

*Université Saad Dahleb de Blida 1*

*Faculté des sciences*

*département des Mathématiques*

**Mémoire de Master**  
**en Recherches Opérationnelles**

Présenté par  
**OUZERI Leila**

Thème :

---

**Modélisation de panneaux photovoltaïques.**  
**Approches du physicien et du statisticien. Avantages et**  
**complémentarités.**

---

Devant le jury composé de :

<b>Président</b>	Mr MERZOUK. M	Professeur à l'USDB
<b>Promoteur</b>	M <sup>r</sup> HANNANE. F	Professeur à l'USDB
<b>Examineur</b>	Mr ELMOSSAOUI. H	Maitre assistant à l'USDB

2013

MA-510-18-1

## Remerciements

Je tiens à exprimer mes profonds remerciements à Monsieur Farouk HANNANE, Professeur à l'université Saad Dahleb de Blida (U.S.D.B.) pour ses orientations et ses remarques fructueuses, ainsi que pour sa disponibilité. Qu'il trouve ici ma profonde gratitude.

J'exprime mes remerciements les plus sincères à Monsieur Merzoug. M Professeur à l'U.S.D.B pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider le jury de ma soutenance et d'examiner mon travail.

Je remercie l'examineur M<sup>r</sup> Elmoosaoui. H Maitre assistant à l'USDB.

Je tiens aussi à remercier M<sup>r</sup> le professeur Jean Pierre Charles de Supelec de Metz (France) pour les documents qu'il a bien voulu nous fournir et sur lesquels nous nous sommes basés pour élaborer l'approche physique de notre travail.

Merci à toutes les personnes, qui ont contribué de près ou de loin, chacune à sa manière, particulièrement mes enseignants, ma famille et tous mes amis.

## المخلص

الهدف من هذا العمل هو تقديم الفرق بين منهجين مختلفين لنمذجة لوحة ضوئية تحت انارة تامة : عموما، نموذج الفيزيائي (العلبة البيضاء) يأخذ بعين الاعتبار السلوك الفيزيائي، الإلكتروني وطاقة مختلف الأجزاء المكونة للنظام، اعتمادا على الإنارة ودرجة الحرارة. و النموذج الإحصائي (الصندوق الأسود) باستخدام التصميم التجريبي هوالنظر في النظام على أنه مربع أسود و التي تأخذ فقط في الاعتبارالعوامل الداخلة (العوامل) والعوامل الخارجة (الإجابات). لكل منهج مزاياه ينظر إليها على أنها مكملة للآخر.

## Résumé

Le but de ce travail est de présenter deux approches différentes de la modélisation du fonctionnement d'un panneau photovoltaïque totalement éclairé. Généralement, le modèle du physicien (White box) prend en compte le comportement physique, électronique et énergétique des différentes parties constituant le système étudié, en fonction de l'éclairement et de la température. Le modèle du statisticien (Black box), utilisant la méthode des plans d'expériences consiste à considérer le système comme une boîte noire où seuls sont pris en compte les paramètres d'entrée et les paramètres de sortie appelés respectivement « Facteur » et « Réponses ». La structure interne du système est totalement ignorée. Chacune de ces approches présente des avantages spécifiques. Elles sont mutuellement complémentaires.

## Abstract

The aim of this work is to present two different approaches for modeling a photovoltaic panel operating conditions (fully illuminated): Generally, the physic's model (White box) takes into account the physic, electronic and energetic behavior of different compound of the system's model, as function of the solar irradiance and operating temperature. The statistician's model (Black box) using the Design of Experiment method considers a physical system as a black box with various inputs (factors) and outputs (responses). Each approach has specific advantages, they are complementary.

## Table des matières

Remerciements	
Résumé	
Table Des Matières	
Nomenclature	
<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>Chapitre I- Modélisation de panneaux photovoltaïques. L'approche du physicien</b>	<b>8</b>
1. Cellule photovoltaïque	8
1.1 Schéma équivalent d'une cellule photovoltaïque	8
1.2 Caractéristique de la cellule photovoltaïque $I(V)$	9
1.3 Modèle mathématique de la photopile	10
1.4 Facteur de remplissage FF ou facteur de forme	10
2. Panneau photovoltaïque BP 350	11
2.1 Schéma équivalent d'un panneau photovoltaïque	12
2.2 Caractéristique réelle du panneau Photovoltaïque BP 350	12
2.3 Modèle mathématique du panneau BP 350	13
3. Influence de la température, de l'éclairement, de $R_s$ et $R_{sh}$ sur la forme de la courbe caractéristique I-V	14
4. Principales méthodes pour la détermination des paramètres $R_s$ , $A$ , $P_{max}$ , $I_o$ , $R_{sh}$ et $I_{ph}$ du modèle mathématique	15
4.1 Détermination de $R_s$ [M.Wolf et H.Ranschenbach]	15
4.2 Détermination de $R_s$ [Méthode de la tangente]	16
4.3 Détermination de $A$ et de $R_s$ [Masatoshi Warachima et Akio Ushirokawa]	17
4.4 Détermination de la puissance maximale disponible $P_{max}$ et $V_m$ [Masatoshi Warachima et Akio Ushirokawa]	18
4.5 Détermination graphique de $A$ , de $I_o$ et de $R_s$ [D.Bonnet]	19

4.6 Détermination graphique de $R_{sh}$ [M.Wolf et H.Ranschenbach]	20
4.7 Méthode numérique pour la détermination des paramètres $I_{ph}$ , $I_o$ , $A$ , $R_s$ et $R_{sh}$ [J.P. Charles, M. Abdelkrim, Y.H. Muoy et P.Mialhe]	21
4.8 Détermination de $I_{ph}$ , $I_o$ , $A$ , $R_s$ et $R_{sh}$ avec la méthode de Newton-Raphson	22
<b>Chapitre II- Modélisation de panneaux photovoltaïques. L'approche du statisticien</b>	<b>27</b>
1. Dispositif expérimental et mesures	27
2. Éléments de base sur la méthode des Plans d'Expériences	28
2.1 Modélisation mathématique	28
2.2 Espace expérimental et Domaine d'étude	29
2.3 Coordonnées centrées réduites	29
2.4 Plan avec 11 essais	30
2.5 Matrice d'expériences (avec coordonnées réelles) et résultats des essais	31
2.6 Modèle mathématique	31
– Système linéaire	31
– Matrice X des coefficients	32
2.7 Evaluation de la qualité des modèles	34
2.8 Facteur de remplissage FF	34
3. Précision sur les coefficients du modèle	35
4. Représentations graphiques, analyse et prévision du comportement du panneau PV	37
4.1 Histogrammes	37
4.2 Représentation sectorielle	37
4.3 Surfaces de réponses	38
4.4 Isoréponses	38
4.5 Isoréponses tracées sur le même graphe	39
<b>Conclusion- Avantages, complémentarités et perspectives</b>	<b>40</b>
<b>Références</b>	<b>42</b>

## Nomenclature

$I_{ph}$	Courant photoélectronique (Ampère)
$I_d$	Courant directe débité par la diode (Ampère)
$I$	Courant débité par le panneau (Ampère)
$V$	Tension aux bornes du panneau (Volts)
$I_{sc}$	Courant de court circuit (Ampère)
$V_{oc}$	Tension en circuit ouvert (Volts)
$P_{max}$	Puissance maximale délivrée par le panneau (Watt)
$I_m$	Courant maximal correspondant à $P_{max}$ (Ampère)
$V_m$	Tension maximale correspondant à $P_{max}$ (Volt)
$I_0$	Courant de saturation de la diode ou courant d'obscurité (Ampère)
$q$	Charge de l'électron (valeur absolue) = $1,602 \cdot 10^{-19}$ Coulombs
$A$	Facteur de qualité de la diode
$K$	Constante de Boltzmann = $1,38 \cdot 10^{-23}$ Joules par degré Kelvin ( $J K^{-1}$ )
$T$	Température absolue Kelvin
$FF$	Facteur de forme
$R_S$	Résistance série (Ohm)
$R_{sh}$	Résistance shunt ou résistance parallèle (Ohm)
$R_{so}$	Pente de la tangente à la caractéristique $I-V$ au point $V_{oc}$
$R_{sho}$	Pente de la tangente à la caractéristique $I-V$ au point $I_{sc}$

## Introduction

Une cellule photovoltaïque (PV) est un composant électronique qui, exposé à la lumière génère un courant et une tension électriques. Cet effet appelé « Effet Photovoltaïque » est un phénomène propre à un semi-conducteur qui est généralement du silicium. Il a été découvert en 1839 par le physicien Becquerel. A et a connu ses premières applications dans l'espace dans les années 1950 (alimentation des satellites) et ses premières utilisations terrestres dans les années 1970. L'énergie des photons de la lumière, lorsqu'ils heurtent la surface de la cellule photovoltaïque est suffisante pour créer un courant électrique.

Un panneau photovoltaïque est un assemblage de cellules photovoltaïques, disposées en série et en parallèle. L'ombrage d'une ou plusieurs cellules affecte la puissance délivrée par le panneau photovoltaïque.

Plusieurs travaux ont été effectués pour modéliser et prévoir le comportement d'un panneau PV fonctionnant dans les conditions normales ou sujet à des dysfonctionnements dus à des problèmes d'ombrage. Généralement, la modélisation du fonctionnement d'un système PV est basée sur son comportement physique, électronique et énergétique en fonction de l'éclairement et de la température. Ces modèles font souvent intervenir des fonctions transcendantes telles que les exponentielles. Nous introduisons une nouvelle approche, celle de la méthode des plans d'expériences qui utilise des outils statistiques. Le fonctionnement est décrit à l'aide d'un modèle mathématique toujours sous forme polynômiale, établi à partir de mesures expérimentales.

L'approche du physicien (Chapitre 1) consiste à représenter le panneau PV par un schéma électrique équivalent sur lequel sont appliquées les lois physiques pour obtenir un modèle mathématique reliant le courant et la tension délivrés. Nous présenterons quelques méthodes élaborées par des chercheurs sur la détermination des paramètres physiques constituant le modèle.

L'approche du statisticien (Chapitre 2) consiste à partir de mesures réalisées sur le panneau, d'établir plusieurs modèles de différents paramètres permettant de donner des représentations graphiques et leurs interprétations.

Des avantages et des complémentarités de chacune de ses deux approches seront donnés en conclusion dans laquelle des perspectives intéressantes de continuation de ce travail seront proposées.

# Chapitre I

## Modélisation de panneaux photovoltaïques. L'approche du physicien

### 1. Cellule photovoltaïque

Une cellule photovoltaïque ou photopile est un composant optoélectronique qui transforme directement la lumière solaire en électricité. Cette transformation est réalisée à l'aide de matériaux semi-conducteurs. Le matériau de base est dans la plupart des cas le silicium. Le fonctionnement de la photopile est basé sur les propriétés électroniques acquises par le silicium quand des atomes étrangers en petit nombre (des « impuretés ») sont substitués à des atomes de silicium dans le réseau cristallin : c'est ce que l'on appelle le dopage.

- Si l'atome d'impureté contient plus d'électrons que celui du silicium, le matériau contiendra des électrons libres en excès : il sera dit de type n (cas du dopage au phosphore)
- Si l'atome d'impureté contient moins d'électrons que celui du silicium, le matériau sera déficitaire en électrons : il sera dit de type p (cas du dopage au bore)

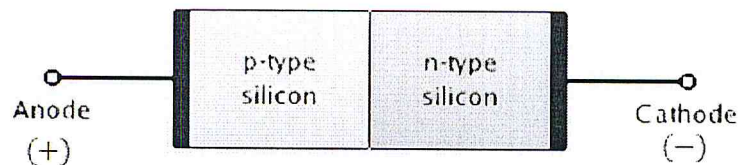


Figure 1- Jonction p-n ou diode

Une cellule solaire sera obtenue en juxtaposant deux zones de silicium dopées différemment. La photopile est alors appelée « jonction p-n » ou diode (Figure 1). Au voisinage de la surface de séparation des deux matériaux, un champ électrique apparaît provoqué par le déséquilibre des charges. Ce champ va contribuer à drainer les électrons qui auront été détachés par l'énergie des photons incidents « grains de lumière ». Une tension électrique apparaît entre les deux zones n et p. Le dispositif devient alors générateur électrique sous l'effet de la lumière. La tension délivrée est continue et le courant obtenu est proportionnel à la puissance lumineuse incidente.

#### 1.1 Schéma équivalent d'une cellule photovoltaïque

La Figure 2 présente le schéma électrique équivalent à une cellule photovoltaïque sous éclairage. Le générateur de courant  $I_{ph}$  (ou courant photo électronique) modélisant l'éclairage est placé en parallèle avec une diode parcourue par le courant direct  $I_d$ . [1]



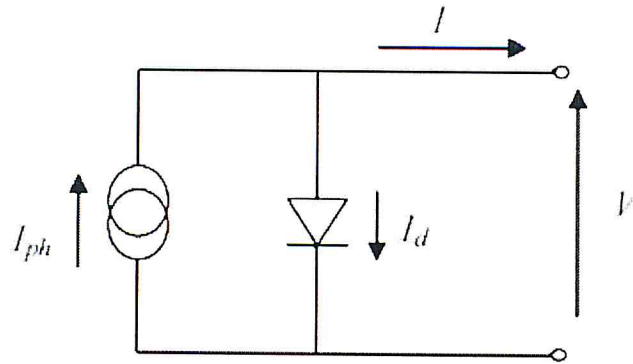


Figure 2 - Circuit équivalent d'une photopile

### 1.2 Caractéristique de la cellule photovoltaïque $I-V$

Les variations expérimentales du courant électrique débité  $I$  en fonction de la tension délivrée  $V$  sont données par la courbe caractéristique  $I-V$  représentée sur la figure 3.

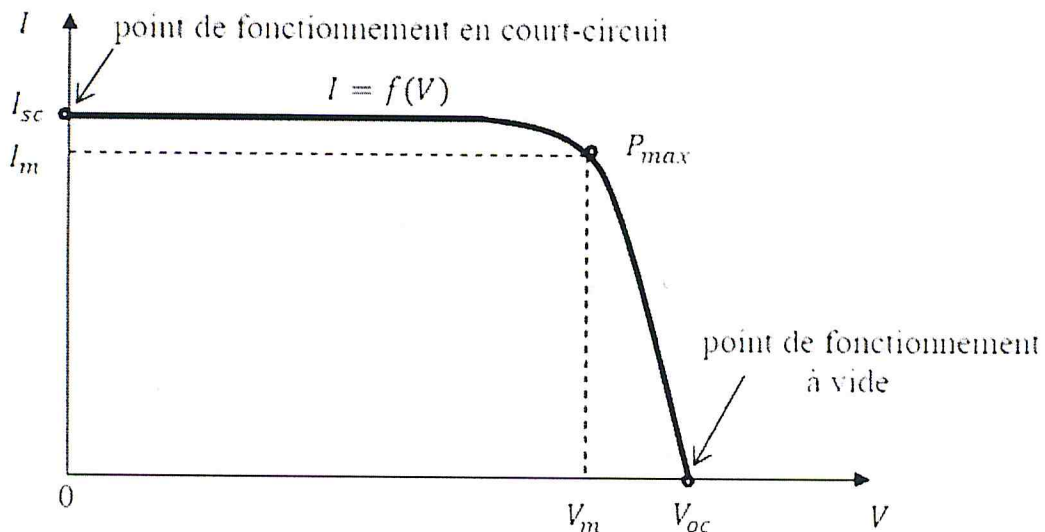


Figure 3 - Courbe caractéristique  $I = f(V)$

Trois points ou paramètres essentiels caractérisent cette courbe :

- $I_{sc}$  le point de fonctionnement en court-circuit ( $V = 0, I = I_{sc}$ )
- $V_{oc}$  le point de fonctionnement en circuit ouvert ( $I = 0, V = V_{oc}$ )
- $P_{max}$  le point de puissance maximal ( $V = V_m, I = I_m$ )

La puissance délivrée en un point de fonctionnement de la courbe est définie par le produit de la tension et de l'intensité correspondante  $\mathcal{P} = VI$ . La puissance maximale  $P_{max} = V_m \cdot I_m$  que peut délivrer la cellule, au point de puissance maximale est donc mesurée par la surface du plus grand rectangle inscrit dans la courbe caractéristique.

### 1.3 Modèle mathématique de la photopile

Le courant  $I_d$  traversant la diode est donné par l'équation de Shockley:

$$I_d = I_0 \left( \exp \left( \frac{q}{AkT} V \right) - 1 \right)$$

or  $I = I_{ph} - I_d$ , l'équation de la caractéristique devient :

$$I = I_{ph} - I_0 \left[ \exp \left( \frac{q}{AkT} V \right) - 1 \right] \quad (1)$$

avec :

- $I_{ph}$  Courant photo électronique qui ne dépend que de l'intensité de l'énergie lumineuse incidente et donc de sa longueur d'onde (Ampère)
- $I_0$  Courant de saturation de la diode ou courant d'obscurité (Ampère)
- $A$  Facteur de qualité de la diode
- $k$  Constante de Boltzmann =  $1,38 \cdot 10^{-23}$  Joules par degré Kelvin ( $J \cdot K^{-1}$ )
- $q$  Charge positive de l'électron =  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Coulombs (C)
- $T$  Température absolue de la diode en Kelvins ( $^{\circ}K$ )

En substituant les coordonnées des points  $I_{sc}$  et  $V_{oc}$  dans l'équation (1), nous obtenons :

$$\begin{aligned} V = 0 & \quad I = I_{ph} \\ I = 0 & \quad V_{oc} = \frac{AkT}{q} \ln \left( 1 + \frac{I_{ph}}{I_0} \right) \end{aligned}$$

bien noter que la courbe caractéristique  $I-V$  et le modèle ne sont valables que pour un éclaircissement et une température fixés.

### 1.4 Facteur de remplissage FF ou facteur de forme

Le facteur de remplissage (Fill Factor) est défini par le rapport entre la puissance maximale délivrée  $P_{max}$  et le produit de  $V_{oc}$  par  $I_{sc}$ . Ce facteur mesure également la qualité de la cellule. Plus il est voisin de 1 plus meilleure est la qualité de la cellule. Pour une cellule commerciale, ce facteur est de l'ordre de 0,70.

$$FF = \frac{P_{max}}{V_{oc} I_{sc}}$$

Nous pouvons tracer la courbe donnant la puissance délivrée par la cellule en fonction de la tension sur le même graphe de la caractéristique  $I-V$  (Figure 4).

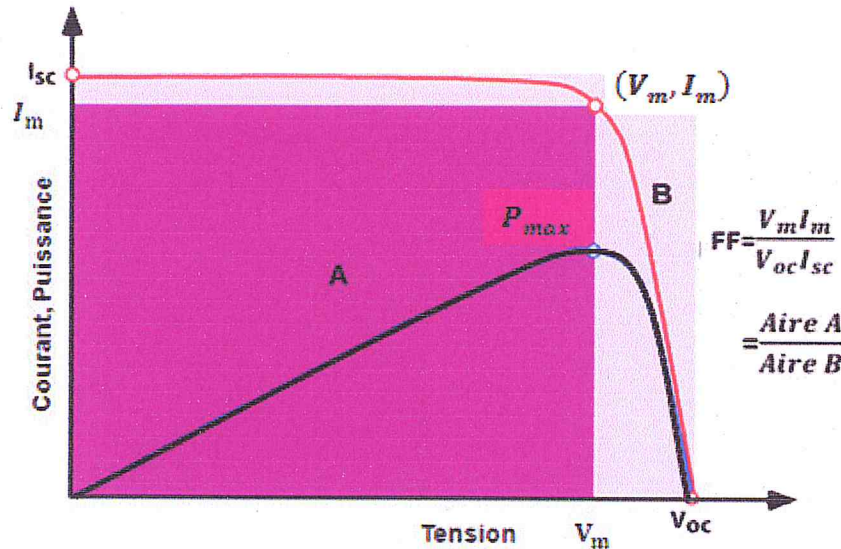


Figure 4- Courbes  $I = f(V)$ ,  $P_{max} = f(V)$  et Facteur de remplissage FF

## 2. Panneau photovoltaïque BP 350

Plusieurs cellules rassemblées en série (pour augmenter la tension) et en parallèle (pour augmenter l'intensité du courant) constituent un panneau photovoltaïque. La Figure 5 représente le panneau commercial sur lequel nous avons réalisé nos essais. La figure en donne un diagramme schématique du panneau solaire BP 350 constitué de 72 cellules au total disposées en 4 rangées de 18 cellules chacune connectées en série et en parallèles. [2]



**BP 350**

50 Watt Photovoltaic Module

High-efficiency photovoltaic module using silicon nitride multicrystalline silicon cells.

### Performance

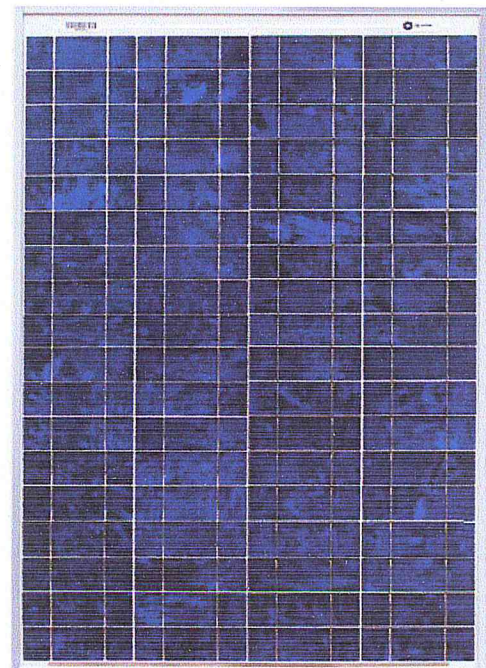
Rated power ( $P_{max}$ )	50W
Power tolerance	$\pm 10\%$
Nominal voltage	12V
Limited Warranty <sup>1</sup>	25 years

### Configuration

J Clear universal frame and standard J-Box

### Electrical Characteristics<sup>2</sup>

	BP 350
Maximum power ( $P_{max}$ ) <sup>3</sup>	50W
Voltage at $P_{max}$ ( $V_{mp}$ )	17.5V
Current at $P_{max}$ ( $I_{mp}$ )	2.9A
Warranted minimum $P_{max}$	45W
Short-circuit current ( $I_{sc}$ )	3.2A
Open-circuit voltage ( $V_{oc}$ )	21.8V
Temperature coefficient of $I_{sc}$	$(0.065 \pm 0.015)\%/^{\circ}\text{C}$
Temperature coefficient of $V_{oc}$	$-(80 \pm 10)\text{mV}/^{\circ}\text{C}$
Temperature coefficient of power	$-(0.5 \pm 0.05)\%/^{\circ}\text{C}$
NOCT (Air 20°C; Sun 0.8kW/m <sup>2</sup> ; wind 1m/s)	47 $\pm$ 2°C
Maximum series fuse rating	20A
Maximum system voltage	50V (U.S. NEC & IEC 61215 rating)



### Mechanical Characteristics

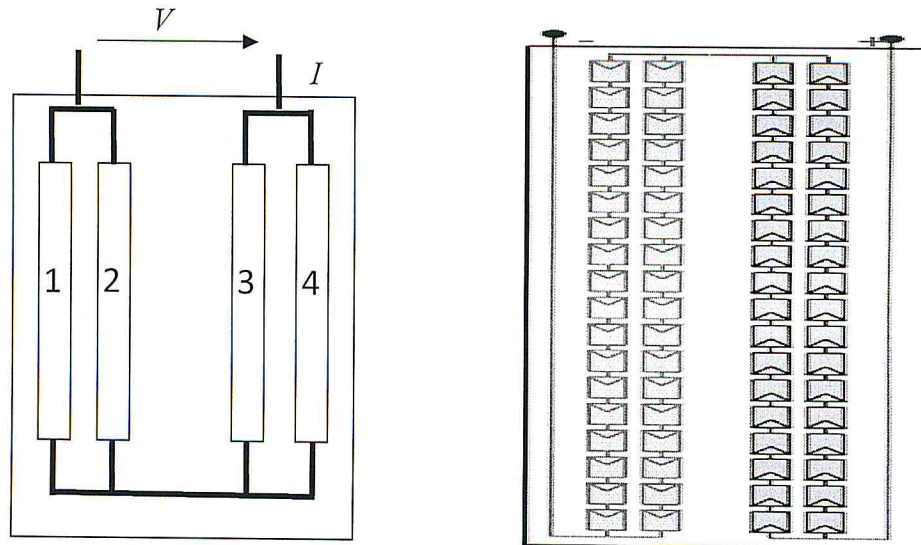


Figure 5- Panneau commercial BP 350 et diagrammes schématiques

## 2.1 Schéma équivalent d'un panneau photovoltaïque

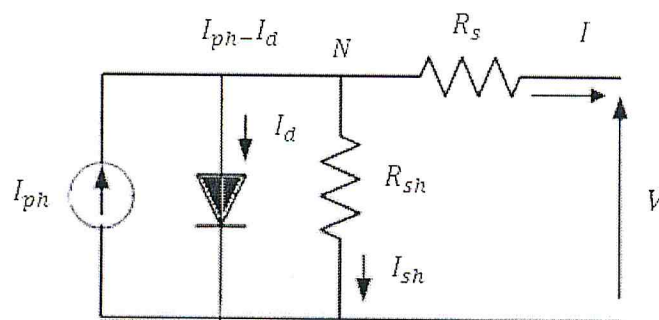


Figure 6- Schéma équivalent d'un panneau photovoltaïque

La Figure 6 représente le schéma électrique équivalent au panneau solaire. Deux résistances ont été ajoutées :

- $R_s$  (résistance série), liée à l'impédance des électrodes et du semi-conducteur.
- $R_{sh}$  (résistance shunt ou parallèle), qui correspond à une résistance de fuite entre les deux zones n et p de la jonction. [1]

## 2.2 Caractéristique réelle du panneau Photovoltaïque BP 350

Il est important de noter que la caractéristique courant-tension d'un groupement de cellules photovoltaïques, quelles qu'elles soient, sera directement homothétique de la courbe  $I = f(V)$  d'une cellule de base. Il en sera de même pour tout le réseau de caractéristiques. En conséquence, tout ce qui a été dit pour une cellule individuelle sera valable pour un panneau.

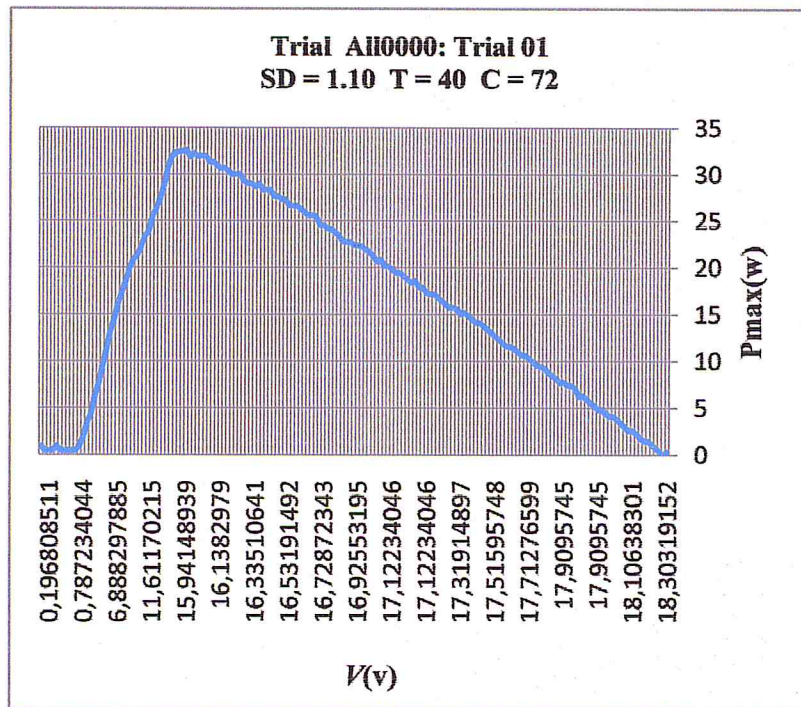
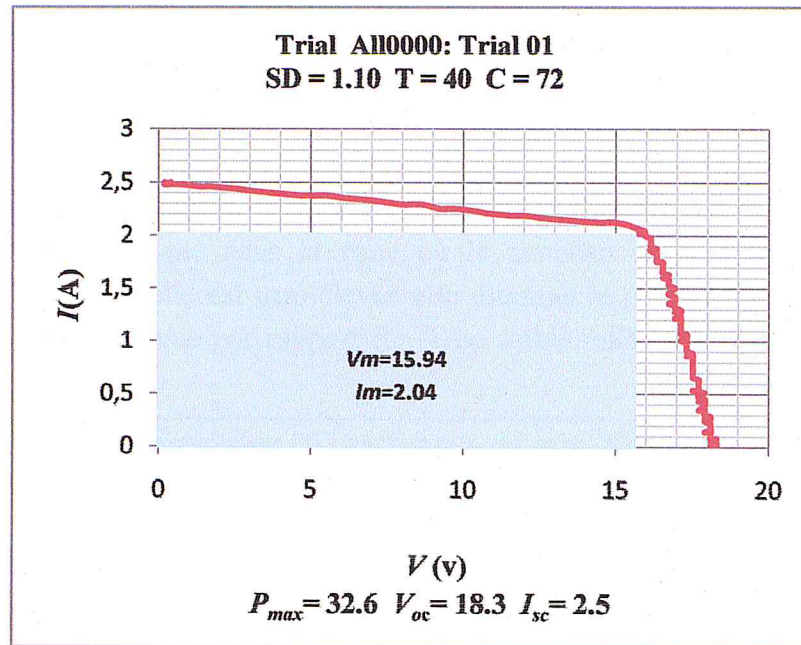


Figure 7- Caractéristique du panneau commercial BP 350

### 2.3 Modèle mathématique du panneau BP 350

Les lois d'électrocinétiques permettent d'établir le modèle suivant :

$$I = I_{ph} - \frac{V + IR_s}{R_{sh}} - I_0 \left[ \exp \frac{q}{AkT} (V + IR_s) - 1 \right] \quad (2)$$

Le modèle fait intervenir les cinq paramètres suivants :  $I_{ph}$ ,  $I_0$ ,  $A$ ,  $R_s$  et  $R_{sh}$ , qui dépendent d'une température et d'un éclairement fixés. Si  $R_s = 0$  et  $R_{sh}$  infinie, on retrouve l'équation idéale (1) de la cellule photovoltaïque.

L'influence de l'éclairement et de la température sur la caractéristique  $I-V$  est représentée en Figure 10. On remarque que l'augmentation de la température entraîne une diminution  $V_{oc}$ , ainsi qu'une diminution de la puissance maximale  $P_{max}$ .

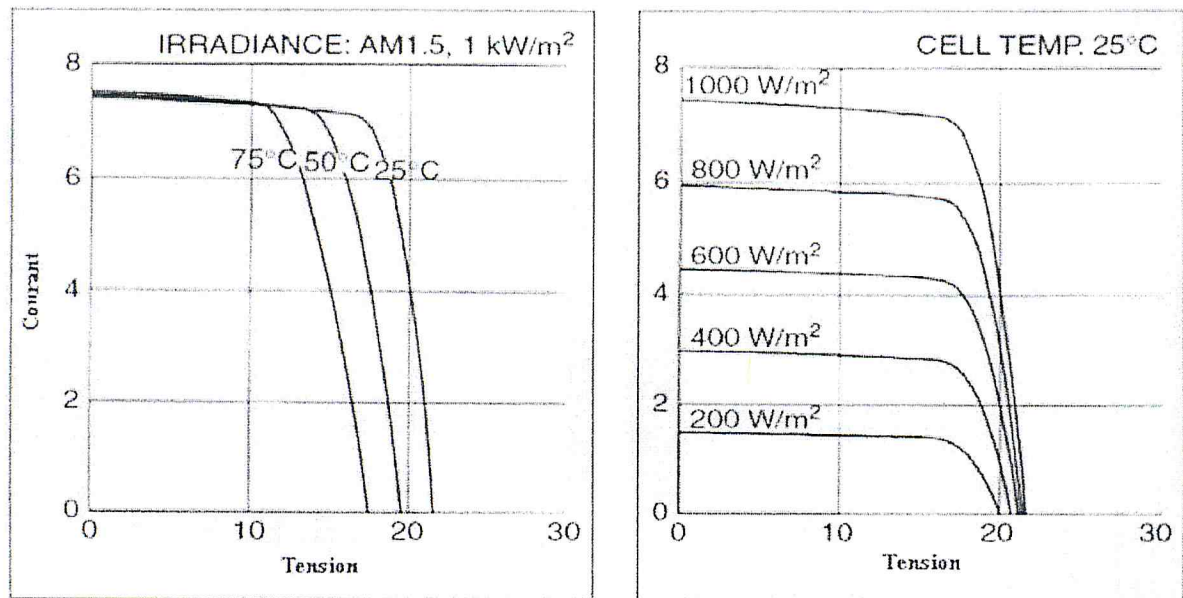


Figure 10- Influence de la température et de l'éclairement sur la courbe caractéristique  $I-V$

#### 4. Principales méthodes pour la détermination des paramètres $R_s$ , $A$ , $P_{max}$ , $I_0$ , $R_{sh}$ et $I_{ph}$ du modèle mathématique

Les méthodes de détermination des paramètres caractéristiques d'un panneau photovoltaïque peuvent être graphiques, analytiques ou numériques. La plupart sont basées sur des approximations.

##### 4.1 Détermination de $R_s$ [M.Wolf et H.Ranschenbach. 1963] [3]

La résistance série  $R_s$  fait diminuer le maximum de puissance de sortie  $P_{max}$ , d'où l'importance de ce facteur.

On peut déterminer  $R_s$  en :

- Variant de deux niveaux d'éclairement  $I_{ph1}$  et  $I_{ph2}$  (Figure 11).
- En négligeant l'effet de  $R_{sh}$ .

L'équation de la caractéristique (2) devient :

$$I = I_{ph} - I_0 \left[ \exp \frac{q}{AkT} (V + IR_s) - 1 \right]$$

pour deux niveaux d'éclairement on a  $\Delta I_{ph} = I_{ph2} - I_{ph1}$  donc :

$$I_2 - I_1 = \Delta I_{ph} - I_0 \left[ \exp \frac{q}{AkT} (V_2 + I_2 R_s) - \exp \frac{q}{AkT} (V_1 + I_1 R_s) \right] \quad (3)$$

puisque la tension aux bornes de la diode est la même pour les deux éclairagements, on peut écrire :

$$V_2 + I_2 R_s = V_1 + I_1 R_s$$

d'où :

$$R_s = \frac{\Delta V}{\Delta I_{ph}} \quad (4)$$

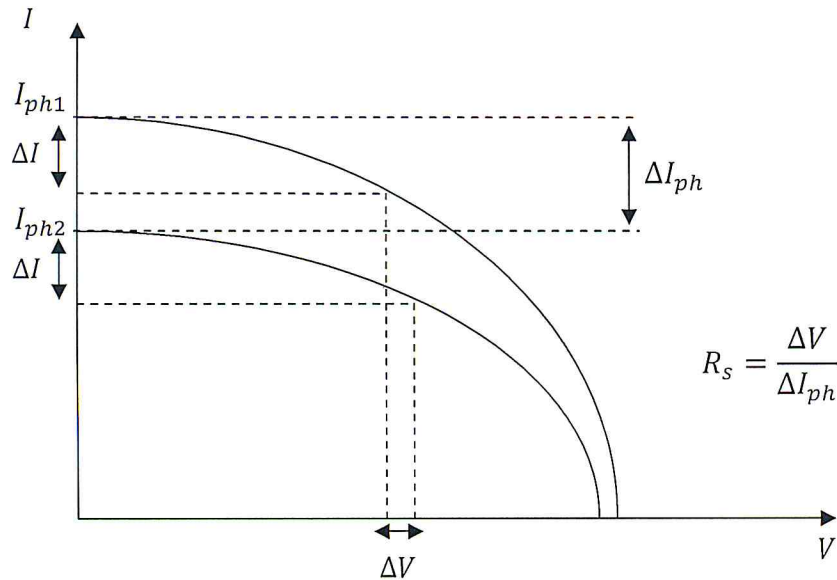


Figure 11- Méthode expérimentale de mesure de  $R_s$  par variation de l'éclairement

donc on peut déterminer graphiquement les valeurs de  $\Delta V$  pour différentes valeurs de  $\Delta I$  afin de déduire les valeurs de  $R_s$ .

#### 4.2 Détermination de $R_s$ [Méthode de la tangente] [1]

C'est une méthode rapide qui consiste à calculer la pente de la tangente de la courbe  $I(V)$  au point  $V = V_{oc}$ . Soit :

$$f(I, V) = I_{ph} - I - \frac{V + R_s I}{R_{sh}} - I_0 \left[ \exp \frac{q}{AkT} (V + R_s I) - 1 \right] = 0 \quad (5)$$

calculons la pente :  $p = \left( \frac{dI}{dV} \right)_{V=V_{oc}}$  :

la dérivé de  $f(I, V) = 0$  est égale à  $df = \frac{df}{dI} dI + \frac{df}{dV} dV = 0$ , d'où  $\frac{dI}{dV} = p = - \frac{\frac{df}{dV}}{\frac{df}{dI}}$

$$\text{d'où la pente est égale à : } p = \frac{-I_0 \left(\frac{q}{AkT}\right) \exp\left(\frac{q}{AkT} V_{oc}\right)}{1 + \left(\frac{q}{AkT}\right) R_s I_0 \exp\left(\frac{q}{AkT} V_{oc}\right)}$$

pour  $V = V_{oc}$ ,  $I = 0$ , et parce que  $I_0 \ll I_{ph}$  et  $\frac{V_{oc}}{R_{sh}} \ll I_{ph}$  (prouvé avec des valeurs numériques) on a :  $I_{ph} = I_0 \exp\left(\frac{q}{AkT} V_{oc}\right)$

la pente devient :

$$p = - \frac{\frac{q}{AkT} I_{ph}}{1 + \frac{q}{AkT} R_s I_{ph}} \quad (6)$$

dans la condition où  $\frac{q}{AkT} R_s I_{ph} \gg 1$  qui permet d'appliquer le principe de cette méthode, la pente sera égale à  $-\frac{1}{R_s}$ , d'où :

$$R_s = -\frac{1}{p} \quad (7)$$

cette méthode est avantageuse dans l'étude de cellules à forte concertation et à  $T$  constante, dans ces cas  $I_{ph}$  est grand.[1]

#### 4.3 Détermination de $A$ et de $R_s$ [Masatoshi Warachima et Akio Ushirokawa. 1980][3]

Sous éclairement, et en négligeant  $R_{sh}$  et pour les conditions limites  $V_{oc}$  et  $I_{sc}$  l'équation de la caractéristique (2) donne :

- $I_{sc} = I_{ph} - I_0 \left[ \exp \frac{q}{AkT} (R_s I + V) - 1 \right]$
- $I_{sc} = I_{ph} - I_0 \left[ \exp \frac{q}{AkT} R_s I_{sc} - 1 \right]$
- $0 = I_{ph} - I_0 \left[ \exp \frac{q}{AkT} V_{oc} - 1 \right]$ , en éliminant  $I_{ph}$  on aura :
- $I_0 = I_{sc} \left[ \exp \frac{q}{AkT} V_{oc} - \exp \frac{q}{AkT} R_s I_{sc} \right]^{-1}$

avec la condition que  $V_{oc} \gg R_s I_{sc}$  càd  $\frac{q}{AkT} V_{oc} \gg \exp \frac{q}{AkT} (R_s I_{sc})$  on aura :

$$V = V_{oc} - R_s I + \frac{AkT}{q} \text{Log} \frac{I_{sc} - I}{I_{sc}} \quad (8)$$

en différenciant  $V$  par rapport à  $I$  :  $\frac{dV}{dI}$  donne :

$$R(I) = R_s + \frac{AkT}{q} \frac{1}{I_{sc} - I} \quad (9)$$



avec  $R(I) = -\frac{dV}{dI}$  est la résistance dynamique, ses valeurs sont obtenues à partir de la courbe  $I = f(V)$ :

à partir de la droite  $R(I) = f\left(\frac{1}{I_{sc}-I}\right)$  sous la forme  $Y = \frac{AkT}{q}X$  on déduit  $R_s$  l'ordonnée à l'origine et la pente  $A$ .

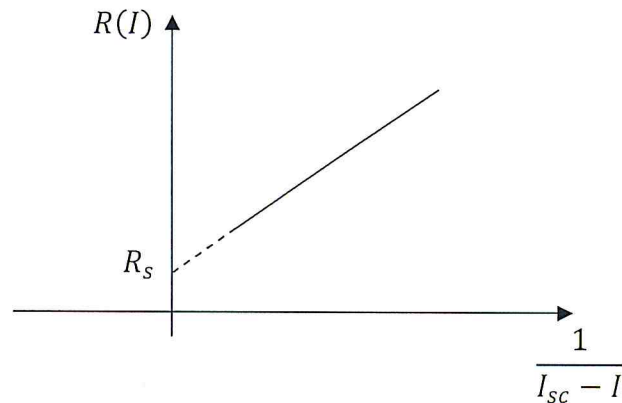


Figure 12- Détermination de A et  $R_s$

L'avantage de cette méthode est l'éclairement constant, donc pas de déplacement de la source lumineuse ou la cellule, ni variation de résistance, sauf qu'il faut respecter la condition :  $V_{oc} \gg R_s I_{sc}$ .

#### 4.4 Détermination de la puissance maximale disponible $P_{max}$ et de $V_m$ [Masatoshi Warachima et Akio Ushirokawa. 1980] [3]

Étant donné  $P_{max} = I_m \times V_m$ , nous allons d'abord déterminer la valeur de la tension  $V_m$  correspondante à  $P_{max}$ , on dérive  $P$  par rapport à  $V$  et on calcule le zéro de la dérivé :  $\frac{dP}{dV} = 0$ .

l'équation (8) s'écrit :

$$\frac{I_{sc}-I}{I_{sc}} = 1 - \frac{I}{I_{sc}} = \exp\frac{q}{AkT}(V - V_{oc}) \cdot \exp\frac{q}{AkT}(R_s I) \quad (10)$$

en supposant  $\frac{q}{AkT}(R_s I) < 1$  et en développant  $\exp\frac{q}{AkT}(R_s I)$  en série entière jusqu'à 1<sup>er</sup> ordre :

$$\exp\frac{q}{AkT}(R_s I) \approx 1 + \frac{q}{AkT}(R_s I)$$

on obtient :

$$P = V \cdot I_{sc} \frac{1 - \exp\frac{q}{AkT}(V - V_{oc})}{1 + \frac{q}{AkT}(R_s I_{sc}) \exp\frac{q}{AkT}(V - V_{oc})} \quad (11)$$

calculons maintenant  $\frac{dP}{dV}$  en moyennant les approximations suivantes :

- $\exp 2 \frac{q}{AkT}(V - V_{oc}) \ll \exp \frac{q}{AkT}(V - V_{oc})$
- $\frac{q}{AkT}(R_s I_{sc}) \exp \frac{q}{AkT}(V - V_{oc}) < 1$

on obtient à la fin :

$$V_m = V_{oc} - \frac{\text{Log}\left[\left(1 + \frac{q}{AkT}(R_s I_{sc})\right)\left(1 + \frac{q}{AkT}V_{oc}\right)\right]}{\frac{q}{AkT} + \left(V_{oc} + \frac{AkT}{q}\right)^{-1}} \quad (12)$$

d'où :

$$P_{max} = I_{sc} V_m \frac{1 - \exp\left(-\frac{q}{AkT}(V_m - V_{oc})\right)}{1 + \frac{q}{AkT}(R_s I_{sc}) \exp\left(1 - \frac{q}{AkT}V_{oc}\right)} \quad (13)$$

la méthode classique de détermination des points  $(V_m, I_m)$  consiste à trouver la plus grande valeur du produit  $V.I$ , ce qui correspond à trouver le point de tangente de la caractéristique avec l'hyperbole  $P = V.I = cte$ . Ce résultat sans approximation ne dépend que de la précision de la mesure. (Figure 13 ).

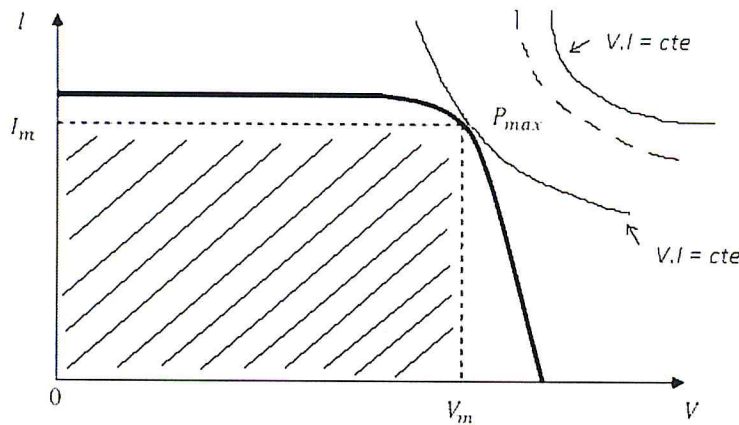


Figure 13- Détermination de  $P_{max} = (V_m, I_m)$

#### 4.5 Détermination graphique de $A$ , de $I_0$ et de $R_s$ [D.Bonnet] [3]

A l'obscurité,  $I_{ph} = 0$ , quand  $R_{sh}$  est grande on a :

- $R_s I \ll V$  du fait que  $R_s$  est faible
- $\exp\left(\frac{q}{AkT}V\right) \gg 1$ , alors l'équation (2) courant-tension devient :

$I = I_0 \cdot \exp\left(\frac{q}{AkT}V\right)$  alors  $\text{Log}I = \text{Log}I_0 + \frac{q}{AkT}V$ , cette dernière  $\text{Log}I = f(V)$  est la droite semi-logarithmique qui donne la pente  $\frac{q}{AkT}$  d'où la valeur de  $A$  et l'ordonnée à l'origine  $I_0$  :

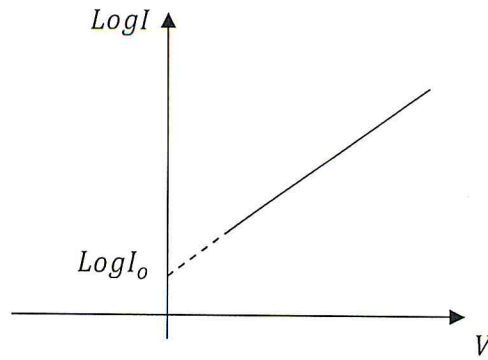


Figure 14- Détermination de A et de  $I_0$

Si nous ne pouvons pas négliger  $R_s I$  devant  $V$  cette courbe n'est plus une droite, ce qui sera visible que pour les grandes valeurs de l'intensité  $I$  (Figure 15):

$$\text{Log } I = \text{Log } I_0 + \frac{q}{AkT} (V + R_s I) \quad (14)$$

d'où  $R_s = \frac{\Delta V}{I}$ .

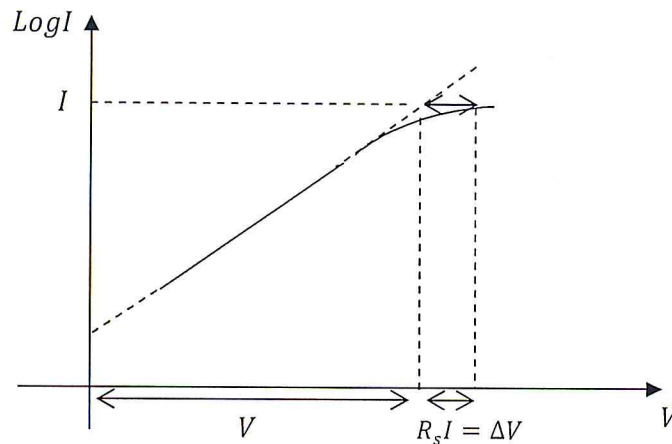


Figure 15- Détermination de  $R_s$ .

Cette méthode néglige la variation des paramètres avec l'éclairement de la photopile. Le tracé logarithmique a un bon aspect linéaire si le courant-circuit est faible  $\exp\left(\frac{q}{AkT} R_s I_{sc}\right) \sim 1$  et  $R_s$  et très faible.

#### 4.6 Détermination graphique de $R_{sh}$ [M.Wolf et H.Ranschenbach. 1963] [3]

On peut obtenir la valeur de  $R_{sh}$  en utilisant la courbe de la caractéristique inverse de la cellule à l'obscurité :

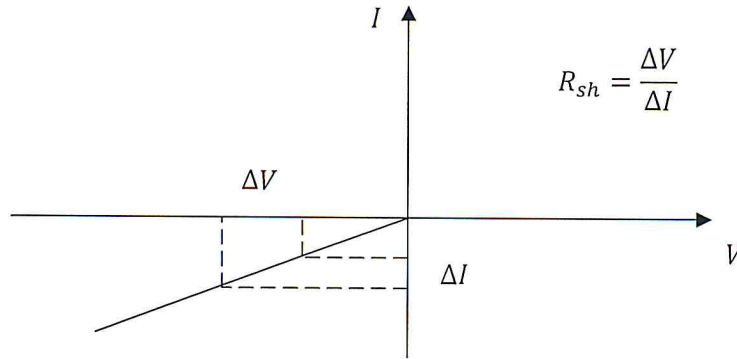


Figure 16- Caractéristique inverse à l'obscurité.

ici  $I_{ph} = 0$  et dans le 3<sup>ème</sup> quadrant de la courbe courant-tension  $V < 0$ , dès que  $\exp\left(\frac{q}{AkT}V\right) \ll 1$  (car  $-V \gg \frac{AkT}{q}$ ) la relation courant-tension (2) devient :

$$V = (R_s + R_{sh})I - R_{sh}I_o \quad (15)$$

alors La pente de cette courbe donne  $(R_s + R_{sh})$  où  $R_{sh} \gg R_s$ .

à l'obscurité, la cellule solaire est considérée comme diode. l'utilisation de cette méthode nécessite une stabilisation en température très efficace. La méthode conduit toujours à des valeurs très supérieures de  $R_s$ . [1]

#### 4.7 Méthode numérique pour la détermination des paramètres $I_{ph}$ , $I_o$ , $A$ , $R_s$ et $R_{sh}$ [J.P. Charles, M. Abdelkrim, Y.H. Muoy et P.Mialhe. 1981] [3]

La méthode proposée ici est une résolution numérique, les paramètres de l'équation de la caractéristique (2) sont déterminés à partir des mesures faites sur la cellule solaire. Les valeurs des paramètres  $A$ ,  $I_o$ ,  $R_s$ ,  $I_{ph}$  et  $R_{sh}$  sont déterminées à partir des données relatives à  $V_{oc}$ ,  $I_{sc}$ , et les pentes correspondantes en ces points.

Pour  $I = 0$ ,  $V = V_{oc}$ , l'équation (2) implique :  $0 = I_{ph} - \frac{V_{oc}}{R_{sh}} - I_o \left[ \exp\left(\frac{q}{AkT}V_{oc}\right) - 1 \right]$ ,

Pour  $V = 0$ ,  $I = I_{sc}$ , l'équation (2) implique :  $I_{sc} = I_{ph} - \frac{R_s I_{sc}}{R_{sh}} - I_o \left[ \exp\left(\frac{q}{AkT}R_s I_{sc}\right) - 1 \right]$ ,

de ces 2 équations on déduit :

$$\begin{cases} I_{ph} = I_s(A_1 - 1) + \frac{V_{oc}}{R_{sh}} \\ I_o = \left[ I_{sc} \left( 1 - \frac{R_s}{R_{sh}} \right) - \frac{V_{oc}}{R_{sh}} \right] \frac{1}{(A_1 - A_2)} \end{cases}$$

avec :  $A_1 = \exp\left(\frac{q}{AkT}V_{oc}\right)$  et  $A_2 = \exp\left(\frac{q}{AkT}R_s I_{sc}\right)$ . Et en différentiant l'équation (2) on aura :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_s = R_{so} - \frac{1}{I_o \beta A_1 + \frac{1}{R_{sh}}} \end{array} \right. \quad (16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{sh} = \frac{1}{\frac{1}{R_{sho}} - R_s - I_o \beta A_1} \end{array} \right. \quad (17)$$

$R_{so}$  et  $R_{sho}$  sont les résistances dynamiques, les pentes expérimentales de la courbe  $I = f(V)$  au voisinage du point de  $V_{oc}$  et au voisinage du point  $I_{sc}$ .

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dI}{dV} \Big|_{I=0} = -\frac{1}{R_{so}} \\ \frac{dI}{dV} \Big|_{V=0} = -\frac{1}{R_{sho}} \end{array} \right.$$

pour chaque valeur de  $A$  on les paramètres  $I_{ph}, I_o, R_s$  et  $R_{sh}$ .

Les paramètres caractéristiques de l'équation  $I-V$  sont très sensibles pour une légère variation de  $A$ , principalement au voisinage du point  $P_{max}(I_m, V_m)$ .

Donc on peut déduire  $A$  par l'équation caractéristique (2) pour  $I = I_m$  et  $V = V_m$  :

$$I_m = I_{ph} - \frac{V_m + R_s I_m}{R_{sh}} - I_o [\exp \beta (V_m + R_s I_m) - 1] \quad (18)$$

#### 4.8 Détermination de $I_{ph}, I_o, A, R_s$ et $R_{sh}$ avec la méthode de Newton-Raphson [4][5]

Il est possible de déterminer ces paramètres par des méthodes numériques itératives. La méthode de Newton-Raphson est choisie pour la convergence rapide de la réponse mais elle est coûteuse en temps de calcul [4]. Elle est l'une des méthodes les plus utilisées pour la résolution d'un système d'équations non linéaires.

L'algorithme de cette méthode est basé sur l'utilisation du développement de Taylor. Soit une équation à résoudre de la forme  $f(x) = 0$ , à partir d'une valeur initiale  $x_0$  de la solution, on cherche une correction  $\Delta x$  telle que

$$0 = f(x_0 + \Delta x)$$

en faisant un développement de Taylor autour de  $x = x_0$ , on trouve:

$$0 = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x + \left( \frac{f''(x_0) \cdot \Delta x^2}{2!} \right) + \left( \frac{f'''(x_0) \cdot \Delta x^3}{3!} \right) + \dots$$

il suffit maintenant de négliger les termes d'ordre supérieur ou égal 2 en  $\Delta x$  pour obtenir:  $f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x \approx 0$  d'où  $\Delta x = -\frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$ .

la correction  $\Delta x$  est en principe la quantité que l'on doit ajouter pour annuler la fonction  $f(x_0)$  puisque nous avons négligé les termes d'ordre supérieur ou égal à 2 dans le développement de Taylor, cette correction n'est pas parfaite et on pose :

$x_1 = x_0 + \Delta x$  donc :

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

avec  $f'(x_i)$  est la dérivée de la fonction en point  $i$ ,  $x_i$  est une valeur actuelle et  $x_{i+1}$  est une prochaine valeur.

Extension au système d'équations :

$$\begin{cases} f_1(x_1, \dots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, \dots, x_n) = 0 \end{cases}$$

et

$$x_{i+1} = x_i - J^{-1}(i)f(x_i)$$

avec  $J$  est la matrice jacobienne et :

$$J(i) = \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

il y a trois points clés dans la courbe  $I-V$  : Le point à court circuit  $I_{sc}$ , le point à circuit ouvert  $V_{oc}$  et le point de puissance maximale  $P_{max}$  :

rappelons l'équation de la caractéristique  $I-V$  (2) :

$$I = I_{ph} - \frac{V + IR_s}{R_{sh}} - I_0 \left[ \exp \left( \frac{q}{AkT} (V + IR_s) \right) - 1 \right]$$

On considère alors le système non linéaire de cinq inconnues :  $I_{ph}$ ,  $I_0$ ,  $A$ ,  $R_s$ ,  $R_{sh}$  et cinq équations :  $f_1(X)$ ,  $f_2(X)$ ,  $f_3(X)$ ,  $f_4(X)$ ,  $f_5(X)$ , tel que :

- Quand  $I = 0$ ,  $V = V_{oc}$ ,

$$f_1(X) = 0 = I_{ph} - \frac{V_{oc}}{R_{sh}} - I_0 \left[ \exp \left( \frac{q}{AkT} V_{oc} \right) - 1 \right] \quad (19)$$

- Quand  $V = 0$ ,  $I = I_{sc}$ ,

$$f_2(X) = 0 = -I_{sc} + I_{ph} - \frac{I_{sc}R_s}{R_{sh}} - I_0 \left[ \exp \frac{q}{AkT} (I_{sc}R_s) - 1 \right] \quad (20)$$

- Quand  $P = P_{max}$ ,

$$f_3(X) = 0 = \frac{I_m}{V_m} - \frac{1}{R_{sh}} \left(1 - \frac{I_m}{V_m} R_s\right) - I_0 \frac{q}{AkT} \left(1 - \frac{I_m}{V_m} R_s\right) \exp \frac{q}{AkT} (V_m + I_m R_s) \quad (21)$$

- Quand  $\left. \frac{dI}{dV} \right|_{I=0}$ ,

$$f_4(X) = 0 = -\frac{1}{R_{sh}} \left(1 - \frac{R_s}{R_{so}}\right) - I_0 \frac{q}{AkT} \left(1 - \frac{R_s}{R_{so}}\right) \exp \left(\frac{q}{AkT} V_{oc}\right) \quad (22)$$

- Quand  $\left. \frac{dI}{dV} \right|_{V=0}$ ,

$$f_5(X) = 0 = -\frac{1}{R_{sh}} \left(1 - \frac{R_s}{R_{sho}}\right) - I_0 \frac{q}{AkT} \left(1 - \frac{R_s}{R_{sho}}\right) \exp \left(\frac{q}{AkT} I_{sc} R_s\right) \quad (23)$$

avec :  $X = (R_{sh}, I_{ph}, I_0, A, R_s, R_{sh})$ , On aura ce système :

$$\begin{cases} f_1(X) = 0 = I_{ph} - \frac{V_{oc}}{R_{sh}} - I_0 \left[ \exp \left(\frac{q}{AkT} V_{oc}\right) - 1 \right] \\ f_2(X) = 0 = -I_{sc} + I_{ph} - \frac{I_{sc} R_s}{R_{sh}} - I_0 \left[ \exp \frac{q}{AkT} (I_{sc} R_s) - 1 \right] \\ f_3(X) = 0 = \frac{I_m}{V_m} - \frac{1}{R_{sh}} \left(1 - \frac{I_m}{V_m} R_s\right) - I_0 \frac{q}{AkT} \left(1 - \frac{I_m}{V_m} R_s\right) \exp \frac{q}{AkT} (V_m + I_m R_s) \\ f_4(X) = 0 = -\frac{1}{R_{sh}} \left(1 - \frac{R_s}{R_{so}}\right) - I_0 \frac{q}{AkT} \left(1 - \frac{R_s}{R_{so}}\right) \exp \left(\frac{q}{AkT} V_{oc}\right) \\ f_5(X) = 0 = -\frac{1}{R_{sh}} \left(1 - \frac{R_s}{R_{sho}}\right) - I_0 \frac{q}{AkT} \left(1 - \frac{R_s}{R_{sho}}\right) \exp \left(\frac{q}{AkT} I_{sc} R_s\right) \end{cases}$$

et la matrice Jacobéenne :

- Pour  $f_1(X)$  :

$$J(1,1) = 1$$

$$J(1,2) = 1 - \exp \left(\frac{q}{AkT} V_{oc}\right)$$

$$J(1,3) = \frac{q}{A^2 kT} I_0 V_{oc} \exp \left(\frac{q}{AkT} V_{oc}\right)$$

$$J(1,4) = 0$$

$$J(1,5) = \frac{V_{oc}}{R_{sh}^2}$$

- Pour  $f_2(X)$  :

$$J(2,1) = 1$$

$$J(2,2) = 1 - \exp\left(\frac{q}{AkT} I_{sc} R_s\right)$$

$$J(2,3) = \frac{q}{A^2 kT} I_0 I_{sc} R_s \exp\left(\frac{q}{AkT} I_{sc} R_s\right)$$

$$J(2,4) = -\frac{I_{sc}}{R_{sh}} - \frac{q}{AkT} I_0 I_{sc} \exp\left(\frac{q}{AkT} I_{sc} R_s\right)$$

$$J(2,5) = \frac{I_{sc} R_s}{R_{sh}^2}$$

- Pour  $f_3(X)$  :

$$J(3,1) = 0$$

$$J(3,2) = -\frac{q}{AkT V_m} (V_m - I_m R_s) - \left( \exp\left(\frac{q}{AkT} (V_m + I_m R_s)\right) \right)$$

$$J(3,3) = \frac{q I_0}{V_m A^3 k^2 T^2} (V_m - I_m R_s) [AkT + q(V_m + I_m R_s)] \exp\left(\frac{q}{AkT} (V_m + I_m R_s)\right)$$

$$J(3,4) = \frac{I_m}{R_{sh} V_m} + \frac{q I_0 I_m}{A^2 k^2 T^2 V_m} [AkT - q(V_m - I_m R_s)] \exp\left(\frac{q}{AkT} (V_m + I_m R_s)\right)$$

$$J(3,5) = \frac{(V_m - I_m R_s)}{R_{sh}^2 V_m}$$

- Pour  $f_4(X)$  :

$$J(4,1) = 0$$

$$J(4,2) = -\frac{q}{AkT R_{so}} (R_{so} - R_s) \exp\left(\frac{q}{AkT} V_{oc}\right)$$

$$J(4,3) = \frac{q I_0}{A^3 k^2 T^2 R_{so}} (R_{so} - R_s) (AkT + q V_{oc}) \exp\left(\frac{q}{AkT} V_{oc}\right)$$

$$J(4,4) = \frac{1}{R_{sh} R_{so}} + \frac{q I_0}{AkT R_{so}} \exp\left(\frac{q}{AkT} V_{oc}\right)$$

$$J(4,5) = \frac{(R_{so} - R_s)}{R_{sh}^2 R_{so}}$$



- Pour  $f_5(X)$  :

$$J(5,1) = 0$$

$$J(5,2) = -\frac{q}{AkTR_{sho}}(R_{sho} - R_s)\exp\left(\frac{q}{AkT}I_{sc}R_s\right)$$

$$J(5,3) = \frac{qI_0}{A^3k^2T^2R_{sho}}(R_{sho} - R_s)(AkT + qI_{sc}R_s)\exp\left(\frac{q}{AkT}I_{sc}R_s\right)$$

$$J(5,4) = \frac{1}{R_{sh}R_{sho}} + \frac{qI_0}{A^2k^2T^2R_{sho}}(AkT - qI_{sc}(R_{sho} - R_s))\exp\left(\frac{q}{AkT}I_{sc}R_s\right)$$

$$J(5,5) = -\frac{R_{sho} - R_{sh}}{R_{sh}^2R_{sho}}$$

Le Jacobien peut être évalué avec Matlab en utilisant « Optimization toolbox ».

Nous avons donné en dessus quelques méthodes (du physicien) de détermination des paramètres de l'équation de la caractéristique  $I-V$ , nous donnerons dans le chapitre suivant la méthode des plans d'expériences (du statisticien) afin de comparer les avantages des deux approches dans la conclusion.

# Chapitre II

## Modélisation de panneaux photovoltaïques.

### L'approche du statisticien

Plusieurs essais ont été effectués, le panneau étant entièrement éclairé. Le panneau est placé devant une source lumineuse puis on enregistre la tension  $V$  et l'intensité  $I$  du courant de sortie dans le but de tracer la courbe caractéristique  $I = f(V)$  et de déterminer la puissance maximale délivrée. Un modèle mathématique décrivant les variations de la puissance maximale en fonction de l'éclairement et de la température a été obtenu. Ce modèle est un modèle prédictif. Il peut nous renseigner sur la valeur de la puissance maximale délivrée en tout point du domaine expérimental prospecté. Dans une première étape nous donnerons quelques éléments de base sur la méthode des plans d'expériences. Puis nous montrerons comment établir notre modèle et donnerons son expression. Nous donnerons enfin une analyse et une interprétation.

#### 1. Dispositif expérimental et mesures [6]

L'intensité lumineuse est mesurée en termes de distances, la source lumineuse étant placée respectivement à 1.10, 2.00 et 2.80 mètres du panneau. La température du panneau, facteur non contrôlable, est mesurée en degrés Celsius, à l'aide d'un appareil. Le panneau est constitué de quatre rangées de 18 cellules chacune soit 72 cellules au total. Le premier groupe de cellules est constitué par les rangées 1 et 2 disposées en parallèles, le deuxième groupe par les rangées 3 et 4, placées elles aussi en parallèles. Les deux groupes sont reliés entre eux en série (Figure 17). La Figure 17 donne une représentation de l'allure des courbes caractéristiques obtenues.

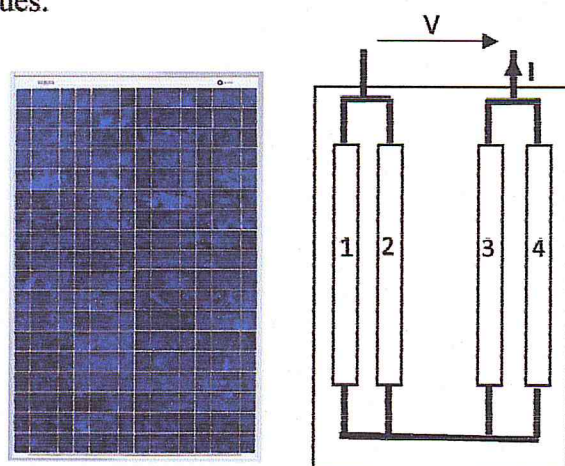


Figure 17- Le panneau photovoltaïque

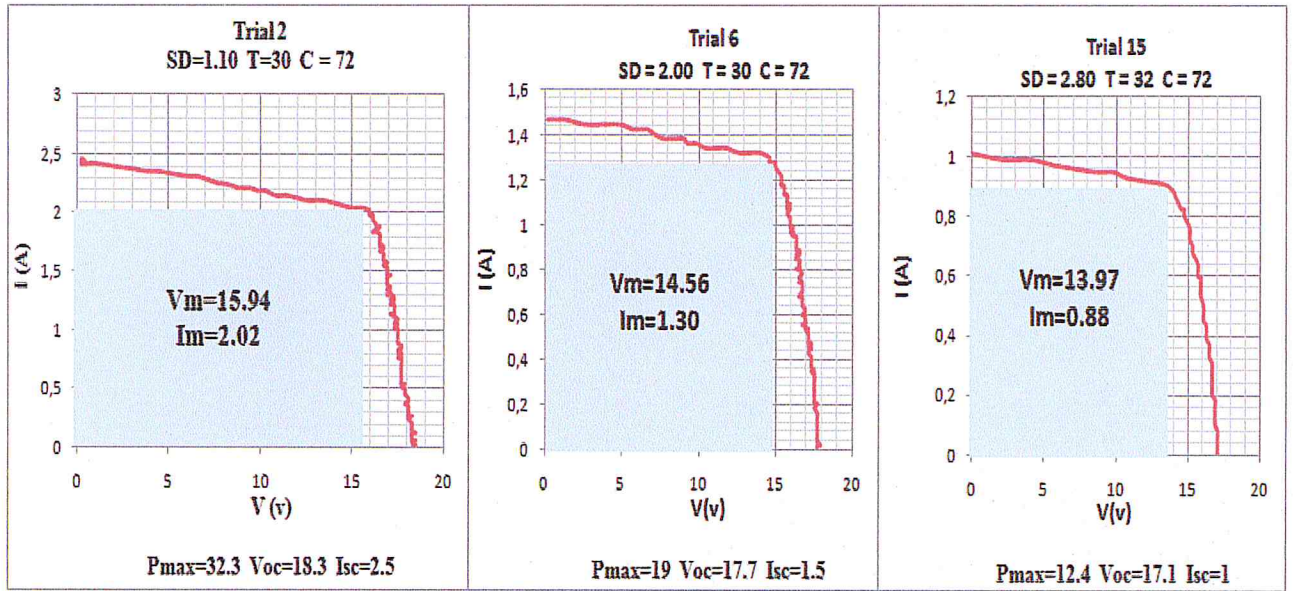


Figure 18- Courbes caractéristiques

## 2. Eléments de base sur la méthode des Plans d'Expériences [7] [8]

Le système est considéré comme une enceinte fermée dans laquelle, seules sont prises en compte les entrées et les sorties, appelées respectivement facteurs et réponses. La constitution interne du système est totalement ignorée.

### 2.1 Modélisation mathématique

En l'absence de toute information sur la fonction qui lie la réponse  $y$  aux  $k$  facteurs, on se donne, à priori, une loi d'évolution dont la formulation la plus générale est la suivante :

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k)$$

cette fonction est trop générale et il est d'usage d'en prendre un développement limité de Taylor. Soit autour de  $x_0 = 0, y_0 = 0$  nous avons la série de MacLaurin au deuxième ordre et en changeant de notation pour  $i = 1, 2$  :

$$\begin{aligned} y = f(x_1, x_2) &\cong f(0,0) + \frac{1}{1!} \frac{\partial f(0)}{\partial x_1} x_1 + \frac{1}{1!} \frac{\partial f(0)}{\partial x_2} x_2 \\ &+ \frac{1}{2!} \left[ \frac{\partial^2 f(0)}{\partial x_1^2} x_1^2 + \frac{\partial^2 f(0)}{\partial x_1 \partial x_2} x_1 x_2 + \frac{\partial^2 f(0)}{\partial x_2 \partial x_1} x_2 x_1 + \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x_2^2} x_2^2 \right] + \dots \\ &= a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_1 x_2 + a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 \end{aligned}$$

si les dérivées du développement de Taylor peuvent être considérées comme des constantes, le développement précédent prend la forme d'un polynôme de degré plus ou moins élevé :

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^k a_i x_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^k a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k a_{ii} x_i^2$$

tel que :

- $y$  est la réponse mesurée au cours de l'expérimentation et elle est obtenue avec une précision donnée.
- $x_i$  représente le niveau attribué au facteur  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ). C'est la valeur de la coordonnée du facteur  $i$  retenue par l'expérimentateur pour réaliser un essai. Cette valeur est parfaitement connue. On supposera même, que ce niveau est déterminé sans erreur.
- $a_0, a_i, a_{ij}, a_{ii}$  sont les coefficients du modèle mathématique adopté à priori. Ils ne sont pas connus et doivent être calculés à partir des résultats des expériences. Ils désignent respectivement la valeur de la réponse *au centre du domaine* d'étude, *les effets* principaux des facteurs, *les interactions* d'ordre deux entre facteurs et les coefficients des termes du second degré.

L'effet principal d'un facteur nous renseigne à la fois sur l'ampleur de l'influence de ce facteur sur la réponse (plus sa valeur absolue est importante et plus il est influent) et sur le sens de variation (la réponse et le facteur varient dans le même sens si  $a_i$  est positif, en sens contraire si  $a_i$  est négatif). Nous avons là une information aussi bien quantitative que qualitative de cette influence. L'expérimentateur pourra donc de visu faire une hiérarchisation de l'influence des facteurs sur la réponse. Il pourra notamment connaître le facteur le plus influent. Cette hiérarchisation est présentée par les logiciels de plans d'expériences à l'aide de deux diagrammes : l'histogramme des coefficients du modèle et une représentation donnant la contribution de chacun d'eux en termes de pourcentages. Les  $a_{ij}$  donnent quant à eux, une mesure des effets d'interactions d'ordre 2 entre facteurs. L'expression que nous avons choisie est celle adoptée dans la plupart des plans d'optimisation dits « Plans pour Surfaces de Réponses ». Il est démontré que toute interaction ne peut être obtenue si on utilise l'ancienne méthode dite « Un facteur à la fois » et qui consiste à faire varier un seul facteur tout en maintenant les autres à des valeurs constantes.

## 2.2 Espace expérimental et Domaine d'étude

Chaque facteur est représenté sur un axe orienté, prenant des valeurs à l'intérieur de son domaine de variation. Ce dernier est limité par un niveau bas noté par  $-1$  et un niveau haut noté par  $+1$ . Les  $k$  axes sont orthogonaux entre eux deux à deux et constituent une base de l'espace vectoriel  $R^k$ , de dimension  $k$ , appelé Espace Expérimental. La réunion des domaines de variation de chaque facteur définit le Domaine d'Etude. Ce Domaine d'Etude (appelé aussi Domaine Expérimental Prospecté) est la partie de l'Espace Expérimental que l'expérimentateur a retenu pour faire ses essais. Une étude, c'est-à-dire un ensemble d'expériences bien définis, est représentée par une série de points disposés dans le domaine d'étude. Voir Figure 19.

## 2.3 Coordonnées centrées réduites

Afin de donner une grande généralité de présentation à la théorie des plans d'expériences, dans le but de s'affranchir des unités et d'utiliser des coordonnées sans dimensions, on change de repère cartésien en effectuant les deux opérations suivantes : traduire les axes pour positionner le nouveau sommet au centre du domaine d'étude, changer les unités des axes pour que les niveaux bas et haut prennent les valeurs  $-1$  et  $+1$ . Le passage des coordonnées d'origine  $A$  aux coordonnées centrées réduites (c.c.r)  $x$ , et inversement, est donné par la

formule suivante  $x = \frac{A-A_0}{pas}$  ( $A_0$  étant la valeur centrale en unités courantes). Par exemple, (1.10 m et 40 °C) sont les coordonnées du premier essai réalisé à SUPELEC(Metz). Les coordonnées centrées réduites correspondantes deviennent :

$$x_1 = \frac{1.10 - 1.95}{0.85} = -1 \qquad x_2 = \frac{40 - 42.5}{17.5} = -0.1429$$

## 2.4 Plan avec 11 essais

- Les facteurs sont :  $\begin{cases} x_1 = SD \\ x_2 = T \end{cases}$
- Les réponses sont :  $\begin{cases} y_1 = P_{max} \\ y_2 = V_{oc} \\ y_3 = I_{sc} \end{cases}$
- Le domaine d'étude :

Facteur	Niveau -1	Niveau 0	Niveau +1
Eclairage (m)	1.10	1.95	2.80
Température (°C)	25	42.5	60

Le domaine d'étude est choisi de manière à inclure tous les points expérimentaux effectués (15 essais), en prenant pour niveaux bas, les valeurs minimales des deux facteurs (1.10 m et 25°C) et pour niveaux hauts leurs valeurs maximales (2.80 m et 60°C). La répartition des points expérimentaux dans le domaine d'étude est représentée en figure 19.

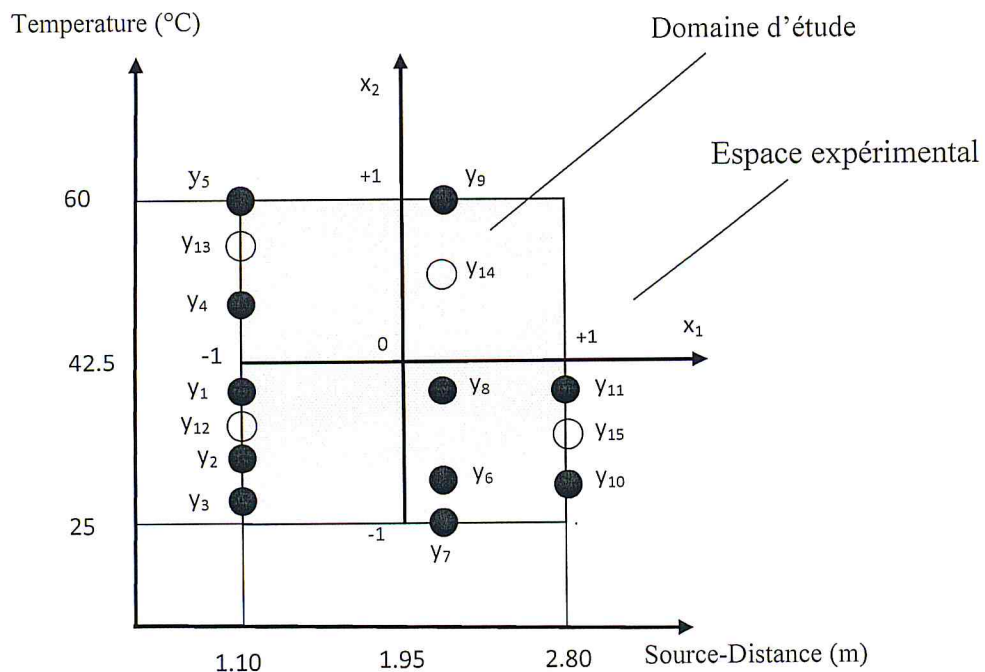


Figure 19- Répartition des points expérimentaux dans le domaine d'étude

## 2.5 Matrice d'expériences (avec coordonnées réelles) et résultats des essais

Tableau 2- Matrice d'expériences et résultat des essais

Essais	SD	Temperature	SD	Temperature	$V_{oc}$	$I_{sc}$	$P_{max}$
	m	°C	ccr	ccr			
	Facteur	Facteur	Facteur	Facteur			
	1	2	1	2			
1	1.10	40	-1	-0.1429	18.3	2.5	$y_1=32.6$
2	-	30	-1	-0.7143	18.3	2.5	$y_2=32.3$
3	-	26	-1	-0.9429	18.7	2.5	$y_3=32.2$
4	-	44	-1	-0.0857	18.1	2.5	$y_4=31.3$
5	-	60	-1	1	17.3	2.5	$y_5=31.2$
6	2.00	30	0.0588	-0.7143	17.7	1.5	$y_6=19.0$
7	-	25	0.0588	-1	18.1	1.5	$y_7=19.2$
8	-	40	0.0588	-0.1429	17.7	1.5	$y_8=19.2$
9	-	60	0.0588	1	17.1	1.5	$y_9=18.4$
10	2.80	31	1	-0.6571	17.1	1.0	$y_{10}=12.0$
11	-	38	1	-0.2571	16.9	1.0	$y_{11}=12.5$
12	1.10	39	-1	-0.2	18.1	2.5	$y_{12}=32.2$
13	-	50	-1	0.4286	17.7	2.5	$y_{13}=31.6$
14	2.00	45	0.0588	0.1429	17.5	1.5	$y_{14}=19.2$
15	2.80	32	1	-0.6	17.1	1.0	$y_{15}=12.4$
Niveau (-1)	1.10 m	25°C					
Niveau (0)	1.95 m	42.5°C					
Niveau (+1)	2.80 m	60°C					

## 2.6 Modèle mathématique pour $V_{oc}$ , $I_{sc}$ et $P_{max}$

On pourrait choisir le modèle :

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{12}x_1x_2 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2$$

l'expression du modèle comportera un terme supplémentaire  $e$  appelé écart ou résidu, terme qui réunit une erreur d'ajustement du modèle et une erreur expérimentale. Le modèle s'écrira donc :

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{12}x_1x_2 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + e$$

### • Système linéaire

Si l'on applique ce modèle aux 11 points des essais, on obtient, le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} y_1 = a_0 - a_1 - 0.1429a_2 + 0.1429a_{12} + a_{11} + 0.0204a_{22} + e_1 \\ \vdots \\ y_i = a_0 + a_1x_{1i} + a_2x_{2i} + a_{12}x_{1i}x_{2i} + a_{11}x_{1i}^2 + a_{22}x_{2i}^2 + e_i \\ \vdots \\ y_{11} = a_0 + a_1 - 0.2571a_2 - 0.2571a_{12} + a_{11} + 0.0661a_{22} + e_{11} \end{cases} \quad (24)$$

nous avons là, un système linéaire de  $n = 11$  équations à  $n + p = 17$  inconnues ( $p = 6$  coefficients du modèle,  $a_0, a_1, a_2, a_{12}, a_{11}, a_{22}$  et  $n = 11$  résidus  $e_1, e_2, \dots, e_{11}$ ). Nous avons plus d'inconnues que d'équations. Nous ne savons pas résoudre un tel système. Il nous manque 6 équations que l'on obtiendra en formulant une hypothèse supplémentaire (critère des

moindres carrés) et consistant à choisir le vecteur  $a$  de manière que les erreurs  $e_i$  soient les plus faibles possibles ou d'une manière globale que la somme des carrés des résidus  $\sum e_i^2$  soit minimale :

$$\sum_{i=1}^{i=11} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n=11} [y_i - (y_i = a_0 + a_1x_{1i} + a_2x_{2i} + a_{12}x_{1i}x_{2i} + a_{11}x_{1i}^2 + a_{22}x_{2i}^2)]^2 = e'e = \min$$

le système (24) s'écrit sous forme matricielle :

$$Xa + e = y \tag{25}$$

avec

$$y = \begin{bmatrix} 3 & 2 & . & 6 \\ 3 & 2 & . & 3 \\ 3 & 2 & . & 2 \\ 3 & 1 & . & 3 \\ 3 & 1 & . & 2 \\ 1 & 9 & . & 0 \\ 1 & 9 & . & 2 \\ 1 & 9 & . & 2 \\ 1 & 8 & . & 4 \\ 1 & 2 & . & 0 \\ 1 & 2 & . & 5 \end{bmatrix}$$

la matrice de calcul  $X$  et la matrice  $y$  qui rassemble les 11 mesures effectuées sont connues. La matrice  $a$  des coefficients et la matrice  $e$  des résidus sont les inconnues. Nous avons en (25) une seule relation matricielle à deux inconnues. Pour tout vecteur  $a$  choisi arbitrairement correspondra un et un seul vecteur  $e$  et inversement.

- **Matrice  $X$  des coefficients**

La matrice  $X$  des coefficients peut s'obtenir facilement de manière systématique. On commence par écrire une colonne de chiffres 1 correspondant au coefficient  $a_0$  (colonne M), puis les colonnes  $x_1$  et  $x_2$  coordonnées centrées réduites, de l'éclairage et de la température du tableau 1 (colonnes 1 et 2). On ajoutera une colonne, produit terme à terme des colonnes  $x_1$  et  $x_2$  (colonne 12) et enfin les deux dernières colonnes en prenant les carrés des termes des colonnes  $x_1$  et  $x_2$  (colonnes 1<sup>2</sup> et 2<sup>2</sup>). C'est l'ordinateur qui effectue ces calculs :

$$X = \begin{matrix} & M & 1 & 2 & 12 & 1^2 & 2^2 \\ \begin{pmatrix} 1.0000 & -1.000 & -0.1429 & 0.1429 & 1.0000 & 0.0204 \\ 1.0000 & -1.000 & -0.7143 & 0.7143 & 1.0000 & 0.5102 \\ 1.0000 & -1.000 & -0.9429 & 0.9429 & 1.0000 & 0.8890 \\ 1.0000 & -1.000 & 0.0857 & -0.0857 & 1.0000 & 0.0073 \\ 1.0000 & -1.000 & 1.0000 & -1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 1.0000 & 0.0588 & -0.7143 & -0.0420 & 0.0035 & 0.5102 \\ 1.0000 & 0.0588 & -1.0000 & -0.0588 & 0.0035 & 1.0000 \\ 1.0000 & 0.0588 & -0.1429 & -0.0084 & 0.0035 & 0.0204 \\ 1.0000 & 0.0588 & 1.0000 & 0.0588 & 0.0035 & 1.0000 \\ 1.0000 & 1.0000 & -0.6571 & -0.6571 & 1.0000 & 0.4318 \\ 1.0000 & 1.0000 & -0.2571 & -0.2571 & 1.0000 & 0.0661 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Il est plus facile de rester en notation matricielle. Le problème revient donc à trouver le vecteur  $\hat{a}$  vérifiant le système suivant :

$$\begin{cases} y = Xa + e \\ \frac{d(e'e)}{da} = 0 \end{cases}$$

dans lequel  $e'e = (y' - a'X')(y - Xa) = y'y - y'Xa - a'X'y + a'X'Xa$  le second et le troisième terme sont des scalaires, nous pouvons donc écrire :

$$(y'Xa)' = a'X'y$$

$$e'e = y'y - 2aX'y + a'X'Xa$$

en prenant la dérivée de la fonction  $e'e$  par rapport au vecteur  $a$  ( $y'y$  étant une constante)

$$\frac{d(e'e)}{da} = \frac{d(y'y)}{da} - 2\frac{d(a'X'y)}{da} + \frac{d(a'X'Xa)}{da} = 0 - 2X'y + 2X'Xa = 0$$

$$X'X\hat{a} = X'y$$

la matrice  $X'X$  est une matrice carrée symétrique appelée matrice d'information. Si son déterminant est différent de zéro, nous pouvons trouver son inverse, d'où l'importante formule :

$$\hat{a} = (X'X)^{-1}X'y \quad (26)$$

très utilisée en théorie des plans d'expériences et permettant de calculer les coefficients du modèle, connaissant la matrice de calcul  $X$  et la matrice  $y$  des réponses mesurées. La matrice inverse  $(X'X)^{-1}$ , elle aussi carrée symétrique, est appelée *matrice de dispersion*. En appliquant cette formule, le logiciel de calcul nous donnera :

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} 19.6519 \\ -9.8259 \\ -0.3047 \\ 0.3107 \\ 2.5032 \\ -0.3069 \end{bmatrix}$$

le modèle s'écrira :



$$P_{\max} = y = 19.6519 - 9.8259x_1 - 0.3047x_2 + 0.3107x_1x_2 + 2.5032x_1^2 - 0.3069x_2^2 \quad (27)$$

et pour  $V_{oc}$ ,  $I_{sc}$  :

$$V_{oc} = y = 17.6463 - 0.6034x_1 - 0.4659x_2 + 0.1686x_1x_2 - 0.1559x_1^2 - 0.0916x_2^2 \quad (28)$$

$$I_{sc} = y = 1.5434 - 0.75x_1 - 0.2066x_1^2 \quad (29)$$

## 2.7 Evaluation de la qualité des modèles

Les résultats expérimentaux et calculés sont très proches. Les modèles sont donc de bonne qualité (Tableau 1)

Tableau 1- Comparaison entre valeurs mesurées et calculées

Essais	valeurs mesurées			valeurs calculées		
	$V_{oc}$	$I_{sc}$	$P_{\max}$	$V_{oc}$	$I_{sc}$	$P_{\max}$
1	18.3	2.5	32.6	18.2	2.5	32.1
2	18.3	2.5	32.3	18.5	2.5	32.3
3	18.7	2.5	32.2	18.6	2.5	32.3
4	18.1	2.5	31.3	18.0	2.5	31.9
5	17.3	2.5	31.2	17.4	2.5	31.0
6	17.7	1.5	19.0	17.9	1.5	19.1
7	18.1	1.5	19.2	18.0	1.5	19.1
8	17.7	1.5	19.2	17.7	1.5	19.1
9	17.1	1.5	18.4	17.1	1.5	18.5
10	17.1	1.0	12.0	17.0	1.0	12.2
11	16.9	1.0	12.5	17.0	1.0	12.3
12	18.1	2.5	32.2	18.2	2.5	32.1
13	17.7	2.5	31.6	17.8	2.5	31.7
14	17.5	1.5	19.2	17.5	1.5	19.0
15	17.1	1.0	12.4	17.0	1.0	12.2

## 2.8. Facteur de remplissage FF

Rappelons que le facteur de forme FF qui détermine l'idéalité de la caractéristique  $I-V$  est :

$$FF = \frac{P_{\max}}{V_{oc}I_{sc}}$$

Essais	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
FF	0.70	0.69	0.69	0.70	0.71	0.71	0.70	0.71	0.72	0.71	0.72	0.70	0.71	0.72	0.71

On remarque que le FF est bon, il est autour de 0.70.

### 3. Précision sur les coefficients du modèle

Les réponses mesurées sont entachées d'une erreur expérimentale, ce sont donc des grandeurs aléatoires. Cette erreur peut être estimée par l'écart-type. La matrice  $X$  n'est pas une grandeur aléatoire et elle n'introduit aucune erreur. Seule la matrice  $y$  est une matrice dont les éléments sont des variables aléatoires. Les variations des éléments de cette matrice entraînent donc des variations (ou erreurs) sur les coefficients du modèle puisqu'il existe la relation  $\hat{a} = (X'X)^{-1}X'y$ . Les coefficients déterminés par la méthode des moindres carrés sont des grandeurs aléatoires. Ils vont donc, à leur tour, engendrer d'autres variables aléatoires lorsqu'ils figureront dans une relation mathématique. Par exemple, les réponses prédites sont des grandeurs aléatoires puisqu'il existe la relation  $y = X\hat{a}$ .

Les statisticiens ont démontré la relation suivante entre la variance des résidus et les variances des coefficients:

$$V(\hat{a}) = \sigma_r^2 (X'X)^{-1} \quad (30)$$

Relation dans laquelle  $\sigma_r^2$  est la variance globale de la régression, c'est-à-dire la variance des résidus. Dans la relation (30),  $V(\hat{a})$  est la matrice des variances covariances des coefficients. Les variances des coefficients sont disposés sur la diagonale principale de  $V(\hat{a})$  et les covariances sont les éléments non diagonaux. Pour le calcul des écarts types, nous n'avons pas besoin des éléments correspondant aux covariances. Nous n'écrirons que les diagonales principales. La formule précédente, pour l'usage que nous voulons en faire, devient alors :

$$DiagV(\hat{a}) = \sigma_r^2 Diag(X'X)^{-1} \quad (31)$$

C'est la relation des variances des coefficients. Cette relation est très importante. En effet, elle montre qu'il y a trois composantes qui induisent des erreurs sur les coefficients. Ces trois composantes sont :

- l'erreur commise sur les réponses à cause du terme  $\sigma_r^2$ . En effet ce terme regroupe l'erreur expérimentale et l'écart d'ajustement. Les erreurs commises sur les réponses mesurées se transmettent donc aux coefficients du modèle mathématique. Ceci est très connu, et n'est pas pour nous surprendre.
- l'emplacement des points expérimentaux. La position des points expérimentaux dans le domaine d'étude génère des erreurs plus ou moins élevées sur les coefficients du modèle mathématique. C'est la matrice  $X$  qui est responsable de ce transfert. Ce second résultat est beaucoup plus inattendu et mérite d'être souligné car il est peu connu de beaucoup d'expérimentateurs. Cela signifie qu'un expérimentateur qui conduit des expériences avec beaucoup de soin et obtient des résultats d'essai très précis peut quand même avoir des modèles mathématiques médiocres s'il a mal disposé les points expérimentaux dans le domaine expérimental.
- Le modèle mathématique choisi a priori. Le choix initial du modèle mathématique effectué par l'expérimentateur engendre des écarts d'ajustement plus ou moins élevés sur des coefficients du modèle mathématique. Les responsables de ce transfert sont  $\sigma_r^2$  et la matrice  $X$ . Ce résultat mérite également d'être souligné car il est peu connu.

Cela signifie que l'on doit s'attendre à de grosses erreurs sur certains coefficients lorsque le modèle mathématique choisi à priori est trop éloigné du modèle réel. Dans notre exemple, la matrice  $X$  étant connue, nous pouvons calculer la matrice de dispersion  $(X'X)^{-1}$  :

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.5297 & -0.0374 & 0.0777 & 0.0309 & -0.3566 & -0.4083 \\ -0.0374 & 0.2840 & 0.1420 & 0.2555 & 0.1639 & 0.0850 \\ 0.0777 & 0.1420 & 0.3437 & 0.2989 & 0.0775 & -0.0141 \\ 0.0309 & 0.2555 & 0.2989 & 0.6789 & 0.1502 & 0.0413 \\ -0.3566 & 0.1639 & 0.0775 & 0.1502 & 0.5180 & 0.1783 \\ -0.4083 & 0.0850 & -0.0141 & 0.0413 & 0.1783 & 0.6326 \end{bmatrix}$$

On applique la formule (31) en ne gardant que les éléments diagonaux de la matrice  $(X'X)^{-1}$  :

$$\begin{bmatrix} V(\hat{a}_0) & . & . & . & . & . \\ . & V(\hat{a}_1) & . & . & . & . \\ . & . & V(\hat{a}_2) & . & . & . \\ . & . & . & V(\hat{a}_{12}) & . & . \\ . & . & . & . & V(\hat{a}_{11}) & . \\ . & . & . & . & . & V(\hat{a}_{22}) \end{bmatrix} = \sigma_r^2 \begin{bmatrix} 0.5297 & . & . & . & . & . \\ . & 0.2840 & . & . & . & . \\ . & . & 0.3437 & . & . & . \\ . & . & . & 0.6789 & . & . \\ . & . & . & . & 0.5180 & . \\ . & . & . & . & . & 0.6326 \end{bmatrix}$$

Par identification des éléments correspondants des deux matrices, nous obtenons les variances des coefficients :

$$\begin{aligned} V(\hat{a}_0) &= 0,5297 \sigma_r^2 & V(\hat{a}_2) &= 0,3437 \sigma_r^2 & V(\hat{a}_{11}) &= 0,5180 \sigma_r^2 \\ V(\hat{a}_1) &= 0,2840 \sigma_r^2 & V(\hat{a}_{12}) &= 0,6789 \sigma_r^2 & V(\hat{a}_{22}) &= 0,6326 \sigma_r^2 \end{aligned}$$

En prenant les racines carrées de ces expressions, on a l'écart-type de chacun des coefficients :

$$\begin{aligned} \sigma(\hat{a}_0) &= \pm 0,7278 \sigma_r & \sigma(\hat{a}_2) &= \pm 0,5863 \sigma_r & \sigma(\hat{a}_{11}) &= \pm 0,7197 \sigma_r \\ \sigma(\hat{a}_1) &= \pm 0,5329 \sigma_r & \sigma(\hat{a}_{12}) &= \pm 0,8240 \sigma_r & \sigma(\hat{a}_{22}) &= \pm 0,7954 \sigma_r \end{aligned}$$

Si l'erreur des résidus est de 10% alors  $\sigma_r = 0,1$  et :

$$\begin{aligned} \sigma(\hat{a}_0) &= \pm 0,07278 & \sigma(\hat{a}_2) &= \pm 0,05863 & \sigma(\hat{a}_{11}) &= \pm 0,07197 \\ \sigma(\hat{a}_1) &= \pm 0,05329 & \sigma(\hat{a}_{12}) &= \pm 0,08240 & \sigma(\hat{a}_{22}) &= \pm 0,07954 \end{aligned}$$

Les écarts types des coefficients peuvent être ajoutés au modèle mathématique :

$$y = 19.65 - 9.83x_1 - 0.30x_2 + 0.31x_1x_2 + 2.50x_1^2 - 0.31x_2^2$$

Le coefficient de corrélation multiple du modèle est  $R^2 = 0.9991$ . Il est voisin de 1. Le modèle possède donc une bonne qualité prévisionnelle.

## 4. Représentations graphiques, analyse et prévision du comportement du panneau PV

Les analyses et interprétations des résultats des expériences ont été effectuées à l'aide du logiciel Hide [9].

### 4.1 Histogrammes

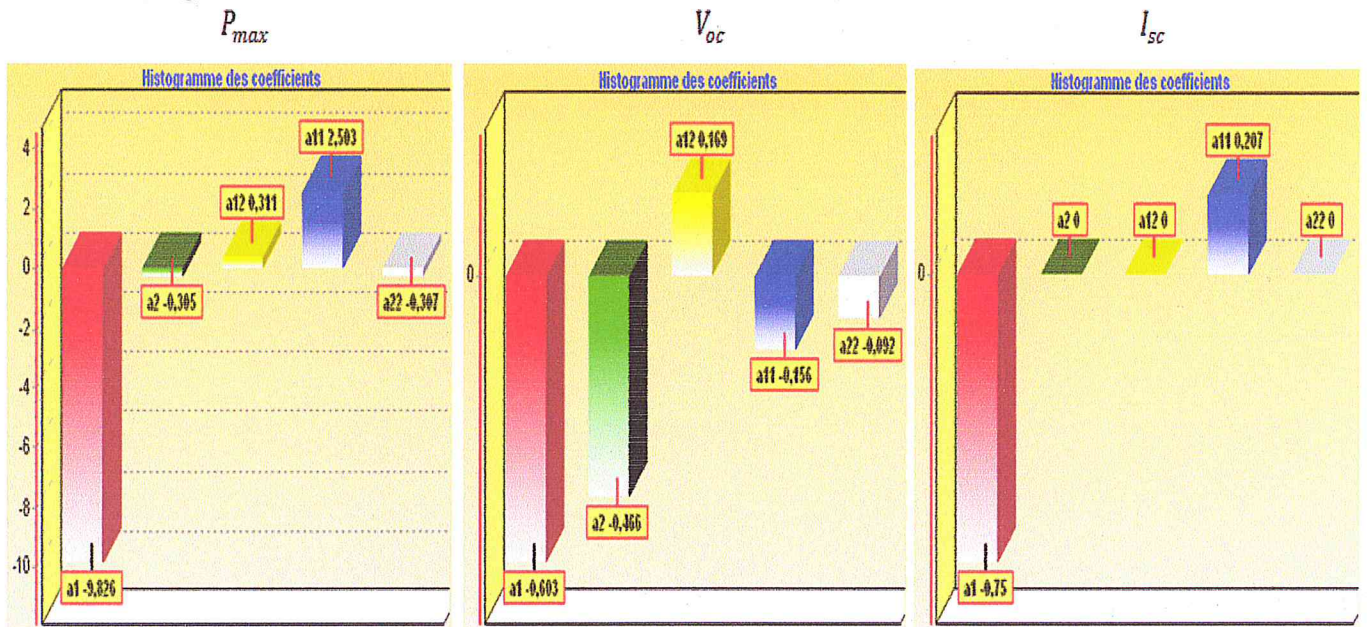


Figure 20- Histogrammes

Cette représentation nous montre que l'éclairement influe plus que la température sur les trois paramètres  $P_{max}$ ,  $V_{oc}$  et  $I_{sc}$ . Les interactions entre l'éclairement et la température sont toutes les trois négligeables. On remarque toutefois que l'influence de la température sur  $V_{oc}$  doit être prise en compte.

### 4.2 Représentation sectorielle

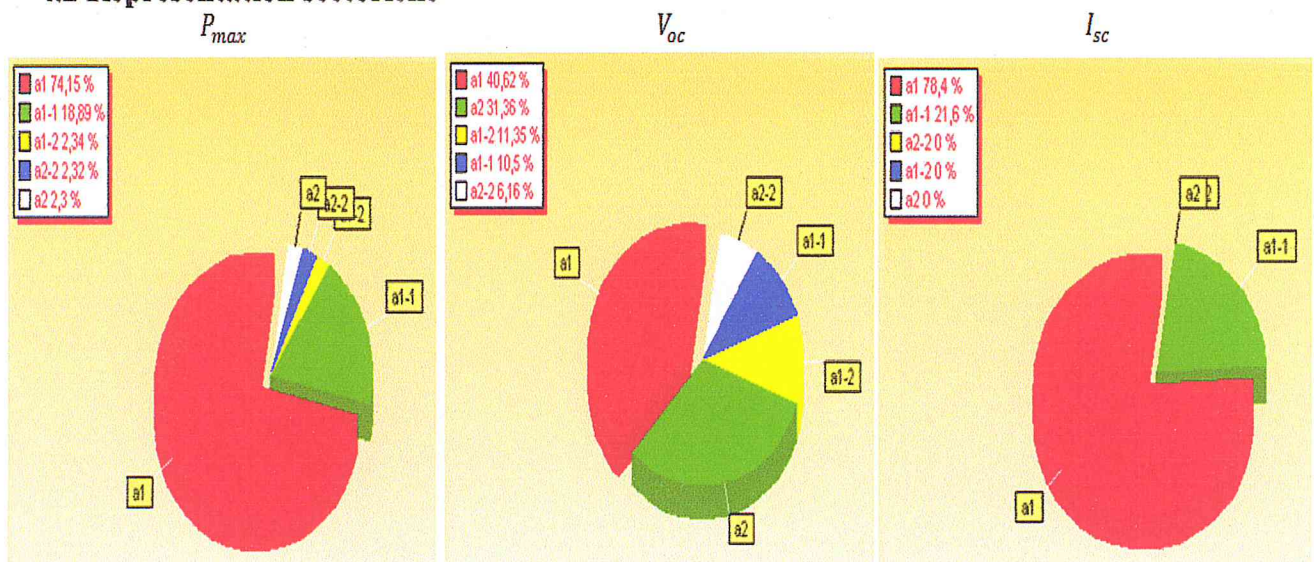


Figure 21- Représentation sectorielle

Cette représentation donne la mesure en chiffres de l'influence de l'éclairement et de la température sur chacun des paramètres  $P_{max}$ ,  $V_{oc}$  et  $I_{sc}$ .

### 4.3 Surfaces de réponses

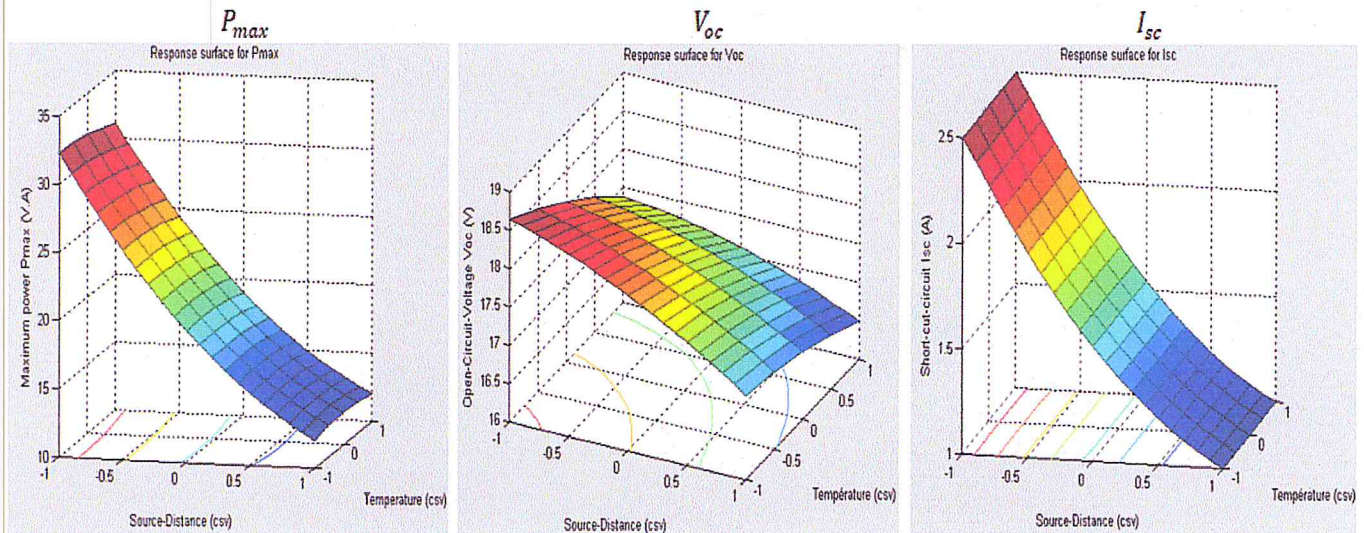


Figure 22- Surface de réponse

Le tracé des surfaces de réponses permet de visualiser l'optimum de chacun des paramètres  $P_{max}$ ,  $V_{oc}$  et  $I_{sc}$ .

### 4.4 Isoréponses

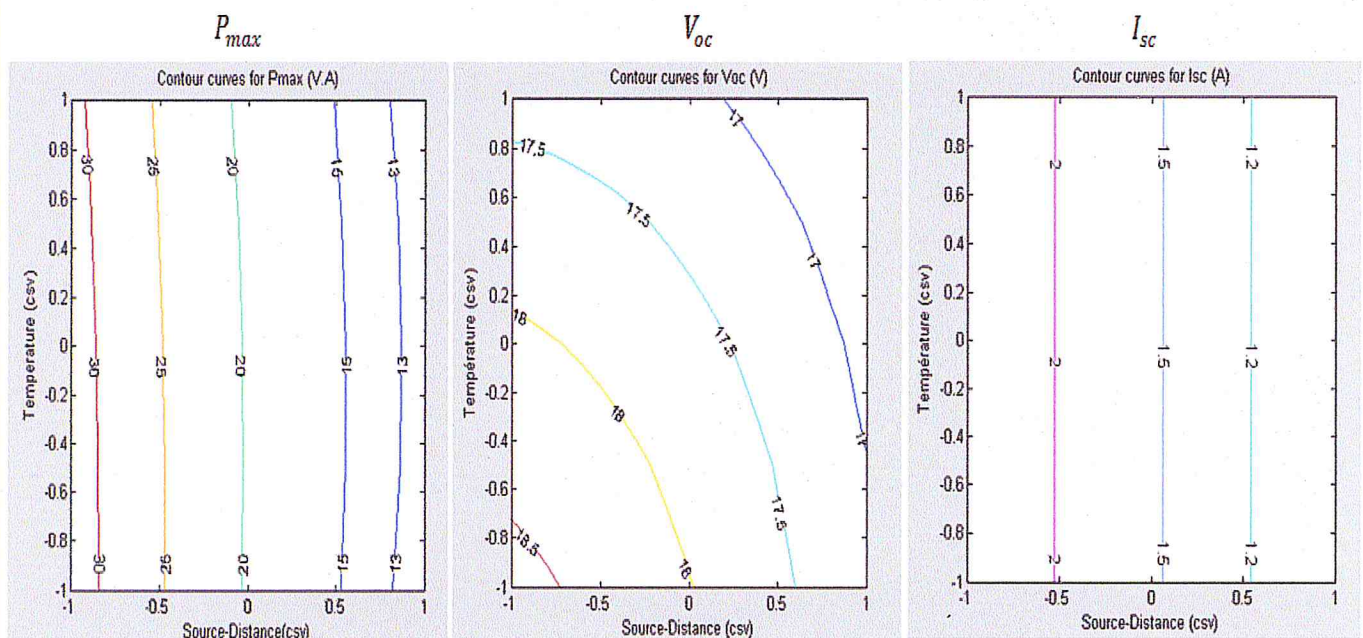


Figure 23- Isoréponses

Ces figures montrent l'allure de variation de  $P_{max}$ ,  $V_{oc}$  et  $I_{sc}$  en fonction de l'éclairement et de la température. Nous remarquons que  $P_{max}$  et  $I_{sc}$  varient très peu avec la température alors que il faut tenir compte de l'influence de la température sur  $V_{oc}$ .

#### 4.5 Isoréponses tracées sur le même graphe

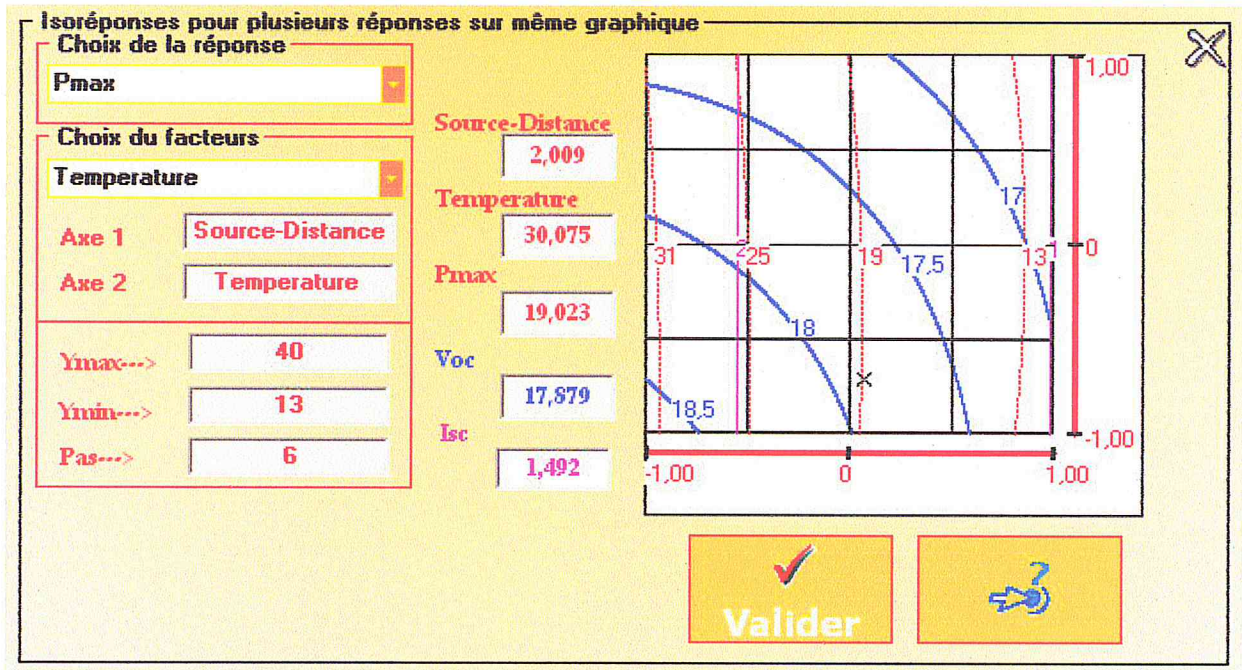


Figure 24- Préviation des conditions opératoires : Paramètres de l'essai 6 repérés à l'aide d'une croix

En déplaçant la souris à l'intérieur du domaine expérimental nous pouvons prévoir les valeurs de  $P_{max}$ ,  $V_{oc}$  et  $I_{sc}$  en n'importe quel point tel que pour l'essai 6 repéré par une croix.

## Conclusion

### Avantages, complémentarités et perspectives

Le physicien, pour l'étude d'un système s'intéresse à la structure interne de ce dernier. Pour l'étude d'un panneau photovoltaïque, il commence par représenter le système à l'aide d'un schéma électrique équivalent, sur lequel il applique les lois physiques pour en déduire enfin un modèle mathématique. Ce dernier comporte des fonctions transcendantes telles que les exponentielles. Les paramètres qui figurent dans ce modèle ont généralement une signification physique.

L'approche du statisticien, consiste à ignorer totalement la structure interne du système et il ne s'intéresse qu'aux entrées et aux sorties. Le modèle utilisé est toujours polynômial. Les coefficients de ce dernier par contre n'ont aucune signification physique mais ils renseignent sur les propriétés du comportement général du système.

#### Avantages de l'approche du physicien

- Le plus grand avantage est que les paramètres figurants dans le modèle ont souvent une signification physique :
- $I_{ph}$  donne la mesure directe du courant délivré par la photopile.
- $A$  mesure la qualité du panneau variant entre 1 et 3.
- Le facteur de forme FF est une seconde manière de mesurer la qualité du panneau. Plus il est voisin de 1 et plus la puissance délivrée par le panneau est grande.
- L'approche physique permet d'utiliser plusieurs méthodes de détermination des paramètres du modèle : graphiques, analytiques, itératives et numériques.
- les méthodes analytiques et d'ajustement sur la courbe caractéristique donnent des valeurs comparables des paramètres de la caractéristique  $I-V$ .

#### Avantages de la représentation polynomiale et de la méthode des plans d'expériences

La représentation polynomiale du modèle, outre sa simplicité, permet :

- D'appliquer tous les résultats de l'algèbre matricielle du fait de la linéarité du modèle par rapport aux coefficients. Il est possible d'utiliser d'autres fonctions mathématiques. Toutefois, l'usage montre que les polynômes permettent de résoudre la plupart des problèmes et ce sont eux qui ont la faveur des expérimentateurs.
- D'étudier qualitativement et quantitativement l'influence de chaque facteur sur la réponse.
- D'établir une hiérarchisation de cette influence (Histogrammes).
- D'étudier qualitativement et quantitativement les interactions d'ordre deux.

Ces quatre avantages n'auraient pas été possibles si l'expression du modèle comportait des fonctions transcendantes telles que des logarithmes et des exponentielles (inconvenient du modèle du physicien).

Le principal avantage de la méthode des plans d'expériences est de pouvoir rassembler en une seule relation l'ensemble des informations pouvant être apportées par chaque facteur séparément ou conjointement. C'est ainsi qu'avec le modèle, une fois établi, on pourra (Voir Figures 20-24) :

- Tracer l'histogramme des coefficients et donner une représentation sous forme sectorielle de l'influence des facteurs et interactions.
- Calculer les coefficients de corrélation linéaire entre facteurs et entre facteurs et réponse.
- Tracer les variations de la réponse en fonction d'un paramètre tout en maintenant les autres à des valeurs constantes.
- Tracer les surfaces de réponses et lignes de niveaux.
- Calculer la valeur de la réponse en un point du domaine d'étude et tracer la fonction d'erreur de prédiction. Cette dernière permet de contrôler la qualité de prédiction du plan d'expériences.
- Faire une optimisation, c'est à dire rechercher les niveaux des facteurs donnant la valeur optimale de la réponse, avant la réalisation éventuelle d'un essai de confirmation.
- Incorporer le modèle dans un programme d'acquisition des données. On peut imaginer d'adapter au panneau un système d'acquisition (éclairage et température). Les signaux analogiques transformés en signaux numériques permettront le calcul de la puissance maximale délivrée en temps réel qui sera comparée à celle donnée par le modèle. Tout écart entre les deux valeurs est le signal de l'existence d'un ombrage accidentel ou d'un dysfonctionnement du panneau.
- L'utilisation des coordonnées centrées réduites permet de s'affranchir des unités et donc de donner une généralisation à la méthode des plans d'expériences.
- Réaliser le minimum d'expériences pour avoir le maximum d'information d'une manière hiérarchique.

Et le plus grand avantage de la méthode des plans d'expériences est de pouvoir confirmer expérimentalement des résultats théoriques obtenus par les physiciens car cette méthode étudie globalement le système en ignorant sa structure interne.

## Perspectives

Le sujet continue à susciter plus de travail de recherche, les axes suivants sont recommandés pour continuer cet effort :

- Étudier avec les plans d'expériences les autres paramètres autres que  $P_{max}$ ,  $V_{oc}$  et  $I_{sc}$ .
- Réaliser pour tous les essais la méthode de Newton-Raphson pour le calcul des cinq paramètres  $I_{ph}$ ,  $I_0$ ,  $A$ ,  $R_s$  et  $R_{sh}$ . Ensuite comparer avec le logiciel Hide.
- Représenter avec MATLAB les courbes  $I = f(v)$  de toutes les mesures dans un même graphe.
- Calculer pour tous les essais le facteur de forme FF.
- Utiliser les plans d'expériences pour le cas d'un panneau ombré.
- Réaliser un plan d'expérience pour trouver le dopage idéal d'une jonction en pourcentage.



## Références

- [1] KHOURI Antonio. *Paramètres caractéristiques d'une photopile : Etude expérimentale. Influence de la température*. Thèse de doctorat, Paris, 1986.
- [2] LMOPS, SUPELEC. Metz. France
- [3] ALLAOUI Ismail. *Caractérisation I-V des cellules solaires: Ses problèmes; ses méthodes*. DEA de physiques des solides. Université des sciences et techniques du LANGUEDOC. 1982.
- [4] Adel El Shahat. *PV cell module modeling and simulation for smart grid applications*. Journal of Theoretical and Applied Information Technology, pp 9-20, 2010.
- [5] Gwinyai Dzimano, B.S. *Modeling of photovoltaic systems*. Thèse de doctorat. The Ohio State University. 2008.
- [6] Hannane. F, Elmossaoui. H, Nguyen. TV, Petit. P, Aillerie. M. *Forecasting the PV panel operating conditions using the Design of Experiments method*. TerraGreen 13 International Conference 2013.
- [7] Goupy J, Creighton L. *Introduction to design of experiments with jmp*. Third edition 2007; SAS Institute.
- [8] Goupy J. *Pratiquer les plans d'expériences*. Dunod, Paris 2005.
- [9] Elmossaoui H. *Design of experiments software (Hide)*. Magister Thesis. Saad Dahlab University of Blida, Algeria, 2004