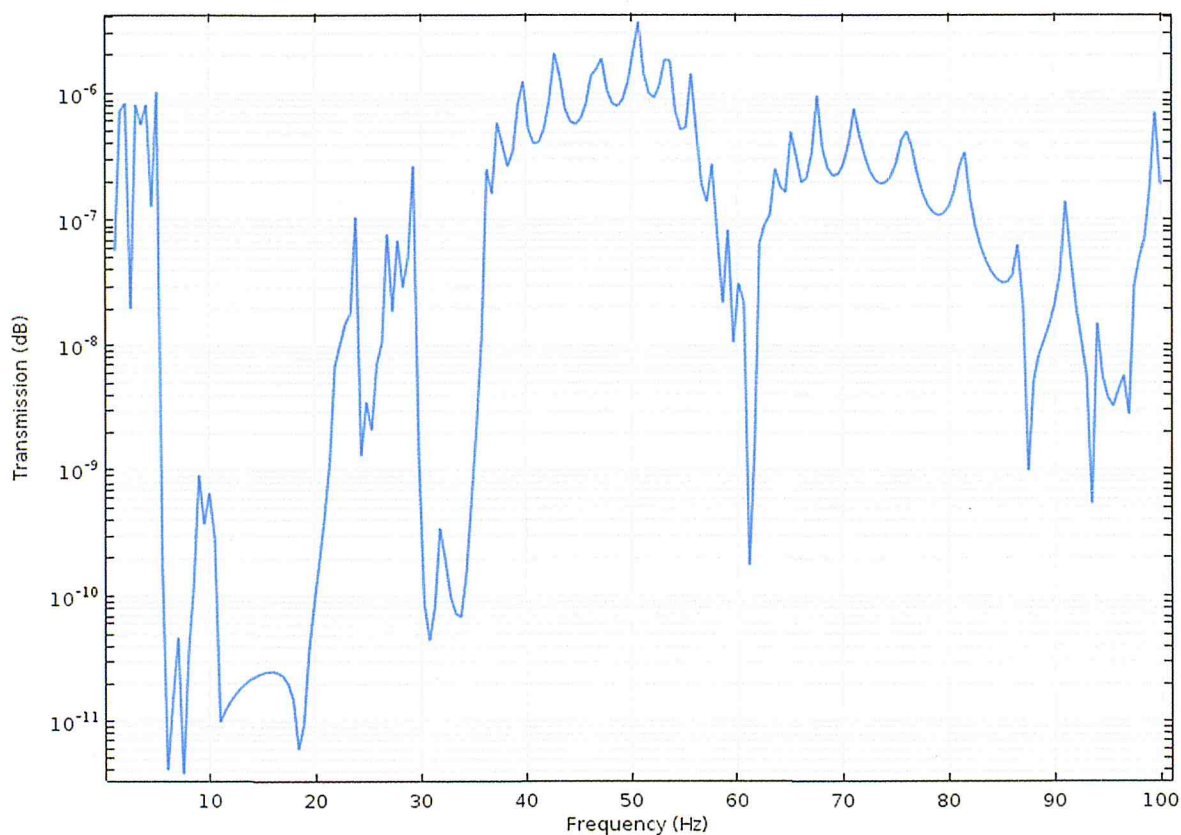


Figure 3. 1: Courbe de transmission de la structure à 1 masse

Figure 3. 2: Courbe de transmission de la structure à 1 masse

3.2.4 Modèle 3 :Modèle à deux masses

Les paramètres géométriques

Name	Expression	Value	Description
Kxx	0[rad/m]	0 rad/m	Kxx
Kyy	0[rad/m]	0 rad/m	Kyy
A	50e-3[m]	0.05 m	Lattice periode en x
C	40e-3[m]	0.04 m	length C
W1	15e-3[m]	0.015 m	Width W1
W2	15e-3[m]	0.015 m	Width W2
K1	36e-3[m]	0.036 m	Height K1
K2	36e-3[m]	0.036 m	Height K2
h1	2e-3[m]	0.002 m	width h1
h2	2e-3[m]	0.002 m	width h2
b1	3e-3[m]	0.003 m	height b1
b2	3e-3[m]	0.003 m	height b2

Tableau 3. 8: les paramètres géométriques d'une structure (PC).

3.2.4.1 Géométrie de la structure cristaux phononiques

La structure de bande calculée pour une structure PC infini avec deux résonateurs, où $a = 50$ mm, $c = 40$ mm, $w_1 = w_2 = 15$ mm, $k_1 = k_2 = 36$ mm, $h_1 = h_2 = 2$ mm et $B_1 = b_2 = 3$ mm respectivement. Le matériau de la matrice est en caoutchouc, tandis que les résonateurs et les connecteurs sont constitués à la fois de plomb. Les paramètres matériels sont choisis comme suit: la densité $\rho_r = 1300$ kg / m³, le module de Young $E = 0,2$ GPa et le ratio de Poisson $\gamma = 0,4$ pour le caoutchouc, la densité $\rho_p = 11,600$ kg / m³, le Young's Module= 40,8 GPa, et le ratio de Poisson $\gamma = 0,369$ pour le plomb.

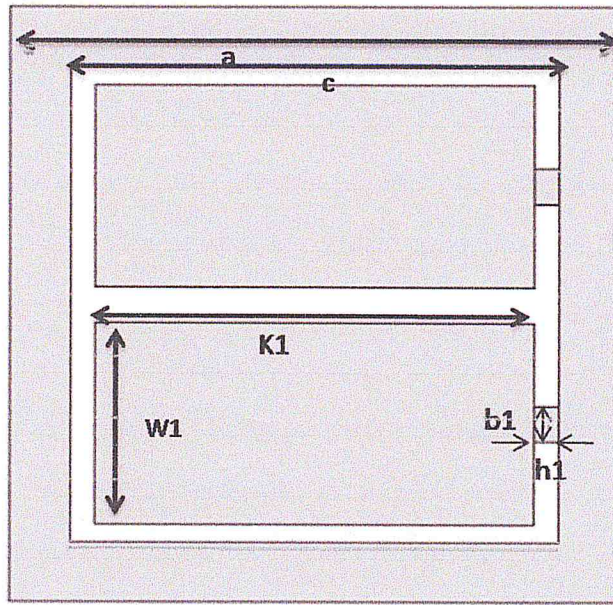


Figure 3. 14: la géométrie d'un modèle à deux masse.

3.2.4.2 Matériaux de la structure

Les mêmes matériaux que l'autre structure

a) Rubber

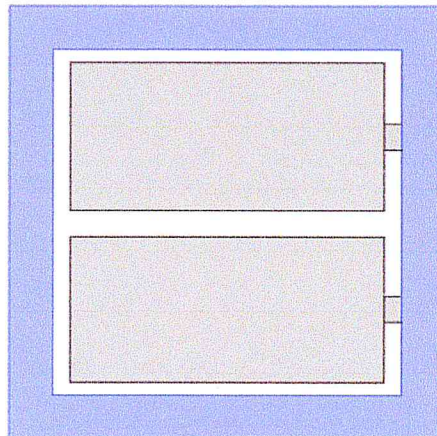


Figure 3. 15: Position de *Rubber*.

<i>Geometric entity level</i>	Domain
<i>Sélection</i>	Domain 1

Tableau 3. 9: Domaines des matériau rubber

b) Plumpum

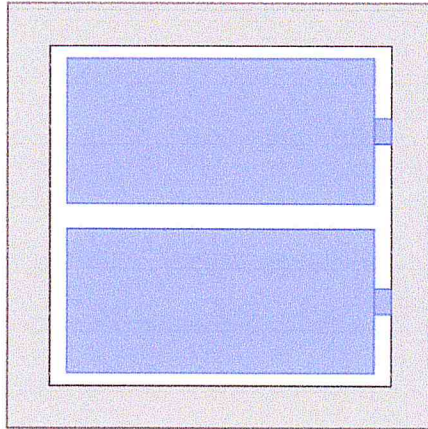


Figure 3. 16: Position de *Plumpum*.

<i>Geometric entity level</i>	Domain
<i>Sélection</i>	Domain 2-5

Tableau 3. 10: Domaines des matériau plumpum.

3.2.4.3 Maillage de la structure

Le maillage de la structure est une étape très critique dans la simulation, le maillage de notre structure est *Normal*.

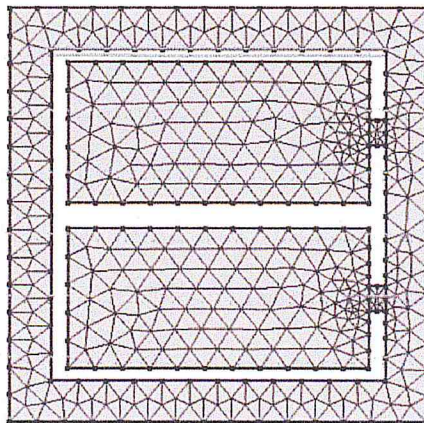


Figure 3. 17: le maillage de la structure

3.2.4.4 le résultat de la simulation

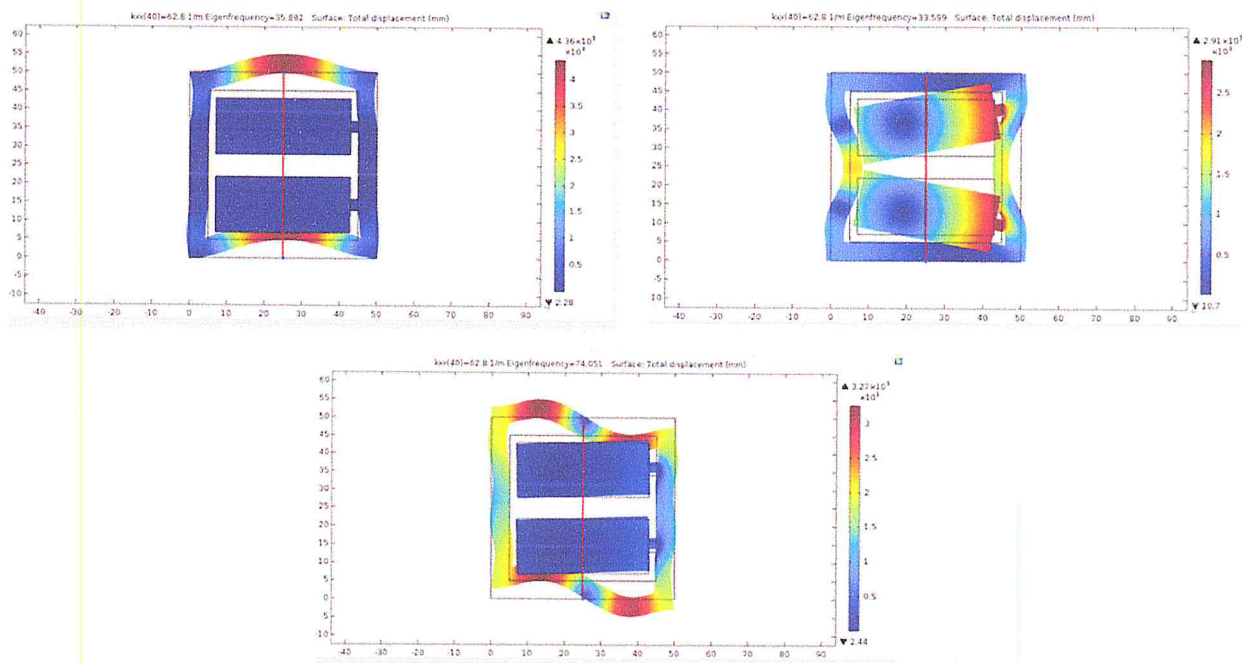


Figure 3. 18: Les formes Euegenmode et les champs vecteurs de déplacement des modes

Afin d'identifier le mécanisme physique pour l'apparition des bandes fréquences de basse fréquence dans la structure de PC proposée, nous calculons les modes propres de vibration aux bords des deux bandes de fréquences complètes. Les résultats sont présentés à la Fig. 3.21, et leur comportement est discuté dans la section suivante. La carte des couleurs de la Fig. 3.25 indique l'amplitude du champ du vecteur de déplacement total. Les modes sur les bords inférieur et supérieur du premier espace sont discutés en premier. De la Fig. 3.23, on peut observer que le mode A, correspondant au bord inférieur de la première bande interdite, est principalement la torsion de les résonateurs et les vibrations de flexion de la matrice des dalles. Les résonateurs à tige peuvent compresser et extruder la matrice de la dalle à travers la structure du connecteur. Le processus de vibration peut être considéré comme un système à ressort massique, dans lequel les deux tiges fonctionnent comme résonateurs et la structure de connecteur joue le rôle de ressort. Comme l'ensemble de la cellule unitaire s'étend infiniment le long de la

direction z , la matrice de lames peut être traitée comme quatre plaques minces situées autour des résonateurs à tige.

On peut l'observer à partir de la Fig 3.18 qui, dans la plage de fréquence de 0 à 50 Hz, sont contenues dans sept bandes et deux bandes sont représentées sur la Fig 3.18 (région ombragée). Le premier espace se situe entre la cinquième et la sixième bande et varie entre 34,2 Hz et 36,1 Hz, avec une largeur de 1,9 Hz. Le deuxième espace est situé entre la sixième et la septième bande, allant de 42,5 Hz à 45 Hz. L'emplacement et la largeur de l'écart des deux espaces correspondent bien avec le résultat de la Fig 3.19, en validant les résultats numériques des calculs de structure de bande.

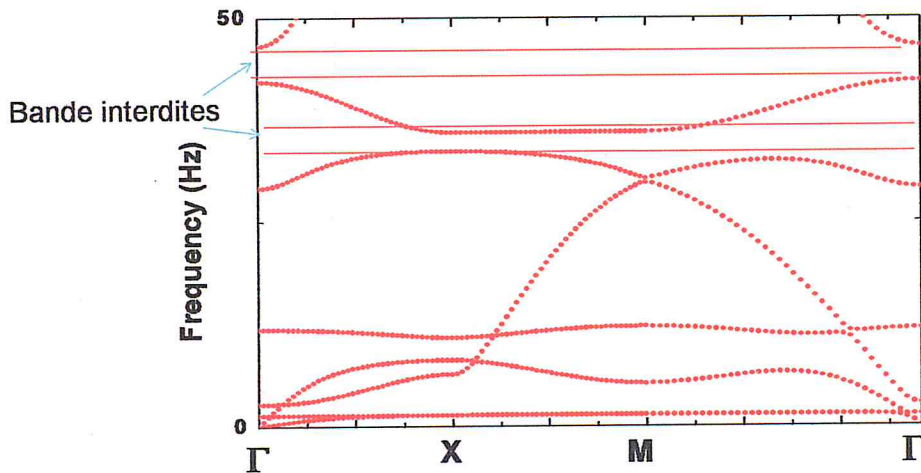


Figure 3. 19: Courbe de dispersion de la structure PC à deux masses.

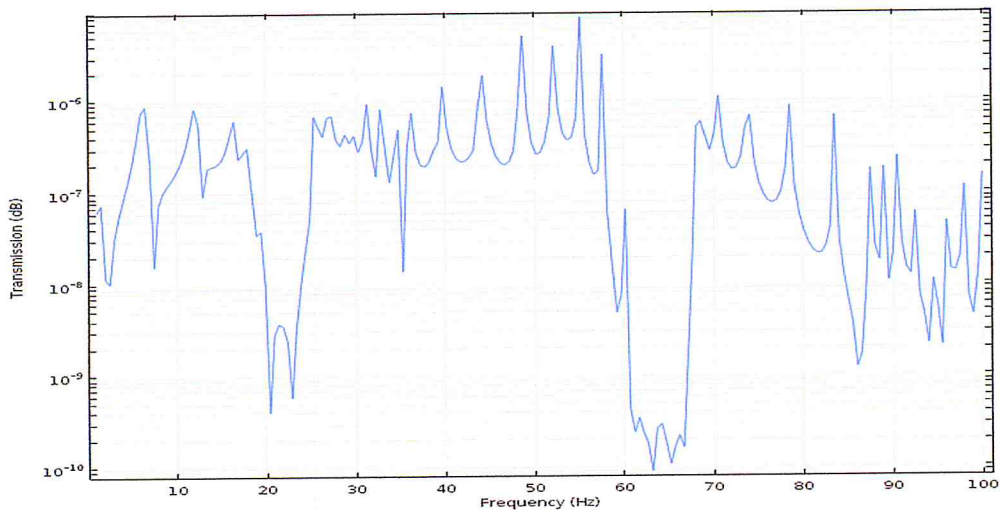


Figure 3. 20: Courbe de transmission de la structure CP à deux résonateurs.

Cette courbe dans la figure 3.19 représente la transmission de la structure CP à deux résonateurs. On remarque que la transmission est diminuée dans entre 20-25 Hz et 60-70 Hz.

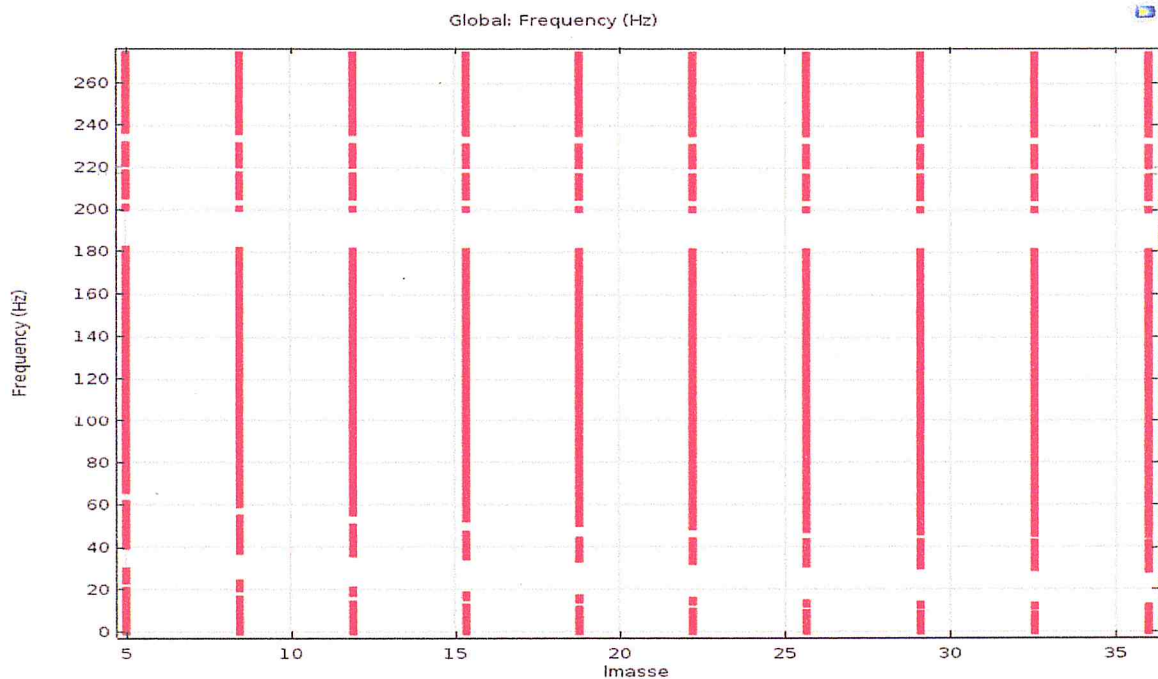


Figure 3. 21: Courbe de dispersion obtenue pour une structure PC avec différentes géométries lmasse.

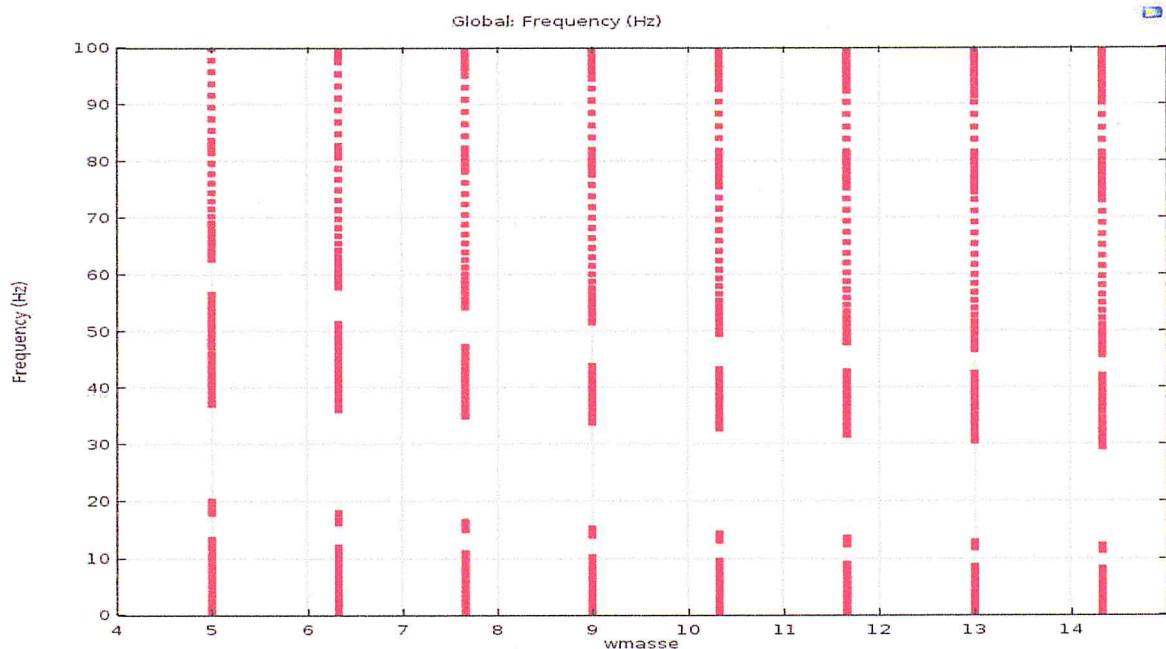


Figure 3. 3: Courbe de dispersion obtenue pour une structure PC avec différentes géométries wmasse.

3.2.5 Modèle 4 : Modèle bidimensionnel à deux résonateur adaptable dans le domaine du génie civil

Les paramètres de la structure

Name	Expression	Value	Description
K_{xx}	0[rad/m]	0 rad/m	K_{xx}
K_{yy}	0[rad/m]	0 rad/m	K_{yy}
A	1[m]	1 m	lattice periode en
Ee	0.15[m]	0.15 m	espace
Rlong	0.40[m]	0.4 m	long rond a beton
Rrond	0.006[m]	0.006 m	rayon rond
Crond	0.04[m]	0.04 m	carre rond
Acreux	0.80[m]	0.8 m	acreux
Lmmax	acreux – rlong	0.4 m	mas long max
Gap	0.15[m]	0.15 m	gap between mass
Wmmax	(acreux - gap)/2	0.325 m	max wax width mass
Lm	0.35[m]	0.35 m	mass length
Wm	0.25[m]	0.25 m	mass width

Tableau 3. 11: La géométrie de modèle

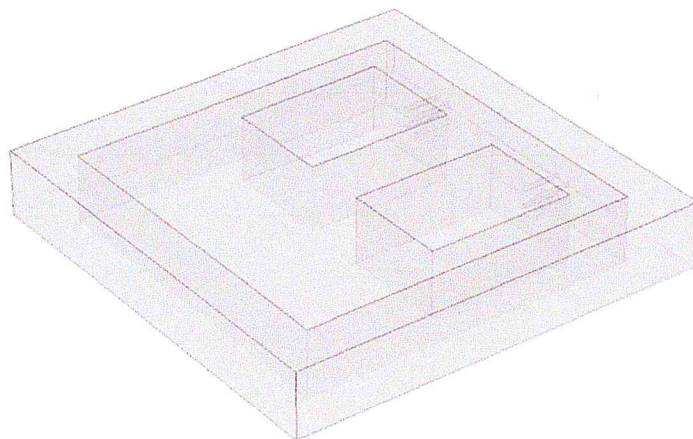


Figure 3. 22: La géométrie de la structure PC

Définitions des matériaux

Dans cette étapes nous avons utilisée trois matériaux le premier matériau Rubber et le deuxième matériau plumpum et le dernier matériau concrete (Béton).

1. Rubber

Tableau 3. 12: Domaines des matériau rubber

<i>Geometric entity level</i>	<i>Domain</i>
<i>Selection</i>	<i>Domains 5–12</i>

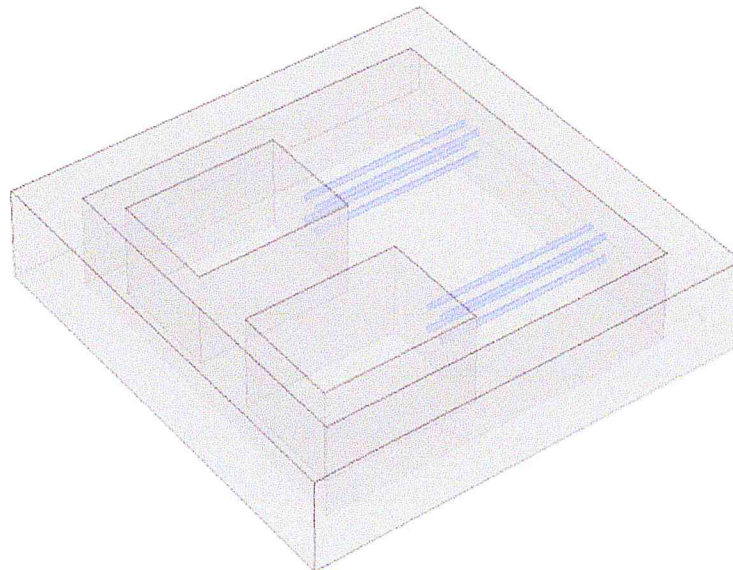


Figure 3. 4: Position de Rubber

2. Plumpum

Tableau 3. 13: domaine de materiau Plumpum

<i>Geometric entity level</i>	<i>Domain</i>
<i>Selection</i>	<i>Domain 2</i>

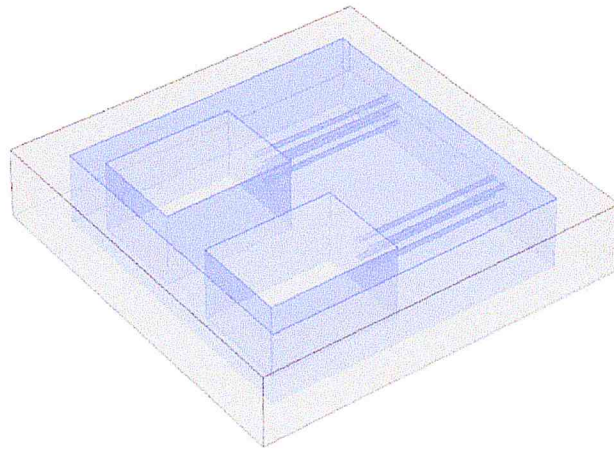


Figure 3. 5: Position de Plumpum.

3. Concrete (Béton)

Tableau 3. 14: domaines du matériau concrete

<i>Geometric entity level</i>	<i>Domain</i>
Sélection	Domain 1, 3–4

Tableau 3. 15: les propriétés du concrete

Name	Value	Unit
<i>Young's modulus</i>	<i>25e9</i>	<i>Pa</i>
<i>Poisson's ratio</i>	<i>0.33</i>	<i>1</i>
<i>Density</i>	<i>2300</i>	<i>kg/m³</i>

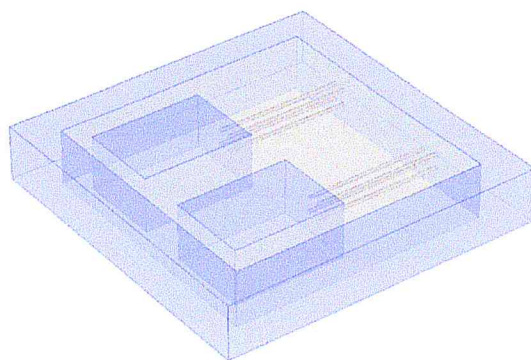


Figure 3. 6: Position de Concrete.

3.2.5.1 Maillage de la structure

Le maillage de la structure est une étape très critique dans la simulation, le maillage de notre structure est *coarse* (grossier)

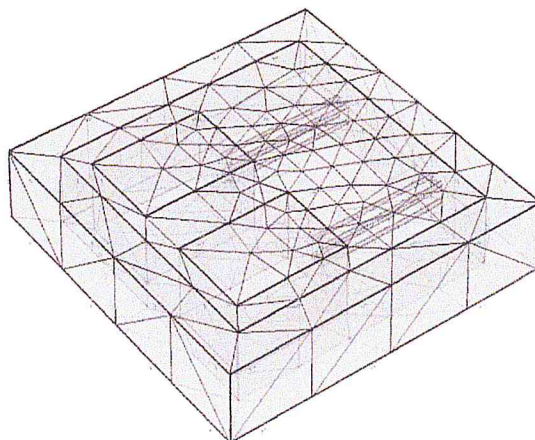


Figure 3. 26: Maillage de la structure.

Il est à noter que vu la puissance de calcul modeste dont nous disposons (de simple ordinateur de bureau), le temps de calcul est vraiment immense deux à trois jours en basse résolution de maillage. Et si nous voulons passer à une recherche de bande gap paramétrée en fonction des paramètres géométrique là ça arrive facilement à la semaine et plus (si le courant de coupe pas ...).

Ainsi nous montrons dans la figure ci-dessous 3.27 une recherche du *gap* en variant la longueur des masses du résonateurs l_m . Une bande interdite apparait à partir de l_m égale à 0.15 m et est situé autour de 3 Hz.

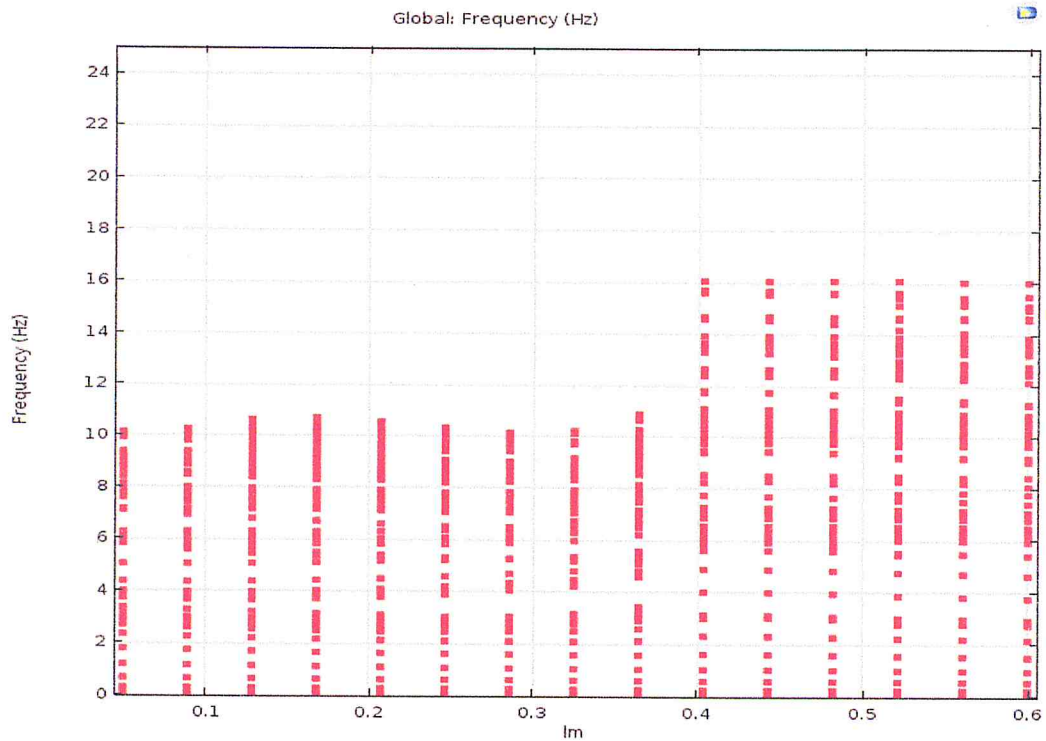


Figure 3. 27: Courbe de dispersion obtenue pour une structure PC avec différentes géométries l_m .

Nous avons choisie une valeur de l_m de 0.35 m afin de rechercher la bande interdite en fonction de la largeur des masses w_m Fig. 3.28.

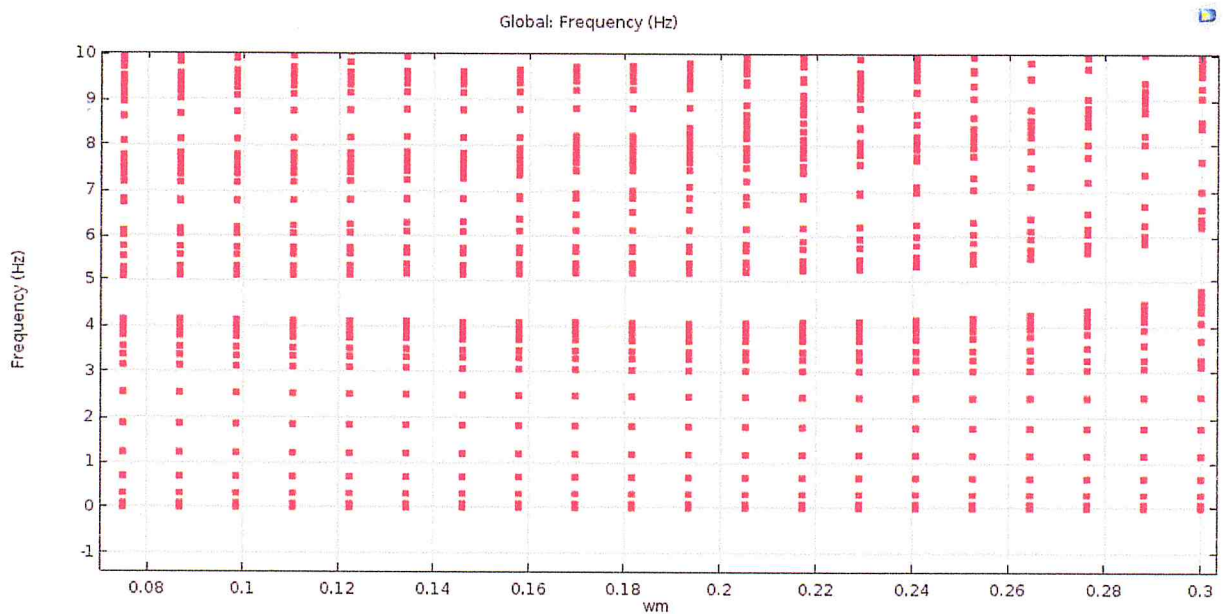


Figure 3. 28: Courbe de dispersion obtenue pour une structure PC avec différentes géométries w_m .

Cette fois-ci la largeur du résonateur n'affecte pas l'apparition et l'extinction de la bande interdite comme on le voit clairement dans la figure 3.28.

La poursuite de cette étude avec des moyens en calcul plus performants devra donner lieu à des résultats très intéressants.

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, les propriétés de bande d'un PC bidimensionnel avec un deux et sans résonateurs sont étudiées par des simulations par la méthode éléments finis (*FEM*). Les calculs numériques montrent que de larges bandes à faible fréquence sont observées dans cette structure. Mais il n'y a pas d'écart dans la structure du PC avec une structure creuse et à un résonateur. Les spectres de transmission des structures finies sont calculés pour vérifier les résultats numériques des relations de dispersion. Les champs de déplacement des modes propres sont étudiés pour révéler le mécanisme physique pour l'existence des deux résonateurs sur les bandes de fréquence de basse fréquence. Les résultats montrent qu'avec l'introduction des deux résonateurs, la cellule élémentaire du PC fonctionne comme un système masse-ressort, dans lequel les résonateurs et les connecteurs sont équivalents à la masse et au ressort respectivement. La forte résonance des résonateurs et l'interaction entre les résonateurs et la matrice entraînent la formation de bandes larges à basse fréquence. En outre, les effets des paramètres géométriques de la structure sur la bande interdite de basse fréquence sont étudiés numériquement. Il est indiqué que l'emplacement et la largeur de la bande interdite peuvent être considérablement affectées par les paramètres géométriques et la dispositions des connecteurs.

CONCLUSION GENERALE

Dans ce travail, nous avons modélisés et simulé par la méthode des éléments finis la propagation des ondes élastiques dans les cristaux phononiques à bandes interdites à deux résonateurs.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés au domaine des *MEMS* qui est un domaine assez vaste et multidisciplinaire. Il englobe tous les dispositifs miniaturisés (à l'échelle micrométrique) réalisés avec les techniques de fabrication des circuits intégrés. Une large panoplie de dispositifs ont été réalisés dans tous les domaines et toutes les industries : capteurs/actionneurs, dispositifs optiques, fluidiques, biologiques, etc.

Le deuxième chapitre à traiter la notion des cristaux phononiques. En effet, le principe à la base des cristaux phononiques est l'utilisation des interférences destructives que subissent les ondes au sein d'une structure périodique. Cette propriété peut être obtenue par l'assemblage de deux matériaux différents, avec l'idée que plus ces matériaux ont des propriétés distinctes vis-à-vis de la propagation des ondes, plus les phénomènes d'interférences sont importants. L'objectif revient alors à concevoir des bandes interdites complètes, s'étalant sur une certaine gamme de fréquences. Dans une bande interdite complète, les ondes ne peuvent plus se propager, et ceci quelle que soit leur direction. Le cristal joue le rôle d'un bouclier parfait ou d'une cage inviolable ou même une cape d'invisibilité.

Dans le troisième et dernier chapitre, les propriétés de bande d'un PC bidimensionnel avec deux résonateurs sont étudiées par des simulations par la méthode éléments finis (*FEM*). Les calculs numériques montrent que de larges bandes à faible fréquence sont observées dans cette structure. il y a différence dans la structure du PC avec une structure creuse et à un résonateur. Les spectres de transmission des structures finies sont calculés pour vérifier les résultats numériques des relations de dispersion. Les champs de déplacement des modes propres sont étudiés pour révéler le mécanisme physique pour l'existence des deux résonateurs sur les bandes de fréquence de basse fréquence. Les résultats montrent qu'avec l'introduction des deux résonateurs, la cellule élémentaire du PC fonctionne comme un système masse-ressort, dans lequel les résonateurs et les connecteurs sont

équivalents à la masse et au ressort respectivement. La forte résonance des résonateurs et l'interaction entre les résonateurs et la matrice entraînent la formation de bandes larges à basse fréquence. En outre, les effets des paramètres géométriques de la structure sur la bande interdite de basse fréquence sont étudiées numériquement. Il est indiqué que l'emplacement et la largeur de la bande interdite peuvent être considérablement affectées par les paramètres géométriques et la dispositions des connecteurs.

Equipé d'ordinateurs plus performant, la poursuite de ces simulations aussi bien sur les structures planes pour des applications aérospatiales ou des structures en béton armés seront d'un grand apport.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE

- [1] Projet Tutoré Licence Physique Générale Modélisation et Simulation Numérique des Cristaux Phononiques Appliquées aux Composants MEMS 2012-2013 M elle Asmaa Leïla Sabéha Hassein-Bey
- [2] S.D.Senturia, "Fynman revisited" IEEE, proceeding on *microelectromechanical systems* workshop (MEMS'94) , 1994, pp. 309-312.
- [3] A. TROUILLET, "Introduction à la Micro-Optique", SCIRN-PRN Université du Maine,(2007),http://www.optiqueingenieur.org/fr/cours/OPI_fr_M09_C01/co/Contenu.html/
- [4] S.D Senturia, "Microsystem Design", Traite EGEM, Hermes Science Publications (Paris),2002.
- [5] Mohamed Gad-el-Hak, "MEMS Handbook", CRC PRESS, 2002.
- [6] N.Maluf, K.Williams, "An Introduction to Microelectromechanical Systems Engineering",Artech House, 2004.
- [7] Colloque Nanosciences et Médecine du XXIème siècle - Sénat - 6 février 2004 - Intervention de M. Jean-Louis PAUTRAT
- [8] M.Madou "Fundamentals of microfabrication ", Kluwer Academic (Boston), 2001.
- [9]
- [10] Abdelkrim Khelif, CR, CNRS Institut FEMTO-ST, Dépt.LPMO ENSMM,29/11/2006
- [11] Rapport KHALAS_Master_2011_3
- [12] Mohamed Gad-el-Hak, "MEMS Handbook", CRC PRESS, 2002.
- [13] N.Maluf, K.Williams, "An Introduction to Microelectromechanical Systems Engineering", Artech House, 2004.
- [14] K.E.Petersen "Silicon as a Mechanical Material", Proceedings of the IEEE, Vol 70, No 5, May 1982.
- [15] S. Beeby, G. Ensell, M. Kraft, Neil White, "MEMS Mechanical Sensors", Artech House, 2004.
- [16] S. Mir, "Dispositifs et physique des microsystèmes sur silicium", Traité EGEM, Hermès Science Publications (Paris), 2002.
- [17] J. Bouchaud, "MEMS Market to propel toward Double-Digit Growth in 2010", iSuppli,www.isuppli.com, 2010

- [18] S. Mir, "Conception des microsystemes sur silicium", EGEM, Hermès Science Publications, Paris, 2002.
- [19] Lord Rayleigh, Proc. London Math. Soc. 17, 4 (1885).
- [20] Thèse de Thierry Aubert "*Contribution à l'élaboration de capteurs sans-fil, opérant à très haute température (500-1000°C), à base de dispositifs à ondes acoustiques de surface : choix des matériaux constitutifs.*" (2010).
- [21] B.A. AULD, "Acoustic fields and waves in solids" Volume II (1973).
- [22] Projet Tutoré Licence Physique Générale Melle Asmaa Leïla Sabéha Hassein-Bey
- [23] E. Yablonovitch, Inhibited spontaneous emission in solid-state and electronics, Phys. Rev. Lett. 58, 2059-2062 (1987).
- [24] S. Jhon, Strong localization of photons in certain disordered dielectric super lattices, Phys. Rev. Lett. 58, 2486-2489 (1987)
- [25] M.S. Kushwaha, P. Halevi, L.Dobrzynski et B.Djafari-Rouhani, Acoustic band structure of periodic elastic composites. Phys. Lett. 71, 2022 (1993).
- [26] E.N. Economou, M.Sigalas, Stop bands for elastic waves in periodic composite materials. J.Acoustic. Soc. Am. 95, 1734 (1994)
- [27] M. S. Kushwaha, P. Halevi, G. Martinez, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani, theory of acoustic band structure of periodic elastic composites, Phys. Rev. B 49, 2313 (1994).
- [28] M. S. kushwaha and B. Djafari-Rouhani, Gaint sonic stop bands in two-dimensional periodic system of fluids, J.Appl.Phys. 84, 9 (1998).
- [29] R.Martinez-sala, J.Sancho, J.V.Sanchez, V.Gomez, J.Lilnares, and F.Meseguer. Sound attenuation by sculpture. Nature 378 (1995).
- [30] J.V. Sanchez-Perez, D. Caballero, R. Martinez-Sala, C. Rubio, J. sanchez-Dehesa, F. Meseguer, J. Llinares, and F. Galvez. « Sound Attenuation by a Two-Dimensional Array of Rigid Cylinders ». Phys. Rev. Lett, 80, 5325.
- [31] J.O. Vasseur, P.A. Deymier, G. Frantziskonis, G.Hong, B. Djafari-Rouhani, and L.Dobrzynski. Experimentale= evidence for the existence of

absolute acoustic band gaps in two-dimensional periodic composite media. *J.Phys. Condens. Matter* 10 (1998).

[32] F.R.Montero de Espinosa, E.Jimenez and M. Torres. « Ultrasonic Band Gap in a Periodic Two-dimensional Composite ». *Phys. Rev. Lett.* 80,6 (1998)

[33] M.S. Kushwaha, P.Halevi, Ultrawideband Filter for Noise Filter for Noise Control, *Japan. J. Appl. Phys.* 36,L1043 (1997).

[34] R. Martinez-Sala, C. Rubio, L.M. Garcia-Raffi, J.V.Sanchez-Perez, E.A. Sanchez-Perez, J. Llinares, Control of noise by trees arranged like sonic crystals *journal of Sound and Vibration* 291, 100-106 (2006).

[35] M.Sigalas, M.S. Kushwaha, E.N. Economou, M. Kafesaki, I. E. Psarobas, W.steurer, classical vibrational modes in phononic lattices: theory and experiment, *Z Kristallogr*, 220, 765-809 (2005).

[36] Van Der Biest, F. « Diffusion multiple et renversement du temps ultrasonore dans des milieux périodique et désordonnés », Thèse de doctorat – Université de Paris 7, (Janvier 2006).

[37] Laude, V. KHelif. A. Choujaa, A, « les cristaux phononiques », le journal de la recherche et du transfert de l'arc jurassien, n°210, (Octobre 2006).

[38] <http://www.femto-st.fr/fr/Vulgarisation-et-diffusion/Uneintroduction-auxcristaux-phononiques-3.php>


[40] Jaffre, T, « Caractérisation des matériaux à bande interdite électromagnétique multi-périodiques et leurs applications aux antennes », Thèse de doctorat – Université de Limoges, (2005).

[41] Ho, K.M, Chan, C.T. et Soukoulis, C.M. *Phys. Rev. Lett.* 65, 3152, 1990.

[42] Z. Hou, and B. M. Assouar, *Phys. Lett. A* **372**, 2091 (2008)

[43] S.Tamura, D. C. Hurley, and J. P. Wolfe, *Phys. Rev. B* 38, 1427 (1988).

[44] M. Sigalas, and E. N. Economou, *J. Sound Vib.* **158**, 377 (1992)

- 
- [45] V. Romero-Garcia, J. V. Sanchez-Pérez, and L. M. Garcia-Raffi, *J. Appl. Phys.* **108**, 044907 (2010)
- [46] Z. Liu, X. Zhang, Y. Mao, Y. Y. Zhu, Z. Yang, C. T. Chan, and P. Sheng, *Science* **289**, 1734 (2000).
- [47] W.L. Bragg, "*The diffraction of chort electromagnetic waves by a crystal*", proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 17, 43-57 (1913).
- [48] Mémoire de Magister. Sedik KHAFFACHE. « Propagation d'ondes élastiques dans les cristaux phononiques bidimensionnels. 28/09/2011.
- [49] H. Khales, A. Hassein-Bey and A. Khelif *ASME : Journal of Vibration and Acoustics*
- [50] J. Li, Z.Y. Liu, C.Y. Qiu, *Phys. Rev. B* **73** (2006) 054302.
- [51] M.B. Assouar, M. Oudich, *Appl. Phys. Lett.* **100** (2012) 123506.
- [52] R. Min, F.G. Wu, L.H. Zhong, H.L. Zhong, S. Zhong, Y.Y. Liu, *J. Phys. D Appl. Phys.* **39** (2006) 2272.
- [53] Ariane5_Users-Manual_October2016
- [54] Nansha Gao [a,1](#), Jiu Hui Wu [a,1](#), Lie Yu [b](#)
- [55] Abdelkrim Khelif • Ali Adibi *Phononic Crystals Fundamentals and Applications.*
- [56] J. Comput, Bérenger. *Phys.* **114**,185 (1994).
- [57] Méthode des éléments finis [http://Wikipedia .com](http://Wikipedia.com).
- [58] J.C. Hsu, *J. Phys. D Appl. Phys.* **44** (2011) 05540.
- [59] M. Oudich, Y. Li, B.M. Assouar, Z.L. Hou, *New J. Phys.* **12** (2010) 083049.
- [60] H.B. Zhang, J.J. Chen, X. Han, *J. Appl. Phys.* **112** (2012) 054503
- [61] Y. Cheng, X.J. Liu, D.J. Wu, *J. Appl. Phys.* **109** (2011) 064904.