

**UNIVERSITE DE SAAD DAHLED DE BLIDA**

Faculté des Sciences de l'Ingénieur  
Département d'Aéronautique

**MEMOIRE DE MAGISTER**

Spécialité : Aéronautique

**ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DU  
PROCEDE DE SOUDAGE PAR POINTS DES  
ALLIAGES D'ALLUMINIUM**

Par

**IMENE BENNIA**

Devant le jury composé de

S.BOUKRAA	Professeur, U. de Blida	Président
T. REZZOUG	Maître de Conférence, U. de Blida	Examineur
M. ZERGOUG	Maître de Recherche	Examineur
Y. BENKEDDA	Professeur, U. de Blida	Promoteur

Année Universitaire 2007/2008

## TABLES DES MATIERES

RESUME	i
LISTES DES FIGURES	ii
REMERCIEMENTS	iii
SYMBOLES ET NOTATIONS	iv
<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I : ETAT DE L'ART</b>	
I.1 Recherche bibliographique	3
I.2 L'utilisation des alliages d'aluminium en aéronautique	12
<b>CHAPITRE II : NOTIONS DE SOUDAGE ELECTRIQUE PAR RESISTANCE PAR POINTS</b>	
II.1. Généralités sur le soudage par résistance	
II.1.1 Définition	14
II.1.2 Différents types de soudage par résistance	14
II.1.2.1 soudage par résistance par points (procédé RSW)	14
II.1.2.2 soudage par résistance à la molette (procédé RSEW)	14
II.1.1.3 soudage par résistance par bossage	15
II.2 Généralité sur le soudage par résistance par points	15
II.2.1 principe	15
II.2.2 déroulement du cycle de soudage	16
II.2.3 Aspect macrographique d'un point de soudure	16
II.3 Mécanisme de formation de la soudure	18
II.3.1 paramètres de soudages	18
II.3.2 processus de formation du noyau fondu	19
II.4 caractérisations d'une tôle en alliages d'Aluminium	21
II.4.1 le domaine de soudabilité	21
II.4.2 la dégradation des électrodes	22
II.5 Les problèmes rencontrés en soudage par points	22
<b>CHAPITRE III : L'ALUMINIUM ET SES ALLIAGES</b>	

III.1 Principales caractéristiques de l'aluminium	25
III.2 Alliages d'aluminium	28
III.2.1 Alliages corroyés	28
III.2.2 Quelques alliages sans durcissement structural	29
III.2.3 Quelques alliages à durcissement structural	31
III.2.4 Alliages de fonderie	32
<b>CHAPITRE IV : METHODE DES VOLUMES FINIS APPLIQUEE AUX PROBLEMES DE CONDUCTION THERMIQUE</b>	
IV.1 Définition	35
IV.2 Règles de base de la méthode	37
IV.3 Avantage de la méthode	38
IV.4 Application de la méthode dans des problèmes de conduction thermique	38
IV.4.1 conduction thermique stationnaire en deux dimensions en coordonnée cartésienne	38
IV.4.1.1 forme générale de l'équation discrétisée	38
IV.4.1.2 traitement des conditions aux limites	40
IV.4.1.3 Traitement des non linéarités	41
IV.4.1.4 linéarisation du terme source	41
IV.4.1.5 Application de l'algorithme de Thomas (ou ligne par ligne)	42
IV.4.2 conduction thermique instationnaire en 2D en coordonnées Cartésiennes	43
IV.4.2.1 Forme générale de l'équation discrétisée	43
IV.4.2.2 Différents schéma de résolution	44
IV.4.2.2.1 Schéma explicite	44
IV.4.2.2.2 schéma de Crank- Nicolson	45
IV.4.2.2.3 Schéma totalement implicite	45
IV.4.3 conduction thermique instationnaire en 2D en coordonnées cylindriques	45
IV.4.3.1 Forme générale de l'équation discrétisée	45
IV.4.3.2 Maillage	47
IV.5 Modélisation mathématique du comportement thermoélectrique en soudage par points des alliages d'aluminium	47
IV.5.1 Mise en forme des équations	47

IV.5.1.1 Distribution du champ électrique	47
IV.5.1.2 Distribution du champ thermique	49
IV.5.2 les équations de conditions aux limites	50
IV.5.2.1 les conditions aux limites électriques	50
IV.5.2.2 les conditions aux limites thermiques	50
IV.5. 3 Résolution numérique	52
IV.5.3.1 introduction	52
IV.5.3.2 Description de notre maillage	53
IV.5.3.3 discrétisation des équations par la méthode des volumes finis	55
IV.5.3.3.1 discrétisation des équations du champ électrique	55
IV.5.3.3.2 discrétisation des équations de chaleur	56
IV.5.3.4 Traitement du terme source	58
IV.5.3.4.1 les composantes de la résistance	58
IV.5.3.4.2 la forme linéaire du terme source	60
IV.5.3.5 la méthode itérative utilisée	61
IV.5.3.6 L'organigramme de calcul	62
<b>CHAPITRE V : PRESENTATION ET COMMENTAIRES DES RESULTATS DE LA SIMULATION</b>	
V.1 introduction	63
V.2 la distribution de température en fonction du temps	67
V.3 Détermination de la variation de la géométrie du noyau fondu en fonction du courant	moyen 68
V.4 Détermination de la variation de la géométrie du noyau fondu en fonction du diamètre de l'électrode	73
V.5 Détermination de la variation de la géométrie du noyau fondu en fonction de l'épaisseur de la pièce à souder	74
<b>CONCLUSION GENERALE</b>	78
Bibliographie	

## ***RESUME***

Dans ce présent travail une étude mathématique du comportement thermique des soudures obtenues par le procédé de soudage électrique par résistance par points des alliages d'aluminium est considérée indispensable. Cette étude est basée sur une base théorique qui prend en considération les complexités qui surviennent de l'écoulement de courant électrique ; variation des propriétés thermiques et électriques de l'aluminium avec la température, les problèmes de changement de phase, et les différents problèmes thermiques et mécaniques qui interviennent chaque fois qu'un transfert de chaleur s'effectue entre deux solides accolés. De plus le problème de couche d'alumine présente sur les plaques d'aluminium.

Nous avons appliqué l'approche numérique des volumes finis du problème de transfert de chaleur et au problème électrique; pour pouvoir étudier le diamètre et la pénétration du noyau fondu, et l'interface de l'électrode pour chaque instant de temps de soudage.

Les résultats numériques obtenus par ce modèle sont comparés avec ceux obtenus par **De et Theddeus** [25] et celui de **Khan** [20] pour le cas d'alliage d'aluminium. Notre travail montre que le diamètre et la pénétration du noyau sont qualitativement et quantitativement acceptables.

**LISTES DES FIGURES**

❖ Figure.1.1 : schéma de différentes géométries de surface d'électrode	6
❖ Figure.1.2 : Les isothermes de température de la géométrie plaque- électrode à différents temps de soudage	8
❖ Figure.1.3 : Schéma du système expérimental de soudage par résistance	9
❖ Figure.1.4 : Le noyau de soudure après 12 cycles du temps de soudage	10
❖ Figure1.5 : Dimension de l'électrode normale et l'électrode annulaire	10
❖ Figure 2.1.1 :Soudage par points : principe (photo 1), opération en cours (photo 2)	14
❖ Figure 2.1.2 : Soudage à la molette : principe (photo 3), machine (photo 4)	14
❖ Figure 2.1.3 : Soudage par bossage	15
❖ Figure 2.2 : Principe du soudage par résistance par points	16
❖ Figure 2.3 : Les différentes phases d'un cycle de soudage	17
❖ Figure 2.4 : Coupe d'un point soudé	17
❖ Figure 2.5 : Circuit électrique équivalent d'un assemblage de deux tôles nues	18
❖ Figure2.6 : processus de formation d'un noyau de soudure et courbe théorique de la résistance dynamique	20
❖ Figure 2.7.1 : Définition du domaine de soudabilité	21
❖ Figure 2.7.2 : Décalage du domaine de soudabilité vers les intensités hautes avec la dégradation des électrodes	23
❖ Figure 2.8 : Soudage de deux pièces de même matériau et même épaisseur	24
❖ Figure 2.9 : Soudage de deux pièces d'épaisseurs différentes, $d_1=d_2$	24
❖ Figure 2.10 : Soudage de deux pièces de différents matériaux, $d_1=d_2$	24
❖ Figure 2.11 : Soudage de deux pièces avec électrodes différents diamètres	24
❖ Figure 2.12 : Soudage de deux pièces ( $\delta_1 = \delta_2$ ), avec électrodes de matériaux différents et $d_1=d_2$	24
❖ Figure 3.1: le diagramme d'équilibre Al-Mg	30
❖ Figure 3.2: le diagramme d'équilibre Al-Si	34
❖ Figure 4.1 : Maillage unidimensionnel	35
❖ Fig. 4.2 : Choix du profil de température	36

❖ Figure 4.3 : Maillage 2D	39
❖ Figure 4.4 : Traitement d'une condition à la limite de type flux imposé (Neumann) dans le sens des 'x'	40
❖ Figure 4.5.1 : Application du TDMA dans le cas 2D	42
❖ Figure 4.5.2 : Choix de la direction du TDMA	43
❖ Figure 4.6.1 : Caractéristiques du volume de contrôle utilisé dans la résolution numérique	48
❖ Figure 4.6.2 : Volume de contrôle en coordonnées discrètes	48
❖ Figure 4.7 : Modélisation géométrique du domaine	54
❖ Figure 4.8 : Modélisation des résistances	59
❖ Figure 5.1 : Dimension de la plaque à soudé	63
❖ Figure 5.2 : photo du début du noyau fondue obtenue expérimentalement.	65
❖ Figure 5.3 : photo du noyau fondue obtenue expérimentalement après le découpage de la pièce soudée (1 <sup>ère</sup> moitié)	65
❖ Figure 5.4 : photo du noyau fondue obtenue expérimentalement après le découpage de la pièce soudée (2 <sup>ème</sup> moitié)	66
❖ Figure 5.5 : photo de la fin du noyau fondue obtenue expérimentalement	66
❖ Figure 5.6 : Représentation spatiale du champ de température d'un demi point de soudure	69
❖ Figure 5.7 : Comparaison entre le résultat numérique et d'autres résultats	70
❖ Figure 5.8 : Dimension du noyau en fonction de différentes épaisseurs de la plaque à souder	71
❖ Figure 5.9 : Comparaison entre le résultat numérique et [25]	71
❖ Figure 5.10 : les différents stades de formation d'un point de soudure	72
❖ Figure 5.11 Variation de l'épaisseur du noyau fondu en fonction du nombre de cycles	72
❖ Figure 5.12 : Variation du diamètre du noyau fondu en fonction du nombre de cycles	74
❖ Figure 5.13 : Variation de l'épaisseur du noyau fondu en fonction De l'intensité de courant moyenne	74
❖ Figure 5.14 : Variation du diamètre du noyau fondu en fonction De l'intensité de courant moyenne	75
❖ Figure 5.15 Variation de l'épaisseur du noyau fondu en fonction du diamètre de l'électrode	75

- ❖ Figure 5.16 Variation du diamètre du noyau fondu en fonction  
De l'épaisseur de l'électrode 76
- ❖ Figure 5.17 : Formation du noyau par différent diamètre d'électrode
- (A) Représente résultats dans [20]
- (B) Représente le résultat numérique 77



## SYMBOLES ET NOTATIONS

$a$  (E, W, N, S) : conductances aux nœuds (E, W, N, S) .

$A$  (e, w, n, s) : section des facettes.

$A_r$  : aire de contact apparente.

$C_p$  : chaleur spécifique.

$h_{e, w}$  : coefficient de transfert thermique.

$I$  : intensité de courant.

$\tilde{J}$  : Vecteur d'intensité de courant.

$\lambda$  : Conductivité thermique.

$q$  : densité de flux de chaleur.

$R$  : résistance.

$S$  : source de chaleur.

$SC, SP$  : composantes linéaire du terme source.

$T_p^0$  : Température du point Pij à  $t_0$ .

$T_p$  : Température du point Pij à  $t + \Delta t$ .

$T_{ct}$  ou  $T_f$  : Température du contact.

$T_\infty$  ou  $T_a$  : Température ambiante.

$t$  : temps.

$VC$  : volume de contrôle.

$\Delta x$  : Largeur du VC étudié.

$\Delta y$  : Hauteur du VC étudié (coordonnées cartésiennes).

$\Delta z$  : Hauteur du VC étudié (coordonnées cylindrique).

$\Delta t$  : le pas dans le temps.

$\Delta V$  : Volume entourant le point  $P_{ij}$ .

$\rho$  : Densité.

$\sigma$  : Résistivité électrique.

$\phi$  : Voltage.

$\phi_0$  : Voltage initiale.

$E_p$  : Epaisseur de la pièce.

$D_e$  : Diamètre de l'électrode.

NVCX : nombre de volumes de contrôle dans la direction X.

NVCZ : nombre de volumes de contrôle dans la direction Z.

NF<sub>x</sub> : nombre de facettes selon X.

NF<sub>z</sub> : nombre de facettes selon Z.

NDT : nombre de nœuds total.

$f$  : Facteur de pondération.

$\tau = t + dt$  : Temps.

$\varepsilon$  : Rugosité.

$\alpha, \beta$  : Constantes qui dépendent du matériau.

### **Indices**

P : Nœud considéré .

W: Nœud "West".

E: Nœud "East".

w : interface "West" du volume de contrôle (VC).

e : interface "East" du VC.

m : fusion

ct : contacte

## INTRODUCTION GENERALE

L'origine du soudage remonte à l'âge des métaux. Ce procédé d'assemblage évolue peu jusqu'au milieu du 19<sup>ème</sup> siècle. Vers 1850 on commença à se servir du gaz pour chauffer les métaux à souder.

C'est en 1886 qu'Elihu Thomson déposa le premier brevet d'invention concernant une machine à souder par résistance. Cette invention passa complètement inaperçue jusqu'au début du 20<sup>ème</sup> siècle où le soudage se répand dans tous les secteurs industriels.

Dans les années trente, le champ d'application du soudage par résistance s'élargit : construction navale, aéronautique, et automobile.

Aujourd'hui, de nombreuses fabrications modernes reposent sur l'emploi de ce mode d'assemblage, et on ne saurait par exemple, concevoir le travail de la tôle sans le soudage par résistance.

Le soudage par résistance par point sert à assembler localement deux tôles, en utilisant l'effet Joule. A cet effet, on comprime ces tôles à l'aide d'une paire d'électrode, généralement en alliage de cuivre, et l'on fait passer par ces mêmes électrodes un courant électrique de forte intensité. La chaleur engendrée par ce courant à l'interface tôle- tôle fait fondre localement le métal, ce qui crée, après solidification, un point de soudure.

Parmi les différents paramètres de soudage, l'intensité du courant de soudage joue un rôle prépondérant, car elle conditionne directement la taille de la soudure. Le domaine de soudabilité d'un produit est défini comme la plage d'intensité permettant d'obtenir une soudure de qualité satisfaisante, tous les autres paramètres (effort mécanique, durées, etc.) étant fixés préalablement.

Une soudure est réalisée en une à deux secondes, avec un temps effectif de passage du courant de quelque dixième de secondes. Les phénomènes physiques entrant en jeu lors d'une soudure sont à la fois d'origine électrique, thermique, mécanique, et métallurgique. La rapidité

et la complexité de ces phénomènes en font un procédé extrêmement difficile à modéliser. Pour cela on utilisait au début des modèles thermiques orientés et simplifiés, ces modèles étaient d'usage limité pour la compréhension du développement du noyau fondu.

Ainsi vers la fin des années soixante d'autres approches du phénomène thermique vont être publiées permettant de respecter de mieux en mieux la réalité physique du problème.

Le soudage par résistance par point est un procédé largement utilisé dans l'industrie aéronautique, pour sa haute vitesse d'exécution et sa convenance pour l'automatisation. La demande de cette industrie est de réduire le poids de l'appareil. Pour satisfaire cette exigence, les alliages d'aluminium sont considérés comme une alternative importante. Cependant, lors de soudage par résistance des alliages d'aluminium, l'expérience a rencontré de sérieux problèmes et inhabituelles par rapport au soudage par points des aciers inoxydables ou des aciers ordinaires.

Ces problèmes sont dus principalement à la détérioration rapide des électrodes, la haute conductivité thermique et électrique, le retrait remarquable durant la solidification et la présence d'oxyde naturel sont aussi les plus importants problèmes qui rendent le soudage par point des alliages d'aluminium très délicat.

Pour mieux comprendre ce phénomène, nous proposons de développer un modèle électrothermique moyennant la procédure numérique des volumes finis et de faire une étude expérimentale. Nous prendrons en compte les effets de :

- Pour le modèle numérique :
  - L'intensité du courant.
  - Temps et épaisseurs des pièces à souder.
  - Résistance de contact.
  - La variation des propriétés thermiques et électriques en fonction de la température.
- Pour l'étude expérimentale :
  - La présence ou pas d'alumine sur les plaques à souder.

## **CHAPITRE I**

### **ETAT DE L'ART**

#### I.1 Recherche bibliographique :

En 1960, **Archer** [1] a montré l'effet de variation du temps de soudage et le contrôle du changement de phase de la chaleur sur la distribution de la température le long d'une tôle mince en alliage de cuivre dans le procédé de soudage par résistance. Cet auteur tient compte des constantes physiques et les propriétés thermiques.

En 1961, **Greenwood** [2] a développé un modèle axisymétrique en trois dimensions. Il assume qu'il n'y a pas de résistance de contact, les propriétés du matériau constantes, et le transfert de chaleur dans l'électrode proportionnel à la température dans l'interface plaque-électrode. Ensuite **Greenwood** [3] a fait une corrélation entre le modèle métallographique et l'examen du mode de soudage dans une plaque en acier. Les résultats obtenus démontrent le rôle de la résistance de contact dans le développement du noyau de soudure.

En 1967, **Rice** et **Funk** [4] ont effectué une analyse unidimensionnelle de la conduction le long de toute l'épaisseur de la pièce dont il montre qu'on doit introduire la résistance de contact dans les équations empiriques. De plus ils ont développé un modèle unidimensionnel en différence finie du soudage par point dans les matériaux composites utilisés dans la fabrication des semi-conducteurs. Leur modèle inclut la dépendance des propriétés thermiques et électriques de la température, la génération de l'énergie dans le matériau et de la résistance de contact.

Ces deux chercheurs ont fait une étude donnant la variation de la résistance de contact électrique avec la température quand deux tôles minces sont soudées ensemble par la

technique de soudage par point. Les épaisseurs des tôles utilisées étaient tous inférieur à 0.3 mm.

En 1971, **Yamamoto** et **Okura** [6] ont utilisé la méthode des différences finies pour résoudre des équations de conduction de chaleur axisymétrique bidimensionnelle. La dépendance des paramètres physiques avec la température a été considérée.

Ces chercheurs ont pu étudier la progression du noyau expérimentalement et numériquement. En outre des problèmes majeurs restent à résoudre pour prédire le processus de formation du noyau de soudure.

En 1977, **Houchens** et **yang** [7] ont développé une simulation unidimensionnelle par la méthode des différences finies. Le but de ce travail est d'étudier les différents niveaux de température dans la pièce et dans l'électrode et pour améliorer la durée de vie de l'électrode. L'épaisseur des tôles en acier utilisées est 0.91 mm.

Cette étude tient compte du problème de fusion, l'effet Joule, la dépendance des propriétés thermiques et électrique de la température. Cependant les différentes résistances de contacts sont négligées.

**Houchens** et **yang** ont signalés quelques limitations du modèle unidimensionnel pour bien expliquer le phénomène de formation du noyau fondu.

En 1977, **Houchens** [7] publia son deuxième modèle. C'est une formulation axisymétrique du problème électrothermique en tenant compte des paramètres énumérés ci-dessus. La résolution du problème par la méthode des différences finies met en évidence l'influence de la densité de courant sur la profondeur du noyau et sur la distribution de température dans la pièce et l'électrode.

En 1984, **Nied** [10] a utilisé la méthode des éléments finis pour étudier le soudage par point. En premier lieu il a été question de supposer que les cycles thermiques- électriques peuvent être découplés du cycle mécanique. Par conséquent, la répartition de température obtenue d'une simulation thermoélectrique devient une donnée d'entrée pour l'étude mécanique subséquente. Les épaisseurs des tôles utilisées sont de 0.99 mm en acier austénitique du type 321. La force sur électrode était 4448 N. Cet hauteur a considérée les cycles de pression dans le cycle de soudage.

En 1986, **Gedeon** et **Eagar** [11] ont fait une surveillance du point de soudage lors du changement de l'intensité du courant de soudage, le voltage, la résistance de contact et le déplacement de l'électrode. Ils ont trouvé que la surveillance de la force appliquée est plus performante en la combinant avec des études détaillées sur les effets de changement du matériau et la modification de soudage dans la technique de soudage par point pour les aciers.

En 1987, **Gould** [12] a présenté une étude expérimentale et analytique sur la formation du noyau dans le soudage par résistance par point. Dans le modèle analytique il a utilisé une formulation des différences finies unidimensionnelle. Les matériaux utilisés sont l'acier AISI 1008 et AISI 1010. Le but de ce modèle est de prédire l'épaisseur du noyau en fonction des conditions de soudage et la comparée avec l'expérience.

**Gould** [12] a supposé une relation linéaire entre la résistance de contact et la température de surface de la plaque en acier. Le temps de soudage utilisé varie de 3 à 20 cycles.

Le modèle de ce chercheur a fait objet d'un bon travail de caractérisation qualitative des quatre stades de développement du noyau ; à savoir : incubation, augmentation rapide, décroissance progressive, expulsion. La micrographie des coupes de soudures présentées dans ce travail montre que le diamètre du noyau est 20% plus grand que celui du contact initiale de la pièce ce qui renforce la théorie de **Lindh** et **Tocher** [5]. Cependant il n'y avait pas un bon accord qualitatif entre la simulation et les données expérimentales dans les tôles minces. Ceci est dû à la mauvaise estimation de la résistance de contact.

En 1989, **Cho** et **Cho** [14] ont présenté un modèle bidimensionnel en différences finies sur le développement du champ de température et la distribution de voltage dans la zone de soudure pour déterminer les dimensions du noyau fondu. Les considérations de base de cette simulation sont : en premier lieu, la génération de chaleur interne dû au passage de courant électrique. En second lieu, l'interaction thermoélectrique avec l'interface électrode-plaque. En troisième lieu, le problème de changement de phase du solide au liquide en tenant compte de l'augmentation de la géométrie du noyau fondu.

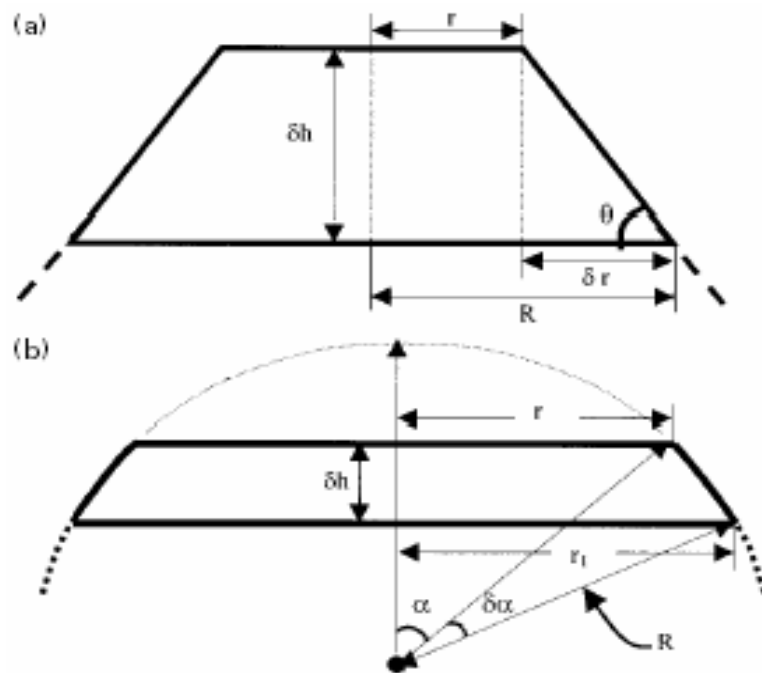
Ce travail modélise la résistance de contact électrique comme une fonction de la dureté du matériau, qui est à son tour une fonction de la température. **Cho** et **Cho** supposent que la dimension de la surface de contact de joint des deux pièces a la même dimension que celle du bout de l'électrode.

Ces auteurs ont utilisé deux méthodes numériques en différences finies ; la première est la méthode d'ADI (Alternating direction implicit) et la deuxième est la méthode de SOR

(Successive Overrelaxation). Les résultats numériques obtenus sont comparés aux résultats expérimentaux et ils sont compatibles, cependant il faut bien choisir les hypothèses.

En 1989, **Kim** et **Eagar** [13] ont fait une étude expérimentale sur le transfert de chaleur en soudage par résistance en utilisant deux méthodes : la méthode qui est basée sur une grande vitesse cinématographique et la méthode d'émission d'infra rouge. Ces deux chercheurs ont utilisé des électrodes différentes. Ils ont pris en compte le taux du flux du réfrigérant, le temps de soudage, la force appliquée, et le revêtement du Zinc. Les résultats obtenus montre qu'il existe une épaisseur critique de la surface de l'électrode. L'étape la moins rapide dans le transfert de chaleur dans la direction axial dans le soudage par point est le transfert par convection entre l'eau (réfrigérant) et l'interface à refroidir.

En 1990, **Scheppard** et **Wood** [16] ont montré que la zone de contact initiale à la surface de joint est de 40% plus grande que celle de la pointe de l'électrode, ces constatations sont alors considérées comme un progrès dans ce procédé de soudage.



**Figure.1.1** schéma de différentes géométries de surface d'électrode.

En 1990, **Bowers** et **Eagar** [15] ont basé leur étude sur deux modèles mathématiques et des test expérimentaux qui quantifie l'effet de la géométrie de l'électrode sur la distribution de courant et sur la durée de vie de l'électrode (Figure.1.1). La conductivité électrique est



supposée constante. Les résultats montrent que l'angle d'interface électrode- plaque qui produit une distribution de courant la plus uniforme à la surface de l'électrode est 90 degré.

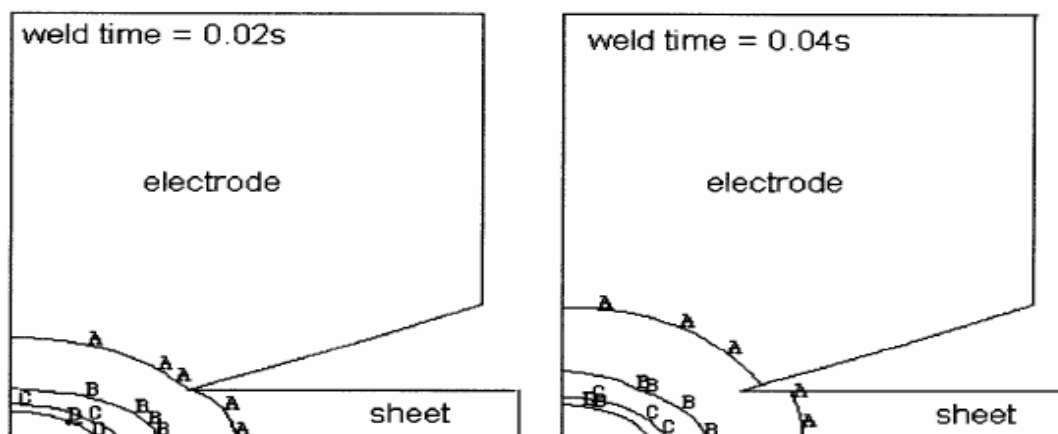
Ces deux chercheurs concluent que la forme d'électrode la plus efficace dans le procédé de soudage par point est celle qui maintient d'une part une rigidité thermique et mécanique et d'autre part un courant électrique uniforme.

En 2000, **Khan** et **d'autres chercheurs** [17] ont utilisé un modèle de simulation axisymétrique en élément fini couplant une analyse thermique- électrique- mécanique dans le procédé de soudage par point. Les considérations de base dans cette étude sont : l'effet Joule, la génération de chaleur et la conduction thermique entre l'électrode et la plaque, et la chaleur latente de changement de phase due à la fusion. Le coefficient de frottement dans l'interface est aussi étudié.

Les chercheurs ont trouvé que :

- Le coefficient de transfert de chaleur dans l'interface électrode- plaque a une très grande influence sur la formation du noyau.
- La distribution de la pression de contact dans l'interface durant le soudage dépend de la force appliquée, type d'électrode utilisé, coefficient de frottement de l'interface, et la dépendance des propriétés du matériau de la température.
- Le courant électrique appliqué est le facteur clé pour la détermination de la taille du noyau de soudure.

En 2002, **De** et **Theddeus** [25] ont développé un modèle de simulation intégrale du procédé de soudage par résistance des alliages d'aluminium en utilisant la méthode des éléments finis. Ces deux chercheurs ont couplé l'analyse électrothermique avec la géométrie axisymétrique de l'électrode dans le but de prédire le diamètre du noyau de soudure, la pénétration et le degré de l'échauffement des surfaces de contacts de l'électrode à chaque instant et tout le long du temps de soudage. Leur modèle a inclus la dépendance non linéaire des propriétés thermo physiques du matériau de la température. Il a été question de considérer différentes valeurs : d'intensité de courant, du temps de soudage, des forces appliquées et de conditions aux limites.

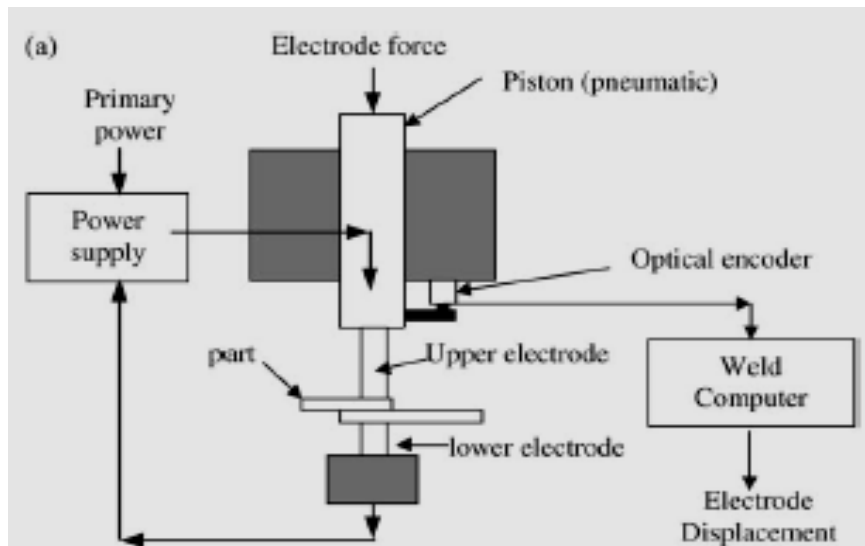


**Figure.1.2** Les isothermes de température de la géométrie plaque- électrode à différents temps de soudage (A= 100°C, B= 300°C, C= 500°C, D= 600°C ; courant de soudage 40 KA ; résistance de contact de électrode- plaque 70  $\mu\text{m}$  ; résistance de contact de plaque- plaque 550  $\mu\text{m}$  )

L'exposition des résultats montre que le meilleur temps de soudage où le noyau est maximum c'est entre 0.02 et 0.04 s, et plus que l'intensité de courant augmente plus les surfaces de contact de l'électrode s'échauffe (Figure.1.2).

En 2002, **De [26]** a développé un model de simulation basé sur la méthode des éléments finis, il tient compte de la non uniformité de la distribution de la densité de courant dans l'électrode et la déformation élastoplastiques des plaques due à la force appliquée par l'électrode spécialement du type sphérique. Il a été question d'incorporé la chaleur latente de la transformation durant la fusion et la solidification, la variation de la résistance de contact entre les plaques avec la température et la dépendance des propriétés thermo physiques de la température.

En 2003, **Min- Jou [27]** a fait une série d'expérience qui montrent l'effet du changement de la chaleur fournie à la plaque sur le déplacement de l'électrode lors du soudage par point pour différent type d'acier utilisé dans l'industrie (Figure.1.3).



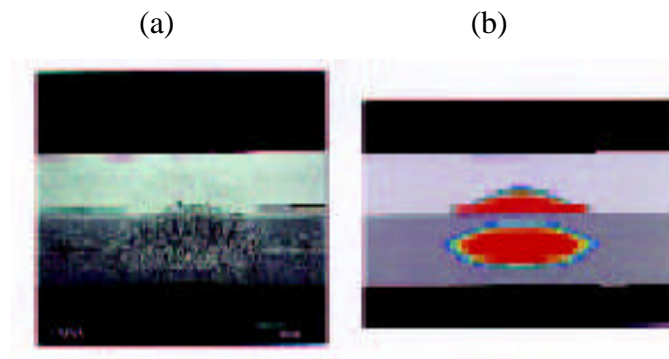
**Figure.1.3** Schéma du système expérimental de soudage par résistance

Ce chercheur a pu déterminer expérimentalement un intervalle de chaleur où on obtient une bonne soudure. L'intervalle est entre 30% et 38% pour deux plaques en acier de 0.79 mm d'épaisseur.

De plus des courbes caractéristiques sont développés pour différent type de matériau, différentes conditions d'ajustement des plaques, et l'utilisation de différents types d'électrodes. Ces courbes donnent de nombreuses informations sur le phénomène de soudage par point.

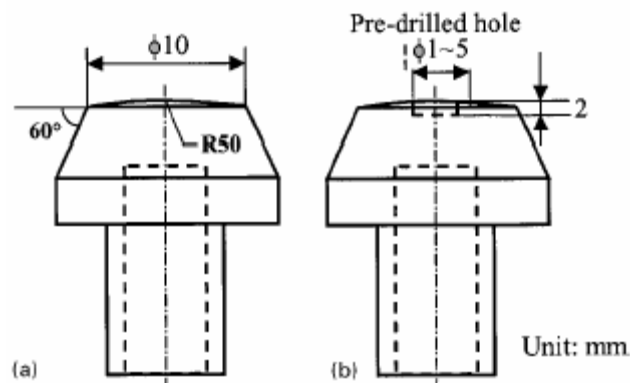
En 2004, **Sun** et **Khaleel** [29] ont utilisé un modèle en éléments finis qui simule la génération de chaleur et la formation du noyau lors de soudage par point d'une tôle en aluminium de 2 mm d'épaisseur avec une tôle en acier de 1.4 mm d'épaisseur. Ces chercheurs ont utilisé dans ce procédé de soudage une couche métallique transitoire de 1.5 mm d'épaisseur a cause des propriétés thermiques et physiques différentes des deux tôles.

Leur modèle est basé sur une analyse électrique thermique et mécanique combinées. Les résultats obtenus ont montré qu'après 12 cycles on obtient deux points de fusion ; dont le premier est elliptique pour l'acier avec la couche transitoire, et le second représente une partie de l'ellipse pour l'aluminium avec cette couche transitoire (Figure.1.4).



**Figure.1.4** Le noyau de soudure après 12 cycles du temps de soudage (l'aluminium en gris clair, l'acier en gris sombre) : a- expérimentale, b- simulation

En 2005, **Chang et d'autre [30]** ont employé une analyse en élément fini par le logiciel **Ansys** (MP 5-7). Le but de cette étude est d'étudier quantitativement l'effet de l'électrode annulaire dans la formation du noyau de soudure dans le procédé de soudage par résistance des alliages d'aluminium 5182.



**Figure1.5** Dimension de l'électrode normale et l'électrode annulaire.

La confrontation des résultats calculés avec les résultats mesurés expérimentalement aboutit aux remarques suivantes :

- Quand le diamètre intérieur de l'électrode annulaire est de 1 mm, le diamètre du noyau de soudure est presque identique à celui formé par un électrode qui est normale (Figure.1.5).
- Quand le diamètre intérieur de l'électrode annulaire dépasse 3 mm, le noyau de soudure est significativement réduit.

- Quand le diamètre intérieur de l'électrode annulaire atteint 5 mm, un petit noyau de soudure est formé et les deux plaques ne sont pas soudées.

Donc les résultats obtenus par ces hauteurs confirme que l'arrachement important de matière de l'électrode est la cause majeure de la mauvaise qualité de soudure dans le soudage par point des alliages en aluminium.

Ce bref panorama des recherches sur la technique de soudage par résistance par point n'a pas la prétention d'être complet puisque il représente une importante application industrielle. Nous nous sommes intéressés dans cette thèse à l'étude de soudage des matériaux utilisés dans le domaine aéronautique. Pour une telle application ces matériaux doivent offrir à la fois une faible densité et de très bonnes propriétés mécaniques.

Néanmoins, de sérieux problèmes et inhabituels sont rencontrés lors du soudage par résistance des alliages d'aluminium ce qui n'est pas le cas pour les aciers inoxydables et les aciers ordinaires. Ces problèmes sont dus principalement à la détérioration rapide des électrodes, la haute conductivité thermique et électrique, le retrait remarquable durant la solidification, et parmi les plus importants problèmes qui rendent le soudage par points des alliages d'aluminium très délicat est la présence d'oxyde d'alumine dans ces derniers. Pour y remédier à ces problèmes et pour prédire une bonne soudure, une étude théorique et expérimentale de ce procédé de soudage est une alternative intéressante.

Pour cela nous présentons au chapitre.1 une bibliographie qui relate les principaux travaux effectués. Au chapitre.2, nous présentons la théorie de point de soudure et les différents paramètres caractérisant le procédé ainsi que les problèmes rencontrés à la suite du procédé de soudage par points. Au chapitre.3, nous présentons les caractéristiques de l'aluminium ainsi que ces différents alliages. Au chapitre.4, au début nous définissons la méthode des volumes finis appliquée aux problèmes thermiques et nous présentons toutes les parties théoriques qu'on a utilisé pour construire notre programme. Dans l'autre moitié du chapitre.4 nous posons le problème à résoudre et le processus de résolution.

Chapitre.5, est consacré à la présentation des résultats théoriques et expérimentales de cette présente étude et à leur confrontation avec les résultats numériques obtenus par **Khan et al [20]** et aussi **De et Theddeus [25]**. Et enfin, on termine par une conclusion générale.

## I.2 L'utilisation des alliages d'aluminium en aéronautique :

En 1909 Alfrid Wiliam, en Allemagne, a accidentellement découvert qu'un alliage d'aluminium contenant 3.5% de Cuivre, 0.5% Magnésium et Silicium et Iron. En tant qu'impuretés fortuites a spontanément durci après avoir éteint environ 480°C. Les propriétés industrielles de ces matériaux ont été acquises par Durner Metallwerke qui lancé l'alliage sous le nom de Duralumin. En plus du développement du Duralumin. Trois autres causes ont contribués au remplacement de l'acier par l'alliage d'aluminium ; c'était une meilleure compréhension du processus du traitement thermique, l'introduction des extrusions dans un éventail de section et l'utilisation du revêtement pur d'aluminium pour fournir une plus grande résistance à la corrosion.

La construction du fuselage a dépendu pendant beaucoup d'années des trois groupes d'alliages d'Al : 1) les Duralumin libres de nickel, 2) les dérivés de l'alliage Y et 3) le groupe Aluminium-Zinc-Magnisium [33]. Le choix d'alliage influencé par des facteurs tels que (contrainte maximale, ductilité, facilité de fabrication, résistance à la corrosion et l'amabilité au traitement de protection, fatigue, absence d'incapacité à fondre soudain dû à l'effort interne et résistance à la propagation rapide de fissure sous la charge ). 1<sup>ère</sup> structure en aluminium : Douglas DC2 en 1933.

En 1953 l'alliage de Al-Zn-Mg a été remplacé par l'alliage d'aluminium Cuivre 4% de Cu L64. Cependant, les améliorations de la soumettre à une contrainte-corrosion des alliages Al-Zn-Mg ont résulté ces dernières années de la recherche Britanique, Américaine et Allemande [33]. L'opinion Britanique et Américaine conviennent sur les avantages d'inclure environ 1% de Cuivre, mais sont désaccord sur l'inclusion de Chrome et Manganèse, alors qu'en Allemagne l'addition de l'argent a été trouvée exrtrêmement salutaire. Les alliages d'aluminium-Zinc-Magnésium-Cuivre, appelés les séries 7000. Un autre alliage, designé par 2024 (Aluminium-Cuivre) ; c'est un alliage de serie 2000, ont les composéee de 4.5% de cuivre, 1.5% de magnesium, 0.6% de manganèse, avec le reste d'aluminium.

L'intérêt pour l'alliage de l'Al-Mg-Si a récemment augmenté, bien qu'ils aient été en général l'utilisation en industrie aérospaciale pendant des décennies. Les raisons de cet intérêt remplacé sont qu'elles sont potentiellement meilleur marché que des alliages d'aluminium-cuivre et étant soudable son capable de réduire des coûts de fabricatios. En outre, les variantes telles que les alliages OSO 60B, ont des propriétés améliorées, et généralement, possèdent

haute dureté semblable de résistance au propagation de fissure comme les alliages de série 2000.

Les derniers alliages d'aluminium pour l'utilisation aérospatiale sont les alliages d'Aluminium-Lithium. De ces derniers, l'alliage d'Aluminium-Lithium-Cuivre-Manganèse, 8090, développé au UK, est intensivement employé dans la structure principale de fuselage et d'hélicoptère de GKN Westland, EH101 le plus récent, il a été également qualifié pour Eurofighter 2000 mais pour être incorporé encore. Aux Etats-Unis l'alliage d'aluminium-Lithium-Cuivre, 2095 a été employé dans le fuselage de F16, ayant pour résultats une augmentation de la vie de fatigue, et une réduction du poids. Les alliages d'aluminium-Lithium peuvent être soudés, avec succès, possèdent haute dureté de rupture et exhiber une résistance élevée à la propagation de fissure.

## CHAPITRE II

### NOTIONS DE SOUDAGE ELECTRIQUE PAR RESISTANCE PAR POINTS

#### II.1. Généralités sur le soudage par résistance

##### II.1.1 Définition

C'est un procédé d'assemblage permanent de deux pièces par fusion localisée du métal.

##### II.1.2 Différents types de soudage par résistance

Il existe différents types de soudage par résistance par exemple :

##### II.1.2.1 soudage par résistance par points (procédé RSW)

Le soudage par résistance par points s'applique essentiellement aux assemblages à recouvrement sur tôles d'épaisseurs identiques ou différentes, et avec la possibilité sur tôles minces de pouvoir superposer et souder simultanément trois ou quatre épaisseurs. On utilise dans ce type de soudage des efforts variables sur électrodes. (Figure 2.1.1)

Cette technique d'assemblage se prête parfaitement à l'automatisation et se caractérise par sa rapidité d'exécution. De plus elle est applicable pour différents matériaux (on verra plus de détail dans les pages qui suivent).

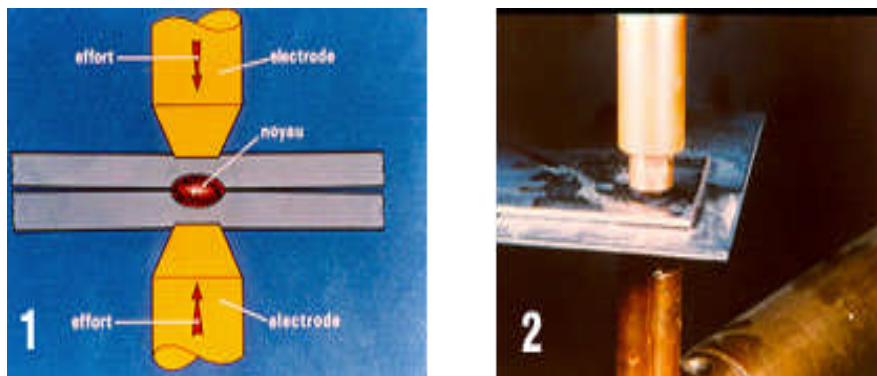


Figure 2.1.1 Soudage par points : principe (photo 1)

Soudage par points : opération en cours (photo 2)

##### II.1.2.2 soudage par résistance à la molette (procédé RSEW)

C'est une variante du soudage par points dans laquelle les électrodes sont remplacées par des molettes (sorte de disques en cuivre). Le soudage par résistance à la molette permet



d'exécuter des soudures continues. Les molettes animées d'un mouvement de rotation exercent un effort et entraînent les pièces à assembler. (Figure 2.1.2)



Figure 2.1.2 : Soudage à la molette : principe (photo 3)

Soudage à la molette : machine (photo 4)

### II.1.1.3 soudage par résistance par bossage

En soudage par résistance par bossages, autre variante du soudage par points, une des pièces au moins porte des bossages (sortes de protubérances généralement réalisées par emboutissage) dont chacun fournit un point de soudure lorsque les deux pièces sont serrées entre les plateaux de la presse à souder. (Figure 2.1.3)

Les avantages de cette technique de soudage par résistance résident en l'excellente qualité des points, l'absence de marque sur une des pièces, la certitude quant au nombre et à la position des points, et l'usure très faible des plateaux. Le soudage par bossages, appliqué sur des assemblages à recouvrement, est largement utilisé dans les mêmes domaines que les techniques précédentes mais pour des fabrications en très grandes séries.

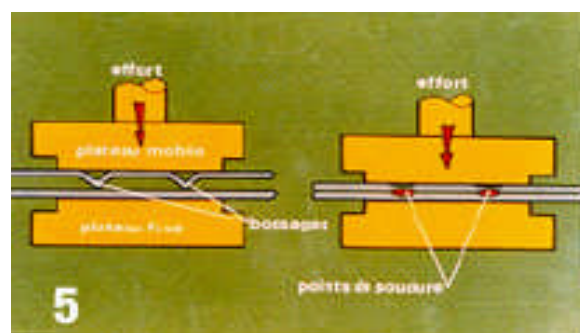


Figure 2.1.3 soudage par bossage

## II.2 Généralité sur le soudage par résistance par points

### II.2.1 principe

Le métal est chauffé par « effet Joule » du au passage d'un courant électrique qui traverse les électrodes et les pièces à assembler au point de soudage. (Figure 2.2)

Le soudage par résistance par points est un soudage autogène, c'est-à-dire que deux pièces d'un même métal sont soudées sans utilisation d'un métal d'apport.

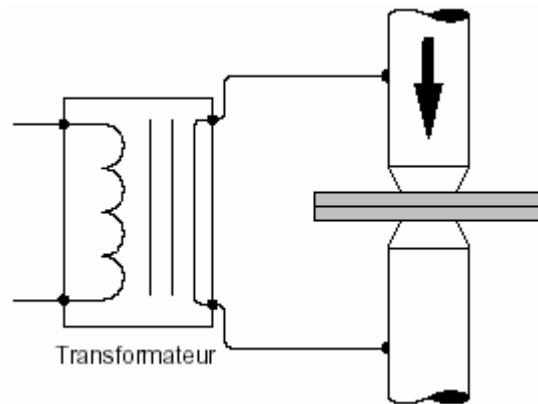


Figure 2.2 principe du soudage par résistance par points.

### II.2.2 déroulement du cycle de soudage

Un cycle de soudage se décompose en quatre phases:

- l'**accostage** : les électrodes se rapprochent et viennent comprimer les pièces à souder, à l'endroit prévu et sous un effort donné. Dans le cas des machines du CRDM, seule l'électrode supérieure se rapproche, l'autre étant fixe. Cette phase se termine quand la valeur d'effort nominale est atteinte,
- le **soudage** : le courant passe, déclenché par la fermeture du contacteur du circuit de puissance, et doit, par effet Joule, produire assez de chaleur à l'interface tôle-tôle pour qu'une zone fondue apparaisse,
- le **forgeage** : effectué avec maintien de l'effort mais sans passage de courant, il permet au noyau fondu de se refroidir et de se solidifier en restant confiné,
- la **remontée de l'électrode** : l'ensemble des deux tôles peut alors être translaté afin de procéder à la soudure d'un nouveau point.

Ces quatre phases, ainsi que les évolutions de l'effort mécanique et du courant de soudage tout au long d'un cycle, sont représentées sur la figure 2.3.

### II.2.3 Aspect macrographique d'un point de soudure :

La géométrie d'un point soudé présente trois particularités (voir figure 2.4) :

- discontinuité de l'assemblage,
- présence d'une entaille concentrant les contraintes en cas de sollicitations mécaniques,
- indentation, par pénétration de l'électrode, des faces externes de l'assemblage.

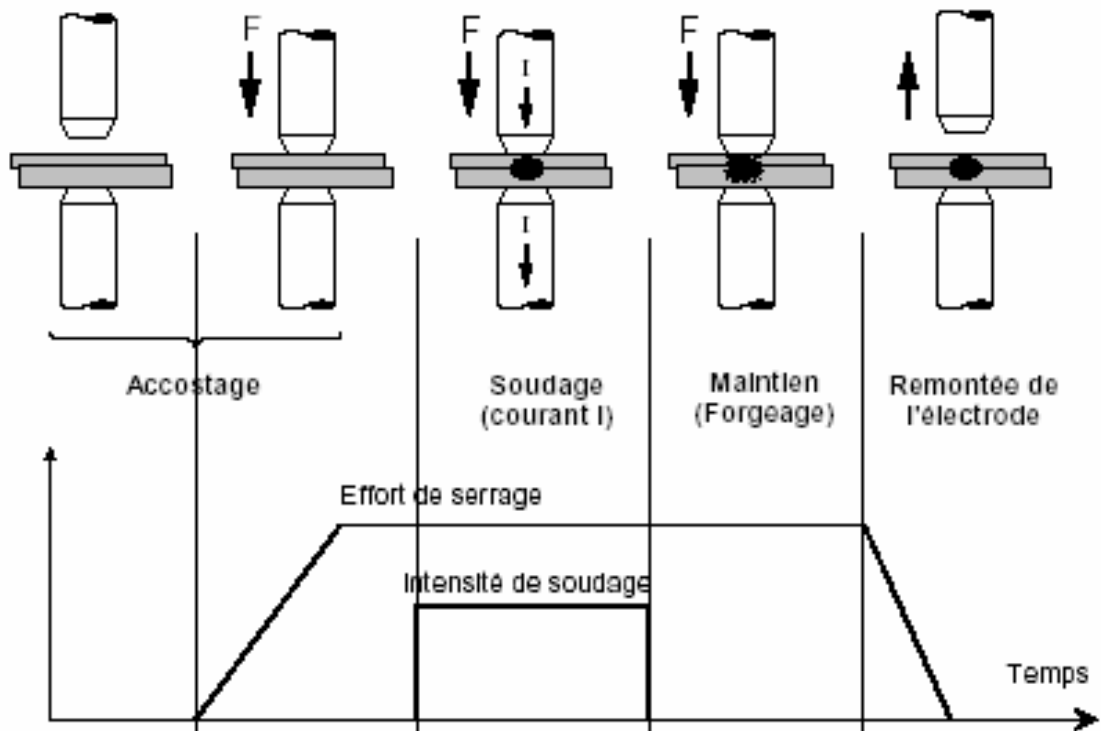


Figure 2.3 Les différentes phases d'un cycle de soudage

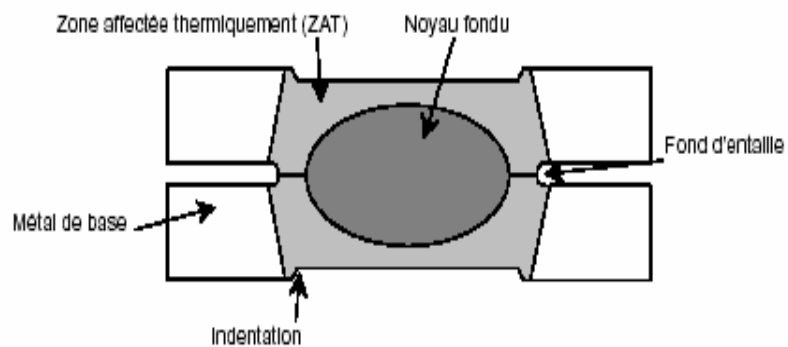


Figure 2.4 Coupe d'un point soudé.

### II.3 Mécanisme de formation de la soudure :

La chaleur servant à faire fondre notre métal au niveau du contact tôle- tôle est créée par effet Joule durant le passage du courant dans les conducteurs. La quantité de chaleur dégagée pendant la durée  $t$  en fonction de l'intensité du courant et de la résistance électrique traversée est donnée par la relation :

$$Q = R_T \cdot I^2 \cdot t \tag{2.1}$$

Avec :

$Q$  : est la quantité de chaleur dégagée (en Joule) ;

$R_T$  : est la résistance totale du système formé par les pièces et électrodes (Ohm) ;

$I$  : est l'intensité de courant de soudage (Ampères) ;

$t$  : est le temps de passage de courant (en seconde) ;

La résistance  $R_T$  se décompose à chaque instant en cinq (5) résistances tel qu'il est montré (Figure 2.5)

Si l'on néglige les phénomènes capacitifs, l'équivalent électrique de l'assemblage de soudage par points est constitué de résistances en série (cf. figure 2.5). Le dégagement de chaleur est donc maximal à l'endroit où la résistance est la plus élevée.

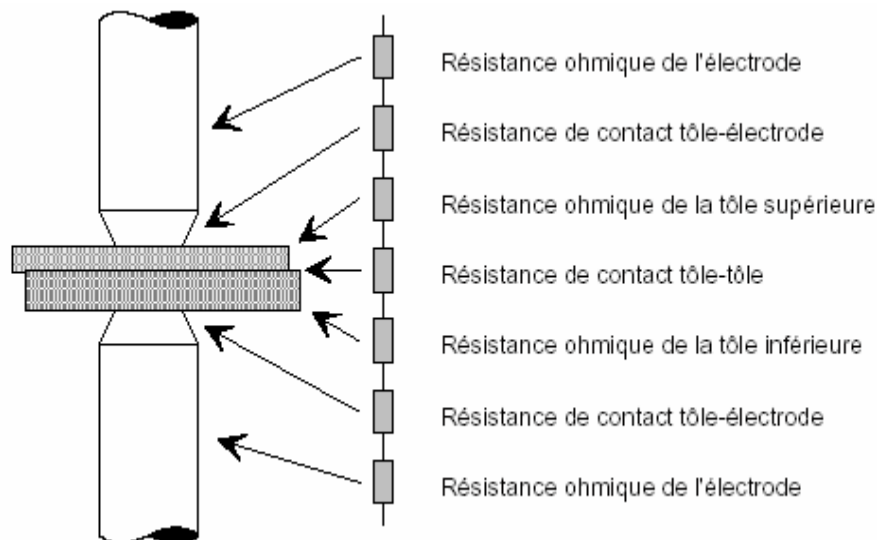


Figure 2.5 : Circuit électrique équivalent d'un assemblage de deux tôles nues

#### II.3.1 paramètres de soudages :

Les paramètres de soudage doivent être adaptés en fonction des caractéristiques des tôles à souder. Par exemple, on conçoit bien que des tôles plus épaisses nécessitent un apport d'énergie plus important, permettant de fondre plus de métal, donc de former un noyau plus gros.

Dans l'ordre chronologique les paramètres de soudage sont :

- L'effort de soudage : c'est la première variable entrant en jeu puisqu'elle intervient dès la phase d'accostage. La valeur à appliquer (de l'ordre de quelques centaines de daN pour des produits d'épaisseur inférieure à 1mm) dépend essentiellement des caractéristiques mécaniques et de l'épaisseur des tôles à souder. Dans la pratique, la courbe de mise en effort n'est pas linéaire, mais dépend des caractéristiques de la machine à souder.

- Le courant de soudage : c'est évidemment un paramètre décisif, car il intervient au carré dans l'énergie dissipée par effet Joule. L'intensité efficace à délivrer (typiquement entre 5 et 20 kA) dépend, là encore, des propriétés mécaniques, de l'épaisseur des tôles à souder ainsi que de la présence ou non de revêtement. On utilise généralement un courant alternatif monophasé à 50 Hz, dont la valeur moyenne efficace sur une soudure peut être réglée par rapport à la valeur de consigne, par un dispositif électronique adapté. Même si nous ne l'avons pas considéré dans ce travail, il est possible d'utiliser d'autres types de courants, notamment le courant continu, obtenu par redressement et filtrage, à partir d'un générateur 1000 Hz.

- Le temps de soudage: il intervient au premier ordre dans l'énergie électrique dissipée. Ce paramètre, d'une valeur typique de quelques dixièmes de seconde, est donc, lui aussi, adapté aux propriétés des tôles à souder. Lorsque le temps de soudage désiré est particulièrement long, on le découpe en "pulsations" - ou "temps chauds" - séparés par des "temps froids".

- Le temps de forgeage : il est nécessaire à la solidification de la soudure est généralement du même ordre de grandeur que le temps de soudage.

La réalisation d'un point soudé nécessitant environ 1 à 2 secondes, le procédé est adapté aux cadences de production élevées de l'industrie automobile moderne.

### II.3.2 processus de formation du noyau fondu :

Les étapes de formation du noyau de soudage par points en se basant sur l'analyse sommaire précédente peuvent être décrites comme suit :

- Incubation :

L'action de compression fournie par les électrodes détruit les couches d'oxydes et les films de surface et déforme plastiquement les points de contact formé par les aspérités de surface (figure 2.6.a, b), donc on a une fusion microscopique des aspérités de contact.

- Début de la formation du noyau fondu :

Un contact intime entre les deux plaques à souder se forme juste après la détérioration des contaminants et pellicules de surface et on a une formation électrique totale (figure 2.6.c).

On a un commencement de la fusion macroscopique locale (figure 2.6.d) ; cette fusion locale impliquera toute la région de contact.

Une balance thermique instable se produit et l'augmentation de la température s'accélère près de l'interface de contact pièce- pièce. Quand la température augmente, la conductivité thermique diminue tandis que la résistivité augmente rapidement. De la même façon une montée graduelle de la dans la température est aussi attendue à l'interface électrode-pièce.

- Formation et croissance du noyau fondu :

La température dans la pièce à soudé continue à augmenté et la chaleur associée fait augmenté le noyau fondu verticalement et latéralement.

- Expulsion :

L'expulsion se produira si le noyau fondu possède une dimension telle que le métal solide environnant sous l'effort de compression ne peut plus le contenir (figure 2.6.f). Cette étape dépend en premier lieu du facteur temps, et des conditions imposés par les étapes précédentes.

Le processus de soudage peut être contrôlé durant l'incubation et la formation du noyau, des soudures de qualités peuvent être obtenues.

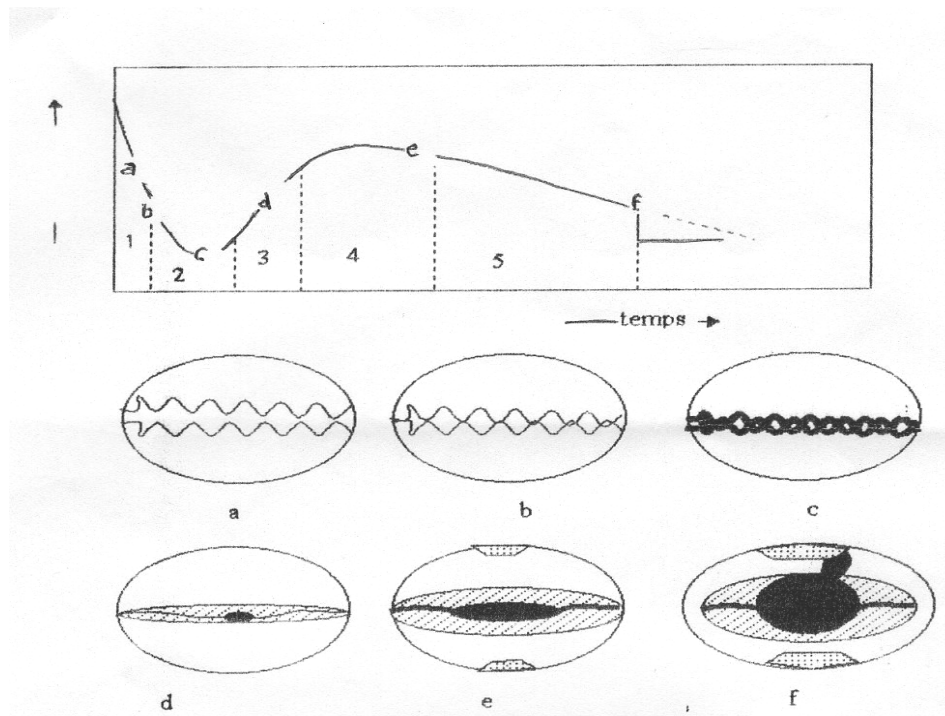


Figure 2.6 processus de formation d'un noyau de soudure et courbe théorique de la résistance dynamique.

## II.4 caractérisations d'une tôle en alliages d'Aluminium :

Par caractérisation d'une tôle, nous entendons ici l'étude de son aptitude au soudage par points dans certaines conditions. Il s'agit de déterminer, pour une tôle donnée, son domaine de soudabilité et la durée de vie des électrodes de soudage.

Dans les deux cas, le critère de qualité d'un point soudé, en termes de résistance mécanique, est le diamètre de bouton. La définition du terme *bouton*, donnée dans [NF A 87-001] est :

"Rivet de déboutonnage restant sur l'une ou l'autre des tôles après essai destructif du point de soudure".

### II.4.1 le domaine de soudabilité :

Le domaine de soudabilité est défini comme une plage d'intensités efficaces du courant de soudage permettant d'obtenir un point de soudure de tenue mécanique satisfaisant aux critères définis auparavant. La taille du noyau fondu est fortement liée à la quantité d'énergie électrique fournie à la soudure, donc à l'intensité efficace utilisée. Si celle-ci est trop faible, le noyau fondu est trop petit voire inexistant, et le déboutonnage n'a pas lieu lors du test destructif. Au-delà d'un certain seuil d'intensité, il y a déboutonnage, et le diamètre du bouton est caractéristique de la tenue mécanique du point soudé : plus on augmente l'énergie fournie, plus la zone fondue est large et plus le point est résistant aux contraintes mécaniques. Cependant, passé un certain seuil d'intensité, donc d'énergie électrique, le noyau fondu déborde la zone maintenue entre les électrodes : il y a expulsion, et la taille du noyau fondu s'en trouve diminuée.

En résumé, il s'agit d'étudier les variations du diamètre de bouton, donc de la tenue mécanique de la soudure, en fonction de l'intensité efficace. Ceci est schématisé sur la figure 2.7.1.

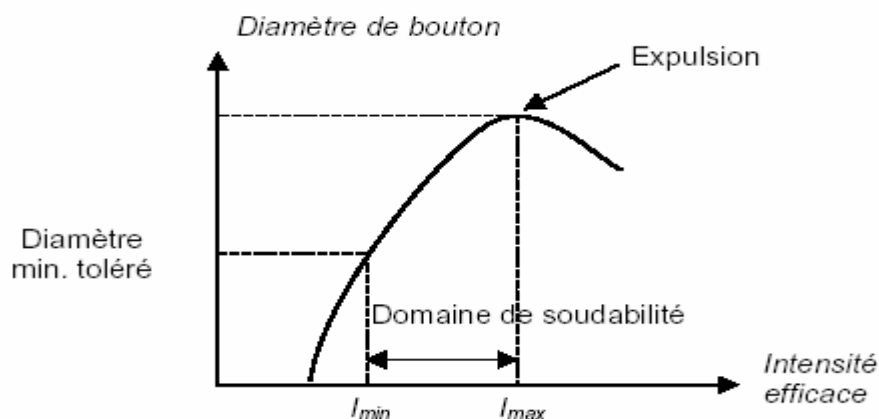


Figure 2.7.1 : Définition du domaine de soudabilité.

Par domaine de soudabilité, on entend ainsi l'intervalle  $[I_{\min}, I_{\max}]$ , où  $I_{\min}$  est la plus petite intensité donnant un diamètre acceptable, et  $I_{\max}$  est la plus grande intensité ne provoquant pas d'expulsion.

#### II.4.2 la dégradation des électrodes :

Ce test vise à estimer le nombre de points soudés de bonne qualité (en termes de diamètre minimal acceptable) que l'on peut effectuer avec un jeu d'électrodes en gardant les mêmes réglages de paramètres, et en particulier l'intensité. En effet, on assiste à une dégradation des électrodes en fonction du nombre de points soudés, qui se traduit par une diminution de la qualité des soudures.

Cette dégradation des électrodes est due à une combinaison d'effets mécanique et chimique activés par les températures atteintes au niveau des interfaces électrode- tôle. L'usure des électrodes est particulièrement due à la présence d'une couche très fine d'Alumine sur les plaques en alliages d'Aluminium.

On définit alors la durée de vie des électrodes, pour certains réglages des paramètres, comme le nombre de points de qualité satisfaisante (selon le même critère que pour le domaine de soudabilité) que l'on peut souder avec un jeu d'électrodes en se plaçant à l'intensité haute du domaine de soudabilité correspondant aux électrodes neuves. La figure 2.7.2, qui illustre les notions de décalage du domaine de soudabilité et de durée de vie des électrodes, est tout à fait qualitative. Elle suppose en effet que l'état des électrodes peut être caractérisé par le nombre de points soudés ; or cela dépend également de l'intensité à laquelle ces points ont été soudés. Par ailleurs, l'évolution des limites basses et hautes n'est pas forcément linéaire - ni même monotone. En revanche, la tendance à l'élargissement du domaine de soudabilité est effectivement présente, et résulte du fait qu'avec des électrodes usées, l'expulsion se produit pour des diamètres de boutons plus élevés.

#### II.5 Les problèmes rencontrés en soudage par points :

Les moyens favorables d'obtention de la soudure par résistance par points à haute qualité et stabilité sont dus à la formation symétrique du noyau fondu. Nous définissons les problèmes rencontrés par les exemples suivants :

1. **Pièces de mêmes épaisseurs, même matériau, même électrode** (même matériau et de même diamètre) :

Le point de soudure se forme au milieu du joint de contact des deux pièces (Figure 2.8).



**2. Pièces de même matériau, même électrode, épaisseurs différentes :**

On remarque que le noyau se déplace vers le côté de la plus grande épaisseur. Ceci peut s'expliquer par le fait que la chaleur dégagée dans la pièce la plus épaisse est plus importante et que la chaleur dégagée dans la pièce de faible épaisseur est immédiatement absorbée par l'électrode. (Figure 2.9) [31]

**3. Pièces de même épaisseur, matériaux différents et de même électrode :**

On remarque aussi que le noyau fondu se déplace par rapport à la ligne de contact des deux pièces, vers le matériau qui dégage plus de chaleur. (Figure 2.10)

**4. Pièces de même épaisseur, même matériau, électrode de sections différentes :**

Le déplacement du noyau fondu se fait vers l'électrode qui présente une petite section car elle absorbe moins de chaleur. (Figure 2.11)

**5. Pièces de même épaisseur, même matériau, électrode de matériaux différents :**

Le noyau se déplace vers le matériau de l'électrode qui à une grande résistivité. (Figure 2.12)

**6. Sens du courant :**

On remarque que le sens du courant joue aussi sur le déplacement du noyau ce dernier se déplace vers l'électrode positive car elle dégage plus de chaleur.

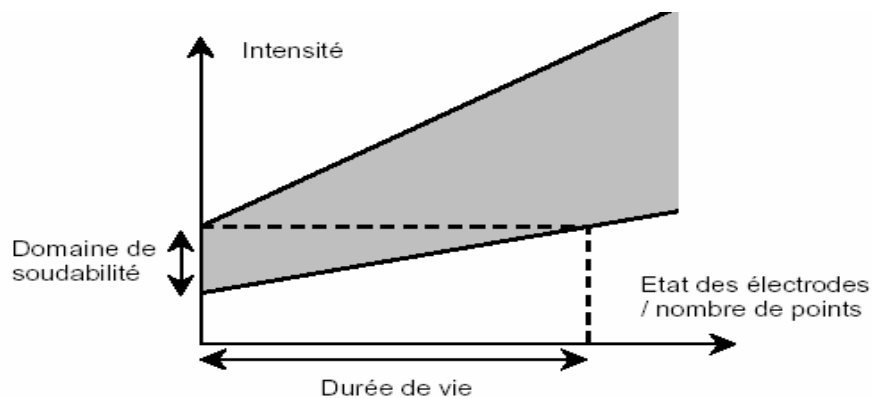


Figure 2.7.2 Décalage du domaine de soudabilité vers les intensités hautes avec la dégradation des électrodes

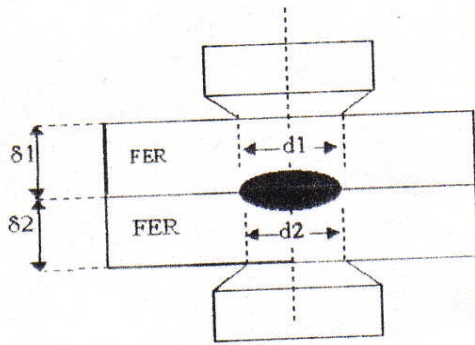


Figure 2.8 soudage de deux pièces de même matériau et même épaisseur

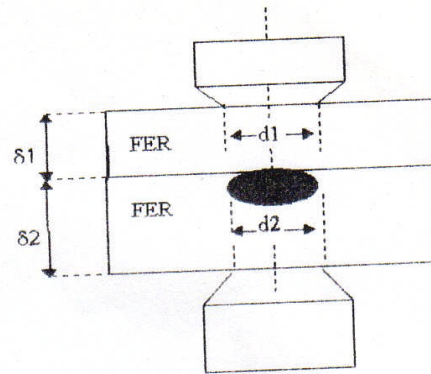


Figure 2.9 soudage de deux pièces d'épaisseurs différentes,  $d_1=d_2$

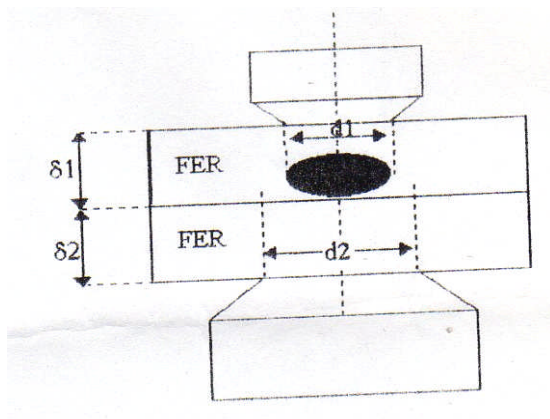


Figure 2.11 soudage de deux pièces différents matériaux,  $d_1=d_2$ ,

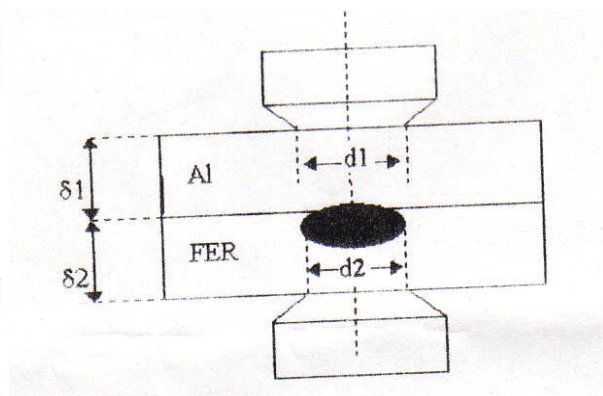


Figure 2.10 soudage de deux pièces avec électrodes différents diamètre

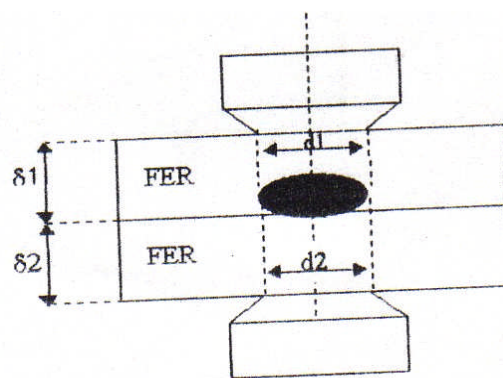


Figure 2.12 soudage de deux pièces ( $\delta_1 = \delta_2$ ), avec électrodes de matériaux différents et  $d_1=d_2$

## CHAPITRE III

### L'ALUMINIUM ET SES ALLIAGES

#### III.1 Principales caractéristiques de l'aluminium :

L'aluminium et ses alliages arrivent en seconde position pour l'utilisation des matériaux métalliques. L'aluminium doit cette place à un ensemble de propriétés qui en font un matériau remarquable.

##### III.1.1 Masse volumique :

La masse volumique de l'aluminium est de  $2700 \text{ kg/m}^3$ . L'utilisation de l'aluminium s'impose donc dans les domaines de la construction aéronautique et du transport.

##### III.1.2 Résistance à la corrosion :

Grâce à la couche d'oxyde qui se forme en surface, les alliages d'aluminium résistent à la corrosion. On peut rendre cette couche protectrice d'oxyde plus épaisse par anodisation. L'aluminium et ses alliages peuvent alors être utilisés sans protection supplémentaire comme revêtements extérieurs de bâtiments. Par contre, dans les milieux corrosifs, les alliages d'aluminium peuvent subir les effets de la corrosion. Des piqûres, de la corrosion sous contrainte, de la fatigue corrosion, voire de la corrosion généralisée peuvent se développer. Pour des conditions données, la sévérité de l'attaque dépend de l'alliage utilisé et de son état.

##### III.1.3 La conductibilité électrique :

La conductibilité électrique de l'aluminium commercialement pur atteint 62 % de celle du cuivre. Par ailleurs, la masse volumique du cuivre est plus élevée que celle de l'aluminium.

Un conducteur en aluminium, dont la masse est inférieure à celle d'un conducteur en cuivre, s'échauffe moins.

#### III.1.4 Propriétés mécaniques :

L'aluminium commercialement pur possède, à l'état recuit, des propriétés mécaniques faibles. On peut toutefois améliorer considérablement ces propriétés par écrouissage, addition d'éléments d'alliage ou traitements thermiques, selon les cas. L'aluminium et ses alliages ont une structure cristalline cubique à faces centrées. Ils font donc preuve, à l'état recuit, d'une excellente ductilité à toute température.

#### III.1.5 Propriétés de mise en forme :

L'aluminium a une température de fusion relativement basse, d'environ 660°. Il en résulte une facilité de fusion qui présente un avantage certain pour les opérations de fonderie. L'aluminium est très ductile, on peut aisément le mettre en forme à l'état solide, par déformation plastique.

Les alliages peuvent être mis en forme selon deux techniques.

\* Mise en forme par corroyage. Elle concerne les demi-produits et les produits finis. On travaille par déformation à chaud des lingots, des billettes ou des brames de coulée continue.

\*Mise en forme par fonderie.

Pour les alliages corroyés, une distinction est faite entre les alliages non trempants et les alliages trempants, cf. Tableau III.1.

Catégorie d'alliages	Méthodes d'amélioration des propriétés mécaniques
non trempants	addition d'éléments en solution solide, présence de secondes phases dispersées, <u>écrouissage</u>
trempants	<u>durcissement structural</u>

Tableau III.1 : les méthodes d'amélioration des propriétés mécaniques.

### III.1.6 Etats métallurgiques :

On peut obtenir des alliages d'aluminium en divers états: recuits, écrouis ou trempés et vieillis. On désigne le plus souvent ces différents états par des symboles, cf Tableau III.. Ces désignations s'appliquent aussi bien aux alliages corroyés qu'aux alliages de fonderie.

Symbole	ETAT DE BASE
F	Brut de fabrication
O	Recuit
H	Ecroui
T	Traité thermiquement
W	Trempé et non stabilisé

Tableau III.2 : normalisation des états métallurgiques

Les états F et O n'ont pas de subdivisions, au contraire des états H et T.

Subdivisions de l'état H : elles sont décrites par au moins deux chiffres. Le 1<sup>er</sup> indique le traitement post-écrouissage, le second l'état de dureté de l'alliage, cf Tableau III.3.









1 <sup>er</sup> chiffre
1 : Ecrouissage, autre traitement supplémentaire non indiqué
2 : écrouissage puis restauration
3 : écrouissage puis stabilisation
2 <sup>ème</sup> chiffre
Hx2 : état quart dur
Hx4 : état demi dur
Hx6 : état trois-quarts dur
Hx8 : état dur
Hx9 : extra dur

Tableau III.3 : subdivisions de l'état écroui.

## III.2 Alliages d'aluminium :

L'aluminium est en majeure partie utilisé sous forme d'alliages d'aluminium pur et d'autres éléments pour en améliorer les propriétés mécaniques, principalement sa dureté et sa résistance à la corrosion.

Éléments d'alliage pour améliorer certaines propriétés du produit final :

	renforce la dureté
	plus grande robustesse en liaison avec le magnésium
	améliore les propriétés mécaniques, réduit la résistance à la corrosion
	améliore les propriétés mécaniques, modifie la qualité d'emboutissage profond
	haute résistance après formage à froid
	plus grande résistance en liaison avec des éléments tels que le cuivre, le manganèse et le magnésium
	plus grande résistance
	réduit la résistance à la corrosion

### III.2.1 Alliages corroyés :

#### III.2.1.1 Désignations des alliages :

Nous désignerons les alliages d'aluminium corroyés suivant les normes de l'Aluminium Association des Etats-Unis. Ces normes affectent à chaque type d'alliage un nombre de quatre chiffres qui permet de les classer en séries. Nous traiterons des alliages non trempants des séries 1000, 3000 et 5000. Ensuite, les alliages à durcissement structural des séries 2000, 6000, 7000 et seront vus cf tableau III.4.

Alliages avec leurs principaux éléments	Séries	Applications typiques
99,00% min aluminium	1XXX	feuilles, lithographie, tôles
Cuivre	2XXX	aéronautique
Manganèse	3XXX	canettes, radiateurs de construction
Silicone	4XXX	échangeurs de chaleur et ingénierie
Magnésium	5XXX	canettes, automobile, façades, bâtiment, transport
Magnésium et silicone	6XXX	automobile, bâtiment, transport
Zinc	7XXX	aéronautique, radiateurs
Autres éléments	8XXX	feuilles (Fe), aéronautique (Li)

Tableau III.4 : Familles d'alliages aluminium principales (association aluminium)

### III.2.2 Quelques alliages sans durcissement structural :

#### III.2.2.1 Série 1000 :

Les alliages de cette série sont essentiellement des aluminiums dont la pureté commerciale est d'au moins 99% Al. A l'état recuit, leurs propriétés mécaniques sont faibles, mais on peut les améliorer par écrouissage. Ils se prêtent facilement à la mise en forme par déformation plastique à froid, notamment l'emboutissage et la chaudronnerie. Ils font preuve d'une excellente tenue en atmosphère humide et marine. Cette qualité est utilisée, par exemple, après placage par laminage, pour protéger des alliages d'aluminium sensibles à la corrosion.

Grâce à la grande conductibilité électrique de certains alliages de cette série, on peut utiliser ceux-ci comme conducteurs électriques. Ces alliages sont également recherchés pour leur conductibilité thermique élevée. Cette propriété est utilisée pour les tubes d'évaporateurs et de

radiateurs. Ils ont aussi une excellente tenue aux très basses températures. Cette propriété est utilisée dans l'industrie cryogénique.

### III.2.2.2 Série 5000 (Al-Mg):

La

Figure 3.1 présente le diagramme d'équilibre Al/Mg. Les alliages Al/Mg corroyés contiennent moins de 4 % de Mg. Dans ces conditions, on retrouve le magnésium en solution solide, et le reste sous forme de composé  $Mg_2Al_3$ .

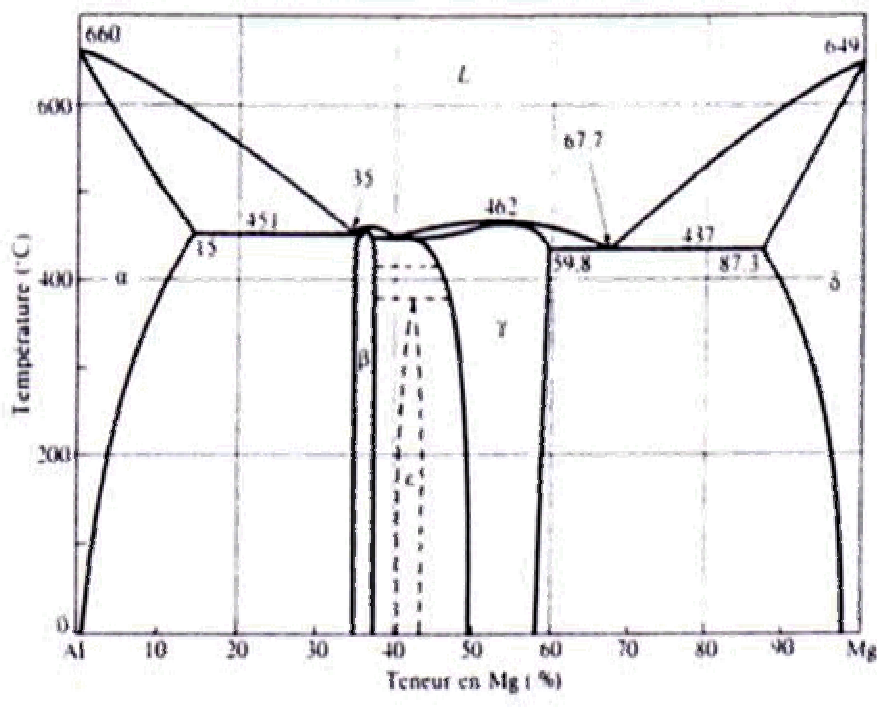


Figure 3.1: le diagramme d'équilibre Al-Mg

Les alliages de cette série ne sont pas sujets au durcissement structural. Pour les alliages écrouis, un séjour prolongé à la température ambiante ou plus élevée, provoque une précipitation.  $Mg_2Al_3$  se forme aux joints de grains. Ceci peut entraîner des conséquences néfastes sur la résistance à la corrosion. Il y a, en effet, une possibilité de corrosion intergranulaire ou de corrosion sous tension. Pour pallier cette tendance, on soumet ces alliages, après écrouissage, à un recuit de stabilisation. Les utilisations des alliages de la série 5000 découlent de leurs principales caractéristiques, cf



Tableau III.5.

Caractéristique	Valeur
Résistance mécanique	Moyenne. On peut l'améliorer par écrouissage, aux dépens toutefois de leur ductilité
Aptitude à la transformation	Grande aptitude aux transformations à chaud (filage, forgeage) et à froid, à l'état O (emboutissage, filage, cintrage, etc.)
Soudabilité	Excellente
Résistance à la corrosion	Très bonne. On peut encore l'améliorer par anodisation
Etats de surface	Bonne après polissage et anodisation. Dans ce cas, il faut maintenir leurs teneurs en fer et en silicium à des valeurs minimales

Tableau III.5 : les caractéristiques de la série 5000

### III.2.3 Quelques alliages à durcissement structural :

#### III.2.3.1 Série 2000 (Al/Cu et Al/Cu/Mg) :

Les teneurs en cuivre des alliages de cette série sont comprises entre 2,6 et 6,3 %. Les teneurs en magnésium varient de 0,5 à 1,5 %. Le durcissement structural de ces alliages est dû à la précipitation de composés transitoires d' $Al_2Cu$  et  $CuMgAl_2$ . Ces phases leur confèrent d'excellentes propriétés mécaniques. L'addition de silicium et de manganèse, favorise la formation de composés quaternaires. Par dispersion, ces derniers améliorent les propriétés de la matrice. Par contre, la présence de fer est souvent nuisible. La formation de  $Cu_2FeAl_7$ , contenant le fer, diminue la quantité de cuivre nécessaire au durcissement structural. Cependant, si, en plus du fer, on ajoute du nickel, il y a formation du composé  $Al_9FeNi$ , qui confère à l'alliage une bonne tenue mécanique jusqu'à 230°C.

D'autre part, les alliages de la série 2000 font preuve d'une résistance médiocre à la corrosion. A l'état trempé et vieilli, la présence de précipités cathodiques crée une pile par rapport à la matrice. Par ailleurs, ces alliages sont difficilement soudables ; en effet, puisque les zones adjacentes aux cordons de soudure subissent un recuit lors du cycle thermique imposé par le soudage, leurs propriétés mécaniques s'en trouvent considérablement affaiblies.

### III.2.3.2 Série 6000 (Al/Mg/Si) :

Le durcissement structural des alliages d'aluminium de la série 6000 est dû à la formation du composé  $Mg_2Si$ . Quand le magnésium et le silicium se combinent en  $Mg_2Si$  le rapport massique Mg/Si est égal à 1,73. Pour la plupart de ces alliages, ce rapport est respecté. On rencontre parfois un excès de silicium qui améliore les propriétés mécaniques. Ceci se fait au détriment de la résistance à la corrosion. Certains alliages comportent en outre des additions de manganèse (< 0,8 %) et de chrome (< 0,3 %). Ces éléments ont pour effet d'augmenter leur résistance mécanique et leur ténacité, et d'affiner la taille des grains. L'addition de cuivre améliore également les propriétés mécaniques de ces alliages, mais on limite sa teneur à 0,5 %. Il diminue leur résistance à la corrosion. Ces alliages possèdent des propriétés mécaniques moyennes par rapport aux autres alliages d'aluminium à durcissement structural. Par contre, ils ont une excellente aptitude à la mise en forme à chaud. Les techniques de production sont le filage, le forgeage etc. Une bonne soudabilité est également rencontrée. Par ailleurs, leur comportement aux basses températures est acceptable, mais leur résistance à chaud est limitée à 150°C. Ils font preuve d'une excellente résistance à la corrosion atmosphérique, tout en étant insensibles à la corrosion sous tension.

### III.2.4 Alliages de fonderie :

#### III.2.4.1 Qualités recherchées :

Les qualités qu'on recherche pour un alliage de fonderie sont différentes de celles d'un alliage corroyé. Les zones à usiner exceptées, les pièces de fonderie ont leur forme définitive après démoulage. Par ailleurs, elles ne subissent aucune déformation plastique. Les propriétés de ces alliages découlent des opérations de fonderie, cf Tableau III.6.

Dans de nombreux cas, on peut également effectuer la coulée dans des moules en sable ou en matériau réfractaire. On comprend que les microstructures dépendent de la vitesse de solidification. Ces microstructures influent les propriétés mécaniques. Ce temps de solidification est fonction du type de moule utilisé.

Dans les moules métalliques, la solidification se produit beaucoup plus rapidement que dans les moules en sable. Il en résulte une structure plus fine (distance interdendritique, taille des composés intermétalliques) qui entraîne une amélioration des propriétés.

Qualités	Observations
Coulabilité	Aptitude du métal liquide à bien remplir l’empreinte
Absence de formation de criques	Fissuration à chaud causée par le retrait du métal
Bonne répartition de la porosité	Due au retrait qui accompagne la solidification
Températures de fusion relativement basses	Permettent d'employer des moules métalliques réutilisables (des coquilles) dans lesquels on coule le métal soit par gravité, soit sous pression

Tableau III.6 : les qualités des alliages de fonderie

Les alliages d'aluminium de fonderie ont en général des teneurs plus fortes en éléments d'alliages. Ceci permet, d'obtenir une proportion non négligeable d'eutectique. D'autres buts de ces teneurs fortes sont d'abaisser le point de fusion et diminuer l'intervalle de solidification.

#### III.2.4.2 Désignation des alliages :

Cette normalisation selon les normes de l'Aluminium Association est donnée, cf **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** Dans ce système, les alliages d'aluminium de fonderie sont groupés par leurs éléments principaux d'addition. On utilise un nombre à quatre chiffres avec un point séparant les deux derniers.

#### III.2.4.3 Alliages Al/Cu :

La fonderie utilise rarement les alliages qui contiennent uniquement du cuivre, à cause de leur mauvaise coulabilité. Cette propriété peut toutefois être améliorée par l'addition de silicium. On peut néanmoins obtenir de bonnes propriétés à chaud en effectuant des additions de nickel et de magnésium.

#### III.2.4.4 Alliages Al/Si, Al/Si/Mg et Al/Si/Cu :

Les alliages Al/Si sont les plus utilisés. Leurs teneurs en Si varient de 5 à 20 %. La très grande majorité de ces alliages présentent une composition eutectique ou hypo eutectique. La composition de l'eutectique est de 12,7 % de silicium, cf Figure 3.2.

Les alliages de ces séries font preuve d'une très bonne coulabilité et résistent bien à la corrosion. Le silicium présent dans le constituant eutectique a normalement une morphologie aciculaire. Cependant, une addition de sodium ou de strontium permet de modifier cette morphologie. Le silicium devient alors fibreux. L'addition de magnésium (de 0,3 à 1 %) aux alliages Al/Si permet d'améliorer considérablement leurs propriétés mécaniques. Les alliages Al/Si/Mg sont en effet durcissables par précipitation contrôlée du composé  $Mg_2Si$  et de ses formes transitoires. L'addition de cuivre (de 3 à 5 %) améliore les propriétés mécaniques des alliages Al/Si. Dans ce cas, l'addition de magnésium améliore leur réponse aux traitements thermiques. Les alliages Al/Si/Cu eutectiques ont une bonne tenue à chaud et un faible coefficient de dilatation. On les utilise en particulier pour la fabrication de pistons ou de culasses, dans les moteurs à combustion interne.

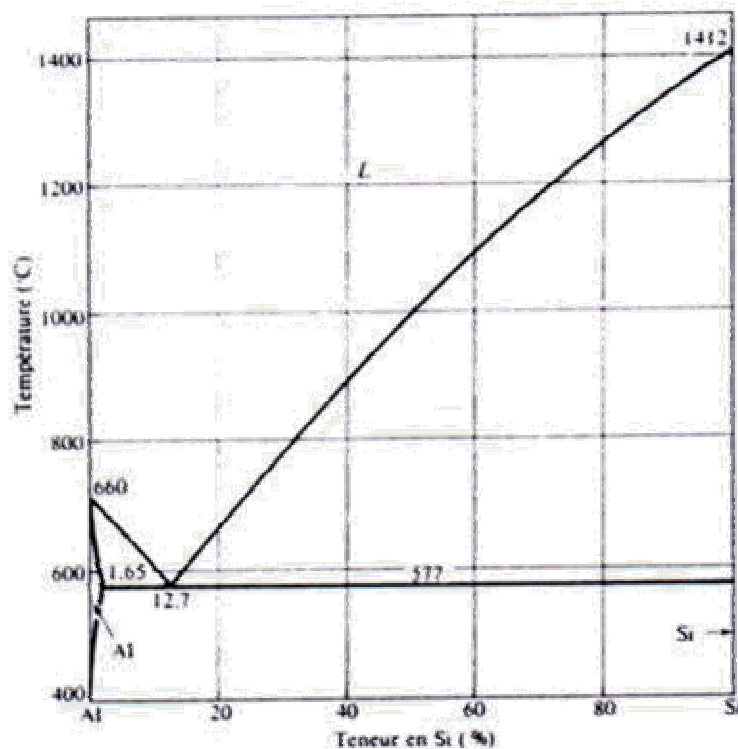


Figure 3.2: le diagramme d'équilibre Al-Si

## CHAPITRE IV

### METHODE DES VOLUMES FINIS APPLIQUEE AUX PROBLEMES DE CONDUCTION THERMIQUE

La méthode a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar (Numerical Heat Transfer and Fluid Flow[8]).

#### IV.1 Définition :

La méthode des volumes finis est une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement. La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle (VC).

Supposons l'équation de conduction thermique stationnaire unidimensionnelle :

$$\frac{d}{dx} \left( \lambda \frac{dT}{dx} \right) + S = 0 \quad (4.1)$$

Les étapes qui doivent être parcourues, pour obtenir le système d'équations algébriques, sont les suivantes :

#### 1. Discrétisation du domaine de calcul :

La façon de discrétisation est présentée à la figure 4.1

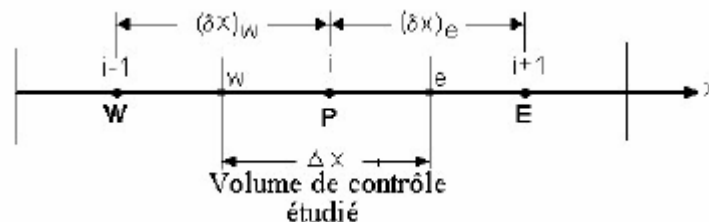


Figure 4.1 : Maillage unidimensionnel.

Où :

P – Noeud considéré ;

W – Noeud “West” ;

E – Noeud “East” ;

w – interface “West” du volume de contrôle (VC) ;

e – interface “East” du VC ;

$\Delta x$  – largeur du VC étudié.

### 2. Intégration de l'équation de conduction 1D sur le VC en P [22] :

En intégrant l'équation (4.1) sur le volume de contrôle (fig. 4.1) on obtient successivement :

$$\left[ \lambda \frac{dT}{dx} \right]_w^e + \int_w^e S \cdot dx = 0 ; \quad (4.2)$$

$$\int_w^e \frac{d}{dx} \left( \lambda \frac{dT}{dx} \right) \cdot dx + \int_w^e S \cdot dx = 0 ; \quad (4.3)$$

$$\lambda_e \left( \frac{dT}{dx} \right)_e - \lambda_w \left( \frac{dT}{dx} \right)_w + \bar{S}[x]_w^e = 0 ; \quad (4.4)$$

Où  $S$  est une valeur moyenne du terme source  $S$  sur le volume de contrôle. En tenant compte de la loi de Fourier  $q = -\lambda \cdot gradT$ ,  $q$  étant la densité du flux thermique, l'équation (4.4) peut être écrite ainsi :

$$-q_e + q_w + S \cdot \Delta x = 0 ; \quad (4.5)$$

Où  $q_e$  et  $q_w$  sont les densités du flux thermique aux interfaces du volume de contrôle.

### 3. Choix d'un profil de température (ou d'une formule d'interpolation) entre les nœuds voisins de P :

Il y a deux types de profils qu'on peut envisager, l'un étant le profil constant (fig. 4.2 a) et l'autre le profil linéaire (fig.4.2 b).

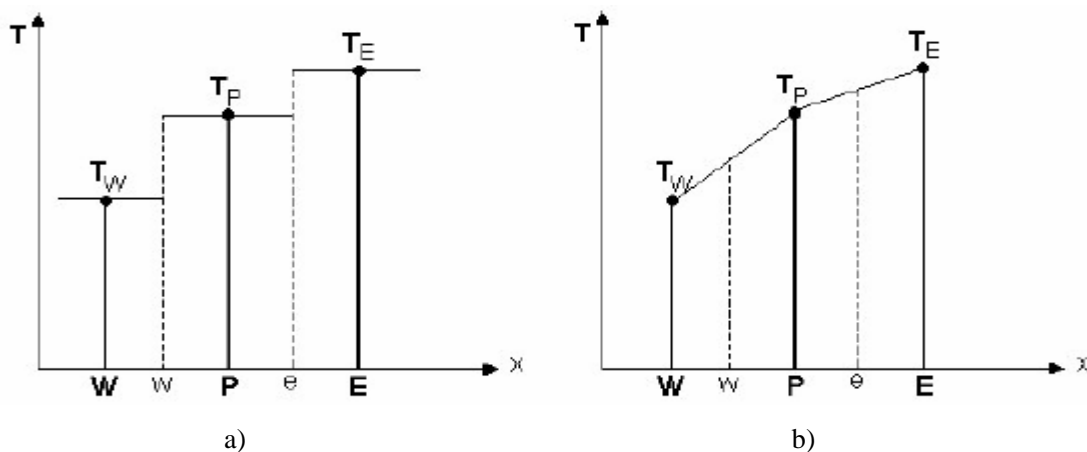


Fig. 4.2 Choix du profil de température.

a) Profil constant. b) Profil linéaire.

Dans le cas d'un profil constant de température (Fig. 4.2 a), sur le volume de contrôle, on a une discontinuité de  $T$  aux interfaces  $w$  et  $e$  du volume de contrôle. De plus, la dérivée ( $dT/dx$ ) n'est pas définie et donc ce profil de température ne convient pas.

Dans le cas d'un profil linéaire de température (Fig. 4.2 b), entre les noeuds du maillage, la discontinuité de  $T$  n'existe plus et les dérivées aux interfaces sont définies :

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_e = \frac{T_E - T_P}{x_E - x_P} = \frac{T_E - T_P}{\partial x_e} \quad (4.6)$$

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_w = \frac{T_P - T_W}{x_P - x_W} = \frac{T_P - T_W}{\partial x_w} \quad (4.7)$$

#### 4. Écriture de l'équation de conduction thermique sous la forme algébrique :

L'équation (4.5) s'écrit ainsi :

$$\frac{\lambda_e(T_E - T_P)}{\partial x_e} - \frac{\lambda_w(T_P - T_W)}{\partial x_w} + \bar{S} \cdot \Delta x = 0 ; \quad (4.8)$$

Où  $\bar{S}$  est la valeur moyenne de  $S$  sur le volume de contrôle.

Finalement, après le regroupement des termes, l'équation algébrique s'écrit ainsi :

$$a_p T_P = a_e T_E + a_w T_W + b ; \quad (4.9)$$

Avec

$$a_e = \frac{A_e}{(\partial x)_e}, \quad a_w = \frac{A_w}{(\partial x)_w}, \quad a_p = a_e + a_w \quad \text{et} \quad b = \bar{S} \cdot \Delta x ; \quad (4.10)$$

#### 5. Traitement du terme source $S$ :

Si le terme source  $S$  varie de façon non linéaire,  $S = S(T)$  on écrit :

$$\bar{S} = S_c + S_p \cdot T_p \quad (4.11)$$

Où  $S_c$  est un terme constant (indépendant de température). Il faut linéariser en  $T$  pour obtenir un système d'équations algébriques linéaires.

#### IV.2 Règles de base de la méthode : (règles de Patankar)

Les suivantes règles ont été énoncées par Patankar [8]

- Règle N°1:

Consistance du flux aux interfaces des volumes de contrôle.

Si une interface est commune à deux volumes de contrôle, l'expression du flux à travers elle, dans les équations discrétisées, doit être la même pour les deux volumes de contrôle voisins considérés

- Règle N°2:

Tous les coefficients  $a_p$  et  $a_{vs}$  doivent avoir le même signe dans l'équation discrétisée.

On peut justifier cette règle par un contre exemple. Supposons que dans l'équation (4.9) on ait  $a_p > 0, a_e > 0$  et  $a_w < 0$ . Alors, si  $T_w$  augmente il faut que baisse, donc  $T_p$  un comportement physique non réaliste.

- Règle N°3 :

Pente négative dans le terme source linéarisé.

Lors de la linéarisation du terme source  $\bar{S} = S_c + S_p \cdot T_p$  la pente  $S_p$  doit être  $0 \leq$  car sinon on peut avoir  $a_p < 0$  avec des  $a_{vs} > 0$  (contraire à la règle n°2).

Règle N°4 : Les équations discrétisées doivent rester valables quand la valeur d'une variable dépendante augmente avec une valeur constante.

### IV.3 Avantage de la méthode :

- Préservation du caractère conservatif des équations sur chaque volume de contrôle ; (Continuité des flux aux interfaces), valable pour n'importe quelle finesse du maillage ;
- Mise en oeuvre relativement facile ;
- Applicable aux géométries complexes ;
- Temps de calcul et stockage mémoire raisonnable (matrice de type bande).

### IV.4 Application de la méthode dans des problèmes de conduction thermique [22] :

#### IV.4.1 conduction thermique stationnaire en deux dimensions en coordonnées cartésiennes :

##### IV.4.1.1 forme générale de l'équation discrétisée :

La méthodologie utilisée pour la discrétisation de l'équation dans le cas unidimensionnel peut être utilisée facilement dans le cas bidimensionnel (2D). Pour illustrer cette technique on considère l'équation de la conduction thermique 2D stationnaire :

$$\frac{d}{dx} \left( \lambda \frac{dT}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left( \lambda \frac{dT}{dy} \right) + S = 0 \quad (4.11)$$

Le type de maillage utilisé, dans ce cas, est représenté à la figure 4.3.

De plus, par rapport au maillage 1D, aux noeuds voisins, "East" (E) et "West" (W) du point P on ajoute les voisins "North" (N) et "South" (S).

L'intégration de l'équation (4.12), sur le volume de contrôle, donne :

$$\int_{vc} \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) \cdot dx \cdot dy + \int_{vc} \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \cdot dx \cdot dy + \int_{vc} S \cdot dV = 0 ; \quad (4.12)$$

Si l'on note  $A_e = A_w = \Delta y$  et  $A_n = A_s = \Delta x$ , on obtient :



$$\left[ \lambda_e \cdot A_e \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \lambda_w \cdot A_w \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \right] + \left[ \lambda_n \cdot A_n \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_n - \lambda_s \cdot A_s \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_s \right] + \bar{S} \cdot \Delta V = 0. \quad (4.13)$$

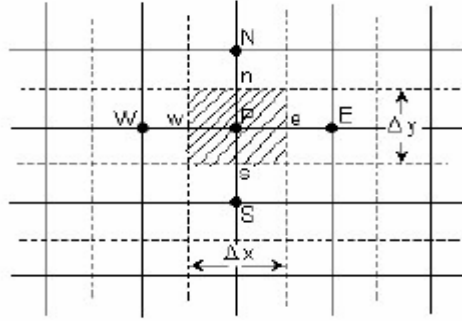


Figure 4.3 Maillage 2D

L'équation (4.13) représente le bilan entre la génération de  $T$  dans le volume de contrôle et les flux aux faces du volume de contrôle. En utilisant la même approximation que dans le cas 1D, c'est-à-dire on suppose une variation linéaire du gradient de température entre deux points voisins du maillage, on peut écrire les flux aux faces du volume de contrôle :

$$\text{Le flux a la face « w »} = \lambda_w \cdot A_w \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_w = \lambda_w \cdot A_w \cdot \frac{T_E - T_W}{\delta x_{WP}} ; \quad (4.14)$$

$$\text{Le flux a la face « e »} = \lambda_e \cdot A_e \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_e = \lambda_e \cdot A_e \cdot \frac{T_E - T_P}{\delta x_{PE}} ; \quad (4.15)$$

$$\text{Le flux a la face « s »} = \lambda_s \cdot A_s \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_s = \lambda_s \cdot A_s \cdot \frac{T_P - T_S}{\delta x_{SP}} ; \quad (4.16)$$

$$\text{Le flux a la face « n »} = \lambda_n \cdot A_n \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_n = \lambda_n \cdot A_n \cdot \frac{T_N - T_P}{\delta x_{PN}} ; \quad (4.17)$$

En remplaçant les relations des flux ci-dessus dans l'équation (4.13), et Si l'on tient compte que  $\Delta V = \Delta x \cdot \Delta y$  et  $\bar{S} = S_C + S_P \cdot T_P$  et en regroupant les termes, on obtient l'équation

$$\begin{aligned} \text{suivante :} & \left( \frac{\lambda_w \cdot A_w}{\delta x_{WP}} + \frac{\lambda_e \cdot A_e}{\delta x_{PE}} + \frac{\lambda_s \cdot A_s}{\delta x_{SP}} + \frac{\lambda_n \cdot A_n}{\delta x_{PN}} - S_P \cdot \Delta x \cdot \Delta y \right) \cdot T_P = \\ & \left( \frac{\lambda_w \cdot A_w}{\delta x_{WP}} \right) \cdot T_W + \left( \frac{\lambda_e \cdot A_e}{\delta x_{PE}} \right) \cdot T_E + \left( \frac{\lambda_s \cdot A_s}{\delta x_{SP}} \right) \cdot T_S + \left( \frac{\lambda_n \cdot A_n}{\delta x_{PN}} \right) \cdot T_N + S_C \cdot \Delta x \cdot \Delta y \end{aligned} \quad (4.18)$$

L'équation (4.18) peut être écrite donc sous la forme générale discrétisée pour un noeud intérieur :

$$a_p T_p = a_e T_e + a_w T_w + a_s T_s + a_n T_n + b, ; \quad (4.19)$$

Avec

$$a_E = \frac{\lambda_e \Delta y}{(\partial x)_e} \quad a_W = \frac{\lambda_w \Delta y}{(\partial x)_w} \quad a_S = \frac{\lambda_s \Delta x}{(\partial y)_s} \quad a_N = \frac{\lambda_N \Delta x}{(\partial x)_N} ;$$

$$a_p = a_E + a_W + a_S + a_N - S_p \cdot \Delta x \cdot \Delta y \quad \text{et} \quad b = S_C \cdot \Delta x \cdot \Delta y ;$$

#### IV.4.1.2 traitement des conditions aux limites :

Pour les points situés aux frontières du domaine de calcul on intègre l'équation (4.12) sur un demi-volume de contrôle.

Les trois cas typiques de conditions aux limites rencontrées pour les problèmes de conduction thermique sont :

1. Température imposée (connue) à la frontière (condition de type Dirichlet) ;
2. Densité du flux thermique imposée, donc  $dx/dT$  connue (condition de type Neumann) ;
3. Densité du flux thermique spécifiée par un coefficient d'échange (h) et une température du fluide environnant  $T_f$  ou par un flux radiatif (condition mixte ou de type Fourier)

$$Q_N = \left( -\lambda \frac{dT}{dx} \right)_N = \begin{cases} h(T_f - T_N) \\ \varepsilon \sigma (T_f^4 - T_N^4) \end{cases} \quad (4.20)$$

Où  $\varepsilon$  est le coefficient d'émission et  $\sigma$  est la constante de Stefan Boltzmann.

- Conditions aux limites de type Dirichlet :

Dans ce cas, la température au frontière est connue, il n'est pas nécessaire d'écrire une équation discrétisée supplémentaire au noeud 1 ou/et N dans les deux directions. Quand on a une seule condition de type Dirichlet (au noeud 1 ou N) dans le sens des « x » par exemple le nombre d'équations à résoudre est 1 - N. Si l'on a deux conditions aux limites de type Dirichlet (dans les points de frontière 1 et N) alors le nombre d'équations à résoudre est 2 - N.

- Conditions aux limites de type Neumann :

En intégrant l'équation (4.12) sur le demi-volume de contrôle (VC) illustré à la figure 4.4 on obtient :

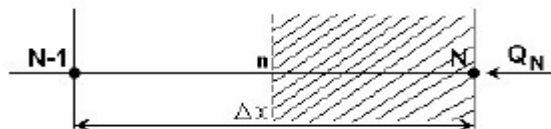


Figure 4.4 Traitement d'une condition à la limite de type flux imposé (Neumann) dans le sens des 'x'

La densité du flux thermique  $Q_N$  au point N dans les deux sens 'x' et 'y' s'exprime :

$$Q_N = -\left( \lambda \frac{dT}{dx} \right)_N ; \quad (4.21)$$

L'équation (4.12), en exprimant la dérivée au point "n" avec différences centrales, devient :

$$-Q_{Nx} - Q_{Ny} - \lambda_{nx} \frac{T_{Nx} - T_{Nx-1}}{\Delta x} + \lambda_{ny} \frac{T_{Ny} - T_{Ny-1}}{\Delta y} + \bar{S}_N \frac{\Delta x}{2} \cdot \frac{\Delta y}{2} = 0 ; \quad (4.22)$$

Pour la condition à la limite de type Neumann homogène on a  $Q_N = 0$ .

#### IV.4.1.3 Traitement des non linéarités :

Si dans l'équation (4.12)  $\lambda = \lambda(T)$  et  $S = S(T)$  alors on a dans l'équation discrétisée :

$$b = b(T) \quad a_p = a_p(T) \quad a_{vs} = a_{vs}(T) \quad (4.23)$$

Donc l'équation discrétisée (4.12) est une équation non linéaire.

La résolution du système d'équations algébriques, dans ce cas, se fait par une procédure itérative. Les étapes qui doivent être parcourues sont les suivantes :

1. On donne des conditions initiales pour les  $T_i$  pour tous les points "i" du maillage.
2. On calcule les coefficients  $a_p(T_i)$ ,  $a_{vs}(T_i)$ ,  $b(T_i)$ .
3. On résout le système d'équations algébriques linéaires pour obtenir les nouvelles valeurs des  $T_i$ .

#### IV.4.1.4 linéarisation du terme source :

Le terme source  $\bar{S}(T)$  a une dépendance non linéaire de la température. Il faut qu'on linéarise en T, pour obtenir un système d'équations algébriques linéaires, ainsi :

$$\bar{S}(T) = S_c(T_p^*) + S_p(T_p^*)T_p ; \quad (4.24)$$

Où  $T_p^*$  est la température obtenue à l'itération précédente. En même temps il faut respecter la règle N° 3, c'est-à-dire Lors de la linéarisation de  $S_p(T_p^*) \leq 0$ .

Lors de la linéarisation de  $S(T)$  en  $S_c + S_p \cdot T_p$  on peut avoir :

- $S_{Poptimum}$  donné par la pente de la courbe  $S = f(T)$  en  $T_p^*$  (si cette pente est négative)
- $S_p > 0$ , on a la divergence du processus itératif (la règle N°3 n'est pas vérifiée) ;
- $0 > S_p > S_{Poptimum}$ , il y a le risque de divergence ;
- $S_p \leq S_{Poptimum} < 0$ , Convergence plus lente mais assurée.

#### IV.4.1.5 Application de l'algorithme de Thomas (ou ligne par ligne) [22] :

L'algorithme de Thomas peut être appliqué itérativement pour résoudre le système d'équations algébriques dans le cas des problèmes 2D. On combine la méthode directe de

l'algorithme de Thomas dans une direction et la méthode itérative de Gauss-Seidel dans l'autre direction. Soit l'exemple du maillage de la figure 4.5.

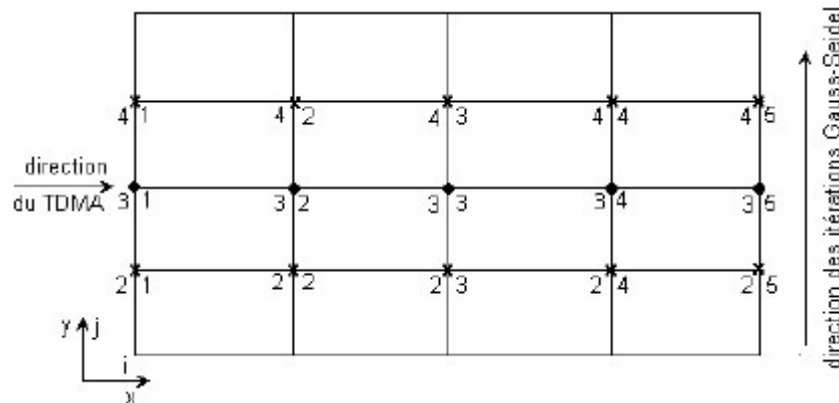


Figure 4.5.1 Application du TDMA dans le cas 2D.

Les équations discrétisées sur la ligne  $j=3$ , par exemple, sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 a_{32}T_{32} &= a_{31}T_{31} + a_{33}T_{33} + a_{22}T_{22}^* + a_{42}T_{42}^* + b_{32} \\
 a_{33}T_{33} &= a_{32}T_{32} + a_{34}T_{34} + a_{23}T_{23}^* + a_{43}T_{43}^* + b_{33} \\
 a_{34}T_{34} &= a_{33}T_{33} + a_{35}T_{35} + a_{24}T_{24}^* + a_{44}T_{44}^* + b_{34}
 \end{aligned}
 \tag{4.25}$$

Si  $1 < j < m$ , on résout  $m$  problèmes 1D dans la direction “  $x$  ” par le TDMA, en balayant tous les indices  $j \in [1, m]$ . Les températures  $T_{ij}^*$  sont les dernières valeurs de la température calculées (l’itération précédente) sur les lignes voisines de la ligne où l’on effectue le TDMA.

#### Remarques

- Ⓜ La convergence de la méthode ligne par ligne est plus rapide que celle de Gauss-Seidel car l’information contenue sur les frontières de la ligne où s’applique le TDMA est transmise instantanément à l’intérieur du domaine et cela quel que soit le nombre de noeuds sur la ligne.
- Ⓜ La vitesse de transmission dans l’autre direction est la même que pour la méthode de Gauss-Seidel.
- Ⓜ En alternant les directions d’application du TDMA, on peut accélérer la propagation de l’information contenue sur toutes les frontières vers l’intérieur du domaine.
- Ⓜ La géométrie et le maillage peuvent donner des coefficients  $a_{ij}$  beaucoup plus grands dans une direction que dans l’autre. À ce moment-là, il faut prendre pour direction du TDMA la direction des grands coefficients car cela accélère la convergence. Soit l’exemple suivant de la figure 4.6. Les coefficients de l’équation discrétisée sont les suivants :

$$a_E = \frac{\lambda_e \Delta y}{(\partial x)_e} \quad a_W = \frac{\lambda_w \Delta y}{(\partial x)_w} \quad a_S = \frac{\lambda_s \Delta x}{(\partial y)_s} \quad a_N = \frac{\lambda_N \Delta x}{(\partial x)_N} ;$$

où  $\delta x_{w(e)} \gg \delta y_{s(n)}$   $\Delta x \gg \Delta y$ .

Ceci implique que  $a_{s(n)} \gg a_{w(e)}$  et donc on prend pour direction du TDMA la direction "y".

L'équation discrétisée est la suivante :

$$a_p T_p = a_s T_s + a_n T_n + a_e T_e^* + a_w T_w^* + b, \quad (4.26)$$

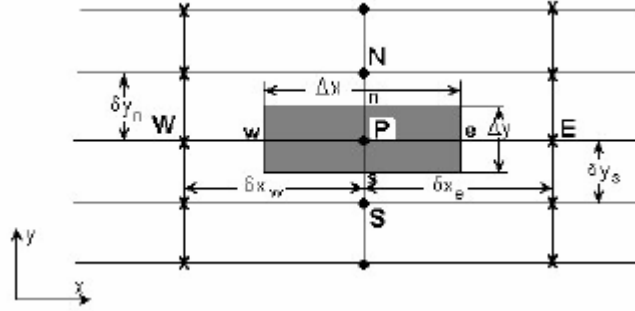


Figure 4.5.2 Choix de la direction du TDMA.

® Dans certains cas, la direction de balayage pour les itérations de la méthode de Gauss-Seidel est imposée par les conditions aux limites ou par la direction de l'écoulement (de l'amont vers l'aval).

#### IV.4.2 conduction thermique instationnaire en 2D en coordonnées cartésiennes[22,8] :

##### IV.4.2.1 Forme générale de l'équation discrétisée:

L'équation de conduction thermique instationnaire pour un problème 2D est la suivante :

$$\rho \cdot C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + S ; \quad (4.27)$$

En intégrant l'équation (4.27) sur le volume de contrôle schématisé à la figure (4.3) et en remplaçant les gradients de température on obtient :

$$\rho \cdot C_p (T_p - T_p^0) \Delta x \cdot \Delta y = \int_t^{t+\Delta t} \left( \lambda_e \left( \frac{T_E - T_p}{\delta x_e} \right) - \lambda_w \left( \frac{T_p - T_w}{\delta x_w} \right) \right) \Delta y \cdot dt + \int_t^{t+\Delta t} \left( \lambda_n \left( \frac{T_n - T_p}{\delta x_n} \right) - \lambda_s \left( \frac{T_p - T_s}{\delta x_w} \right) \right) \Delta x \cdot dt + \int_t^{t+\Delta t} S \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot dt \quad (4.28)$$

Pour calculer la partie droite de l'équation (4.28) il faut connaître la variation de  $T_p$ ,  $T_w$  et  $T_E$  dans le temps. Pour cela il y a de nombreuses possibilités, on peut prendre la température à l'instant t,  $T_p^0$ , à l'instant t+Δt,  $T_p$  ou une combinaison linéaire des températures à l'instant t et t+Δt. La forme générale d'intégration temporelle s'écrit :

$$\int_t^{t+\Delta t} T_p \cdot dt = \begin{cases} T_p^0 \Delta t \\ T_p \Delta t \\ (fT_p + (1-f)T_p^0) \cdot \Delta t \end{cases} \quad (4.29)$$

Où  $0 \leq f \leq 1$  est un facteur de pondération.

En appliquant la forme générale d'intégration temporelle (4.29) aux points  $T_p, T_w, T_e, T_s$  et  $T_n$  on obtient :

$$\begin{aligned} \rho \cdot C_p \left( \frac{T_p - T_p^0}{\Delta t} \right) \Delta x \cdot \Delta y = & \left( f \cdot \left[ \frac{\lambda_e (T_e - T_p)}{\delta x_e} - \frac{\lambda_w (T_p - T_w)}{\delta x_w} \right] \right. \\ & \left. + (1-f) \cdot \left[ \frac{\lambda_e (T_e^0 - T_p^0)}{\delta x_e} - \frac{\lambda_w (T_p^0 - T_w^0)}{\delta x_w} \right] \right) + \left( f \cdot \left[ \frac{\lambda_n (T_n - T_p)}{\delta x_n} - \frac{\lambda_s (T_p - T_s)}{\delta x_s} \right] \right. \\ & \left. + (1-f) \cdot \left[ \frac{\lambda_n (T_n^0 - T_p^0)}{\delta x_n} - \frac{\lambda_s (T_p^0 - T_s^0)}{\delta x_s} \right] \right) + \bar{S} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \end{aligned} \quad (4.30)$$

Finalement on obtient l'équation sous la forme discrétisée suivante :

$$\begin{aligned} a_p T_p = & a_w [ fT_w + (1-f)T_w^0 ] + a_e [ fT_e + (1-f)T_e^0 ] + a_s [ fT_s + (1-f)T_s^0 ] \\ & + a_n [ fT_n + (1-f)T_n^0 ] + [ a_p^0 - (1-f) \cdot a_w - (1-f) \cdot a_e - (1-f) \cdot a_s \\ & - (1-f) \cdot a_n ] \cdot T_p^0 + b ; \end{aligned} \quad (4.31)$$

$$\text{Où } a_p = f(a_w + a_e) + a_p^0 \quad b = \bar{S} \cdot \Delta x \quad \text{et} \quad a_p^0 = \rho \cdot C_p \frac{\Delta x}{\Delta t} ;$$

$$a_i = \frac{\lambda_i}{\delta x_i}, \quad i = w, e, s, n$$

#### IV.4.2.2 Différents schéma de résolution :

##### IV.4.2.2.1 Schéma explicite :

Dans le cas du schéma explicite le terme source est linéarisé par l'expression  $b = S_c + S_p T_p^0$ . En remplaçant  $f = 0$  dans l'équation (4.31) on obtient la discrétisation explicite de l'équation de conduction thermique 2D in stationnaire :

$$\begin{aligned} a_p T_p = & a_w T_w^0 + a_e T_e^0 + a_s T_s^0 + a_n T_n^0 \\ & + [ a_p^0 - (a_w - a_e - a_s - a_n - S_p) ] \cdot T_p^0 + S_c ; \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$a_p = a_p^0, \quad a_p^0 = \rho \cdot C_p \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad a_i = \frac{\lambda_i}{\delta x_i}, \quad i = w, e, s, n$$

##### IV.4.2.2.2 schéma de Crank- Nicolson :

En remplaçant  $f = \frac{1}{2}$  dans l'équation (4.31) on obtient la discrétisation Crank-

Nicolson de l'équation de conduction thermique 2D instationnaire :

$$a_p T_p = a_E \left[ \frac{T_E + T_E^0}{2} \right] + a_W \left[ \frac{T_W + T_W^0}{2} \right] + a_S \left[ \frac{T_S + T_S^0}{2} \right] + a_N \left[ \frac{T_N + T_N^0}{2} \right] + \left[ a_p^0 - \frac{a_E}{2} - \frac{a_W}{2} - \frac{a_S}{2} - \frac{a_N}{2} \right] T_p^0 + b, \quad (4.33)$$

$$\text{Où} \quad a_p = \frac{1}{2}(a_W + a_E + a_S + a_N) + a_p^0 - \frac{1}{2} S_p, \quad a_p^0 = \rho \cdot C_p \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t}$$

$$a_i = \frac{\lambda_i}{\delta x_i}, \quad i = w, e, s, n$$

$$b = S_C + \frac{1}{2} \cdot S_p T_p^0$$

#### IV.4.2.2.3 Schéma totalement implicite:

Lorsque  $f = 1$  dans l'équation (4.31) on obtient le schéma totalement implicite.

L'équation discrétisée est la suivante :

$$a_p T_p = a_W T_W + a_E T_E + a_S T_S + a_N T_N + a_p^0 T_p^0 + S_C; \quad (4.34)$$

$$\text{Où} \quad a_p = a_p^0 + a_W + a_E + a_S + a_N - S_p$$

$$a_i = \frac{\lambda_i}{\delta x_i}, \quad i = w, e, s, n$$

La règle N°2 est toujours vérifiée, donc le schéma totalement implicite (TI) est inconditionnellement stable. La précision du schéma TI est de premier ordre dans le temps, donc un petit pas dans le temps est nécessaire pour augmenter la précision des résultats.

#### IV.4.3 conduction thermique instationnaire en 2D en coordonnées cylindriques :

##### IV.4.3.1 Forme générale de l'équation discrétisée :

L'équation de conduction thermique en 2D instationnaire est la suivante :

$$\rho \cdot C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S; \quad (4.35)$$

On intègre l'équation (4.35) sur le volume de contrôle présenté à la figure 4.3

$$\rho \cdot C_p \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} \frac{\partial T}{\partial t} dV \cdot dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) dV \cdot dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV \cdot dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} S \cdot dV dt; \quad (4.36)$$

Où  $dV = 2 \pi r dr dz$  . En introduisant dans l'équation ci-dessus l'expression de  $dV$  on obtient :

$$\begin{aligned} \rho \cdot C_p (T_p - T_p^0) \int_w^e \int_s^n r dr dz = \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) r dr dz dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) r dr dz dt \\ + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n S \cdot r dr dz dt; \end{aligned} \quad (4.37)$$

En intégrant d'après les coordonnées spatiales et en supposant une variation linéaire du gradient de température, l'équation (4.37) devient :

$$\begin{aligned} \rho \cdot C_p (T_p - T_p^0) \cdot r_p \Delta r \Delta z = \int_t^{t+\Delta t} \left( r_e \lambda_e \frac{T_E - T_P}{\delta r_e} - r_w \lambda_w \frac{T_P - T_W}{\delta r_w} \right) \Delta z dt + \\ \int_t^{t+\Delta t} \left( \lambda_n \frac{T_N - T_P}{\delta z_n} - \lambda_s \frac{T_P - T_S}{\delta z_s} \right) \cdot r_p \Delta r dt + \int_t^{t+\Delta t} \bar{S} \cdot r_p \Delta z \Delta r dt \end{aligned} \quad (4.38)$$

En utilisant un schéma totalement implicite, après l'intégration dans le temps on obtient :

$$\begin{aligned} \rho \cdot C_p (T_p - T_p^0) \cdot \frac{r_p \Delta r \Delta z}{\Delta t} = r_e \lambda_e \Delta z \frac{T_E - T_P}{\delta r_e} - r_w \lambda_w \Delta z \frac{T_P - T_W}{\delta r_w} + \lambda_n r_p \Delta r \frac{T_N - T_P}{\delta z_n} - \\ \lambda_s r_p \Delta r \frac{T_P - T_S}{\delta z_s} + \bar{S} r_p \Delta r \Delta z \end{aligned} \quad (4.39)$$

En regroupant les termes dans l'équation (4.39) on obtient la forme générale de l'équation discrétisée :

$$a_p T_p = a_E T_E + a_W T_W + a_S T_S + a_N T_N + b, ; \quad (4.40)$$

Avec

$$\begin{aligned} a_E = \frac{\lambda_e r_e \Delta z}{(\partial r)_e} \quad a_W = \frac{\lambda_w r_w \Delta z}{(\partial r)_w} \quad a_S = \frac{\lambda_s r_p \Delta r}{(\partial z)_s} \quad a_N = \frac{\lambda_n r_p \Delta r}{(\partial z)_n} \\ a_p = a_E + a_W + a_S + a_N + a_p^0 \quad \text{et} \quad a_p^0 = \rho \cdot C_p r_p \frac{\Delta r \Delta z}{\Delta t} ; \\ b = \bar{S} \cdot r_p \Delta r \Delta z + a_p^0 T_p^0. \end{aligned}$$

#### IV.4.3.2 Maillage :

Pour le cas des volumes finis, le domaine de calcul est couvert par un réseau de points autour desquels sont construits des volumes de contrôle ; les surfaces de ces volumes sont communes pour deux nœuds adjacents ; c'est sur ces surfaces que seront évalués tous les flux.



La figure 4.6 montre les caractéristiques du volume entourant le point  $p_{ij}$  situé à midistance des surfaces de contrôle, donc au centre de gravité du volume  $v_{ij}$  leurs coordonnées sont notées :

$$\begin{array}{ccc} \text{Sur l'axe (OX)} & \text{et} & \text{Sur l'axe (OZ)} \\ \left\{ \begin{array}{l} w = (i-1, j) \\ e = (i+1/2, j) \end{array} \right. & & \left\{ \begin{array}{l} n = (i, j+1/2) \\ s = (i, j-1/2) \end{array} \right. \end{array}$$

Il faut garder à l'esprit que cette notation n'est que formelle car c'est seulement dans le cas d'un maillage régulier que ces surfaces sont exactement à mi-chemin des deux points adjacents.

$\Delta x_{ij}$  et  $\Delta z_{ij}$  représentent l'épaisseur et la largeur du volume de contrôle tandis que  $(\delta x)_e$  et  $(\delta z)_s$  représentent les distances respectives entre les points  $p_{i,j-1}$  et  $p_{i,j}$ . D'autre part, pour un maillage régulier :  $\Delta x = \delta x$  et  $\Delta z = \delta z$ . Voir (figure 4.6.1 et 4.6.2)

#### IV.5 Modélisation mathématique du comportement thermoélectrique en soudage par points des alliages d'aluminium :

##### IV.5.1 Mise en forme des équations :

Nous allons représenter les équations gouvernant le phénomène thermique et électrique en soudage par points dans le métal soudé et l'électrode.

##### IV.5.1.1 Distribution du champ électrique [19] :

La distribution du voltage dans l'électrode est négligée comparativement à celle dans le métal, puisque la conductivité électrique de l'électrode est plus élevée que celle du métal soudé, de ce fait on suppose une distribution constante tout le long du processus.

En revanche la distribution dans le métal de base est utilisée pour calculer la quantité de chaleur générée dans le métal pour l'étude du comportement thermique sous l'hypothèse que l'effet magnétique dans le noyau fondu est négligeable.

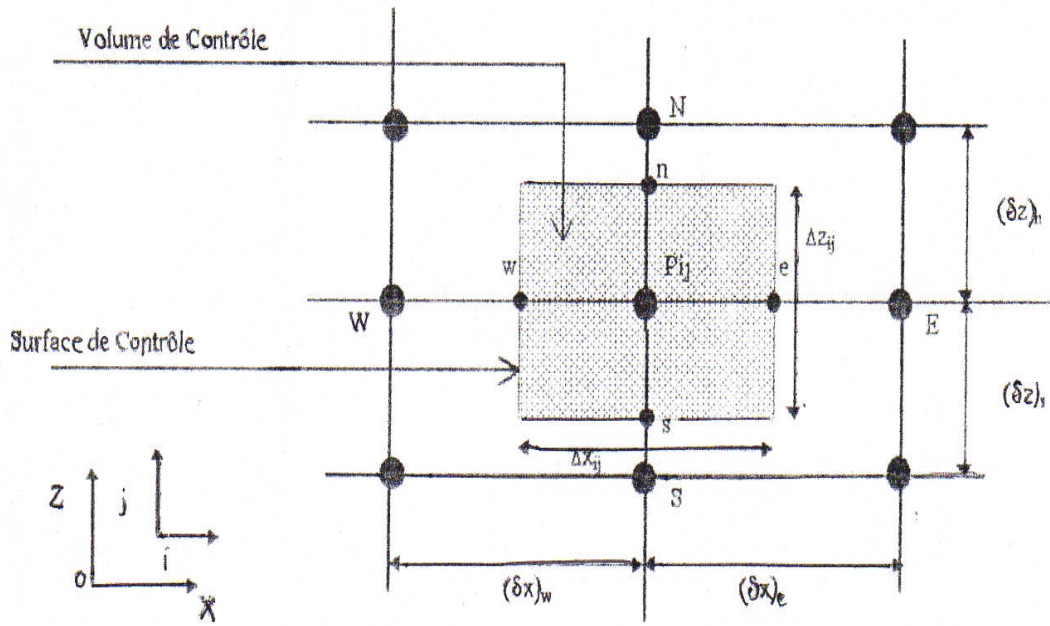


Figure 4.6.1 Caractéristiques du volume de contrôle utilisé dans la résolution numérique

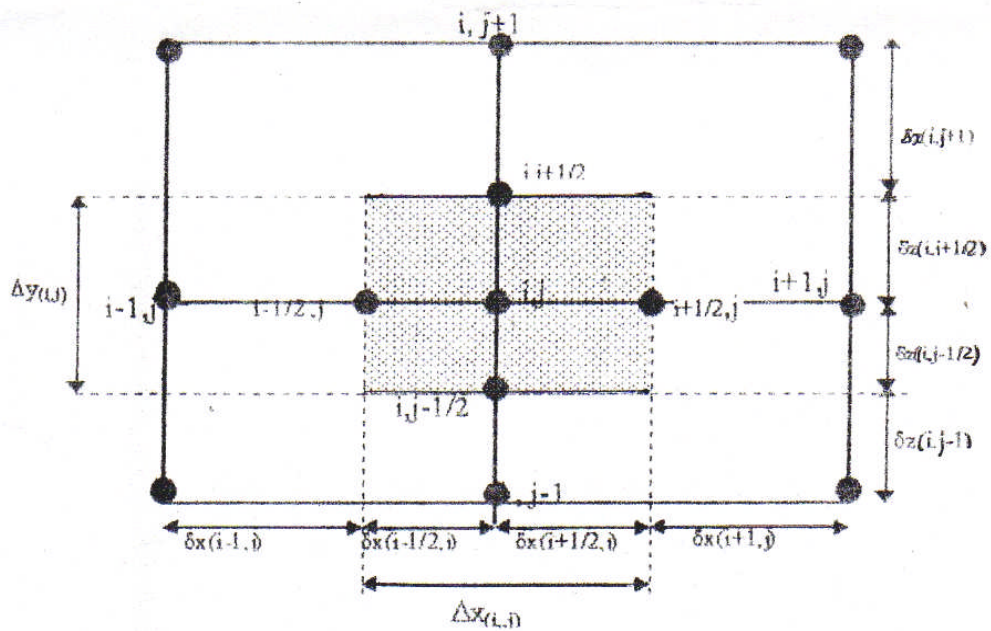


Figure 4.6.2 Volume de contrôle en coordonnées discrètes

Donc l'équation différentielle traduisant la distribution du voltage  $\Phi(x, z)$  dans le métal de base c'est une équation de Laplace :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\sigma_w} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\sigma_w} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) = 0; \quad (4.41)$$

Avec :  $\sigma_w$  : la résistivité électrique du matériau ;

$\Phi$  : Le voltage ;

Après calcul du voltage on peut déduire la densité de courant a partir des équations suivantes :

$$J = J_x \cdot n_x + J_z \cdot n_z; \quad (4.42)$$

$$J_x = \frac{1}{\sigma_w} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right); \quad (4.42.a)$$

$$J_z = \frac{1}{\sigma_w} \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right); \quad (4.42.b)$$

Ou  $J$  est le vecteur densité de courant total, et  $(n_x, n_z)$  sont les vecteurs unité suivant la direction (X) et (Z).

L'équation (4.41) est résolue suivant les étapes de la section (IV.4.1).

La forme discrétisé de cette équation est représentée dans l'équation (4.19), mais il n'y a pas un terme source.

#### IV.5.1.2 Distribution du champ thermique :

Pour décrire le comportement thermique dans la pièce et l'électrode certaines hypothèses et approximations sont nécessaires :

1. la conductivité thermique dans l'électrode (alliage de cuivre) est supposée constante.
2. dissipation de chaleur par convection à travers les surfaces libres.
3. la distribution de température dans le métal de la pièce est décrite par un problème de conduction de chaleur transitoire avec un terme de génération de chaleur interne définie par :

$$S = \frac{1}{\sigma_c} \nabla \phi \cdot \nabla \phi ; \quad (4.43)$$

Et dans l'électrode par un problème de conduction transitoire sans source de chaleur interne.

4. la température initiale est supposée égale à la température ambiante ' $T_\infty$ '.
  5. Le champ de voltage initial est nul.
- Forme générale de l'équation thermique dans la pièce a soudé :

$$\rho_w \cdot Cp_w \left( \frac{\partial T_w}{\partial \tau} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_w \frac{\partial T_w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_w \frac{\partial T_w}{\partial z} \right) + S;$$

(4.44)

L'équation (4.44) est résolue suivant les étapes de la section (IV.4.2).

La forme discrétisé de cette équation est représentée dans l'équation (4.34)

- Forme générale de l'équation thermique dans l'électrode en coordonnées cartésiennes:

$$\rho_c \cdot Cp_c \left( \frac{\partial T_c}{\partial \tau} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial z} \right); \quad (4.45)$$

Le signe (-) est conventionnel

- Forme générale de l'équation thermique dans l'électrode en coordonnées cylindriques :

$$\rho_c \cdot Cp_c \frac{\partial T_c}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_c r \frac{\partial T_c}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial z} \right); \quad (4.46)$$

L'équation (3.46) est résolue suivant les étapes de la section (IV.4.3).

La forme discrétisé de cette équation est représentée dans l'équation (4.40)

#### IV.5.2 les équations de conditions aux limites :

##### IV.5.2.1 les conditions aux limites électriques :

- ❖ Au contact pièce- électrode :

$$\frac{1}{\sigma} \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = \frac{1}{\sigma_c} \cdot (\phi_0 - \phi); \quad (4.47)$$

- ❖ Au contact pièce- pièce :

$$\frac{1}{\sigma} \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = \frac{1}{\sigma_w} \phi; \quad (4.48)$$

- ❖ Les autres surfaces :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \text{ et } \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0; \quad (4.49)$$

##### IV.5.2.2 les conditions aux limites thermiques :

- Les conditions relatives à la pièce :

- ❖ Au contact pièce- électrode :

$$-\lambda_w \left( \frac{\partial T_w}{\partial z} \right) = I^2 \cdot \sigma_w \cdot Ep / Ar; \quad (4.50)$$

- ❖ Au contact pièce-pièce :

$$q_z = q_{\max} = -\lambda_w \left( \frac{\partial T_w}{\partial z} \right) = R(T) \cdot I^2; \quad 0 \leq x \leq D_e \quad (4.51)$$

$$q_z = -\lambda_w \left( \frac{\partial T_w}{\partial z} \right) = 0 ; \quad D_e < x \leq L \quad (4.52)$$

❖ Au contact de l'air :

$$q_x = -\lambda_w \left( \frac{\partial T_w}{\partial x} \right) = h_\infty (T_w - T_\infty) ; \quad (4.53)$$

$$q_z = -\lambda_w \left( \frac{\partial T_w}{\partial z} \right) = h_\infty (T_w - T_\infty) ; \quad (4.54)$$

❖ Sur la symétrie axial :

$$q_x = -\lambda_w \left( \frac{\partial T_w}{\partial x} \right) = 0 ; \quad (4.55)$$

• Les conditions relatives à l'électrode :

❖ Au contact pièce- électrode :

$$q_r = -\lambda_c \left( \frac{\partial T_c}{\partial r} \right) = h_e (T_c - T_w) ; \quad (4.56)$$

❖ Au contact du canal de refroidissement (convection forcée):

$$q_r = -\lambda_c \left( \frac{\partial T_c}{\partial r} \right) = h_\infty (T_c - T_\infty) ; \quad (4.57)$$

$$q_z = -\lambda_c \left( \frac{\partial T_c}{\partial z} \right) = h_\infty (T_c - T_\infty) ; \quad (4.58)$$

❖ Sur la symétrie axiale (adiabatique) :

$$q_r = -\lambda_c \left( \frac{\partial T_c}{\partial r} \right) = 0 ; \quad (4.59)$$

❖ Au contact de l'air :

Toutes les parois latérales de l'électrode  $q = 0$

$$q_r = -\lambda_c \left( \frac{\partial T_c}{\partial r} \right) = 0 ; \quad (4.60)$$

$$q_z = -\lambda_c \left( \frac{\partial T_c}{\partial z} \right) = 0 ; \quad (4.61)$$

### IV.5. 3 Résolution numérique :

#### IV.5.3.1 introduction :

Les équations gouvernant le phénomène thermique et électrique en soudage par points, sont des équations différentielles couplées à coefficients non linéaires. Pour cause de leur complexité de résolution numérique, nous avons donc à remplacer le problème continu par un système d'équations algébrique discrétisées .il y a deux grandes familles de méthodes de discrétisation [22] :

- Les méthodes d'approximation des équations où on cherche une solution exacte des équations approchées car les opérateurs différentiels sont discrétisés sur un maillage (la méthode des différences finies et la méthode des volumes finis) ;
- Les méthodes d'approximation des solutions où on cherche une solution approchée à partir des équations exactes (les méthodes spectrales et la méthode des éléments finis).

La simulation numérique de notre problème n'a été effectuée que par deux méthodes de discrétisation :

- Méthode des différences finies (M.D.D.F) ;
- Méthode des éléments finis (M.E.F) ;

Pour notre cas, pour simuler le phénomène thermoélectrique qui se produit pendant le soudage par points des alliages d'aluminium, nous avons développé un modèle bidimensionnel par la méthode des volumes finis (M.V.F) préconisée par **Patankar [8]**. Cette méthode à pour principale avantage la préservation du caractère conservatif des équations sur chaque volume de contrôle (continuité des flux aux interfaces),non seulement de façon globale et pour des points suffisamment resserrés, mais aussi applicable pour des géométries très complexes. Cet avantage s'exprime pleinement dans le cas des équations fortement couplées et non linéaires et autorise en particulier un bilan précis de flux de chaleur dans le milieu.

Les équations et les conditions aux limites de notre problème sont motionnées dans la partie (IV.5.1).

L'électrode considérée dans cette étude est plate car d'après l'expérience la durée de vie de cette électrode est supérieure à celle d'une électrode du type sphérique dans le cas de soudage par point des alliages d'aluminium d'après **De et Theddeus [25]**.

#### IV.5.3.2 Description de notre maillage :

Pour construire notre maillage, nous plaçons d'abord les volumes de contrôles en fonction des limites et discontinuités du domaine tel qu'il est montré dans la (figure 4.7) par les lignes discontinues. Puis nous placerons les points du maillage et nous prenons les points sur les limites en les rajoutant.

- Nous appelons  $nvcx$  et  $nvcz$  le nombre total de volume de contrôle selon la direction  $x$  et  $z$  respectivement tel que :

$$\begin{cases} nvcx = \sum_{k=1}^{zonex} nvcx(k) \\ nvcz = \sum_{k=1}^{zonez} nvcz(k) \end{cases} \quad (4.62)$$

Avec :  $k=1, \dots, Zonex=2$

$k=1, \dots, Zonez=3$

- Le nombre de facette :

$$\begin{cases} NF_x = nvcx + 1; \\ NF_z = nvcz + 1; \end{cases} \quad (4.63)$$

- Le nombre de nœuds :

$$\begin{cases} \text{Selon } x : N_1 = nvcx + 2; \\ \text{Selon } z : T_1 = nvcz + 2; \end{cases} \quad (4.64)$$

Dans notre travail nous avons un maillage non régulier, pour cela il est préférable de découper notre domaine de calcul en un certain nombre de zones comme le montre la figure 4.7.

D'autre part la variation du profil de la température est plus élevée dans des zones par rapport à d'autres, donc il faut prendre un pas dans l'espace non régulier.

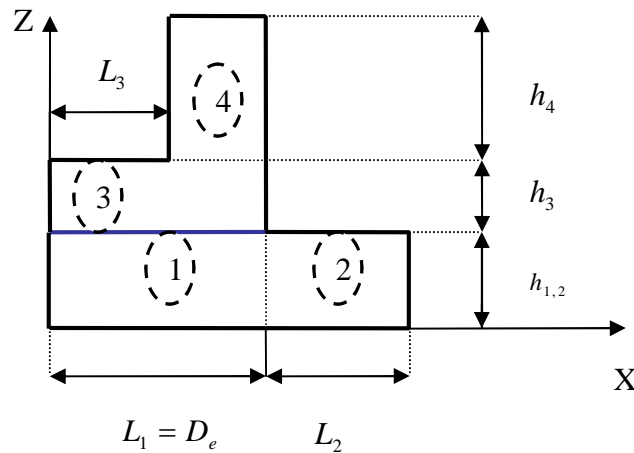


Figure 4.7 Modélisation géométrique du domaine

$L(i)$  : longueur de la zone  $i$  ;

$h(i)$  : largeur de la zone  $i$  ;

Les zones (1) et (2) représentent la moitié de la plaque d'aluminium à souder; les zones (3) et (4) représentent la moitié de l'électrode.

- La zone N°1 est la partie la plus chaude de la pièce, elle sera traitée d'une façon particulière; de ce fait nous adopterons pour cette partie un maillage assez fin dont le but est de zoomer la variation importante de la température.

La génération de ce maillage sera effectuée en fonction de la géométrie de la pointe de l'électrode et de l'épaisseur de la pièce.

- Le maillage de la zone N°2 et la zone N°4 sera régulier large, car elle ne dissimule pas de phénomènes physiques particuliers.
- La zone N°3 présente la surface d'échange entre électrode – pièce. les dimensions des volumes de contrôle, sont selon la configuration géométrique de l'électrode.

La loi de conservation de la chaleur nous a permis de considérer Les volumes de contrôle de la plaque et l'électrode comme deux volumes séparés la liaison entre eux c'est la température de contact  $T_f$  .

A chaque itération dans le temps on injecte une valeur initiale de  $T_f$  dans le programme de résolution de la température de la plaque puis on calcul la température  $T_f$  réelle dans le même



programme et on l'injecte dans l'électrode pour faire le calcul du profil de la température finale.

La formule de  $T_f$  est obtenue a partir de l'équation suivante tel que :

$$k_w \frac{T(i, n-1) - T_f}{\partial z} = k_c \frac{T_f - T(i, 2)}{\partial z} ; \quad (4.65)$$

#### IV.5.3.3 discrétisation des équations par la méthode des volumes finis :

Pour discrétiser les équations représentant notre problème, considérant la (figure 4.6) ; et il faut supposer plusieurs hypothèses :

1. les flux évalués à l'instant  $[t, t + \Delta t]$  sur les facettes e, n, s, w du volume de contrôle sont supposés uniformes sur ces facettes ;
2. les coefficients sont évalués sur les facettes du volume de contrôle en supposant leurs variations linéaires sur ces facettes entre deux nœuds ;
3. on considère que le terme source est uniforme à l'intérieur du volume de contrôle ;
4. on considère un schéma totalement implicite pour assurer la stabilité du schéma de progression dans le temps ;

#### IV.5.3.3.1 discrétisation des équations du champ électrique :

La forme discrétisée de l'équation (4.41) dans la section (IV.5.1.1) se réduit à :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_w \phi_w + a_s \phi_s + a_N \phi_N, \quad (4.66)$$

$$\text{Avec : } a_E = \frac{\left(\frac{1}{\sigma_e}\right) A_e}{(\partial x)_e} \quad a_w = \frac{\left(\frac{1}{\sigma_w}\right) A_w}{(\partial x)_w} \quad a_s = \frac{\left(\frac{1}{\sigma_s}\right) A_s}{(\partial y)_s} \quad a_N = \frac{\left(\frac{1}{\sigma_n}\right) A_n}{(\partial x)_N} ; \quad (4.67)$$

$$a = a_E + a_w + a_N + a_s ; \quad (4.68)$$

La résistivité est aussi une fonction non linéaire de T, nous devons donc calculer ses valeurs aux facettes (e, w, n, s) qui seront calculées par interpolation [22]. Donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{\sigma}\right)_e = \left[ \frac{(\delta x)_{e^-}}{\left(\frac{1}{\sigma}\right)_P} + \frac{(\delta x)_{e^+}}{\left(\frac{1}{\sigma}\right)_E} \right]^{-1} \cdot (\delta x)_e ; \quad \left(\frac{1}{\sigma}\right)_w = \left[ \frac{(\delta x)_{w^-}}{\left(\frac{1}{\sigma}\right)_w} + \frac{(\delta x)_{w^+}}{\left(\frac{1}{\sigma}\right)_P} \right]^{-1} \cdot (\delta x)_w ; \\ \left(\frac{1}{\sigma}\right)_n = \left[ \frac{(\delta x)_{n^-}}{\left(\frac{1}{\sigma}\right)_P} + \frac{(\delta x)_{n^+}}{\left(\frac{1}{\sigma}\right)_N} \right]^{-1} \cdot (\delta x)_n ; \quad \left(\frac{1}{\sigma}\right)_s = \left[ \frac{(\delta x)_{s^-}}{\left(\frac{1}{\sigma}\right)_s} + \frac{(\delta x)_{s^+}}{\left(\frac{1}{\sigma}\right)_P} \right]^{-1} \cdot (\delta x)_s ; \end{array} \right. \quad (4.69)$$

#### IV.5.3.3.2 discrétisation des équations de chaleur :

□ l'équation relative à la pièce :

$$\int_w^e \int_s^n \int_t^{t+\Delta t} \rho_w c p_w \left( \frac{\partial T_w}{\partial \tau} \right) dt \cdot dx \cdot dz = (\rho_w c p_w)_p \cdot (T_p - T_p^0) \cdot \Delta V; \quad (4.70)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} \right) dx \cdot dz \cdot dt = (A_e q_e - A_w q_w) \cdot \Delta t; \quad (4.71)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left( \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) dx \cdot dz \cdot dt = (A_n q_n - A_s q_s) \cdot \Delta t; \quad (4.72)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S \cdot dx \cdot dz \cdot dt = \bar{S} \cdot \Delta V \cdot \Delta t; \quad (4.73)$$

Avec :

$q_e, q_w$  : Les composantes de la densité de flux ;

$q_n, q_s$  : Les composantes axiales de la densité de flux ;

$T_p$  : Valeur de la température au point Pij à l'instant  $(t + \Delta t)$  ;

$T_p^0$  : Valeur de la température au point Pij à l'instant  $(t)$  ;

$\Delta V$  : Volume entourant le point Pij tel que :  $\Delta V = 1 \cdot \Delta x \cdot \Delta z$  ;

$A_e, A_w, A_s, A_n$  : sont respectivement les sections des facettes (e, w, n, s) du volume de contrôle.

$$\begin{cases} A_e = A_w = 1 * \Delta z \\ A_s = A_n = 1 * \Delta x \end{cases} \quad (4.74)$$

Les expressions des flux :

$$\begin{cases} q_e = \lambda_e \left( \frac{T_E - T_P}{(\delta x)_e} \right); & q_w = \lambda_w \left( \frac{T_P - T_W}{(\delta x)_w} \right); \\ q_s = \lambda_s \left( \frac{T_P - T_S}{(\delta x)_s} \right); & q_n = \lambda_n \left( \frac{T_N - T_P}{(\delta x)_n} \right); \end{cases} \quad (4.75)$$

Donc en utilisant le schéma totalement implicite les équations (4.30) et (4.31) deviennent :

$$(\rho \cdot Cp)_p \left( \frac{T_p - T_p^0}{\Delta t} \right) \cdot \Delta V = (A_e q_e - A_w q_w) + (A_n q_n - A_s q_s) + \bar{S} \cdot \Delta V; \quad (4.76)$$

Le terme source est présenté comme suite :  $\bar{S} = S_c + S_p * T_p$  (voir la section IV.5.2.4)

$$\text{Donc :} \quad a_p T_p = a_w T_w + a_e T_e + a_s T_s + a_n T_n + a_p^0 T_p^0 + S_c; \quad (4.77)$$

$$\text{Où} \quad \begin{cases} a_p = a_p^0 + a_w + a_e + a_s + a_n - S_p; \\ a_p^0 = \rho \cdot C_p \frac{\Delta x}{\Delta t}; \\ a_i = \frac{\lambda_i}{(\delta x)_i} \text{ avec : } i = w, e, s, n ; \end{cases} \quad (4.78)$$

$$\begin{cases} \lambda_e = \left[ \frac{(\delta x)_{e^-}}{\lambda_p} + \frac{(\delta x)_{e^+}}{\lambda_E} \right]^{-1} \cdot (\delta x)_e; \\ \lambda_w = \left[ \frac{(\delta x)_{w^-}}{\lambda_w} + \frac{(\delta x)_{w^+}}{\lambda_p} \right]^{-1} \cdot (\delta x)_w; \\ \lambda_n = \left[ \frac{(\delta x)_{n^-}}{\lambda_p} + \frac{(\delta x)_{n^+}}{\lambda_N} \right]^{-1} \cdot (\delta z)_n; \\ \lambda_s = \left[ \frac{(\delta x)_{s^-}}{\lambda_s} + \frac{(\delta x)_{s^+}}{\lambda_p} \right]^{-1} \cdot (\delta z)_s; \end{cases} \quad (4.79)$$

□ l'équation relative à l'électrode :

Nous prenons l'équation thermique de l'électrode en coordonnées cylindriques .en suivant le même raisonnement que le précédent et en considérant que les propriétés thermiques de l'électrode sont constantes tout le long de progression dans le temps, l'équation (4.37) s'écrit :

$$a_p T_p = a_E T_E + a_w T_w + a_s T_s + a_n T_n + b, ; \quad (4.80)$$

Avec

$$a_E = \frac{\lambda_e r_e \Delta z}{(\partial r)_e} \quad a_w = \frac{\lambda_w r_w \Delta z}{(\partial r)_w} \quad a_s = \frac{\lambda_s r_p \Delta r}{(\partial z)_s} \quad a_n = \frac{\lambda_n r_p \Delta r}{(\partial z)_n}$$

$$a_p = a_E + a_w + a_s + a_n + a_p^0 \quad \text{et} \quad a_p^0 = \rho \cdot C_p r_p \frac{\Delta r \Delta z}{\Delta t} ; \quad (4.81)$$

$$b = \bar{S} \cdot r_p \Delta r \Delta z + a_p^0 T_p^0.$$

**Remarque :** la méthode de résolution des équations précédentes (4.66, 4.77, 4.80) est la méthode de balayage ligne par ligne qui est appelé aussi algorithme de Thomas ou TDMA (voire IV.4.1.5) [22].

#### IV.5.3.4 Traitement du terme source :

En soudage par résistance par points la quantité de chaleur nécessaire à la formation du noyau de soudure est souvent donnée par la loi de joule qui suit :

$$Q = R \cdot I^2 \cdot t ; \quad (4.82)$$

Avec : R : résistance totale du système.

I : l'intensité de courant.

t : temps de soudage.

#### IV.5.3.4.1 les composantes de la résistance [19] :

La résistance totale peut être représenté sous forme d'un ensemble de résistance en série telle que montrée sur la figure 4.8.

La résistance totale sera donc :

$$R_t = 2(R_b + R_e) + R_f + 2R_c ; \quad (4.83)$$

Tel que :

- R<sub>b</sub> : dépend de la résistivité du matériau a souder et elle est faible dans notre cas car les alliages d'aluminium dispose d'une faible résistivité électrique.
- R<sub>c</sub> : la chaleur engendrée par cette résistance ne cause q'une très faible températures dans l'électrode car l'aluminium dispose d'une conductivité thermique élevé ainsi que du fait que l'électrode est refroidie à eau d'où la négligence de cette résistance.
- R<sub>e</sub>, R<sub>f</sub> : sont des résistances de contact résultant de l'état physique des matériaux au contact sous l'effet de l'effort exercé sur les électrode.

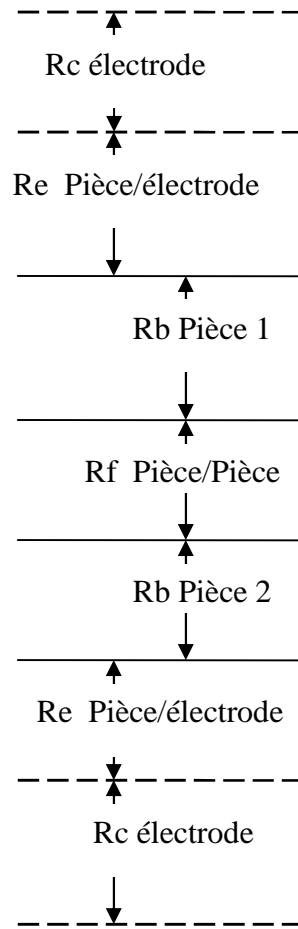


Figure 4.8 Modélisation des résistances.

Dans le cas des alliages d'aluminium la résistance de contact estimé par **De et Theddeus [25]** est représentée dans la relation suivante :

$$R_k(T) = \alpha \cdot R_0 \cdot \frac{1}{\beta^{(T-T_0)/(T_m-T_0)}} ; \quad (4.84)$$

Tel que :

$R_0$  : La valeur initiale de la résistance à la température ambiante.

$\alpha$  et  $\beta$  : constantes qui dépendent du matériau.

$T_m$  : Température de fusion d'aluminium.

$T$  : la température variable.

les valeurs expérimentales de  $\alpha$  et  $\beta$  peuvent être considéré respectivement 1 et 25 ; et l'intervalle de  $R_0$  dépend de la condition initiale de l'état de surface (dépend du nettoyage des surfaces des plaques avant le soudage d'après **De et Theddeus [25]**)

IV.5.3.4.2 la forme linéaire du terme source:

Pour pouvoir utiliser le terme source dans l'équation discrétisée, il faut linéariser sous forme :

$$S = S_c + S_p \cdot T ; \quad (4.85)$$

Avec la condition  $S_p < 0$  et on a les équations suivantes :

Dans la partie (IV.5.1.2), nous avons défini le terme source par :

$$S = \frac{1}{\sigma_c} \nabla \phi \cdot \nabla \phi ; \quad (4.86)$$

Ou encore  $S = J \cdot \nabla \phi ; \quad (4.87)$

En multipliant et divisant par  $\sigma$  , on obtient :

$$S = \sigma \cdot J^2 ; \quad (4.88)$$

Ou  $J = \frac{I}{A_r} ; \quad (4.89)$

La forme finale de S s'écrit :

$$S = S_m (\text{métal de base}) + S_f (\text{int erface}) ; \quad (4.90)$$

Et  $S = (\sigma + \sigma_f) \cdot J^2 ; \quad (4.91)$

Avec  $\sigma_f = R_f \frac{A_r}{\varepsilon} ; \quad (4.92)$

$$R_f = R_k \frac{T_m - T}{T_m - T_a} ; \quad (4.93)$$

On obtient finalement après réarrangement des relations précédentes :

$$\begin{cases} S_c = J^2 \left( \sigma + R_k \frac{A_r}{\varepsilon} \frac{T_m}{T_m - T_a} \right); \\ S_p = -J^2 \left( R_k \frac{A_r}{\varepsilon} \frac{T_m}{T_m - T_a} \right); \end{cases} \quad (4.94)$$

Tel que : S, J,  $\sigma$  et  $R_k$  sont en fonction de i et j.

#### IV.5.3.5 la méthode itérative utilisée :

Les équations à résoudre sont non linéaires et couplées de plus certains coefficients comme  $(k, CP, \sigma)$  ont besoin d'être relaxer pour cela nous avons utilisés la technique itérative dite méthode de SOR (Simultaneous over-Relaxation).

□ L'algorithme :

Les équations discrétisées (4.66, 4.77, 4.80) peuvent aussi s'écrire sous la forme :

$$a_p T_p = \sum a_{nb} T_{nb} + b ; \quad (4.95)$$

$$\left. \begin{aligned} T_p^* &= \frac{\sum a_{nb} T_{nb} + b}{a_p}; \\ T_p^{new} &= \alpha T_p^* + (1 - \alpha) T_p^{old}; \\ \text{le test d'arrêt : } &\left\| \frac{T^{N+1} - T^N}{T^{N+1}} \right\| \leq \varepsilon_0; \\ \varepsilon_0 &= 10^{-6} \quad \text{pour la variable } \phi \text{ (voltage);} \\ \varepsilon_0 &= 10^{-4} \quad \text{pour la variable } T \text{ (température); } \quad 0 < \alpha < 1; \end{aligned} \right\}$$

IV.5.3.6 L'organigramme de calcul :

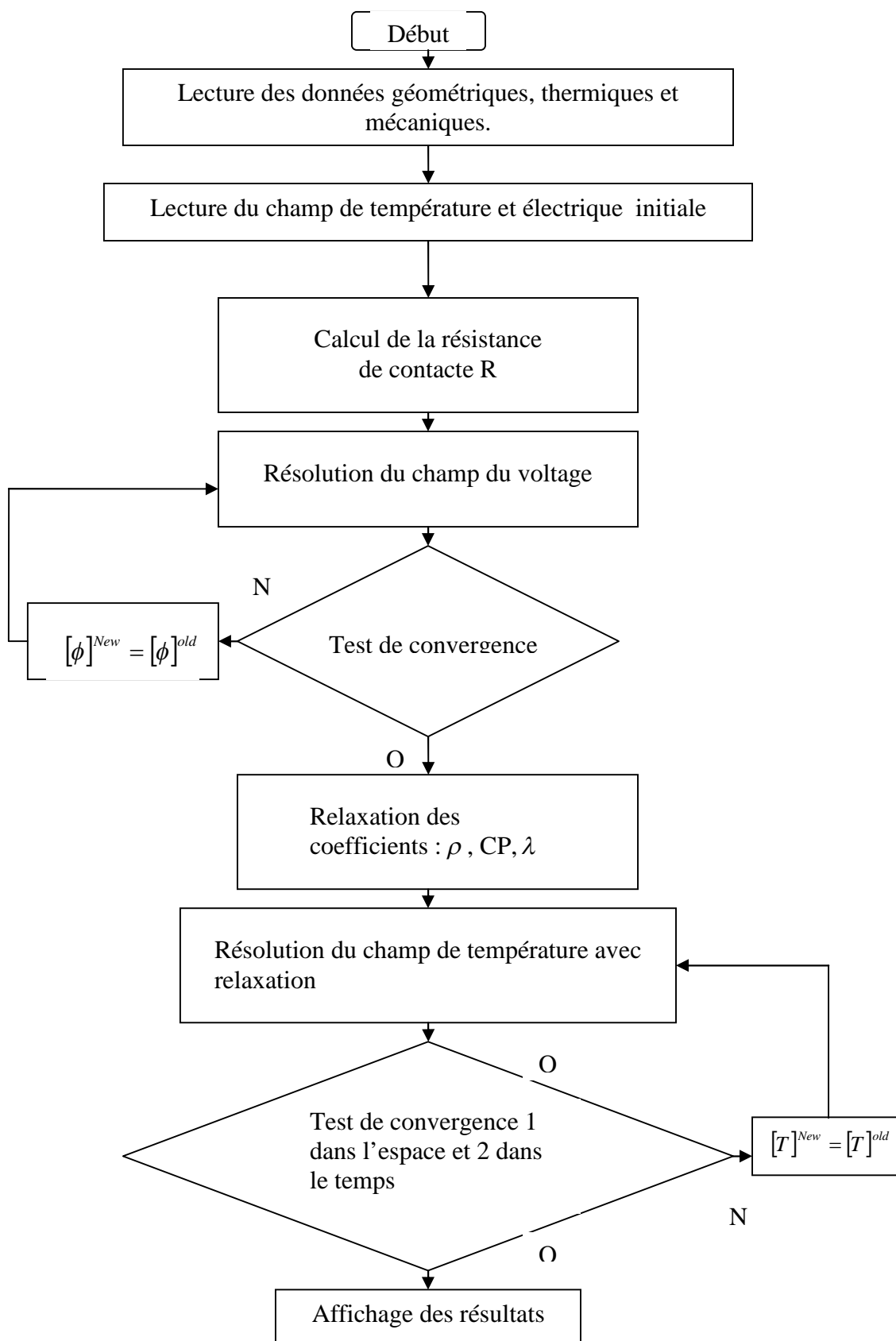


Figure 4.9 : L'organigramme de résolution



**CHAPITRE V**  
**PRESENTATION ET COMMENTAIRES DES RESULTATS**  
**DE LA SIMULATION**

V.1 introduction :

Nous avons établie dans le chapitre précédent la formulation mathématique du problème de soudage par points et la discrétisation des équations électriques et thermiques ; nous continuerons avec l'étude numérique et ces résultats.

On utilise pour la simulation deux tôles minces en alliage d'aluminium d'épaisseur de 1 mm et de largeur de trois fois le diamètre de l'électrode (voir figure 5.1). l'alliage d'aluminium utilisé dans nos calcul est 5454O tel que sa composition chimique est la suivante : 2.7 Mg- 0.8 Mn- 0.12 Cr.

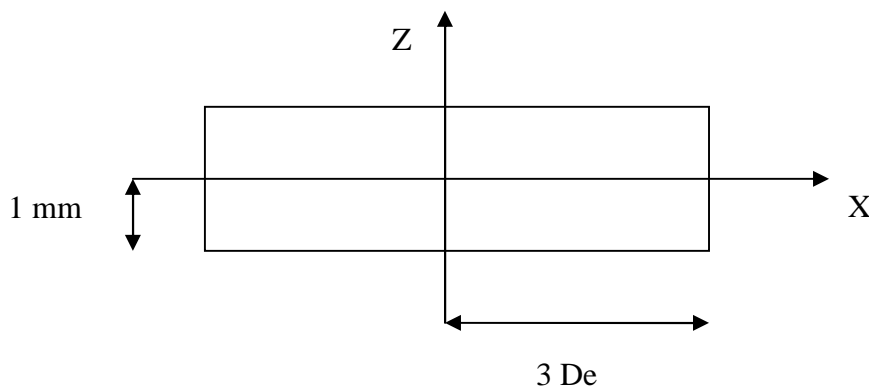


Figure 5.1 : Dimension de la plaque à soudé.

La résistivité électrique, la chaleur spécifique, la densité et la conductivité thermique sont en fonction de la température.

Nous avons testé plusieurs maillages nous avons vue que la concentration de la chaleur est au milieu de la plaque et elle diminue en s'éloignant du centre pour cela nous avons opté pour un maillage resserré dans la zone du centre et large aux extrémités afin de ne pas multiplier inutilement les résultats.

D'autre par le choix du pas de temps est lié à plusieurs facteurs comme la fréquence (50 Hz), au nombre d'itérations et à la forme du maillage. Dans nos calculs la dimension du pas du temps a été prise comme égale à un cycle ou 0.02 seconde.

L'électrode utilisée dans ce travail est une électrode en cuivre plate à cause de sa durée de vie élevée par rapport à l'électrode sphérique dans le cas du soudage par point des alliages d'aluminium [20].

Le choix du facteur de relaxation  $w$  dans la méthode de S.O.R est très important dans le calcul des distributions de température et voltage ; il joue un rôle important dans la vitesse de convergence vers la solution. Dans cette simulation la valeur de  $w$  est choisie après quelques essais suivant les données d'entrées.

La température de fusion  $T_f$  considérée est  $T_f = 650$  °C.

Pour qui concerne notre partie expérimentale nous avons fait quelques expériences de soudage par point des alliages d'aluminium à cause de la nécessité d'un courant très élevé qui varie entre 25 et 60 KA ce qui n'est pas disponible. Donc on a essayé de jouer sur le facteur temps en augmentant le nombre de cycle jusqu'à 25 cycles, mais à chaque fois qu'on augmentais ce nombre l'électrode collait plus avec les pièces à soudées ; d'autre part on a pas eu un bon point de soudure et ce résultat sera expliqué plus tard par la partie numérique.

Les figures (5.2, 5.3, 5.4, 5.5) représente des photos microscopiques d'un petit point de soudure pour les conditions suivantes : la force 2000 N, le courant électrique 8000 A, et 20 nombres de cycle.

Ces figures montre le début du noyau fondu formé après soudage, la fin du noyau fondu et le noyau fondu complet ; tel que :

Le trait noir représente l'interface des deux pièces à souder et la disparition de ce trait implique la formation du noyau fondu.

En revanche nous avons eu un collage totale de l'électrode ce qui ramène à sa détérioration.

Donc pour un nombre de cycle très élevé nous avons obtenue un noyau de soudage mais on dépit de l'électrode pour cela on va essayé de trouver la bonne procédure et les bonnes conditions pour avoir un bon point de soudage avec l'outil numérique, et pouvoir valider notre modèle ; nous allons tout d'abord présenté des résultats quantitatifs et qualitatifs avec les mêmes conditions initiales utilisées dans les simulations de **J. A. Khan** [20] et de **De et Theddeus** [25].



Figure 5.2 : photo du début du noyau fondue obtenue expérimentalement.  
Courant = 6KA, 20 cycles, F= 2000 N.

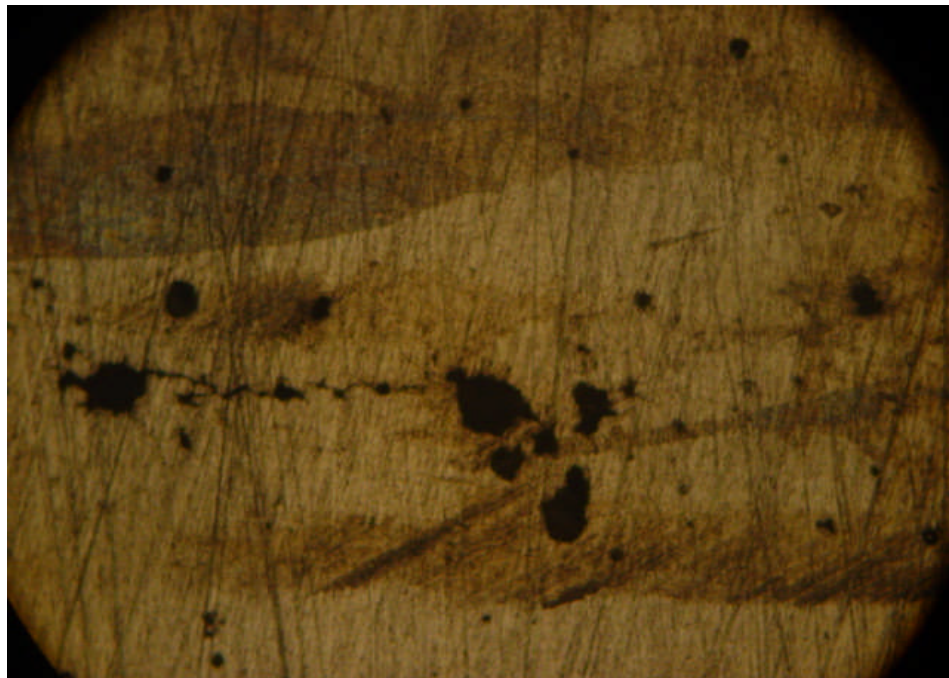


Figure 5.3 : photo du noyau fondue obtenue expérimentalement après le découpage de la pièce soudée (1<sup>ère</sup> moitié). Courant = 6KA, 20 cycles, F= 2000 N.

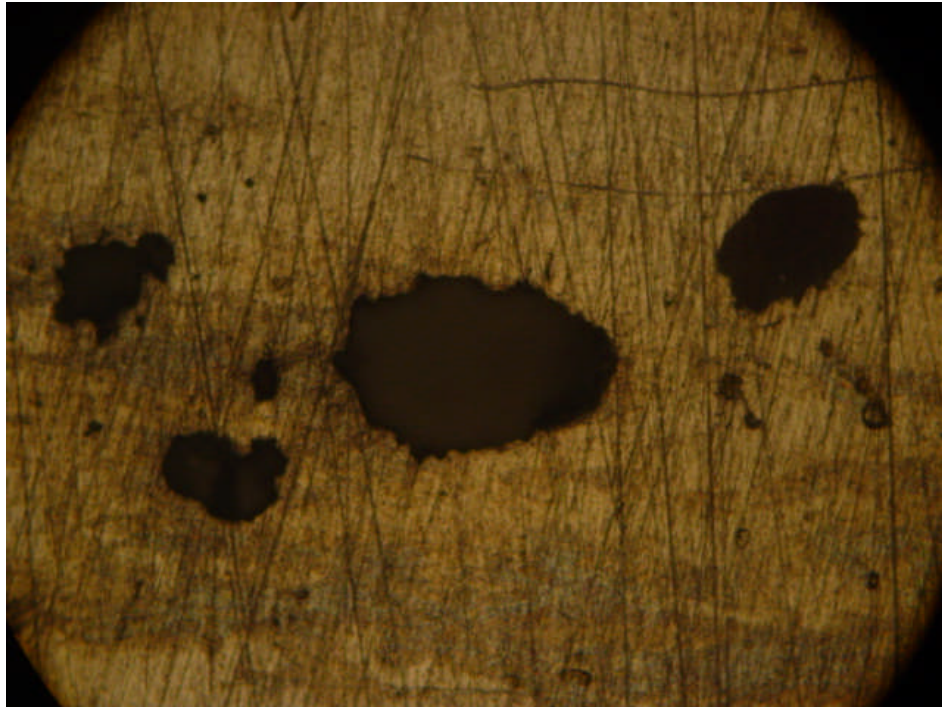


Figure 5.4 : photo du noyau fondue obtenue expérimentalement après le découpage de la pièce soudée (2<sup>ème</sup> moitié).  
Courant = 6KA, 20 cycles, F= 2000 N.

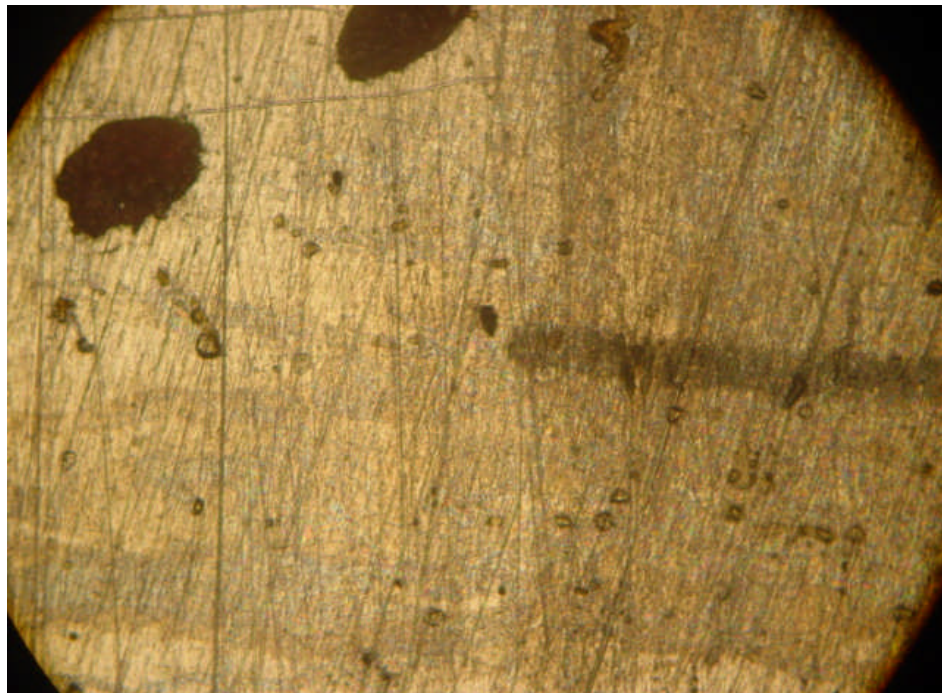


Figure 5.5 : photo de la fin du noyau fondue obtenue expérimentalement.  
Courant = 6KA, 20 cycles, F= 2000 N.

## V.2 la distribution de température en fonction du temps :

Les figures (5.6) et (5.7) montrent les distributions de température à travers l'épaisseur de la pièce. La figure (5.6) montre la répartition de température et les étendues des zones à la zone fondue (noyau liquide) et la zone affectée thermiquement (ZAT ou HAZ) et cela pour des conditions précises.

### Validation des résultats numériques :

Dans la figure (5.7) est représentée une comparaison de la distribution de température entre résultats numériques et celles de **Khan** [20]. Tel que :

L'épaisseur et le diamètre du noyau fondu obtenus par notre calcul, sont respectivement,  $5.29 \times 10^{-4} m$  et  $4.88 \times 10^{-3} m$ .

L'épaisseur et le diamètre du noyau fondu obtenus par le calcul de **Khan** [20], sont respectivement,  $5.70 \times 10^{-4} m$  et  $4.95 \times 10^{-3} m$ .

L'épaisseur et le diamètre du noyau fondu expérimentaux donnés dans [20], sont respectivement,  $5.67 \times 10^{-4} m$  et  $4.84 \times 10^{-3} m$ .

D'après la figure (5.7), et d'après les résultats précédents on observe que l'isotherme à  $650^\circ C$  entre les trois résultats sont proches, bien que notre diamètre est un peu plus petit que celui obtenue dans la partie expérimentale [20] et celui de **Khan** (notre épaisseur est entre les deux); la figure (5.7) de plus montre quelques différences dans la forme du noyau fondu.

La différence entre les deux résultats numériques est dus probablement, à la différence entre les équations de la résistance de contact, l'outil de calcul (l'ordinateur et ces erreurs d'arrondis), et aux hypothèses posées sur le comportement thermique et mécanique à l'interface électrode-pièce (par exemple l'effet de température sur le matériau de l'électrode négligeable).

La différence entre les résultats numériques et le résultat expérimental est due probablement à l'état de surface de la plaque (degré de présence de l'Alumine sur la surface de la plaque à souder).

La figure (5.7) représente une comparaison entre nos résultats numériques et ceux de **A. De** [25]. On remarque que les deux épaisseurs sont très proches ; les deux diamètres sont adjacents jusqu'à 2 cycles puis on remarque une petite différence au-delà de cette valeur.

Les figures (5.11) et (5.12), représentent l'effet du temps de soudage sur les dimensions du noyau, en revanche sur la distribution de température dans le métal. L'épaisseur du noyau augmente graduellement avec l'augmentation du nombre de cycle.

D'autre part le diamètre du noyau augmente rapidement entre 2 et 5 cycles au-delà de ça le diamètre reste peu variable (la variation du noyau négligeable).

Donc à chaque fois qu'on augmente le nombre de cycle l'épaisseur augmente ce qui implique que la température à la surface de l'électrode augmente et ce résultat est confirmé dans [25]. Ceci est dû à la conductivité élevée des alliages d'Aluminium.

### V.3 Détermination de la variation de la géométrie du noyau fondu en fonction du courant moyen :

La variation de la géométrie du noyau fondu (Diamètre, profondeur) en fonction du temps de soudage, de l'intensité de courant, et du diamètre de l'électrode a été déterminée en utilisant le code Surfer 32 (c'est un code permettant de représenter des figures en 3 D). grâce à ce code, on peut lire avec précision les dimensions du noyau délimité par l'isotherme 650°C. Et les graphes sont dessinés par le code GRAF4WIN.

Pour étudier théoriquement l'évolution du noyau fondu en fonction de l'intensité de courant moyen d'entrée, nous calculons numériquement le diamètre et l'épaisseur de ce noyau pour une valeur  $I_{moy}$ .

Dans les figures (5.13) et (5.14) représentent la variation des dimensions du noyau en fonction du courant moyen et cela pour un nombre de cycle égale à 1 et 5. Sur ces figures on constate que la géométrie du noyau augmente graduellement avec le courant et pour les conditions citées dans ces figures, on obtient un bon point de soudage pour l'Al 5454O à partir de 40 KA pour 1 cycles, à partir de 25 KA pour 5 cycles.

Les résultats obtenus dans (V.2) et (V.3) nous permet de dire que le noyau augmente considérablement seulement si on augmente l'intensité du courant, car l'augmentation du nombre de cycle à partir d'un certain nombre ne fait que surchauffer l'électrode.

Donc les meilleures conditions à choisir un nombre de cycle entre 2-4 pour minimiser le courant et ne pas détériorer l'électrode.



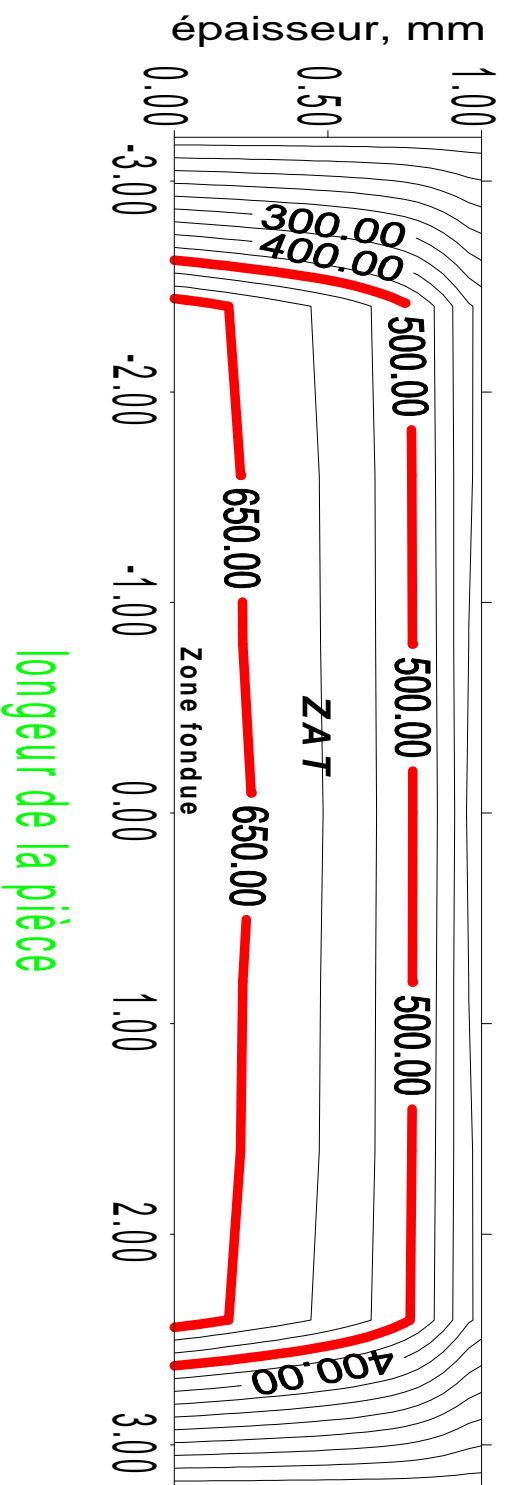


Figure 5.6: Représentation spatiale du champ de température d'un demi point de soudure:  
 temps de soudage = 1 cycle.courant moyen de soudage = 55 KA

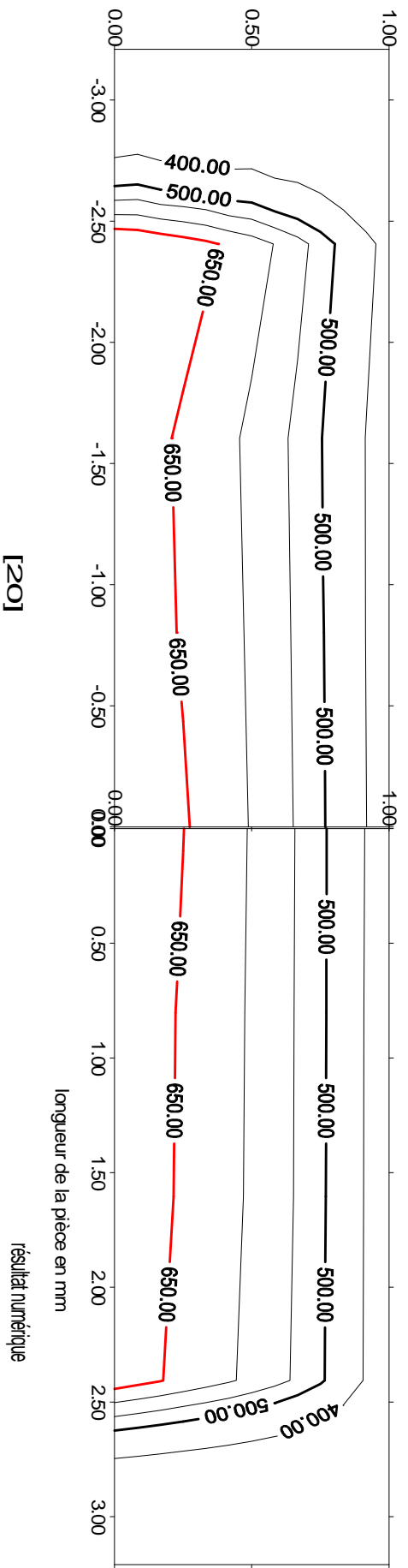


Figure 5.7: Comparaison entre nos résultats avec d'autres résultats obtenus dans [ 20 ]  
 temps de soudage = 1 cycle, courant moyen de soudage = 55 KA



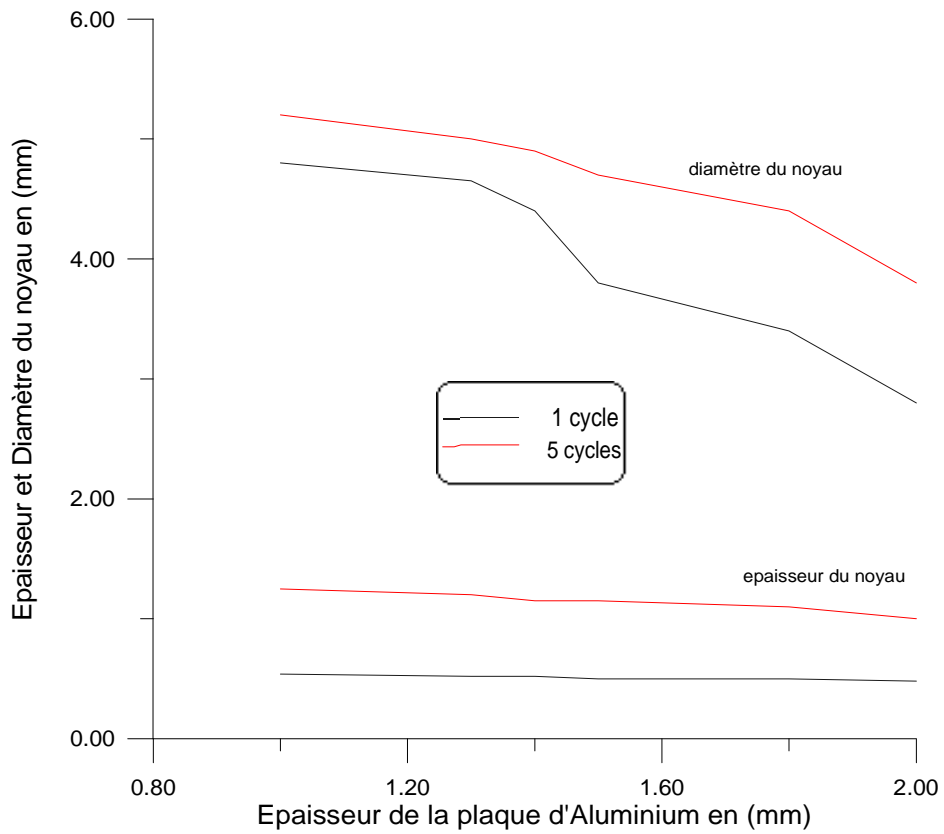


Figure 5.8 Dimension du noyau en fonction de différentes épaisseurs de la plaque à souder  
Le courant moyen= 55 KA ,  $R_0= 550 \mu\Omega$  , nombre de cycles= 1 et 5.

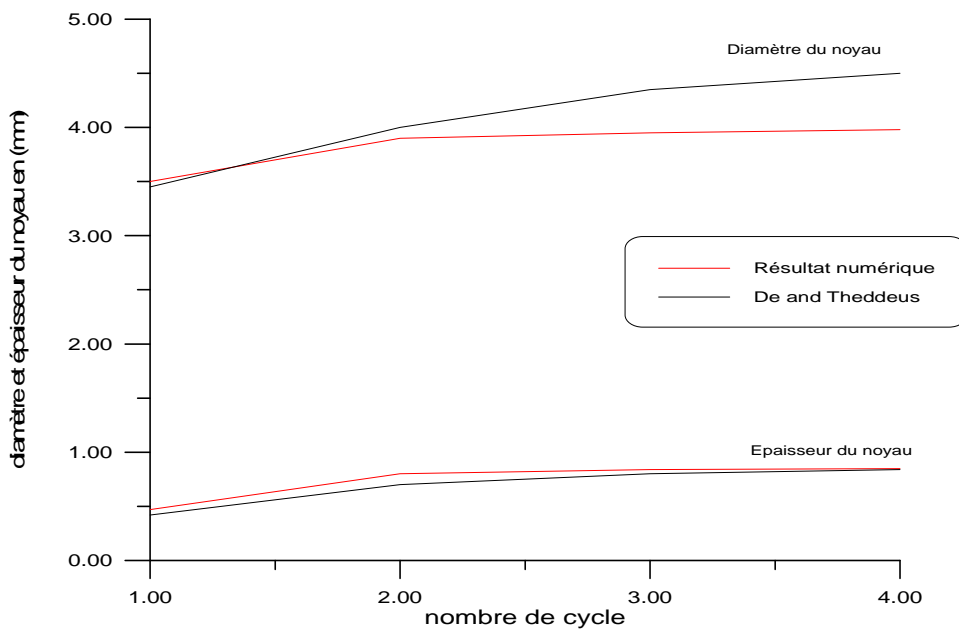


Figure 5.9 : Comparaison entre le résultat numérique et [25].

Le courant moyen= 45 KA,  $R_0= 550 \mu\Omega$

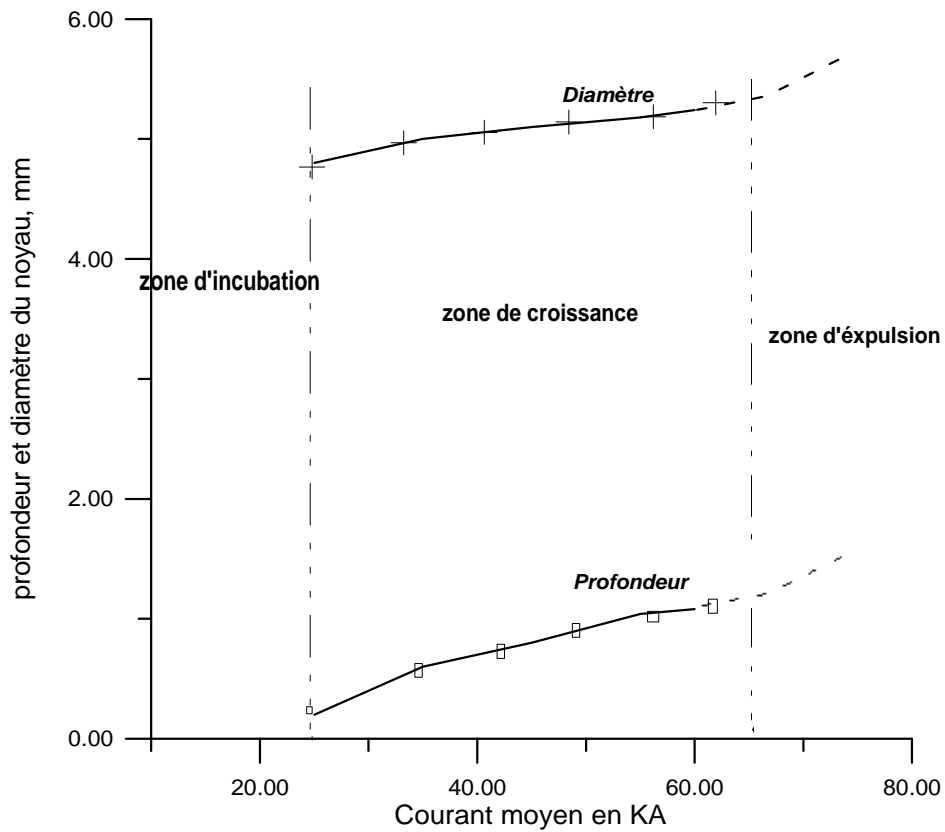


Figure 5.10 : les différents stades de formation d'un point de soudure  
Temps de soudage = 5 cycles

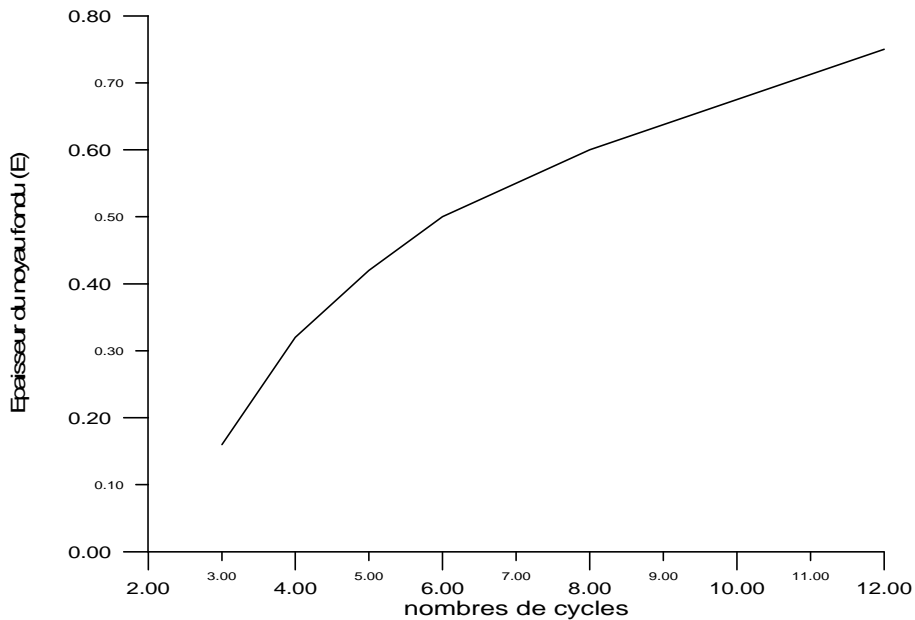


Figure 5.11 : Variation de l'épaisseur du noyau fondu en fonction  
du nombre de cycles : courant moyen= 30 KA,  
diamètre de l'électrode= 6.25 mm

En outre les figures (5.13, 5.14) nous permettent d'examiner quantitativement le processus de formation du noyau fondu, qui est généralement caractérisé par les quatre périodes suivantes :

1. une période d'incubation (pas de formation du noyau)
2. une période d'augmentation rapide (formation et croissance du noyau).
3. une période de décroissance progressive (période qui peut être observée que par une expérience durant la phase de refroidissement du noyau liquide).
4. l'expulsion (dans le cas de courant ou de temps de soudage excessifs).

Les phases 1.2.4 sont identifiées à partir de la figure (5.10). Tel qu'il est prévisible sur cette figure, pour des intensités de courant inférieures à 20 KA, il est impossible d'obtenir un noyau de soudage sans détériorer l'électrode; cependant un noyau de dimensions minimales peut être obtenu avec une intensité de courant minimale de 28 KA. A partir de cette valeur de courant moyen, la géométrie du noyau augmente pour atteindre un état stable (en terme de profondeur) aux environs de 30 KA, au-delà d'une valeur de 55 KA, le noyau se propage, pour déborder le diamètre (expulsion transversale).

#### V.4 Détermination de la variation de la géométrie du noyau fondu en fonction du diamètre de l'électrode :

Les figures (5.15) et (5.16), représentent l'effet du diamètre de l'électrode sur les dimensions du noyau fondu. Pour 5 cycles Le diamètre du noyau augmente proportionnellement avec le diamètre de l'électrode. Mais en revanche en remarque que l'épaisseur du noyau diminue avec l'augmentation du diamètre de l'électrode. Mais pour 1 cycles le diamètre du noyau augmente proportionnellement avec le diamètre de l'électrode jusqu'au diamètre 6.5mm au delà de cette valeur le point de soudure est négligeable.

La figure (5.17) représente une comparaison entre nos résultats numériques et celles de [20] (qualitativement identiques) :

Un petit diamètre ( $D_e = 6.25$ ) de l'électrode dont l'intensité de courant égale à 30 KA (courbe 2 dans (5.17 A et B)) produit un noyau plus large que celui produit par un diamètre d'électrode plus grand ( $D_e = 9.52$ ) dont l'intensité de courant égale à 45 KA.

On conclut donc qu'une intensité de courant élevé a besoin d'une surface de contact plus grande. Quand le même courant est appliqué sur des surfaces d'électrode différentes (petit et grand) la plus grande surface crée un plus petit noyau fondu comme le montre le noyau 1 et 3 dans la figure (5.17) [20].

V.5 Détermination de la variation de la géométrie du noyau fondu en fonction de l'épaisseur de la pièce à souder :

La figure 5.8 montre que le diamètre du noyau fondu diminue quand l'épaisseur de la pièce augmente ; en revanche l'épaisseur du noyau ne change pas.

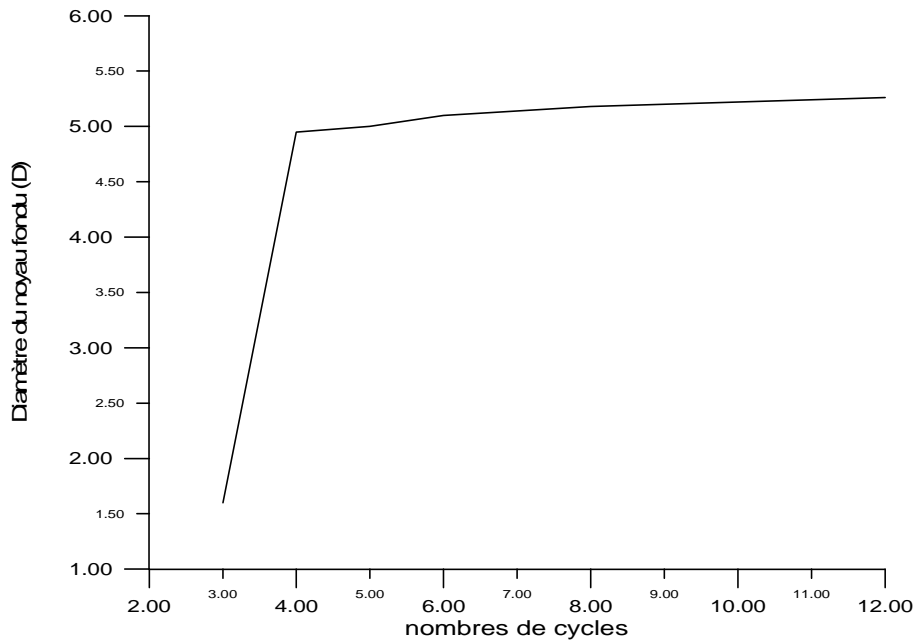


Figure 5.12 : Variation du diamètre du noyau fondu en fonction du nombre de cycles : courant moyen= 30 KA, diamètre de l'électrode= 6.25 mm

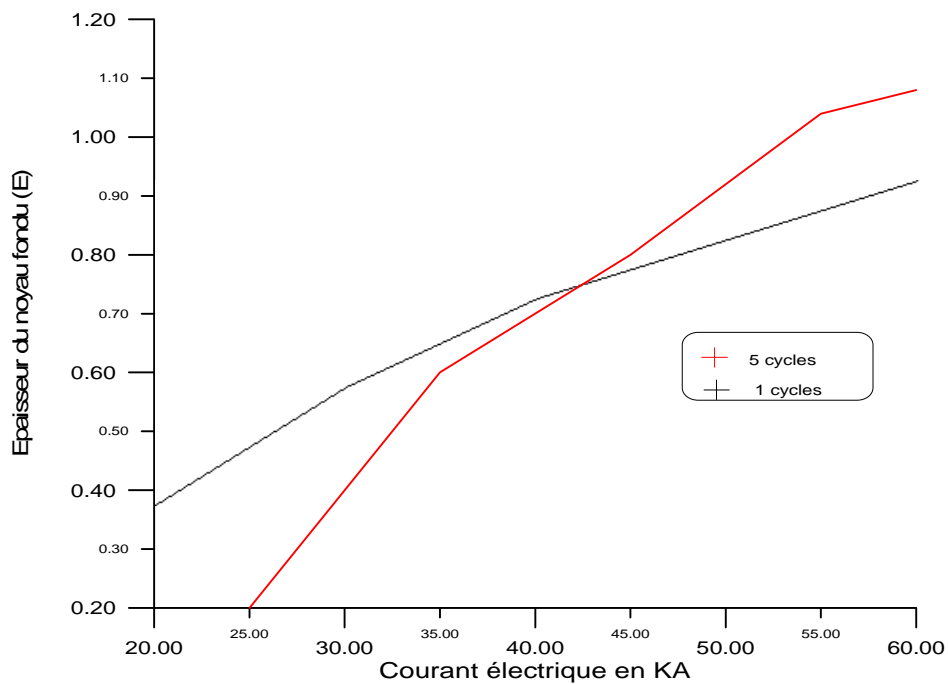


Figure 5.13 : Variation de l'épaisseur du noyau fondu en fonction de l'intensité de courant moyenne: nombre de cycle= 1 et 5, diamètre de l'électrode= 6.25 mm

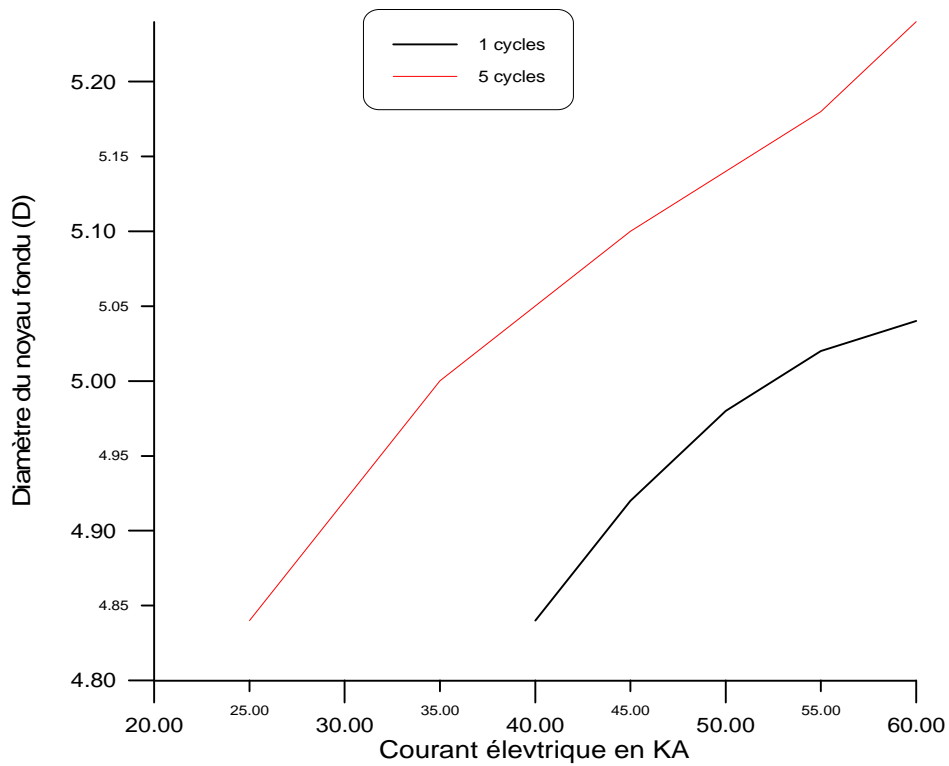


Figure 5.14 Variation du diamètre du noyau fondu en fonction De l'intensité de courant moyenne: nombre de cycle= 1 et 5,  $D_e = 6.25$  mm.

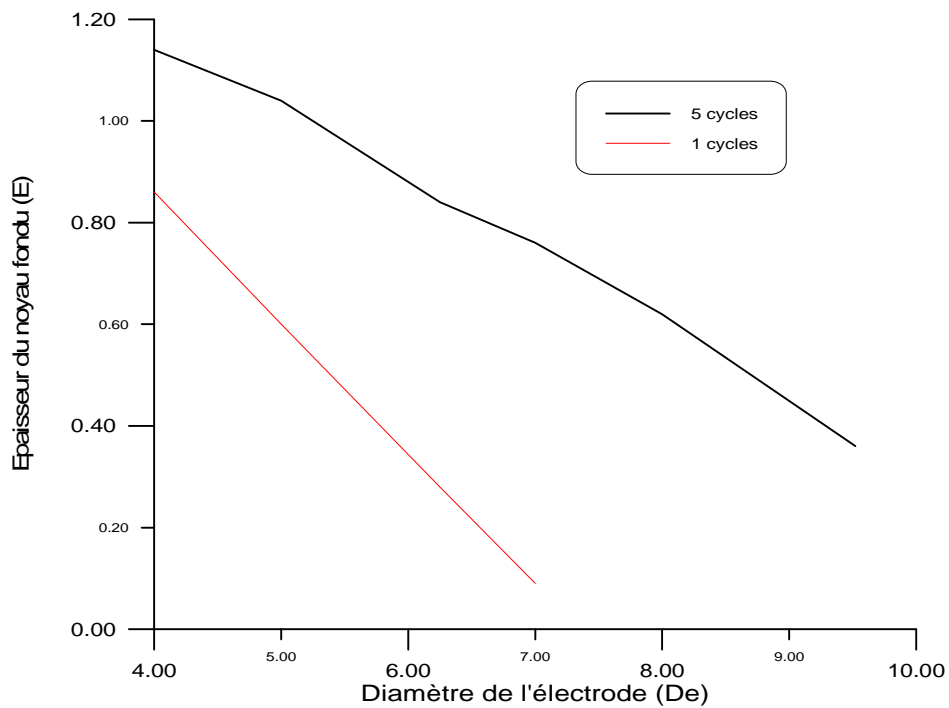


Figure 5.15 Variation de l'épaisseur du noyau fondu en fonction du diamètre de l'électrode: nombre de cycle= 1 et 5, l'intensité de courant= 45 KA

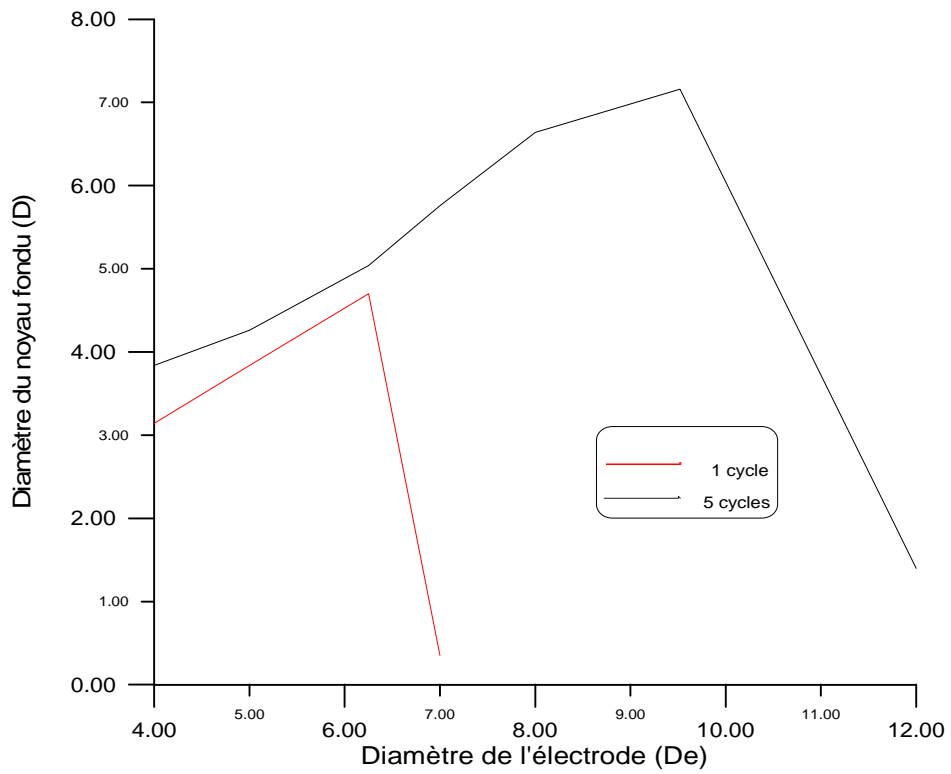


Figure 5.16 Variation du diamètre du noyau fondu en fonction  
 De l'épaisseur de l'électrode: nombre de cycle= 1 et 5,  
 L'intensité de courant= 45 KA

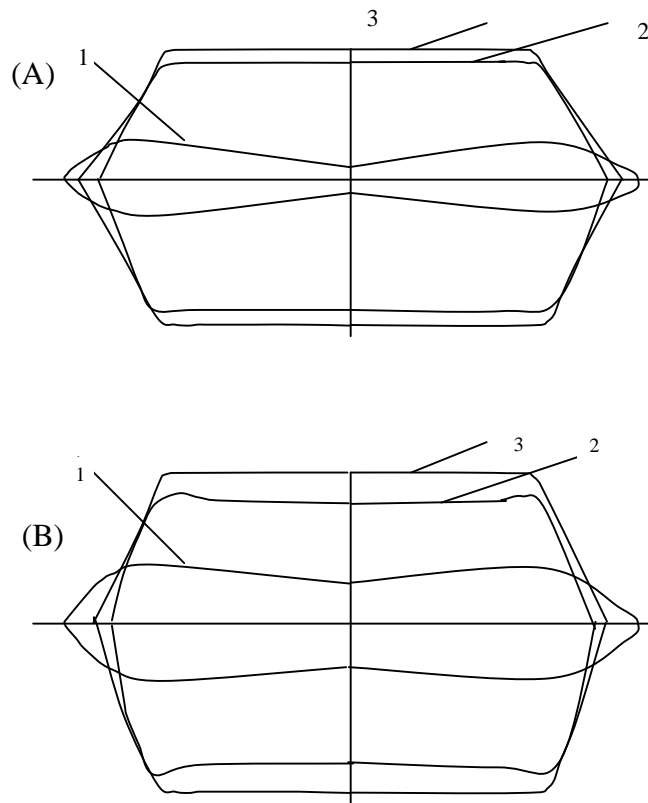


Figure 5.17 Formation du noyau par différent diamètre d'électrode

- (A) Représente résultats dans [20]
- (B) Représente le résultat numérique ;

- 1- 45 KA, 5 cycles, diamètre de l'électrode  $D_e = 9.52$  mm
- 2- 30 KA, 5 cycles, diamètre de l'électrode  $D_e = 6.25$  mm
- 3- 45 KA, 2 cycles, diamètre de l'électrode  $D_e = 6.25$  mm

## ***CONCLUSION GENERALE***

Le procédé de soudage par points des alliages d'aluminium est plus difficile que celui de l'acier et d'autres matériaux à cause de la détérioration rapide des électrodes. En revanche il est considéré comme procédé à rentabilité élevé (en ce qui concerne la productibilité) n'implique pas de métaux d'apport, mais seulement des volumes de matières relativement petites sont affectés pour des périodes de temps relativement courtes. En outre le processus est fondamentalement à trois dimensions mais peut être présenté correctement dans un mode plan à deux dimensions.

Cependant, même avec ces avantages analytiques les simplifications ont été demandés dans le développement des simulations.

Dans ce travail, nous avons abordé l'analyse des phénomènes thermo\_ électrique ; nous nous sommes attachés plus particulièrement à l'aspect fondamentale de ce problème en examinant les répartitions de température et l'évolution du noyau fondu en fonction de trois variables importantes : le temps de soudage, l'intensité de courant moyen de soudage et le diamètre de notre électrode. Dans ce but, nous avons en premier lieu fait une étude de la méthode des volumes finis.

Nous avons ensuite développé une méthode numérique en volume finis pour la résolution des équations de transfert de chaleur. La résolution du problème thermique dépend de plusieurs conditions aux limites ; Nous avons retenu celles qui décrivent au mieux la réalité physique.

En parallèle nous avons fait une étude expérimentale qui n'a pas été achevée à cause de plusieurs problèmes : le besoin d'un courant très élevé qui n'est pas disponible, la détérioration rapide des électrodes qui nécessitent beaucoup d'infrastructures. Pour ces raisons, on a confronté les résultats obtenus avec celles de **De et Theddeus** [25] et de **Khan** [20]. En effet dans les deux cas les dimensions du noyau fondu calculé et mesuré en fonction du temps et l'intensité de courant moyen de soudage sont qualitativement en très bonne



concordance, en ce qui concerne la pénétration dans la pièce dans le cas de [20] seul une différence subsiste en ce qui concerne le diamètre du noyau fondu et l'étendue de la zone affectée (HAZ). Cet écart est dû essentiellement d'une part à l'état de surface de la pièce à souder (présence de la couche d'alumine), d'autre part à l'effet de dilatation thermique du métal, donc la zone de contact réelle augmente en fonction du temps ; de plus les erreurs d'arrondis dues à l'outil informatique utilisé. Ce sont principalement les effets dont la théorie n'y tient pas compte.

En outre, les résultats numériques montrent que pour des intensités de courant inférieures à 20 KA il est difficile d'avoir un point de soudure.

Les dimensions du noyau fondu augmentent considérablement et seulement si on augmente l'intensité de courant ; l'augmentation du nombre de cycle à partir de 4 cycles ne fait que surchauffer l'électrode. Le noyau fondu diminue avec l'augmentation de l'épaisseur de la pièce à souder.

De plus les résultats montrent que pour un même courant appliqué sur des surfaces d'électrode différentes (petite et grande) la plus grande surface crée un plus petit noyau fondu.

Nous avons donc présenté une solution analytique approchée, de mise en œuvre simple, adaptée aux cas où la pression et la résistance de contact sont uniformes le long de la zone de contact. La confrontation entre nos résultats et d'autres résultats montre que l'évolution du noyau sont qualitativement et quantitativement similaires et est encore plus rapide dans la théorie.

Enfin nous avons développé un programme de calcul, permettant de suivre la répartition de température de la fusion lors de soudage de deux pièces de même épaisseur et même matériau. La bonne concordance des résultats numériques obtenus avec ce programme nous a permis de valider notre méthode de calcul.

Toutefois, on peut apporter certaines modifications dans le programme pour en tenir compte de cas de soudage de deux pièces de différentes épaisseurs et différents matériaux. Et ce sera une des perspectives que nous proposons pour étendre cette étude.

## Bibliographie

1. Archer, G.R. « Calculation for Temperature Response in spot Welds. », *Welding Journal*: 1960, vol. 39, 8, pp. 327- s- 330- s.
2. Greenwood, J. A. « Temperature in Spot Welding », *British Welding Journal*: 1961, vol. 8, 9, pp. 316- 322.
3. Bentley, K. p.; Greenwood, J. A. « Temperature Distribution in Spot Welding. », *Welding Journal*: 1963, vol. 10, 12, pp. 613- 619.
4. Rice, W., and Funk, E. J. « An Analytical Investigation of Temperature Distribution during Resistance Spot Welding. », *Welding Journal*: 1967, vol. 46, 4, pp. 175 -s- 186- s.
5. Lindh, D. V and Tocher, J. R. «Heat Generation and Residual Stress Development in Resistance Spot Welding. », *Welding Journal*: 1967, vol. 46, 4, pp. 351-s- 360-s.
6. Yamamoto, T., and Okuda, « A Study of Spot Welding of Heavy Gauge Mild Steel. », *Welding in the World*: 1971, vol. 9 (7/8), pp. 234- 255.
7. Houchens, A. F., Page, R. E., and Yang, W.H., « Numerical Modeling of Resistance Spot Welding. », « Numerical Modeling of Manufacturing Process. », Presented at the Writer Meeting of ASME: 1977, pp. 117- 129.
8. Patankar S.V., «Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. » W.J. Minkowysz and E.M. Sparrow, Editors: 1980.
9. Kaiser, J. G.; Dunn, G. J.; and Eager, T. W. «The effect of the Electrical Resistance on Nugget Formation during Spot Welding. », *Welding Journal*: 1982, vol. 15, 10, pp. 167-s- 174-s.
10. Nied, H. A. « The Finite Element Modeling of Resistance Spot Welding Process. », *Welding Journal*: 1984, vol. 63, 4, pp.123- s to 132- s.
11. Gedeon S. A., and Egar, T. W. « Resistance Spot Welding of Galvanized Steel: Part II. Mechanisms of Spot Weld Nugget Formation. » *Metallurgical Transactions B*: 1986, vol.17B, pp.887-s 901-s.

12. Gould, J. E. « An Examination of Nugget Development during Spot Welding, Using both Experimental and Analytical Techniques », Welding Journal: 1987, Jan., pp. 1-s to 10-s.
13. Kim, E.W., and Eagar, T. W. « Measurement of transient Temperature Response during Resistance Spot Welding. », Welding Research Supplement: 1989.
14. Cho, H. S. and Cho, Y. J. « A Study of the Thermal Behavior in Resistance Spot Welds. », Welding Journal: 1989, vol. 63, 4, pp. 236 –s – 244- s.
15. Bowers, R. J., Sorensen, C. D., and Eagar, T. W. « Electrode Geometry in Resistance Spot Welding. » Welding Journal: 1990, pp. 45 –s – 49- s.
16. Sheppard, S. D. «Thermal and Mechanical Simulation of Resistance Spot Welding. » Welding Research Bulletin N°356, 1990, pp. 34- 41.
17. Khan, J. A., Xu, L., Chao, Y. J. « Prediction of Nugget Development during Resistance Spot Welding Using Coupled Thermal- Electrical- Mechanical model. », Science and Technology of Welding Joining: 1999, vol. 4 N° 4.
18. Oikawa, H. and Al « Resistance Spot Welding of Steel and Aluminum Sheet using Insert metal Sheet. », Science and Technology of Welding and Joining: 1999, vol. 4 N°2.
19. K. Tahar Chaouch, « Caractérisation du comportement thermo-electrique du noyau de soudure. », Mémoire de Magister en Mécanique : 1999/2000.
20. Khan, J. A., Xu, L., Chao, Y. J., and Broach, K. « Numerical Simulation of Resistance Spot Welding Process. », Journal of Computation and Methodology: 2000, part a, vol. 37.
21. « Etude de l'Influence des Epaisseurs sur la Position du Noyau en Soudage par Point. », Memoire de PFE en Mécanique : 2000.
22. « Modélisation Numérique du Transfert Thermique. », Livre de la méthode des volumes finis publié par l'université de Craiova : 2000.
23. Morrisson R.H., Krim, J. « Study of Contacts in an Electrostatically actuated Microswitch. », Elsevier science B.V: 2001.
24. Babu, S. S., Santella, M. L., and Al « Empirical Model of Effects of Pressure and Temperature on Electrical Contact Resistance of Metals. », Science and Technology of Welding and Joining: 2001, vol. 6 N°3.
25. De, A. and Theddeus, M. P. « Finite Element Analysis of Resistance Spot Welding in Aluminum. », Science and Technology of Welding and Joining: 2002, vol. 7 N°2.

26. De, A. « Finite Element Analysis of Resistance Spot Welding in Aluminum with Spherical tip Electrodes. », Science and Technology of Welding and Joining: 2002, vol. 7 N°2.
27. Min Jou. « Real time Monitoring Weld Quality of Resistance Spot Welding for the Fabrication of Sheet Metal Assemblies. », Elsevier science B.V: 2002.
28. « Etude du Déplacement du Noyau Fondu lors d'un assemblage par Point des Métaux à Différentes Epaisseurs. », Mémoire de PFE en Mécanique : 2003/2004.
29. Sun, X., Khaleel, M. A. « Resistance Spot Welding of Aluminum Alloy to Steel with Transition Material- Part II: Finite Element Analyses of Nugget Growths. », Welding Journal: 2004.
30. Chang, B. H. and Al. « Finite Element Analysis of Effect of Electrode Pitting in Resistance Spot Welding of Aluminum Alloy. », Science and Technology of Welding and Joining: 2005, vol. 10 N°1.
31. Y. Benkedda; K. Tahar Chaouch; B. Ibrir «Analyse Numérique du Problème de Déplacement du Noyau fondu en Soudage par Points de Tôles à différentes Epaisseurs. », J. physique IV France 124 (2005) 283-291.
32. « Modélisation des Transfert Thermiques dans une Opération de Soudage par Point. » Mémoire de PFE en Mécanique : 2005/ 2006.
33. « Analyse Modale des Structures des Ailes en Poutres. » Mémoire de PFE en Aéronautique : 2006/2007.