

UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA

Faculté des Sciences de l'Ingénieur
Département d'Aéronautique

THESE DE DOCTORAT

Spécialité : Aéronautique

**ESTIMATION DES PROPRIETES DYNAMIQUES D'UN SIGNAL
RADAR PAR L'UTILISATION DES METHODES SPECTRALES**

Par

LAGHA Mohand

Devant le jury de thèse composé de

S. BOUKRAA	Professeur,	U. de Blida	Président
M. BENSEBTI	Professeur,	U. de Blida	Rapporteur
M. PLANAT	Chargé de recherches,	CNRS France	Co-Directeur
D. BERKANI	Professeur,	E.N.P., Alger	Examineur
Y. SMARA	Professeur,	U.S.T.H.B., Alger	Examineur
H. SALHI	Maître de Conférences,	U. de Blida	Examineur

Blida, 2008

RESUME

Dans le domaine de l'aéronautique afin d'éviter les accidents dus aux perturbations météorologiques sévères, des radars basés sur l'effet Doppler sont utilisés. L'estimation sert à évaluer les paramètres spectraux de ces perturbations en temps réel. Ce travail est consacré à l'estimation des paramètres vitesse moyenne et variance des échos du vent afin d'évaluer les cisaillements. Les approches utilisées sont pulse pair, AR, DFT, ARMA (n, 1) et Ramanujan Fourier. Les résultats ont montrés que la méthode Ramanujan Fourier est prometteuse.

SUMMARY

In the field of aeronautics in order to avoid crashes caused by severe weather disturbances, radar Doppler-based are used. The estimate is used to evaluate the spectral parameters of this disturbance in real time. This work is devoted to the estimation of parameters and average speed variance echoes of the wind to assess the shears. The approaches are pulse pair, AR, DFT, ARMA (n, 1) and Ramanujan Fourier. The results have shown that the method Ramanujan Fourier is promising one.

ملخص

في مجال علم الطيران من اجل تجنب وقوع الحوادث التي تسببها الأحوال و الاضطرابات الجوية القاسية، عدة أجهزة رادار مبنية على مبدأ دوبلر (Doppler) تستعمل. عملية التقدير تستخدم لتقييم المعالم الطيفية لهذه الاضطرابات في الوقت الحقيقي. هذا العمل هو مكرس لتقدير المميزات الديناميكية لإشارة رادار حقيقية و المتمثلة في السرعة والتغير اللحظي. المناهج المستخدمة هي ARMA(n, 1), DFT, AR, pulse-pair و Ramanujan Fourier. وقد أظهرت نتائج خوارزمية Ramanujan Fourier أنها طريقة واعدة.

REMERCIEMENTS

L'élaboration de ce travail a été rendue possible grâce à l'aide de Dieu tout puissant, et à l'appui de plusieurs personnes, que je tiens à remercier en cette occasion :

Je voudrais remercier Monsieur M. Bensebti, qui a accepté la direction de cette thèse et qui ma fait bénéficier de son expérience dans le domaine des télécommunications et du traitement du signal. Mes vives remerciements vont également à Monsieur M. Planat, mon codirecteur de thèse qui ma soutenu pendant cette période et sans qui je n'aurais pas eu l'idée d'utiliser l'algorithme Ramanujan Fourier, pour l'estimation du spectre Doppler et qui ma accueilli à maintes reprises au sein de son laboratoire FEMTO-ST, CNRS UMR 6174, Besançon.

Je voudrais témoigner ma profonde reconnaissance à Monsieur S. Boukraa Chef de département d'Aéronautique de Blida (ex : I.A.B), qui a accepté de présider la commission d'examen de cette thèse et de m'avoir fournis son aide précieuse lors l'élaboration de ce travail.

Je remercie Monsieur T. Rezoug président du conseil scientifique du département d'Aéronautique, pour sa disponibilité et ces conseils et ces encouragements précieux.

Je tiens à remercier Monsieur H. Salhi, d'avoir accepté volontiers de participer à l'examen et à l'évaluation de ce travail et de me faire part de ces critiques et conseils.

Je remercie les professeurs, Monsieur Y. Smara et Monsieur D. Berkani, respectivement de l'université Houari Boumediene de Bab Ezzouar USTHB-Alger et de l'école polytechnique d'El Harrach E.N.P, d'avoir accepté de faire partie du jury d'examen.

Je suis particulièrement reconnaissant à Monsieur R.J. Keeler et Monsieur S. Ellis (NCAR-USA) pour leurs aides précieuses concernant la fourniture de données réelles d'un radar, ainsi qu'à leurs conseils et remarques constructives.

Une reconnaissance spéciale à mes parents et aux membres de ma famille pour leurs soutiens et leurs patiences.

Je remercie mes amis et mes collègues de travail pour leurs encouragements.

TABLE DES MATIERES

RESUME.....	
REMERCIEMENTS.....	
TABLE DES MATIERES.....	
LISTE DES FIGURES, ET TABLEAUX.....	
INTRODUCTION	11
1. RECHERCHES BIBLIOGRAPHIQUES.....	15
1.1 L'évolution de la technologie radar.....	15
1.2 Phénomènes détectés en météorologie	16
1.3 Modèles des échos météorologiques	18
1.4 Algorithmes d'estimations	18
2. TELEDETECTION METEOROLOGIQUE RADAR.....	26
2.1 Introduction.....	26
2.2 Le radar Doppler météorologique.....	26
2.2.1 La composition de base d'un système Radar.....	29
2.2.2 Choix de la fréquence et de la forme des ondes (émises).....	32
2.2.3 Les caractéristiques du faisceau d'antenne.....	33
2.2.4 Les ambiguïtés Doppler sur les mesures Radar.....	34
2.3 Les séries temporelles I & Q	36
2.4 La technique de double polarisation des radars Doppler	38
2.5 L'estimation des moments spectraux et des variables polarimétriques.....	38
2.5.1 Estimation de la réflectivité et de la puissance du signal reçu.....	42
2.5.2 Estimation de la vitesse Doppler.....	42
2.5.3 La réflectivité différentielle.....	43
2.5.4 Déphasage différentiel.....	43

2.5.5 Le coefficient de corrélation co-polaire.....	44
2.6 L'image de fond du sol (échos fixes - clutter sol)	44
2.7 Traitement spectrale paramétrique.....	45
2.8 Conclusion.....	46
3. ESTIMATEURS TEMPORELS ET FREQUENTIELS CLASSIQUES DES PARAMETRES DU SPECTRE DOPPLER.....	47
3.1 Introduction.....	47
3.2 Introduction aux processus stochastiques.....	48
3.3 Etude d'un processus aléatoire.....	48
3.3.1 Caractéristiques d'ordre 1.....	48
3.3.2 Caractéristiques d'ordre 2.....	49
3.3.3 Etude des notions de stationnarité et d'ergodicité.....	52
3.4 Estimation temporelle pulse-pair.....	53
3.4.1 Développement de l'algorithme pulse-pair.....	53
3.4.2 Principe de la méthode pulse-pair	56
3.4.3 L'interprétation géométrique de la méthode pulse-pair.....	59
3.5 Estimation spectrale via la méthode de Fourier.....	61
3.6 Estimation spectrale autorégressive (Modèle AR).....	62
3.7 Conclusion.....	63
4. DEVELOPPEMENT DES DEUX ESTIMATEURS ARMA A DEUX PAS DE PREDICTION ET RAMANUJAN FOURIER.....	65
4.1 Introduction.....	65
4.2 Problématique	66
4.3 Le concept de maximisation de la fonction d'entropie.....	69
4.3.1 La formulation paramétrique de Youla.....	72
4.3.2 La solution Maximum de la fonction d'Entropie.....	76
4.4 Le facteur Wiener maximisant la MMSE de prédiction à deux pas	77
4.5 Récapitulatif	83
4.6 Estimation du Spectre Doppler par la Transformée de Ramanujan Fourier.....	83
4.6.1 Contexte de l'introduction de la transformée Ramanujan Fourier.....	84

4.6.2 La transformée de Ramanujan Fourier.....	85
4.7 Conclusion.....	88
5. RESULTATS DES CALCULS.....	89
5.1 Introduction.....	89
5.2 Résultats de simulation des données I & Q.....	90
5.2.1 La modélisation <i>Gaussienne</i>	90
5.2.2 Modélisation <i>alpha stable S α S</i>	93
5.2.3 Génération des données de simulation.....	98
5.2.4 Résultats de Simulations et discussions	100
5.3 Données réelles.....	106
5.4 Partie filtrage	107
5.5 Caractéristiques statistiques des signaux reçus et l'estimation du spectre.....	110
5.6 Résultats des simulations.....	112
5.6.1 Méthode pulse-pair.....	113
5.6.2 Méthode de Fourier.....	115
5.6.3 Méthode autorégressive (Modèle AR d'ordre n).....	117
5.6.4 La méthode ARMA (n,1) à deux pas de prédiction.....	120
5.6.5 La transformée Ramanujan Fourier (RFT).....	122
5.7 Etude comparative des résultats des simulations.....	125
5.8 Conclusion.....	129
6. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES.....	132
REFERENCES	138
ANNEXE A	
ANNEXE B.....	
ANNEXE C.....	
ANNEXE D.....	
ANNEXE E.....	

LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX

Fig.2.1 : Propagation des impulsions radar	26
Fig.2.2 : Représentation PPI de la vitesse radiale estimée	27
Fig.2.3 : L'effet Doppler d'une cible mobile, (a) signal transmis, (b) fréquence négative, (c) fréquence positive	28
Fig.2.4 : Configuration typique d'un radar pulse Doppler	31
Tableau 2.1 : Les fréquences radar utilisées en météorologie	32
Fig.2.5 : Le cycle d'émission réception des signaux radar.....	33
Fig.2.6 : Les caractéristiques du faisceau d'antenne	34
Fig.2.7 : Représentation complexe des signaux I et Q	36
Fig.2.9 : Spectre Doppler et ses caractéristiques.....	37
Fig.2.10 : Domaine d'estimation spectral	38
Fig.2.11 : Spectre Doppler en fonction des vitesses non ambiguës	40
Fig.2.12 : Phénomènes multimodaux	41
Fig.3.1 : Principe de la méthode pulse-pair.....	56

Fig. 3.2 : Représentation 3D de la fonction d'autocorrélation complexe d'hélice.....	60
Fig. 4.1 : Filtre de Wiener pour un processus stationnaire.....	68
Fig. 4.2 : Représentation en cascade.....	73
Fig. 5.1 : Générateur de corrélation rapide FCG des séquences aléatoires I & Q	92
Fig. 5.2 : Représentation du spectre Doppler ($\alpha=1$), ($\alpha=1.5$), ($\alpha=2$).....	95
Fig. 5.3 : Spectre Doppler de puissance de l'écho radar et les signaux I & Q ($\alpha=1$)....	96
Fig. 5.4 : Spectre de puissance de l'écho et les signaux I & Q ($\alpha=1.5$).....	96
Fig. 5.5 : La puissance de l'écho météorologique et les signaux I & Q ($\alpha=2$).....	97
Fig. 5.6 : Spectre Doppler météorologique fonction de la vitesse Doppler.....	98
Fig. 5.7 : Organigramme de génération du spectre Doppler et des signaux I et Q	99
Fig. 5.8 : Effet du SNR sur le spectre Doppler et les signaux I et Q ($SNR=1$).....	102
Fig. 5.9 : Effet du SNR sur le spectre Doppler et les signaux I et Q ($SNR=10$).....	102
Fig. 5.10 : Effet du nombre ($n_{data}=128$) sur le spectre Doppler et les signaux (I, Q)...	103
Fig. 5.11 : Effet du nombre ($n_{data}=256$) sur le spectre Doppler et les signaux (I, Q)....	103
Fig. 5.12 : Effet du pic de puissance sur le spectre Doppler ($pp=125.10^3$ w).....	104
Fig. 5.13 : Effet du pic de puissance sur le spectre Doppler ($pp=250.10^3$ w).....	104
Fig. 5.14 : Effet de la largeur spectrale ($\sigma_v=0.25$) sur le spectre Doppler	105

Fig. 5.15 : Effet de la largeur spectrale ($\sigma_v = 1$) sur le spectre Doppler	105
Fig. 5.16 : Effet de la largeur spectrale ($\sigma_v = 10$) sur le spectre Doppler	106
Fig.5.17 : (a) séries temporelles I et Q; (b) spectre Doppler.....	107
Fig.5.18 : Série temporelle I détectée et filtrée (cellule de distance n° 1).....	108
Fig.5.19 : Séries temporelles Q détectée et filtrée (cellule de distance n° 1).....	109
Fig.5.20 : Séries temporelles IQ détectée et filtrée (cellule de distance n° 4).....	109
Fig.5.21 : Séries temporelles IQ détectée et filtrée (cellule de distance n° 4).....	110
Fig. 5.22 : Histogramme de la voie en phase I du signal radar.....	111
Fig. 5.23 : Histogramme de la voie en quadrature de phase Q du signal radar.....	111
Fig. 5.24 : Diagramme de réflexion de I en fonction de Q (non corrélé).....	112
Fig. 5.25 : Histogramme de la distribution $I^2 + Q^2$ du signal radar	112
Fig. 5.26 : Estimation de la vitesse moyenne du vent par la méthode pulse-pair.....	113
Fig. 5.27 : Estimation de la variance de la vitesse moyenne du vent, pulse-pair.....	114
Fig. 5.28 : Estimation de la largeur spectrale de la vitesse moyenne du vent, (pp).....	115
Fig. 5.29 : Spectre Doppler Fourier pour la cellule de distance N°1.....	115
Fig. 5.30 : Estimation de la vitesse moyenne du vent par la méthode de Fourier.....	116
Fig. 5.31 : Estimation de la variance de la vitesse moyenne du vent, (DFT).....	117

Fig. 5.32 : Estimation de la largeur spectrale de la vitesse moyenne du vent, (DFT)....	117
Fig. 5.33 : Spectre Doppler estimé par le modèle AR(3) cellule de distance N°1.....	118
Fig. 5.34 : Estimation de la vitesse radiale moyenne du vent, AR(3).....	118
Fig. 5.35 : Estimation de la variance de la vitesse moyenne du vent, AR(3).....	119
Fig. 5.36 : Estimation de la largeur spectrale de la vitesse moyenne du vent, AR(3)...	119
Fig. 5.37 : Spectre Doppler estimé AR(3,1) pour la cellule de distance N°1.....	120
Fig. 5.38 : Estimation de la vitesse radiale moyenne du vent par AR(3,1).....	121
Fig. 5.39 : Estimation de la variance de la vitesse moyenne du vent, ARMA(3,1).....	121
Fig. 5.40 : Estimation de la largeur spectrale de la vitesse moyenne, ARMA(3,1).....	122
Fig. 5.41 : Spectre Doppler Ramanujan Fourier, pour la cellule de distance N°1.....	122
Fig. 5.42 : Vitesse moyenne du vent estimée par la méthode RFT.....	123
Fig. 5.43 : Estimation de la variance de la vitesse moyenne du vent, RFT.....	123
Fig. 5.44 : Estimation de la largeur spectrale de la vitesse moyenne du vent, RFT.....	124
Tableau. 5.1 : Performances numériques des cinq méthodes utilisées.....	125
Fig. 5.45 : Spectre Doppler par les méthodes, AR(3) et RFT, pour la cellule N°1.....	126
Fig. 5.46 : Spectre Doppler estimé par , AR(3) et ARMA(3,1), pour la cellule N°1.....	126
Fig. 5.47 : Vitesse moyenne estimée du vent par les différents estimateurs.....	128

Fig. 5.48 : Variance de la vitesse moyenne par les différents estimateurs..... 128

Fig. 5.49 : Largeur spectrale du vent estimée par les différents estimateurs..... 128

INTRODUCTION

Les phénomènes météorologiques sévères tels que les vents, les tornades, les pluies torrentielles sont considérés comme étant dangereux en aviation. Ils vont à l'encontre des performances des avions. Ils peuvent gêner la guidance et même la visibilité directe du pilote (Runway Visual Range) RVR. Par voie de conséquence ils peuvent être la cause d'un accident aérien.

Ces phénomènes sévères se caractérisent par des propriétés dynamiques extrêmes. Ces propriétés peuvent aller au delà de 60 km/h en vitesse moyenne des vents et moins de 100 m en visibilité directe RVR, [1], [2], [3].

L'un des premiers scientifiques qui s'est intéressé à ce type de phénomènes est le professeur T. Fujita. Il a expliqué un phénomène météorologique en enquêtant sur les circonstances du déroulement de l'accident aérien du Boeing 727 de la compagnie Eastern Airlines provoqué à New York en 1975. Il a utilisé le mot « Downburst » qui veut dire rafale de vent descendante, [4], [5], [6].

Pendant de très longues années, les accidents aériens au voisinage des aéroports restaient imprévisibles et inévitables à cause des moyens d'observations et de détection, qui étaient encore au stade de développement. Il existe plusieurs types de détecteurs ou senseurs selon la nature de la technologie utilisée. On trouve celle basée sur des capteurs de pression, d'anémométrie et de température. Comme on trouve également celle basée sur la télédétection radar (ondes électromagnétique, et/ou optique, ou sonore tel que le profileur de vents).

Le développement de la technique de télédétection radar en météorologie a eu lieu vers les années soixante dix. A cette époque cette technique permettait l'observation de plusieurs phénomènes météorologiques en fournissant le taux de précipitation. Mais à cette époque, ces radars n'offraient pas encore la possibilité d'estimation de la vitesse moyenne et de l'étendue, ainsi que d'autres paramètres dynamiques caractérisant ces phénomènes météorologiques, [7], [8], [9].

Le rôle de l'estimation est de donner des valeurs approximatives représentatives de sorte à minimiser le temps de réaction du radar (opérations en temps réel) et la capacité de calcul et de stockage des données.

De ce fait, après l'avènement et le développement de processeurs de signaux puissants et surtout avec l'essor qu'a connue l'informatique, il y a eu le développement d'une nouvelle catégorie de radars à impulsions dit « à effet Doppler ». L'effet Doppler permet de détecter le changement des fréquences liées aux caractéristiques des perturbations atmosphériques. Il permet aussi d'estimer par la suite leurs vitesses de déplacement moyennes, leurs variances et directions et leurs étendues spectrales, [10], [11], [12].

Pour illustration l'estimation dans ce texte est limitée aux propriétés dynamiques des signaux radar, d'un phénomène météorologique de pluie accompagnée de rafales de vent (voir annexe A et B). Cette perturbation a été prise en juillet 1997 sur l'aérodrome de l'état de Memphis Tennessee (USA), avec un radar à impulsions Doppler de type WSR-88D, travaillant à la bande de fréquences S. De plus, l'écho de la perturbation météorologique capté au niveau du récepteur radar est sous forme de séries temporelles appelées signaux radar I & Q , [11-13].

Les études réalisées dans le domaine de la télédétection radar appliquée à la météorologie par l'intermédiaire d'un radar pulse Doppler ont été orientées sur des phénomènes avec des niveaux significatifs de réflectivité logarithmique radar Z . Ces phénomènes sont connus sous le nom de perturbations météorologiques humides [12], [13]. La classification des perturbations météorologiques en tant qu'humide ou sèche est quantitative et se fait par fixation de seuils de réflectivité. Une tempête de pluie a généralement une réflectivité logarithmique Z allant de 50 à 60 dBz [12], [13].

Une rafale de vent avec une réflectivité logarithmique supérieure à 25 dBz , est ainsi considérée comme humide, alors qu'une micro rafale de vent avec une réflectivité de moins de 20 dBz est considérée comme sèche, [12], [13].

Les niveaux de puissances forts des échos de perturbations de vents humides offrent une souplesse et une facilité de détection. Contrairement aux perturbations sèches qui nécessitent un traitement de signal plus sophistiqué, car ses volumes primaires des réflexions constituées de particules de poussière et d'insectes possèdent une réflectivité beaucoup plus faible en énergie captée au niveau du récepteur radar, [12], [13], [14]. L'étude proposée consiste essentiellement à

appliquer quelques méthodes de traitement du signal, pour l'estimation de la vitesse moyenne radiale de la perturbation du vent, de sa variance et de sa largeur spectrale.

L'écho représentant la perturbation météorologique est généralement modélisé par une loi de distribution *Gaussienne* stationnaire au sens large. Cette hypothèse d'un modèle gaussien ne sera pas toujours utilisée, car le spectre de puissance d'un signal radar reçu est souvent sujet à des imperfections spectrales dues aux échos fixes du sol, [13], [14].

D'autre part, par souci d'une meilleure représentation de l'écho météorologique radar, on a modélisé le spectre des signaux radar I & Q , par la loi α -stable. Cette loi n'est autre qu'une gamme de plusieurs distributions comprises entre celle de *Cauchy* et de *Gauss* (distribution de Lévy).

L'estimation des paramètres spectraux de l'écho météorologique de la perturbation du vent se fera à l'aide de deux approches différentes. La première est dans le domaine temporel et basée sur le calcul de la fonction d'autocorrélation des signaux radar complexes $Z_k(I, Q) = I + jQ$, appelée algorithme pulse-pair. La seconde approche travaille dans le domaine fréquentiel et est basée directement sur l'estimation du spectre de puissance via l'utilisation de la transformée de Fourier, (Algorithmes de Fourier et du modèle Autorégressif AR).

L'un des premiers objectifs de cette thèse de doctorat est celui de la réduction du temps de calcul et l'amélioration de la qualité des estimations. Ces estimations de la vitesse moyenne et de la variance sont réalisées par les méthodes classiques précédemment citées. Pour cela, on propose d'autres algorithmes d'estimations comme nouvelles alternatives à l'estimation de ces mêmes paramètres. En premier lieu, on propose l'algorithme ARMA (n, 1) à deux pas de prédiction (modèle autorégressif à moyenne mobile), qui est basé sur le critère de minimisation de l'erreur quadratique (MMSE), lors de l'estimation de la densité spectrale de puissance du signal radar, [16], [17], [18]. On introduit, ensuite un nouvel outil de traitement du signal se basant sur les sommes de Ramanujan $c_q(n)$, adapté à l'analyse de séquences arithmétiques avec plusieurs résonances p/q , [19]. De nouveaux résultats sont fournis par l'utilisation de la transformée Ramanujan Fourier (RFT).

La qualité des estimations de la vitesse moyenne et de la variance, du spectre Doppler de la perturbation du vent que nous ferons à l'aide des estimateurs pulse-pair, Fourier, AR, ARMA (n, 1) et RFT sera discutée après une étude comparative détaillée entre les résultats des différents estimateurs déjà précités.

Cette thèse se compose de cinq parties. Dans la première partie on expose une introduction générale au thème et à la problématique traitée, qui consiste en l'estimation des propriétés d'un écho radar. Dans le deuxième chapitre on présente les principes de la télédétection radar météorologique, ainsi que les différentes méthodes de traitement de signal utilisées dans ce domaine. Le troisième chapitre porte sur le développement des méthodes classiques d'estimation des moments spectraux. Ces derniers sont d'ordre zéro, un et deux, et en l'occurrence les méthodes pulse-pair, FFT (Fast Fourier Transform) et Autorégressive (AR). Dans le quatrième chapitre, on propose un développement détaillé de la méthode k-step prediction et plus particulièrement le cas à 2 pas de prédiction. De même un développement détaillé de la méthode Ramanujan Fourier sera fourni dans cette section. Le cinquième chapitre présente les résultats des calculs du spectre Doppler par les différentes méthodes classiques en comparaison avec les deux nouvelles méthodes proposées ARMA (n,1) et la transformée de Ramanujan Fourier (RFT), [33].

Finalement, des conclusions sont tirées ainsi que des perspectives d'axes de recherches susceptibles d'être abordés dans le futur.

CHAPITRE 1

RECHERCHES BIBLIOGRAPHIQUES

Ce chapitre est consacré à la revue des principaux travaux de recherches, effectués dans le domaine de la télédétection radar météorologique. Ce chapitre se compose de plusieurs sous sections; En premiers lieu, il porte sur l'évolution des radars en général et des radars météorologiques en particulier, puis les différents phénomènes détectés par les radar météorologiques et les travaux liés aux estimateurs de traitement des signaux radar seront abordés.

1.1 L'évolution de la technologie radar

Le premier chercheur à avoir marqué le début du développement de la théorie des ondes électromagnétiques est J. C. Maxwell, en 1868 il a énoncé les lois de l'électromagnétisme et a permis la description des phénomènes électromagnétiques complètement par des équations mathématiques [1], [2]. Dans le même contexte de développement, en 1889 H. R. Hertz a démontré que les ondes sont réfléchies par les objets métalliques, [1-2]. Le terme radar signifie détection d'objets par ondes radio électromagnétiques, et l'un des premiers brevets déposés concernant cet outil de détection, est celui de l'allemand C. Hulsmeyer en 1904, où il a démontré la possibilité de détecter des bateaux par un temps de brouillards, et vers les années 1917- 1920, le scientifique N. Tesla a élaboré les concepts théoriques (fréquences et puissances) des futurs radars, [3]. Et ce n'est que vers 1935 que le britannique R.W. Watt est reconnu comme l'inventeur officiel du radar, [3].

Durant la deuxième guerre mondiale, les radaristes des armées alliées, se sont intéressés à la contamination des échos des avions ennemis détectés par les échos des précipitations météorologiques (pluie, neige, grêle,), [1], [3], [4].

Après la fin de cette guerre, aux États-Unis le scientifique D. Atlas a formé un groupe de travail mixte entre le NSSL, NCAR et le l'institut MIT, pour le développement des radars météorologiques. Au Canada c'est J. S Marshall et R. H. Douglas qui ont formé le groupe

«Stormy Weather Groupe », à l'université McGill de Montréal, ils seront à l'origine de la relation $Z-R$, entre la réflectivité radar Z et le taux de précipitation R , [3].

Vers la fin des années 1980 et jusqu'à 2000, l'utilisation des réseaux radar se généralisent aux états unis et au canada et même en Europe, et les radars classiques conventionnels sont remplacés par les radars à effet Doppler, capables de détecter non seulement les taux de précipitations mais aussi les vitesses des précipitations météorologiques.

Aux Etats-Unis d'Amérique, le développement de ces radars commence en 1988 qui sont de longueur d'onde de 10 cm connu sous le nom de NEXRAD (Next Génération Radar), et qui représente un réseau de radar pulsé à effet Doppler de longue portée. Il y a également une autre catégorie de radars de portée réduite qui se déploient aux abords des aéroports appelés TDWR, également à effet Doppler, utilisés pour les phases terminales des aéroports (décollages et atterrissages), [4], [5].

L'essor qu'a connu l'informatique en général et les processeurs en particulier a permis le développement des techniques de traitement des signaux et des données radars en temps réels, et les techniques de visualisation (PPI, CAPPI, Cumul de précipitations, indicateur plan de position). Cet essor a permis également les algorithmes de détections des phénomènes sévères et leurs prévisions, [4], [5].

L'une des techniques radar récentes, sur laquelle les chercheurs se sont penchés après 2000, c'est la double polarisation du signal radar (composante H et V), et ce dans un but d'améliorer la détection et l'estimation des précipitations météorologiques (voir 2.4) , [2], [3], [6].

Depuis 2003, des recherches sont en cours pour développer et utiliser les réseaux d'antennes à commande de phase pour remplacer le balayage mécanique par des balayages électroniques, plus rapides, [7], [8].

1.2 Phénomènes détectés en météorologie

En 1988, le département américain des transports a annoncé une nouvelle mesure stipulant que, tout aéronef commercial doit être équipé d'un système avertisseur de cisaillement de vent à basse altitude LAWS, et s'est fixé une date limite au 2 janvier 1991. Mais en 1990, cette instruction est révisée, pour permettre ainsi une extension de dates limites jusqu'à 1993, ce qui coïncide avec la date de mise en œuvre du système d'avertisseur de collision TCAS II, [5].

La première phase de développement des radars météorologiques consiste, en des systèmes aéroportés et de détection de phénomènes dangereux, c'est ainsi que les chercheurs dans ce domaine ont fait appel à la technologie pulse Doppler pour résoudre ce problème, [4], [5]. Cette technique de détection sera employée dans les systèmes terrestres, comme le radar terminal pulse Doppler TDWR et le réseau de la surveillance météorologique radar NEXRAD.

Un des buts primaires des radars météorologiques est de fournir des avertissements opportuns sur les phénomènes sévères, tels que les tornades, les vents, et les microrafales de vent. Il doit aussi fournir des prévisions à long terme de l'endroit et du niveau de la sévérité de ces phénomènes, par le biais d'algorithmes numériques et de techniques de prévision, [5], [6], [7], [8], [9].

Les radars actuels fournissent des avertissements et des temps de prévisions de ces phénomènes allant jusqu'à 30 minutes, [2], [9].

Pour ce qui est des tornades définies comme tourbillons de vents, un radar Doppler météorologique, peut seulement mesurer la composante radiale. Par conséquent, les mesures exactes des vitesses des vents ne sont généralement pas possibles. Cependant, des vents ou les vortex tournants peuvent être détectés et leurs intensités sont mesurées en mesurant simplement le changement de la vitesse radiale (cisaillement), variant avec l'angle d'azimut. En 1969, Armstrong et Donaldson, [9], étaient les premiers à employer ce changement en vitesse, pour détecter les tornades. La valeur de ce cisaillement azimutale est estimée à 10^{-2} ms^{-1} , [28]. En 1985, Wilson et Roesli, montrent un excellent exemple d'une signature de vortex de tornade (TVS) incorporé dans un plus grand cyclone, [9].

Pour ce qui est microrafales de vent, et en 1977, Fujita et Caracena ont identifié, pour la première fois le phénomène de microrafale comme étant la cause d'un accident d'avion de ligne qui a eu lieu en 1975. La microrafale de vent est définie comme un, courant descendant de courte durée émanant d'une convection de masses d'air. Des descriptions plus détaillées de l'évolution et des dimensions d'une microrafale de vent sont donnés par Fujita, McCarthy et Serafin, respectivement en 1985 et 1984, [3], [4], [9].

La détection des microrafales de vent, comme la détection de tornades, est accomplie en estimant le cisaillement, [3]. Cependant, dans le cas de la microrafale de vent, c'est le cisaillement radial de la vitesse radiale qui est typiquement mesurée.

Le problème de la détection des phénomènes météorologiques sévères reste d'actualité, vu leur effet direct sur l'activité humaine en général, et celui de l'aviation en particulier, [3]. On détaillera dans le chapitre 2, la télédétection radar en météorologie.

1.3 Modèles des échos météorologiques

Les premiers travaux traitant de la modélisation des échos de précipitation radar météorologique, sont énoncés par D.S Zrnić et al. en 1975, et repris dans les travaux de R.J. Serafin et al. en 1977, [1], [2], [3], [5]. Ces travaux stipulent que les échos météorologiques détectés par des radar pulse Doppler obéissent au modèle Gaussien de Bande étroite. Ces mêmes travaux seront repris par la suite par l'italien G. Galati et al en 1995, [10], où il a élaboré un programme de simulation des signaux radar météorologiques, en les supposant qu'ils obéissent à la loi Gaussienne. Ce programme de simulation a été élaboré en considérant la nouvelle technique radar de double polarisation (Signaux H et V).

Par ailleurs le modèle Gaussien, n'est pas toujours recommandé dans la littérature dédié à ce domaine, pour la modélisation des échos météorologiques, ce qui fut signalé par R.J. Keeler et R.E. Passarelli en 1990, [4]. Dans leurs travaux ont signalé que le modèle de distribution Gaussienne, n'est pas toujours adéquat pour modéliser un écho radar météorologique en basse altitude, et en présence d'un bruit impulsif, provenant des véhicules ou même des objets présent sur un aéroport. La présence d'un tel bruit se manifeste sur le spectre Doppler par des imperfections spectrales (spikes).

Dans le cadre de l'élaboration cette thèse de doctorat on a proposé une nouvelle modélisation des échos météorologiques, susceptible de mieux représenter les effets des bruits. Cette nouvelle modélisation est connue comme étant la lois de Levy ou encore modèle alpha stable [4], [11], [12].

1.4 Algorithmes d'estimations

Depuis l'apparition du radar météorologique à impulsions Doppler vers la fin des années soixante dix, [13], [14], les estimations des caractéristiques spectrales des échos radar météorologiques reçus, tels que les moments d'ordre zéro, un et deux (soit, la puissance de l'écho, sa vitesse radiale moyenne et sa variance), sont devenues possible grâce aux travaux réalisés par plusieurs chercheurs, dans le domaine du traitement du signal en général et celui du radar météorologique en particulier.

Le traitement du signal radar a pour objectif essentiel l'estimation et l'évaluation de la densité spectrale de puissance (*PSD*) des processus rencontrés. Dans le cas des spectres continus, on peut aborder ce problème par le biais de techniques non paramétriques (périodogrammes lissés, périodogrammes moyennés, etc....) ou de techniques paramétriques basées sur des modèles linéaires. En ce qui concerne les spectres de raies, les techniques les plus couramment

utilisées sont le périodogramme et les méthodes à base de modèles de sinusoides (exemple : Prony, Pisarenko, MUSIC, etc.) [4][5].

Dans ce qui suit nous essayons de voir quelles sont ces techniques de traitement du signal les plus utilisées pour l'estimation de ces caractéristiques spectrales des échos météorologiques détectés.

Pour l'ensemble de ces techniques deux approches différentes sont employées pour estimer les caractéristiques spectrales de l'écho météorologique Doppler reçu. Une première approche dans le domaine des fréquences, tandis que l'autre approche est basée dans le domaine temporel [4]. Ces deux approches d'estimation supposent que les données à traitées sont modélisées en processus aléatoires et possèdent en général un spectre de puissance de distribution Gaussienne [4], [5], [14].

Les premières techniques simples pour l'estimation du spectre de puissance du signal radar Doppler et de ses moments dans le domaine des fréquences, ont été développées en 1982 par S. Haykin et Cadzow [3], [4], [15]. Cependant, quelques hypothèses de travail doivent être prises en compte d'abord. Car il faut assumer implicitement un modèle de données pour les spectres des échos météorologiques et ceux du bruit quand nous choisissons une technique d'estimation spectrale (fréquentielle).

Des modèles de données spécifiques, comme celui d'une somme de sinusoides ou celui d'un bruit blanc passé à travers un filtre de bande étroite seront mieux analysés par une technique d'analyse spectrale compatible avec le modèle de données en question [16], [17].

En 1982 Robinson a souligné ce point dans son étude historique de l'estimation spectrale [4]. Et en 1987, Marple a souligné l'importance d'une analyse adéquate pour un modèle de données approprié. Il le mentionne ainsi dans une étude très bien organisée sur ces techniques d'estimations spectrales classiques et modernes en utilisant des techniques numériques [9].

L'une des premières techniques de traitement dans le domaine des fréquences, est celle de Fourier qui est utilisée pour l'estimation du spectre de puissance du signal radar Doppler. Ce dernier peut être estimé à partir de la transformée de Fourier discrète (DFT) du signal complexe $Z_k(I, Q)$, (noté aussi Z_k), reçu au niveau du récepteur radar et qui comporte deux voies, une en phase I et l'autre en quadrature de phase Q . Cette transformée (DFT) décompose les données observées en une somme de N sinusoides ayant une amplitude et une phase qui reproduiront exactement les données observées, [3], [4], [9].

Il est bien facile de prouver que les N composantes discrètes sont adéquates pour la reconstruction entière du spectre continu aussi longtemps que les échantillons complexes des

données $Z_k(I, Q)$ sont pris à un temps égal ou plus grand que la largeur de bande du signal [4], [5]. L'avantage de cette mesure complète du spectre Doppler est que les impuretés spectrales telles que les échos fixes (clutter), et les spectres des bruits peuvent être supprimés par des algorithmes intuitifs [5], [6], [7].

Le périodogramme est connu comme étant un estimateur qui utilise la DFT et qui est communément employé dans le domaine du radar météorologique, ainsi que dans d'autres domaines, c'est un estimateur de spectre de N points pour lesquels l'écart type de chaque valeur spectrale est égal à sa valeur moyenne [5]. Habituellement plusieurs spectres sont approximés par une moyenne d'une série temporelle, où plusieurs points sont lissés pour améliorer l'exactitude dans le périodogramme [4], [5].

Le périodogramme est défini comme étant le carré de l'amplitude de la transformée de Fourier de la séquence $Z_k(I, Q)$ multiplié par une certaine fenêtre, (Blackman et Tukey, 1958; Cooley et Tukey, 1965; Oppenheim et Schaffer, 1975), [4].

Les fonctions de ces fenêtres ont généralement une valeur maximale centrée sur la série temporelle et sont effilées presque à zéro aux extrémités. Cet effilement réduit les pertes spectrales d'énergie engendrées par les discontinuités induites par l'opération d'échantillonnage des données radars reçues [3], [4], [5].

Donc, l'opération de fenêtrage réduit également efficacement le nombre de points de la série temporelle des données. La fenêtre la plus simple est $h_k = 1$ (h_k : est la fonction de transfert du filtre utilisé). Cependant cette fenêtre ne pose aucun problème pour l'estimation de la vitesse moyenne et la variance du signal désigné, mais si un écho fixe (clutter) est présent, alors le pic de puissance de l'écho fixe et des pertes spectrales sur tout l'intervalle de Nyquist (Intervalle de vitesse non ambiguë) peuvent masquer les échos météorologiques des autres précipitations [3], [4].

Le périodogramme fenêtré $P(f)$ du spectre de puissance, peut être évalué à n'importe quelle fréquence f dans l'intervalle de Nyquist. On utilise en général la transformée de Fourier rapide (FFT), qui est une technique très efficace pour l'estimation de la densité spectrale de puissance $P(f)$ aux N fréquences discrètes équidistantes comme l'a mentionné Welch, en 1967 [4]. Bien que l'algorithme FFT soit attribué à Cooley et à Tukey en 1965, il y a eu une recherche récente dans l'histoire de la transformée de Fourier rapide FFT, effectuée par Heideman en 1984, et qui attribue un algorithme très similaire à l'algorithme FFT pour le calcul des coefficients d'une série de Fourier finie au mathématicien allemand Gauss [5], [9].

Et apparemment la première implémentation de l'algorithme FFT sur un processeur de signal radar météorologique a eu lieu en décembre 1970 sur le radar CHILL de l'université (Chicago/Illinois) [4].

Ces techniques mentionnées ci-dessus de la transformée de Fourier ont été comprises depuis la période de Fourier et de Gauss et mentionnées par Jenkins et Watts (1968), [4], [18]. Seulement tout récemment les techniques basées sur les estimations de covariance et des concepts probabilistes se voient ainsi explorées.

En effet Kay et Marple en 1981, Childres en 1978 leurs ont donnés un nom de techniques paramétriques "Analyse moderne du spectre", et en 1987, Marple précise que les méthodes d'entropie maximum (ME), le maximum de vraisemblance (ML), et d'autres techniques sont modernes du fait que les courtes séquences de données utilisées produisent des résolutions spectrales mieux que l'inverse de la durée de ces données, qui est une caractéristique des estimateurs spectraux classiques.

En outre, il y a eu le développement des algorithmes numériques rapides qui peuvent faire l'objet d'implémentation matérielle pour exécuter les calculs dans les délais de temps exigés. Cet intérêt pour des estimateurs alternatifs de spectre de puissance peut être expliqué en classant les améliorations par catégorie prévues en tant que résolution accrue ou de stabilité accrue. En 1982 Jaynes et en 1986 Makhoul ont tenté de clarifier quelques confusions et notions fallacieuses liées aux techniques du maximum d'entropie [4].

L'analyse spectrale maximum d'entropie (ME) estime le spectre en utilisant des techniques paramétriques pour définir le spectre. Ces paramètres sont typiquement dérivés des échantillons des données ou d'un certain nombre de séquences d'autocorrélation estimées. La technique (ME) a été développée par J. P. Burg (en 1967, 1968, 1975), [3], [4], [5], comme technique de prospection géophysique pour la mesure de haute résolution des réflexions des ondes soniques et de leurs vitesses.

En 1975, Makhoul a montré que le modèle de spectre (ME) tout pôles peut approximer n'importe quel spectre arbitrairement et de façon étroite en augmentant son ordre L . Il montra aussi que l'estimateur (ME) des spectres, réduit au minimum le rapport logarithmique du spectre estimé sur celui du vrai spectre intégré sur l'intervalle de Nyquist. La communauté des radaristes MST (Kostemeyer, 1986) et la communauté développant le système lidar (Keeler et Lee, 1978) ont employé la méthode du maximum d'entropie (ME) pour caractériser les cibles atmosphériques [4], [19].

En 1978 Sweezy, et en 1983 Mahapatra et Zrnić ont calculé des estimations de spectres avec l'estimateur maximum d'entropie (ME) pour des données de radar météorologiques

simulées et les ont comparées avec ceux de Fourier et ceux de l'algorithme pulse pair. En 1982 Haykin décrit comment que des techniques de maximum d'entropie (ME) peuvent être appliquées au traitement du signal d'un radar Doppler [4].

Des échos atmosphériques de précipitations ou de turbulences, peuvent être modélisés par un modèle (AR) autorégressif comme étant un bruit filtré par un filtre à bande étroite. Les techniques (AR) et de Fourier semblent représenter les estimateurs spectraux essentiels, bien que peu de travaux quantitatifs soient disponibles pour la comparaison dans ce domaine d'application [4], [5].

En 1971, Vanden Bos, et en 1975, Ulrych et Bishop ont montré que l'estimation (ME) est équivalente à celle des moindres carrés en temps discret [4]. Par ailleurs, et comme le bruit est toujours additif aux observations, le modèle autorégressif à moyenne mobile (ARMA) est le modèle le plus approprié pour l'approximation du spectre de puissance (Cadzow, 1980; Marple, 1987), [4], [5], [19].

La justification de l'étude des spectres avec la technique (ME) consiste dans sa capacité d'estimer les spectres complets en utilisant seulement les premiers termes de la fonction d'autocorrélation plutôt que les premiers termes de l'algorithme pulse pair ou bien de tous les termes avec la transformée de Fourier (Radoski, 1975). Cette propriété s'avère très importante, quand l'ensemble des données prélevées sont très courtes [4].

En 1976, Baggeroer a calculé les limites de fiabilité pour l'estimateur (ME) des spectres qui soient applicables aux échos atmosphériques. L'ordre de l'estimateur spectral (ME) définit le nombre de termes et le nombre de pôles du filtre par lequel le bruit blanc est passé, modélisant ainsi les données radars [4]. Un ordre plus important, permet la représentation spectrale exacte des détails spectraux non gaussiens. Par exemple, un écho atmosphérique faible en présence d'un écho fixe de sol beaucoup plus fort [4], [5].

Le concept de base de l'estimation (ME), consiste dans l'emploi des données d'entrée échantillonnées pour le calcul des termes $R(0)$, $R(1)$, ..., $R(L)$ pour l'ordre L de l'estimateur. Des termes additionnels sont réalisés en exigeant que l'entropie de la fonction de densité de probabilité ayant la fonction prolongée d'autocorrélation soit maximisée.

Cette fonction prolongée d'autocorrélation permet le calcul des coefficients pour un filtre blanchisseur ou un filtre linéaire de prédiction [15]. Le spectre fourni par l'estimateur (ME) est calculé à partir des coefficients de ce filtre. Les estimations des coefficients du filtre peuvent être rapidement calculées avec l'algorithme de Levinson ou de prédiction linéaire comme déjà mentionner par Makhoul, en 1975 et par Anderson, en 1978, [15].

Ce filtre optimum d'ordre L réduit au minimum l'erreur de prédiction. L'estimateur du maximum d'entropie (ME) d'ordre L peut alors être calculé par:

$$S_{ME} = \frac{\sigma^2(L)}{\left| 1 - \sum_{m=1}^L a_m \exp(-j2\pi fm) \right|^2} \quad (1.1)$$

Où a_m sont les éléments de la matrice A et $\sigma^2(L)$ est l'erreur finale de prédiction. En 1967 Burg, a proposé la technique "Bakward-Forward" qui permet d'estimer les coefficients linéaires de prédiction directement à partir des données qui permettent fréquemment plus de détails visibles sur le spectre de puissance [4].

Smylie en 1973, Haykin et Kesler en 1976 donnent la forme complexe de l'estimateur spectral du maximum d'entropie (ME). Keeler et Lee, en 1978 et Mahaparta et Zrnić, en 1983 ont montré que l'estimateur pulse pair est identique à l'estimateur du maximum d'entropie (ME) d'ordre un ($L=1$), [4], [5].

Notons que la communauté scientifique des radaristes météorologiques avait employée le plus simple des estimateurs (ME) pendant presque deux décennies. Il reste toujours un axe de recherche très actif dans le domaine du traitement du signal radar (Haykin, 1982) [15].

Ces techniques précédemment citées, et en l'occurrence celle de Fourier, du périodogramme, et de l'estimateur Maximum d'entropie (ME), ont une propriété commune qui consiste dans le calcul et le traitement dans le domaine des fréquences; D'où l'appellation de méthodes spectrales.

L'arrivée de l'estimateur pulse pair (pp), appelé également technique de covariance ou d'autocorrélation complexe dans le domaine temporel contrairement aux estimateurs précédents (FFT, ME), mentionné par (Rummler, 1968; Woodman et Hagfors en 1969; Miller et Rochwarger, 1972; Berger et Groginsky, 1973; Woodman et Guillen, 1974) [4], [15], [20]., pour l'estimation de la vitesse moyenne et de l'étendue spectrale a révolutionner le domaine de l'estimation des caractéristiques spectrales, puisque l'algorithme a été développé au moment où on pouvait faire une implémentation et une mise en application sur un circuit électronique pour un nombre significatif d'échantillons de données des échos météorologiques reçus et par conséquent la réduction du temps d'exécution [4], [5].

En 1972, Lhermitte et Groginsky, étaient les premiers à avoir utilisés cette technique sur des processeurs de signaux et sur des radars météorologiques [4]. Cependant, l'utilisation de cette

technique dite de covariance pour les mesures de vitesses a apparemment été employée pour la première fois en mars 1968 pour des mesures de vitesse dans la couche ionosphérique (Byron M. Keel, Tech Memo. 1996). [4], [16].

En 1974, Woodman et Guillen ont également effectué des estimations de vitesses par cette méthode de covariance dans la couche mésosphère en utilisant les données du radar MST de Jicamarca prélevées en 1970 [4].

Ce développement de l'algorithme de covariance pour les radars MST était indépendant des travaux de Rummler [16]. L'algorithme pulse pair à été sujet à une utilisation croissante de la part de la communauté scientifique développant l'utilisation du radar à effet Doppler (Groginsky, 1972; Lhermitte, 1972; Sirmans, 1975; Lhermitte et Serafin, 1984) [4].

D'autres algorithmes du domaine temporel tels que le changement vectoriel de phase rapportés par Hyde et Perry, en 1958 [4], et le changement scalaire de phase rapportés par Sirmans et Doviak, 1973 [16]. Sont étroitement liés à l'estimateur pulse pair, mais leurs performances sont médiocres. Et en 1975, Sirmans et Bumgarner comparent les résultats de ces derniers avec ceux d'autres estimateurs fonctionnant dans le domaine fréquentiel [4].

Il est bien connu que les premiers termes de la fonction d'autocorrélation sont suffisants pour déduire les paramètres spectraux d'intérêt à partir d'un spectre de puissance d'un signal radar reçu. Papoulis en 1965 et en 1984, Bracewell en 1965, et Woodman, Guillen en 1974, Passarelli et Siggia en 1983, montrent que la fonction d'autocorrélation peut être représentée par un développement en série de Taylor en termes de moments centraux du spectre Doppler avec des moments d'ordre bas [5]. En d'autres termes, les premiers termes de la fonction d'autocorrélation contiennent l'information des moments d'intérêts. Toute la puissance reçue doit être corrigée pour éliminer l'effet du bruit [14], [20].

Et parmi les travaux récents dans le domaine de la simulation des échos radar météorologiques on peut citer ceux de l'équipe de G. Galati et al. (1995) et ceux D Palmer en 2002, qui ont élaborés des routines de génération et de simulations des données radar (voies et I et Q) [21], [22].

Pour ce qui des travaux récents dans le domaine, de l'estimation spectrale des paramètres dynamiques d'un signal radar, ils datent de 2003 et de 2007 respectivement et sont élaborés par l'équipe de S. Bachmann et D. Zrnić, qui ont élaborés des algorithmes d'estimation de présence d'insectes et d'oiseaux en ciel claire [8].

A travers cette recherche bibliographique sommaire dans le domaine de l'estimation des propriétés spectrales des échos météorologiques reçu, on a constaté que les différents estimateurs utilisés à cet effet ont été développés au fur et à mesure que les techniques du traitement numérique du signal et les découvertes technologiques dans le domaine de la microinformatique apparaissaient.

CHAPITRE 2

LA TELEDETECTION RADAR METEOROLOGIQUE

2.1 Introduction

Ce chapitre porte sur le fonctionnement des radars météorologiques pulse Doppler et leurs modes d'acquisition et de traitement (figure 2.1). On discutera deux modes conventionnels de traitement (domaine temporel et domaine fréquentiel), utilisés pour le calcul des moments spectraux et des paramètres des signaux radar acquis au niveau du récepteur. Cette discussion sera suivie d'une revue détaillée de l'estimation des moments spectraux et du calcul des variables polarimétriques à partir d'un spectre Doppler (domaine fréquentiel). On discutera également de la réduction des effets des échos fixes du sol (clutter sol). On termine cette section par la proposition de nouvelles techniques alternatives d'estimation spectrales.

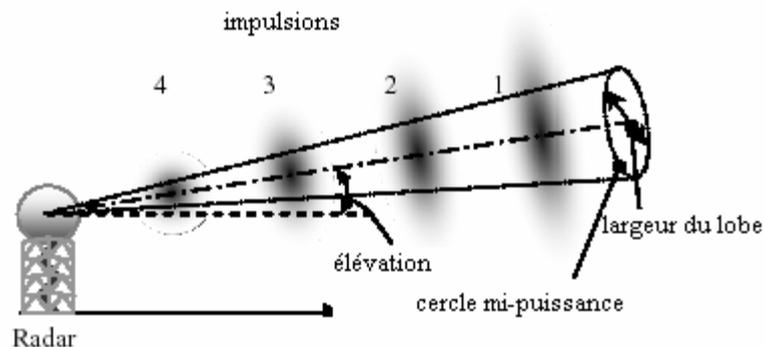


Figure 2.1 : Propagation des impulsions radar

2.2 Le radar Doppler météorologique

Le radar transmet de l'énergie électromagnétique RF par le biais de signaux et détecte les échos réfléchis [1], [2]. La représentation du signal reçu est sous la forme d'un plan de position Plan Position Indicator PPI, comme illustré par la figure 2.2.

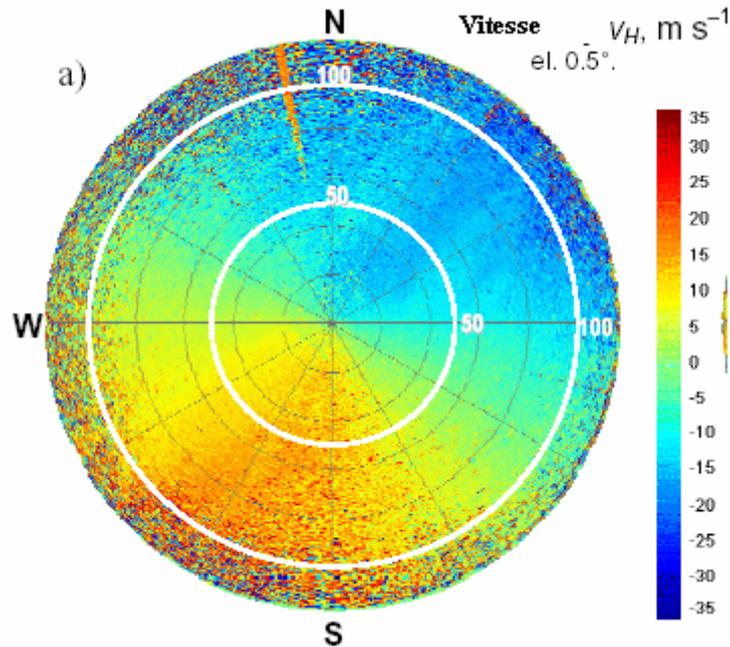


Figure 2.2 : Représentation PPI de la vitesse radiale estimée

Les émissions faites avec des impulsions intermittentes sont utilisées pour obtenir les distances et des informations concernant les mouvements des perturbations météorologiques [2]. Les radars météorologiques utilisent des pics de puissances des ondes émises de l'ordre de mégawatts [3]. Cette puissance émise disponible sur le lobe radar n'est pas uniforme. L'émission radar possède un lobe principal et des lobes secondaires. On mesure la puissance maximale émise à la moitié du lobe principale, voir figure 2.1. Le lobe principal est considéré comme étant un cône [3], [4]. Comme indiqué dans la figure 2.1, 3 dB c'est la largeur angulaire du lobe du radar où est calculée la moitié de puissance de l'énergie émise.

Le volume de l'émission radar est défini par la longueur d'onde du signal émis (énergie transmise). La forme et les dimensions de l'antenne sont données en fonction de la durée de l'impulsion τ (voir section 2.2.3). Pour des radars cohérents, toutes les impulsions émises ont la même durée τ . Le volume du lobe principal croît avec la distance, comme indiqué sur la figure 2.1.

Nous rappelons, que l'effet Doppler se rapporte à la variation dans la fréquence radio entre les signaux transmis par le radar et ceux qui sont réfléchis par une cible, comme illustré dans la figure 2.3 ci-dessous.

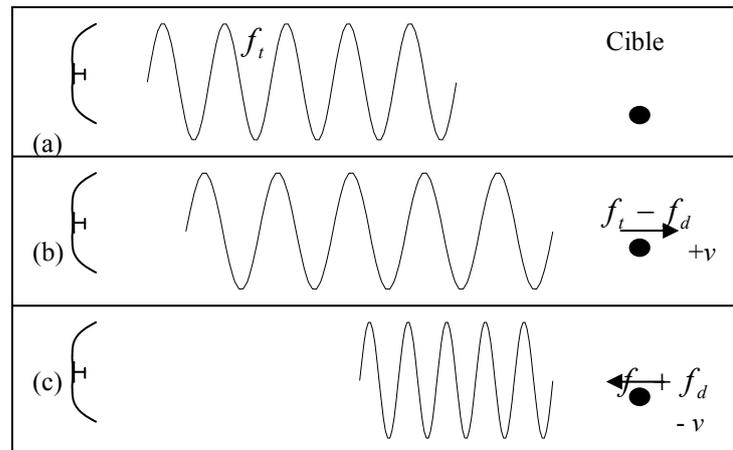


Figure 2.3 : L'effet Doppler d'une cible mobile, (a) signal transmis, (b) fréquence négative, (c) fréquence positive [1]

Ce phénomène est causé par le déplacement relatif d'une cible par rapport à un radar [9]. Comme mentionné dans l'équation (2.1), les cibles qui s'éloignent du radar ($v > 0$) causent une diminution en fréquence Doppler des signaux reçus f_r [2], [3], [4].

$$f_d = -\frac{2vf_t}{c} \quad (2.1)$$

Ces signaux seront représentés en "rouge", puisque le rouge dans le spectre visuel a la fréquence la plus faible. L'inverse est vrai pour des cibles qui se rapprochent du radar ($v < 0$) causant une couleur "bleu" pour les signaux réfléchis, comme on peut le constater dans l'écran PPI de la figure 2.2.

En raison de l'effet Doppler, le radar peut mesurer le taux de changement de la direction de la cible (distance) basé sur la variation des fréquences dans les signaux reçus. L'effet Doppler est défini comme la différence entre les fréquences transmises et reçues et dépend du mouvement relatif de la cible et de la longueur d'onde du signal transmis, [3], [4].

Le radar détecte les échos réfléchis par les perturbations météorologiques couvertes par le lobe principal. L'énergie émise par le radar sera transmise dans une direction donnée, puis une partie sera absorbée et d'autres parties seront diffractées, réfractées et réfléchies. En d'autres termes il y aura des atténuations causées par les particules des gaz constituant l'atmosphère et les précipitations météorologiques.

Le volume de résolution radar détermine les régions d'espace qui seront susceptibles de contribuer à l'énergie du signal réfléchi (écho radar). Une partie de l'énergie réfléchie dépend de

la nature des réfléchissants (hydrométéores, gouttelettes d'eau ou autres), de leurs positions dans le volume de résolution, de leurs dimensions et de leurs orientations.

Le récepteur radar pulse Doppler est très sensible, car il peut détecter des puissances de l'ordre de -120 dBm. Ainsi on aura des échos représentés comme étant des tensions complexes $Z=I+jQ$ représentant les composantes en phase I et en quadrature Q du signal radar reçu.

Par ailleurs, avant de détailler la partie concernant le traitement des signaux radar et l'estimation des paramètres dynamique, on passera en revue le fonctionnement et la composition d'un radar pulse Doppler météorologique.

2.2.1 La composition de base d'un système Radar Pulse Doppler

Le but de cette section est de voir la composition d'un système radar en général et celui utilisé en météorologie en particulier. Bien que la conception de ces systèmes radar dépend fortement de leurs applications prévues, ils contiennent généralement les éléments représentés dans le schéma synoptique de la figure 2.4.

La figure 2.4 montre une configuration représentative d'un radar pulse Doppler utilisant le traitement numérique du signal, sous le contrôle d'un processeur central. Il inclut les circuits de suppression des impulsions de l'émetteur, le circuit de rejection des lobes secondaires, ainsi que des circuits de résolutions des ambiguïtés Doppler. Le texte qui suit présente l'essentiel des composants constituant un radar pulse Doppler météorologique.

Duplexeur. Le duplexeur dans un radar pulse Doppler est habituellement un dispositif passif, tels que le circulateur qui aiguille l'émission et la réception. Une puissance considérable de l'ordre de 20 à 25 dB, peut être couplée au récepteur via le circulateur à ferrite.

Circuit protecteur du récepteur R/P. Est un circuit à réaction rapide. Il fait face d'un interrupteur à haute puissance, il empêche l'endommagement du récepteur par le signal transmis via le duplexeur. Une récupération rapide est nécessaire pour minimiser la désensibilisation dans les cellules de distances suivant l'impulsion émise.

L'atténuateur RF. L'atténuateur RF est utilisé à la fois pour supprimer les fuites provenant du circuit R/P dans le récepteur (de sorte que le récepteur ne soit pas entraîné dans la saturation, ce qui pourrait prolonger les temps de récupération, après la désactivation de l'émetteur) et pour contrôler les niveaux des signaux d'entrée dans le récepteur. Les niveaux reçus sont maintenus

au-dessous des niveaux de saturation, le plus souvent avec un contrôle de gain AGC des échos fixes à la phase de recherche et un contrôle de gain AGC pour la poursuite des cibles, afin d'éviter les faux signaux qui dégradent les performances.

Circuit positionneur d'échos fixes (clutter): Un oscillateur de contrôle de tension (VCO), le plus souvent fait partie de l'oscillateur local stable (STALO), est utilisé pour éliminer les composantes spectrales avec des fréquences Doppler nulles, ce qui évite l'encombrement des spectres des signaux radar reçus.

Suppresseurs d'impulsions IF. Plus d'atténuations des fuites de l'émetteur sont fournis par la suppression d'impulsions FI dans le récepteur.

La sortie analogique du récepteur convertis les signaux en composantes continues de bande de base (DC) via un mixage en quadrature de phase (voir figure 2.4). Les signaux en phase I et en quadrature de phase Q sont ensuite transmis au moyen d'un filtre adapté et numérisés à l'aide d'un convertisseur analogique numérique (A/D).

Après l'échantillonneur (A/D), s'ensuit une ligne à retard, un filtre doppler et un circuit cohérent d'intégration dans le but de réduire le niveau des échos fixes. Ces derniers composants cités ne feront pas l'objet de notre étude voir la figure 2.4.

Cependant avant que les différents composants constituant un radar pulse Doppler météorologique ne soient choisis, nous devons voir quels sont les facteurs qui affectent de manière significative la conception globale d'un système radar météorologique.

2.2.2 Choix de la fréquence et de la forme des ondes émises

Deux étapes sont connues pour être les plus importantes lors de la conception des systèmes radar en général, [6]. La première étape consiste dans le choix de la fréquence du signal radar émis. La seconde étape est le choix de la forme d'onde du signal transmis. Les deux étapes affectent la taille, le poids et le coût du système radar aussi bien que ces performances, [5], [6].

a) Le choix de la fréquence

Les radars modernes fonctionnent sur un éventail de fréquences. Le choix de ces fréquences dépend de l'application du système et des conditions opérationnelles. Le tableau 2.1, illustre les gammes de fréquences utilisées dans le domaine de la télédétection des phénomènes météorologiques.

Détecteur	Longueur d'onde (λ)	Réflexions	largeur du faisceau (deg. °)	Durée de l'impulsion (μ s)	Taux d'échantillonnage (Hz)
Radar					
Bande - S	10 cm	Précipitation / microrafales	0.5-3	0.25-4	10^3
Bande - Ka	1 cm	Précipitation / nuages / gouttes d'eau	0.5-2	0.25-1	10^4
Bande - mm	1 mm	nuages / gouttes d'eau	0.2-1	0.25-1	10^5
Sondeurs					
ST/MST	75 cm	index de réfraction	3-10	0.2-5	10^4 -> 10^2
VHF	6 m	index de réfraction	3-10	0.2-5	10^5 -> 10
UHF					
Lidar	10 μ m	eau condensée	0.01	0.1-3	10^7
Infrarouge	<1 μ m	molécules	(-)	<1	> 10^8
Optique					

Tableau 2.1 : Les fréquences radar utilisées en météorologie [8]

Le choix de la fréquence radio (ou de la longueur d'onde) a un impact significatif sur les éléments du système radar. Les plus basses fréquences exigent un grand et encombrant matériel de transmission, tandis que des fréquences plus élevées permettent une réduction de la taille globale et le poids du système. Le niveau de la puissance transmis, par le radar est également influencé par la longueur d'onde. En général, les radars fonctionnant à de longues longueurs

d'ondes peuvent transmettre une puissance comparativement plus moyenne, que ceux travaillant à des longueurs d'ondes plus courtes, [5].

En outre, la longueur d'onde du signal transmis définit aussi la largeur du faisceau d'antenne aussi bien que le niveau de l'atténuation atmosphérique et du bruit ambiant, [6]. Enfin le changement en fréquence Doppler des signaux reçus est lié à la fréquence radio choisie.

b) La forme d'onde du signal émis

Une fois que la fréquence radio est choisie, l'étape suivante dans la conception d'un radar implique le choix de la forme des ondes transmises. Si le radar transmet les ondes radio sans interruption tandis que simultanément il reçoit des échos réfléchis, ceci est connu pour être le mode de transmission d'ondes continues (CW), [8]. Le spectre des signaux reçus par ces radars est concentré autour de la fréquence de transmission décalée par les fréquences Doppler de toutes les cibles mobiles. En conséquence, le radar peut très exactement mesurer des taux de variation des distances des cibles mobiles, [1], [5].

Cependant, une très grande résolution n'est possible qu'avec les ondes continues CW. Les radars à ondes continues exigent un matériel encombrant, [5], [8]. Pour éviter ainsi ce désagrément du surplus de poids et de volume dans le système radar, il faut utiliser un autre type de forme d'ondes transmises généralement en impulsions (Radar pulse Doppler), [1], [9]. Ces radars transmettent leurs signaux par intermittence sous formes d'impulsions courtes et détectent à la réception des échos dans les périodes entre impulsions comme le montre la figure 2.5, [1]. Par conséquent, dans les sections suivantes on supposera que la forme des ondes transmises est impulsionnelle.

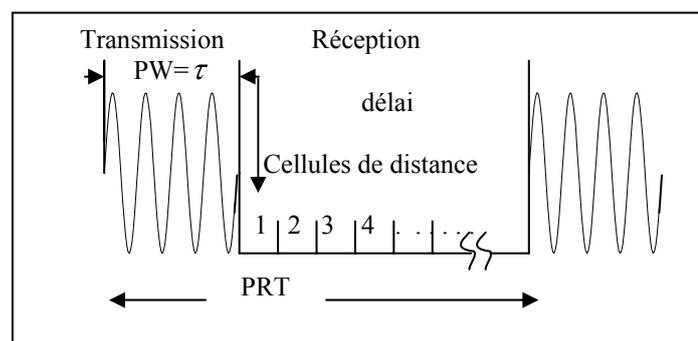


Figure 2.5 : Le cycle d'émission-réception des signaux radar [1]

2.2.3 Les caractéristiques du faisceau d'antenne

Le premier rôle de l'antenne est de concentrer l'énergie rayonnée par le radar dans la direction désirée. Cette directivité est caractérisée par la largeur du faisceau d'antenne. Cette

largeur définit la distance minimum de séparation des cibles qui peuvent être résolues par le radar, comme illustré par la figure 2.6. Ceci est connu comme étant la résolution angulaire. Habituellement cet angle est donné en fonction des dimensions de l'antenne et de la fréquence d'émission par, [5], [17];

$$\theta = \lambda / L \quad (2.2)$$

où: θ : est la largeur du faisceau en radians,

λ : est la longueur d'onde des signaux radar émis,

L : est la dimension de l'antenne, dans la direction d'intérêt (c.-à-d. largeur ou hauteur).

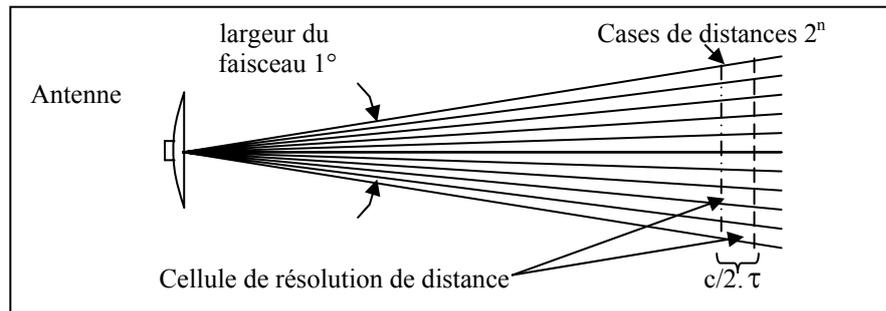


Figure 2.6 : Les caractéristiques du faisceau d'antenne

Une autre quantité qui dépend aussi de la fréquence d'émission et de la forme des ondes est le gain directionnel de l'antenne. Il représente la quantité par laquelle la puissance dans le faisceau est augmentée, alors ce gain est donné par, [17] :

$$\text{DirdeG} = 4 \pi / \theta \phi \quad (2.3)$$

avec ϕ = largeur du faisceau verticale (radians).

En fin de compte, la conception d'un système radar est liée, au gain d'antenne désiré, à la résolution angulaire du radar et aux dimensions physiques réelles de l'antenne. Pour clore notre discussion au mieux sur les performances d'un radar pulse Doppler. Le texte qui suit présente la notion des ambiguïtés Doppler.

2.2.4 Les ambiguïtés Doppler sur les mesures Radar [8]

Le radar pulse doppler donne les trois estimations suivantes : 1) la puissance de l'écho météorologique (moment d'ordre zéro du spectre doppler), 2) la vitesse moyenne radiale V_r (moment d'ordre un du spectre doppler normalisé par le moment d'ordre zéro) qui représente le déplacement moyen des réflexions, et 3) la largeur spectrale σ_v (racine carrée du second moment du spectre doppler), il représente l'écart en vitesse, [8], [9].

Comme déjà mentionné dans les sections précédentes, le radar est souvent limité par le poids et le coût, le texte suivant présente les limitations en matière de performances, qui sont appelées ambiguïtés Doppler, [1], [9].

La distance non ambiguë r_a est la distance maximale que peut parcourir l'impulsion émise jusqu'à la cible (gouttes d'eau, pluie, ..) et sera ensuite réfléchi au radar, avant que la seconde impulsion ne sera émise. Quand la surface des précipitations est située en dehors de la portée non ambiguë, les échos réfléchis par les précipitations arrivent après l'émission des impulsions qui leurs succèdent. Les radars ayant une fréquence de répétition des impulsions (PRF) fixe ne peuvent distinguer les échos reçus des ondes émises, d'où l'ambiguïté sur la mesure de la distance. Donc cette distance non ambiguë est donnée par la relation :

$$r_a = c.T_s / 2 \quad (2.4)$$

Avec c : vitesse de la lumière, et

T_s : Période de répétition des impulsions), [1], [8], [9].

Il est démontré, [1], [6], [8], [9] que la vitesse maximale discernable non ambiguë (v_a) des précipitations que peut mesurer le radar pulse Doppler est donnée par :

$$v_a = \pm \lambda / 4T_s \quad (2.5)$$

Le dilemme de base associé à l'utilisation d'un radar pulse Doppler météorologique devient apparent quand les distances et les vitesses non ambiguës sont combinées dans une même équation, [9];

$$v_a . r_a = \frac{\lambda c}{8} \quad (2.6)$$

Donc pour détecter des phénomènes météorologiques sévères (tornades, windshear..) et estimer leurs vitesses et distances non ambiguës en considérant les limitations en poids et coût, [9]. Il faut choisir une grande longueur d'onde (λ), ce qui induira une réduction de l'atténuation du signal reçu. Ceci signifie que le choix de la longueur d'onde (ou la fréquence) est un compromis qui va conduire à une distance maximale de couverture radar et à une vitesse maximum détectable, [1], [9]. Pour des radars pulse doppler cohérent (cohérence; quand la phase est maintenue constante pour plus d'une période $PRT=T_s$), ils peuvent mesurer précisément les distances et les vitesses des précipitations, [6], [8],[9].

Les restrictions imposées à l'utilisation d'un radar pulse doppler viennent la plus part du temps de la semi cohérence des échos météorologiques, c'est à dire qu'il y a un changement de la

phase résultante qui croit à cause des mouvements individuels des particules (pluie, grêle, vent...) par rapport aux autres particules, [9].

Les signaux échantillonnés à la période T_s doivent être corrélés pour avoir une précision meilleure sur la mesure de la vitesse. La corrélation existera si, [8] [9]:

$$c / 4r_a > 2\pi\sigma_v \quad (2.7)$$

où σ_v est la largeur du spectre des vitesses des échos à la distance r^2 , l'équation précédente signifie que la largeur spectrale doit être inférieure à l'intervalle de Nyquist $\lambda / 2T_s$, quand σ_v diminue, la variance de la vitesse moyenne croit de manière exponentielle, [9].

Donc en guise de récapitulatif à ce qu'on vient de dire, est que le choix des fréquences d'émission et des périodes de répétition des impulsions émises par le radar vont non seulement influencer sur le poids et coût global du système radar, mais aussi sur les performances de celui-ci, car le choix de ces paramètres de fonctionnement ont une influence directe sur la portée et la vitesse non ambiguë des précipitations ou du vent.

2.3 Les séries temporelles I & Q

Le récepteur du radar Doppler (figure 2.4 (a)), a deux détecteurs synchrones qui détectent la composante en phase I (I : In phase) et la composante en quadrature de phase Q (Q : Quadrature phase) pour un signal reçu $Z(I, Q)$. On peut représenter ces deux tensions sous forme complexe voir le schéma suivant (figure 2.7), [3], [4].

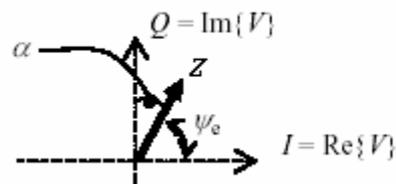


Figure 2.7 : Représentation complexe des signaux I et Q

Les mesures successives de valeurs I et Q à échantillonnage régulier constituent des séries temporelles. Par voie de conséquence, des séries d'impulsions seront envoyées dans la même direction et le récepteur recueillera des données d'une seule radiale, voir la figure 2.9.

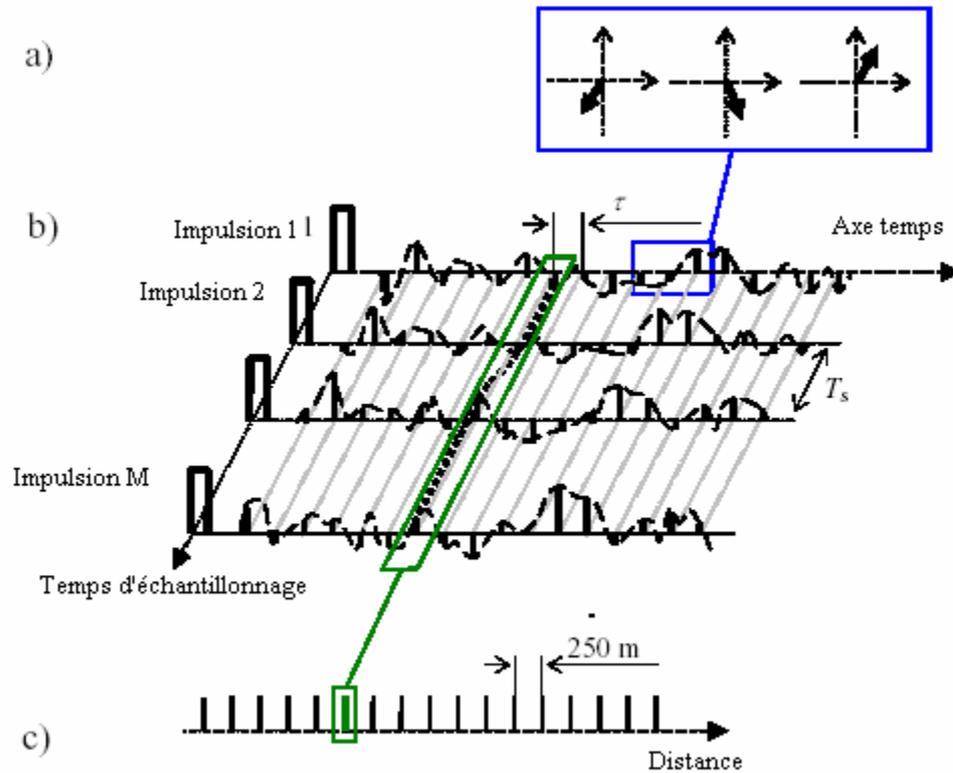


Figure 2.8 : Représentation radiale des séries temporelles radar ; a) Représentation polaire des signaux $I-Q$, b) Représentation des séries $I-Q$ pour M impulsions, c) Estimation des moments spectraux.

Un nombre M d'échantillons d'impulsions émises sera nécessaire, pour accroître la résolution des estimateurs de puissance, de vitesse moyenne et de variance des signaux reçus. La dimension d'une série temporelle dans une direction radiale donnée est de $M \times N$, où $M \times N$ représente le nombre des cellules de distances déterminée par le temps d'échantillonnage τ et le temps entre impulsions T_s Pulse Repetition Time PRT. En ayant le temps entre impulsions successives T_s on peut calculer les distances et vitesses non ambiguës R_a et v_a , comme mentionné dans les équation (2.5 et 2.6) [4, 5].

L'ordre de grandeur du taux d'échantillonnage τ est de quelques nanosecondes, quant au temps entre impulsions est de l'ordre de millisecondes (ex., 780 μ s). Plusieurs échantillons (N), des signaux $I-Q$ de la même cellule de distance seront nécessaire pour le calcul des moments spectraux, voir figure 2.8 (c).

Comme mentionné sur cette même figure on peut avoir les moments spectraux pour une seule direction et une certaine élévation fixe. Cette représentation cartésienne est linéaire et utilisée à des fins de calculs.

2.4 La technique de double polarisation des radars Doppler

Avec la technique de double polarisation on peut émettre/recevoir deux ondes électromagnétiques OE linéaires et orthogonales. La polarisation est l'orientation du vecteur champ électrique \vec{E} dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation. L'une des deux polarisations linéaires est horizontales (H) et l'autre, qui est perpendiculaire à la précédente est verticale (V).

La puissance réfléchi au niveau du récepteur radar dépend de la section équivalente des perturbations, et qui elle dépend de leurs dimensions, leurs formes, orientations et de la constante diélectrique de propagation (Achtemeier 1991) [2]. Si le volume de réflexion n'est pas sphérique, les puissances émises verticalement et horizontalement ne seront plus identiques. Et les deux polarisations (H, V) utilisées en même temps donneront plus d'informations concernant les caractéristiques spatiales des perturbations météorologiques (dimension, orientation dans l'espace et les irrégularités), car selon les travaux de (Zrnić et Ryzhkov 1998), [5], les paramètres spectraux estimés (puissance, vitesse et variance) seront liés à l'intégrale des propriétés de tout éléments contribuant dans le volume de réflexion [2], [3].

2.5 L'estimation des moments spectraux et des variables polarimétriques

Après la présentation du synoptique d'acquisition des signaux I et Q radar dans la section 2.2.1. Le présent paragraphe explique, la théorie du calcul des moments centraux du spectre Doppler météorologique des signaux I et Q .

La densité spectrale de puissance d'un signal météorologique appelé aussi **spectre Doppler**, est représentée schématiquement dans la figure. 2.10. Elle est obtenue par la transformée de Fourier des signaux complexes $Z(I,Q)$.

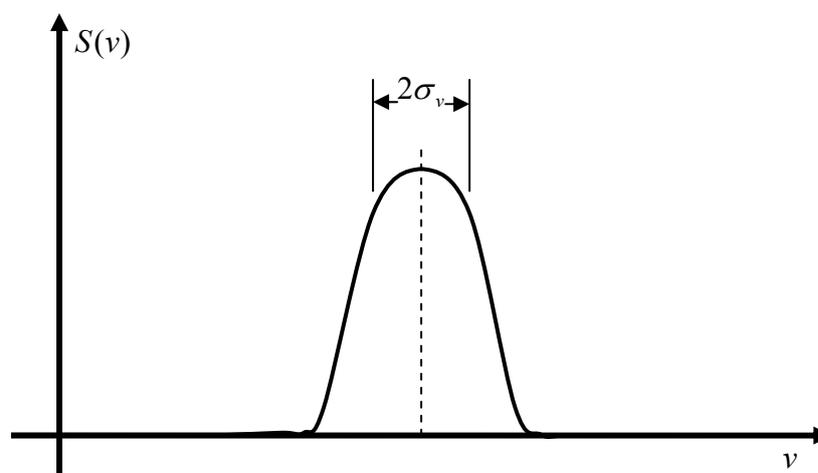


Figure 2.9 : Spectre Doppler et ses caractéristiques.

Ce spectre peut être interprété comme suit. La puissance reçue est tout simplement l'intégrale sous la courbe et il est donné par :

$$P_r = \int S(f)df = \int S(v)dv \quad (2.8)$$

Où f et v sont liés par la relation suivante $f = (2 / \lambda)v$.

La vitesse moyenne est donnée par le moment spectral d'ordre un :

$$\bar{v} = \frac{\int vS(v)dv}{\int S(v)dv} \quad (2.9)$$

Le moment central d'ordre 2 σ_v^2 est donné par :

$$\sigma_v^2 = \frac{\int (v - \bar{v})^2 S(v)dv}{\int S(v)dv} \quad (2.10)$$

Où σ_v est la largeur du spectre des vitesses. Dans le domaine du Radar météorologique σ_v^2 se réfère à la variance du spectre Doppler de la vitesse moyenne. $S(v)$ Est analogue à la fonction de densité de probabilité pour la vitesse moyenne v . Le terme σ_v^2 sera utilisé pour faire référence à la variance du spectre et le terme σ_v , pour se référer à la largeur du spectre Doppler. Il est donc clair que le spectre Doppler contient toutes les informations nécessaires pour estimer les paramètres importants du signal radar.

De manière générale, une détection en quadrature de phase est utilisée pour obtenir les parties imaginaires et réelles de l'enveloppe complexe $Z(I,Q)$. Ces deux parties sont échantillonnées en un grand nombre de cellules de distances (1000), au radar à la fréquence de répétition des impulsions. La résultante complexe des séries de temps dans chaque cellule de distance peut être alors traitée à l'aide de la transformée de Fourier rapide (FFT) pour obtenir une estimation du spectre de Doppler, de sa vitesse moyenne et sa variance.

Trois moments spectraux sont obtenus : (moment d'ordre zéro) puissance moyenne utilisée pour le calcul du niveau de précipitation d'eau dans l'atmosphère ; (moment d'ordre un) mouvement moyen qui indique la vitesse radiale moyenne de/ou vers le radar des perturbations atmosphériques ; et (le moment d'ordre deux) indique la dispersion en vitesse ou encore le cisaillement des turbulences, [5].

Il y a plusieurs variables polarimétriques et parmi elles on peut citer celles appropriées à notre travail : la réflectivité différentielle, la phase différentielle et le coefficient de corrélation co-polaire. Les moments peuvent être estimés dans deux domaines de traitement : le premier est un domaine temporel, et le second est celui des fréquences. Dans le premier domaine de traitement temporel on emploie la fonction d'autocorrélation, qui est de point de vue quantitative simple car parfois basé sur un modèle Gaussien et/ou un modèle spectral symétrique. Dans le domaine d'estimation des fréquences on utilise l'estimation de la densité spectrale de puissance, et qui contrairement au domaine précédent de point de vue quantitatif nécessite plus de temps de calculs [38], mais permet l'évaluation directe des paramètres spectraux et l'identification plus facile des échos fixes (les artefacts) voir figure 2.11.

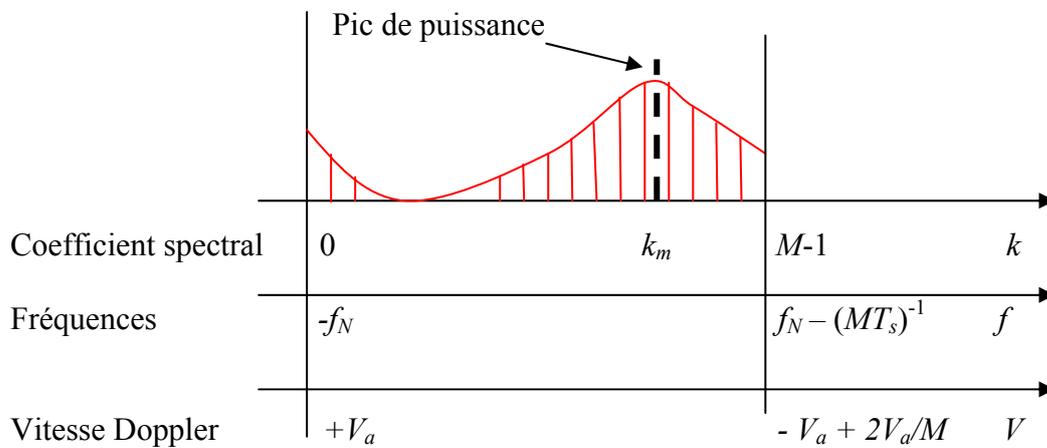


Figure 2.10 : Domaine d'estimation spectral

La densité spectrale de puissance reçue estimée peut être vue comme étant un histogramme de distribution des puissances en fonction des vitesses des perturbations météorologiques. Ces vitesses varient dans le domaine de *Nyquist* des vitesses non ambiguës $[-v_a, +v_a]$, voir figure 2.10. Par conséquent le spectre Doppler révèle les activités météorologiques qui surgissent dans le volume de détection (précipitation, vent, ...).

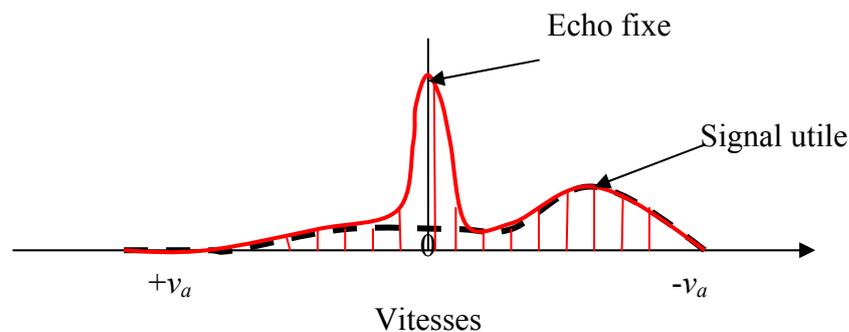


Figure 2.11 : Spectre Doppler en fonction des vitesses non ambiguës

Traditionnellement, le spectre Doppler est caractérisé par ces moments spectraux (la réflectivité moyenne, vitesse moyenne et la largeur spectrale (Russchenberg et al. 1990)) [1], [5], [6]. Cependant si on a à faire avec un mélange de réflexions et de plusieurs modes spectraux (phénomènes multimodaux. Figure 2.12) le spectre Doppler des vitesses moyennes n'est pas représentatif (plusieurs pics de puissances), mais comme même le spectre Doppler reste un moyen très utile de perception des phénomènes météorologiques.

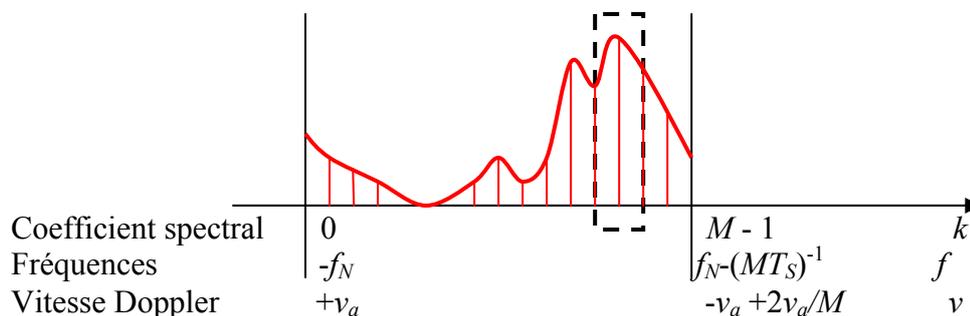


Figure 2.12 : Phénomènes multimodaux

Les estimateurs utilisés dans le domaine fréquentiel dans notre travail seront détaillés dans les sections à venir (Chapitre 3 et 4). Le passage du domaine temporel vers le domaine fréquentiel se fait par l'intermédiaire de la transformée de Fourier des séries temporelles $Z(I, Q)$, soit par la formule ;

$$S(k) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} [w(m)Z(m)] \exp(-j2\pi mk / M) \quad (2.11)$$

Où k est un coefficient spectral, $S(k)$ sont les coefficients spectraux du spectre de puissance Doppler, $w(m)$ est la fenêtre de correction des données $I-Q$ (Equation 5.10), $m = 0, 1, \dots, M-1$. La densité spectrale de puissance des perturbations météorologiques reçues (spectre Doppler) est estimée à partir du carré de l'amplitude de la transformée de Fourier des données $I-Q$ par la formule suivante ;

$$\hat{S}(k) = |S(k)|^2 \quad (2.12)$$

Avec $k = 0, 1, \dots, M - 1$, qui représente les coefficients de représentation spectrale, ils peuvent être arrangés et centrés à zéro pour créer ainsi des fréquences ou des vitesses négatives représentant, les déplacements des perturbations météorologiques de et vers le radar pulse Doppler.

2.5.1 Estimation de la réflectivité et de la puissance du signal reçu

La puissance totale reçue P est la somme des carrés des amplitudes des coefficients spectraux. N est la puissance du bruit et peut être mesurée ou estimée à partir du spectre Doppler (voir chapitre 5). Donc on donnera l'estimation de la puissance totale reçue et de la réflectivité dans les équations suivantes, [4];

$$\widehat{S} = \widehat{P} - N = \sum_{k=0}^{M-1} \widehat{S}(k) - N \quad (2.13)$$

$$\widehat{Z}(dBZ) = 10 \log_{10}(K\widehat{S}) \quad (2.14)$$

Avec K constante de calibration des radars météorologiques (Zrnić et al. 2005) [2], [5].

2.5.2 Estimation de la vitesse Doppler

Généralement la vitesse radiale Doppler peut être estimée comme suit [40] :

$$\widehat{v} = \sum_{k=0}^{M-1} v S_n(v) = \sum_{k=0}^{M-1} \left(v_a - \frac{2kv_a}{M} \right) \frac{\widehat{S}(k)}{P} = v_a - \frac{2v_a}{MP} \sum_{k=0}^{M-1} k \widehat{S}(k) \quad (2.15)$$

Un exemple clair du spectre d'un signal radar pulse Doppler est donné sur la figure 2.6. L'axe des coefficients spectraux peut être remplacé avec un axe de fréquences ou un axe de vitesses, comme montré. La crête de puissance, indiquée avec une flèche sur la figure, est située à k_m et correspond à la vitesse Doppler moyenne. L'équation de l'estimateur (2.8) est polarisée en présence d'un chevauchement. La correction pour le chevauchement est réalisée en centrant l'addition sur la crête spectrale, [6], [7], [8].

$$\widehat{v} = v_a - \frac{2v_a}{MP} \sum_{k=k_m-M/2}^{k_m+M/2-1} k S[\text{mod}_M(k)] \quad (2.16)$$

Où le $\text{mod}_M(k)$ est le modulo de la division de k par M .

En cas de spectre bimodal ou multimodal (la figure 2.8), où seulement une crête représente une perturbation de vent, l'évaluation de vitesse moyenne a calculé en utilisant l'approche décrite produit un résultat polarisé vers la crête du contaminant. Une solution possible est d'estimer la vitesse dans la fenêtre étroite des coefficients spectraux, montrée avec un rectangle en pointillés, [9], [10], [11], [12].

Les paramètres des fenêtres (position et largeur) pour chaque spectre peuvent être déduits de la synthèse des moments, des variables polarimétriques, et de l'association de voisinage des parties relatives de données. Le procédé est décrit dans la section 5.4.

2.5.3 La réflectivité différentielle

Le rapport de la puissance réfléchiée à la polarisation horizontale par la puissance réfléchiée à la polarisation verticale s'appelle la réflectivité différentielle Z_{DR} , elle est donnée par [4]

$$Z_{DR} = 10 \log_{10} \frac{\langle |S_{hh}|^2 \rangle}{\langle |S_{vv}|^2 \rangle} \quad (2.17)$$

Où les indices inférieurs des coefficients S_{vv} et S_{hh} de rétro diffusion indiquent la polarisation des champs reçus et transmis; les parenthèses dénotent la valeur estimée. Pour obtenir des valeurs différentielles correctes de réflectivité exigent un bon rapport entre les canaux. Si les canaux sont déséquilibrés la réflectivité différentielle doit être calibrée.

2.5.4 Déphasage différentiel

Généralement, le déphasage différentiel Φ_{DP} des échos radar polarisés horizontalement et verticalement provenant d'un ensemble de diffuseurs discrets est une somme de deux composantes

$$\Phi_{DP} = \delta + \int K_{dp}(r) dr \quad (2.18)$$

Où le δ est la phase différentielle de rétro diffusion et la deuxième limite est une composante de propagation, due à la différence en dispersant en avant des amplitudes aux polarisations orthogonales. La phase différentielle δ de rétro diffusion est liée aux diffuseurs en volume de résolution par l'intermédiaire, [2], [4]

$$\delta = \arg \langle S_{vv} S_{hh}^* \rangle \quad (2.19)$$

Où * signifie le conjugué et les parenthèses dénotent la valeur estimée. Dans l'atmosphère avec la précipitation, les ondes horizontalement polarisées éprouvent de plus grands déphasages

et la propagation plus lente que les ondes verticalement polarisées dues à la forme aplatie aux pôles des gouttes de pluie et de leurs orientations.

Les valeurs des variables polarimétriques dépendent de la longueur d'onde du radar comparé à la taille des particules réfléchissantes. Par exemple, des particules sphériques avec des diamètres moins de 0.1λ sont classifiées comme étant dans la région de Rayleigh (la section transversale équivalente de réflexion est proportionnelle au sixième du diamètre) ; les particules avec des diamètres entre 0.1λ et λ sont dans la région de **Mie** ou de résonance (Rinehart 1997). La phase différentielle de rétro diffusion indique bien si la particule est petite relativement à la longueur d'onde ou pas, [1], [13].

2.5.5 Le coefficient de corrélation co-polaire

Le coefficient de corrélation Co-polaire ρ_{hv} entre les signaux d'écho polarisés horizontalement et verticalement est défini par Zrnić et al.. (1994) [4].

$$\rho_{hv}(0) = \frac{\langle S_{vv} S_{hh}^* \rangle}{\langle |S_{vv}|^2 \rangle^{1/2} \langle |S_{hh}|^2 \rangle^{1/2}} \quad (2.20)$$

Chaque indice inférieur dans le ρ_{hv} indique la polarisation horizontale et verticale. Le coefficient de corrélation co-polaire est généralement complexe $|\rho_{hv}|e^j$. Par conséquent, souvent la valeur absolue du coefficient de corrélation co-polaire $|\rho_{hv}|$ est référée comme coefficient de corrélation co-polaire. Cette convention est remplacée par la notation ρ , i.e. le signe de grandeur est omis.

2.6 Les échos fixes du sol (clutter sol)

Les échos fixes se sont les échos des objets qui se trouvent sur la terre. La contribution des diffuseurs du sol est habituellement très grande comparativement aux autres échos, et peuvent donc être facilement reconnues (Accu-weather 1995), [1]. Les obstacles au sol peuvent être alignés immédiatement à l'emplacement du lobe (rayon) principal du radar, par exemple les collines, bâtiments, ou tours. Alternativement, les échos (retours) peuvent être des objets, qui bien que pas directement dans le champ visuel du lobe (rayon) principal du radar, soient présent à moins d'un des côté du lobe du radar. Dans ce cas, quoique la puissance du lobe secondaire soit beaucoup plus inférieure à celle du faisceau principal, l'écho peut encore être de grande section transversale due à la proximité de l'obstacle et et/ou sa grande section (Stimson 1998) [2], [4].

La rejection et/ou la réduction de l'écho fixe peut améliorer les estimateurs des paramètres radar. Une des techniques de suppressions des échos sol, se sont les filtres «notch ». Le spectre est examiné à la vitesse Doppler nulle sur le contenu de puissance élevée. Un exemple sur la figure 2.7 spectre d'expositions avec la crête indiquée de signal et la crête de l'écho fixe (clutter sol). La puissance élevée à la vitesse nulle est entaillée et le « trou » est interpolé au niveau des coefficients spectraux voisins, voir la ligne discontinue sur la figure 2.7. La largeur de l'entaille est flexible et peut occuper plusieurs coefficients spectraux.

2.7 Traitement spectral paramétrique

La transformée de Fourier d'un ensemble d'échantillons de données (eq.2.3) ne fournit pas statistiquement une évaluation (estimation) du spectre fondamental (Hayes 1996) [4]. L'estimation du spectre de puissance peut être facilitée si quelque chose est connue au sujet du processus en plus des valeurs du signal. Si un processus peut être modélé, et que ce modèle peut être employé pour estimer le spectre. Un processus aléatoire peut être modélé par le filtrage d'un bruit blanc de variance unité avec un filtre invariable de décalage linéaire causal qui est mathématiquement représenté par un rapport de deux polynômes (Hayes 1996), [14]. Un tel signal peut être classé par catégorie comme des processus AR (autorégressif), MA (moyenne mobile), ou ARMA (moyenne mobile autorégressive). Le processus AR (p) est décrit par une constante dans le numérateur et un polynôme d'ordre p dans le dénominateur. Le processus de MA(q) est décrit seulement par le numérateur d'ordre q et une unité dans le dénominateur. Le processus ARMA (q, p), [5] aura et le dénominateur et le numérateur.

Un signal réel peut être approximé par les modèles AR, MA, ou ARMA. Le type de modèle avec un ordre bas (pour le calcul le plus rapide) qui représente le signal (et évite des contamination par bruit) est généralement choisi comme meilleure approximation. L'ordre du modèle est estimé en utilisant différents critères, par exemple, critères de l'information d'Akaike ou longueur minimum de description (Hayes 1996), [5]. Parfois l'ordre du modèle est évalué en examinant la blancheur du résidu du signal original passé dans le filtre inverse.

Il y a plusieurs méthodes pour estimer le spectre : la méthode d'autocorrélation, la méthode de covariance, la méthode modifiée de covariance, l'algorithme de Burg, la méthode MUSIC ; méthode de multiple classification du signal, et autre (Hayes 1996) [14]. Ceux-ci s'appellent les techniques spectrales paramétriques d'estimation. Le signal reçu par le radar peut être approximé par l'une de ces méthodes. Ainsi les paramètres obtenus du signal reçu décriront le processus physique fondamental responsable du signal. Des techniques paramétriques sont

basées sur la décomposition harmonique et peuvent être salutaires si les informations statistiques additionnelles sur le signal sont disponibles. Si un signal peut être modelé par un processus autorégressif de sorte qu'il se compose d'exponentielles complexes et leur nombre est connu, que son spectre peut être estimé avec l'algorithme MUSIC. L'algorithme MUSIC estime les fréquences des sinusoïdes complexes dans le bruit (Hayes 1996) [4]. Dans la Méthode MUSIC les valeurs propres de la matrice d'autocorrélation sont arrangées par ordre décroissant. Puis, les vecteurs propres correspondants peuvent être divisés en deux groupes : les vecteurs propres du signal utile et les vecteurs propres du bruit [15]. Les fréquences des exponentielles complexes peuvent être estimés à partir de l'ensemble des vecteurs propres des signaux reçus (Hayes 1996). La fréquence peut être réécrite en fonction de la vitesse radiale. Par conséquent cette méthode peut indiquer la contribution des vitesses des diffuseurs. [4], [5].

2.8 Conclusion

Cette partie a porté sur le fonctionnement sommaire des radars météorologiques pulse Doppler et les modes d'acquisition et de traitement des signaux radar. L'exposé, commence par l'estimation des moments spectraux et du calcul des variables polarimétriques à partir d'un spectre Doppler et ce dans les deux domaines, temporels (pulse pair) et fréquentiel (FFT, AR).

Ce chapitre a porté également sur les méthodes employées, pour la réduction des effets des échos fixes du sol (clutter sol) et en particulier les filtres notch. Le chapitre qui suit porte des détails, sur les estimateurs classiques utilisés dans le domaine du traitement du signal météorologique.

CHAPITRE 3

ESTIMATEURS TEMPORELS ET FREQUENTIELS CLASSIQUES DES PARAMETRES DU SPECTRE DOPPLER

3.1 Introduction

Le but du traitement du signal en général et celui du traitement signal radar en particulier, est l'exploration des caractéristiques des signaux en étudiant leur contenu spectral. Il contribue aussi à l'extraction des informations utiles, dans le cas de la présence des échos fixes (clutter sol), du bruit (interne ou externe), et les artefacts, qui doivent être minimisés ou réduits par plusieurs phases de filtrage [8], [29].

Les deux approches basiques utilisées dans le domaine du traitement du signal radar, pour l'estimation des caractéristiques spectrales d'un écho météorologique sont ; 1) une approche fréquentielle qui utilise l'estimation de la densité spectrale de puissance (*PSD*), et 2) une approche temporelle, qui elle utilise la notion de fonctions d'autocorrélation (appelée aussi auto covariance) [8], [9], [14].

Dans le domaine de l'estimation des caractéristiques spectrales d'un écho radar Doppler météorologique plusieurs méthodes ont été développées et élaborées, elles sont dites actuellement classiques car elles sont fréquemment utilisées. Quelques-unes parmi ses méthodes feront l'objet de plus amples détails dans ce chapitre telles que :

- La méthode pulse-pair (pp), dans le domaine temporel.
- La méthode de Fourier (DFT), dans le domaine des fréquences.
- La méthode autorégressive (AR), dans le domaine fréquentiel.

Par ailleurs et avant d'aborder ces méthodes d'estimations, qui emploient les deux voies I et Q sous forme de séries temporelles, appelée aussi série arithmétiques. Ces mêmes voies sont considérées comme étant des processus aléatoires (stochastiques), et ayant des caractéristiques particulières, d'où la nécessité de revoir dans ce qui suit, quelques notions sur les processus

stochastiques aléatoires discrets, avec leurs caractéristiques d'ordre 1 et 2 ainsi que la notion de stationnarité et d'ergodicité.

Par la suite et dans la quatrième partie on proposera deux nouvelles méthodes d'estimations spectrales des paramètres dynamiques d'un signal radar météorologique. Respectivement on s'intéressera au développement de la méthode fréquentielle, appelée 2-step prediction ou ARMA (n, 1) développée par S. Unnikrishna Pillai, Theodore I. Shim, et M Hafeed Benteftifa, [21, 38], puis à la méthode Ramanujan Fourier, qui elle se base sur l'utilisation de sommes de Ramanujan $c_q(n)$.

3.2 Introduction aux processus stochastiques

On supposant qu'on a une variable aléatoire X , et soit t une variable déterministe définie dans un espace de temps T , si à chaque $t_0 \in T$ on fait correspondre une valeur $X(t_0)$ de la variable aléatoire X , on dira que $X(t)$ est une fonction aléatoire de la variable t .

Généralement, la variable t est un nombre réel représentant le temps et T , un sous-ensemble de l'axe réel \mathfrak{R} , et on donne le nom de processus stochastique à ces fonctions aléatoires.

En pratique on ne connaît pas la loi temporelle d'une fonction aléatoire $X(t)$, mais généralement on définit les caractéristiques d'ordre N , c'est à dire celles des variables aléatoires $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_N)$, et en général on se limite aux caractéristiques d'ordre 1 et 2.

3.3 Etude d'un processus aléatoire

3.3.1 Caractéristiques d'ordre 1

Si la variable t est fixée, la valeur prise par une fonction aléatoire est une variable aléatoire *v.a.*, $X(t)$ pour laquelle on peut définir :-

a) La fonction de répartition d'ordre 1 du processus $X(t)$

La fonction de répartition d'ordre 1 du processus aléatoire $X(t)$ est donnée par :

$$F_1(X, t) = P\{X(t) < x\}$$

De même, si $F_1(X, t)$ est dérivable pour toutes les valeurs de t , on définit :

b) La densité de probabilité d'ordre 1

Qui est donnée par :

$$P_1(X, t) = \frac{\partial F_1(X, t)}{\partial X}$$

Et qui permet ainsi d'écrire

$$P_1(X, t)dX = F[X < X(t) < X + dX]$$

c) Moments d'ordre k

Si les moments d'ordre k existent, on aura alors l'écriture suivante :

$$m(k) = E\{X(t)^k\} = \int_{-\infty}^{+\infty} dX . X^k . P_1(x, t), \quad E\{ \} \text{ représente l'espérance d'une v.a.}$$

Un processus est dit du second ordre si son moment d'ordre 2 existe.

3.3.2 Caractéristiques d'ordre 2

Il s'agit alors de définir les relations qui liaient les deux variables aléatoires *v.a.* $X_1(t)$ et $X_2(t)$ aux instants t_1 et t_2 , et on définit de la même manière : -

a) La fonction de répartition d'ordre 2

Pour un processus d'ordre 2, on définit la fonction de répartition d'ordre 2, en fonction des deux variables aléatoires $X_1(t)$ et $X_2(t)$, donnée par :

$$F_2(X_1, t_1; X_2, t_2) = P[X(t_1) < X_1, X(t_2) < X_2]$$

De même, si $F_2(X_1, t_1; X_2, t_2)$ est dérivable pour toutes les valeurs de t , on définit :

b) La densité de probabilité d'ordre 2

Si elle existe, elle est définie par :

$$P_2(X_1, t_1; X_2, t_2) = \frac{\partial^2 F_1(X_1, t_1; X_2, t_2)}{\partial X_1 \partial X_2}$$

Ce qui permet d'écrire aussi :

$$P_2(X_1, t_1; X_2, t_2) dX_1 dX_2 = F[X_1 \leq X(t_1) < X_1 + dX_1, X_2 \leq X(t_2) < X_2 + dX_2]$$

On peut même étendre l'étude à la probabilité conditionnelle de $X(t_2)$ par rapport à $X(t_1)$, et on écrit alors :

$$P\{X_2, t_2 | X_1, t_1\} = \frac{P_2(X_1, t_1; X_2, t_2)}{P_1(X_1, t_1)}$$

c) La fonction de corrélation

Et on peut, ainsi définir les moments composés des variables aléatoires $X(t_1)$ et $X(t_2)$, par :

$$\begin{aligned} M_{ij}(t_1, t_2) &= E[X(t_1)^i X(t_2)^j] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} X_1^i \cdot X_2^j \cdot dF_2^2(X_1, t_1; X_2, t_2) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} dX_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dX_2 \cdot X_1^i X_2^j \cdot P(X_1, t_1; X_2, t_2) \end{aligned}$$

Et pour $i = j = 1$, on obtient la fonction d'autocorrélation, pour un processus stochastique complexe :

$$\zeta(t_1, t_2) = M_{11}(t_1, t_2) = E[X(t_1) * X(t_2)]$$

Une condition nécessaire et suffisante d'existence de la fonction d'autocorrélation, est que le processus soit du second ordre, et qu'il ait les propriétés suivantes :

- $|\zeta(t_1, t_2)|^2 \leq \zeta(t_1, t_1)\zeta(t_2, t_2)$.
- $\zeta(t_1, t_2) = \overline{\zeta(t_2, t_1)}$.
- si $t_1 = t_2 = t$, $\zeta(t, t)$ est une fonction réelle non négative.
- C'est une fonction définie non négative.

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M \zeta(t_j, t_k) a_j a_k \geq 0 \quad \forall j, k, N, a_i$$

Une condition nécessaire et suffisante de continuité dans \mathfrak{R}^2 est la continuité sur la diagonale $t_2 = t_1 = t$.

Remarque

De même que le moment du second ordre caractérise la corrélation existant entre deux variables aléatoires, cette fonction de t_1 et de t_2 caractérise la dépendance stochastique entre les valeurs prises par une même fonction aléatoire aux instants t_1 et t_2 .

La notion de dépendance est homologue de celle de ressemblance; en effet, choisissons comme critère de ressemblance ce qui suit :

$$E[\varepsilon^2] = E[|X(t_1) - X(t_2)|^2]$$

On trouve alors, en utilisant la définition :

$$E[\overline{(X(t_1) - X(t_2))} (X(t_1) - X(t_2))] = E[\overline{X(t_1)}.X(t_1)] + E[\overline{X(t_2)}.X(t_2)] \\ - E[\overline{X(t_1)}.X(t_2)] - E[\overline{X(t_2)}.X(t_1)]$$

$$E[\varepsilon^2] = \delta_{X_1}^2 + \delta_{X_2}^2 - 2\zeta_X(t_1, t_2)$$

Ce qui montre que plus ζ_X est grand, plus $E[\varepsilon^2]$ est petit, et plus les variables se ressemblent.

3.3.3 Etude des notions de stationnarité et d'ergodicité

Une fonction aléatoire est stationnaire au sens strict si, toutes ses propriétés statistiques sont indépendantes de l'origine des temps [37].

- Stationnarité de la fonction de corrélation

$X(t)$ a une fonction d'autocorrélation stationnaire si $\zeta(t_1, t_2)$ est indépendant de l'origine du temps, et ne dépend que de la différence $\tau = t_1 - t_2$

$$\zeta(t_1, t_2) = E[\overline{X(t_1)}X(t_2)] = E[\overline{X(t)}X(t + \tau)] = R_{XX}(\tau)$$

$R_{XX}(\tau)$ est la fonction d'autocorrélation du processus aléatoire $X(t)$

Donc la densité spectrale de puissance $S(f)$ est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation $R_{XX}(\tau)$, donnée par [37]:

$$S(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \cdot R_{XX}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} \quad \text{ou bien} \quad R_{XX}(\tau) \xrightarrow{TF(\cdot)} S(f)$$

- Ergodicité

La propriété d'ergodicité lie les moyennes statistiques (effectuées sur l'espace des réalisations sous-jacent à la définition des variables aléatoires qui constituent le processus) et les moyennes temporelles (effectuées sur les fonctions du temps qui sont les *réalisations* du processus), [37].

Un processus aléatoire est *ergodique* si ses moments peuvent être obtenus comme des moyennes à partir d'une seule de ses réalisations, [37]. Ceci doit être vrai en particulier pour les moments d'ordre 1 et 2:

$$\frac{1}{T} \int_T X(t) dt \xrightarrow{T \rightarrow \infty} m_x(t)$$

$$\frac{1}{T} \int_T X(t) X(t + \tau) dt \xrightarrow{T \rightarrow \infty} R_x(t, t + \tau)$$

Si l'on examine la première équation, on se rend compte que le membre gauche ne dépend pas du temps, et donc que pour que cette équation puisse être vérifiée, il faut que le processus ait une *moyenne constante*.

De la même façon, pour que la deuxième équation soit possible le processus doit être *stationnaire au sens large*, on aura alors,

$$\frac{1}{T} \int_T X(t) dt \xrightarrow{T \rightarrow \infty} m_x$$

$$\frac{1}{T} \int_T X(t) x(t + \tau, \omega) dt \xrightarrow{T \rightarrow \infty} R_x(\tau)$$

On peut donc affirmer que pour qu'un processus soit ergodique, il doit nécessairement être stationnaire, [37]:

ergodicité \Rightarrow stationnarité
--

L'affirmation contraire est fausse [37].

3.4 Estimation dans le domaine temps pulse-pair

Dans ce qui suit, on présente l'estimation des moments spectraux basés sur la fonction d'autocorrélation [8], [30] et [38].

3.4.1 Développement de l'algorithme pulse-pair

Passarelli et Byron M. Keel, [30] ont démontré que la fonction d'autocorrélation pour un processus aléatoire complexe et stationnaire au sens large (série temporelle, en phase I et en quadrature de phase Q), peut être développée en séries de McLaurin, où les coefficients de ces séries peuvent être exprimés en termes de moments centraux fonction de la puissance moyenne spectrale.

Byron M. Keel [30-32], définit la fonction d'autocorrélation complexe sous la forme :

$$R(\tau) = h(\tau).exp(j.g(\tau)) \quad (3.1)$$

où $h(\tau)$ est une fonction de l'amplitude du signal radar complexe reçu et $g(\tau)$ est une fonction de phase. Le développement de ces deux fonctions en séries de McLauren est donné comme suit [30], [32]:

$$h(\tau) = \frac{h(0)}{0!} + \frac{h'(0).\tau}{1!} + \frac{h''(0)\tau^2}{2!} + \dots \quad (3.2)$$

et

$$g(\tau) = \frac{g(0)}{0!} + \frac{g'(0).\tau}{1!} + \frac{g''(0)\tau^2}{2!} + \dots \quad (3.3)$$

Pour le cas discret [30], [32], le développement de la fonction d'autocorrélation peut s'écrire comme suit:

$$h(k) = P_0 \left\{ 1 - \frac{M_2 k^2}{2!} + \frac{M_4 k^4}{4!} - \frac{(M_6 - 10M_3^2).k^6}{6!} + \dots \right\} \quad (3.4)$$

et

$$g(k) = k\mu - \frac{M_3 k^3}{3!} + \frac{(M_5 - 10M_2 M_3).k^5}{6!} + \dots \quad (3.5)$$

avec :

$$P_0 = \int_{-\pi}^{\pi} P(w)dw \quad (3.6)$$

qui est la puissance totale contenue dans le spectre, $P(w)$,

$$\mu = \frac{1}{P_0} \int_{-\pi}^{\pi} w.P(w).dw \quad (3.7)$$

est la puissance spectrale moyenne et

$$M_n = \frac{1}{P_0} \int_{-\pi}^{\pi} (w - \mu)^n P(w).dw \quad (3.8)$$

est le $n^{\text{ième}}$ moment central du spectre de puissance

Byron M. Keel [30], [32], a prévu pour le cas de présence d'un bruit blanc additif, la modification de la fonction d'amplitude $h(k)$ (équation (3.4)) en incluant la fonction d'autocorrélation du bruit. Ceci dit l'équation (3.4) devient :

$$h(k) = N_0 \delta(k) + P_0 \left\{ 1 - \frac{M_2 k^2}{2!} + \frac{M_4 k^4}{4!} - \frac{(M_6 - 10M_3^2) k^6}{6!} + \dots \right\} \quad (3.9)$$

où N_0 est la puissance totale du bruit blanc et $\delta(k)$ représente l'impulsion de Dirac.

Le développement en séries de McLaurin permet la troncature des termes, après un nombre suffisant de termes nécessaires à la résolution de la fonction d'autocorrection complexe pour les moments centraux d'intérêt.

La résolution de ces équations, en utilisant les deux premiers termes de la fonction d'autocorrélation (d'ordre 0 et 1), et en assumant que deux termes pour la série fonction d'amplitude $h(\tau)$ ainsi qu'un terme pour la série de phase $g(\tau)$, produit l'ensemble des équations suivantes :

$$h(0) = P_0 + N_0 \quad (3.10)$$

$$h(1) = P_0 \left(1 - \frac{M_2}{2!} \right) \quad (3.11)$$

$$g(1) = \mu \quad (3.12)$$

En résolvant ces équations, pour la moyenne μ , et la variance, M_2 , on obtient:

$$P_0 = h(0) - N_0 \quad (3.13)$$

$$\mu = g(1) \quad (3.14)$$

$$M_2 = 2 \left[1 - \frac{h(1)}{P_0} \right] \quad (3.15)$$

Notons, que le choix de l'ordre des termes des séries développées dépend essentiellement du nombre des inconnues recherchées (exemple : puissance, vitesse et variance). Donc pour avoir par exemple le paramètre appelé étendue du spectre de la vitesse (skewness), il faut pour cela prendre trois termes pour la série d'amplitude et deux termes pour la série de phase [14-30], [32].

Les équations (3.13), (3.14) et (3.15) sont aussi familièrement connues, sous le nom d'algorithme pulse-pair, (pp), [9], [10], développé pour la première fois par Rummler, [32].

L'algorithme pulse-pair est un estimateur de la vitesse moyenne, de la puissance du spectre Doppler du vent et de sa variance. Cette technique est basée sur l'estimation de l'autocorrélation des signaux I et Q réfléchis des impulsions Doppler émises, [8], [32], [38], [40].

3.4.2 Principe de la méthode pulse-pair

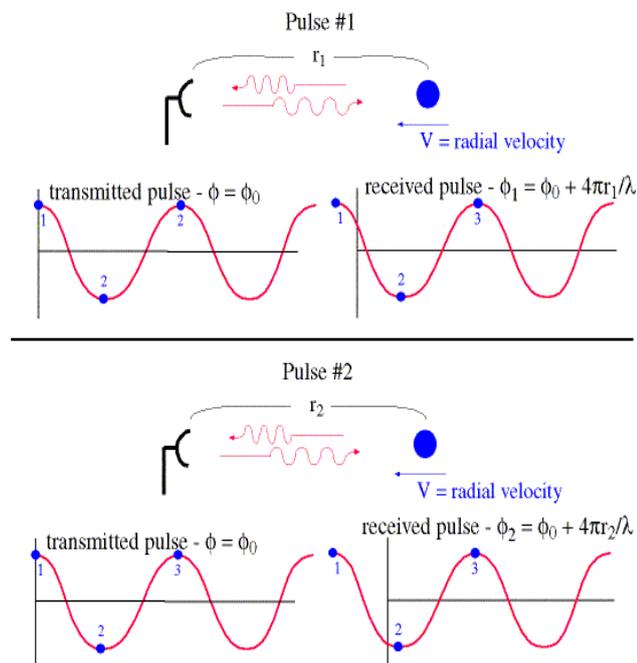


Figure.3.1 : Principe de la méthode pulse-pair

Cette méthode consiste à prendre deux impulsions consécutives reçues, puis de mesurer les phases de ces mêmes impulsions, comme bien expliqué sur la figure.3.1, ci-dessus.

Le changement de phase en fonction du temps s'écrit comme suit :

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{4\pi}{\lambda} \frac{dr}{dt} \quad (3.16)$$

Avec

$$df = f_2 - f_1 \quad (3.17)$$

Où dt est le temps entre impulsions

dr/dt est la vitesse radiale de la perturbation (cible) détectée qui est notée v

Mais df/dt , est réellement la vitesse angulaire, qu'on note $w = 2\pi f_d$

Donc :

$$v = \frac{\lambda}{4\pi} \frac{d\phi}{dt} \quad (3.18)$$

Donc, l'équation (3.18) devient :

$$v = \frac{\lambda}{4\pi} (2\pi f_d) \quad (3.19)$$

Avec

$$v = \frac{\lambda f_d}{2} \quad (3.20)$$

Si les paires d'impulsions sont statistiquement indépendantes. Il est démontré [8], [9], [38], que le maximum de vraisemblance de l'autocorrélation complexe $R_{ZZ}(T_s)$ est donné par:

$$R_{ZZ}(T_s) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} Z^*(kT_s) \cdot Z(|k+1|T_s) \quad (3.21)$$

Avec :

$$Z(kT_s) = I(kT_s) + jQ(kT_s) \quad (3.22)$$

Où:

M : Nombre d'impulsions.

T_s : Temps entre impulsions

$Z(kT_s)$: Signal complexe échantillonné à T_s .

L'estimation du moment d'ordre zéro, appelé aussi puissance de l'écho radar [8], [32] est donné par la relation suivante :

$$\hat{P} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M |Z(kT_s)|^2 - N \quad (3.23)$$

L'estimation de la vitesse moyenne du vent, appelée aussi moment d'ordre un de la fonction d'autocorrélation [8], [9], [32] est donné par:

$$\hat{v}_{PP} = \frac{\lambda}{4\pi T_s} \cdot \text{arg}[R_{ZZ}(T_s)] \quad (3.24)$$

Avec $\text{arg}[R_{ZZ}(T_s)]$, dénote l'argument de la fonction d'autocorrélation complexe $R_{ZZ}(T_s)$.

Le moment du second ordre, appelé aussi variance spectrale de la vitesse est donnée par [8], [9], [14], [38] :

$$\sigma_v^2 = \frac{\lambda^2}{8\pi^2 T_s^2} \left[1 - \frac{R_{ZZ}(T_s)}{R_{ZZ}(0) - N} \right] \quad (3.25)$$

Et la largeur spectrale de la vitesse est donnée par :

$$\hat{w}_{PP} = \sqrt{\sigma_v^2} = \frac{\sqrt{2}\lambda}{4\pi T_s} \sqrt{\left| 1 - \frac{R_{ZZ}(T_s)}{R_{ZZ}(0) - N} \right|} \quad (3.26)$$

Avec N : puissance d'un bruit blanc qui caractérise les échos fixes, et le bruit thermique [9].

Les équations (3.23), (3.24), (3.25) et (3.26) décrivent une méthode d'estimation de la vitesse moyenne et sa variance pour le vent. Ceci est réalisé dans le domaine temporel en se basant sur les impulsions reçues sous la forme de séries complexes (I et Q), [8], [9], [14].

Une estimation équivalente peut être obtenue pour le spectre du signal en notant que :

$$R_{ZZ}(T_s) = \sum_{k=0}^{M-1} S_z(k) \exp\left(\frac{2\pi k T_s}{M-1}\right) \quad (3.27)$$

Où : $S_z(k)$: est la densité spectrale de puissance

En calculant le spectre de puissance par l'utilisation de la transformée de Fourier discrète DFT, [8], [38], [40], l'argument de la fonction d'autocorrélation complexe $R_{zz}(T_s)$ peut être formulé [8] comme suit :

$$\arg[R_{zz}(T_s)] = \arctg\left(\frac{\text{Im}(R_{zz}(T_s))}{\text{Re}(R_{zz}(T_s))}\right) = \arctg\left\{\frac{\sum_{k=0}^{M-1} S_z(k) \sin\left(\frac{2\pi k T_s}{M-1}\right)}{\sum_{k=0}^{M-1} S_z(k) \cos\left(\frac{2\pi k T_s}{M-1}\right)}\right\} \quad (3.28)$$

Et ainsi l'estimation de la puissance moyenne de l'écho radar et de la vitesse moyenne \hat{v}_{pp} , la variance σ_v^2 , et la largeur du spectre \hat{w}_{pp} Doppler reçu peuvent être établit comme dans les équations (3.18), (3.19), (3.20) et (3.21), [8], [32].

3.4.3 L'interprétation géométrique de la méthode pulse-pair

La fonction complexe d'autocorrélation est la base de l'estimation des moments spectraux dans le domaine temporel, elle est souvent mentionnée en tant que parties réelles et parties imaginaires, mais une autre alternative de représentation tridimensionnelle conduit à une meilleure compréhension de l'autocorrélation ou de l'algorithme pulse-pair, [8], [15]. La fonction d'autocorrélation complexe $R(m)$ pourrait être considérée comme étant une spirale tridimensionnelle qui est large au centre et effilée vers le rayon zéro aux extrémités et ayant une enveloppe de forme Gaussienne [8], [15].

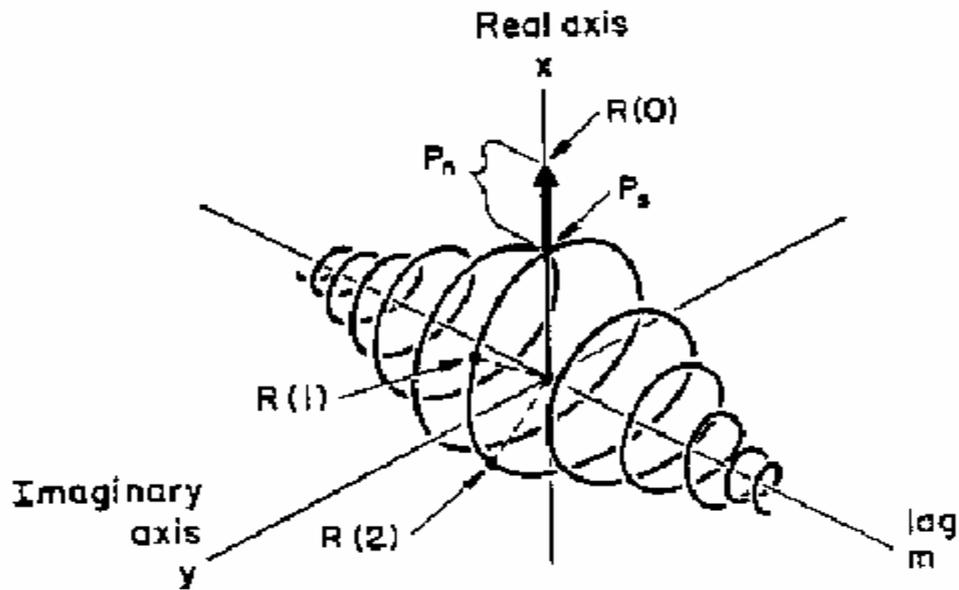


Figure. 3.2 : Représentation tridimensionnelle de la fonction d'autocorrélation complexe sous forme d'hélice [15].

La figure 3.2 montre un schéma de cette spirale représentant la fonction d'autocorrélation continue. Une spirale d'autocorrélation échantillonnée se compose de points espacés de la durée entre impulsions PRT (T_s).

Notons que le terme $R(0)$ est au centre de la spirale et n'a pas de composante imaginaire. Le rayon pour le terme d'ordre zéro "0" représente la puissance du signal et la fonction delta δ réelle du même terme représente la puissance du signal bruit. La largeur de l'enveloppe gaussienne de la spirale représente l'inverse de la largeur spectrale de la vitesse ou bien la dispersion. Le taux de rotation (élancement) de la spirale définit la vitesse moyenne du signal et par conséquent celle de la perturbation [8], [15]. Pour des échantillons espacés de la fonction d'autocorrélation, la rotation angulaire entre une paire d'échantillons est une mesure de vitesse moyenne. Ainsi, l'angle de l'estimation de l'autocorrélation complexe $R(1)$ donne la vitesse moyenne du signal reçu exprimée comme une fraction de l'intervalle de Nyquist. Cette méthode est connue universellement comme étant l'estimateur pulse-pair (pp) utilisé pour l'estimation de la vitesse moyenne et de la variance d'une rafale de vent détectée par les radars ou les lidars, [8], [9], [15], [32], [57].

Une interprétation géométrique utile du rapport entre les moments spectraux classiques et la fonction d'autocorrélation peut être obtenue en consultant les travaux de Passarelli et Siggia (1983), [8], [15]. Cette interprétation illustre plusieurs propriétés de l'estimateur pulse-pair, [8].

3.5 Estimation spectrale via la méthode de Fourier

Une autre alternative d'estimation de la vitesse moyenne \hat{v}_{pp} , de la variance σ_v^2 , et de la largeur du spectre \hat{w}_{pp} Doppler reçu peut être formulée par l'estimation de la densité spectrale de puissance via la transformée de Fourier discrète [8], [32] comme :

$$\hat{V}_{FT} = \frac{\lambda}{2\hat{P}T_S} \sum_{k=-\frac{M}{2}}^{\frac{M-1}{2}} S_Z(k) \left(\frac{k}{M-1} \right) \quad (3.29)$$

et

$$\hat{W}_{FT}^2 = \frac{\lambda^2}{4\hat{P}T_S^2} \sum_{k=-\frac{M}{2}}^{\frac{M-1}{2}} S_Z(k) \left(\frac{k}{M-1} + 2\frac{\hat{V}_{FT}T_S}{\lambda} \right)^2 \quad (3.30)$$

où l'estimation spectrale est normalisée par la puissance totale moyenne \hat{P} , et traitée comme probabilité par dessus toute la largeur de bande de travail [8].

Ces valeurs estimées, sont les vitesses et variance du spectre et elles sont indexées (FT) pour en référer à la méthode de Fourier.

Le domaine d'implémentation temporel pour l'estimation pulse-pair a un avantage de devenir beaucoup plus significatif, que les méthodes qui requièrent l'utilisation de la DFT de point de vue nombre d'opérations, [8], [9]. Mais encore, il est démontré que l'estimation pulse-pair a une plus petite variance que celle de l'estimateur de Fourier pour un rapport signal sur bruit (SNR) bas [8].

Le spectre météorologique réfléchi sur le radar ne va probablement pas violer ces hypothèses, mais la présence du mode d'échos fixes renversée (changement de direction) peut biaiser l'estimation spectrale moyenne [8], [32].

La DFT peut être calculée en utilisant un algorithme FFT. Toutefois la DFT possède deux inconvénients inhérents à son approche. Le premier est que la résolution en fréquence est limitée

par l'inverse de la largeur des échantillons enregistrés. Cela gêne beaucoup la DFT à résoudre deux signaux qui sont peu espacés en fréquences [8], [9], [32].

Le second inconvénient implique l'utilisation d'échantillons limités en longueur pour la représentation de signaux d'étendues infinies. En assumant que les séquences seront nulles en dehors de l'intervalle fini, cela sous-entend un fenêtrage des signaux qui sera imposé. Il est équivalent à la multiplication des signaux par une fenêtre rectangulaire d'amplitude unité. Dans le domaine fréquentiel le résultat est similaire à une convolution d'un spectre avec une fonction Sinc, [8], [25].

Ce phénomène est connu sous le nom de pertes spectrales parce que l'énergie du signal ne sera pas représentée dans tout le domaine des fréquences, [8], [25-32].

Ces limitations de la DFT seront spécialement problématiques pour des séquences de courte durée, qui sont utilisées dans les radars à effet Doppler aéroportés [8]. Ce qui n'est pas le cas de notre étude, car pour nos besoins d'études on va adopter un radar pulse Doppler fixe terrestre.

3.6 Estimation spectrale autorégressive (le modèle AR)

Une autre alternative pour l'estimation spectrale, est l'estimation Autorégressive (AR) qui a été déjà appliquée dans le domaine radar [8], [24-25].

L'approche générale de cette méthode, consiste à adjoindre un modèle autorégressif AR, pour les séries temporelles radar (signaux I et Q), et puis de générer par la suite le spectre en calculant les coefficients du modèle, [8], [57]. La qualité de l'estimation spectrale dépend souvent de l'ordre du modèle AR pour un processus sous-jacent, [8], [24], [57].

Un modèle autorégressif est un modèle tout pôle représenté par l'expression suivante [8], [25] :

$$H(f) = \frac{I}{1 + \sum_{k=1}^p a_k \exp(-j2\pi f k T)} \quad (3.31)$$

Avec :

a_k : Coefficients du model AR

P : Ordre du model AR.

T : Intervalle d'échantillonnage.

Une fois que les coefficients sont déterminés, la densité spectrale de puissance peut être déterminée comme suit :

$$P_{AR}(f) = \frac{T\sigma_p^2}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p a_k \exp(-j2\pi f k T) \right|^2} \quad (3.32)$$

Où : σ_p^2 : Puissance du bruit blanc

Ainsi, a_k et σ_p^2 sont des paramètres à estimer. Plusieurs méthodes de calculs de ces paramètres ont été développées. Les unes utilisent la fonction d'autocorrélation, et d'autres utilisent la méthode de prédiction des moindres carrés linéaires [8], [24], [32].

Pour le calcul de la densité spectrale de puissance $P_{AR}(f)$, la FFT est souvent utilisée pour l'évaluation de l'exponentielle complexe du dénominateur de l'équation (3.32).

L'estimation spectrale autorégressive AR donne la possibilité d'estimer le spectre à n'importe quelle fréquence à l'intérieur de la largeur de bande de travail, au lieu des fréquences prédéterminées par la longueur des données enregistrées, [8], [32]. Le problème des pertes est éliminé parce que le modèle AR ne force pas la séquence à devenir nulle en dehors de l'étendue de la bande passante des signaux radar.

L'inconvénient de l'estimation autorégressive AR, est qu'elle nécessite un nombre d'opérations $N_p + 6P^2$ et $10(P+2)\log_2(N)$ si la FFT est utilisée pour l'évaluation de la somme des exponentielles complexes pour les mêmes fréquences [8], [32].

Le modèle AR peut ne pas bien convenir au problème de l'estimation spectrale des caractéristiques du vent (puissance, vitesse, variance, et largeur spectrale), cela est dû à l'ordre du modèle AR P , qui est grand pour représenter le processus [8], [32]. Cependant l'expérience montre qu'un ordre de modèle AR petit ($P \leq 5$) est tout à fait efficace pour identifier les modes météorologiques, [8].

3.7 Conclusion

Nous avons pu dans cette partie de la thèse, présenter et de manière plus concise les méthodes de traitement du signal radar classiques, utilisées dans le domaine de l'estimation des grandeurs physiques caractérisant une perturbation atmosphérique sévères (ex : micro rafale de

vent, tornade), à savoir la vitesse moyenne radiale Doppler, sa variance et éventuellement son étendue spectrale, et même parfois sa direction. Avant tout ces méthodes supposent que les échos radars météorologiques (Signaux I et Q) de la perturbation météorologique et les bruits d'interférences sont connus et modélisés en processus aléatoires, stationnaires au sens large, [8], [31-32-38].

Ces méthodes mentionnées, sont basées dans deux domaines de calcul différents; l'une d'elles est dans le domaine temporel (algorithme pulse-pair) qui utilise les fonctions d'autocorrélation des signaux radar I et Q ; et les deux autres dans le domaine des fréquences (FFT et le Modèle AR), qui elles utilisent les densités spectrales de puissance des signaux radar I & Q reçus. Nous avons ainsi dressé une étude des avantages et inconvénients de chacune d'elles. Ce qui nous permettra dans le cinquième, par la suite de comparer objectivement les résultats fournis par chacune de ces méthodes.

Nous proposerons deux autres méthodes d'estimations spectrales, respectivement une quatrième méthode fréquentielle appelée méthode de prédiction à deux pas (modèle ARMA (n , 1)), et une cinquième appelée transformée de Ramanujan Fourier, dans le quatrième chapitre en vue d'améliorer les résultats des estimations obtenus.

Enfin ces méthodes d'estimations renseignent l'opérateur radar sur le contenu du spectre Doppler des perturbations météorologiques sévères, et par conséquent elles lui permettent de prendre des décisions quant aux procédures d'évitement pour les avions susceptibles de rencontrer ces perturbations, [8], [23-38], [57].

CHAPITRE 4

DEVELOPPEMENT DES METHODES ARMA(n,1) A DEUX PAS DE PREDICTION ET RAMANUJAN FOURIER

4.1 Introduction

L'estimation des moments spectraux d'ordres, zéro, un et deux soit respectivement la puissance de l'écho météorologique, la vitesse moyenne radiale et la variance de la vitesse, du spectre Doppler de l'écho météorologique, via des méthodes fréquentielles (spectrales), est basé essentiellement dans la bonne estimation de la densité spectrale de puissance (*PSD*) du signal reçu par le radar [8], [38].

On peut citer, parmi les méthodes utilisées celle basée sur le modèle autorégressif (*AR*) développée dans le troisième chapitre [8], [15]. Son utilisation pour le calcul de la densité spectrale de puissance (*PSD*) est directement liée à l'ordre des pôles par lequel on a approximé le spectre Doppler [8].

Dans ce chapitre on propose en premier lieu une méthode, qui conduit à l'approximation et à l'évaluation de la densité spectrale de puissance (*PSD*) du spectre Doppler par un modèle autorégressif à moyenne variable *ARMA* ($n, 1$), de prédiction à deux pas [38].

Cette méthode est basée en la recherche d'une solution particulière qui maximise la fonction d'entropie dans un modèle stable tout-pôles d'ordre n . *ARMA*.

SU Pillai, TI Shim, et MH Benteftifa, [21], [38] ont généralisé cette méthode en montrant que le spectre résultant correspond à celui d'un processus stable *ARMA*($n, k-1$).

Nous nous intéresserons ensuite à une méthode qui emploie un nouvel outil de traitement du signal basé sur les sommes de Ramanujan $c_q(n)$, qui sont adaptées à l'analyse de séquences arithmétiques avec plusieurs résonances p/q . Ces sommes ont des propriétés qu'on détaillera dans ce qui suit. De nouveaux résultats seront fournis par l'utilisation de la transformée Ramanujan Fourier (*RFT*) pour l'estimation du spectre Doppler d'un signal radar météorologique dans le chapitre 5.

4.2 Problématique

Soit $(n+1)$ autocorrélations consécutives, d'un processus stationnaire discret $X(nT)$, Une question intéressante peut se poser est comment adjoindre une densité spectrale de puissance (PSD) associée à la séquence infinie et positive de l'ensemble des corrélations.

Il est connu qu'une matrice Hermitienne de Toeplitz générée à partir des $(n+1)$ autocorrélations données, le problème aura un nombre infini de solutions, et la solution particulière qui maximise la fonction d'entropie est un modèle tout pôles d'ordre n .

Dés lors que la maximisation de l'entropie est équivalente à la maximisation de l'erreur minimale quadratique moyenne MMSE associée à un prédicteur à un pas. On discutera dans ce qui suit des problèmes de l'étude des $(n+1)$ autocorrélations.

Un problème intéressant traitement du signal dans l'étude des formes d'autocorrélations et de leurs densités spectrales de puissance (PSD) associées est celui d'estimer le spectre à partir des échantillons finis en fonction de leurs fonctions d'autocorrélations. Ce problème est connu sous le nom de problème de moments trigonométriques dans le cas discret, il a été sujet d'études étendues pendant une longue période [21], [38], [61-62-63].

En raison de l'intérêt mathématique considérable aussi bien que la signification physique du problème des moments dans la théorie de l'évaluation des spectres, il est approprié qu'on passe en revue ce problème brièvement dans son contexte.

Soit, $X(nT)$ un processus stochastique discret, de moyenne nulle et stationnaire au sens large, sa fonction d'autocorrélations est donnée par :

$$r_k = E[X(nT).X^*((n+K)T)] = r_{-k}^* \\ K = 0,1,2,\dots,\infty$$

La densité spectrale de puissance *PSD*, $S(\theta)$ de ce processus stationnaire est donnée par la transformée de Fourier discrète DFT, et en fonction de l'autocorrélation des séquences $X(nT)$, [21], [38], [61].

$$S(\theta) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} r_k \cdot e^{jk\theta} \quad , \quad k = 0,1,2,\dots,\infty \quad (4.1)$$

et $S(\theta) \geq 0$

Sachant que r_k peut être calculée par l'équation

$$r_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S(\theta) e^{-jk\theta} d\theta, \quad |k| \geq 0 \quad (4.2)$$

Clairement, pour un processus avec une puissance finie [21], [38], on a pour $k=0$:

$$r_0 = \frac{1}{2\pi} \int S(\theta) d\theta = E\left[|X(nT)|^2\right] < \infty \text{ est finie} \quad (4.3)$$

Ce qui signifie que, $S(\theta)$ est intégrable sur l'intervalle L_1 , $-\pi \leq \theta \leq \pi$.

La propriété de non négativité de la densité spectrale de puissance *PSD* peut être caractérisée en termes d'une matrice appelée Toeplitz T_n des autocorrélations r_k , [21]. Soit :

$$T_n = \begin{vmatrix} r_0 & r_1 & r_2 & \dots & r_n \\ r_1^* & r_0 & r_1 & \dots & r_{n-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ r_n^* & r_{n-1}^* & \cdot & \cdot & r_1 & r_0 \end{vmatrix}$$

$\Delta_n = \det T_n$, dénote le déterminant de T_n .

$$S(\theta) \geq 0 \Leftrightarrow \Delta_n \geq 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (4.4)$$

Ce qui signifie, que la propriété de non négativité de la densité spectrale de puissance est équivalente à la non négativité de tous les termes de la matrice T_n . De plus, il faut supposer que le processus satisfait également la condition d'entropie de « Paley Wiener », appelée aussi critère de causalité, [21], [38].

$$H = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln S(\theta) d\theta > -\infty \quad (4.5)$$

Cette équation d'entropie H nous permet de dire que le processus $X(nT)$ est fini, [21].

En satisfaisant la condition d'intégrabilité (4.3) et le critère de Paley Wiener (4.5), [21-38]. Ceci nous permet de dire qu'il existe qu'une seule et unique solution [21], [61] :

$$B(z) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k z^k, \quad b_0 > 0 \quad (4.6)$$

Cette fonction et son inverse sont analytiques à l'intérieur du cercle de rayon unité $|z| < 1$, et doit satisfaire les conditions suivantes :

$$\sum_{k=0}^{\infty} |b_k|^2 < \infty \quad (4.7)$$

et

$$S(\theta) = |B(e^{j\theta})|^2, \quad (4.8)$$

Ce facteur causal $B(z)$, est connu sous le nom de facteur de Wiener du processus donné $X(nT)$, il représente un filtre digital avec des réponses impulsionnelles des sommes carrées. Si on fait passer une source de bruit blanc stationnaire appropriée de densité spectrale unité, à travers un filtre d'équation caractéristique $B(z)$, ce filtre régénérera le processus stochastique donné $X(nT)$ (voir la figure.4.1.).

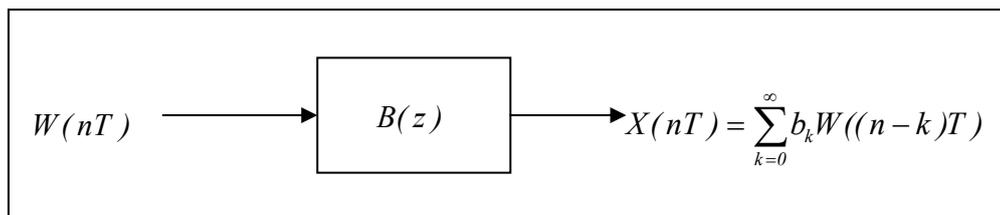


Figure. 4.1 : Filtre de Wiener pour un processus stationnaire $X(nT)$

Pour rechercher la solution admissible, qui satisfait les équations (4.3) et (4.5), et qui doit aussi satisfaire les équations ci-dessous [21], [61], [62]:

$$S(\theta) \geq 0$$

et

$$r_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S(\theta) e^{-jk\theta} d\theta, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

Il est bien connu qu'une condition nécessaire et suffisante pour l'existence d'une telle solution, est la propriété de non négativité des éléments la matrice Toeplitz T_n [21], [38].

D'ailleurs, quand T_n est définie positive comme, le problème ci-dessus de l'extension du spectre a un nombre infini de solutions (quand $\Delta_n = 0$ le problème ci-dessus de l'extension a une solution unique) [21], [38].

Les solutions au problème de l'extension du spectre sont également décrites dans [21], Youla, [61] a paramétré la classe entière des solutions pour le problème de l'extension spectrale en utilisant des fonctions limites réelles.

Définition : Une fonction $\rho(z)$ serait limite réelle si 1) $\rho(z)$ est analytique dans $|z| < 1$ et, 2) $|\rho(z)| \leq 1$ dans $|z| < 1$ et est réelle pour z réel [21]. En utilisant les inégalités de Cauchy, si $\rho(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \rho_k z^k$, alors $|\rho_k| < 1$ pour tous k . De plus, si $|\rho_0| = 1$, et par le théorème du maximum du module, $\rho(z) \equiv 1$ [21]. Ces solutions proviennent également de la théorie de Schur [62], sur les fonctions limites réelles [21], [38].

Avant d'examiner ces solutions, il est nécessaire de revoir le concept de la maximisation de l'entropie, des erreurs de prédiction, et du facteur de Wiener.

4.3 Le concept de maximisation de la fonction d'entropie

On supposant un ensemble fini d'autocorrélations $r_0, r_2, \dots, r_n, n = 0 \rightarrow \infty$ du processus stochastique discret stationnaire $X(nT)$.

On peut démontré [21], qu'avec une telle solution, à chaque nouvelle valeur $k \geq n$ l'autocorrélation inconnue r_{k+1} doit se trouver à l'intérieur d'un cercle de rayon R_k et de centre ξ_k donnés par [21]:

$$R_k = \Delta_k / \Delta_{k-1} > 0$$

et

$$\xi_k = f_k^T T_{k-1}^{-1} b_k$$

Ici $f_k = [r_1, r_2, \dots, r_k]^T$ et $b_k = [r_k, r_{k-1}, \dots, r_1]^T$ représentent respectivement les valeurs antérieurs et postérieurs des corrélations des k points.

Puisque de telles extensions peuvent être établies de façons infinies, les solutions pour l'extension du spectre dépendrons de la règle spécifique employée pour sélectionner les r_{k+1} à l'intérieur des cercles respectifs, pour $k = n \rightarrow \infty$.

De ce faite, on peut montrer que [21], [61], que parmi toutes les solutions admissibles, la solution particulière possède la valeur possible maximum pour la limite constante b_0 du facteur de Wiener.

Par ailleurs étant donné $r_0, r_1, r_2, \dots, r_n$, le terme constant b_0 du facteur de Wiener dans (4.6) lié à n'importe quelle extension aura sa valeur maximum admissible si et seulement si $r_{k+1} = \xi_k, k = n \rightarrow \infty$ [21].

Notons que, en utilisant la théorie des moindres carrée [21], le meilleur prédicteur linéaire à un pas est donné par :

$$\hat{X}(T) = \sum_{k=0}^{n-1} W_k X(-kT)$$

Ce qui signifie que prédicteur, utilise n échantillons passés du processus stochastique $\hat{X}(nT)$ pour la prédiction de ses valeurs actuelles, et a comme erreur quadratique moyenne :

$$\delta_n = \Delta_n / \Delta_{n-1} > 0 \quad (4.9)$$

avec

$$\Delta_{k+1} = \frac{I}{\Delta_{k-1}} (|\Delta_k|^2 - |\Delta^{(1)}_{k+1}|^2) \quad (4.10)$$

où $\Delta^{(1)}_{k+1}$ représente le déterminant de la matrice réduite obtenue en supprimant sa première colonne et sa dernière ligne, nous aurons ainsi :

$$\delta_{k+1} = \frac{\Delta_{k+1}}{\Delta_k} = \frac{\Delta_k}{\Delta_{k-1}} \left(I - \left| \frac{\Delta_{k+1}}{\Delta_k} \right|^2 \right) \leq \delta_k \quad (4.11)$$

L'erreur quadratique moyenne associée au meilleur prédicteur linéaire qui utilise les échantillons antérieurs $(k-1)$ est donnée par [21], [61]

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \delta_k = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\Delta_k}{\Delta_{k-1}} = b_0^2 > 0 \quad (4.12)$$

De [21], On a trouvé que b_0^2 représente également le rayon final $\lim_{k \rightarrow \infty} R_k$ dans n'importe quelle extension.

Des équations (4.9), (4.11), et (4.12), le terme b_0^2 représente l'erreur minimum quadratique moyenne (MMSE) associée à un prédicteur à un pas [21], et en résolvant cette équation on aura la solution admissible.

Cette solution coïncide également avec l'extension d'entropie maximum qui est à l'origine formulée par Burg (en 1974), [21].

Pour relier la fonction d'entropie H du processus à l'erreur quadratique minimale de prédiction b_0^2 . On suppose que d_k , $|k| = 0, 1, 2, \dots, \infty$ représentent les coefficients de Fourier du terme $\ln S(\theta)$. Puisque le critère de Paley-Wiener (4.5) garanti que $\ln S(\theta)$ est bien défini presque partout et intégrable, et de [21-61-64] nous avons :

$$d_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln S(\theta) e^{-jk\theta} d\theta \quad (4.13)$$

et par voie de conséquence, [21]

$$\ln S(\theta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_k e^{jk\theta}$$

or

$$\begin{aligned} S(\theta) &= \exp(d_0) \exp\left(\sum_{k=1}^{\infty} d_k e^{jk\theta}\right) \exp\left(\sum_{k=1}^{\infty} d_k e^{jk\theta}\right)^* \\ &= L(e^{j\theta}) L^*(e^{j\theta}) \end{aligned} \quad (4.14)$$

où

$$\begin{aligned} L(z) &= \exp(d_0/2) \exp\left(\sum_{k=1}^{\infty} d_k z^k\right) \\ &= \exp(d_0/2) \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k z^k \end{aligned} \quad (4.15)$$

Clairement, $\alpha_0 = 1$, Notons que $L(z)$ est analytique ainsi que son inverse à l'intérieur de $|z| < 1$ et puisque $L(0) > 0$ et en comparant les équations (4.8), (4.14) et (4.6), (4.15), on peut identifier $L(z)$ avec le facteur de Wiener $B(z)$. On obtient :

$$b_k = \alpha_k \exp(d_0/2), \quad |k| \geq 0 \quad (4.16)$$

En particulier, en prenant des équations (4.13) et (4.16), on a [21], [38], [61] :

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\Delta_k}{\Delta_{k-1}} &= b_0^2 = \exp(d_0) = \exp\left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln S(\theta) d\theta\right) = \exp(H) \end{aligned}$$

Ce rapport linéaire entre la fonction d'entropie H , et l'erreur minimum quadratique moyenne d'un prédicteur à un pas permet de conclure, que la méthode ci-dessus d'extension qui

maximise b_0^2 est également une solution du maximum d'entropie. La solution maximum d'entropie joue un rôle de base dans la formulation paramétrique de toutes les autres extensions admissibles. Ce qui a été mentionné dans [21] et [61].

4.3.1 La formulation paramétrique de DC Youla

Rappelons qu'une fonction $Z(z)$ serait positive réelle si seulement si :

- i) $Z(z)$ est analytique dans $|z| < 1$
- ii) $\text{Re}Z(z) \geq 0$ pour $|z| < 1$ et $Z(z)$ est réelle pour z réel.

De telles fonctions sont dépourvues de pôles et de zéros à l'intérieur du cercle unité, d'ailleurs, leurs pôles et zéros sur la frontière du cercle d'unité doivent être simples avec des résidus positifs pour les pôles [64]. De plus, le lemme de Schur dans [62], stipule que de telles fonctions peuvent être écrites sous formes de séries entières comme suit :

$$Z(z) = c_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} c_k z^k, \quad |z| < 1$$

qui représente une fonction positive réelle, si chaque matrice hermitienne Toeplitz $T_n, n = 0 \rightarrow \infty$, avec r_k remplacé par $c_k, k = 0, 1, 2, \dots$ est définie non négative [21-61]. Il peut être démontré que [61], pour de telles fonctions, la limite radiale intérieure qu'est donnée par :

$$Z(e^{j\theta}) = \lim_{r \rightarrow 1-0} Z(re^{j\theta})$$

Existe presque partout et par voie de conséquence sa partie réelle est non négative sur le cercle d'unité, c.-à-d.,

$$S(\theta) = \text{Re}[Z(e^{j\theta})] \geq 0, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (4.17)$$

Puisque $S(\theta)$ est intégrable, ceci établit au moins une correspondance à sens unique entre une fonction positive réelle et un spectre de puissance finie, [21], [61].

Pour des processus réels, soit avec les autocorrélations donnés $r_0, r_1, r_2, \dots, r_n$ avec $T_n > 0$, chaque solution admissible $S(\theta)$ peut être caractérisée en termes d'impédance d'entrée $Z(z)$ d'une cascade donnée, de lignes $(n+1)$ de moindres pertes de transmission, qui est terminée avec une charge passive arbitraire d'impédance $W(z)$ (voir la figure.4.2).

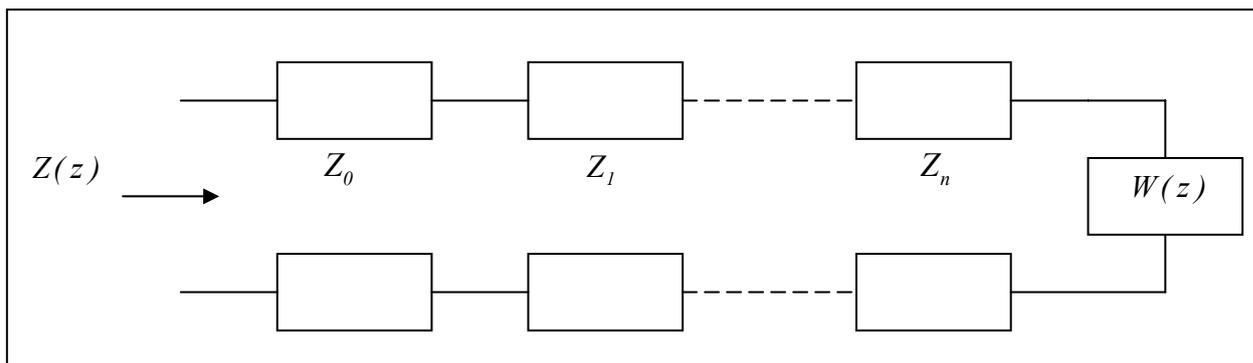


Figure. 4.2 : Représentation en cascade des impédances Z

et l'impédance $Z(z)$ peut s'écrire comme :

$$Z(z) = r_0 + 2 \sum_{k=1}^n r_k z^k + O(z^{n+1}), \quad |z| < 1$$

En utilisant (4.17), chaque impédance $Z(z)$ ainsi obtenue génère un spectre $S(\theta)$, qui satisfait les critères d'intégrabilité et de Paley Weiner. Les lignes de transmission des impédances caractéristiques positives Z_0, Z_1, \dots, Z_n sur la figure 4.2. Sont produites tels que, les coefficients des jonctions, sont donnés par :

$$s_k = \frac{Z_k - Z_{k-1}}{Z_k + Z_{k-1}}, \quad k = 1, 2, \dots, n$$

et données par [21], [61-64] :

$$s_k = (-1)^{k-1} \frac{\Delta_k^{(1)}}{\Delta_{k-1}}, \quad k \geq 1 \quad (4.18)$$

$\Delta_k^{(1)}$ est définie dans les équations (4.10), (4.11) et $Z_0 = R_0 = r_0$, et de l'équation (4.11), on prend $|\delta_{k+1}| \leq 1$ pour tous k et par conséquent.

$$\Delta_k > 0, k \leq n \Leftrightarrow |\delta_k| < 1 \text{ pour tous } k \leq n$$

Généralement, quand la densité spectrale de puissance satisfait le critère de causalité. On a $|S_k| < 1$ pour chaque $k \geq 1$. Dans cette représentation, $\rho(z)$ dénotent les coefficients de réflexion de la charge $W(z)$ [21], [61].

$$\rho(z) = \frac{W(z) - Z_n}{W(z) + Z_n} \quad (4.19)$$

D'une manière équivalente, on peut écrire les spectres en fonction de $\rho(z)$, soit:

$$S(\theta) = \text{Re}[Z(e^{j\theta})] = |B_\rho(e^{j\theta})|^2 \quad (4.20)$$

Où, $B_\rho(z)$ est le facteur associé de Wiener est donné par :

$$B_\rho(z) = \frac{\Gamma(z)}{P_n(z) - z\rho(z)\bar{P}_n(z)} = \frac{\Gamma(z)}{D_n(z)} \quad (4.21)$$

$\Gamma(z)$ Est une fonction limite réelle, analytique ainsi que son inverse dans $|z| < 1$, est écrite sous la forme [21] :

$$1 - |\rho(e^{j\theta})|^2 = |\Gamma(e^{j\theta})|^2 \quad (4.22)$$

et $\rho(z)$ satisfait l'inégalité ci-dessous [21], [61] :

$$\int_{-\pi}^{\pi} \ln(1 - |\rho(e^{j\theta})|^2) d\theta > -\infty \quad (4.23)$$

Dans le cas de fonctions réelles, la factorisation ci-dessus en (4.22), peut être en plus écrite de manière compacte comme suit : [21-64]

$$1 - \rho(z)\rho_*(z) = \Gamma(z)\Gamma_*(z) \quad (4.24)$$

Avec $\rho_*(z) = \rho(1/z)$

De la même manière on peut réécrire l'équation (4.21), et on obtient

$$D_n(z) = P_n(z) - z\rho(z)\bar{P}_n(z) \quad (4.25)$$

Avec $\bar{P}_n(z) = z^n P_n(1/z)$

$\bar{P}_n(z)$ Représente le polynôme réciproque à $P_n(z)$, il est unique de degré n et appelé polynôme de Levinson, qui est le produit des autocorrélations donnés $r_0, r_1, r_2, \dots, r_n$ c.-à-d. [21-64],

$$P_n(Z) = \frac{I}{\sqrt{\Delta_n \Delta_{n-1}}} \begin{vmatrix} r_0 & r_1 & \dots & r_{n-1} & r_n \\ r_1 & r_0 & \dots & r_{n-2} & r_{n-1} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ r_{n-1} & r_{n-2} & \dots & r_0 & r_1 \\ z^n & z^{n-1} & \dots & z & I \end{vmatrix} = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n$$

$P_n(z)$ Satisfait la récursion de Levinson [21], [38], donnée par :

$$\sqrt{I - s_k^2} P_k(z) = P_{k-1}(z) - s_k z^k P_{k-1}(1/z), \quad k = 1 \rightarrow \infty \quad (4.26)$$

Avec : $s_k, k = 1 \rightarrow \infty, (|s_k| < 1)$

Les coefficients d'initialisation de l'équation (4.18), sont donnés par :

$$P_0(z) = \frac{I}{\sqrt{r_0}} \quad \text{et} \quad s_1 = \frac{r_1}{r_0}$$

De [21], [64], on peut démontré que $P_n(z)$ est un polynôme de Hurwitz.

Dans (4.23), $\rho(z)$ est une fonction limite réelle et implique que $B_p(z)$ est analytique ainsi que son inverse dans $|z| < 1$, avec des coefficients sommables carrés de Fourier.

De [21][61][63][64], $\Gamma(z)$ et $D_n(z)$ sont des polynômes de Hurwitz et de l'équation (4.25), on a $D_n(z_0) = 0$, donc

$$\frac{P_n(z_0)}{\bar{P}_n(z_0)} = z_0 \rho(z_0)$$

A partir de (4.24), on obtient $\rho(z_0)\rho(1/z_0) = I$ et en utilisant ceci, l'équation précédente devient :

$$\rho(1/z_0) \frac{P_n(z_0)}{\bar{P}_n(z_0)} = z_0$$

En utilisant le théorème du module maximum [21], ceci mène à une contradiction du côté gauche de l'équation, c'est-à-dire :

$$\left| \rho(1/z_0) \frac{P_n(z_0)}{\bar{P}_n(z_0)} \right| \leq I$$

En optant pour des zéros communs sur le cercle d'unité ($z_0 = e^{j\theta_0}$, de (4.31), nous avons :

$$D_n(z) = P_n(z) \left[1 - z\rho(z) \frac{\bar{P}_n(z)}{P_n(z)} \right]$$

Ce qui signifie que les zéros du polynôme $D_n(z)$ seront également les zéros de $\Gamma(z)$.

4.3.2 Recherche de la solution Maximisant la fonction d'Entropie

Pour obtenir la solution maximum de la fonction d'entropie explicitement, on procède par l'évaluation de la fonction d'entropie H associée à la solution générale de l'équation (4.20) et la maximiser par le biais de $\rho(z)$. Puisque, en général on a,

$$H_\rho = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln S(\theta) d\theta = \ln b_0^2$$

et des équations (4.6) et (4.21) on a:

$$b_0^2 = B_\rho^2(0) = \frac{\Gamma^2(0)}{D_n^2(0)} = \frac{\Gamma^2(0)}{P_n^2(0)} = \Gamma^2(0) \frac{\Delta_n}{\Delta_{n-1}}$$

et en utilisant l'équation (4.16), ceci nous donne de [21], [61] :

$$H_\rho = \ln b_0^2 = \ln \frac{\Delta_n}{\Delta_{n-1}} - \ln \left[\frac{1}{\Gamma^2(0)} \right] \cong H_{ME} - \ln \left[\frac{1}{\Gamma^2(0)} \right]$$

En regardant bien l'équation ci-dessus, la solution qui maximise la fonction d'entropie H est celle pour laquelle $\Gamma(0) = 1$. Cependant, $\Gamma(z)$ est également limite réelle, et par conséquent $\Gamma^2(0) < 1$ à moins que $\Gamma(z) \equiv 1$.

Dans la représentation de Youla formulée dans [21-64], ceci est équivalent à terminer la dernière ligne par son impédance caractéristique Z_n (voir figure.4.2). Ainsi de l'équation (4.20) et (4.25), l'extension spectrale d'entropie maximum a la forme :

$$S_{ME}(\theta) = \frac{1}{|P_n(e^{j\theta})|^2}$$

et le facteur associé de Wiener est donné par :

$$B_{ME}(z) = \frac{I}{P_n(z)} = \frac{I}{a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots + a_nz^n} \quad (4.27)$$

$B_{ME}(z)$ Représente une forme autorégressive stable d'ordre n , $AR(n)$.

De plus, Van den Bos a démontré cela [21], [57], [64], si les $(n+1)$ autocorrélations données correspondent à un processus $AR(n)$, la méthode maximum d'entropie dans ce cas coïncidera avec un modèle AR . Dans ce cas, b_0^2 est maximisé, de l'équation (4.12), ceci est possible si seulement si $\Delta_{k+1}^{(l)} = 0$ pour tous $k \geq n$ et en se servant de l'équation (4.18), on obtient également :

$$s_n \neq 0 \text{ et } s_{k+1} = 0, \quad k \geq n$$

Par ailleurs, pour n'importe quel processus $AR(n)$, de la récursion de Levinson (4.26) on prend également $P_k(z) = P_n(z)$ pour tous $k \geq n$.

On présente dans la section suivante, la solution maximisant l'erreur minimale quadratique MMSE, pour le cas d'un modèle à deux pas de prédiction.

4.4 Le facteur Wiener maximisant l'erreur quadratique moyenne de prédiction à deux pas

Dans ce qui suit, on traite d'abord le cas de prédiction à deux pas. On montre ici [21], [61-64], que la maximisation de l'erreur minimum quadratique moyenne (MMSE) à deux pas de prédiction a comme conséquence un processus $ARMA(n, 1)$. L'existence d'un facteur de Wiener pour le processus $ARMA(n, 1)$ est démontré pour ce cas [21].

En utilisant les équations (4.15) et (4.16), l'erreur minimum quadratique moyenne de prédiction à deux pas P_2 est donnée par [21], [57] :

$$P_2 = |b_0^2| + |b_1^2| = [I + |\alpha|^2] \exp \left[\frac{I}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln S(\theta) d\theta \right]$$

Naturellement, la maximisation de P_2 correspond au maximum de sa dérivée, et en utilisant la relation $\alpha_1 = d_1 = (I/2\pi) \int_{-\pi}^{\pi} \ln S(\theta) e^{j\theta} d\theta$, ceci nous mène à :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_2}{\partial r_k} &= \frac{b_0^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{I}{S(\theta)} (I + |\alpha_l|^2 + \alpha_l e^{j\theta} + \alpha_l^* e^{-j\theta}) e^{jk\theta} d\theta \\
&= \frac{b_0^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{I}{S(\theta)} |I + \alpha_l e^{j\theta}|^2 \right) e^{jk\theta} d\theta = 0, \quad |k| > n
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Après développement en série de Fourier pour l'équation précédente, et après troncation du $n^{\text{ème}}$ terme, et par conséquent elle va avoir la forme, [21], [57]

$$\frac{|I + \alpha_l e^{j\theta}|^2}{S(\theta)} = \sum_{k=-n}^n c_k e^{jk\theta} = \left| \sum_{k=0}^n g_k e^{jk\theta} \right|^2 = |G(e^{j\theta})|^2$$

où

$$G(z) = \sum_{k=0}^n g_k z^k$$

Représente le polynôme de Hurwitz associé à la factorisation donnée dans l'équation ci-dessous, et puis

$$S(\theta) = \frac{|I + \alpha_l e^{j\theta}|^2}{\left| \sum_{k=0}^n g_k e^{jk\theta} \right|^2} = |B_2(e^{j\theta})|^2 \tag{4.29}$$

avec

$$B_2(z) = \frac{A(z)}{G(z)} \tag{4.30}$$

$A(z)$: représente le polynôme de Hurwitz de degré 1 lié à la factorisation $|I + \alpha_l e^{j\theta}|^2 = |A(e^{j\theta})|^2$. Selon la valeur de α ceci on a :

$$A(z) = (I + \alpha_l z) \text{ ou } (\alpha_l + z)$$

Ainsi, le facteur de Wiener $B_2(z)$ qui maximise l'erreur minimum quadratique moyenne de prédiction à deux pas, s'il existe, est du type ARMA(n , l).

Pour compléter l'argumentation, on doit démontrer [21], l'existence d'un tel facteur qui est analytique ainsi que son inverse à l'intérieur du cercle $|z| < I$.

Pour atteindre ce but, notons que dans le cas d'autocorrélations réelles, cette solution spécifique, si admissible, devrait découler de l'équation (4.20) pour un certain choix de fonctions

limites réelles $\rho(z)$ et du fait, dans ce cas, en comparant les équations (4.30) et (4.21), et de [21], $\rho(z)$ doit avoir la forme :

$$\rho(z) = \frac{1}{a + bz}$$

Dans l'équation ci-dessus, pour avoir $\rho(z)$ comme étant une fonction limite réelle, il est nécessaire d'avoir les pôles à l'extérieur du cercle $|z| \leq 1$, ce qui conduit à :

$$\left| \frac{a}{b} \right| > 1$$

et

$$\left| \frac{1}{a + be^{j\theta}} \right| \leq 1 \Leftrightarrow (a \pm b)^2 \geq 1$$

En plus, de [21], [57] a et b doivent être des réels..

En satisfaisant les équations (4.24) et 4.25) et ainsi que les deux précédentes, et par un calcul direct, la condition de n degrés pour $G(z)$, implique :

$$b = \frac{a_0}{a_n} = -\frac{1}{s_n}$$

et en utilisant l'équation (4.24) on aura :

$$\Gamma(z) = \frac{\alpha + \beta z}{a + bz}$$

là où α, β satisfont :

$$\alpha^2 + \beta^2 = a^2 + b^2 - 1$$

$$\alpha\beta = ab$$

Notons que le numérateur et le dénominateur de $\Gamma(z)$ doivent toujours être relativement principaux par rapport aux autres. Sinon, la fonction limite réelle $\Gamma(z) = \mu$, est une constante strictement inférieure à l'unité et en employant l'équation (4.24), ceci impliquera que $\rho(z)$ est une fonction passe-tout.

Ceci contredit l'équation précédente $\rho(z)$, qui est la seule forme acceptable pour $\rho(z)$.
De plus, des équations (4.21), (4.25) et (4.30), on a :

$$D_n(z) = \frac{\left(\sum_{k=0}^n g_k z^k \right)}{a + bz}$$

avec

$$g_k = a_{k-1}b + a_k a - a_{n-k+1}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (4.31)$$

Ici $a_k, k = 0, 1, 2, \dots, n$ sont les coefficients de $P_n(z)$

D'ailleurs, le facteur de Wiener $B_2(z)$, peut s'écrire sous la forme d'une série entière (dans $|z| < 1$), comme suit:

$$B_2 = \frac{\Gamma(z)}{D_n(z)} = \frac{\alpha + \beta z}{\sum_{k=0}^n g_k z^k} = \frac{\alpha}{g_0} + \left(\frac{\beta}{g_0} - \frac{\alpha g_1}{g_0^2} \right) z + \dots = b_0 + b_1 z + b_2 z^2 + \dots$$

et par conséquent, [21], [57],[61], on a :

$$\alpha_1 = \frac{b_1}{b_0} = \left(\frac{\beta}{\alpha} - \frac{g_1}{g_0} \right)$$

Et d'autre part, en comparant les termes des numérateurs des équations $B_2, A(Z)$, on obtient :

$$\alpha_1 = \frac{\beta}{\alpha} \text{ ou } \frac{\alpha}{\beta}$$

Il est facile de prouver que le premier choix $\alpha_1 = \beta/\alpha$ ne mène pas toujours à une solution limite réelle pour $\rho(z)$. On peut calculer les coefficients a et b :

$$\frac{a}{b} = \frac{a_n^2 - a_0^2}{a_0 a_1}$$

En prenant comme polynôme de Hurwitz $P_2(z) = (z+2)(2z+3) = 2z^2 + 7z + 6$, ceci conduit à :

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{6^2 - 2^2}{6 \times 7} = \frac{32}{42} < 1$$

Par exemple, dans le cas d'un processus AR(2) caractérisé par le polynôme de Hurwitz $P_2(z) = 5 - 2z + z^2$, le choix ci-dessus mène à $a = 12$ et $b = 5$ qui a comme conséquence une fonction limite réelle $\rho(z)$ et par conséquent un facteur admissible de Wiener. Puisque le choix ci-dessus ne mène pas toujours à une solution admissible, et en prenant de nouveau l'équation précédente, ceci mène à la seule autre possibilité, à savoir

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{\beta}$$

En égalisant l'équation précédente avec celle de $\alpha_1 = b_1 / a_1$ on obtient :

$$\frac{\beta^2 - \alpha^2}{\alpha\beta} = \frac{g_1}{g_2}$$

Et en employant les équations précédemment citées et après quelques transformations algébriques, l'équation précédente, devient une équation d'ordre 3, avec :

$$x^3 + px + q = 0$$

où a , p et q sont données [21], [57] :

$$x = \frac{a}{b}$$

$$p = -2 \left(1 + \frac{1}{b^2} + \frac{a_1^2}{2a_0^2} \right) < 0$$

et

$$q = -\frac{2a_1}{a_0} \left(1 - \frac{1}{b^2} \right)$$

Le facteur de Wiener $B_2(z)$, qui maximise l'erreur minimum quadratique moyenne (MMSE) de prédiction à deux pas représente une solution admissible, si l'équation cubique précédente a au moins une solution réelle avec une amplitude supérieure à l'unité et satisfait les équations (4.51) et (4.50). Notons que le discriminant de l'équation cubique précédente est donné par :

$$D = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3$$

Si $D < 0$, cette équation aura trois racines réelles.

De [21], [57], le discriminant est négatif, et les racines sont réelles ; on aura :

$$R = \text{sng}(q) \left(-\frac{p}{3}\right)^{1/2} = -\text{sng}\left(\frac{a_1}{a_0}\right) \sqrt{\frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{b^2} + \frac{a_1^2}{2a_0^2}\right)} \quad (4.32)$$

Et les racines x_1 , x_2 , et x_3 sont données comme suit :

$$\begin{aligned} x_1 &= -2R \cos(\varphi/3) \\ x_2 &= -2R \cos(\varphi/3 + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (4.33)$$

et

$$x_3 = -2R \cos(\varphi/3 + 4\pi/3)$$

Où

$$\cos \varphi = \frac{q}{2R^3} = \frac{\frac{|a_1|}{a_0} \left(1 - \frac{1}{b^2}\right)}{\left[\frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{b^2} + \frac{a_1^2}{2a_0^2}\right)\right]^{3/2}} \quad (4.34)$$

Il est facile de prouver que deux de ces racines ont toujours un module supérieur à l'unité.

Ceci découle de la condition suffisante de Cohn, dans [21], [57], [61], [64]. Cette condition stipule que, pour un polynôme $f(z) = a_0 + a_1z + \dots + a_pz^p + \dots + a_nz^n$, $a_p \neq 0$,

si $|a_p| > |a_0| + |a_1| + \dots + |a_{p-1}| + |a_{p+1}| + \dots + |a_n|$, alors $f(z)$ a exactement p zéros à l'intérieur du cercle de rayon unité [21].

4.5 Récapitulatif

Pour récapituler, par un procédé constructif nous avons démontré l'existence de deux facteurs de Wiener qui maximisent l'erreur minimum quadratique moyenne (MMSE) associée à un prédicteur à deux pas qui sont compatibles avec les $(n+1)$ autocorrélations données $r_0, r_1, r_2, \dots, r_n$ et ayant $T_n > 0$.

Ces facteurs de Wiener s'avèrent être des filtres stables ARMA(n, 1), donnés par :

$$B_2(z) = \frac{\alpha + \beta z}{\sum_{k=0}^n g_k z^k} \quad (4.35)$$

où

$$\alpha = \pm \frac{1}{2} \left[\sqrt{(a+b)^2 - 1} + \sqrt{(a-b)^2 - 1} \right]$$

$$\beta = \pm \frac{1}{2} \left[\sqrt{(a+b)^2 - 1} - \sqrt{(a-b)^2 - 1} \right]$$

avec

$$a = -2bR \cos\left(\frac{\varphi}{3}\right) \text{ ou } -2bR \cos\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4.36)$$

et

$$b = \frac{a_0}{a_n}$$

Ici, $g_k, = 0 \rightarrow n$, est donné dans l'équation (4.31) et a_0, a_n sont donnés dans l'équation de Levinson. Les signes de α et de β devraient être choisis de manière à satisfaire le critère ($\alpha\beta = ab$).

De plus, R et φ sont donnés dans les équations (4.32) et (4.34), respectivement. Comme remarqué plutôt, les deux choix pour le paramètre (a) dans l'équation (4.36) provoquent deux fonctions limites réelles et deux facteurs admissibles de Wiener. Les spectres correspondants satisfont les équations (4.3), (4.5), et la propriété d'interpolation des coefficients r_k .

4.6 Estimation du Spectre Doppler par la Transformée de Ramanujan Fourier

L'estimation classique du spectre Doppler d'un signal radar météorologique, comme on la expliqué déjà, peut se faire par deux types de méthodes, une méthode temporelle basée sur

l'autocorrélation du signal reçu, ou une méthode basée sur l'estimation de la densité spectrale de puissance de Fourier. On introduit dans ce paragraphe un nouvel outil de traitement du signal se basant sur les sommes de Ramanujan $c_q(n)$, adapté à l'analyse de séquences arithmétiques avec plusieurs résonances p/q . Ces sommes sont quasi périodiques suivant le temps n et apériodique suivant l'ordre q . Parfois on notera aussi cette transformée Ramanujan Fourier par (RFT).

4.6.1 Contexte de l'introduction de la transformée Ramanujan Fourier RFT

Dans le domaine du traitement du signal, on utilise essentiellement des transformées ou des méthodes afin de passer d'un espace à un autre (exemple : temps vers fréquence), pour ainsi mieux estimer et analyser le contenu informationnel du signal. La transformée de Fourier Discrète DFT et sa transformée rapide FFT étaient jusque là les meilleurs outils utilisés pour des signaux périodiques ou quasi périodiques, mais elle n'est pas vraiment adéquate pour l'analyse des signaux aléatoires apériodiques. Ceci n'est pas un fait nouveau, c'est pourquoi de multiples méthodes ont été développées pour l'analyse de séries temporelles comme la méthode des ondelettes (waveletes), ou encore le modèle autorégressif à moyenne mobile ARMA en ne citant que celles-ci.

Dans le contexte de l'estimation des paramètres spectraux d'un signal radar météorologique, il y a eu le développement dans un premier temps d'un algorithme appelé pulse-pair (pp) se basant sur le calcul de l'autocorrélation des séries temporelles complexes $Z(I,Q)$ contenant les voies en phase I et en quadrature de phase Q du signal radar reçu, et ce avec un ou deux rangs de développement des moments spectraux en série de Mc-Lauren et ce dans un souci de réduction du temps de calcul. Puis avec l'avancée dans le domaine des calculateurs et de l'informatique on a introduit la transformée de Fourier, puis le modèle AR, et ARMA, pour ainsi travailler dans le domaine spectral afin d'analyser mieux les phénomènes météorologiques détectés.

L'intérêt de l'analyse spectrale des signaux radar météorologiques réside dans le fait qu'on peut détecter et estimer des phénomènes dangereux sévères, tels que les tornades, les averses de pluie, ou encore les micro rafales de vent appelées aussi windshear. Ceci permettra d'éviter à temps les désagréments et les catastrophes engendrés par ces turbulences météorologiques, et également de faire des prévisions à courte durée.

L'objectif principal ici est l'introduction et l'étude de l'utilisation des sommes de Ramanujan afin d'estimer l'étendue spectrale de signaux issus de radars pulse Doppler utilisés en météorologie.

La motivation qui nous a amenés à utiliser la transformée de Ramanujan dans le domaine de l'estimation spectrale des signaux radar Doppler météorologique est l'intérêt grandissant des chercheurs à l'introduire comme nouvel outil de traitement du signal, [33], [34]. C'est une méthode créée par Ramanujan comme moyen pour représenter des séries arithmétiques par des sommes de rang infini. Les coefficients spectraux de cette transformée x_q proviennent de l'utilisation de fonctions arithmétiques de la théorie des nombres. Ajouter à cela que ces coefficients possèdent la propriété d'orthogonalité, ce qui les rend intéressantes à utiliser comme moyen de traitement du signal.

4.6.2 La transformée de Ramanujan Fourier

Nous introduisons dans ce qui suit la notion des sommes de Ramanujan $c_q(n)$. Elles sont définies comme étant la somme des puissances des racines primitives de l'unité [33].

$$c_q(n) = \sum_{\substack{p=1 \\ (p,q)=1}}^q \exp(2i\pi \frac{p}{q} n) \quad (4.37)$$

où $(p,q)=1$ signifie que p et q sont co-premier.

On note que les coefficients $c_q(n)$ sont des sommes sur l'ensemble des caractères $e_p(n)$ [33].

Avec:

$$e_p(n) = \exp(2i\pi \frac{p}{q} n) \quad (4.38)$$

Et que les sommes introduites par Ramanujan jouent le rôle de fonctions de base sur lesquelles des fonctions arithmétiques $x(n)$ peuvent être projetées.

$$x(n) = \sum_{q=1}^{\infty} x_q c_q(n) \quad (4.39)$$

Sur cette équation on peut facilement observer qu'il y a une analogie entre la série infinie avec $q \rightarrow \infty$ et la série de Fourier, par opposition à la transformée de Fourier discrète [33], [34], qui est basée sur une somme finie q .

On donne comme exemple la fonction « somme des diviseurs de n ». $\sigma(n)$, dont les coefficients de transformée de Ramanujan Fourier sont,

$$\sigma(n) = \sum_{q=1}^{\infty} \sigma_q c_q(n) \quad (4.40)$$

La fonction arithmétique $\sigma(n)$ somme des diviseurs de n , peut s'écrire avec les coefficients de la transformée Ramanujan Fourier (RFT) comme $\sigma_q = \frac{\pi^2 n}{6} \frac{1}{q^2}$, ce qui donne :

$$\sigma(n) = \frac{\pi^2 n}{6} \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{(-1)^n}{2^2} + \frac{2 \cos(2n\pi/3)}{3^2} \\ + \frac{2 \cos(n\pi/2)}{4^2} + \dots \end{array} \right\} \quad (4.41)$$

Pour les fonctions $x(n)$ qui ont une valeur moyenne donné par :

$$A_t(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{n=1}^t x(n) \quad (4.42)$$

On peut obtenir la formule d'inversion suivante :

$$x_q = \frac{1}{\phi(q)} A_t(x(n)c_q(n)) \quad (4.43)$$

On appellera cette dernière formule la transformée Ramanujan Fourier « Ramanujan Fourier Transform », RFT. Cette formule découle d'une série de relations importantes, telles que la propriété multiplicative des sommes de Ramanujan.

$$c_{qq'}(n) = c_q(n)c_{q'}(n) \text{ si } (q, q') = 1 \quad (4.44)$$

La propriété d'orthogonalité, qui nous rappelle l'orthogonalité des fonctions de base de la transformée de Fourier :

$$\sum_{n=1}^{qq'} c_q(n)c_{q'}(n) = 1 \text{ si } q \neq q' \quad (4.45)$$

Et

$$\sum_{n=1}^q c_q^2(n) = q\phi(q) \text{ ailleurs} \quad (4.46)$$

Il est relativement facile d'évaluer les sommes de Ramanujan à partir des fonctions de base de la théorie des nombres. On note (q, n) , le Plus Grand Commun Diviseur de q et de n , et on utilisera la décomposition en facteurs premiers de q et n ,

$$q = \prod_i q_i^{\alpha_i} \quad (q_i \text{ Premier}) \quad (4.47)$$

$$n = \prod_k n_k^{\beta_k} \quad (n_k \text{ Premier}) \quad (4.48)$$

On obtient le nombre $\phi(q)$ des fractions irréductibles de dénominateur q , appelé également la fonction Euler totient, par :

$$\phi(q) = q \prod_i \left(1 - \frac{1}{q_i}\right) \quad (4.49)$$

Ainsi qu'un codage des nombres premiers selon la fonction de Möbius $\mu(n)$, définie par :

$$\mu(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } n \text{ contient des carrés } \beta_k > 1 \\ 1 & \text{si } n = 1, \\ (-1)^k & \text{si } n \text{ est le produit de } k \text{ nombres premiers distincts} \end{cases} \quad (4.50)$$

Les sommes de Ramanujan sont évaluées par l'expression [33], [34]:

$$c_q(n) = \mu\left(\frac{q}{(q,n)}\right) \frac{\phi(q)}{\phi\left(\frac{q}{(q,n)}\right)} \quad (4.51)$$

Il faut noter que les séquences $c_q(n)$ sont périodiques, et pour $(q,n)=1$, on aura $c_q(n) = \mu(q)$.

En considérant le problème du calcul de la vitesse moyenne du vent et de sa largeur spectrale par la méthode Ramanujan-Fourier, on peut utiliser le calcul de la densité spectrale de puissance dérivée par la transformée de Fourier discrète [18], [36].

La relation qui lie la fréquence à la longueur d'onde du signal radar est donnée par [28-38]:

$$f = \frac{2}{\lambda} v \quad (4.52)$$

$$\hat{v} = \sum_{i=1}^p v_i x_{q_i} / \sum_{i=1}^p x_{q_i} \quad (4.53)$$

Et

$$\hat{w}^2 = \sum_{i=1}^p (v_i - \hat{v}_i)^2 x_{q_i} / \sum_{i=1}^p x_{q_i} \quad (4.54)$$

Avec \hat{v} et \hat{w} sont respectivement la vitesse moyenne estimée et sa largeur spectrale, et x_{q_i} est spectre Ramanujan de la série complexe $Z(I,Q)$.

4.7 Conclusion

Dans ce chapitre on a développé dans un premier temps la méthode d'estimation ARMA (n, 1) à deux pas de prédiction, qui est basé sur le principe de la maximisation de la fonction d'entropie pour la recherche de fonction particulière à utiliser pour le calcul du spectre de puissance Doppler, ce qui revient aussi à minimiser l'erreur quadratique minimum MMSE, et ainsi estimer les paramètres spectraux d'un signal radar.

En second lieu on a développé l'utilisation de la transformée Ramanujan Fourier, qui est très utile pour l'identification des spectres de basse amplitude, c'est une transformée basée sur la théorie des nombres premiers mises en jeu par les fonctions de Moebius ou de Mangoldt.

Sur le plan des calculs cette nouvelle technique peut s'avérer très rapide, comparativement aux méthodes utilisant la méthode de la transformée de Fourier Discrète car les calculs ne se feront que sur les échantillons en respectant la fonction Moebius qui elle prend que des résonances coprime $(p,q)=1$. On peut aussi considérer qu'un nombre réduit d'échantillons car l'estimation se fera au voisinage de la fréquence zéro. Toutes ces remarques, on pourra les confirmer par les résultats du chapitre 5.

CHAPITRE 5

CALCULS ET SIMULATIONS

5.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'application des trois estimateurs classiques, à savoir pulse-pair, DFT "Transformée de Fourier Discrète", et AR "Modèle Autorégressif" décrits dans le deuxième et troisième chapitres et ainsi qu'à l'application des méthodes ARMA (n, 1) à deux pas de prédiction (2-step prediction ARMA) et la transformée de Ramanujan Fourier RFT développées dans le quatrième chapitre, pour l'estimation des caractéristiques spectrales de données réelles, provenant des échos radar WSR-88D (Bande S) d'une perturbation de pluie accompagnée de rafales de vent, détectées sur l'aérodrome de Memphis USA-1997 (voir annexe A), à savoir sa vitesse moyenne radiale, sa variance et sa largeur spectrale.

Pour mieux comprendre la nature de ces données radar (voies I et Q), dans un premier temps on développe un programme, pour simuler les signaux d'un radar à effet Doppler météorologique avec des caractéristiques des échos de temps obéissant à une distribution statistique assignée (Gaussienne). Un nouveau modèle de distributions statistiques comprises entre Cauchy et la distribution Gaussienne sera employé pour mieux représenter les modes spectraux imparfaits en basse altitude. Ces données peuvent être employées dans le cas de génération de données de simulations. Une technique simple de simulation a été développée par **Zrnić** en 1975, [1], [2], et reprise dans les travaux de Galati et al. en 1995 [3].

Des comparaisons seront faites entre les résultats fournis par ces trois méthodes classiques et les nouvelles méthodes proposées en montrant les différents paramètres estimés, à savoir la vitesse radiale moyenne \hat{v} de la perturbation météorologique, sa variance σ_v^2 , et sa largeur spectrale \hat{w} . Concernant la validation de nos résultats on a pu avoir trois sources de validation :-

- La première source est la comparaison des résultats des cinq méthodes sur des données de simulation (données radar I et Q, générées par simulation). [1], [4]
- La deuxième source de validation est l'application de ces cinq méthodes sur des données réelles prélevées par un radar pulse Doppler météorologique de bande S détectant une averse de pluie lourde sur le site de l'état de Memphis NCAR-USA (R.J. Keeler).
- La troisième source de validation est celle des résultats obtenus par d'autres chercheurs dans le domaine de l'estimation spectrale radar, [5], [6].

5.2 Résultats de simulation des données I & Q

On traite dans ce qui suit de la modélisation des échos de précipitation météorologique détectés par un radar pulse Doppler. Deux approches sont abordées pour simuler le spectre Doppler et les signaux I & Q représentant les échos radar de précipitations météorologiques. Les deux approches de simulations sont basées sur deux modèles macroscopiques, c'est-à-dire des processus aléatoires avec des spectres assignés (*distributions statistiques*). On présente en premier lieu le modèle *Gaussien*, le plus utilisé pour la modélisation d'échos météorologiques en moyennes altitudes [2], [3], puis nous proposons un autre modèle global, avec un spectre de puissance ayant une gamme de distributions statistiques variant entre celle de *Cauchy* et *Gauss* appelé modèle alpha stable (*loi de Lévy*), pour ainsi mieux modéliser les échos météorologiques à proximité du sol (balayage d'antenne radar à proximité du sol), ce qui est connu communément dans le domaine radar comme étant des échos fixes [7], [8], [9]. Les résultats montrent que cette nouvelle modélisation représente correctement le spectre Doppler des précipitations et des perturbations météorologiques sévères à basse altitude, et les effets du bruit des échos du sol sur les spectres détectés.

5.2.1 La modélisation Gaussienne

Le radar pulse Doppler conventionnel (TDWR ou WSR-88D) de simple polarisation emploie les mesures de la réflectivité radar $Z(\text{dBz})$ et de la puissance des signaux reçus P_r pour le calcul des distances R aux quelles se trouvent ces perturbations météorologiques. La vitesse radiale \hat{v} , et la structure des orages quant à eux sont estimées par le biais de l'effet Doppler et de l'utilisation d'algorithmes d'estimation et de traitement du signal. L'un de ces algorithmes est basé dans le domaine temporel (pulse-pair) et les autres dans le domaine des fréquences (FFT, AR, et

ARMA(n,1), RFT), leurs performances et leurs résultats sont détaillés dans la référence [6], et dans la section 5.6.

Les échos météorologiques produisent au niveau du récepteur radar une tension complexe $Z=I+jQ$, caractérisée par une puissance qu'on appelle spectre Doppler (puissance des échos radar en fonction des vitesses moyennes). Plusieurs chercheurs se sont intéressés à la simulation des spectres Doppler et des signaux I et Q , comme Zrnić(1975) [2] et Galati et al (1995), [3], et ceci en adoptant le modèle Gaussien. Nous nous sommes fixé un objectif d'élaborer, un programme de simulation de ces échos de précipitations, en adoptant le modèle alpha stable, qui fournira deux canaux, un pour les composantes en phase I , et un autre pour les composantes en quadrature de phase Q pour une polarisation donnée (horizontale (I_H, Q_H) , ou verticale (I_V, Q_V)) et une puissance moyenne du signal émis P_e donnée.

Si l'on assume que l'écho d'une perturbation météorologique humide ($dBz > 25$) est un processus *Gaussien* stationnaire, il s'ensuit que ce processus sera complètement caractérisé par sa fonction de covariance et il est ainsi suffisant de calculer l'autocorrélation complexe des signaux I & Q , pour pouvoir ensuite estimer ses caractéristiques dimensionnelles comme celle de la vitesse radiale moyenne \hat{v}_r , de sa variance estimée et σ_v^2 son changement de direction (positive ou négative) [9], [10]. Ces estimations sont appelées algorithme pulse pair.

Les paramètres impliqués dans la génération des échos I et Q et de leur spectre, sont respectivement le nombre de particules N_p présente dans un volume de contrôle radar, la réflectivité logarithmique $Z(dBz)$, et la valeur du coefficient d'autocorrélation $\rho(k) > 1$ au temps k . Dans cette section on présente la méthode, appelée **FCG** (générateur rapide de convolution), [2], [3], où on utilisera une convolution rapide dans le domaine des fréquences.

L'écho radar d'une perturbation météorologique, supposé comme étant un processus stationnaire est caractérisé par la densité spectrale de puissance *PSD* ayant une distribution *Gaussienne* donnée par l'équation suivante, [2], [11] : -

$$S_f(f) = \frac{I}{\sqrt{2\pi}\sigma_f^2} \exp\left[-\frac{(f - f_D)^2}{2\sigma_f^2}\right] \quad (5.1)$$

Où :

- $S_f(f)$: est la densité spectrale de puissance de l'écho radar de la précipitation météorologique en fonction de la fréquence du radar f (Hz).
- f_D (Hz) : est la fréquence Doppler caractérisant la perturbation détectée.
- σ_f (m/s) est la largeur spectrale du spectre de puissance de l'écho radar.

La fonction d'autocorrélation du processus stationnaire *Gaussien* est donnée ci-dessous comme suit [2], [3], [6] :-

$$R(n)=E[Z^*(k).Z(k+1)], n, k : \text{entiers} \quad (5.2)$$

Où $Z(k)$ et $Z(k+1)$ représentent des échantillons de la tension complexe $Z=I+jQ$ prises au temps k et $k+1$, et n représente la cellule de distance à laquelle les échos sont réfléchis.

Le rapport entre l'étendue du spectre Doppler σ_f et l'étendue de la vitesse radiale moyenne σ_v des particules présentes dans l'air est donnée par l'équation ci-dessous [2], [3], [6] :-

$$\sigma_f = \frac{2\sigma_v}{\lambda} \quad (5.3)$$

Où λ est la longueur d'onde du signal radar.

Le but du générateur *FCG* est de produire un signal (tension) aléatoire complexe ayant les propriétés mentionnées dans les équations (5.1) et (5.3). Le schéma ci-dessous (Figure 5.1) illustre bien le générateur rapide de convolution *FCG* des signaux I et Q .

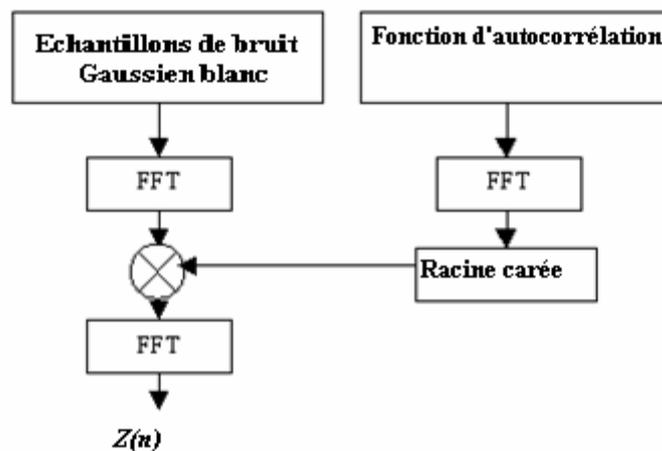


Figure 5. 1 : Générateur de corrélation rapide *FCG* des séquences aléatoires I & Q

Pour réaliser ce type de générateurs *FCG* en pratique, on utilise un filtre FIR (Filtre à Réponse Impulsionnelle), [3], [9]. Le principe de base de cette réalisation repose sur la "coloration" d'un spectre de bruit blanc par un filtrage linéaire. Le Bruit blanc *Gaussien* complexe de densité de puissance moyenne $S_x(f)=1$, est coloré par un filtre FIR et la série temporelle représentant la tension complexe $Z(I,Q)$ obtenue par ce filtre dans le domaine fréquentiel est donnée ci-dessus par l'équation suivante :-

$$Z(f)=H(f).X(f) \quad (5.4)$$

Où $Z(f)$ et $X(f)$, représentent respectivement les transformées de Fourier des séquences $Z(n)$, $x(n)$ et $H(f)$ est la fonction de transfert du filtre FIR utilisé. Le spectre de puissance de la séquence $Z(n)$ est représenté par l'équation suivante :-

$$S_z(f) = |H(f)|^2. \quad (5.5)$$

Le programme de simulation du spectre Doppler des échos radar des précipitations et des perturbations météorologiques sévères ainsi que leurs signaux I et Q correspondant, sont mentionnés dans la section 5.2.3 et ceci est valable pour le cas des balayages d'antennes en moyennes altitudes (spectre Gaussien) [3], [10] et en basses altitudes (spectre alpha stable $\alpha < 2$).

5.2.2 Modélisation *alpha stable* $S \alpha S$

On se propose d'introduire la gamme de distribution alpha stable $S \alpha S$ dans cette section, pour la modélisation des échos radar. Le but de l'introduction de cette gamme de distributions statistiques appelée loi α -stable, pour la modélisation et la représentation du spectre Doppler et des signaux I et Q des échos de précipitation et/ou d'une perturbation météorologique sévère, est celui de bien représenter le spectre entaché des échos fixes en présence de l'effet l'écho sol, et la représentation multimodales du spectre Doppler. Ce problème d'irrégularités spectrales et mentionnés dans le travail de R.J. Keeler [9], [12].

La gamme des distributions alpha stable est définie comme étant une généralisation directe de la loi *Gaussienne* [13], [14], [17], [18], [19], elle inclut la distribution de densité *Gaussienne* en tant que cas particulier ($\alpha=2$). La caractéristique principale d'une fonction stable *non Gaussienne* de fonction de densité de probabilité *pdf*, est que ses spectres sont plus larges que ceux de la densité *Normale*. C'est l'une des raisons principales pour laquelle la loi α -stable (lois de Lévy) est considérée comme appropriée pour modéliser des signaux utiles et de bruit de natures impulsives, et des processus à queue lente [16], [20], [21]. Cette loi définie par sa fonction caractéristique *pdf*, est donnée ci-dessous par:

$$F(w) = \exp(\delta.j.w - \gamma.|w|^\alpha) \quad (5.6)$$

Les paramètres, α , γ et δ décrivent complètement une distribution stable. L'exposant caractéristique α agit directement sur la largeur de la fonction de densité de probabilité (*pdf*) et de l'impulsivité du processus alpha stable $S \alpha S$. En outre le paramètre α peut prendre des valeurs dans l'intervalle $[0,2]$, une plus petite valeur implique des étendues plus larges et des queues lentes, alors que pour $\alpha=2$ (cas *Gaussien*) la largeur spectrale est étroite. Le paramètre de dispersion γ ($\gamma > 0$) joue un rôle analogue à la variance et se rapporte à la l'étendue de la distribution. Quand $\alpha=2$ (cas *Gaussien*) la variance est égale à 2γ ($=2\gamma$). Le paramètre de

dispersion δ est comparable à la moyenne de la distribution, où δ peut prendre des valeurs dans l'intervalle $]-\infty, +\infty [$, [15], [16], [17].

La justification théorique de l'utilisation de la distribution α -stable comme outil de modélisation statistique de base vient du théorème de la limite centrale généralisé [37]. Ce théorème stipule que la somme de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées (*i.i.d*) avec ou sans variance convergent vers une distribution stable, [16], [23], [18].

Si un signal ou un bruit observé peut être considéré comme la somme d'un grand nombre de variables indépendantes identiquement distribuées, alors le théorème de la limite centrale généralisé suggère qu'un modèle stable puisse être approprié pour le modéliser, [22].

Malheureusement, une expression de forme compacte n'existe pas pour la fonction de densité de probabilité stable, excepté pour les distributions *Gaussiennes* ($\alpha=2$) et de *Cauchy* ($\alpha=1$). De ce fait pour la modélisation du spectre de puissance de l'écho météorologique d'une perturbation, nous pouvons utiliser une interpolation linéaire entre la distribution *Gaussienne* et celle de *Cauchy* pour α compris entre 1 et 2, et il est démontré, [16], [19], [24], que la densité de probabilité *pdf* de cette gamme de distributions est donnée par l'équation ci-dessous:-

$$\hat{f}_\alpha(x) = (1-p) \cdot f_1(x) + p \cdot f_2(x) \quad (5.7)$$

Où le paramètre p est compris entre 0 et 1 ($0 \leq p \leq 1$) pour α compris entre 0 et 2 ($0 \leq \alpha \leq 2$). $f_2(x)$, $f_1(x)$ sont respectivement les fonctions des densités de probabilité des distributions *Gaussiennes* et de *Cauchy*.

De la référence [16], on peut utiliser l'approximation :

$$g(\alpha) = 0.3484\alpha^2 - 0.0355\alpha - 0.3147 \quad (5.8-a)$$

Ou bien

$$p = (\alpha - 1)^{1.25} \quad (5.8-b)$$

Donc pour notre cas d'étude, c'est à dire la modélisation de l'écho radar météorologique caractérisant une perturbation sévère et/ou une précipitation, la fonction de densité de puissance du spectre Doppler météorologique est donnée par comme suit :-

$$\hat{f}_\alpha(x) = (1 - (\alpha - 1)^{1.25}) \cdot f_1(x) + (\alpha - 1)^{1.25} \cdot f_2(x) \quad (5.9)$$

Avec :- $f_1(x) = \left(\frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{[1 + (x - \theta)^2]} \right)$, Loi de distribution de *Cauchy* (θ), centrée à.

- $f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(\frac{-(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$, loi de distribution normale de variables caractéristiques (μ, γ), de variance et de moyenne.

L'équation (5.8) représente l'interpolation numérique de la distribution α -stable (lois de Lévy), pour l'exposant α compris entre 0 et 2 ($0 \leq \alpha \leq 2$). Donc en remplaçant l'exposant $\alpha=1$ dans l'équation (5.8-b), on obtient ($p=0$) et ceci va induire une distribution de *Cauchy* sur l'équation (5.9), bien sur après élimination du deuxième terme par sa multiplication par le terme ($p=0$). De la même manière en remplaçant $\alpha=2$, dans l'équation (5.8-b) on obtient ($p=1$), ce qui impliquera l'élimination du premier terme (celui de *Cauchy*) et ainsi on aura une distribution *Gaussienne* dans l'équation (9). Pour les valeurs α comprises entre 0 et 2 ($0 \leq \alpha \leq 2$), on aura des spectres Doppler de distributions intermédiaires.

Nous présentons dans la Figure 5.2, les spectres Doppler non bruités simulés représentant une perturbation météorologique de vitesse moyenne radiale de 10 m/s et ce pour différentes valeurs du paramètre, α ($0 \leq \alpha \leq 2$). On peut distinguer facilement que les distributions caractérisées par des exposants α faibles ($\alpha=1$) ont des spectres plus lents que celles ayant des exposants α élevés ($\alpha > 1$).

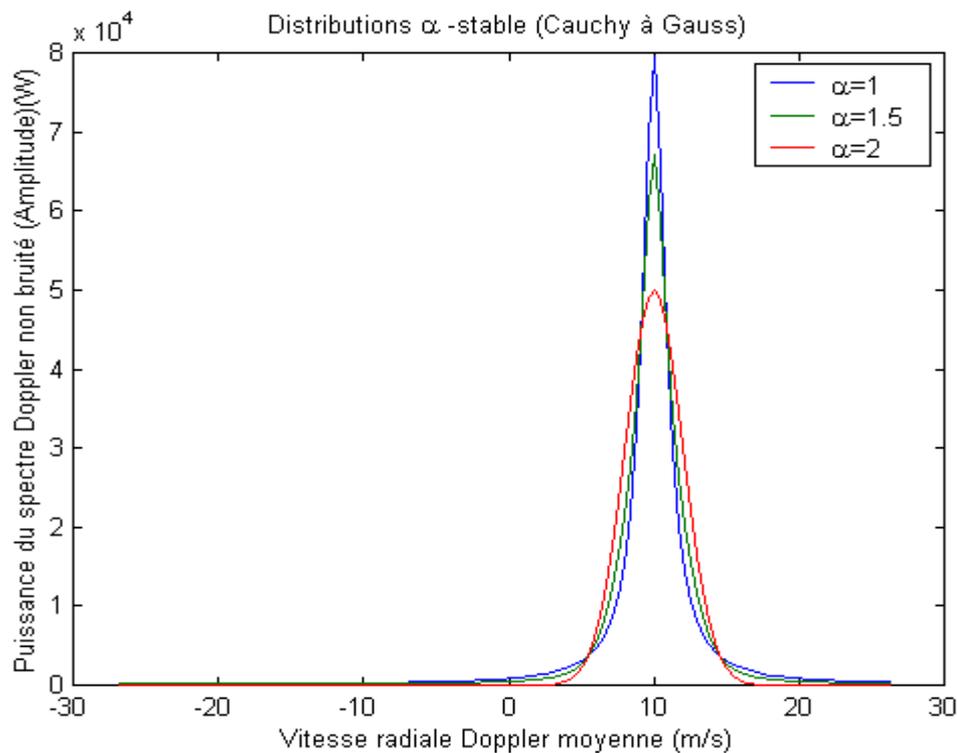


Figure 5.2 : Spectre Doppler non bruité; pour différentes distributions ($\alpha=1$), ($\alpha=1.5$), ($\alpha=2$).

La modélisation du spectre Doppler des signaux radar I et Q représentant les échos radar d'une perturbation météorologique à basse altitude, par la loi de Lévy pour différentes valeurs de l'exposant, α , est illustrée par les figures 5.3, 5.4 et 5.5.

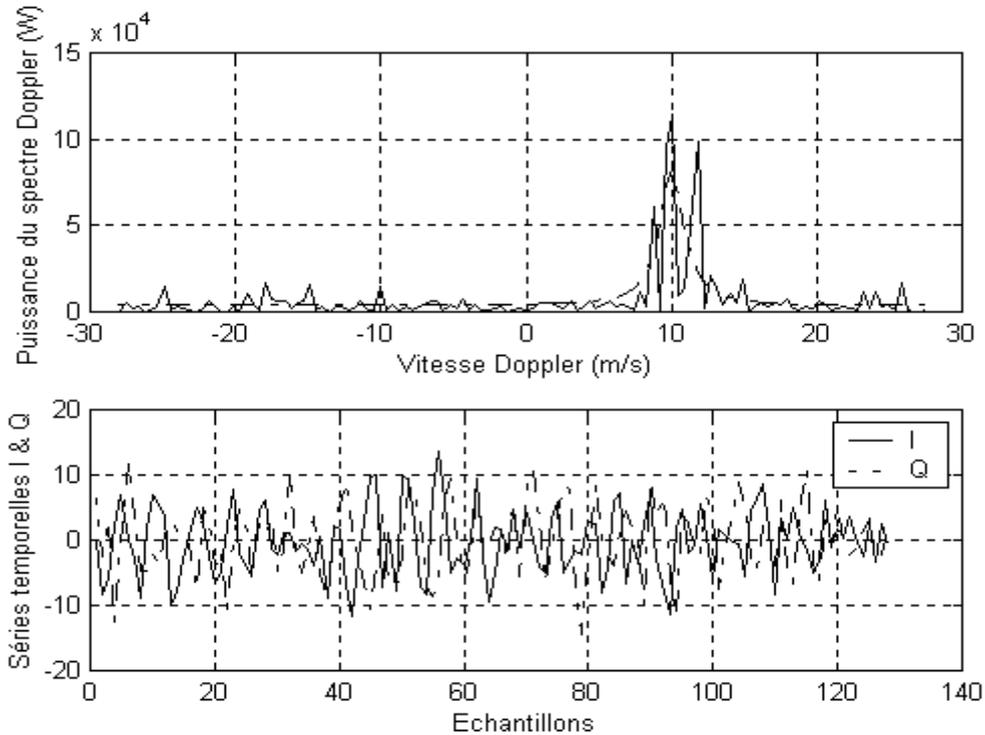


Figure 5.3 : Spectre Doppler de puissance de l'écho radar et les signaux I & Q pour $\alpha = 1$

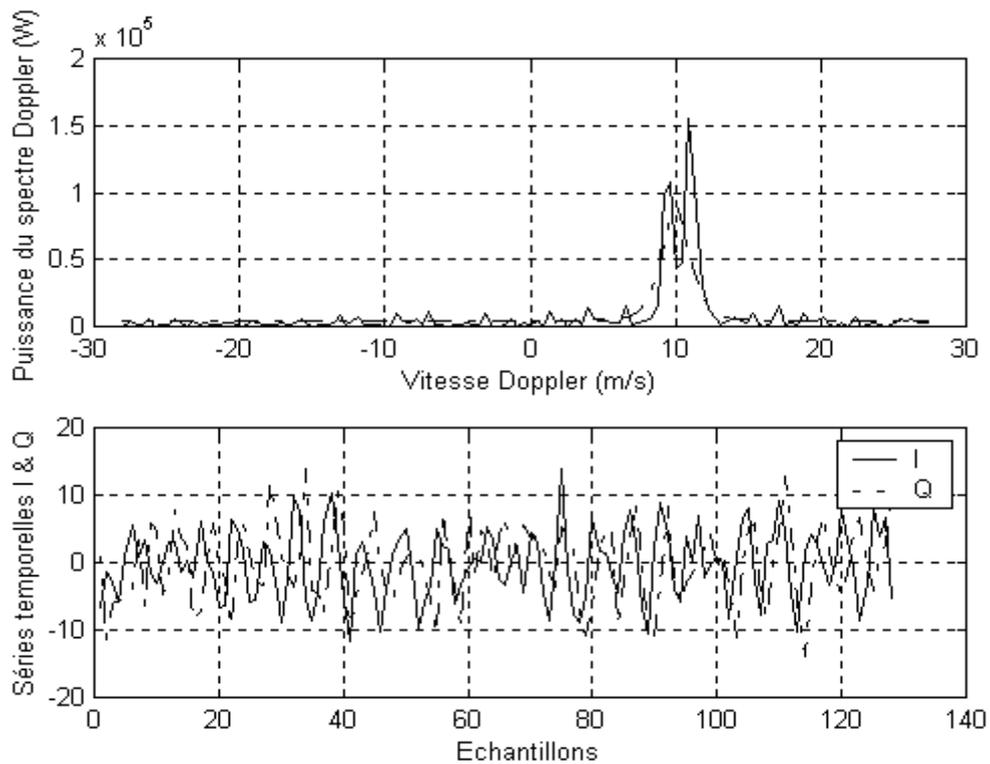


Figure 5.4 : Spectre de puissance de l'écho météorologique et les signaux I & Q pour $\alpha = 1.5$

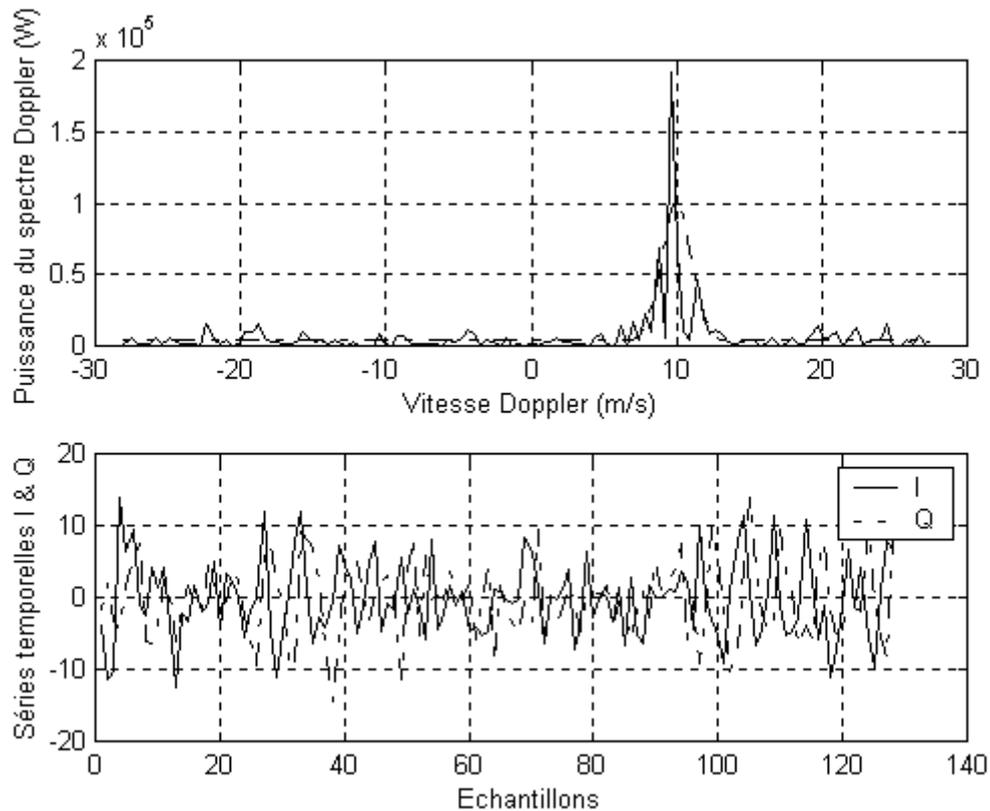


Figure 5.5 : La puissance de l'écho météorologique et les signaux I & Q pour $\alpha = 2$

On constate effectivement qu'il y a un effet visible du bruit sur le spectre Doppler de puissance de la perturbation météorologique. Ce bruit est matérialisé par des pics de puissance secondaires (spikes). Ces pics secondaires de natures impulsives, sont d'autant plus nombreux pour des valeurs faibles de l'exposant α ($\alpha < 2$), ce qui convient bien à la modélisation des échos radar noyés dans un bruit de fond et particulièrement en basse altitude. Ce qui est connu dans les radars météorologiques d'aérodrome TDWR.

Notons que le taux du bruit de fond est beaucoup plus important en basse altitude, et notamment quand l'antenne balaye à proximité du sol, il peut provenir des réflexions du sol, ou des véhicules circulant dans l'agglomération couverte par le radar pulse Doppler météorologique, ou d'un radar d'aéroport [9], [10].

En pratique ces pics de puissance secondaires (spikes) caractérisés par des vitesses presque nulles peuvent nuire à la qualité des estimations faites sur le spectre Doppler, ce qui rend nécessaire l'utilisation de filtres adaptatifs afin de les éliminer du contenu spectral des échos radar, [12].

5.2.3 Génération des données de simulation

a) Hypothèses de travail

Il est démontré [1], [3], [24], [25], [26] que le signal reçu des cibles météorologiques est bien représenté par un processus aléatoire de distribution Gaussienne.

Mais, néanmoins quelques auteurs dans ce domaine mentionnent que le caractère impulsif des bruits et mêmes des signaux utiles, ne sont pas bien représentés par ce modèle. On propose un modèle plus global ayant des distributions statistiques comprises entre les lois Gaussienne (à bande étroite) et de Cauchy selon la prédominance du bruit, voir la Figure 5.6.

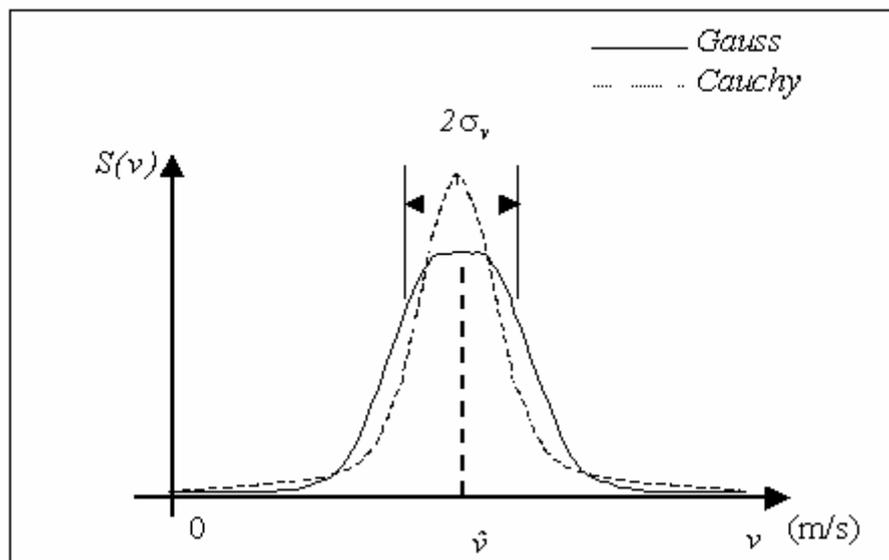


Figure 5.6 : Spectre Doppler météorologique, Puissance reçue fonction de la vitesse moyenne Doppler.

C'est une conséquence directe du fait que ;

- 1) Le nombre de réflexions dans le volume illuminé par l'impulsion radar émise est grand ($>10^6$);
- 2) Le volume illuminé d'impulsion est grand comparé à la longueur d'onde transmise;
- 3) Le volume d'impulsion est rempli de réflexions, causant toutes des phases aléatoires comprises entre 0 et 2π ;
- 4) Les particules sont en mouvement les unes par rapport aux autres. Ce mouvement est dû à la turbulence créée par les précipitations météorologiques, et à leurs vitesses qui sont aussi variables.

La superposition des champs électriques dispersés d'un tels grand nombre de particules (chacune à phase aléatoire) donne lieu, par le théorème de limite centrale, un signal avec des statistiques stable [12], [14], [22].

Puisque les particules sont en mouvement les unes par rapport aux autres, il y a également une diffusion de Doppler, souvent désignée sous le nom du désaccord du spectre Doppler ou également de fréquence Doppler.

b) Routine de génération des données radar

Nous employons des spectres avec *la forme alpha stable* avec des moments d'ordre zéro, un et deux pour. Nous devrions produire le spectre Doppler et ce en employant l'algorithme présenté dans la Figure 5.7, pour produire les signaux radar *I* et *Q*.

Les variables d'entrée pour notre routine devraient inclure le rapport signal sur bruit (SNR), la vitesse radiale v_r , *ndata* nombre des points de données, la vitesse ambiguë v_a , le paramètre α et la largeur spectrale σ_v , et la puissance du signal émis *pp* ainsi que la réflectivité radar *ZdBz*. Les données en sortie doivent être, les vitesses Doppler, le spectre Doppler et les signaux *I* et *Q* (séries temporelles).

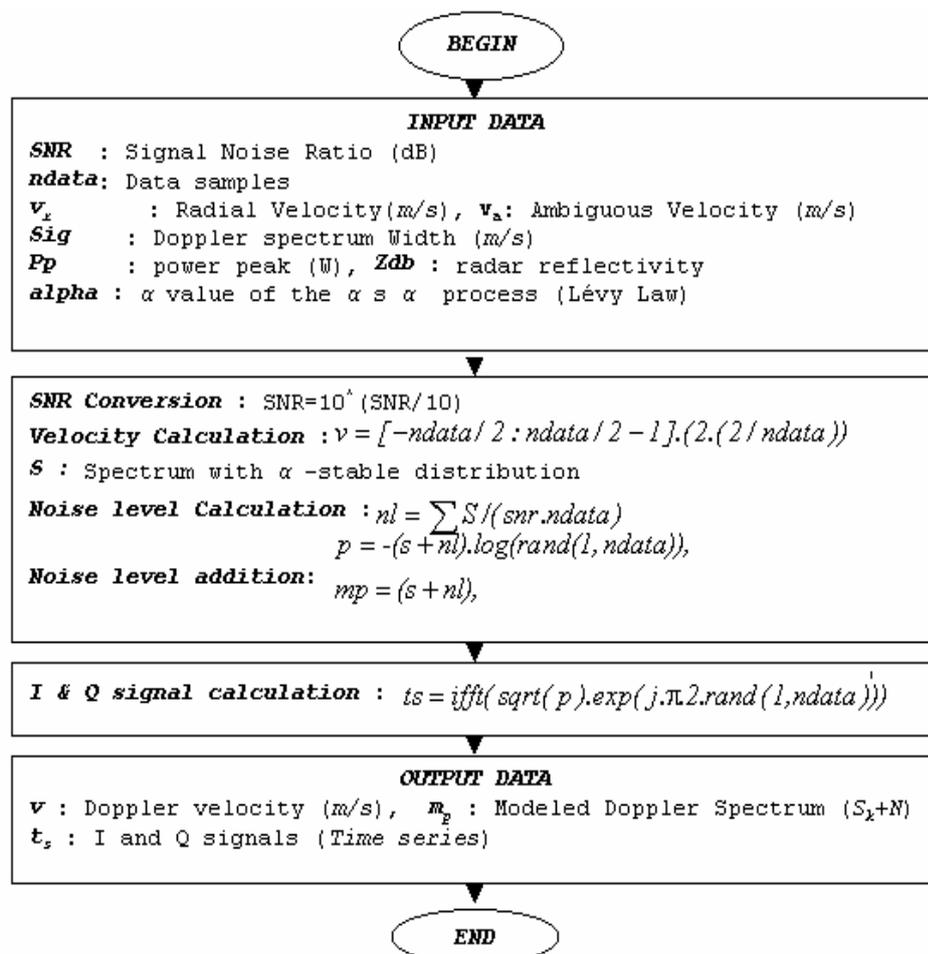


Figure 5.7 : Organigramme de génération du spectre Doppler et des signaux *I* et *Q*

5.2.4 Résultats de Simulations et discussions

Dans cette phase on va mettre en évidence les résultats des simulations sous forme de graphes. Dans un premier temps on va discuter l'effet de chaque paramètre d'entrée sur le spectre Doppler des vitesses et sur les signaux I et Q . Les graphes représenteront à la fois le spectre Doppler bruité et non bruité, et les séries temporelles I et Q .

Puis dans un second temps on donne des commentaires sur les résultats et de l'incidence de chaque paramètre d'entrée sur les spectres Doppler et les signaux I et Q générés lors des simulations.

L'effet du rapport signal sur bruit SNR sur le spectre Doppler et les signaux I et Q

$SNR=1dB$

On constate qu'il y a trop d'ondulations sur le spectre Doppler (pic à $1.9 \cdot 10^5$ w), et les deux signaux I et Q se chevauchent, c'est à dire qu'on ne peut pas les distinguer à vue d'œil.

Ceci est évident, car le signal utile se confond avec le signal bruit ($SNR=1$), d'où la mauvaise distinction entre les deux signaux, voir Figure 5.8. En pratique ceci peut se produire lorsque les signaux utiles radar et les signaux parasites sont de même niveau, [11], [14].

$SNR=10dB$

Un niveau de bruit de $10dB$, cela signifie que le signal a un niveau supérieur au bruit de dix fois. On constate qu'il y a moins d'ondulations que le cas précédent, et on distingue un pic de puissance bien apparent sur le spectre Doppler bruité des vitesses à une magnitude de $2,9 \cdot 10^5$ w. et les signaux I et Q ne se chevauchent pas, voir Figure 5.9.

L'effet du nombre de points de données n_{data} sur le spectre Doppler et les signaux I et Q

On peut dire qu'à partir de 256 points on aura les mêmes propriétés si on augmente encore ce nombre (i.e. symétrie/ répétition), comme on peut le voir sur les figures 5.10 et 5.11. Ce nombre est donné en puissance de 2 ($n_{data}=2^n$).

Le nombre de point a une relation directe avec le temps et la cellule de distance sur laquelle on a effectué les prélèvements. Donc pour avoir une bonne simulation du phénomène physique et de bonnes résolutions des signaux radar I et Q et des spectres Doppler correspondants autant prendre un temps significatif, [2], [3].

Donc, le nombre de points de données n_{data} pour une cellule de distance (échantillons), n'affecte en aucune manière les propriétés du spectre Doppler, sauf si le phénomène météorologique s'étale sur plusieurs secondes. Dans ce cas la, il faut augmenter encore le nombre de points (en puissance de 2), [24].

Mais, pour exploiter les données de radar de surveillance du trafic (radar d'aéroport), on doit prendre des données inférieures à 64, ou encore inférieures à 32 échantillons [3].

L'effet du pic de puissance du signal émis sur le spectre Doppler et les signaux I/Q

Le pic de puissance du signal émis a une influence directe sur l'amplitude du spectre des vitesses Doppler reçues. Donc si le pic de puissance augmente, l'amplitude du spectre augmente et l'inverse est vrai, comme on peut le vérifier sur les figures 5.12 et 5.13.

Ceci s'explique aussi, par un dilemme qui existe entre une puissance élevée ou faible des signaux radar à émettre; Car pour pouvoir émettre un signal de puissance élevée, celui-ci nécessitera un matériel coûteux et encombrant, et avoir un signal de puissance faible peut nuire à la qualité de détection des précipitations en raison des atténuations provoquées par les obstacles fixes (échos fixes), et les différents bruits, [8], [12].

La présence d'un pic de puissance sur le spectre Doppler reçu, signifie la présence d'une perturbation météorologique (précipitation), et ce même pic lui correspond une vitesse qu'on peut lire directement sur l'axe des abscisses (axe des vitesses du spectre Doppler).

Si l'on prend la figure 5.13, on voit bien l'existence d'un pic de puissance Doppler, qui représente une perturbation météorologique avec une vitesse de 10 m/s.

L'effet de la largeur spectrale σ_v (m/s) (sigma) sur le spectre Doppler et les signaux I et Q

$\sigma_v = 0.25$ m/s : Les vitesses Doppler sont comprises entre (9. et 11.0 m/s), voir figure 5.14.

$\sigma_v = 1$ m/s : Les vitesses Doppler sont comprises entre (8 et 14 m/s), voir figure 5.15.

$\sigma_v = 10$ m/s : Les vitesses Doppler sont comprises entre (-10 et 30 m/s), voir figure 5.16.

En effet, sigma a une influence directe sur la largeur du spectre Doppler, [12]. Donc si on veut avoir un spectre plus large on augmentera sigma et ceci signifiera qu'on va tenir compte d'un nombre plus grand de phénomènes de précipitations météorologiques. Et si l'on veut réduire la largeur du spectre météorologique, c'est à dire sélectionner la gamme des perturbations à détecter, on inversera l'opération, c'est à dire on réduit sigma σ_v . Ce paramètre σ_v (m/s) joue un rôle très important pour la modélisation des spectres Doppler caractérisant les perturbations météorologiques, il signifie un écart moyen des variations des vitesses Doppler, [11], [12].

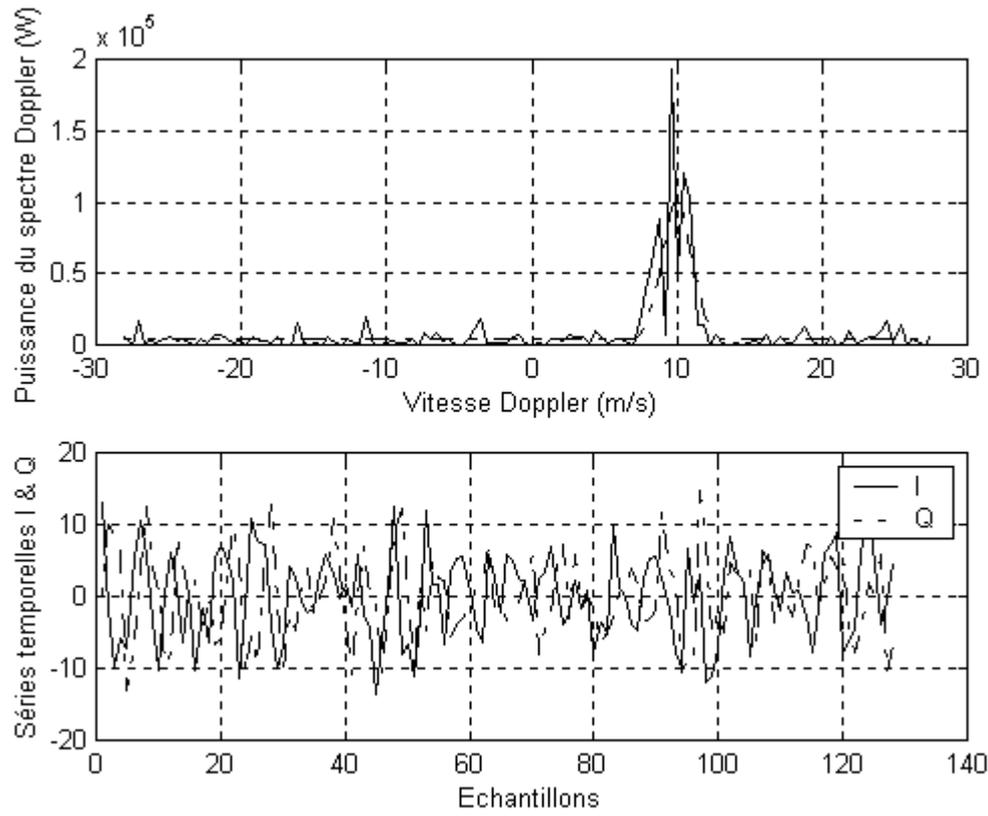


Figure 5.8 : Effet du SNR sur le spectre Doppler et les signaux I et Q ($SNR=1$)

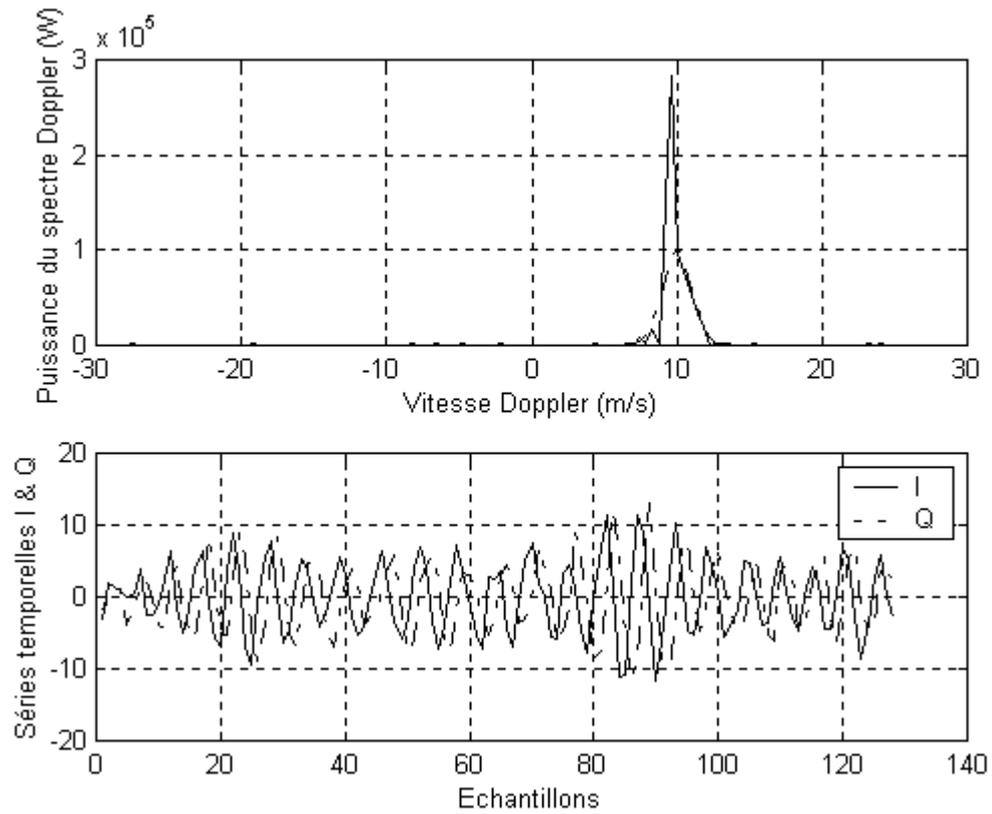


Figure 5.9 : Effet de SNR sur le spectre Doppler et les signaux I et Q ($SNR=10$)

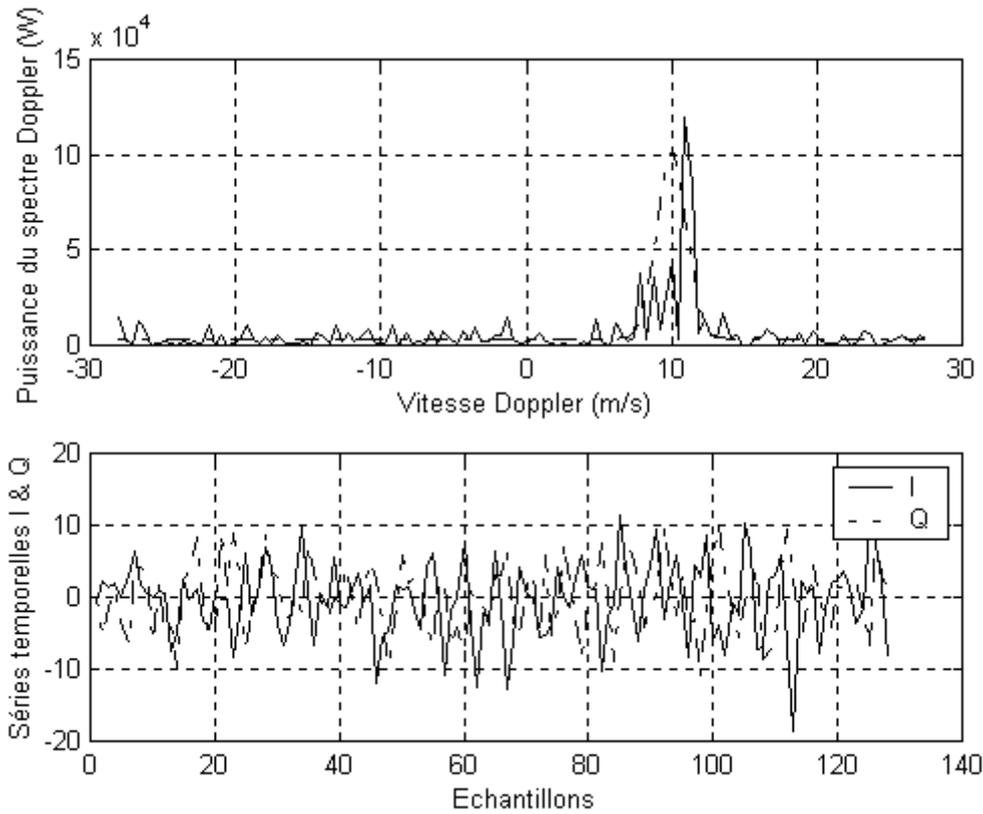


Figure 5.10 : Effet du nombre de données $ndata$ sur le spectre Doppler et les signaux I et Q ($ndata=128$)

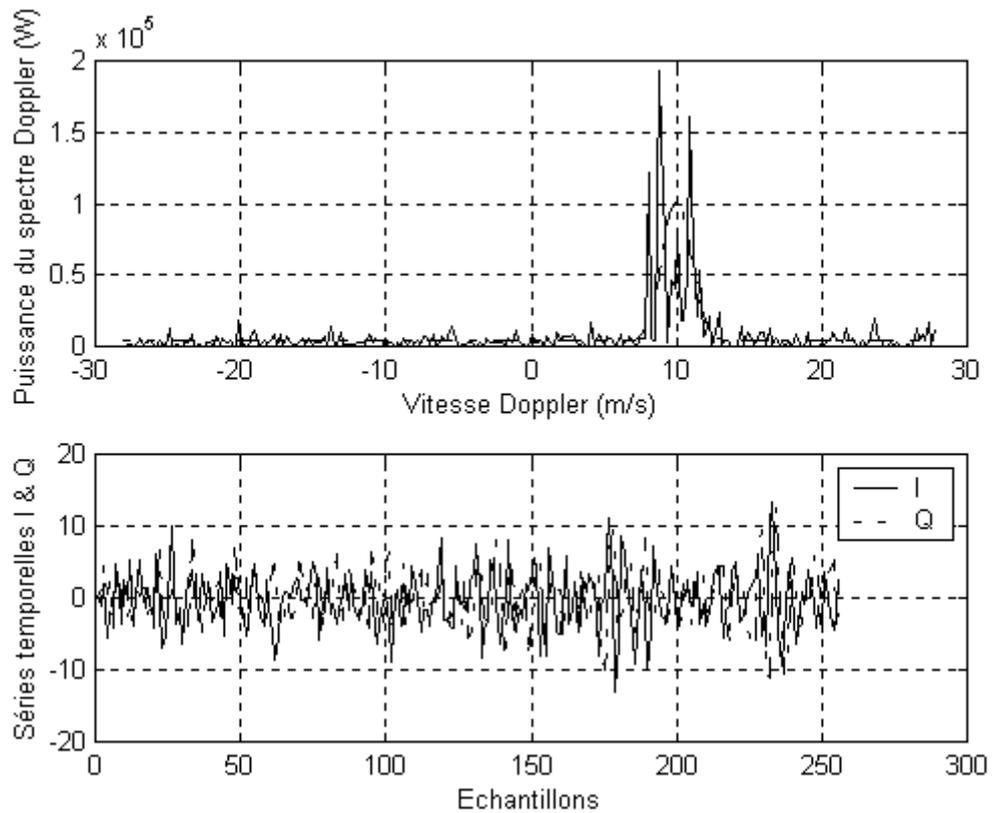


Figure 5.11 : Effet du nombre de données $ndata$ sur le spectre Doppler et les signaux I et Q ($ndata=256$)

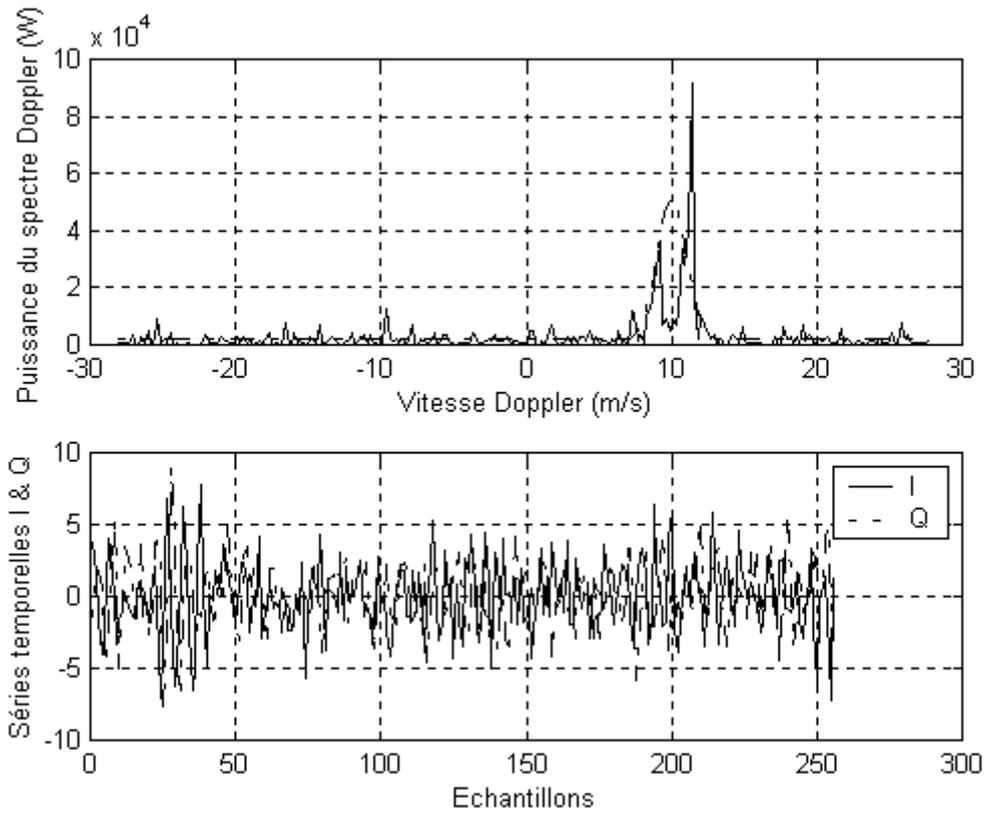


Figure 5.12 : Effet du pic de puissance sur le spectre Doppler et les signaux I, Q ($pp=125.10^3$ w)

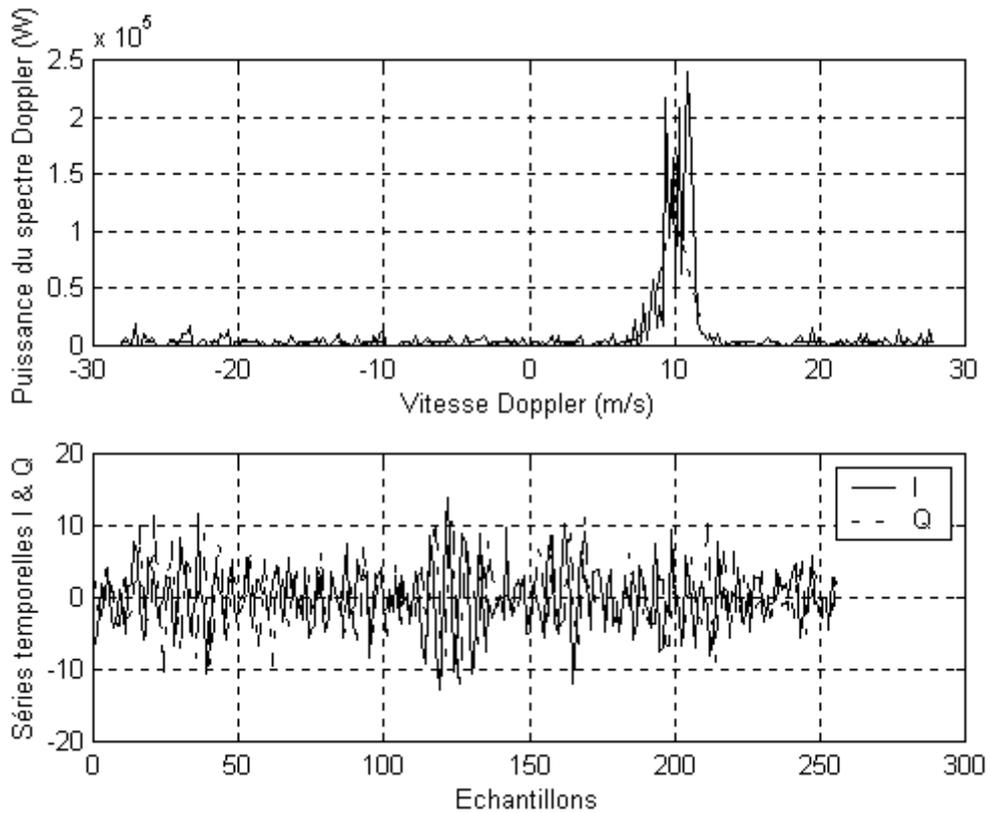


Figure 5.13 : Effet du pic de puissance sur le spectre Doppler et les signaux I, Q ($pp=250.10^3$ w)

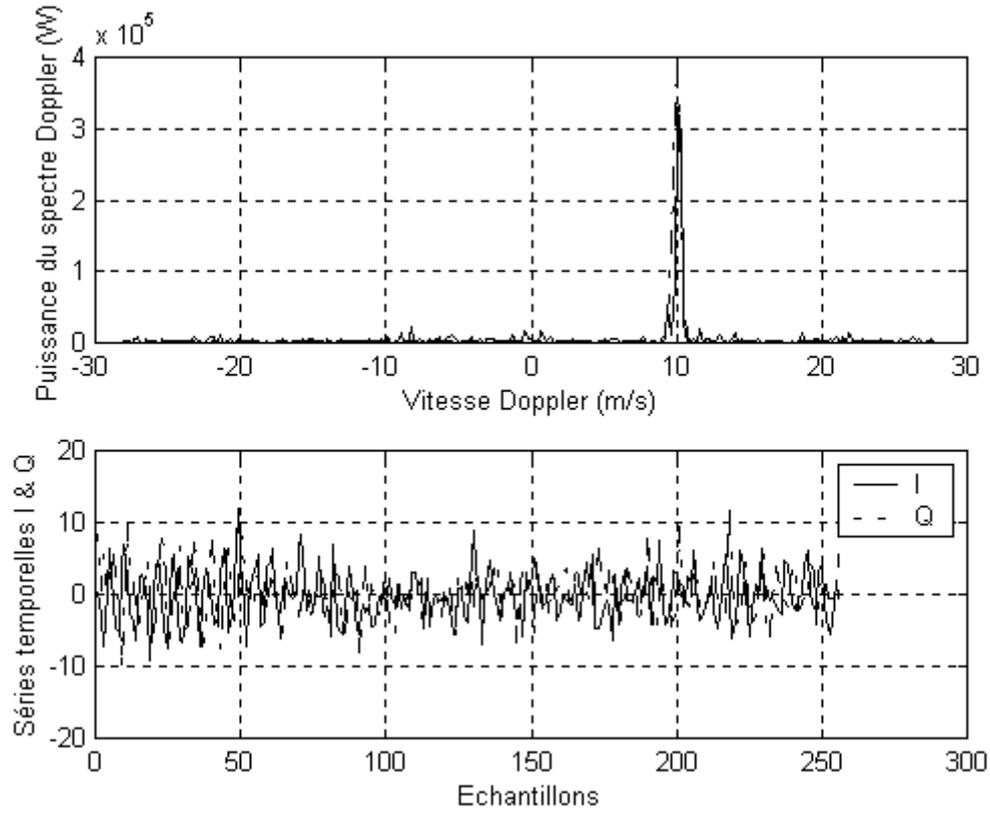


Figure 5.14 : Effet de la largeur spectrale ($\sigma_v = 0.25$) sur le spectre Doppler et les signaux I et Q

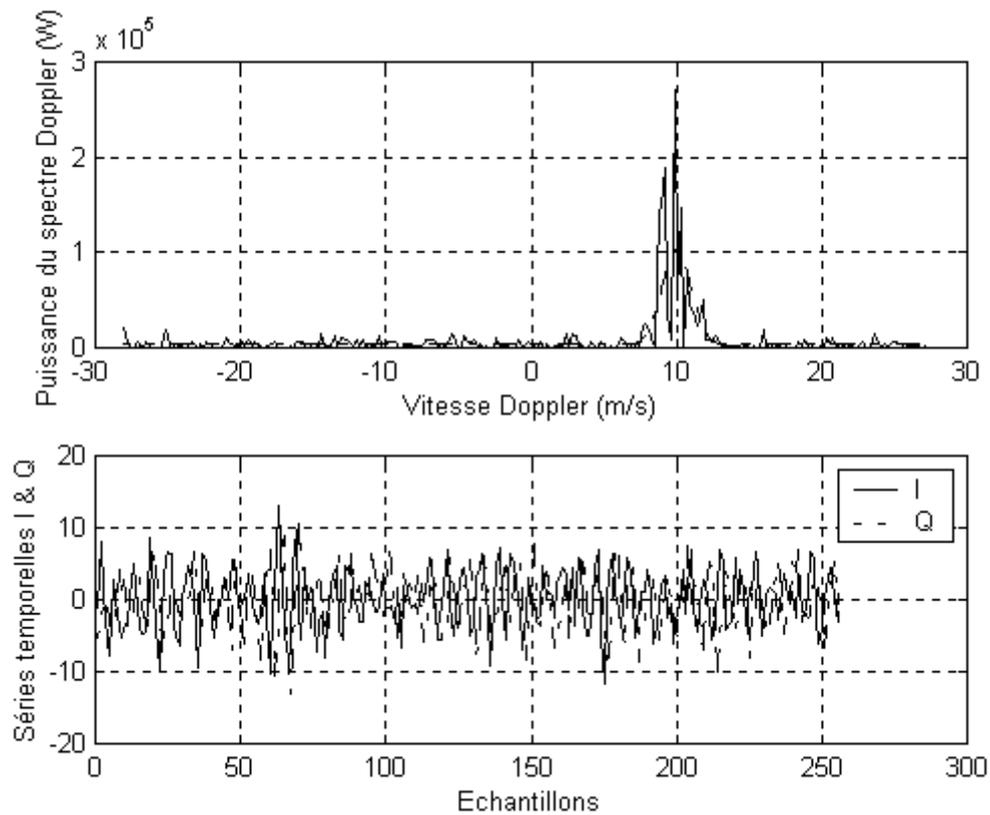


Figure 5.15 : Effet de la largeur spectrale ($\sigma_v = 1$) sur le spectre Doppler et les signaux I et Q

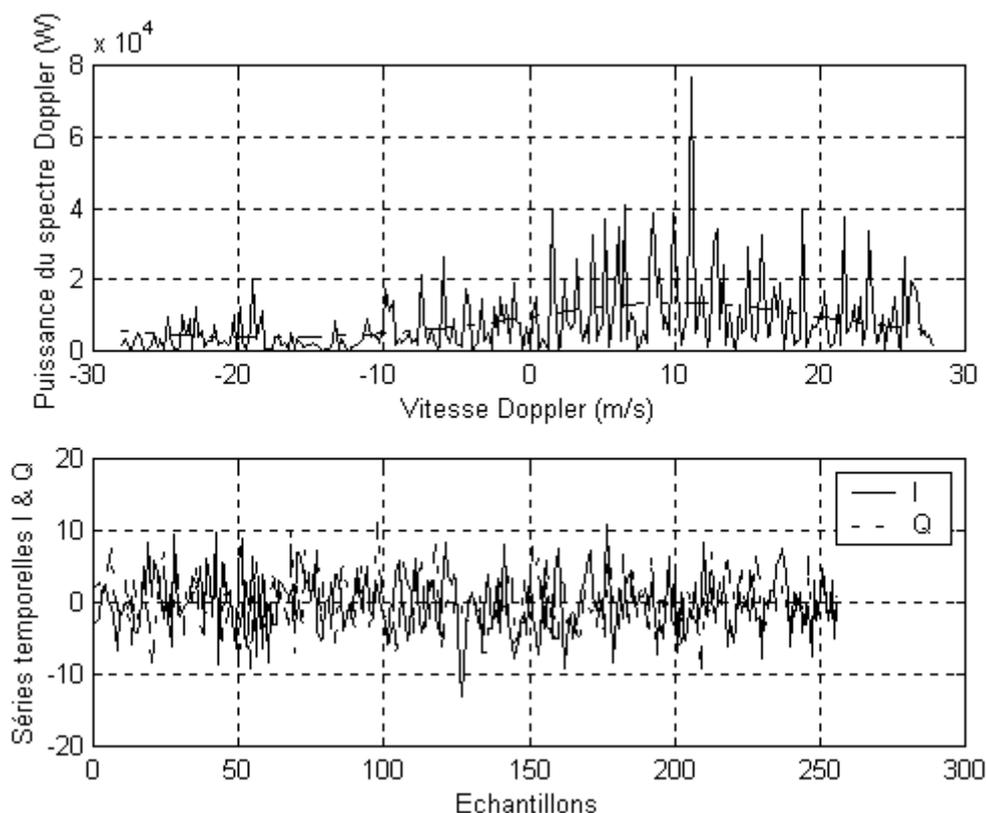


Figure 5.16 : Effet de la largeur spectrale ($\sigma_v=10$) sur le spectre Doppler et les signaux I et Q

5.3 Données réelles

Les données utilisées sont prises par un radar pulse Doppler WSR-88D (Bande S), avec une fréquence entre impulsions PRF de 1000 Hz, à l'état de Tennessee, Memphis USA, en juillet 1997, elles contiennent les données I, Q, Azimut, Elévation, T_s (PRT), Temps (temps UNIX).

Pour plus de détails concernant ces données voir annexe A. Ces données nous ont été fournis par S. Ellis et R.J. Keeler du centre de recherches en météorologie NCAR-USA, [6].

Nous donnons dans la figure 5.17 (a) et (b), la représentation des séries complexes I et Q ainsi que leur spectre Doppler, pour la cellule de distance n°1.

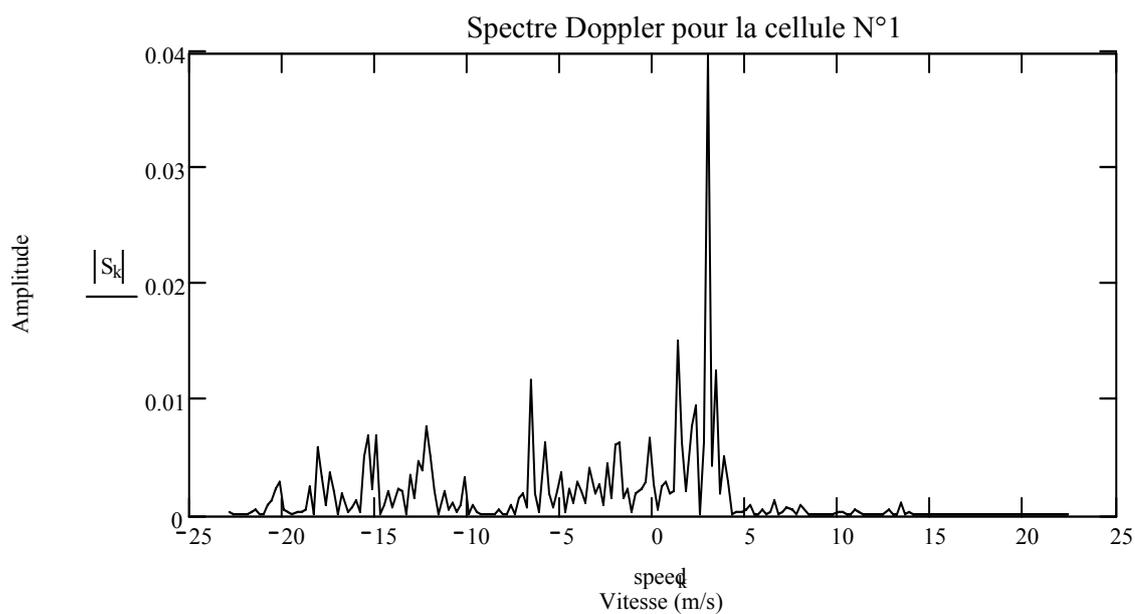
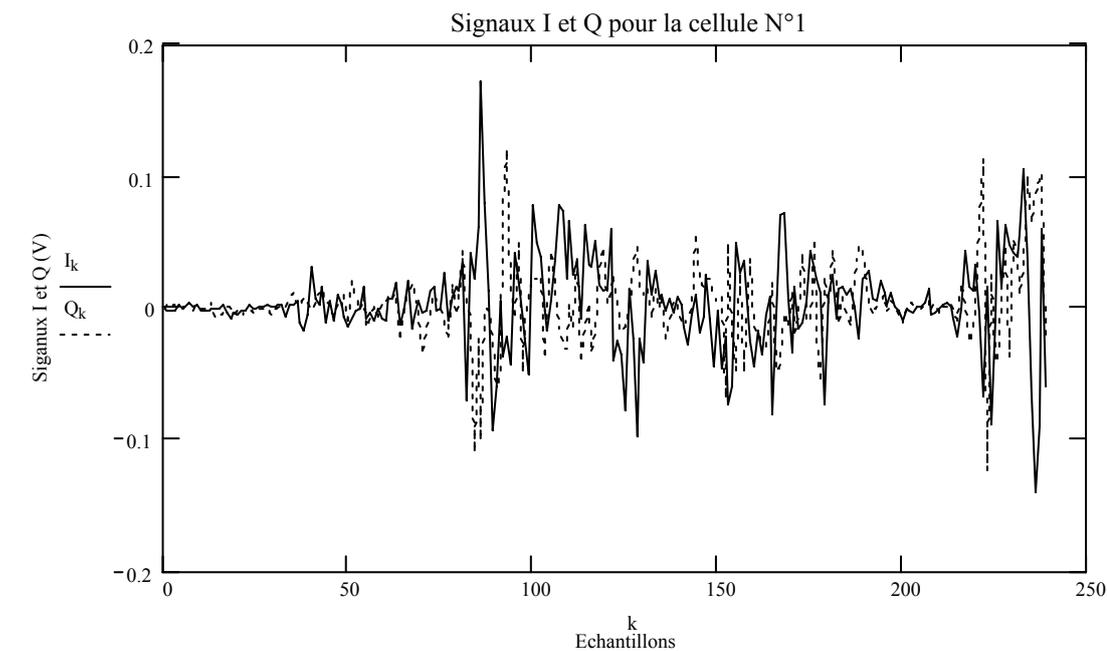


Figure 5.17 : (a) séries temporelles I et Q; (b) spectre Doppler

5.4 Partie filtrage

Les tensions complexes $Z(I,Q)$ réfléchies par les perturbations météorologiques génèrent au niveau du récepteur radar WSR-88D, des séries temporelles avec 240 échantillons pour les

signaux I et Q . Une tension moyenne (ou la composante continue DC) est calculée pour toutes les données I et Q .

Les tensions corrigées sont obtenues par fenêtrage des deux voies I et Q considérées $Z(I,Q)$. Un exemple de la tension en phase I corrigée et un autre de la tension en quadrature de phase Q corrigée sont donnés respectivement dans les figures 18 et 19 (Cellule de distance N°1), (Cellule de distance N°4, figures. 20 et 21). Les signaux originaux et corrigés sont montrés avec des lignes discontinues et solides, respectivement.

Les signaux corrigés sont filtrés par des fenêtres non rectangulaires pour réduire le niveau des modes spectraux indésirables (bruits, clutter,...).

La fenêtre Von Hann (Hanning) est utilisée à cet effet (Doviak, Zrnić 1993) [9, 11].

$$w(m) = 0.5 + 0.5 \cos \left[\left(m - \frac{M-1}{2} \right) \frac{2\pi}{M} \right] \quad (5.10)$$

Où M est la dimension de la fenêtre. La densité spectrale de puissance PSD est calculée par la transformée de Fourier des séries temporelles I et Q filtrées par les fenêtres de Von Hann.

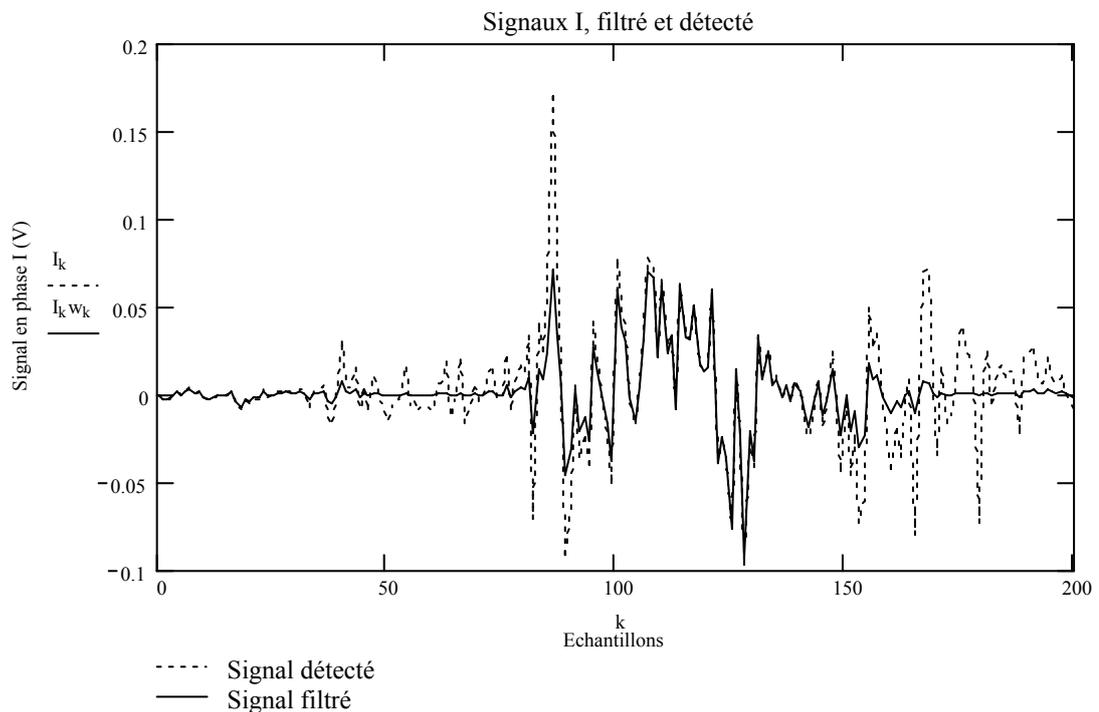


Figure 5.18 : Série temporelle I détectée et filtrée (cellule de distance n° 1)

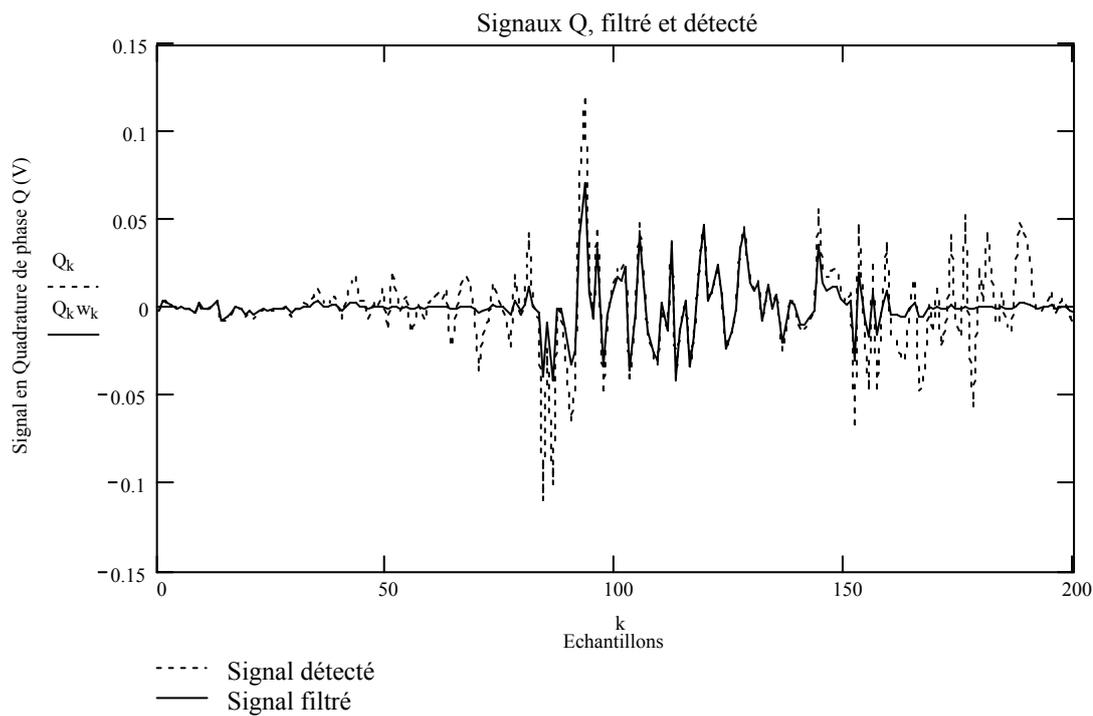


Figure 5.19 : Séries temporelles Q détectée et filtrée (cellule de distance n° 1)

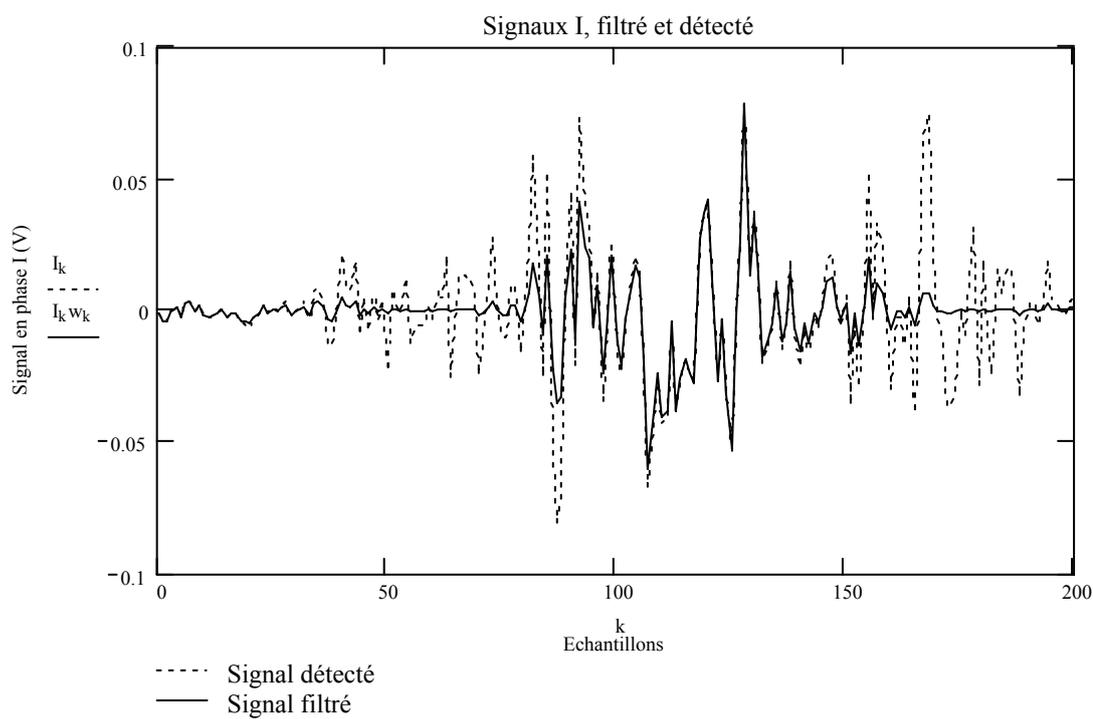


Figure 5.20 : Séries temporelles I détectée et filtrée (cellule de distance n° 4)

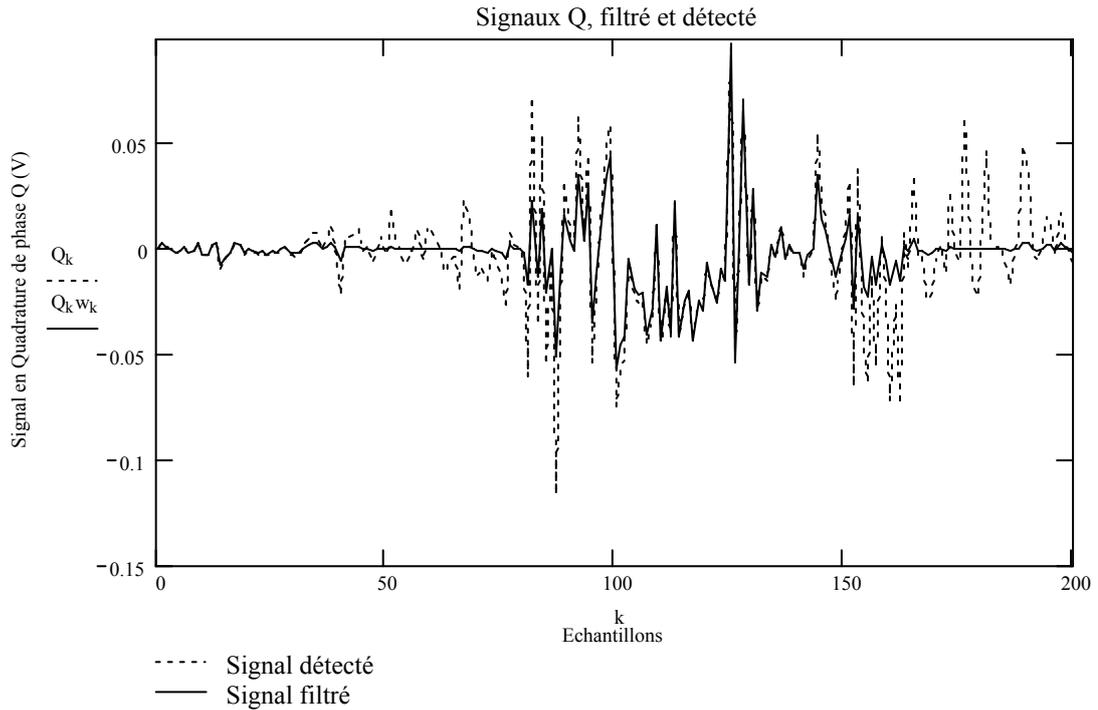


Figure 5.21 : Séries temporelles Q détectée et filtrée (cellule de distance n° 4)

5.5 Caractéristiques statistiques des signaux reçus et l'estimation du spectre Doppler

Avant de faire les estimations, de la vitesse moyenne radiale, de la variance de la vitesse moyenne estimée et de la largeur spectrale, on doit d'abord faire une étude statistique sur les données utilisées.

Les échantillons des signaux reçus avec un radar pulse Doppler WSR-88D de simple polarisation, à l'état de Memphis Tennessee en 1997, illustrent les échos de précipitations de pluie accompagnées de rafales de vents.

Les échantillons de données présentés sont basés sur les échantillons digitalisés de la voie (I : In-phase) en phase et les composantes en Quadrature de phase (Q) du signal radar pris sur un volume de résolution (cellule de distance). La figure 5.22 montre l'histogramme de la voie I , tandis que la figure 5.23 montre l'histogramme du signal Q . Les deux histogrammes sont semblables et obéissent à une distribution *Gaussienne* de moyenne nulle comme indiqué dans la section 5.2. En outre, le diagramme de réflexion (scattergram) de la voie I en fonction de la voie Q sur la figure 5.24 est étendu également dans toutes les directions (sans direction préférentielle), indiquant qu'elles sont indépendantes comme indiqué dans la littérature consacrée à ce domaine [9], ce qui signifie que les deux signaux ne sont pas corrélés. Les histogrammes sur les figures 5.22 et 5.23 sont très semblables, ce qui est en accord avec l'équation (5.1). La figure 5.25 montre l'histogramme des échantillons de puissance, $I^2 + Q^2$. La forme linéaire proche de

cet histogramme indique que les échantillons de puissance sont distribués en exponentielle, comme on l'a déjà indiqué dans [1].

On peut lisser les estimations spectrales en utilisant un fenêtrage. La taille de la fenêtre détermine le degré du lissage; voir (5.10). Sur chaque figure de la section 5.6, on peut voir également la vitesse moyenne \hat{v} et σ_v , correspondants, [6], [9], [11].

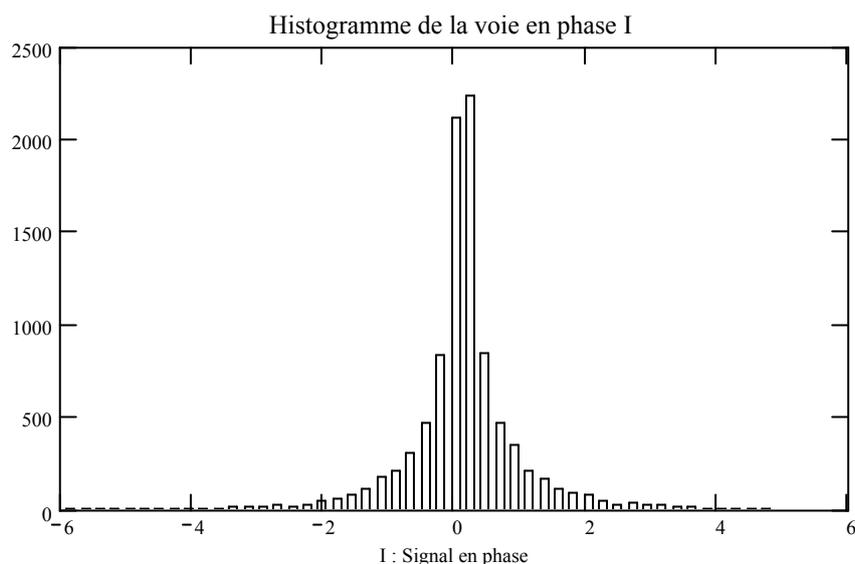


Figure 5.22 : Histogramme de la voie en phase I du signal radar

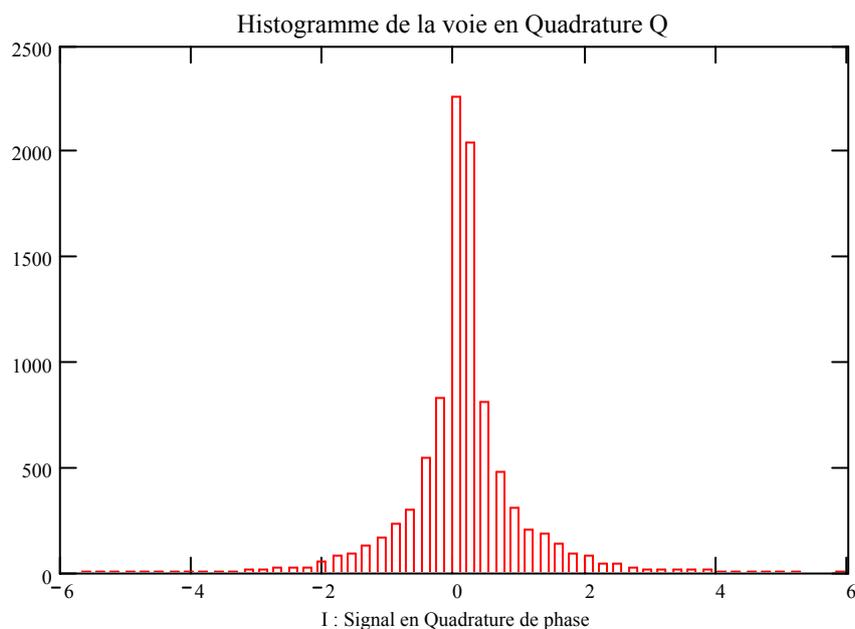


Figure 5.23 : Histogramme de la voie en quadrature de phase Q du signal radar

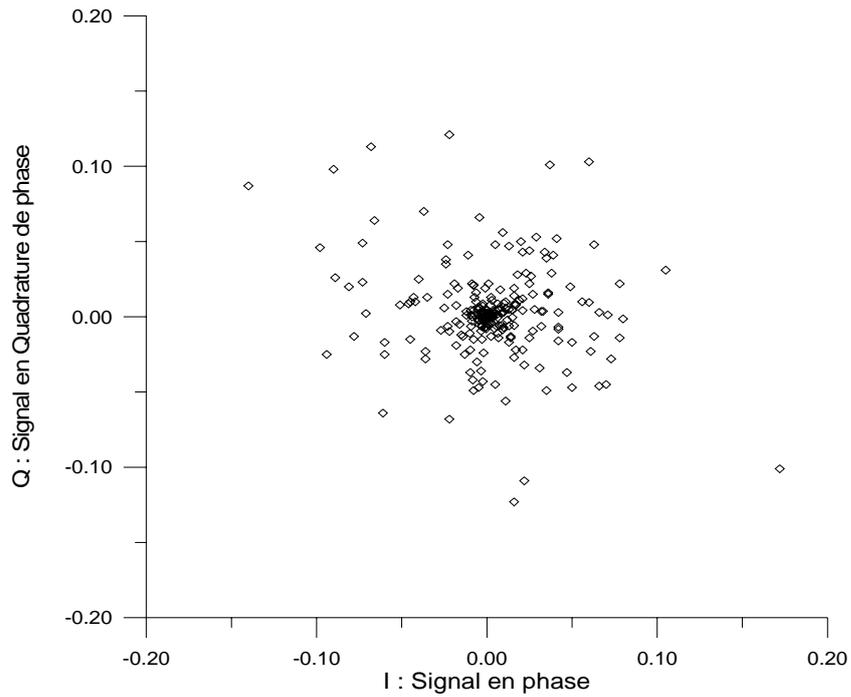


Figure 5.24 : Diagramme de réflexion de la voie I en fonction de la voie Q (non corrélé)

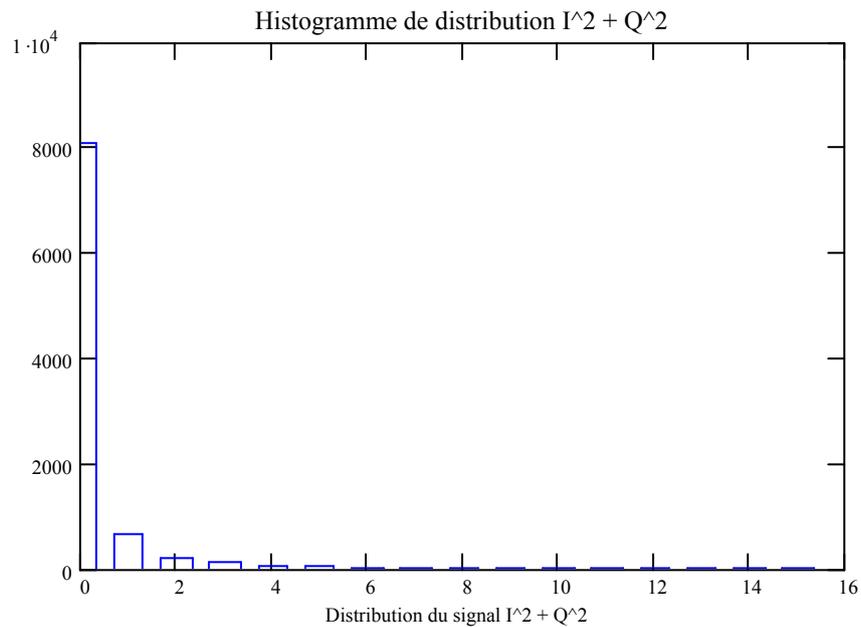


Figure 5.25 : Histogramme I^2+Q^2 de la distribution $I^2 + Q^2$ du signal radar

5.6 Résultats et commentaires

Dans cette partie, on s'attèle dans un premier temps sur les résultats obtenus lors des simulations de chaque méthode, et on donne les constatations nécessaires. Puis on abordera l'étude comparative entre ces cinq méthodes.

On donne également les caractéristiques radars utilisées pour la simulation, puis on va porter graphiquement les différents paramètres obtenus.

Ces caractéristiques sont celle d'un radar WSR-88D, elles ont été utilisées par le professeur Robert D. Palmer dans ces travaux de recherche en laboratoire, [28].

$f_i = 2.85.10^9 \text{ Hz}$: Fréquence du signal émis.
$\lambda = 10.5 \text{ cm}$,	: Longueur d'onde signal émis.
$T_s = 1/1000 \text{ sec}$: Période d'échantonnage PRF.
$\text{SNR} = 10 \text{ dB}$: Rapport signal sur bruit
$n_{\text{data}} = 240$: Nombre de points (échantillons).
$v_a = \lambda / 4.T_s = 26.50 \text{ m/s}$: Vitesse ambiguë.
$\text{sig} = 1 \text{ m/s}$: Largeur du spectre doppler.
$p_p = 750.10^3 \text{ W}$: Puissance du signal émis.

5.6.1 Méthode pulse-pair

L'algorithme utilisé pour la simulation de cette méthode d'estimation temporelle des moments d'ordre un et deux du spectre Doppler, est basée sur l'évaluation de la fonction d'autocorrélation complexe, appelée parfois aussi autocovariance, des signaux (I et Q), reçu au niveau de l'étage amplification du récepteur radar Doppler [2],[5], des données réelles collectés au niveau du site de l'aérodrome de Memphis (WSR-88D) en 1997, comme indiqué sur l'organigramme de l'annexe C-1.

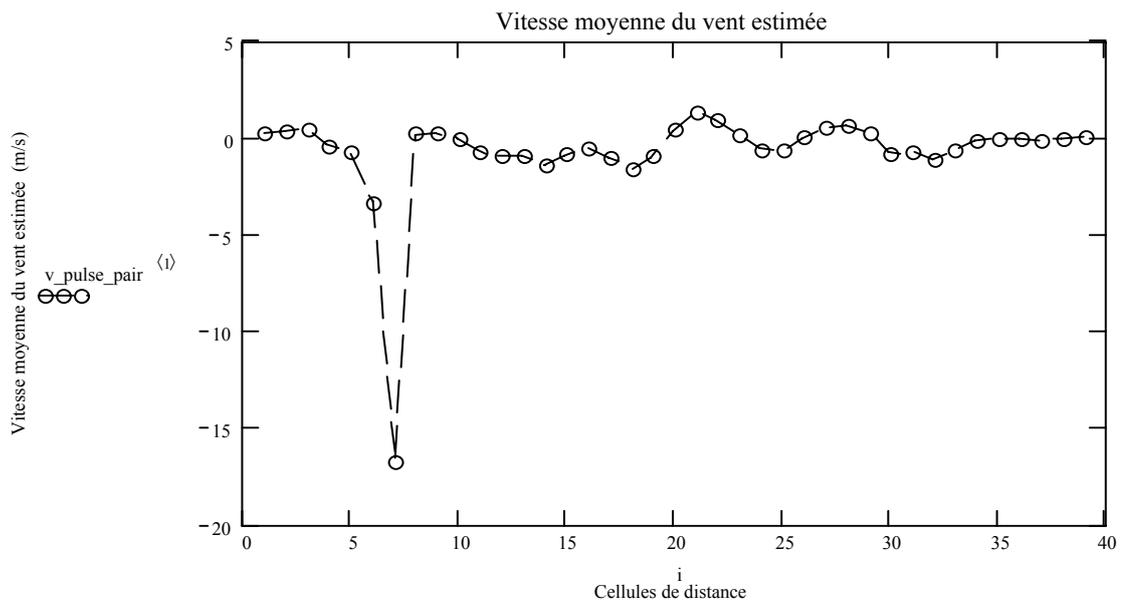


Figure 5.26 : Estimation de la vitesse radiale moyenne du vent par la méthode pulse-pair.

L'application de la méthode pulse-pair pour l'estimation de la vitesse moyenne, la variance, et la largeur spectrale du spectre Doppler, pour chaque cellule de distance (N° 1 à 40), a donné les résultats représentés sur les figures (5-26), (5-27) et (5-28).

La première remarque qu'on peut soulever au sujet de cette méthode est qu'elle est très rapide pour le calcul de l'ensemble des paramètres à estimer, ce temps est évalué à 13 sec pour l'ensemble des opérations. La vitesse de convergence de cette méthode est également rapide, car l'ensemble des estimations convergent dès les premières itérations.

En ce qui concerne l'estimation de la vitesse moyenne radiale du vent présentée dans la figure (5.26), on constate que l'estimation varie entre - 1.29 m/s et 1.36 m/s, et à l'exception de la vitesse de -16.69 m/s, affichée au niveau de la cellule n° 7. Ce changement en vitesse peut s'expliquer par un changement dans la direction d'où souffle le vent.

En comparant nos résultats avec ceux trouvés par B.M. Keel [5], on constate que les performances de cette méthode sont assez proches.

On constate aussi que la variance et la largeur spectrale du spectre de la vitesse radiale moyenne du vent, varient peu au cours du temps, et de l'espace (d'une cellule à une autre) voir les figures (5-27) et (5-28) avec un rapport signal sur bruit constant SNR=10 dB, ce qui a été déjà mentionné dans le troisième chapitre, [29].

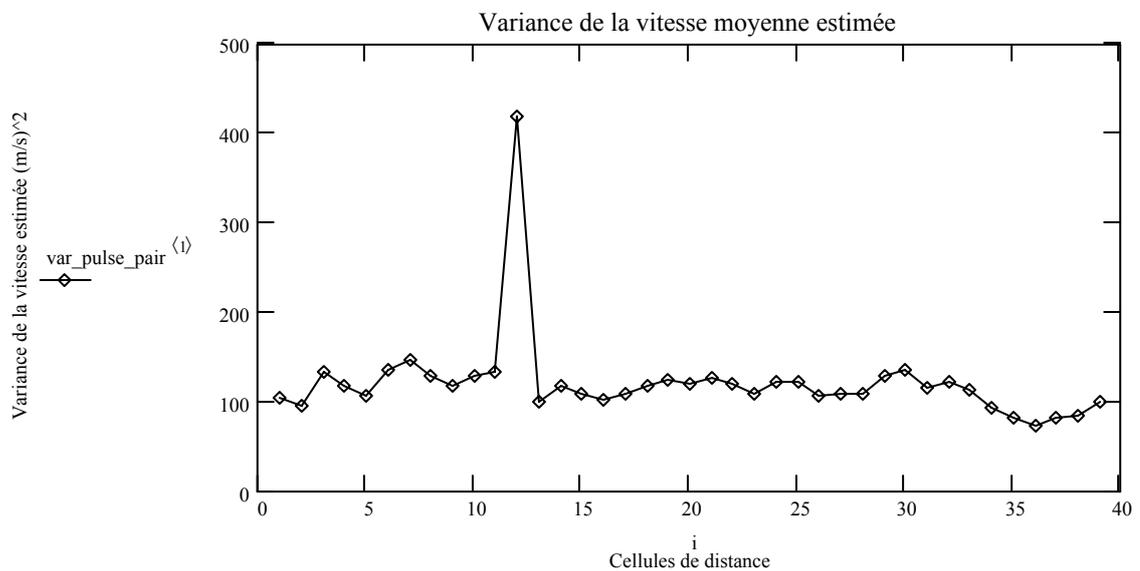


Figure 5.27 : Estimation de la variance de la vitesse moyenne du vent, méthode pulse-pair.

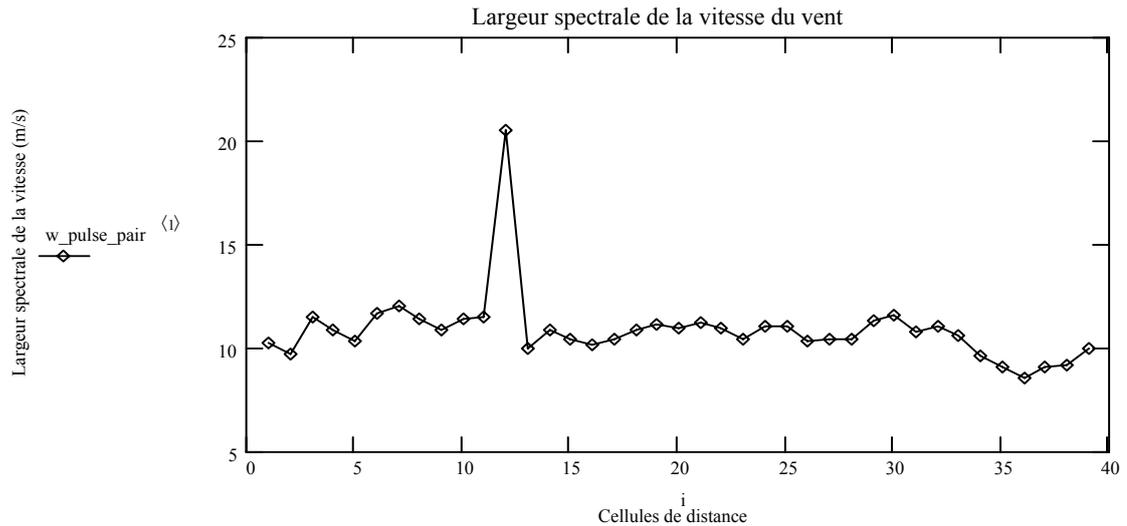


Figure 5.28 : Estimation de la largeur spectrale de la vitesse moyenne du vent, (pulse-pair).

5.6.2 Méthode de Fourier

L'algorithme utilisé pour la simulation de cette méthode d'estimation fréquentielle des moments d'ordre un et deux du spectre Doppler, est basée sur l'évaluation de la fonction de densité spectrale de puissance (*PSD*) des signaux radar reçu, [13], [29]. En d'autres termes on doit estimer l'amplitude de la transformée de Fourier des signaux radar reçus, et ceci pour l'ensemble des cellules de distances (toute la portée radar), dans la figure suivante on donne le spectre Doppler de puissance en fonction des vitesses Doppler. On distingue deux pics de puissance un à 0 m/s (écho fixe), et un autre du vent à 2 m/s.

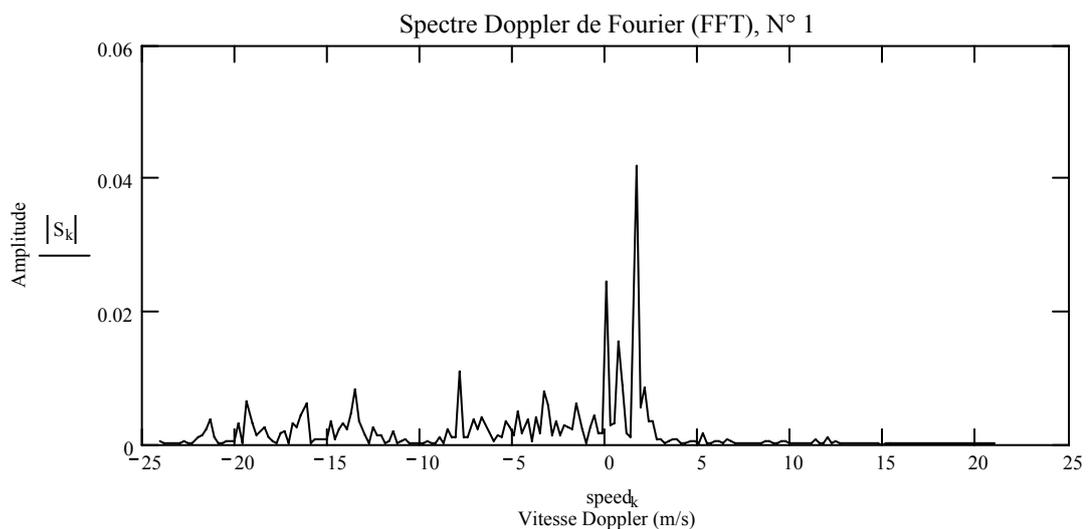


Figure 5.29 : Spectre Doppler Fourier de puissance pour la cellule de distance N°1.

L'estimation des paramètres spectraux du spectre Doppler via la méthode de Fourier, est donné par les figures (5-30), (5-31) et (5-32).

Le temps de calcul de cette méthode qui est évalué à 26 sec pour l'ensemble des opérations, et qui est supérieur par rapport au temps utilisé par la méthode pulse-pair (double).

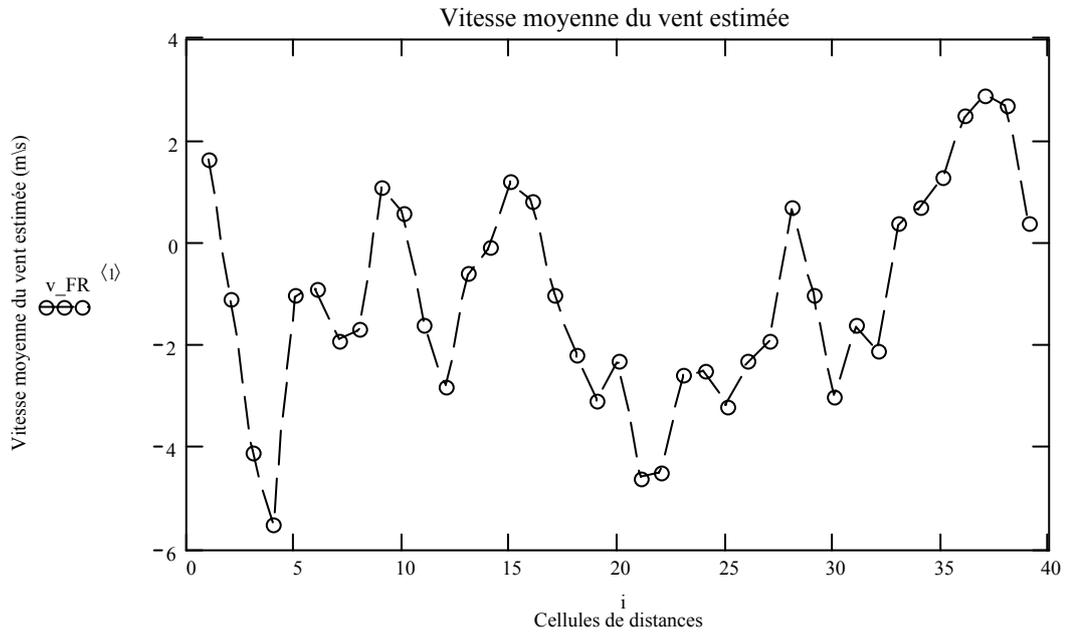


Figure 5.30 : Estimation de la vitesse radiale moyenne du vent par la méthode de Fourier.

En ce qui concerne l'estimation de la vitesse moyenne figure (5-30), on constate que l'estimation faite varie entre 2.5 m/s et - 4.2 m/s, ce qui n'est pas loin des estimations faites par l'algorithme pulse-pair [4], [6], [30].

On constate aussi que la variance et la largeur spectrale du spectre de la vitesse radiale moyenne du vent, sont beaucoup plus importantes que ceux trouvées par la méthode pulse-pair, voir les figures (5-31) et (5-32) avec un rapport signal sur bruit constant SNR=10 dB.

Ce que l'on a constaté sur l'estimation faite par cette méthode, pour l'ensemble des paramètres, est qu'il a des fluctuations apparentes sur les graphes. Cette présence de fluctuations est mentionnée dans les travaux de B.M. Keel [5].

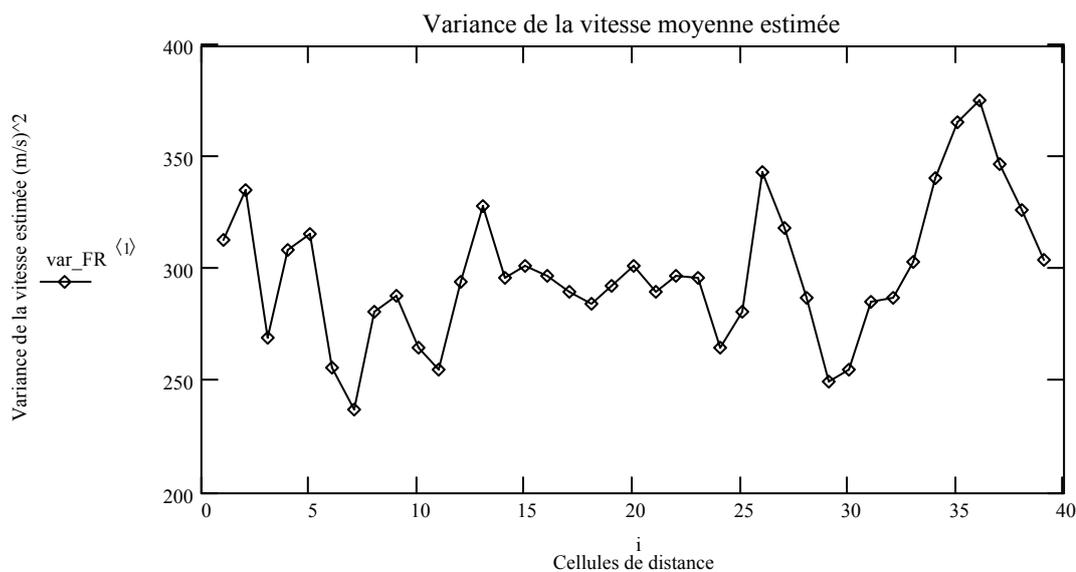


Figure 5.31 : Estimation de la variance de la vitesse moyenne du vent, méthode de Fourier.

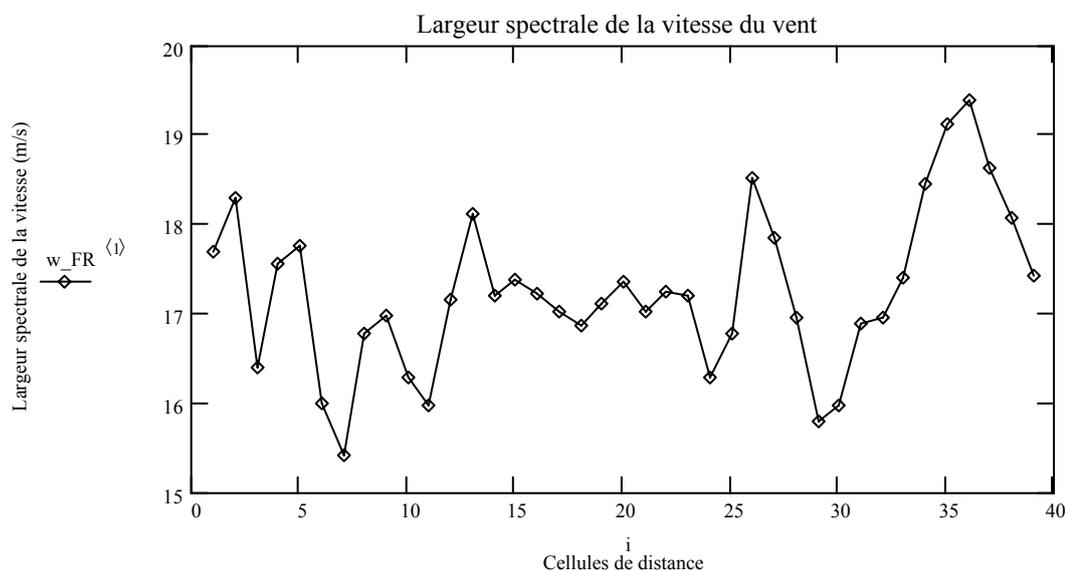


Figure 5.32 : Estimation de la largeur spectrale de la vitesse moyenne du vent, méthode de Fourier.

5.6.3 Méthode autorégressive (modèle AR d'ordre n)

Cette méthode est également une méthode d'estimation fréquentielle des moments d'ordre un et deux du spectre Doppler, car elle est basée sur l'évaluation de la fonction de densité spectrale de puissance (PSD) du signal reçu [4], [29].

Le spectre doppler de puissance des signaux radar des échos du vent, est estimé par le l'utilisation d'un modèle tout pole AR [5], [30]. On présente sur la figure 5.33 le spectre Doppler estimé via le modèle Autorégressif AR d'ordre trois AR (3), pour la cellule de distance N° 1.

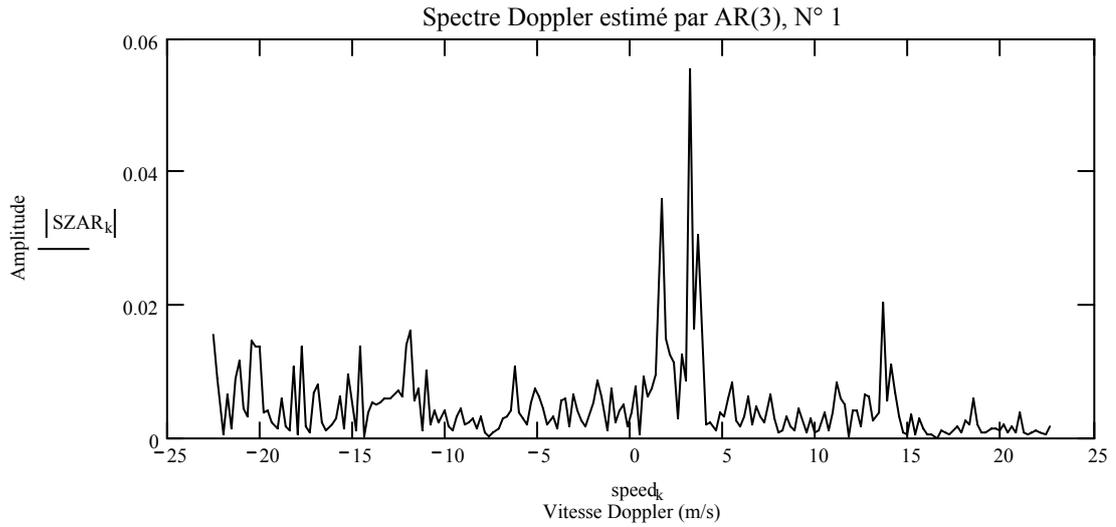


Figure 5.33 : Spectre Doppler estimé par le modèle AR (3) pour la cellule de distance N°1.

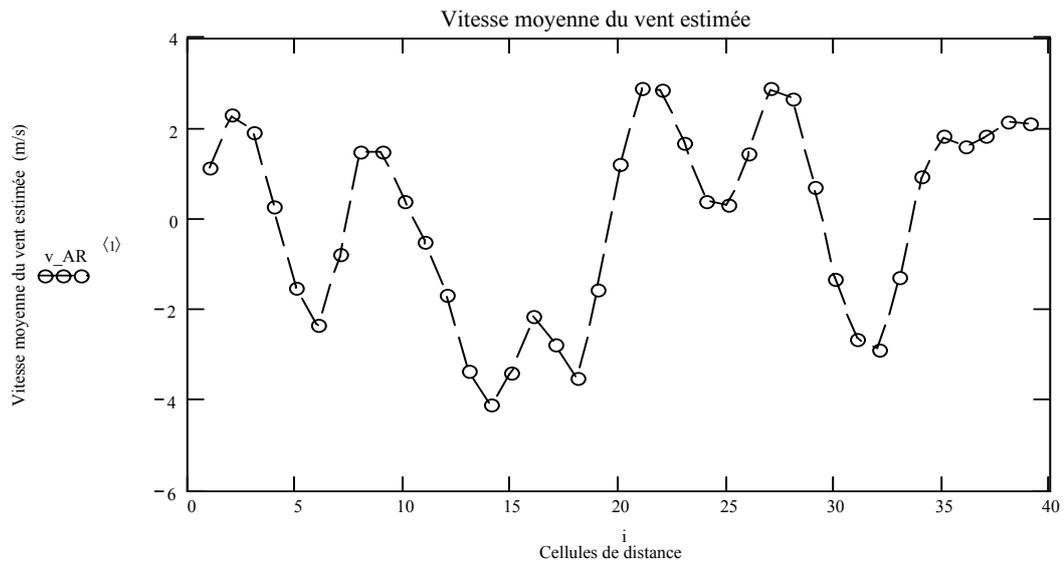


Figure 5.34 : Estimation de la vitesse radiale moyenne du vent par la méthode AR (3).

L'estimation des paramètres spectraux du spectre Doppler est donnée par les figures (5.33), (5.34) et (5.35), (5.36)

Le temps de calcul de cette méthode qui est évalué à 29.20 sec pour l'ensemble des opérations, ce qui est supérieur à celui de Fourier et de même à celui de la méthode pulse-pair, [6], [30].

Ceci est tout à fait normal, car pour cette méthode on utilise beaucoup plus d'opérations, pour l'estimation du spectre Doppler par des modèles AR (3), et en particuliers lors de l'estimation des coefficients de réflexions a_k du dénominateur du modèle autorégressif AR (3).

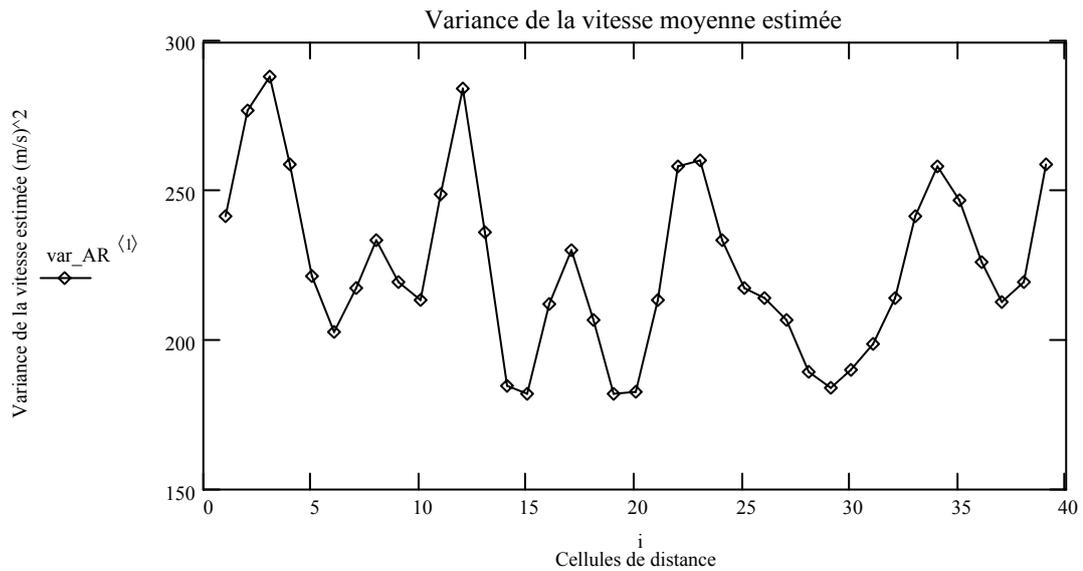


Figure 5.35 : Estimation de la variance de la vitesse moyenne du vent, méthode AR(3).

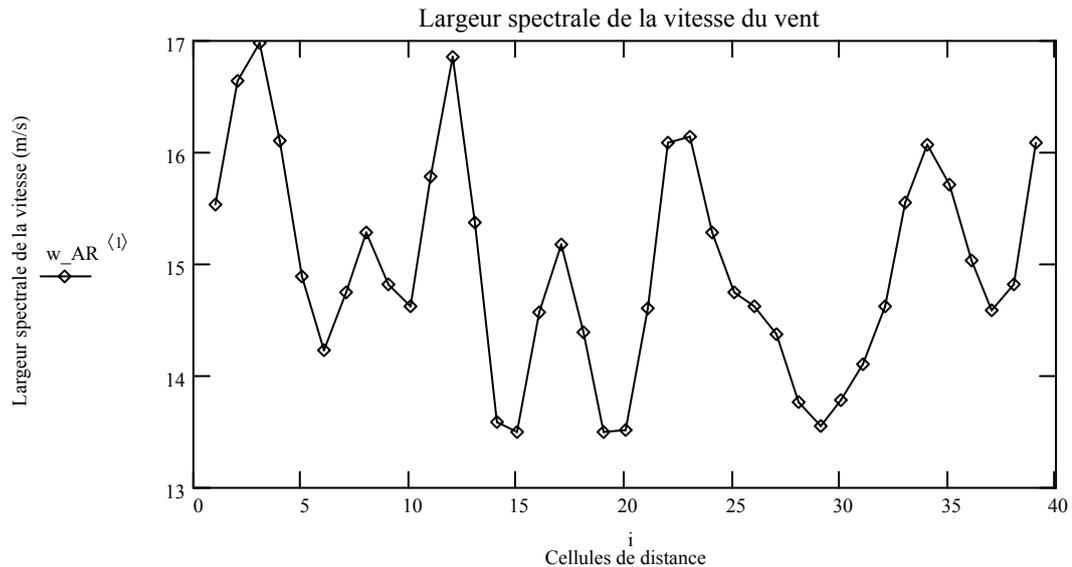


Figure 5.36 : Estimation de la largeur spectrale de la vitesse moyenne du vent, méthode AR(3).

Les résultats fournis par l'approximation du modèle tout pôle autorégressif AR, sont très proches de ceux de la méthode de Fourier.

En ce qui concerne l'estimation la vitesse moyenne figure (5.34), on constate que l'estimation faite varie entre 2.3 m/s et - 4.8 m/s., ce qui correspond aux marges données par l'estimateur Fourier (voir section précédente).

On constate aussi que la variance et la largeur spectrale du spectre de la vitesse radiale moyenne du vent, sont beaucoup plus importantes que ceux trouvées par la méthode de Fourier, voir les figures (5.35) et (5.36) avec un rapport signal sur bruit constant SNR=10 dB, ce qui signifie que la méthode AR est sensible au bruit.

5.6.4 La méthode ARMA (3, 1) à deux pas de prédiction

Cette méthode fait également partie de la famille des méthodes basées dans le domaine d'estimation fréquentielles des moments d'ordre un et deux du spectre Doppler, car elle est aussi basée sur l'évaluation de la fonction de densité spectrale de puissance (*PSD*) des signaux radar I et Q reçus, [11].

On présente d'ailleurs le spectre Doppler estimé par l'estimateur ARMA(3,1) à deux pas de prédiction, voir la figure 5.37.

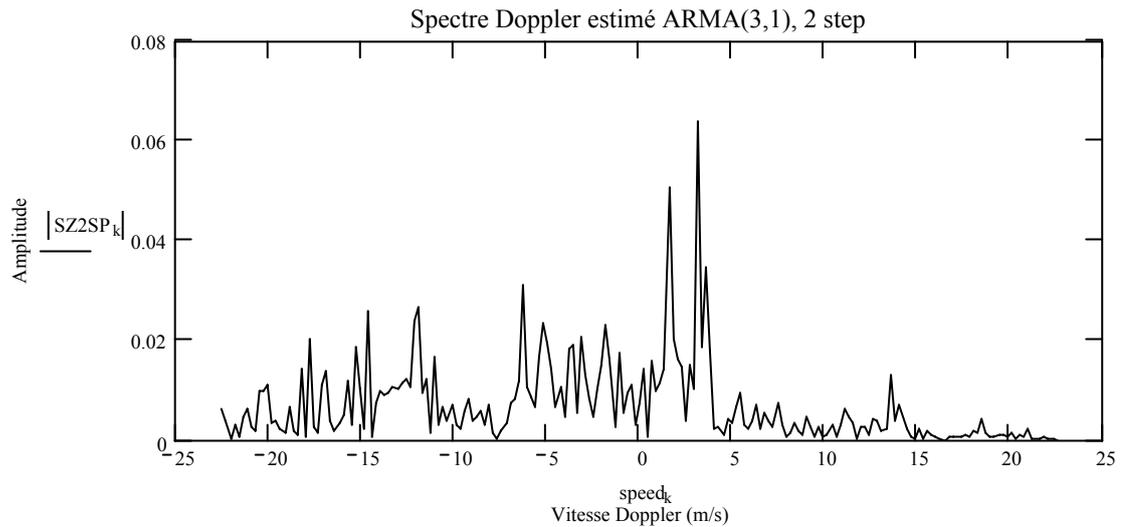


Figure 5.37 : Spectre Doppler estimé par l'estimateur AR (3,1) à deux pas de prédiction pour la cellule de distance N°1.

Lors de l'application de la méthode ARMA (n,1) à deux pas de prédiction, pour l'estimation de la vitesse moyenne, la variance, et la largeur spectrale du spectre Doppler a donné les résultats représentés dans les figures (5.38), (5.39) et (5.40).

On peut facilement remarquer que le spectre doppler estimée est presque semblable à celui des méthodes AR(3) et Fourier, sauf qu'il y a un effet apparent du bruit, et cela est visible sur les pics de puissances secondaires à la vitesse Doppler nulle.

Cette méthode est très lente en la comparant aux trois méthodes pulse-pair, Fourier, et AR(3), pour le calcul de l'ensemble des paramètres à estimer, ce temps est évalué à 30 sec pour l'ensemble des opérations. Ce volume de temps de calcul est important car et particulièrement à cette méthode, il y a plusieurs paramètres utilisés lors du calcul de la densité du spectre de puissance Doppler (a_k, a, b, α, β), (voir annexe C.5), [1], [6] [30],

En ce qui concerne l'estimation de la vitesse moyenne figure (5.38), on constate que l'estimation faite varie entre 1.45 m/s et - 2.51 m/s.

La différence remarquable entre les résultats fournis par la méthode de prédiction à deux pas et ceux de la méthode pulse-pair, est celui de la variance de la vitesse estimée qui est de 100 à 1200 $(\text{m/s})^2$ pour la première et de 100 et 400 $(\text{m/s})^2$ pour la seconde (pulse-pair), avec un rapport signal sur bruit bas $\text{SNR}=10\text{dB}$, voir les figures (5.39) et (5.27).

On constate aussi que la largeur spectrale du spectre de la vitesse radiale moyenne du vent, varie peu au cours du temps, voir la figure (5.40) avec un rapport signal sur bruit constant $\text{SNR}=10\text{ dB}$, ce qui a été déjà mentionné dans le troisième chapitre [4].

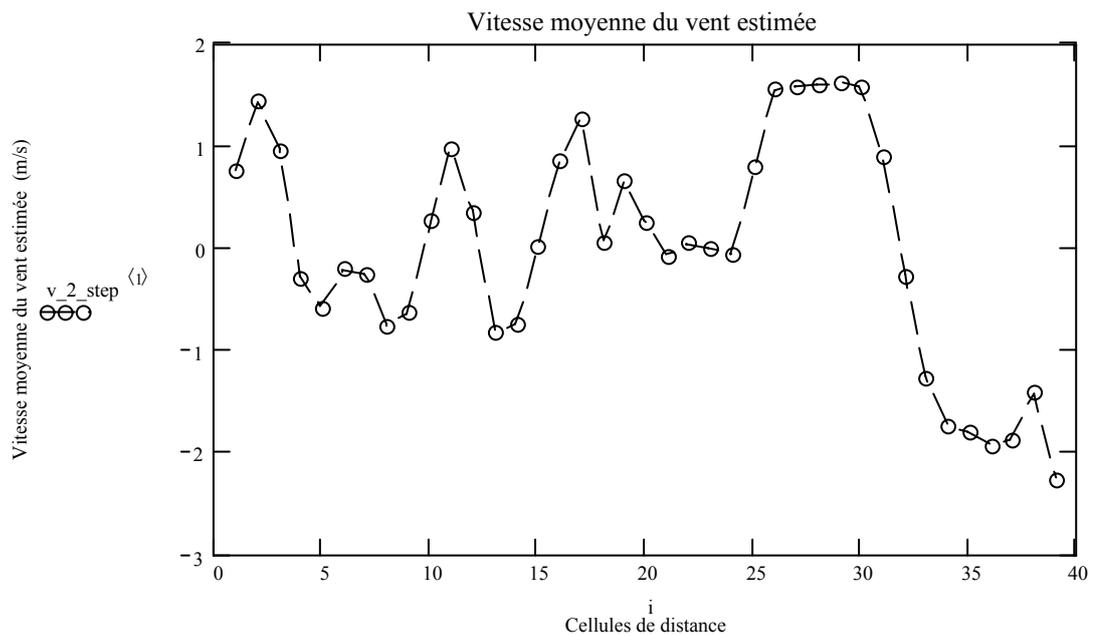


Figure 5.38 : Estimation de la vitesse radiale moyenne du vent par la méthode à 2 pas de prédiction.

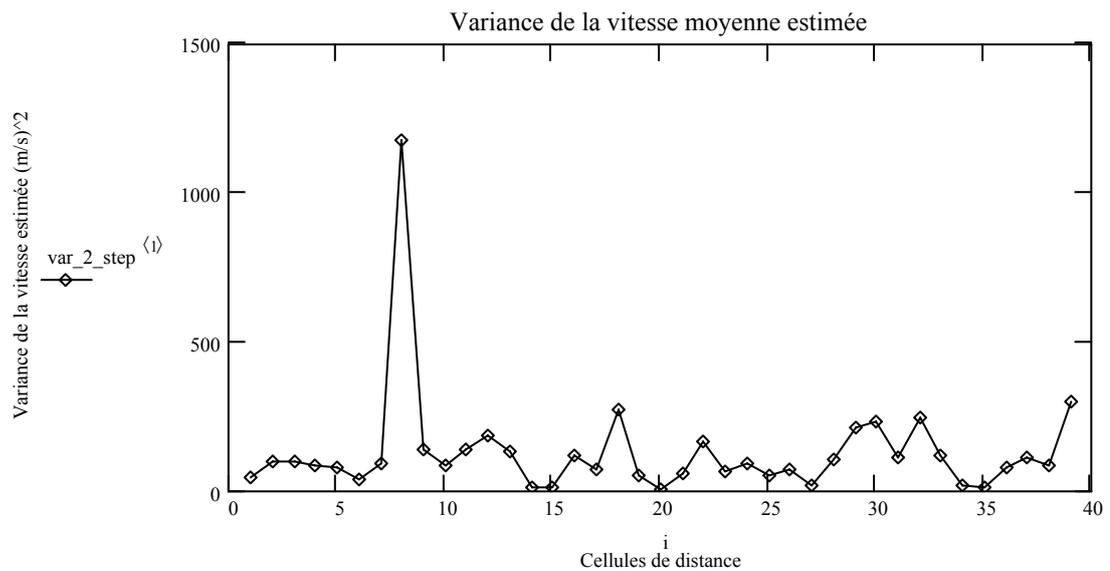


Figure 5.39 : Estimation de la variance de la vitesse moyenne du vent, méthode ARMA(3,1).

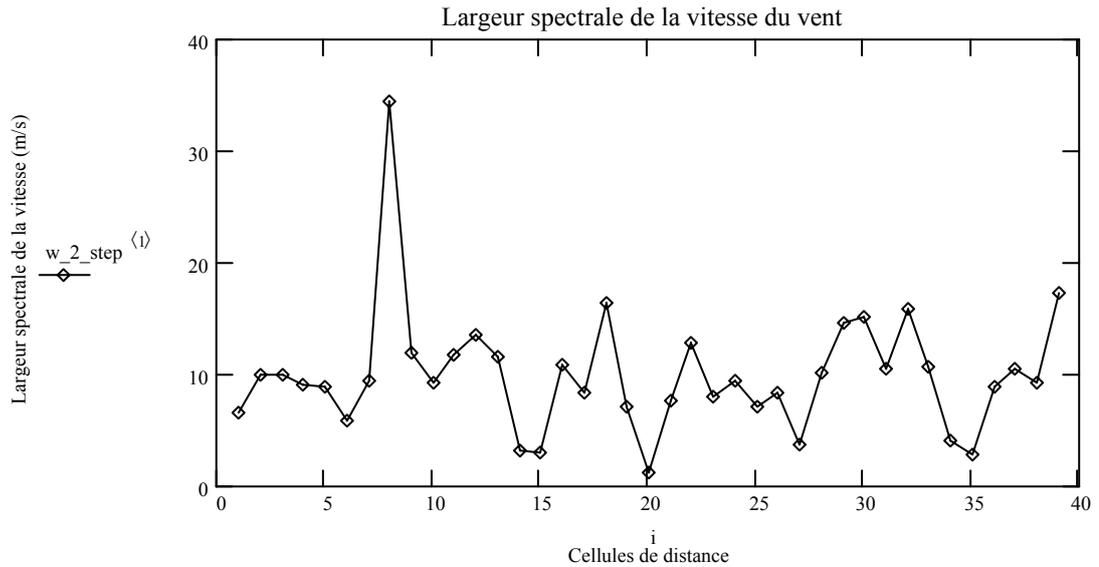


Figure 5.40 : Estimation de la largeur spectrale de la vitesse moyenne du vent, méthode ARMA(3,1)

5.6.5 La transformée Ramanujan Fourier (RFT)

Cette méthode est également une méthode d'estimation fréquentielle des moments d'ordre un et deux du spectre Doppler, car elle est basée sur l'évaluation de la fonction de densité spectrale de puissance (*PSD*) du signal reçu, par l'évaluation des sommes de Ramanujan, [31].

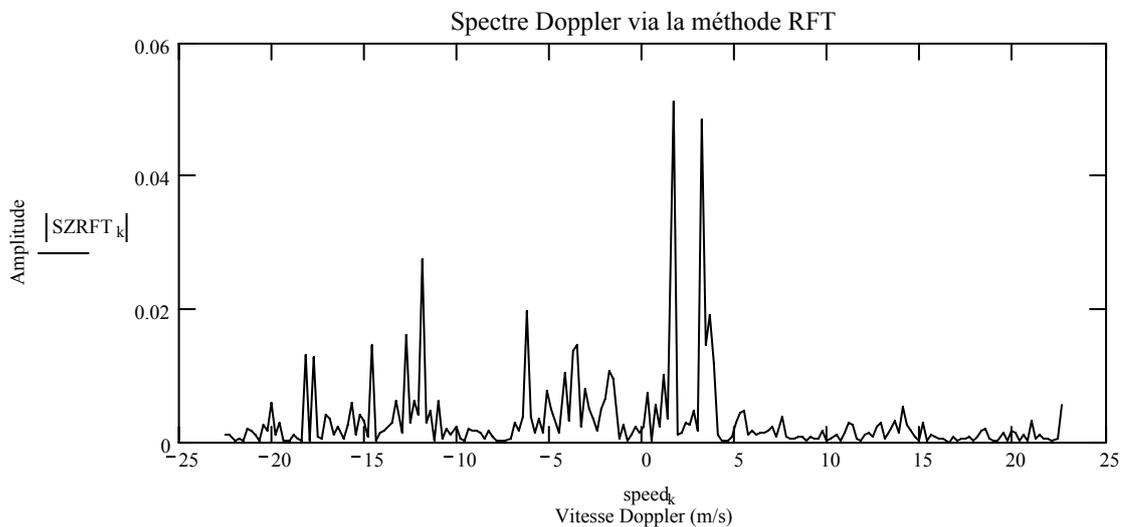


Figure 5.41 : Spectre Doppler estimé par la transformée de Ramanujan Fourier, pour la cellule de distance N°1.

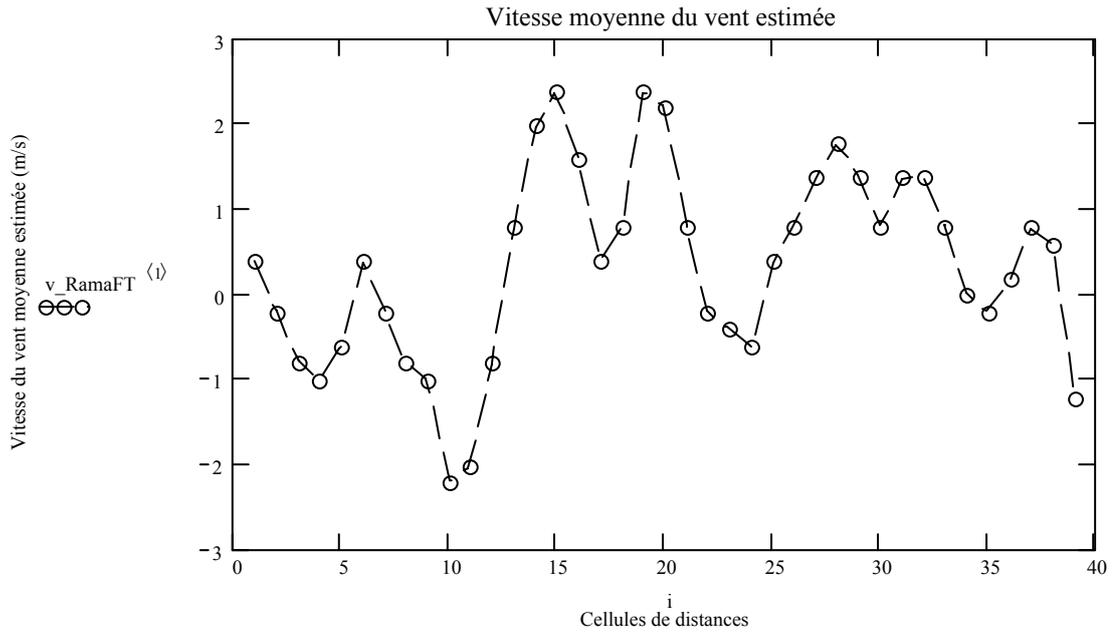


Figure 5.42 : Estimation de la vitesse radiale moyenne du vent par la méthode RFT.

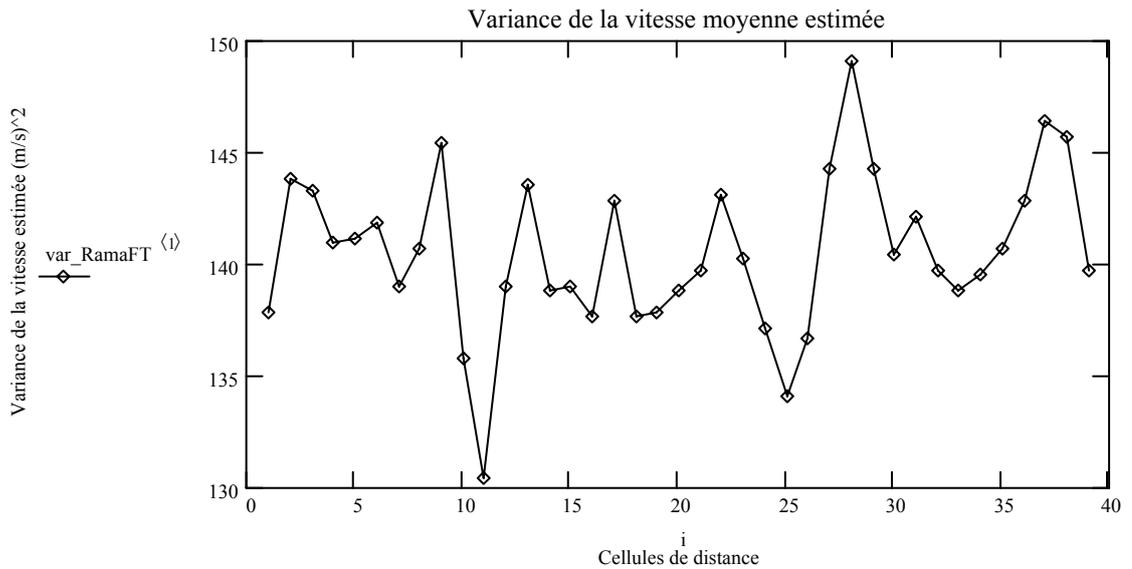


Figure 5.43 : Estimation de la variance de la vitesse moyenne du vent, méthode RFT.

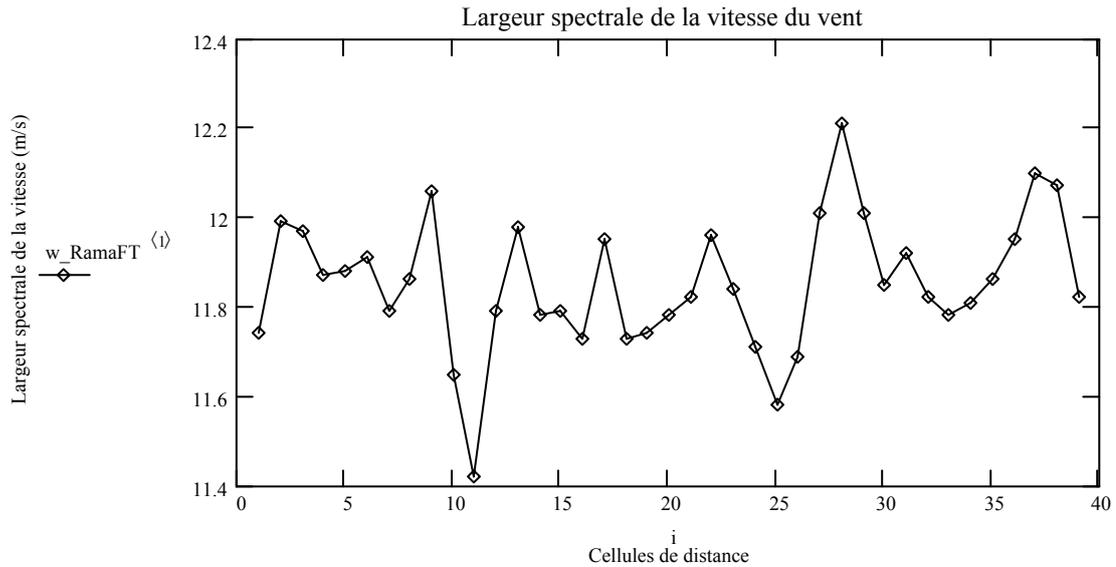


Figure 5.44 : Estimation de la largeur spectrale de la vitesse moyenne du vent, RFT.

L'estimation des paramètres spectraux du spectre Doppler est donnée par les figures (5.42), (5.43) et (5.44).

Le temps de calcul de cette méthode qui est estimé à 16 sec pour l'ensemble des opérations, ce qui est inférieur à celui de Fourier, AR (3) et ARMA (3,1). On peut expliquer cela par le fait que les calculs du spectre RFT Doppler se font que sur des échantillons co-primés $(p,q)=1$, (voir la section 4.6). [6], [30] [31].

Le spectre détecté par cette méthode est différent de celui détecté par le modèle AR, Fourier et ARMA (3,1) à deux pas de prédiction, car on peut constater qu'il ya deux pics de puissances apparents (figure 5.41). Cet estimateur basé sur les fonctions algébriques de Möbius et de Mangoldt, s'avère très utile car avec on peut détecter les modes météorologiques bas, ou encore les phénomènes multimodaux. Sur la figure 5.41, on distingue un pic à 1.5 m/s et un autre pic à 4 m/s, ce qui correspond à deux phénomènes météorologiques.

Les résultats fournis par l'approximation Ramanujan Fourier RFT, sont meilleurs que ceux du modèle AR. En ce qui concerne l'estimation la vitesse moyenne figure (5.38), car non seulement cette méthode estime le premiers pic de puissance à 4 m/s, elle estime un second pic de puissance à 1.4 m/s (deuxième perturbation de vent) .

On constate aussi que la variance et la largeur spectrale du spectre de la vitesse radiale moyenne du vent, sont beaucoup plus inférieures qu'à celles trouvées par la méthode de Fourier, voir les figures (5.43) et (5.44) avec un rapport signal sur bruit constant $SNR=10$ dB, ce qui signifie que cette méthode est moins sensible au bruit, que la méthode de Fourier et celles de AR(3) et ARMA(3,1) à deux pas de prédiction .

5.7 Etude comparative des résultats des simulations

L'application des cinq estimateurs déjà précités dans le but d'estimer les paramètres dynamiques d'un signal radar météorologique représentant l'écho d'une perturbation météorologique sévère (ici : on prend des rafales de vent accompagnées de pluie, Annexe A), et l'occurrence la vitesse radiale moyenne Doppler de la perturbation météorologique \hat{v} , sa variance σ_v^2 et sa largeur spectrale σ_v , a donné les résultats représentés dans les figures (5.47), (5.48) et (5.49).

Pour effectuer la comparaison des résultats entre chaque estimateurs, on a résumé les résultats obtenu dans le tableau 5.1 ci-dessous donnant un comparatif des différents estimateurs utilisés (pulse-pair, FFT, AR(3), ARMA (3, 1) et RFT).

Tableau. 5.1 : Performances numériques des cinq méthodes utilisées

	Vitesse radiale $V_r(m/s)$	Variance $\sigma_v^2(m/s)^2$	Largeur $W(m/s)$	Temps d'exécution sec
PULSE-PAIR	-16.69 - 1.36	73.38 - 419.51	8.50 - 20.48	13
FOURIER	-00.15 - -0.07	1.37 - 1.17 10 ³	1.15 - 34.30	26
MODELE AR(4)	-04.15 - 2.89	130.41 - 149.08	11.42 - 12.21	29,20
ARMA (4,1)	-02.25 - 1.62	181.81 - 288.30	13.38 - 16.97	30
RFT	-0.09 - -0.07	237.31 - 375.58	15.40 - 19.38	16

L'algorithme d'estimation dans le temps pulse-pair [6], [29], [32] est simple à programmer vu qu'il ne fait appel qu'au calcul de la fonction d'autocorrélation des signaux complexes $Z(kT_s)$ de l'écho radar Doppler reçu. C'est une méthode très rapide, car le temps d'exécution de l'ensemble de ces instructions pour toute les données collectés pour une direction donnée, ici dans notre cas on a 40 cellules de distances. Cet estimateur pulse pair, nécessite un temps de 13 secondes, voir le tableau 5.1.

Notant que la comparaison entre l'ensemble des estimateurs, se fera en considérant les vitesses et variances estimées. Mais néanmoins, pour voir quel est l'intérêt de proposer deux nouveaux estimateurs, dans ce domaine de l'estimation et du traitement du signal radar, on fait des comparions entre les spectres des méthode AR(3) et ARMA(3,1) (figure 5.46), AR(3) et RFT (figure 5.45).

L'estimation de la variance $\sigma_v^2(m/s)^2$ et de la largeur spectrale $W(m/s)$, sont nettement plus faibles, en le comparant par rapport, à ceux des trois méthodes spectrales AR (3), FFT, et ARMA(3,1) à deux pas de prédiction. Son seul inconvénient est que les résultats liés à la fonction d'autocorrélation sont difficiles à interpréter, contrairement à ceux des méthodes spectrales qui utilisent des densités de puissances, faciles à lire et à interpréter, [29].

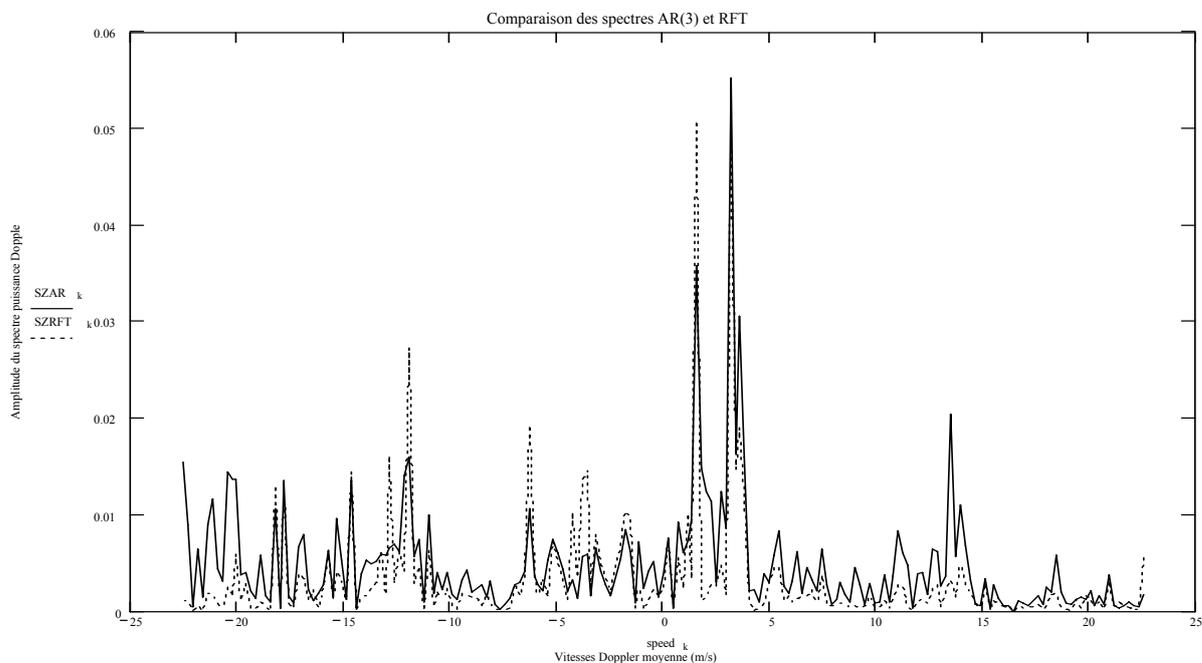


Figure 5.45 : Spectre Doppler estimé par les méthodes, AR(3) et RFT, pour la cellule de distance N°1.

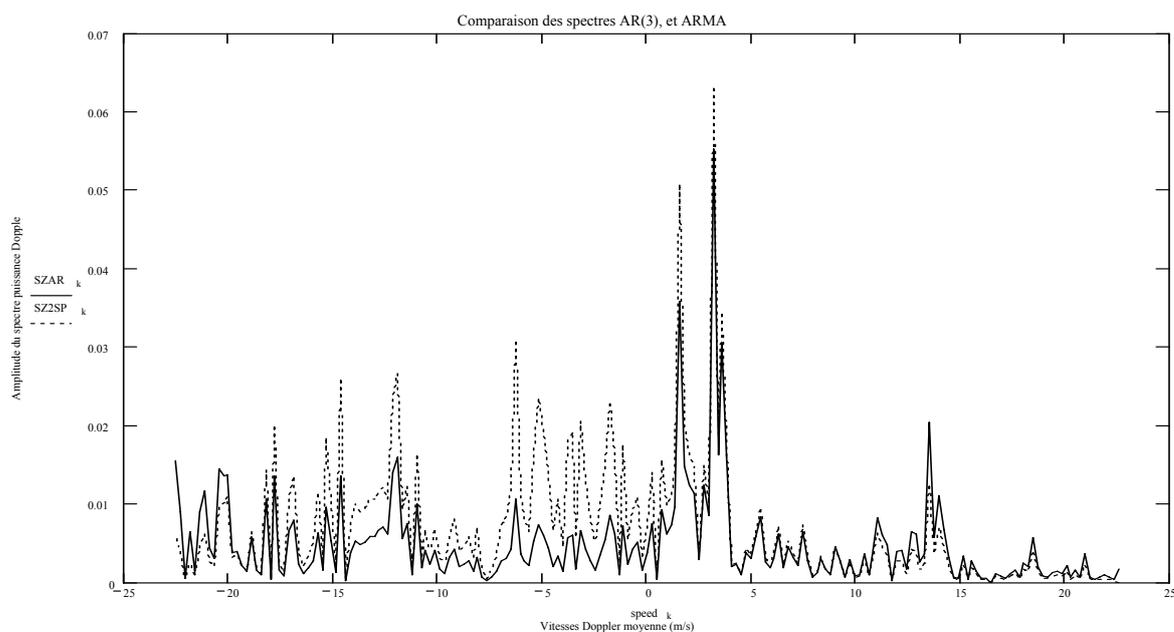


Figure 5.46 : Spectre Doppler estimé par les méthodes, AR(3) et ARMA(3,1), pour la cellule de distance N°1.

On peut dire que les deux estimateurs spectraux proposés, à savoir RFT et ARMA(3,1), ont fournis des résultats probants, et proches de ceux de l'estimateur pulse pair, une différence de taille entre les deux estimateurs proposés, est que l'estimateur RFT est rapide, et qu'il peut estimé des phénomènes multimodaux, et même de faible niveaux en énergie, car cette transformée de Ramanujan Fourier est peu sensible aux effets du bruit (voir les figures 5.41, 5.46 et 5.45). Contrairement à l'estimation ARMA (3,1), qui a détecté un seul mode météorologique (pic de puissance à 4 m/s), ce qui veut dire que cette méthode est sensible au bruit, et ne permet pas de distinguer les phénomènes multimodaux météorologiques (voir les figures 5.37, 5.45 et 5.46).

Les deux méthodes d'estimations spectrales de Fourier (FFT) et du modèle AR (3), sont moins précise que la méthode pulse-pair, car elles estiment les vitesses radiales moyennes du vent, entre - 4.20 et 2.50 m/s pour la méthode FFT, et entre - 4.8 à 2.3 m/s pour la méthode AR(3).

Leurs temps d'exécution est nettement plus supérieurs à celui de la méthode pulse-pair. Ceci est évident du fait qu'elles utilisent le calcul des densités spectrales de puissances (*PSD*) pour l'estimation des moments spectraux d'ordre un et deux [4], [6], [29].

La remarque qu'on peut donner par rapport à ces deux méthodes spectrales DFT et AR (3), est que l'estimation de la variance et la largeur spectrale de la vitesse moyenne sont trop importantes avec un rapport signal sur bruit bas (SNR=10 dB), en les comparants avec celles estimées par la méthode temporelle pulse-pair.

Le seul paramètre influant sur l'estimation des moments spectraux par la méthode AR, est l'ordre du modèle P . Les simulations qu'on a faites ont montré qu'un ordre ($P \leq 5$) est suffisant pour modéliser l'écho et les modes de précipitations météorologiques de pluie accompagnées de rafales de vent [8], [28], [20].

Par ailleurs on voit bien que les estimations fournies par l'algorithme ARMA (3, 1) à deux pas de prédictions sont semblables à celles estimées par la méthode pulse-pair et non divergente puisque les valeurs des vitesses moyennes estimées oscillent entre (entre - 2.51 et 1.45 m/s). Le seul inconvénient de cette méthode réside dans le temps d'exécution qui est de 30.65 secs, cela peut se justifier par le nombre de données stockées puis traitées par la suite.

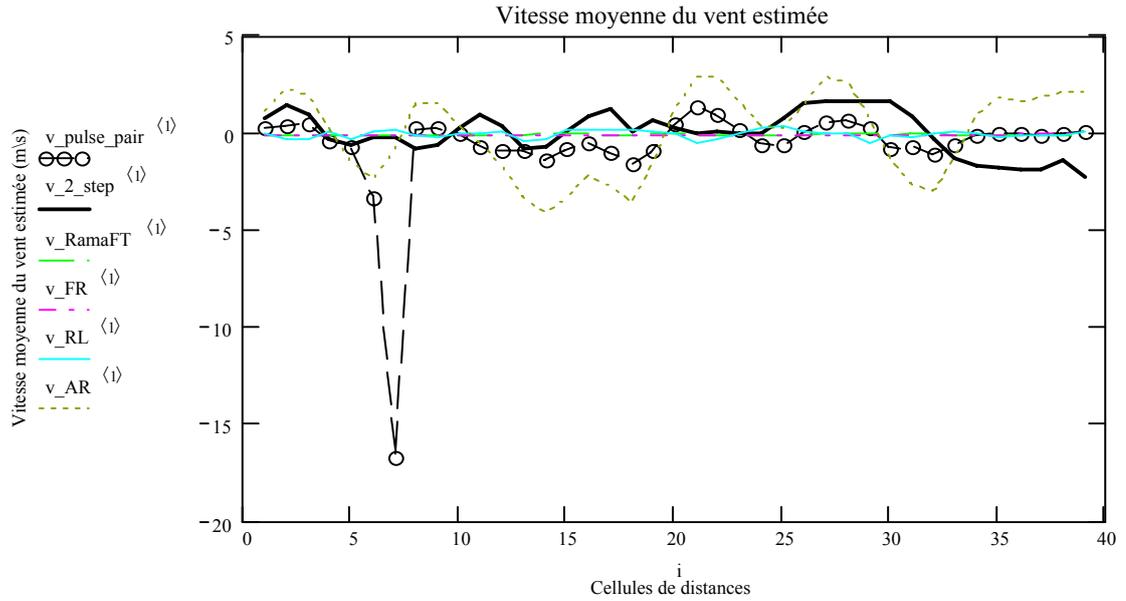


Figure 5.47 : Evolution de la vitesse moyenne du vent estimée par les différents estimateurs

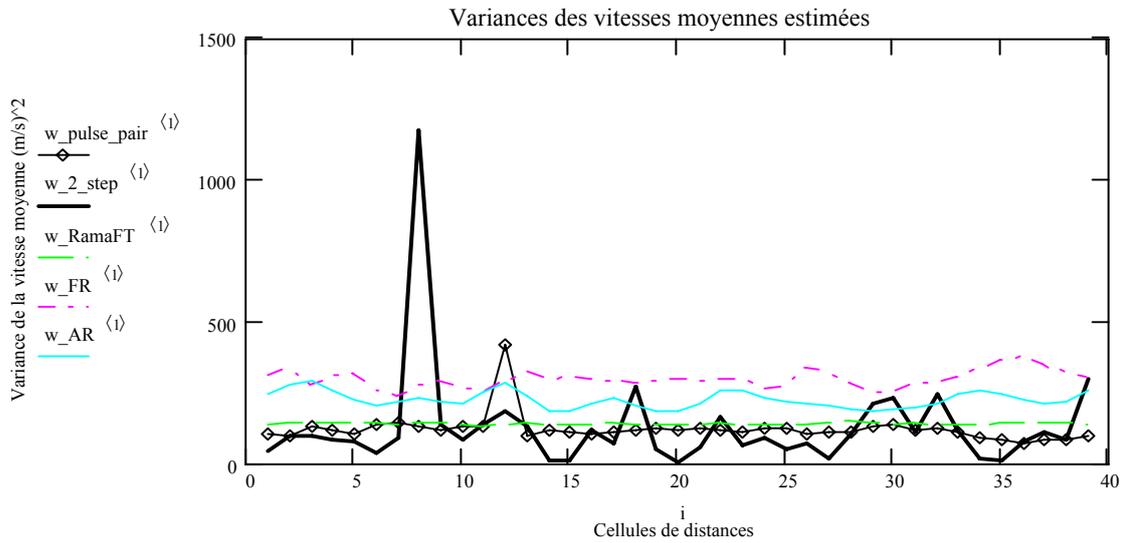


Figure 5.48 : Evolution de la variance de la vitesse moyenne du vent estimée par les différents estimateurs

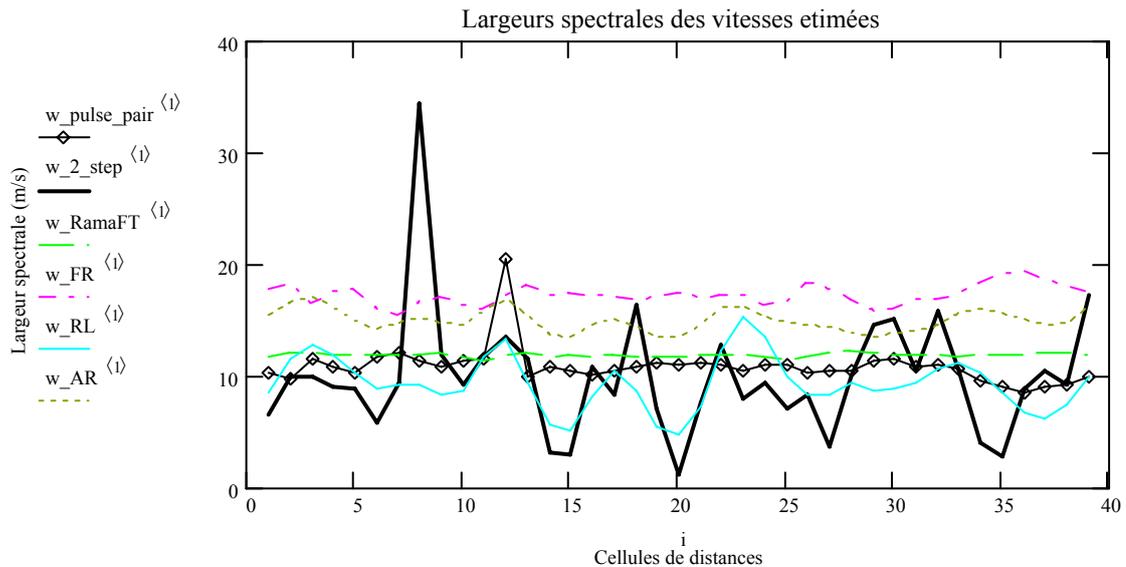


Figure 5.49 : Evolution de la largeur spectrale de la vitesse moyenne du vent estimée par les différents estimateurs

Pour ce qui est de l'effet du nombre d'impulsions sur les calculs (les différents estimateurs). On ne pourra rien avancer, si ce n'est de suggérer lors des simulations des durées (nombre d'échantillons) plus significatifs, c'est à dire des temps supérieurs à ceux de la durée d'un cisaillement de vent, qui généralement avoisine une dizaine de minutes (durée de vie d'une micro rafale de vent), [33], [34].

5.8 Conclusion

Ce chapitre a porté sur les résultats des différents estimateurs ayant conduit à l'estimation de la vitesse radiale moyenne d'une perturbation atmosphérique de rafales de vent accompagnée de pluie, de sa variance et de sa largeur spectrale.

Dans une première phase de notre travail et pour bien comprendre la notion de la mesure Doppler on a généré les signaux radar reçus représentés par des séries temporelles représentant les échos météorologiques radar d'une perturbation de vent humide caractérisée par une réflectivité Z élevée ($Z \gg 25$ dBz) [35], et ceci a été réalisé par l'utilisation de deux modèles macroscopiques modélisant le processus aléatoire de la perturbation météorologique sévère du vent en différentes altitudes.

Le premier modèle réputé et souvent utilisé dans le domaine de la télédétection météorologique est le modèle *Gaussien*. Ce modèle stipule que la perturbation de vent est supposée être un processus aléatoire avec une densité puissance de distribution *gaussienne* pour des altitudes moyennes [35].

Dans le second modèle, suppose que le processus des perturbations météorologiques sévères est modélisé par une gamme de distributions de la distribution de Lévy (α stable) pour des altitudes faibles, pour mieux modéliser l'effet des échos fixes (sol) sur l'allure du spectre Doppler reçu (spikes), [29], [36]. Les résultats montrent que pour des balayages d'antennes à proximité du sol, la prédominance de l'écho fixe du sol est visible et se matérialise par l'apparition d'imperfections spectrales (spikes) dans les spectres Doppler détectés. Ce résultat a été mentionné dans les travaux de R.J. Keller [4], [10].

L'estimation de la vitesse radiale moyenne \hat{v} de la perturbation météorologique sévère et de sa variance σ_v^2 , par l'ensemble des estimateurs temporels (pulse-pair) et fréquentiels (FFT, AR(3), ARMA(3,1), Ramanujan Fourier(RFT)) fournissent des estimations convergeant à des valeurs assez proches. Mais néanmoins on a constaté une différence importante sur l'estimation de la variance entre ces deux domaines d'estimations, car les estimateurs fréquentiels estiment des valeurs très élevées de la variance comparativement à l'estimateur pulse-pair, ce qui est déjà mentionné par E.G.Baxa, [5], [29]. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'estimateur pulse-pair est peu sensible au bruit, et que les estimateurs spectraux utilisés (FFT, AR, ARMA (n, 1)) sont sensibles aux différents types de bruits (interne ou externe au radar) [6], [7].

La méthode proposée (Lévy) est performante et peut également représenter le spectre Doppler des perturbations météorologiques même avec un nombre de séquences réduit (inférieur à 64 points), ce qui est utilisé dans les radars du contrôle du trafic aérien [49].

La nature impulsive du bruit présent dans les échos Doppler en basses altitudes, a été bien représenté en adoptant des valeurs inférieures du paramètre $\alpha < 2$. Ces anomalies spectrales ont été citées par les travaux R.J. Keeler et al [12].

L'estimateur dans le domaine temps pulse-pair est le plus rapide, comparativement aux autres estimateurs, car pour l'estimation des vitesses moyennes et variances il utilise les autocorrélations des signaux I et Q, et contrairement aux estimateurs fréquentiels qui eux utilisent la transformée de Fourier pour le calcul de la densité spectrale de puissance *PSD* du spectre Doppler reçu, qui est nécessaire pour les mêmes estimations de vitesse moyenne Doppler et des variances.

Mais l'avantage d'opter pour l'utilisation d'autres estimateurs (spectraux) hors celui de l'algorithme pulse-pair, est dicté par une facilité d'interprétation et de lecture des résultats obtenus, car on aura à faire à des spectres de puissance en fonction des fréquences, ce qui n'est pas le cas pour l'interprétation d'autocorrélations (pulse-pair) dans l'espace temps.

Le temps de calcul déjà mentionné dans le tableau 5.1 lors des simulations est un temps relatif à la machine utilisée, car ce temps peut être revu à la baisse et ceci en y optant pour une implémentation sur circuit électronique.

Dans le domaine fréquentiel l'estimateur autorégressif à moyenne mobile à deux pas de prédiction ARMA (n,1) développé dans le quatrième chapitre, est l'estimateur le mieux adapté dans sa catégorie pour l'estimation du spectre Doppler des perturbations météorologiques car non seulement il englobe deux estimateurs à la fois, à savoir l'estimateur AR et MA, de plus il fournit les estimations désirées avec des erreurs de biais minimales, mais en même temps il possède un inconvénient lié au temps de calcul qui est très important.

L'utilisation de la transformée Ramanujan (RFT) est très utile pour l'identification des spectres de basse amplitude, et des phénomènes multimodaux, c'est une transformée basée sur la théorie des nombres premiers mises en jeu par les fonctions de Moebius ou de Mangoldt. Sur le plan des calculs cette nouvelle technique employée est rapide, comparativement à la méthode de la transformée de Fourier Discrète car les calculs ne se font que sur les échantillons en respectant la fonction Moebius qui elle prend que des résonances coprime $(p,q)=1$. On peut aussi considérer qu'un nombre réduit d'échantillons car l'estimation se fera au voisinage de la fréquence zéro.

CONCLUSIONS

Cette thèse traite l'estimation des paramètres dynamiques d'un signal radar détectant des phénomènes météorologiques dangereux pour l'aéronautique.

La présente étude montre que le problème de l'estimation des moments spectraux d'un écho météorologique Doppler reste toujours d'actualité. Ces moments représentant l'amplitude et la vitesse du vent peuvent être évalués par de nombreux estimateurs spectraux. Ces derniers doivent tenir compte du temps d'exécution pour atteindre l'objectif du traitement en temps réel.

L'estimation des propriétés du spectre Doppler concerne un radar terrestre météorologique de moyenne portée. Elle a été testée sur des données réelles représentant une perturbation de pluie accompagnée de rafales de vent. L'intérêt de ces estimations est celui de donner une marge de temps pour avertir les avions d'une éventuelle perturbation pouvant engendrer des catastrophes aériennes.

Trois méthodes classiques (connues dans la littérature dédiée à ce domaine) ont été utilisées à cet effet, et qui sont :

- La méthode pulse-pair (domaine temporel).
- La méthode de Fourier (domaine des fréquences).
- La méthode autorégressive AR (domaine des fréquences).

Et on a proposé deux nouvelles méthodes à savoir :-

- La méthode de prédiction à deux pas ARMA (n, 1) (domaine fréquentiel).
- La transformée de Ramanujan Fourier RFT.

Après le développement de chaque méthode, un programme de calcul a été élaboré pour chacune d'elles (voir annexe C). Les résultats obtenus par chaque méthode ont été comparés entre eux et ainsi qu'avec les résultats des autres auteurs [20], [21].

La méthode pulse-pair développée par Rummler en 1968, est une méthode classique utilisée pendant plusieurs années. Elle est basée sur le calcul de l'auto corrélation des signaux radar complexes $Z(I,Q)$. Elle donne les caractéristiques spectrales du spectre Doppler en termes de moments spectraux d'ordre zéro (puissance de l'écho météorologique), d'ordre un (la vitesse radiale moyenne du vent), et du moment d'ordre deux (la variance de la vitesse). Elle peut fournir aussi la largeur spectrale de la vitesse (étendue du spectre), qui est la racine carrée de la variance de la vitesse moyenne Doppler.

C'est une méthode d'estimation dans le domaine temporel. L'exécution de l'estimateur pulse-pair (pp) a l'avantage d'être sensiblement plus rapide que les méthodes exigeant la DFT (Transformée de Fourier Discrète). Il a été aussi, montré que la méthode pulse-pair a une plus petite variance que l'estimateur de Fourier pour des niveaux de signal sur bruit bas (SNR), [57]. Ce qui signifie que cette méthode est peu sensible au bruit de fond (échos fixes sol). Les échos fixes ne sont pas susceptibles de violer ces assumptions, mais la présence d'un mode d'échos fixes de fond décalé loin du pic de puissance Doppler de la perturbation, peut biaiser les évaluations spectrales moyennes. Un inconvénient de taille s'ajoute également est ce lui d'une difficulté d'interprétation vue qu'on a à faire à des autocorrélations. Donc son inconvénient majeur réside dans l'estimation de la puissance moyenne du signal bruit qui représente les échos fixes.

La méthode de Fourier est l'une des méthodes spectrales les plus utilisées, elle utilise également le calcul de la fonction d'auto corrélation des signaux, mais de façon indirecte, car pour cette méthode on doit d'abord passer par le calcul de la densité spectrale de puissance (PSD). Son inconvénient majeur réside dans le fait qu'elle a un temps d'exécution plus important, et une vitesse de convergence vers les résultats plus lente, que ceux de la méthode pulse-pair. Ceci est évident car elle emploie beaucoup plus d'opérations en utilisant, la transformée de Fourier pour le calcul de la fonction d'autocorrélation.

La troisième méthode employée est celle consistant à approximer le spectre Doppler par un modèle autorégressif AR. Elle fait partie de la famille des méthodes qui effectuent les estimations désirées dans le domaine des fréquences (c.à.d. Spectral). Elle est basée sur le calcul de la densité spectrale de puissance, qui utilise un modèle autorégressif AR pour l'approximation du spectre Doppler reçu des échos d'un radar détectant des perturbations sévères. Elle a également un temps d'exécution et une vitesse de convergence plus longue que ceux des méthodes pulse-pair et Fourier. Cette lenteur peut s'expliquer par le fait que, pour de tels

estimateurs AR, il faut d'abord passer par l'estimation des coefficients de réflexions a_k du dénominateur de l'équation de transfert du modèle AR. Et ajouter à cela l'utilisation de la transformée de Fourier pour l'estimation des exponentielles complexes du dénominateur de la fonction caractéristique $H(f)$ du modèle AR d'approximation. Les performances de cette méthode sont très influencées par l'ordre des pôles P du modèle AR, car il faut choisir un ordre de pôles $P < 5$, [8], [9]. D'ailleurs au-delà de cette valeur, on ne constatera aucun changement sur les valeurs estimées.

Pour donner une autre solution alternative, on a proposé une autre méthode d'estimation dans le domaine fréquentiel. C'est la méthode de prédiction à deux pas ARMA (n, 1) [21]. Elle est basée sur le calcul de la densité spectrale de puissance (PSD) du signal radar reçu, et en tenant compte de la minimisation de l'erreur minimum quadratique moyenne (MMSE). Cette méthode approxime le spectre Doppler par un modèle autorégressif de moyenne mobile ARMA (n, 1).

Les résultats fournis par cette méthode sont assez proches de ceux de l'algorithme pulse-pair. Elle est d'un intérêt très notable dans le cas de l'absence d'un ou plusieurs échantillons de données, lors de l'estimation du spectre de puissance, car elle peut prédire et estimer sans encombre la valeur de l'échantillon manquant. Son inconvénient à elle, est le temps de calcul qui est important, mais ceci peut être résolu en procédant à des approximations et des simplifications pour le calcul des différents paramètres, nécessaires à l'estimation de la densité spectrale de puissance, comme le cas des paramètres α et β . Un autre inconvénient est celui de la variance qui est très élevée du fait que cette méthode est sensible au bruit, comme c'est le cas pour toutes les méthodes spectrales paramétriques (voir les travaux de E. G. Baxa et al.).

En comparant les résultats obtenus par la méthode de prédiction à deux pas avec un ordre des pôles $P=3$ ARMA(3,1), avec les résultats fournis par la méthode autorégressive AR avec un ordre des pôles identique. On peut dire qu'ils sont nettement meilleurs. Cette méthode reste quand même une méthode qui peut être très utile pour les différentes estimations dans des domaines limités en temps et en distance, c'est à dire pour une certaine couverture radar.

On a proposé également une deuxième méthode d'estimation alternative appelée transformée de Ramanujan Fourier, basée sur les sommes de Ramanujan $c_q(n)$, adaptée à l'analyse de séquences arithmétiques (séries temporelles I et Q) avec plusieurs résonances p/q . Elles proviennent de l'utilisation de fonctions algébriques de möbius et mangoldt. Ces sommes

sont quasi périodiques suivant le temps n et apériodique suivant l'ordre q . De nouveaux résultats ont été fournis par l'utilisation de cette méthode (RFT), pour l'estimation du spectre Doppler d'un signal radar météorologique. L'étude comparative de cette méthode avec celle de la méthode pulse-pair démontre que les résultats sont assez proches. Un autre avantage de l'utilisation de cette méthode est celui du temps de calcul qui est réduit par rapport aux méthodes ARMA($n,1$), et Fourier, car on utilise que des résonances coprimes $(p,q)=1$, avec des résultats d'estimation, de la vitesse moyenne Doppler et de la variance très proches.

Le temps d'exécution de ces cinq estimateurs dépend de la machine et de l'environnement des logiciels de simulations utilisés (ici les simulations ont été développés sous Matlab, et Mathematica). Ce temps peut être revu à la baisse, dans le cadre d'une réalisation sur un processeur de traitement de signal DSP.

Notons que les estimateurs fréquentiels, sont simples d'interprétation, car on peut lire directement sur les périodogrammes les caractéristiques des échos météorologiques reçus. Contrairement à la méthode temporelle pulse-pair (PP) qui n'utilise que des fonctions d'autocorrélations, qui sont difficiles à interpréter physiquement.

Les résultats obtenus par ces cinq méthodes sont assez proches entre eux pour un rapport signal sur bruit bas donné ($SNR=10$ dB), [57], ils convergent à peu près vers les mêmes valeurs, et sauf pour la variance de la vitesse moyenne estimée qui est très importante pour les estimateurs fréquentiels, ce qui est a été d'ailleurs mentionné par E.G. BAXA [8]. Et ce phénomène est expliqué par la sensibilité des estimateurs spectraux (fréquentiels) aux bruits de natures différentes.

L'influence de certains paramètres sur l'écho météorologique reçu comme le rapport signal sur bruit (SNR), le nombre de points de données traitées n_{data} , la puissance du signal émis PP , ainsi que la largeur du spectre Doppler σ_v , ont été étudié.

On a vérifié, que le rapport signal sur bruit SNR influe directement sur la qualité du spectre Doppler, car pour un rapport signal sur bruit petit $SNR < 10$, le signal utile reçu va se confondre avec le signal bruit, et cela peut biaiser les résultats des cinq estimateurs utilisés.

Le nombre d'échantillons ou points n_{data} pour une cellule de distance (nombres de données utilisées $n_{data} = 2^n$), n'affecte pas la qualité des estimations faites, mais pour avoir des

renseignements plus riches sur les précipitations, il faut un nombre significatif supérieur à 64 échantillons (une résolution plus grande).

Concernant, la puissance crête du signal émis, elle joue un rôle très important dans la détection des différentes précipitations météorologiques. Cette importance apparaît au moment de l'élaboration d'un bilan énergétique du radar utilisé (radar pulse Doppler météorologique), car pour des puissances faibles la qualité du bilan sera médiocre, ce qui va même altérer la qualité de la détection.

Quant à la largeur spectrale σ_v du signal émis, elle peut influencer la qualité des estimateurs, car pour des valeurs élevées de σ_v on aura la présence d'autres phénomènes de précipitations météorologiques autre que celui de rafales de vent, dans le spectre Doppler du signal reçu. Ce qui provoquera des fluctuations non désirées sur l'estimation de la vitesse moyenne, de sa variance, ainsi que sur sa largeur spectrale.

L'application des cinq estimateurs sur des données réelles d'une précipitation d'averse de pluie lourde prélevée sur un radar pulse Doppler météorologique de bande S (Memphis NCAR-USA), nous a permis de valider nos résultats et par conséquent les hypothèses de travail, à savoir que les spectres Doppler de puissance des échos radar météorologiques obéissent aux distributions assignées.

Le développement d'un générateur de signaux radar (I et Q) et du spectre de puissance Doppler des échos d'une rafale de vent par l'utilisation du modèle α -stable filter nous a permis une modélisation plus consistante du problème des réflexions du sol, car avec des distributions avec un paramètre $\alpha < 2$ ($\alpha = 2$, distribution Gaussienne) on a su simuler les crêtes de puissance (spikes) engendrées par l'effet des échos fixes du sol.

Enfin l'intérêt du choix d'un tel modèle de distributions statistiques pour la modélisation du spectre Doppler de la perturbation sévère du vent, est celui d'avoir un modèle plus global c'est à dire un modèle compatible pour les perturbations de vent en basses et moyennes altitudes.

PERSPECTIVES

L'étude actuelle pourra éventuellement recevoir d'intéressants développements. Ces développements consistent à refaire les mêmes calculs en utilisant les estimateurs de la théorie des ondellettes (wavelets), ou encore les estimateurs neuronaux HNN (Hopfeild Neural Network), [56], [28].

L'amélioration des estimations de la vitesse moyenne Doppler et de sa variance peut être également envisagé, par d'autres techniques radar. Parmi ces techniques, la double polarisation, [8], [37]. Ou bien encore l'utilisation de la technique multi radar, c'est à dire l'utilisation de plusieurs sources d'informations (données de plusieurs capteurs radars) [28].

REFERENCES

1. Département Transport Aérien. (1991), "Cisaillement du vent de basses couches," Subdivision météo - Ecole Nationale de l'Aviation Civile.
2. J. Besse - A. Fournie - M. Renaudin. (1990), "Aérologie - Météorologie dynamique" - Tome 2, Ecole Nationale de l'Aviation Civile - 3^{ème} Edition.
3. J. Besse - A. Fournie - M. Renaudin. (1989), Météorologie - Tome 1 - "Météorologie générale", Ecole Nationale de l'Aviation Civile - 3^{ème} Edition.
4. Département Du Transport Aérien. (1996), "Météorologie", Service Formation - Air France.
5. E.A. Murphy. (1987), "Wind-shear recovery: keep the thrust up and nose up!" ICAO Bulletin.
6. T. Fox, (1987), "ICAO circular soon to be published on low level wind shear", ICAO Bulletin.
7. J. Besse - A. Fournie - M. Renaudin. (1989), Météorologie - Tome 3 - "Météorologie aéronautique", Ecole National de l'Aviation Civile - 3^{ème} Edition.
8. Aalfs, D. D., Baxa, E. G. Jr., & Bracalente, E. M. (1993). "Signal processing aspects of windshear detection,". *Microwave Journal*, 36(9), 76–96. (X1).
9. Abeysekera S. S. (1998). "Performance of pulse-pair method of Doppler estimation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 34(2), 520–531.
10. Boyer, E., Larzabal, P., Adnet, C., & Petitdidier, M. (2003). "Parametric spectral moment's estimation for wind profiling radar," *IEEE Transaction Geoscience and Remote Sensing*, 41(8), 1859–1868.
11. Choudhury, S., & Bharadwaj, N. (2002), "Computer simulation of weather radar signals," Colorado State University, URL:http://radarmet.atmos.colostate.edu/AT741/2002/group2/SutanayNitin_EE742report.pdf
12. Chornoboy, E. S. (1993), "Optimal mean velocity estimation for Doppler weather radars," *IEEE Transaction Geoscience and Remote Sensing*, 31, 575–586.

13. Dias, J. M. B., & Leitaó, J. M. N. (2000), "Nonparametric estimation of mean Doppler and spectral width," *IEEE Transaction on Geoscience Remote Sensing*, 38(1), 271–282.
14. Keel, B. M. (1996). "Autocorrélation based moment estimators. Technical Memorandum," Radar Systems Laboratory, Clemson University SC 29634–0915, pp. 1–4.
15. Keeler, R. J., & Passarelli, R. E. (1990). "Signal processing for atmospheric radars In *Radar in meteorology*," (Chap. 20a, pp. 199–229). Atlas: AMS book.
16. B.M. Keel, And E.G. Baxa, Jr. (1990), "Adaptive Least Square Complex Lattice Clutter Rejection Filters Applied to The Radar Detection of Low Altitude Windshear", *IEEE Feb.*, Vol. 90, pp 1469-1472.
17. D. S. Zrnić, R. J. Doviak, and J.T. Lee, Mr. D. Eilits. (1987), "Oklahoma Weather Phenomena That May Affect Aviation", *Journal of Aircraft*, Vol. 24, No 5, pp 310-316.
18. Melnikov, V. M., & Zrnić, D. S. (2004). "Estimates of large spectrum width from autocovariances," *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 21(06), 969–974.
19. Miller, K. S., & Rochwarger, M. M. (1972). "Some remarks on spectral moment estimation," *IEEE Transaction on Communication Technology*, 20(2), 260–262. 207.
20. Palmer, R.D. (2002). Signal processing project. Department of Electrical Engineering University of Nebraska Lincoln, ELEC 484/884.
21. Pillai, S. U., Shim, T. I., & Benteftifa, M. H. (1992). "A new spectrum extension method that maximizes the multistep minimum prediction error-generalization of the maximum entropy concept," *IEEE Transaction on Signal Processing*, 40(1), 142–158.
22. Schlindwein F. S., and Keeton, P. I. J. (1998), "Is there still a place for assembly? [Signal processing programming]," *IEE Colloquium on DSP Chips in Real Time Measurement and Control*, 1(25), 1–6.
23. Serafin, R. J. (1990). "Meteorological radar," In *Radar handbook* (2nd Ed. Chap. 23), pp. 1–33). McGraw-Hill Book Company.
24. S. Haykin, B. W. Currie, AND Stanislav B. Kesler. (1982), "Maximum-Entropy Spectral Analysis of Radar Clutter", *Proceeding of IEEE*, Vol.70, No9, pp 953-962.
25. Gérard Blanchet - Maurice Charbit. (1998), "Traitement numérique du signal," *Simulation sous Matlab - Collection pédagogique de télécommunications*, Edition HERMES.
26. Unal, C. M. H., Russchenberg, H. W. J., & Moisseev, D. N. (2005). "Simultaneous wind velocity estimation and dual-polarization measurements of precipitation and clouds by an S-band profiler". In 32nd Conference on Radar Meteorology, AMS conference.
27. Zrnić, D. S., & Lee, J. T. (1982). "Pulsed Doppler radar detects weather hazards to aviation," *Journal of Aircraft*, 19(2), 183–190.

28. Merrill I. Skolnik. (1990), "Introduction to Radar," Chap 1, (pp. 1–21). McGraw-Hill Book Company *Radar Handbook*, 2nd Ed..
29. M. Labarere - J.P. Kreif - B. Gimonet. (1993), "Le Filtrage et ses applications", SUP' AERO Troisième Edition. Cepadues.
30. Byron M.Keel and Ernest G.Baxa Jr. (1997), "An Overdetermined Approach to Autocorrelation Based Spectral Moment Estimator for Use in Doppler Weather Radar," Proceedings of the 1997 IEEE National Radar conference, Syracuse, NY.
31. M. Lagha, M. Bensebti. (2006), "Comparison of Pulse Pair and 2-Step Prediction Algorithms in the Doppler Spectrum Estimation," *WSEAS Transactions on Signal Processing*, Issue 10, Vol. 2, pp. 1351-1357.
32. M. Lagha, H. M. Benteftifa and S. Boukraa. (2005), "Contribution to the spectral estimate of the mean speed and variance of a windshear at low altitude," 1st International Symposium on Electromagnetism, Satellites and Cryptography IEEE-ISESC'05, 19-21 June, Jijel-Algeria.
33. M.Planat, H. Rosu, and S. Perrine (2002), "Ramanujan sums for signal processing of low-frequency noise," *Phys. Rev. E*, vol. 66, p.51128.
34. Saed Samadi, M. Omair Ahmad, and M. N. S. Swamy. (2005), "Ramanujan Sums and Discrete Fourier Transforms," *IEEE Signal Processing Letters*, vol.12, no. 4, pp.293-296.
35. Monakov, A.A.; Blagoveshchensky, D.V. (1999), "A Method of Spectral Moment Estimation," *IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 37, no. 2, March, pp. 805-810.
36. Jonggil Lee. (2002), "Doppler Moment Estimation in a weather radar," *International Journal of Electronics*, Vol. 89, No 7, Jul, pp. 583 - 592.
37. A. Papoulis. (1965), "Probability, Random Variables, and Stochastic Processes". *McGraw-Hill, 1st ed.*
38. M. Lagha and M. Bensebti. (2007), "Performances Comparison of Pulse pair and 2-Step Prediction Algorithms for the Doppler Spectrum Estimation," *Multidimensional Systems and Signal Processing*, DOI: 10.1007/s11045-007-0030-3.
39. Skolnik, M. I. (1990), "*Radar Handbook*," *McGraw-Hill Book Company*, 2nd edition.
40. R.J. Doviak, and D.S. Zrnić. (1993), "Doppler radar and weather observation," *Academic Press*.
41. Dr. A.T.Georgiadis. (2000), "Adaptive Equalisation in the presence of Non-Gaussian Noise," PhD thesis, institute for digital communication, university of Edinburgh, September.

42. Michael F. Shlesinger - George M. Zaslavsky and Uriel Frisch (Eds.). (1994), "Levy Flights and related Topics in Physics," Proceedings of the International Workshop - Held at Nice, France, 27-30 June - Springer edition.
43. J. Ilow and D. Hatzinakos. (1998), "Analytic alpha-stable noise modelling in a Poisson field of interferers or scatterers," *IEEE Transaction on Signal Processing*, Vol. 46, Issue 6, Jun, pp. 1601-1611.
44. P. Tsakalides, R. Raspanti, and C.L. Nikias. (1999), "Angle/Doppler estimation in heavy-tailed clutter backgrounds", *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 35, Is. 2, Apr, pp. 419-436.
45. G. A. Tsihrintzis and C.L. Nikias. (1995), "Incoherent receivers in alpha-stable impulsive noise", *IEEE Transaction on Signal Processing*, Vol. 43, Issue 9, pp. 2225 – 2229.
46. C. L. Nikias and M. Shao. (1995), "Signal Processing with Alpha-Stable Distributions and Applications", *Wiley, New York*.
47. G. Samorodnitsky and M. S. Taquq. (1994), "Stable Non-Gaussian Random Processes: Stochastic Models with Infinite Variance", *Chapman and Hall, New York, N.Y.*
48. D.S. Zrnić. (1975), "Simulation of weatherlike Doppler spectra and signals". *J. App. Meteor.*, 14, pp. 619-620.
49. G. Galati and G. Pavan. (1995), "Computer simulation of weather radar signals", *Simulation Practice and Theory*. Vol. 3, no.1, pp. 17-44.
50. L. Lind and N. Mufti. (1996), "Efficient method for modelling impulse noise in a communication system," *Electronics Letters*, vol. 32, pp. 1440–1441.
51. G. A. Tsihrintzis and C. L. Nikias. (1995), "Performance of optimum and suboptimum receivers in the presence of impulsive noise modelled as an alpha–stable process," *Trans. On signal processing*, Vol. 43, Issue 234, pp. 904 – 914.
52. G. A. Tsihrintzis and C. L. Nikias. (1995), "Fast estimation of the parameters of alpha–stable impulsive interference using asymptotic extreme value theory," *Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, pp. 1840–1843.
53. G. A. Tsihrintzis and C. L. Nikias. (1996), "Fast estimation of the parameters of alpha–stable impulsive interference," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 44, pp. 1492–1503.
54. H. Belkacemi and S. Marcos. (2007), "Robust subspace-based algorithms for joint angle/Doppler estimation in non-Gaussian clutter," *Signal Processing* 87, 1547–1558.
55. Ercan E. Kuruoglu. (2002), "Nonlinear Least lp-Norm Filters for Nonlinear Autoregressive - Stable Processes", *Digital Signal Processing, Volume12, Issue1*, pp.119-142.

56. S. M. Bachman. (2007), "Spectral analysis of the dual polarization Doppler weather radar data," PhD thesis dissertation, Dept of engineering, Oklahoma University.
57. M. LAGHA. (2003), "Estimation de la vitesse moyenne et de la variance d'un vent de cisaillement à basse altitude via des méthodes spectrales," thèse de Magister en Aéronautique, Université SAAD DAHLAB de Blida.
58. S. Ellis, F. Pratte, C. Frush. (1999), "Compensating Reflectivity for Clutter Filter Bias in the WSR-88D," 29th Conference on Radar Meteorology.
59. R.J. Keeler. (1980), "Adaptive Frequency Estimation and New Convergence Properties for the Least Mean Square Algorithm," Wave Propagation Laboratory, Boulder, Colorado.
60. V.N.Bringi, and V.N Chandrasekar. (2001), "Polarimetric Doppler weather radar: Principles and Applications," Cambridge University press.
61. DC Youla - The FEE: A new tunable high resolution spectral estimator: Part I, tech. note 3, Elec. Eng., Polytechnic Institute of New York, Brooklyn, NY 1980.
62. I Schur - J, Über Potenzreihen, die im Innern des einheitskreises beschränkt sind, J. Reine Angew Math, 147, 205-232, 1917.
63. U Grenander, G Szegő, Toeplitz Forms and their Applications, New York, 1984.
64. D.C. Youla, Lecture Notes on Network Theory. Brooklyn, NY: Polytechnic University, 1985.

ANNEXE A

PRESENTATION DU FICHIER DES DONNEES REELLES

I	Q	Azimuth(deg)	Elevation	PRT	Temps	numéro d'échantillon
-0.00292969	0.00024414	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
-0.00048828	0.00537109	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
-0.00097656	0.00170898	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
-0.00146484	0.00317383	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
0.00097656	-0.00048828	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
0.00048828	-0.00195312	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
0.00097656	0.00146484	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
0.00585938	-0.00390625	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
-0.00097656	-0.00366211	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
0.00244141	0.00390625	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
0.00097656	-0.00244141	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
-0.00341797	-0.00122070	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
-0.00195312	0.00024414	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
-0.00244141	0.00317383	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
0.00195312	-0.00683594	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
-0.00097656	-0.00708008	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
-0.00146484	-0.00317383	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
-0.00341797	0.00024414	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
-0.01025391	-0.00146484	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
-0.00341797	-0.00854492	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
-0.00439453	-0.00268555	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
-0.00097656	-0.00659180	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
-0.00292969	-0.00122070	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;
0.00195312	0.00000000	221.9237670898	1.5380854607	988.0	729579.9127276943	338018.0;

NB : Ces mêmes données ont été utilisées pour valider les différentes estimations effectuées par les différents estimateurs développées précédemment (pulse-pair, DFT, AR (4) et ARMA (4,1) et RFT).

Taille du fichier entier est de 120 Mo contenant un angle d'ouverture.

Ces données ont été fournies par M. R.J Keeler et S. Ellis du NCAR-USA.

ANNEXE B
IMAGES PPI FOURNI PAR LE NCAR

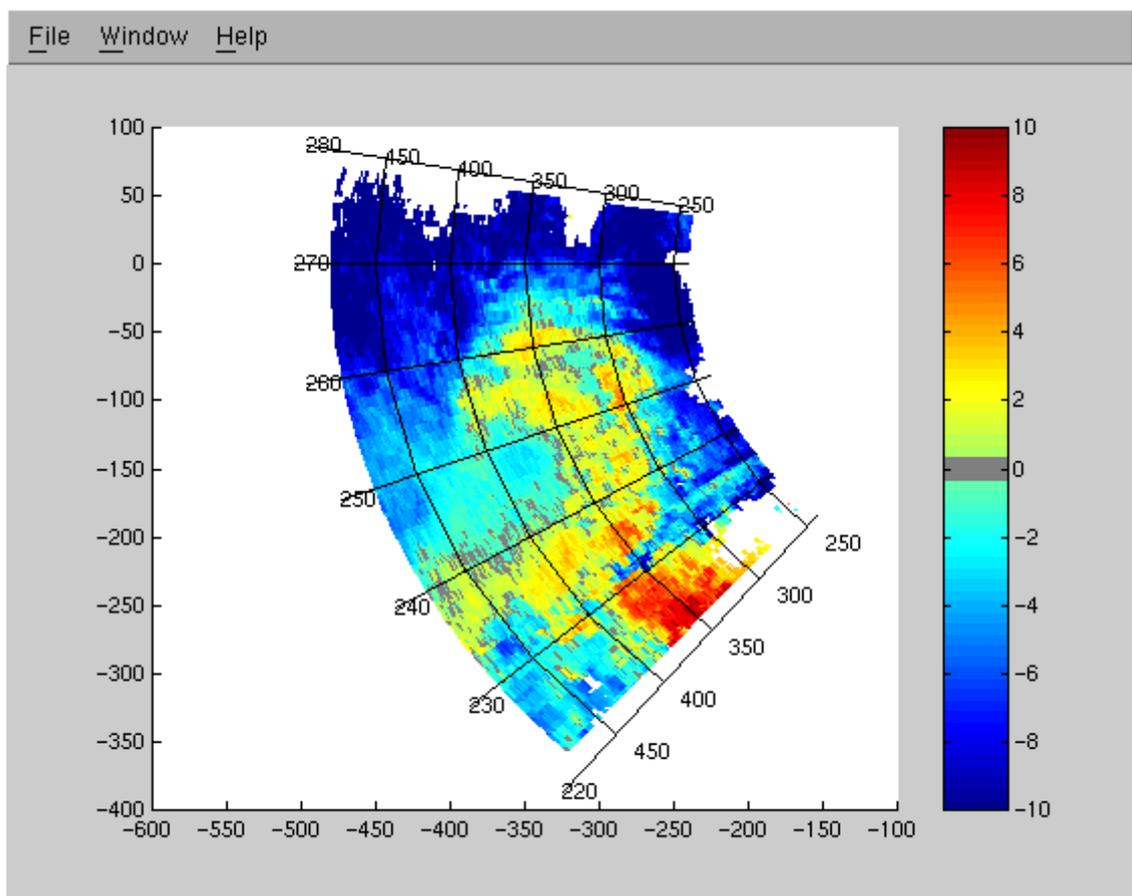


Figure B.1 : Représentation de la vitesse moyenne estimée sous forme PPI, par le radar WSR-88D et pour l'aéroport de l'état de Memphis – USA (08/09/1997 – nom du fichier 970708_vmeas).

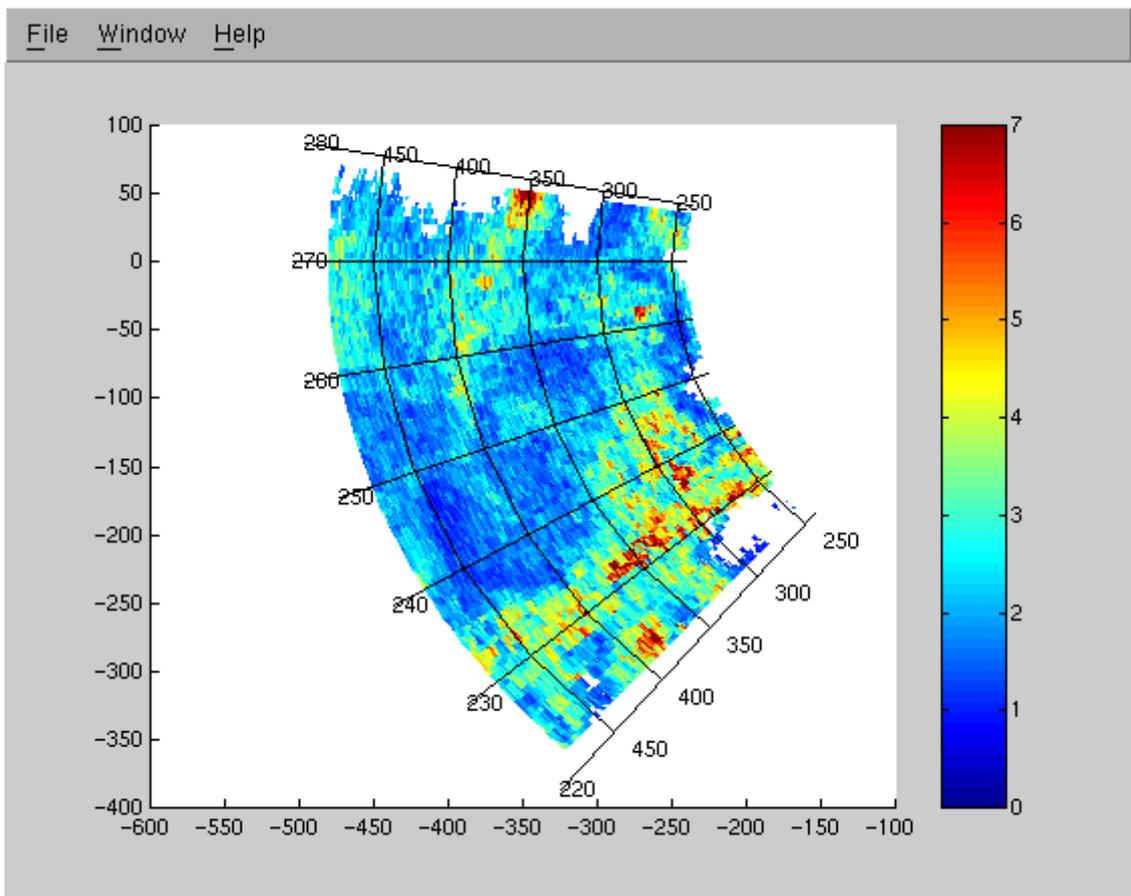


Figure B.2 : Représentation de la largeur spectral moyenne estimée sous forme PPI, par le radar WSR-88D et pour l'aéroport de l'état de Memphis – USA (08/09/1997 – nom du fichier 970708_sigma).

ANNEXE C LES PROGRAMMES DE CALCUL

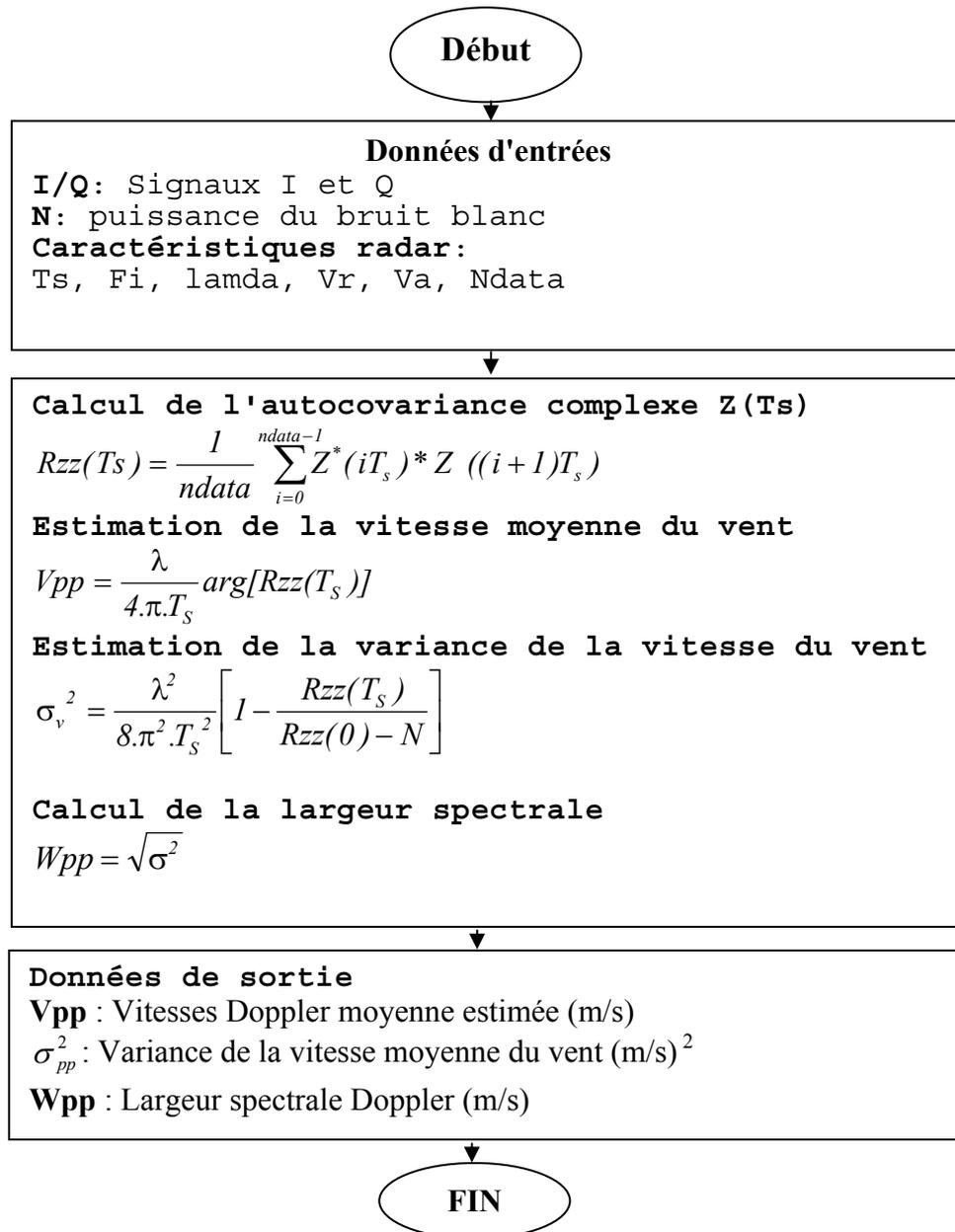
Dans cette Annexe on présente l'ensemble des programmes et des sous-programmes qui nous ont permis, de mener les calculs et les simulations énoncés dans la cinquième partie de cette thèse utilisés pour l'estimation de la vitesse moyenne du spectre Doppler des perturbations météorologiques du vent v_{pp} , sa variance σ_v^2 et de sa largeur spectrale σ_v .

Les programmes de calculs et de simulations sont nommés comme suit :

- 1- Routine de génération des signaux radar (voir la section 5.2.3 b).
- 2- Sous programme de calcul pulse-pair.
- 3- Sous programme de calcul de Fourier (méthode d'estimation DFT).
- 4- Sous programme de calcul AR (modèle autorégressif AR(n)).
- 5- Sous programme de calcul du modèle ARMA (n, 1) à deux pas de prédiction.
- 6- Sous programme de calcul de la méthode Ramanujan Fourier RFT.

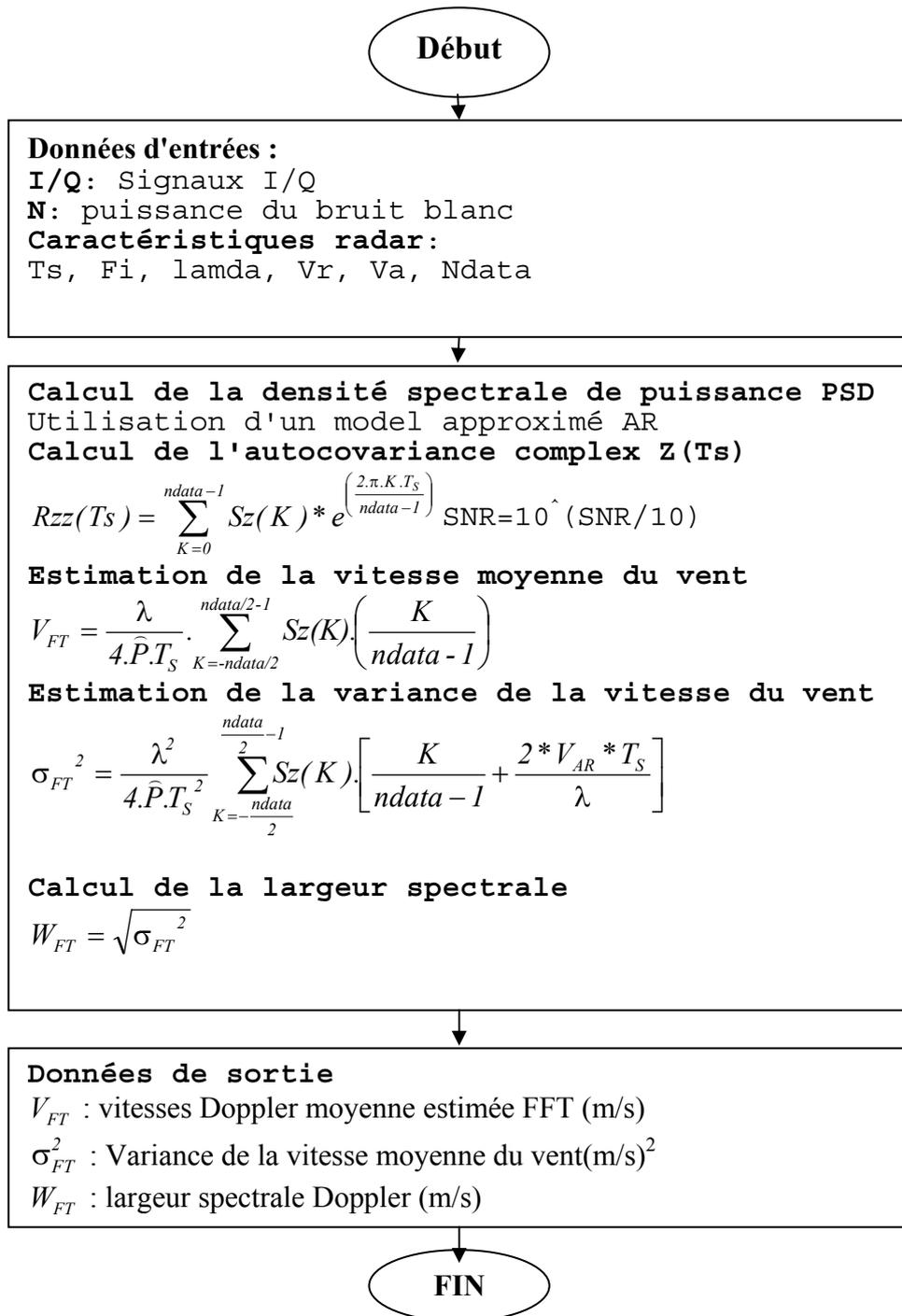
C.1 Sous programme de calcul pulse-pair (domaine temporel).

L'algorithme d'estimation des moments d'ordre zéro, un et deux (algorithme pulse-pair); Soit l'estimation de la puissance, la vitesse radiale moyenne, la variance et largeur du spectre Doppler dans le domaine temporel, est élaboré à partir des références, [8],[6],[20] et [21].



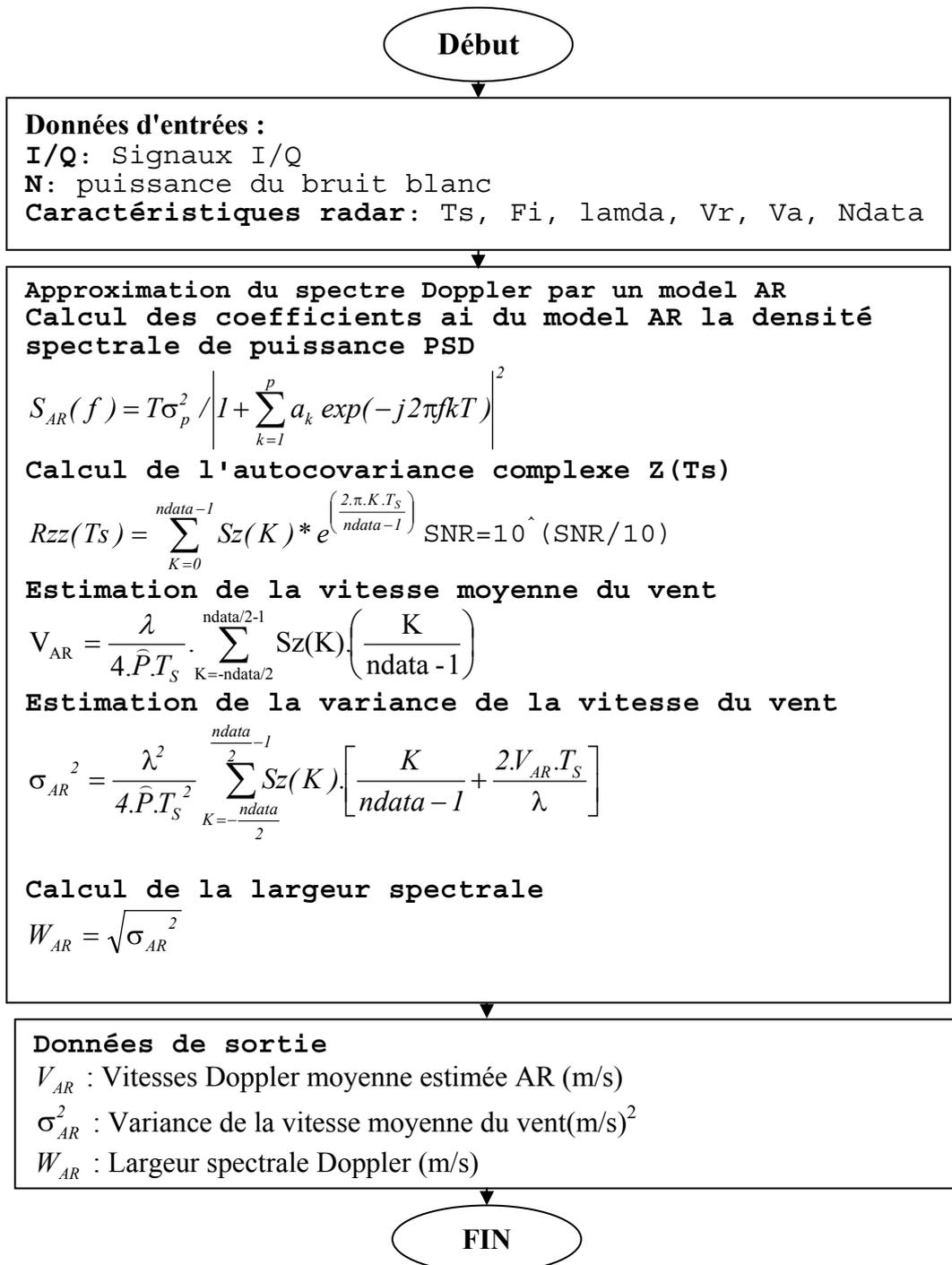
C.2 Sous programme de calcul de Fourier.

L'algorithme d'estimation des moments d'ordre un et deux (algorithme de Fourier DFT), pour l'estimation de la vitesse radiale moyenne de la perturbation météorologique de vent, de sa variance et de la largeur du spectre Doppler dans le domaine fréquentiel, est donné ci-dessous par l'organigramme. [8],



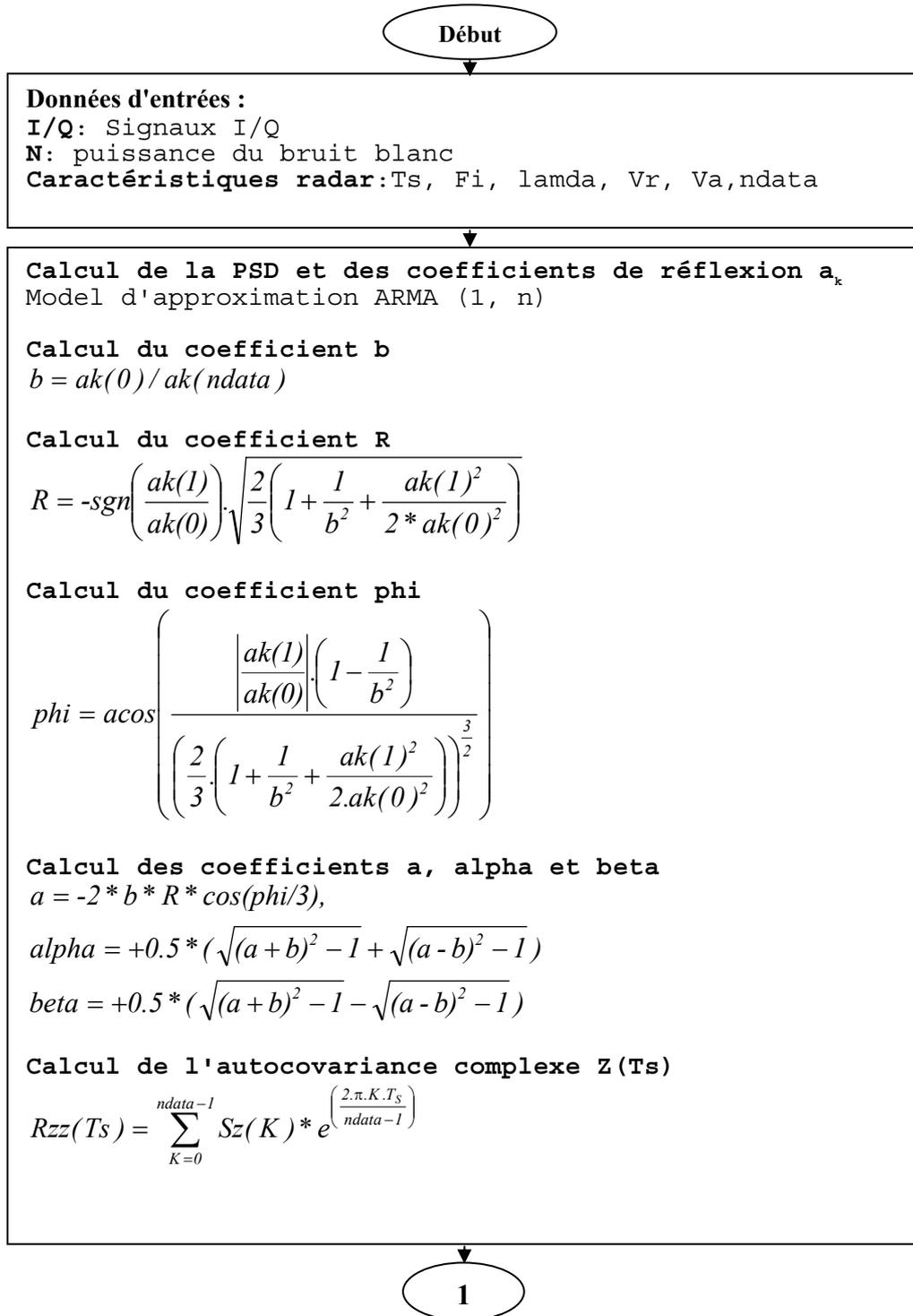
C.3 Sous programme de calcul AR

L'algorithme d'estimation des moments d'ordre un et deux par le modèle autorégressif d'ordre n AR(n), pour l'estimation de la vitesse radiale moyenne du cisaillement du vent, de sa variance et de la largeur du spectre Doppler dans le domaine fréquentiel, est donné ci-dessous par l'organigramme, [8].

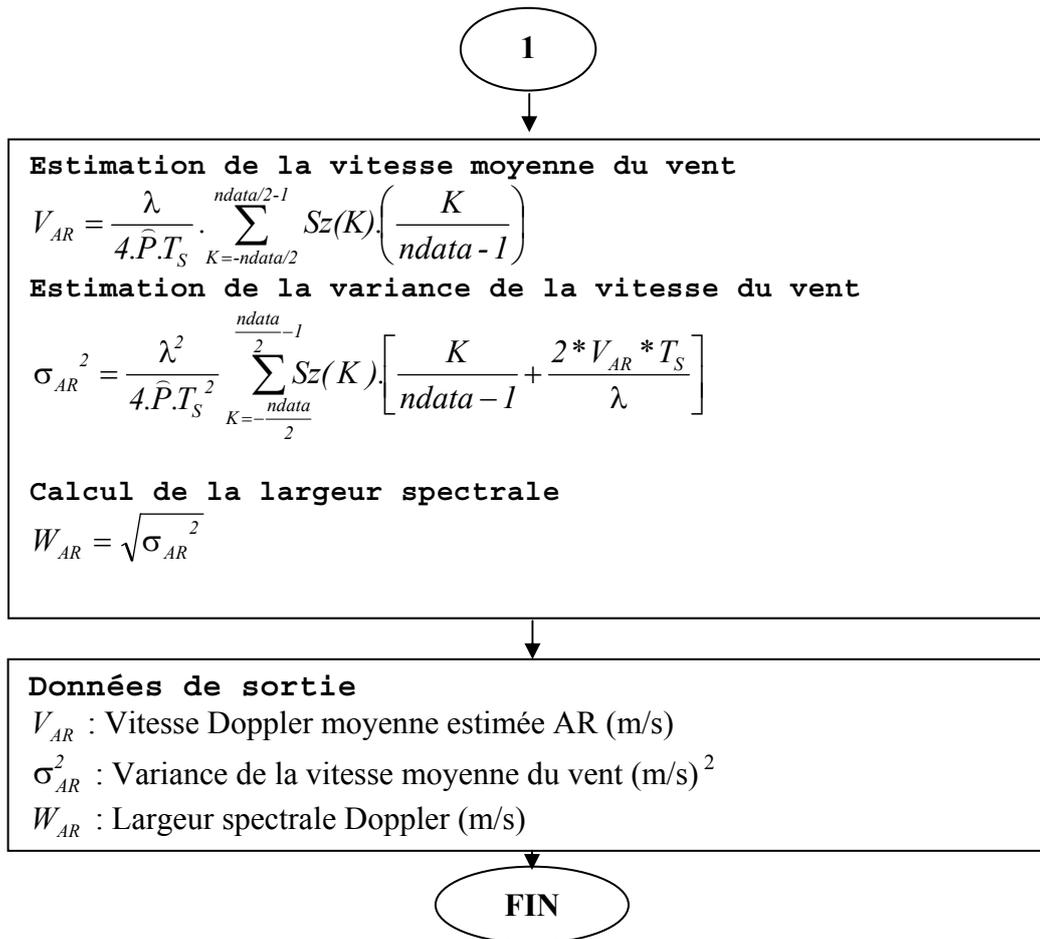


C.4 La routine de la méthode ARMA (n, 1) à deux pas de prédiction

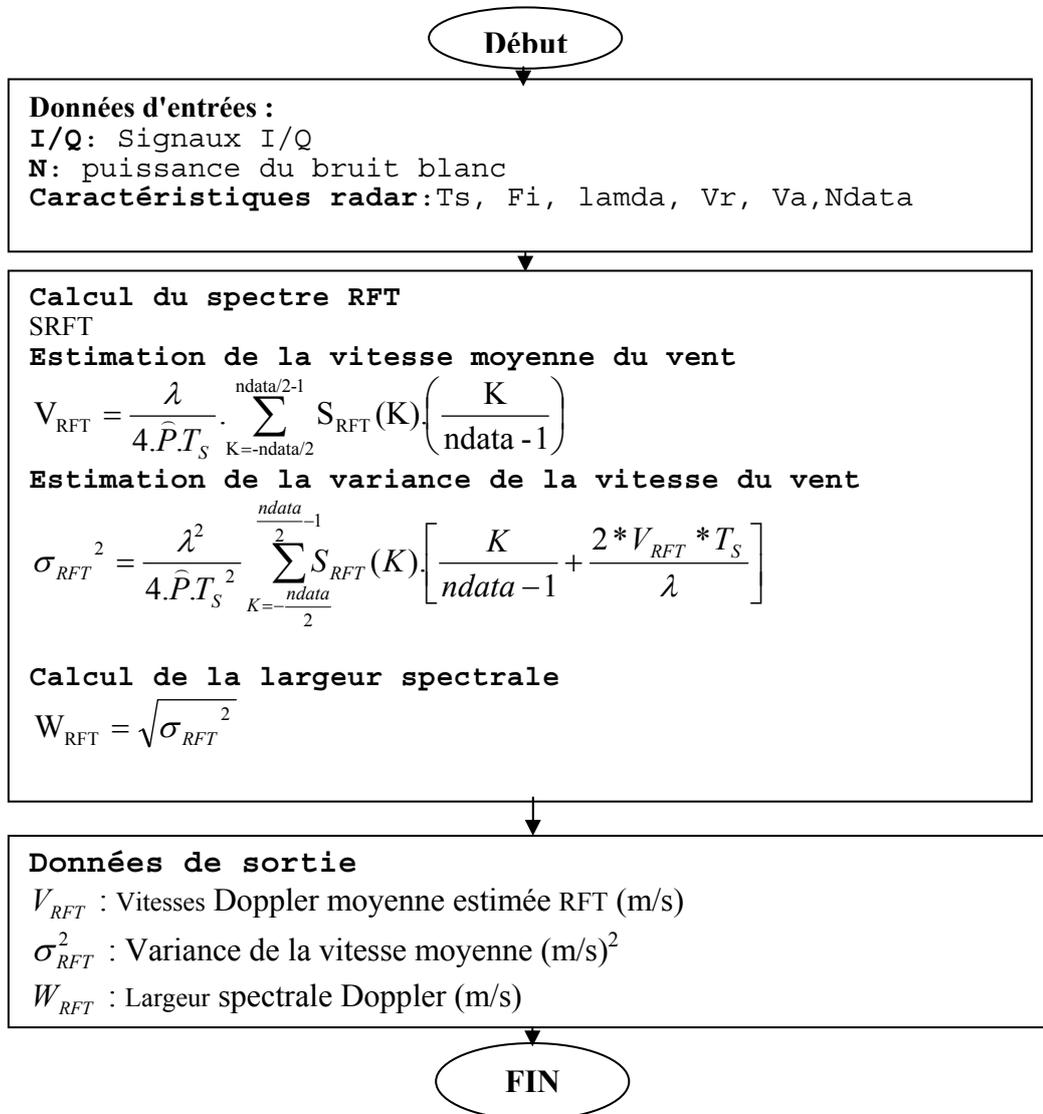
L'algorithme d'estimation des moments d'ordre un et deux par la méthode ARMA (n, 1) à deux pas de prédiction, pour l'estimation de la vitesse moyenne, la variance et largeur du spectre Doppler dans le domaine fréquentiel est donné par l'organigramme, [21], [38].



La suite du sous-programme.

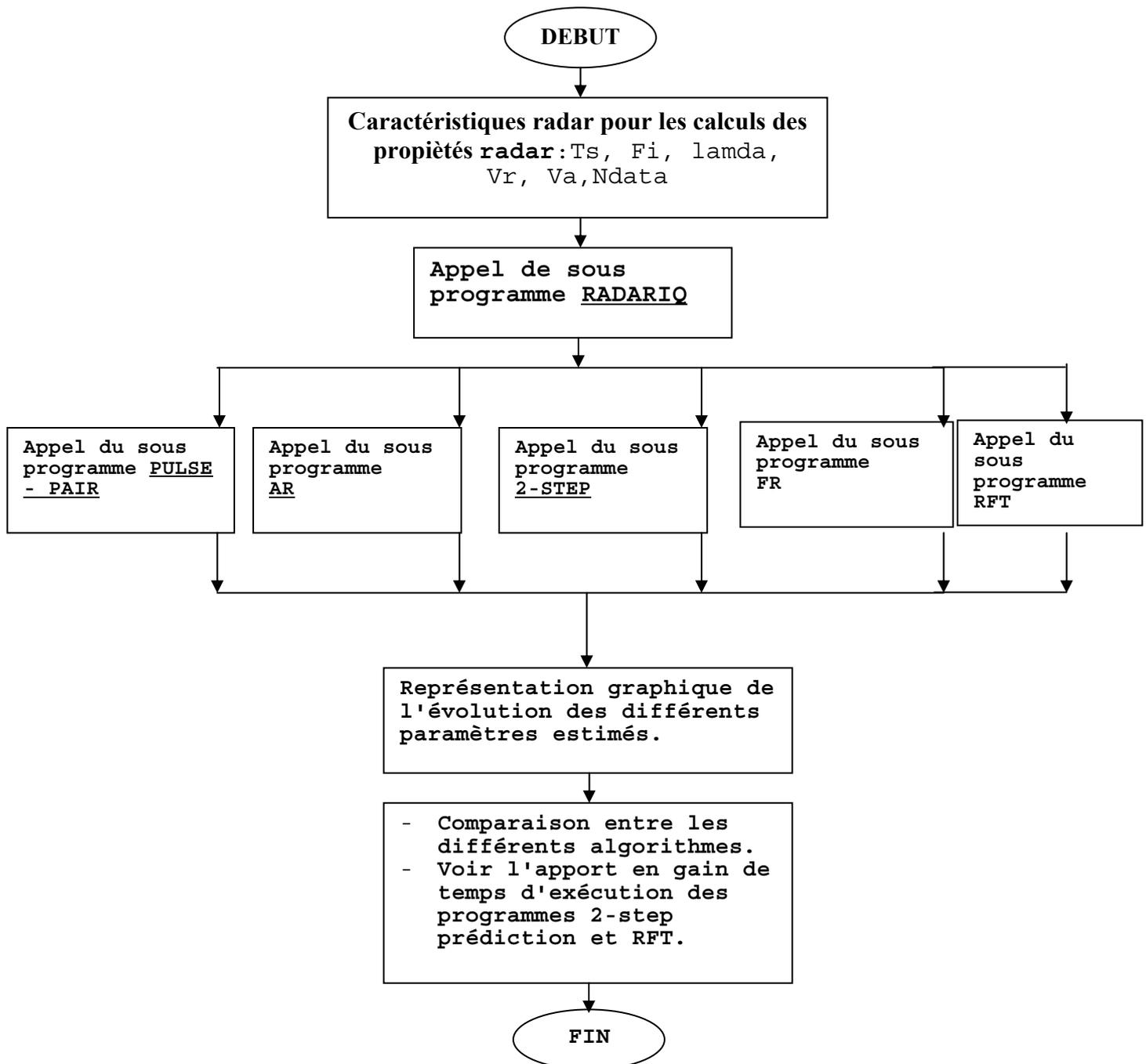


C.5 Programme de calcul de la méthode RFT.



C.6 Programme général de calcul radar.

La structure du programme de simulation est constituée de l'ensemble des programmes déjà présentés. La programmation de ces algorithmes a été faite sous deux logiciels Matlab et mathematica. Le premier qui est un logiciel interactif et convivial de calculs numérique et de visualisation graphique. Il possède un langage à la fois puissant et simple d'utilisation, [25], [22]. Le second outil de calcul indispensable nous permet le calcul du spectre Ramanujan, qui est plus adapté aux notions algébriques.



ANNEXE D

PUBLICATIONS ET COMMUNICATIONS

Dans le cadre de la réalisation de cette thèse de doctorat on a publié et communiqué notre travail dans diverses revues, et dans ce qui suit, voici celles qui sont déjà parues, voir *a)* et *b)*.

a) Publications internationales

M Lagha and M Bensebti. (2007), "Performances comparison of pulse-pair and 2-step prediction algorithms for the Doppler spectrum estimation", *Multidimensional Systems and Signal Processing*, doi: 10.1007/s11045-007-0030-3.

M LAGHA, M BENSEBTI. (2006), "Comparison of Pulse Pair and 2-Step Prediction Algorithms in the Doppler Spectrum Estimation," *WSEAS Transactions on Signal Processing*, Issue 10, Vol. 2, pp. 1351-1357. ISSN 1790-5022,
<http://www.worldses.org/journals/signal/signal-october2006.doc>

b) Communications

30 juin au 04 juillet 2007

M lagha, M Bensebti et S Boukraa. (2007). "Modélisation alpha stable des échos météorologiques radar, ", 30 Juin au 4 Juillet, 4th ISSSPA'07, Boumerdès, Algeria.

20 au 22 Novembre 2006

3^{ème} séminaire sur les systèmes de détection, "Architectures et technologies " « Cercle National de l'Armée - Alger».

M. Lagha, M. Bensebti. (2006), "Performance Comparison of Pulse Pair and 2-Step Prediction Algorithm for the Doppler Spectrum Estimation»

M. Lagha, M.Bensebti, « Estimation du Spectre Doppler par la Transformée Ramanujan Fourier»

09-13 Juillet 2006

Lagha, M. Bensebti, M., “ Performance Comparison of Pulse Pair and 2-Step Prediction Approach to the Doppler Estimation”, IEEE International Symposium on Industrial Electronics, ISIE'06, *ÉTS-Downtown Montréal, Québec, Canada*, doi: 10.1109/ISIE.2006.295549, Vol. 1, pp. 709-714, July 2006

Du 19 au 21 Juin 2005

Communication orale dans le cadre du 1^{er} Symposium International de l'Electromagnétisme, Satellites et de Cryptographie ISESC05, Université de Jijel – Algérie.

M. Lagha, M.H.Benteftifa and S.Boukraa « Contribution to the Spectral Estimate of the Mean Speed and Variance of a Windshear at Low Altitude »

Du 6 au 9, Décembre 2004

World Conference On “Energy for Sustainable Development: Technology advances & Environmental Issues,” Pyramisa Hotel, CAIRO – EGYPT

M. Lagha, H.Benteftifa and S. Boukraa, « Contribution To The Spectral Estimate Of The Mean Speed And Variance Of A Windshear At Low Altitude. » : RE-A2

<http://www.aast.edu/mceet/pdf/List%20of%20papers%20for%20website%202.pdf>.

Du 11 au 14 septembre 2004

Participation à l'université d'été portant sur les applications du traitement du signal, école nationale polytechnique d'El Harach - Alger.

Du 30 Mai au 1 Juin 2004

2^{ème} séminaire sur les systèmes de détection, Architectures et technologies « Centre de Recherche et de Développement – CFDAT – Reghaïa - Alger».

M. Lagha, H.Benteftifa, « Contribution à l'estimation spectrale de la vitesse et de la variance d'un cisaillement de vent »

Du 15 Mai au 16 Février 2004

3^{ème} conférence sur le Génie Electrique CGE'3– Ecole Militaire Polytechnique – Alger».

M. Lagha, H.Benteftifa, « Contribution à l'estimation spectrale de la vitesse et de la variance d'un cisaillement de vent à basse altitude ».

ANNEXE E ABREVIATIONS ET NOTATIONS

ABREVIATIONS

AR :	Modèle Autorégressif.
ARMA :	Modèle Autorégressif à moyenne mobile.
DFT :	Méthode de Fourier Discrète.
FIR :	Filtre à Réponse Impulsionnelle.
FFT :	Fast Fourier Transform.
MHz :	Mégahertz.
MIT:	Massachusetts Institute of Technology.
MMSE :	Critère de minimisation de l'erreur quadratique.
NCAR:	National Center for Atmospheric Research's.
NEXRAD :	Réseau Next Génération radar.
NSSL:	National Severe Storms Laboratory.
OE :	Ondes électromagnétiques.
PP :	Méthode pulse-pair.
PPI :	Plan indicateurs de positions PPI.
PRT :	Temps entre impulsions.
RFT :	Ramanujan Fourier Transform.
RF :	Radiofréquence.
RVR :	Portée visuelle.
TDWR:	Terminal Doppler Weather Radar.
W:	Watts.
WSR-88D :	Weather Surveillance Radar 1988 Doppler.

NOTATIONS

a_k :	Coefficient de réflexion autorégressif.
$arg[R_{ZZ}(T_S)]$:	Argument de la fonction d'autocorrélation.
c :	Célérité de la lumière.
$c_q(n)$:	Sommes de Ramanujan.
df :	Différence de fréquence.
$h(\tau)$:	Fonction d'amplitude du signal radar.
$g(\tau)$:	Fonction de phase des signaux radar.
k :	Coefficient spectral.
$m(k)$:	Moments d'ordre k .
p/q :	Résonances.
t :	Variable déterministe (temps).
v. a :	Variable aléatoire.

v_a	Vitesse ambiguë.
$[-v_a, +v_a]$:	Domaine de <i>Nyquist</i> .
\hat{v} :	Vitesse Doppler estimée.
\hat{v}_{FT} :	Vitesse moyenne de Fourier.
\hat{v}_{PP}	Vitesse moyenne pp.
$w(m)$:	Fenêtre de filtrage des données radars.
\hat{W}_{PP}	Largeur spectrale de la vitesse PP.
\hat{W}_{pp}	Largeur du spectre Doppler PP.
w_{FT}^2 :	Variance de la vitesse Fourier.
AR (n) :	Modèle autoregressif d'ordre n.
ARMA (n, 1) :	Autorégressif Mean Average à deux pas de prédiction.
$E\{ \}$	Espérance d'une v.a.
\vec{E}	Champ électrique.
$F_1(X, t)$:	Fonction de répartition d'ordre 1 de $X(t)$.
$F_1(X_1, t_1; X_2, t_2)$:	Fonction de répartition d'ordre 2.
H :	Polarisation linéaire est horizontales.
$H(f)$:	Fonction de transfert.
I :	Série en phase.
I & Q :	Signaux radar.
K :	Constante de calibration des radars météorologiques.
M :	Nombre d'impulsions radar.
M_2 :	Variance.
$M_{ij}(t_1, t_2)$:	Fonction de corrélation
M_n :	Nième moment central du spectre de puissance.
N :	Puissance du bruit.
N_0 :	Puissance totale du bruit blanc.
N_p :	Nombre d'opérations.
P :	Ordre du modèle Autorégressif.
$P_{AR}(f)$:	Puissance du modèle AR.
$P(w)$	Spectre de puissance.
\hat{P} :	Puissance de l'écho radar.
P_0 :	Puissance totale contenue dans le spectre.
$P_1(X, t)$:	La densité de probabilité d'ordre 1.
$P_2(X_1, t_1; X_2, t_2)$:	La densité de probabilité d'ordre 2.
Q :	Quadrature de phase.
\Re :	L'axe réel.
R_a	Distance ambiguë.
$R(\tau)$:	Fonction d'autocorrélation.
$R_{XX}(\tau)$:	Fonction d'autocorrélation de la variable x
$R_{ZZ}(T_s)$:	Autocorrélation complexe.

\hat{S} :	Densité spectrale de puissance estimée.
$S(k)$	Densité spectrale de puissance Doppler.
$S(f)$	Densité spectrale de puissance.
SNR :	Rapport signal sur bruit.
$S_z(k)$:	Densité spectrale de puissance.
T :	Espace de temps.
T_S	Temps entre impulsions.
V :	Polarisation linéaire verticale.
X :	Variable aléatoire.
$X(t)$:	Fonction aléatoire de la variable t .
$Z=I+jQ$:	Tensions complexes.
$\hat{Z}(dBZ)$:	Réflexivité radar logarithmique.
ZDR :	Réflexivité logarithmique radar.
Z_{DR} :	Réflexivité différentielle.
$Z(I,Q)$:	Séries temporelles.
$Z_k(I,Q)=I+jQ$,	Signal radar complexe
$Z(kT_S)$:	Tension complexe.
$\frac{d\phi}{dt}$	Changement de phase.
$\delta(k)$	Impulsion de Dirac
ρ_{hv} :	Coefficient de corrélation Co-polaire.
σ_v^2 :	Variance de la vitesse.
λ :	Longueur d'onde du signal radar.
μ :	Puissance spectrale moyenne.
τ :	Temps d'échantillonnage.
Φ_{DP} :	Déphasage différentiel des échos radar.
ψ_e :	Phases de réflexion.