

Remerciement

Nous remercions Dieu le tout puissant de nous ouvrir les portes du savoir, de nous avoir aidé dans les moments difficiles, et de nous avoir permis d'être ce que nous sommes devenues.

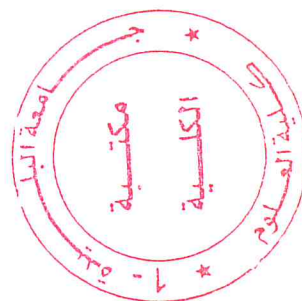
Nous tenons à remercier monsieur FRIHI. REDHOUANE , notre promoteur, pour nous avoir encadré, nous lui exprimons notre gratitude pour sa disponibilité, ses précieux conseils, sa patience et pour le soutien qu'il nous a apporté tout au long de la préparation de ce mémoire.

Nous remercions également monsieur BAY .A Notre encadreur au sein de la SAIDAL, pour ses précieux conseils et sa patience, ainsi que tout le personnel de cette entreprise pour sa sympathie.

Nous tenons à remercier également tous les membres du jury ; le président de jury Mr Tami Omar, ainsi que l'examineur , Mr Rassoul Abdel Aziz pour avoir suivi ce travail.

Nous réservons une pensée spéciale à tous les enseignants du département de Mathématiques , qui ont su nous donner une formation didactique et appréciable durant tout notre cursus universitaire.

Merci enfin à notre famille pour leur soutien moral au cours de nos longues années d'études, et plus que tout, merci à nos parents pour leurs prières.



DEDICACES

Louange à Allah le miséricordieux de nous avoir donné le courage la force et la
volonté

pour la réalisation de ce mémoire.

Je dédie ce travail :

A Mon très cher Père : Aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le
dévouement

et le respect que j'ai toujours pour vous. Rien au monde ne vaut les efforts fournis
jour

et nuit pour mon éducation et mon bien être. Ce travail et le fruit de tes sacrifices que
tu as

consentis pour mon éducation et ma formation le long de ces années ;

A Ma chère mère : Tu représente pour moi la source de tendresse et l'exemple de
dévouement

qui n'a pas cessé de m'encourager. Tu as fait plus qu'une mère puisse faire pour que
ses enfants suivent le bon chemin dans leur vie et leurs études ;

A tous mes proches de la famille , et plus particulièrement, mes frères

Mouhamed ;Redhoune ;Kamel

Et mes sœurs Fouzia ;Nedjoia ;Hayet et Naziha

A mes proches amis en cas particulier Hayet et Yamna ;

A mon binôme Bourelaf Amel qui m'a aidé pour ce mémoire ;

Et à tous ce qui ont enseigné moi au long de ma vie scolaire.

ZINEB

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail particulièrement à mes chers parents, qui ont consacré leur existence à bâtir la mienne, pour leur soutien, patience et soucis de tendresse

A ma mère qui m'a encouragé durant toutes mes études, et qui sans elle, ma réussite n'aura pas eu lieu.

A mon père, qui est toujours disponible pour nous, et prêt à nous aider, je lui confirme mon attachement.

A mes sœurs : SAMIA, IMEN, NESSRINE, IKRAM.

A mes frères : ABDENNOUR, AKRAM.

A ma chère tante MIMI et son mari AMAR et ses enfants : SARAH, INESS, MALEK, ISHAK.

A ma très chère tante RACHIDA qui j'aime beaucoup et sa fille : HAFIDA.

A ma très chère grand-mère qui m'a aidé et soutenue tout au long de mes études.

A mon meilleur amie ZINEB qui voila cinq ans m'on encouragé à reprendre mes études et qui j'aime beaucoup.

Une spéciale dédicace a une personne qui vraiment aider et qui j'aime beaucoup

A mon marié : MOHAMED qui m'a aidé et soutenue tout au long de mes études.

A mes oncles et ses femmes.

A toute ma famille.

A tous mes amis de ma promotion et toutes mes connaissances

Et à tous ceux que j'ai connus durant mon cycle d'étude.

AMEL.

Résumé

Le groupe SAIDAL est besoin d'une prédiction à court terme de la demande des produits pharmaceutique afin de programmer les installations de sa production. Les erreurs de prédiction peuvent mener à des risques et insuffisances dans la génération et distribution de la quantité des produits pharmaceutique vers les utilisateurs.

Les recherches dans cet axe sont nombreuses. Ces recherches se basent sur plusieurs approches telles que les modèles Box-Jenkins, les Réseaux de Neurones Artificiels, lissage exponentielle...ect . Mais la méthode Box-Jenkins et les Réseaux de Neurones Artificiels restent les plus répandues.

Ce travail s'inscrit dans le cadre de la prédiction des séries temporelles, Plus particulièrement, la prédiction de la production et vente des médicaments(Clofenal et Zanitra).

la méthode Box-Jenkins est appliqué sur les deux produits pharmaceutique Clofenal et Zanitra Les résultats obtenus par cette méthode sont comparés avec ceux obtenus par un modèle Réseau de Neurones Artificiels .

ملخص

نظرا للمسؤولية الملقاة على عاتق مؤسسة المجمع الصناعي صيدال والمتمثلة في الإنتاج، التوزيع، التسويق وجب عليها الحفاظ على سمعتها وتحقيق أكبر ربح ممكن مما يسمح لها بإثبات وجودها باستمرار .

ومن أجل ذلك ارتأينا للاستعانة بإحدى الطرق الإحصائية والتي من خلالها نحاول الحصول على نتائج دقيقة وملموسة، ألا وهي عملية التنبؤ التي عرفت تطورا كبيرا وتعددت مجالات استعمالها وذلك من أجل اتخاذ القرارات الصائبة مستقبلا، و قد اخترنا في بحثنا هذا طريقة بوكس جنكينز على المدى القصير في عملية التنبؤ، وطريقة الشبكات العصبية الاصطناعية، والتي سنحاول تطبيقهما على حجم الطلب (إنتاج وبيع) على الأدوية بالنسبة لمؤسسة المجمع الصناعي صيدال.

في الجانب التطبيقي قمنا بتطبيق كل من طريقة بوكس جنكينز والشبكات العصبية الاصطناعية على سلسلة طلب الأدوية (إنتاج وبيع) لكل من كلوفينال وزانيترا بلوس، وقد تم مقارنة النتائج المتحصل عليها .

SOMMAIRE

Table des figures	I
Liste des tableaux	III
Introduction et problématique	IV

Chapitre I : Série chronologique

I. Introduction	1
II. Processus stochastique	1
II .1-Définition	1
II .2- Classification des processus stochastiques	1
II .3- Caractéristiques d'un processus stochastique	2
II .4- Processus stationnaire	2
II .4.1- Processus strictement stationnaire (la stationnarité forte)	3
II .4.2- Processus faiblement stationnaire (ou du second ordre)	3
II .4.3- Processus bruit blanc (White noise process)	3
II .5-Fonction d'autocovariance	4
II .6 - Fonction d'autocorrélation	4
II .6.1 - Fonction d'autocorrélation simple	4
II .6.2 - Fonction d'autocorrélation partielle	5
III .Séries chronologiques	6
III.1- Définition	6
III.2-Opérateurs sur les chroniques	6
III.3- Analyse des séries chronologiques	8
III.3.1 - Les composantes d'une série chronologique	8
IV .Modélisation des séries chronologiques	9
IV.1- Modèle ARMA	9
IV.1.1-Modèle autorégressif AR (p).....	10
IV.1.2-Modèle moyenne mobile MA (q)	10
IV.1.3-Modèle mixte ARMA	10
IV.1.4-Fonctions d'autocorrélations simple et partielle.....	11
IV.1.4.1-Fonction d'autocorrélation d'un AR (p)	11

IV.1.4.2-Fonction d'autocorrélation d'un MA (q)	12
IV.1.4.3-Fonction d'autocorrélation d'un ARMA (p ,q)	12
IV.1.4.4-Fonction d'autocorrélation partielle d'un AR (p).....	13
IV.1.4.5-Fonction d'autocorrélation partielle d'un MA (q).....	13
IV.2-Modèle ARIMA	14
IV.3-Modèle SARIMA	14
IV.4-Modèle SARMA	15
V .Séries non stationnaires.....	15
V.1-Analyse de la saisonnalité	15
V.2-Analyse de la tendance	17
V.2.1-Les processus TS.....	17
V.2.2-Les processus DS.....	17
V.3-Tests de racine unitaire	18
V.3.1-Test de Dickey-Fuller simple (DF)	18
V.3.2 – Test de Dickey-Fuller augmenté (ADF).....	19
V.3.3 – Algorithme de Dickey-Fuller augmenté.....	20

Chapitre II : Méthode de Box & Jenkins

I .Introduction	21
II. Algorithme de Box-Jenkins.....	22
III. Comment rendre une série stationnaire.....	23
IV. La spécification du modèle (identification)	23
V. Estimation des paramètres.....	25
VI .Validation	25
VI -1. Test concernant les paramètres	25
VI -2 .Test concernant les résidus	26
a) Test de nullité de la moyenne	26
b) Test des points de retournement	26
c) Test de Box Ljung	27
d) Test de normalité	28
e) Test d'indépendance de Von-Neumann	29
f) Test de Durbin-Watson	30
g) Test de l'effet ARCH	30
VII. Choix du modèle optimal.....	31
VIII. Prévision	32

❖ Application de la méthode de Box & Jenkins

✓ Etude de la série P_CLOFINAL	43
✓ Etude de la série V_CLOFINAL	57
✓ Etude de la série P_ZANITRA	68
✓ Etude de la série V_ZANITRA	79
✓	

Chapitre III : Les réseaux de neurones

I. Introduction.....	34
II. Historique	34
III. Neurone Biologique.....	35
IV. Les Réseaux de Neurones.....	36
IV.1 Définitions	36
V. Neurone Formel.....	36
VI. Apprentissage.....	37
VI.1. Définitions.....	37
VI.2. Type d'apprentissage.....	37
VI.3. Règles d'apprentissage.....	38
VII. Architecture des réseaux de neurones.....	39
VII.1. Réseaux de neurones bouclés.....	40
VII.2. Réseaux de neurones non bouclés.....	40
VIII. Les fonctions d'activation	41
IX. Applications des réseaux de neurones (R.N.A.)	42
❖ Application de la méthode de Réseaux de Neurones	
✓ Etude de la série P_CLOFINAL	89
✓ Etude de la série V_CLOFINAL	91
✓ Etude de la série P_ZANITRA	92
✓ Etude de la série V_ZANITRA	93
Conclusion générale.....	94
⚡ Annexe	
⚡ Références bibliographiques et logiciels utilisés	

TABLE DES FIGURES

III.1	Le neurone biologique et le cerveau humain.....	35
III.2	Réseaux de neurone bouclé	40
III.3	Perceptron à une couche cachée	40
IV.1	Diagramme séquentiel de la série brute (P_CLOFENAL).....	43
IV.2	Graphes de la moyenne et la variance pour la série brute (P_CLOFENAL)	43
IV.3	Corrélogramme de la série brute (P_CLOFENAL)	44
IV.4	Diagramme séquentiel de la série brute (P_CLOFENAL) avec ajustement	47
IV.5	Diagramme séquentiel de la série ajustée (AJP_CLOFENAL).....	47
IV.6	Corrélogramme de la série ajusté AJP_CLOFENAL.....	48
IV.7	Représentation graphique des séries : résiduelle (ϵ_t) ; réelle et estimée.....	51
IV.8	Corrélogramme simple et partiel des résidus.....	51
IV.9	Corrélogramme simple et partiel des résidus au carré.....	55
IV.10	Diagramme séquentiel de la série brute P_CLOFENAL et des prévisions.....	56
IV.1.1	Diagramme séquentiel de la série brute (V_CLOFENAL).....	57
IV.1.2	Graphes de la moyenne et la variance pour la série brute (V_CLOFENAL)	57
IV.1.3	Corrélogramme de la série brute (V_CLOFENAL)	58
IV.1.4	Diagramme séquentiel de la série DSV_CLOFENAL	60
IV.1.5	Corrélogramme de la série DSV_CLOFENAL.....	60
IV.1.6	Représentation graphique des séries : résiduelle (ϵ_t) ; réelle et estimée.....	63
IV.1.7	Corrélogramme simple et partiel des résidus.....	63
IV.1.8	Diagramme séquentiel de la série bruteV_CLOFENAL et des prévisions	67
V.1	Diagramme séquentiel de la série brute (P_ZANITRA).....	68
V.2	Graphes de la moyenne et la variance pour la série brute (P_ZANITRA)	68
V.3	Corrélogramme de la série brute P_ZANITRA	69
V.4	Diagramme séquentiel de la série DSP_ZANITRA.....	70
V.5	Corrélogramme de la série DSP_ZANITRA	71
V.6	Représentation graphique des séries : résiduelle (ϵ_t) ; réelle et estimée.....	74
V.7	Corrélogramme simple et partiel des résidus.....	74
V.8	Diagramme séquentiel de la série brute P_CLOFENAL et des prévisions.....	78
V.1.1	Diagramme séquentiel de la série brute (V_ZANITRA)	79

V.1.2	Graphes de la moyenne et la variance pour la série brute (V_ZANITRA)	79
V.1.3	Diagramme séquentiel de la série DSV_ZANITRA.....	81
V.1.4	Corrélogramme de la série DSV_ZANITRA	81
V.1.5	Représentation graphique des séries : résiduelle (ε_t) ; réelle et estimée.....	84
V.1.6	Corrélogramme simple et partiel des résidus.....	84
V.1.7	Diagramme séquentiel de la série brute V_ZANITRA et des prévisions	88

LISTE DES TABLEAUX

III.1 Exemples de fonctions d'activation.....	41
IV.1 Analyse de variance(P_CLOFENAL)	44
IV.2 Tableau de prévision(P_CLOFENAL)	56
IV.3 Analyse de variance(V_CLOFENAL)	58
IV.4 Analyse de variance DSV_CLOFENAL	59
IV.5 Tableau de prévision(V_CLOFENAL).....	67
IV.6 Analyse de variance(P_ZANITRA).....	69
IV.7 Analyse de variance DSP_ZANITRA	70
IV.8 Tableau de prévision (P_ZANITRA)	78
IV.9 Analyse de variance (V_ZANITRA)	79
IV.10 Analyse de variance (DSV_ZANITRA).....	80
IV.11 Tableau de prévision (V_ZANITRA).....	88
IV.12 Tableau de prévision de mois de janvier 2016 de la série (P_CLOFENAL).....	90
IV.13 Tableau de prévision de mois de janvier 2016 de la série (V_CLOFENAL).....	91
IV.14 Tableau de prévision de mois de janvier 2016 de la série (P_ZANITRA).....	92
IV.15 Tableau de prévision de mois de janvier 2016 de la série (V_ZANITRA).....	93

Introduction

Introduction et problématique

Le médicament est un produit noble et stratégique. Noble parce qu'il contribue au traitement des maladies humaines et animales ; et stratégique parce que la sécurité sanitaire, l'économie, l'avenir même des états et leur survie lui sont intimement liés.

Elément clé de la politique de santé dans notre pays ; il a pris une tournure préoccupante ; consécutivement à la crise financière apparue dès le début des années 90 suite à la baisse du prix de pétrole, alors que leur approvisionnement étaient jusque là largement assurées par les pouvoirs publics.

Le marché algérien des produits pharmaceutiques ; est estimé actuellement à 500 millions de dollars US.

Il est classé au troisième rang africain après l'Égypte et l'Afrique du sud. C'est un marché attractif pour les investisseurs étrangers et locaux de part les opportunités qu'il offre en l'occurrence :

- Un marché potentiel et porteur.
- Un taux de couverture de la population par l'assurance maladie élevé (75% environ).
- Des lois d'investissement favorables et encourageant la production nationale.
- Promotion des médicaments génériques par les pouvoirs publics.

Dans ce contexte le groupe SAIDAL qui est en pole position dans notre pays a tracé une stratégie qui lui permettra dans l'avenir :

- De satisfaire la clientèle locale.
- De diversifier la production.
- De multiplier le partenariat.

Pour atteindre ce but SAIDAL doit avoir les moyens de sa politique pour l'aider à prendre les décisions adéquates face à une concurrence favorable dans le domaine pharmaceutique.

Notre étude se limite à l'analyse des séries temporelles (production et vente) de deux produits pharmaceutique de SAIDAL qui sont :

- 1) Clofenal 100 Mg.
- 2) Zanitra + .

Pour cela, SAIDAL souhaiterait procéder à une prévision à court et à long terme en se basant sur des méthodes statistiques.

C'est ainsi que le sujet qui nous a été proposé s'intitule <<proposition d'une méthode prévisionnelle du marché du médicament production et vente >>.

Pour atteindre cet objectif nous avons réparti notre mémoire en quatre chapitres
Dans le premier chapitre, nous avons exposé les notions fondamentales sur les séries chronologiques ainsi que les modèles linéaires SARIMA SARMA ARIMA ARMA et leurs propriétés.

Le deuxième chapitre, est consacré aux méthodes de BOX_ Jenkins.

Après nous avons exposé dans le chapitre trois, les notions ainsi que les architectures des réseaux de Neurones artificiels(RNA) et les règles d'apprentissages.

Dans le chapitre quatre, nous avons appliqué le modèle de BOX_ Jenkins et les RNA aux données de production de CLOFENAL et ZANITRA pour prédire la production future.

Nous clôturons notre mémoire par une conclusion générale

Les Séries Chronologiques

I. Introduction

Les processus aléatoires ou stochastiques décrivent l'évolution d'une grandeur aléatoire en fonction du temps (et/ou de l'espace). Il existe de nombreuses applications des processus aléatoires notamment en physique statistique, en biologie et dans les sciences de l'ingénieur et les domaines économiques et financiers.

L'étude des processus stochastiques soulève des problèmes mathématiques intéressants et souvent très difficiles. Ce chapitre présente quelques notions et aspects des processus aléatoires utiles aux séries chronologiques.

II. Processus stochastique

II.1-Définitions :

Soit (Ω, A, P) un espace probabilisé et (Ω', A') un espace probabilisable

○ Définition 1

On appelle une variable aléatoire notée X toute application mesurable,

$X: (\Omega, A) \rightarrow (\Omega', A')$, telle que $\forall B \in A', X^{-1}(B) \in A$

○ Définition 2

Un processus aléatoire ou encore stochastique noté $\{X_t, t \in T\}$ est une famille de variables aléatoires indicées par t , définies sur un même espace probabilisé (Ω, A, P) et à valeurs dans (Ω', A') .

II.2- Classification des processus stochastiques

Nous distinguons les processus suivants :

- Si T est dénombrable, alors le processus $\{X_t, t \in T\}$ est dit à temps discret, sinon il est dit à temps continu.
- Si Ω' est dénombrable, alors le processus $\{X_t, t \in T\}$ est à espace d'états discret, sinon il est à espace d'états continu.
- Si $\Omega' = \mathbb{Z}^n$ alors le processus est dit multivarié.

Remarque

- Dans ce qui suit nous nous intéressons aux processus aléatoires à temps discret, autrement dit $T = \mathbb{Z}$.

II.3- Caractéristiques d'un processus stochastique

✦ La moyenne :

La moyenne d'un processus est définie par l'application suivante :

$$\begin{aligned} \mu : T &\rightarrow IR \\ t &\rightarrow \mu(t) \equiv \mu_t = E(X_t) \end{aligned}$$

✦ La variance :

La variance d'un processus est définie par l'application suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 : T &\rightarrow IR \\ t &\rightarrow \sigma_x^2(t) = E(X_t - \mu_t)^2 \end{aligned}$$

✦ La fonction d'autocovariance :

La fonction d'autocovariance d'un processus est définie par l'application suivante :

$$\begin{aligned} \gamma : T \times T &\rightarrow IR \\ (t, s) &\rightarrow \gamma(t, s) = \text{cov}(X_t, X_s) = E[(X_t - \mu_t)(X_s - \mu_s)] \end{aligned}$$

✦ La fonction d'autocorrélation :

La fonction d'autocorrélation d'un processus est définie par l'application suivante :

$$\begin{aligned} \rho : T \times T &\rightarrow IR \\ (t, s) &\rightarrow \rho(t, s) \\ \rho(t, s) &= \frac{\text{cov}(X_t, X_s)}{\sqrt{\text{Var}(X_t)\text{Var}(X_s)}} \end{aligned}$$

II.4- Processus stationnaire

La notion de stationnarité joue un rôle central dans la théorie des processus. Deux types de stationnarité sont généralement considérés.

II.4.1- Processus strictement stationnaire (la stationnarité forte) :

Soit un processus stochastique, le processus est dit strictement (ou fortement)

stationnaire si ::
$$P(X_{t_1} \leq x_1, \dots, X_{t_n} \leq x_n) = P(X_{t_1+h} \leq x_1, \dots, X_{t_n+h} \leq x_n),$$

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall (t_1, t_2, \dots, t_n) \in \mathbb{Z}^n, \forall (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \text{ et } \forall h \in \mathbb{Z}$$

la suite $(X_{t_1+h}, \dots, X_{t_n+h})$ a la même loi de probabilité que la suite $(X_{t_1}, \dots, X_{t_n})$

autrement dit :

$$P(X_{t_1} \leq x_1, \dots, X_{t_n} \leq x_n) = P(X_{t_1+h} \leq x_1, \dots, X_{t_n+h} \leq x_n)$$

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall (t_1, t_2, \dots, t_n) \in \mathbb{Z}^n, \forall (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \text{ et } \forall h \in \mathbb{Z}$$

II.4.2- Processus faiblement stationnaire (ou du second ordre) :

Le processus $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ est dit stationnaire au sens faible, ou stationnaire au second ordre si les premiers (moyenne ou espérance mathématique) et second (variance et autocovariance) moments du processus existent et sont indépendants de t :

- ⊕ $\forall t \in \mathbb{Z} \quad E(X_t) = \mu$ (indépendante de t)
- ⊕ $\forall t \in \mathbb{Z} \quad E(X_t^2) < \infty$
- ⊕ $\forall t \in \mathbb{Z} \quad \text{cov}(X_t, X_{t+h}) = \delta(h)$ (indépendant de t)

II.4.3- Processus bruit blanc (White noise process)

Le plus simple processus stationnaire en analyse des séries temporelles est appelé : processus bruit blanc $\{\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}\}$ qui est une suite de variables aléatoires non corrélées de moyenne nulle et de variance finie constante. Un processus bruit blanc vérifie les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} E(\varepsilon_t) = 0 \\ \text{Var}(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) = \sigma_\varepsilon^2 \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{Z}$$

Et en conséquence sa fonction d'autocovariance est donnée par :

$$\gamma(h) = E(\varepsilon_t \varepsilon_{t+h}) = \begin{cases} \sigma^2 & h = 0 \\ 0 & h \neq 0 \end{cases}$$

Les variables aléatoires ε_t sont aussi appelées chocs aléatoires. On suppose implicitement que les chocs aléatoires ε_t suivent une loi normale $N(0, \sigma^2)$.

II.5-Fonction d'autocovariance :

a- Définition :

Soit $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ un processus aléatoire du second ordre. La fonction d'autocovariance qui mesure la covariance dont l'intervalle est de longueur h, est définis par :

$$\begin{aligned} \gamma : \mathbb{Z} &\longrightarrow \mathbb{Z} \\ h &\longrightarrow \gamma(h) = \text{cov}(X_t, X_{t+h}) = E[(X_t - E(X_t))(X_{t+h} - E(X_{t+h}))] \end{aligned}$$

b- Propriétés :

- $\gamma(0) = \text{cov}(X_t, X_t) = E[(X_t - E(X_t))^2] = \text{var}(X_t) \geq 0$
- $|\gamma(h)| \leq \gamma(0) = \text{var}(X_t), \forall h, t \in \mathbb{Z}$
- $\gamma(h) = \gamma(-h)$ (symétrique, fonction paire)

c- Estimation

La fonction d'autocovariance d'un processus aléatoire $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ est estimée par la fonction d'autocovariance empirique $\hat{\gamma}$ définie par :

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{T+h} \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X}_t)(X_{t+h} - \bar{X}_{t+h})$$

Avec $\bar{X}_{t+h} = \frac{1}{T+h} \sum_{i=1}^T X_i$ et $\bar{X}_t = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T X_i$ $h \in \square$

II.6 - Fonction d'autocorrélation :

II.6.1 - Fonction d'autocorrélation simple :

a-Définition :

Soit $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ un processus aléatoire du second ordre, dont la fonction d'autocorrélation simple est notée $\rho(h)$

$$\rho(h) = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)} = \frac{\text{cov}(X_t, X_{t+h})}{V(X_t)V(X_{t+h})}, h \in \mathbb{Z}$$

b- Propriétés :

- ❖ $\rho(0) = 1$
- ❖ $|\rho(h)| \leq 1 ; \forall h \in \mathbb{Z}$,
- ❖ $\rho(h) = \rho(-h) ; \forall h \in \mathbb{Z}$,

c- Estimation

La fonction d'autocorrélation estimée d'ordre h d'un processus stationnaire (X_t) s'écrit :

$$\hat{\rho}(h) = \frac{\hat{\gamma}(h)}{\hat{\gamma}(0)}$$

II .6.2 - Fonction d'autocorrélation partielle :

La fonction d'autocorrélation partielle d'ordre h mesure la corrélation entre X_t et X_{t-h} lorsque l'influence des variables X_{t-h-i} , avec $i < h$, a été retirée. Notons $\rho(h)$ et Φ_{hh} les fonctions respectivement d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle de X_t au pas h :

Soit \bar{P}_h la matrice symétrique

$$\bar{P}_h = \begin{pmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdot & \cdot & \rho_{h-2} & \rho_{h-1} \\ \rho_1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_{h-3} & \rho_{h-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdot & \cdot & \rho_{h-4} & \rho_{h-3} \\ \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\ \rho_{h-1} & \rho_{h-2} & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_1 & 1 \end{pmatrix}$$

La fonction d'autocorrélation partielle est donnée par : $\Phi_{hh} = \frac{|\bar{P}_h^*|}{|\bar{P}_h|}$, où $|\bar{P}_h|$ est le

déterminant de la matrice \bar{P}_h , la matrice \bar{P}_h^* est donnée par:

$$\bar{P}_h^* = \begin{pmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdot & \cdot & \rho_{h-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_{h-3} & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdot & \cdot & \rho_{h-4} & \rho_3 \\ \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\ \rho_{h-1} & \rho_{h-2} & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_1 & \rho_h \end{pmatrix}$$

La matrice \overline{P}_h^* est la matrice \overline{P}_h dans laquelle nous avons remplacé la dernière colonne par le vecteur $[\rho_1, \dots, \rho_h]'$. Les trois premières autocorrélations partielles sont donc déterminées par les relations suivantes :

$$\Phi_{11} = \rho_1$$

$$\Phi_{22} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{(1 - \rho_1^2)}$$

$$\Phi_{33} = \frac{\rho_3 - \rho_1\rho_2(2 - \rho_2) + \rho_3(1 - \rho_1^2)}{1 - \rho_2^2 - 2\rho_1^2(1 - \rho_2)}$$

• **Algorithme récursif de Durbin (1960)**

Le calcul de la fonction d'autocorrélation partielle est très lourd, cependant, cette fonction peut être calculée facilement en utilisant la méthode récursive établie par Durbin.

Algorithme de Durbin

$$\Phi_{k,j} = \Phi_{k-1,j} - \Phi_{k,k} \Phi_{k-1,k-j}, \quad k = 2, \dots, K, \quad j = 1, \dots, k-1$$

$$\Phi_{k,k} = \frac{\rho(k) - \sum_{i=1}^{k-1} \Phi_{k-1,i} \rho(k-i)}{1 - \sum_{i=1}^{k-1} \Phi_{k-1,i} \rho(i)}, \quad k = 2, \dots, K \quad \text{avec } \Phi_{1,1} = \rho(1)$$

$$\sigma_k^2 = \sigma_k^2 (1 - \Phi_{k,k}^2) \qquad \sigma_0^2 = \gamma(0)$$

III. Séries chronologiques

III.1- Définition

Une série chronologique (ou série temporelle) est une suite d'observations $\{x_t, t \in \mathbb{Z}\}$ ordonnées dans le temps, observées dans des intervalles de temps équidistants, chaque observation x_t est une réalisation d'une variable aléatoire X_t .

III.2-Opérateurs sur les chroniques

• **Opérateur retard**

L'opérateur retard (Backward) B transforme une variable X_t en sa valeur passée. Il est défini par :

$$BX_t = X_{t-1} \quad \forall t \in \mathbb{Z}$$

Nous pourrions alors établir une relation de récurrence définie comme suit :

$$B^n X_t = X_{t-n} \quad \forall n \in \mathbb{Z}$$

- **Opérateur avance**

L'opérateur avance (Forward) F transforme une variable X_t en sa valeur future. Il est défini par :

$$FX_t = X_{t+1} = B^{-1}X_t$$

Propriétés

- $B^0 X_t = X_t$
- $B^i B^j X_t = B^{i+j} X_t = X_{t-i-j}$
- $B^{-i} X_t = X_{t+i} \quad \forall i \in \mathbb{Z}, \quad B^{-1} = F$
- $\sum_{i=0}^q a_i X_{t-i} = \left(\sum_{i=0}^q a_i B^i \right) X_t$

Notons que les propriétés précédentes sont satisfaites aussi par l'opérateur avance F .

- **Opérateur de différence ordinaire**

L'opérateur de différence ordinaire ∇ , associé au processus $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ est défini par :

$$\forall t \in \mathbb{Z}, \nabla X_t = (1 - B)X_t = X_t - X_{t-1}$$

L'opérateur de la $d^{\text{ème}}$ différence noté ∇^d est défini par

$$\forall t \in \mathbb{Z}, \nabla^d X_t = (1 - B)^d X_t, \quad d \in \mathbb{Z}^*.$$

- **Opérateur de différence saisonnière**

On définit l'opérateur de différence saisonnière d'ordre $s \nabla_s$, par :

$$\forall t \in \mathbb{Z}, \nabla_s X_t = (1 - B^s)X_t$$

Et le $d^{\text{ème}}$ opérateur de différence saisonnière ∇_s^d par :

$$\forall t \in \mathbb{Z}, \nabla_s^d X_t = (1 - B^s)^d X_t$$

On choisit $s=12$ pour des données mensuelles, $s=4$ pour des données trimestrielles...

*

III.3- Analyse des séries chronologiques

III.3.1 - Les composantes d'une série chronologique

- **La tendance** (T_t): (Trend en terminologie anglaise) elle marque l'allure générale du phénomène et elle décrit le mouvement à long terme de la série, elle est représentée comme une fonction linéaire ou non linéaire du temps.
- **Le cycle conjoncturel** (C_t): regroupe les variations autour de la tendance avec des alternances d'époques ou des phases d'expansion et de contraction.
- **Les variations saisonnières** (S_t): les variations liées au rythme imposé par les saisons météorologiques
 - , que ce soit directement ou indirectement par les activités économiques avec une période égale à l'année.
- **Les variations accidentelles** (ε_t): qui résultent de multiples causes et dont l'effet est souvent de faible intensité et de courte durée ; elles sont de nature aléatoire

Ces différentes composantes peuvent être combinées selon un des trois modèles suivants :

✓ **Modèle additif :**

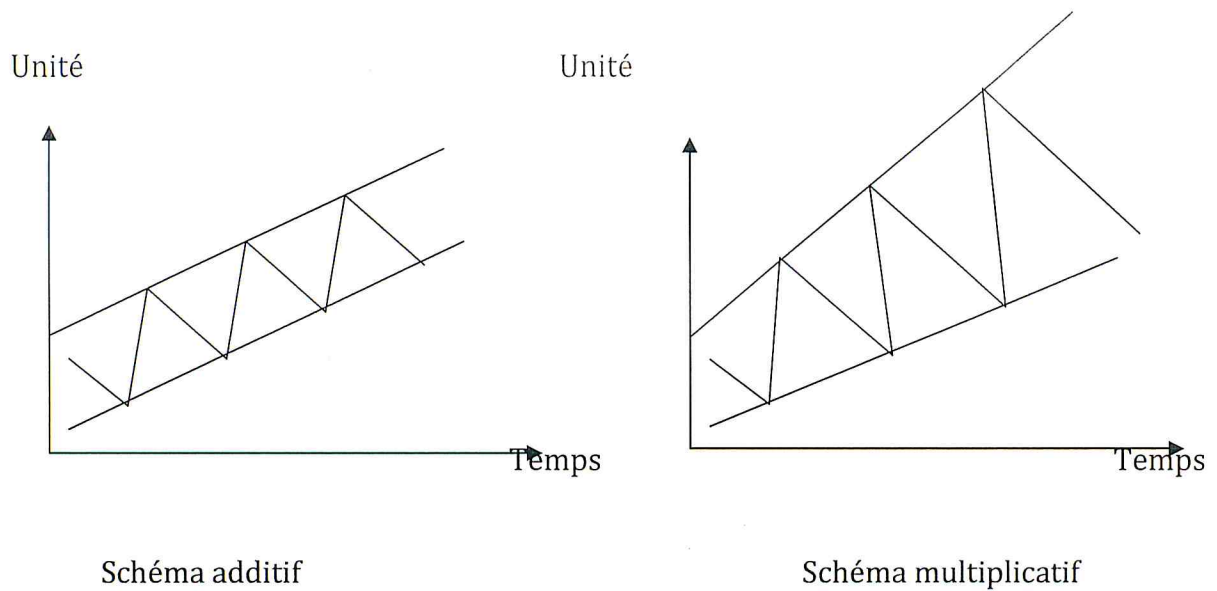
$$X_t = T_t + S_t + C_t + \varepsilon_t$$

✓ **Modèle multiplicatif :**

$$X_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot \varepsilon_t$$

✓ **Modèle mixte :**

$$Y = T_t(1 + S_t) + \varepsilon_t$$



IV. Modélisation des séries chronologiques

Le rôle de la modélisation est de déterminer des modèles permettant de décrire le comportement de la série, afin de résoudre les problèmes liés à la prévision.

Décomposition de Wold :

Théorème (1954) :

Tout processus stochastique stationnaire $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$, possède une décomposition unique

donnée par $X_t = U_t + V_t$ où :

- ⊕ U_t est une composante déterministe.
- ⊕ $V_t = \sum_{j=0}^{\infty} a_j \varepsilon_{t-j}$ où (ε_t) est un bruit blanc
- ⊕ $\sum_{j \geq 0} |a_j| < \infty$, $a_0 = 1, a_j \in \mathbb{R}$

IV.1- Modèle ARMA

Un modèle *ARMA* est particulièrement utile pour décrire le comportement des séries temporelles univariées, il est une composition d'un modèle autorégressif *AR* et d'un modèle moyenne mobile *MA*

IV.1.1-Modèle autorégressif AR (p)

Définition

Le processus $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ satisfait une représentation *AR* d'ordre p , noté *AR* (p), s'il est solution de l'équation aux différences stochastiques suivante :

$$\varepsilon_t = X_t - \Phi_1 X_{t-1} - \Phi_2 X_{t-2} - \dots - \Phi_p X_{t-p}$$

$$\varepsilon_t = X_t - \Phi_1 B X_t - \Phi_2 B^2 X_t - \dots - \Phi_p B^p X_t$$

$$\varepsilon_t = (1 - B - B^2 - \dots - B^p) X_t$$

$$\varepsilon_t = \Phi(B) X_t$$

avec $\Phi(B) = 1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p, \forall j < p, \Phi_j \in \mathbb{R}, \Phi_0 = 1, \Phi_p \neq 0$.

Ou encore $X_t - \sum_{j=1}^p \phi_j X_{t-j} = \varepsilon_t$

IV.1.2-Modèle moyenne mobile MA (q)

Définition

Le processus $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ satisfait une représentation moyenne mobile d'ordre q , noté *MA* (q) s'il est solution de l'équation aux différences stochastiques suivante :

$$X_t = \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}$$

En introduisant le polynôme de retard nous aurons :

$$X_t = \theta(B) \varepsilon_t$$

Où $\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q, \theta_j \in \mathbb{R}, \theta_0 = 1, \theta_q \in \mathbb{R}^*$ et ε_t est un bruit blanc

IV.1.3-Modèle mixte ARMA

Définition

Le processus $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ satisfait une représentation *ARMA* d'ordre p et q , noté *ARMA* (p, q), s'il est solution de l'équation aux différences stochastiques suivante :

$$X_t - \sum_{j=1}^p \Phi_j X_{t-j} = \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad \text{Ou encore : } \Phi(B)X_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

Remarque : Un processus $ARMA(p, 0)$ est un processus $AR(p)$ et un processus $ARMA(0, q)$ est un processus $MA(q)$.

IV.1.4-Fonctions d'autocorrélations simple et partielle

IV.1.4.1-Fonction d'autocorrélation d'un AR (p)

Soit le modèle autorégressif d'ordre p vérifiant l'équation (1)

$$X_t = \Phi_1 X_{t-1} + \Phi_2 X_{t-2} + \dots + \Phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t \quad \forall t \in \mathbb{Z} \dots \dots (1)$$

Avec :

- $E(X_t) = 0$
- $E(X_{t-h} \varepsilon_t) = 0$

Equations de Yule-Walker

Multiplions l'équation (1) par X_{t-h} et prenons l'espérance des deux membres, nous obtenons :

$$E(X_t X_{t-h}) = \Phi_1 E(X_{t-1} X_{t-h}) + \Phi_2 E(X_{t-2} X_{t-h}) + \dots + \Phi_p E(X_{t-p} X_{t-h}) + E(\varepsilon_t X_{t-h})$$

Pour $h = 0$ nous obtenons : $\gamma_0 = \Phi_1 \gamma_1 + \Phi_2 \gamma_2 + \dots + \Phi_p \gamma_p + \sigma_\varepsilon^2$

Pour $h > 0$ nous obtenons : $\gamma_h = \Phi_1 \gamma_{h-1} + \Phi_2 \gamma_{h-2} + \dots + \Phi_p \gamma_{h-p} \dots (2)$

En divisant (2) par γ_0 nous obtenons :

$$\rho_h = \Phi_1 \rho_{h-1} + \Phi_2 \rho_{h-2} + \dots + \Phi_p \rho_{h-p} \dots (3)$$

Si nous réitérons l'équation (3) pour $h = 1, \dots, p$ nous obtenons le système de Yule-Walker suivant :

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \Phi_1 + \Phi_2 \rho_1 + \dots + \Phi_p \rho_{p-1} \\ \rho_2 &= \Phi_1 \rho_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_p \rho_{p-2} \\ &\vdots \\ \rho_p &= \Phi_1 \rho_{p-1} + \Phi_2 \rho_{p-2} + \dots + \Phi_p \end{aligned}$$

D'ou l'écriture matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \rho_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdot & \cdot & \rho_{p-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdot & \cdot & \rho_{p-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdot & \cdot & \rho_{p-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\ \rho_{p-1} & \rho_{p-2} & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Phi_p \end{pmatrix}$$

Donc estimer les paramètres du modèle $AR(p)$ revient à résoudre le système linéaire (ou matriciel) des p équations de Yule-Walker à p inconnues $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p$. En pratique les ρ_h sont remplacées par leurs estimateurs $\hat{\rho}_h$

IV.1.4.2-Fonction d'autocorrélation d'un MA (q)

La fonction d'autocovariance d'un processus $MA(q)$ est donnée par :

Considérons le modèle $MA(1)$ vérifiant l'équation suivante :

$$\gamma_h = \begin{cases} (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2)\sigma^2 & h = 0 \\ (-\theta_h + \theta_1\theta_{h+1} + \dots + \theta_{q-h}\theta_q)\sigma^2 & 0 < h \leq q \\ 0 & h > q \end{cases}$$

D'où la fonction d'autocorrélation :

$$\rho_h = \begin{cases} 1 & h = 0 \\ \frac{-\theta_h + \theta_1\theta_{h+1} + \dots + \theta_{q-h}\theta_q}{(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2)} & 0 < h \leq q \\ 0 & h > q \end{cases}$$

IV.1.4.3-Fonction d'autocorrélation d'un ARMA (p, q)

Afin de calculer les autocorrélations d'un modèle $ARMA$, on procède comme dans le cas des modèles AR . Nous obtenons

$$\rho_h = \sum_{i=1}^p \Phi_i \rho_{h-i} \quad \forall h > p$$

On constate que la fonction d'autocorrélation des processus $ARMA$ répond à la même équation aux différences que celle des processus AR .

IV.1.4.4-Fonction d'autocorrélation partielle d'un AR (p)

Les autocorrélations partielles du processus AR sont calculées à partir des équations de Yule-Walker . On utilise pour cela l'algorithme de Durbin (1960).

Pour un processus $AR(p)$ on a :

$$\Phi_{kk} = 0, \forall k > p.$$

En d'autres termes pour un processus $AR(p)$, les autocorrélations partielles s'annulent à partir du rang $(p+1)$.

IV.1.4.5-Fonction d'autocorrélation partielle d'un MA (q)

Afin de calculer les autocorrélations partielles d'un modèle MA , on utilise l'algorithme de Durbin.

La fonction d'autocorrélation d'un modèle MA n'a pas de propriété particulière et son expression est relativement compliquée. En effet pour un modèle $MA(1)$:

$$\rho_h = \begin{cases} 1 & h = 0 \\ -\frac{\theta}{1+\theta^2} & h = 1 \\ 0 & h \geq 2 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_{11} = \rho_1 = -\frac{\theta}{1+\theta^2} \\ \Phi_{22} = \frac{\rho_2 - \Phi_{11}\rho_1}{1 - \Phi_{11}\rho_1} = -\frac{\rho_1^2}{1 - \rho_1^2} \\ \Phi_{33} = \frac{\rho_3 - \Phi_{21}\rho_2 - \Phi_{22}\rho_1}{1 - \Phi_{21}\rho_1 - \Phi_{22}\rho_2} = -\frac{\Phi_{22}\rho_1}{1 - \Phi_{21}\rho_1} \end{array} \right.$$

Comme nous avons : $\Phi_{21} = \Phi_{11} - \Phi_{22}\Phi_{11} = \Phi_{11}(1 - \Phi_{22}) = \frac{\rho_1}{1 - \rho_1^2}$ alors

$$\Phi_{22} = -\frac{\theta^2(1 - \theta^2)}{1 - \theta^6}$$

$$\Phi_{33} = -\frac{\theta^3(1 - \theta^2)}{1 - \theta^8}$$

On peut par la suite poursuivre les calculs pour déterminer les autocorrélations partielles d'ordre supérieur, en exprimant les autocorrélations en fonction de θ pour obtenir une suite récurrente définie comme suit:

$$\Phi_{qq} = -\frac{\theta^q(1-\theta^2)}{1-\theta^{2(q+1)}}$$

Les valeurs de La fonction d'autocorrélation d'un modèle $MA(q)$ ne s'annulent pas lorsque $k > q$

IV.2-Modèle ARIMA

Un processus du second ordre $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ admet une représentation *ARIMA* (autorégressif moyenne mobile intègre) d'ordre p, d, q s'il est solution de l'équation aux différences stochastiques :

$$\Phi(B)\nabla^d X_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

où ε_t est un bruit blanc de variance σ^2

La relation précédente peut s'écrire également :

$$\Phi(B)(1-B)^d X_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

IV.3-Modèle SARIMA

Une série X_t suit un processus *SARIMA* processus autorégressif moyenne mobile intégré saisonnier (Seasonal Auto Regressive Integrated Moving Average) d'ordre $(p, d, q) (P, D, Q)_s$ si cette série a une saisonnalité de période s et qu'on peut écrire:

$$\Phi(B)\Phi_p(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D X_t = \theta(B)\theta_Q(B^s)\varepsilon_t$$

Avec

$$\Phi_p(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_p B^{ps} \text{ Polynôme autorégressif saisonnier}$$

$$\theta_Q(B^s) = 1 - \theta_1 B^s - \theta_2 B^{2s} - \dots - \theta_Q B^{Qs} \text{ Polynôme moyenne mobile saisonnier}$$

$\Phi(\cdot), \theta(\cdot)$ sont les polynômes autorégressifs et moyenne mobile ordinaires

IV.3-Modèle SARMA

Un processus stochastique $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ est dit processus autorégressif moyenne mobile intégré saisonnier pur d'ordre $(P, D, Q)_s$, s'il satisfait la forme suivante :

$$\Phi(B)\Phi_p(B^s)(1-B^s)^D X_t = \theta(B)\theta_q(B^s)\varepsilon_t$$

V. Séries non stationnaires

La modélisation ARMA repose sur un principe de stationnarité, or les séries chronologiques dans la pratique sont souvent non stationnaires (tendance, saisonnalité...), ce qui nous a conduit à leur appliquer certaines transformations pour les stationnariser.

V.1-Analyse de la saisonnalité

L'étude de la saisonnalité est faite avant tout traitement de la série chronologique. Le test de Fisher (l'analyse de la variance) permet de détecter l'existence d'une éventuelle saisonnalité dans une série.

Soient :

N : le nombre d'années.

P : le nombre d'observations dans l'année (périodicité), pour des données mensuelles P=12, trimestrielles P=4,...

x_{ij} : est la valeur de la série pour la $i^{\text{ème}}$ année et la $j^{\text{ème}}$ période

La procédure du test est la suivante :

✓ **Calcul de la somme totale des carrés S_T :**

$$S_T = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P (x_{ij} - x_{..})^2$$

Avec :

$x_{..}$: est la moyenne générale de la série sur les $N \times P$ observations.

$$x_{..} = \frac{1}{N \times P} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P x_{ij}$$

- ✓ **Calcul de la somme des carrés annuelle S_A :**

$$S_A = P \sum_{i=1}^N (x_{i.} - x_{..})^2$$

Avec $x_{i.} = \frac{1}{P} \sum_{j=1}^P x_{ij}$ est la moyenne de l'année i.

- ✓ **Calcul de la somme des carrés périodique S_P :**

$$S_P = N \sum_{j=1}^P (x_{.j} - x_{..})^2$$

Avec $x_{.j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{ij}$ est la moyenne de période j.

- ✓ **Calcul de la somme des carrés résiduelle S_R :**

$$S_R = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P (x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + x_{..})^2$$

- ✓ **Calcul des variances :**

• Variance annuelle : $VAR_A = \frac{S_A}{N-1}$

• Variance périodique : $VAR_P = \frac{S_P}{P-1}$

• Variance résiduelle : $VAR_R = \frac{S_R}{(P-1)(N-1)}$

• Variance totale : $VAR_T = \frac{S_T}{N(P-1)}$

✚ Le test de saisonnalité est construit à partir des hypothèses suivantes :

$$\begin{cases} H_0 : \text{Pas de saisonnalité} \\ H_1 : \text{Il existe une saisonnalité} \end{cases}$$

On calcule la valeur empirique de Fisher : $F_C = \frac{VAR_P}{VAR_R}$ que l'on compare à la valeur

tabulée de Fisher $F^\alpha(\nu_1, \nu_2)$.

Si $F_C > F^\alpha(P-1, (N-1) \times (P-1))$, alors on rejette l'hypothèse H_0 , la série est affectée d'une saisonnalité.

Le test de tendance est construit à partir des hypothèses suivantes :

$$\begin{cases} H_0 : \text{Pas de tendance} \\ H_1 : \text{Il existe une tendance} \end{cases}$$

On calcule la valeur empirique de Fisher $F_C^* = \frac{VAR_A}{VAR_R}$

Si $F_C^* > F^\alpha(N-1, (N-1) \times (P-1))$, on rejette l'hypothèse selon H_1 laquelle la série est affectée d'une tendance.

V.2-Analyse de la tendance

On distingue deux grandes classes de processus non stationnaires à savoir les processus TS et les processus DS.

V.2.1-Les processus TS

Un processus $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ est de type TS s'il peut s'écrire sous la forme :

$$X_t = f(t) + \xi_t$$

où $f(t)$ est une fonction déterministe du temps et ξ_t est un processus stationnaire.

Il est évident que le processus ne satisfait pas la définition de la stationnarité de second ordre. En effet on montre immédiatement que $E(X_t) = f(t) + \mu$ tq $\mu = E(\xi_t)$, dépend du temps ce qui viole la seconde condition de la définition d'un processus stationnaire.

Pour stationnariser ce processus, il suffit de retrancher $f(t)$ sa tendance déterministe.

V.2.2-Les processus DS

Un processus non stationnaire $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ est un processus DS (Differency Stationnary) d'ordre d , où d désigne l'ordre d'intégration, si le processus filtré défini par

$(1 - B)^d X_t$ est stationnaire. On dit aussi que $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ est un processus intégré d'ordre d , noté $I(d)$.

V.3-Tests de racine unitaire :

La représentation graphique de la série peut nous indiquer que la série n'est pas stationnaire, mais elle ne nous permet pas de discriminer entre les deux types de non stationnarité (DS ou TS)

Un test de non stationnarité largement utilisé et répondu est le test de racine unitaire proposé par DICKEY et FULLER en 1979. L'hypothèse nulle du test est la présence de racine unitaire, soit la non stationnarité de type stochastique.

V.3.1 Test de Dickey-Fuller augmenté (ADF)

V.3.1- Test de Dickey-Fuller simple (DF)

La pratique des tests repose sur la modélisation d'une série chronologique par un processus AR (1).

Trois modèles de base pour la série X_t ont été proposés par Dickey et Fuller.

- ✓ Modèle (1) : modèle sans constante ni tendance déterministe

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t$$

- ✓ Modèle (2) : modèle avec constante sans tendance déterministe

$$X_t = c + \rho X_{t-1} + \varepsilon_t$$

- ✓ Modèle (3) : modèle avec constante et tendance déterministe

$$X_t = c + bt + \rho X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Dans chacun des trois modèles on suppose que ε_t est bruit blanc.

Le but de ce test est de tester l'hypothèse nulle de racine unitaire contre l'hypothèse d'absence de racine unitaire :

$$\begin{cases} H_0 : \rho = 1 \\ H_1 : |\rho| < 1 \end{cases}$$

En pratique, on estime les modèles sous la forme suivante :

➤ Modèle (1') : $\Delta X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t$

➤ Modèle (2') : $\Delta X_t = c + \phi X_{t-1} + \varepsilon_t$

➤ Modèle (3') : $\Delta X_t = c + bt + \phi X_{t-1} + \varepsilon_t$

Avec pour chaque modèle $\phi = \rho - 1$ et ε_t est un bruit blanc.

On test alors l'hypothèse nulle $\phi = 0$ (non stationnarité) contre l'hypothèse $\phi < 0$ (stationnarité).

V.3.2 Test de Dickey-Fuller augmenté (ADF)

Le test de Dickey-Fuller simple a été étendu au cas où l'erreur suit un processus AR(p) par Dickey-Fuller (1981), puis au cas où l'erreur suit un processus ARMA(p,q) par Said et Dickey (1984, 1985).

Tout comme dans le cas du test de Dickey-Fuller simple, trois modèles sont distingués :

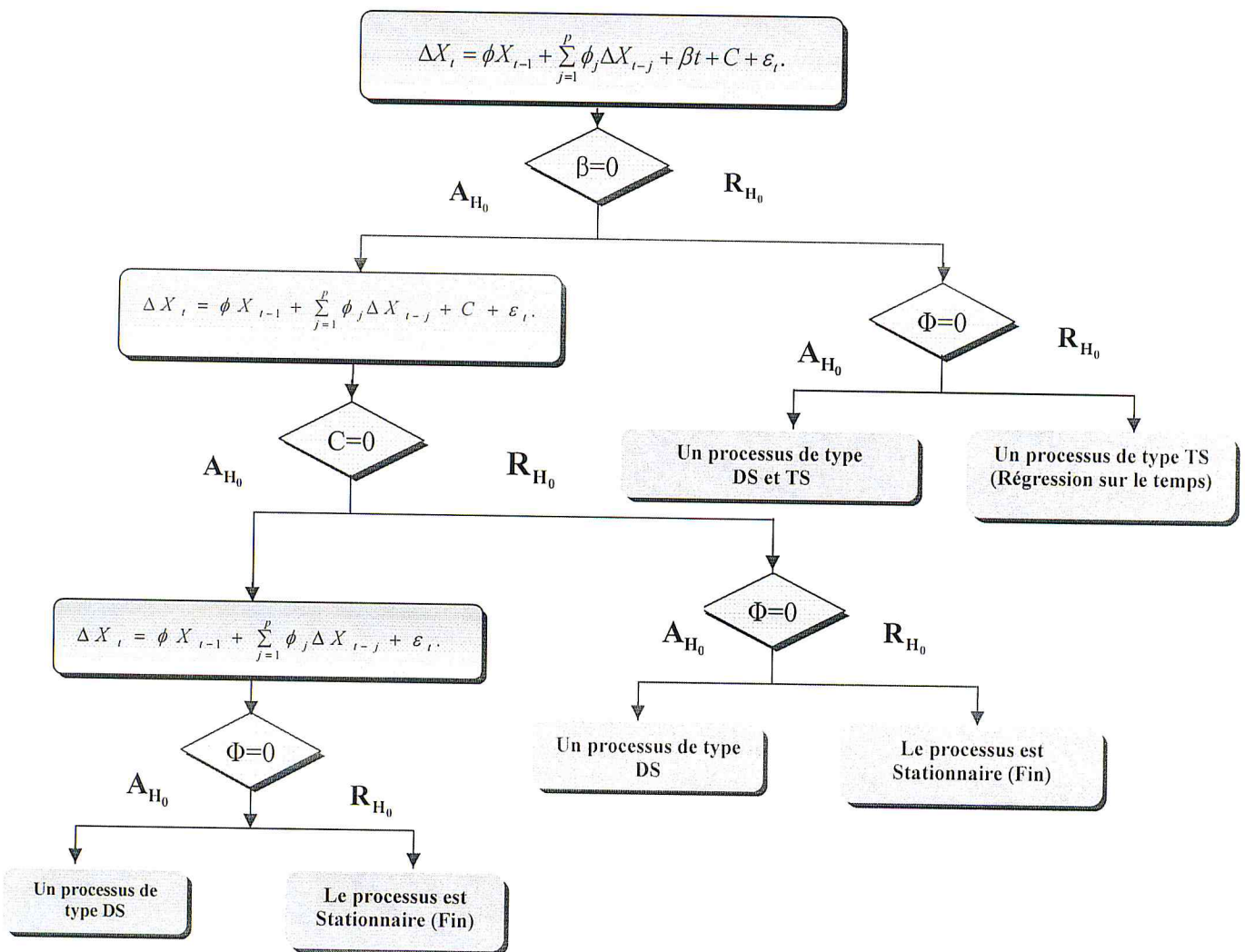
$$\text{Modèle (4')} : \Delta X_t = \phi X_{t-1} + \sum_{j=1}^p \phi_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$\text{Modèle (5')} : \Delta X_t = c + \phi X_{t-1} + \sum_{j=1}^p \phi_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$\text{Modèle (6')} : \Delta X_t = c + bt + \phi X_{t-1} + \sum_{j=1}^p \phi_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$$

L'application du test ADF nécessite au préalable de choisir le nombre de retards p à introduire de sorte à blanchir les résidus. Plusieurs méthodes sont possibles pour effectuer ce choix. Une méthode largement utilisée en pratique est celle qui minimise les critères d'information (Akaike, Schwartz, Hannan, Quinn, ...).

V.3.3 -Algorithme de Dickey-Fuller augmenté



Telle que :

A_{H_0} : accepter l'hypothèse nulle H_0 .

R_{H_0} : rejeter l'hypothèse nulle H_0 .

Méthode De Box-Jenkins

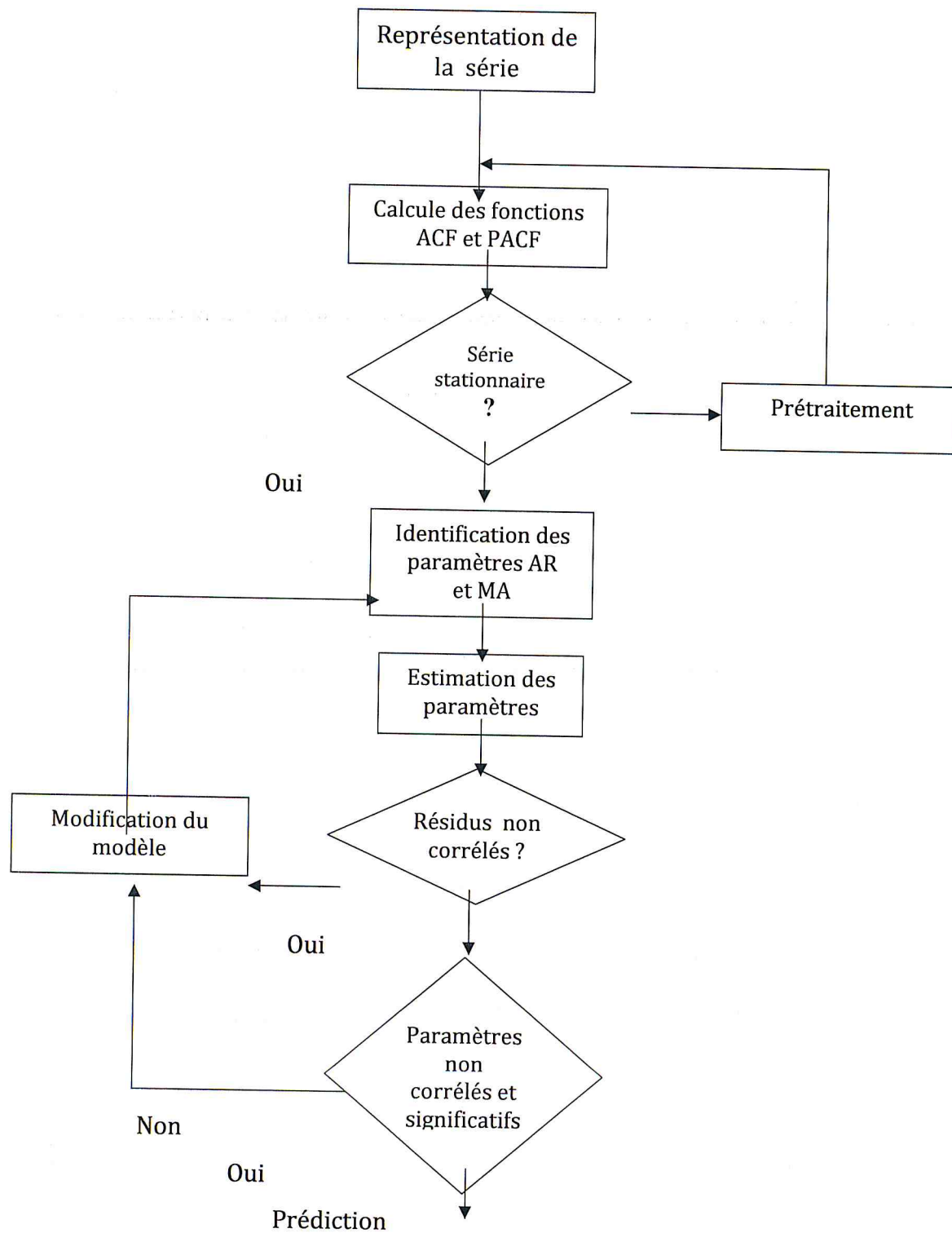
I. Introduction :

La méthode de Box et Jenkins (1970) consiste à étudier des séries chronologiques à partir de leurs caractéristiques. Elle permet, en plusieurs étapes, de trouver un modèle **ARMA** susceptible de représenter une série chronologique; elle n'est en fait que l'application de la méthode scientifique afin d'obtenir un modèle de la réalité (que constitue la série chronologique). Une fois le modèle **ARMA** est connu, on peut déterminer mécaniquement les prévisions.

Il apparaît que la méthode, simple dans son principe de base, est complexe dans sa mise en œuvre. Cette méthode peut jouer un rôle intermédiaire entre les modèles élémentaires (méthodes de décomposition et de lissage exponentiel) et les méthodes les plus complexes (modèles économétriques).

on distingue trois phases:

- Le choix du modèle (spécification ou identification).
- L'ajustement du modèle (estimation).
- La validation du modèle (adéquation)



- Méthodologie Box et Jenkins -

I. Algorithme de Box-Jenkins :

L'algorithme de Box-Jenkins vise à formuler un modèle permettant de représenter une série. Son idée principale est le concept de parcimonie, ou de la minimisation du nombre de paramètres. En pratique, ces derniers étant inconnus, ils sont donc remplacés par

leurs valeurs estimées plus il y a de paramètres, plus nombreuses sont les chances de se tromper. Il s'agit de procéder en quatre étapes :

1. Transformer les données de manière à ce que l'hypothèse de stationnarité faible soit raisonnable.
2. Etablir une hypothèse initiale concernant les ordres des polynômes du modèle.
3. Estimer les paramètres du modèle.
4. Etablir une analyse de diagnostic qui confirme que le modèle est valable, sinon revenir à l'étape 2.

II .Comment rendre une série stationnaire :

Si la série n'est pas stationnaire – c'est à dire si la moyenne de la série varie sur le court terme ou que la variabilité de la série est plus élevée sur certaines périodes que sur d'autres – il convient de transformer la série pour obtenir une série stationnaire , beaucoup de techniques de transformation existent , on présente dans ce que suit les plus utilisées:

- La transformation la plus courante est la **différenciation** de la série, opération où chaque valeur de la série est remplacée par la différence entre cette valeur et celle qui la précède :
 - L'opérateur ∇ où $(\nabla = 1 - B)$ permet d'éliminer la tendance de la série.
 - L'opérateur de désaisonnalisation ∇_s où $(\nabla_s = 1 - B^s)$ permet d'éliminer la saisonnalité de période s .
- **Transformation logarithmique** ou bien **racine carrée** peuvent être utilisées en situation d'hétéroscédasticité, où la variance de la série n'est pas constante . $Y_t = \ln Y_t$ où Y_t est la donnée brute .

III .La spécification du modèle (identification) :

Une fois obtenue la stationnarité de la série, l'étape suivante consiste à analyser le graphe de la fonction d'autocorrélation (FAC) et celui de la fonction d'autocorrélation partielle (FAP) afin de déterminer les paramètres (p,d,q) du modèle.

Le paramètre d est fixé par le nombre de différenciations effectuées pour rendre la série stationnaire, en règle générale une différenciation suffit : $d \in \{0, 1, 2\}$.

Une fois ce paramètre fixé, il convient de spécifier l'ordre p du processus auto-régressif et q celui de la moyenne mobile.

Les **corrélogrammes**, graphes de la fonction d'autocorrélation et de la fonction d'autocorrélation partielle permettent selon leurs aspects d'identifier correctement les paramètres p et q dont les valeurs n'excèdent pas deux en règle générale :

$$p \in \{0, 1, 2\} \text{ et } q \in \{0, 1, 2\}$$

L'interprétation des corrélogrammes pour la spécification des processus AR et MA est généralement gouvernée par les règles suivantes :

- Les processus autorégressifs d'ordre p , $AR(p)$ présentent une fonction d'autocorrélation dont les valeurs décroissent exponentiellement avec des alternances possibles de valeurs positives et négatives ; leur fonction d'autocorrélation partielle présente exactement p pics aux p premières valeurs du corrélogramme d'autocorrélation partielle.
- Les processus de moyenne mobile d'ordre q , $MA(q)$, présentent exactement q pics aux q premières valeurs du corrélogramme de la fonction d'autocorrélation et des valeurs exponentiellement décroissantes de la fonction d'autocorrélation partielle.
- Si la fonction d'autocorrélation décroît trop lentement, on conseille de différencier la série avant l'identification du modèle.
- Les processus mixtes de type $ARMA$ peuvent présenter des graphes d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle plus complexes à interpréter et nécessiter plusieurs itérations de type identification-estimation-diagnostic (validation).

Il est possible de proposer plusieurs valeurs pour p et q . Une fois le modèle identifié, nous estimons les paramètres des polynômes AR et MA . Nous passe à l'estimation des paramètres qui est la phase la plus importante pour la construction de celui-ci.

IV. Estimation des paramètres :

Il existe plusieurs méthodes d'estimation des Paramètres $\varphi_j, 1 \leq j \leq p$, et $\theta_i, 1 \leq i \leq q$, σ^2 (technique des moindres carrés MCO, l'approche du maximum de vraisemblance (MV), Yule-Walker).

La méthode la plus répandue, est celle du maximum de vraisemblance (MV). Cette méthode repose sur l'hypothèse de normalité des résidus ($\varepsilon \xrightarrow{iid} \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$)

Le logarithme de vraisemblance d'un processus $ARMA(p, q)$ est donnée par :

$$\ln L_n = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(2\sigma_\varepsilon^2) - \frac{1}{2} \ln(\det(Z'Z)) - \frac{S(\phi, \theta)}{2\sigma_\varepsilon^2}$$

Z est une matrice de taille $(p+q+n; p+q)$ qui dépend des paramètres

$$i (i = 1, \dots, p) \text{ et } j (j = 1, \dots, q). \quad \text{et} \quad S(\phi, \theta) = \sum_{t=0}^n (E(\varepsilon_t))^2.$$

En maximisant cette fonction, on déduit les estimateurs $\tilde{\varphi}_j, j = 1 \dots p$, $\tilde{\theta}_i, i = 1 \dots q$, $\tilde{\sigma}_\varepsilon^2$

V. Validation :

La validation du modèle se réfère à divers tests statistiques de spécification pour vérifier si le modèle est fiable c'est-à-dire qu'il ne peut être mis à défaut.

Ces tests statistiques consistent à tester que les résidus du modèle estimé ne suivent pas exactement le bruit blanc mais s'en rapprochent.

V -1. Test concernant les paramètres :

Afin que le modèle soit valide, il faut que tous les coefficients soient significativement différents de zéro (leurs probabilités critiques soient inférieures à 0.05). Pour vérifier cela, on applique le test de Student: si un coefficient n'est pas significativement différent de zéro. On envisage une nouvelle spécification du modèle en supprimant l'ordre AR et MA qui n'est pas valide et on vérifie à chaque fois les conditions de stationnarité et d'inversibilité.

V -2. Tests sur les résidus :

L'objectif de ces tests est de vérifier que les résidus estimés se comportent comme un processus bruit blanc.

a) Test de nullité de la moyenne :

$$\text{Soit } \begin{cases} E(\varepsilon_i) = m \\ \text{var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 \end{cases} \quad \text{et } \bar{\varepsilon} : \text{la moyenne calculée des résidus}$$

L'hypothèse à tester est : $H_0 : "m = 0"$ contre $H_1 : "m \neq 0"$

Pour n suffisamment grand $\bar{\varepsilon} \longrightarrow N(m, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ ce qui implique que :

$$\frac{\bar{\varepsilon} - m}{\sigma} \sqrt{n-1} \longrightarrow N(0,1)$$

Et comme σ est inconnue, on l'estime par $\hat{\sigma}$:

$$\text{D'où : } \frac{\bar{\varepsilon} - m}{\hat{\sigma}} \sqrt{n-1} \longrightarrow t_{n-1}$$

On accepte l'hypothèse H_0 au seuil $\alpha = 5\%$ si : $U = \left| \frac{\bar{\varepsilon}}{\hat{\sigma} / \sqrt{n-1}} \right| \leq t_{n-1}^{5\%}$

b) Test des points de retournement :

Le principe de ce test est d'accepter l'hypothèse que les $(\varepsilon_i)_i$ (les résidus du modèle) forment un bruit blanc si $U < 1.96$, au seuil $\alpha = 0.05$.

Nous dirons que la suite des données $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ présente un point de retournement à

$$\text{la date } i, \text{ si } \begin{cases} \varepsilon_i < \varepsilon_{i+1} > \varepsilon_{i+2} \\ \varepsilon_i > \varepsilon_{i+1} < \varepsilon_{i+2} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n-2$$

Soit la variable aléatoire $X_i = \begin{cases} 1 & \text{si c'est un point de retournement} \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$

La variable X_i suit la loi de Bernoulli de paramètre $p = 2/3$

Le nombre total des points de retournement est $p = \sum_{i=1}^{n-2} x_i$

$$\text{Nous avons : } E(p) = \sum_{i=1}^{n-2} E(x_i) = \frac{2(n-2)}{3}$$

$$E(p^2) = \left[E\left(\sum_{i=1}^{n-2} x_i\right)^2 \right] = \frac{40n^2 - 144n + 131}{90} \quad \text{Donc } \text{Var}(p) = \frac{16n - 29}{90}$$

Sous l'hypothèse que les $(\varepsilon_i)_i$ forment une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées.

$$\text{La statistique } U = \frac{|p - E(p)|}{\sqrt{\text{Var}(p)}} \quad U \rightarrow N(0,1)$$

(pour n (nombre d'observations) > 30).

c) Test de Box Ljung :

Les hypothèses : nulle et alternative du test sont les suivantes :

H_0 : " Les résidus forment un bruit blanc " ou bien H_0 : « $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$ »

Contre H_1 : " les résidus ne forment pas un bruit blanc ".

Ce test est basé sur la statistique définie par :

$$Q = n(n+2) \sum_{j=1}^K \frac{\rho_j^2(\varepsilon)}{n-K}$$

où : n : la taille de la série

k : l'écart entre les résidus

$\rho_j^2(\varepsilon)$: L'autocorrélation empirique d'écart K entre les résidus.

Avec Q suit asymptotiquement une loi Khi-deux à $k - p - q$ degré de Liberté

Ce test concerne les k premières autocorrélations, où k est égale au quart de la taille de

la série $k = \frac{n}{4}$.

Si tous les pics sont dans la bande de confiance de plus la probabilité de significativité est supérieure à 0.05 alors les résidus forment un bruit blanc.

Il suffit de comparer la valeur de Q calculée à la valeur $\chi^2_{(K-p-q)}$ lue dans la table.

- Règle de décision

Si $Q < \chi^2_{(K-p-q)}$, nous acceptons l'hypothèse H_0 (que les résidus, forment un bruit blanc) et donc le modèle est valide au seuil α , Sinon les résidus ne forment pas un bruit blanc et le modèle est inadéquat.

d) Test de normalité :

Le test de Jarque & Bera (1984) peut s'appliquer pour tester la normalité des résidus.

Ce dernier est fondé sur la notion de Skewness (l'asymétrie de la distribution, moment d'ordre 3) et de Kurtosis (l'aplatissement qui se traduit en particulier par une épaisseur des queues de distribution, moment d'ordre 4). Soit μ_k le moment empirique d'ordre k du processus

$$\mu_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\hat{\varepsilon}_t - \bar{\varepsilon} \right)^k \quad N : \text{le nombre d'observations}$$

• Test de Skewness et de Kurtosis

La Skewness est une mesure de l'asymétrie de la distribution de la série autour de sa moyenne. Le coefficient de Skewness (β_1) est défini par :

$$(\beta_1)^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \xrightarrow[T \rightarrow \infty]{\wp} N\left(0, \sqrt{\frac{6}{N}}\right) \quad N : \text{le nombre d'observations}$$

La Kurtosis mesure le caractère pointu ou plat de la distribution de la série. Le coefficient de Kurtosis (β_2) est défini par :

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \xrightarrow[T \rightarrow \infty]{\wp} N\left(3, \sqrt{\frac{24}{N}}\right)$$

La statistique du test :

$$\gamma_1 = \frac{(\beta_1)^{1/2} - 0}{\sqrt{\frac{6}{N}}} \xrightarrow[T \rightarrow \infty]{\wp} N(0,1) \quad \text{et} \quad \gamma_2 = \frac{\beta_2 - 3}{\sqrt{\frac{24}{N}}} \xrightarrow[T \rightarrow \infty]{\wp} N(0,1)$$

➤ Les hypothèses :

$H_0 : \gamma_1 = 0$ (absence d'asymétrie) et $\gamma_2 = 0$ (aplatissement normal).

➤ La règle de décision :

$$\begin{cases} \text{si } \gamma_1 < 1.96 \text{ et } \gamma_2 < 1.96 \Rightarrow \text{(on accepte l'hypothèse de normalité)} \\ \text{si non on rejette l'hypothèse de normalité} \end{cases}$$

• Test de Jarque-Bera :

La statistique de Jarque-Bera est une statistique de test pour examiner si la série est normalement distribuée. La statistique mesure la différence de la skewness et de la Kurtosis de la série avec ceux de la distribution normale. La statistique est calculée comme suit :

$$JB = S = \frac{N}{6} \beta_1 + \frac{N}{24} (\beta_2 - 3)^2 \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{\varphi} \chi^2(2)$$

où β_1 est la skewness, β_2 est la Kurtosis. Sous l'hypothèse nulle d'une distribution normale, la statistique de Jarque-Bera suit asymptotiquement une loi de χ^2 à deux degrés de liberté ; aussi, si $JB \geq \chi_{1-\alpha}^2(2)$ nous rejetons l'hypothèse H_0 de normalité des résidus au seuil α .

La probabilité associée à cette statistique est la probabilité que la statistique de Jarque-Bera dépasse (en valeur absolue) la valeur observée.

e) Test d'indépendance de Von-Neumann :

C'est un test valide dans le cas où les résidus sont gaussiens, sous les hypothèses :

H_0 : « les résidus sont indépendants et identiquement distribués » contre

H_1 : « au moins deux observations successives tendent à être corrélées »

Il est fondé sur les deux estimateurs suivants :

$$D^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i)^2, \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2$$

$$E\left(\frac{D^2}{2S^2}\right) = 1 \quad \text{var}\left(\frac{D^2}{2S^2}\right) = \frac{n-2}{n^2-1}$$

La statistique utilisée est : $U = \frac{\left(\frac{D^2}{2S^2}\right) - 1}{\sqrt{\frac{n-2}{n^2-1}}}$ asymptotiquement suit une $N(0,1)$

Si $|U| < U_\alpha = 1.96$ avec $\alpha = 0.05$ on accepte H_0 .

f) Test de Durbin-Watson :

Le test de Durbin et Watson (1951) permet de détecter l'autocorrélation des résidus pour un ordre 1 (corrélation entre ε_t et ε_{t-1}) sous la forme :

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + v_t \quad \text{Où } v_t \rightarrow N(0; \sigma_v^2) \quad \text{on teste :}$$

H_0 : « $\rho = 0$ » (absence d'autocorrélation à l'ordre 1 des résidus) contre

H_1 : « $\rho \neq 0$ » (présence d'autocorrélation à l'ordre 1 des résidus).

La statistique de Durbin et Watson, notée DW est donnée par :

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2}$$

où $\hat{\varepsilon}_t$: l'estimateur des résidus du model.

g) Test de l'effet ARCH (autorégressive conditionnellement hétéroscedastiques) :

On utilise ce test lorsque les résidus ne sont pas gaussien et que la Kurtosis est relativement grande.

Pour le faire on utilise les corrélogrammes des carrés des résidus. Si les premiers termes sont significativement différents de zéro, on déduit qu'il y a effet ARCH. Ceci est confirmé par la statistique du multiplicateur de Lagrange $LM = nR^2$ où n est le nombre d'observation, servant au calcul de la régression.

R^2 : le coefficient de détermination.

Soit une spécification de type ARCH pour les erreurs ε_t , tel que :

$$\varepsilon_t = u_t h_t \quad t = 1, 2, \dots$$

où les u_i sont des variables aléatoires indépendants identiquement distribuées.

$$h_i^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{i-i}^2$$

Soit l'hypothèse

$$H_0 : \langle \langle \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0 \rangle \rangle \text{ contre } H_1 : \langle \langle \exists i, i = \overline{1, p}, \alpha_i \neq 0 \rangle \rangle.$$

- Si $LM < \chi_p^2$ on accepte H_0 . Il n'existe pas d'effet ARCH. (les résidus sont homoscedastiques)
- Si $LM > \chi_p^2$ on rejette H_0 . (les résidus sont hétéroscedastiques).

V. Choix du modèle optimal

On fait appel à des critères standards et d'informations afin de choisir le modèle optimal parmi tous les modèles repérés :

- **Les critères standards**

Ils sont fondés sur le calcul de l'erreur de prévision que l'on cherche à minimiser.

- ✓ Erreur absolue moyenne :

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_i |\hat{\varepsilon}_i|$$

- ✓ Racine de l'erreur quadratique moyenne :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i \hat{\varepsilon}_i^2}$$

- ✓ Ecart absolu moyen en pourcentage :

$$MAPE = 100 \cdot \frac{1}{N} \sum_i \left| \frac{\hat{\varepsilon}_i}{X_i} \right|$$

où N est le nombre d'observation de la série X_t étudiée et $\hat{\varepsilon}_i$ désigne les résidus estimés. Plus la valeur de ces critères est faible plus le modèle estimé est proche des observations.

- Les critères d'informations :
- Le critère AIC introduit par Akaike :

$$AIC(p, q) = \log[\hat{\sigma}^2] + \frac{2(p+q)}{N}$$

Avec $\hat{\sigma}^2$: estimateur de la variance des observations.

n : le nombre d'observations disponibles. (Chaque retard entraîne la perte d'une observation).

- Le critère BIC de Schwartz :

$$BIC(p, q) = \log[\hat{\sigma}^2] + (p+q) \frac{\log N}{N}$$

Le modèle optimal est celui qui minimise ces deux critères.

Si les deux critères donnent des résultats proches ou contradictoires, il faut les comparer à un troisième critère par exemple principe de parcimonie.

VI. Prédiction

Durant la phase d'identification du processus ARMA, nous avons appliqués plusieurs transformations sur la série brute (ajustement, différenciation et désaisonnalisation) donc il est nécessaire lors de la phase de prédiction de les prendre en compte.

- Pour un processus ARMA :

L'objectif de la modélisation de Box et Jenkins est la prédiction de futures valeurs de la série chronologique.

Soit un processus ARMA (p, q) qui s'écrit sous la forme suivante :

$$X_t = \Phi_1 X_{t-1} + \dots + \Phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Avec $(\Phi_p, \theta_q) \in \mathbb{R}^{2*}$ et $\varepsilon_t \sim BB(0, \sigma^2)$.

Sous l'hypothèse de stationnarité et d'inversibilité du processus X_t , la décomposition de Wold nous donne:

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j} \quad \text{Avec } \psi_0 = 1$$

La meilleur prédiction que l'on peut faire de X_{t+1} est donnée par :

$$\begin{aligned}\hat{X}_t(1) &= E(X_{t+1} / X_t, X_{t-1}, \dots, X_0) \\ &= E(X_{t+1} / \varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_0) \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j+1}\end{aligned}$$

L'erreur de prévision est donnée par la réalisation en $t+1$:

$$\varepsilon_{t+1} = X_{t+1} - \hat{X}_t(1)$$

Généralement, une prévision à un horizon k est donnée sous la forme :

$$\hat{X}_t(k) = \sum_{j=k}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j+k}$$

$$X_{t+k} - \hat{X}_t(k) = \sum_{j=0}^{k-1} \psi_j \varepsilon_{t-j+k}$$

-Intervalle de confiance pour la prévision :

Sous l'hypothèse de normalité des résidus on a : $\frac{X_{t+k} - \hat{X}_t(k)}{\text{Var}[X_{t+k} - \hat{X}_t(k)]^{1/2}}$ converge en loi

vers la loi normale $N(0,1)$ et :

$$E((X_{t+k} - \hat{X}_t(k))^2) = \sum_{j=0}^{k-1} \psi_j^2 \sigma_\varepsilon^2$$

L'intervalle de confiance au seuil α noté $IC(\alpha)$ est défini comme suit :

$$IC(\alpha) = \left[\hat{X}_t(k) \pm t^{\alpha/2} \left(\sum_{j=0}^{k-1} \psi_j^2 \right)^{1/2} \hat{\sigma}_\varepsilon \right]$$

Les Réseaux De Neurones (R.N.A)

I.Introduction

Les Réseaux de Neurones Artificiels sont considérés comme des approches très intéressantes dans le domaine de l'Intelligence Artificielle. Ils sont connus par leur puissance d'apprentissage et généralisation.

Les Réseaux de Neurones Artificiels sont appliqués dans les reconnaissances des formes et des images, comme dans l'approximation et optimisation des fonctions. Dans ce chapitre, un aperçu général est donné sur la notion de Réseaux de Neurones Artificiels, en passant par la définition, la structure et le fonctionnement. Les différents types de réseaux de Neurones Artificiels(RNA).

II.Historique

Les premières tentatives de modélisation du cerveau sont anciennes et précèdent même l'informatique, voici quelques dates qui ont marqué l'histoire du domaine connexionniste :

- **McCulloch & Pitts [1943] :**

Ceux sont les premiers à montrer que des réseaux de neurones formels .

- **D. Hebb [1949] :**

Hebb a présenté dans son ouvrage « The Organization of Behavior » une règle d'apprentissage. De nombreux modèles de réseaux aujourd'hui s'inspirent encore de la règle de Hebb.

- **Frank Rosenblatt [1957]**

Le premier succès est apparu en 1957 quand Frank Rosenblatt a inventé le premier modèle artificiel nommé « le Perceptron ».

- **B. Widrow et Hoff [1960] :**

L'année 1960 a été marquée par la création d'un modèle ressemblant à celui de Rosenblatt mais dont la loi d'apprentissage est différente.

- **Hopfield [1982] :**

Ils ont proposés le modèle dit Modèle des verres de spins. Hopfield fixe préalablement le comportement à atteindre pour son modèle et construit à partir de là, la structure et la loi d'apprentissage correspondant au résultat escompté. Ce modèle est aujourd'hui encore *très utilisé pour des problèmes d'optimisation*.

- **Boltzmann [1983] :**

Un avancement considérable fut reconnu et beaucoup de modèles ont été mis au point , dont on peut citer : La Machine de Boltzmann en 1983,
Et L'algorithme de Rétropropagation du gradient en 1985.

III. NEURONE BIOLOGIQUE

Les neurones reçoivent des signaux (impulsions électriques) par les dendrites et envoient l'information par les axones.

Les contacts entre deux neurones (entre axone et dendrite) se font par l'intermédiaire des synapses.

Les signaux n'opèrent pas de manière linéaire .

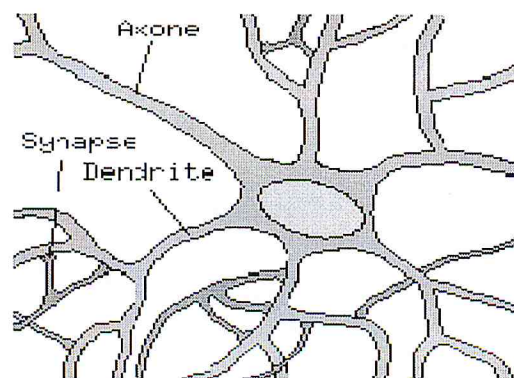


Figure III.1 Le neurone biologique et le cerveau humain

IV. LES RESEAUX DE NEURONES

IV.1 Définitions

Dès leur apparition, les Réseaux de Neurones Artificiels ont été appliqués à plusieurs domaines. Quelque soit le domaine adopté, les Réseaux de Neurones Artificiels peuvent être définis comme suit :

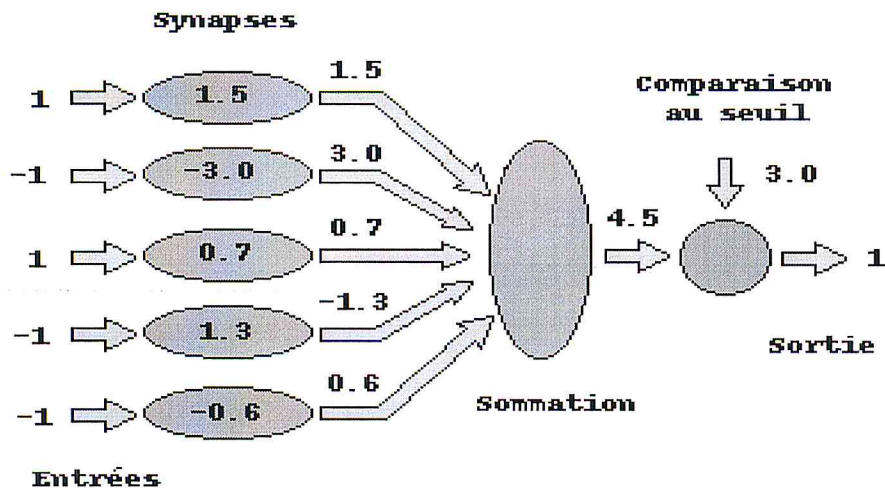
Définition 1: Les Réseaux de Neurones Artificiels sont des réseaux fortement connectés de processeurs élémentaires, fonctionnant en parallèle. Chaque processeur calcule une sortie unique sur la base des informations qu'il reçoit, toute structure hiérarchique de réseaux est évidemment un réseau .

Définition 2: Les Réseaux de Neurones Artificiels sont des modèles statistiques adaptatifs, basés sur une analogie avec le cerveau humain. Leur adaptabilité revient du fait qu'ils peuvent apprendre à estimer les paramètres (les poids) d'un ensemble de données en utilisant un nombre d'exemples. Dans sa structure de base, un Réseau de Neurones Artificiels est constitué d'un ensemble d'unités simples qui sont les neurones.

V. Neurone Formel

Principes :

- pas de notion temporelle
- coefficient synaptique : poids
- sommation des signaux arrivant au neurone
- sortie obtenue après application d'une fonction de transfert

EXEMPLE :**VI. APPRENTISSAGE**

La notion d'apprentissage est claire et intuitive pour les humains ou les animaux : c'est une procédure cognitive qui doit faire en sorte que l'individu réalise de manière autonome une tâche donnée, typiquement à partir d'exemples.

VI.1. Définitions

L'apprentissage est une phase de développement d'un réseau de neurones durant laquelle une modification du comportement du réseau se fait jusqu'à l'obtention d'un comportement désiré.

L'apprentissage neuronal fait appel à des exemples de comportement.

Durant cette phase les poids synaptiques seront modifiés, donc d'une manière plus simple, on peut dire que l'apprentissage est une action de mise à jour des poids des connexions dans le but d'atteindre la sortie du réseau pour les exemples présentés en entrée.

VI.2. Type d'apprentissage

Au niveau des algorithmes d'apprentissage, il existe trois types selon l'intervention ou non d'un superviseur:

- **L'apprentissage supervisé :**

Les poids sont évalués en minimisant l'erreur (entre sortie souhaitée et sortie obtenue) sur une base d'apprentissage.

Si $y = (y_1, \dots, y_n)$ est la sortie désirée et $\hat{y} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)$ la sortie estimée.

Les poids seront actualisés si l'erreur quadratique n'est pas minimale.

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

- **L'apprentissage semi- supervisé :**

Cet apprentissage est identique au précédent dans la mesure où il se base sur la présence d'une sortie binaire.

- **L'apprentissage non supervisé :**

On ne dispose pas de base d'apprentissage.

L'apprentissage repose alors sur un «critère interne » de conformité du comportement du réseau par rapport à des spécifications générales et non sur des observations.

VI.3. Règles d'apprentissage

L'apprentissage d'un Réseau de Neurones Artificiels se base sur des règles d'apprentissage. Nous citons ci-après les règles les plus répandues :

- **La règle de Hebb**, vue dans le livre « *Organisation of Behavior* » en 1949. Elle permet de modifier la valeur des poids en fonction de l'activité des unités qui les relie.

EXEMPLE :

$a_i = -1$	$a_i = 1$		
$a_j = -1$	$\Delta W_{ji} = R$	$\Delta W_{ji} = -R$	
$a_j = 1$	$\Delta W_{ji} = -R$	$\Delta W_{ji} = R$	



$$\Delta W_{ji} = R a_i a_j$$

- **La règle delta** calcule la différence entre la valeur de la sortie et la valeur désirée pour ajuster les poids de la manière suivante

$$\Delta W_{ij}^t = \varepsilon \delta_j a_i + \alpha W_{ij}^{t-1}$$

- La force d'apprentissage ε ou taux d'apprentissage
- Le momentum α
- Gradient local δ
- Cumulative Delta-Rule αW_{ij}^{t-1}

• La règle de correction d'erreurs qui est caractérisée par les étapes suivantes :

1. On commence avec des valeurs des poids de connexions qui sont pris au hasard.
2. On introduit un vecteur d'entrée de l'ensemble des échantillons pour l'apprentissage.
3. Si la sortie ou la réponse n'est pas correcte, on modifie toutes les poids pour atteindre la bonne réponse.

$$\Delta W_{ji} = R a_i (a_j - W_{ji})$$

• La règle de rétro-propagation inventée par Rumelhart, Hinton et Williams en 1986.

Elle s'utilise pour ajuster les poids de la couche d'entrée à la couche cachée. Cette règle peut aussi être considérée comme une généralisation de la règle delta pour des fonctions d'activation non linéaire et pour des réseaux multicouches.

Backprop

$$\Delta W_{ij} = -u \frac{\partial E}{\partial W_{ij}}$$

Rprop

$$\Delta W_{ij} = -\text{sign}\left(\frac{\partial E}{\partial W_{ij}}\right) \Delta_{ij}$$

VII. Architecture des réseaux de neurones

On distingue deux structures de réseau, en fonction du graphe de leurs connexions, c'est-à-dire du graphe dont les nœuds sont les neurones et les arêtes les «connexions» entre ceux-ci :

1. Les réseaux de neurones **statiques** (ou acycliques, ou **non bouclés**).
2. Les réseaux de neurones **dynamiques** (ou récurrents, ou **bouclés**).

VII.1. Réseaux de neurones bouclés

Un réseau dynamique ou récurrent possède la même structure qu'un réseau multicouche muni de rétroactions.

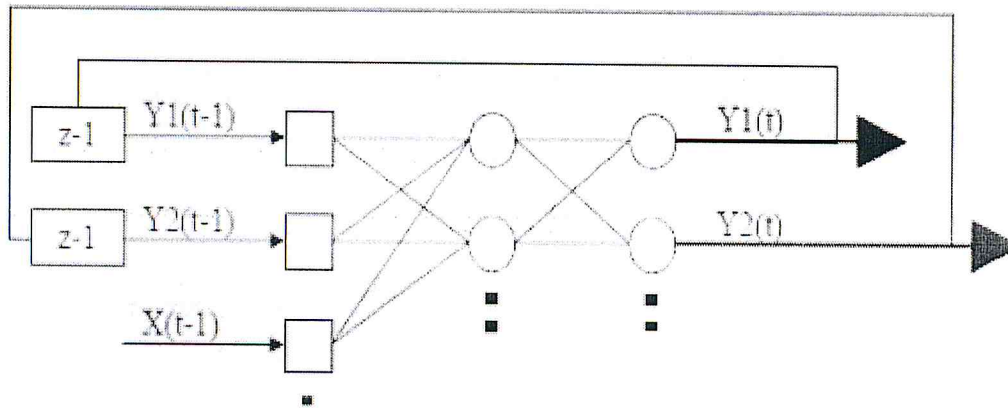


Figure III.2 : Réseau de neurone bouclé

VII.2. Réseaux de neurones non bouclées

Dans ce type de structure dite 'feedforward', la propagation de l'information se fait uniquement de l'entrée vers la sortie. Les neurones de la même couche peuvent se connecter uniquement avec les neurones de la couche suivante. L'architecture la plus utilisée est le perceptron multicouche. Les neurones composant ce réseau s'organisent en N couches successives ($N \geq 3$).

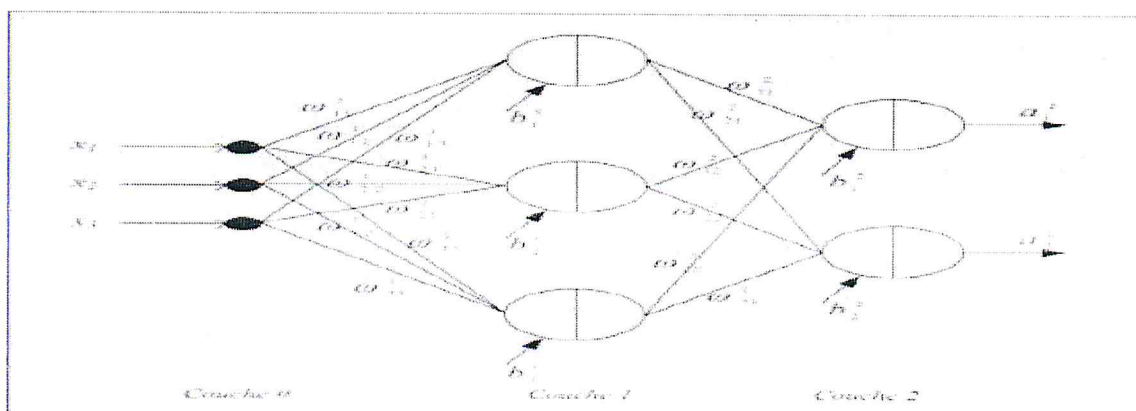


Figure III.3 : Perceptron à une couche cachée.

Le perceptron multicouche présente une alternative prometteuse pour la modélisation des systèmes complexes. Avec une seule couche cachée, il constitue un approximateur universel.

VIII. Les fonctions d'activation :

La fonction d'activation est une transformation linéaire ou non linéaire, elle permet la liaison entre la sortie et son entrée. Vu la variété des modèles de Réseaux de Neurones Artificiels, différentes fonctions ont été proposées, parmi lesquelles on peut citer :

Le tableau suivant illustre quelques importantes fonctions d'activation :

Fonction D'activation	Formule	Dérivation	Commentaire
Sigmoïde	$a = f(u)$ $f(u) = \frac{1}{1 + e^{\frac{-u}{T}}}$	$\frac{df(u)}{du}$ $f(u)[1 - f(u)]/T$	La dérivée partielle est calculée à partir de $f(u)$
Tangente hyperbolique	$f(u) = \tanh\left(\frac{u}{T}\right)$	$(1 - f(u)^2)/T$	T : paramètre de température
Tangente inverse	$f(u) = \frac{2}{\pi} \tan^{-1}\left(\frac{u}{T}\right)$	$\frac{2}{2\pi T} - \frac{1}{1 + \left(\frac{u}{T}\right)^2}$	Moins utilisée
Fonction à seuil	$f(u) = \begin{cases} 1 & \Rightarrow u > 0 \\ -1 & \Rightarrow u < 0 \end{cases}$	Pas de dérivée à $u = 0$	
GRB Gaussien Radial Basic	$f(u) = \exp\left[-\ u - m\ ^2 / \sigma^2\right]$	$2 - (u - m)f(u) / \sigma^2$	m et σ^2 sont des paramètres à spécifier
Linéaire	$f(u) = a\mu + b$	a	

Tableau III.1 Exemples de fonctions d'activation

IX. Applications des réseaux de neurones (R.N.A.)

- **Approximation de fonctions** : les fonctions trop compliquées peuvent être approximées, grâce au réseau, par une somme de fonctions plus simples comme des polynômes ou des sigmoïdes.

- **Optimisation de trajectoires (Recherche Opérationnelle)** : On peut, par exemple, déterminer quelle est la meilleure trajectoire pour un avion, une fusée...

Reconnaissance : un réseau peut servir à reconnaître des caractères, Cela est déjà utilisé ou Poste pour lire les codes postaux, ou même dans certaines banques pour lire les chèques . Il est utilisé aussi pour la reconnaissance des images comme les images des personnes.

- **Prévision** : on utilise de plus en plus les réseaux pour faire des prévisions en marketing (prédiction de comportement, de possibilité de vente d'un produit, prévision métrologique ...) ou pour le trafic routier...

Contrôle : on peut contrôler les produits dans une industrie.

- **Robotique** : certains robots sont dotés de réseaux de neurones. Des entreprises japonaises se vantent déjà de leur utilisation, même pour des produits électroménagers ou informatiques.

Les Réseaux de Neurones Artificiels sont considérés comme des approches très intéressantes dans le domaine de l'Intelligence Artificielle. Ils sont connus par leur puissance d'apprentissage et généralisation.

Nous allons appliquer le RNA pour prédire la production de quelque produit pharmaceutique (Clofenal 100 mg et Zanitra+). En utilisant le RNA a une seule couche cachée avec une fonction de transfert à base radiale.

Applications

I. ETUDE DE LA SERIE PRODUCTION DU CLOFENAL.:

Identification :

Les données de la série production du CLOFENAL s'étale sur une période de 10ans, les observations sont mensuelles ; de janvier 2005 à décembre 2015.

Notons :

P_CLOFENAL : production Clofenal (boites).

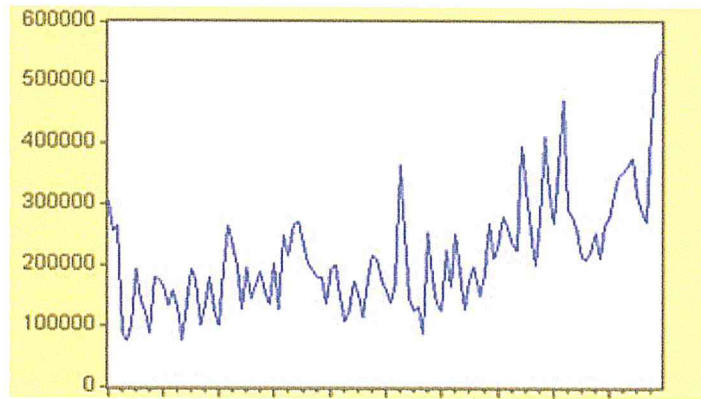


Figure IV.1 : Diagramme séquentiel de la série brute (P_CLOFENAL)

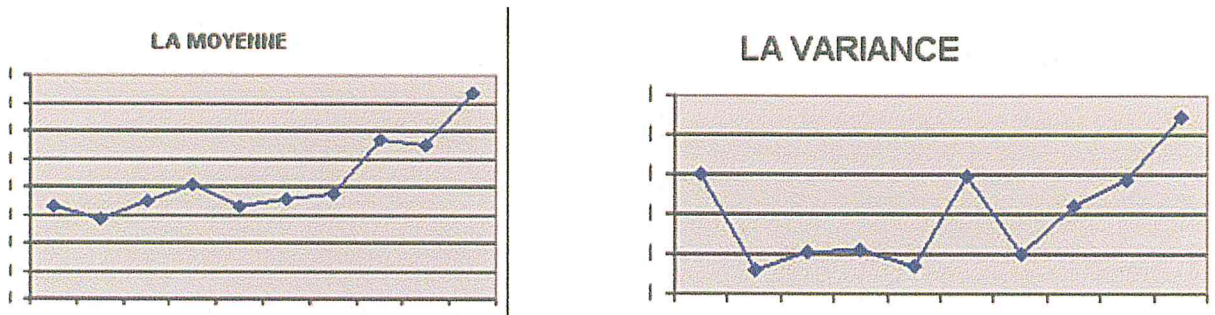


Figure IV.2 : Graphes de la moyenne et la variance pour la série brute (P_CLOFENAL)

D'après les deux graphes précédents, on remarque que la moyenne et la variance varient au court du temps. On peut donc dire que cette série non stationnaire. Pour vérifier ceci, on va appliquer des tests statistiques juste après la présentation des corrélogrammes simple et partiel de la série brute.

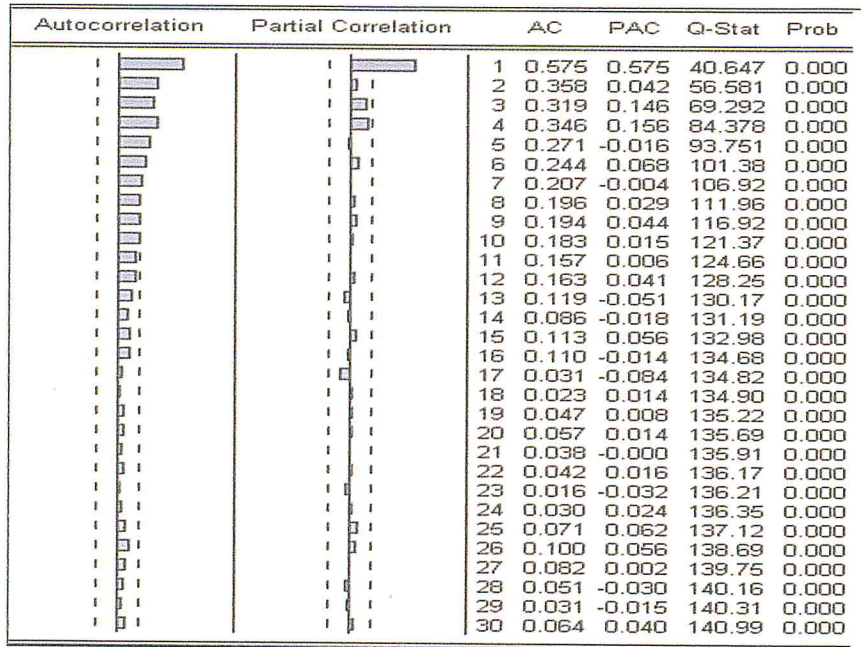


Figure IV.3 : Corrélogramme de la série brute (P_ CLOFENAL)

Nous remarquons dans le corrélogramme simple que presque tous les pics sont pratiquement à l'extérieur de l'intervalle de confiance, le corrélogramme partiel est marqué aussi par la présence d'un seul pic sortant au 1^{er} retard.

❖ Test DE FISHER :

Pour détecter la saisonnalité de la série on fait appel à l'analyse de la variance (ANOVA) à deux facteurs sans répétition.

❖ Table de l'ANOVA :

Les calculs des statistiques de tests se font à l'aide du logiciel Excel.

Tableau IV.1 : ANALYSE DE VARIANCE (P_ CLOFENAL)

Source des variations	Somme des carrés	Degré de liberté	Moyenne des carrés	F	Probabilité	Valeur critique pour F
Lignes	61598120717	11	5599829156	1,47048918	0,15472696	1,886683603
Colonnes	5,57302E+11	9	61922407666	16,2605372	4,549E-16	1,975806073
Erreur	3,77006E+11	99	3808140344			
Total	9,95906E+11	119				

Règle de décision :

H_0 : la série n'est pas affectée d'une saisonnalité.

H_1 : la série est affectée d'une saisonnalité

- Si $F_{stat} < F_{theo}$: on accepte l'hypothèse nulle.

H'_0 : la série n'est pas affectée d'une tendance.

H'_1 : la série est affectée d'une tendance.

- Si $F_{stat} < F_{theo}$: on accepte l'hypothèse nulle

• **Résultats du test :**

Au seuil 5% les résultats sont :

Test d'influence du facteur ligne (mois)

$F_{stat} = 1,4704 < F_{ther} = 1,8866$ donc (on accepte l'hypothèse nulle) la série n'est pas affectée d'une saisonnalité.

Test d'influence du facteur colonne (années)

F_{stat}

$= 16,2605 > F_{ther} = 1,9758$ donc (on rejette l'hypothèse nulle) la série est peut être affectée d'une tendance.

❖ **Test de racine unitaire (Dickey-fuller Augmenté) sur la série P_CLOFENAL :**

Pour confirmer la présence d'une racine unitaire et déterminer donc le type de la composante tendancielle de la série P_CLOFENAL nous appliquons le teste de la racine unitaire.

Les hypothèses à tester sont :

H_0 : << Le coefficient de la tendance est nul >>.

H'_0 : << La constante est nulle >>.

H''_0 : << Il existe une racine unitaire >>.

On choisit le retard $p=1$ qui minimise le critère d'information d'akaïke.

Nous commençons par estimer le modèle [6'] :

Modèle [6'] : Test sur la tendance :

$$\Delta P_CLOFENAL_t = \Phi P_CLOFENAL_{t-1} + C + \beta t + \sum_{j=1}^p \Phi_j \Delta P_CLOFENAL_{t-j} + \varepsilon_t$$

où ε_t est un processus stationnaire

Nous testons alors la présence d'une tendance dans le processus en testant la nullité du coefficient de la tendance β .

P_CLOFENAL					
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-5.330909	0.0001		
Test critical values:		1% level	-4.037668		
		5% level	-3.448348		
		10% level	-3.149326		
Variable		Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
P_	-1)	-0.506595	0.095030	-5.330909	0.0000
D(P_	(-1))	0.122107	0.096617	1.263820	0.2089
.	C	50846.21	15663.27	3.246206	0.0015
@TREND(M01)	963.0606	214.3249	4.493460	0.0000
R-squared		0.222030	Mean dependent var	2542.364	
Adjusted R-squared		0.201557	S.D. dependent var	65213.41	
S.E. of regression		58271.86	Akaike info criterion	24.81694	
Sum squared resid		3.87E+11	Schwarz criterion	24.91086	
Log likelihood		-1460.199	F-statistic	10.84507	
Durbin-Watson stat		1.944985	Prob(F-statistic)	0.000003	

On remarque que la t-statistique de la tendance = 4,4934 est supérieure aux valeurs critiques 2,79 pour le seuil (5%) (Donnée par la table de Dickey-fuller) et on le confirme par la prob=0,000 inférieure à (0,05) donc nous rejetons l'hypothèse nulle de la nullité du coefficient de la tendance.

D'après le tableau la statistique de Student associée à la variable P_CLOFENAL ($t_{\phi} = -5,3309$) est inférieure à la valeur critique -3,4480 au seuil (5%) donc on rejette l'hypothèse nulle ($\phi=0$).

Donc la série ne possède pas de racine unitaire.

La série est avec tendance de type TS non stationnaire.

Pour rendre la série stationnaire on doit faire un ajustement de fonction.

Après calcul on a trouvé que la fonction cubique était la plus adéquate d'ajuster la série (voir tableau).

Hth	Rsq	d.f.	F	Sigf	b0	b1	b2	b3
LIN	,390	118	75,31	,000	115183	1641,48		
LOG	,178	118	25,59	,000	57080,4	41260,3		
INV	,002	118	,22	,640	216122	-36416		
QUA	,503	117	59,23	,000	185563	-1819,8	28,6060	
CUB	,515	116	40,98	,000	158526	807,196	-25,447	,2978
COH	,392	118	76,01	,000	125986	1,0074		
POW	,203	118	30,10	,000	92567,1	,1983		
S	,003	118	,39	,536	12,2018	-,2168		
GRO	,392	118	76,01	,000	11,7439	,0074		
EXP	,392	118	76,01	,000	125986	,0074		
LGS	,392	118	76,01	,000	7,9E-06	,9926		

Estimation de la tendance cubique :

Estimons l'équation d'ajustement y_t donnée par la formule suivante :

$Y_t = b_0 + b_1.t + b_2.t^2 + b_3.t^3$, les coefficients b_0, b_1, b_2 et b_3 sont donnés dans le tableau précédent.

Notre nouvelle série ajustée est notée AJP_CLOFENAL :

$$AJP_CLOFENAL = P_CLOFENAL - Y_t$$

$$\text{Où : } Y_t = 158526 + 807,196 t - 25,447 t^2 + 0,2978 t^3$$

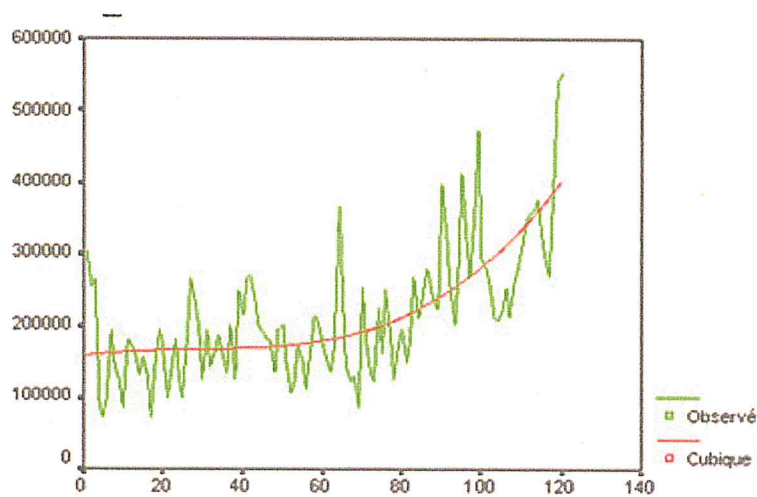


Figure IV.4 : Diagramme séquentiel de la série brute (P_CLOFENAL) avec ajustement

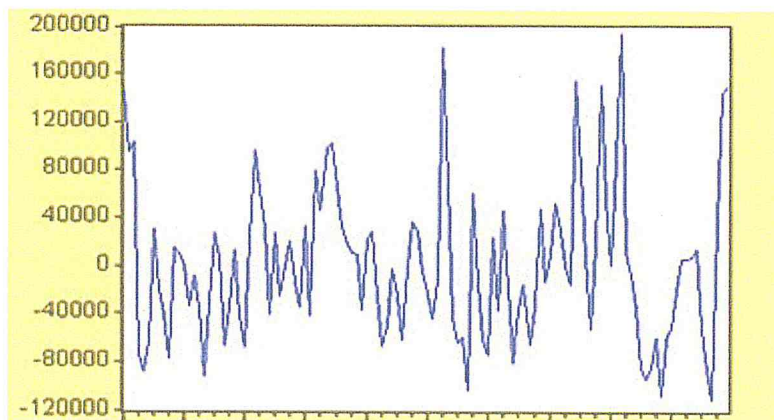


Figure IV.5 : Diagramme séquentiel de la série ajustée (AJP_CLOFENAL)

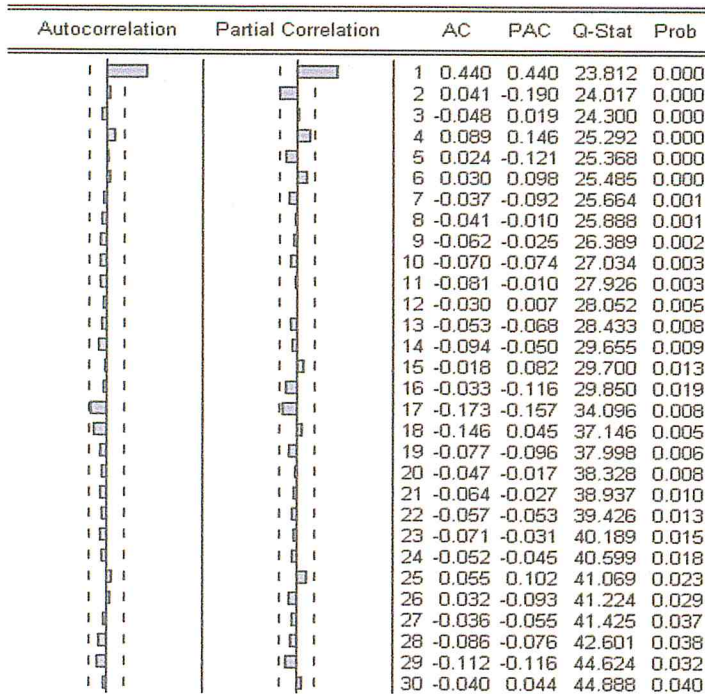


Figure IV.6 : Corrélogramme de la série ajusté AJ P_CLOFENAL

Appliquons le test de Dickey – fuller cette fois sur la série AJP_CLOFENAL

❖ Test de Dickey –Fuller :

On choisit le retard $p=1$ qui minimise le critère d'information d'akaike.

Nous commençons par estimer le modèle [6'] :

Modèle [6'] : Test sur la tendance :

$$\Delta AJP_CLOFENAL_t = \Phi AJP_CLOFENAL_{t-1} + C + \beta t + \sum_{j=1}^p \Phi_j \Delta AJP_CLOFENAL_{t-j} + \varepsilon_t$$

où ε_t est un processus stationnaire

Nous testons alors la présence d'une tendance dans le processus en testant la nullité du coefficient de la tendance β :

		t-Statistic	Prob.*	
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-6.592749	0.0000	
Test critical values:				
1% level		-4.037668		
5% level		-3.448348		
10% level		-3.149326		
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AJP_(-1)	-0.851901	0.098881	-6.592749	0.0000
D(AJP_(-1))	0.183444	0.093066	1.971128	0.0511
C	-6171.010	10413.34	-0.592606	0.5546
@TREND(M01)	82.85685	150.1925	0.551671	0.5823
R-squared	0.293379	Mean dependent var	478.5339	
Adjusted R-squared	0.274783	S.D. dependent var	65049.74	
S.E. of regression	55396.13	Akaike info criterion	24.71572	
Sum squared resid	3.50E+11	Schwarz criterion	24.80964	
Log likelihood	-1454.227	F-statistic	15.77703	
Durbin-Watson stat	1.968519	Prob(F-statistic)	0.000000	

On remarque que la t-statistique de la tendance = 0,5516 est inférieure à la valeur critique 2,79 pour le seuil (5%) (Donnée par la table de Dickey-Fuller) et on le confirme par la prob= 0,5823 supérieure à (0,05) donc nous acceptons l'hypothèse nulle de la nullité du coefficient de la tendance. Le modèle [6] est remis en cause, il faut donc recommencer ce test à partir du modèle [5] incluant uniquement une constante.

Modèle [5] : Test sur la constante :

$$\Delta AJP_CLOFENAL_t = \Phi AJP_CLOFENAL_{t-1} + C + \sum_{j=1}^p \Phi_j \Delta AJP_CLOFENAL_{t-j} + \varepsilon_t$$

Nous testons la présence d'une constante dans le processus en testant la nullité du coefficient de la constante.

		t-Statistic	Prob.*
Fuller test statistic		-6.643376	0.0000
1% level		-3.486551	
5% level		-2.886074	
10% level		-2.579931	
Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
-0.654289	0.098487	-6.643376	0.0000
i) 0.187538	0.092488	2.027700	0.0449
-1164.164	5090.188	-0.228707	0.8195
0.291492	Mean dependent var	478.5339	
j) 0.279170	S.D. dependent var	65049.74	
55228.33	Akaike info criterion	24.70143	
3.51E+11	Schwarz criterion	24.77188	
-1454.385	F-statistic	23.65648	
1.966454	Prob(F-statistic)	0.000000	

On remarque que la t-statistique de la constante (c) = -0,2287 est inférieure à la valeur critique 2,54 pour le seuil (5%) (Donnée par la table de Dickey-Fuller) et on le confirme par

la prob = 0,8195 supérieure à (0,05) donc nous acceptons l'hypothèse nulle de la nullité du coefficient de la constante. Le modèle [5'] est remis en cause, il faut donc recommencer ce test à partir du modèle [4'].

Modèle [4'] : test de la racine unitaire :

$$\Delta AJP_CLOFENAL_t = \Phi AJP_CLOFENAL_{t-1} + \sum_{j=1}^p \Phi_j \Delta AJP_CLOFENAL_{t-j} + \varepsilon_t$$

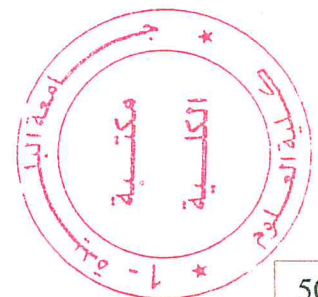
Nous testons alors la présence d'une racine unitaire dans le processus en testons la nullité du paramètre Φ à l'aide d'une statistique de Student t_ϕ , où $\hat{\phi}$ désigne l'estimateur des moindres carrés ordinaires (MCO). Le résultat de l'affichage pour la série AJP_CLOFENAL est :

		t-Statistic	Prob.*	
Fuller test statistic				
		-6.667396	0.0000	
	1% level	-2.584707		
	5% level	-1.943563		
	10% level	-1.614927		
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
0)	-0.653195	0.097969	-6.667396	0.0000
	0.186992	0.092079	2.030777	0.0446
1	0.291170	Mean dependent var	478.5339	
	0.285059	S.D. dependent var	65049.74	
	55002.26	Akaike info criterion	24.68494	
	3.51E+11	Schwarz criterion	24.73190	
	-1454.411	Durbin-Watson stat	1.966662	

Nous remarquons que la statistique de student $t_\phi = -6,6673$; cette valeur est inférieure à la valeur critique au seuil 5% (- 1,9435) donc nous rejetons l'hypothèse H'_0 (existence d'une racine unitaire, $\Phi = 0$) d'où la série est stationnaire.

Identification et estimation du modèle :

Nous remarquons que la fonction d'autocorrélation simple (AC) possède des valeurs importantes aux retards $q = 1$, et que la fonction d'autocorrélation partielle (PAC) possède des valeurs importantes aux retards $p = 1, 2$ par conséquent nous avons sélectionné le modèle : ARMA(2,4)



Estimation des paramètres du modèle :

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.566621	0.092443	6.129389	0.0000
AR(2)	-0.225386	0.092432	-2.438412	0.0163
MA(4)	0.258541	0.096037	2.692107	0.0082
R-squared	0.264594	Mean dependent var	-2032.449	
Adjusted R-squared	0.251804	S.D. dependent var	62222.37	
S.E. of regression	53821.31	Akaike info criterion	24.64982	
Sum squared resid	3.33E+11	Schwarz criterion	24.72026	
Log likelihood	-1451.339	Durbin-Watson stat	1.992089	
Inverted AR Roots	.28+.38i	.28-.38i		
Inverted MA Roots	.50-.50i	.50+.50i	-.50+.50i	-.50+.50i

Nous remarquons que les probabilités de nullité des coefficients sont toutes inférieures à 0,05, pour confirmer nous appliquons le test de validation des paramètres.

❖ Test sur les résidus :

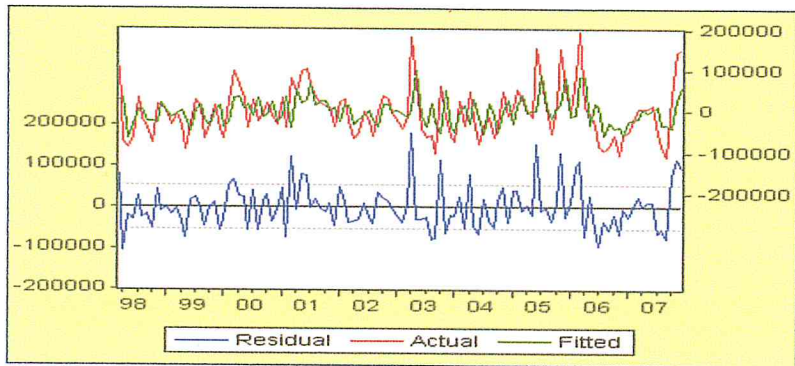


Figure IV.7 : Représentation graphique des séries : résiduelle (ϵ_t) ; réelle et estimée

A partir de la représentation graphique des séries résiduelle, réelle et estimée nous constatons que le modèle estimé ajuste mieux la série AJP_CLOFENAL.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.018	-0.018	0.0388	
		2	-0.002	-0.002	0.0392	
		3	-0.001	-0.001	0.0392	
		4	-0.023	-0.023	0.1058	0.745
		5	-0.062	-0.063	0.5829	0.747
		6	0.066	0.064	1.1404	0.767
		7	-0.030	-0.028	1.2555	0.869
		8	0.006	0.004	1.2588	0.939
		9	-0.019	-0.022	1.3043	0.971
		10	-0.023	-0.025	1.3758	0.986
		11	-0.092	-0.087	2.4870	0.962
		12	0.024	0.014	2.5669	0.979
		13	0.044	0.048	2.8266	0.985
		14	-0.093	-0.099	4.0010	0.970
		15	0.060	0.055	4.5016	0.973
		16	0.103	0.099	5.9735	0.947
		17	-0.209	-0.203	12.116	0.597
		18	-0.049	-0.062	12.456	0.644
		19	-0.031	-0.039	12.591	0.702
		20	0.001	0.017	12.591	0.763
		21	-0.041	-0.064	12.842	0.801
		22	0.002	-0.037	12.843	0.847
		23	0.015	0.045	12.876	0.883
		24	-0.076	-0.096	13.749	0.880
		25	0.076	0.072	14.636	0.877
		26	-0.002	0.001	14.636	0.907
		27	-0.082	-0.084	15.684	0.899
		28	0.019	-0.041	15.744	0.922
		29	-0.082	-0.100	16.807	0.915
		30	-0.077	-0.037	17.749	0.911

Figure IV.8 : Corrélogramme simple et partiel des résidus

L'analyse du Corrélogramme des résidus montre que tous les termes sont à l'intérieur de l'intervalle de confiance ce qui nous entraîne à dire que les résidus forment un bruit blanc.

❖ **Test de Box - Ljung :**

Nous testons l'hypothèse nulle :

H_0 : << Les auto corrélations jusqu'au pas $K, (K=N/4)$ ne sont pas significatives >> c'est-à-dire

$$H_0 = \langle \langle \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_K = 0 \rangle \rangle \text{ contre } H_1 = \langle \langle \exists \rho_j : j = 1, \dots, \frac{N}{4} \text{ tel que } \rho_j \neq 0 \rangle \rangle$$

Le test est basé sur la statistique de Box-Ljung au pas k : $Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\gamma_k^2}{n-k}$

Si $Q < X^2_{0,95} (K-p-q)$, nous acceptons l'hypothèse H_0 .

D'après le corrélogramme des résidus du modèle optimal nous remarquons que la probabilité de signification est supérieure à 0,05 au niveau de tous les retards et que le nombre de retards K est égal à 30, notre modèle est **ARMA (2,4)** estime (6) paramètres donc $X^2_{0,95}(24)$ est égal à 36,42 elle est supérieure à Q_{30} qui est égale à 17,749 donc les résidus forment un bruit blanc.

❖ **Test des points de retournements :**

Il s'agit de tester l'hypothèse nulle :

H_0 : << Les ε_i forment un bruit blanc >> contre H_1 : << Il existe une corrélation entre les $\varepsilon_i, i=1, \dots, n$ >>

Après les calculs à l'aide du logiciel MATLAB nous avons obtenu les résultats suivants :

Le nombre des points de retournements égal $P=82$

Espérance de la statistique du test $E(P)=77,3333$

Variance de la statistique du test $VAR(P)=20,6555$

La statistique du test $T = 1,02$ est inférieure à 1,96 (tabulée) d'où on accepte l'hypothèse

H_0 : << Les ε_i forment un bruit blanc >> au seuil de 0,05.

❖ **Test de nullité de la moyenne des résidus :**

Pour tester l'hypothèse H_0 : << $m=0$ >> contre H_1 : << $m \neq 0$ >>

La statistique : $t = \frac{\bar{\varepsilon}_1}{\sigma_\varepsilon / \sqrt{n-1}}$

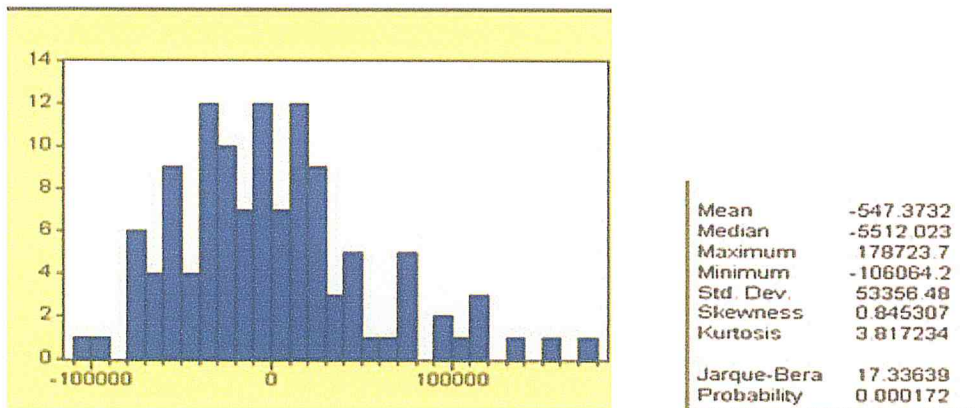
Si $|t| < t_{n-1}$ à 5% (=1,96) nous acceptons l'hypothèse de la nullité de la moyenne des résidus

Valeur du test = 0					
t	ddl	Sig. (bilatérale)	Différence moyenne	Intervalle de confiance 95% de la différence	
				Inférieure	Supérieure
-,111	117	,911	-547,3732	-10275,1	9180,3127

D'après le tableau nous avons : $|t| = 0,111$ qui est inférieure à 1,96 ; donc nous acceptons H_0 : <<La moyenne des résidus est nulle >>.

❖ Test de normalité :

Les tests sont effectués à partir des valeurs empiriques des coefficients de Skewness, Kurtosis et la statistique de Jarque-Bera, nous avons l'histogramme suivant :



Test de Skewness (asymétrie) et de Kurtosis (aplatissement) :

Nous testons les hypothèses suivantes :

$$\begin{cases} H_0 : \gamma_1 = 0 \text{ et } \gamma_2 = 0 \\ H_1 : \gamma_1 \neq 0 \text{ ou } \gamma_2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Test de Skewness : } \gamma_1 = \frac{\beta_1^{1/2} - 0}{\sqrt{\frac{6}{N}}}$$

$$\text{Test de Kurtosis : } \gamma_2 = \frac{\beta_2 - 3}{\sqrt{\frac{24}{N}}}$$

où : $\beta_1^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$: est le coefficient de Skewness (l'indicateur d'asymétrie des résidus)

$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$: est le coefficient de Kurtosis (le degré d'aplatissement de la loi des résidus). Sous l'hypothèse H_0 et si le nombre d'observations est assez grand ($N > 30$), nous

avons :
$$\beta_1^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{\varphi} N\left(0, \sqrt{\frac{6}{N}}\right) \dots \dots \dots (1)$$

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{\varphi} N\left(3, \sqrt{\frac{24}{N}}\right) \dots \dots \dots (2)$$

Après calculs nous avons obtenu :

Test de skewness : $\gamma_1 = \frac{|\beta_1^{1/2} - 0|}{\sqrt{6/N}} = \frac{|0,8453 - 0|}{\sqrt{6/132}} = 3,7486 > 1,96$

Test de Kurtosis : $\gamma_2 = \frac{|\beta_2 - 3|}{\sqrt{24/N}} = \frac{|3,8172 - 3|}{\sqrt{24/132}} = 1,8120 < 1,96$

Nous rejetons l'hypothèse de normalité, ce qui est confirmé par le test Jarque- Berra.

❖ **Test de Jarque et Bera :**

Nous définissons la statistique S par : $S = \frac{N}{6} \beta_1 + \frac{N}{24} (\beta_2 - 3)^2$

Sous (1) et (2) : $S \rightarrow \chi^2_{1-\alpha}(2)$

Nous testons H_0 : « accepter la normalité des résidus au seuil $\alpha = 0,05$ » contre H_1 : « il n'y a pas de normalité des résidus ».

Si $S > \chi^2_{1-\alpha}(2)$ nous rejetons l'hypothèse H_0 sinon nous l'acceptons

La statistique de Jarque - Bera = 17.3363 elle est supérieure à $\chi^2(2) = 5,99$.

D'après les tests précédents, nous concluons que les résidus forment un bruit blanc non gaussien.

Test d'effet ARCH :

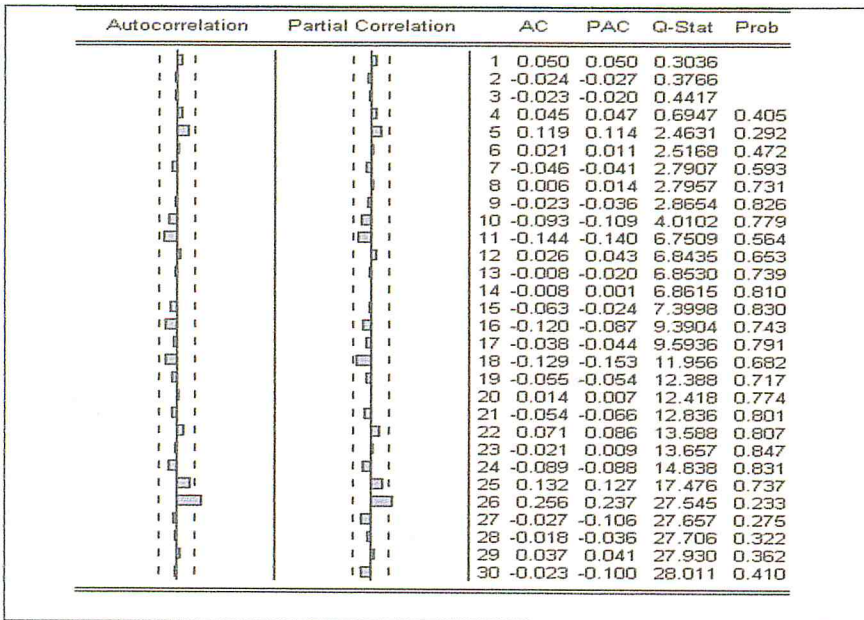


Figure IV.9 : Corrélogramme simple et partiel des résidus au carré

Nous remarquons que tous les pics sont à l'intérieur de l'intervalle de confiance ce qui nous entraîne à dire qu'il n'y a pas l'effet ARCH.

Conclusion

D'après ce qui précède, les résidus du modèle optimal forment un bruit blanc non gaussien donc le modèle *ARMA*(2, 4) est le meilleur modèle qui peut représenter la série

AJP_CLOFENAL . Ce modèle s'écrit sous la forme :

$$(1-0,566621B + 0,225386B^2) AJP_CLOFENAL_t = (1- 0,258541 B^4) \varepsilon_t$$

$$(1-0,566621B + 0,225386B^2) (P_CLOFENAL_t - Y_t) = (1- 0,258541 B^4) \varepsilon_t$$

$$(1-0,566621B + 0,225386B^2) (P_CLOFENAL_t) = (1- 0,258541 B^4) \varepsilon_t$$

$$+ Y_t(1-0,566621B + 0,225386B^2)$$

Où : $Y_t = 158526 + 807,196 t - 25,447 t^2 + 0,2978 t^3$

La prévision

- Tableau de prévision

Les prévisions sont calculées pour la période allant de Janvier 2016 Décembre

Tableau IV.2 : Tableau de prévision (P_CLOFENAL)

Mois	Prévisions
janv-16	444113,825
févr-16	423561,935
mars-16	452168,668
avr-16	471888,849
mai-16	458605,62
juin-16	452248,594
juil-16	457369,609
août-16	467549,417
sept-16	478125,995
oct-16	487905,734
nov-16	497264,241
déc-16	506684,544

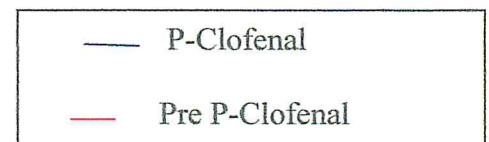
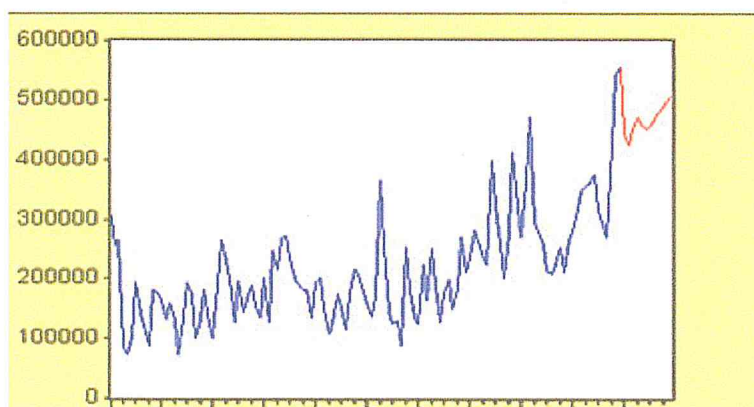


Figure IV.10 : Diagramme séquentiel de la série brute (P_CLOFENAL) et des prévisions

II. ETUDE DE LA SERIE VENTE DU CLOFENAL

Identification :

Les données de la série vente du CLOFENAL s'étale sur une période de 10ans, les observations sont mensuelles ; de janvier 2005 à décembre 2015.

Notons :

V_CLOFENAL : Vente CLOFENAL (DA).

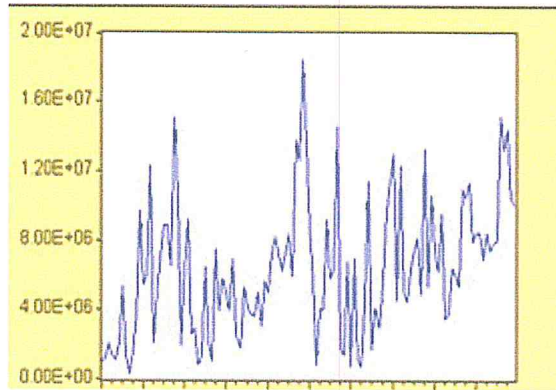


Figure IV.1.1 : Diagramme séquentiel de la série brute (V_CLOFENAL)

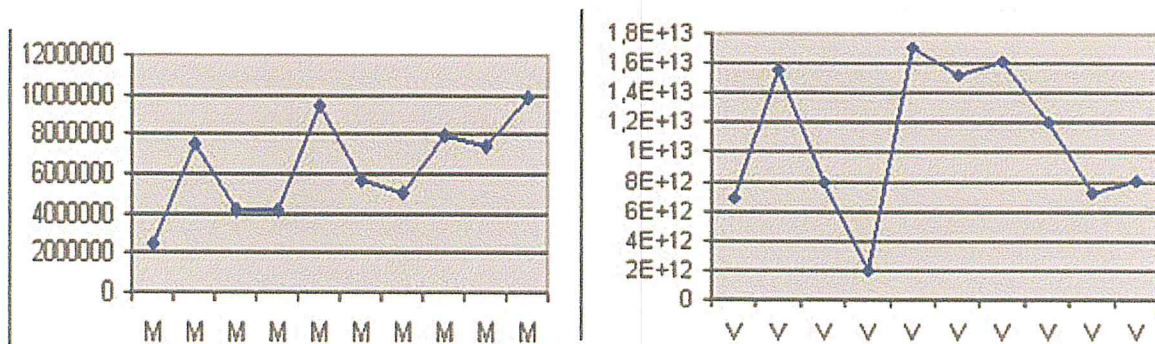


Figure IV.1.2 : Graphes de la moyenne et la variance pour la série brute (V_CLOFENAL)

D'après les deux graphes précédents, on remarque que la moyenne et la variance varient au court du temps. On peut donc dire que cette série semble non stationnaire.

Pour vérifier ceci, on va appliquer des tests statistiques :

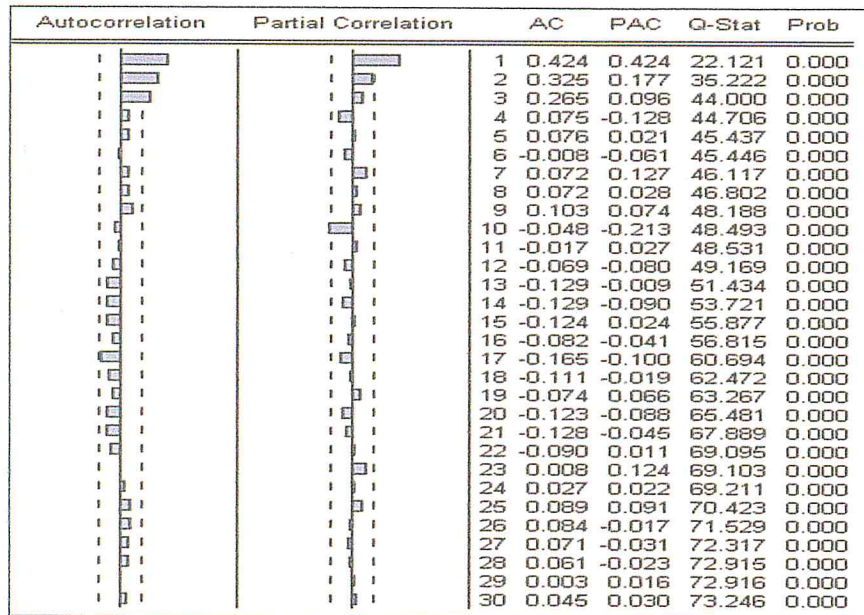


Figure IV.1.3 : Corrélogramme de la série brute (V_CLOFENAL)

Nous remarquons que le Corrélogramme simple est marqué par la présence des pics au retard 1, 2,3, et que le Corrélogramme partiel est marqué aussi par la présence des pics au retard 1, et 10

❖ Test de FISHER :

Pour détecter la saisonnalité de la série on fait appel à l'analyse de la variance (ANOVA) à deux facteurs sans répétition.

Tableau IV.3 : ANALYSE DE VARIANCE (V_CLOFENAL)

Source des variations	Somme des carrés	Degré de liberté	Moyenne des carrés	F	Probabilité	Valeur critique pour F
Lignes	2,54636E+14	11	2,31487E+13	2,45278896	0,00939321	1,886683603
Colonnes	6,39262E+14	9	7,10291E+13	7,52609143	2,5236E-08	1,975806073
Erreur	9,34334E+14	99	9,43772E+12			
Total	1,82823E+15	119				

• Résultats du test :

Au seuil 5% les résultats sont :

Test d'influence du facteur ligne (mois)

$F_{stat} = 2,4527 > F_{ther} = 1,8866$ donc (on rejette l'hypothèse nulle) la série est affectée d'une saisonnalité.

Test d'influence du facteur colonne (année)

$F_{stat} = 7,5260 > F_{ther} = 1,9758$ donc (on rejette l'hypothèse nulle) la série est peut être affectée d'une tendance.

Nous procédons à la désaisonnalisation de la série par l'application de l'opérateur de différence saisonnière $\nabla_{12} = (1-B^{12})$.

A fin de traiter l'effet de saisonnalité par le logiciel MATLAB, nous obtenons une nouvelle série désaisonnalisé nommé DSV_CLOFENAL

Pour confirmer l'absence de saisonnalité pour la nouvelle série on a fait appel à l'analyse de la variance (ANOVA) à deux facteurs sans répétition.

Tableau IV.4 : ANALYSE DE LA VARIANCE DSV_CLOFENAL

<i>Source des variations</i>	<i>Somme des carrés</i>	<i>Degré de liberté</i>	<i>Moyenne des carrés</i>	<i>F</i>	<i>Probabilité</i>	<i>Valeur critique pour F</i>
Lignes	2,06761E+13	11	1,87965E+12	0,07741374	0,99997216	1,899171019
Colonnes	1,04027E+15	8	1,30033E+14	5,35544185	1,722E-05	2,045414315
Erreur	2,13669E+15	88	2,42806E+13			
Total	3,19763E+15	107				

• Résultats du test :

Au seuil 5% les résultats de l'ANOVA sont :

Test d'influence du facteur ligne (mois)

$F_{stat} = 0,0774 < F_{ther} = 1,8991$ donc (on accepte l'hypothèse nulle) la série n'est pas affectée d'une saisonnalité.

Test d'influence du facteur colonne (année)

$F_{stat} = 5,3554 > F_{ther} = 2,0454$ donc (on rejette l'hypothèse nulle) la série est peut être affectée d'une tendance.

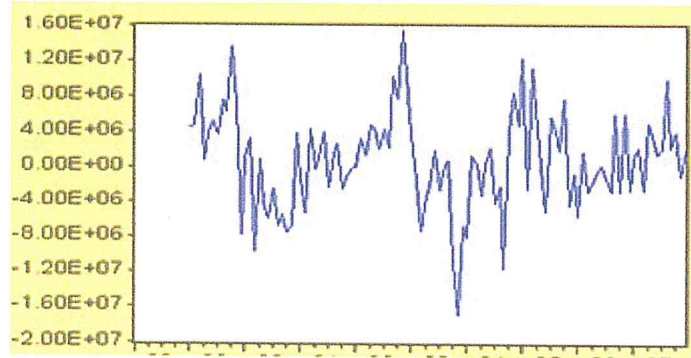


Figure IV.1.4 : Diagramme séquentiel de la série DSV_CLOFENAL

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.374	0.374	15.545	0.000
		2	0.348	0.241	29.092	0.000
		3	0.244	0.068	35.814	0.000
		4	0.056	-0.139	36.173	0.000
		5	0.133	0.090	38.199	0.000
		6	0.048	-0.001	38.462	0.000
		7	0.092	0.064	39.460	0.000
		8	0.114	0.048	40.995	0.000
		9	0.078	0.012	41.732	0.000
		10	-0.115	-0.262	43.334	0.000
		11	-0.139	-0.107	45.697	0.000
		12	-0.478	-0.457	73.991	0.000
		13	-0.293	0.050	84.759	0.000
		14	-0.240	0.057	92.035	0.000
		15	-0.262	0.012	100.81	0.000
		16	-0.128	-0.088	102.93	0.000
		17	-0.131	0.075	105.17	0.000
		18	-0.121	-0.067	107.09	0.000
		19	-0.075	0.158	107.84	0.000
		20	-0.201	-0.139	113.32	0.000
		21	-0.220	-0.039	119.96	0.000
		22	-0.172	-0.260	124.05	0.000
		23	-0.129	0.041	126.39	0.000
		24	-0.075	-0.375	127.18	0.000
		25	-0.034	0.119	127.36	0.000
		26	-0.046	-0.286	127.66	0.000
		27	-0.015	0.213	127.69	0.000

Figure IV.1.5 : Corrélogramme de la série DSV_CLOFENAL

Pour déterminer le type de la composante tendancielle TS ou DS et confirmer le non stationnarité de la série, nous appliquons le test de racine unitaire (Test de dickey-fuller)

❖ Test de racine unitaire (Dickey-fuller) sur la série DSV_CLOFENAL :

On choisit le retard $p=1$ qui minimise le critère d'information d'akaike

Pour confirmer la présence d'une racine unitaire et déterminer donc le type de la composante tendancielle de la série DSV_CLOFENAL nous appliquons le teste de la racine unitaire.

Nous commençons par estimer le modèle [6] :

Modèle [6'] : Test sur la tendance :

$$\Delta\text{DSV_CLOFENAL}_t = \Phi\text{DSV_CLOFENAL}_{t-1} + C + \beta t + \sum_{j=1}^p \Phi_j \Delta\text{DSV_CLOFENAL}_{t-j} + \varepsilon_t$$

où ε_t est un processus stationnaire

Nous testons alors la présence d'une tendance dans le processus en testant la nullité du coefficient de la tendance β .

	t-Statistic	Prob.*	
Fuller test statistic	-4.449847	0.0028	
1% level	-4.046925		
5% level	-3.452764		
10% level	-3.151911		
Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
-0.476843	0.107159	-4.449847	0.0000
-0.244221	0.095796	-2.549382	0.0123
167779.1	1169960.	0.143406	0.8863
2438.591	15927.05	0.153110	0.8786
0.356910	Mean dependent var	-25920.80	
0.337996	S.D. dependent var	6166189.	
5017036.	Akaike info criterion	33.73158	
2.57E+15	Schwarz criterion	33.83209	
-1783.774	F-statistic	18.86975	
2.027355	Prob(F-statistic)	0.000000	

On remarque que la t-statistique de la tendance = 0,1531 est inférieure à la valeur critique 2,79 pour le seuil (5%) (Donnée par la table de Dickey-Fuller) et on le confirme par la prob= 0,8786 supérieure à (0,05) donc nous acceptons l'hypothèse nulle de la nullité du coefficient de la tendance. Le modèle [6'] est remis en cause, il faut donc recommencer ce test à partir du modèle [5'] incluant uniquement une constante.

Modèle [5'] : Test sur la constante :

$$\Delta\text{DSV_CLOFENAL}_t = \Phi\text{DSV_CLOFENAL}_{t-1} + C + \sum_{j=1}^p \Phi_j \Delta\text{DSV_CLOFENAL}_{t-j} + \varepsilon_t$$

Nous testons la présence d'une constante dans le processus en testant la nullité du coefficient de la constante.

	t-Statistic	Prob.*	
Fuller test statistic	-4.473286	0.0004	
1% level	-3.493129		
5% level	-2.888932		
10% level	-2.581453		
Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
-0.477042	0.106642	-4.473286	0.0000
-0.244063	0.095335	-2.560050	0.0119
330106.9	492397.1	0.670408	0.5041
0.356762	Mean dependent var	-25920.80	
0.344272	S.D. dependent var	6166189.	
4993196.	Akaike info criterion	33.71294	
2.57E+15	Schwarz criterion	33.78832	
-1783.786	F-statistic	28.56372	
2.026770	Prob(F-statistic)	0.000000	

On remarque que la t-statistique de la constante (c) = 0,6704 est inférieure à la valeur critique 2,54 pour le seuil (5%) (Donnée par la table de Dickey-Fuller) et on le confirme par la prob = 0,5041 supérieure à (0,05) donc nous acceptons l'hypothèse nulle de la nullité du coefficient de la constante. Le modèle [5'] est remis en cause, il faut donc recommencer ce test à partir du modèle [4'].

Modèle [4'] : test de la racine unitaire :

$$\Delta DSV_CLOFENAL_t = \Phi DSV_CLOFENAL_{t-1} + \sum_{j=1}^p \Phi_j \Delta DSV_CLOFENAL_{t-j} + \varepsilon_t$$

Nous testons alors la présence d'une racine unitaire dans le processus en testons la nullité du paramètre Φ .

	t-Statistic	Prob.*
Fuller test statistic	-4.435735	0.0000
1% level	-2.586960	
5% level	-1.943882	
10% level	-1.614731	

Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
-0.464695	0.104762	-4.435735	0.0000
-0.250653	0.094576	-2.650279	0.0093

0.353956	Mean dependent var	-25920.80
0.347744	S.D. dependent var	6166189.
4979962.	Akaike info criterion	33.69843
2.58E+15	Schwarz criterion	33.74868
-1784.017	Durbin-Watson stat	2.030501

Nous remarquons que la statistique de student $t_\phi = -4,4357$; cette valeur est inférieure à la valeur critique au seuil 5% (- 1,9438) donc nous rejetons l'hypothèse H_0 (existence d'une racine unitaire, $\Phi=0$) d'où la série est stationnaire.

Identification et estimation du modèle :

Nous remarquons que la fonction d'autocorrélation simple (AC) possède des valeurs importantes aux retards $q=1,2,3,12\dots$ et que la fonction d'autocorrélation partielle (PAC) possède des valeurs importantes aux retards $p=1,2,10,12\dots$, par conséquent nous avons sélectionné le modèle : SARIMA (1,0,3)(0,1,1)

Estimation des paramètres du modèle :

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.239450	0.098388	2.433735	0.0167
MA(2)	0.189341	0.095256	1.987694	0.0495
MA(3)	0.231998	0.087812	2.641993	0.0095
SMA(12)	-0.903056	0.022940	-39.36594	0.0000
R-squared	0.625724	Mean dependent var	784033.8	
Adjusted R-squared	0.614823	S.D. dependent var	5481403.	
S.E. of regression	3401905.	Akaike info criterion	32.95424	
Sum squared resid	1.19E+15	Schwarz criterion	33.05415	
Log likelihood	-1759.052	Durbin-Watson stat	2.017720	
Inverted AR Roots	.24			
Inverted MA Roots	.99	.86+.50i	.86-.50i	.50+.86i
	.50-.86i	.26+.62i	.26-.62i	.00-.99i
	-.00+.99i	-.50+.86i	-.50-.86i	-.51
	-.86+.50i	-.86-.50i	-.99	

Nous remarquons que les probabilités de nullité des coefficients sont toutes inférieures à 0,05 ; pour confirmer nous appliquons le test de validation des paramètres.

❖ Test sur les résidus :

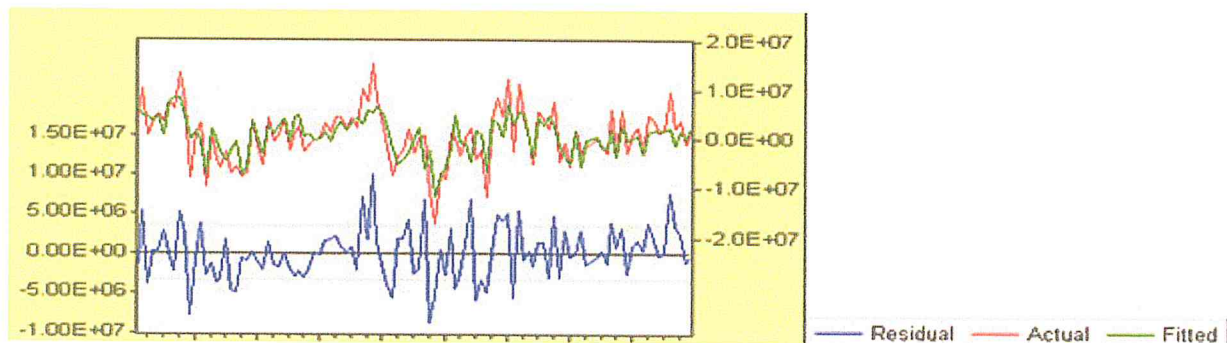


Figure IV.1.6 : Représentation graphique des séries : résiduelle (ϵ_t) ; réelle et estimée

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.010	-0.010	0.0109	
		2	0.019	0.019	0.0514	
		3	-0.017	-0.017	0.0847	
		4	-0.009	-0.010	0.0939	
		5	0.128	0.129	1.9802	0.159
		6	-0.042	-0.040	2.1829	0.336
		7	0.104	0.100	3.4513	0.327
		8	0.019	0.026	3.4938	0.479
		9	0.213	0.217	8.8717	0.114
		10	-0.071	-0.089	9.4738	0.149
		11	0.027	0.045	9.5649	0.215
		12	-0.108	-0.143	11.006	0.201
		13	-0.063	-0.053	11.497	0.243
		14	-0.039	-0.126	11.688	0.306
		15	-0.112	-0.085	13.289	0.275
		16	0.034	-0.046	13.439	0.338
		17	-0.075	-0.043	14.172	0.362
		18	0.075	0.032	14.900	0.385
		19	0.021	0.104	14.958	0.454
		20	-0.039	-0.008	15.158	0.513
		21	-0.098	-0.022	16.459	0.492
		22	-0.090	-0.043	17.565	0.485
		23	-0.036	-0.021	17.740	0.540
		24	-0.083	-0.084	18.699	0.541
		25	0.057	0.032	19.165	0.575
		26	-0.019	-0.021	19.215	0.632
		27	-0.005	-0.054	19.218	0.688

Figure IV.1.7 : Corrélogramme simple et partiel des résidus

L'analyse du corrélogramme des résidus montre que tous les termes sont à l'intérieur de l'intervalle de confiance ce qui nous entraîne à dire que les résidus forment un bruit blanc .

❖ **Test de Box – Ljung :**

Nous testons l'hypothèse nulle :

H_0 : << Les auto corrélations jusqu'au pas $K, (K=N/4)$ ne sont pas significatives >> c'est-à-dire

$$H_0 = \{ \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_K = 0 \} \text{ contre } H_1 = \{ \exists \rho_j : j = 1, \dots, \frac{N}{4} \text{ tel que } \rho_j \neq 0 \}$$

Le test est basé sur la statistique de Box-Ljung au pas k : $Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\gamma_k^2}{n-k}$

Si $Q < X^2_{0,95}(K-p-q-P-Q)$, nous acceptons l'hypothèse H_0 .

D'après le corrélogramme des résidus du modèle optimal nous remarquons que la probabilité de signification est supérieure à 0,05 au niveau de tous les retards et que le nombre de retards K est égal à 27, notre modèle est SARIMA (1,0,3)(1,1,0) estime (5) paramètres donc $X^2_{0,95}(22)$ est égal à 33,92 elle est supérieure à Q_{27} qui est égale à 19,218 donc les résidus forment un bruit blanc.

❖ **Test des points de retournements :**

Il s'agit de tester l'hypothèse nulle :

H_0 : << Les ε_i forment un bruit blanc >> contre H_1 : << Il existe une corrélation entre les $\varepsilon_i, i=1, \dots, n$ >>

Après les calculs à l'aide du logiciel MATLAB nous avons obtenu les résultats suivants :

Le nombre des points de retournements égal $P=74$

Espérance de la statistique du test $E(P)=70$

Variance de la statistique du test $VAR(P)=18,7$

La statistique du test $T = 0,92$ est inférieure à 1,96 (tabulée) d'où on accepte l'hypothèse

H_0 : << Les ε_i forment un bruit blanc >> au seuil de 0,05.

❖ **Test de nullité de la moyenne des résidus :**

Pour tester l'hypothèse H_0 : << $m=0$ >> contre H_1 : << $m \neq 0$ >>

La statistique : $t = \frac{\bar{\varepsilon}_i}{\sigma_\varepsilon / \sqrt{n-1}}$

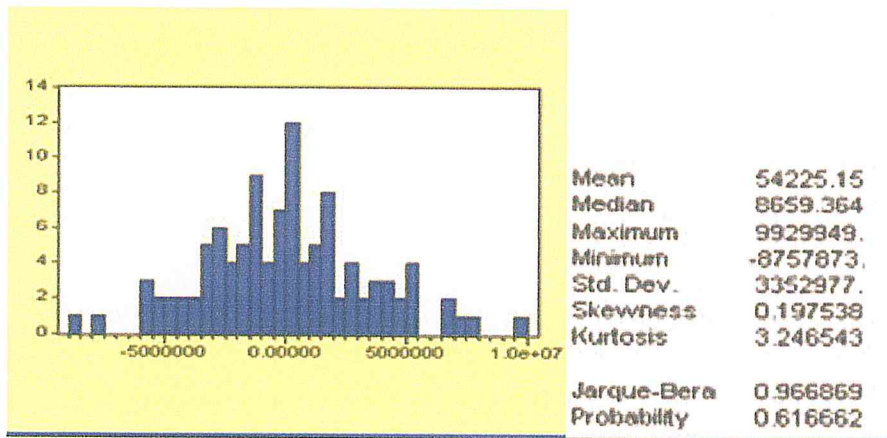
Si $|t| < t_{n-1}$ à 5% (=1,96) nous acceptons l'hypothèse de la nullité de la moyenne des résidus

Valeur du test = 0					
t	ddl	Sig. (bilatérale)	Différence moyenne	Intervalle de confiance 95% de la différence	
				Inférieure	Supérieure
,167	106	,867	54225,1860	-588423	696873,14

D'après le tableau nous avons : $|t| = 0,167$ qui est inférieure à 1,96 ; donc nous acceptons H_0 : « La moyenne des résidus est nulle ».

❖ **Test de normalité :**

Les tests sont effectués à partir des valeurs empiriques des coefficients de Skewness, Kurtosis et la statistique de Jarque-Bera



❖ **Test de Skewness (asymétrie) et de Kurtosis (aplatissement) :**

Nous testons les hypothèses suivantes :
$$\begin{cases} H_0 : \gamma_1 = 0 \text{ et } \gamma_2 = 0 \\ H_1 : \gamma_1 \neq 0 \text{ ou } \gamma_2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Test de Skewness : } \gamma_1 = \frac{\beta_1^{1/2} - 0}{\sqrt{\frac{6}{N}}} \quad \text{Test de Kurtosis : } \gamma_2 = \frac{\beta_2 - 3}{\sqrt{\frac{24}{N}}}$$

Où : $\beta_1^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$: est le coefficient de Skewness (l'indicateur d'asymétrie des résidus)

$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$: est le coefficient de Kurtosis (le degré d'aplatissement de la loi des résidus).

Sous l'hypothèse H_0 et si le nombre d'observations est assez grand ($N > 30$), nous avons :

$$\beta_1^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{\varphi} N\left(0, \sqrt{\frac{6}{N}}\right) \dots \dots \dots (1)$$

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{\varphi} N\left(3, \sqrt{\frac{24}{N}}\right) \dots \dots \dots (2)$$

Après calculs nous avons obtenu :

Test de skewness : $\gamma_1 = \frac{|\beta_1^{1/2} - 0|}{\sqrt{6/N}} = \frac{|0,1975 - 0|}{\sqrt{6/132}} = 0,8340 < 1,96$

Test de Kurtosis : $\gamma_2 = \frac{|\beta_2 - 3|}{\sqrt{24/N}} = \frac{|3,2465 - 3|}{\sqrt{24/132}} = 0,5204 < 1,96$

Nous acceptons l'hypothèse de normalité, ce qui est confirmé par le test Jarque-Berra.

❖ **Test de Jarque et Bera :**

Nous définissons la statistique S par : $S = \frac{N}{6} \beta_1 + \frac{N}{24} (\beta_2 - 3)^2$

Sous (1) et (2) : $S \rightarrow \chi^2_{1-\alpha}(2)$

Nous testons H_0 : « accepter la normalité des résidus au seuil $\alpha = 0,05$ » contre H_1 : « Il n'y a pas de normalité des résidus ».

Si $S > \chi^2_{1-\alpha}(2)$ nous rejetons l'hypothèse H_0 sinon nous l'acceptons

La statistique de Jarque - Bera = 0,9668 elle est inférieure à $\chi^2(2) = 5,99$.

D'après les tests précédents, nous concluons que les résidus forment un bruit blanc gaussien.

❖ **Test d'indépendance de Von-Neumann :**

Ce test peut être effectué lorsque les résidus sont gaussiens. Nous testons l'hypothèse nulle :

H_0 : « Les résidus sont indépendants et identiquement distribués » contre l'hypothèse H_1 : « Au moins deux observations successives tendent à être corrélées ».

Après les calculs sur le logiciel Excel nous avons obtenu les résultats suivants :

$$D^2 = 2,26901E+13 \quad \text{et} \quad S^2 = 1,12425E+13$$

Sous H_0 : $E\left(\frac{D^2}{2S^2}\right)=1$ et $\text{var}\left(\frac{D^2}{2S^2}\right)=0,0091$;

$V_{on} = |U_{obs}| = 0,0956 < 1,96$. donc nous acceptons l'hypothèse H_0 : <<les résidus sont indépendantes et identiquement distribués>>.

Conclusion :

D'après ce qui précède, les résidus du modèle optimal forment un bruit blanc gaussien donc le modèle SARIMA (1,0,3)(0,1,1) est le meilleur modèle qui peut représenter la série V_CLOFENAL .

Ce modèle s'écrit sous la forme :

$$(1 - B^{12})(1 - 0,239450 B) V_CLOFENAL_t = (1 - 0,189341 B^2 - 0,231998 B^3) (1 + 0,903056 B^{12}) \epsilon_t$$

La prévision

- Tableau de prévision

Les prévisions sont calculées pour la période allant de Janvier 2016 à Décembre 2016

Tableau IV.5 :Tableau de prévision (V_CLOFENAL)

Mois	Prévisions
janv-16	7 745 065,00
févr-16	6 355 297,00
mars-16	6 400 925,00
avr-16	4 504 896,00
mai-16	4 471 651,00
juin-16	6 728 491,00
juil-16	6 428 424,00
août-16	7 563 176,00
sept-16	8 286 833,00
oct-16	9 686 776,00
nov-16	7 980 390,00
déc-16	8 534 401,00

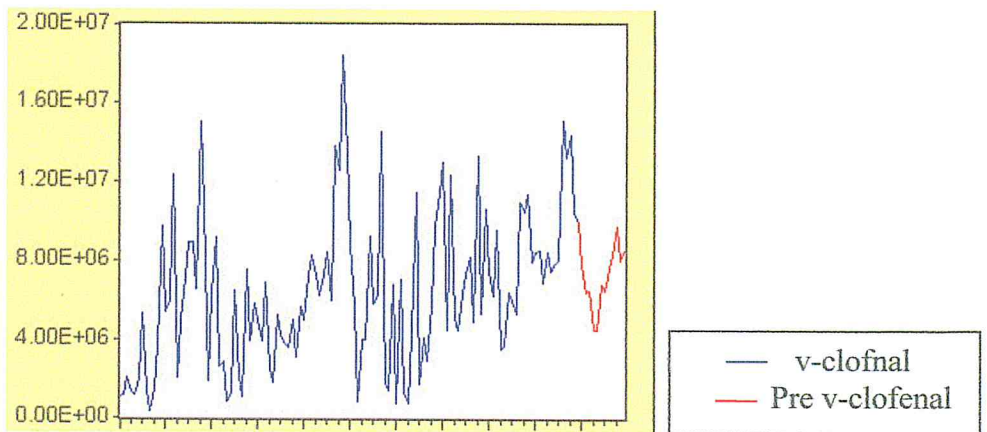


Figure IV.1.8 :Diagramme séquentiel de la série brute (V_CLOFENAL) et des prévisions

III. ETUDE DE LA SÉRIE PRODUCTION DE ZANITRA

Identification :

Les données de la série production de Zanitra s'étale sur une période de 10ans, les observations sont mensuelles ; de janvier 2005 à décembre 2015.

Notons :

P_ZANITRA : Production Zanitra (boites).

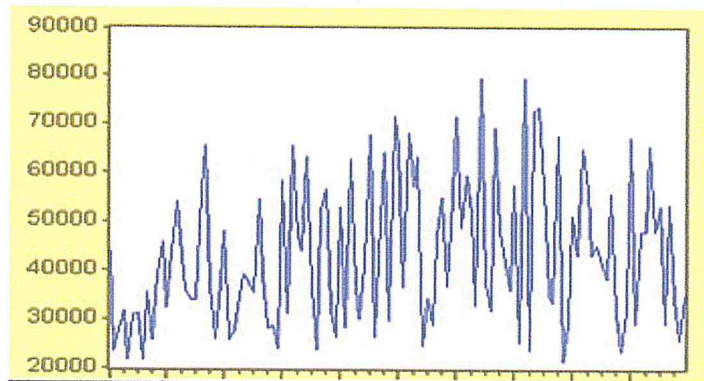


Figure V.1 : Diagramme séquentiel de la série brute (P_ZANITRA)

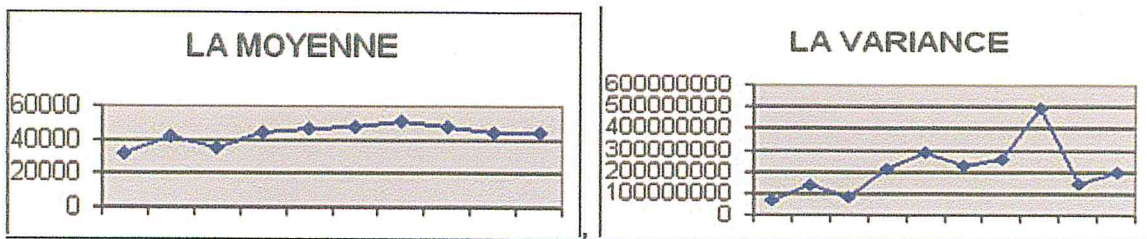


Figure V.2 : Graphes de la moyenne et la variance pour la série brute (P_ZANITRA)

D'après les deux graphes précédents, on remarque que la moyenne et la variance varient au court du temps. On peut donc dire que cette série semble non stationnaire.

Pour vérifier ceci, on va appliquer des tests statistiques.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.018	-0.018	0.0380	0.845
		2 0.078	0.078	0.8024	0.670
		3 0.176	0.180	4.6938	0.196
		4 0.069	0.074	5.2995	0.258
		5 0.032	0.009	5.4301	0.366
		6 0.018	-0.024	5.4721	0.485
		7 -0.062	-0.095	5.9730	0.543
		8 -0.027	-0.049	6.0679	0.640
		9 0.277	0.300	16.186	0.063
		10 0.014	0.084	16.211	0.094
		11 -0.032	-0.060	16.348	0.129
		12 0.190	0.090	21.257	0.047
		13 0.002	-0.048	21.257	0.068
		14 0.029	-0.015	21.371	0.092
		15 0.063	0.041	21.924	0.110
		16 0.064	0.124	22.503	0.128
		17 0.020	0.045	22.562	0.164
		18 0.244	0.167	31.073	0.028
		19 -0.013	-0.043	31.099	0.039
		20 0.022	-0.027	31.170	0.053
		21 0.169	0.033	35.391	0.026
		22 -0.012	-0.017	35.411	0.035
		23 -0.022	-0.013	35.483	0.047
		24 0.113	0.099	37.426	0.040
		25 -0.021	-0.016	37.495	0.052
		26 0.088	0.081	38.694	0.052
		27 0.078	-0.040	39.657	0.055
		28 -0.050	-0.105	40.058	0.065
		29 -0.011	-0.051	40.077	0.083
		30 0.079	-0.032	41.103	0.085

Figure V.3 :Corrélogramme de la série brute(P_ ZANITRA)

Le corrélogramme simple est marqué par la présence des pics sortant aux retards q= 9, 12,18 ; et le Corrélogramme partiel est aussi marqué par la présence d'un pic sortant au 9^{eme} retard.

❖ Test de FISHER :

Pour détecter la saisonnalité de la série on fait appel à l'analyse de la variance (ANOVA) à deux facteurs sans répétition.

Tableau IV.6 :ANALYSE DE LA VARIANCE (P_ ZANITRA)

Source des variations	Somme des carrés	Degré de liberté	Moyenne des carrés	F	Probabilité	Valeur critique pour F
Lignes	7081333922	11	643757629,3	3,9508973	9,13346E-05	1,886683603
Colonnes	3794109131	9	421567681,2	2,5872635	0,010120552	1,975806073
Erreur	16131020362	99	162939599,6			
Total	27006463415	119				

Résultats du test :

Au seuil 5% les résultats sont :

Test d'influence du facteur ligne (mois)

$F_{stat} = 3,9508 > F_{ther} = 1,8866$ donc (on rejette l'hypothèse nulle) la série est affectée d'une saisonnalité.

Test d'influence du facteur colonne (année)

$F_{stat} = 2,5872 > F_{ther} = 1,9758$ donc (on rejette l'hypothèse nulle) la série est peut être affectée d'une tendance.

Nous procédons à la désaisonnalisation de la série par l'application de l'opérateur de différence saisonnière $\nabla_{12} = (1-B^{12})$.

A fin de traiter l'effet de saisonnalité par le logiciel **MATLAB**, nous obtenons une nouvelle série désaisonnalisé nommé **DSP_ZANITRA**

Pour confirmer l'absence de saisonnalité pour la nouvelle série on a fait appel à l'analyse de la variance à deux facteurs sans répétition.

Tableau IV.7 : ANALYSE DE LA VARIANCE DSP_ZANITRA

Source des variations	Somme des carrés	Degré de liberté	Moyenne des carrés	F	Probabilité	Valeur critique pour F
Lignes	291258940,1	11	26478085,46	0,0698575	0,99998355	1,899171019
Colonnes	3021890599	8	377736324,9	0,9965869	0,44449783	2,045414315
Erreur	33354637746	88	379029974,4			
Total	36667787285	107				

• Résultats du test :

Au seuil 5% les résultats sont :

Test d'influence du facteur ligne (mois)

$F_{stat} = 0,0774 < F_{ther} = 1,8991$ donc (on accepte l'hypothèse nulle) la série n'est pas affectée d'une saisonnalité.

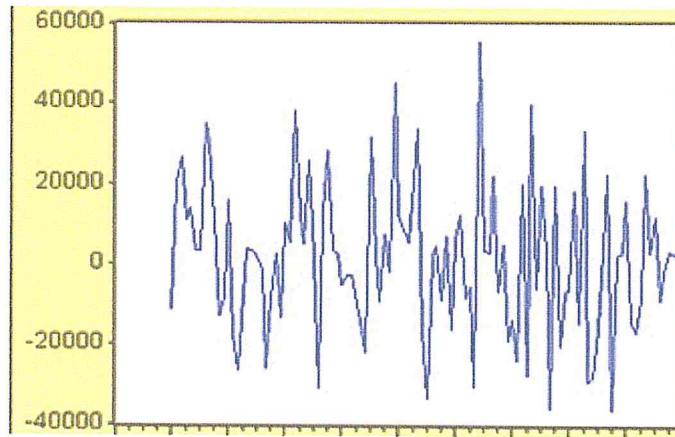


Figure V.4 : Diagramme séquentiel de la série DSP_ZANITRA

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.046	-0.046	0.2369	0.626
		2 0.014	0.012	0.2583	0.879
		3 -0.064	-0.063	0.7150	0.870
		4 0.049	0.043	0.9893	0.911
		5 0.119	0.125	2.6200	0.758
		6 -0.168	-0.166	5.8948	0.435
		7 -0.101	-0.116	7.0877	0.420
		8 -0.074	-0.066	7.7313	0.460
		9 0.200	0.178	12.544	0.184
		10 -0.041	-0.036	12.751	0.238
		11 0.015	0.044	12.780	0.308
		12 -0.429	-0.447	35.539	0.000
		13 0.097	0.050	36.714	0.000
		14 -0.038	-0.113	36.892	0.001
		15 -0.094	-0.050	38.010	0.001
		16 0.070	0.135	38.643	0.001
		17 0.015	0.174	38.671	0.002
		18 0.210	0.003	44.465	0.000
		19 0.020	-0.001	44.521	0.001
		20 0.063	-0.024	45.062	0.001
		21 0.014	0.157	45.087	0.002
		22 -0.045	-0.146	45.366	0.002
		23 0.141	0.324	48.126	0.002
		24 -0.057	-0.317	48.593	0.002
		25 0.054	0.327	49.007	0.003
		26 0.091	-0.216	50.201	0.003
		27 -0.007	0.127	50.208	0.004

Figure V.5 :Corrélogramme de la série DSP_ZANITRA

Pour déterminer le type de la composante tendancielle TS ou DS et confirmer la non stationnarité éventuelle de la série, nous appliquons le test de racine unitaire (Test de dickey-Fuller)

❖ Test de racine unitaire (Dickey-fuller) sur la série DSP_ZANITRA :

Pour confirmer la présence d'une racine unitaire et déterminer donc le type de la composante tendancielle de la série DSP_ZANITRA nous appliquons le teste de la racine unitaire.

Nous commençons par estimer le modèle [6] :

Modèle [6'] : Test sur la tendance :

$$\Delta DSP_ZANITRA_t = \Phi DSP_ZANITRA_{t-1} + C + \beta t + \sum_{j=1}^p \Phi_j \Delta DSP_ZANITRA_{t-j} + \varepsilon_t$$

Nous testons alors la présence d'une tendance dans le processus en testant la nullité du coefficient de la tendance β . Le résultat est donné dans le tableau suivant :

	t-Statistic	Prob.*	
Fuller test statistic	-10.93729	0.0000	
1% level	-4.046072		
5% level	-3.452358		
10% level	-3.151673		
Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
-1.066176	0.097481	-10.93729	0.0000
7670.797	4269.919	1.796474	0.0753
1) -90.59028	58.42222	-1.550613	0.1240
0.534956	Mean dependent var	136.6168	
0.526013	S.D. dependent var	26872.94	
18501.14	Akaike info criterion	22.51669	
3.56E+10	Schwarz criterion	22.59163	
-1201.643	F-statistic	59.81741	
1.981793	Prob(F-statistic)	0.000000	

On remarque que la t-statistique de la tendance = -1,5506 est inférieure à la valeur critique 2,79 pour le seuil (5%) (Donnée par la table de Dickey-Fuller) et on le confirme par la prob= 0,1240 supérieure à (0,05) donc nous acceptons l'hypothèse nulle de la nullité du coefficient de la tendance. Le modèle [6'] est remis en cause, il faut donc recommencer ce test à partir du modèle [5'] incluant uniquement une constante.

Modèle [5'] : Test sur la constante :

$$\Delta DSP_ZANITRA_t = \Phi DSP_ZANITRA_{t-1} + C + \sum_{j=1}^p \Phi_j \Delta DSP_ZANITRA_{t-j} + \varepsilon_t$$

Nous testons la présence d'une constante dans le processus en testant la nullité du coefficient de la constante. Le résultat est donnée dans le tableau suivant.

	t-Statistic	Prob.*	
Fuller test statistic	-10.75561	0.0000	
1% level	-3.492523		
5% level	-2.888669		
10% level	-2.581313		
Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
-1.046149	0.097265	-10.75561	0.0000
1662.626	1806.075	0.920574	0.3594
0.524205	Mean dependent var	136.6168	
0.519673	S.D. dependent var	26872.94	
18624.45	Akaike info criterion	22.52085	
3.64E+10	Schwarz criterion	22.57081	
-1202.866	F-statistic	115.6831	
1.976489	Prob(F-statistic)	0.000000	

On remarque que la statistique de la constante (c) = 0,9205 est inférieure à la valeur critique 2,54 pour le seuil (5%) (Donnée par la table de Dickey-Fuller) et on le confirme par

Application de la méthode de Box & Jenkins

la prob = 0,3594 supérieure à (0,05) donc nous acceptons l'hypothèse nulle de la nullité du coefficient de la constante. Le modèle [5'] est remis en cause, il faut donc recommencer ce test à partir du modèle [4'] .

Modèle [4'] : test de la racine unitaire :

$$\Delta DSP_ZANITRA_t = \Phi DSP_ZANITRA_{t-1} + \sum_{j=1}^p \Phi_j \Delta DSP_ZANITRA_{t-j} + \varepsilon_t$$

Nous testons alors la présence d'une racine unitaire dans le processus en testons la nullité du paramètre Φ . Le résultat est :

	t-Statistic	Prob.*	
-Fuller test statistic	-10.72413	0.0000	
1% level	-2.586753		
5% level	-1.943853		
10% level	-1.614749		
Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
-1.039115	0.096895	-10.72413	0.0000
0.520365	Mean dependent var		136.6168
0.520365	S.D. dependent var		26872.94
18611.05	Akaike info criterion		22.51020
3.67E+10	Schwarz criterion		22.53518
-1203.296	Durbin-Watson stat		1.974796

Nous remarquons que la statistique de Student $t_{\Phi} = -10,7141$; cette valeur est inférieure à la valeur critique au seuil 5% (- 1,9438) donc nous rejetons l'hypothèse H''_0 (existence d'une racine unitaire, $\Phi=0$) d'où la série est stationnaire.

Identification et estimation du modèle :

Nous remarquons que la fonction d'autocorrélation simple (AC) possède des valeurs importantes aux retards $q=12,18$ et que la fonction d'autocorrélation partielle (PAC) possède des valeurs importantes aux retards $p=12,23,24$ par conséquent nous avons sélectionné le modèle : SARIMA (0,0,0)(0,1,1).

Estimation des paramètres du modèle :

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MA(12)	-0.918613	0.023089	-39.78619	0.0000
R-squared	0.481180	Mean dependent var		1474.620
Adjusted R-squared	0.481180	S.D. dependent var		18511.88
S.E. of regression	13333.95	Akaike info criterion		21.84323
Sum squared resid	1.90E+10	Schwarz criterion		21.86806
Log likelihood	-1178.534	Durbin-Watson stat		1.915234
Inverted MA Roots	.99	.86+.50i	.86-.50i	.50+.86i
	.50-.86i	.00+.99i	-.00-.99i	-.50+.86i
	-.50-.86i	-.86+.50i	-.86-.50i	-.99

Nous remarquons que les probabilités de nullité des coefficients sont toutes inférieures à 0,05 ; pour confirmer nous appliquons le test de validation des paramètres.

❖ Test sur les résidus :

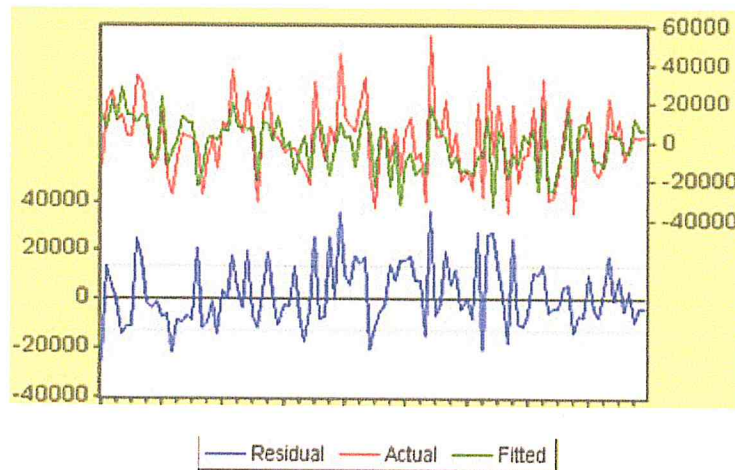


Figure V.6 : Représentation graphique des séries : résiduelle (ϵ_t) ; réelle et estimée

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.002	-0.002	0.0006	
		2 0.028	0.028	0.0916	0.762
		3 0.006	0.007	0.0963	0.953
		4 0.070	0.069	0.6497	0.885
		5 0.094	0.094	1.6593	0.798
		6 -0.127	-0.131	3.5284	0.619
		7 -0.061	-0.070	3.9643	0.682
		8 -0.026	-0.025	4.0445	0.775
		9 0.234	0.235	10.613	0.225
		10 0.011	0.028	10.628	0.302
		11 0.085	0.108	11.515	0.319
		12 -0.039	-0.058	11.702	0.386
		13 0.113	0.067	13.299	0.348
		14 0.051	-0.009	13.629	0.400
		15 -0.037	0.006	13.802	0.465
		16 0.121	0.152	15.685	0.403
		17 0.043	0.094	15.924	0.458
		18 0.215	0.163	22.026	0.184
		19 0.022	0.030	22.093	0.228
		20 0.051	0.002	22.441	0.263
		21 -0.017	-0.048	22.481	0.315
		22 -0.051	-0.114	22.833	0.353
		23 0.069	0.078	23.506	0.374
		24 -0.104	-0.051	25.046	0.348
		25 -0.012	-0.016	25.066	0.402
		26 0.074	0.086	25.855	0.415
		27 0.045	-0.068	26.146	0.455

Figure V.7 : Corrélogramme simple et partiel des résidus

L'analyse du corrélogramme des résidus montre que tous les termes sont à l'intérieur de l'intervalle de confiance ce qui nous entraîne à dire que les résidus forment un bruit blanc.

❖ Test de Box – Ljung :

Nous testons l'hypothèse nulle :

H_0 : << Les auto corrélations jusqu'au pas $K, (K=N/4)$ ne sont pas significatives >> c'est-à-dire

$$H_0 = \{\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_K = 0\} \text{ contre } H_1 = \{\exists \rho_j : j = 1, \dots, \frac{N}{4} \text{ tel que } \rho_j \neq 0\}$$

Le test est basé sur la statistique de Box-Ljung au pas k : $Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\gamma_k^2}{n-k}$

Si $Q < X^2_{0,95}(K-p-q-P-Q)$, nous acceptons l'hypothèse H_0 .

D'après le corrélogramme des résidus du modèle optimal nous remarquons que la probabilité de signification est supérieure à 0,05 au niveau de tous les retards et que le nombre de retards K est égal à 27, notre modèle est **SARIMA (0,0,0)(0,1,1)** estime (1) paramètre donc $X^2_{0,95}(26)$ est égal à 38,89 elle est supérieure à Q_{27} qui est égale à 26,146 donc les résidus forment un **bruit blanc**.

❖ **Test des points de retournements :**

Il s'agit de tester l'hypothèse nulle :

$$H_0 : \{\{\text{Les } \varepsilon_i \text{ forment un bruit blanc}\}\} \text{ contre } H_1 : \{\{\text{Il existe une corrélation entre les } \varepsilon_i \text{ } i=1, \dots, n\}\}$$

Après les calculs à l'aide du logiciel **MATLAB** nous avons obtenu les résultats suivants :

Le nombre des points de retournements égal **P=78**

Espérance de la statistique du test **E(P)=70,67**

Variance de la statistique du test **VAR(P)=18,88**

La statistique du test **T =1,68** est inférieure à 1,96(tabulée) d'où on accepte l'hypothèse

$H_0 : \{\{\text{Les } \varepsilon_i \text{ forment un bruit blanc}\}\}$ au seuil de **0,05**.

❖ **Test de nullité de la moyenne des résidus :**

Pour tester l'hypothèse $H_0 : \{\{m=0\}\}$ contre $H_1 : \{\{m \neq 0\}\}$

$$\text{La statistique : } t = \frac{\bar{\varepsilon}_i}{\sigma_\varepsilon / \sqrt{n-1}}$$

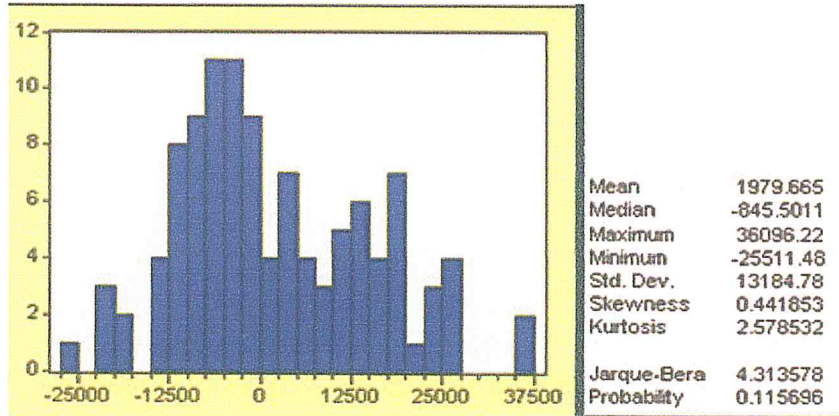
Si $|t| < t_{n-1}$ à 5% (=1,96) nous acceptons l'hypothèse de la nullité de la moyenne des résidus

Valeur du test = 0					
t	ddl	Sig. (bilatérale)	Différence moyenne	Intervalle de confiance 95% de la différence	
				Inférieure	Supérieure
1,560	107	,122	1979,6645	-535,3975	4494,7265

D'après le tableau nous avons : $|t| = 1,560$ qui est inférieure à 1,96 ; donc nous acceptons $H_0 : \{\{\text{La moyenne des résidus est nulle}\}\}$.

❖ Test de normalité :

Les tests sont effectués à partir des valeurs empiriques des coefficients de Skewness, Kurtosis et la statistique de Jarque-Bera



❖ Test de Skewness (asymétrie) et de Kurtosis (aplatissement) :

Nous testons les hypothèses suivantes :

$$\begin{cases} H_0 : \gamma_1 = 0 \text{ et } \gamma_2 = 0 \\ H_1 : \gamma_1 \neq 0 \text{ ou } \gamma_2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Test de Skewness : } \gamma_1 = \frac{\beta_1^{1/2} - 0}{\sqrt{\frac{6}{N}}} \quad \text{Test de Kurtosis : } \gamma_2 = \frac{\beta_2 - 3}{\sqrt{\frac{24}{N}}}$$

Où : $\beta_1^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$: est le coefficient de Skewness (l'indicateur d'asymétrie des résidus)

$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$: est le coefficient de Kurtosis (le degré d'aplatissement de la loi des résidus).

Sous l'hypothèse H_0 et si le nombre d'observations est assez grand ($N > 30$), nous avons :

$$\beta_1^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{\mathcal{L}} N\left(0, \sqrt{\frac{6}{N}}\right) \dots \dots \dots (1)$$

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{\mathcal{L}} N\left(3, \sqrt{\frac{24}{N}}\right) \dots \dots \dots (2)$$

Après calculs nous avons obtenu :

$$\text{Test de skewness : } \gamma_1 = \frac{\beta_1^{1/2} - 0}{\sqrt{6/N}} = \frac{0,441853 - 0}{\sqrt{6/132}} = 1,8746 < 1,96$$

$$\text{Test de Kurtosis : } \gamma_2 = \frac{|\beta_2 - 3|}{\sqrt{24/N}} = \frac{|2,578532 - 3|}{\sqrt{24/132}} = 0,8940 < 1,96$$

Nous acceptons l'hypothèse de normalité, ce qui est confirmé par le test Jarque- Berra.

❖ **Test de Jarque et Bera :**

Nous définissons la statistique S par : $S = \frac{N}{6} \beta_1 + \frac{N}{24} (\beta_2 - 3)^2$

Sous (1) et (2) : $S \rightarrow \chi^2_{1-\alpha}(2)$

Nous testons H_0 : « accepter la normalité des résidus au seuil $\alpha = 0,05$ » contre H_1 : « Il n'y a pas de normalité des résidus ».

Si $S > \chi^2_{1-\alpha}(2)$ nous rejetons l'hypothèse H_0 sinon nous l'acceptons

La statistique de Jarque - Bera = 4.31 elle est inférieure à $\chi^2(2) = 5,99$.

D'après les tests précédents, nous concluons que les résidus forment un bruit blanc gaussien.

❖ **Test d'indépendance de Von-Neumann :**

Ce test peut être effectué lorsque les résidus sont gaussiens. Nous testons l'hypothèse nulle :

H_0 : « Les résidus sont indépendants et identiquement distribués » contre l'hypothèse

H_1 : « Au moins deux observations successives tendent à être corrélées ».

Après les calculs sur le logiciel Excel nous avons obtenu les résultats suivants :

$$D^2 = 340517451 \text{ et } S^2 = 173838453$$

Sous H_0 : $E\left(\frac{D^2}{2S^2}\right) = 1$ et $\text{var}\left(\frac{D^2}{2S^2}\right) = 0,0090$;

$Von = |U_{obs}| = 0,2170 < 1,96$. Donc nous acceptons l'hypothèse H_0 : « les résidus sont indépendantes et identiquement distribués ».

Conclusion :

D'après ce qui précède, les résidus du modèle optimal forment un bruit blanc gaussien donc le modèle SARIMA (0, 0,0) (0, 1,1) est le meilleur modèle qui peut représenter la série P_ZANITRA.

Ce modèle s'écrit sous la forme :

$$(1 - B^{12})P_ZANITRA_t = (1 + 0,916813B^{12}) \varepsilon_t$$

La prévision

- Tableau de prévision

Les prévisions sont calculées pour la période allant de Janvier 2016 à Décembre 2016

Tableau IV.8 : Tableau de prévision (P_ZANITRA)

Mois	Prévisions
janv-16	57546
févr-16	32711
mars-16	54785
avr-16	44182
mai-08	49347
juin-16	48208
juil-16	45102
août-16	33275
sept-16	50308
oct-16	42808
nov-16	29219
déc-16	38150

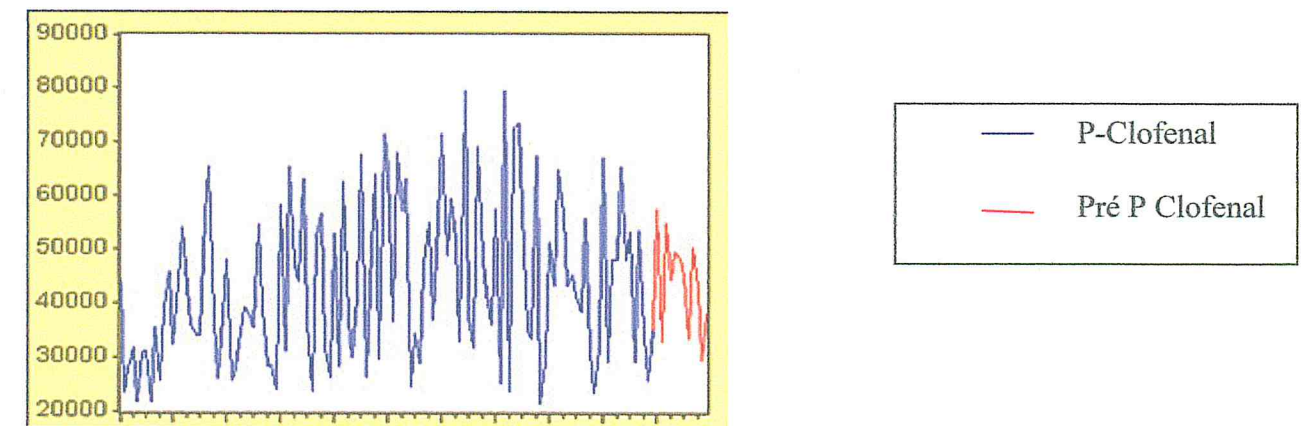


Figure V.8 : Diagramme séquentiel de la série brute (P_ZANITRA) et des prévisions

IV. ETUDE DE LA SÉRIE VENTE DE ZANITRA

Identification :

Les données de la série vente de ZANITRA s'étale sur une période de 10ans, les observations sont mensuelles ; de janvier 2005 à décembre 2015.

Notons :

V_ZANITRA : Vente zanitra (DA).

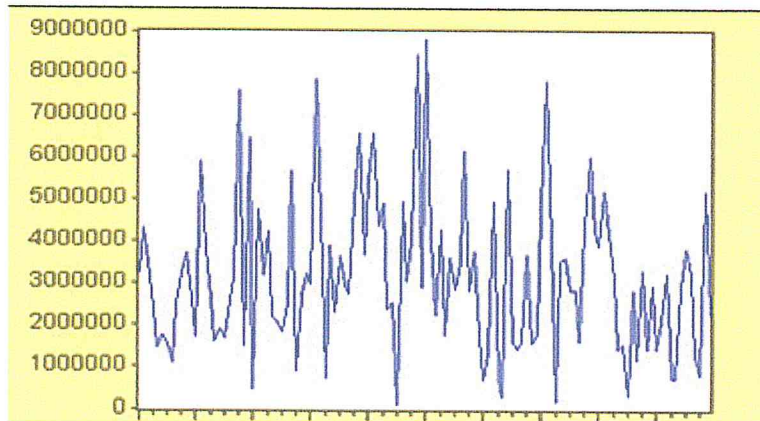


Figure V.1.1 : Diagramme séquentiel de la série brute (V_ZANITRA)

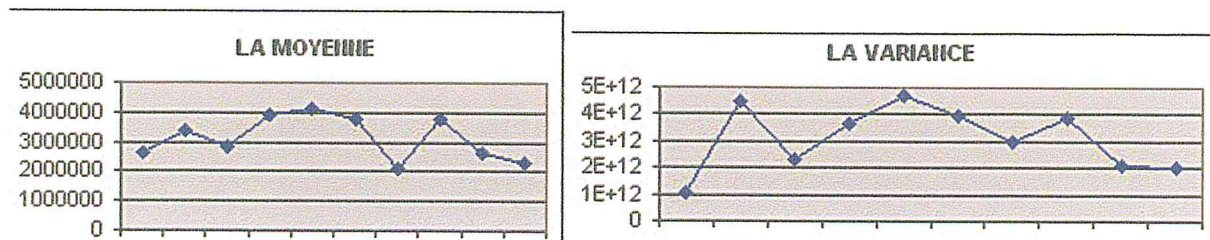


Figure V.1.2 : Graphes de la moyenne et la variance pour la série brute (V_ZANITRA)

D'après les deux graphes précédents, on remarque que la moyenne et la variance varient au court du temps. On peut donc dire que cette série non stationnaire.

Pour vérifier ceci, on va appliquer des tests statistiques.

❖ Test de FISHER (analyse de la variance):

Tableau IV.9 : ANALYSE DE LA VARIANCE (V_ZANITRA)

Source des variations	Somme des carrés	Degré de liberté	Moyenne des carrés	F	Probabilité	Valeur critique pour F
Lignes	8,58264E+13	11	7,8024E+12	3,01240809	0,00168056	1,886683603
Colonnes	5,93341E+13	9	6,59268E+12	2,54535171	0,01131872	1,975806073
Erreur	2,56419E+14	99	2,59009E+12			
Total	4,01579E+14	119				

• **Résultats du test :**

Au seuil 5% les résultats sont :

Test d'influence du facteur ligne (mois)

$F_{stat} = 3,0124 > F_{ther} = 1,8866$ donc (on rejette l'hypothèse nulle) la série est affectée d'une saisonnalité.

Test d'influence du facteur colonne (année)

$Stat = 2,5453 > F_{ther} = 1,9758$ donc (on rejette l'hypothèse nulle) la série est peut être affectée d'une tendance.

Nous procédons à la désaisonnalisation de la série par l'application de l'opérateur de différence saisonnière $\nabla_{12} = (1-B^{12})$.

A fin de traiter l'effet de saisonnalité par le logiciel MATLAB, nous obtenons une nouvelle série désaisonnalisée nommé DSV-ZANITRA.

Pour confirmer l'absence de saisonnalité pour la nouvelle série on a fait appel à l'analyse de la variance à deux facteurs sans répétition.

Tableau IV.10 : ANALYSE DE LA VARIANCE (DSV_ZANITRA)

Source des variations	Somme des carrés	Degré de liberté	Moyenne des carrés	F	Probabilité	Valeur critique pour F
Lignes	3,5138E+12	11	3,19418E+11	0,05183226	0,9999965	1,899171019
Colonnes	1,14458E+14	8	1,43072E+13	2,32165209	0,02609684	2,045414315
Erreur	5,42302E+14	88	6,16253E+12			
Total	6,60274E+14	107				

• **Résultats du test :**

Au seuil 5% les résultats de l'ANOVA sont :

Test d'influence du facteur ligne (mois)

$F_{stat} = 0,0518 < F_{ther} = 1,8991$ donc (on accepte l'hypothèse nulle) la série n'est pas affectée d'une saisonnalité.

Test d'influence du facteur colonne (année)

$F_{stat} = 2,3216 > F_{ther} = 2,0454$ donc (on rejette l'hypothèse nulle) la série est peut être affectée d'une tendance.

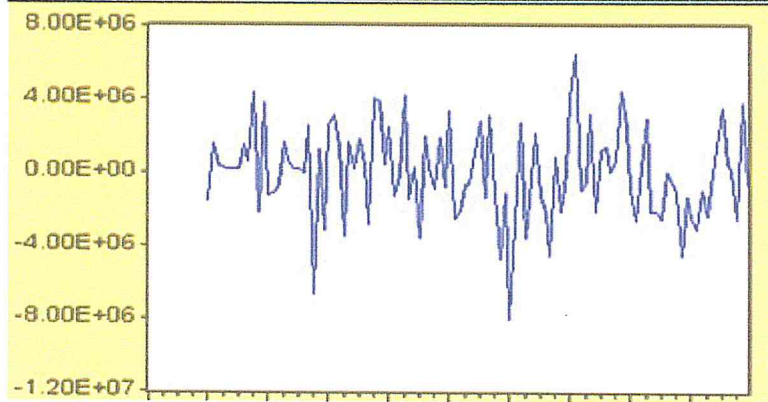


Figure v.1.3 : Diagramme séquentiel de la série DSV_ZANITRA

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.004	0.004	0.0022	0.963
		2	0.070	0.070	0.5492	0.760
		3	0.070	0.069	1.0994	0.777
		4	-0.010	-0.015	1.1105	0.893
		5	0.046	0.037	1.3535	0.929
		6	0.020	0.017	1.4020	0.966
		7	-0.048	-0.053	1.6783	0.975
		8	0.136	0.130	3.8752	0.868
		9	0.113	0.122	5.4181	0.796
		10	0.076	0.066	6.1133	0.806
		11	0.104	0.074	7.4474	0.762
		12	-0.402	-0.440	27.405	0.007
		13	-0.084	-0.149	28.296	0.008
		14	-0.040	-0.013	28.503	0.012
		15	-0.065	0.036	29.049	0.016
		16	-0.135	-0.135	31.389	0.012
		17	0.063	0.092	31.907	0.015
		18	0.002	0.029	31.907	0.023
		19	0.049	-0.022	32.225	0.029
		20	-0.054	0.002	32.621	0.037
		21	-0.027	0.124	32.722	0.049
		22	-0.097	-0.002	34.025	0.049
		23	-0.001	0.120	34.025	0.065
		24	-0.096	-0.274	35.338	0.064
		25	-0.058	-0.191	35.813	0.074
		26	0.028	0.012	35.928	0.093
		27	-0.110	-0.119	37.715	0.082

Figure v.1.4 : Corrélogramme de la série DSV_ZANITRA

Pour déterminer le type de la composante tendancielle TS ou DS et confirmer la non stationnarité éventuelle de la série, nous appliquons le test de racine unitaire (Test de dickey-fuller)

❖ Test de racine unitaire (Dickey-fuller) sur la série DSV_ZANITRA :

Pour confirmer la présence d'une racine unitaire et déterminer donc le type de la composante tendancielle de la série DSV_ZANITRA nous appliquons le teste de la racine unitaire.

Nous commençons par estimer le modèle [6'] :

Modèle [6'] : Test sur la tendance :

$$\Delta DSV_ZANITRA_t = \Phi DSV_ZANITRA_{t-1} + C + \beta t + \sum_{j=1}^p \Phi_j \Delta DSV_ZANITRA_{t-j} + \varepsilon_t$$

Application de la méthode de Box & Jenkins

Nous testons alors la présence d'une tendance dans le processus en testant la nullité du coefficient de la tendance β . Le résultat est donné dans le tableau suivant :

	t-Statistic	Prob.*	
Fuller test statistic	-10.37900	0.0000	
1% level	-4.046072		
5% level	-3.452358		
10% level	-3.151673		
Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
-1.014315	0.097728	-10.37900	0.0000
670346.6	571597.7	1.172759	0.2436
11) -10464.66	7857.052	-1.331881	0.1858
0.508846	Mean dependent var	7999.219	
0.499401	S.D. dependent var	3524867.	
2493951.	Akaike info criterion	32.32427	
6.47E+14	Schwarz criterion	32.39921	
-1726.349	F-statistic	53.87308	
1.989867	Prob(F-statistic)	0.000000	

On remarque que la statistique de la tendance = $-1,3318$ est inférieure à la valeur critique $2,79$ pour le seuil (5%) (Donnée par la table de Dickey-fuller) et on le confirme par la prob = $0,1858$ supérieure à $(0,05)$ donc nous acceptons l'hypothèse nulle de la nullité du coefficient de la tendance. Le modèle [6'] est remis en cause, il faut donc recommencer ce test à partir du modèle [5'] incluant uniquement une constante.

Modèle [5'] : Test sur la constante :

$$\Delta DSV_ZANITRA_t = \Phi DSV_ZANITRA_{t-1} + C + \sum_{j=1}^p \Phi_j \Delta DSV_ZANITRA_{t-j} + \varepsilon_t$$

Nous testons la présence d'une constante dans le processus en testant la nullité du coefficient de la constante. Le résultat est donné dans le tableau suivant :

	t-Statistic	Prob.*	
Fuller test statistic	-10.25655	0.0000	
1% level	-3.492523		
5% level	-2.888669		
10% level	-2.581313		
Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
-0.999483	0.097448	-10.25655	0.0000
-19906.95	242001.5	-0.082260	0.9346
0.500468	Mean dependent var	7999.219	
0.495711	S.D. dependent var	3524867.	
2503125.	Akaike info criterion	32.32249	
6.58E+14	Schwarz criterion	32.37245	
-1727.253	F-statistic	105.1969	
1.987699	Prob(F-statistic)	0.000000	

On remarque que la t-statistique de la constante (c) = $-0,0822$ est inférieure à la valeur critique $2,54$ pour le seuil (5%) (Donnée par la table de Dickey-Fuller) et on le confirme par la prob = $0,9346$ supérieure à $(0,05)$ donc nous acceptons l'hypothèse nulle de la nullité du

coefficient de la constante. Le modèle [5'] est remis en cause, il faut donc recommencer ce test à partir du modèle [4'] .

Modèle [4'] : test de la racine unitaire :

$$\Delta DSV_ZANITRA_t = \Phi DSV_ZANITRA_{t-1} + \sum_{j=1}^p \Phi_j \Delta DSV_ZANITRA_{t-j} + \varepsilon_t$$

Nous testons alors la présence d'une racine unitaire dans le processus en testons la nullité du paramètre Φ .

	t-Statistic	Prob.*	
Fuller test statistic	-10.30467	0.0000	
1% level	-2.586753		
5% level	-1.943853		
10% level	-1.614749		
Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
-0.999393	0.096985	-10.30467	0.0000
0.500436	Mean dependent var	7999.219	
0.500436	S.D. dependent var	3524867.	
2491370.	Akaike info criterion	32.30387	
6.58E+14	Schwarz criterion	32.32885	
-1727.257	Durbin-Watson stat	1.987762	

Nous remarquons que la statistique de Student $t_{\Phi} = -10,3046$; cette valeur est inférieure à la valeur critique au seuil 5% (- 1,9438) donc nous rejetons l'hypothèse H_0 (existence d'une racine unitaire, $\Phi=0$) d'où la série est stationnaire.

Identification et estimation du modèle :

Nous remarquons que la fonction d'autocorrélation simple (AC) est marquée par la présence d'un seul pic sortant au $q=12$, et que la fonction d'autocorrélation partielle (PAC) est marquée aussi par la présence d'un pic sortant $p=12$ par conséquent nous avons sélectionné le modèle : *SARIMA* (0, 0, 0)(0, 1, 1)

Estimation des paramètres du modèle :

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MA(12)	-0.883194	0.031571	-27.97453	0.0000
R-squared	0.464169	Mean dependent var	-34279.26	
Adjusted R-squared	0.464169	S.D. dependent var	2484107.	
S.E. of regression	1818377.	Akaike info criterion	31.67400	
Sum squared resid	3.54E+14	Schwarz criterion	31.69884	
Log likelihood	-1709.396	Durbin-Watson stat	1.997605	
Inverted MA Roots	.99	.86-.49i	.86+.49i	.49-.86i
	.49+.86i	.00+.99i	-.00-.99i	-.49+.86i
	-.49-.86i	-.86+.49i	-.86-.49i	-.99

Nous remarquons que les probabilités de nullité des coefficients sont toutes inférieures à 0,05 ; pour confirmer nous appliquons le test de validation des paramètres.

❖ **Test sur les résidus :**

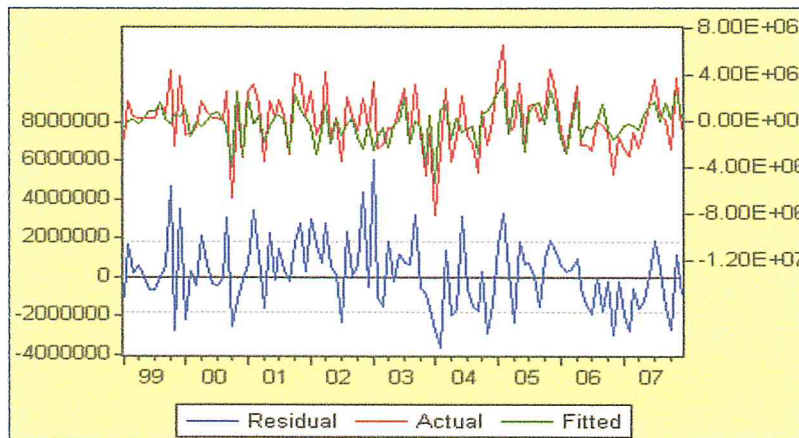


Figure V.1.5 : Représentation graphique des séries : résiduelle (ϵ) ; réelle et estimée

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.005	-0.005	0.0026	
		2 0.146	0.146	2.3875	0.122
		3 0.103	0.107	3.5943	0.166
		4 0.018	-0.001	3.6323	0.304
		5 0.128	0.101	5.5205	0.238
		6 -0.008	-0.018	5.5278	0.355
		7 0.047	0.014	5.7915	0.447
		8 0.130	0.117	7.7856	0.352
		9 0.136	0.141	10.014	0.264
		10 0.092	0.053	11.044	0.273
		11 0.076	0.028	11.758	0.302
		12 -0.085	-0.142	12.660	0.316
		13 -0.141	-0.222	15.129	0.234
		14 0.031	0.009	15.253	0.292
		15 -0.112	-0.063	16.852	0.264
		16 -0.067	-0.082	17.434	0.294
		17 0.091	0.119	18.520	0.294
		18 -0.019	0.024	18.567	0.354
		19 0.061	0.006	19.056	0.388
		20 -0.001	0.032	19.056	0.453
		21 0.002	0.076	19.057	0.518
		22 -0.096	-0.082	20.338	0.500
		23 0.001	0.065	20.339	0.562
		24 -0.162	-0.128	24.063	0.400
		25 -0.002	-0.060	24.064	0.458
		26 0.027	0.036	24.171	0.510
		27 -0.137	-0.147	26.922	0.413

Figure V.1.6 : Corrélogramme simple et partiel des résidus

L'analyse du corrélogramme des résidus montre que tous les termes sont à l'intérieur de l'intervalle de confiance ce qui nous entraîne à dire que les résidus forment un bruit blanc.

❖ **Test de Box - Ljung :**

Nous testons l'hypothèse nulle :

H_0 : << Les auto corrélations jusqu'au pas $K, (K=N/4)$ ne sont pas significatives >> c'est-à-dire

$$H_0 = \langle \langle \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_K = 0 \rangle \rangle \text{ contre } H_1 = \langle \langle \exists \rho_j : j = 1, \dots, \frac{N}{4} \text{ telque } \rho_j \neq 0 \rangle \rangle$$

Le test est basé sur la statistique de Box-Ljung au pas k : $Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\gamma_k^2}{n-k}$

Si $Q < X^2_{0,95} (K-Q)$, nous acceptons l'hypothèse H_0 .

D'après le corrélogramme des résidus du modèle optimal nous remarquons que la probabilité de signification est supérieure à 0,05 au niveau de tous les retards et que le nombre de retards K est égal à 27, notre modèle est SARIMA (0,0,0)(0,1,1) estime (1) paramètre donc $X^2_{0,95}(26)$ est égal à 33,92 elle est supérieure à Q_{27} qui est égale à 26,922 donc les résidus forment un bruit blanc.

❖ **Test des points de retournements :**

Il s'agit de tester l'hypothèse nulle :

$H_0 : \ll \text{Les } \varepsilon_i \text{ forment un bruit blanc} \gg$ contre $H_1 : \ll \text{Il existe une corrélation entre les } \varepsilon_i \text{ } i=1, \dots, n \gg$

Après les calculs à l'aide du logiciel MATLAB nous avons obtenu les résultats suivants :

Le nombre des points de retournements égal $P=65$

Espérance de la statistique du test $E(P)=70,67$

Variance de la statistique du test $VAR(P)=18,88$

La statistique du test $T = 1,30$ est inférieure à 1,96 (tabulée) d'où on accepte l'hypothèse

$H_0 : \ll \text{Les } \varepsilon_i \text{ forment un bruit blanc} \gg$ au seuil de 0,05.

❖ **Test de nullité de la moyenne des résidus :**

Pour tester l'hypothèse $H_0 : \ll m=0 \gg$ contre $H_1 : \ll m \neq 0 \gg$

La statistique : $t = \frac{\bar{\varepsilon}_i}{\sigma_\varepsilon / \sqrt{n-1}}$

Si $|t| < t_{n-1}$ à 5% (=1,96) nous acceptons l'hypothèse de la nullité de la moyenne des résidus

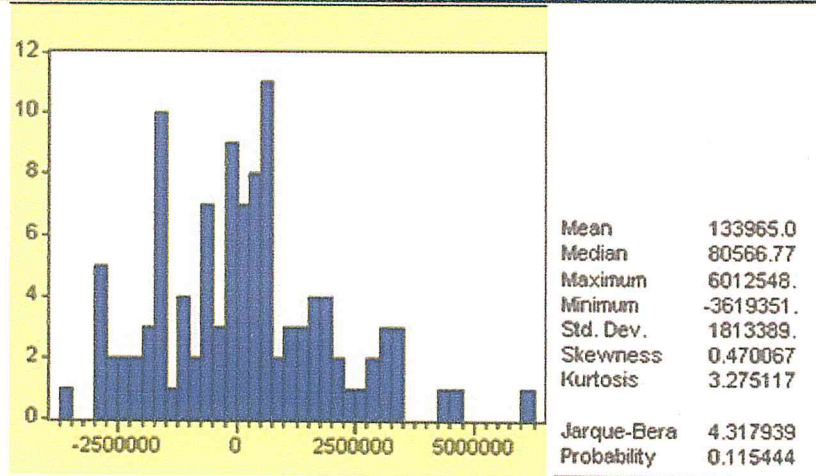
Valeur du test = 0					
t	ddl	Sig. (bilatérale)	Différence moyenne	Intervalle de confiance 95% de la différence	
				Inférieure	Supérieure
,768	107	,444	133964,99	-211948	479877,96

D'après le tableau nous avons : $|t| = 0,768$ qui est inférieure à 1,96 ; donc nous acceptons

$H_0 : \ll \text{La moyenne des résidus est nulle} \gg$.

❖ **Test de normalité :**

Les tests sont effectués à partir des valeurs empiriques des coefficients de Skewness, Kurtosis et la statistique de Jarque-Bera



❖ Test de Skewness (asymétrie) et de Kurtosis (aplatissement) :

Nous testons les hypothèses suivantes :

$$\begin{cases} H_0 : \gamma_1 = 0 \text{ et } \gamma_2 = 0 \\ H_1 : \gamma_1 \neq 0 \text{ ou } \gamma_2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Test de Skewness : } \gamma_1 = \frac{\beta_1^{1/2} - 0}{\sqrt{\frac{6}{N}}} \quad \text{Test de Kurtosis : } \gamma_2 = \frac{\beta_2 - 3}{\sqrt{\frac{24}{N}}}$$

Où : $\beta_1^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$: est le coefficient de Skewness (l'indicateur d'asymétrie des résidus)

$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$: est le coefficient de Kurtosis (le degré d'aplatissement de la loi des résidus).

Sous l'hypothèse H_0 et si le nombre d'observations est assez grand ($N > 30$), nous avons :

$$\beta_1^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{\mathcal{L}} N\left(0, \sqrt{\frac{6}{N}}\right) \dots \dots \dots (1)$$

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{\mathcal{L}} N\left(3, \sqrt{\frac{24}{N}}\right) \dots \dots \dots (2)$$

Après calculs nous avons obtenu :

$$\text{Test de skewness : } \gamma_1 = \frac{\beta_1^{1/2} - 0}{\sqrt{6/N}} = \frac{0,470067 - 0}{\sqrt{6/132}} = 1,9443 < 1,96$$

$$\text{Test de Kurtosis : } \gamma_2 = \frac{\beta_2 - 3}{\sqrt{24/N}} = \frac{3,275117 - 3}{\sqrt{24/132}} = 1,0409 < 1,96$$

Nous acceptons l'hypothèse de normalité, ce qui est confirmé par le test Jarque- Berra.

❖ **Test de Jarque et Bera :**

Nous définissons la statistique S par : $S = \frac{N}{6} \beta_1 + \frac{N}{24} (\beta_2 - 3)^2$

Sous (1) et (2) : $S \rightarrow \chi^2_{1-\alpha}(2)$

Nous testons H_0 : « accepter la normalité des résidus au seuil $\alpha = 0,05$ » contre

H_1 : « Il n'y a pas de normalité des résidus ».

Si $S > \chi^2_{1-\alpha}(2)$ nous rejetons l'hypothèse H_0 sinon nous l'acceptons

La statistique de Jarque - Bera = 0,9668 elle est inférieure à $\chi^2(2) = 5,99$.

D'après les tests précédents, nous concluons que les résidus forment un bruit blanc gaussien.

❖ **Test d'indépendance de Von-Neumann :**

Ce test peut être effectué lorsque les résidus sont gaussiens. Nous testons l'hypothèse nulle :

H_0 : « Les résidus sont indépendants et identiquement distribués » contre l'hypothèse H_1 :

« Au moins deux observations successives tendent à être corrélées ».

Après les calculs sur le logiciel Excel nous avons obtenu les résultats suivants : $D^2 = 6,60507E+12$ et $S^2 = 3,28838E+12$

Sous H_0 : $E\left(\frac{D^2}{2S^2}\right) = 1$ et $\text{var}\left(\frac{D^2}{2S^2}\right) = 0,0090$;

$Von = |U_{obs}| = 0,045 < 1,96$. Donc nous acceptons l'hypothèse H_0 : « les résidus sont indépendantes et identiquement distribués ».

Conclusion :

D'après ce qui précède, les résidus du modèle optimal forment un bruit blanc gaussien donc le modèle SARIMA (0,0,0)(0,1,1) est le meilleur modèle qui peut représenter la série V_ZANITRA.

Ce modèle s'écrit sous la forme :

$$(1 - B^{12}) V_ZANITRA_t = (1 + 0,883194 B^{12}) \varepsilon_t$$

I. ETUDE DE LA SERIE PRODUCTION DU CLOFENAL:

Les données de la série production du CLOFENAL s'étale sur une période de 10ans, les observations sont mensuelles ; de janvier 2005 décembre2015.

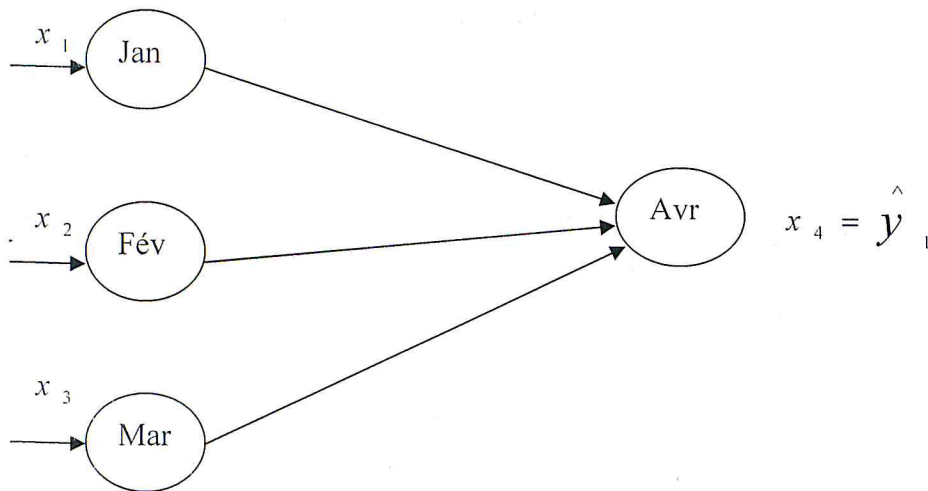
$x_i = x_1 \dots x_{126}$: représentent la série production du CLOFENAL tel que :

$x_1 = 517220$: représente la première composante de la série production

$x_2 = 445682$: représente la deuxième composante de la série production

$x_3 = 746510$: représente la troisième composante de la série production

$x_4 = \hat{y}_1 = 293676$: représente la quatrième composante de la série production



De la même manière en termine jusqu'a la composante x_{126} de la série production CLOFENAL.

Après les calculs à l'aide du logiciel MATLAB nous avons obtenu les résultats suivants :

on aura : $x_{127} = \hat{y}_{42} = 779666,9$

Et la valeur réelle : $y_{42} = 779667$

La prévision

Les prévisions sont calculées pour le mois de janvier 2016 :

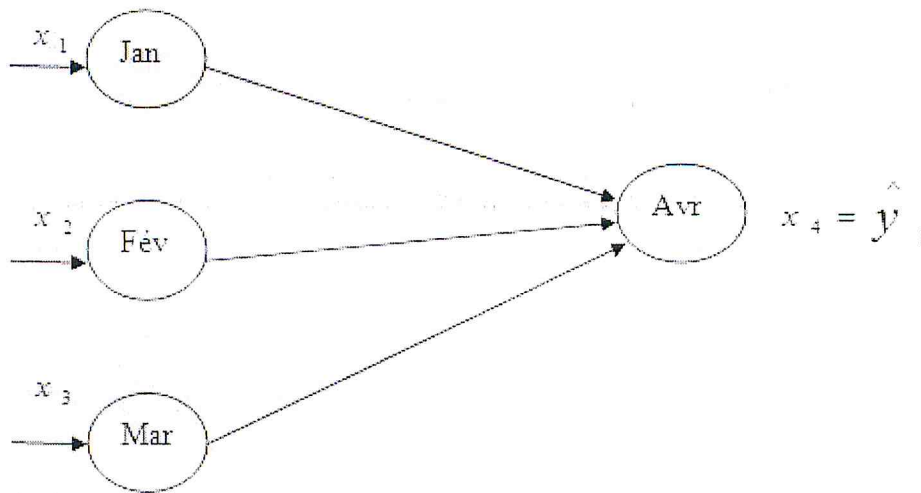
Tableau IV. 12 : Tableau de prévision de mois de janvier 2016 de la série (P_ CLOFENAL)

Mois	Prévisions
Janv-16	42415.4770
Févr-16	40512.6901
Mars-16	48849.8974
Avr-16	43598.8362
Mai-16	42338.8823
Juin-16	44806.4351
Juil-16	43748.9865
Aout-16	43211.3013
Sept-16	43887.1318
Oct-16	43703.0280
Nov-16	43511.0818
Déc-16	43684.8712

II. ETUDE DE LA SERIE VENTE DU CLOFENAL

Les données de la série vente du CLOFENAL s'étale sur une période de 10ans, les observations sont mensuelles ; de janvier 2005 décembre2015.

De la même façon en calcul la valeur prédite x_{127} :



Après les calculs à l'aide du logiciel MATLAB nous avons obtenu les résultats suivants :

on aura : $x_{127} = \hat{y}_{42} = 3\,729\,1472,6$

Et la valeur réelle : $y_{42} = 3\,729\,1473$

La prévision

Les prévisions sont calculées pour le mois de janvier 2016 :

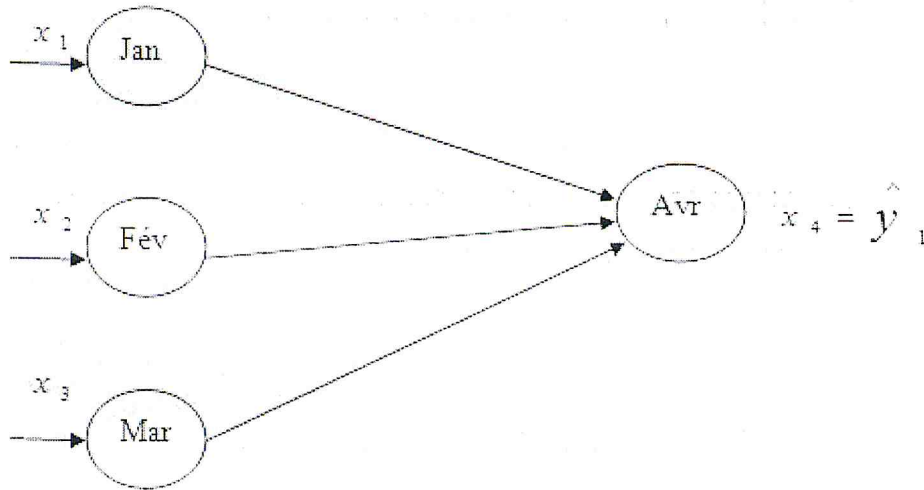
Tableau IV. 13 : Tableau de prévision de mois de janvier 2016 de la série (V_ CLOFENAL)

Mois	Prévisions
Janv-16	2028732.2649
Févr-16	1937721.9674
Mars-16	2336490.5926
Avr-16	2085332.3354
Mai-16	2025068.7404
Juin-16	2143091.7908
Juil-16	2092514.0242
Aout-16	20667965.4117
Sept-16	2099121.5139
Oct-16	2090315.8292
Nov-16	2081135.0424
Déc-16	2089447.3894

III. ETUDE DE LA SÉRIE PRODUCTION DE ZANITRA

Les données de la série production de Zanitra s'étale sur une période de 10ans, les observations sont mensuelles ; de janvier 2005 à décembre 2015.

De la même façon en calcul la valeur prédite x_{127} :



Après les calculs à l'aide du logiciel MATLAB nous avons obtenu les résultats suivants :

on aura : $x_{127} = \hat{y}_{42} = 20248,000001$

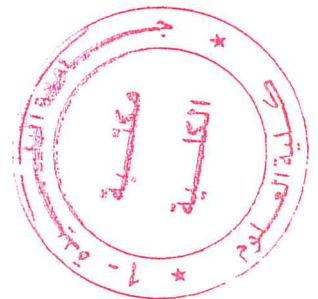
Et la valeur réelle : $y_{42} = 20248$

La prévision

Les prévisions sont calculées pour le mois de janvier 2016 :

Tableau IV. 14 : Tableau de prévision de mois de janvier 2016 de la série (P_ZANITRA)

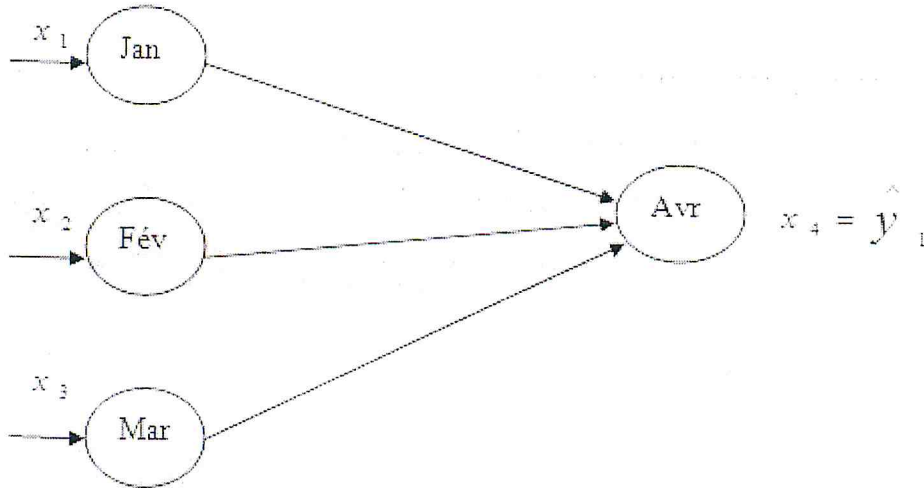
Mois	Prévisions
Janv-16	43114.1459
Févr-16	37473.6796
Mars-16	41957.2053
Avr-16	40764.2895
Mai-16	40350.3209
Juin-16	40498.9423
Juil-16	40496.5772
Aout-16	40479.0318
Sept-16	40481.9781
Oct-16	40482.9093
Nov-16	40482.3775
Déc-16	40482.3798



IV. ETUDE DE LA SÉRIE VENTE DE ZANITRA

Les données de la série production de Zanitra s'étale sur une période de 10ans, les observations sont mensuelles ; de janvier 2005 à décembre 2015.

De la même façon en calcul la valeur prédite x_{127} :



Après les calculs à l'aide du logiciel MATLAB nous avons obtenu les résultats suivants :

on aura : $x_{127} = \hat{y}_{42} = 3883971,35$

Et la valeur réelle : $y_{42} = 3883971,4$

La prévision

Les prévisions sont calculées pour le mois de janvier 2016 :

Tableau IV. 15 : Tableau de prévision de mois de janvier 2016 de la série (V_ZANITRA)

Mois	Prévisions
Janv-16	8270155.4665
Févr-16	7188201.2208
Mars-16	8048231.1206
Avr-16	7819406.0118
Mai-16	7739998.555
Juin-16	7768507.1119
Juil-16	7768053.4385
Aout-16	7764687.8798
Sept-16	7765253.0391
Oct-16	7765431.6619
Nov-16	7765329.6520

Conclusion générale

Au cours de la préparation de notre mémoire de fin d'étude, nous avons été amenés à faire des prévisions à l'aide de diverses méthodes sur différentes séries ; et essayer d'atteindre l'objectif fixé par notre étude, à savoir trouver le type de modèle qui convienne au problème posé.

Pour cela nous avons proposé dans un premier temps d'étudier individuellement les séries en utilisant l'approche univariée qui comporte :

La méthode de Box – Jenkins qui est une méthode extrapolative, où seul le passé intervient pour l'obtention des valeurs futures.

L'objectif est de déterminer dans la famille des modèles ARIMA, le plus adapté à représenter le phénomène étudié.

Cette modélisation a donné le modèle SARIMA pour 3 séries et le modèle ARMA pour une série avec différents ordres p et q .

Ainsi pour la méthode de RNA nous avons utilisées RNA à une seule couche cachée avec une fonction de transfert à base radiale.

Cependant l'approche univariée (Box – Jenkins et RNA) pour prédire la production des deux médicaments CLOFENAL et ZANITRA

Nous avons modélisés les séries en utilisant le logiciel MATLAB, et nous avons classées les séries en utilisant le logiciel EXCEL.

Historique de SAIDAL

L'organisation actuelle du groupe SAIDAL est l'héritage d'une assez longue évolution et séries de mutations et de restructurations.

Durant la période coloniale, l'industrie pharmaceutique était limitée à une seule entreprise BIOTIC créée en 1952 par les laboratoires TORAUDE.

En 1962 : acquisition des magasins généraux.

En 1963 : création de la PCA (pharmacie centrale Algérienne). En position de monopole, elle était chargée de l'importation, de la distribution au pré des structures de santé publiques et à travers les réseaux de détail (officines d'état et privées) et de la production à travers les unités BIOTIC et PHARMAL dès 1965, et El Harrach en 1977.

En 1964 : inauguration de l'usine PHARMAL dont les travaux étaient entamés à la veille de l'indépendance par les laboratoires LABAZ, nationalisée à 51% en 1971 et à 100% en 1977.

En 1982 : restructuration de la PCA dans le cadre de la «restructuration organique des entreprises », avec comme objectif :

- Séparation des fonctions de commercialisation et de production.
- Régionalisation des fonctions de commercialisation.

Cette restructuration donna naissance à cinq entreprises nationales, à savoir :

- ENEMEDI : chargée de la production, l'importation et de la distribution d'équipement et matériel médical.
- Les PHARM (au nombre de 03) : Chargées de la distribution, avec comme entités :
 - ENAPHARM pour le centre.
 - ENCOPHARM à l'Est (qui plantera l'unité de formes liquides à Constantine et l'unité de comprimés à Annaba)
 - ENOPHARM à l'Ouest.
 - ENPP : chargée de la production pharmaceutique, elle a hérité de trois unités de production, à savoir :
 - BIOTIC : située à Gué de Constantine, nationalisée à 51% en 1971 et à 100% en 1977
 - PHARMAL : située à Dar El Beida.
 - El Harrach : laissée vacante en 1962 par la société Algéropia du groupe Clin Midy, Aménagée en 1971.

En 1984 : L'ENPP change de nom pour devenir Saidal sous la tutelle du ministère de l'énergie, industrie pétrochimique et chimique.

En 1988 : fin de travaux et rattachement du complexe antibiotique de Médéa à Sidal, qui jusque là était sous la tutelle du ministère de l'énergie pétrochimique et chimique à travers la société nationale des industries chimiques.

En 1989 : SAIDAL devient autonome et société par actions au capital de quatre vingt millions de Dinars (80 000 000 DA) détenu par trois fonds de participation, (chimie et pharmacie, mines et équipement)

En 1991 : attribution du premier agrément au bénéfice de LPA (laboratoire pharmaceutique Algérien), opérateur privé chargé de la production, importation et distribution de produits pharmaceutiques.

En 1992 : le décret du 6 juillet lève la dernière barrière juridique à l'intervention d'opérateurs privés dans le domaine de la production avec la mise en place d'une autorisation d'exploitation d'un établissement de production de produits pharmaceutiques. Ce décret met définitivement fin au monopole sur la production pharmaceutique détenue jusque là par le secteur public.

En 1994 : mise en fonction de l'unité de concentré d'hémodialyse de Cherchell rattachée à l'ex ENAPHARM.

En 1996 : dissolution des fonds de participation, Sidal devient propriété à 100% du Holding Chimie Pharmacie

: création d'un réseau de distribution propre à Sidal

: création de la Direction du Marketing et des Ventes

En 1997 : dissolution des PHARMS et rattachement de leurs unités de production à SAIDAL

: dissolution de l'ENEMEDI

A partir de là, un nouveau schéma d'organisation du système de distribution est mis en place avec la création de :

- La PCH (la pharmacie centrale des hôpitaux) : chargée de fournir les structures sanitaires publiques en médicaments.
- SIMEDAL : chargée des importations
- DIGROMED : chargée de la distribution en gros.
- ENDIMED : chargée de la distribution en détail à travers un réseau de plus de 900 officines publiques réparties à travers le territoire national.

En 1998 : transformation de Sidal en Groupe avec trois Filiales et 02 unités de services.

En 1999 : cession de 20% du capital du Groupe Saidal aux privés dans le cadre de la bourse des valeurs d'Alger.

Entre 2000 et 2006 :

-En 2000 : mise en place d'une nouvelle organisation basée sur cinq piliers ;

-Focalisation totale sur la satisfaction du client, (orientation vers le client et la gestion par processus) ;

-Gestion participative pour créer une synergie entre les fonctions ;

-Supports systématiques suffisantes (politiques, procédures,) ;

-Contrôle et autoévaluation à travers la création des fonctions de contrôle.

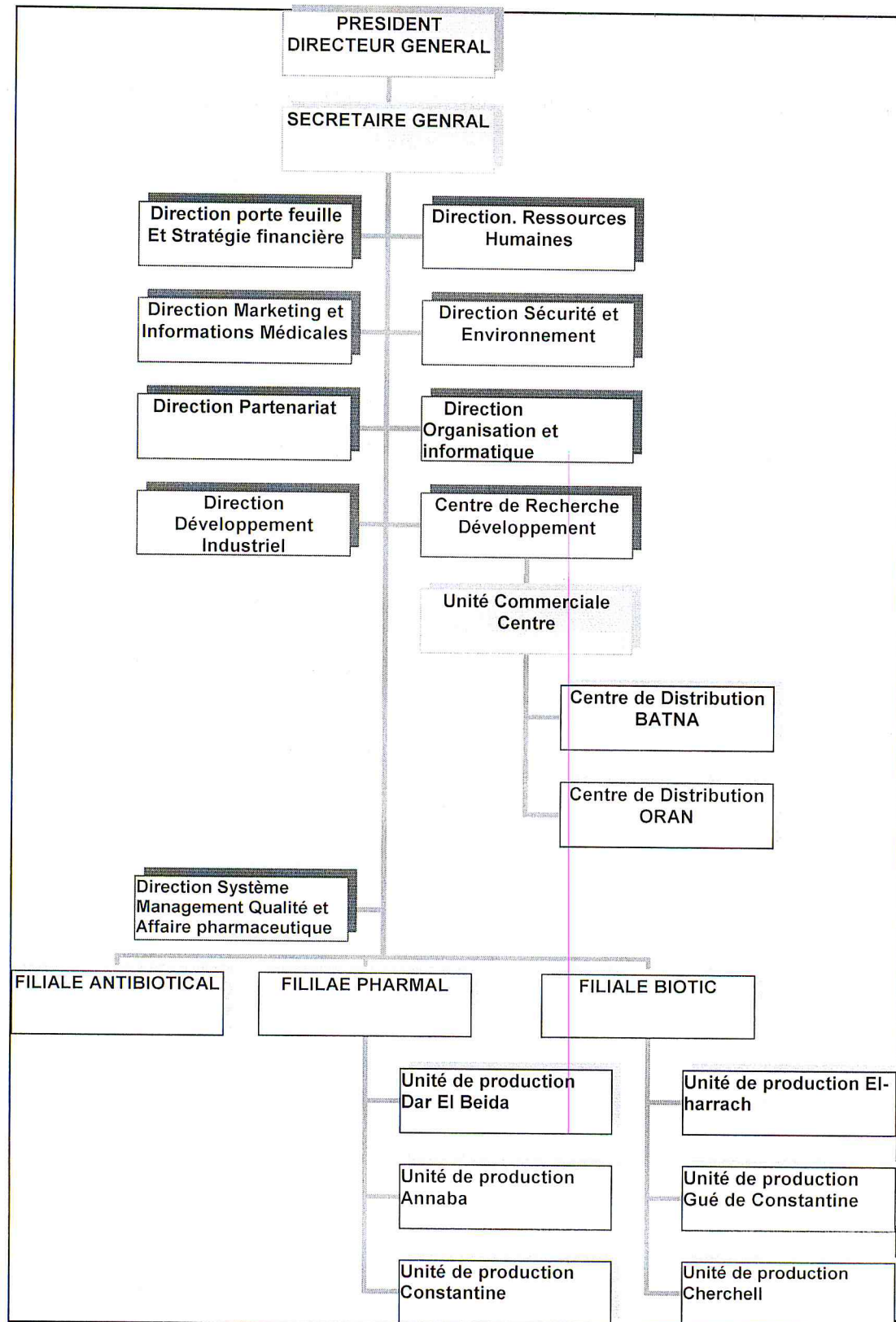
-En 2001 : certification du CRD, le siège, la filiale Antibiotical, la filiale Biotic selon le référentiel ISO 9001 V 94 ;

-En 2003 : création de l'atelier suppositoires à Batna ;

-En 2003 : certification de toutes les entités du groupe selon le référentiel ISO 9001 version 2000 ;

-En 2006 : lancement de la production de l'insuline avec une capacité de production de 5 Millions soit une valeur de 2 Milliards de Dinar.

Organisation actuelle :



Références bibliographiques :

❖ Ouvrages :

- Bernard Rapacchi Les séries chronologiques(Centre Interuniversitaire de Calcul de Grenoble)1993.
- Bourbonnais Régis et Michel Terraza (Analyse des séries temporelles en économie), édition Dunod, Paris 2004.
- *Dominique DESBOIS* (Une introduction à la méthodologie de Box et Jenkins : l'utilisation de modèles ARIMA) 75732 Paris Cedex 15.
- J.W. Taylor et R. Buizza ,(Neural Network load forecasting with weather ensemble Predictions), Août 2002.
- Gérald PETITJEAN (INTRODUCTION AUX RESEAUX DE NEURONES)
gerald.petitjean@eurodecision.com .
- Gourieroux et A.Monfort (Séries Temporelles et Modèles Dynamiques) , 2^{ème} édition Economica,1995.
- Professor Roy Batchelor (Box-Jenkins Analysis) Cass Business School London 2004.
- W. Dai et P. Wang, Application of Pattern Recognition and Artificial Neural Network to , IEEE Third International Conference on Natural Computation 2007.

❖ Mémoires :

- Hafedh El Ayeche et Abdelwahed Trabelsi
<< Les réseaux de neurones artificiels pour la prévision du trafic aérien de passagers Construction et comparaison avec l'analyse Box-Jenkins >>. Institut Supérieur de Gestion de Tunis 11 mars2003.
- Mr Yassine HAMMOUCHE
<< Comparaison de plusieurs méthodes pour la prédiction de la Charge Electrique Nationale >> Mémoire de Magistère Promotion 2009 université Badji Mokhtar ANNAB.

❖ Logiciels utilisés :

Excel , Matlab , Statistica, Matlab : « neural networks » toolbox

<http://www.mathworks.com/products/neuralnet/>