

**UNIVERSITE SAAD DAHLAB
DE BLIDA 1**

Faculté de Technologie
Département de Génie Civil

**THESE DE DOCTORAT
EN SCIENCES**

**PERSPECTIVES D'UTILISATION DES RESEAUX
PERIODIQUES POUR L'ISOLATION DE STRUCTURES
SOUMISES AUX VIBRATIONS D'ORIGINES
SISMIQUES OU MECANIQUES**

Par

AMRANE AMINE

Devant le jury composé de :

Mr B. MENADI	Professeur, Université Blida 1	Président
Mr N. BOURAHLA	Professeur, ENPA	Encadreur
Mr A. HASSEIN BEY	Maitre de conférences	Co-Encadreur
Mr M. ABED	Professeur, Université Blida 1	Examineur
Mr R. SERHANE	Maitre de Recherches CDTA	Examineur
Mr M.REMKI	Maitre de Recherches CGS	Examineur
Mr A. KHELIF	Directeur de Recherche, C.N.R.S, Femto-st, France	Invité

Blida, Novembre 2019

RESUME

Le concept des bandes de fréquences interdites dans les cristaux phononiques est largement utilisé en physique. Cette thèse présente la faisabilité et l'efficacité de l'application de ce principe d'amortissement ou d'interdiction de propagation des ondes induites par les vibrations d'origines sismique ou mécanique dans les bâtiments de génie civil à l'échelle réelle. A travers les résultats de la modélisation numérique et de l'analyse d'un substrat en béton incorporant des éléments en acier (résonateurs) enrobés d'une couche de polymère en polychlorure de vinyle (PVC). La première configuration dans laquelle les n'émergeaient pas du substrat, a entraîné la création de deux bandes interdites à des fréquences relativement élevées; et lorsque seuls les noyaux métalliques émergent du substrat, les bandes interdites se décalent vers les basses fréquences. Les résultats sont améliorés et montrent l'existence de trois bandes interdites à des fréquences moyennes comprises entre 80 et 200 m/s lorsque les résonateurs et le polymère émergeaient avec la même hauteur par rapport au substrat de béton. L'exploration d'autres couples de matériaux métal-polymère, tels que "acier-caoutchouc", "acier-silicone", "plomb-caoutchouc" et "plomb-silicone", montre qu'une gamme de bandes de fréquences interdites s'est de nouveau déplacée vers les basses fréquences rentrant ainsi dans le domaine des fréquences sismiques. D'autres améliorations sont obtenues en procédant à un grugeage des extrémités du substrat afin d'élargir et d'abaisser les intervalles des bandes de fréquences interdites, en particulier pour les couples "métal-caoutchouc". Ces résultats montrent le potentiel d'utilisation des réseaux périodiques pour atténuer les effets des vibrations sismiques et mécaniques sur les structures de génie civil à grande échelle.

Mots clés :

Structures Phononiques; Isolation de structures; Bandes Interdites

ملخص

على نطاق واسع في الفيزياء. يتم عرض جدوى وكفاءة تطبيق مفهوم (Phononic crystals) التخلص من الاهتزازات الناجمة عن هذا المبدأ يستخدم في الحدود الترددية في البلورات الصوتية الزلازل والموجات الميكانيكية في المقياس الحقيقي للإنشاءات الهندسية المدنية في هذه المقالة من خلال النتائج التي تم الحصول عليها من النمذجة الرقمية وتحليل ركيزة من الخرسانة مغروس فيها اسطوانات فولاذية ملفوفة بمادة مرنة . العناصر المضمنة بالكامل في الركيزة أدى إلى ثغرات ضيقة النطاق على ترددات عالية نسبيا ؛ وعندما تظهر الأعمدة المعدنية فقط من الركيزة ، تتجه فجوات النطاق نحو الترددات المنخفضة. تم تحسين النتائج وإظهار وجود ثلاث فجوات في النطاقات بترددات متوسطة تتراوح من 80 إلى 150 م / ث عند ظهور كل من الأعمدة والبوليمر من الأساس. استكشاف أزواج البوليمرات المعدنية الأخرى من المواد مثل "المطاط- الفولاذ" ، "السيليكون- فولاذ" ، "المطاط-الرصاص" و "الرصاص-السيليكون" ، يدل على أن مجموعة من فجوات الشريط قد انسحبت مرة أخرى نحو الترددات المنخفضة التي تغطي جزء من مجال التردد الزلزالي. يتم الحصول على مزيد من التحسين عن طريق قطع جزء من الزوايا الأربعة لركيزة الخرسانة من أجل توسيع وخفض الفجوات في الشريط خاصة بالنسبة لأزواج "المطاط-المعدن". توضح هذه النتائج إمكانية استخدام الهياكل الدورية للتخفيف من آثار الاهتزاز الزلزالي والميكانيكي على البنايات والمكونات واسعة النطاق.

كلمات مفتاحية :

الهياكل الدورية - اعتزال البنايات ضد الاهتزاز الزلزالي - فجوات النطاق

ABSTRACT

The concept of frequency gaps in phononic crystals is widely used in physics. The feasibility and efficiency of applying this principle in damping out seismic and mechanical induced vibrations in real scale of civil engineering constructions are presented in this article through the results obtained from numerical modeling and analysis of a concrete substratum embedding steel elements (pillars) coated in a polyvinyl chloride polymer (PVC). The first configuration having the elements fully embedded into the substrate resulted in two narrow band gaps at relatively high frequencies; and when only the metallic pillars are emerging from the substrate, the band gaps shift towards the low frequencies. The results are improved and show the existence of three band gaps at medium frequencies ranging from 80 to 200 m/s when both the pillars and the polymer are emerging from the foundation. Exploring other metal-polymer pairs of materials such as "steel-rubber", "steel-silicone", "lead-rubber" and "lead-silicone", shows that a range of band gaps has shifted again towards the lower frequencies which cover part of the seismic frequency domain. Further improvement are obtained by notching the ends of the substrate in order to widen and lower the band gaps especially for "metal-rubber" pairs. These results show the potential of using periodic networks to mitigate seismic and mechanical vibration effects on large scale structures and components.

Keywords :

Phononic Structures; Isolation of structures; Band gap in civil engineering

REMERCIEMENTS

Tout travail réussi dans la vie nécessite en premier lieu la bénédiction de Dieu, et ensuite l'aide et la contribution de plusieurs personnes. C'est ainsi qu'arrive enfin l'étape tant attendue, qui signifie la fin d'une "aventure", d'un "périple" ou juste... d'une thèse de doctorat.

Je remercie beaucoup mon directeur de thèse Mr Nouredine Bourahla pour son aide, sa disponibilité et son sens de responsabilité. Je le remercie aussi pour sa patience et son analyse éclairée pendant toutes les phases d'élaboration de cette thèse, le tout conjugué à une démarche scientifique rigoureuse. J'exprime ma profonde reconnaissance envers Mr Abdelkader Hassein Bey qui représente bien plus qu'un co-encadreur; tout d'abord pour sa bonne humeur indéfectible, et en toutes circonstances, dont lui seul détient le secret. Sa connaissance du domaine, ses encouragements même dans les moments difficiles et un moral à toutes épreuves, sont autant d'attributs qui m'ont beaucoup aidé et ont permis la mise en place d'un cadre de travail idéal, à la fois motivant et exigeant. Je ne saurais tarir d'éloges à son sujet tant j'ai apprécié ses grandes qualités scientifiques et humaines. Je n'oublierai jamais les longues journées passées à travailler dans son petit laboratoire situé dans la sous pente du domicile familial. De plus, j'ai été particulièrement touché par la confiance qu'il m'a accordée; je lui suis infiniment reconnaissant.

Je remercie également Mr Abdelkrim Khelif grâce à qui j'ai été tout de suite séduit par le thème des "cristaux phononiques" lors d'un work shop qu'il a animé au département de physique, à l'université Saad Dahlab de Blida. Qu'il soit aussi remercié sur sa perspicacité, pour nous avoir remis sur le bon chemin scientifiquement parlant, après un moment d'égarement. Sa présence parmi le jury sera certainement très fructueuse lors des débats sur un sujet aussi passionnant qu'il sait faire partager.

Mes remerciements chaleureux vont à l'encontre de Messieurs Mohamed Abed, Rafik Serhane et Mustapha Remki pour m'avoir fait l'honneur de participer à mon jury de thèse; qu'ils soient remerciés pour avoir accepté sans aucune hésitation d'examiner cette thèse. Un grand merci à Mr Belkacem Menadi pour avoir accepté de présider le jury de thèse. Il y a une autre personne que je dois remercier; il s'agit de Melle Asma Hassein Bey, l'une de mes anciens étudiants en master, et qui a mis son grain de sel notamment dans le début de la partie modélisation avec Comsol Multiphysics. Je remercie tous les collègues qui ont pu participer de près ou de loin à l'élaboration de ce travail; je pense particulièrement à Mrs Belkacem Hocine, Halim El Besseghi et Nadir Belgroune. Je remercie également mon fils Walid pour m'avoir aidé à mettre en forme ce manuscrit.

Merci à ma petite famille qui m'a soutenu tout au long de la thèse. Tous les membres de ma famille ont été touchés par la réalisation de ce travail via tous les sacrifices qu'induit inévitablement le travail de doctorant et qu'ils ont toujours patiemment enduré.

Mes remerciements sont également adressés aux membres de la sous direction et la direction de la post graduation.

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES	8
LISTE DES TABLEAUX	15
INTRODUCTION GENERALE	16
CHAPITRE 1 : CRISTAUX PHONONIQUES - GENERALITES ET APPLICATIONS	20
1.1 - Introduction	20
1.2 - Les cristaux phononiques (CP)	20
1.2.1 - Historique et concept des cristaux phononiques/photoniques	20
1.2.2 - Propagation des ondes élastiques/ acoustiques dans les milieux périodiques	24
1.2.3 - Définition d'un cristal phononique	26
1.2.4 - Propriétés fondamentales des cristaux phononiques - Bandes interdites	26
1.2.5 - Etudes expérimentales et applications	37
1.2.6 - Formulation théorique	45
1.3 - Conclusion	50
CHAPITRE 2 : PROPAGATION DES ONDES ELASTIQUES - APPLICATION DU CONCEPT DES CRISTAUX PHONONIQUES AU DOMAINE DU GENIE CIVIL - METHODES DE RESOLUTION NUMERIQUE	51
2.1 - Introduction	51
2.2 - Propagation des ondes élastiques dans les solides	51
2.2.1 - Notions de base des ondes élastiques [98]	52
2.2.2 - Généralités sur les ondes sismiques	55
2.2.3 - Origine et propagation des ondes sismiques	55
2.2.4 - Caractéristiques des différents types d'ondes sismiques	55
2.2.5 - Ondes de Volume	56
2.2.6 - Ondes de surface	57
2.2.7 - Ondes de plaques, modes de Lamb	58
2.3 - Application du concept des cristaux phononiques au domaine du génie civil	59
2.3.1 - Isolation par procédés conventionnels	60
2.3.2 - Isolation par réseaux périodiques	62
2.4 - Méthodes de Résolution Numérique des équations de propagation des ondes élastiques	76
2.4.1 - Méthode des Différences Finies dans le Domaine Temporel (<i>FDTD</i>)	76
2.4.2 - Méthode de développement en onde plane (<i>PWE</i>)	77
2.4.3 - Méthode des éléments finis (MEF)	78
2.5 - Conclusion	83

CHAPITRE 3 : MODELISATION ET METHODE DE SIMULATIONS D'UNE STRUCTURE PHONONIQUE A BASE DE BETON	85
3.1- Introduction	85
3.2 - Définition et choix des modèles étudiés	85
3.4 - Modélisation par éléments finis sous Comsol Multiphysics	87
3.5 - Modélisation et Simulation d'une cellule de base phononique à un résonateur pour le calcul des courbes de dispersion	88
3.5.1 - Choix de la cellule de base - Modèle numérique	88
3.5.2 - Implémentation des équations	90
3.5.3 - Conditions aux limites (CL)	92
3.5.4 - Maillage et convergence	93
3.5.5 - Courbes de dispersion et champs de déplacements	94
3.6 - Calcul du spectre de transmission	96
3.6.1 - Méthode par utilisation de domaines absorbants <i>PML (Perfectly Matched Layers)</i>	97
3.6.2 - Coefficient de transmission	99
3.7 - Choix des matériaux utilisés	100
3.8 - Exemple de résultats de simulations	101
3.9 - Conclusion	102
CHAPITRE 4 : PERFORMANCES ET OPTIMISATION D'UNE CELLULE PHONONIQUE A UN RESONATEUR LOCAL POUR L'ISOLATION DE STRUCTURES A BASE DE BETON	103
4.1 – Introduction	103
4.2 - Calcul des courbes de dispersion	103
4.2.1 - Opérations d'optimisation des paramètres géométriques sur les bandes interdites	105
4.2.2 - Courbes de dispersion pour le couple de matériaux "Acier-Caoutchouc"	106
4.3 - Effet des paramètres géométriques sur les bandes interdites	108
4.3.1 - Effet de la hauteur des cylindres sur les bandes interdites	108
4.3.1.1 - Courbes de dispersion pour $h=h_1=h_2$	108
4.3.2 - Effet de l'épaisseur des cylindres sur les bandes interdites	114
4.3.3 - <i>Effet du facteur de remplissage β sur les bandes interdites</i>	119
4.5 - Effet des paramètres physiques et élastiques sur les bandes interdites	122
4.5.1 - Effet de la densité du noyau métallique	123
4.5.2 - Effet du module d'élasticité de l'élastomère	125
4.6 - Calcul des fréquences centrales pour les bandes à basses et hautes fréquences	133
4.7 - Calcul des largeurs relatives pour les bandes interdites à basses et hautes fréquences	134

4.8 - Effet de grugeage sur la largeur des bandes interdites	135
4.9 – Conclusion	142
CHAPITRE 5 : ANALYSE DE MODELES FINIS PAR SPECTRES DE TRANSMISSION	144
5.1 - Introduction	144
5.2 - Résultats de simulations du spectre de transmission dans des structures phononiques unidimensionnelles	144
5.3 - Effet des paramètres géométriques sur le spectre de transmission	149
5.3.1 - Effet de la hauteur des cylindres sur le spectre de transmission	149
5.3.2 - Effet du rayon des cylindres sur le spectre de transmission	151
5.4 - Résultat de simulation du spectre de transmission dans des structures phononiques bidimensionnelles N x N	152
5.4.1 - Spectre de transmission d'une membrane phononique à NxN cellules élémentaires	152
5.4.2 - Réponse de la membrane phononique pour différentes polarisations de l'onde de vibration incidente	157
5.4.3 - Taux d'atténuation en fonction du nombre de périodes	160
5.4.4 - Taux d'atténuation en fonction des matériaux utilisés	161
5.5 – Conclusion	163
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	165
NOMENCLATURE : SYMBOLES & ABREVIATIONS	168
REFERENCES	170

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Schéma d'un miroir de Bragg constitué d'un empilement de couches d'épaisseurs a_1 et a_2 de permittivités ϵ_1 et ϵ_2 ($\epsilon_1 > \epsilon_2$) différentes.	21
Figure 1.2 : Deux exemples célèbres de cristaux photoniques tridimensionnels. a) Schéma de la Yablonovite, structure 3D pour les micro-ondes fabriquée en 1993 par E. Yablonovitch en perçant des trous dans du plexiglas selon trois angles azimutaux séparés de 120° et faisant un angle de 35° par rapport à la normale [9]. b) Structure « Tas de bois » obtenue en déposant par couches successives des rubans de silicium polycristallin dans des tranchées de silice. Après avoir bâti la structure, la silice est retirée pour obtenir un cristal photonique 3D Si/air [8].	23
Figure 1.3 : Exemples de Structures périodiques à deux constituants organisées selon 1, 2 et 3 dimensions [1].	26
Figure 1.4 : Courbes de dispersion représentant la propagation des ondes élastiques dans un réseau périodique de rotateurs (résonateurs inertiels). La zone grisée illustre la bande interdite causée par la structure où aucun mode n'est susceptible de se propager et la zone en bleu ciel la gamme de fonctionnement des résonateurs inertiels [29].	27
Figure 1.5 : Illustration de la loi de Bragg [6]	28
Figure 1.6 : Principe de fonctionnement d'un miroir de Bragg [6]	30
Figure 1.7 : Structure de bandes pour un cristal phononique parfait consistant en un arrangement de tiges d'aluminium dans une matrice de nickel [34]	31
Figure 1.8 : Domaines fréquentiels des ondes élastiques [51]	32
Figure 1.9 : Structures des bandes de quatre structures étudiées. La région bleue indique la bande interdite de résonance locale complète, et le rouge les modes de bandes hors plan [32]	35
Figure 1.10 : (A) résonateur sphérique constitué d'un coeur en plomb enrobé par un élastomère très mou. (B) Cristal phononique tridimensionnel à résonance locale conçu par Liu et al. [53]	36
Figure 1.11 : (a) Le coeur de l'inclusion oscille en phase avec l'onde incidente dans la matrice, (b) Le coeur de l'inclusion oscille en opposition de phase avec l'onde incidente [72]	37
Figure 1.12 : Cette oeuvre d'art moderne de E. Sempere représente un cristal phononique à deux dimensions de tiges d'acier d'un diamètre de 2,9 cm disposées en réseau carré avec une période égale à 10 cm [33]	38
Figure 1.13 : Différentes géométries de guides d'onde et de filtres obtenues à partir d'un cristal phononique à deux dimensions : (a) guide linéaire, (b) résonateur, (c) cavité créée au voisinage du guide linéaire, (d) guide coudé. La flèche indique la direction de propagation du faisceau d'onde incident. [29]	40
Figure 1.14 : Structure de guide linéaire étudié. La largeur du guide est notée W_g et est suivant la direction X du repère cartésien [32]	41
Figure 1.15 : Radômes rigides au Centre des Opérations de Cryptologie, Misawa, Japon [89]	
Figure 1.16 : Avion furtif F-117 [90]	44
Figure 1.17 : Papier électromagnétiquement isolant composé de motifs périodiques [91].	44
Figure 1.18 : Méthode de construction de la cellule de Wigner-Seitz.	48
Figure 1.19 : Exemple d'un réseau périodique unidimensionnel (à gauche) et zone de Brillouin correspondante (à droite). L'intervalle $[-\pi/a ; +\pi/a]$ est la première zone de Brillouin et $[0; +\pi/a]$ la zone de Brillouin irréductible.	48

Figure 1.20 : Réseaux périodiques bidimensionnels à symétries (1) carrée, (2) rectangulaire et (3) triangulaire avec leurs zones de Brillouin irréductibles correspondantes (en trait bleu).	48
Figure 2.1 : Représentation schématique des ondes de volume et des ondes de surface (a) Ondes Longitudinales (ondes P), (b) Ondes transversales (ondes S), (c) Ondes de Love (ondes L), (d) Ondes de Rayleigh (ondes R) [101]	57
Figure 2.2 : Modes de Lamb symétriques et antisymétriques dans une plaque d'épaisseur finie [102]	59
Figure 2.3 : Enregistrement par un séismogramme des temps d'arrivées des ondes sismiques	59
Figure 2.4 : Prototype d'un isolateur de base (les dimensions sont en cm) [113]	60
Figure 2.5 : Isolateur de base Conception et modèle 3DSIB [114]	61
Figure 2.6 : Modèles LRB avec des barres de pliage utilisées pour les dispositifs de retenue sismiques. [115]	61
Figure 2.7 : Configuration de base d'un isolateur NSMSVI [116]	62
Figure 2.8 : Moyens de contrôle des impacts d'ondes sismiques sur les infrastructures urbaines [121]	64
Figure 2.9 : Schéma d'ondes sismiques dans un sol alluvionnaire [123]	65
Figure 2.10 : Simulation d'une expérience dans une forêt où des arbres sont arrangés avec une hauteur décroissante par rapport à la source d'onde de Rayleigh. [124]	66
Figure 2.11 : Répartition des contraintes de von Mises sur des structures entourée et non par des métamatériaux sismiques [128]	67
Figure 2.12 : Métamatériau sismique constitué de colonnes scellées au substrat rocheux entourant le bâtiment à protéger [129]	67
Figure 2.13 : Courbes de dispersion représentées dans la zone irréductible de Brillouin pour un substrat rocheux sans colonnes et un substrat rocheux dans lequel sont scellées des colonnes parfaitement rigides de rayon 0,15 m [129]	68
Figure 2.14 : Schéma d'une metabarrière multi-masse [130]	69
Figure 2.15 : Illustration de l'élément de base du nœud papillon (connu pour conduire à des rapports négatifs sur le coefficient de Poisson dans la limite statique [4]), conçu ici pour réaliser des bandes d'arrêt élastiques réglables pour les ondes sismiques (la cellule périodique a une largeur de 10 mètres) [131]	69
Figure 2.16 : Courbes de dispersion des fréquences de métamatériaux de type auxétique générés avec des cellules élémentaires (10mx10mx10m) avec des barres (béton) formant un angle a) $\alpha = 0^\circ$; b) $\alpha = 30^\circ$; c) $\alpha = 45^\circ$; d) $\alpha = 60^\circ$ dans la zone irréductible de Brillouin Les courbes vertes correspondent à des ondes de cisaillement et de pression se propageant dans une masse homogène isotrope (béton). Les régions ombrées marquent l'emplacement des bandes d'arrêt complètes (gris foncé) et partielles (gris clair) [131]	70
Figure 2.17 : Schéma d'une structure sur une fondation à périodicité bidimensionnelle [133]	71
Figure 2.18 : Portique en profilés d'acier reposant sur une fondation en béton classique (Specimen C) et un portique en profilés d'acier reposant sur une fondation périodique sous forme d'un massif sous un amorce voile, le tout en béton armé (Specimen D) [134]	72
Figure 2.19 : Photos montrant les structures en modèles réduits soumises à des ondes (a) Primaires, (b) Secondaires [134]	73
Figure 2.20 : Accélération dans la direction X enregistrées aux sommets des portiques pour une onde dont la fréquence est égale à 46 Hz [134]	73
Figure 2.21 : Configuration d'une fondation à périodicité unidimensionnelle [135]	74
Figure 2.22 : Courbes de dispersion pour les ondes (a) Transverses, (b) Longitudinales [135]	74

Figure 2.23 : (a) Profil d'une superstructure sur une fondation périodique, (b) Vue en 3D d'une fondation périodique, (c) configuration d'une cellule unitaire [137]	75
Figure 2.24 : Courbes de dispersion des fréquences [137]	75
Figure 2.25 : (a) Schéma de la cellule unitaire, (b) Courbes de dispersion des fréquences [138]	76
Figure 3.1 : Structure périodique composée d'un massif en béton et d'un arrangement carré de cylindres métalliques enrobés d'une couche de polymère	86
Figure 3.2 : Structures périodiques composées d'un massif en béton et d'un arrangement carré de cylindres métalliques enrobés d'une couche de polymère, (a) cylindres non émergents, (b) seul le cylindre de métal émerge du substrat de béton, (c) les deux cylindres (métal et de polymère) émergent du substrat, (d) un grugeage est effectué aux quatre coins de la cellule de base	87
Figure 3.3 : Les étapes suivies dans Comsol Multiphysics pour l'analyse d'un modèle	88
Figure 3.4 : (a) Structure périodique composée d'un massif en béton et d'un arrangement carré de cylindres métalliques enrobés d'une couche de polymère, (b) Modèle représentant une cellule de base	89
Figure 3.5 : Différentes étapes pour la conception géométrique d'un modèle	89
Figure 3.6 : Configuration des différents modèles de base (a) cylindres non émergents, (b) seul le cylindre de métal émerge du substrat, (c) cylindres émergents, (d) modèle après grugeage	90
Figure 3.7 : Conditions aux limites périodiques appliquées aux quatre faces latérales du massif de béton	92
Figure 3.8 : Maillage fin pour les différentes cellules de base (a) cylindres non émergents, (b) seul le cylindre de métal émerge du substrat, (c) cylindres émergents, (d) modèle après grugeage	94
Figure 3.9 : Zones de Brillouin et zone de Brillouin irréductible pour un réseau carré et pour des matériaux isotropes	95
Figure 3.10 : Exemple de Courbes de dispersion des fréquences	96
Figure 3.11 : Modes de vibrations et répartition des champs de déplacements	96
Figure 3.12 : Description d'une structure périodique unidimensionnelle finie formée de quatre cellules unitaires incluant des zones PML	98
Figure 3.13 : Spectre de transmission pour une structure périodique de taille finie	100
Figure 3.14 : pour le couple de matériaux "acier-pvc" (a) Courbes de dispersion des fréquences, (b) Spectre de transmission pour une structure périodique unidimensionnelle finie à 8 cellules unitaires	101
Figure 4.1 : Modèles représentant les différentes cellules de base dans les quatre phases d'étude	104
Figure 4.2 : Evolution des bandes gap en fonction des paramètres géométriques r_1/a et h_1/a (a) matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$; r_1/a variable). (b) matériaux utilisés "plomb-pvc", ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_2/a=0.5$; h_1/a variable)	106
Figure 4.3 : Courbes de dispersion des fréquences, matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$); gap situé entre 50 et 63 m/s	107
Figure 4.4 : Modes de vibrations et Champs de déplacement aux fréquences définies par les points A et B de la figure 4.3	108
Figure 4.5 : Courbes de dispersion des fréquences, matériaux utilisés «acier-caoutchouc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=e/a=0.1$); gaps situés entre 155 - 160 m/s et 230 - 245 m/s	109
Figure 4.6 : Modes de vibrations et Champs de déplacement à la fréquence $f=132$ m/s définie par les points A, B et C de la figure 4.5	110

Figure 4.7 : Courbes de dispersion des fréquences, matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$; $h_1/a=e/a=0.1$; $h_2/a=0.5$); gaps situés entre 35 - 40 m/s et 95 - 140 m/s	110
Figure 4.8 : Modes de vibrations et Champs de déplacement aux fréquences définies par les points A, B et C de la figure 4.6	111
Figure 4.9 : Courbes de dispersion des fréquences, matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$); gaps situés entre 50 - 63 m/s, 93 - 215 m/s et 262 - 293 m/s	112
Figure 4.10 : Modes de vibrations et Champs de déplacement aux fréquences définies par les points A, B, C et D de la figure 4.9	113
Figure 4.11 : Evolution des bandes gap en fonction de la hauteur relative h/a (a) matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=h/a$ variable). (b) matériaux utilisés "plomb-pvc", ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=h/a$ variable)	114
Figure 4.12 : Variation des fréquences centrales normalisées en fonction de l'épaisseur de la couche d'élastomère, matériaux utilisés "acier-pvc"	115
Figure 4.13 : Evolution de la largeur des bandes gaps en fonction de l'épaisseur de la couche d'élastomère, matériaux utilisés "acier-pvc"	116
Figure 4.14 : Variation des fréquences centrales normalisées en fonction de l'épaisseur de la couche d'élastomère, matériaux utilisés "acier-caoutchouc"	117
Figure 4.15 : Evolution de la largeur des bandes gaps en fonction de l'épaisseur de la couche d'élastomère, matériaux utilisés "acier-caoutchouc"	117
Figure 4.16 : Variation des fréquences centrales normalisées en fonction de l'épaisseur de la couche d'élastomère, matériaux utilisés "acier-silicone"	118
Figure 4.17 : Evolution de la largeur des bandes gaps en fonction de l'épaisseur de la couche d'élastomère, matériaux utilisés "acier-silicone"	119
Figure 4.18 : Variation des fréquences centrales normalisées en fonction du facteur de remplissage, matériaux utilisés "acier-pvc"	120
Figure 4.19 : Evolution de la largeur des bandes gaps en fonction du facteur de remplissage, matériaux utilisés "acier-pvc"	121
Figure 4.20 : Variation des fréquences centrales normalisées en fonction du facteur de remplissage, matériaux utilisés "acier-caoutchouc"	121
Figure 4.21 : Evolution de la largeur des bandes gaps en fonction du facteur de remplissage, matériaux utilisés "acier-caoutchouc"	122
Figure 4.22 : Courbes de dispersion des fréquences, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) matériaux utilisés "acier-pvc" gaps situés entre 80 - 100 m/s, 150 - 350 m/s et 370 - 480 m/s (b) matériaux utilisés "plomb-pvc" gaps situés entre 78 - 93 m/s, 150 - 350 m/s et 365 - 480 m/s	123
Figure 4.23 : Courbes de dispersion des fréquences, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) matériaux utilisés "acier-caoutchouc" gaps situés entre 50 - 63 m/s, 93 - 215 m/s et 262 - 293 m/s (b) matériaux utilisés "plomb-caoutchouc" gaps situés entre 42 - 55 m/s, 82 - 212 m/s et 262 - 295 m/s	124
Figure 4.24 : Courbes de dispersion des fréquences, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) matériaux utilisés "acier-silicone" gaps situés entre 2 - 2.7 m/s et 3.6 - 8 m/s (b) matériaux utilisés "plomb-silicone" gaps situés entre 1.8 - 2.2 m/s et 3.5 - 8 m/s	125
Figure 4.25 : Courbes de dispersion des fréquences, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) matériaux utilisés "acier-pvc" gaps situés entre 80 - 100 m/s, 150 - 350 m/s et 370 - 480 m/s (b) matériaux utilisés "plomb-pvc" gaps situés entre 78 - 93 m/s, 150 - 350 m/s and 365 - 480 m/s (c) matériaux utilisés "acier-caoutchouc" gaps situés entre 50 - 63 m/s, 93 - 215 m/s et 262 - 293 m/s (d) matériaux utilisés "plomb-caoutchouc" gaps situés entre 42 - 55 m/s, 82 - 212 m/s et 262 - 295 m/s (e) matériaux utilisés "acier-silicone" gaps situés entre 2 - 2.7 m/s	

et 3.6 - 8 m/s (f) matériaux utilisés "plomb- silicone" gaps situés entre 1.8 - 2.2 m/s et 3.5 - 8 m/s	126
Figure 4.26 : Structure de bandes des modes de Lamb	127
Figure 4.27 : Evolution des bandes gap en fonction de l'épaisseur relative e/a matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=(e/a)+0.40$, les cylindres émergent avec la même hauteur 0.40	128
Figure 4.28 : Variation des structures de bandes pour des épaisseurs relatives e/a du massif de béton égales à 0.10, 0.35, 0.50 et 0.90 matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.30$, $h_1/a=h_2/a=(e/a)+0.40$, les cylindres émergent avec la même hauteur 0.40	129
Figure 4.29 : Variation des structures de bandes pour des épaisseurs relatives e/a du massif de béton égales à 0.10, 0.25, 0.40 et 0.45 matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$, la hauteur relative totale est maintenue constante soit $h_1/a=h_2/a=0.50$	130
Figure 4.30 : Modes de vibrations et Champs de déplacements pour un vecteur d'onde réduit égal à 2.49, aux fréquences définies par les points A et B de la figure 4.26	131
Figure 4.31 : Variation des structures de bandes pour des hauteurs relatives totales des cylindres h/a égales à 0.25, 0.35, 0.50 et 0.75 matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$, l'épaisseur relative totale est maintenue constante et égale à $e/a=0.50$	132
Figure 4.32 : Histogramme montrant l'évolution des fréquences centrales en basses et hautes fréquences en fonction des couples de matériaux utilisés, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.50$)	133
Figure 4.33 : Evolution des largeurs des deux premières bandes de fréquences interdites en fonction des couples de matériaux utilisés, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.50$)	134
Figure 4.34 : Courbes de dispersion des fréquences, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) matériaux utilisés "acier-pvc" (b) matériaux utilisés "acier- caoutchouc"	135
Figure 4.35 : Modes de vibrations et Champs de déplacements au niveau des points repérés par des cercles dans la figure 4.34	136
Figure 4.36 : Courbes de dispersion des fréquences, (a) matériaux utilisés "acier-pvc" avant grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.1$) (b) matériaux utilisés "acier- pvc" après grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.05$)	137
Figure 4.37 : Courbes de dispersion des fréquences, (a) matériaux utilisés "acier-caoutchouc" avant grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.1$) (b) matériaux utilisés "acier-caoutchouc" après grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.05$)	137
Figure 4.38 : Courbes de dispersion des fréquences, (a) matériaux utilisés "acier-silicone" avant grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.1$) (b) matériaux utilisés "acier-silicone" après grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.05$)	138
Figure 4.39 : Courbes de dispersion des fréquences, matériaux utilisés "acier-silicone" après grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.05$)	139
Figure 4.40 : Modes de vibrations et Champs de déplacements au niveau des points A, B, C, D, E et F repérés par des cercles dans la figure 4.39	139
Figure 4.41 : Modes de vibrations et Champs de déplacements au niveau des points G, H et I repérés par des cercles dans la figure 4.39	140
Figure 4.42 : Courbes de dispersion des fréquences, (a) matériaux utilisés "acier-silicone" avant grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.1$) (b) matériaux utilisés "acier-silicone" après grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.40$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.05$)	141

- Figure 4.43 : Courbes de dispersion des fréquences, (a) matériaux utilisés "acier-silicone" avant grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a= h_2/a=0.5$; $e/a=0.1$) (b) matériaux utilisés "acier-silicone" après grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.425$; $h_1/a= h_2/a=0.5$; $e/a=0.05$) 142
- Figure 5.1 : Super cellule contenant quatre cellules unitaires modélisée en transmission 145
- Figure 5.2 : Matériaux utilisés «acier-pvc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Courbe de transmission pour une structure périodique unidimensionnelle à 4 unités, (b) Courbes de dispersion des fréquences ; gaps situés entre 80 - 100 m/s, 150 - 350 m/s et 370 - 480 m/s 146
- Figure 5.3 : Modes de vibrations et Champs de déplacement. Matériaux utilisés "acier-pvc", avec une polarisation de l'onde selon u_x 146
- Figure 5.4 : Spectres de transmissions pour des structures périodiques unidimensionnelles pour le couple de matériaux "acier-caoutchouc" les paramètres géométriques sont $h_1/a=h_2/a=0.5$, $r_1/a=0.45$ et $r_2/a=0.35$, (a) Structure à 4 cellules unitaires, (b) Structure à 6 cellules unitaires, (c) Structure à 8 cellules unitaires, (d) Structure à 12 cellules unitaires, 147
- Figure 5.5 : Spectres de transmissions pour des structures périodiques unidimensionnelles pour le couple de matériaux "acier-silicone" les paramètres géométriques sont $h_1/a=h_2/a=0.5$, $r_1/a=0.45$ et $r_2/a=0.35$, (a) Structure à 2 cellules unitaires, (b) Structure à 12 cellules unitaires, (c) Structure à 32 cellules unitaires, (d) Structure à 48 cellules unitaires, 148
- Figure 5.6 : Matériaux utilisés «acier-caoutchouc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=e/a=0.1$) (a) Courbe de transmission pour une structure périodique unidimensionnelle à six unités, (b) Courbes de dispersion des fréquences,; gaps situés entre 155 - 160 m/s et 230 - 245 m/s 149
- Figure 5.7 : Matériaux utilisés «acier-caoutchouc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a= e/a=0.1$, $h_2/a=0.5$) (a) Courbe de transmission pour une structure périodique unidimensionnelle à six unités, (b) Courbes de dispersion des fréquences; gaps situés entre 35 - 40 m/s et 95 - 140 m/s 150
- Figure 5.8 : Matériaux utilisés «acier-caoutchouc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Courbe de transmission pour une structure périodique unidimensionnelle à six unités, (b) Courbes de dispersion des fréquences; gaps situés entre 50 - 63 m/s, 93 - 215 m/s et 262 - 293 m/s 151
- Figure 5.9 : Spectres de transmission pour des structures périodiques unidimensionnelles à six unités pour le couple de matériaux "acier-caoutchouc" les hauteurs relatives $h_1/a=h_2/a=0.5$, (a) $r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, (b) $r_1/a=0.35$ $r_2/a=0.25$, (c) $r_1/a=0.25$ $r_2/a=0.15$ 152
- Figure 5.10 : Structure bidimensionnelle à 4x4 cellules unitaires 153
- Figure 5.11 : Matériaux utilisés «acier-pvc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Courbe de transmission pour une structure périodique bidimensionnelle à 4x4 unités, (b) Courbes de dispersion des fréquences ; gaps situés entre 80 - 100 m/s, 150 - 350 m/s et 370 - 480 m/s 154
- Figure 5.12 : Modes de vibrations et Champs de déplacements au niveau des atténuations maximales pour une structure périodique bidimensionnelle 4x4 cellules avec une polarisation de l'onde selon u_x 154
- Figure 5.13 : Structure bidimensionnelle à 6x6 cellules unitaires 155
- Figure 5.14 : Matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Courbe de transmission pour une structure périodique bidimensionnelle à 6x6 unités, (b) Courbes de dispersion des fréquences; gaps situés entre 50 - 63 m/s, 93 - 215 m/s et 262 - 293 m/s 156

- Figure 5.15 : Modes de vibrations et Champs de déplacements au niveau des atténuations maximales pour une structure périodique bidimensionnelle 6x6 cellules unitaires avec une polarisation de l'onde selon ux 156
- Figure 5.16 : Matériaux utilisés «acier-caoutchouc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Courbes de transmission pour une structure périodique bidimensionnelle à 4x4 unités selon différentes polarisation, (b) Courbes de dispersion des fréquences; gaps situés entre 50 - 63 m/s, 93 - 215 m/s et 262 - 293 m/s 157
- Figure 5.17 : Matériaux utilisés «acier-pvc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Courbes de transmission pour une structure périodique bidimensionnelle à 4x4 unités, (b) Courbes de dispersion des fréquences ; gaps situés entre 80 - 100 m/s, 150 - 350 m/s et 370 - 480 m/s 158
- Figure 5.18 : Modes de vibrations et Champs de déplacements au niveau des atténuations maximales pour une structure périodique bidimensionnelle 4x4 cellules unitaires avec une (a) polarisation de l'onde selon ux, (b) polarisation de l'onde selon vy et (c) polarisation de l'onde selon wz 158
- Figure 5.19 : Matériaux utilisés «acier-caoutchouc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Courbes de transmission pour une structure périodique bidimensionnelle à 6x6 unités selon différentes polarisation, (b) Courbes de dispersion des fréquences; gaps situés entre 50 - 63 m/s, 93 - 215 m/s et 262 - 293 m/s 159
- Figure 5.20 : Matériaux utilisés "acier-pvc", ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Courbes de transmission pour une structure périodique bidimensionnelle à 6x6 unités, (b) Courbes de dispersion des fréquences; gaps situés entre 80 - 100 m/s, 150 - 350 m/s et 370 - 480 m/s 160
- Figure 5.21 : Courbes de transmission pour des structures périodiques unidimensionnelles à N périodes, avec les paramètres géométriques suivants ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Matériaux utilisés "acier-pvc", (b) Matériaux utilisés "acier-caoutchouc" 161
- Figure 5.22 : Taux d'atténuation pour des structures périodiques unidimensionnelles en fonction du nombre N de périodes, avec les paramètres géométriques suivants ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) selon les couples de matériaux utilisés pour la première bande gap 162
- Figure 5.23 : Taux d'atténuation pour des structures périodiques unidimensionnelles en fonction du nombre N de périodes, avec les paramètres géométriques suivants ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) selon les couples de matériaux utilisés pour la deuxième bande gap 163

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Comparaison des zones d'atténuation entre les deux modèles 1 et 2 [133]	69
Tableau 3.1	Caractéristiques des matériaux	97
Tableau 4.1	Largeurs relatives exprimées par le rapport $\Delta f/f_0$	135

INTRODUCTION GENERALE

Même si les tremblements de terre sont des phénomènes des plus naturels, relativement rares certes, mais il n'en demeure pas moins que depuis la nuit des temps, ils inspirent à l'être humain crainte, panique et insécurité. Ces dernières sont d'autant justifiées par les risques d'effondrement de ponts, de barrages, de centrales électriques et d'autres destructions d'édifices entraînant des pertes matérielles et humaines dans les zones sujettes aux séismes. La nature aléatoire de ces événements liés à des intensités extrêmes entraîne des difficultés pour les atténuer efficacement. De nombreuses recherches consacrées à l'établissement d'analyses pratiques et de méthodes de conception et d'ingénierie antisismiques ont été essayées pour résister aux tremblements de terre. Malgré le développement de divers types de systèmes d'isolation au cours des dernières années, leur mise en œuvre n'est pas anodine et leur conception efficace n'est pas simple encore moins applicable à tous les édifices.

De ce fait, la recherche d'autres perspectives dans le but de limiter les effets désastreux sur les constructions représente un challenge pour la communauté scientifique dans le domaine du génie civil. L'une de ces perspectives est la transposition du concept des cristaux photoniques et phononiques au domaine de la construction civile. Ce concept actuellement en vogue, repose essentiellement sur le contrôle et la manipulation des ondes élastiques/acoustiques. En effet, ces dernières jouent un rôle important dans notre vie, étant un vecteur universel d'informations dans une nature vivante. Dans la plupart des cas, les supports où se propagent les ondes acoustiques sont inhomogènes.

Mais curieusement, l'environnement dans lequel vit l'homme allant de l'infiniment grand (échelle des galaxies) à l'infiniment petit (échelle des atomes) regorge de structures et phénomènes périodiques qui peuvent être naturels ou artificiels créés par l'homme lui même. Ceux ci peuvent présenter un riche potentiel de propriétés physiques à grand intérêt pour la recherche aussi bien fondamentale qu'appliquée.

La nécessité de comprendre la physique du mouvement et de la propagation des ondes dans les différents matériaux selon leurs propriétés physiques a été à l'origine des études faites sur la propagation des ondes élastiques dans les milieux continus d'une manière générale et dans les milieux non homogènes plus particulièrement. Ces études ont été fortement enrichies par celles qui ont traités aux cristaux phononiques. En effet, l'intérêt fondamental et technologique de ces derniers et les avantages qu'ils pourraient offrir a attiré beaucoup de chercheurs à travailler dans ce domaine.

La réalité aujourd'hui, est que l'utilisation des cristaux phononiques obtenus par la composition de deux ou plusieurs matériaux ayant des masses volumiques et des constantes élastiques nettement différentes peuvent conduire à l'existence de bandes interdites phononiques capables de prohiber la propagation de certaines ondes de fréquences. En d'autres termes, du fait de la périodicité, ces structures ont un caractère saisissant, appelé bande de fréquence ou «zone

d'atténuation», qui présente des caractéristiques dynamiques uniques qui agissent comme des filtres mécaniques pour la propagation des ondes.

Depuis environ une vingtaine d'années, plusieurs travaux basés sur le principe des cristaux phononiques ont montré l'extension des phénomènes de bandes interdites qui étaient jusqu'alors exclusivement cantonnés à la physique du solide et des semi-conducteurs, vers d'autres types d'énergies telles que les énergies vibratoires ou lumineuses.

Les recherches n'ont pas été vaines, car les développements réalisés dans ce domaine ont été prometteurs et ont vu l'émergence tout d'abord de structures artificielles dites cristaux photoniques. Ces structures artificielles ont rapidement évolué d'un simple concept théorique à un statut de véritables dompteurs de photons présentant des dimensions de l'ordre de la longueur d'onde et parvenant à bien maîtriser la propagation des ondes lumineuses. En effet, constitués d'un arrangement périodique de matériaux ayant des propriétés diélectriques différentes et utilisés dans le domaine des énergies lumineuses, Ces cristaux photoniques font apparaître des bandes interdites qui empêchent le passage de toute onde ayant une fréquence se trouvant dans l'une des bandes interdites et permettent ainsi la possibilité de contrôle de la propagation des ondes optiques.

Ainsi, beaucoup de révolutions technologiques importantes et très connues trouvent leur origine dans la maîtrise de la propagation des ondes dans les milieux périodiques. Le domaine de l'électronique, par exemple, s'est développé grâce à l'utilisation des milieux cristallins appelés semi-conducteurs; ces derniers ont permis de maîtriser la propagation et le stockage des électrons. Le filtrage et le guidage des ondes dans des applications de radio télécommunication notamment avec l'avancée technologique en matière de micro et nano fabrication. L'utilisation des propriétés des cristaux photoniques dans les fibres optiques ou pour l'imagerie ont permis également d'atteindre des performances jusqu'alors inenvisageables. En effet, Dans ce vaste ensemble de travaux et recherches notamment théoriques sur les cristaux phononiques, il est indéniable que de vastes secteurs partant des télécommunications jusqu'au biomédical en passant par les énergies et développement durable, bénéficient aujourd'hui des retombées de ces recherches.

Aussi, l'apparition de structures périodiques à résonance locale (LRPC) ou de métamatériaux phononiques avec cette propriété spéciale qu'est la bande interdite à basses fréquences présente de nombreuses applications intéressantes et a boosté leur application dans différents domaines à commencer par celui de l'isolation acoustique (réduction du bruit des moteurs dans les cabines, contrôle du bruit dans les halls industriels, protection des équipements électroniques sur lesquels les ondes sonores peuvent avoir un effet néfaste, réduction du bruit de la circulation sur les routes, etc.).

Plus récemment, dans le domaine du génie civil, le terme "cristaux phononiques" est remplacé par le terme " réseaux périodiques". Mais paradoxalement, dans le domaine du génie civil et plus précisément dans le domaine du parasismique, les dimensions qui étaient jusqu'alors micrométriques pour les cristaux phononiques sont de l'ordre du mètre et du décimètre pour être compatibles avec des fréquences caractéristiques très basses.

Ainsi, les avancées récentes dans l'invisibilité (*Cloaking*) ont conduit à des tentatives d'extension du concept vers d'autres secteurs en particulier le notre, celui du bâtiment et du génie civil et tester ce qu'il est convenu d'appeler les métamatériaux sismiques en essayant de réaliser un objectif non moins "ambitieux" et qui semblait illusoire il y a quelques années, celui de façonner à volonté la propagation des ondes de surface sismiques autour et/ou dans les infrastructures de génie civil et pourquoi pas dans les éléments de structures.

Par conséquent, le travail présenté dans cette thèse est de contribuer à la transposition et l'application du principe des bandes interdites dans les cristaux phononiques au domaine du génie civil particulièrement l'isolation des ouvrages exposés aux vibrations d'origine sismique (0.1 à 30 Hz) ou provenant d'équipements industriels (jusqu'à 150 Hz).

Nous présentons dans le premier chapitre, la définition, l'historique, le concept et les propriétés fondamentales des cristaux phononiques/ photoniques ainsi que sur l'origine des bandes interdites en partant des premiers travaux fondateurs de Lord Rayleigh. Un rappel sur la formulation des équations d'ondes, du théorème de Bloch--Floquet et de la zone de Brillouin est également évoqué dans ce chapitre.

Le deuxième chapitre de cette thèse est consacré à un rappel sur l'étude théorique de la propagation des ondes élastiques/ acoustiques dans les milieux périodiques. En seconde partie du chapitre, on abordera les applications du concept des cristaux phononiques et comment ces derniers ont investi le domaine du génie civil. Enfin, la dernière partie du chapitre est consacrée aussi à un rappel sur les méthodes de résolution numérique en particulier la méthode des éléments finis utilisée par le logiciel de calcul Comsol Multiphysics.

Nous souhaitons étudier des structures périodiques capables d'empêcher la propagation d'ondes d'origine sismique ou provenant d'équipement industriel dans un certain domaine de fréquences. Cela passe par la conception d'un modèle de base formé d'un massif en béton incrusté d'un cylindre en métal recouvert d'une couche de polymère; c'est ce qui est proposé au troisième chapitre. Nous décrirons également en détails les différentes configurations de modèles adoptées, tant au niveau du choix des matériaux que des paramètres géométriques. Ainsi, on présentera le modèle de base comme étant un massif en béton avec des cylindres en acier enrobés dans un élastomère représenté par du polychlorure de vinyle (PVC). D'autres modèles suivront en faisant varier la hauteur de l'élastomère d'une part, et en remplaçant l'acier par du plomb et le PVC par du caoutchouc et du silicone d'autre part. Toutes les étapes de simulations seront également décrites dans ce chapitre.

Le quatrième chapitre est consacré à la description de toutes les phases et toutes les étapes qui constituent l'essentiel de ce travail de thèse. On fera en sorte de souligner dans ce chapitre que toutes les structures étudiées dans toutes les configurations, sont supposées infinies dans leur plan. Cette périodicité infinie dans les deux directions orthogonales du plan, induit implicitement l'application des conditions de Bloch-Floquet aux frontières des cellules de base. Nous verrons dans ce chapitre à travers des opérations d'optimisation et de *gaps mappings*, comment et quels sont les paramètres qui conditionnent l'existence des bandes

interdites, leur ouverture et leurs positions. On mettra en exergue les principaux résultats qui démontrent les performances de tels modèles à résonance locale pour l'isolation de structures à base de béton.

Nous tenterons dans le cinquième chapitre de considérer des structures périodiques à résonance locale mais de dimensions finies, c'est à dire avec un nombre de périodes limité. L'objet du chapitre est de déterminer les spectres de transmission dans de telles structures, afin de montrer l'adéquation et la compatibilité quant à l'existence et l'exactitude des structures de bande interdites entre une structure périodiquement infinie dans le plan et une structure finie.

Une conclusion générale et des perspectives seront portées en fin de thèse.

CHAPITRE 1 : CRISTAUX PHONONIQUES - GENERALITES ET APPLICATIONS

1.1 - Introduction

Le début des années 1990 marque l'avènement des structures périodiques pour les ondes mécaniques, communément appelé cristaux phononiques. Ces matériaux sont construits à partir d'une modulation périodique des propriétés mécaniques d'un milieu comme la masse volumique ou la rigidité; ces structures ont la capacité d'empêcher la propagation des ondes élastiques. Le contrôle des ondes mécaniques par ces milieux complexes promet lui aussi un nombre important d'applications. Les premières démonstrations des propriétés de ces milieux sont réalisées pour les ondes acoustiques ou ondes de pression.

La nécessité de comprendre la physique du mouvement et de la propagation des ondes dans les matériaux composites a été à l'origine de l'intérêt porté par la communauté scientifique à ce type de milieux appelés cristaux phononiques dont le concept est devenu une manifestation quasi universelle au vu du nombre impressionnant de travaux et recherches qui s'intéressent au phénomène de "bandes interdites", qui fait que les ondes élastiques ne peuvent pas se propager dans le milieu périodique dans une gamme de longueurs d'ondes de l'ordre de la période de la structure. Ainsi, nombreuses sont les révolutions technologiques majeures qui proviennent principalement de la maîtrise de la propagation des ondes dans ces milieux complexes.

Ce chapitre revient dans sa première partie, sur le concept des cristaux phononiques et leur historique. Les propriétés fondamentales des structures périodiques à travers les conditions d'obtention des bandes interdites de Bragg et de résonance locale ont été développées, ainsi que le choix des matériaux pour les remplir. Quelques rappels généraux sur la propagation des ondes élastiques dans les milieux homogènes sont également évoqués dans ce chapitre. Dans l'avant dernière partie du chapitre, on met en exergue les possibilités et les potentialités offertes par les cristaux phononiques et leurs applications dans divers domaines particulièrement dans celui de l'isolation. Un rappel sur le théorème de Bloch-Floquet et sur la zone de Brillouin est donné en fin de chapitre.

1.2 - Les cristaux phononiques (CP)

1.2.1 - Historique et concept des cristaux phononiques/phononiques

Historiquement, nous trouvons la trace d'utilisation des structures périodiques ou répétitives pour contrôler la propagation d'une onde aussi loin qu'au XIXème siècle avec les travaux de Lord Rayleigh en 1887 [1] qui étudie pour la première fois théoriquement la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique périodique unidirectionnel. Il a mis en évidence l'existence de bandes d'arrêt, une plage de longueurs d'onde qui n'autorise pas la propagation des ondes dans la structure. En effet, au cours de cette année, Lord

Rayleigh a travaillé sur ce qui représente aujourd'hui le premier cristal photonique unidimensionnel : le miroir de Bragg; il a décrit le comportement des ondes dans un film multi-couches pour lequel l'indice de réfraction alternait d'une couche à l'autre [2]. Ce type de structure, appelé réseau de Bragg, est représenté sur la figure 1.1. Il s'agit donc de ce que l'on appelle un cristal photonique unidimensionnel [1] car il se caractérise par une alternance, suivant une seule et unique direction de l'espace, de deux milieux diélectriques dont les constantes diélectriques ϵ_1 et ϵ_2 sont différentes.

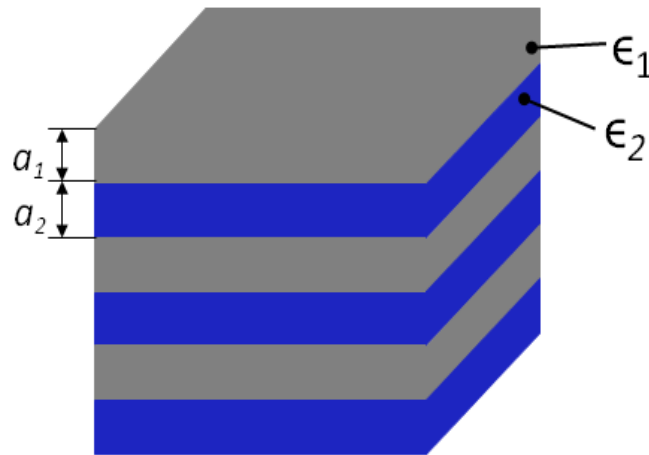


Figure 1.1 : Schéma d'un miroir de Bragg constitué d'un empilement de couches d'épaisseurs a_1 et a_2 de permittivités ϵ_1 et ϵ_2 ($\epsilon_1 > \epsilon_2$) différentes.

Depuis, de telles structures sont étudiées dans tous les domaines qui font intervenir des phénomènes ondulatoires tels que les phonons dans un cristal, les ondes électromagnétiques dans des milieux solides ou fluides, ou les ondes quantiques dans les semi-conducteurs. Rayleigh a montré que même les cristaux photoniques les plus simples peuvent avoir des propriétés surprenantes ceci en mettant en évidence l'existence de bandes interdites empêchant la propagation de certaines ondes dans la structure. Il a été également fait mention dans le cadre de la théorie des couleurs des plaques minces de l'étude et l'analyse d'un milieu stratifié dans lequel les propriétés mécaniques sont des fonctions périodiques de l'une des coordonnées. Il a été montré que lorsque nous alternons une succession de couches diélectriques transparentes d'indices de réfraction différents, une lumière incidente à la surface de ces multicouches peut se trouver complètement réfléchi par des phénomènes d'interférences successives. Ce phénomène a été interprété de la manière suivante : sur l'interface de chaque couche, la lumière est partiellement réfléchi si l'espacement entre chaque couche est périodique, les réflexions successives finissent par annuler la propagation de l'onde lumineuse au sein de ces couches. Le miroir de Bragg mis au point par William Lawrence Bragg est un parfait exemple de l'exploitation de ce phénomène unidimensionnel.

Les cristaux photoniques sont donc des matériaux diélectriques ou métalliques artificiellement structurés dont la constante diélectrique varie périodiquement à l'échelle de la longueur d'onde selon plusieurs directions de l'espace avec un contraste d'indice suffisamment élevé [3]. Pour mieux comprendre le fonctionnement d'un tel matériau, il est possible de faire l'analogie avec la bande d'énergie interdite électronique caractérisant les réseaux cristallins atomiques : les structures photoniques possèdent donc une (ou des) bande(s) de fréquences interdites pour lesquelles aucune onde électromagnétique ne peut se propager, et ce, quelque soit la polarisation et la direction de propagation de cette onde. Cette propriété intéressante offre aux cristaux photoniques la possibilité de contrôler la propagation, sans absorption, des ondes électromagnétiques offrant ainsi de nouvelles perspectives dans la manipulation de la lumière.

Le concept des cristaux photoniques à bandes interdites de photons (*PBG*, *Photonic Band Gap*) émerge vers la fin des années 1980. Il a été découvert simultanément en 1987 par les équipes d'Eli Yablonovitch [4] des laboratoires Bell dans le New Jersey (États-Unis) d'une part et de John Sajeev [5] de l'université de Princeton d'autre part évoquant la possibilité d'obtenir des systèmes interdisant la propagation des ondes électromagnétiques dans une certaine gamme de fréquences, indépendamment de la direction de propagation de l'onde incidente. Ces derniers avaient émis l'hypothèse suivant laquelle une périodicité spatiale tridimensionnelle de l'indice de réfraction, avec une période de l'ordre de la longueur d'onde, peut conduire à l'apparition de bandes interdites pour les ondes électromagnétiques, pouvant de ce fait, induire une localisation des radiations électromagnétiques dans des volumes de l'ordre de la longueur d'onde [1, 2]. La particule élémentaire mise en jeu étant le photon, la terminologie de bande interdite photonique et de cristal photonique est alors adoptée [4-6].

L'histoire retient du fondateur des cristaux photoniques (Eli Yablonovitch), sa célèbre « Yablonovite » représentée sur la figure 1.2(a), une des premières structures avec une bande interdite photonique 3D dans le domaine des micro-ondes qu'il a fabriquée en 1993 [4]. Elle est obtenue en perçant des trous dans du plexiglas selon trois angles azimutaux séparés de 120° et faisant un angle de 35° par rapport à la normale. En photonique, il s'agit de l'analogue du diamant; plus précisément, on remarque que ces cristaux sont formés de deux réseaux cubiques à face centrée (cfc) décalés l'un par rapport à l'autre d'un quart de la diagonale principale du cube : on parle de réseaux cfc à deux atomes par maille.

Autre cristal photonique tridimensionnel bien connu : la structure « Tas de bois ». Cette dernière est obtenue grâce à un empilement de tiges diélectriques rectangulaires ou circulaires. Dans le domaine des micro-ondes, de telles structures ont été réalisées soit à l'aide de tiges d'alumine, soit à l'aide de silicium. Dans ce cas, des grilles gravées sont empilées les unes sur les autres en les faisant pivoter de 90° à chaque étage tout en préservant l'alignement de l'ensemble de la structure [7]. L'exemple de la figure 1.2(b) est obtenu en déposant des rubans de silicium polycristallins dans des tranchées de silice par couches successives. Une fois cette structure réalisée, la silice est ôtée afin d'obtenir un cristal photonique 3D Si/air dont le contraste d'indice est suffisant pour ouvrir une bande d'énergies interdites omnidirectionnelle [8].

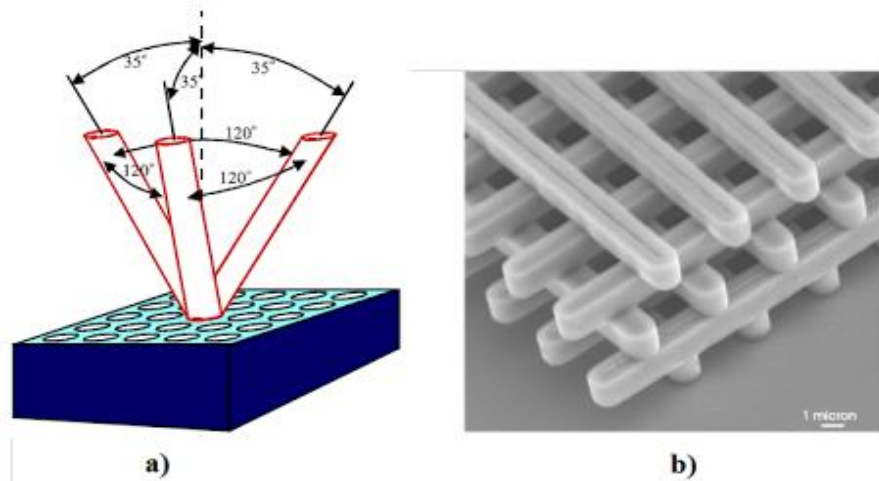


Figure 1.2 : Deux exemples célèbres de cristaux photoniques tridimensionnels. a) Schéma de la Yablonovite, structure 3D pour les micro-ondes fabriquée en 1993 par E. Yablonovitch en perçant des trous dans du plexiglas selon trois angles azimutaux séparés de 120° et faisant un angle de 35° par rapport à la normale [9]. b) Structure « Tas de bois » obtenue en déposant par couches successives des rubans de silicium polycristallin dans des tranchées de silice. Après avoir bâti la structure, la silice est retirée pour obtenir un cristal photonique 3D Si/air [8].

Le concept des cristaux photoniques a été développé dans le cadre de la théorie de l'électronique des solides et particulièrement des semi-conducteurs avec l'idée initiale d'inhiber le procédé d'émission spontanée due aux transitions radiatives. Grâce à l'analogie qui existe entre les équations de Maxwell régissant la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique et l'équation de Schrödinger pour les électrons qu'ont pu être appréhendés les cristaux photoniques avec les outils et les concepts développés en physique du solide [10].

Par analogie avec les milieux cristallins, les cristaux photoniques se construisent par une modulation périodique des propriétés optiques d'un matériau. Comme les semi-conducteurs avant eux, ces matériaux possèdent la capacité de guider, piéger ou stopper les ondes électromagnétiques donnant lieu aux cristaux électromagnétiques, appelés plus communément matériaux à bandes interdites électromagnétiques (BIE).

Habituellement, afin de créer une bande interdite photonique complète, il faut s'arranger pour que le réseau diélectrique soit périodique le long de trois axes, constituant un cristal photonique tridimensionnel. Cependant, il y a des exceptions soulignées par certains chercheurs qui expliquent qu'une autre classe de matériaux non périodique intéressante pouvant posséder [1] des bandes interdites photoniques complètes sont les structures quasi cristallines [11].

L'émergence des structures artificielles, dites cristaux photoniques a ouvert un champ d'investigation nouveau, au niveau fondamental d'abord, du fait de la possibilité de pouvoir contrôler la propagation des ondes optiques [12]; et applicatif ensuite, car certains dispositifs photoniques (métalliques entre autres) [13] parviennent même à s'imposer comme des composants optiques viables.

Déjà, les câbles à fibres optiques, qui guident simplement la lumière, ont révolutionné le secteur des télécommunications. L'ingénierie laser, l'informatique à haute vitesse et la spectroscopie ne sont que quelques exemples des domaines qui tireront le meilleur parti des progrès des matériaux optiques.

Mais il faudra attendre les travaux de Kushwaha et al. [14] et d'Economou et de Sigalas [15] sur la propagation des ondes élastiques dans des réseaux bi- ou tridimensionnels pour initier véritablement cet intérêt aujourd'hui croissant pour les cristaux dits phononiques. C'est lorsque les théories se sont développées en optique, en électromagnétisme et en physique quantique que les recherches sur les ondes élastiques se sont intensifiées.

1.2.2 - Propagation des ondes élastiques/ acoustiques dans les milieux périodiques

L'onde est un phénomène observé lorsqu'une grandeur physique variable dans le temps se propage de proche en proche dans un milieu continu donné. Donc, une onde est une perturbation (oscillation, déformation) qui se propage dans le milieu. La perturbation peut être une vibration de la matière du milieu par rapport à l'équilibre ou de nature plus abstraite (champ électromagnétique pour la lumière, fonction d'onde en mécanique quantique). Il n'y a pas de déplacement de la matière du milieu sur de grandes distances. Après la disparition de la perturbation, le milieu revient dans son état d'équilibre initial. Il s'agit d'une vibration des points du milieu autour de leurs positions d'équilibre. Il s'agit donc d'un phénomène qui fait intervenir à la fois l'espace et le temps.

L'étude de la propagation des ondes élastiques dans les milieux périodiques a connu un intérêt considérable au cours de ces dernières années du fait de l'introduction du concept de cristal phononique.

La propagation d'une onde acoustique dans un milieu continu se traduit par une variation temporelle d'une série de déformations dans le milieu support de la propagation. Ce comportement vibratoire est dû aux forces d'inertie et celles de rappel élastique qui concourent entre elles en agissant sur les particules du milieu. Ainsi, les caractéristiques d'une onde acoustique dépendent des propriétés élastiques et de la densité du milieu dans lequel elle se propage. Sachant qu'un matériau adopte un comportement élastique spécifique suivant la direction des déformations qu'il subit par rapport à son orientation et sa structure cristallographique.

Si le milieu est homogène et isotrope et si l'onde élastique se propage dans un milieu supposé infini sans rencontrer d'obstacle, l'onde garde alors ses propriétés physiques tout au long de son parcours; et ces dernières ne dépendront que de sa polarisation quelle que soit la direction de propagation. On parle alors d'une onde de volume.

Les ondes acoustiques/élastiques peuvent aussi se propager le long d'une surface libre délimitant un milieu élastique. On parle alors d'onde acoustique de surface (*Surface acoustic wave (SAW)*).

La propagation d'une onde élastique dans un solide homogène et isotrope provoque en un point du solide un déplacement de la matière. Le champ de déplacement \vec{u} dépend du temps t et de la position du point \vec{r} . Il peut se décomposer sous la forme $\vec{u} = \vec{u}_l + \vec{u}_t$ où \vec{u}_l est sa composante longitudinale c'est-à-dire parallèle à la direction de propagation de l'onde et \vec{u}_t , sa composante transversale perpendiculaire à cette direction. On associe à la composante \vec{u}_l , une vitesse de propagation C_l et à la composante \vec{u}_t , une vitesse C_t . En élasticité, un solide isotrope peut alors être caractérisé par sa masse volumique ρ et les deux vitesses C_l et C_t ou par les deux constantes élastiques C_{11} et C_{44} définies par les relations $C_{11} = \rho C_l^2$ et $C_{44} = \rho C_t^2$. Ces deux constantes ont la dimension d'une pression.

Dans un fluide homogène et isotrope en revanche, la propagation d'une onde acoustique n'induit de déplacement de la matière que dans la direction de propagation de l'onde. Le champ de déplacement y est purement longitudinal et une onde acoustique s'y propage à la vitesse C_l . La capacité d'un fluide à se déformer facilement lorsqu'il est soumis à des forces extérieures est caractérisée par le module de compressibilité χ , défini par la relation $\chi = 1/\rho C_l^2$ [16].

Considérons maintenant un milieu non homogène, infini, dont les constituants sont des matériaux solides supposés élastiquement isotropes. En tout point \vec{r} , ce milieu non homogène est caractérisé par la masse volumique $\rho(\vec{r})$ et les deux constantes élastiques $C_{11}(\vec{r})$ et $C_{44}(\vec{r})$. Le vecteur déplacement $\vec{u}(\vec{r}, t)$ associé à la propagation d'une onde élastique satisfait à l'équation:

$$\rho(\vec{r}) \frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial t^2} = \vec{\nabla} \cdot [C_{44}(\vec{r}) \vec{\nabla} u_\alpha] + \vec{\nabla} \cdot \left[C_{44}(\vec{r}) \frac{\partial \vec{u}}{\partial \alpha} \right] + \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[(C_{11}(\vec{r}) - 2C_{44}(\vec{r})) \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right] \quad (1.1)$$

où u_α ($\alpha \equiv X, Y, Z$) est la composante de \vec{u} selon l'axe $O\alpha$ du repère cartésien orthonormé (O, X, Y, Z). La densité et les constantes élastiques dépendent de la position, le champ de déplacement ne peut pas être décomposé en une composante longitudinale et une composante transversale ; la résolution de l'équation (1.1) n'est pas en général un problème trivial. Dans le cas particulier où tous les composants du matériau composite sont des fluides, l'équation de propagation peut s'écrire en fonction du champ de pression p sous la forme:

$$\vec{\nabla} \cdot \left[\frac{1}{\rho(\vec{r})} \vec{\nabla} p(\vec{r}, t) \right] = \chi(\vec{r}) \cdot \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (1.2)$$

et le champ de déplacement \vec{u} satisfait à la relation: $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = -\chi p$. (1.3)

L'équation (1.2) est souvent connue sous le nom d'équation de propagation du son (ou des ondes acoustiques).

1.2.3 - Définition d'un cristal phononique

Les cristaux phononiques sont assimilables de par leur organisation spatiale à des structures cristallines; de ce fait, ils sont définis comme étant des structures ordonnées ou des matériaux composites présentant des variations périodiques de leurs constantes élastiques et de leur densité dans une, deux ou trois directions. Ces matériaux élastiques non homogènes sont capables de manipuler les écoulements du son dans l'air, les ondes acoustiques dans les fluides ou les ondes élastiques dans les solides.

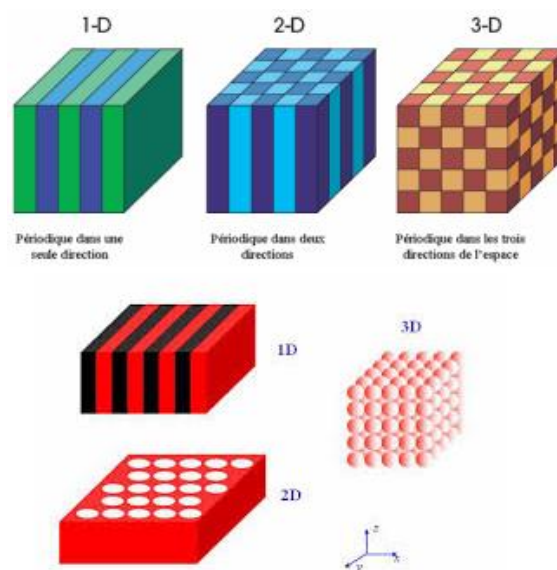


Figure 1.3 : Exemples de Structures périodiques à deux constituants organisées selon 1, 2 et 3 dimensions [1].

Le domaine des cristaux phononiques s'annonce très prometteur, au vu du nombre de travaux consacrés à cette activité de recherche.

1.2.4 - Propriétés fondamentales des cristaux phononiques - Bandes interdites

Un cristal phononique est une structure périodique d'au moins deux matériaux ayant des propriétés élastiques différentes; de ce fait, pour certains choix de matériaux et de géométries, l'interaction de ces structures périodiques avec des ondes acoustiques donne lieu à des phénomènes très intéressants, notamment la possibilité de bloquer totalement la propagation de certaines ondes dont la longueur est de l'ordre de la période de la structure; on parle alors, comme en physique du solide, de bandes interdites phononiques (*PG, phononic gaps*).

Les premières démonstrations des propriétés des milieux périodiques sont réalisées pour les ondes acoustiques ou ondes de pression. Plusieurs travaux démontrent la possibilité de bloquer, guider ou focaliser ces ondes de pression et

proposent des applications à fort potentiel comme l'isolation sonore ou l'amélioration des techniques d'imagerie médicale échographique, etc. [17-23]

1.2.4.1 - Mises en évidence des bandes interdites phononiques

L'existence de gap absolu a été prédite théoriquement [14, 15, 24] avant d'être démontrée expérimentalement dans une grande variété de cristaux phononiques constitués de composants solide [25] ou solide et fluide [26,27]. En effet, les nombreuses études menées sur les cristaux phononiques ont eu pour résultat la mise en évidence de plusieurs de leurs propriétés acoustiques remarquables. Ces dernières résultent de leur caractère dispersif particulier aux ondes acoustiques/élastiques, qui dépend fortement du choix des matériaux constituant le cristal ainsi que de sa conception, c'est-à-dire l'agencement et l'espacement entre ses éléments constitutifs. La principale propriété de ces milieux périodiques, qui a tant focalisé l'intérêt des chercheurs, est la possibilité d'existence d'intervalles de fréquences où le cristal phononique se comporte comme une barrière pour les ondes acoustiques/élastiques. Ces intervalles de fréquence sont appelés bandes interdites phononiques, par analogie avec les bandes interdites dans les cristaux photoniques ou des électrons dans les semi-conducteurs.

Une bande interdite se présente dans ce cas sous forme d'un intervalle de fréquences où aucune relation n'apparaît entre la fréquence et le vecteur d'onde. La figure 1.4 présente un exemple de courbes de dispersion d'une structure de bande pour un cristal phononique de résonateurs inertiels. Ces résonateurs inertiels sont constitués de masses lourdes de tungstène connectées à une plaque mince en aluminium par des ligaments en tungstène. L'étude de la dispersion a pour but d'identifier la position des bandes interdites (gamme de fréquences où toute propagation est prohibée). A travers les diagrammes de bandes il est également possible de remonter à la vitesse de phase et de groupe [28].

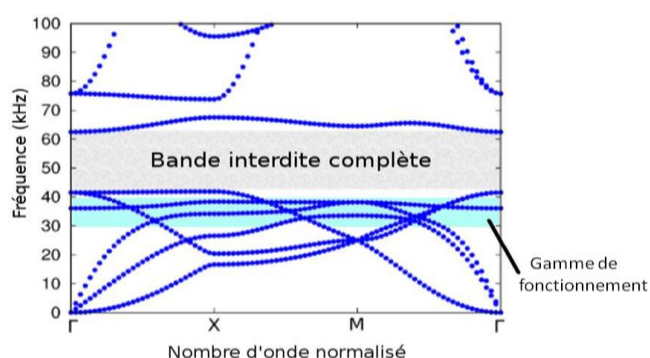


Figure 1.4 : Courbes de dispersion représentant la propagation des ondes élastiques dans un réseau périodique de rotateurs (résonateurs inertiels). La zone grisée illustre la bande interdite causée par la structure où aucun mode n'est susceptible de se propager et la zone en bleu ciel la gamme de fonctionnement des résonateurs inertiels [28].

Dans une structure unidimensionnelle, les domaines de fréquence où les bandes interdites apparaissent dépendent de la direction de propagation de l'onde incidente. Dans une structure tridimensionnelle en revanche, il est possible

d'obtenir des bandes interdites absolues ou omnidirectionnelles, c'est à dire qu'une onde de fréquence appartenant à une telle bande interdite ne peut pas se propager, quelque soit son angle d'incidence.

Ainsi, il a été montré qu'un réseau cubique à faces centrées (c.f.c.) de bulles d'air dans de l'eau ou de billes de plomb insérées dans une matrice en silice présente une ou plusieurs bandes interdites absolues, à la condition que les sphères occupent au moins 10 % du volume total du composite. De même, en plaçant dans l'air des cubes d'acier de taille adéquate aux différents nœuds d'un réseau c.f.c., on peut aussi obtenir une bande interdite dans les trois dimensions [29].

1.2.4.2 - Cristaux phononiques à bandes interdites de Bragg

L'étude de la propagation des ondes dans les structures périodiques est un champ d'investigations commun à plusieurs domaines de la physique. Elle intervient lors de l'étude de la propagation des vibrations dues aux phonons se propageant dans une maille cristalline, de la diffraction des rayons X ou des ondes optiques en milieu solide ou liquide, des systèmes dits multicouches ou super-réseaux, très prisés dans les domaines optiques comme acoustiques ou encore la physique des semi-conducteurs. Dans tous ces éléments, on retrouve la notion de bande d'arrêt, ou bande interdite qui définit une gamme angulaire ou fréquentielle pour laquelle toute propagation d'ondes est rendue impossible. Le principe fondateur à l'apparition de ces bandes interdites de quelque nature qu'elles soient (électroniques, électromagnétiques ou encore élastiques), est la diffraction de Bragg.

La loi de Bragg a été mise en évidence lors d'expériences consistant à étudier la réflexion de rayons X incidents sur la surface d'un cristal; et qui peut être observée dans toute structure périodique artificielle. W.H. Bragg et W.L. Bragg ont observé en 1913 l'apparition de pics de réflexion intenses pour certains angles d'incidence à des longueurs d'ondes spécifiques. Ils ont interprété ces résultats en assimilant le cristal à une structure composée d'un arrangement périodique de plans parallèles, expliquant ainsi le spectre en réflexion obtenu par un phénomène d'interférences entre les ondes X. Les ondes réfléchies par les couches successives interfèrent lorsque la différence de chemin de propagation est multiple de 2π [6].

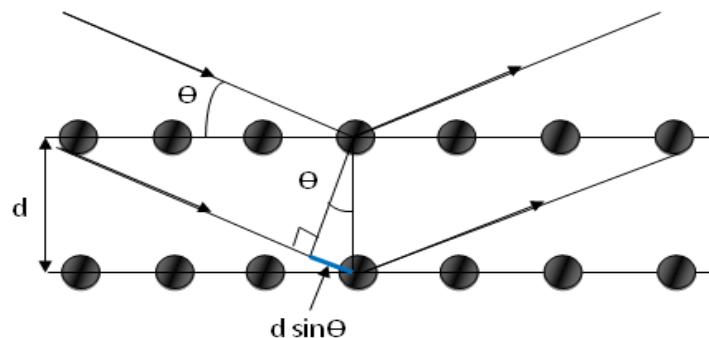


Figure 1.5 : Illustration de la loi de Bragg [6]

Les résultats de ces observations ont été à l'origine de l'énonciation de la loi de Bragg, qui peut se déduire des principes de l'optique géométrique, comme l'illustre la figure 1.5 :

$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (1.4)$$

où n est un entier naturel, λ désigne la longueur d'onde du faisceau incident, d la distance entre deux plans successifs du réseau cristallin et θ l'angle formé par le faisceau incident et la face d'entrée du cristal.

Les plans satisfaisant à la condition d'interférences constructives sont les plans de Bragg qui délimitent la première zone, appelée zone irréductible de Brillouin,

La formulation de Bragg part du principe que la réflexion des rayons X se fait de façon réfective sur un plan, et ne prend pas en compte la diffusion de l'onde incidente sur chaque atome constituant le réseau. La formulation de Von Laue, permet de s'affranchir de cette hypothèse. Dans le cadre de ce modèle, le cristal est assimilé à un ensemble d'atomes identiques tous susceptibles, et ce de façon indépendante, de jouer le rôle de diffuseur pour une onde incidente de longueur d'onde de l'ordre du pas du réseau. Dans ce contexte, la condition d'interférences constructives en chaque point est donnée par :

$$d(k - k') = 2\pi n \quad (1.5)$$

k et k' désignent les vecteurs d'ondes des ondes incidentes et réfléchies respectivement. La transposition de ce type d'analyse aux ondes électromagnétiques s'est faite en deux temps. Elle a d'abord permis de généraliser les travaux théoriques initiés par Lord John Rayleigh en 1887 sur la propagation des ondes optiques dans un milieu périodique unidimensionnel, contribuant ainsi au développement des multicouches, encore connus sous la dénomination de miroirs de Bragg. Ces derniers consistent en un arrangement périodique de couches diélectriques alternées d'indices de réfraction différents (les indices n_H et n_B désignent respectivement les milieux d'indices haut et bas sur la figure 1.6).

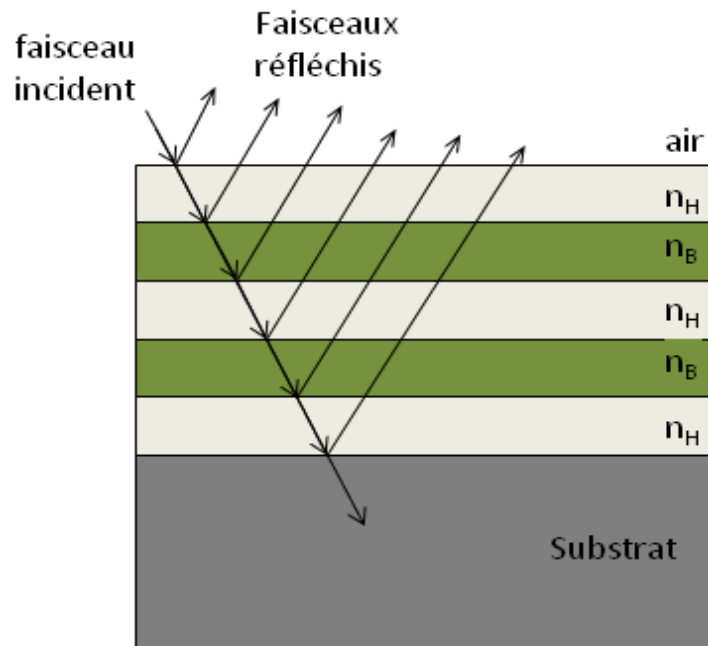


Figure 1.6 : Principe de fonctionnement d'un miroir de Bragg [6]

D'une façon générale, on parle de diffraction ou de bandes interdites de Bragg lorsque la longueur d'onde " λ " dans le cristal phononique est de l'ordre du paramètre de maille " a " du cristal ($\lambda \approx a$). Il a été montré en outre que la première bande interdite due au mécanisme de Bragg se produit généralement à une fréquence qui est égale à environ c/a , où " c " est la vitesse du son et " a " la période de la structure [30].

Tamura et al [31] étaient parmi les premiers à étudier en détail le mécanisme de réflexion de Bragg dans un CP unidimensionnel. Ils ont ainsi montré la possibilité d'avoir un CP se comportant comme une barrière pour les modes longitudinaux et transverses dans des intervalles de fréquences bien déterminés dans toute la première zone irréductible de Brillouin. De plus, ils ont mis en évidence une forte atténuation des ondes à ces intervalles lors de leur transmission dans le CP [32].

De nombreux travaux sur ces cristaux analysent les structures de bandes en fonction des paramètres géométriques. L'intérêt principal de ces matériaux est qu'il est possible de choisir le motif et la taille des éléments afin de créer des gammes de fréquences permises ou interdites, pour lesquelles aucune onde élastique ne peut se propager, quels que soient la polarisation et le vecteur d'onde.

Le concept de "cristaux phononiques" fût introduit pour la première fois en 1993 quasi simultanément par deux équipes de chercheurs; la première composée de M.S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski et B. Djafari-Rouhani et la seconde par E.N. Economou et M. Sigalas [33-35]. L'idée était de produire pour certaines structures et certains matériaux, traversés par des ondes acoustiques, des bandes interdites dans n'importe quelle direction de propagation de l'onde

élastique incidente. M.S. Kushwaha et al [36] utilisèrent un réseau bidimensionnel périodique de cylindres en nickel incorporés dans une matrice en aluminium. Les matériaux considérés sont isotropes, seuls les vecteurs d'onde dans le plan sont pris en compte. Et pour des raisons de simplification des équations et d'illustration du principe, seul le cas d'une onde purement transverse est considéré, même si dans le cas général, les ondes élastiques présentent à la fois des polarisations longitudinales et transverses qui ne peuvent pas être considérées comme découplées. Les résultats ont été tels que les structures se comportaient comme des miroirs réfléchissants pour les ondes dont les fréquences se trouvaient dans le domaine des bandes interdites comme il est montré en figure 1.7.

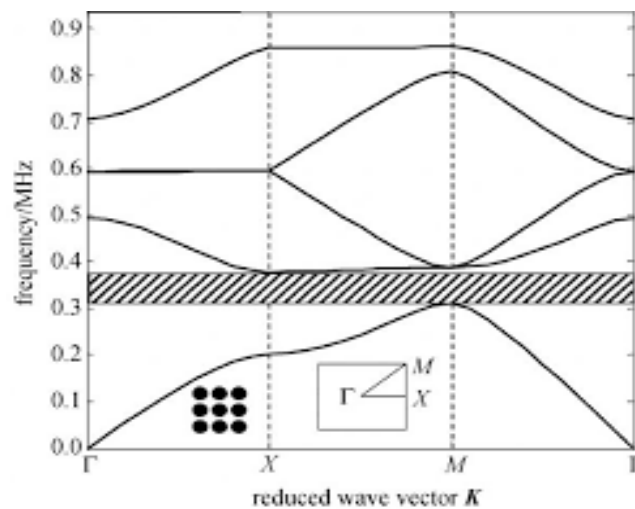


Figure 1.7 : Structure de bandes pour un cristal phononique parfait consistant en un arrangement de tiges d'aluminium dans une matrice de nickel [34]

E.N. Economou et M. Sigalas, de leur côté ont étudié la propagation des ondes planes élastiques dans des structures constituées de sphères disposées périodiquement dans une matrice homogène [37]. L'intérêt de ces structures était de contrôler la propagation du son; pour être menées ensuite à des applications de filtrage, de guidage des ondes, d'isolation acoustique, etc.

Les investigations se sont depuis enchaînées dans le but de comprendre le mécanisme de formation des bandes interdites de Bragg et les paramètres géométriques et physiques qui contrôlent l'ouverture de ces bandes dans les différents types de cristaux phononiques (1D, 2D, 3D, Solide/Solide, Liquide/Liquide ou Solide/Liquide) [30, 38-46].

Pour d'autres chercheurs ayant étudié des structures périodiques carrées et hexagonales formées de cylindres de silicium dans une matrice en époxy, ils ont montré que la largeur des bandes interdites dépendait fortement de la fraction volumique ou facteur de remplissage β qui représente le volume des inclusions par rapport au volume total du matériau composite. De plus, Pour un même coefficient de remplissage, les structures de bandes sont assez différentes lorsque l'on considère des inclusions de section carrée plutôt que circulaire. Dans ce cas, la largeur des bandes interdites peut être modulée en faisant tourner les barres de carbone autour de leur axe directeur [29, 47].

Yan Pennec et Bahram Djafari-Rouhani, à l'instar d'autres [48-49] ont montré que l'existence et la largeur des bandes interdites acoustiques dépend de plusieurs paramètres notamment d'un contraste physique important, tel que la densité et la vitesse du son, voire des constantes élastiques, entre l'inclusion et la matrice, de la géométrie du réseau d'inclusions, de la forme des inclusions et enfin du facteur de remplissage de l'inclusion dans la cellule d'unité matricielle [47].

D'autres chercheurs [50] ayant étudié des cristaux phononiques quaternaires (constitués de quatre matériaux différents, considèrent la masse volumique comme étant le facteur le plus influent sur les bandes interdites, suivi du module d'élasticité; la viscoélasticité des matériaux est considérée comme l'amortissement et a peu d'effet sur la première bande interdite.

Ces performances ont conduit à un engouement considérable du nombre de travaux dédiés aux cristaux phononiques, engouement qui ne cesse de croître à ce jour. En effet, de nombreuses structures composites pertinentes ont ainsi été proposées; l'objectif étant dans un premier temps de concevoir des cristaux soniques capables d'atténuer les ondes acoustiques dans les fréquences audibles [51]. Ces dernières s'étendant de 20 Hz à 20 kHz comme le montre la Figure 1.8. Les cristaux phononiques se doivent de présenter des dimensions au-delà du mètre, ce qui limite grandement les possibilités de mise en place d'un tel système anti-bruit.

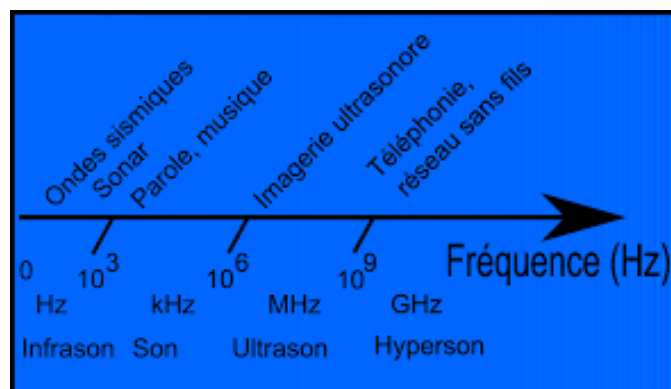


Figure 1.8 : Domaines fréquentiels des ondes élastiques [51]

Dans le but d'abaisser les fréquences des bandes interdites pour atteindre le domaine des fréquences audibles, certains chercheurs [14, 30] ont montré qu'en combinant plusieurs cristaux phononiques de périodes variables, il était possible d'obtenir une structure qui couvre toute la gamme de fréquences audibles par un chevauchement de gaps.

D'autres chercheurs ont exploré d'autres voies notamment de structures naturelles, par exemple, l'utilisation de rangées d'arbres afin de bloquer la propagation du son dans le domaine des fréquences audibles [6, 51]; proposition qui reste néanmoins une brève introduction aux cristaux phononiques encore actuellement au stade de simples démonstrations de principe.

1.2.4.3 - Cristaux phononiques à résonances locales - Métamatériaux

Dans la plupart des cristaux phononiques étudiés jusqu'à présent, les bandes interdites trouvent leur origine à partir des réflexions de Bragg résultant de la périodicité de la structure. Les longueurs d'ondes associées à ces gaps présentent alors un ordre de grandeur équivalent au paramètre de maille du cristal.

Ces matériaux très particuliers que sont les cristaux phononiques à résonances locales ou Métamatériaux, peuvent trouver des applications dans le domaine de l'isolation acoustique. Dans ce champ d'application, l'intérêt principal consiste à trouver des structures qui atténuent la propagation du son à travers un échantillon dont l'épaisseur reste faible ou du même ordre que la longueur d'onde dans l'air. Plus récemment, ces métamatériaux acoustiques ont trouvé un intérêt dans les applications de réfraction négative ou de cape d'invisibilité (cloacking), là où il est possible d'exclure une portion de l'espace de la lumière [27, 52].

Pour comprendre les conditions d'obtention de bandes interdites à résonance locale, on revient à celles obtenues par les réflexions de Bragg. Il est établi que, les cristaux phononiques sous certaines conditions, présentent des bandes interdites provenant de phénomènes de diffraction dits de Bragg et qui résultent de la périodicité du cristal phononique. Ces bandes interdites présentent une fréquence centrale autour de $c/2a$, où c est la vitesse de propagation de l'onde dans l'inclusion et a le paramètre de maille. Obtenir des bandes interdites dans le domaine audible des basses fréquences peut se faire de deux manières: soit en diminuant la vitesse de propagation c , soit en augmentant le paramètre de maille a . De ce fait, concevoir un "obstacle" ou un "rideau" phononique basé sur le mécanisme de Bragg impose un choix de structure dont la périodicité est de l'ordre des longueurs d'ondes. Donc, du point de vue pratique, si on veut bloquer des ondes acoustiques audibles (de quelques dizaines de Hertz jusqu'à plusieurs dizaines de kHz), il nous faudra alors fabriquer des structures de dimensions très larges (périodicité de l'ordre du mètre).

D'un autre côté, et dans un tout autre domaine, utiliser les structures périodiques à diffraction de Bragg pour l'isolation sismique dont les fréquences sont très basses et oscillent entre 1 et 30 Hz et de longueurs d'ondes de 200 m à 8 km, requiert la réalisation de structures périodiques de dimensions inenvisageables.

Alors, l'objectif était de concevoir des structures de dimensions acceptables mais capables de bloquer des ondes de longueurs importantes. Cela a été rendu possible grâce aux travaux de Liu et al en 2000 [53] qui introduit pour la première fois le principe de mécanisme de résonance locale (RL). Ainsi, sont nés les cristaux phononiques à résonance locale appelés "*Locally Resonant Phononic Crystal*" (LRPC). Ce sont des structures munies d'unités localement résonantes permettant d'atténuer efficacement des fréquences dont les longueurs d'ondes sont de deux ordres de grandeur supérieures au pas ou au paramètre de maille ($\lambda > 2a$) de la structure [47]. Ces derniers ont l'avantage de diminuer de manière significative l'encombrement spatial pour la réalisation de structures isolantes dans

le domaine des basses fréquences en nous permettant de s'affranchir de la condition $\lambda \approx a$.

La plupart des recherches sur les cristaux phononiques à résonance locale sont basées sur le modèle introduit à l'origine par l'équipe de Liu, [53]. Il s'agit d'un cristal phononique 3D, utilisant comme diffuseurs des billes métalliques denses enrobées d'un matériau mou, noyées dans une matrice en résine d'époxy.

Physiquement, lors de la résonance, le cœur et la couche extérieure constitués de matériaux rigides vibrent en opposition de phase, le polymère agissant comme un ressort. Ceux-ci ouvrent d'intéressantes perspectives en termes de filtrage dans le domaine de l'audio puisqu'ils permettent de s'affranchir de la contrainte spatiale. Les fréquences atténuées par le prototype se situent en effet autour de 400 Hz et 1,3 kHz pour un réseau cubique de période 1,55 cm [30].

Plusieurs travaux sur les bandes interdites à résonance locale (CPRL) sont venus enrichir le domaine des cristaux phononiques avec des structures tridimensionnelles cubiques simples ou cubiques à faces centrées ainsi que des systèmes bidimensionnels ou des structures en plaque de faible épaisseur avec des inclusions ou des plots déposés suivant des réseaux carrés ou triangulaires sur une matrice pour les ondes de Lamb. [32-33, 53-57]. La résonance locale a même été mise en évidence sur une structure unidimensionnelle simple par Wang et al. [32, 58]. Les résultats de ces travaux ont été concluants car ils ont montré l'existence de bandes interdites pour des ondes ayant des longueurs largement supérieures à la périodicité du cristal; ceci grâce au choix des matériaux, des paramètres géométriques et physiques du cristal phononique qui est fait de sorte à former des résonateurs qui vibrent en mode local à de très basses fréquences. Le couplage entre ces modes de résonance locale et les modes de vibration qui se propagent dans la matrice entraîne une ouverture des bandes interdites de la structure phononique.

Certains chercheurs [59-62] ont démontré qu'en augmentant la hauteur des résonateurs, l'effet de la résonance locale devient plus dominant indépendamment de la nature géométrique du réseau périodique au point où les bandes gaps des trois réseaux étudiés (carré, triangulaire et hexagonal) sont similaires pour des dimensions de résonateurs identiques.

L'ouverture des bandes interdites à résonance locale dépend d'un choix de matériaux et configurations appropriés même si comparativement aux bandes interdites de Bragg, elles dépendent que très peu de la périodicité et de la symétrie de la structure phononique [63-64]. Les largeurs des bandes interdites ont même été multipliées quasiment par un facteur de 2 lorsque les cristaux phononiques étaient munis de doubles résonateurs [32] (Fig.1.9).

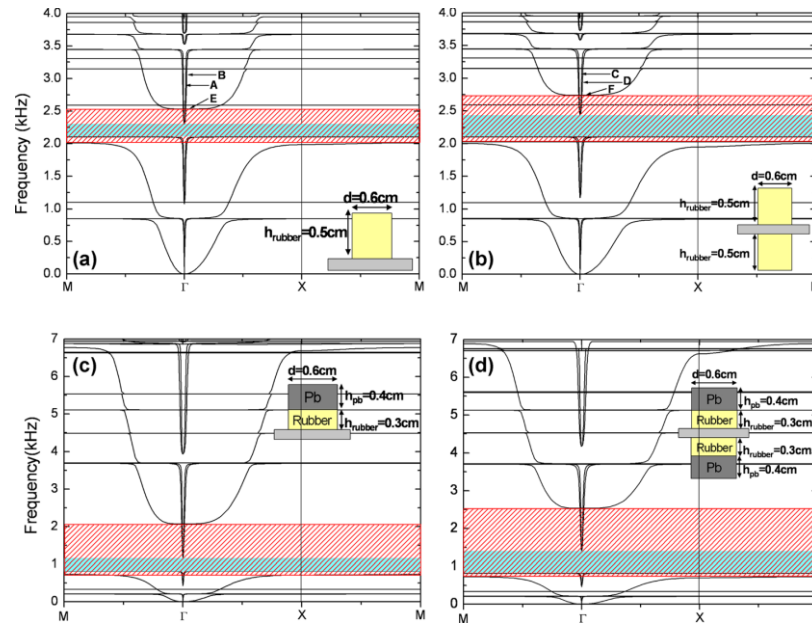


Figure 1.9 : Structures des bandes de quatre structures étudiées. La région bleue indique la bande interdite de résonance locale complète, et le rouge les modes de bandes gaps.hors plan [32]

On peut citer aussi à titre d'exemple, certaines recherches [65] menées sur des structures périodiques 2D et 3D de cylindres d'air (bulles d'air) dans l'eau. Il en a été ainsi démontré l'existence de bandes interdites larges à basses fréquences dues aux modes de résonances des bulles d'air seules. Ces résultats ont été obtenus grâce au contraste entre la densité de l'eau et celle de l'air. Par la suite, d'autres recherches ont concerné des tubes cylindriques en polymères fins remplis d'air dans une matrice d'eau. Ces systèmes présentaient des bandes interdites de fréquences assez larges (entre 1 et 10 kHz) [30, 65].

Si d'une façon générale, beaucoup de chercheurs se sont intéressés aux cas des cristaux phononiques constitués d'une seule couche de polymère dit mou [66-67], d'autres en revanche ont étudié des systèmes multicouche 2D présentant en alternance une couche molle et une couche dure autour d'un noyau dur dans une matrice fluide ou solide [30, 47]. Les résultats ont montré que les propriétés de transmission et de structures de bandes interdites sont sensibles à la nature solide ou fluide de la matrice et surtout à la nature de la couche extérieure de l'inclusion qui est en contact avec la matrice.

Par ailleurs, l'utilisation d'éléments résonants a permis d'enrichir les propriétés des milieux périodiques en ouvrant la voie des métamatériaux. Ainsi, certains chercheurs [28, 68-71] soutiennent l'idée que les cristaux phononiques à résonance locale se comportent comme des milieux pouvant manifester dans leur globalité un comportement élastique inverse en se dotant de constantes élastiques et de masses effectives négatives dans certaines gammes de fréquences, et se classent alors dans la catégorie des métamatériaux acoustiques.

De ce fait, le principe des métamatériaux peut se transposer à tout type d'ondes. Les ondes acoustiques et élastiques représentent, après les ondes électromagnétiques, le second domaine d'application des métamatériaux.

Historiquement, les premiers métamatériaux acoustiques sont étudiés par l'équipe de Liu [53]. La dénomination employée à l'époque est "milieu localement résonnant". Le terme métamatériau sera appliqué plus tard (en 2001 grâce R. M. Walser), mais les deux notions sont parfaitement équivalentes, il s'agit d'un matériau composé d'un ensemble périodique de résonateurs dont la taille est petite devant la longueur d'onde à résonance. Dans ces travaux datant de 2000 [68], le groupe de Liu utilise un métamatériau composé d'un cristal cubique de billes de plomb de 5mm de rayon recouvertes d'une couche de 2.5 mm de caoutchouc. Les billes sont intégrées dans une matrice de résine époxy rigide afin de les maintenir en position (Fig.1.10). Ce résonateur présente deux résonances fortes à des fréquences de 380 Hz et 1350 Hz. Le calcul des courbes de dispersion du cristal 3D fait apparaître deux bandes interdites situées autour de ces résonances. L'absence de transmission est uniquement liée à la présence de résonances car les effets de Bragg liés à la périodicité du milieu ont lieu à des fréquences beaucoup plus élevées. On parle alors de bande interdite d'hybridation introduites par le couplage entre les résonateurs et une onde plane.

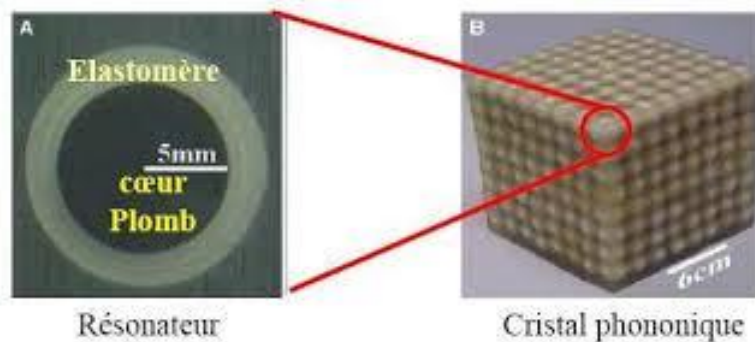


Figure 1.10 : (A) résonateur sphérique constitué d'un cœur en plomb enrobé par un élastomère très mou. (B) Cristal phononique tridimensionnel à résonance locale conçu par Liu et al. [53]

Mais d'un point de vue plus technique, comme la masse volumique ρ et le module de compressibilité k , sont les paramètres à considérer en acoustique, pour qu'il puisse y avoir une propagation d'ondes planes à l'intérieur d'un milieu, il est impératif d'avoir soit les deux paramètres ρ et k positifs tous les deux ou négatifs tous les deux. Un milieu "négatif" pour les ondes acoustiques exige une masse volumique et un module de compressibilité négatifs en même temps; ceci assurera la propagation d'ondes avec un indice de réfraction négatif et une vitesse de groupe négative. En revanche, si uniquement l'un des deux paramètres est négatif, il y aura des bandes de fréquences interdites. Cependant, pour les ondes acoustiques, une masse volumique et un module de compressibilité négatifs n'existent pas pour les matériaux naturels; ils doivent être conçus sur la base de résonances artificielles. Physiquement, cela signifie que le milieu adopte une réponse anormale pour certaines fréquences telle qu'une augmentation de volume s'il est soumis à une compression (compressibilité effective négative) ou un déplacement dans un sens (Fig.1.11) alors qu'il est poussé dans l'autre sens (masse effective négative) [30].

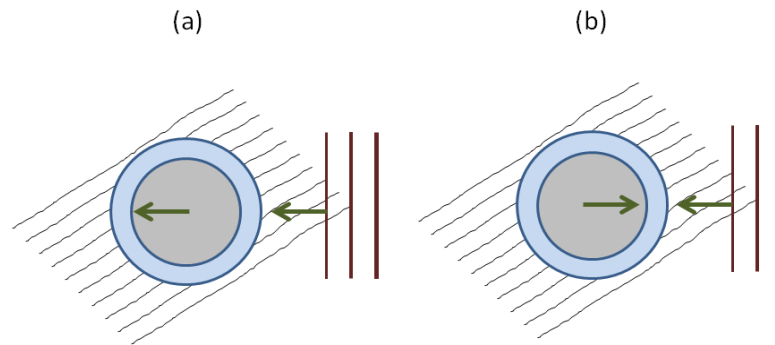


Figure 1.11 : (a) Le cœur de l'inclusion oscille en phase avec l'onde incidente dans la matrice, (b) Le cœur de l'inclusion oscille en opposition de phase avec l'onde incidente [72]

1.2.5 - Etudes expérimentales et applications

Il est utile de rappeler que dans le domaine des dispositifs radiofréquences et téléphonie mobile cellulaire (dispositifs RF-MEMS) plus précisément dans le filtrage à très haut facteur de qualité et dans les résonateurs, la gamme de fréquences est très élevée jusqu'à plusieurs GHz. Ces fréquences ont obligé les concepteurs de ce genre de dispositifs à explorer des dimensions périodique de l'ordre du micromètre pour ces cristaux phononiques. Mais, paradoxalement, dans le domaine du génie civil et parasismique plus précisément, ces mêmes dimensions sont de l'ordre du mètre et du décamètre pour être compatibles avec les fréquences sismiques caractéristiques très basses.

Les ondes élastiques existent en effet sur une très large gamme de fréquence s'étendant du Hertz, dans le cas des ondes sismiques, au gigaHertz, comme dans les réseaux de télécommunication sans fil. Les dimensions du cristal étant directement dépendantes de la longueur d'onde de travail, l'intégralité des effets de bandes interdites peut être démontrée sur des structures de dimensions macroscopiques et donc aisément réalisables. Le contrôle des ondes mécaniques par ces milieux complexes promet lui aussi un nombre important d'applications.

Ces cristaux phononiques investissent le domaine d'applications par l'isolation acoustique. Un excellent isolant phonique est alors obtenu si la bande interdite apparaît pour les plus basses des fréquences audibles (de 2 Hz à 20 kHz). D'autre part, les recherches menées sur les matériaux à bandes interdites ultrasonores (fréquences supérieures à 20 kHz) peuvent être appliquées afin d'optimiser les performances électromécaniques des transducteurs utilisés en imagerie médicale. Il est aussi possible de réaliser des filtres fréquentiels sélectifs ou des guides d'onde en créant des "défauts" dans la structure d'un cristal phononique [29].

1.2.5.1 - Exemples de réalisations expérimentales

On ne peut pas parler de mesures expérimentales sur les réseaux phononiques sans citer celles effectuées par Martinez Sala et al en 1995 sur une sculpture d'Eusebio Sempere exposée dans les jardins de la Juan March Foundation à Madrid. Cette sculpture, constituée de cylindres d'acier de 2,9 cm de diamètre répartis selon un réseau carré simple de pas égal à 10 cm, présente des atténuations marquées (voir Fig. 1.12) [33].



Figure 1.12 : Cette oeuvre d'art moderne de E. Sempere représente un cristal phononique à deux dimensions de tiges d'acier d'un diamètre de 2,9 cm disposées en réseau carré avec une période égale à 10 cm [33]

Cette structure n'admet toutefois que des bandes interdites partielles c'est à dire des fréquences interdites uniquement dans certaines directions de l'espace. Or les cristaux phononiques sont considérés comme étant des structures ayant la possibilité de présenter des bandes interdites absolues donc dans toute direction de l'onde incidente.

D'autres mesures expérimentales ont suivi, dans le but de confirmer la présence de bandes interdites absolues dans les structures phononiques; elles ont été l'oeuvre de plusieurs chercheurs parmi lesquels on peut citer Sanchez Perez et al qui, en 1998 ont travaillé sur les structures solide/fluide en considérant un système 2D carré ou hexagonal de cylindres en acier disposés dans l'air [73]. De leur côté, Montero et Espinosa ont expérimenté des structures fluide/solide pour des modes à ondes longitudinales, composées par des cylindres de mercure dans une matrice d'aluminium; aucune onde de propagation n'existe dans la gamme de fréquences comprise entre 1000 et 1120 kHz, quelle que soit la direction de la mesure [33, 74]. Simultanément, Vasseur et al ont étudié les structures solide/solide en disposant périodiquement des cylindres en aluminium dans une résine en époxy. Les résultats ont démontré la possibilité d'atténuer les ondes dans de larges gammes de fréquences, et pour toute direction incidente, avec des cristaux phononiques présentant donc des bandes interdites totales [75].

1.2.5.2 - Guidage dans les structures phononiques

Si initialement, les matériaux artificiels étaient conçus pour leurs propriétés de bandes interdites empêchant la propagation des ondes élastiques/acoustiques, les recherches récentes et actuelles se consacrent à une véritable ingénierie de la dispersion des ondes en structurant les matériaux à diverses échelles par rapport à la longueur d'onde visée. Il ne s'agit plus uniquement aujourd'hui de bloquer la propagation des ondes mais aussi de "contrôler" ces dernières à volonté; c'est l'objet de la conception des guides d'ondes.

Toute étude de réalisation de guidage en phononique, nécessite la présence d'une bande interdite; de ce fait, les cristaux phononiques à bandes interdites totales sont des éléments bien indiqués pour réaliser des guides d'ondes. Le guidage des ondes acoustiques peut être obtenu en effectuant un "défaut" linéaire structurel dans le cristal phononique ou en procédant à des arrangements de cristaux afin de modifier la direction de propagation [76-78]. Certains chercheurs ont pu modifier la direction d'un faisceau sonore grâce à des guides en forme de L [79-80].

Khelif et al [81] dans leurs travaux théoriques et expérimentaux ont montré la possibilité de confiner et de guider des ondes élastiques dans un cristal phononique à inclusions cylindriques présentant un défaut linéaire (Fig. 1.13(a)), coudé ou creux; les fréquences des ondes transmises dans les guides se situent ainsi dans la gamme de fréquences de la bande interdite définie par le cristal phononique sans défaut. De plus, en enlevant dans la direction perpendiculaire à ce guide creux un ou plusieurs cylindres, on peut donner naissance à un résonateur de taille finie (Fig. 1.13(b)) qui a pour effet d'empêcher la transmission de certaines de ces fréquences. Ces zéros de transmission peuvent aussi être obtenus en créant des cavités au voisinage du guide (Fig. 1.13(c)). Des géométries de guide plus complexes peuvent être envisagées. Par exemple, en enlevant des cylindres dans deux directions perpendiculaires, on crée un guide coudé en forme de « L » ((Fig. 1.13(d)). On constate alors qu'une onde de fréquence bien déterminée peut se propager en suivant la forme coudée du guide [29, 81].

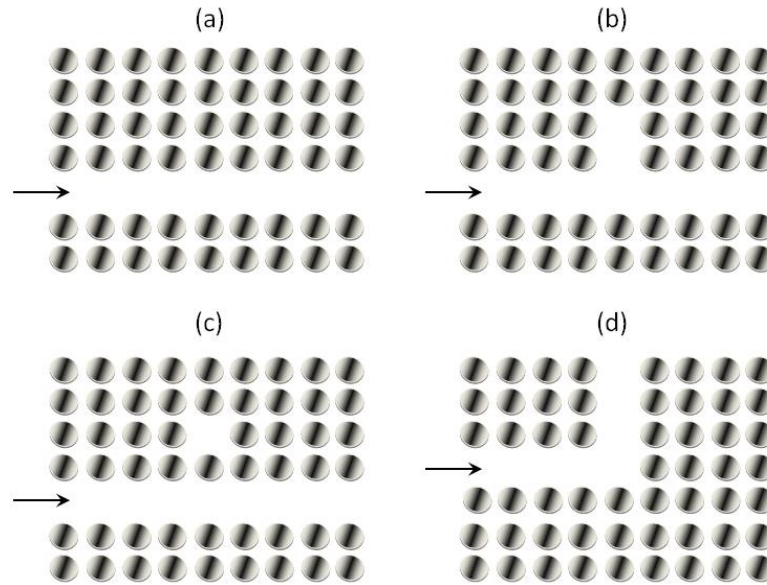


Figure 1.13 : Différentes géométries de guides d'onde et de filtres obtenues à partir d'un cristal phononique à deux dimensions : (a) guide linéaire, (b) résonateur, (c) cavité créée au voisinage du guide linéaire, (d) guide coudé. La flèche indique la direction de propagation du faisceau d'onde incident. [29]

La plupart des travaux de guidage et de confinement d'ondes menés jusqu'ici se sont focalisés sur des bandes interdites phononiques créées par le mécanisme de Bragg. Comme celles-ci apparaissent pour des ondes ayant des longueurs d'onde de l'ordre de la périodicité de la structure, les guides d'ondes ont généralement des largeurs du même ordre. En revanche, peu d'études ont concerné donc les CPRL [81-83] car ces derniers présentent des bandes interdites en basses fréquences; les longueurs d'onde qui y sont associées sont très larges par rapport à la périodicité de la structure [32].

Oudich [32], dans le cadre de sa thèse de doctorat s'est intéressé au confinement et au guidage des ondes de Lamb dans un CPRL dans les régimes sonore et hypersonique, en considérant une plaque d'époxy sur laquelle sont arrangés périodiquement des cylindres d'élastomère suivant une symétrie carrée. Il a créé ensuite un guide d'onde en construisant un "défaut" linéaire, et cela après avoir enlevé dans le CP une rangée d'éléments. Son intérêt s'est focalisé sur la propagation des ondes de Lamb dans la direction définie par ce guide.

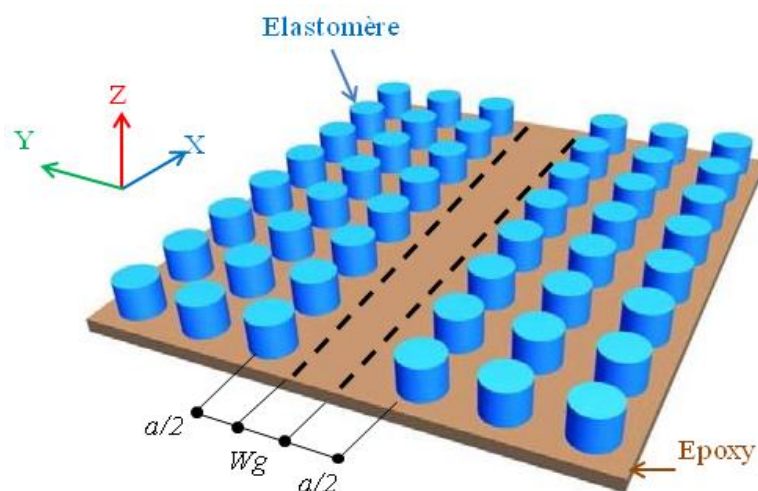


Figure 1.14 : Structure de guide linéaire étudié. La largeur du guide est notée W_g et est suivant la direction X du repère cartésien [32]

Il a montré la possibilité de confinement, de guidage et de transmission d'un seul mode de défaut, et ce, comparativement au mécanisme de Bragg, où plusieurs modes de défaut apparaissent dans la bande interdite. Il a conclu que le guidage utilisant les bandes interdites basées sur la résonance locale peut ouvrir des possibilités d'application pour la fabrication de dispositifs pour le filtrage ou le démultiplexage.

Le même auteur [32], a étudié ensuite la propagation des ondes de Lamb dans un cristal phononique bidimensionnel à RL constitué cette fois-ci d'un substrat en diamant et des cylindres en aluminium. Mais contrairement à une étude similaire faite par Pennec et al [20], et en dépit d'un contraste élastique important entre l'aluminium et le diamant, la configuration géométrique et la nature de la structure envisagée par l'auteur ne permettent pas d'avoir des états de résonance complètement localisée dans les cylindres comme dans le cas de son premier système élastomère/époxy. La raison selon Oudich réside dans la faiblesse de l'épaisseur de la plaque de diamant choisie qui la rend très dispersive pour les ondes de Lamb. De ce fait, l'énergie élastique peut se propager entre résonateurs voisins, ce qui inhibe la manifestation du phénomène de résonance locale. L'auteur propose donc d'utiliser un support semi-infini en diamant pour la propagation des ondes acoustiques de surface, qui ont des vitesses très élevées, afin qu'elles puissent interagir avec les modes propres des cylindres d'aluminium où les vitesses sont plus faibles, ce qui permettra au mécanisme de résonance locale de mieux se manifester.

On peut également concevoir des guidages, filtrages et démultiplexages par résonances locales dans le but d'obtenir un filtre sélectif présentant une fréquence facilement ajustable. Pour rappel, le multiplexage est l'opération qui nous permet d'injecter dans un seul guide des fréquences entrantes de deux ou plusieurs guides d'ondes [43]. Le démultiplexage est l'opération inverse nous permettant d'extraire d'un guide d'onde des fréquences et de les envoyer à un

autre guide d'ondes. Ce type de cristal phononique peut trouver des applications dans le domaine des capteurs [27].

1.2.5.3 – Autres applications potentielles des cristaux phononiques

Le contrôle et la manipulation des ondes acoustiques ou élastiques est un problème fondamental avec de nombreuses applications potentielles; et la maîtrise de la propagation des ondes dans les milieux complexes est un défi important, à ce défi important sont associés des objectifs qui le sont tout autant. Les domaines d'application sont aussi variés qu'insoupçonnés non seulement dans le domaine de l'information, de la communication et des technologies, mais aussi des applications potentielles visant le contrôle des ondes sismiques dans la croûte terrestre à une fréquence de quelques dizaines de Hz jusqu'à la maîtrise des phonons dans les systèmes quantiques autour du Tera Hertz. Les cristaux phononiques sont utilisés pour atteindre ces objectifs et proposés pour en atteindre d'autres.

Les recherches en photonique et en phononique ont progressé presque simultanément et ont alimenté les développements technologiques. Les cristaux hypersoniques (fréquences supérieures au GHz) sont plus récents du fait des difficultés de fabrication liées à l'échelle de grandeur en comparaison avec les cristaux microniques dont la fabrication et la caractérisation ont été rendues possible grâce aux progrès obtenus dans le domaine de la lithographie.

Dans cette section, on donne un bref aperçu des applications possibles et des domaines d'utilisations potentielles des cristaux phononiques et des métamatériaux.

On peut citer le développement des dispositifs de traitement du signal haute fréquence pour les communications sans fil, les applications de bio détection dans les environnements gazeux et les environnements liquides, l'utilisation potentielle des CP dans la récupération et la récolte d'énergie notamment dans le domaine des énergies propres et renouvelables, Conception de guides d'ondes hybrides (confinement simultané de photons et de phonons) pour obtenir des dispositifs acousto-optiques et opto-mécaniques utilisés dans la communication, dans la détection et dans de nombreuses autres applications [33, 47, 84]. Certains cristaux phononiques binaires constitués de réseaux carrés de cylindres (de section circulaire) de carbone insérés dans des matrices en résine époxyde, en raison de leurs propriétés mécaniques, sont très utilisés dans les industries automobile et aéronautique [29].

Dans le domaine des micro-ondes et des hyperfréquences, les propriétés exotiques d'une structure à bande interdite électromagnétique (l'anisotropie, la réfraction négative, la bande interdite) reçoivent des attentions particulièrement importantes pour les applications dans les dispositifs de télécommunications (antennes, téléphones mobiles, GPS haute précision, etc.[85, 86]). Quelques exemples d'applications sont donnés pour illustrer certaines possibilités des structures périodiques.

Aussi loin que les années 1960, pour des applications militaires liées à la conception d'antennes, des structures périodiques constituées d'éléments métalliques et diélectriques arrangés en réseaux périodiques planaires appelées "Surfaces sélectives en fréquence" (SSF) ont eu un intérêt très particulier pour leurs [85, 87-88] propriétés de filtrage fréquentiel. Après passage de l'onde électromagnétique à travers la SSF, certaines fréquences sont transmises tandis que d'autres sont réfléchies. Les filtres sont utilisés pour atténuer les signaux indésirables et limiter les phénomènes d'interférence [85]. Elles peuvent notamment être insérées dans les Radômes qui sont principalement conçus pour protéger une antenne des intempéries. Dans ce cas, la SSF sera utilisée par exemple comme un filtre passe-bande qui réduit la surface équivalente radar (SER) d'une antenne en dehors de sa bande de fréquence de fonctionnement. (voir Fig.1.15)



Figure 1.15 : Radômes rigides au Centre des Opérations de Cryptologie, Misawa, Japon [89]

Cette dernière application est analogue à la notion de furtivité qui doit permettre d'opérer à l'insu des radars d'un ennemi potentiel, ce qui a toujours constitué un objectif de la technologie militaire (voir Fig. 1.16). Dans la même idée que pour le radôme, le but est de restreindre la capacité de détection, en recouvrant les objets à cacher par des *FSS* (*Frequency Selective Surface*).



Figure 1.16 : Avion furtif F-117 [90]

Dans le domaine de l'isolation, l'industriel Ahlstrom [91] a mis au point un produit "Métapapier" qui représente une application en électronique imprimée qui se présente sous forme d'un papier à enduire. Son aspect est semblable à celui d'un papier peint classique, mais avec un motif assez particulier; Sur un des deux côtés, sont imprimés des petits composants électroniques avec de l'encre à base d'argent. Cette juxtaposition de composants donne au papier ses propriétés, notamment de filtrage des ondes. Ce papier est utilisé comme revêtement mural. Il permet de protéger un espace public (salle de réunion, de spectacle, hôpital, restaurant) ou privé en permettant de sécuriser sa connexion wifi au piratage externe. De plus, le papier filtre certaines bandes de fréquence (Wifi et GSM) tout en laissant passer celles de la radio ou des alarmes. Ce papier est efficace quels que soient la polarisation et l'angle d'incidence des ondes (Fig.1.17). Les motifs interagissent les uns aux autres sans être connectés électriquement. Le papier reste efficace même si la pose n'est pas parfaite. Les propriétés de filtrage dépendent de la taille et de la forme des motifs périodisés.

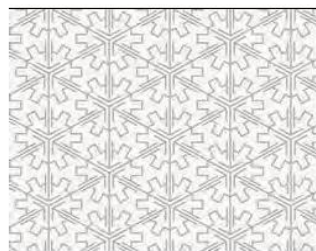


Figure 1.17 : Papier électromagnétiquement isolant composé de motifs périodiques [91].

Pour l'isolation phonique et la protection vis à vis des nuisances sonores, certains chercheurs ont trouvé dans le spectre des fréquences audibles, la présence de bandes interdites extrêmement larges de sorte que la transmission s'annule dans la bande de fréquence 0.8 - 11.5 kHz, avec une épaisseur du matériau composite de 70 mm; il s'agit donc d'un très bon isolant phonique.

Comparé à des isolants phoniques classiques comme les doubles vitrages en verre ou la mousse qui ne font qu'atténuer le son, les cristaux phoniques stoppent complètement les ondes sonores dans la bande interdite et cela avec des épaisseurs relativement limitées.

Les cristaux phoniques dont les bandes interdites apparaissent à basses fréquences pourraient aussi être utilisés pour réaliser des enceintes permettant de limiter les vibrations autour de dispositifs de haute précision. Citons par exemple, les bancs d'optique où l'alignement des composants doit être extrêmement rigoureux, où toute vibration induite par l'environnement doit être bannie [29].

Dans le même registre, mais dans un tout autre domaine, à savoir l'application des structures phoniques à l'isolation sismique des ouvrages de génie civil; celle ci sera traitée dans le chapitre 2.

1.2.6 - Formulation théorique

1.2.6.1 - Equation d'onde

Dans le cadre de l'élasticité linéaire, la propagation d'une onde élastique dans un milieu composite et isotrope est donnée par les équations suivantes: [27, 92-93]

$$\rho(\vec{r}) \frac{\partial^2 u_i(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}(\vec{r}, t)}{\partial x_j} \quad (1.4)$$

$$\sigma_{ij}(\vec{r}, t) = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{ij} \quad (1.5)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i(\vec{r}, t)}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j(\vec{r}, t)}{\partial x_i} \right) \quad (1.6)$$

dans lesquelles $\rho(\vec{r})$ est la masse volumique du cristal au point repéré par le vecteur \vec{r} , $u_i(\vec{r}, t)$ représente le déplacement suivant la direction i , au point \vec{r} , ε_{ij} désigne le tenseur des déformations, C_{ijkl} le tenseur des constantes élastiques et $\sigma_{ij}(\vec{r}, t)$ le tenseur des contraintes perçues localement par le cristal au point \vec{r} .

De nombreuses méthodes existent afin de résoudre ces équations de propagation et de décrire le comportement de la structure. Parmi elles, nous pouvons citer :

- les ondes planes (PWE)
- la méthode des différences finies (*Finite Difference Time Domain (FDTD)*)
- la méthode des éléments finis (*FEM*)
- les matrices de transfert,
- les fonctions de Green.

1.2.6.2 - Théorème de Bloch- Floquet et Série de Fourier d'une fonction périodique [94]

La théorie de Bloch- Floquet est une transformation fonctionnelle qui intervient comme outil d'analyse d'équations aux dérivées partielles à coefficients périodiques. Elle est essentiellement utilisée pour la modélisation de la propagation des ondes traversant des structures périodiques dans une ou plusieurs directions.

Aussi, la méthode de Bloch- Floquet est utilisée pour la détermination de diagrammes de dispersion de structures périodiques. La loi de comportement du matériau est supposée linéaire, élastique et isotrope.

Énoncé en 1928, le théorème de Bloch est initialement utilisé pour décrire les fonctions d'ondes électroniques dans un potentiel périodique. En effet, en physique des semi conducteurs, la structure de bande d'un solide cristallin est obtenue par résolution du problème à un corps (un électron) de l'équation de Schrödinger dans le réseau réciproque. La périodicité de l'énergie potentielle dans un cristal permet d'employer le théorème dit de Bloch-Floquet. Celui-ci établit que si l'énergie potentielle $E(r)$ est périodique avec la période de la structure, alors la fonction d'onde $\Phi_k(r)$ solution de l'équation de Schrödinger est de la forme [6]:

$$\Phi_k(r) = u_k(r) e^{jk \cdot r} \quad (1.7)$$

k représente évidemment le vecteur d'onde. Ce théorème a été directement transposé aux structures périodiques photoniques et phononiques ensuite, pour lesquels la périodicité du potentiel a été remplacée par celle de l'indice de réfraction pour les premiers et par les constantes élastiques pour les seconds. Les fonctions de Bloch-Floquet étant périodiques, dans l'espace direct, cela permet donc de les décomposer en série de Fourier :

$$\Phi(r) = \sum_G \Phi(G) e^{iG \cdot r} \quad (1.8)$$

La périodicité des fonctions de Bloch-Floquet entraîne une redondance des valeurs des vecteurs d'onde déterminés par résolution de l'équation sur tout l'espace. Afin de ne se limiter qu'à des valeurs pertinentes de ce vecteur, l'équation n'est résolue que dans la zone irréductible de Brillouin, dans le réseau direct comme dans le réseau réciproque.

La masse volumique et les paramètres élastiques sont des fonctions périodiques de la position. Cela signifie que ρ et C_{ij} sont des fonctions des coordonnées x et y et où l'axe z définit la direction parallèle aux axes des cylindres comme dans notre cas. Considérant la double périodicité dans le plan xOy , ρ et C_{ij} peuvent être écrits comme des séries de Fourier.

$$\rho(r) = \rho(x, y) = \sum_G \rho(G) e^{iG \cdot r} \quad (1.9)$$

et

$$C_{ij}(r) = C_{ij}(x, y) = \sum_G C_{ij}(G) e^{iG \cdot r} \quad (1.10)$$

1.2.6.3 - Réseau direct, réseau réciproque [6]

On utilise les outils de la cristallographie et de la physique du solide afin de représenter de façon précise et complète les propriétés des milieux périodiques. Une structure cristalline 1D, 2D ou 3D est composée d'un réseau direct de Bravais. Il s'agit de la répétition d'un motif élémentaire selon une base de vecteurs de translations que l'on nomme les vecteurs primitifs a_i avec $i = [1,2,3]$. On associe à ce réseau direct un réseau réciproque dont les vecteurs primitifs b_j , avec $j = [1,2,3]$ sont définis tels que $b_i \cdot a_j = 2\pi\delta_{ij}$ (δ_{ij} étant le symbole de Kronecker).

La première zone de Brillouin est obtenue à partir du réseau réciproque qui possède les mêmes propriétés de symétrie que le réseau de Bravais. Pour des raisons de symétrie, on peut réduire cette aire jusqu'à la zone irréductible de Brillouin qui contient les points de haute symétrie ou points critiques du réseau.

1.2.6.4 - Zone de Brillouin

Avec ses nombreuses contributions à la mécanique quantique et à la physique de la matière condensée, Brillouin a été à l'origine du développement du concept des zones qui portent son nom: "zones de Brillouin". Cette découverte a posé les fondations pour un traitement mathématique rigoureux de la propagation des mouvements d'ondes dans l'espace du réseau réciproque; il a depuis été appliqué à tous les problèmes impliquant une propagation d'onde dans un milieu périodique. Son formalisme donne directement accès aux courbes de dispersion d'une structure périodique, c'est à dire la fréquence en fonction du nombre ou vecteur d'onde.

La première zone de Brillouin est la cellule élémentaire de l'espace réciproque où les points sont plus proches de l'origine que de tous les autres nœuds du réseau périodique; elle possède donc la symétrie du réseau de Bravais. Cette zone définie de manière unique par la méthode permettant de construire la maille de Wigner-Seitz (Fig. 1.18).

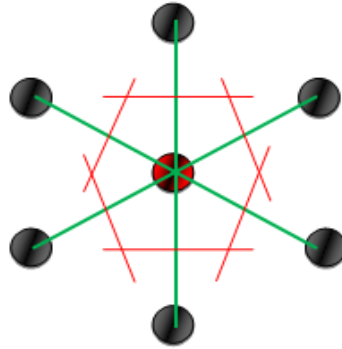


Figure 1.18 : Méthode de construction de la cellule de Wigner-Seitz.

Les figures 1.19 et 1.20 montrent différents exemples de réseaux périodiques ainsi que les zones irréductibles de Brillouin correspondantes.

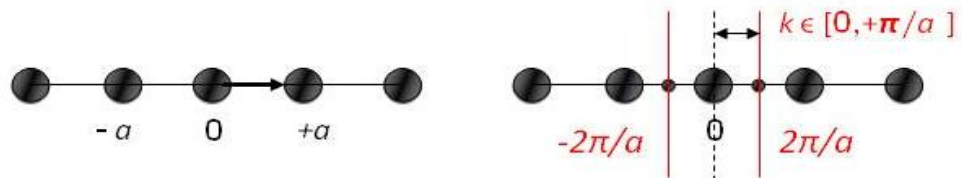


Figure 1.19 : Exemple d'un réseau périodique unidimensionnel (à gauche) et zone de Brillouin correspondante (à droite). L'intervalle $[-\pi/a ; +\pi/a]$ est la première zone de Brillouin et $[0; +\pi/a]$ la zone de Brillouin irréductible.

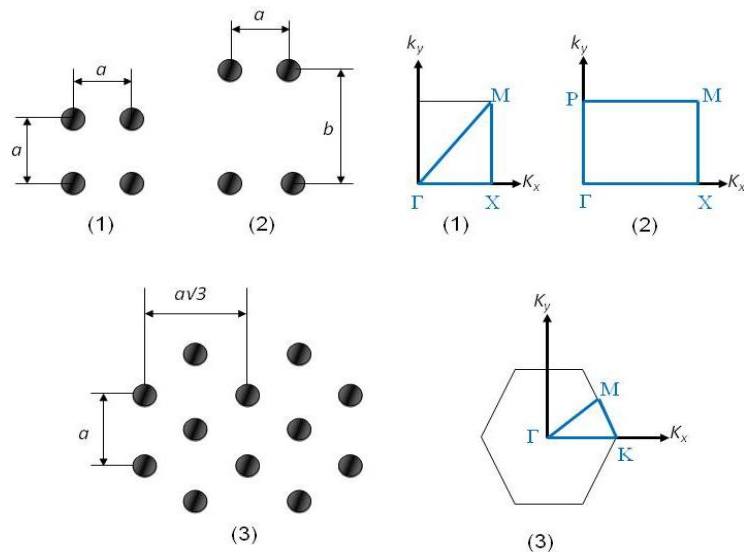


Figure 1.20 : Réseaux périodiques bidimensionnels à symétries (1) carrée, (2) rectangulaire et (3) triangulaire avec leurs zones de Brillouin irréductibles correspondantes (en trait bleu).

Dans les cas 1D et 2D, la première zone de Brillouin s'obtient en traçant les médiatrices des segments joignant l'origine aux nœuds les plus proches du réseau réciproque (Figs. 1.18 et 1.19). À partir du domaine ainsi délimité, on peut couvrir tout l'espace réciproque. Autrement dit, il suffit de faire évoluer k dans ce domaine pour représenter l'ensemble des courbes de dispersion du cristal. Ce domaine d'évolution de k peut encore être réduit en mettant à profit les symétries du cristal. Dans le cas 1D, la symétrie du cristal par rapport à l'origine a pour conséquence que, si une onde de vecteur k et de fréquence ω est solution du problème, alors l'onde se propageant en sens opposé, de vecteur $-k$ et de même fréquence, l'est aussi. On peut ainsi restreindre l'intervalle d'étude à $[0; +\pi/a]$ au lieu de $[-\pi/a; +\pi/a]$ où a est le pas du réseau (Fig.1.19). Considérons maintenant le cristal bidimensionnel à symétrie carrée. Cette structure périodique supposée infinie comporte 4 axes de symétrie qui se déduisent les uns des autres par des symétries de $\pi/4$. Le réseau réciproque est aussi un réseau carré et la première zone de Brillouin (Fig.1.20 (1)) est définie par :

$$-\frac{\pi}{4} \leq k_x \leq +\frac{\pi}{4} \quad \text{et} \quad -\frac{\pi}{4} \leq k_y \leq +\frac{\pi}{4}$$

Il a été montré que l'intervalle d'étude de k peut encore être réduit en utilisant les différentes symétries de la structure. Finalement, l'intervalle d'étude des valeurs de k se ramène à un triangle isocèle rectangle dont les deux côtés égaux ont pour longueur π/a . Les points $\Gamma(0,0)$, $X(\frac{\pi}{a}, 0)$ et $M(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a})$ désignent les trois sommets du triangle qui constitue la zone de Brillouin irréductible du réseau carré (Fig.1.20(1)). Dans l'étude des diagrammes de dispersion, on se limite en général aux trois côtés du triangle.

Dans le cas d'un cristal bidimensionnel à symétrie rectangulaire de longueur a et de largeur b , le réseau réciproque est également un réseau rectangulaire et la première zone de Brillouin est un rectangle (Fig.1.20(2)) dont la longueur est de π/a et la largeur π/b [99]. Les sommets sont habituellement désignés par $\Gamma(0,0)$, $X(\frac{\pi}{a}, 0)$, $M(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{b})$ et $P(0, \frac{\pi}{b})$. Là aussi, dans l'étude des diagrammes de dispersion, on se limite aux quatre côtés du rectangle [96].

Dans le cas d'un cristal bidimensionnel à symétrie hexagonale, le réseau réciproque est aussi un réseau hexagonal et la première zone de Brillouin est un hexagone (Fig.1.20(3)). Dans ce cas, on a six axes de symétrie qui se déduisent les uns des autres par des rotations de $\pi/6$ avec une invariance par rotation de $\pi/3$. On montre que la zone de Brillouin irréductible est un demi triangle équilatéral dont les sommets sont habituellement désignés par $\Gamma(0,0)$, $K(\frac{4\pi}{3a}, 0)$ et $M(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a\sqrt{3}})$. Comme pour le premier cas, notons que dans l'étude des diagrammes de dispersion, on se limite aux trois côtés du triangle.

1.3 - Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fait un état non exhaustif des recherches effectuées dans le domaine de la propagation des ondes dans les structures composites. L'apparition des bandes interdites qui représentent une propriété intrinsèque importante des ondes élastiques traversant un milieu périodique ne cesse de passionner et susciter l'intérêt des chercheurs pour leurs applications potentielles dans divers domaines, à commencer par celui des hautes fréquences, à travers la conception de dispositifs phononiques à dimensions microniques utilisés dans les radio-télécommunications, les capteurs, les dispositifs de filtrage, de démultiplexage, etc. Ce chapitre nous a permis également d'évoquer le concept des structures périodiques à résonances locales et/ou métamatériaux dont la nécessité a été prouvée quant à leur utilisation dans le domaine des basses fréquences et leur application pour l'isolation sonore, l'isolation des ondes wifi, l'invisibilité acoustique et surtout leur utilisation potentielle et fort probable pour l'isolation des structures de génie civil vis à vis des ondes sismiques.

Dans la deuxième partie du chapitre, un rappel assez succinct a été fait sur les équations de la propagation des ondes élastiques dans un milieu périodique, avec utilisation du théorème de Bloch- Floquet, les réseaux direct et réciproque ainsi que la zone irréductible de Brillouin.

CHAPITRE 2 : PROPAGATION DES ONDES ELASTIQUES - APPLICATION DU CONCEPT DES CRISTAUX PHONONIQUES AU DOMAINE DU GENIE CIVIL - METHODES DE RESOLUTION NUMERIQUE

2.1 - Introduction

On appelle onde toute vibration qui s'étend sur une zone spatiale importante en comparaison des dimensions propres des particules qui composent la matière. Par vibration en un point donné de l'espace, il ne faut pas entendre uniquement un déplacement des molécules au voisinage de ce point, mais plus généralement la variation, au cours du temps, d'une certaine grandeur physique au point considéré. Cette grandeur peut être scalaire ou vectorielle. Les ondes sont très présentes dans le monde qui nous entoure : lumière et ondes radio, signaux radar (ondes électromagnétiques), sons et ultrasons (ondes acoustiques), ondes élastiques (séismes) ou encore vagues à la surface de l'eau (ondes hydrodynamiques). Depuis la formulation de la mécanique quantique au début du XX^e siècle, on sait aussi qu'au niveau microscopique, une particule "un électron" est aussi une onde. Bien que le mot "onde" peut prendre divers sens suivant le contexte, il désigne bien souvent la propagation d'une vibration de proche en proche dans un milieu continu. Cette définition ne s'applique pas aux ondes électromagnétiques où les champs électrique et magnétique se propagent dans le vide, sans support matériel. [97]

Dans ce chapitre, on donne un rappel assez bref sur les notions de base relatives à la propagation des ondes élastiques à travers un milieu solide. Un rappel est également donné sur l'origine et la nature des différentes ondes sismiques. Nous décrivons ensuite en donnant quelques exemples sur les procédés conventionnels d'isolation sismique des ouvrages de génie civil. On montrera aussi comment les structures périodiques (métamatériaux) ont investi le domaine du génie civil à travers des recherches qui ont mené à l'utilisation potentielle et future de "boucliers antisismiques". La fin du chapitre sera consacrée à un rappel sur les méthodes de résolution numérique des équations de propagation des ondes élastiques; on se limitera à la méthode des différences finies dans le domaine temporel (*FDTD*), la méthode de développement en ondes planes (*PWE*) et la méthode des éléments finis (*FEM*), sur laquelle on va insister un peu plus, étant donné son utilisation par le logiciel de calcul Comsol Multiphysics.

2.2 - Propagation des ondes élastiques dans les solides

L'étude des vibrations dans les solides suscite un intérêt grandissant chez les mécaniciens et les physiciens. Du point de vue de la propagation des ondes élastiques, la diversité des différentes polarisations susceptibles de se propager

au sein d'un milieu continu enrichi de jour en jour la physique des solides particulièrement celle qui a trait aux structures périodiques.

2.2.1 - Notions de base des ondes élastiques [98]

L'équation décrivant la propagation linéaire des ondes élastiques dans les solides, appelée équation de Navier, est obtenue à partir de trois relations fondamentales :

- l'équation du mouvement, provenant de la relation fondamentale de la dynamique (2.1), avec ρ la masse volumique, f la résultante des forces volumiques, \mathbf{u} le champ de déplacement, et $\boldsymbol{\sigma}$ le tenseur des contraintes.

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \text{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \rho \mathbf{f} \quad (2.1)$$

- la loi de Hooke ou relation contrainte-déformation (2.2) écrite en convention d'Einstein, avec $\boldsymbol{\epsilon}$ le tenseur des déformations et C_{ijkl} le tenseur d'élasticité.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (2.2)$$

- la relation de Cauchy ou relation déplacement-déformation (2.3) avec u_i les composantes du champ de déplacement \mathbf{u} et x_i les directions de l'espace.

$$\epsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.3)$$

Simplification du tenseur d'élasticité

La nature élastique d'un matériau est contenue dans l'expression du tenseur C_{ijkl} . Ce tenseur d'ordre 4 possède initialement 81 éléments. Par des arguments de symétries concernant les tenseurs de contrainte et de déformation, on sait que les éléments du tenseur d'élasticité obtenus par la relation (2.2) vont être redondants.

On peut alors simplifier le tenseur d'élasticité et noter $C_{ijkl} = C_{\alpha\beta}$ où les indices α, β prennent des valeurs de 1 à 6, avec par convention (11) \leftrightarrow 1, (22) \leftrightarrow 2, (33) \leftrightarrow 3, (23) = (32) \leftrightarrow 4, (31) = (13) \leftrightarrow 5, (12) = (21) \leftrightarrow 6 [99].

Dans l'hypothèse de déformation élastique, où le solide reprend son état initial en l'absence d'action extérieure, on peut montrer que cette matrice 6x6 est également symétrique par rapport à la diagonale principale. Il reste donc 21 éléments à déterminer pour caractériser totalement la réponse élastique d'un milieu solide. Dans le cas d'un milieu homogène isotrope, on peut démontrer que seul un couple de coefficient C_{11} et C_{12} permet de décrire la matrice 6x6.

$$C_{\alpha\beta} = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{vmatrix} \quad (2.4)$$

Il y a lieu de noter que les coefficients C_{11} , C_{12} , and C_{44} peuvent être exprimés en fonction du module d'élasticité E et du coefficient de Poisson ν ou en fonctions des coefficients de Lamé μ et λ .

$$C_{11} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \lambda + 2\mu \quad (2.5)$$

$$C_{12} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \lambda \quad (2.6)$$

$$C_{44} = \frac{E}{2(1+\nu)} = \mu = (C_{11} - C_{12})/2 \quad (2.7)$$

Pour un matériau élastique isotrope, le tenseur d'élasticité vaut:

$$C_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{jk}\delta_{il} + \delta_{jl}\delta_{ik}) \quad (2.8)$$

Équation de Navier pour un solide homogène isotrope

Dans le cas d'un solide homogène isotrope la relation de Hooke se simplifie (2.9) avec δ_{ij} le symbole de Kronecker et ϵ_{kk} la somme des éléments diagonaux de ϵ (trace de ϵ)

$$\sigma_{ij} = \lambda\epsilon_{kk}\delta_{ij} + 2\mu\epsilon_{ij} \quad (2.9)$$

ou

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2\mu}\sigma_{ij} - \frac{\lambda}{2\mu(3\lambda + 2\mu)}\sigma_{kk}\delta_{ij} \quad (2.10)$$

En remplaçant cette expression dans la formule de Cauchy (2.3) puis dans l'équation du mouvement (2.1), on retrouve la formule de l'élasto dynamique de Navier (2.11) définie pour chaque composante de déplacement u_i .

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \mu\Delta u + (\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot u) = (\lambda + 2\mu)\nabla(\nabla \cdot u) - \mu\nabla \wedge (\nabla \wedge u) \quad (2.11)$$

Si la coordonnée x_1 est définie par la normale aux plans d'onde. On cherche donc un déplacement élastique de la forme $u = u(x_1, t)$.

$$\nabla \cdot u = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \quad (2.12)$$

Les équations de Navier donnent deux équations :

$$\rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} \quad (2.13)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_{2,3}}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 u_{2,3}}{\partial x_1^2} \quad (2.14)$$

Il y a donc deux modes acoustiques découplés.

- Mode longitudinal.

Le déplacement est parallèle à la direction de propagation.

$$\nabla \cdot u \neq 0 \quad , \quad V_L^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \quad (2.15)$$

La vitesse de l'onde est indépendante de la longueur d'onde : propagation non dispersive.

- Mode transverse.

Le déplacement est orthogonal à la direction de propagation.

$$\nabla \cdot u = 0 \quad , \quad V_T^2 = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.16)$$

La vitesse de l'onde est indépendante de la longueur d'onde : propagation non dispersive.

en fonction du module d'Young et du coefficient de Poisson, les vitesses de propagation seront:

$$V_L^2 = \frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)} \quad , \quad V_T^2 = \frac{E}{2\rho(1+\nu)} \quad (2.17)$$

On en déduit que

$$\frac{V_L}{V_T} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \quad (2.18)$$

Il s'agit d'une fonction croissante de ν sur le domaine $-1 \leq \nu \leq 1/2$.

On en déduit: $V_L > \sqrt{4/3} V_T$ (pour $\nu = -1$) et même $V_L > \sqrt{2} V_T$ pour les matériaux les plus courants ($0 \leq \nu \leq 1/2$). Les ondes longitudinales vont toujours plus vite que les ondes transverses [92].

2.2.2 - Généralités sur les ondes sismiques

Lors d'un séisme, des ondes se propagent dans le sol. Elles appartiennent à la famille des ondes mécaniques. Un séisme génère deux types d'ondes correspondant à divers types de déplacement de la matière: les ondes de volume et les ondes de surface. Lord Rayleigh était le premier à mettre en évidence l'existence des ondes de surface en 1885. Il remarqua alors que les ondes issues des tremblements de terre peuvent aussi se propager parallèlement à la surface de la terre sous forme d'ondes localisées en surface avec une profondeur de pénétration de l'ordre d'une longueur d'onde. Ces ondes de surface se caractérisent par une décroissance exponentielle de leurs champs de déplacement depuis la surface vers la profondeur. La propagation de phénomènes vibratoires sur de longues distances, accompagnée d'un transport énergétique, peut avoir, dans le cas de tremblements de terre ou de tsunamis, des effets dévastateurs.

2.2.3 - Origine et propagation des ondes sismiques

On définit les séismes naturels comme des vibrations de l'écorce terrestre provoquées par l'arrivée d'ondes élastiques nées, en profondeur, à la suite d'un relâchement brusque et brutal des contraintes liées aux mouvements des plaques tectoniques. Il en résulte une libération instantanée d'énergie élastique qui s'était longtemps accumulée. Cette énergie se présente sous forme d'ondes mécaniques qui vont se propager à travers les couches géologiques jusqu'à arriver à la surface, et peuvent causer différents types de dommages.

2.2.4 - Caractéristiques des différents types d'ondes sismiques

Les ondes sismiques transportent l'énergie du foyer vers d'autres régions plus éloignées sous forme d'une propagation d'ondes, traversant les différentes couches du sol; et quand les composantes longitudinales (P) et transversales (S) arrivent à la surface, leur énergie est en partie convertie en ondes qui se propagent à la surface de la terre sous forme d'ondes appelées ondes de surface (ondes de Rayleigh et ondes de Love), caractérisées par des longueurs d'onde allant des mètres aux décamètres, ce qui correspond à des fréquences de quelques dizaines de Hertz à moins de 1 Hz. Ces ondes sismiques de surface sont qualifiées de destructrices pour les infrastructures civiles notamment celles construites sur des sols sédimentaires, en raison du phénomène bien connu de résonance [100].

2.2.5 - Ondes de Volume

Les ondes de fond ou ondes de volume se propagent dans toutes les directions à l'intérieur de la Terre et peuvent être enregistrées en plusieurs points du globe. On distinguera deux grands types qui se différencient par leur impact et selon le déplacement de la matière qu'elles produisent; il s'agit des ondes longitudinales ou ondes de compression, et des ondes transversales ou de cisaillement. Les ondes sismiques de fond se comportent comme des ondes de lumière et de son, elles peuvent être transmises, réfléchies ou réfractées. Les ondes sont réfléchies par des discontinuités dans la Terre, tandis que la réfraction implique un changement de vitesse d'une onde et de sa direction.

2.2.5.1 - Ondes longitudinales

Les ondes longitudinales ou ondes primaires (ondes P) appelées aussi, ondes de pression et agissent parallèlement au sens de propagations de l'onde. Elles déforment les roches par changement de volume et consistent en des vibrations qui alternent compression et décompression. Elles se déplacent donc en créant des zones de dilatation (zones de décompression) et des zones de compression (Fig. 2.1(a)). Les particules se déplacent alors selon un mouvement avant-arrière dans la direction de la propagation de l'onde (elles ont un mouvement parallèle à la direction de l'onde). Ce sont les ondes les plus rapides (6 km/s en moyenne) ; elles se propagent dans les solides, les fluides, les gaz, et même l'atmosphère. Elles sont par conséquent les premières à être enregistrées par un sismographe après un tremblement de terre, d'où leur appellation également d'ondes primaires. Dans l'air, elles prennent la forme d'ondes sonores et voyagent donc à la vitesse du son.

2.2.5.2 - Ondes transversales

Les ondes transversales (de cisaillement) appelées aussi ondes secondaires ou ondes S, génèrent des déplacements perpendiculaires à la direction de la propagation de l'onde (Fig. 2.1(b)). Les ondes S déforment les roches par changement de forme et en fonction de la direction de propagation, l'onde peut avoir différentes caractéristiques de surface. Par exemple, dans le cas d'ondes S polarisées horizontalement, le sol se déplace alternativement d'un côté puis de l'autre. Les ondes S ne peuvent traverser que les solides, car les fluides (liquides et gaz) ne supportent pas les contraintes de cisaillement.

La vitesse de propagation des ondes S dans la croûte terrestre est d'environ 3,5 km/s; elles sont donc enregistrées après les ondes P (d'où leur appellation d'ondes secondaires).

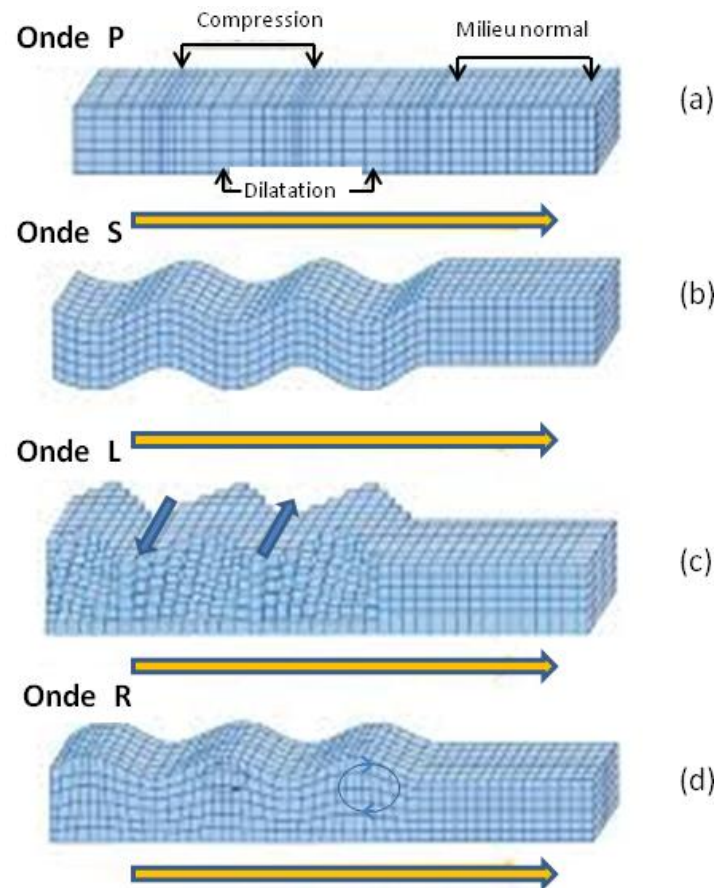


Figure 2.1 : Représentation schématique des ondes de volume et des ondes de surface (a) Ondes Longitudinales (ondes P), (b) Ondes transversales (ondes S), (c) Ondes de Love (ondes L), (d) Ondes de Rayleigh (ondes R) [101]

2.2.6 - Ondes de surface

Quand les ondes de volume atteignent la surface du globe, elles se transforment en ondes de surface et se propagent ainsi parallèlement à la surface du milieu. Elles sont moins rapides que les ondes de volume mais leur amplitude est plus importante. Les ondes de surface se propagent à la surface du globe et dans la croûte terrestre; ce sont les plus dévastatrices car elles provoquent tous les dégâts liés aux tremblements de terre. Les ondes de surface sont analogues aux vagues de l'océan. Ce sont les dernières ondes à être détectées par un sismographe. L'amplitude de ces ondes décroît exponentiellement à partir de la surface de sorte que l'énergie de l'onde est négligeable au-delà d'une profondeur d'environ une longueur d'onde sous la surface. Il y a deux catégories d'ondes: les ondes de Love et les ondes de Rayleigh.

2.2.6.1 - Ondes de Love

Les ondes de Love appelées aussi ondes L en hommage à celui qui les a découvertes en 1911 en l'occurrence Augustus Love, sont des ondes de

cisaillement polarisées guidées par une couche élastique. C'est ce qui provoque un déplacement horizontal de la terre lors des tremblements de terre (Fig. 2.1(c)). Les ondes L sont à la fois des ondes longitudinales et transversales. Elles induisent des forces latérales par rapport aux déplacements de l'onde qui génèrent des forces de cisaillement engendrant des dégâts importants sur les fondations des bâtiments.

2.2.6.2 - Ondes de Rayleigh

Les ondes de Rayleigh ou ondes R se traduisent par une ondulation de la surface similaire à une vague. Elles ont une action verticale sur les bâtiments qui se traduit par une poussée de bas en haut (Fig. 2.1(d)). Ce mode dans lequel les ondes n'ébranlent qu'une épaisseur de matière de l'ordre de la longueur de l'onde a été découvert par Lord Rayleigh, en 1885, au cours d'une analyse des signaux engendrés par les tremblements de terre. Il a montré que ce mode était la source d'échos dont l'arrivée tardive n'était alors pas comprise. Ces ondes de surface, bien que relativement complexes, ont fait l'objet de nombreuses études et ont donné lieu à de nombreuses applications, surtout dans le domaine du traitement du signal [99].

Ces ondes se propagent à une vitesse inférieure à celle des ondes de volume et sont de polarisation elliptique; leurs composantes longitudinale et transverse demeurant couplées et en quadrature de phase. De plus, les ondes de Rayleigh ne sont pas dispersives et présentent une atténuation quasi-nulle lors de leur propagation dans un substrat (et nulle en l'absence de pertes).

2.2.7 - Ondes de plaques, modes de Lamb

Dans un solide isotrope, l'onde de Lamb (nom d'un géophysicien anglais) comprend une composante longitudinale et une composante transversale verticale dont le déplacement est contenu dans le plan sagittal. Elle se propage dans une plaque dont les deux surfaces sont libres. La présence des deux composantes se comprend puisqu'une onde longitudinale qui heurte une surface se transforme partiellement en une onde transversale et réciproquement. Une autre explication découle de la propagation possible sur chaque surface libre d'une onde de Rayleigh. Ces ondes de surface cheminent de façon indépendante tant que la distance entre les surfaces libres (l'épaisseur de la plaque) est grande devant la longueur des ondes [99]. Lorsque l'épaisseur de la plaque n'est plus très grande, alors les ondes de surface se couplent et se transforment en ondes de Lamb donnant naissance à des déformations symétriques ou antisymétriques de la plaque. (Fig. 2.2). Ces ondes dispersives peuvent ainsi mettre en mouvement la totalité de la plaque. Les modes symétriques ont un champ de déplacement longitudinal dominant, alors que les modes antisymétriques ont une polarisation transverse dominante.

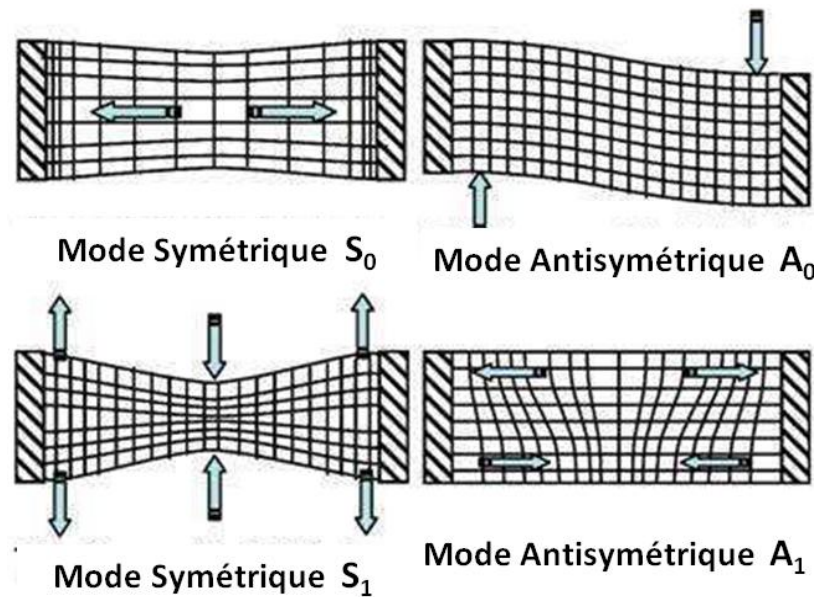


Figure 2.2 : Modes de Lamb symétriques et antisymétriques dans une plaque d'épaisseur finie [102]

À la suite d'un séisme, les enregistrements des mouvements du sol au cours du temps, appelés sismogrammes, mettent en évidence les arrivées et la forme des différents types d'ondes. En fonction du temps que mettent les ondes à se propager dans la terre, on peut déterminer, en résolvant un problème inverse, les propriétés (en particulier la vitesse des ondes sismiques) des milieux qu'elles ont traversés. La figure 2.3 montre un cas particulier d'un enregistrement de l'arrivée d'ondes sismiques selon leur nature.

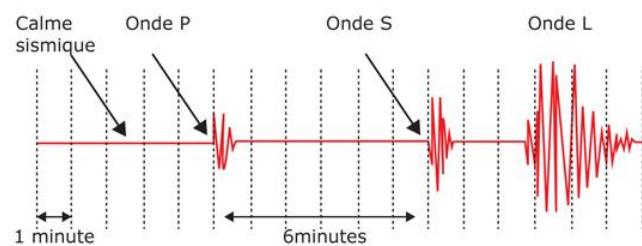


Figure 2.3 : Enregistrement par un séismographe des temps d'arrivées des ondes sismiques

2.3 - Application du concept des cristaux phononiques au domaine du génie civil

L'objectif de cette section est de présenter de façon assez superficielle les divers types de dispositifs qui sont couramment utilisés dans la protection sismique en tant que procédés conventionnels et d'autres qui ont trait aux structures périodiques (métamatériaux sismiques) qui sont proposées pour investir le domaine du génie civil et destinés à être utilisés potentiellement

comme boucliers antisismiques. De ce fait, les détails de conception dépassent le but et le cadre de ces travaux de thèse.

2.3.1 - Isolation par procédés conventionnels

Compte tenu des effets dévastateurs (pertes en vies humaines et effondrements de bâtisses) que peuvent causer certains séismes, différents systèmes d'isolation conventionnels pour les ouvrages en génie civil ont été proposés notamment par la mise en place d'isolateurs ou amortisseurs au niveau de l'infrastructure des bâtiments dont les plus couramment utilisés sont formés de matériaux déformables appelés élastomères de type caoutchouc ou néoprène. Ils peuvent se présenter sous forme de systèmes élastomères multicouches renforcés d'acier, d'appuis à glissement, de systèmes à roulement ou de mécanismes utilisant des paliers lisses. Leur principe consiste à découpler partiellement le mouvement de la structure de celui du sol par l'intermédiaire de divers systèmes de contrôle. Mais, d'autres solutions peuvent exister comme les solutions de contrôle passif (par exemple, des appuis souples en élastomère, pendule de frottement, etc.) actuellement utilisées dans l'industrie, et les solutions de contrôle semi-actif (par exemple, les amortisseurs visqueux à coefficient variable, réglé par l'ouverture/fermeture d'une vanne); ces derniers ont l'avantage de permettre à l'utilisateur de régler en temps-réel certaines caractéristiques de ces dispositifs et ainsi d'améliorer les performances dynamiques de la structure isolée. Ces systèmes d'isolateurs sismiques classiques continuent d'être améliorés à bien des égards [103-112]

A titre d'exemple, Fabio Casciati et al [113] ont étudié un nouveau dispositif innovant d'isolation de base constitué de deux disques, un cylindre vertical avec un élargissement supérieur soutenu par trois porte-à-faux horizontaux. L'objectif est de limiter le déplacement relatif entre la base et la superstructure et de dissiper l'énergie par leur loi de comportement super élastique (Fig. 2.4).

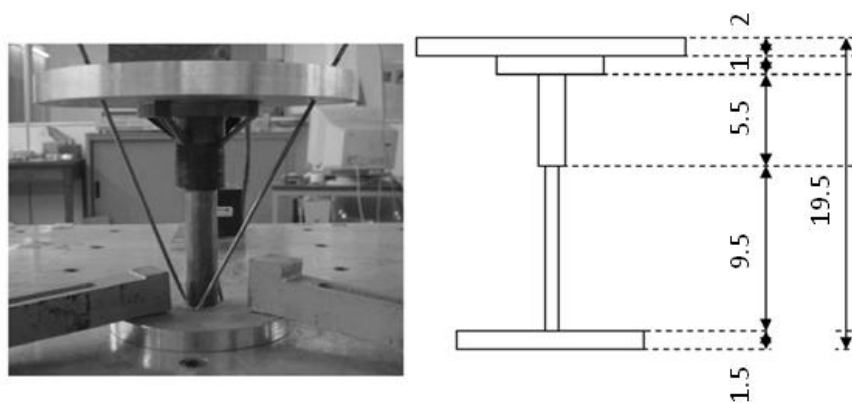


Figure 2.4 : Prototype d'un isolateur de base (les dimensions sont en cm) [113]

Li Xiongyan et al [114] ont testé les performances pratiques d'un nouveau type de palier d'isolation sismique défini comme un palier d'isolation sismique tridimensionnel (3DSIB) sur une structure de hangar de 120 m de largeur. Ils ont

utilisé un roulement constitué d'une combinaison de dispositif coulissant en téflon et des ressorts hélicoïdaux et à disque. Le roulement offre d'excellentes propriétés telles que l'isolation sismique multidimensionnelle, une capacité de rotation raisonnable, une bonne résistance à la charge; Il est démontré que la structure du hangar à roulements 3D réalise de meilleures performances. La force axiale et la réponse en accélération des structures avec 3DSIB sont efficacement réduites (Fig. 2.5).

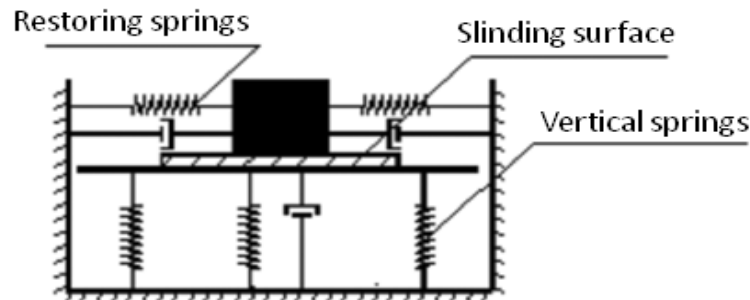


Figure 2.5 : Isolateur de base Conception et modèle 3DSIB [114]

Dans le même contexte, Jong Wan Hu [115] a suggéré un système d'isolation innovant, incorporant des barres à mémoire *SMA* (*Shape Memory Alloy*) en alliage de forme super élastiques, servant de moyen de retenue sismique, afin de maintenir plus efficacement l'intégrité structurelle. Les barres de flexion *SMA* super-élastiques fournissent une force de recentrage à l'isolateur de base, ce qui contribue de manière significative à la réduction des déformations permanentes sur l'ensemble de la structure (voir Fig. 2.6)

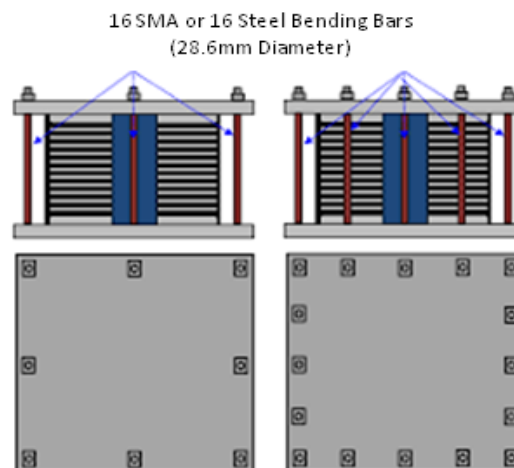


Figure 2.6 : Modèles LRB avec des barres de pliage utilisées pour les dispositifs de retenue sismiques. [115]

Li et al. [116] proposent de leur côté un isolateur de vibrations à suspension magnétique à rigidité négative (*NSMSVI*) utilisant un ressort magnétique en combinaison avec des membranes en caoutchouc (Fig. 2.7). Ils ont montré qu'un ressort magnétique agit en répulsion avec une rigidité positive, alors que la rigidité

négative est obtenue par la membrane en caoutchouc. L'isolateur pourrait obtenir une fréquence naturelle faible car la rigidité positive est partiellement neutralisée par la rigidité négative. Ils ont également montré que les performances d'isolation antivibratoire d'un isolateur de vibrations passif dans les basses fréquences d'entrée sont considérablement améliorées en réduisant sa fréquence naturelle.

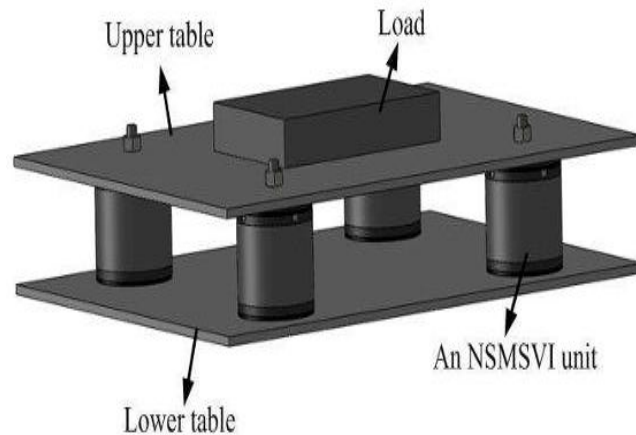


Figure 2.7 : Configuration de base d'un isolateur NSMSVI [116]

Cependant, malgré le développement de divers types de systèmes d'isolation au cours des dernières années, leur mise en œuvre n'est pas anodine et leur conception efficace n'est pas toujours simple car les structures dotées d'isolateurs de base, ont généralement une très grande déformation horizontale résiduelle c'est à dire des déplacements relatifs à la fondation après le séisme; ce qui nécessite souvent la mise en place d'amortisseurs supplémentaires pour réduire ces déplacements résiduels [117]. Aussi, l'inconvénient majeur est que seuls les bâtiments stratégiques peuvent bénéficier de ces systèmes d'isolateurs sismiques conventionnels en raison de leur coût élevé, en particulier pour les pays en développement.

2.3.2 - Isolation par réseaux périodiques

Les ondes élastiques existent sur une très large gamme de fréquences; ils vont du Hertz dans le cas des ondes sismiques au GHz pour les réseaux de télécommunication. L'application des cristaux phononiques ne s'est pas limitée au domaine de la micro et nano technologie avec leur utilisation dans la communication, dans le traitement du signal, en imagerie médicale, pour les guides ou confinement d'ondes ou encore dans l'isolation acoustique; mais le concept des CP commence même à se transposer dans un tout autre domaine à savoir celui du génie civil pour une future utilisation dans l'isolation des structures vis à vis des vibrations d'origine sismique. Cependant, la difficulté à laquelle sont confrontés les chercheurs, c'est de devoir travailler dans le domaine des basses fréquences pour empêcher la propagation particulièrement de certaines fréquences d'ondes sismiques. Les séismes les plus importants excitent un très

large spectre de vibrations allant de 0 jusqu'à 30Hz. Dans cette gamme de fréquences, nous distinguons les périodes de grandes ondes avec des fréquences inférieures à 0,1 Hz et les courtes périodes avec des fréquences supérieures à 1 Hz. Ce domaine de fréquences coïncide avec celui des ouvrages de génie civil et rend les ondes sismiques dangereuses.

En utilisant le même concept de bandes interdites de fréquences dans les matériaux périodiques, certains chercheurs [118-119], ont proposé des réseaux périodiques isolants innovants capables de limiter les dommages structurels des bâtiments soumis à des tremblements de terre ou à des vibrations mécaniques.

En fait, parce que les ondes sismiques sont caractérisées par de longues périodes; leur atténuation par la diffusion de Bragg sera très difficile et nécessitera de très grandes dimensions de structures périodiques (de l'ordre du km).

2.3.2.1 - Isolation sismique d'un site

L'objectif de cette partie est de mettre en exergue les travaux de recherches entrepris afin de tester le potentiel d'utilisation des structures périodiques dans la protection des sites contre des vibrations d'origine sismique.

Les milieux géologiques étant notamment caractérisés par leur hétérogénéité et leur anisotropie, des études paramétriques sont nécessaires pour tester des sols constitués en structures périodiques dans ces milieux aux propriétés changeantes; on parle alors de sols structurés.

La notion de sols structurés n'est pas nouvelle, si nous entendons par cette définition, la création de sol rendus composites par l'action de l'Homme, avec des éléments introduits dans les sous-sol, constitués de vide ou remplis par des matériaux hétérogènes (béton, sable, gravier, métal, etc.). Mais même des fondations spéciales d'un bâtiment, un maillage d'inclusions rigides, un réseau de cellules parallélépipédiques avec parois en béton pour s'opposer à la liquéfaction des sols ou encore tout ensemble de structures enterrées à l'échelle d'une ville peut satisfaire à cette définition.

Cependant, l'intérêt des sols structurés ne réside pas uniquement à la recherche d'un matériau composite globalement moins déformable pour une sollicitation sismique donnée ou capable de s'opposer à un effort ou à un déplacement imposé, et ce, grâce à l'augmentation du module de cisaillement par exemple. L'objectif est plutôt d'agir sur la propagation du signal lui-même c'est à dire infléchir le trajet d'ondes sismique ou filtrer carrément certaines fréquences du signal sismique [120].

S'appuyant sur les résultats obtenus dans le domaine des cristaux phononiques et des métamatériaux acoustiques, les théoriciens ont proposé des structures artificielles, basées sur des réseaux périodiques de trous de forage, présentant des bandes interdites à des fréquences caractéristiques des ondes sismiques. Mais l'isolation sismique est beaucoup plus complexe que celle des

ondes acoustiques dans des plaques minces isotropes dont les propriétés élastiques sont plutôt simples à modéliser et à caractériser; cela est dû en particulier aux propriétés complexes du sol qui souvent est un milieu de propagation mou, anisotrope et irrégulier. En conséquence, la réalisation d'expériences à grande échelle pour démontrer de tels effets représente un défi de taille.

En comparant les ordres de grandeurs des contrastes de propriétés mécaniques des différents éléments et en examinant les longueurs d'onde sismiques, des similitudes existent entre les cristaux phononiques venant du domaine de l'acoustique et un sol contenant des cylindres verticaux constitués d'un matériau beaucoup plus rigide. [120]

Ainsi, à l'instar des métamatériaux électromagnétiques et métamatériaux acoustiques, on assiste actuellement à l'apparition des "métamatériaux sismiques" qui font partie d'un ensemble plus vaste que constituent les sols structurés par des réseaux de fondations spéciales ou d'éléments rigides verticaux mis en œuvre dans le sol pour lui attribuer de nouvelles propriétés mécaniques afin d'atténuer l'effet destructeur des séismes particulièrement sur des infrastructures urbaines [121], (voir Fig.2.8).

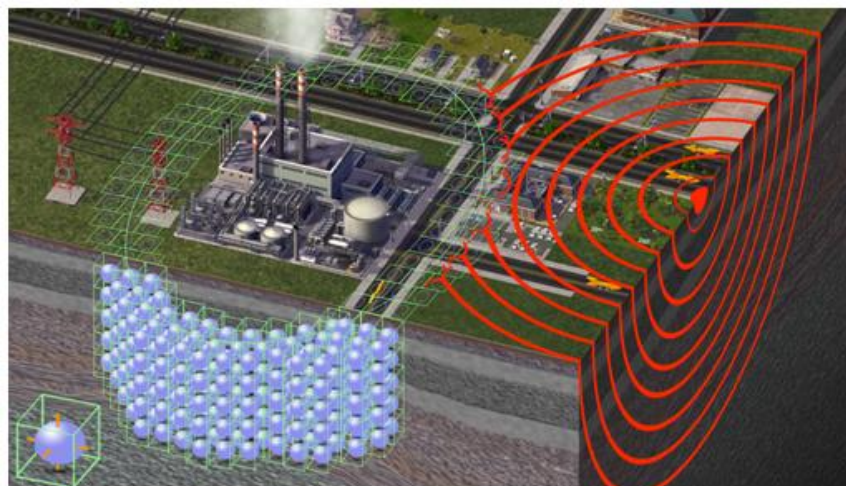


Figure 2.8 : Moyens de contrôle des impacts d'ondes sismiques sur les infrastructures urbaines [121]

Initialement prévus pour reprendre les efforts statiques, comme la capacité portante des fondations, réduire les déformations verticales sous le poids de l'ouvrage, et en particulier avoir un bon comportement dynamique vis à vis des sollicitations sismiques, leur caractérisation et leur étude est depuis 2012, un axe de recherche actif. D'un point de vue Génie Civil, la prise en compte de ces réseaux périodiques entre dans le cadre de l'un des aspects de l'interaction sol-fondation-structure et en particulier celui des effets cinématiques faisant intervenir la propagation d'onde sismique dans un milieu composite constitué de sol et de matériaux d'apport [122].

Dans cette optique, certains chercheurs se dotent d'un "nouveau concept" reposant sur l'idée que la nature des sols urbains a subi une telle modification de part les différents types de structures enfouies qu'il est désormais possible de considérer ces sols comme un milieu structuré avec des propriétés mécaniques spécifiques. En d'autres termes, une des méthodes consiste en la création d'une anisotropie artificielle en introduisant au sol des éléments de géométries différentes pleines ou creuses. [121]

Cependant, pour observer expérimentalement (tests en vraie grandeur ou modèles réduits en centrifugeuse) les phénomènes décrits par les diagrammes de dispersion (réflexion de Bragg, résonance locale), il faut pouvoir disposer de sources générant des signaux à fréquences variables et contrôler la polarisation des ondes émises afin d'être conforme aux simulations numériques.

Assez récemment, pour contrôler la propagation des ondes sismiques à la surface de la terre, le groupe de recherche de Sébastien Guenneau de l'Université d'Aix-Marseille et du CNRS s'est associé à des ingénieurs civils au sein d'une entreprise industrielle, Ménard, à Nozay (en France), et ont réalisé un essai à grande échelle afin de tester les performances des métamatériaux sismiques. Leur schéma consiste en un maillage bidimensionnel périodique de trous de forage cylindriques et vides de 0,32 m de diamètre forés à 5 m de profondeur dans la couche supérieure du sol, avec un paramètre de réseau de 1,73 m (Fig. 2.9). Or, en génie civil, à l'échelle grandeur nature, les ondes sismiques notamment les ondes de surface peuvent être générées par des explosions, des impacts d'outils, des vibrations provenant par exemple d'un marteau, des opérations de battage de pieux, de pieds de machines vibrantes, ou d'un compactage dynamique du sol. Les expérimentateurs ont choisi une sonde avec une masse oscillante de vibro compactation maintenue par une grue; cette dernière a été introduite dans le sol et placée à une distance de 1,5 m du réseau de trous de forage. La sonde vibrante fournit une source d'ondes assimilées à des ondes sismiques de Rayleigh [123]. Une série de capteurs a été placée dans la zone expérimentale pour mesurer l'intensité des vibrations sans protection anti sismique (avant la mise en place des trous de forage) et avec le réseau de trous de forage.

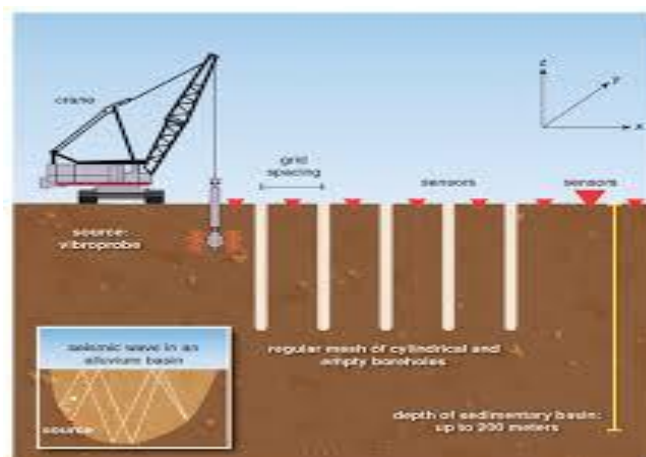


Figure 2.9 : Schéma d'ondes sismiques dans un sol alluvionnaire [123]

Les résultats expérimentaux rapportés sont encourageants car les mesures montrent un effet de réflexion évident exercé par le réseau périodique. De plus, ils ont déduit que l'intensité de l'énergie élastique diminue d'au moins un facteur de 2, par rapport au cas sans forage.

À une échelle beaucoup plus grande, une expérience géophysique démontre qu'une onde de Rayleigh se propageant dans un sol sédimentaire mou à des fréquences inférieures à 150 Hz, subit une forte atténuation lorsqu'il y a interaction avec une forêt, sur deux grandes Bandes de fréquences; en d'autres termes, la forêt densément peuplée d'arbres représente un phénomène naturel de métamatériaux géophysiques pour les ondes de Rayleigh surtout lorsqu'on sait la manifestation de l'effet de site de tels types de sols (sédimentaires mous) qui sont connus pour leur amplification de l'accélération sismique. Utilisant le même principe, des chercheurs ont d'abord modélisé une forêt d'arbres dans un laboratoire, en substituant les arbres par des tiges minces fixées à une plaque métallique [5, 20] Les résonances des baguettes dans la plaque, ou des arbres, dans le cas de la forêt, créent des propriétés matérielles effectives (tenseurs de rigidité) permettant de contrôler les ondes sismiques de surface [124-127] (voir Fig. 2.10).

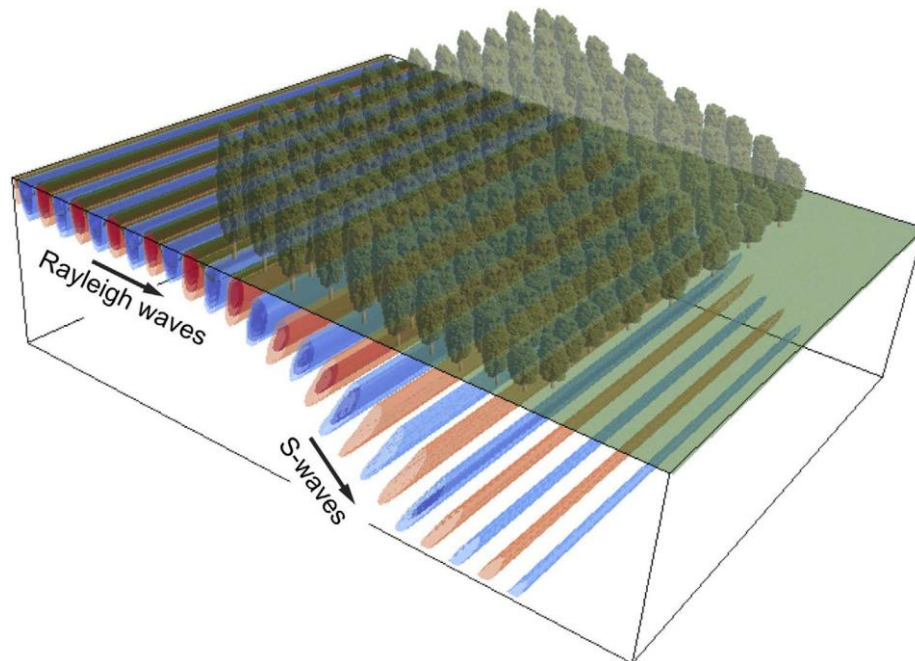


Figure 2.10 : Simulation d'une expérience dans une forêt où des arbres sont arrangés avec une hauteur décroissante par rapport à la source d'onde de Rayleigh. [124]

En terme de simulation, M. Miniaci et al [128], ont présenté une stratégie d'isolement passif des ondes sismiques en utilisant des métamatériaux mécaniques à grande échelle en proposant pour la première fois une analyse numérique 3D des ondes sismiques en tenant en compte les effets causés par la dissipation du sol. L'étude se focalise sur des structures réalisables dont les fréquences peuvent coïncider avec celles des ondes sismiques en prenant en compte des critères de conception optimisés. Plusieurs configurations ont été

explorées en combinant les réseaux périodiques à bandes interdites de Bragg et celles dues au mécanisme de résonance locale. Ils ont étudié l'effet de la viscoélasticité des différentes couches du sol avec des inclusions circulaires et en forme de croix. Ils ont fait une analyse de contraintes sur une structure protégée par ce réseau périodique et une autre sur une structure non protégée; le résultat a été très satisfaisant et montre que la structure protégée n'a pratiquement pas été influencée par la propagation des ondes incidentes (Fig. 2.11).

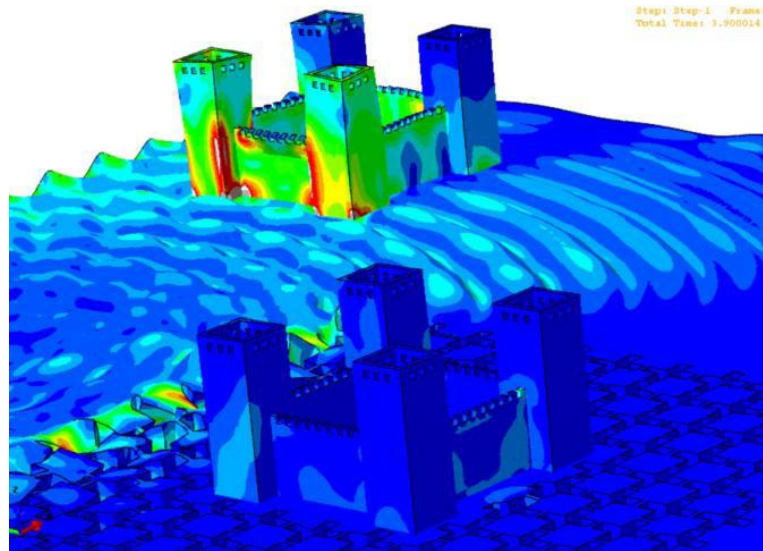


Figure 2.11 : Répartition des contraintes de von Mises sur des structures entourée et non par des métamatériaux sismiques [128]

D'autres auteurs [129], travaillent sur une autre approche de protection des ouvrages; il s'agit d'une méthode utilisant des supports en bande stop à fréquence nulle en utilisant un réseau périodique de très petits cercles serrés. A partir d'observations théoriques, Ils démontrent qu'il est possible d'obtenir des réflecteurs d'ondes à surface élastique (Rayleigh) à de très grandes longueurs d'ondes dans des sols structurés modélisés comme une couche totalement élastique, périodiquement scellée au substrat rocheux (Fig. 2.12).

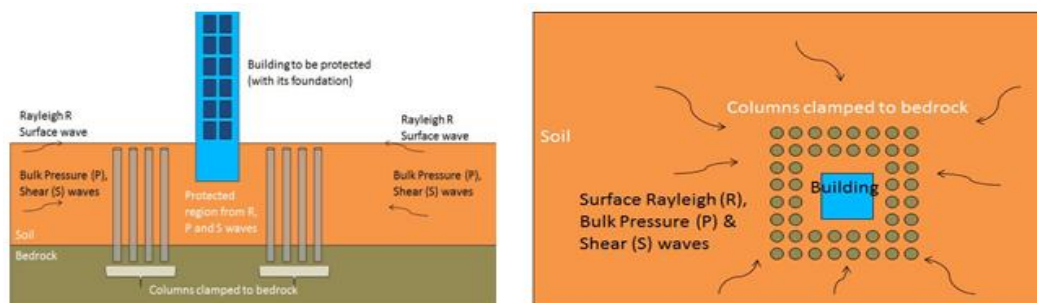


Figure 2.12 : Métamatériau sismique constitué de colonnes scellées au substrat rocheux entourant le bâtiment à protéger [129]

Ils ont identifié des bandes d'arrêt de fréquence zéro qui n'existent que dans la limite des colonnes de béton scellées à leur base à la roche en place. Dans une configuration réaliste d'un bassin sédimentaire de 15 mètres de profondeur, ils ont observé une bande passante de fréquence zéro couvrant une large plage de fréquences de 0 à 30 Hz (Fig. 2.13).

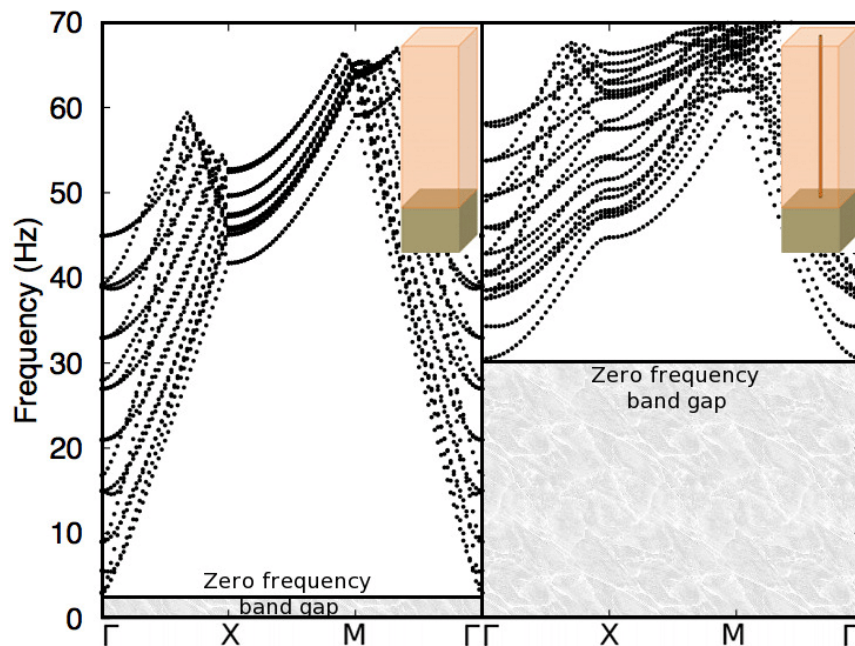


Figure 2.13 : Courbes de dispersion représentées dans la zone irréductible de Brillouin pour un substrat rocheux sans colonnes et un substrat rocheux dans lequel sont scellées des colonnes parfaitement rigides de rayon 0,15 m [129]

Dans la même optique, A. Palermo et al [130], proposent la mise en place d'un obstacle appelé "métabarrière" constitué d'un réseau périodique de résonateurs à masses multiples enfouis dans le sol (Fig.2.14) afin d'atténuer les effets de vibrations d'origine sismique. Les résultats ont été concluants car les ondes de surface (ondes de Rayleigh) mises en jeu sont en partie converties en ondes transverses s'atténuant en profondeur dans le sol et les ouvrages situés à proximité du site ont montré une réduction significative de la réponse sismique et montrent l'efficacité de la barrière qui se comporte comme un bouclier antisismique. Des résultats similaires ont également été obtenus par Achaoui et al [29] qui proposent un bouclier sismique constitué d'un réseau périodique de résonateurs sphériques en fer reliées par de fins ligaments en caoutchouc ou en fer à une masse de béton, le tout à insérer sous ou autour des fondations des grandes infrastructures de génie civil dans des régions particulièrement sismiques à sol sédimentaire mou. Les structures localement résonantes enfouies dans le sol permettent d'amortir les ondes élastiques pour toutes les polarisations.

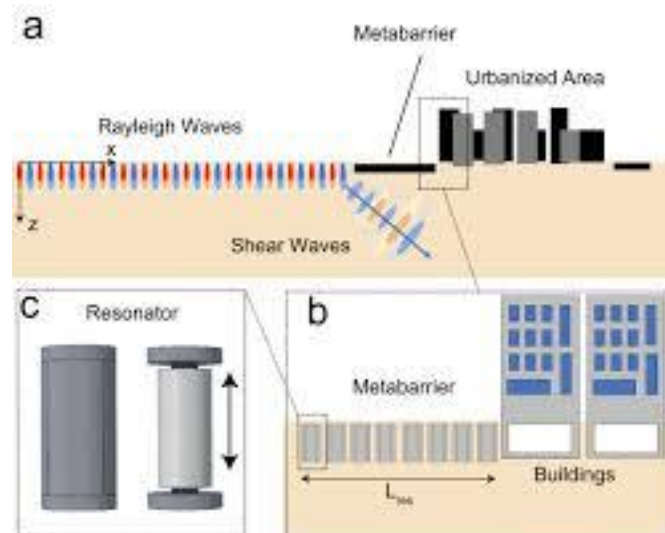


Figure 2.14 : Schéma d'une métabarrière multi-masse [130]

Un autre type de métamatériau auxétique très particulier est proposé par d'autres chercheurs [131]. Il s'agit de métamatériaux semblables à leurs homologues photoniques et phononiques, dont les paramètres élastiques tels que les modules de cisaillement, la masse volumique et même le coefficient de Poisson, peuvent présenter des valeurs négatives dans les "bandes d'arrêt" élastiques. Les auteurs ont examiné et illustré numériquement les comportements très différents entre la propagation des ondes sismiques à travers un milieu élastique isotrope homogène (béton) et une plaque métamatérielle de type auxétique composée de 43 cellules (40mx40mx40m), utilisée comme fondation d'un bâtiment. Le motif de base appelé "nœud papillon" peut être assemblé dans des systèmes modèles à deux dimensions et dans des métamatériaux mécaniques tridimensionnels (anisotropes) comme le montre la figure 2.15. Le signe et la valeur du coefficient de poisson ν peuvent être contrôlés via l'angle α lequel peut être ajusté au cours du processus de fabrication.

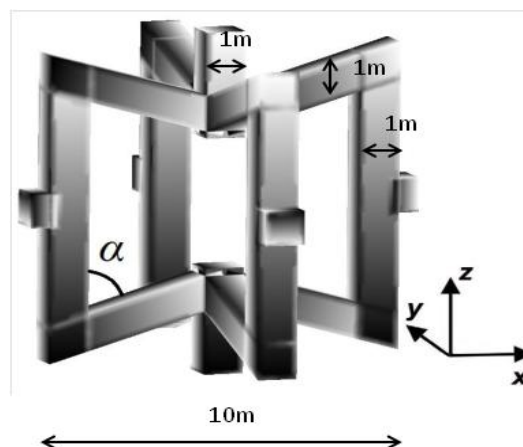


Figure 2.15 : Illustration de l'élément de base du nœud papillon (connu pour conduire à des rapports négatifs sur le coefficient de Poisson dans la limite statique [4]), conçu ici pour réaliser des bandes d'arrêt élastiques réglables pour les ondes sismiques (la cellule périodique a une largeur de 10 mètres) [131]

Les éléments de base sont des cellules spatiales $10 \times 10 \times 10 \text{ m}^3$ (même longueur dans les directions x , y et z). Le paramètre du réseau est égal à 10 m . Chaque cellule est connectée à ses cellules voisines dans le réseau via 6 barres d'une section transversale de $1 \times 1 \text{ m}^2$. La section de chaque barre constituant l'élément de base est également de $1 \times 1 \text{ m}^2$. Les quatre cas étudiés par cette équipe de chercheurs sont constitués de barres en béton pour un angle $\alpha = 0^\circ$, 30° , 45° et 60° . Leurs résultats font apparaître des bandes interdites omnidirectionnelles très intéressantes pour $\alpha = 30^\circ$ et 45° comme l'indique la figure 2.16. Pour $\alpha = 60^\circ$, les bandes interdites n'existent que dans le plan XY.

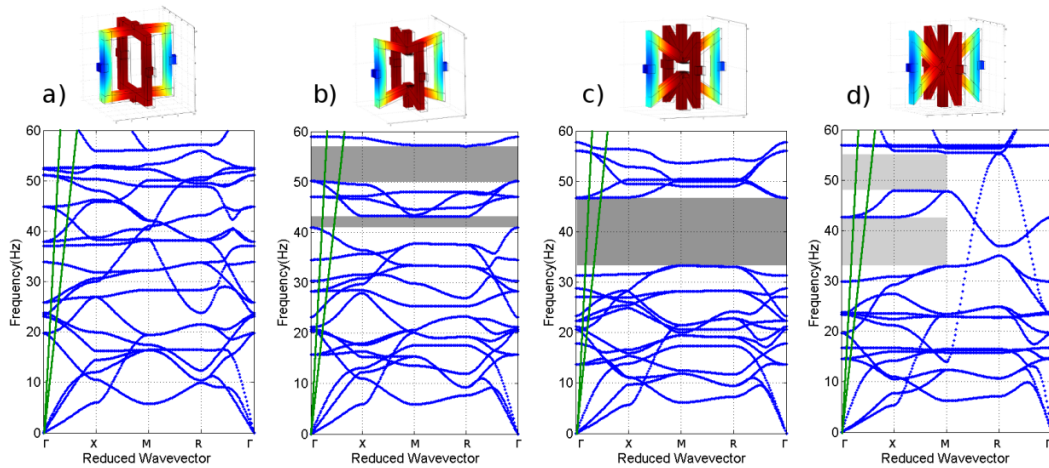


Figure 2.16 : Courbes de dispersion des fréquences de métamatériaux de type auxétique générés avec des cellules élémentaires ($10 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$) avec des barres (béton) formant un angle a) $\alpha = 0^\circ$; b) $\alpha = 30^\circ$; c) $\alpha = 45^\circ$; d) $\alpha = 60^\circ$ dans la zone irréductible de Brillouin. Les courbes vertes correspondent à des ondes de cisaillement et de pression se propageant dans une masse homogène isotrope (béton). Les régions ombrées marquent l'emplacement des bandes d'arrêt complètes (gris foncé) et partielles (gris clair) [131]

Les auteurs montrent à travers leurs résultats que la propagation des ondes sismiques avec des fréquences allant de 1 Hz à 40 Hz peut être influencée par la présence de ces métamatériaux. Ils ont déduit que cette nouvelle classe de métamatériaux sismiques génèrent des bandes interdites à des fréquences compatibles avec les ondes sismiques, lorsqu'elles sont conçues de manière appropriée, ce qui en fait des candidats intéressants pour les structures d'isolation sismique.

Les sols structurés commencent déjà à devenir une réalité dans le domaine de la géotechnique, au vu des tests réalisés sur des modèles réduits en centrifugeuse ou en laboratoire sur des plaques avec des trous ou avec des inclusions (cylindres, billes, etc.) et qui permettent de recourir à des outils de mesure (balayage laser ou autre) permettant de recueillir l'intégralité du champ de déplacement avec le pas d'échantillonnage souhaité. Mais, il n'en demeure pas moins qu'expérimentalement, et pour des essais réalisés sur le terrain, les scientifiques trouvent des difficultés liées d'une part, au nombre de capteurs limité utilisés, même si les technologies récentes sans fils permettent d'en envisager un nombre 10 à 100 fois plus important que pour les réseaux habituels; et d'autre part

aux propriétés des sols qui ont des comportements rhéologiques parfois difficiles à quantifier (viscoélasticité, non-linéarités). Les mesures in situ, sur la durée de l'expérimentation, demeurent certes une nécessité mais ne permettent pas les possibilités de paramétrage qu'offrent les modèles physiques à échelle réduite, embarqués en centrifugeuse [120-132].

2.3.2.2 - Fondations périodiques

Obtenir des bandes interdites dues uniquement à la diffraction de Bragg dans le domaine du génie civil est une tâche ardue en raison de la plage de fréquences très basse des structures et de la longueur des ondes sismiques. Plusieurs chercheurs ont tenté à plusieurs reprises de surmonter cet obstacle. Dans ce contexte, certains chercheurs [25-29] ont étudié le potentiel du phénomène de résonance locale en utilisant un substrat semi-infini sur lequel étaient posés des piliers cylindriques. Ils ont conclu qu'une certaine dispersion venait de la résonance des modes de vibration locaux.

Dans le même registre, d'autres scientifiques [133] ont axé leurs travaux de recherche sur l'étude de blocs de fondations de bâtiments en béton composés d'un réseau périodique bidimensionnel de noyaux en béton puis en acier enrobés d'une couche d'élastomère (caoutchouc) comme le montre la figure 2.17. Deux modèles sont ainsi analysés; le premier noté *CRC* (*Concrete-Rubber-Concrete*), le deuxième noté *CRS* (*Concrete-Rubber-Steel*). Les auteurs ont réussi à obtenir une absence de propagation d'ondes (bandes gap) dans trois zones situées entre 0 et 20Hz. Dans une deuxième étape, les auteurs ont prévu pour le modèle *CRC*, un renforcement avec des armatures en acier dans le massif et dans le noyau d'une part (modèle 2) et dans le massif uniquement d'autre part (modèle 1). Les paramètres géométriques ont été les mêmes pour les deux modèles. La densité de ferrailage par rapport au béton (ratio) a été prise égale à 0.15 et 5%. Les limites inférieures (*LBF*) et supérieures (*HBF*) ainsi que les largeurs (*WAZ*) des bandes interdites (Zones d'atténuation) sont donnée au tableau 2.1.

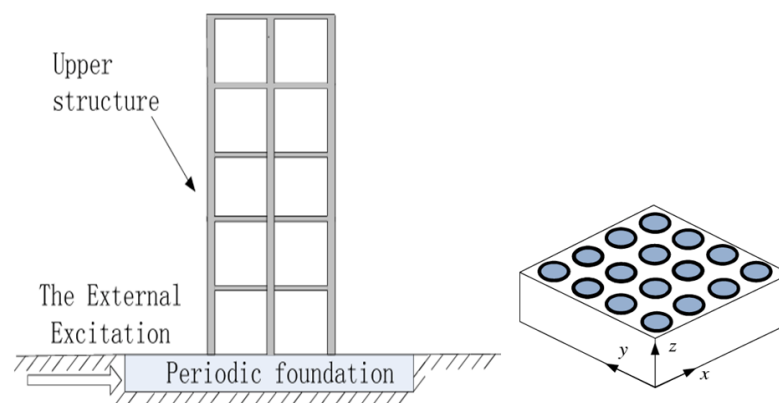


Figure 2.17 : Schéma d'une structure sur une fondation à périodicité bidimensionnelle [133]

Tableau 2.1 : Comparaison des zones d'atténuation entre les deux modèles 1 et 2 [133].

Models	AZ-1(Hz)			AZ-2(Hz)			AZ-3(Hz)		
	LBF	HBF	WAZ	LBF	HBF	WAZ	LBF	HBF	WAZ
1	7.22	9.96	2.74	15.63	15.90	0.27	15.90	16.42	0.52
2	6.87	9.70	2.82	15.63	15.82	0.19	15.82	16.42	0.60

Les résultats de la simulation numérique menée par ces chercheurs [133], montrent que les fondations périodiques ont un grand potentiel pour les applications futures en isolation sismique. De plus, un résultat intéressant apparaît dans le tableau 2.1, c'est que la présence d'armatures dans le noyau en béton a très peu d'influence sur les bandes interdites, ce qui représente un avantage appréciable en ingénierie pratique.

Avec le même type de massifs (fondations périodiques bidimensionnelles), Yan et son équipe [134], ont étudié deux modèles de structures: un portique en profilés d'acier reposant sur une fondation en béton classique (*Specimen C*) et un portique en profilés d'acier reposant sur une fondation périodique sous forme d'un massif sous un amorce voile, le tout en béton armé (*Specimen D*) comme il est montré en figure 2.18.

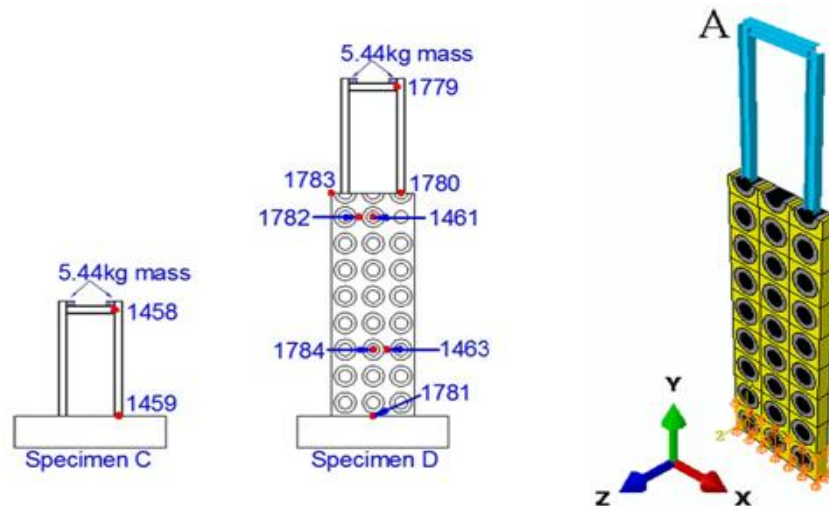


Figure 2.18 : Portique en profilés d'acier reposant sur une fondation en béton classique (Specimen C) et un portique en profilés d'acier reposant sur une fondation périodique sous forme d'un massif sous un amorce voile, le tout en béton armé (Specimen D) [134]

L'analyse de la simulation en modèles 2D, sous excitation harmonique pour des ondes P et S, a montré l'existence de bandes gap situées entre 46 et 100Hz, qu'ils ont validé ensuite par une analyse numérique sur des modèles 3D. Par ailleurs, d'autres tests ont été effectués sur le terrain sur des modèles réduits. Ces derniers ont été soumis à des vibrations latérales et verticales générées par un équipement installé sur un engin produisant ainsi des ondes S et des ondes P (voir figure 2.19).

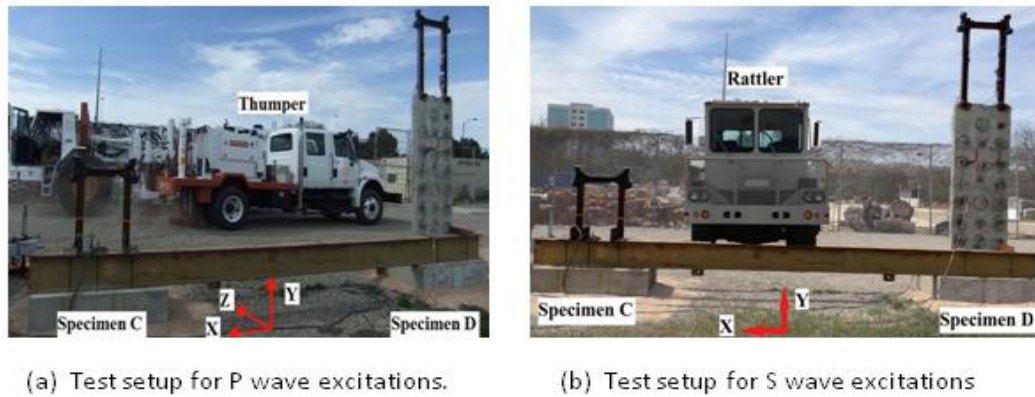


Figure 2.19 : Photos montrant les structures en modèles réduits soumises à des ondes (a) Primaires, (b) Secondaires [134]

Les accélérations enregistrées au sommet du portique (point A) ont été analysées afin de confirmer l'existence des bandes interdites et vérifier leur effet sur les fondations.

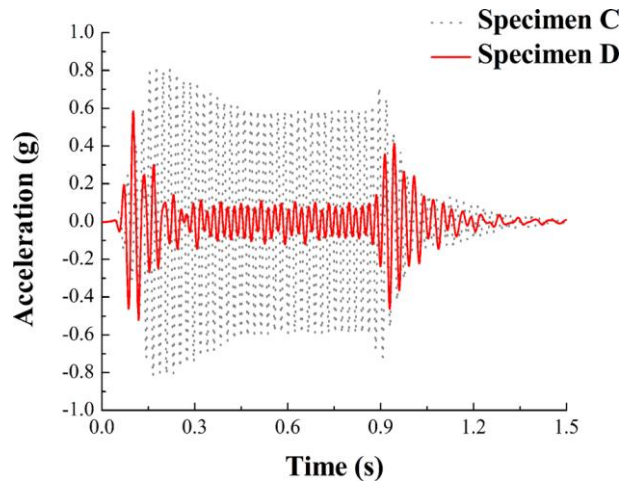


Figure 2.20 : Accélérations dans la direction X enregistrées aux sommets des portiques pour une onde dont la fréquence est égale à 46 Hz [134]

Les résultats illustrés dans le graphe de la figure 2.20 montrent une nette diminution de l'accélération lorsqu'on passe d'une fondation ordinaire témoin (*specimen C*) à une fondation périodique (*specimen D*). Les auteurs indiquent que la fondation périodique 2D est un moyen possible de réduire les vibrations sismiques.

Des résultats similaires ont été obtenus par Xiang et al. [135], sur des modèles réduits d'un bâtiment, mais dont la fondation est à périodicité unidimensionnelle, constituée de béton et de caoutchouc en couches alternées comme l'illustre la figure 2.21.

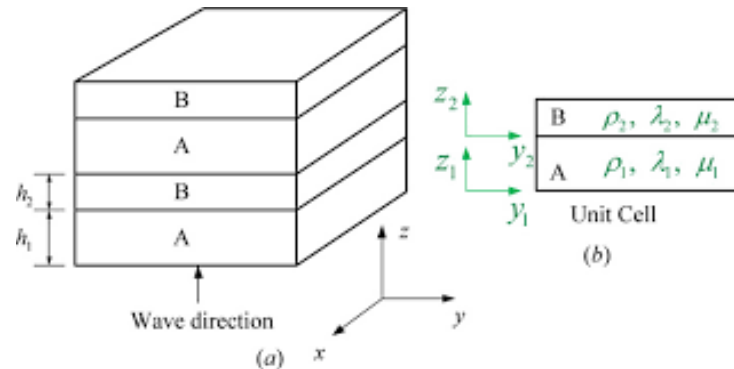


Figure 2.21 : Configuration d'une fondation à périodicité unidimensionnelle [135]

Les auteurs ont démontré l'existence de quatre bandes interdites entre 0 et 60Hz pour les ondes transversales et deux bandes interdites entre 0 et 120Hz pour les ondes longitudinales (Fig.2.22).

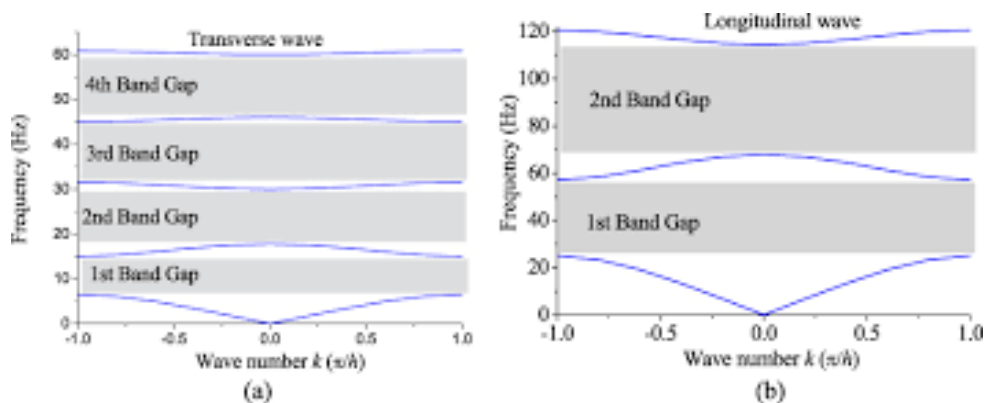


Figure 2.22 : Courbes de dispersion pour les ondes (a) Transversales, (b) Longitudinales [135]

Ils ont également montré expérimentalement que la fondation périodique voit son pic d'accélération réduit de manière significative par rapport à celui d'une fondation classique témoin et ont conclu que la fondation périodique peut être utilisée comme filtre pour isoler les vibrations environnementales et sismiques. Pour des fondations périodiques unidimensionnelles, d'autres chercheurs considèrent même que la présence d'une superstructure sur une fondation périodique en couches alternées, peut contribuer à l'abaissement et l'élargissement des bandes interdites de fréquences [136].

D'autres bâtiments similaires à échelle réduite ont été testés par Gaofang et al [137]. Les fondations des prototypes sont des radiers en béton avec des inclusions en acier entourées d'une couche de caoutchouc, le tout disposé périodiquement dans le radier selon les deux directions principales (voir Fig.2.23).

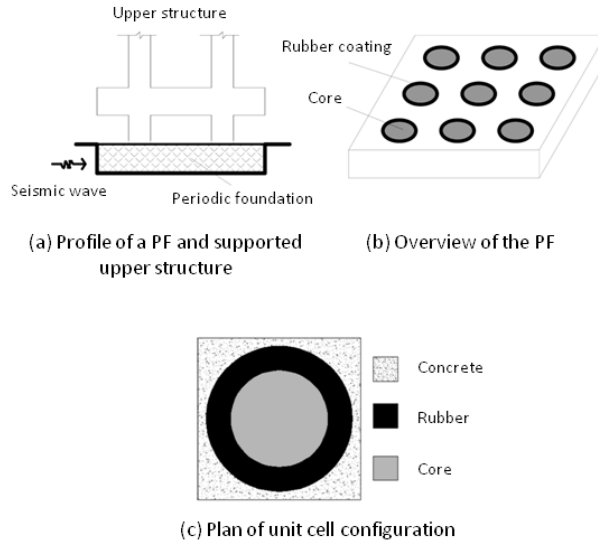


Figure 2.23 : (a) Profil d'une superstructure sur une fondation périodique, (b) Vue en 3D d'une fondation périodique, (c) configuration d'une cellule unitaire [137]

Les résultats des simulations ont montré l'existence de bandes interdites de fréquences situées entre 0 et 20Hz comme il est illustré en figure 2.24

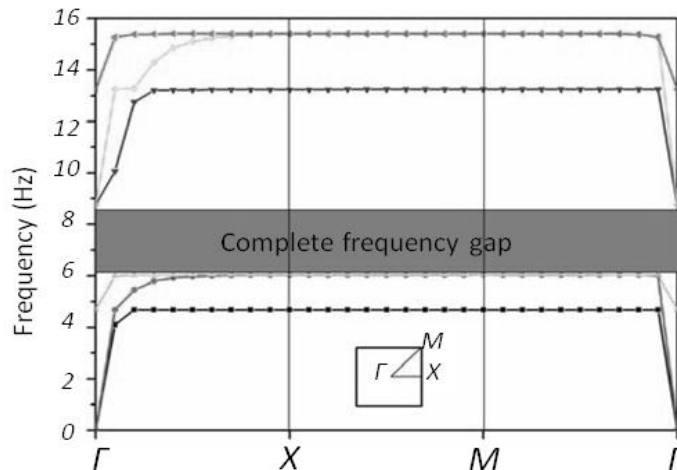


Figure 2.24 : Courbes de dispersion des fréquences [137]

Les analyses harmonique et transitoire montrent toutes deux que les réponses des structures peuvent être considérablement atténuées. Selon les

auteurs, les fondations périodiques peuvent réduire la réponse sismique plus efficacement que l'isolement sismique traditionnel.

Des dalles minces avec résonateurs à gradins ont été également utilisées pour démontrer que l'effet simultané des phénomènes de résonance locale et de la diffraction de Bragg conduit à des bandes interdites de fréquences (entre 110 et 140Hz pour les bandes de Bragg et entre 25 et 30Hz pour celles des résonances locales) capables de bloquer la propagation des ondes sismiques. [138]. L'auteur a également confirmé qu'en modifiant les paramètres géométriques, ces bandes interdites pourraient être étendues vers d'autres plages de fréquences encore plus basses (voir Fig.2.25).

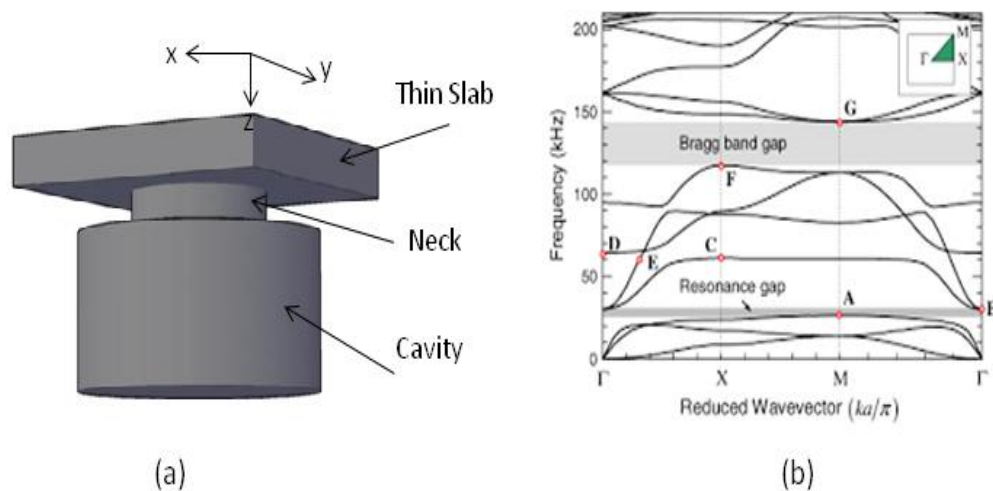


Figure 2.25 : (a) Schéma de la cellule unitaire, (b) Courbes de dispersion des fréquences [138]

2.4 - Méthodes de Résolution Numérique des équations de propagation des ondes élastiques

2.4.1 - Méthode des Différences Finies dans le Domaine Temporel (FDTD)

La méthode du domaine temporel des différences finies (FDTD) est une méthode basée sur le schéma de Yee. Elle est l'une des méthodes temporelles les plus couramment utilisées notamment pour la modélisation de la propagation des ondes électromagnétiques. La méthode FDTD est basée sur un algorithme performant proposé par le pionnier Kane Yee en 1966 permettant la résolution numérique des équations de Maxwell en utilisant un schéma de différences finies centrées pour approcher les dérivées partielles ponctuelles à la fois dans le temps et dans l'espace par des différences finies centrées afin de surmonter la difficulté due à la dépendance simultanée des champs électrique E et du champ magnétique H entre eux. Les premiers articles recommandant ses applications futures sont publiés à partir de 1975 [139]. Les techniques de résolution numérique par la méthode FDTD ont l'avantage d'avoir un algorithme très simple et, par leur formulation s'appliquent aux structures les plus générales. De plus, pour les problèmes dynamiques, elles sont très majoritairement appliquées dans le domaine temporel avec tous les avantages que cette approche apporte, notamment la forme explicite de la solution. En revanche, elles sont de type volumique dans le cas général ce qui les classent parmi les méthodes très

gourmandes en termes de temps de calcul particulièrement pour les structures 3D; C'est pourquoi on se limite souvent à des calculs de structures 2D.

Etant donné que le domaine de calcul choisi est borné, il est nécessaire de choisir des conditions aux limites adaptées.

A partir des équations de mouvement régissant la propagation des ondes élastiques dans un milieu quelconque, la méthode *FDTD* permet de rapprocher les solutions du champ de déplacement et des contraintes en se fondant sur un développement en différences finies des dérivées partielles qui interviennent dans les équations en question. La première étape consiste d'abord à construire deux discrétisations [64], l'une dans l'espace (pour les dérivées spatiales) et l'autre temporelle (relative aux dérivées temporelles), avec des espacements Δx , Δy et Δz dans les trois directions de l'espace, et un intervalle Δt pour la discrétisation temporelle. En général, la condition Δx , Δy et Δz est choisie afin d'avoir une grille *FDTD* cubique. Les dérivées partielles sont ensuite exprimées par des différences finies selon la décomposition de Taylor, ce qui consiste à remplacer analytiquement une dérivée par une expression algébrique approchée. Pour une fonction champ de déplacement $u(x, y, z)$, il faut faire un développement de Taylor notamment d'ordre 1 entre les deux points $u(x, y, z)$ et $u(x + \Delta x, y, z)$ à un instant t ; ensuite faire un calcul itératif en fonction des données antérieures.

De nombreux utilisateurs ayant acquis une bonne expérience dans l'utilisation de la méthode *FDTD* pour avoir résolu des problèmes assez variés, considèrent que cette méthode présente de grandes potentialités pour analyser les champs dans les différentes structures pour peu que l'on dispose de moyens informatiques appropriés.

2.4.2 - Méthode de développement en onde plane (PWE)

La méthode des ondes planes (*Plane Wave Expansion* ou *PWE*) est une technique numérique répandue pour résoudre les équations de propagation d'ondes dans les milieux périodiques. Les équations de Maxwell sont représentées dans le domaine fréquentiel et transformées en un problème aux valeurs propres. La méthode des ondes planes est couramment utilisée pour calculer les diagrammes de dispersion reliant la fréquence au vecteur d'onde. Dans les cristaux phononiques, si on suppose que Le vecteur déplacement $\vec{u}(\vec{r}, t)$ associé à la propagation d'une onde élastique satisfait à l'équation [29] :

$$\rho(\vec{r}) \frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial t^2} = \vec{\nabla} \cdot [C_{44}(\vec{r}) \vec{\nabla} u_\alpha] + \vec{\nabla} \cdot [C_{44}(\vec{r}) \frac{\partial \vec{u}}{\partial \alpha}] + \frac{\partial}{\partial \alpha} [(C_{11}(\vec{r}) - 2C_{44}(\vec{r})) \vec{\nabla} \cdot \vec{u}] \quad (2.19)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \left[\frac{1}{\rho(\vec{r})} \vec{\nabla} p(\vec{r}, t) \right] = \chi(\vec{r}) \cdot \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (2.20)$$

Alors, les équations de propagation 2.19 et 2.20 énoncées déjà au chapitre 1, peuvent être résolues en utilisant la méthode de développement en ondes

planes. Cette méthode s'applique à un cristal phononique de symétrie donnée, infini dans les trois directions de l'espace. On suppose que les solutions des équations de propagation 2.19 et 2.20 sont des ondes planes qui peuvent s'écrire sous la forme:

$$\Phi(\vec{r}, t) = \Phi(\vec{r}) \exp[i(\omega t - \vec{k}\vec{r})] \quad (2.21)$$

où $\Phi(\vec{r})$ est une fonction périodique des coordonnées spatiales, ω la pulsation de l'onde plane et \vec{k} son vecteur de propagation. La périodicité de $\Phi(\vec{r})$, mais aussi de la densité et des constantes élastiques permet d'écrire un développement de ces fonctions en séries de Fourier sous la forme:

$$\eta(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \eta(\vec{G}) \exp(i\vec{G}\vec{r}) \quad (2.22)$$

où les vecteurs \vec{G} sont les vecteurs d'un réseau appelé réseau réciproque.

En utilisant ces développements, les équations 2.19 et 2.20 deviennent des équations aux valeurs propres. A chaque vecteur d'onde \vec{k} correspond un ensemble de valeurs propres $\omega(\vec{r})$. Notons que les valeurs du vecteur d'onde \vec{k} peuvent être limitées à l'intérieur d'un domaine restreint du réseau réciproque, appelé zone de Brillouin irréductible. Une solution de l'équation de propagation reste en effet inchangée en ajoutant à \vec{k} un vecteur quelconque \vec{G} du réseau réciproque. La méthode de développement en ondes planes permet de déterminer la structure de bandes d'un cristal phononique (c'est-à-dire le graphe représentant les valeurs de ω en fonction de \vec{k}) mais non pas de déterminer les coefficients de transmission d'ondes acoustiques dans des matériaux composites de taille finie. Elle ne se prête donc pas à la comparaison directe entre prévisions théoriques et résultats expérimentaux.

2.4.3 - Méthode des éléments finis (MEF)

La méthode des éléments finis, initialement utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles, est bien connue et permet, entre autre, de résoudre les équations de fréquentielles. Les propriétés de bande interdite des structures périodiques peuvent être obtenues de plusieurs façons avec la méthode des éléments finis.

1. La première méthode consiste à résoudre le problème périodique en calculant le champ solution à chaque fréquence donnée.
2. La deuxième méthode calcule les modes propres solutions dans la cellule de base du réseau périodisé à l'aide des conditions de Floquet.

Plusieurs chercheurs ayant travaillé sur les cristaux phononiques qui ont utilisé la méthode des éléments finis pour la l'étude des structures des bandes interdites et guides d'ondes élastiques [40, 59, 71, 77] ont confirmé l'efficacité de la MEF en termes de convergence et de temps de calcul.

2.4.3.1 - Intérêt de la méthode des éléments finis

L'intérêt de la méthode MEF vient du grand choix de forme de maille à disposition. Il est donc possible de représenter la forme réelle de la structure étudiée quelque soit sa complexité géométrique; de plus, elle peut être adaptée aux domaines compacts.

De toutes les méthodes de résolutions des problèmes directs, la méthode des éléments finis est la mieux adaptée à l'étude de structures tridimensionnelles même pour imager des hétérogénéités très complexes telles que celles des milieux périodiques.

2.4.3.2 - Principe de base de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est adaptée pour résoudre presque tous les types d'équations aux dérivées partielles (EDP) régissant un problème physique quelconque, en particulier les équations relatives à la propagation des ondes élastiques. Pour une onde acoustique ou élastique se propageant dans un milieu tridimensionnel et isotrope, les équations de propagation s'écrivent comme suit :

$$\begin{aligned}
 -\rho\omega^2 u_x &= \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \\
 -\rho\omega^2 u_y &= \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{11} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\
 -\rho\omega^2 u_z &= \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{11} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)
 \end{aligned} \quad (2.23)$$

où les fonctions inconnues sont en général représentées par les composantes du champ de déplacement $(u_i)_{i \in \{x,y,z\}}$.

2.4.3.3 - Equations de base et algorithme de calcul

La méthode des éléments finis se propose de discrétiser le problème considéré. La discrétisation intervient à plusieurs niveaux :

Discrétisation : il est nécessaire de disposer d'une description du domaine Ω sur lequel on souhaite travailler. Cette description va se faire en l'approchant par un maillage, qui sera constitué d'éléments.

Interpolation : il est ensuite nécessaire de disposer d'une manière de représenter le ou les champs inconnus qui peuvent être des champs de déplacements, des champs de contraintes ou des champs de déformations. Ce que se propose de

faire la méthode des éléments finis, c'est d'approcher ces champs par des fonctions plus simples (polynomiales de degré un ou deux) définies sur chacun des éléments du maillage (le champ est approché par des bouts de fonctions qui, elles, ne sont définies chacune que sur un seul élément).

Approximation : Sur chacun des éléments finis, il est possible de linéariser l'EDP, c'est-à-dire de remplacer l'équation aux dérivées partielles par un système d'équations linéaires, par approximation. Ce système d'équations linéaires peut se décrire par une matrice ; il y a donc une matrice par élément fini. Cependant, les conditions aux frontières sont définies sur les frontières du système global et non pas sur les frontières de chaque élément fini ; il est donc impossible de résoudre indépendamment chaque système. Les matrices sont donc réunies au sein d'une matrice globale [140].

Afin de décrire plus facilement la méthode des éléments finis, nous partons d'une formulation plus générale avec l'équation de Helmholtz, en écrivant le système (2.23) plutôt sous la forme suivante :

$$-\nabla \cdot (C \nabla u) - \omega^2 u = 0 \quad (2.24)$$

Cette équation est à résoudre sur un domaine Ω de \mathbb{R}^3 , avec les conditions aux limites sur la frontière $\partial\Omega$ du domaine Ω . Il est précisé que l'adhérence de Ω , notée $\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$, est un ensemble compact. Le principe de la méthode des éléments finis peut se résumer ainsi :

- L'écriture sous la forme variationnelle : les équations aux dérivées partielles sont écrites sous une forme variationnelle vérifiée pour des fonctions test appartenant à un espace vectoriel bien défini V . Cette forme s'appelle la forme faible du problème;
- et la discrétisation : la solution du problème variationnel est décomposée dans la base d'un espace vectoriel de dimension finie $V_N \in V$. Les éléments de cette base sont appelés les fonctions de forme. La formulation variationnelle du problème est ensuite exprimée en fonction des fonctions de forme de l'espace V_N , et le système est finalement écrit sous forme matricielle. La résolution du système matriciel permet d'obtenir la fonction solution du problème.

2.4.3.4 - Formulation variationnelle

Le point de départ est notre équation ci-dessous, définie précédemment :

$$-\nabla \cdot (C \nabla u) = \omega^2 u \quad (2.25)$$

La résolution se fait sur un domaine Ω ouvert borné et connexe de \mathbb{R}^3 . Ce domaine constitue le milieu dans lequel on veut étudier la propagation des ondes élastiques ou acoustiques. u étant la fonction champ de déplacement inconnue et appartenant à $C^2(\bar{\Omega}, \mathbb{R}^3)$ qui est l'espace des fonctions définie de $\bar{\Omega}$ vers \mathbb{R}^3 et deux fois différentiable sur l'ouvert Ω . Pour les conditions aux limites, nous

partirons de l'exemple de condition de Neumann généralisée sur la frontière $\partial\Omega$, à savoir :

$$\vec{n} \cdot (C\nabla u) + qu = g \quad \text{sur } \partial\Omega \quad (2.26)$$

\vec{n} étant la normale extérieure à la frontière $\partial\Omega$, q et g sont des fonctions connues définies sur $\partial\Omega$. Dans le cas où q et g sont nulles, la condition de Neumann exprime la condition aux limites d'une surface en contact libre.

Si u est solution de l'équation (2.26), on multiplie par une fonction test arbitraire v et on intègre sur Ω :

$$\int_{\Omega} -(\nabla \cdot (C\nabla u))v dx = \int_{\Omega} \omega^2 uv dx \quad (2.27)$$

En utilisant la formule de Green, on obtient :

$$\int_{\Omega} (C\nabla u) \cdot \nabla v dx - \int_{\partial\Omega} \vec{n} \cdot (C\nabla u) v dx = \int_{\Omega} \omega^2 uv dx \quad (2.28)$$

L'intégrale sur la frontière $\partial\Omega$ peut donc être remplacée par la condition aux limites (2.30) :

$$\int_{\Omega} (C\nabla u) \cdot \nabla v dx - \int_{\partial\Omega} (g - qu) v dx = \int_{\Omega} \omega^2 uv dx \quad (2.29)$$

Cette forme du problème est appelée forme variationnelle ou forme faible du système différentiel défini par les deux équations (2.28) et (2.29). On montre que la résolution du système d'équations (2.28) et (2.29) revient à trouver les fonctions solutions u dans un espace vectoriel de fonctions V bien défini, vérifiant la forme faible (2.17) quelle que soit la fonction test v appartenant à ce même espace V .

2.4.3.5 - Discrétisation spatiale

Cette opération consiste à procéder à un découpage du domaine continu en sous-domaines discrets, appelés éléments. La solution approchée recherchée doit présenter une continuité. Cette condition peut être remplie partiellement en choisissant de mettre des nœuds sur la frontière des mailles afin de garantir que la solution approchée pour deux éléments voisins soit continue au moins aux nœuds communs tout en vérifiant aussi les conditions aux limites du problème. Lors de l'utilisation d'éléments conformes, nous garantissons de plus que l'interpolation sur une frontière ne va dépendre que des nœuds de la frontière d'un élément et non de nœuds situés au centre de ce dernier. Le nombre de nœuds de la frontière doit donc être suffisamment important pour garantir la convergence du problème.

On peut citer comme exemple de fonctions de forme les polynômes de Lagrange où chaque fonction de base prend la valeur 1 sur un nœud et la valeur 0 sur les autres nœuds. Dans ce cas bien précis, il y a autant de fonctions de base que de nœuds. Pour ce type d'éléments d'approximation, la solution est continue

entre sous domaines mais pas forcément sa dérivée. Ainsi, l'approximation lagrangienne n'est pas adaptée qu'aux problèmes d'équations aux dérivées partielles du second ordre. Pour les problèmes EDP (Equations aux Dérivées Partielles) d'ordre supérieur, un autre exemple de fonctions de base est adopté, en l'occurrence les éléments Hermitiens où deux fonctions de bases sont associées à chaque nœud, la première ayant pour rôle d'ajuster la solution tandis que la deuxième est définie pour sa dérivée.

$$\int_{\Omega} (C\nabla u) \cdot \nabla \Phi_i dx - \int_{\partial\Omega} (g - qu) \Phi_i dx = \omega^2 \int_{\Omega} u \Phi_i dx \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (2.30)$$

Puisqu'on cherche une solution u dans V_N , celle-ci peut être décomposée dans la base $(\Phi_i)_{1 \leq i \leq N}$

$$u(x, y, z) = \sum_{j=1}^N U_j \Phi_j(x, y, z) \quad (2.31)$$

Dans le cas où les $(\Phi_j)_{1 \leq j \leq N}$ sont des polynômes lagrangiens, le nombre de noeuds est de N , et U_j correspond à la valeur recherchée de la fonction u au noeud j .

En reportant la décomposition (2.31) dans l'équation (2.30), on obtient :

$$\sum_{j=1}^N \left(\int_{\Omega} (C\nabla \Phi_j) \cdot \nabla \Phi_i dx + \int_{\partial\Omega} q \Phi_j \Phi_i dx - \omega^2 \int_{\Omega} \Phi_j \Phi_i dx \right) U_j = \int_{\partial\Omega} g \Phi_i dx \quad (2.32)$$

Dans le cas où les fonctions q et g sont nulles (conditions aux limites libres), nous avons :

$$\sum_{j=1}^N \left(\int_{\Omega} (C\nabla \Phi_j) \cdot \nabla \Phi_i dx - \omega^2 \int_{\Omega} \Phi_j \Phi_i dx \right) U_j = 0 \quad (2.33)$$

Cette dernière formulation peut être écrite sous la forme d'un problème en valeurs propres

$$KU = \omega^2 MU \quad (2.34)$$

où K et M sont des matrices d'ordre N , et U une colonne de dimension N regroupant les coefficients de décomposition de la solution recherchée dans la base: $(\Phi_j)_{1 \leq j \leq N}$, telles que :

$$U = (U_j)_{1 \leq j \leq N}$$

$$K_{i,j} = \int_{\Omega} (C\nabla\Phi_j) \cdot \nabla\Phi_i dx \quad (2.35)$$

$$M_{i,j} = \int_{\Omega} \Phi_j \Phi_i dx$$

K et M s'appellent respectivement matrice de rigidité (*stiffness matrix*) et matrice de masse (*mass matrix*).

2.4.3.6 - Application de la méthode au calcul des courbes de dispersion

En considérant le système d'équations (2.35) sur un domaine périodique, et en appliquant le théorème de Bloch, le problème se présente sous forme de système d'équations différentielles paramétrées par le vecteur d'onde \vec{k} . En appliquant le théorème de Bloch-Floquet, les modes propres de l'équation de Helmholtz sont de la forme [141] :

$$u(r,t) = \bar{u}(r) \exp(i(\omega t - kr)) \quad (2.36)$$

avec $\bar{u}(r)$ périodique.

$$\text{Il reste à remplacer } \nabla u = (\nabla \bar{u} - ik\bar{u}) \exp(i(\omega t - kr)) \quad (2.37)$$

Dans toutes les formes variationnelles, on obtient ainsi la structure de bande $\omega(k)$ par solution d'un problème aux valeurs propres généralisé.

Le problème final peut être aussi donné sous forme matricielle par :

$$K(\vec{k})U = \omega^2 MU \quad (2.38)$$

Ainsi, pour chaque valeur de \vec{k} , on calcule les modes propres du problème matriciel. La structure de bandes est ainsi déterminée pour un milieu périodique. En ce qui concerne le champ de déplacement, pour chaque vecteur d'onde et pour chaque mode, la solution est interpolée en calculant ses valeurs aux nœuds du maillage dans tout le domaine de résolution.

2.5 - Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre quelques notions de base sur la propagation des ondes élastiques dans les solides ainsi que les caractéristiques des différents types d'ondes sismiques. Un état non exhaustif a été fait sur les méthodes conventionnelles d'isolation sismique à la base des ouvrages de génie civil, en faisant en sorte de rappeler les principes de base d'un système d'isolation sismique qui est d'étendre la période naturelle d'une superstructure en insérant des roulements d'isolation tels que des appuis en caoutchouc par exemple entre la superstructure et la fondation. Cependant, nous avons souligné que d'un côté, leur

mise en œuvre n'est pas anodine et leur conception efficace n'est pas toujours simple car les structures dotées d'isolateurs de base, ont généralement une très grande déformation horizontale résiduelle c'est à dire des déplacements relatifs à la fondation après le séisme; ce qui nécessite souvent la mise en place d'amortisseurs supplémentaires pour réduire ces déplacements résiduels. Et d'autre part, l'inconvénient majeur est que seuls les bâtiments stratégiques peuvent bénéficier de ces systèmes d'isolateurs sismiques conventionnels en raison de leur coût élevé, en particulier pour les pays en développement.

Aussi, le développement récent de la science des métamatériaux phononiques ouvre la porte à de nouvelles perspectives pour contrôler les ondes dans un tout autre domaine, celui du parasismique. En effet, les métamatériaux sismiques représentés par une restructuration périodique des sols ou de fondations périodiques sont désormais potentiellement capables de bloquer les ondes sismiques en particulier, les ondes de surfaces telles que les ondes de Rayleigh (ou de Love).

Les résultats obtenus suite à la multiplication des recherches faites dans le but de savoir comment modéliser les ondes de Rayleigh, et comment ces dernières interagissent avec une structure périodique dotée de résonateurs désignent ce type de métamatériaux comme une future génération prospère et prometteuse pour une isolation parasismique.

CHAPITRE 3 : MODELISATION ET METHODE DE SIMULATIONS D'UNE STRUCTURE PHONONIQUE A BASE DE BETON

3.1- Introduction

Depuis bientôt une dizaine d'années, plusieurs travaux font l'objet d'études de propagation d'ondes par simulations numériques afin de proposer des fondations périodiques susceptibles d'éviter la propagation d'ondes sismiques dans les superstructures. En utilisant la théorie de l'élastodynamique et le théorème de Bloch-Floquet, ces structures font apparaître un phénomène de bandes interdites absolues ou omnidirectionnelles donc quelque soit la direction de l'onde incidente.

Comme il a été expliqué auparavant, travailler dans les basses fréquences afin d'isoler une structure soumise à des vibrations provenant des séismes ou d'équipements industriels représente un vrai challenge, car obtenir des bandes interdites dues aux réflexions de Bragg nécessite des structures périodiques de l'ordre du kilomètre eu égard aux longueurs importantes des ondes mécaniques à isoler. La présence de résonateurs est donc indispensable afin de tirer les bandes interdites vers les basses fréquences.

Cependant, au delà de l'étude sur l'existence et le comportement des bandes interdites absolues, les sujets d'intérêt concernent l'ingénierie de la dispersion des courbes dans la structure périodique qui ouvre la voie à de nouvelles applications. L'architecture des courbes de dispersion peut être modifiée par la taille ou la nature des matériaux utilisés dans ce milieu périodique. C'est justement sur ces deux paramètres qu'on s'est appuyé pour préparer l'essentiel de notre travail objet de cette thèse.

Nous commençons tout d'abord dans ce chapitre à définir le choix des modèles que nous nous proposons d'étudier dans cette thèse, en faisant en sorte d'expliquer autant que possible y compris par des figures, les différentes phases par lesquelles nous sommes passés. Nous décrivons aussi les étapes de modélisation par Comsol Multiphysics, qui nous ont permises d'aboutir aux résultats finaux. A la fin du chapitre, on donnera un exemple de résultats de simulations sous forme d'une courbe de dispersion des fréquences et d'un spectre de transmission des fréquences.

3.2 - Définition et choix des modèles étudiés

La plupart des études faites sur les structures périodiques dans le domaine du génie civil ont concerné des fondations en béton contenant des inclusions sous forme de noyaux en acier enrobés d'une couche en caoutchouc. Le modèle de base étudié et présenté dans cette thèse et à partir duquel découlent les autres modèles est représenté par une structure périodique bidimensionnelle sous la forme d'un massif en béton d'épaisseur relativement faible par rapport aux dimensions en plan. Le massif est incrusté de cylindres en métal enrobés d'un

polymère comme il est indiqué dans la figure 3.1. Le modèle se distingue comparé à d'autres, par l'émergence des cylindres par rapport au support de béton et par la nature du polymère. Les cylindres sont choisis de manière à former des résonateurs qui s'activent localement à de très basses fréquences au sein du milieu hôte. Ceci a pour but de permettre aux modes de résonance propres de se coupler avec les modes vibratoires du massif. Sous des conditions bien précises, ce couplage entre modes permet d'élargir les bandes interdites localisées aux fréquences propres de ces résonateurs.

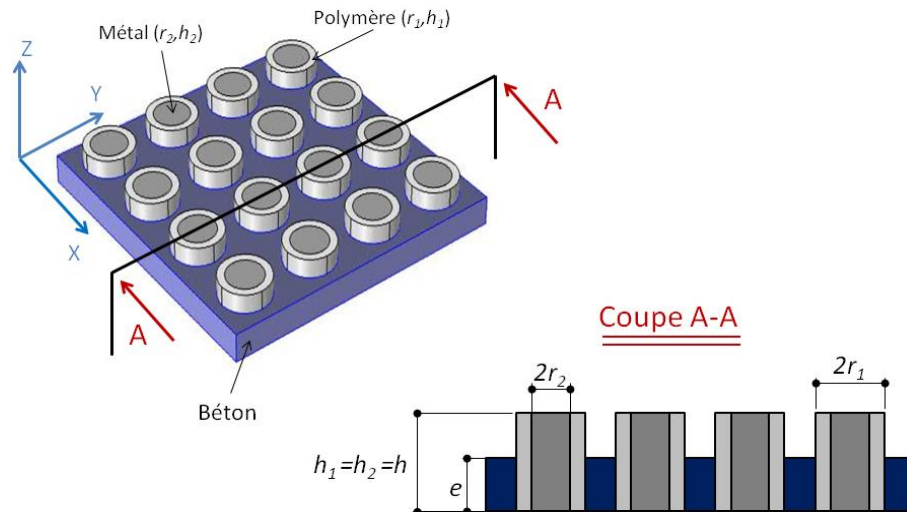


Figure 3.1 : Structure périodique composée d'un massif en béton et d'un arrangement carré de cylindres métalliques enrobés d'une couche de polymère

Différentes configurations du modèle original ont été étudiées (voir figure 3.2). Dans un premier temps, les cylindres ont la même hauteur que le massif de béton (cylindres non émergents), dans une deuxième étape, seul le noyau métallique émerge du massif de béton. En troisième phase, les cylindres en métal et en polymère émergent avec la même hauteur par rapport au massif en béton. Enfin, en dernier lieu, des grugeages ont été effectués aux quatre coins de la cellule élémentaire comme le montre la figure 3.2.

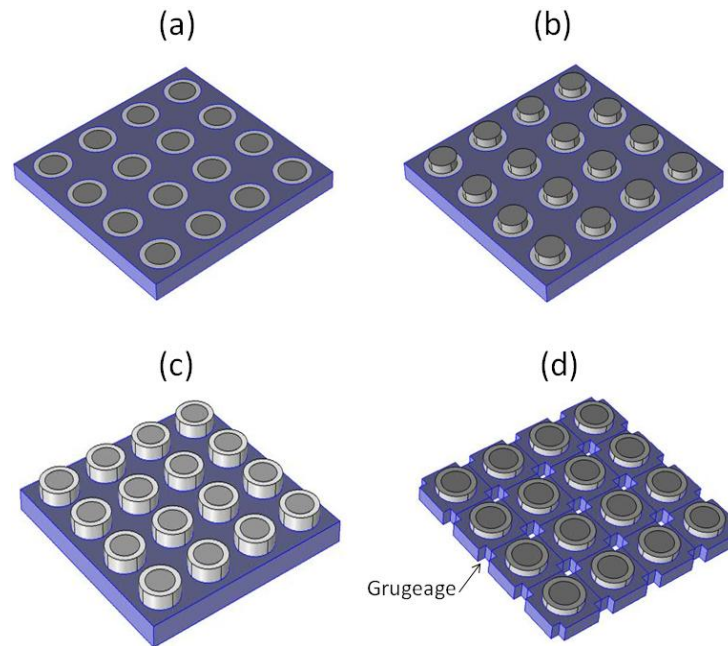


Figure 3.2 : Structures périodiques composées d'un massif en béton et d'un arrangement carré de cylindres métalliques enrobés d'une couche de polymère, (a) cylindres non émergeants, (b) seul le cylindre de métal émerge du substrat de béton, (c) les deux cylindres (métal et de polymère) émergent du substrat, (d) un grugeage est effectué aux quatre coins de la cellule de base

Le choix des matériaux composant les cylindres est fait de manière à ce que leurs propriétés élastiques leur confèrent un caractère vibratoire permettant de générer un couplage entre les modes de résonance locale propres aux cylindres qui se produisent à de très basses fréquences, et les ondes de surface se propageant dans le massif de béton; c'est justement le but recherché par le domaine de génie civil.

3.4 - Modélisation par éléments finis sous Comsol Multiphysics

Les modèles étudiés dans le cadre de cette thèse sont conçus et résolus à l'aide du logiciel COMSOL Multiphysics. Ce logiciel est basé sur la méthode des éléments finis (*FEM*). Les problèmes sont résolus en utilisant des équations aux fréquences propres et aux dérivées partielles *PDE* (*Partial Differential Equations*). Les équations de mouvement sont ensuite transformées afin qu'elles puissent être implémentées dans le logiciel. Enfin, les structures de bandes sont calculées en utilisant l'analyse en fréquences propres (*Eigenfrequency analysis*) proposée dans le modèle utilisé. Le domaine de résolution est d'abord déterminé en se limitant à une cellule élémentaire du CP par le théorème de Bloch.

La résolution et l'analyse complète d'une structure périodique par la méthode des éléments finis sous Comsol Multiphysics doit comporter une succession d'étapes séparées et représentées par la figure 3.3.

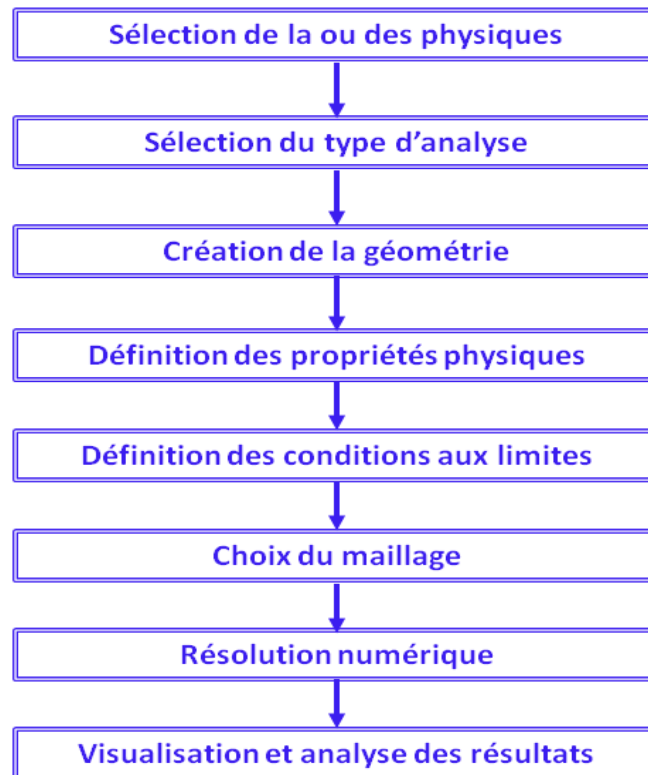


Figure 3.3 : Les étapes suivies dans Comsol Multiphysics pour l'analyse d'un modèle

La première étape consiste à choisir la physique adaptée à notre problème. Dans notre cas, le choix est porté sur la structure mécanique 3D. Le calcul des fréquences et modes propres est obtenu par une analyse en fréquences propres (*Eigenfrequency*).

Les différentes étapes seront décrites dans la section 3.5.

3.5 - Modélisation et Simulation d'une cellule de base phononique à un résonateur pour le calcul des courbes de dispersion

3.5.1 - Choix de la cellule de base - Modèle numérique

Les simulations se concentrent sur une seule cellule appelée cellule de base comme l'illustre la figure 3.4(b) en appliquant les conditions limites de Bloch-Floquet aux limites de la cellule [48]. Les dimensions de la structure sont ainsi supposées infinies dans les deux directions X et Y. Le domaine de calcul est divisé en sous domaines suivant la nature des matériaux constituant le modèle.

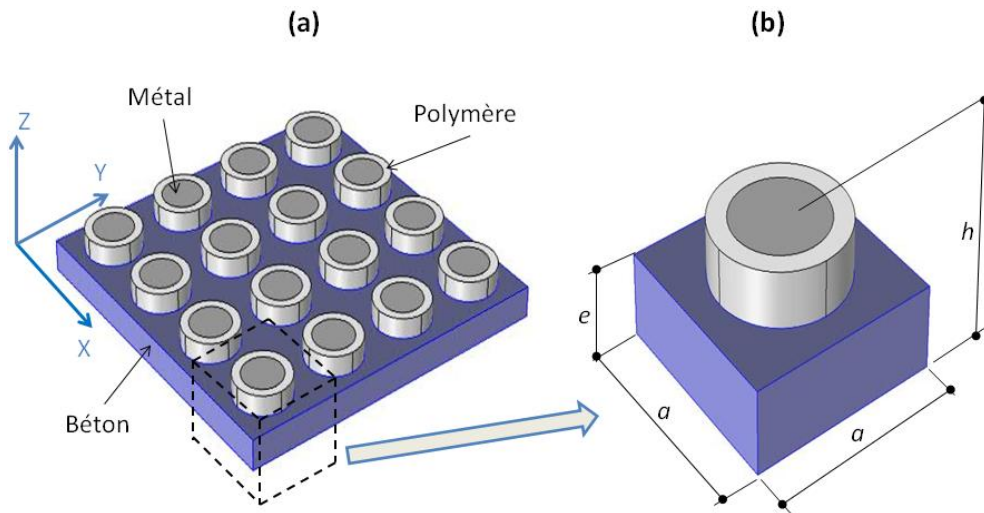


Figure 3.4 : (a) Structure périodique composée d'un massif en béton et d'un arrangement carré de cylindres métalliques enrobés d'une couche de polymère, (b) Modèle représentant une cellule de base

On définit, en premier lieu, les formes et grandeurs géométriques constituant le modèle de base selon les étapes présentées par la figure 3.5. Nous pouvons même entrer des géométries paramétrées afin de faciliter le balayage d'une large gamme de dimensions possibles à notre géométrie; paramétrage que nous avons effectué lors des opérations de gaps mappings.

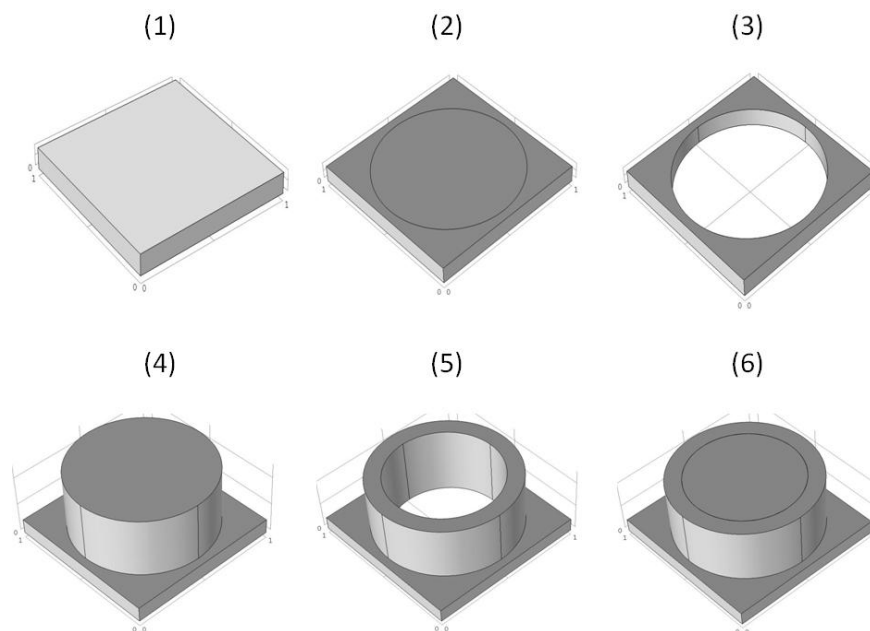


Figure 3.5 : Différentes étapes pour la conception géométrique d'un modèle

Le choix de la nature des matériaux constituant la structure périodique ainsi que leurs caractéristiques physiques et mécaniques sont fournis par la bibliothèque de Comsol Multiphysics. Les propriétés d'homogénéité, d'isotropie,

orthotropie, d'anisotropie peuvent être introduites et une base de données conséquente alimente le programme. Si d'autres matériaux ou d'autres propriétés sont désirés, elles peuvent être introduites manuellement en remplissant les valeurs appropriées (masse volumique, module de Young, coefficient de Poisson, etc.).

Dans toutes les configurations (Fig. 3.6), les cellules élémentaires sont donc constituées de trois sous domaines : le massif de béton, le noyau métallique et l'élastomère.

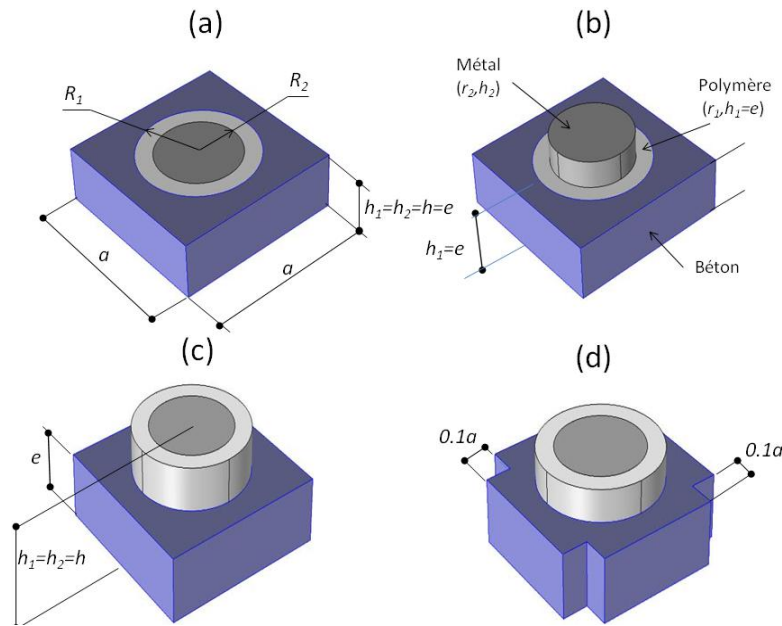


Figure 3.6 : Configuration des différents modèles de base (a) cylindres non émergents, (b) seul le cylindre de métal émerge du substrat, (c) cylindres émergents, (d) modèle après grugeage

3.5.2 - Implémentation des équations

Une loi dynamique simple est utilisée pour décrire le mouvement de propagation d'onde harmonique dans un milieu isotrope . Elle est donnée par l'équation:

$$F = -\rho\omega^2 u_i = \partial T_{ij} \partial X_j \quad (3.1)$$

Où ρ est la masse volumique, ω est la fréquence angulaire, u_i est le champ de déplacement, T_{ij} est le tenseur des contraintes et X_j est le vecteur coordonnées dans le repère cartésien.

Le tenseur des contraintes T_{ij} peut être lié au tenseur de déformation S_{kl} par la loi de Hooke suivante :

$$T_{ij} = C_{ijkl} \times S_{kl} \quad (3.2)$$

où C_{ijkl} est le tenseur d'élasticité.

En appliquant la loi d'Einstein pour la répétition des indices, la loi de Hooke entre les contraintes et les déformations peut se réécrire avec les coefficients α, β sous la forme :

$$T_\alpha = C_{\alpha\beta} \times S_\beta \quad (3.3)$$

Pour un matériau isotropique, le tenseur d'élasticité $C_{\alpha\beta}$ est égal à:

$$C_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

L'équation (2) devient :

$$\begin{cases} -\rho\omega^2.u_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \\ -\rho\omega^2.u_y = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{11} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\ -\rho\omega^2.u_z = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{11} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (3.5)$$

A chaque mode de vibration ω , est associé un champ de déplacement $\vec{u}(u_x, u_y, u_z)$ défini sur toute la cellule élémentaire. Les constantes élastiques C_{ij} sont dépendantes des coordonnées position de l'espace dans la structure périodique. Ces équations sont implémentées dans le logiciel Comsol en précisant les valeurs des constantes élastiques dans chaque sous domaine de résolution. Les équations sont réécrites comme suit [33]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \left[\begin{pmatrix} c_{11} & 0 & 0 \\ 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & c_{44} \end{pmatrix} \cdot \nabla u_x + \begin{pmatrix} 0 & c_{12} & 0 \\ c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \nabla u_y + \begin{pmatrix} 0 & 0 & c_{12} \\ 0 & 0 & 0 \\ c_{44} & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \nabla u_z \right] \\ \nabla \cdot \left[\begin{pmatrix} 0 & c_{44} & 0 \\ c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \nabla u_x + \begin{pmatrix} c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & c_{11} & 0 \\ 0 & 0 & c_{44} \end{pmatrix} \cdot \nabla u_y + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{12} \\ 0 & c_{44} & 0 \end{pmatrix} \cdot \nabla u_z \right] \\ \nabla \cdot \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & c_{44} \\ 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \nabla u_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{44} \\ 0 & c_{12} & 0 \end{pmatrix} \cdot \nabla u_y + \begin{pmatrix} c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & c_{11} \end{pmatrix} \cdot \nabla u_z \right] \end{array} \right\} = -\rho\omega^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

3.5.3 - Conditions aux limites (CL)

Une fois le domaine de résolution défini et les équations de mouvement implémentées, on ajoute les conditions aux limites qui nous permettent d'orienter les solutions recherchées. Au niveau du domaine (cellule de base), les conditions de Bloch sont introduites sur les surfaces latérales du massif de béton; ceci traduit la périodicité de la structure selon les directions X et Y. La structure étant supposée infinie dans le plan (O,X,Y), alors on s'intéressera à la propagation des ondes suivant les directions X et Y. Le vecteur d'onde \vec{k} sera tel que : $\vec{k} = (k_x, k_y, 0)$

Les déplacements mécaniques peuvent être ainsi déduits pour tous les nœuds situés aux limites de la cellule avec le théorème de Bloch-Floquet en utilisant les équations:

$$\begin{aligned} \vec{u}_{destination1}(x+a, y, z) &= \vec{u}_{source1}(x, y, z)e^{i(a.k_x)} \\ \vec{u}_{destination2}(x, y+a, z) &= \vec{u}_{source2}(x, y, z)e^{i(a.k_y)} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Où les surfaces sources et destinations sont définies dans la figure 3.7.

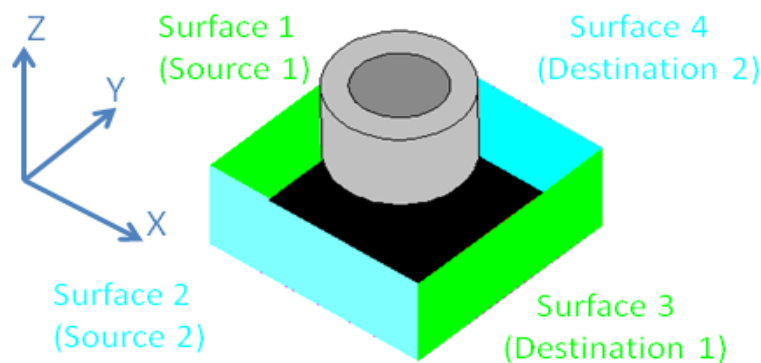


Figure 3.7 : Conditions aux limites périodiques appliquées aux quatre faces latérales du massif de béton

Le reste des surfaces libres (surfaces horizontales) ne subissent aucune contrainte, et donc les conditions aux limites libres se traduisent selon le postulat de Cauchy comme suit :

$$\overline{\overline{T}} \cdot \vec{n} = \vec{0} \quad (3.8)$$

où $\overline{\overline{T}}$ est le tenseur des contraintes et $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$ est le vecteur normal à la surface. Ce qui se traduit par :

$$\left[\begin{pmatrix} c_{11} & 0 & 0 \\ 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & c_{44} \end{pmatrix} \cdot \nabla u_x + \begin{pmatrix} 0 & c_{12} & 0 \\ c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \nabla u_y + \begin{pmatrix} 0 & 0 & c_{12} \\ 0 & 0 & 0 \\ c_{44} & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \nabla u_z \right] \cdot \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = 0 \quad (3.9)$$

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & c_{44} & 0 \\ c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \nabla u_x + \begin{pmatrix} c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & c_{11} & 0 \\ 0 & 0 & c_{44} \end{pmatrix} \cdot \nabla u_y + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{12} \\ 0 & c_{44} & 0 \end{pmatrix} \cdot \nabla u_z \right] \cdot \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = 0 \quad (3.10)$$

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & c_{44} \\ 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \nabla u_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{44} \\ 0 & c_{12} & 0 \end{pmatrix} \cdot \nabla u_y + \begin{pmatrix} c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & c_{11} \end{pmatrix} \cdot \nabla u_z \right] \cdot \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = 0 \quad (3.11)$$

3.5.4 - Maillage et convergence

Le maillage est une discrétisation géométrique qui consiste à procéder à un découpage du domaine continu en sous domaines. Cette méthode est basée sur la construction systématique d'une approximation u du champ variable u par sous domaines. Cette approximation est construite sur les valeurs approchées du champ aux nœuds de l'élément de base considéré; on parle alors de représentation nodale de l'approximation ou plus simplement d'approximation nodale.

Sous Comsol, le maillage peut se faire automatiquement. En effet, Comsol propose une option s'appelant "*physics-controlled mesh*". Généralement, toute exploitation d'une solution numérique suppose avant tout qu'elle soit consistante et stable. Ces deux propriétés sont conditionnées par le choix d'un maillage adéquat; de ce fait, le niveau de raffinement que nous choisissons est de type "fin" que nous jugeons optimum pour éviter une consommation excessive de temps et d'espace. Dans notre cas, le modèle 3D est maillé (maillage fin) en éléments solides de formes tétraédriques et qui semble le mieux adapté à nos structures (figure 3.6). Nous présentons dans la figure 3.8 un exemple de maillage qu'on a adopté pour nos modèles.

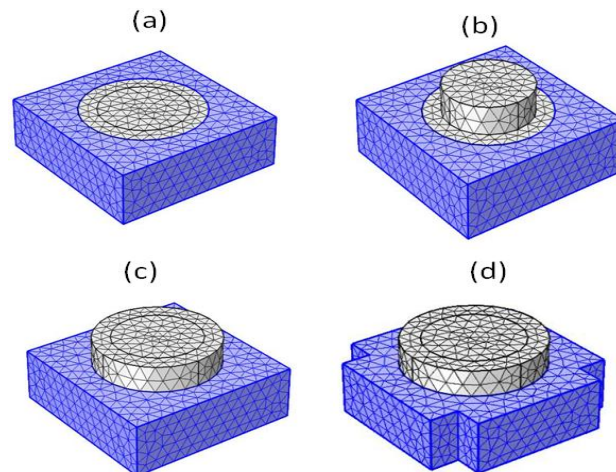


Figure 3.8 : Maillage fin pour les différentes cellules de base (a) cylindres non émergents, (b) seul le cylindre de métal émerge du substrat, (c) cylindres émergents, (d) modèle après grugeage

Bien entendu, la convergence des calculs en éléments finis dépend du maillage adopté. Plus le maillage est affiné, plus grand est l'espace de décomposition et meilleure est l'interpolation de la solution qui se rapproche de la solution recherchée. Cependant, une optimisation au niveau du maillage est nécessaire afin de rester dans les limites de performances (en temps et en espace) des machines de calculs; car un maillage "trop" affiné nécessitera presque toujours un solveur direct plus gourmand en mémoire et en temps pour résoudre le système d'équations linéaire dans chaque étape de calcul.

Pendant les opérations de résolutions des modèles, on peut obtenir des tracés de convergence indiquant l'erreur estimée décroissante entre les itérations de Newton-Raphson. Idéalement, si l'erreur converge, l'erreur devrait diminuer de façon monotone.

3.5.5 - Courbes de dispersion et champs de déplacements

Notre structure étant une structure périodique bidimensionnelle avec un arrangement périodique carré, le calcul de la courbe de dispersion et des champs de déplacements se limitera dans un premier temps à une cellule unitaire appelée "modèle de base" ou "cellule de base".

En approche numérique, il existe deux façons différentes de connaître les propriétés de bandes interdites d'une structure périodique : la première consiste à chercher directement les modes propres de la cellule de base périodisée grâce aux conditions limites de Floquet et la deuxième consiste à introduire une source explicite et à regarder les coefficients de transmission et de réflexion pour une fréquence incidente donnée. Notre modèle s'inscrit ainsi dans la première hypothèse qui suppose que la cellule de base est "fermée" par des conditions limites sur toutes ses faces extérieures. Les conditions de fermeture sont donc des conditions périodiques. Dans ce cas il n'y a pas de source explicite extérieure, mais, les conditions de Floquet supposent l'existence implicite d'une onde plane incidente représentée par le vecteur d'onde [132].

La bande d'intervalle de fréquences du système est obtenue en résolvant pour les fréquences propres du système à différentes valeurs du vecteur d'onde de Bloch k exprimées sous la forme (k_x, k_y) , définies dans l'espace réciproque et représentant la source d'excitation de la vibration ainsi que les différentes directions de propagation de l'onde incidente.

En raison de la symétrie élevée de la première zone de Brillouin (région centrale hachurée $[-\pi/a, \pi/a]$), il suffit de calculer uniquement le long de la première zone irréductible de Brillouin (triangle ΓXM) pour obtenir la bande de fréquences correspondant aux ondes se propageant dans toutes les directions ($[0^\circ, 360^\circ]$), qui est le triangle de la figure 3.9. Ce dernier est désigné par les lettres ΓXM . Cette limite peut couvrir les directions de déplacement s des ondes de $\theta \in (0^\circ, 45^\circ)$; θ est l'angle formé par ΓX et ΓM [33]. Par exemple, k_x varie entre $(0, \pi/a)$ dans la direction ΓX ($k_y = 0$); k_y varie entre $(0, \pi/a)$ dans la direction XM ($k_x = \pi/a$) et les deux k_x, k_y varient entre $(\pi/a, 0)$ dans la direction $M\Gamma$.

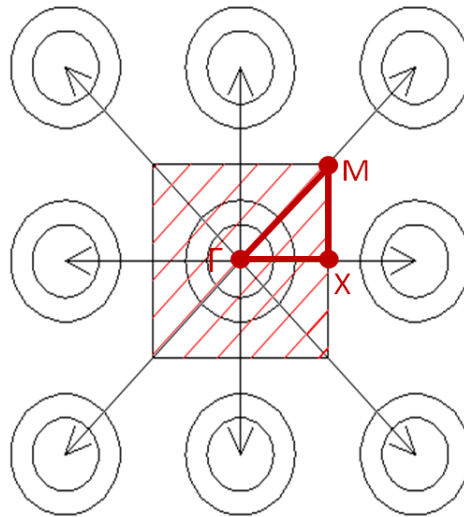


Figure 3.9 : Zones de Brillouin et zone de Brillouin irréductible pour un réseau carré et pour des matériaux isotropes

Un exemple de courbe de dispersion globale normalisée regroupant les courbes de dispersion des fréquences selon les trois directions de la zone irréductible de Brillouin est représenté par la figure 3.10.

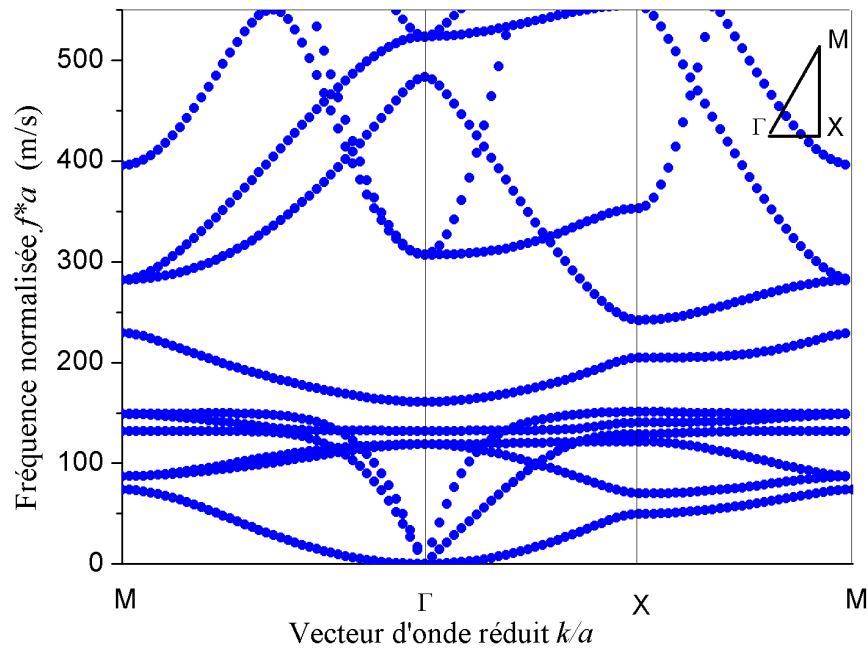


Figure 3.10 : Exemple de Courbes de dispersion des fréquences

Les champs de déplacements étant calculés avec les équations du 3.4.3. La figure 3.11 montre un exemple de la répartition du champ de déplacements à travers tous les nœuds des mailles constitutives du modèle.

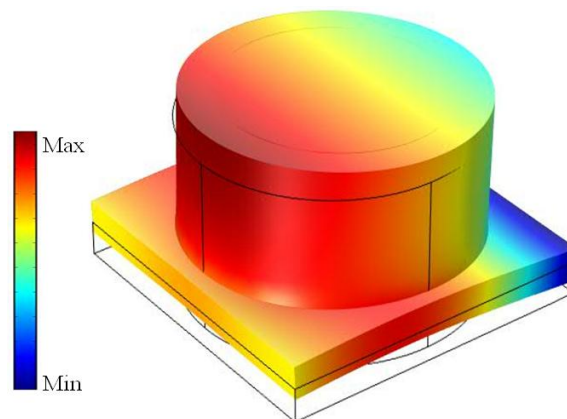


Figure 3.11 : Modes de vibrations et répartition des champs de déplacements

3.6 - Calcul du spectre de transmission

Pour une structure périodique bidimensionnelle supposée infinie suivant les deux directions X et Y , on a vu qu'il est possible en utilisant les conditions de Bloch-Floquet, de tracer les courbes de dispersion des fréquences pour une onde incidente donnée; qu'en est il alors pour une structure finie ? Dans ce cas de figure, il est intéressant de pouvoir estimer la transmission des ondes élastiques à travers un milieu fini, donc avec un nombre de périodes limité.

Aussi, nous nous proposons dans cette thèse de déterminer les spectres de transmission et de calculer les coefficients de transmission dans une structure finie calculés également par la méthode des éléments finis afin de corroborer l'existence et l'exactitude des structures de bande interdites.

Avant de procéder aux différentes simulations numériques, il est à noter que le calcul des spectres et coefficients de transmission à travers des structures périodiques de dimensions finies requiert l'utilisation de couches dites élastodynamiques absorbantes parfaitement adaptées ou couches *PML (Perfectly Matched Layers)*. Les *PML* permettent de résoudre numériquement des problèmes de diffraction en s'affranchissant des réflexions sur les bords du domaine de simulation.

3.6.1 - Méthode par utilisation de domaines absorbants *PML (Perfectly Matched Layer)*

Lorsque les structures à calculer ne sont pas périodiques, mais finies dans une ou deux directions, il est impératif de définir d'autres conditions aux limites. Une des solutions consiste à fixer les composantes de champs à une valeur nulle en bord de zone et à ne pas appliquer l'algorithme. Mais le problème qui se pose est que des réflexions non physiques apparaissent alors sur ces bords et reviennent perturber fortement les structures. Plusieurs méthodes ont été proposées afin de remédier à ce problème de réflexions. Une des méthodes les plus couramment utilisées est celle des couches absorbantes parfaitement adaptées connues usuellement par les couches *PML (Perfectly Matched Layers)*.

Par conséquent, nous pouvons utiliser une couche parfaitement adaptée ou couche absorbante parfaite, pour *Perfectly Matched Layers (PML)* qui permet d'absorber progressivement les perturbations mécaniques. Le concept a été proposé en 1994 par Bérenger [141] dans le but d'atténuer certains problèmes posés par les réflexions des ondes incidentes sur les structures. Une couche parfaitement adaptée est un support qui est ajouté à la structure et limite le domaine de calcul. Il est construit de telle sorte que toutes les ondes incidentes de propagation soient transmises et amorties dans la couche *PML* sans réflexion aucune quel que soit l'angle ou la polarisation de l'onde incidente. Cette approche est utilisée pour étudier les milieux homogènes et hétérogènes viscoélastiques et poroélastiques.

Pour une structure donnée, l'espace est délimité en trois zones: deux zones homogènes représentées par les couches *PML* séparées par la structure périodique. Ainsi, la première zone située avant la structure représente la source de l'excitation à partir de laquelle émane une onde de surface comme l'illustre la figure 3.12.

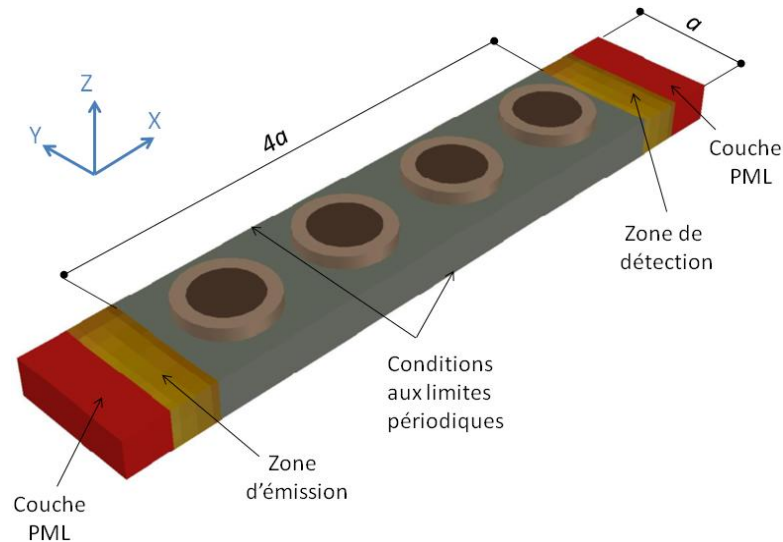


Figure 3.12 : Description d'une structure périodique unidimensionnelle finie formée de quatre cellules unitaires incluant des zones *PML*

On suppose que la direction X est la direction de propagation de l'onde élastique. La seconde zone située après la structure périodique est une zone de détection où on enregistre les champs de déplacements en fonction du temps. Les composantes de ces champs de déplacements obtenues au fur et à mesure en fonction du temps et recueillies au niveau du détecteur sont converties en fréquences à l'aide des transformations de Fourier. La normalisation de ces courbes de transmission avec l'onde incidente permet d'obtenir la courbe d'évolution du coefficient de transmission en fonction de la fréquence.

Nous pouvons écrire l'équation directrice d'une *PML*; elle est donnée par [142]:

$$\frac{1}{\gamma_j(r)} \cdot \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = -\rho \omega^2 u_i \quad (3.12)$$

Où ρ est la masse volumique, ω est la fréquence angulaire, T_{ij} est le tenseur des contraintes, u_i étant le champ déplacement, x_j ($x_1=x$, $x_2=y$ et $x_3=z$) sont les coordonnées cartésiennes et $\gamma_j(r)$ est la fonction d'amortissement artificiel le long des axes x_j dans une position donnée r à l'intérieur de la couche *PML*.

Il existe différentes manières d'appliquer la *PML*. En particulier, nous pouvons introduire une *PML* en étirant le système de coordonnées. Par exemple pour un *PML* conçu pour absorber les ondes se propageant dans la direction X , la transformation suivante est incluse dans l'équation des ondes. Partout où une dérivée ∂_x apparaît dans l'équation des ondes, elle est remplacée par :

$$\begin{aligned} \partial_{\bar{x}} &= \frac{i\omega}{i\omega + d_x} \partial_x = \frac{1}{s_x} \partial_x \\ s_x &= \frac{i\omega + d_x}{i\omega} = 1 + \frac{dx}{i\omega} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Avec le profil d'amortissement :

$$d_x = 0 \quad \text{en dehors de la PML}$$

$$d_x > 0 \quad \text{à l'intérieur de la PML}$$

Son inconvénient, c'est qu'elle utilise des champs divisés et elle est mise en défaut pour les incidences rasantes [143]

$$\begin{cases} d_x = 0 \\ d_x > 0 \end{cases}$$

3.6.2 - Coefficient de transmission

Quand une onde change de milieu de propagation, il y a une transmission et une réflexion de l'onde. Le coefficient de transmission permet de quantifier le pourcentage de l'onde transmise par rapport à l'onde incidente au niveau de l'interface P, soit :

$$t = \frac{\Psi_t(P)}{\Psi_i(P)} \quad (3.14)$$

En termes d'amplitudes, le coefficient de transmission sera défini comme étant le rapport de l'amplitude de l'onde transmise et celle de l'onde incidente.

$$t = \frac{A_t}{A_i} \quad (3.15)$$

C'est la condition de continuité du champ au niveau de l'interface P qui nous permet de calculer les coefficients de transmission.

Considérons une structure infinie dans la direction y et finie dans la direction x contenant quatre cellules de base comme il est illustré à la figure 3.13. Ainsi, dans la direction perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente (direction Y), on utilise des conditions périodiques selon le théorème de Bloch; alors que dans la direction de propagation X, on prévoit des couches parfaitement absorbantes (*PML*) aux deux extrémités de la structure, synonymes de conditions aux limites infinies mais sans réflexions.

Une seule fréquence de l'onde de surface est imposée et propagée suivant la direction x. Les spectres de transmission peuvent être obtenus en faisant varier la fréquence de l'onde incidente et en répétant les calculs.

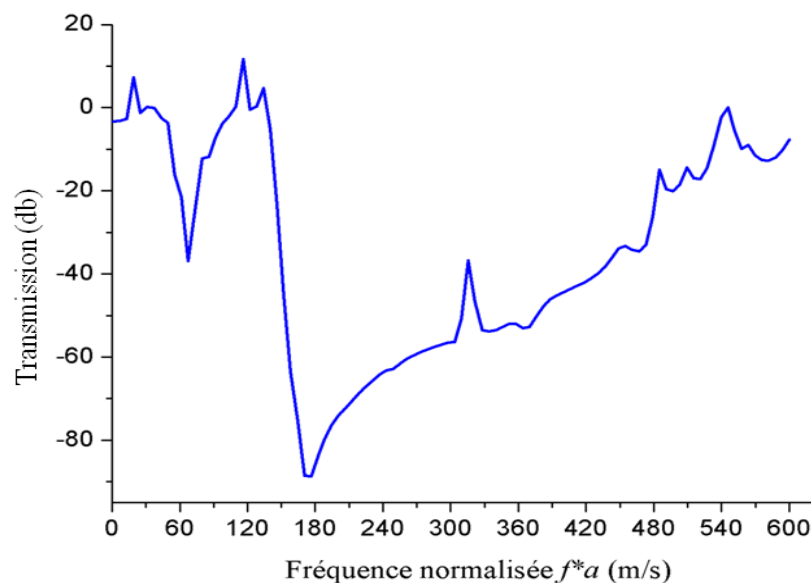


Figure 3.13 : Spectre de transmission pour une structure périodique de taille finie

Un exemple de spectre de transmission est donné par la figure 3.13 concernant une structure périodique de taille finie égale à $N \times N$ cellules unitaires. Le couple de matériaux utilisé est "acier-pvc". L'analyse de cette courbe et sa comparaison avec les résultats obtenus au chapitre 4 sera traitée au chapitre 5.

3.7 - Choix des matériaux utilisés

Notre étude s'articule autour d'un modèle initial représenté par une structure périodique bidimensionnelle formée d'un massif de béton d'épaisseur " e " relativement faible par rapport à ses dimensions en plan. Le massif est incrusté de cylindres métalliques (en acier) disposés périodiquement suivant les deux directions X et Y. Les cylindres en acier sont enrobés d'une couche d'élastomère (en pvc). Le modèle ou cellule de base est donc un substrat en béton de section carrée " axa " incrusté d'un noyau cylindrique en acier enrobé d'une couche de polychlorure de vinyle (pvc). D'autres couples de matériaux ont été étudiés en remplaçant l'acier par du plomb et le pvc par du caoutchouc puis par du silicone. Il est clair que le choix de l'élastomère considéré comme un matériau élastiquement très mou, comparé aux autres matériaux constituant la structure, peut donner lieu à des modes vibratoires très confinés et confère au résonateur un comportement de résonance bien localisée à très basses fréquences, en adéquation avec le but recherché c'est à dire celui de bloquer des fréquences sismiques ou des fréquences correspondant à des vibrations provenant d'équipements industriels.

Les noyaux métalliques et les couches d'élastomères ont des dimensions relatives (dimensions rapportées à celles du substrat) égales à r_2/a , h_2/a et r_1/a , h_1/a respectivement. Dans notre étude, tous les milieux choisis sont considérés comme isotropes et le caractère viscoélastique de l'élastomère n'est pas pris en compte. Les caractéristiques des différents matériaux (masses volumiques ρ , modules de Young E , coefficients de Poisson ν ainsi que les constantes élastiques C_{11} , C_{12} et C_{44}) sont données dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1 : Caractéristiques des matériaux

	Masse volumique ρ (Kg/m ³)	E (GPa)	ν	C ₁₁ (GPa)	C ₁₂ (GPa)	C ₄₄ (GPa)
Béton	2400	30	0.3	40.38	17.3057	11.538
Acier	7870	209	0.3	281.35	120.578	80.385
Plomb	11350	16.7	0.44	54.12	42.5228	5.7986
Pvc	1400	0.35	0.3	0.47	0.2014	0.1346
Caoutchouc	950	0.1	0.45	0.379	0.3101	0.03448
Silicone	1300	0.000137	0.463	0.000679	0.000585	0.0000468

3.8 - Exemple de résultats de simulations

Dans cette section, on donne à travers la figure 3.15 un exemple d'une courbe de dispersion des fréquences représentant la variation des fréquences normalisées en fonction du vecteur d'onde réduit dans la première zone irréductible de Brillouin, ainsi que d'une courbe de transmission pour le couple de matériaux "acier-pvc".

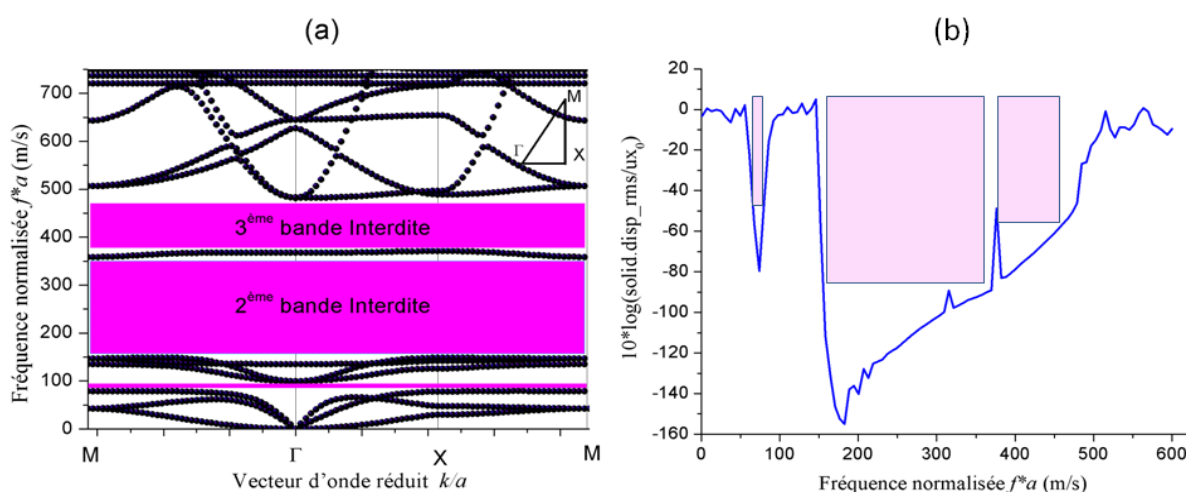


Figure 3.14 : pour le couple de matériaux "acier-pvc" (a) Courbes de dispersion des fréquences, (b) Spectre de transmission pour une structure périodique unidimensionnelle finie à 8 cellules unitaires

Dans la figure 3.14(a), on montre l'existence de trois bandes interdites situées entre 80 - 100 m/s, 150 - 350 m/s et 370 - 480 m/s. A quelques écarts près, ces bandes interdites se retrouvent dans la courbe de transmission (zones colorées de la figure 3.14(b)).

3.9 - Conclusion

Dans ce chapitre, sont définis les différents types de modèles étudiés dans cette thèse. Toutes les étapes de l'analyse par éléments finis utilisées par Comsol Multiphysics sont décrites à travers la modélisation et simulation d'une cellule de base phononique à un résonateur. Un exemple de courbe de dispersion des fréquences selon les trois directions de la zone irréductible de Brillouin et un exemple de courbe représentant le spectre de transmission des fréquences correspondant au couple de matériaux "acier-pvc", sont également donnés. Nous avons vu que le calcul des courbes de transmission pour une structure périodique de dimensions finies exige l'emploi d'une couche absorbante parfaitement adaptées connue sous le nom de couche *PML (Perfectly Matched Layers)* dont le rôle est d'atténuer certains problèmes posés par les réflexions des ondes incidentes sur les structures.

L'analyse des courbes de dispersion et de transmission des fréquences, montre une adéquation entre l'existence et la position des bandes interdites entre un modèle supposé infini dans les deux directions et un modèle de dimensions finies. Ceci démontre l'importance d'un tel résultat et son utilisation potentielle comme structure isolante vis à vis des ondes nuisibles.

CHAPITRE 4 : PERFORMANCES ET OPTIMISATION D'UNE CELLULE PHONONIQUE A UN RESONATEUR LOCAL POUR L'ISOLATION DE STRUCTURES A BASE DE BETON

4.1 – Introduction

Les études faites sur les cristaux phononiques et les métamatériaux, et les résultats tant théoriques qu'expérimentaux obtenus dans divers domaines particulièrement celui du génie civil nous a permis d'apprécier les possibilités offertes par les structures périodiques. En effet, depuis bientôt une dizaine d'années, plusieurs travaux font l'objet d'études de propagation d'ondes par simulations numériques afin de proposer des fondations périodiques susceptibles d'éviter la propagation d'ondes sismiques dans les superstructures. En utilisant la théorie de l'élastodynamique et le théorème de Bloch-Floquet, ces structures font apparaître un phénomène de bandes interdites absolues ou omnidirectionnelles quelque soit la direction de l'onde incidente. L'existence de bandes de fréquences interdites ouvre la voie vers différents types de fonctionnalités comme l'isolation dont il est question dans cette thèse.

Dans ce chapitre sont rapportés les principaux résultats de ce travail de thèse, représenté par la modélisation et simulation sur plusieurs cellules unitaires constituées par un massif ou substrat en béton dans lequel sont incrustés des noyaux cylindriques en métal enrobés dans une couche d'élastomère. Les effets des paramètres géométriques (rayons et hauteurs des cylindres et épaisseur du substrat) et physiques tels que la densité et le module d'élasticité sur la structure des bandes interdites ont été étudiés; et ce, en envisageant différentes configurations. Tout d'abord, le métal et la couche d'élastomère ont la même hauteur que l'épaisseur du substrat de béton. Dans un deuxième temps, seul le noyau métallique émerge du massif de béton; ensuite, le noyau métallique et l'élastomère émergent avec la même hauteur du substrat de béton. Enfin, suite à la concentration de l'énergie élastique au niveau des quatre coins de la cellule de base pour certains modes de vibrations, une opération de grugeage a été effectuée à ces endroits afin de déterminer son effet sur les bandes interdites. Côté matériaux, l'acier constituant le noyau est remplacé par du plomb; ensuite l'élastomère constitué initialement par du polychlorure de vinyle (pvc) est remplacé respectivement par du caoutchouc et du silicone.

Mais, avant d'entamer cette série de configurations, nous avons considéré un premier modèle préliminaire composé d'un substrat en béton incrusté d'un noyau cylindrique en acier non émergeant, enrobé d'une couche de caoutchouc.

4.2 - Calcul des courbes de dispersion

L'essentiel de la thèse repose sur un travail qui sera scindé en quatre phases comme l'illustre la figure 4.1:

- Phase 1 : Le noyau est en acier et l'élastomère en caoutchouc. Les deux matériaux n'émergent pas du substrat de béton (les deux cylindres ont la même hauteur que celle du massif).
- Phase 2 : Le noyau est en acier et l'élastomère en caoutchouc. Seul l'acier émerge du substrat de béton.
- Phase 3 : Le noyau métallique et l'élastomère émergent avec la même hauteur du substrat de béton.
- Phase 4 : Le noyau métallique et l'élastomère émergent avec la même hauteur du substrat de béton. Un grugeage est apporté aux quatre coins du substrat en béton formant la cellule de base.

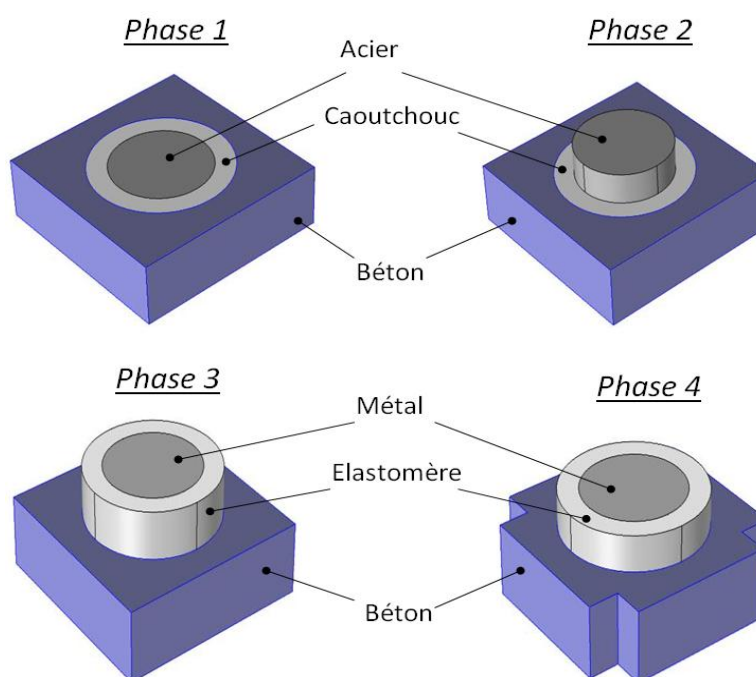


Figure 4.1 : Modèles représentant les différentes cellules de base dans les quatre phases d'étude

En faisant varier le vecteur d'onde $k=(k_x, k_y)$ dans la première zone de Brillouin suivant les trois directions $M\Gamma$, ΓX et XM , la résolution du système d'équations par Comsol nous permet d'obtenir les valeurs propres et les fréquences propres du modèle. Pour chaque fréquence propre, les vecteurs propres peuvent être calculés afin de montrer la distribution et les déformations spatiales de chaque mode. Les vecteurs propres représentent les champs de déplacement modaux. On tracera ensuite les courbes de dispersions des fréquences en fonction des vecteurs d'ondes k .

Nous avons vu dans le chapitre 1 que le problème que posent les cristaux phononiques et donc les structures périodiques par transposition au domaine du génie civil, est l'encombrement spatial qu'elles imposent dès lors qu'on souhaite obtenir des bandes interdites dans le domaine des basses fréquences. Il est clair que le choix de tels modèles et matériaux est potentiellement favorable pour l'obtention de bandes gap dues au mécanisme de Bragg et l'abaissement de ces

bandes de fréquences grâce au mécanisme de résonance locale d'où le choix d'un matériau élastiquement mou enrobant un noyau à densité élevée.

4.2.1 - Opérations d'optimisation des paramètres géométriques sur les bandes interdites

On sait de façon générale dans les cristaux phononiques 2D, pour le mécanisme de Bragg, qu'on observe les bandes interdites les plus larges lorsque les constituants ont des caractéristiques physiques très différentes. Dans le cas particulier des systèmes solide/solide, il est plus favorable que les inclusions soient faites d'un matériau de haute densité avec des constantes élastiques les plus élevées [29].

Dans un premier temps nous nous intéressons aux paramètres géométriques des modèles munis de résonateurs qu'on souhaite étudier. On cherche à obtenir des résonances dans le domaine des basses fréquences.

L'objectif de l'étude étant fixé, on réalise maintenant une étude préliminaire permettant de déterminer les dimensions pour lesquelles on a le plus de chance d'obtenir des bandes interdites mais en basses fréquences. On fait varier les paramètres géométriques dans une certaine plage de valeurs. Il est utile de préciser ici que les diagrammes de bande peuvent être normalisés par le paramètre de maille. En effet, ce paramètre agit comme un facteur d'échelle à la fois pour les dimensions géométriques et pour les fréquences atteintes, dans la mesure où ces dernières sont liées d'une manière ou d'une autre aux vitesses de propagation des ondes élastiques. Afin de mettre en évidence les relations entre les paramètres géométriques et les diagrammes de bande obtenus, nous procédons à une opération de "*gap mapping*" en balayant les plages de valeurs définies précédemment.

Dans toutes les phases et à toutes les étapes, le paramètre de maille noté " a " est maintenu constant; il représente la périodicité de la structure et il est pris égal à 1 mètre. Le paramètre " e " désigne l'épaisseur du massif de béton qu'on va maintenir fixe; il est pris dans la majeure partie de l'étude égal à $0,10 a$. Ainsi, dans les trois premières phases, seuls h_1 et h_2 varient (le métal et l'élastomère émergent ou non par rapport au massif en béton). Cependant, avant d'aborder les différentes phases, nous avons opté pour une opération d'optimisation afin de trouver les valeurs des différents paramètres géométriques qui puissent nous permettre d'avoir les meilleurs résultats des bandes interdites. Cette opération d'optimisation est composée de quatre étapes dans lesquelles nous modifions les paramètres géométriques un par un. A titre d'exemple, dans la première étape, nous avons maintenu constants r_1/a , r_2/a et h_1/a ; seul h_2/a est modifié. Dans la deuxième étape, seul h_1/a est modifié alors que r_1/a , r_2/a et h_2/a sont maintenus constants; dans la troisième étape, nous avons maintenu constants h_1/a , h_2/a , r_1/a et seul r_2/a varie. Dans la quatrième étape, seul r_1/a varie et h_1/a , h_2/a , r_2/a sont maintenus constants.

Pour illustrer cette opération, nous donnons, à titre d'exemple, à la figure 4.2, les *gap maps* de cette première étape préliminaire représentés par la variation des fréquences propres normalisées en fonction du rayon relatif r_1/a et de la hauteur relative h_1/a pour les deux couples de matériaux "acier-caoutchouc" et "acier-pvc".

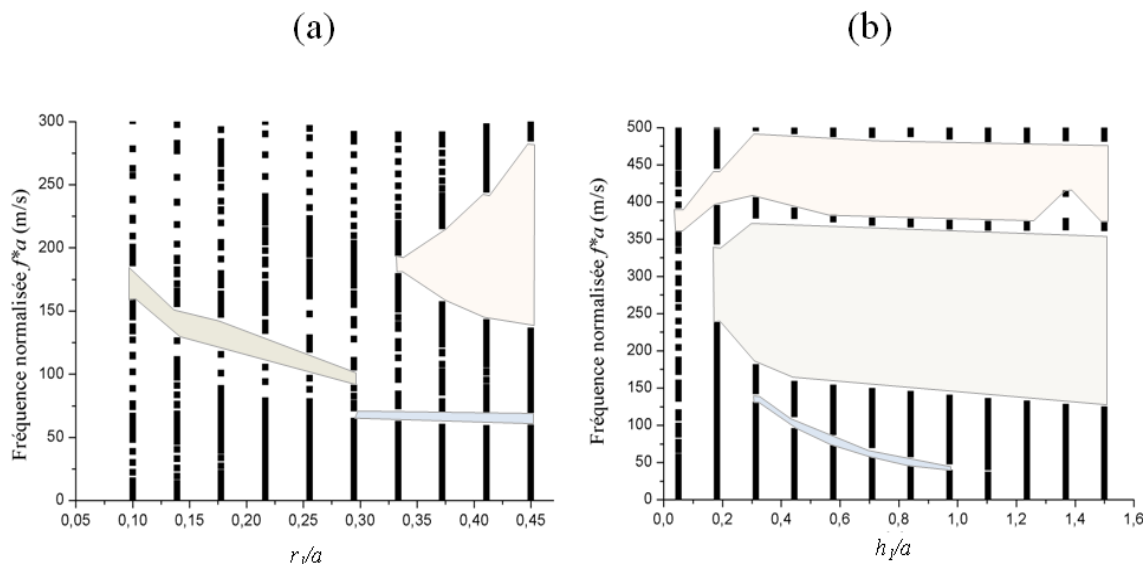


Figure 4.2 : Evolution des bandes gap en fonction des paramètres géométriques r_1/a et h_1/a (a) matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_2/a = 0.35$, $h_1/a = h_2/a = 0.5$; r_1/a variable). (b) matériaux utilisés "acier-pvc", ($r_1/a = 0.45$; $r_2/a = 0.35$; $h_2/a = 0.5$; h_1/a variable)

La figure 4.2 résume la variation de la largeur des bandes interdites, leur apparition et leur extinction en faisant varier la hauteur et le rayon des résonateurs. On peut remarquer déjà qu'il est possible d'avoir une première bande interdite à basses fréquences pour un rayon relatif r_1/a compris entre 0.3 et 0.45 et une hauteur relative des résonateurs située entre 0.3 et 1.

4.2.2 - Courbes de dispersion pour le couple de matériaux "acier-caoutchouc"

A l'issue de l'opération préliminaire effectuée au 4.2.1, et dans le but de cibler le domaine des basses fréquences, on choisira les paramètres géométriques suivants: $r_1/a = 0.45$, $h_1/a = 0.5$ pour l'élastomère et $r_2/a = 0.35$, $h_2/a = 0.5$ pour le noyau métallique. Afin de prendre en compte la réponse du milieu pour tous les vecteurs d'onde compris dans la première zone de Brillouin, on représente la dispersion du milieu sur les segments formés à partir des points critiques de la zone irréductible, respectivement ΓX , XM et $M\Gamma$ pour une maille carrée. Les courbes de dispersion de fréquences normalisées f^*a (m/s) en fonction du vecteur d'onde réduit ka sont calculées et représentées à la figure 4.3; on donne l'exemple du couple de matériaux "acier-caoutchouc".

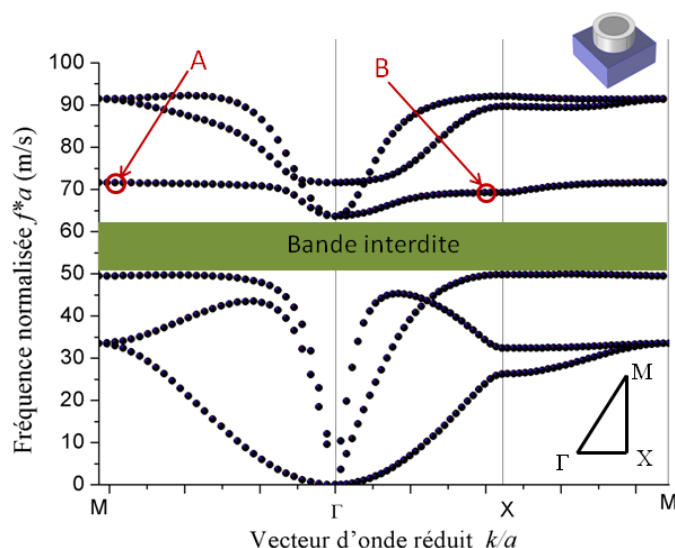


Figure 4.3 : Courbes de dispersion des fréquences, matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a = 0.45$, $r_2/a = 0.35$, $h_1/a = h_2/a = 0.5$); gap situé entre 50 et 63 m/s

Les courbes de dispersion sont calculées avec la méthode des éléments finis et tracées dans chaque direction de la zone de Brillouin irréductible représentée en bas de la figure 4.3. Une normalisation des courbes est nécessaire avant d'obtenir une juxtaposition des structures de bandes calculées. La zone colorée correspond à une bande interdite absolue où aucune propagation d'ondes n'est possible; en d'autres termes les modes de vibration Z ou XY ne peuvent se propager et cela, quelle que soit la direction de propagation dans le plan du massif de béton ou dans le plan perpendiculaire aux cylindres.

Dans cette figure, où on se limite au domaine de fréquences comprises entre 0 et 100 m/s, nous observons l'apparition et la mise en évidence du phénomène de bande interdite ou bande gap située entre 50 et 63 m/s et qui correspond à une absence totale de propagation d'onde quelque soit la direction de l'onde incidente.

Une caractéristique remarquable sur la figure 4.3, est la présence d'une branche relativement plate du moins en grande partie à une fréquence voisine de 70 m/s, traversant la zone de Brillouin (branche passant par les deux points A et B). Nous donnons schématiquement pour cette même fréquence dans la figure 4.4, les modes de vibration dans le plan XY et en 3D et les champs de déplacements sont représentés par une échelle de couleurs (bleue et rouge pour des déplacements min et max respectivement). Les modes de résonance sont plats et ne dépendent pas de la longueur d'onde puisqu'ils sont localisés et ont donc une vitesse de groupe nulle.

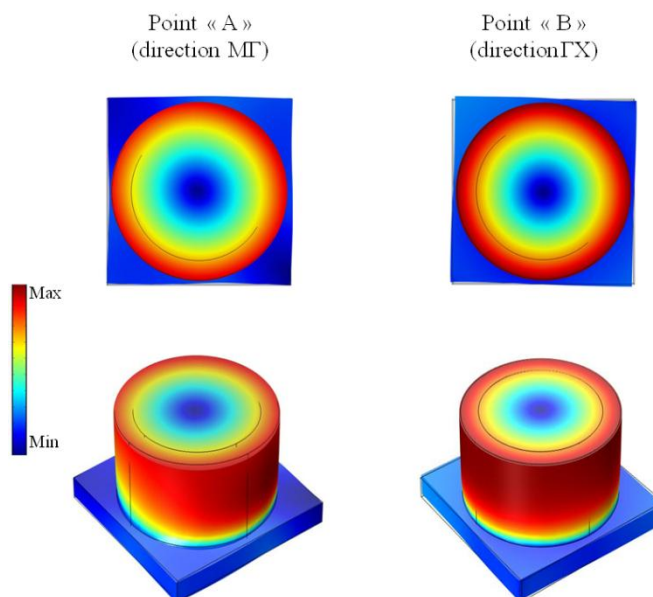


Figure 4.4 : Modes de vibrations et Champs de déplacement aux fréquences définies par les points A et B de la figure 4.3

Nous observons également dans cette figure que le mouvement correspondant aux champs de déplacements est localisé au niveau de la couche d'élastomère. Ceci est interprété comme la caractéristique d'un mode de résonance locale. Le noyau globalement sans grande déformation car il joue le rôle de "corps lourd" ayant une raideur extrêmement élevée par rapport à celle de l'élastomère.

4.3 - Effet des paramètres géométriques sur les bandes interdites

Pour mettre en exergue l'influence des paramètres géométriques qui caractérisent la cellule de base (massif de béton, cylindres en métal et en élastomère) sur les structures de bandes de fréquences, on va faire varier la hauteur, le rayon des résonateur, le facteur de remplissage et l'épaisseur du substrat en essayant à chaque fois d'expliquer les mécanismes physiques derrière les observations qui seront faites.

4.3.1 - Effet de la hauteur des cylindres sur les bandes interdites

4.3.1.1 - Courbes de dispersion pour $h=h_1=h_2$

Le premier modèle étudié est celui d'un massif en béton de section carrée " axa " (a représentant le paramètre de maille) et d'épaisseur " e " incrusté d'un noyau cylindrique en acier non émergeant. Ce dernier est enrobé d'une couche d'élastomère en caoutchouc. Les cylindres en caoutchouc et en acier ont des rayons relatifs respectifs de " r_1/a " et " r_2/a " et des hauteurs relatives " h_1/a " et " h_2/a " respectivement ($h_1=h_2=h=e$) comme il est indiqué dans la figure 4.1. Les courbes de dispersion de fréquences normalisées f^*a (m/s) en fonction du vecteur d'onde

réduit k/a dans la zone irréductible de Brillouin pour le couple de matériaux "acier-caoutchouc" sont illustrées dans la figure 4.5.

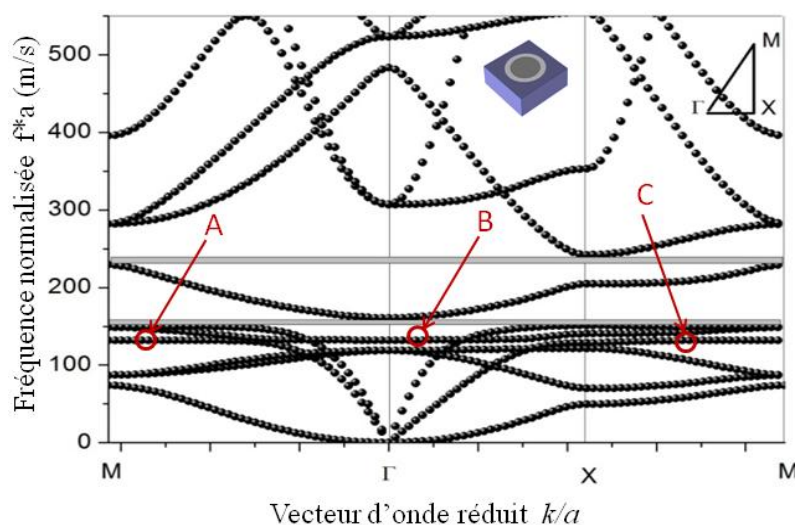


Figure 4.5 : Courbes de dispersion des fréquences, matériaux utilisés «acier-caoutchouc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=e/a=0.1$); gaps situés entre 155 - 160 m/s et 230 - 245 m/s

Les zones colorées en gris correspondent à des bandes interdites absolues où aucun des modes de vibration Z ou XY ne peut se propager et cela, quelle que soit la direction de propagation dans le plan perpendiculaire aux cylindres. Une absence donc de propagation d'ondes est enregistrée dans deux bandes de fréquences réduites très étroites qui apparaissent à des fréquences relativement élevées situées au delà de 150 m/s. Les largeurs de ces bandes interdites sont comprises dans les gammes 155-160 m/s et 230-245 m/s, soit des largeurs relatives de 3% et 6%; sachant que la largeur relative d'une bande interdite est égale au rapport de la largeur de la bande à la fréquence moyenne ou centrale de la bande ($\Delta f/f_m$).

On remarque aussi sur cette figure une branche assez plate apparaissant dans la structure de bandes à une fréquence de 132 m/s traversant toute la zone de Brillouin (branche passant par les trois points A, B, C) et qui correspond à des modes de résonance locale comme l'illustre la figure 4.6.

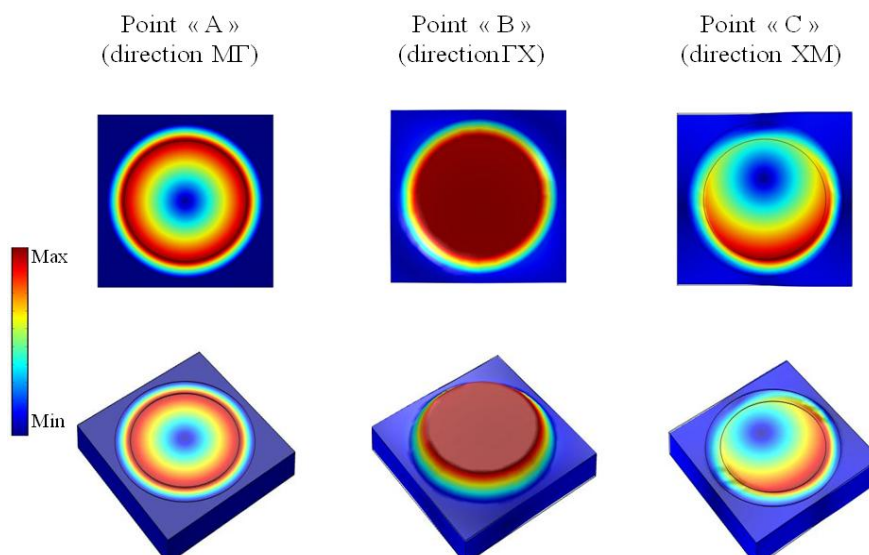


Figure 4.6 : Modes de vibrations et Champs de déplacement à la fréquence $f=132\text{m/s}$ définie par les points A, B et C de la figure 4.5

4.3.1.2 - Courbes de dispersion pour $h=h_1$ et $h_2/a = 0.5$

Le modèle de la phase 2 est celui représenté en figure 4.1(b). Comparativement au modèle précédent, seul le cylindre en acier émerge par rapport au substrat en béton ($h_1=e$ et $h_2/a=0.5$); les rayons relatifs r_1/a et r_2/a sont égaux respectivement à 0.45 et 0.35.

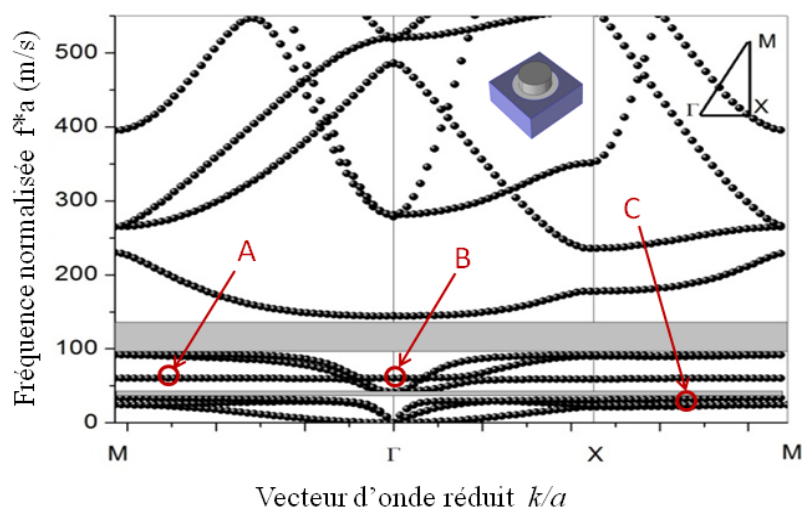


Figure 4.7 : Courbes de dispersion des fréquences, matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$; $h_1/a=e/a=0.1$; $h_2/a=0.5$); gaps situés entre 35 - 40 m/s et 95 - 140 m/s

Dans cette deuxième phase, où seuls les cylindres en acier émergent du substrat de béton, on représente la dispersion des fréquences en fonction du vecteur d'onde réduit. Les résultats pour le couple "acier-caoutchouc" sont illustrés dans la figure 4.6. Un décalage notable vers les basses fréquences a été obtenu,

puisqu'on enregistre deux bandes interdites comprises entre 35 - 40 m/s et 95 - 140 m/s ainsi qu'une amélioration des largeurs relatives de bandes interdites, qui passent de 3% et 6% à 13% et 38% respectivement pour les première et deuxième bandes interdites. Ceci est attribué au phénomène de résonance mis en évidence par plusieurs chercheurs [45, 143-144].

De plus, on observe dans cette figure un glissement de la bande plate vers les basses fréquences. En effet, des modes de résonance locale apparaissent aux environs de 60 (branche passant par les points A et B) et 30 m/s (branche passant par le point C) comme le montre la figure 4.8.

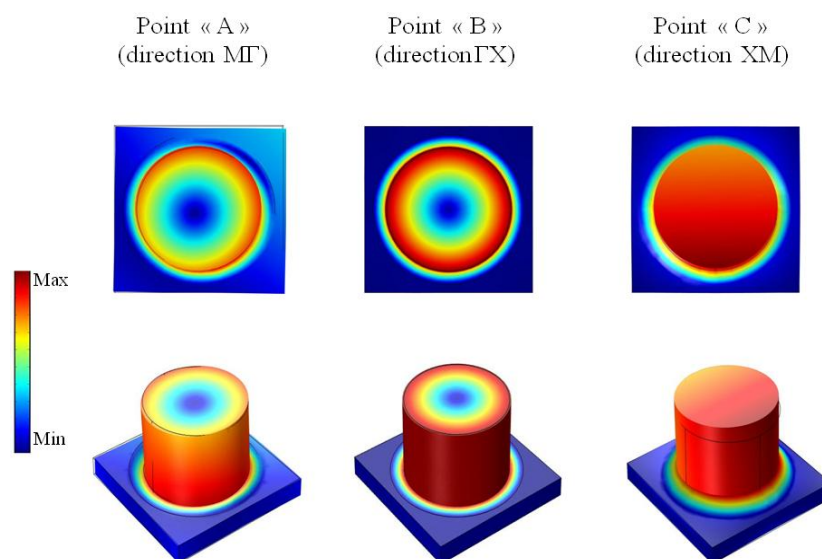


Figure 4.8 : Modes de vibrations et Champs de déplacement aux fréquences définies par les points A, B et C de la figure 4.6

Cette figure illustre bien la nature totalement localisée des modes de résonance sur le substrat de béton car on n'enregistre pratiquement aucun déplacement au niveau de celui-ci; l'essentiel de l'énergie élastique étant confiné dans le résonateur. Physiquement, lors de la résonance, le noyau rigide et la couche extérieure vibrent en opposition de phase, l'élastomère jouant le rôle de ressort.

4.3.1.3 - Courbes de dispersion pour $h_1/a = h_2/a = 0.5$

En tirant parti de l'effet de la résonance locale et afin d'améliorer d'avantage ces bandes interdites, une troisième phase a été réalisée en augmentant la dimension h_1 . De ce fait, le noyau en acier et le caoutchouc émergent avec la même hauteur du massif de béton, soit $h_1/a = h_2/a = 0.5$; les rayons relatifs r_1/a et r_2/a sont toujours égaux respectivement à 0.45 et 0.35. L'évolution des bandes interdites est donnée par la figure 4.9.

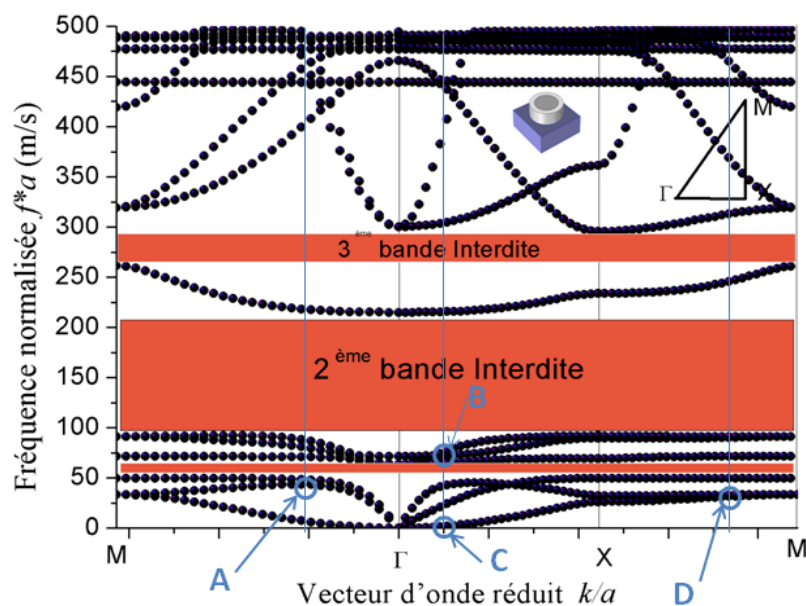


Figure 4.9 : Courbes de dispersion des fréquences, matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$); gaps situés entre 50 - 63 m/s, 93 - 215 m/s et 262 - 293 m/s

On remarque que par rapport aux figures 4.5 et 4.7, le diagramme de bandes de la figure 4.9 fait apparaître d'une part une troisième bande interdite supplémentaire, mais d'autre part, l'émergence de l'élastomère provoque un élargissement des bandes interdites avec un glissement vers les basses fréquences notamment de la deuxième bande gap. On peut également remarquer sur la figure 4.8 qu'un intervalle de bande relativement large se situe entre 93 et 215 m/s, tandis qu'une troisième bande se situe dans la plage de fréquences supérieures comprise entre 262 et 293 m/s; leurs largeurs relatives sont égales à 79% et 11%. Une bande interdite à basse fréquence apparaît entre 50 et 63 m/s; sa largeur relative est égale à 23%. Ce résultat est potentiellement intéressant pour les applications de génie civil. Bien que les bandes interdites restent relativement élevées, l'effet de contraste entre les matériaux peut être utilisé pour les ajuster.

Si la propagation des ondes élastiques est limitée au plan (XOY) perpendiculaire aux axes des cylindres, alors le vecteur déplacement élastique \vec{u} ne dépend que de X et de Y. En faisant cette hypothèse, les vibrations se découpent en des modes de polarisation mixte (ou modes XY) et des modes purement transverses (modes Z). Le vecteur déplacement élastique \vec{u} pour les modes XY est perpendiculaire à l'axe des cylindres ($\vec{u} \perp \vec{OZ}$) alors que les modes Z sont tels que \vec{u} est parallèle aux cylindres.

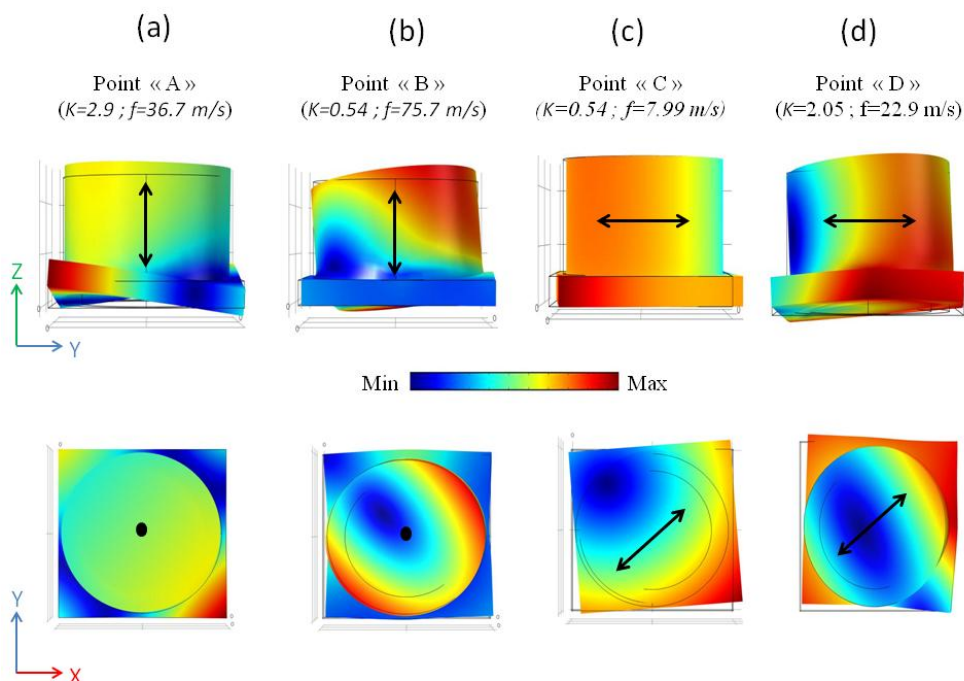


Figure 4.10 : Modes de vibrations et Champs de déplacement aux fréquences définies par les points A, B, C et D de la figure 4.9

En effet, en procédant à l'étude des champs des déplacements de différents modes propres pour certaines courbes de dispersion des fréquences de la figure 4.9 (points A, B, C et D), on observe des vibrations qui se découpent en des modes de polarisation mixte (ou modes XY) et des modes purement transverses (modes Z). on peut aussi observer clairement des oscillations (points A et D) avec des déplacements des résonateurs parallèlement à l'axe Z (Fig.4.10(a)) ou dans le plan XY (Fig.4.10(d)) accompagnés d'une flexion plus ou moins importante du substrat de béton (mode XY). En revanche, pour les points B et C, les oscillations provoquent des déplacements des résonateurs parallèlement à l'axe Z (Fig.4.10(b)) ou dans le plan XY (Fig.4.10(c)) accompagnés de déformations planes du substrat de béton (mode XY). On remarque que ces déformations ou déplacements apparaissent au niveau des résonateurs mais s'étendent aussi pour certains modes au massif de béton. En effet, On peut noter un champ de déplacement en dehors des cylindres qui montre une certaine interaction entre le substrat et les résonateurs; ceci démontre que cette bande interdite en basse fréquences peut être aussi tributaire des paramètres géométriques du massif.

4.3.1.4 - Courbes de dispersion pour $h_1/a = h_2/a = h/a$ (h variable)

Afin de voir plus l'effet de la hauteur h du noyau métallique et de l'élastomère sur les largeurs et positions des bandes interdites, nous avons jugé utile de faire varier la hauteur relative h/a entre 0 et 0.75. Nous avons fait varier le vecteur d'onde k selon la direction ΓX . Le couple de matériaux utilisé est "acier-

pvc"; Les valeurs des rayons relatifs r_1/a et r_2/a sont prises égales à 0.45 et 0.35 respectivement. La figure 4.11 montre la variation des courbes de dispersion en fonction de la hauteur relative h/a .

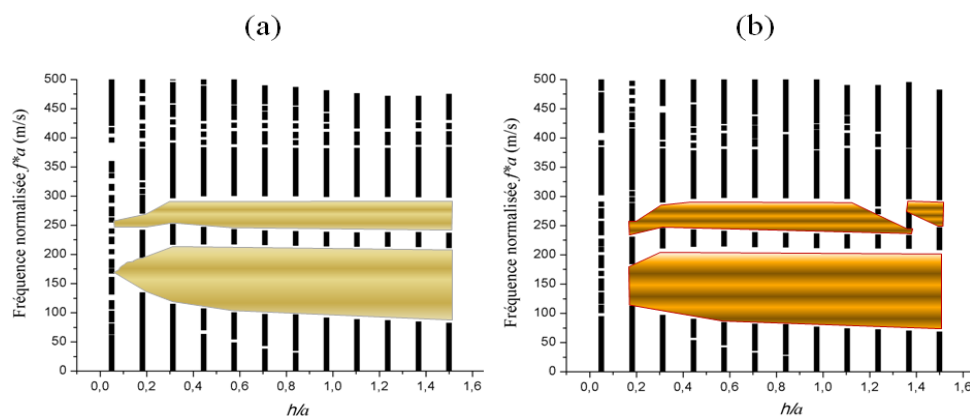


Figure 4.11 : Evolution des bandes gap en fonction de la hauteur relative h/a (a) matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=h/a$ variable). (b) matériaux utilisés "plomb-pvc", ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=h/a$ variable)

On peut très bien voir sur cette figure que la position et l'ouverture des bandes gaps est tributaire de la hauteur des résonateurs. De ce fait, plus la hauteur des résonateurs est grande, plus les bandes interdites se dirigent vers les basses fréquences avec une légère amélioration de leur largeur. Donc à faibles hauteurs, l'effet de résonance locale n'est pas un facteur dominant. Ceci s'explique par le fait que l'augmentation de la hauteur des résonateurs fait augmenter leur masse. Cette dernière étant responsable de l'existence des bandes interdites en basses fréquences comme l'ont souligné plusieurs chercheurs [59]. Cette courbe est très intéressante car elle peut nous orienter sur le choix de la hauteur des résonateurs à adopter en fonction des fréquences nuisibles qu'on voudrait éviter ou stopper.

4.3.2 - Effet de l'épaisseur des cylindres sur les bandes interdites

Dans cette section, nous étudions l'effet de l'épaisseur ou du rayon de l'élastomère sur la largeur des bandes interdites et leurs emplacements (fréquences centrales). Notons cependant que la variation du rayon de l'élastomère induit automatiquement une variation mais en sens inverse c'est à dire au détriment du rayon du cylindre métallique. On considère les deux couples de matériaux "acier-pvc" et "acier-caoutchouc". La polarisation concernera uniquement la première zone de Brillouin $1X$.

4.3.2.1 - Cas du couple de matériaux "acier-pvc"

4.3.2.1.1 - Fréquences centrales

La figure 4.12 montre les variations des fréquences centrales des trois bandes gap en fonction de l'épaisseur de l'élastomère qui enrobe le noyau en acier. On rappelle que la fréquence centrale f_c ou fréquence moyenne f_m d'une bande gap représentent la demi-somme entre les limites inférieure et supérieure de cette bande.

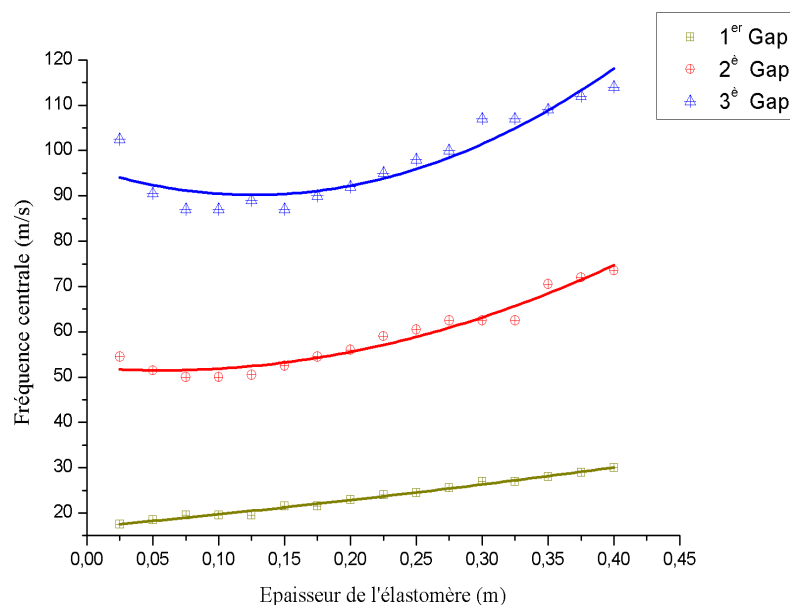


Figure 4.12 : Variation des fréquences centrales normalisées en fonction de l'épaisseur de la couche d'élastomère, matériaux utilisés "acier-pvc"

Les variations des fréquences à travers la figure 4.12 affichent une légère tendance à la hausse lorsque l'épaisseur augmente notamment pour les deux premières bandes gap. En revanche, pour la troisième bande gap, la variation est légèrement parabolique avec un minimum situé entre 0,05 et 0,15 m. Nous pensons que cette tendance à la hausse même si elle n'est pas importante est due à la diminution du rayon du cylindre métallique donc de la masse du noyau lourd, ce qui est en adéquation avec certaines recherches faites sur les cristaux phononiques.

4.3.2.1.2 - Largeur des bandes gap

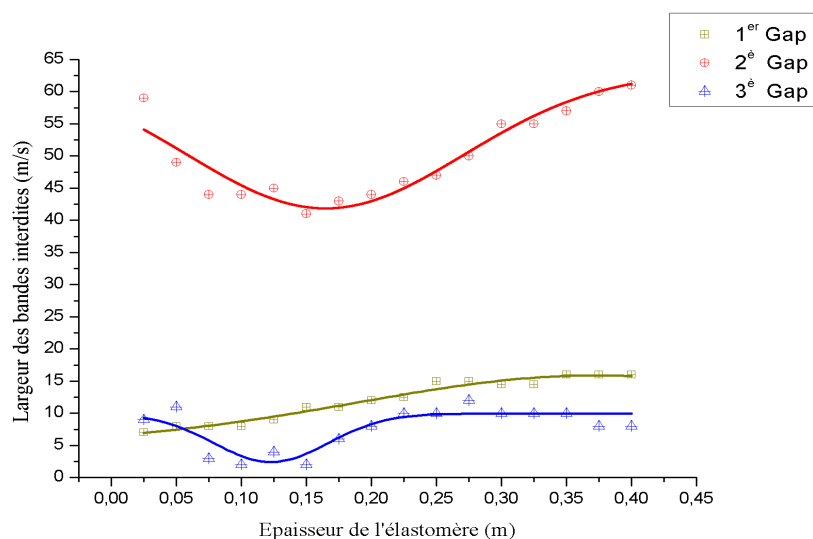


Figure 4.13 : Evolution de la largeur des bandes gaps en fonction de l'épaisseur de la couche d'élastomère, matériaux utilisés "acier-pvc"

Si on s'intéresse à la première bande interdite de la figure 4.13, on remarquera que sa largeur est relativement proportionnelle à l'épaisseur de l'élastomère mais avec un coefficient de proportionnalité très faible. Pour les deuxième et troisième bandes, la variation est en partie parabolique avec des minimums situés entre 0.125 et 0.175 m; la reprise est plutôt monotone pour la troisième bande interdite.

4.3.2.2 - Cas du couple de matériaux "acier-caoutchouc"

Dans le but de voir l'influence de la nature de l'élastomère sur l'évolution des fréquences centrales et la largeur des bandes interdites, Le PVC est remplacé par le caoutchouc.

4.3.2.2.1 - Fréquences centrales

On représentera dans la figure 4.14 la variation des fréquences centrales en fonction de l'épaisseur de la couche d'élastomère. On peut remarquer dans cette figure que la variation est quasiment identique à celle observée dans le couple "acier-pvc" mais avec une tendance plutôt vers les basses fréquences.

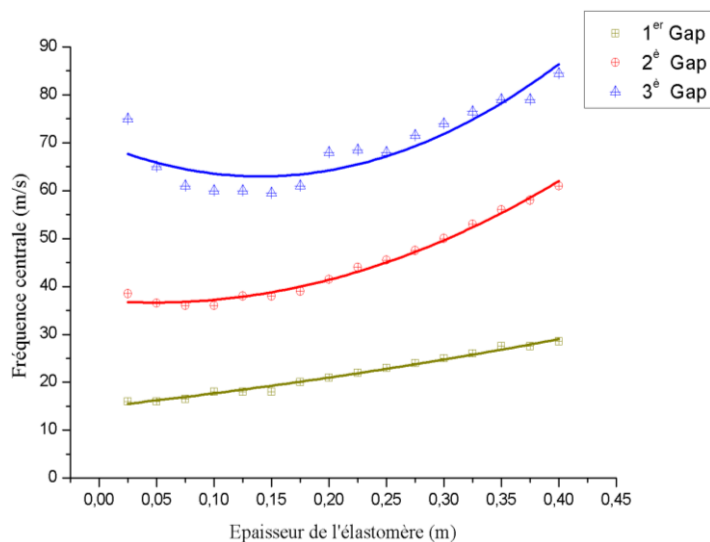


Figure 4.14 : Variation des fréquences centrales normalisées en fonction de l'épaisseur de la couche d'élastomère, matériaux utilisés "acier-caoutchouc"

Les fréquences centrales des trois bandes gap ont tendance à se hisser vers le haut avec des variations linéaire pour la première bande gap et relativement parabolique pour les deuxième et troisième bande gap. Des épaisseurs comprises entre 0.025 et 0.15 m semblent intéressantes lorsqu'on cible les basses fréquences.

4.3.2.2.2 - Largeur des bandes gap

Ce que l'on peut noter tout d'abord dans la figure 4.15 où les largeurs des bandes gap sont représentées en fonction de l'épaisseur de la couche d'élastomère est que la largeur de la deuxième bande gap est la plus importante quelque soit l'épaisseur considérée; suivie de celle de la première bande gap, et ce, pour des épaisseurs comprises entre 0.125 et 0.40 m.

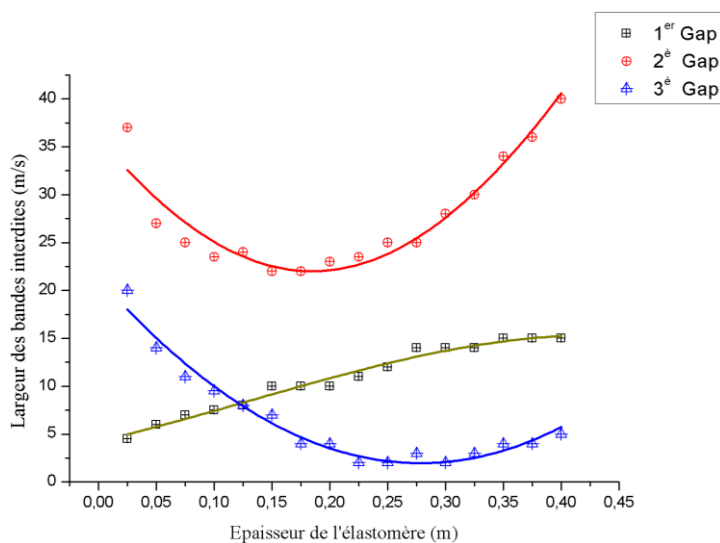


Figure 4.15 : Evolution de la largeur des bandes gaps en fonction de l'épaisseur de la couche d'élastomère, matériaux utilisés "acier-caoutchouc"

Dans l'intervalle 0 - 0.25 m, les largeurs des deuxième et troisième bandes gap diminuent avec l'épaisseur de l'élastomère, alors qu'entre 0.25 et 0.40 m la tendance des mêmes bandes reprend à la hausse. Pour la première bande gap, sa largeur est très peu influencée par l'épaisseur de la couche de caoutchouc.

Mais en analysant l'allure des quatre courbes des figures 4.12 à 4.15, nous dirons que le changement de l'épaisseur de l'élastomère, donc du rayon du noyau métallique influe beaucoup plus sur l'ouverture des bandes interdites que sur leurs positions.

4.3.2.3 - Cas du couple de matériaux "acier-silicone"

Dans la continuité de l'effet de la nature de l'élastomère sur la structure des bandes gaps, le caoutchouc est remplacé cette fois ci par du silicone.

4.3.2.3.1 - Fréquences centrales

On représentera dans la figure 4.16 la variation des fréquences centrales en fonction de l'épaisseur de la couche d'élastomère. L'observation principale qu'on peut faire sur cette figure est la chute drastique des fréquences centrales normalisées qui descendent sous la barre des 20 m/s.

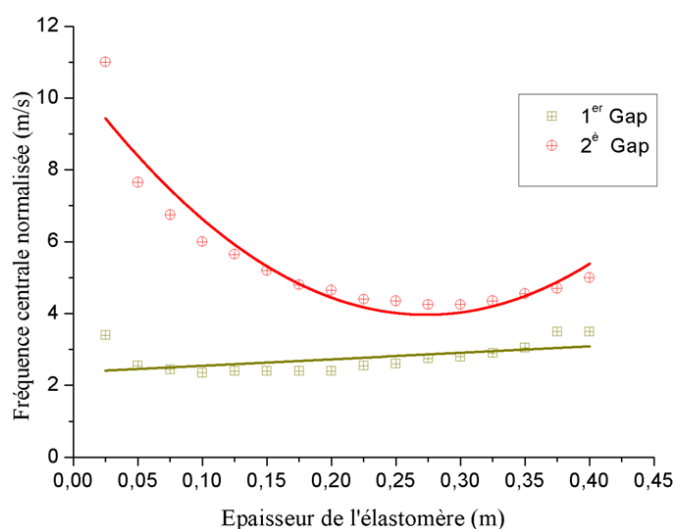


Figure 4.16 : Variation des fréquences centrales normalisées en fonction de l'épaisseur de la couche d'élastomère, matériaux utilisés "acier-silicone"

La deuxième observation, est que globalement et pour la plupart des valeurs de l'épaisseur de la couche de silicone utilisées, seulement deux bandes interdites apparaissent. La première bande interdite affiche une tendance quasi similaire à celles observées pour les deux couples de matériaux "acier-pvc" et

"acier-caoutchouc", soit une fréquence centrale plus ou moins constante. La deuxième bande interdite est de tendance parabolique avec une fréquence minimale obtenue pour des épaisseurs comprises entre 0.25 et 0.325 m.

4.3.2.3.2 - Largeur des bandes gap

La figure 4.17 montre la relation entre les largeurs des bandes interdites et l'épaisseur de la couche de silicone. On remarque que la largeur de la deuxième bande gap est la plus importante quelque soit l'épaisseur considérée; suivie de celle de la première bande gap, et ce, pour des épaisseurs comprises entre 0.125 et 0.40 m.

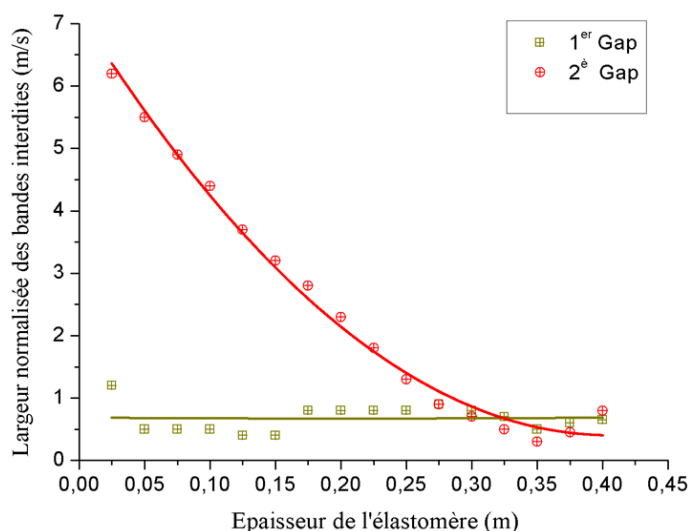


Figure 4.17 : Evolution de la largeur des bandes gaps en fonction de l'épaisseur de la couche d'élastomère, matériaux utilisés "acier-silicone"

On peut noter à travers cette figure, que la première bande interdite est relativement constante, ce qui nous amène à dire, en tenant compte aussi de la figure 4.15 que la position de la première bande interdite et sa largeur sont quasi indépendantes de l'épaisseur de la couche de silicone. La deuxième bande gap, affiche aussi une tendance parabolique mais avec des largeurs de bandes maximales obtenues pour des faibles épaisseurs de la couche de silicone. En revanche, les largeurs des bandes gaps les plus faibles sont enregistrées pour les épaisseurs les plus reculées.

4.3.3 - Effet du facteur de remplissage β sur les bandes interdites

Le facteur ou coefficient de remplissage β représente la fraction entre la surface occupée par le résonateur (cylindre en acier avec la couche d'élastomère) et la surface totale du massif de béton. Soit donc :

$$\beta = \frac{\pi r_{ext}^2}{a^2} \quad (4.1)$$

r_{ext} étant le rayon du cylindre d'élastomère (rayon du cylindre métallique + l'épaisseur de la couche d'élastomère).

On se limitera dans cette section aux couples de matériaux "acier-pvc" et "acier-caoutchouc".

4.3.3.1 - Cas du couple de matériaux "acier-pvc"

4.3.3.1.1 - Fréquences centrales

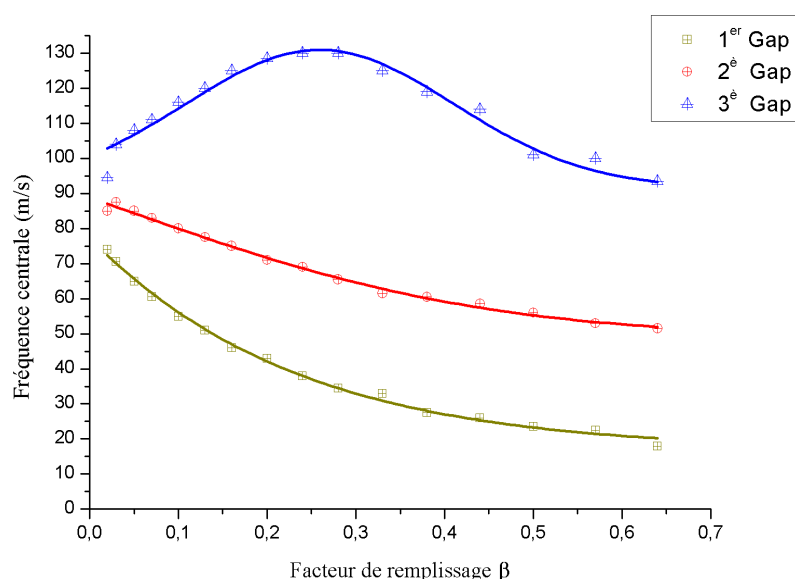


Figure 4.18 : Variation des fréquences centrales normalisées en fonction du facteur de remplissage, matériaux utilisés "acier-pvc"

On peut observer à travers la figure 4.18, que les fréquences centrales diminuent avec le facteur de remplissage notamment pour les première et deuxième bandes interdites. De ce fait, des coefficients de remplissage supérieurs à 0,5 et qui correspondent à des rayons extérieurs relatifs des résonateurs supérieurs à 0,40 semblent assez intéressants pour le domaine du génie civil.

4.3.3.1.2 - Largeur des bandes interdites

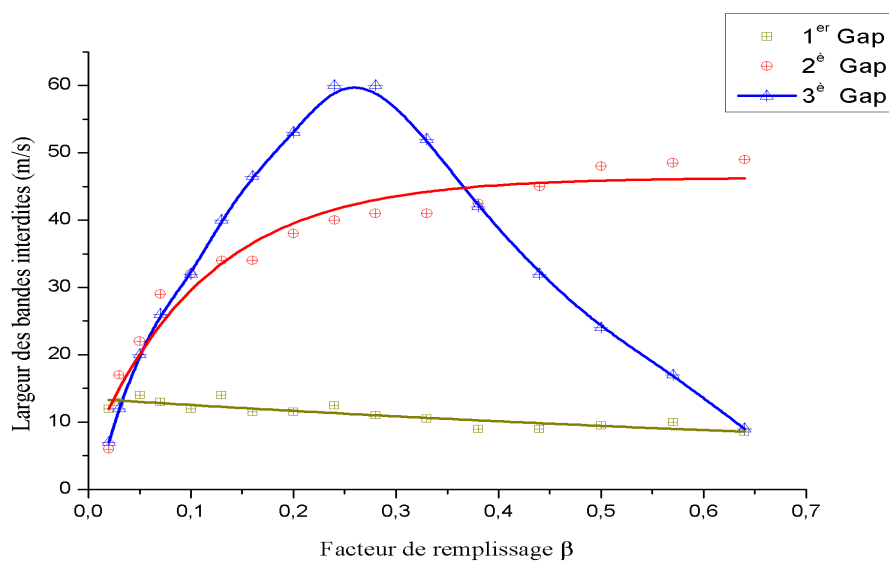


Figure 4.19 : Evolution de la largeur des bandes gaps en fonction du facteur de remplissage, matériaux utilisés "acier-pvc"

La figure 4.19 montre une variation des largeurs nettement différentes entre les trois bandes gap. La largeur de la première bande gap semble peu sensible à la variation du facteur de remplissage. L'ouverture de la deuxième bande gap se fait de plus en plus pour des facteurs compris entre 0.0125 et 0.45.

4.3.3.2 - Cas du couple de matériaux "acier-caoutchouc"

4.3.3.2.1 - Fréquences centrales

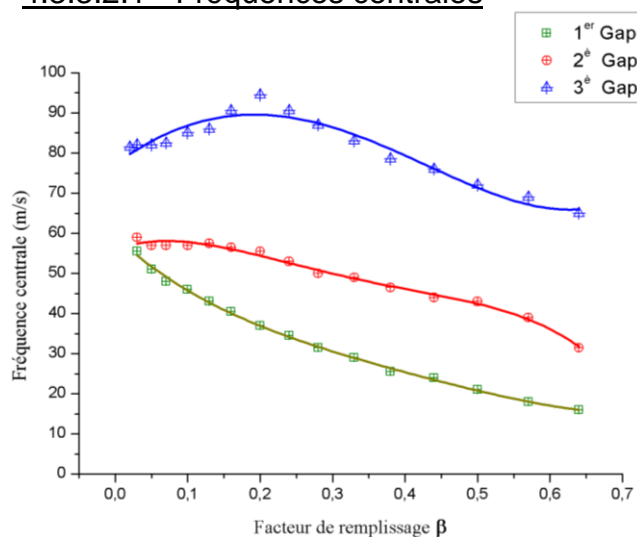


Figure 4.20 : Variation des fréquences centrales normalisées en fonction du facteur de remplissage, matériaux utilisés "acier-caoutchouc"

Les mêmes tendances observées dans la figure 4.18 pour le pvc sont également retrouvées à la figure 4.20 avec toutefois un glissement des valeurs vers les basses fréquences. On peut aussi noter que l'effet de résonance locale est d'autant plus ressenti que le facteur de remplissage est important, et ce, en général pour les trois bandes gaps; en d'autres termes, la logique est respectée car l'augmentation du facteur de remplissage implique une hausse de la densité du noyau et de la constante élastique et donc synonyme de basses fréquences [27].

4.3.3.2.2 - Largeur des bandes interdites

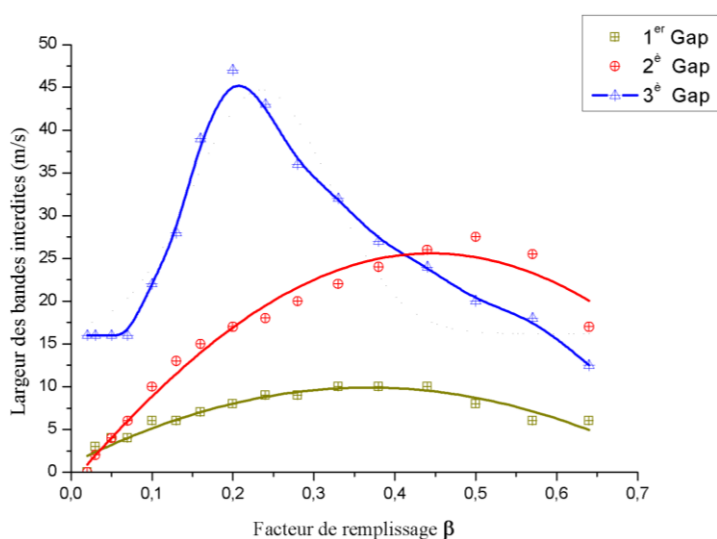


Figure 4.21 : Evolution de la largeur des bandes gaps en fonction du facteur de remplissage, matériaux utilisés "acier-caoutchouc"

Il est utile de noter qu'au même titre que pour le pvc (figure 4.19), les largeurs des trois bandes interdites dépendent fortement du coefficient de remplissage β comme le montre la figure 4.21. L'ouverture des première et seconde bandes interdites est maximale pour des coefficients de remplissage compris entre 0.25 et 0.5. Concernant la troisième bande interdite, l'ouverture de la bande atteint son sommet lorsque le résonateur occupe 20% du massif de béton en termes de surface. Cependant, un compromis doit être établi entre les graphes représentant les fréquences centrales et ceux représentant les largeurs des bandes interdites afin d'obtenir des valeurs optimales aussi bien pour les largeurs des bandes interdites que pour leurs fréquences mais tout en restant dans les basses fréquences.

4.5 - Effet des paramètres physiques et élastiques sur les bandes interdites

On reste dans la phase 3 (où le cylindre métallique et l'élastomère émergent avec la même hauteur); on gardera les paramètres géométriques suivants: $r_1/a = 0.45$, $h_1/a = 0.5$ pour le noyau métallique et $r_2/a = 0.35$, $h_2/a = 0.5$ pour l'élastomère.

4.5.1 - Effet de la densité du noyau métallique

L'effet de la densité du noyau métallique sur la structure des bandes interdites est étudié en substituant le noyau en acier par un noyau en plomb.

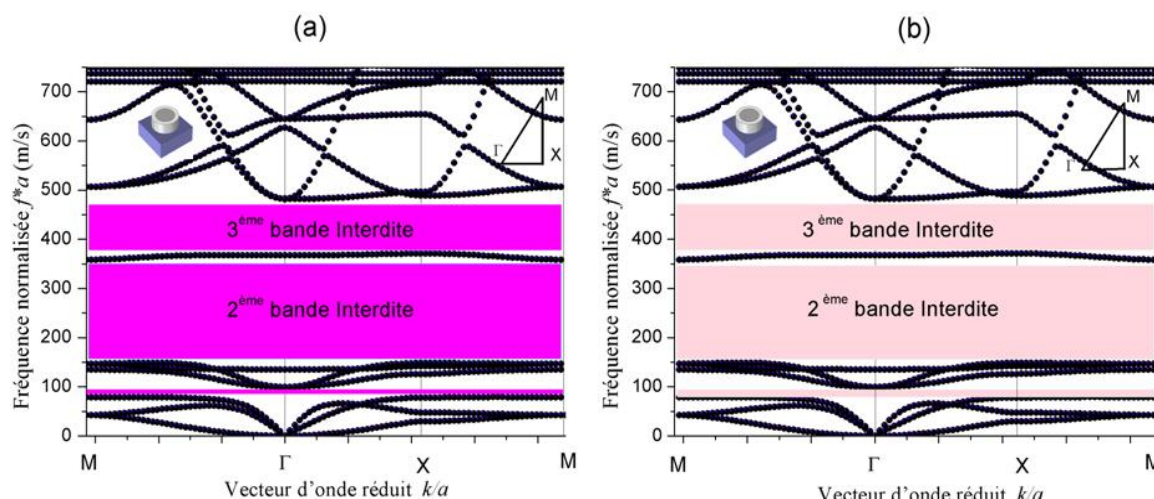


Figure 4.22 : Courbes de dispersion des fréquences, ($r_1/a = 0.45$; $r_2/a = 0.35$; $h_1/a = h_2/a = 0.5$)
 (a) matériaux utilisés "acier-pvc" gaps situés entre 80 - 100 m/s, 150 - 350 m/s et 370 - 480 m/s (b)
 matériaux utilisés "plomb-pvc" gaps situés entre 78 - 93 m/s, 150 - 350 m/s et 365 - 480 m/s

Le diagramme de dispersion des fréquences pour les deux couples de matériaux "acier-pvc" et "plomb-pvc" fait ressortir trois bandes interdites distinctes comme l'illustre la Figure 4.22. Premièrement, l'émergence avec la même hauteur du noyau métallique et de l'élastomère a entraîné l'apparition de bandes plus larges que celles enregistrées dans les phases précédentes (voir figures 4.5 et 4.7). Deuxièmement, l'effet de la différence de densité du noyau métallique n'est pas très significatif (figures 4.22 (a) et 4.22 (b)), même si le remplacement de l'acier par du plomb a légèrement réduit le premier intervalle de bande.

On peut également remarquer sur la figure 4.22 (a) qu'un intervalle de bande relativement large se situe entre 150 et 350 m/s, tandis qu'une troisième bande se situe dans la plage de fréquences supérieure comprise entre 370 et 480 m/s; leurs largeurs relatives sont égales à 80% et 26%. Une bande interdite à basse fréquence apparaît entre 80 et 100 m/s; sa largeur relative est égale à 22,2%. La première bande interdite pour le couple "plomb-pvc" représenté sur la figure 4.22 (b) s'est déplacée vers une plage comprise entre 78 et 93 m/s. Ce résultat est potentiellement intéressant pour les applications de génie civil. Bien que les bandes interdites restent relativement élevées, l'effet de contraste entre les matériaux peut être utilisé pour les ajuster.

En général, l'augmentation de la densité du noyau métallique tend à abaisser les fréquences des bandes interdites et la création d'un contraste élevé entre les densités du noyau métallique et du polymère augmente la largeur des bandes interdites. Comme on peut le voir sur la figure 4.22 (b), la largeur relative des bandes interdites augmente de 5% pour la troisième bande, mais diminue de 25% pour la première bande lors du remplacement de l'acier par du plomb. La deuxième bande interdite est la même pour l'acier et le plomb.

Le contraste de la densité et de la rigidité entre les matériaux utilisés pour le noyau et le revêtement qui est à l'origine de l'existence de ces bandes interdites a été souligné par de nombreux auteurs, en particulier Kushwaha et al. et Sigalas et al. [14-15].

Profitant de cet effet de contraste, on tentera d'atteindre encore plus la gamme des basses fréquences sismiques en substituant l'acier par du plomb et le pvc par du caoutchouc (voir figure 4.23), puis par du silicone qu'on verra dans la section suivante.

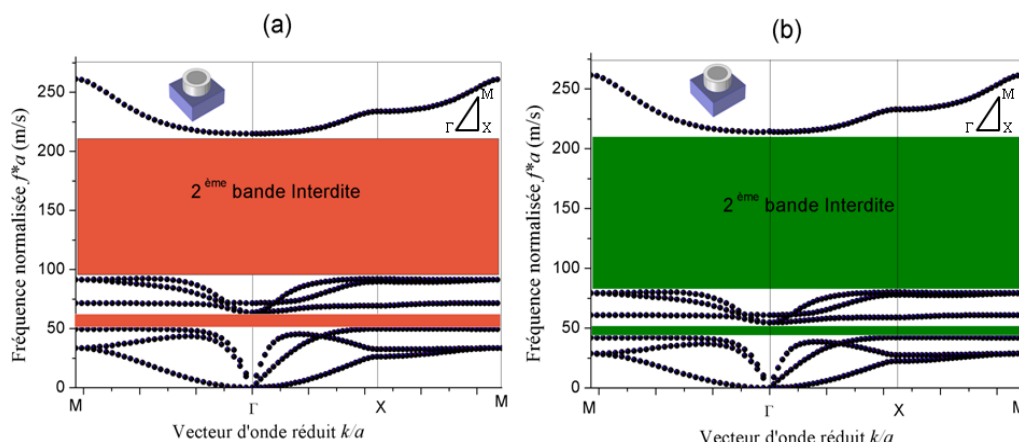


Figure 4.23 : Courbes de dispersion des fréquences, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$)

- (a) matériaux utilisés "acier-caoutchouc" gaps situés entre 50 - 63 m/s, 93 - 215 m/s et 262 - 293 m/s
 (b) matériaux utilisés "plomb- caoutchouc" gaps situés entre 42 - 55 m/s, 82 - 212 m/s et 262 - 295 m/s

L'effet de la densité du noyau métallique sur la structure des bandes gaps est plus prononcé lorsqu'on remplace le pvc par du caoutchouc. En effet, c'est ce qui ressort de la figure 4.23 où on remarque un léger glissement vers les basses fréquences lorsqu'on passe de l'acier au plomb. La première bande gap passe sous la barre des 50 m/s pour le noyau en plomb. La deuxième bande gap gagne en largeur puisqu'on passe d'une largeur de 114 m/s pour l'acier à 126 m/s pour le plomb, tout en se dirigeant vers les basses fréquences. Ce résultat est souligné par d'autres chercheurs [137].

A la fin de cette troisième phase, on substitue le caoutchouc par du silicone et on trace les courbes de dispersion des fréquences en fonction du vecteur d'onde; la figure 4.24 en illustre les résultats obtenus.

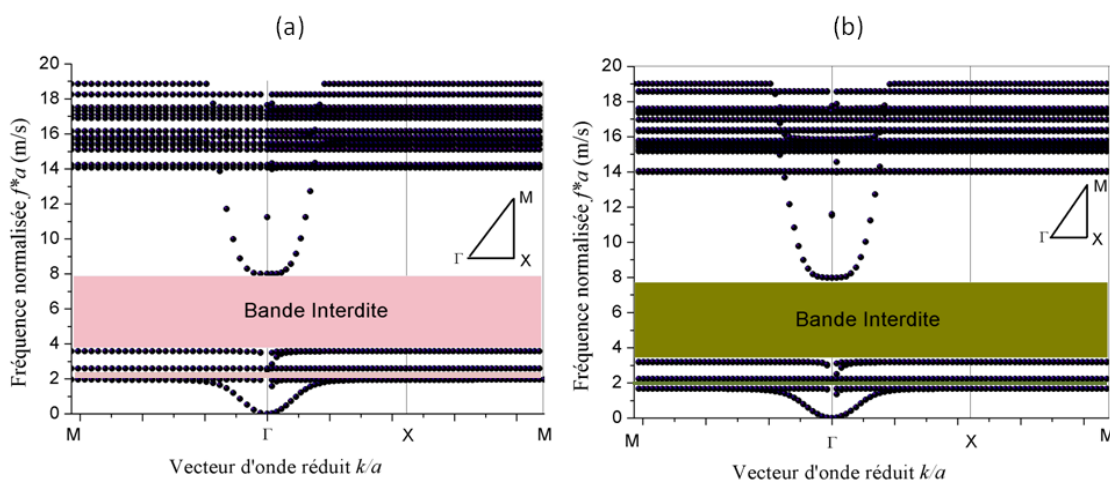


Figure 4.24 : Courbes de dispersion des fréquences, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a= h_2/a=0.5$)

(a) matériaux utilisés "acier-silicone" gaps situés entre 2 - 2.7 m/s et 3.6 - 8 m/s

(b) matériaux utilisés "plomb- silicone" gaps situés entre 1.8 - 2.2 m/s et 3.5 - 8 m/s

Remarquablement, le passage du caoutchouc au silicone nous emmène tout droit vers les très basses fréquences qui correspondent parfaitement au domaine des fréquences sismiques.

L'utilisation du silicone entraîne donc une chute substantielle des bandes interdites de fréquence en raison de son faible module d'élasticité. Aussi, il convient de noter que les bandes interdites correspondant à l'acier et au plomb (figures 4.24 (a) et 4.24(b)) deviennent relativement similaires bien que les caractéristiques d'élasticité et de masses volumiques des deux métaux soient différentes. Ceci peut être attribué au fait que le silicone ayant un très faible module d'élasticité s'avère être un facteur dominant aux basses fréquences.

4.5.2 - Effet du module d'élasticité de l'élastomère

Pour étudier l'influence du module d'élasticité de l'élastomère sur l'ouverture et la position des bandes interdites, on remplace dans cette phase 3, le pvc par du caoutchouc et du silicone. Les résultats sont résumés et représentés dans la figure 4.25.

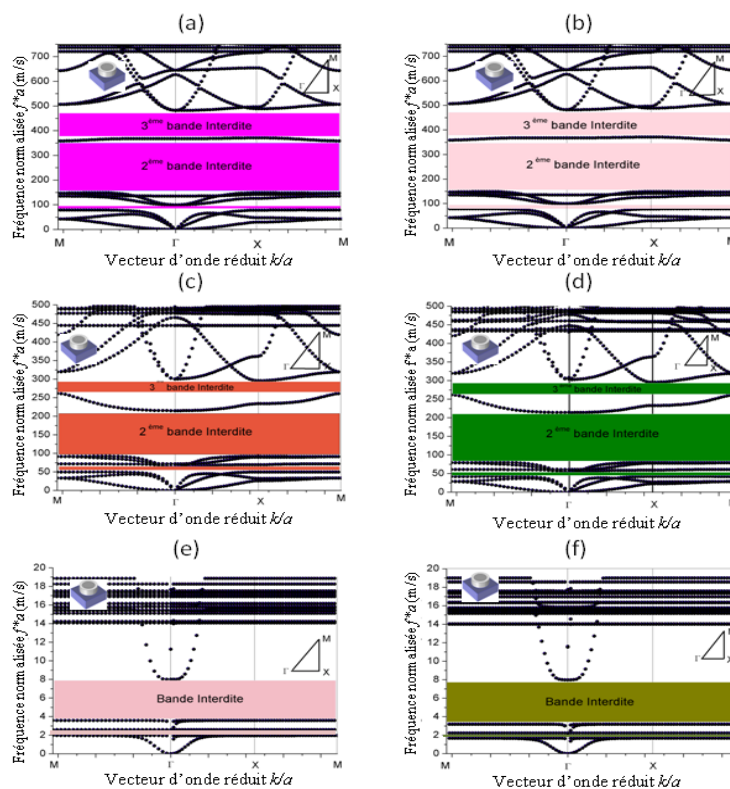


Figure 4.25 : Courbes de dispersion des fréquences, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a= h_2/a=0.5$)
 (a) matériaux utilisés "acier-pvc" gaps situés entre 80 - 100 m/s, 150 - 350 m/s et 370 - 480 m/s (b)
 matériaux utilisés "plomb-pvc" gaps situés entre 78 - 93 m/s, 150 - 350 m/s and 365 - 480 m/s (c)
 matériaux utilisés "acier-caoutchouc" gaps situés entre 50 - 63 m/s, 93 - 215 m/s et 262 - 293 m/s
 (d) matériaux utilisés "plomb- caoutchouc" gaps situés entre 42 - 55 m/s, 82 - 212 m/s et 262 - 295
 m/s (e) matériaux utilisés "acier-silicone" gaps situés entre 2 - 2.7 m/s et 3.6 - 8 m/s (f) matériaux
 utilisés "plomb- silicone" gaps situés entre 1.8 - 2.2 m/s et 3.5 - 8 m/s

En comparant les trois couples de matériaux "acier-pvc", "acier-caoutchouc" et "acier-silicone", on remarque nettement sur les figures 4.25 (a), 4.25 (c) et 4.25 (e) que le changement dans la nature de l'élastomère et le passage du pvc vers des élastomères plus mous (caoutchouc ensuite silicone) qui présentent des vitesses de son plus faibles, provoquent une diminution appréciable des fréquences centrales, particulièrement lorsqu'on passe du caoutchouc au silicone. En substituant le pvc par du caoutchouc (Fig. 4.25 (a) et 4.25 (c)), les fréquences centrales des première et troisième bandes interdites correspondant au noyau en acier passent respectivement de 90 à 56,5 m/s et de 425 à 278,5 m/s. Lorsqu'on passe du pvc au caoutchouc, pour le cas du noyau de plomb, on enregistre une translation des fréquences qui passent alors de 85,5 à 48,5 m/s et de 422,5 à 328,5 m/s, comme indiqué sur les figures 4.25 (b) et 4.25(d).

Dans le cas du silicone, la chute des fréquences basses Fig. 4.25(c) et 4.25(d) est spectaculaire montrant ainsi la dérive vers les basses fréquences causée par la résonance des cylindres communément appelées bandes interdites de basses fréquences ou *LFBG (Low Frequency Band Gap)* résultats soulignés par plusieurs auteurs [61, 145-146].

Par ailleurs, il est important de noter que les courbes de dispersion présentent dans la direction ΓX de la zone de Brillouin, trois branches en basses fréquences caractéristiques des modes de Lamb pour une plaque homogène

comme le montre la figure 4.26; ce qui est compréhensible compte tenu de la faiblesse de l'épaisseur du substrat de béton comparée aux dimensions en plan de ce dernier.

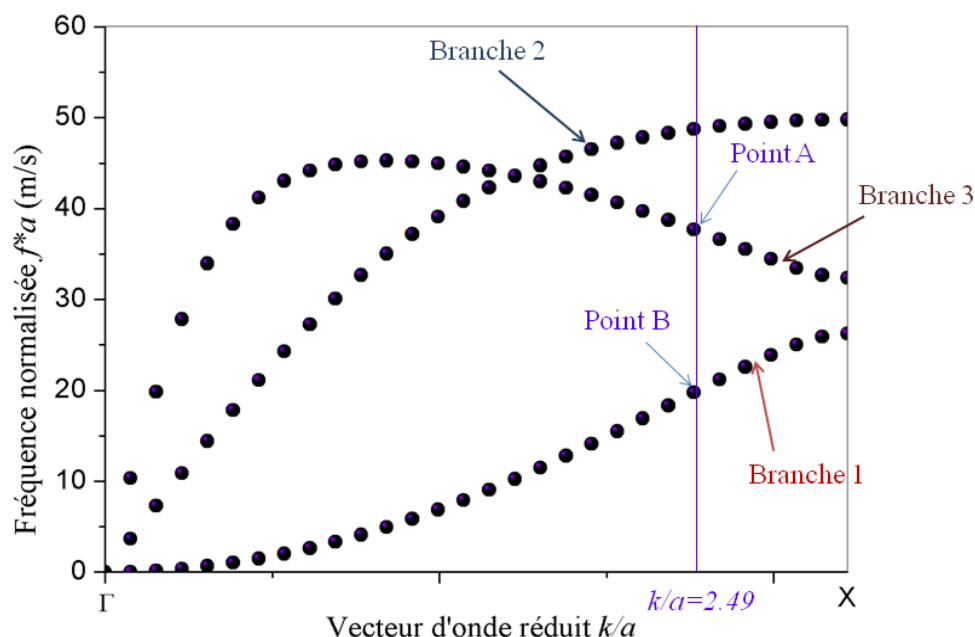


Figure 4.26 : Structure de bandes des modes de Lamb

On distingue bien les modes A_0 , S_H et S_0 , antisymétrique, transverse horizontal et symétrique respectivement et caractérisés par les branches 1, 2 et 3. Ceci est susceptible de confirmer que l'apparition d'une bande interdite phononique est la conséquence directe du couplage dans la structure de bandes entre les modes de Lamb et les modes localisés.

Pour savoir si ces modes de Lamb ou de plaque ont une relation directe avec la faiblesse de l'épaisseur du massif du béton choisie, nous allons étudier plus en détails la nature et l'évolution des bandes interdites en fonction de cette épaisseur. Tout d'abord, on rappelle sur un *gap mapping* utilisé déjà dans la première étape préliminaire qui nous a permis de déterminer les dimensions pour lesquelles on a le plus de chance d'obtenir des bandes interdites en faisant varier les paramètres géométriques dans une plage de valeurs données. Ce *gap mapping* représentant la variation des fréquences propres en fonction de l'épaisseur du substrat de béton, pour le couple de matériaux "acier-caoutchouc" est donné par la figure 4.27. Les rayons relatifs des cylindres en caoutchouc et en acier sont égaux respectivement à 0.45 et 0.35. Les cylindres émergent avec la même hauteur constante de 0.40 m, soit une hauteur totale des cylindres égale à $e+0.40$; ceci a pour but de préserver le caractère utile et indispensable de résonance locale.

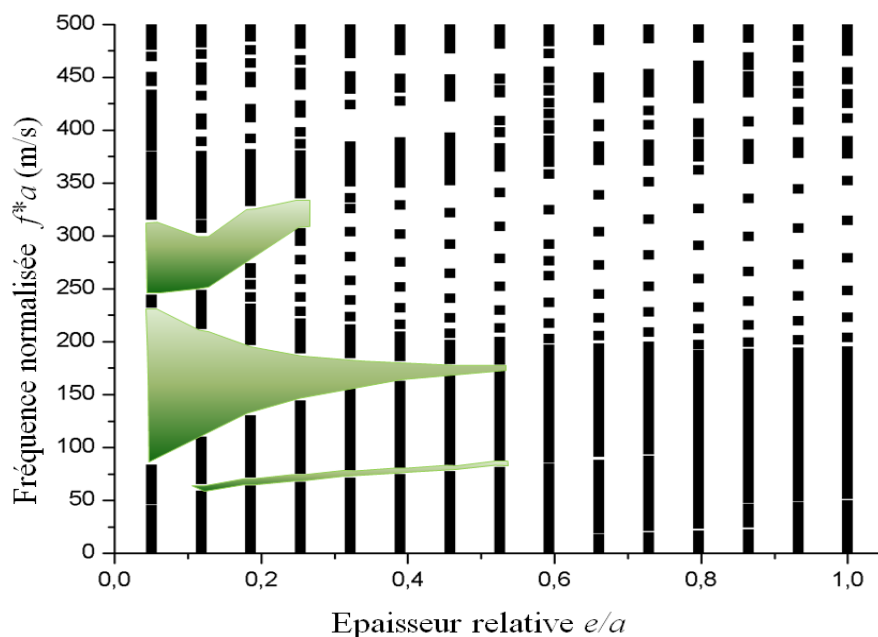


Figure 4.27 : Evolution des bandes gap en fonction de l'épaisseur relative e/a matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a = 0.45$; $r_2/a = 0.35$, $h_1/a = h_2/a = (e/a) + 0.40$, les cylindres émergent avec la même hauteur 0.40

La figure 4.27 montre clairement que l'existence des bandes interdites en basses fréquences où on n'enregistre aucune propagation d'onde (zones colorées en vert) est conditionnée par un choix des épaisseurs relatives comprises entre 0.05 et 0.5. La première bande gap existe jusqu'à des épaisseurs relatives égales à 0.55 environ pour se refermer d'avantage au fur et à mesure qu'on s'éloigne de cette valeur. Pour la deuxième bande gap, qui commence très large et se referme complètement au delà de $e/a = 0.50$.

Nous allons dans un premier temps prendre des épaisseurs relatives du massif du béton égales à 0.10, 0.30, 0.50 et 0.90. Pour toutes ces valeurs, l'émergence des cylindres est maintenue constante comme on l'a souligné précédemment. La figure 4.28 illustre l'évolution de la structure des courbes de dispersion des fréquences propres en fonction de l'épaisseur du massif du béton.

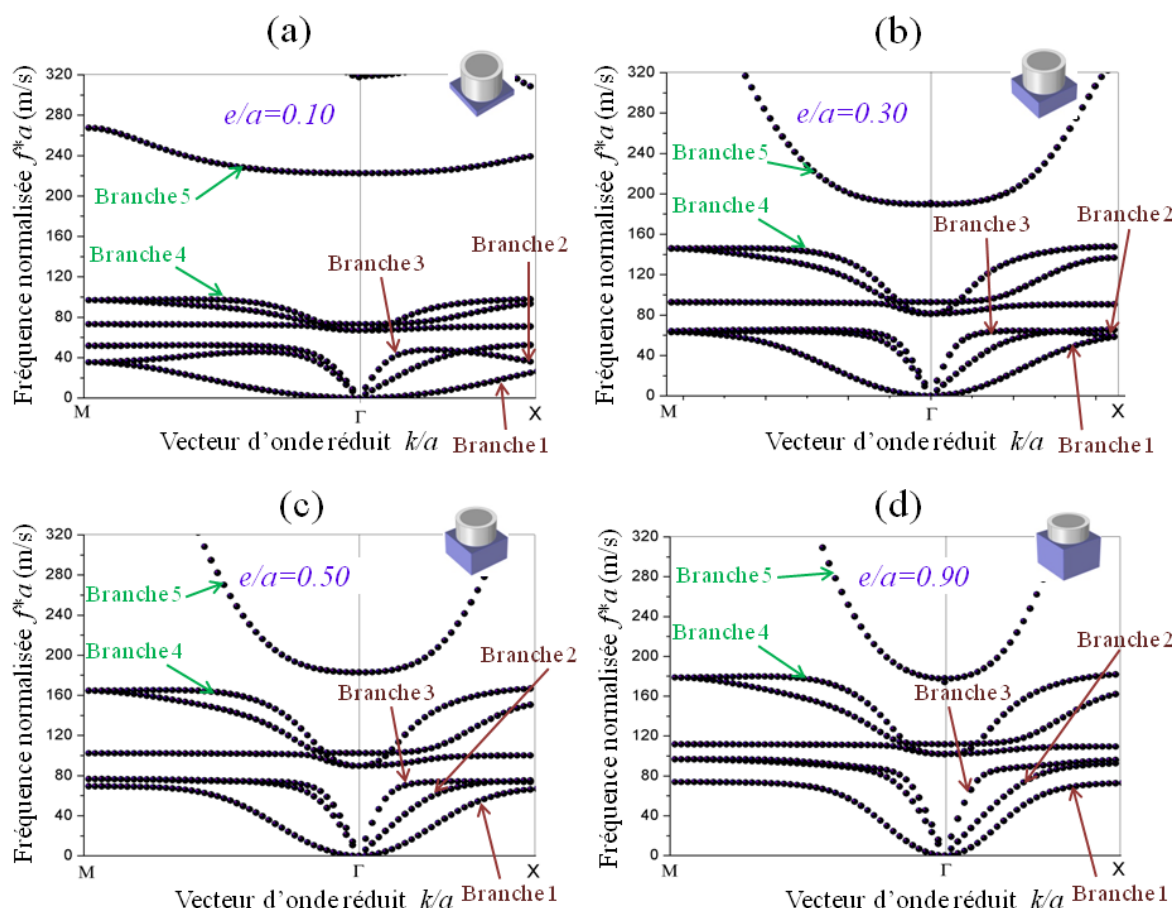


Figure 4.28 : Variation des structures de bandes pour des épaisseurs relatives e/a du massif de béton égales à 0.10, 0.35, 0.50 et 0.90 matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.30$, $h_1/a=h_2/a=(e/a)+0.40$, les cylindres émergent avec la même hauteur 0.40

La première observation qu'on peut faire est l'existence des modes de Lamb à travers les branches 1, 2 et 3, même lorsque l'épaisseur relative du massif devient importante et avoisine la valeur 1. On remarque aussi sur cette figure que les courbes de dispersion les plus basses ainsi que la première bande interdite se déplacent vers les hautes fréquences au fur et à mesure qu'on augmente l'épaisseur du massif. De même, les branches 1, 2 et 3 correspondant aux modes de Lamb évoluent assez lentement vers le haut (la branche 3 plus rapidement que les deux autres). Cette évolution lente contribue à la préservation de la première bande interdite; même si la largeur de cette dernière devient de plus en plus faible tout en se décalant vers les hautes fréquences. En revanche, lorsqu'on regarde de près, l'évolution de la branche 5, on remarque nettement que la flexion de cette dernière est d'autant plus importante que l'épaisseur relative est grande. Cette flexion fait en sorte que les deux branches 4 et 5 se rapprochent de plus en plus, tout en rétrécissant la largeur de la deuxième bande gap, jusqu'à la faire disparaître complètement lorsque l'épaisseur relative atteint la valeur 0.9. Ce résultat a été souligné par certains chercheurs [48, 56] qui considèrent qu'en règle générale, l'augmentation de l'épaisseur relative du substrat entraîne une diminution des fréquences de coupures des modes d'ordre supérieurs du substrat causant ainsi la fermeture des bandes gaps de basses fréquences.

Par ailleurs, et dans un deuxième temps, on va prendre des épaisseurs relatives égales à 0.10, 0.25, 0.40 et 0.45; mais cette fois ci, on maintiendra constante la hauteur relative des cylindres en acier et en caoutchouc qui sera égale à 0.5. Les rayons relatifs des cylindres en caoutchouc et en acier sont égaux respectivement à 0.45 et 0.35; on représente ainsi sur la figure 4.29 l'évolution des courbes de dispersion des fréquences en fonction du vecteur d'onde réduit.

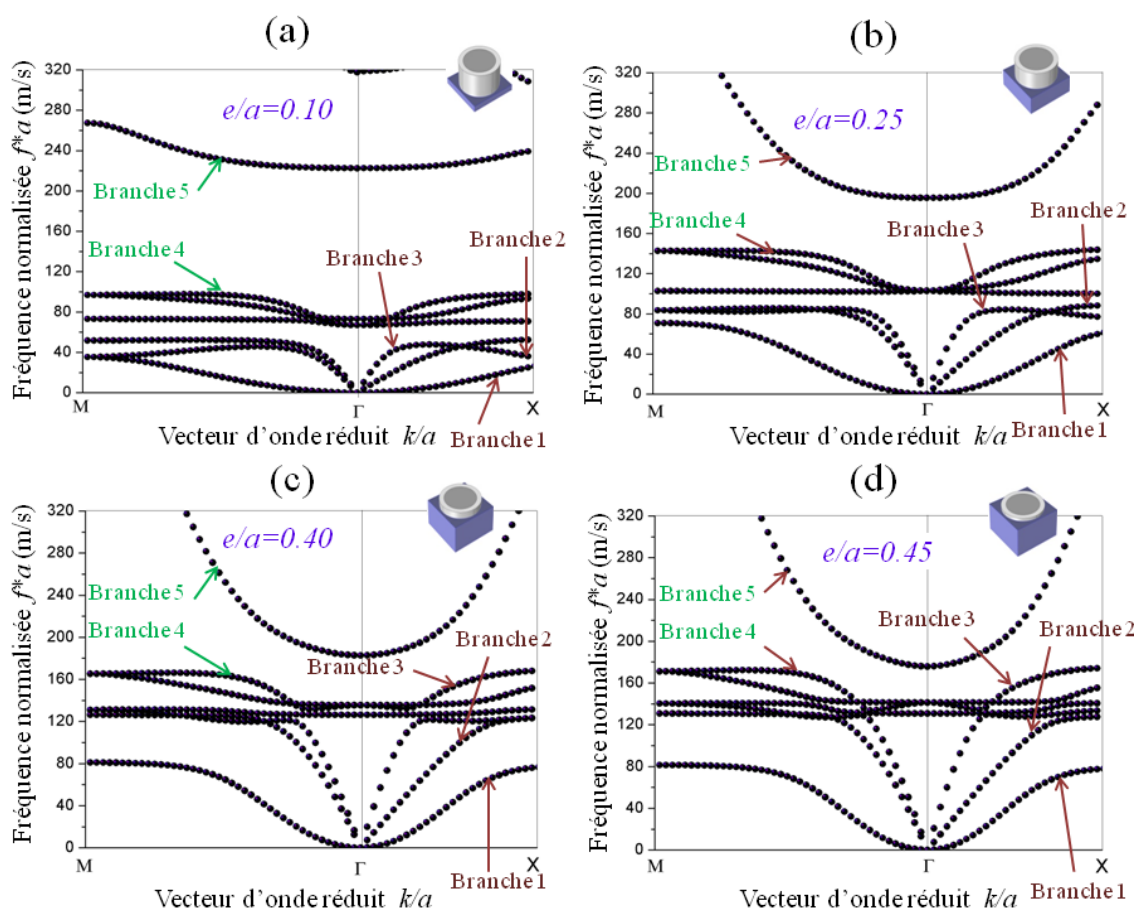


Figure 4.29 : Variation des structures de bandes pour des épaisseurs relatives e/a du massif de béton égales à 0.10, 0.25, 0.40 et 0.45 matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$, la hauteur relative totale est maintenue constante soit $h_1/a=h_2/a=0.50$)

La figure 4.29 fait apparaître le même phénomène observé dans la figure précédente (Fig. 4.28) à savoir que la branche 5 (Fig. 4.29(a)) qui au départ, était plus ou moins plate a commencé à fléchir et à se refermer avec l'augmentation de l'épaisseur relative du substrat de béton; flexion de la branche 5 accompagnée de la fermeture de la deuxième bande gap jusqu'à sa disparition complète comme le montrent les figures 4.29(b), 4.29(c) et 4.29(d). Cependant, et contrairement à ce qui a été remarqué dans la figure 4.25, la première bande gap (Fig. 4.29(a)) se décale vers les hautes fréquences tout en se rétrécissant (Fig. 4.29(b)) pour disparaître complètement à partir de $e/a=0.40$. De plus, on note dans cette figure

que les branches propres aux modes de Lamb évoluent assez rapidement notamment les modes antisymétrique A_0 (branche 1) et symétrique S_0 (branche 3).

L'évolution rapide des branches 1, 2 et 3 vers le haut et leur flexion plus ou moins accélérée sont responsables de la disparition de la première bande gap et contribuent à l'extinction de la deuxième bande gap. Ceci va donc dans le même sens de ce qui a déjà été dit à la fin de la section 4.1.3.3 concernant la dépendance des bandes gaps en basses fréquences des paramètres géométriques du massif de béton. En effet, si on analyse les trois branches relatives aux modes de Lamb, par exemple aux points A et B de la figure 4.23, pour un vecteur d'onde réduit $k/a=2.49$, on obtient les modes de vibration illustrés par la figure 4.30.

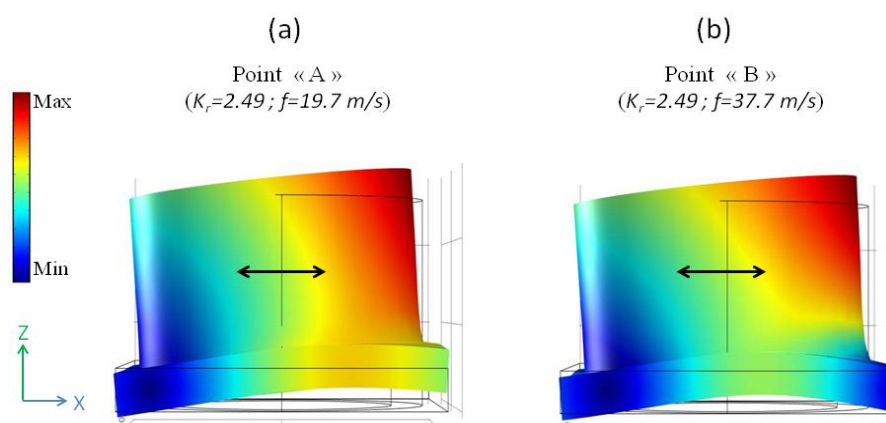


Figure 4.30 : Modes de vibrations et Champs de déplacements pour un vecteur d'onde réduit égal à 2.49, aux fréquences définies par les points A et B de la figure 4.26

On observe clairement sur cette figure, des oscillations suivant l'axe des X, associées à des déformations en flexion aussi bien pour le mode A que pour le mode B. Dans les deux cas, le champ de déplacement est réparti entre les résonateurs et le massif de béton, ce qui confirme parfaitement la dépendance des branches 1, 2 et 3 de l'épaisseur du substrat de béton et de la hauteur des résonateurs [56].

Cependant, lorsqu'on varie l'épaisseur relative du substrat de béton, la hauteur de la partie émergente des cylindres change inévitablement, ce qui peut s'apparenter à une variation simultanée de l'épaisseur du substrat de béton et de la hauteur des résonateurs. Par conséquent, on va fixer cette fois ci l'épaisseur relative du substrat de béton à 0.10 et on prendra la hauteur relative des cylindres d'acier et de caoutchouc égale à 0.25, 0.35, 0.50 et 0.75. La figure 4.31 montre la relation des courbes de dispersion des fréquences en fonction du vecteur d'onde dans la direction ΓX .

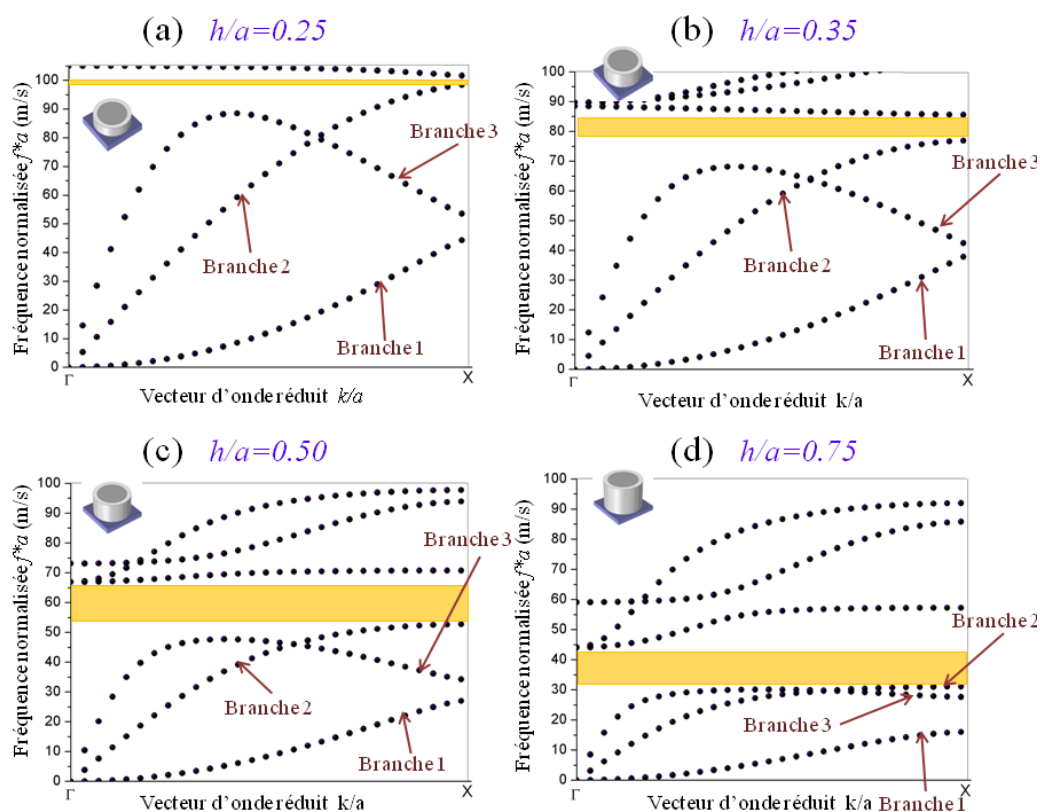


Figure 4.31 : Variation des structures de bandes pour des hauteurs relatives totales des cylindres h/a égales à 0.25, 0.35, 0.50 et 0.75 matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$, l'épaisseur relative totale est maintenue constante et égale à $e/a=0.50$

On peut noter sur cette figure que l'existence, la position et la largeur de la première bande interdite (bande colorée en jaune) affichent une dépendance manifeste de la hauteur des résonateurs. L'augmentation de cette dernière, provoque un décalage de la bande interdite vers les basses fréquences tout en contribuant à son élargissement. L'amélioration des bandes gaps est telle que les largeurs relatives passent de 2% à 33% en passant par 10% et 23% lorsque les hauteurs relatives sont égales à 0.25, 0.35, 0.50 et 0.75 respectivement. On remarque aussi sur les quatre figures (Figs. 4.31(a) à 4.31(d)) que cette bande gap est limitée dans sa partie inférieure par la branche 2 qui représente le mode de cisaillement horizontal (S_H) de Lamb. En effet, l'augmentation de la hauteur relative h/a est à l'origine de la flexion de plus en plus importante de la branche 2, qui à son tour est responsable de l'ouverture de la bande gap et son glissement vers les basses fréquences. Donc, à la lumière de ces résultats et au vu de la répartition des champs de déplacements entre les résonateurs et le substrat de béton, on peut déduire que l'existence des bandes gaps en basses fréquences n'est pas liée exclusivement au phénomène de résonance locale des cylindres de métal et d'élastomère, mais aussi au mouvement et flexion des branches caractéristiques des modes de Lamb d'une plaque homogène. Cette conclusion a été également avancée par plusieurs auteurs [32, 147].

pour récapituler, on dira qu'un compromis doit être fait afin d'aboutir au choix du couple de paramètres géométriques (e/a , h/a) qui puisse nous donner la

meilleure bande interdite possible susceptible de stopper la propagation de certaines fréquences d'ondes indésirables.

4.6 - Calcul des fréquences centrales pour les bandes à basses et hautes fréquences

L'influence de la masse volumique du noyau métallique et du module d'élasticité de la couche d'élastomère sur l'ouverture et la position des bandes interdites est résumée sous forme d'histogrammes (voir figures 4.32(a) et 4.32(b)).

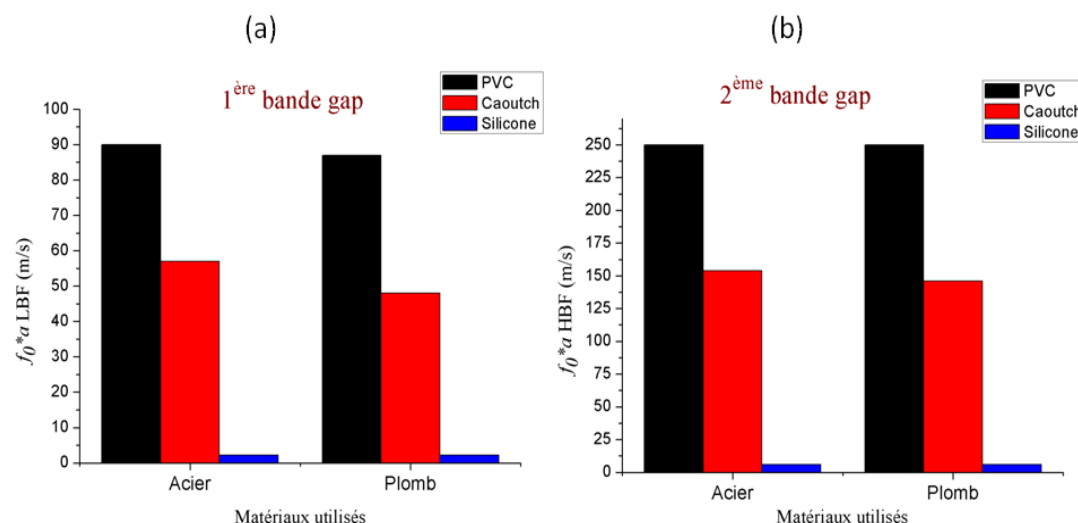


Figure 4.32 : Histogramme montrant l'évolution des fréquences centrales en basses et hautes fréquences en fonction des couples de matériaux utilisés, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.50$)

Les figures 4.32(a) et 4.32(b) représentent l'évolution des fréquences centrales f_0 des bandes interdites en basses fréquences *LBF* (*Low Band Frequency*) et en hautes fréquences *HBF* (*High Band Frequency*) en fonction des différents matériaux utilisés.

Pour les bandes à hautes fréquences (*HBF*) représentées sur la figure 4.32(b), la diminution des fréquences centrales est insignifiante lors de l'augmentation de la masse volumique du métal. Cependant, dans les basses fréquences (*LBF*) représentées sur la figure 4.32(a), les fréquences centrales diminuent de manière significative à mesure que la densité et le module d'élasticité du métal augmentent. À très basses fréquences, les deux métaux ont pratiquement le même comportement quand ils sont recouverts de silicone.

Les largeurs des bandes interdites pour tous les couples de matériaux sont récapitulées et données par la figure 4.33. Il est remarqué dans cette figure que les bandes interdites décroissent lorsque le module de Young E décroît selon qu'on utilise du pvc, du caoutchouc ou du silicone. En effet, l'utilisation du silicone dont le module E est très faible fait vraisemblablement chuter les bandes interdites d'une manière très appréciable.

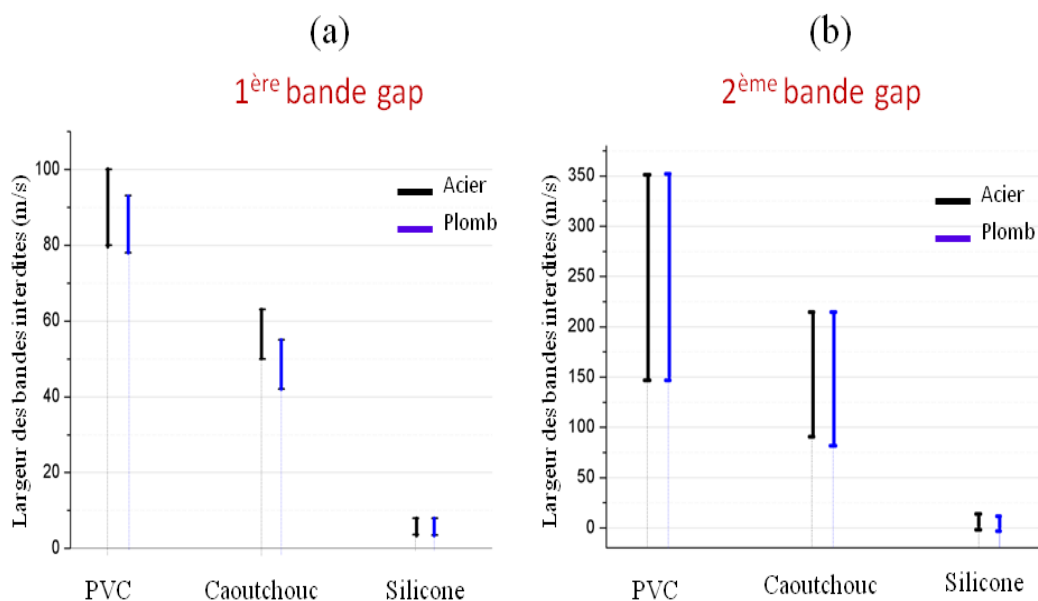


Figure 4.33 : Evolution des largeurs des deux premières bandes de fréquences interdites en fonction des couples de matériaux utilisés, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.50$)

De plus, on remarque sur cette figure que l'augmentation de la masse volumique du noyau métallique lorsqu'on passe de l'acier au plomb est beaucoup plus marquée pour la première bande interdite et en particulier pour le pvc et le caoutchouc. Les deuxièmes bandes interdites aussi bien de l'acier que du plomb sont relativement voisines quand bien même les caractéristiques des noyaux métalliques en termes d'élasticité et de densité (acier et plomb) sont nettement différentes. Ceci nous amène à constater le fait que les bandes interdites sont beaucoup plus sensibles au matériau constituant la couche d'élastomère qu'à celui constituant le noyau; si bien qu'on est tenté de déduire que la variation du module d'élasticité E des matériaux recouvrant l'acier et le plomb est plus prépondérante dans la baisse des fréquences des bandes interdites que toute autre propriété en particulier la masse volumique du noyau.

4.7 - Calcul des largeurs relatives pour les bandes interdites à basses et hautes fréquences

Le facteur de qualité pour les bandes à basses (LBF) et hautes fréquences (HBF) est défini par le rapport $f_0/\Delta f$ (f_0 étant la fréquence centrale et Δf est la largeur de la bande interdite ou la différence entre les limites inférieure et supérieure de cette bande).

Tableau 4.1 : Largeurs relatives exprimées par le rapport $\Delta f / f_0$

	PVC		Caoutchouc		Silicone	
	LBF	HBF	LBF	HBF	LBF	HBF
$\Delta f / f_0$ (Acier)	22.2%	80%	23%	79%	23.8%	75.9%
$\Delta f / f_0$ (Plomb)	17.5%	80%	26.8%	88.4%	20%	78.3%

Le tableau 4.1 présente les valeurs Largeurs relatives calculées pour tous les couples de matériaux utilisés, pour les deux premières bandes interdites.

On peut noter à travers les valeurs du tableau 4.1, que le couple de matériaux "acier-caoutchouc" enregistre la meilleure largeur relative aussi bien en basses fréquences (LBF) qu'en hautes fréquences (HBF) avec respectivement 26.8 et 88.4%. On peut noter aussi une tendance à la hausse de la largeur relative de la première bande interdite selon qu'on utilise comme matériau élastomère le PVC, le caoutchouc ou le silicone. Cependant, le choix du type de matériau (métal ou élastomère) dépendra des gammes de fréquences qu'on souhaiterait éviter.

4.8 - Effet de grugeage sur la largeur des bandes interdites

Reconsidérons le modèle de la phase 3 (Fig. 4. 1(d)); et intéressons nous aux couples de matériaux "acier-pvc" et "acier-caoutchouc" avec les paramètres géométriques suivants: $r_1/a=0.45$, $r_2/a=0.35$ et $h_1/a=h_2/a=0.5$. Nous avons déjà vu que les courbes de dispersion des fréquences présentent des bandes interdites assez intéressantes comme le récapitule la figure 4.34.

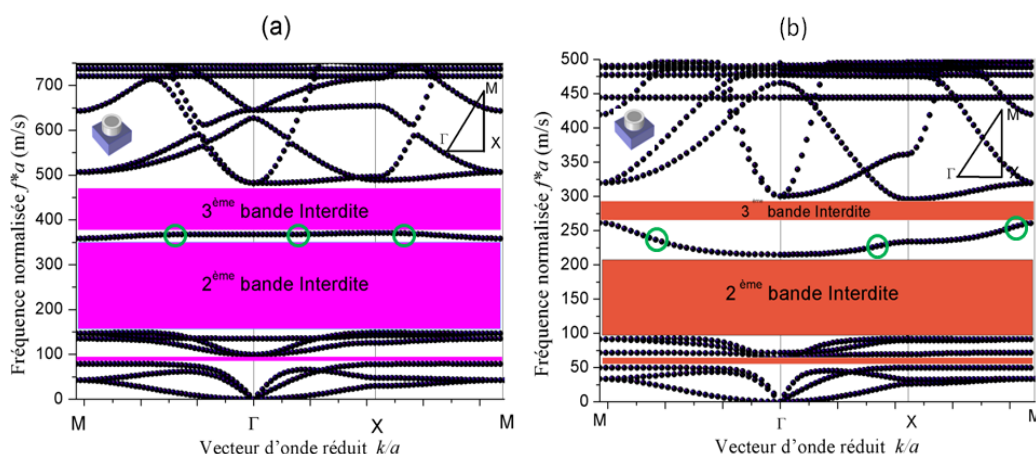


Figure 4.34 : Courbes de dispersion des fréquences, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$)
(a) matériaux utilisés "acier-pvc" (b) matériaux utilisés "acier- caoutchouc"

Il convient de noter que sur les figures 4.34(a) et 4.34(b), les deuxièmes et troisièmes bandes interdites relativement larges, sont séparées par des branches

de fréquence situées respectivement autour de 350 et 230 m/s pour le pvc et le caoutchouc. Cependant, l'analyse de la polarisation de ces branches de fréquences aux points indiqués par des cercles nous a permis de remarquer des modes assez particuliers comme le montre la figure 4.35.

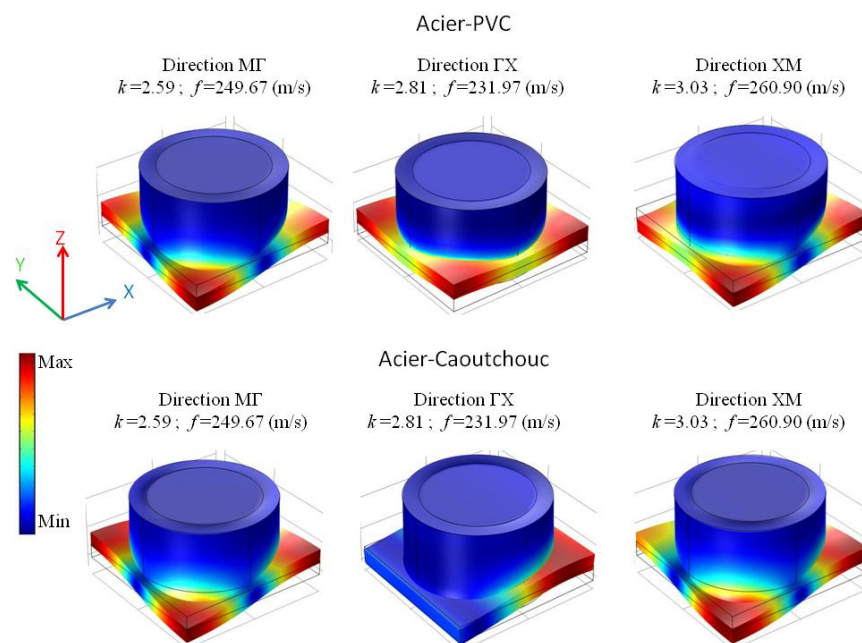


Figure 4.35 : Modes de vibrations et Champs de déplacements au niveau des points repérés par des cercles dans la figure 4.34

Pour différents couples de matériaux utilisés, on choisira en particulier, pour des raisons de souplesse les couples de matériaux "acier-pvc" et "acier-caoutchouc". La figure 4.35 illustre parfaitement des modes de vibration concentrés aux quatre coins du massif de béton. Ces modes ont des amplitudes élevées, tantôt en phase et tantôt en opposition de phase. Une opération de grugeage accompagnée d'une réduction de l'épaisseur du massif de béton, a été effectuée aux quatre coins de la cellule de base, afin de voir l'impact de ce dernier sur la structure des bandes interdites. Les paramètres géométriques sont $r_1/a = 0.45$, $r_2/a = 0.35$, $h_1/a = h_2/a = 0.5$ et $e = 0.05a$. Le modèle est représenté dans la figure 4.1.

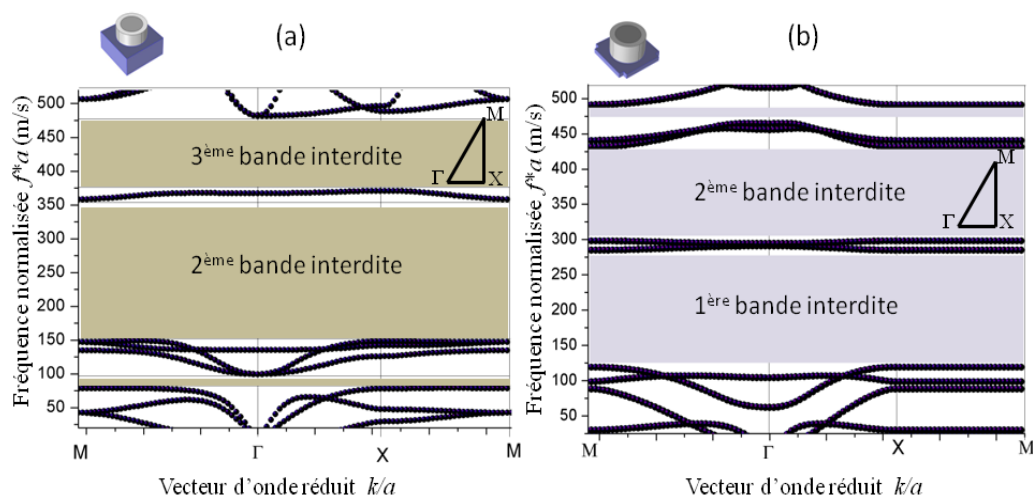


Figure 4.36 : Courbes de dispersion des fréquences, (a) matériaux utilisés "acier-pvc" avant grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.1$) (b) matériaux utilisés "acier- pvc" après grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.05$)

La figure 4.36 montre une comparaison entre les résultats du modèle avant grugeage et après grugeage. L'impact de ce dernier sur la répartition des courbes de dispersion pour le couple de matériaux "acier-pvc" est montré par la figure 4.36(b). On remarque effectivement un resserrement des branches de fréquences situées en deçà de 150 m/s ce qui provoque la disparition de la première bande interdite déjà très étroite (Fig. 4.36(a)) mais un glissement vers les basses fréquences de la deuxième et troisième bandes. Leurs fréquences centrales passent de 250 et 425 m/s à 200 à 360 m/s respectivement.

Pour le couple de matériaux "acier-caoutchouc", la tendance est très similaire comme l'illustre la figure 4.37 où on remarque aussi un resserrement des courbes de dispersions au niveau des basses fréquences entraînant la disparition de la première bande interdite très étroite également mais accompagnée d'une baisse assez intéressante des deuxième et troisième bandes interdites.

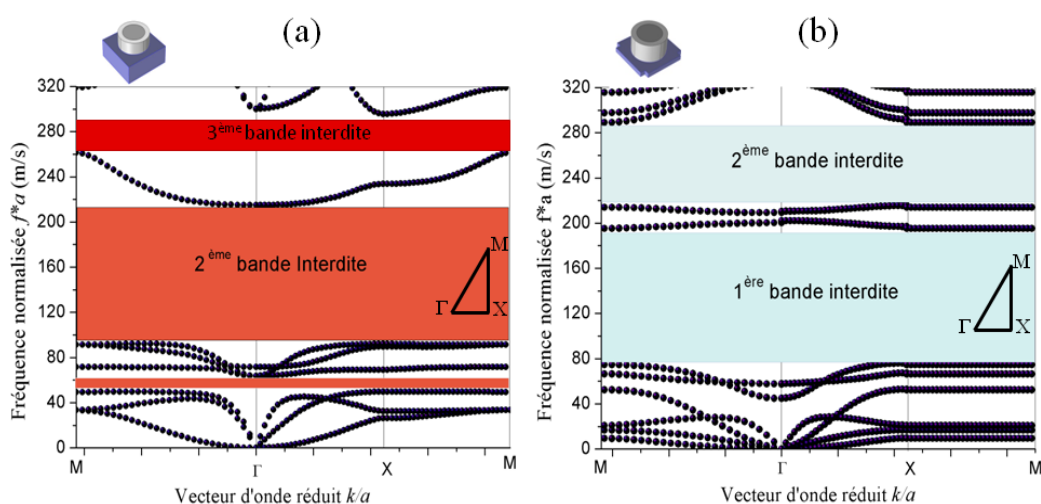


Figure 4.37 : Courbes de dispersion des fréquences, (a) matériaux utilisés "acier-caoutchouc" avant grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.1$) (b) matériaux utilisés "acier-caoutchouc" après grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.05$)

Leurs fréquences centrales passent de 150 et 277 m/s à 135 à 250 m/s respectivement; soit une baisse de 10% avec un élargissement de la troisième bande interdite qui passe de 30 à 65 m/s soit un gain en largeur de 117%.

Concernant, le couple de matériaux "acier-silicone", l'opération de grugeage a eu une influence peu significative sur les courbes de dispersion comme semble l'indiquer la figure 4.38.

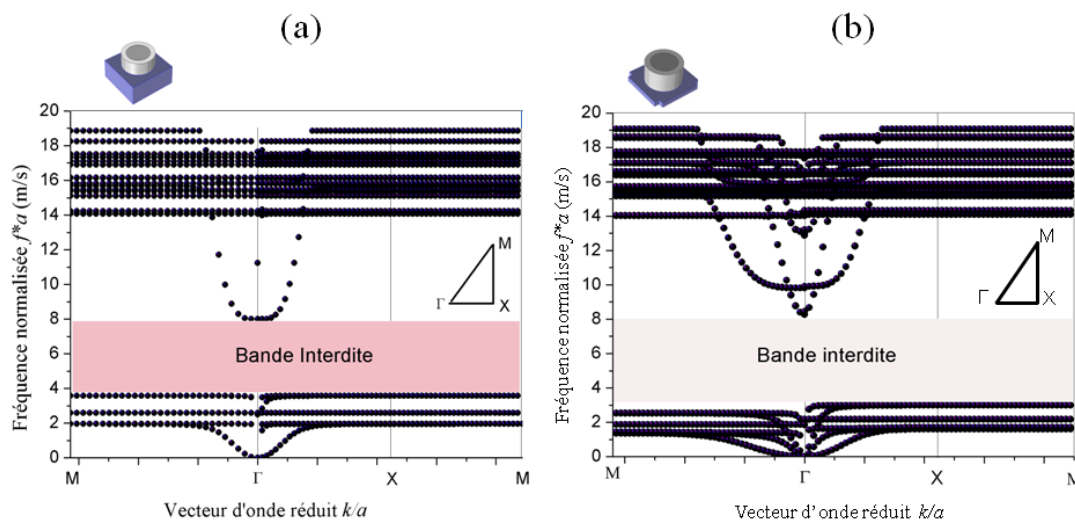


Figure 4.38 : Courbes de dispersion des fréquences, (a) matériaux utilisés "acier-silicone" avant grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.1$) (b) matériaux utilisés "acier-silicone" après grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.05$)

Car on passe d'une bande interdite de largeur 4.2 à 4.6 m/s et une fréquence centrale qui passe de 5.9 à 5.6 m/s (Figs. 4.38(a) et 4.38(b)). Ce résultat, à notre avis n'est pas très surprenant, car les modes de vibrations qui nous ont conduit à procéder à un grugeage du modèle initial sont des modes correspondant à des fréquences assez élevées enregistrées dans les couples de matériaux "acier-pvc" et "acier-caoutchouc" comme ça a été évoqué précédemment, alors que pour le couple "acier-silicone", les fréquences sont en deçà de 20 m/s.

Reprenons la figure 4.38(b) et intéressons nous de près aux modes de vibrations A à I de la figure 4.39.

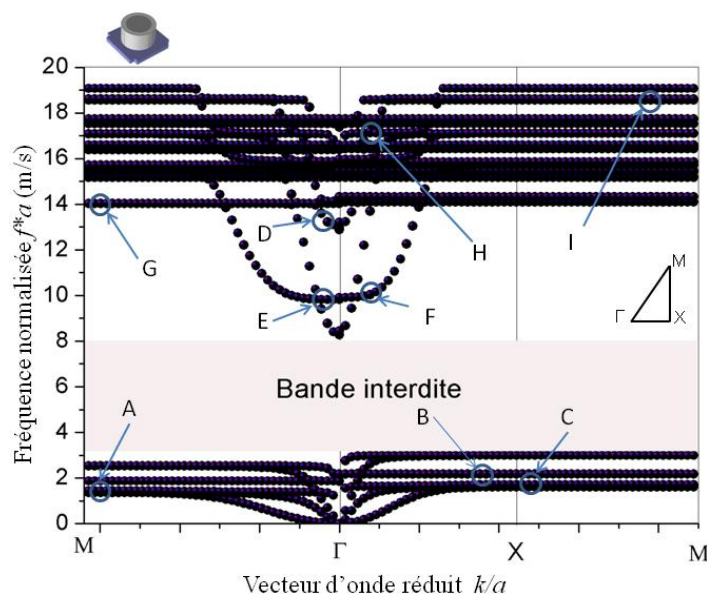


Figure 4.39 : Courbes de dispersion des fréquences, matériaux utilisés "acier-silicone" après grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a= h_2/a=0.5$; $e/a=0.05$)

En analysant les différentes branches de la figure 4.39 correspondant aux basses fréquences (fréquences inférieures à 4 m/s), on remarque que les vibrations sont localisées au niveau des cylindres ce qui correspond à des modes de résonance locale (points A, B et C) comme le montre la figure 4.40.

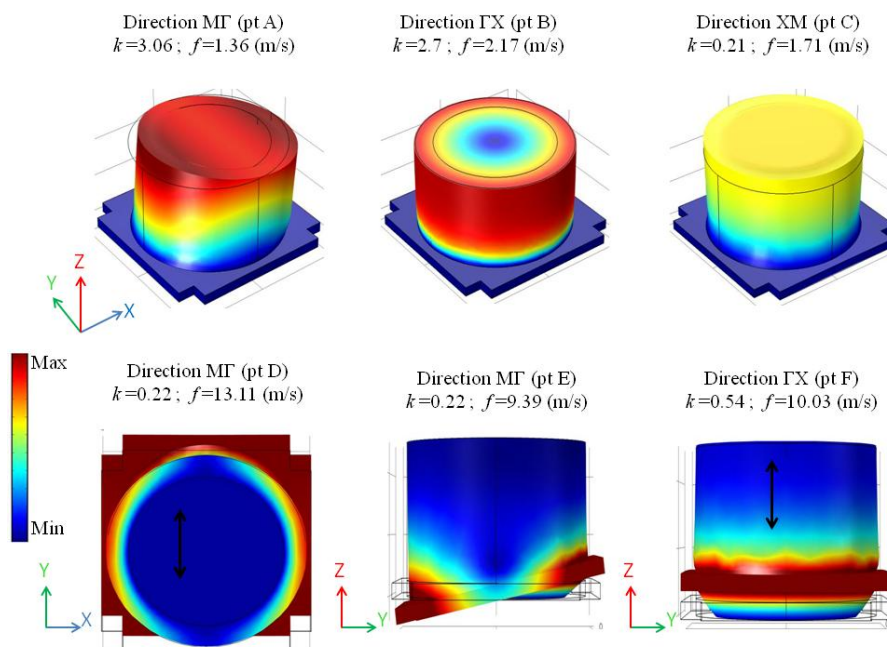


Figure 4.40 : Modes de vibrations et Champs de déplacements au niveau des points A, B, C, D, E et F repérés par des cercles dans la figure 4.39

Les branches relatives aux fréquences comprises entre 4 et 14 m/s correspondent à des modes de vibration concentrés au niveau du substrat de béton (Fig. 4.40, points D, E et F); ces modes sont des modes de translation

parallèles à Y et Z (points D et F) ou de flexion (point E). En fait, ce mode de Lamb A_0 (antisymétrique ou "Flexural"), a une forte composante hors du plan (*out of plane*), mais aussi une petite composante dans le plan; il pourra donc se coupler fortement avec des modes localisés en plan ou avec des modes localisés transverses.

Aussi, on remarque que les fréquences supérieures à 14 m/s engendrent des modes de vibration concentrés au niveau de la couche d'élastomère uniquement comme l'illustre parfaitement la figure 4.41.

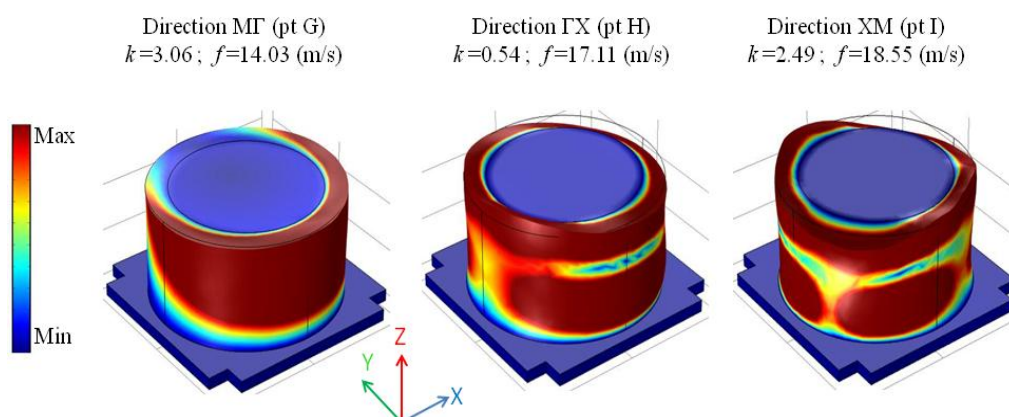


Figure 4.41 : Modes de vibrations et Champs de déplacements au niveau des points G, H et I repérés par des cercles dans la figure 4.39

Cette figure montre le comportement oscillatoire de ces modes. Compte tenu du comportement élastique du cylindre d'élastomère qui est très mou par rapport à celui du massif du béton et du noyau métallique, les variations du champ de déplacement sont plus importantes au niveau de l'élastomère, comparées à celles du substrat et du noyau. Il en ressort effectivement que ceux-ci présentent des vibrations latérales planes dominantes, ce qui explique la dépendance de leurs fréquences de résonance du rayon ou de l'épaisseur de la couche d'élastomère.

On rappelle dans ce modèle que les rayons relatifs du noyau en acier et de l'élastomère (silicone) sont $r_2/a = 0.35$ et $r_1/a = 0.45$ ce qui nous donne une épaisseur d'élastomère de 0.10 m. Que se passe-t-il si on modifie l'épaisseur de la couche d'élastomère? Pour cela revenons aux figures 4.16 et 4.17 qui représentent l'influence de la variation de l'épaisseur de la couche d'élastomère (silicone) sur les fréquences centrales et largeurs des bandes interdites. La courbe de dispersion des fréquences est alors donnée en comparaison avec celle du modèle initial (avant grugeage) dans la figure 4.42.

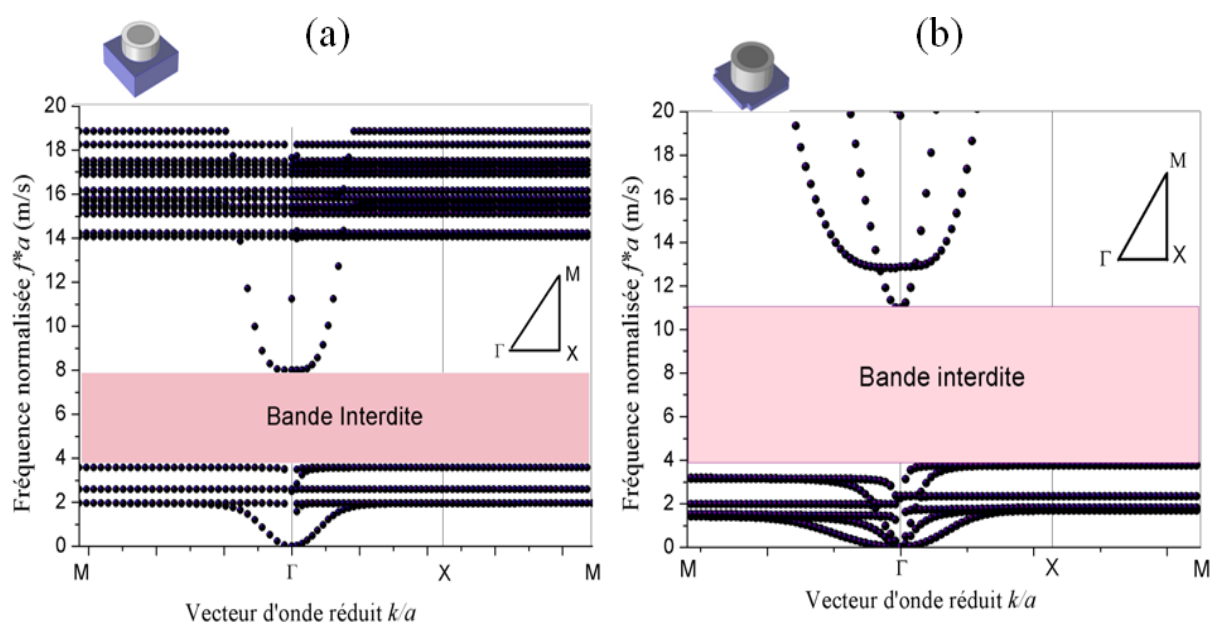


Figure 4.42 : Courbes de dispersion des fréquences, (a) matériaux utilisés "acier-silicone" avant grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.1$) (b) matériaux utilisés "acier-silicone" après grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.40$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.05$)

Un résultat très intéressant obtenu par le passage de l'épaisseur de l'élastomère de 0.10 à 0.05 m est illustré par la figure 4.42. En effet, les figures 4.42(a) et 4.42(b) font apparaitre deux bandes interdites situées entre 3.8 et 8 m/s pour le modèle initial avant grugeage et 4 et 11 m/s pour le modèle après grugeage. La largeur de la bande passe de 4.2 à 7 m/s, soit un gain en largeur très appréciable d'environ 67%.

Si on procède à une deuxième modification de l'épaisseur du silicone en remplaçant 0.05 par 0.025 m, les résultats deviennent encore plus intéressants. La figure 4.43 représente également une comparaison entre les courbes de dispersion des fréquences entre le modèle initial avant grugeage et le modèle grugé mais avec une épaisseur d'élastomère égale à 0.025 m soit des rayons relatifs de valeurs égales à $r_1/a=0.45$ et $r_2/a=0.425$.

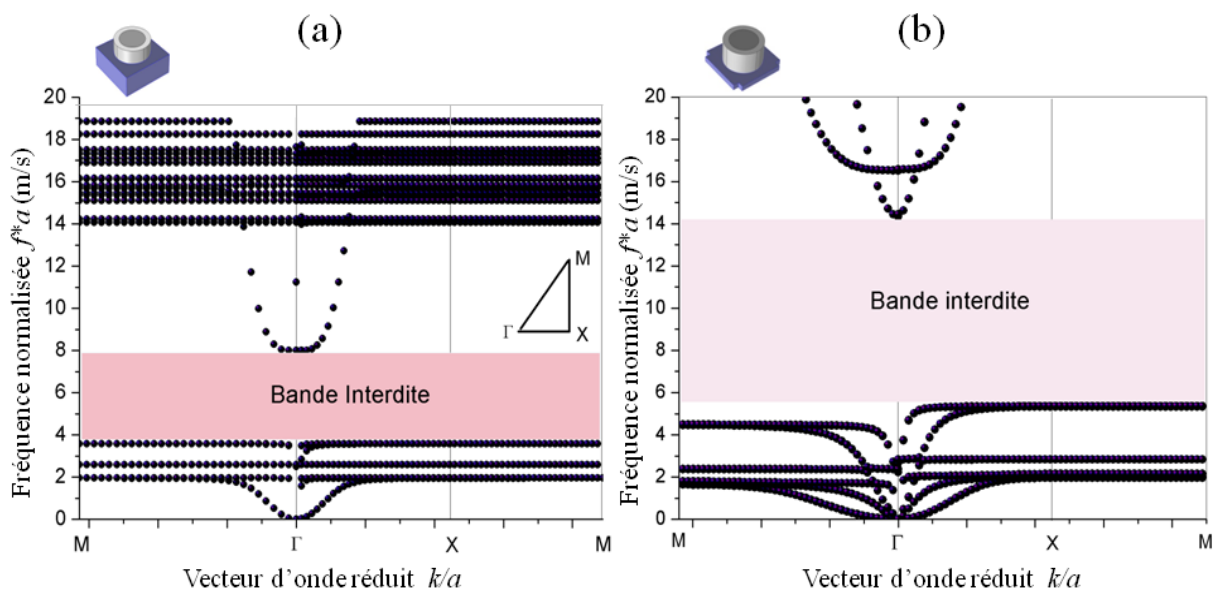


Figure 4.43 : Courbes de dispersion des fréquences, (a) matériaux utilisés "acier-silicone" avant grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.1$) (b) matériaux utilisés "acier-silicone" après grugeage, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.425$; $h_1/a=h_2/a=0.5$; $e/a=0.05$)

On enregistre dans la figure 4.43, un glissement des branches de fréquences situées au dessus de 8 m/s vers les hautes fréquences. On note aussi l'apparition d'une bande interdite entre 5.5 et 14 m/s, ponctuée par une nette amélioration de la largeur de la bande interdite (Fig. 4.43(b)) qui passe de 4.2 à 8.5 m/s soit un gain en largeur de 100% environ, même si cette amélioration est accompagnée d'une hausse de la fréquence centrale qui passe de 5.9 à 9.75 m/s.

4.9 – Conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre quatre types de cellules unitaires formées par un massif en béton de section carrée incrusté d'un cylindre en métal recouvert d'une couche d'élastomère, le tout faisant partie d'une structure périodique d'épaisseur assez faible devant les dimensions en plan. Le cylindre métallique formant le noyau dur du modèle de base est constitué d'acier qui sera remplacé par du plomb. L'élastomère est formé dans un premier temps de polychlorure de vinyle (pvc) avant d'être substitué par du caoutchouc et du silicone. La première phase de l'étude où le métal et l'élastomère ont la même hauteur que l'épaisseur du massif, a montré l'existence de deux bandes gaps de fréquences assez élevée (supérieures à 150 m/s) et très étroites. La seconde phase où seul le noyau émerge du substrat de béton a vu apparaître deux bandes gaps relativement intéressantes. La troisième phase qui a vu le métal et l'élastomère émerger avec la même hauteur a enregistré des résultats plus intéressants avec l'apparition d'une troisième bande interdite et un élargissement des bandes interdites avec un glissement vers les basses fréquences notamment des deux premières bandes gaps.

Des graphes représentant des *gaps maps* ont montré que l'existence, la position et la largeur des gaps à basses fréquences dépendent fortement des choix des paramètres géométriques et physique impliqués dans la structure

notamment de la hauteur et du rayon des cylindres, et en particulier de l'épaisseur du massif de béton.

La substitution de l'acier par du plomb a très peu influé sur la position et la largeur des bandes gaps. En revanche, lorsque le pvc a été remplacé par du caoutchouc, les résultats ont enregistré un glissement des bandes gaps vers les basses fréquences avec une amélioration sensible des largeurs relatives. De plus, L'utilisation du silicone a été à l'origine d'une chute substantielle des bandes interdites de fréquences en raison de son faible module d'élasticité.

Toutes les courbes de dispersion présentent dans leur direction ΓX trois branches caractéristiques des modes de Lamb même lorsque l'épaisseur relative du massif devient importante et avoisine la valeur 1. L'analyse des courbes de dispersion des fréquences en fonction de l'épaisseur du massif de béton et de la hauteur des cylindres de métal et d'élastomère, a montré que l'existence des bandes gaps à basses fréquences et leur ouverture, sont générées par le déplacement et la courbure des branches représentant les modes de Lamb, particulièrement les branches 2 et 3 correspondant au mode de cisaillement horizontal (S_H) et au mode symétrique (S_0).

La largeur des bandes gaps a été améliorée d'avantage lorsqu'un grugeage a été réalisé aux quatre coins du massif de béton suite à l'apparition de modes de vibrations localisés à ces endroits; même si cette amélioration a vu la disparition de la première bande gap déjà très étroite. Lorsqu'on a diminué l'épaisseur de la couche de silicone du modèle grugé, les résultats ont été très positifs car on a enregistré une nette amélioration de la deuxième bande gap qui a vu sa largeur relative passer de 71 à 87%, avec une amélioration aussi de la largeur de la bande interdite de quasiment 100%.

A la lumière de ces résultats, pour l'ensemble des couples de matériaux utilisés et pour un paramètre de maille $a=1$ mètre, on peut aboutir à des bandes interdites empêchant certaines fréquences situées entre 2 et 150 Hz de se propager dans une structure périodique; résultats très prometteurs car les bandes gaps obtenues correspondent bien aux fréquences recherchées par le domaine du génie civil notamment pour isoler aussi bien les ondes sismiques que les ondes provenant d'équipements vibrants.

CHAPITRE 5 : ANALYSE DE MODELES FINIS PAR SPECTRES DE TRANSMISSION

5.1 - Introduction

Dans le domaine des ondes mécaniques, la transmission est la capacité de l'onde acoustique/élastique à traverser une structure périodique à une fréquence donnée. Le principe de calcul est de mettre en place une source qui génère des ondes acoustiques/élastiques à larges bandes de fréquences, puis d'enregistrer les valeurs des champs de déplacements en fonction du temps.

Les réponses en réflexion comme en transmission des structures permettent d'apporter des informations complémentaires ou confirmatives sur la propagation d'ondes dans une structure périodique. On attend en effet une extinction complète du signal transmis dans les limites des bandes interdites. Justement, on tentera de calculer dans le chapitre 5, les spectres de transmissions dans les différentes structures périodiques selon différentes polarisations et de comparer les résultats avec ceux obtenus au chapitre 4. En effet, dans le chapitre précédent, nous nous sommes intéressés à l'existence des bandes interdites, leur évolution tant du point de vue position que celui de la largeur, à travers les courbes de dispersion des fréquences pour une cellule de base sous différentes configurations.

Dans ce présent chapitre, nous allons étendre l'étude des courbes de dispersion aux calculs des courbes de transmission et aux coefficients d'atténuation des ondes de propagation. Les calculs de transmission permettent ainsi de vérifier les résultats obtenus au quatrième chapitre et de se rapprocher du concept expérimental.

5.2 - Résultats de simulations du spectre de transmission dans des structures phononiques unidimensionnelles

On cherche dans cette partie à modéliser la transmission d'ondes élastiques à travers une structure périodique finie; il faut donc réaliser non pas une analyse des fréquences propres mais une analyse harmonique. Comme on modélise une structure périodique finie, il n'est plus possible d'utiliser les mailles élémentaires définies dans le chapitre 4 avec leurs conditions de périodicité. On utilise donc ici une cellule élémentaire plus grande regroupant plusieurs mailles élémentaires. Ce type de cellule est appelée super cellule (*super cell*). Dans notre cas, on souhaite réaliser une structure périodique finie dans la direction de Propagation, constituée d'une ligne de mailles élémentaires comportant autant de cellules unitaires que nous le souhaitons. Dans la direction orthogonale à la propagation (dans le plan), les structures périodiques unidimensionnelles, d'une manière générale présentent un très grand nombre de périodes; on peut donc les considérer comme infinies. Ainsi, dans la direction perpendiculaire, il n'y a qu'une maille présentant les conditions de périodicité (Bloch-Floquet) présentées au chapitre précédent pour une maille carrée.

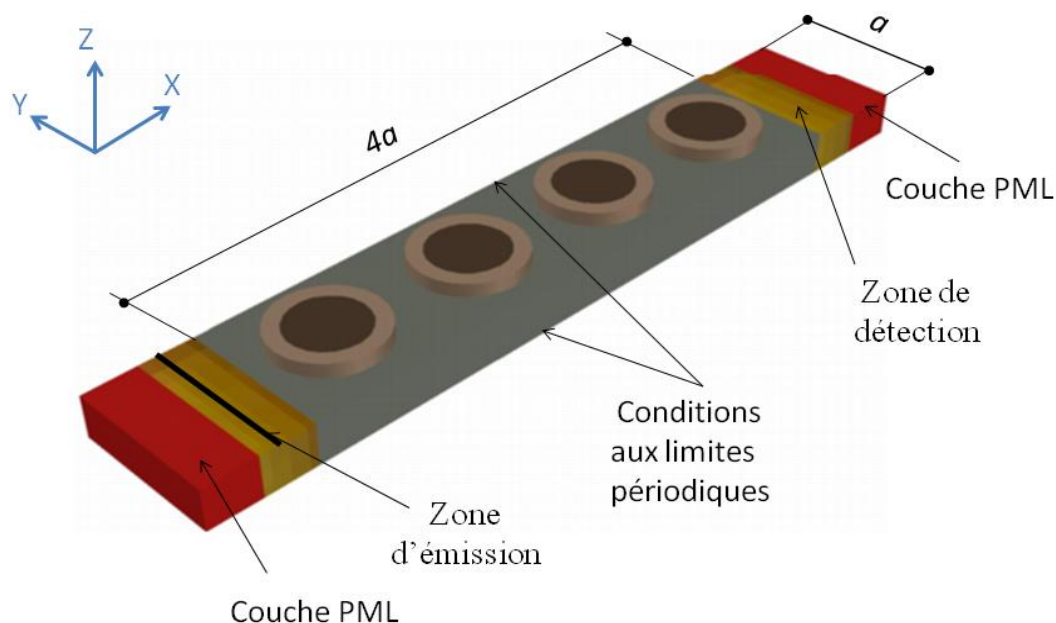


Figure 5.1 : Super cellule contenant quatre cellules unitaires modélisée en transmission

Considérons une structure périodique unidimensionnelle contenant quatre cellules unitaires modélisée de la même façon que la cellule de base. On adjoint une zone de propagation de chaque côté de la super cellule, appelées aussi zones d'émission et de détection. La structure est considérée finie dans la direction X. On y ajoute de chaque côté des *PML* (*Perfectly Matched Layers*), des zones qui n'ont pas d'existence physique, mais qui nous permettent d'éviter des réflexions des ondes sur les bords du maillage et ainsi de se placer dans une condition idéale de plaque infinie. Ensuite, on applique des conditions périodiques selon Y comme le montre la figure 5.1. Au niveau de la zone d'émission, on génère à l'instant initial, une onde plane longitudinale polarisée selon u_x . On choisit une gamme de fréquences, par exemple dans notre cas de 0 à 500 m/s.

Pour modéliser cette onde incidente ayant une polarisation principalement orientée dans une certaine direction, on provoque un déplacement arbitraire dans chacune des directions sur la face d'entrée du système. On utilise ici un déplacement de 1 nm.

On va donner l'exemple du couple de matériaux "acier-pvc". Les paramètres géométriques pris en compte sont $r_1/a = 0.45$ $r_2/a = 0.35$, $h_1/a = h_2/a = 0.5$. Le spectre de transmission de cette structure périodique est représenté par la figure 5.2(a).

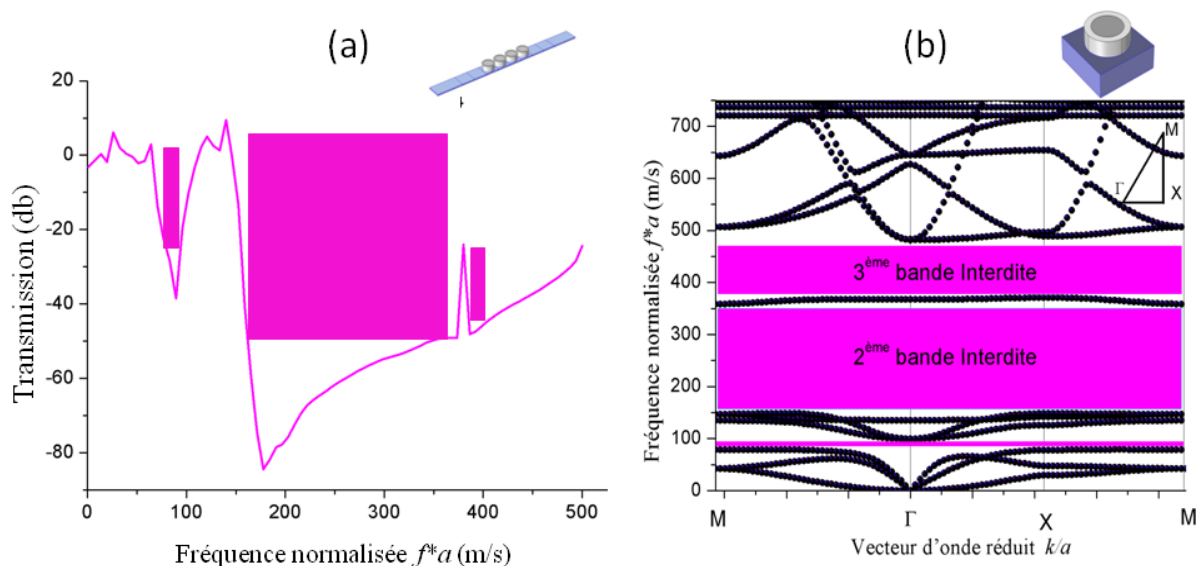


Figure 5.2 : Matériaux utilisés «acier-pvc», ($r_1/a = 0.45$ $r_2/a = 0.35$, $h_1/a = h_2/a = 0.5$) (a) Courbe de transmission pour une structure périodique unidimensionnelle à 4 unités, (b) Courbes de dispersion des fréquences ; gaps situés entre 80 - 100 m/s, 150 - 350 m/s et 370 - 480 m/s

La courbe de transmission de la figure 5.2(a) fait ressortir des pics d'atténuation de l'onde incidente et qui correspondent à une absence de propagation d'onde (bandes colorées en magenta). Ces dernières confirment la présence et la nature absolue des gaps observés déjà dans les courbes de dispersion de la figure 5.2(b). Ces gaps obtenus au chapitre précédent, dont les fréquences centrales normalisées tournent autour de 90, 250 et 420 m/s respectivement pour la première, deuxième et troisième bande gap.

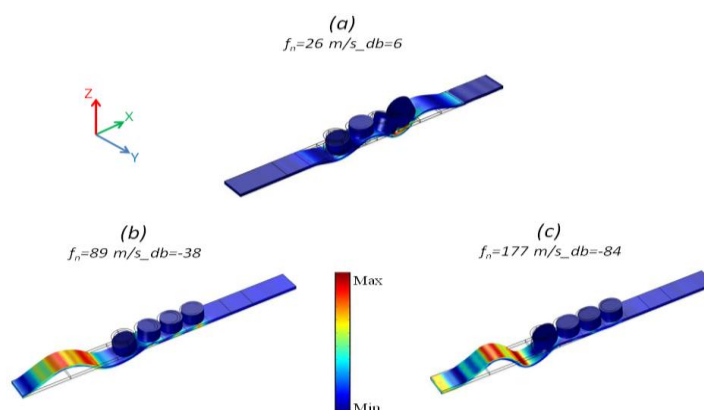


Figure 5.3 : Modes de vibrations et Champs de déplacement. Matériaux utilisés "acier-pvc", avec une polarisation de l'onde selon u_x

A titre d'exemple, la figure 5.3 représente le champ de déplacement total de chaque point à des fréquences données; une fréquence hors des bandes gaps (Fig. 5.3(a)), où l'on voit l'onde se propager à travers toute la structure, et deux autres fréquences à l'intérieur des bandes gaps (Figs. 5.3 (b) et 5.3(c)), où l'on

observe une absence quasi totale de l'onde dans la structure et son évanescence dans les premières mailles.

Afin de voir l'influence du nombre N de cellules unitaires sur les spectres de transmission, nous nous proposons dans ce qui suit de nous intéresser à des structures périodiques unidimensionnelles avec un nombre de cellules N égal 4, 6, 8 et 12. On donne dans un premier temps l'exemple du couple de matériaux "acier-caoutchouc". Les paramètres géométriques de la cellule de base sont $r_1/a = 0.45$, $r_2/a = 0.35$, $h_1/a = h_2/a = 0.5$. La figure 5.4 montre les spectres de transmission des structures en question.

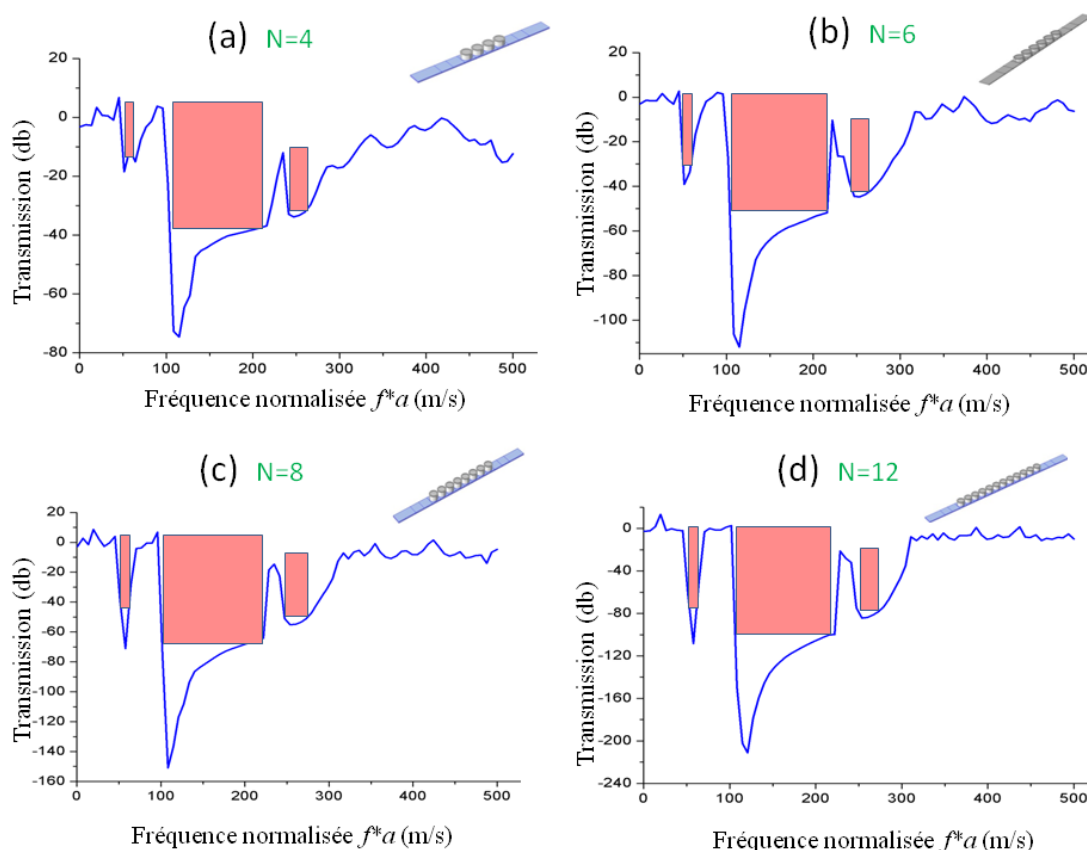


Figure 5.4 : Spectres de transmissions pour des structures périodiques unidimensionnelles pour le couple de matériaux "acier-caoutchouc" les paramètres géométriques sont $h_1/a = h_2/a = 0.5$, $r_1/a = 0.45$ et $r_2/a = 0.35$, (a) Structure à 4 cellules unitaires, (b) Structure à 6 cellules unitaires, (c) Structure à 8 cellules unitaires, (d) Structure à 12 cellules unitaires,

On peut noter sur les quatre figures 5.4(a), 5.4(b), 5.4(c) et 5.4(d), l'existence de trois bandes gaps (colorées en rouge), situées autour de fréquences pratiquement identiques, soit 55, 150 et 275 m/s respectivement et qui correspondent parfaitement aux bandes gaps obtenues dans les courbes de dispersion pour une cellule de base. Ceci nous amène à dire que l'existence des bandes interdites, leurs positions et leurs largeurs sont indépendantes du nombre de cellules unitaires. En revanche, en comparant les quatre courbes de transmission, on remarquera que le taux d'atténuation est d'autant plus important que le nombre de cellules unitaires est grand. En effet, les transmissions en db sont égales à -37, -43, -151 et -219 pour un nombre de cellules unitaires N égal à

4, 6, 8 et 12 respectivement. Cela semble cohérent car un nombre important de cellules unitaire signifie qu'on se rapproche de plus en plus d'une structure infiniment périodique d'où une absence de propagation totale, donc une atténuation parfaite de l'onde incidente.

Dans un deuxième temps, on donne l'exemple du couple de matériaux "acier-silicone". Les structures périodiques unidimensionnelles sont composées d'un nombre N de cellules de base égal à 2, 12, 32 et 48. Les paramètres géométriques sont maintenus constants. La figure 5.5 montre les courbes de transmission en fonction des fréquences normalisées pour les différents cas.

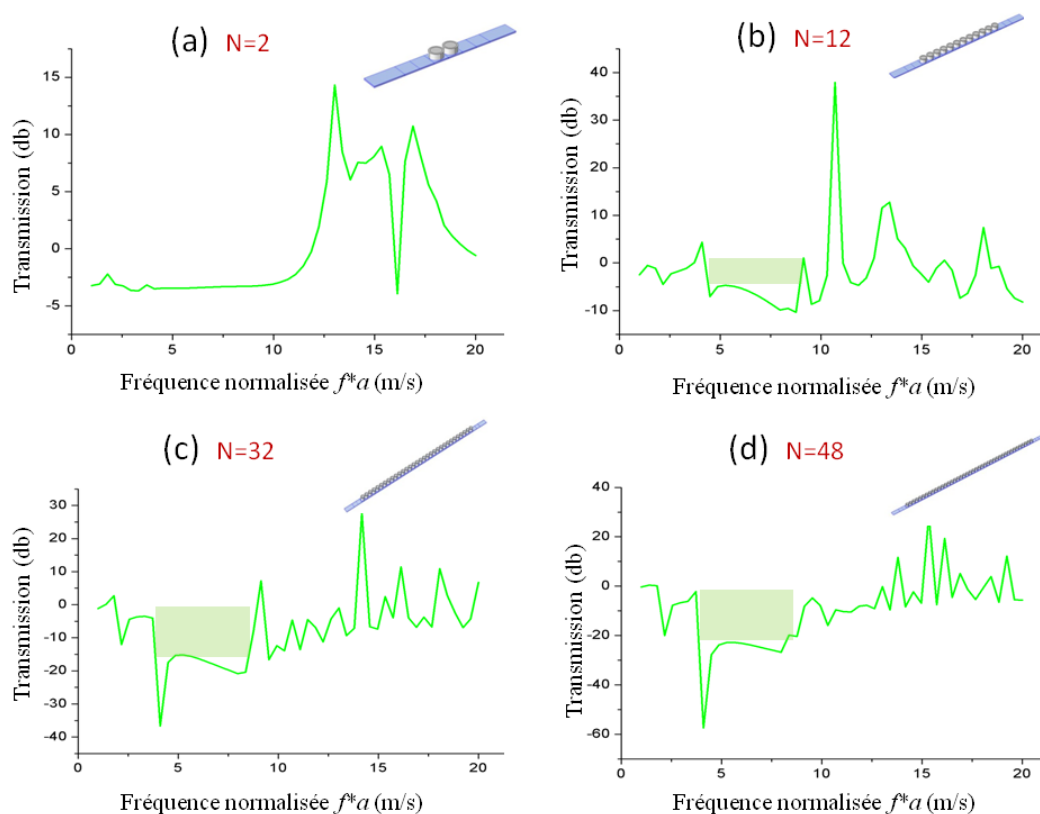


Figure 5.5 : Spectres de transmissions pour des structures périodiques unidimensionnelles pour le couple de matériaux "acier-silicone" les paramètres géométriques sont $h_1/a=h_2/a=0.5$, $r_1/a=0.45$ et $r_2/a=0.35$, (a) Structure à 2 cellules unitaires, (b) Structure à 12 cellules unitaires, (c) Structure à 32 cellules unitaires, (d) Structure à 48 cellules unitaires,

On peut déjà observer sur cette figure que pour le cas où N est égal à deux cellules unitaires, il y a un palier de transmission où l'atténuation n'est pas assez marquée dans la bande gap située entre 4 et 8 m/s et caractéristique du couple de matériaux "acier-silicone". En effet, les variations de la transmission aux fréquences de la bande gap étant du même ordre de grandeur que les variations de la transmission aux fréquences qui se propagent à travers la structure. Pour un nombre de cellules N suffisamment grand, on enregistre une bande interdite (bande colorée en vert) qui correspond exactement à celle trouvée dans les courbes de dispersion du chapitre précédent. D'un autre côté, les spectres de transmission à certaines fréquences ne présentent que des minima mais pas forcément des bandes interdites proprement dites.

On soulignera par ailleurs, que pour ce couple de matériaux, la nécessité d'avoir un nombre de cellules unitaires élevé est primordiale afin d'avoir une atténuation significative.

5.3 - Effet des paramètres géométriques sur le spectre de transmission

5.3.1 - Effet de la hauteur des cylindres sur le spectre de transmission

Pour les courbes de transmission suivant la hauteur des cylindres, on se limitera au couple de matériaux "acier-caoutchouc". On choisira des rayons relatifs $r_1/a=0.45$ et $r_2/a=0.35$.

5.3.1.1 - Spectre de transmission pour $h=h_1=h_2$

On représentera dans la figure 5.6(a), la courbe de transmission en fonction des fréquences. On notera sur cette figure deux pics représentant les plus forts taux d'atténuation.

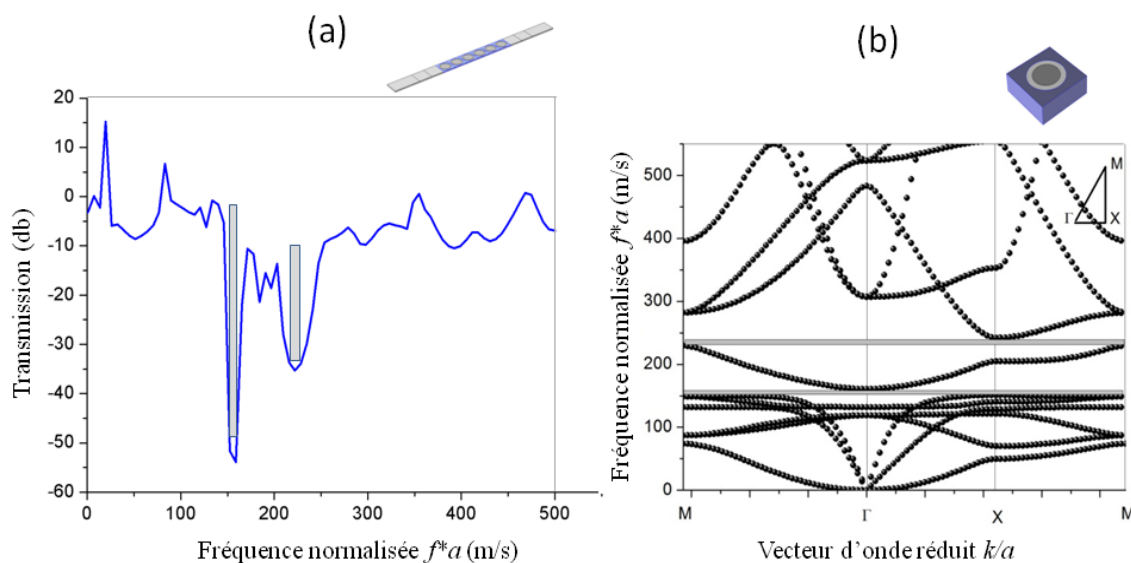


Figure 5.6 : Matériaux utilisés «acier-caoutchouc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=e/a=0.1$) (a) Courbe de transmission pour une structure périodique unidimensionnelle à six unités, (b) Courbes de dispersion des fréquences,; gaps situés entre 155 - 160 m/s et 230 - 245 m/s

Deux bandes interdites de fréquences (colorées en gris) entre 150 et 160 m/s pour la première bande et entre 230 et 250 m/s pour la seconde, représentant une absence de propagation des ondes. Ces bandes sont compatibles avec celles trouvées dans les courbes de dispersion obtenues au chapitre précédent comme le montre la figure 5.6(b).

5.3.1.2 - Spectre de transmission pour $h=h_1$ et $h_2/a=0.5$

Pour la configuration suivante où seul le cylindre métallique représentant le noyau de la cellule de base, émerge du substrat de béton, la courbe de transmission des ondes à travers la structure, pour une polarisation u_x est représentée par la figure 5.7(a).

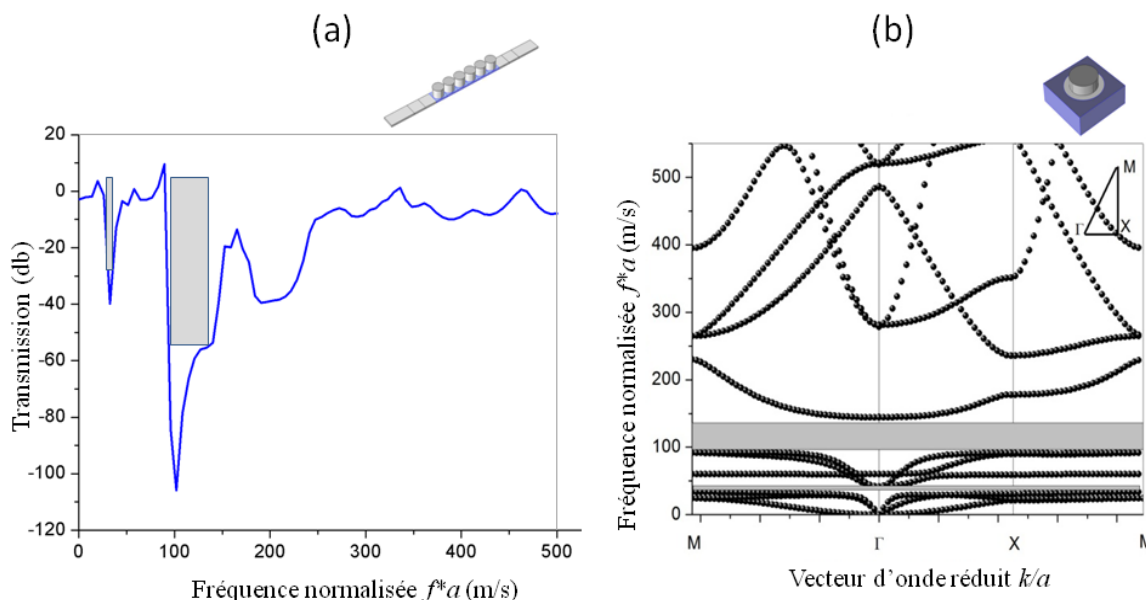


Figure 5.7 : Matériaux utilisés «acier-caoutchouc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a= e/a=0.1$, $h_2/a=0.5$)
 (a) Courbe de transmission pour une structure périodique unidimensionnelle à six unités, (b)
 Courbes de dispersion des fréquences,; gaps situés entre 35 - 40 m/s et 95 - 140 m/s

On va s'intéresser uniquement aux deux premières bandes gaps. De la même façon que pour le cas précédent, deux bandes interdites de fréquences (colorées en gris) entre 30 et 40 m/s pour la première bande et entre 90 et 140 m/s pour la seconde, représentant une absence de propagation des ondes. Une similitude quasi parfaite existe entre les deux types de courbes notamment pour les deux premières bandes gaps comme semble le montrer la figure 5.7(b).

5.3.1.3 - Spectre de transmission pour $h_1/a=h_2/a=0.5$

Dans la figure 5.8(a), on représente le spectre de transmission à travers une structure périodique unidimensionnelle où l'acier et le caoutchouc émergent avec la même hauteur par rapport au massif de béton.

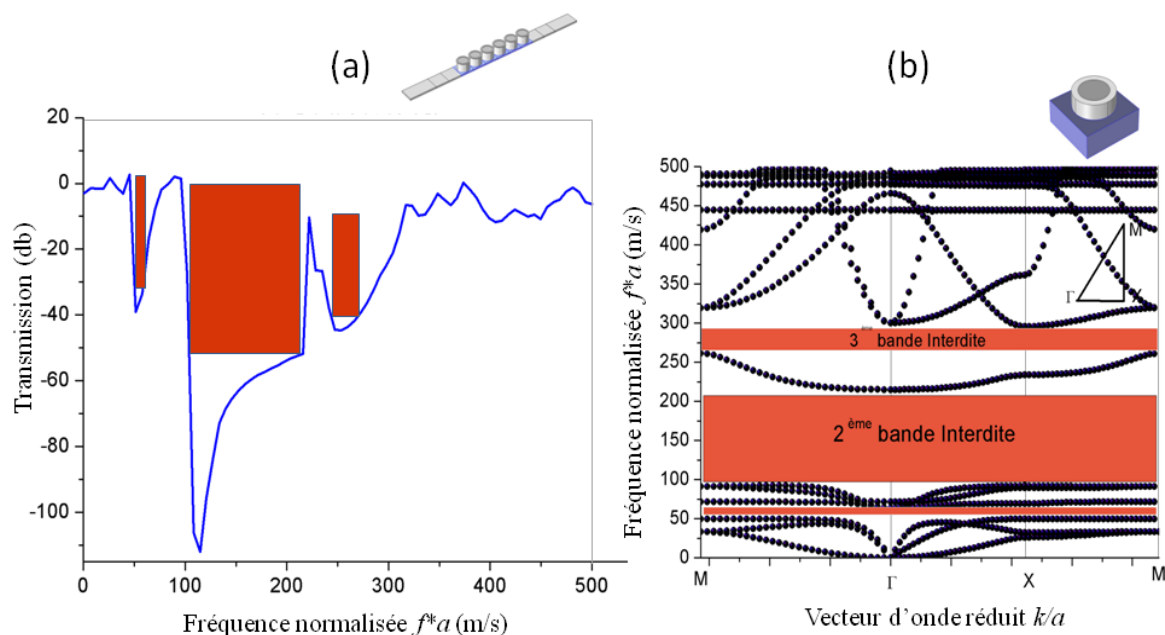


Figure 5.8 : Matériaux utilisés «acier-caoutchouc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Courbe de transmission pour une structure périodique unidimensionnelle à six unités, (b) Courbes de dispersion des fréquences; gaps situés entre 50 - 63 m/s, 93 - 215 m/s et 262 - 293 m/s

Sur cette figure, trois pics d'atténuation maximums représentant une réflexion quasi totale de l'onde incidente, synonymes d'absence de propagation d'onde. A quelques écarts près, ces atténuations correspondent à trois bandes gaps (colorées en rouge brique) autour des fréquences centrales de 55, 150 et 275 m/s respectivement pour les trois bandes. Ces dernières concordent avec celles trouvées dans les courbes de dispersion des fréquences comme l'illustre la figure 5.8(b).

5.3.2 - Effet du rayon des cylindres sur le spectre de transmission

Pour voir l'effet des rayons des cylindres du noyau en métal et du polymère sur les spectres de transmission, nous avons considéré le couple de matériaux "acier-caoutchouc" avec des hauteurs relatives des cylindres égales à $h_1/a=h_2/a=0.5$. Pour les rayons relatifs, on choisira les couples de valeurs suivantes: ($r_1/a=0.45$, $r_2/a=0.35$), ($r_1/a=0.35$, $r_2/a=0.25$) et ($r_1/a=0.25$, $r_2/a=0.15$). La figure 5.9 représente les spectres de transmission en fonction des fréquences normalisées.

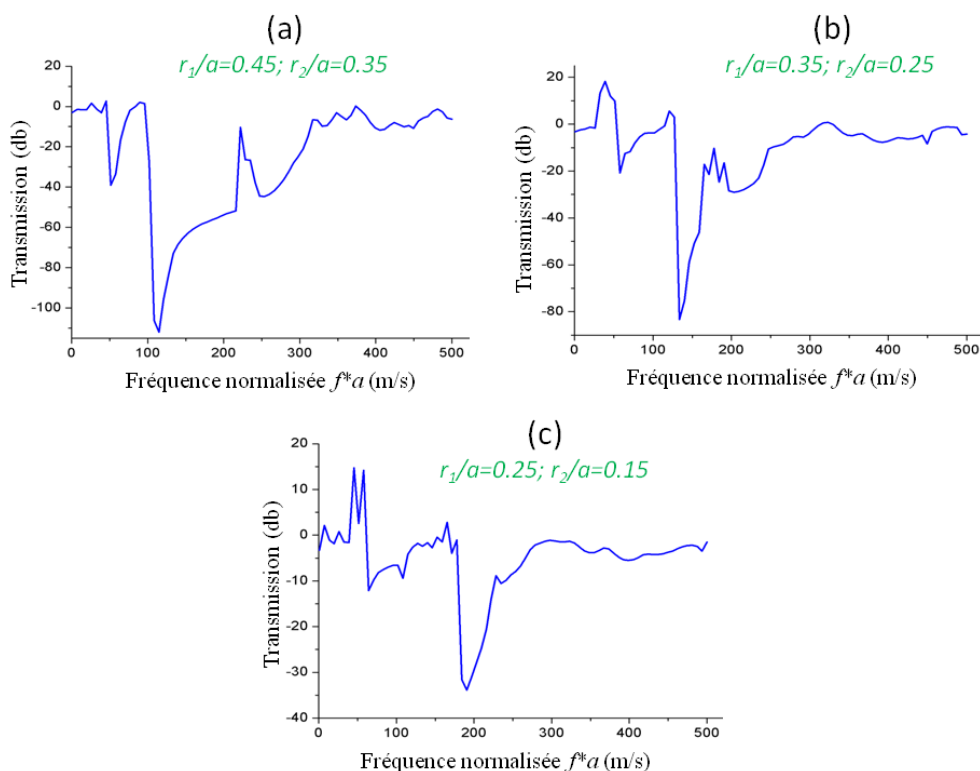


Figure 5.9 : Spectres de transmission pour des structures périodiques unidimensionnelles à six unités pour le couple de matériaux "acier-caoutchouc" les hauteurs relatives $h_1/a=h_2/a=0.5$, (a) $r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, (b) $r_1/a=0.35$ $r_2/a=0.25$, (c) $r_1/a=0.25$ $r_2/a=0.15$

En analysant les figures 5.9(a), 5.9(b) et 5.9(c), on remarque que celles-ci enregistrent des transmissions en db maximums de -114, -83 et -35 respectivement pour les couples de rayons relatifs ($r_1/a=0.45$, $r_2/a=0.35$), ($r_1/a=0.35$, $r_2/a=0.25$) et ($r_1/a=0.25$, $r_2/a=0.15$). En d'autres termes, l'atténuation des ondes de propagation diminue avec la diminution des rayons relatifs. D'autre part, la diminution des rayons relatifs des résonateurs entraîne un glissement des bandes gaps vers les hautes fréquences, ce qui est compatible avec les résultats enregistrés au chapitre 4.

5.4 - Résultat de simulation du spectre de transmission dans des structures phononiques bidimensionnelles $N \times N$

5.4.1 - Spectre de transmission d'une membrane phononique à $N \times N$ cellules élémentaires

Afin de mieux comprendre les effets des bandes interdites et d'étudier de près le comportement qualitatif de la transmission dans les bandes passantes, la méthode des éléments finis est utilisée pour calculer la transmission à travers des structures de taille finie. Ces dernières, au même titre que pour les structures périodiques unidimensionnelles, sont composées de trois régions adjacentes (voir Fig. 5.10). Les zones absorbantes parfaitement adaptées appelées *PML* sont

utilisées essentiellement pour limiter la réflexion des ondes solutions au bord du domaine de calcul et ainsi simuler un espace libre.

5.4.1.1 - Spectre de transmission pour $N=4$

Prenons le cas d'une structure périodique bidimensionnelle finie avec 4×4 cellules de base. On considère la structure finie dans la direction X avec des conditions *PML* aux frontières et des conditions périodiques selon Y comme le montre la figure 5.9. Au niveau de la zone d'émission, on génère à l'instant initial, une onde plane longitudinale polarisée selon u_x . On choisit une gamme de fréquences, par exemple dans notre cas de 0 à 500 m/s.

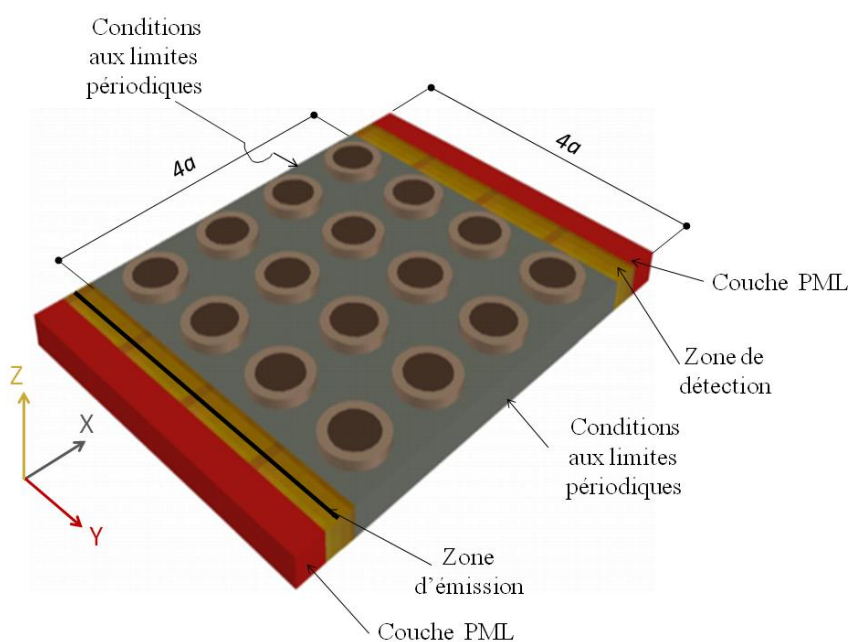


Figure 5.10 : Structure bidimensionnelle à 4×4 cellules unitaires

La figure 5.11 présente des spectres de transmission mesurés et calculés donc pour un réseau bidimensionnel carré de cylindres d'acier recouverts par une couche de pvc incrustés dans un massif en béton. Les paramètres géométriques sont maintenus constants avec $r_1/a=0.45$, $r_2/a=0.35$ et $h_1/a=h_2/a=0.5$.

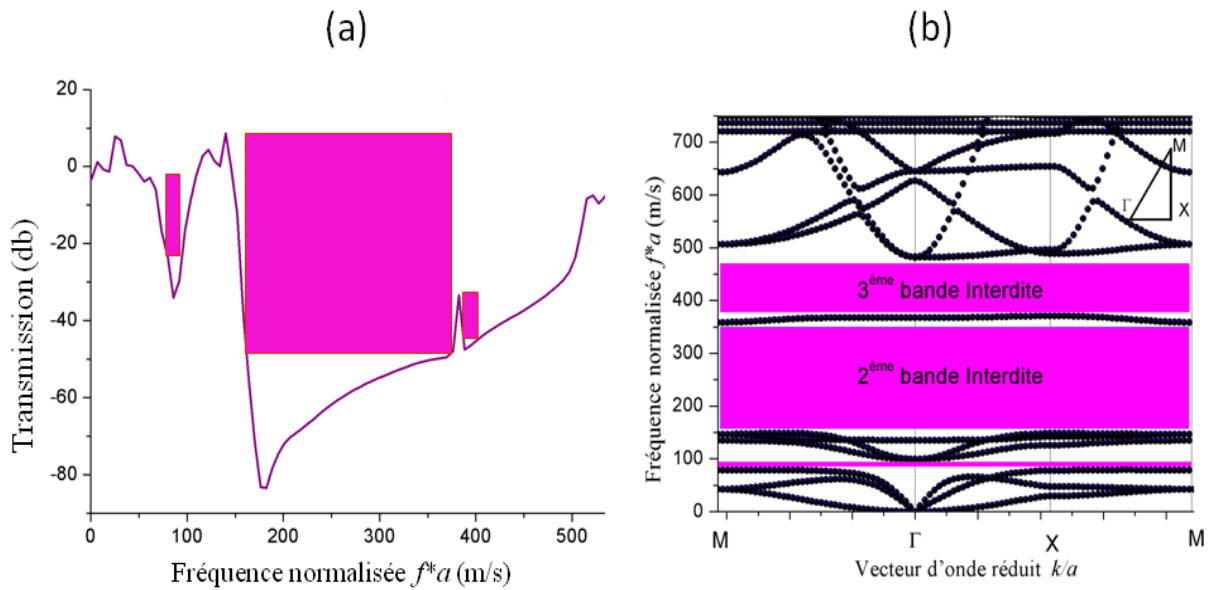


Figure 5.11 : Matériaux utilisés «acier-pvc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Courbe de transmission pour une structure périodique bidimensionnelle à 4x4 unités, (b) Courbes de dispersion des fréquences ; gaps situés entre 80 - 100 m/s, 150 - 350 m/s et 370 - 480 m/s

On constate à travers la figure 5.11 (a) un assez bon accord entre le spectre de transmission et les bandes interdites observées dans les courbes de dispersion de la figure 5.11 (b) pour une structure infiniment périodique.

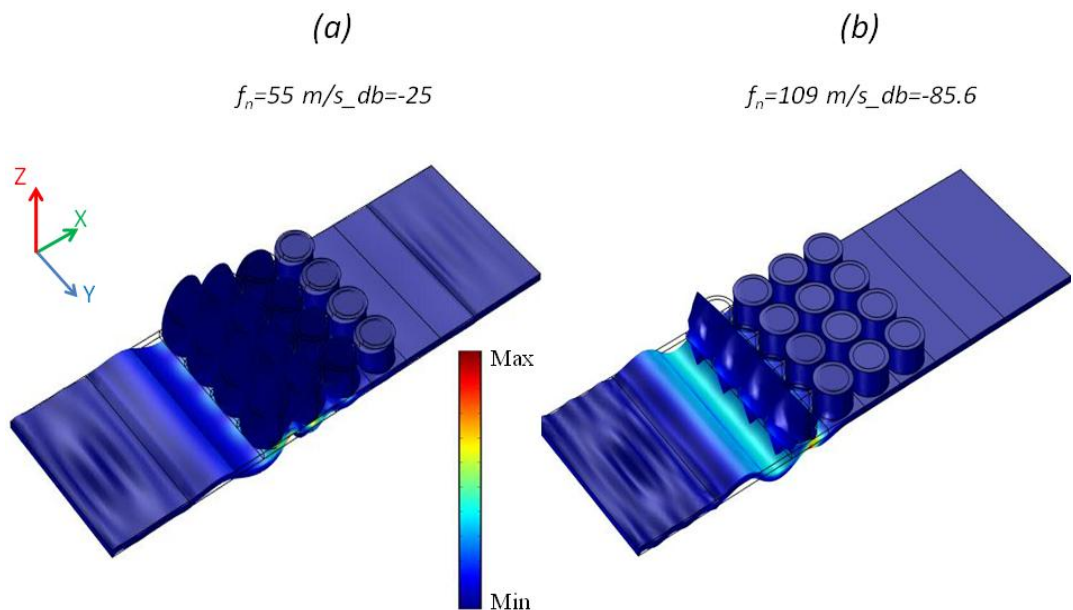


Figure 5.12 : Modes de vibrations et Champs de déplacements au niveau des atténuations maximales pour une structure périodique bidimensionnelle 4x4 cellules avec une polarisation de l'onde selon u_x

L'analyse des modes de vibration de la structure périodique 4x4 montre une absence de propagation de l'onde incidente dont la réflexion est totale au niveau des deux pics d'atténuation. La propagation de l'onde est pratiquement bloquée

par la première rangée de cylindres particulièrement pour la fréquence normalisée de 109 m/s (voir figures 5.12(a) et 5.12(b)). On remarquera aussi sur la même figure, que cette réflexion de l'onde incidente est totalement absorbée par la couche *PML* située avant la zone d'émission.

5.4.1.2 - Spectre de transmission pour $N=6$

Cette fois ci, on va considérer une structure périodique bidimensionnelle finie avec 6x6 cellules de base comme il est montré dans la figure 5.13. Le couple de matériaux considéré est "acier-caoutchouc". Les paramètres géométriques sont les mêmes que ceux utilisés précédemment.

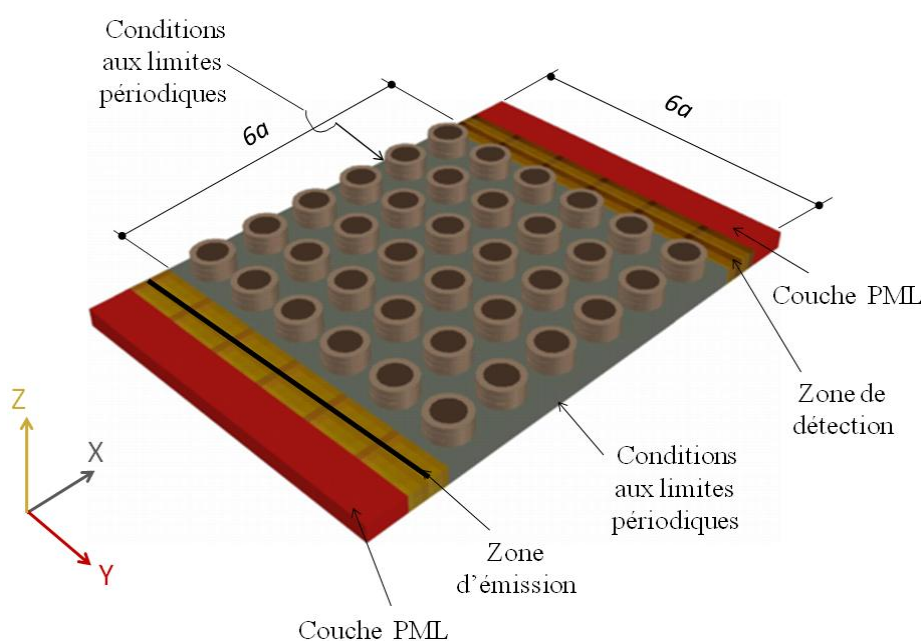


Figure 5.13 : Structure bidimensionnelle à 6x6 cellules unitaires

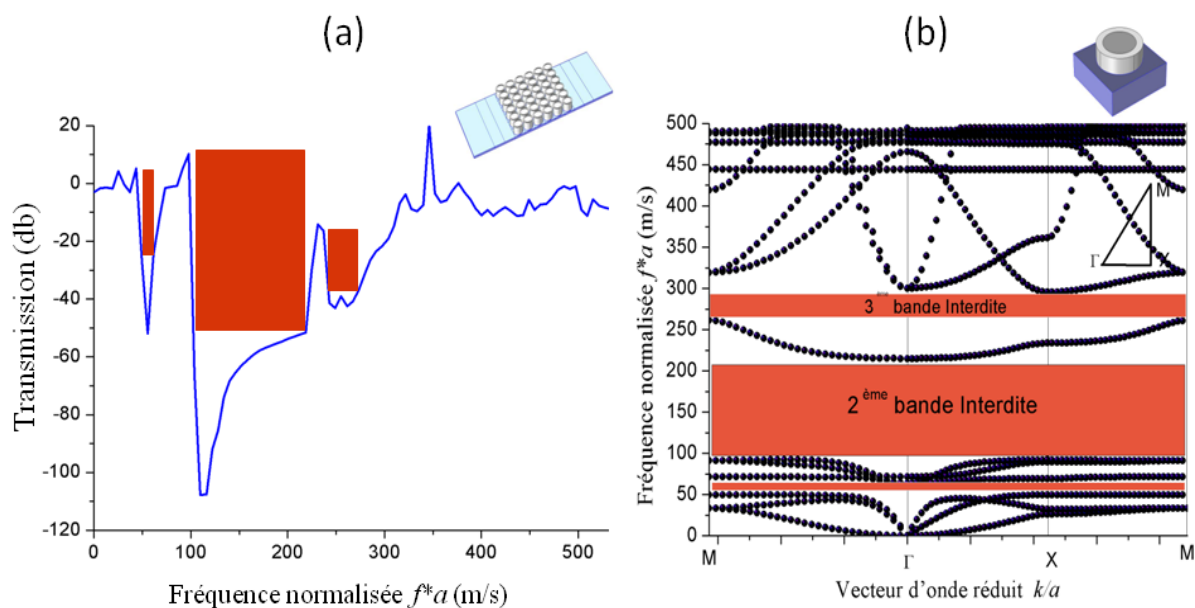


Figure 5.14 : Matériaux utilisés "acier-caoutchouc", ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Courbe de transmission pour une structure périodique bidimensionnelle à 6x6 unités, (b) Courbes de dispersion des fréquences; gaps situés entre 50 - 63 m/s, 93 - 215 m/s et 262 - 293 m/s

La courbe de transmission pour une structure périodique à 6x6 unités est représentée par la figure 5.14. On peut observer d'assez fortes atténuations avec des db de -51 et -107 respectivement pour les première et deuxième bandes interdites.

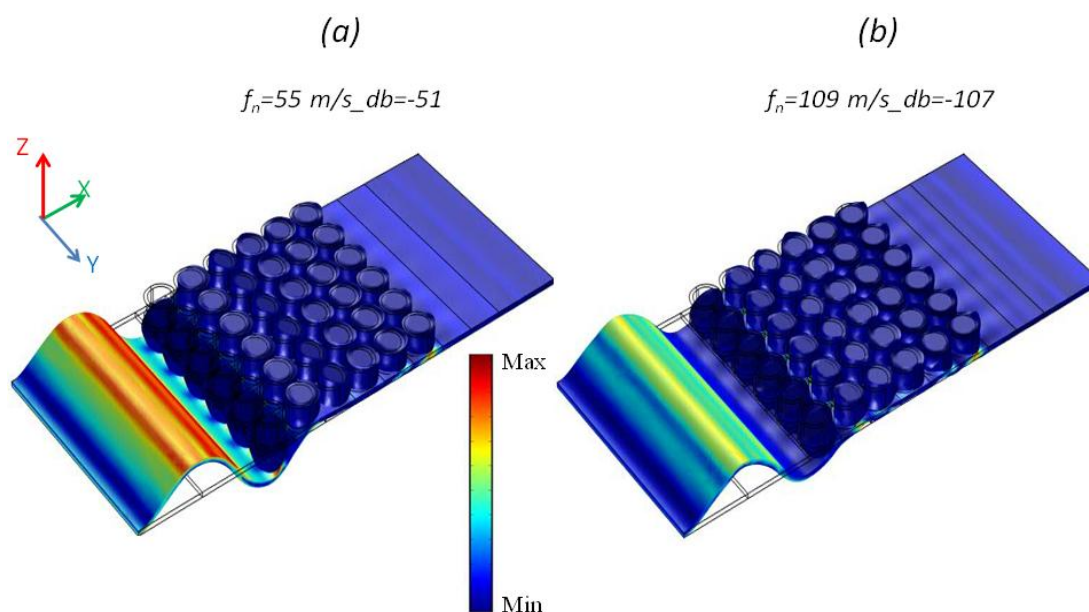


Figure 5.15 : Modes de vibrations et Champs de déplacements au niveau des atténuations maximales pour une structure périodique bidimensionnelle 6x6 cellules unitaires avec une polarisation de l'onde selon u_x

La figure 5.15 représente les modes de vibration et champs de déplacements de la structure selon une échelle de couleurs où le rouge et le bleu représentent les maxima et minima. On remarque qu'à la sortie, la structure est

parfaitement immobile, signe que l'onde incidente est réfléchiée totalement avant d'être absorbée par la couche *PML*.

5.4.2 - Réponse de la membrane phononique pour différentes polarisations de l'onde de vibration incidente

Pour voir l'effet total de l'onde incidente sur des structures périodiques finies, nous considérons les différentes directions de propagation de l'onde élastique selon les polarisations u_x , v_y et w_z .

5.4.2.1 - Structures périodiques à 4x4 unités

Pour le couple de matériaux "acier-caoutchouc", et pour une structure périodique carrée à 4x4 unités, les spectres de transmission sont représentés par la figure 5.16.

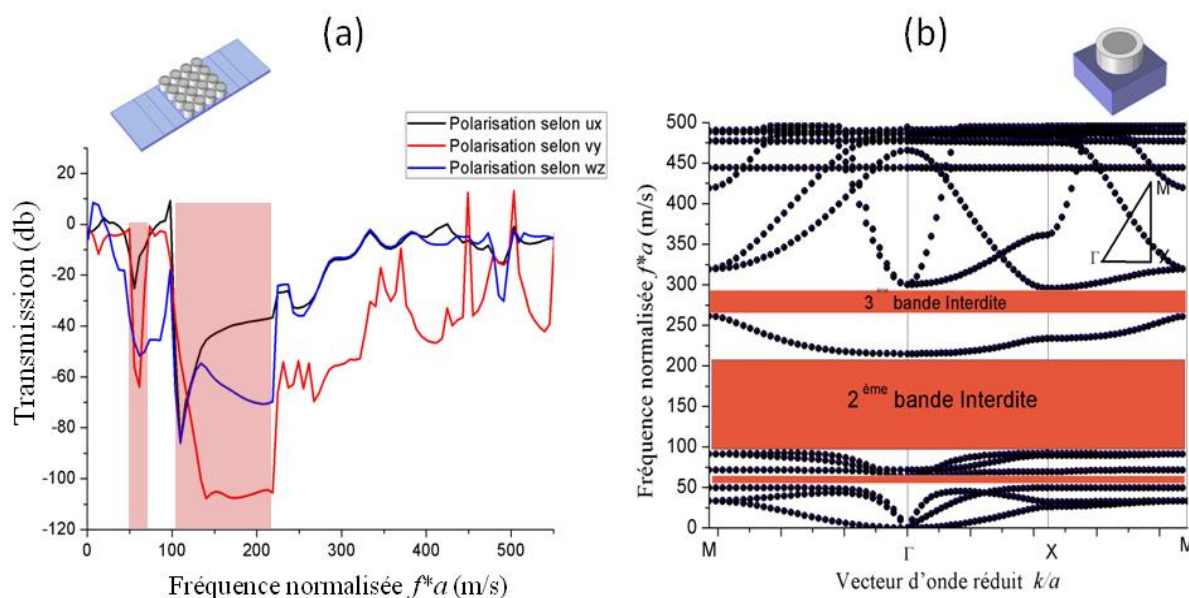


Figure 5.16 : Matériaux utilisés «acier-caoutchouc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Courbes de transmission pour une structure périodique bidimensionnelle à 4x4 unités selon différentes polarisation, (b) Courbes de dispersion des fréquences; gaps situés entre 50 - 63 m/s, 93 - 215 m/s et 262 - 293 m/s

On peut observer sur la figure 5.16(a) que les courbes de transmission affichent quelque soit la polarisation des creux d'atténuation situés aux mêmes fréquences correspondant aux bandes interdites qu'on a pu obtenir au chapitre précédent comme le montre la figure 5.16(b). De plus, l'ouverture du pic d'atténuation pour la première bande gap devient de plus en plus prononcée selon que l'onde incidente est polarisée suivant la direction u_x , v_y et w_z respectivement. En revanche, la deuxième bande gap a vu son pic d'atténuation s'élargir de plus en plus en polarisant selon u_x , w_z et v_y respectivement.

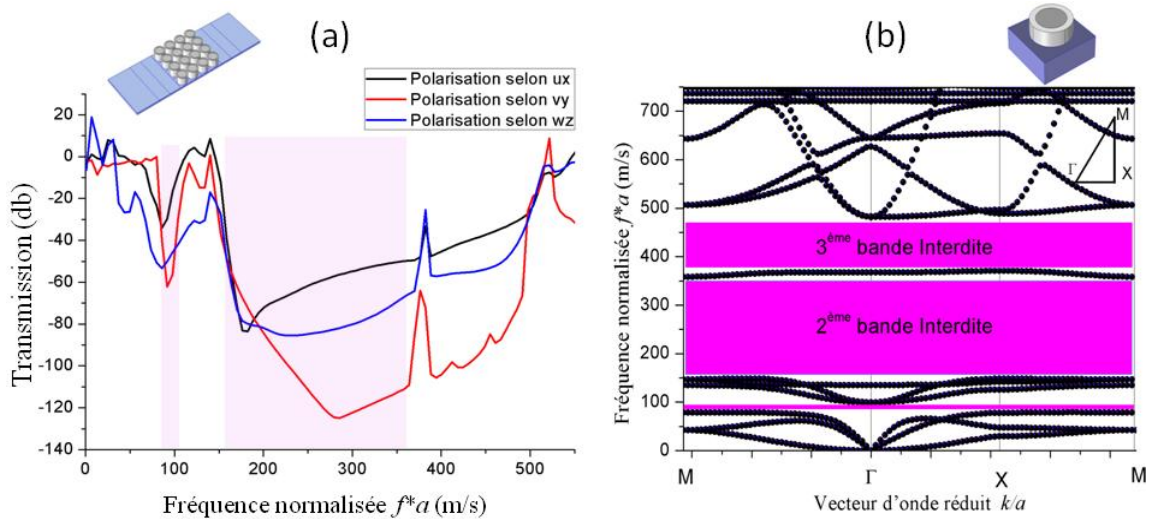


Figure 5.17 : Matériaux utilisés «acier-pvc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Courbes de transmission pour une structure périodique bidimensionnelle à 4x4 unités, (b) Courbes de dispersion des fréquences ; gaps situés entre 80 - 100 m/s, 150 - 350 m/s et 370 - 480 m/s

Pour les courbes de transmissions du couple de matériaux "acier-pvc", la figure 5.17(a) fait ressortir des bandes interdites compatibles avec celles trouvées dans les courbes de dispersion et données par la figure 5.17(b) et ce, quelque soit la polarisation de l'onde incidente.

Dans la figure 5.18, on représentera les champs de déplacements en tous points de la structure à travers les modes de vibrations pour une onde incidente polarisée selon les trois directions u_x , v_y et w_z .

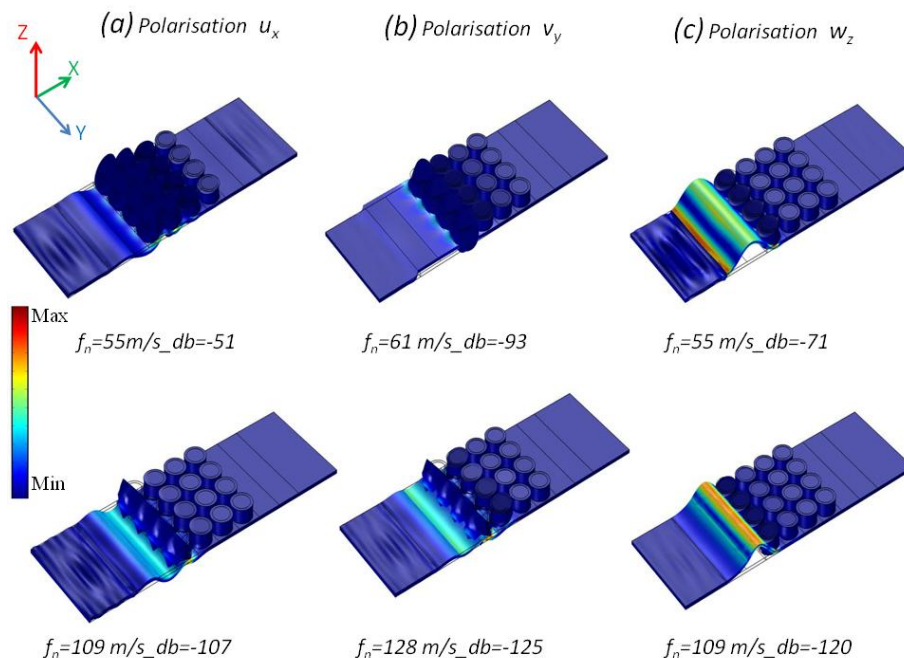


Figure 5.18 : Modes de vibrations et Champs de déplacements au niveau des atténuations maximales pour une structure périodique bidimensionnelle 4x4 cellules unitaires avec une (a) polarisation de l'onde selon u_x , (b) polarisation de l'onde selon v_y et (c) polarisation de l'onde selon w_z

On remarque nettement l'absence de propagation de l'onde incidente à travers la structure lorsque les fréquences sont situées dans la bande interdite.

5.4.2.1 - Structures périodiques à 6x6 unités

Nous avons poussé les calculs plus loin en considérant cette fois ci des structures périodiques bidimensionnelles composées de 6x6 cellules de base. Pour le couple de matériaux "acier-caoutchouc", et pour une structure périodique carrée à 6x6 unités, les spectres de transmission sont représentés par la figure 5.19.

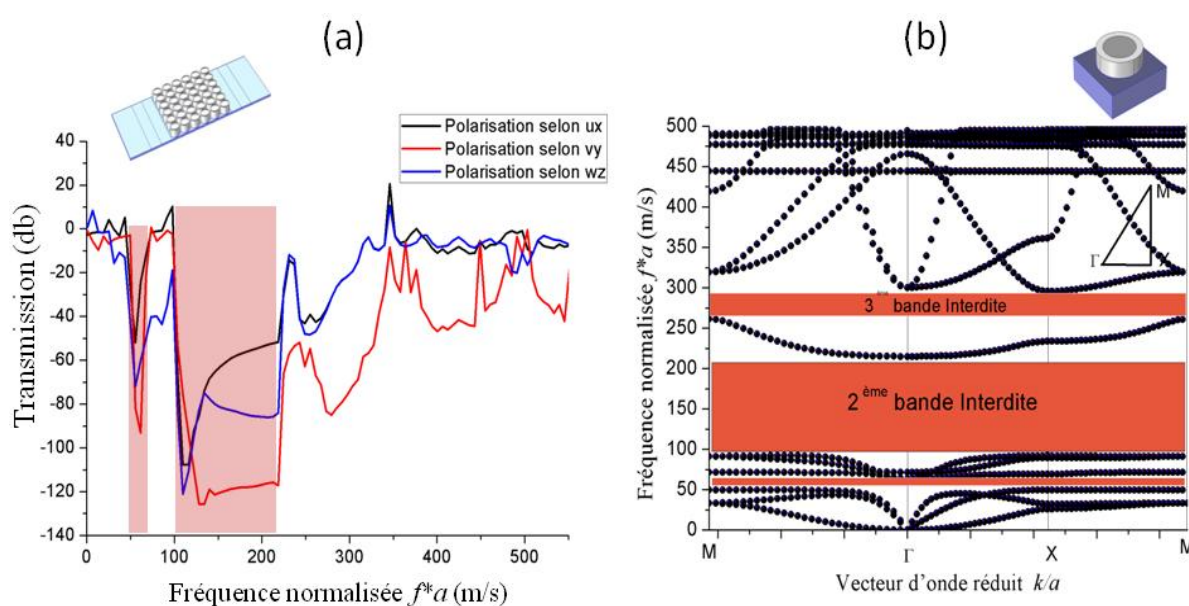


Figure 5.19 : Matériaux utilisés «acier-caoutchouc», ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Courbes de transmission pour une structure périodique bidimensionnelle à 6x6 unités selon différentes polarisation, (b) Courbes de dispersion des fréquences ; gaps situés entre 50 - 63 m/s, 93 - 215 m/s et 262 - 293 m/s

Sur la figure 5.19(a), on remarque tout d'abord que l'allure des courbes est globalement la même, quelle que soit la direction de l'excitation. Cela signifie que les bandes gaps de la structure périodique sont bien présentes quelle que soit la polarisation des ondes. En outre, la figure 5.18(a) nous permet de constater que la position des pics d'atténuation est la même en fréquences selon que l'on polarise l'onde incidente suivant u_x , v_y ou w_z , tout en étant compatibles avec les bandes gaps de la figure 5.19(b). Par ailleurs, on observe aussi un creux distribué relativement uniformément en fréquences pour une polarisation selon v_y , comme l'indique la courbe rouge de la figure 5.19(a).

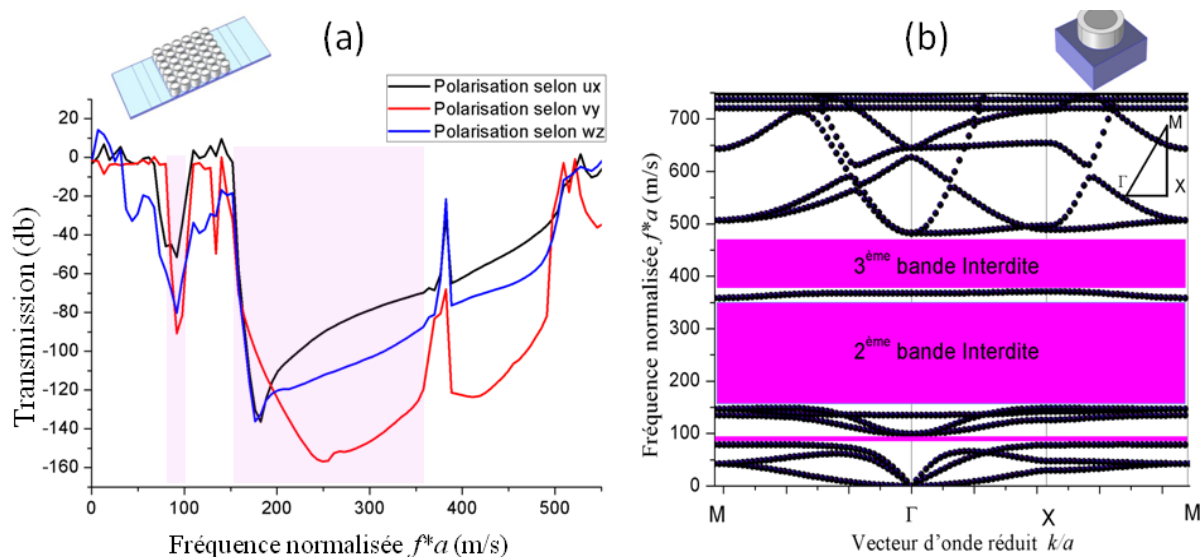


Figure 5.20 : Matériaux utilisés "acier-pvc", ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Courbes de transmission pour une structure périodique bidimensionnelle à 6x6 unités, (b) Courbes de dispersion des fréquences; gaps situés entre 80 - 100 m/s, 150 - 350 m/s et 370 - 480 m/s

Concernant le couple de matériaux "acier-pvc", les courbes de transmissions selon les trois polarisations u_x , v_y et w_z représentées par la figure 5.20(a) pour une structure à périodicité carrée avec 6x6 unités, on remarque au même titre que pour les structures précédentes une tendance similaire des trois courbes avec un alignement en fréquences des pics d'atténuation. En effet, cet alignement confirme le caractère absolu et omnidirectionnel des bandes interdites obtenues par la dispersion des courbes de fréquences de la figure 5.20(b).

5.4.3 - Taux d'atténuation en fonction du nombre de périodes

Nous avons déjà calculé dans la section 5.1, les spectres de transmission de structures périodiques unidimensionnelles, pour un nombre de périodes N égal à 4, 6, 8 et 12 pour le couple de matériaux "acier-caoutchouc". Nous allons considérer d'autres structures périodiques avec un nombre de périodes égal à 16, 32 et 42, dont on calculera les taux d'atténuation. Ainsi, on représentera sur la figure 5.21 les courbes de transmission pour les deux couples de matériaux "acier-pvc" et "acier-caoutchouc" pour des structures avec un nombre de cellules élémentaires égal à 2, 4, 6, 8, 12, 16, 32 et 42.

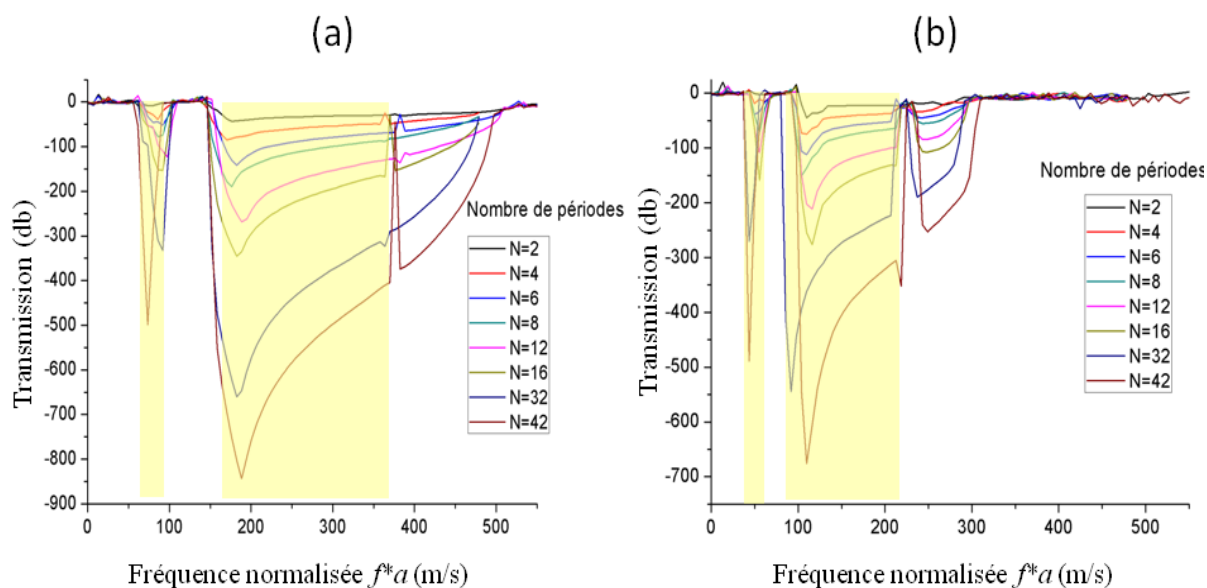


Figure 5.21 : Courbes de transmission pour des structures périodiques unidimensionnelles à N périodes, avec les paramètres géométriques suivants ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) (a) Matériaux utilisés "acier-pvc", (b) Matériaux utilisés "acier-caoutchouc"

Il est intéressant de remarquer dans la figure 5.21, tout d'abord, que pour un nombre N égal à 2 périodes, on n'observe que l'atténuation n'est pas encore significative dans les deux premières bandes interdites; les variations de la transmission aux fréquences attendues étant du même ordre de grandeur que les variations de la transmission aux fréquences où la structure est "passante". Ceci peut être causée par des résonances résiduelles causées elles même par des conditions aux limites non parfaitement absorbantes. Mais à partir de 4 périodes pour le couple de matériaux "acier-caoutchouc" et 6 périodes pour le couple "acier-pvc", on peut observer une chute de plus en plus significative de la transmission dans les bandes interdites. Aussi, on note qu'à partir de 8 périodes, toutes les bandes interdites apparaissant présentent une très forte atténuation, même si dans les figures 5.21(a) et 5.21(b) on s'intéresse uniquement aux deux premières bandes interdites en terme de fréquence pour le domaine de génie civil. Enfin, en faisant abstraction des bandes interdites, on enregistre une augmentation de l'atténuation avec le nombre de périodes N, due principalement à l'allongement de la zone de propagation.

5.4.4 - Taux d'atténuation en fonction des matériaux utilisés

Nous allons maintenant calculer les taux d'atténuations à travers les courbes de transmission pour tous les couples de matériaux utilisés dans cette étude à l'exception du silicone où on ne considèrera que le couple "acier-silicone" étant donné que les résultats de transmission concernant le couple de matériaux "plomb-silicone" sont pratiquement similaires à ceux obtenus pour le couple "acier-silicone" comme cela a été également obtenu et souligné dans le chapitre précédent au niveau des courbes de dispersion. Les figures 5.22 et 5.23 traduisent la variation des taux d'atténuation en fonction du nombre de périodes N et selon les couples de matériaux utilisés.

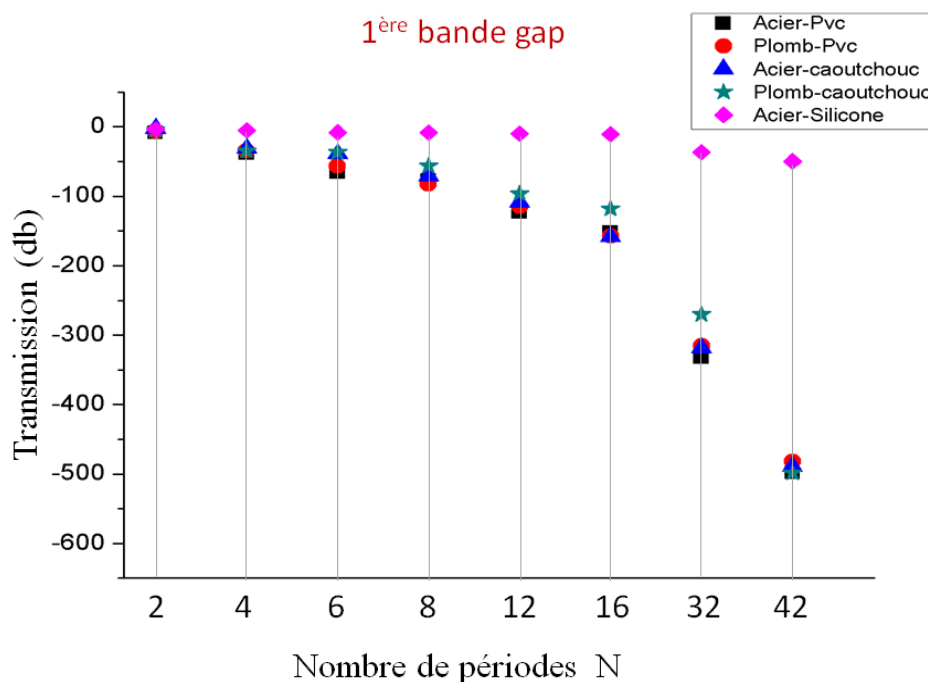


Figure 5.22 : Taux d'atténuation pour des structures périodiques unidimensionnelles en fonction du nombre N de périodes, avec les paramètres géométriques suivants ($r_1/a=0.45$ $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) selon les couples de matériaux utilisés pour la première bande gap

Le taux d'atténuation pour la première bande interdite augmente avec le nombre de périodes de la structure comme il a été souligné précédemment et ce, pour tous les couples de matériaux; avec toutefois une augmentation assez lente pour le couple de matériaux "acier-silicone" où la transmission en db ne varie que de -3.7 à -78.1 lorsque le nombre de périodes N varie de 2 à 42 (voir figure 5.22). En revanche, pour les couples de matériaux "acier-pvc" et "acier-caoutchouc", l'atténuation est beaucoup plus accélérée étant donné que leurs transmissions en db varient de -6.5 à -498.4 et de -2.4 à -489 respectivement, lorsque le nombre de périodes N varie de 2 à 42 seulement. Aussi, on notera que les taux d'atténuation pour les quatre couples de matériaux "acier-pvc", "plomb-pvc", "acier-caoutchouc" et "plomb-caoutchouc" sont très proches et ce, quelque soit le nombre de périodes N.

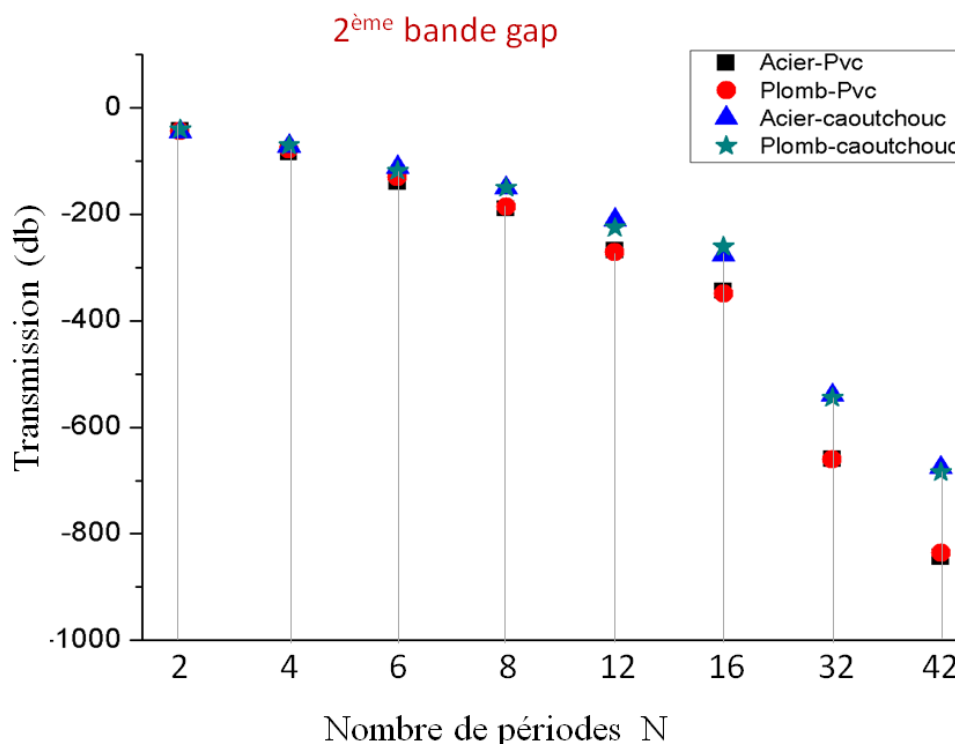


Figure 5.23 : Taux d'atténuation pour des structures périodiques unidimensionnelles en fonction du nombre N de périodes, avec les paramètres géométriques suivants ($r_1/a=0.45$, $r_2/a=0.35$, $h_1/a=h_2/a=0.5$) selon les couples de matériaux utilisés pour la deuxième bande gap

La figure 5.23 reprend la variation du taux d'atténuation relatifs à la deuxième bande interdite, en fonction du nombre de périodes N pour tous les couples de matériaux utilisés ; excepté les deux couples contenant le silicone. Car ces derniers correspondent aux très basses fréquences, et que de ce fait, pour ces couples de matériaux, on ne s'intéresse qu'à une seule bande interdite.

En analysant cette figure, on constate que les quatre couples de matériaux enregistrent la même tendance en termes d'atténuation de la propagation de l'onde incidente. De plus, la figure semble montrer une similitude des taux d'atténuation jusqu'à la sixième période; à partir de laquelle les taux d'atténuation commencent à se distinguer notamment pour les grandes périodes lorsqu'on passe du pvc au caoutchouc. Cependant, on remarquera que la nature du métal qui compose le noyau du résonateur de la cellule de base n'influe pas manifestement sur le taux d'atténuation. Le taux d'atténuation ne semble dépendre que du nombre de périodes N et de la nature du polymère et de ses constantes élastiques.

5.5 – Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons pu montrer qu'il est possible de simuler des structures périodiques unidimensionnelles ou à périodicité carrée mais de dimensions finies. L'étude s'est appuyée sur une analyse harmonique plutôt que sur une analyse modale comme elle l'a été lors du calcul des courbes de

dispersion. Les spectres de transmission calculés pour l'ensemble des structures uni ou bidimensionnelles ont fait ressortir des pics d'atténuations correspondant à une absence totale de propagation de l'onde incidente et ce, quelque soit la direction de polarisation. L'existence, la position et la largeur de ces pics d'atténuation sont en parfaite corrélation avec les bandes interdites de fréquences obtenues lors du calcul des courbes de dispersion. Aussi, l'alignement des pics d'atténuation sous différentes polarisations confirme le caractère omnidirectionnel des bandes interdites.

De plus, les modes de vibration en 3D des différentes structures montrent clairement la réflexion totale de l'onde incidente dès la première rangée de cellules unitaires de la structure globale et son absorption par la couche *PML* prévue à cet effet.

L'étude a montré aussi une variation à la hausse du taux d'atténuation en fonction du nombre N de périodes de la structure, due principalement à l'allongement de la zone de propagation. L'utilisation des différents couples de matériaux pour le calcul du taux d'atténuation nous a permis de conclure que ce dernier ne dépend pratiquement pas de la nature du métal utilisé, mais dépend plutôt du nombre N de périodes de la structure et des propriétés élastiques du polymère utilisé, particulièrement pour la deuxième bande gap et surtout pour un grand nombre de périodes. Pour la première bande gap, à l'exception du silicone, les autres polymères combinés avec l'acier ou le plomb enregistrent les mêmes taux d'atténuation indépendamment du nombre de périodes N .

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Dans la première partie de cette thèse, nous avons surtout mis en avant les travaux de recherches effectuées dans le domaine de la propagation des ondes dans les structures composites. Ces dernières, dans lesquelles, sous certaines conditions, on retrouve la notion de bandes interdites, qui définissent des gammes angulaires ou fréquentielles pour lesquelles toute propagation d'ondes est rendue impossible. Nous avons vu que le principe fondateur à l'apparition des bandes interdites de quelque nature qu'elles soient (électroniques, électromagnétiques ou encore élastiques), est la diffraction de Bragg et qui résultent de la périodicité du cristal phononique. Ce type de structure qui a tant passionné l'ensemble de la communauté scientifique pour leurs applications potentielles dans divers domaines tels que la radio-télécommunication, l'optique, l'imagerie médicale, etc. Un autre type de structures périodiques à résonance locale appelées aussi métamatériaux ont enrichi le domaine vaste des cristaux phononiques en s'imposant en basses fréquences, comme structures isolantes.

Le domaine du génie civil n'est pas resté indifférent quant à l'utilisation des réseaux périodiques puisqu'on a vu au deuxième chapitre, comment le concept des cristaux phononiques commence à se transposer au domaine du génie civil avec l'apparition désormais de "métamatériaux sismiques". L'objectif affiché de ces structures est donc, leur utilisation potentielle et future comme "boucliers antisismiques". L'état sur les recherches faites sur l'application des structures périodiques au domaine du génie civil a été suivi par un bref rappel sur les méthodes d'analyse numérique, notamment celle des éléments finis.

Les travaux que nous avons entrepris dans cette thèse, ont concerné dans un premier temps une structure périodique bidimensionnelle formée d'un massif en béton dans lequel sont incrustés des cylindres en acier recouverts d'une couche de polychlorure de vinyle (pvc) comme il est souligné au troisième chapitre. Dans ce dernier, nous avons pu décrire toutes les configurations obtenues par des changements dans les paramètres géométriques du modèle initial et dans la nature aussi bien du métal (acier) que du polymère (pvc).

Ce travail a permis de mettre en évidence à travers les résultats donnés au quatrième chapitre, l'existence de bandes interdites en basses fréquences dont la largeur et la position varient selon la configuration étudiée. Sur des graphes de *gaps mappings*, obtenus suite à des opérations d'optimisation, nous avons pu mettre en avant la dépendance manifeste des bandes interdites par rapport aux paramètres géométriques du modèle (rayons et hauteurs des cylindres de métal et d'élastomère ainsi que l'épaisseur du substrat de béton). Lorsqu'on a substitué l'acier par du plomb, la variation dans la position et la largeur des bandes interdites a été peu significative. En revanche, la substitution du pvc par du caoutchouc, a entraîné un glissement des bandes gaps vers les basses fréquences avec une amélioration sensible des largeurs relatives. De plus, L'utilisation du silicone a été à l'origine d'une chute spectaculaire des bandes interdites de fréquences jusqu'à moins 20 m/s, qui nous a plongé ainsi en plein domaine de fréquences sismiques.

Lorsqu'on s'est intéressé de près à la structure des courbes de dispersion de fréquences dans les différents graphes, nous avons pu mettre en exergue les

caractéristiques des modes de Lamb même lorsque l'épaisseur relative du massif devenait importante et avoisinait la valeur de 1. Nous avons souligné aussi que ces trois modes de Lamb (antisymétrique, transverse horizontal et symétrique) dont l'architecture dépendait beaucoup de la hauteur des résonateurs et de l'épaisseur du massif de béton, étaient responsables de l'existence, l'ouverture et la fermeture des bandes interdites en basses fréquences.

Par ailleurs, en analysant certains modes de vibrations, pour certaines fréquences, nous avons pu constater également que l'énergie de vibration était concentrée aux quatre coins du massif de béton; ceci nous a amené à procéder donc à une opération de grugeage aux coins de concentration d'énergie, afin de voir l'effet de ce dernier sur la structure des courbes de dispersion. Les résultats ont conduit à une amélioration très appréciable de la largeur des bandes interdites. Pendant cette phase de grugeage, l'analyse aussi de certains modes de vibrations nous a montré une concentration d'énergie, cette fois ci au niveau de la couche d'élastomère. Une diminution de l'épaisseur de cette couche souple nous a permis d'obtenir un résultat encore plus intéressant avec une amélioration de la largeur de la bande interdite de pratiquement 100%.

L'intérêt de cette étude réside également dans l'éventail de choix que proposent les résultats selon les couples de matériaux utilisés et les paramètres géométriques adoptés pour faire barrage et stopper un domaine de fréquences nuisibles et qu'on voudrait éviter à tout prix.

Jusqu'à maintenant, toutes les structures périodiques bidimensionnelles considérées dans le cadre de cette étude, étaient supposées infinies dans le plan du massif de béton. Nous nous sommes attelés dans le cinquième chapitre à essayer de reproduire les mêmes résultats obtenus au quatrième chapitre. En effet, les courbes de dispersions de fréquences obtenues pour des "super cellules" et les spectres de transmission d'ondes à travers des structures de dimensions finies ont montré une bonne compatibilité avec les résultats obtenus précédemment notamment sur les bandes interdites, leurs positions et leurs largeurs.

Pour terminer, on dira que l'application des cristaux phononiques avec le mécanisme de Bragg, aux grandes longueurs d'onde comme pour les séismes semblait compromise, eu égard à la taille des structures à mettre en place. En revanche, les structures périodiques conçues avec des résonateurs se sont révélées efficaces dans ce régime où la longueur d'onde est très grande devant la structuration du milieu. En effet, à la lumière des résultats obtenus, pour l'ensemble des couples de matériaux utilisés et pour un paramètre de maille " a " égal à 1 mètre, on peut mettre en évidence des bandes interdites qui empêchent certaines fréquences situées entre 2 et 150 Hz de se propager dans une structure périodique. Ces résultats sont très prometteurs car les bandes gaps obtenues correspondent bien aux fréquences recherchées par le domaine du génie civil notamment pour isoler aussi bien les ondes sismiques que les ondes provenant d'un équipement industriel vibrant, installé sur un massif ou sur un plancher en béton.

Pour ce qui est des perspectives de ce travail de thèse, on dira qu'avec une station de calcul plus puissante, la considération de structures bidimensionnelles $N \times N$ pour un nombre de cellules N allant jusqu'à 16 s'avère nécessaire.

Obtenir des bandes interdites complètes, les plus larges possible et en basses fréquences pour le domaine de génie civil, demeure un challenge de taille. Par conséquent, il serait judicieux d'étudier la contribution des différents paramètres géométriques, y compris le facteur de remplissage sur l'existence de ces bandes, leurs positions et leur ouverture, et ce, quelque soit la direction de polarisation.

Le choix des constituants des matériaux composites étant beaucoup plus large dans le cas des structures périodiques notamment ceux des élastomères; il serait alors intéressant d'envisager à l'avenir, on l'espère de pouvoir faire d'autres simulations avec d'autres matériaux. Néanmoins, loin de nous l'idée, de rester uniquement dans le stade de simulations. Car, il est important de souligner que ce travail de simulations représente un terrain de préparation pour des tentatives expérimentales dans un futur immédiat.

La considération d'un métal pour le noyau lourd du résonateur avec une masse volumique et un module de Young supérieurs à ceux de l'acier serait très utile afin d'apprécier véritablement le glissement des bandes gaps vers les basses fréquences. La prise en considération du caractère viscoélastique de la couche d'élastomère viendrait également enrichir ce travail de thèse.

Il serait également intéressant de voir l'évolution des résultats obtenus lorsqu'on adopte un arrangement autre que carré, des résonateurs dans le massif de béton de sorte à avoir une périodicité triangulaire ou hexagonale par exemple.

D'autre part, il serait souhaitable aussi, que l'étude soit étendue aux autres éléments de structures tels que les poutres et les poteaux.

Enfin, on espère que ce travail contribuera à mettre les briques de base pour la mise en évidence des différentes fonctionnalités des structures périodiques dans le régime des basses fréquences, au service du domaine du génie civil.

NOMENCLATURE : SYMBOLES & ABREVIATIONS

Symboles

S_{kl}	: Éléments du tenseur de déformations
C_{ijkl}	: Constantes d'élasticité
χ	: Module de compressibilité
T_{ij}	: Composantes du tenseur des contraintes
P	: Masse volumique du matériau
E	: Module d'Young
ν	: Coefficient de poisson
ω	: Pulsation angulaire
f	: Fréquence
C_l	: Vitesse de propagation longitudinale de l'onde
C_t	: Vitesse de propagation transversale de l'onde
x_j	: Coordonnées spatiales
n_j	: Composantes de la normale à une surface
λ	: Longueur d'onde
u_i	: Champ de déplacements
F	: Force dynamique décrivant le mouvement de propagation d'onde
$Y_j(r)$: Fonction d'amortissement artificiel
$A_{i(t)}$: Amplitude de l'onde incidente (transmise)
Φ	: Fonction d'onde
\vec{G}	: Vecteurs du réseau réciproque
J	: Nombre complexe ($j^2=-1$)
K	: Vecteur d'onde
λ, μ	: Coefficients de Lamé
δ_{ij}	: Symbole de Kronecker
Δf	: Largeur de la bande interdite
f_m, f_0	: Fréquence moyenne, fréquence centrale
β	: Facteur de remplissage

Abréviations

CP	: Cristal (Cristaux) Phononique (s)
RL	: Résonance Locale
CPRL	: Cristaux Phononiques à Résonance Locale
<i>LRPC</i>	: <i>Locally Resonance of Phononic Crystals</i>
CL	: Conditions aux Limites
SSF	: Surfaces Sélectives en Fréquences
SER	: Surface Equivalente Radar
<i>FSS</i>	: <i>Frequency Selective Surface</i>
<i>CRC</i>	: <i>Concrete-Rubber-Concrete</i>
<i>CRS</i>	: <i>Concrete-Rubber-Steel</i>
<i>LBF</i>	: <i>Low Band Frequency</i>
<i>HBF</i>	: <i>High Band Frequency</i>
<i>AZ</i>	: <i>Attenuation Zones</i>
<i>WAZ</i>	: <i>Wide Attenuation Zones</i>
<i>FDTD</i>	: <i>Finite Difference Time Domain</i>
<i>PWE</i>	: <i>Plane Wave Expansion</i>
MEF	: Méthode des Eléments Finis
EDP	: Equations aux Dérivées Partielles
<i>FEM</i>	: <i>Finite Element Method</i>

REFERENCES

1. Photonic-crystals-book, Molding the flow of light, Second Edition. John D. Joannopoulos, Steven G. Johnson, Joshua N. Winn and Robert D. Mead. November 13, 2007.
2. L. Rayleigh. On the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with a periodic structure. *Philosophical Magazine*, 24(147) :145–159, 1887.
3. E. Yablonovitch, Photonic band-gap structures. *J. Optic. Soc. Am.*, 10, 283 (1993).
4. Eli Yablonovitch "Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics" Bell Communications Research, Navesink Research Center, Red Bank, New Jersey 07701. 18 May 1987.
5. Sajeev. John, "Strong Localization of Photons in Certain Disordered Dielectric Superlattices", *Physical Review Letter*, June 1987.
6. S.Benchabane, Guidage et filtrage des ondes dans les cristaux phononiques. Décembre 2006.
7. G. Kiriakidis and N. Katsarakis. Fabrication of 2-d and 3-d pbg crystals in the ghz and thz regions. *Mater. Phys. Mech*, 2000.
8. S.Y. Lin, J.G. Fleming, D.L. Hetherington, B.K. Smith, R. Biswas, K.M. Ho, M. M.Sigalas, W. Zubrzycki, S.R. Kurtz, and J. Bur. A three-dimensional photonic crystal operating at infrared wavelengths. *Nature*, 394(6690) :251–253, 1998.
9. E. Yablonovitch, T.J. Gmitter, R.D. Meade, A.M. Rappe, K.D. Brommer, and J. Joannopoulos. Donor and acceptor modes in photonic band structure. *Phys. Rev. Lett.*, 67 :3380–3383, 1991.
10. K. M. Leung et Y. F. Liu, "Photon band structures" : The plane-wave method. *Phys. Rev. B*, 41, 10188 (1990).
11. Yasuhisa Omura, Yukio Iida, Fumio Urakawa, and Yoshifumi Ogawa, "Proposal and Characterization of Ring Resonator with Sharp U-Turns Using an SOI-Based Photonic Crystal Waveguide". *JOURNAL OF SEMICONDUCTOR TECHNOLOGY AND SCIENCE*, VOL.7, NO.2, JUNE, 2007.
12. Kosmas L. Tsakmakidis¹, Allan D. Boardman² & Ortwin Hess, "Trapped rainbow' storage of light in metamaterials", December 2007.

13. Chiyun Luo, Steven G. Johnson, and J. D. Joannopoulos, Negative refraction without negative index in metallic photonic crystals. 7 April 2003 / Vol. 11, No. 7 / OPTICS EXPRESS 746.
14. M. S. Kushwaha, P. Halevi, G. Martinez, L. Dobrzynski, and B.D. Rouhani, Theory of acoustic band structure of periodic elastic composites, *Physical Review B*. 49(4), (1994).
15. M. Sigalas, M.S. Kushwaha, E.N. Economou, M Kafesaki, I.E. Psarobas, and W. Steurer, Classical vibrational modes in phononic lattices: theory and experiment, *Z. Kristallogr.* 220, (2005), pp.765–809.
16. Fabrice Sincère, "Ondes élastiques & Acoustique"
17. Lai, Y. and Zhanga, Z.Q. (2003), Large band gaps in elastic phononic crystals with air inclusions, *Appl. Phys. Lett.* 83, 3900.
18. Gao, J., Zou, X.Y., Cheng, J.C. and Li, B. (2008), Band gaps of lower-order Lamb wave in thin plate with one-dimensional phononic crystal layer: Effect of substrate, *Appl. Phys. Lett* 92, 023510.
19. W. Xiao, G.W. Zeng and Y.S. Cheng, "Flexural vibration band gaps in a thin Plate containing a periodic array of hemmed discs", Elsevier. 69, (2008), pp. 255–261.
20. Y., Pennec, B.D. Rouhani, H. Larabi, A. Akjouj, J.N. Gillet, J.O. Vasseur, and G. Thabet, " Phonon transport and wave guiding in a phononic crystal made up of cylindrical dots on a thin homogeneous plate", *Physical Review B* 80, (2009), 144302.
21. Y. M. Soliman, M.F. Su, Z.C. Leseman, C.M. Reinke, I. El-Kady, and R.H. Olsson, "Phononic crystals operating in the gigahertz range with extremely wide band gaps", *Appl. Phys. Lett* 97, (2010), 193502.
22. H.J. Xiang, Z.F. Shi, S.J. Wang, and Y.L. Mo, "Vibration Attenuation and Frequency Band Gaps in Layered Periodic Foundation: Theory and Experiment". 15WCEE LISBONA, (2012), ISBN: 978-1-63439-651-6
23. H. Hangyuan Lv, X. Tian, M.Y. Wang, and D. Li, Vibration energy harvesting using a phononic crystal with point defect states, *Appl Phys. Lett.* 102, (2013), 034103.
24. For a review, see M. S. Kushwaha, *Recent Res. Dev. Appl. Phys.* **2**, 743 (1999).
25. J. O. Vasseur, P. A. Deymier, G. Frantziskonis, G. Hong, B. Djafari Rouhani, and L. Dobrzynski, *J. Phys.: Condens. Matter* **10**, 6051 (1998).
26. F. R. Montero de Espinosa, E. Jimenez, and M. Torres, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1208 (1998)

27. Yan Pennec, "Propagation et localisation des ondes élastiques et électromagnétiques dans les matériaux phononiques, photoniques et plasmoniques". décembre 2010
28. Younes Achaoui*, André Diatta*, Sébastien Guenneau*, " Exploitation de la résonance locale de rotateurs inertiels pour la protection sismique"; 9è colloque national "afps", Marne-la-Vallée, 30/11-02/12/2015.
29. J.O Vasseur, "Vers de nouveaux matériaux et dispositifs Des matériaux composites pour de nouveaux isolants phoniques", Revue: Vers de nouveaux matériaux et dispositifs. LDSMM, UMR 8024 CNRS, UFR de physique, université de Lille I, 59655 Villeneuve d'Ascq cedex.
30. H.Larabi, thèse de doctorat, Cristaux phononiques et métamatériaux acoustiques, application aux domaines du guidage, filtrage et l'isolation acoustique". Octobre 2011
31. S.Tamura, D. C. Hurley, and J. P. Wolfe, " Acoustic-phonon propagation in superlattices"Phys. Rev. B 38, 1427 (1988).
32. Oudich, thèse de doctorat, "Contribution à l'étude des cristaux phononiques à résonance locale dans les régimes sonique et hypersonique : approches théorique et expérimentale".Novembre 2011
33. José Sánchez-Dehesa and Arkadii Krokhin "Introduction to Acoustics of Phononic Crystals. Homogenization at Low Frequencies". Abdelkrim Khelif • Ali Adibi, Editors Phononic Crystals Fundamentals and Applications, March 2015; p1-22.
34. M.S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski, B. Djafari-Rouhani, "Acoustic band structure of periodic elastic composites". Phys. Rev. Lett. 71, 2022–2025 (1993)
35. M. Sigalas, E.N. Economou, Band structure of elastic waves in two dimensional systems. Solid State Commun. 86, 141–143 (1993)
36. Y.-Y. Chen and Z. Ye, "Propagation inhibition and wave localization in a two-dimensional random liquid medium," Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics), vol. 65, no. 5, p. 056612, 2002.
37. Thèse de doctorat, "Design of acoustic Artificial Structured Materials: Piezoelectric Superlattice, Gradient Index Lens, Pillar Based Phononic Cristal Plate", Fevrier 2017.
38. Hammouche Khales, Abdelkader Hassen-Bey et Abdelkrim Khelif, "Evidence of Ultrasonic Band Gap in Aluminum Phononic Crystal Beam", Transactions of the ASME. 135, (2013), 041007-4.
39. Saeed Mohammadi, Ali Asghar Eftekhari, Abdelkrim Khelif, William D. Hunt, and Ali Adibi, "Evidence of large high frequency complete phononic band gaps in silicon phononic crystal plates", Appl. Phys. Lett 92, (2008).

40. M. Badreddine Assouar and Mourad Oudich, "Enlargement of a locally resonant sonic band gap by using double-sides stubbed phononic plates", *Appl. Phys. Lett.* 100, (2012).
41. Duan Feng, Dehui Xu, Guoqiang Wu, Bin Xiong, and Yuelin Wang, "Extending of band gaps in silicon based one-dimensional phononic crystal strips", *Applied Physics Letters* volume 103, issue 15, P151906 2013.
42. F.L. Hsiao, A. Khelif, H. Moubchir, A. Choujaa, C.C. Chen, and L. Laude, Complete band gaps and deafbands of triangular and honeycomb water-steel phononic crystals, *Appl. Phys. Lett* 101, (2007), 044903.
43. Y. Pennec, J.O. Vasseur, B.D. Rouhani, L. Dobrzyński, and A. Deymierb, "Two-dimensional phononic crystals: Examples and applications", *Surface Science Reports* 65 Elsevier. (2010), pp.229–291.
44. S. Mohammadi, A.A. Eftekhar, A. Khelif, W.D. Hunt, and A. Adibi, "Evidence of large high frequency complete phononic band gaps in silicon phononic crystal plates", *Appl. Phys. Lett* 92, (2008), 221905.
45. A. Khelif, Y. Achaoui, S. Benchabane, V. Laude, and B. Aoubiza, Locally resonant surface acoustic wave band gaps in a two-dimensional phononic crystal of pillars on a surface, *Physical Review B* 81, (2010a), 214303.
46. H. Khales, A. Hassen-Bey, A. Khelif, Evidence of Ultrasonic Band Gap in Aluminum Phononic Crystal Beam, *Transactions of the ASME.* 135, (2013), 041007-4.
47. Yan Pennec and Bahram Djafari-Rouhani, "Fundamental Properties of Phononic Crystal". Abdelkrim Khelif • Ali Adibi, Editors *Phononic Crystals Fundamentals and Applications*, March 2015; p23-50.
48. A. Khelif, B. Aoubiza, S. Mohammadi, A. Adibi, and V. Laude, "Complete band gaps in two-dimensional phononic crystal slabs", *Physical Review E* 74, (2006).
49. Yan Pennec, "Propagation et localisation des ondes élastiques et électromagnétiques dans les matériaux phononiques, photoniques et plasmoniques", *Mémoire d'habilitation*, Décembre 2010.
50. Chen Yuan, Li Jing, Zhou Jingdong, Huang Tao, Zhou Minggang and Yu Dao Yuan, " Phononic First Band Gap of Quaternary Layered Periodic Structure with the Lumped-Mass Method", *Hindawi Publishing Corporation Shock and Vibration*, Volume 2014, Article ID 189539, 9 pages.

51. R. Martínez-Sala, C. Rubio, L. M. García-Ra_, J. V. Sánchez-Pérez, E. A. Sánchez-Pérez et J. Linares, Control of noise by trees arranged like sonic crystals. *J. Sound Vib.*, 291, 100 (2006).
52. Bruno Gallas, Introduction_aux_metamateriaux Action Nationale « Métrologie des indices pour les matériaux massifs, couches minces et liquides », Paris, lundi 23 – mercredi 25 novembre 2009.
53. Z. Liu, X. Zhang, Y Mao, Y.Y. Zhu, Z. Yang, C.T Chan, and P. Sheng, "Locally resonant sonic materials", *Science* 289, 1734 (2000).
54. I.E. Psarobas, A. Modinos, R. Sainidou, N. Stefanou, "Acoustic properties of colloidal crystals". *Phys. Rev. B* 65, 064307 (2002).
55. R. Sainidou, N. Stefanou, A. Modinos, "Formation of absolute frequency gaps in three dimensional solid phononic crystals". *Phys. Rev. B* 66, 212301 (2002).
56. B. Djafari-Rouhani, Y. Pennec, H. Larabi, J. Vasseur and A.-C. Hladky "Band gaps in a phononic crystal constituted by cylindrical dots on a homogeneous plate", *Acoustics 08 Paris*, June 29-July 04, 2008; Sfa, Euronoise.
57. Ni Zhen · Feng-Lian Li · Yue-Sheng Wang · Chuan-Zeng Zhang "Bandgap calculation for mixed in-plane waves in 2D phononic crystals based on Dirichlet-to-Neumann map", *Acta Mechanica Sinica* (2012) 28(4):1143–1153 .
58. G. Wang, D. Yu, J. Wen, Y. Liu, and X Wen, *Phys. Lett. A* 327, 512–521, "One-dimensional phononic crystals with locally resonant structures", *Physics Letters, A* 327 (2004) 512–521.
59. Reza Pourabolghasem, Abdelkrim Khelif, Saeed Mohammadi, Ali Asghar Eftekhari, and Ali Adibi, "Physics of band-gap formation and its evolution in the pillar-based phononic crystal Structures", *Journal of applied physics* 116, 013514 (2014).
60. Mourad Oudich, Yong Li, Badreddine M Assouar and Zhilin Hou, "A sonic band gap based on the locally resonant phononic plates with stubs", *New Journal of Physics*, August 2010.
61. Younes Achaoui, Vincent Laude, Sarah Benchabane, and Abdelkrim Khelif, "Local resonances in phononic crystals and in random arrangements of pillars on a Surface", *Journal of applied physics* 114, 104503 (2013).
62. Jin-Chen Hsu and Tsung-Tsong Wu, "Lamb waves in binary locally resonant phononic plates with two-dimensional lattices", *Applied Physics Letters* 90, 201904 _2007.

63. T. Still, W. Cheng, M. Retsch, R. Sainidou, J. Wang, U. Jonas, N. Stefanou, G. Fytas, Simultaneous occurrence of structure-directed and particle-resonance-induced phononic gaps in colloidal films. *Phys. Rev. Lett.* 100, 194301 (2008).
64. C. Croënne, E.J.S. Lee, H. Hu, J.H. Page, "Band gaps in phononic crystals: generation mechanisms and interaction effects". *Applied Physics Letters*, Adv. 1, 041401 (2011).
65. Département de physique et de métrologie des oscillateurs de l'institut FEMTO-ST, CNRS UMR, 6174, 32.
66. Mihail Sigalas, Manvir S. Kushwaha, Eleftherios N. Economou, Maria Kafesaki, Ioannis E. Psarobas and Walter Steurer, "Classical vibrational modes in phononic lattices: theory and experiment", *Z. Kristallogr.* 220, (2005), pp.765–809.
67. Gang Wang, Xisen Wen, Jihong Wen, Lihui Shao, and Yaozong Liu "Two-Dimensional Locally Resonant Phononic Crystals with Binary Structures", *Physical Review Letters*, October 2004.
68. Zhengyou Liu, C. T. Chan, and Ping Sheng, "Analytic model of phononic crystals with local resonances", *Physical Review B* 71, 014103 (2005).
69. Mahmoud Addouche, Mohammed A. Al-Lethawe, Abdelkrim Choujaa, and Abdelkrim Khelif, "Superlensing effect for surface acoustic waves in a pillar-based phononic crystal with negative refractive index", *Applied Physics Letters*, July 2014.
70. Y. Y. Chen, G. L. Huang and C. T. Sun, " Band Gap Control in an Active Elastic Metamaterial With Negative Capacitance Piezoelectric Shunting", *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol.136, December 2014.
71. Mahmoud Addouche, Mohammed A. Al-Lethawe, Abdelkrim Choujaa, and Abdelkrim Khelif, "Superlensing effect for surface acoustic waves in a pillar-based phononic crystal with negative refractive index", *Appl. Phys. Lett.* 105, 023501 (2014).
72. H.Larabi, "Cristaux phononiques et métamatériaux acoustiques applications aux domaines du guidage, filtrage et de l'isolation phonique", Thèse de doctorat, Octobre 2011.
73. J. V. Sanchez-Perez, D. Caballero, R. Martinez-Sala, C. Rubio, J. Sanchez-Dehesa, F. Meseguer, J. Llinares et F. Galves, Sound attenuation by a two-dimensional array of rigid cylinders. *Phys. Rev. Lett.*, 80, 5325 (1998).
74. M.F. de Espinosa, E. Jiménez, M. Torres, Ultrasonic band gap in a periodic two-dimensional composite. *Phys. Rev. Lett.* 80, 1208 (1998).

75. J. O. Vasseur, P. A. Deymier, G. Frantziskonis, G. Hong, B. Djafari-Rouhani et L. Dobrzynski, "Experimental evidence for the existence of absolute acoustic band gaps in twodimensional periodic composite media", *Journ. Phys. Cond. Matt.*, 10, 6051 (1998).
76. Feng-Chia Hsu, Chiung-I Lee, Jin-Chen Hsu, Tsun-Che Huang, Chin-Hung Wang, and Pin Chang, "Acoustic band gaps in phononic crystal strip waveguides", *Appl. Phys. Lett.* February 2010.
77. Ludovic Socié, Sarah Benchabane, Laurent Robert, Abdelkrim Khelif, and Vincent Laude, "Surface acoustic wave guiding in a diffraction less high aspect ratio transducer", *Appl. Phys. Lett.* 102, 113508 (2013).
78. A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani, and V. Laude, "Guiding and bending of acoustic waves in highly confined phononic crystal Waveguides", *Applied Physics Letters* 84(22):4400-4402, May 2004.
79. S. Prabhukumar, R. Duraiswani, and G. L. Chahine, "Acoustic measurement of bubble size distributions : theory and experiments," tech. rep., Dynaflo Inc., 1996.
80. "Validation of Bubble Distribution Measurements of the ABS Acoustic Bubble Spectrometer with High Speed Video Photography", 2001.
81. Abdelkrim Khelif, Saeed Mohammadi, Ali Asghar Eftekhari, Ali Adibi, and Boujamaa Aoubiza, "Acoustic confinement and waveguiding with a line-defect structure in phononic crystal Slabs", *Journal of Applied Physics* 108, 084515 (2010).
82. Mourad Oudich, M. Badreddine Assouar, and Zhilin Hou, "Propagation of acoustic waves and wave guiding in a two-dimensional locally resonant phononic crystal plate", *Appl. Phys. Lett.* 97, 193503 (2010).
83. R. Sainidou, B. Djafari-Rouhani, Y. Pennec, and J. O. Vasseur. "Locally resonant phononic crystals made of hollow spheres or cylinders", *Phys. Rev. B* 73, 024302, January 2006.
84. Saeed Mohammadi, Abdelkrim Khelif, and Ali Adibi, "Future Prospects of Phononic Crystals and Phononic Metamaterials", Abdelkrim Khelif and Ali Adibi, Editors, *Phononic Crystals Fundamentals and Applications*, pp 239-245.
85. D.C Sorensen. Implicit application of polynomial filters in a k-step arnoldi method. "Siam journal on matrix analysis and applications", 13: 357–385, 1992.
86. P. de Maagt, R. Gonzalo, Y.C. Vardaxoglou, and J.-M. Baracco. "Electromagnetic band gap antennas and components for microwave and

- (sub) millimeter wave applications. antennas and propagation". IEEE Transactions on, 51(10) :2667–2677, October 2003.
87. B.A. Munk. "Frequency-selective surfaces : Theory and design". Wiley, New York, 2000.
 88. J. C. Vardaxoglou. "Frequency-selective surfaces : Analysis and design". Research Studies Press, Ltd., Taunton, UK, 1997.
 89. Mats Halldin. Radome (wikipedia), 2005. <http://fr.wikipedia.org/wiki/Fichier:Navy-Radome.jpg>.
 90. Grimlock. F-117 furtif (wikipedia), 2004. http://fr.wikipedia.org/wiki/Fichier:US_Air_Force_F-117_Nighthawk.jpg.
 91. Ahlstrom, Metapapier, <https://www.google.com/Ahlstrom-Metapapier>.
 92. Christophe Coste, "Ondes élastiques dans les solides isotropes, octobre 2016. HAL archives-ouvertes.fr.
 93. Vincent Laude, "Ondes dans les matériaux micro-structurés, Modèles éléments finis free-fem++", Institut FEMTO-ST, Université de Franche-Comté et CNRS, Besançon, France, 17 décembre 2012.
 94. K. Billon, M. Ouisse, E. Sadoulet-Reboul, M. Collet, "Outils Numériques pour la Simulation de Propagation d'Ondes dans les Structures Périodiques Amorties", 22ème Congrès Français de Mécanique Lyon, 24 au 28 Août 2015.
 95. A. I. Cabuz, E. Centeno, and D. Cassagne. Superprism effect in bidimensional rectangular photonic crystals. Applied Physics Letters, 84(12) :2031–2033, 2004.
 96. Gaoxin Qiu, Fanglei Lin, and Y.P. Li. Complete two-dimensional bandgap of photonic crystals of a rectangular bravais lattice. Optics Communications, 219(1–6) :285 – 288, 2003.
 97. Maxime Nicolas, "Ondes & Vibrations", 2008/2009.
 98. MANVIR S. Kushwaha, "Classical Band Structure of Periodic Elastic Composite", International Journal of Modern Physics B, Vol. 10, N°09, pp. 977-1094 (1996).
 99. Daniel Royer et Eugène Dieulesaint, Acoustique: "Propagation dans un solide", Techniques de l'Ingénieur, traité Sciences fondamentales. Janvier 2001.
 100. Younes Achaoui, Bogdan Ungureanu, Stefan Enoch, Stéphane Brûlé, Sébastien Guenneau, "Seismic waves damping with arrays of inertial resonators", Elseivers, Extreme Mechanics Letters 8 (2016) 30–37.

101. Ondes sismiques, <https://www.google.com/figures+ondes+sismiques>.
102. R. Ruby, J. Larson, C. Feng, and S. Fazio, "The effect of perimeter geometry on FBAR resonator electrical performance", *Microwave Symposium Digest, 2005 IEEE MTT-S International*, 4 pp. (2005).
103. Casciati F., Lucia Faravelli and Karim Hamdaoui, "Performance of a base isolator with shape memory alloy bars", *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, (2007), 1671-366404-0401-08.
104. Kang J.G and Beom Soo Kang, "Dynamic analysis of fiber-reinforced elastomeric isolation structures", *Journal of Mechanical Science and Technology* (2009), 23 1132~1141.
105. Jalali A., Donatello Cardone, Peyman Narjabadifam, "Smart restorable sliding base isolation system", (2011), *Bull Earthquake Eng* 9:657–673.
106. Ozbulut O.E, Stefan Hurlebaus (2010), Fuzzy control of piezoelectric friction dampers for seismic protection of smart base isolated buildings, *Bull Earthquake Eng* 8:1435–1455.
107. Xiongyan L.Xue Suduo and Cai Yancheng, "Three-dimensional seismic isolation bearing and its application in long span hangars", (2013), *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 12: 55-65.
108. Bakhshi A., Mohammad Hosein Jafari, Vahid Valadoust Tabrizi, "Study on dynamic and mechanical characteristics of carbon fiber- and polyamide fiber-reinforced seismic isolators", (2014), *Materials and Structures* 47:447–457.
109. Calvi P. M., David M. Ruggiero, "Numerical modelling of variable friction sliding base isolators", (2016), *Bull Earthquake Eng* 14:549–568.
110. Hu J. "Seismic analysis and parametric study of SDOF lead-rubber bearing (LRB) isolation systems with recentering shape memory alloy (SMA) bending bars", (2016), *Journal of Mechanical Science and Technology* 30 (7) 2987~2999.
111. Lignola G.P., Luigi Di Sarno, Marco Di Ludovico, Andrea Prota, "The protection of artistic assets through the base isolation of historical buildings: a novel uplifting technology", (2016), *Materials and Structures* 49:4247–4263.
112. Jing Zhou, Changyun Wen and Wenjian Cai, "Adaptive Control of a Base Isolated System for Protection of Building Structures", ASME, *Journal of Vibration and Acoustics*, April 2006.

113. Fabio Casciati† , Lucia Faravelli† and Karim Hamdaoui, "Performance of a base isolator with shape memory alloy bars", *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, December, 2007.
114. Li Xiongyan, Xue Suduo and Cai Yancheng, "Three-dimensional seismic isolation bearing and its application in long span hangars", *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 12: 55-65, March, 2013.
115. Jong Wan Hu, "Seismic analysis and parametric study of SDOF lead-rubber bearing (LRB) isolation systems with recentering shape memory alloy (SMA) bending bars", *Journal of Mechanical Science and Technology* 30 (7) 2987-2999, March 2016.
116. Qiang Li, Yu Zhu, Dengfeng Xu, Jinchun Hu, Wei Min and Lacheng Pang, "A negative stiffness vibration isolator using magnetic spring combined with rubber membrane", *Journal of Mechanical Science and Technology* 27 (3) 813-824, September 2012.
117. H.J. Xiang, Z.F. Shi, S.J. Wang and Y.L. Mo, , "Vibration Attenuation and Frequency Band Gaps in Layered Periodic Foundation: Theory and Experiment", WCEE 2012_0664.
118. P.-R. Wagner, V.K. Dertimanis, E.N. Chatzi, and I.A. Antoniadis "Design of Metamaterials for Seismic Isolation", *Dynamics of Civil Structures, Volume 2, Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*, 2016.
119. Bogdan Ungureanu, Younes Achaoui, Stefan Enoch, Stéphane Brûlé and Sébastien Guenneau, "Amortissement d'ondes sismiques avec assemblées de résonateurs inertiels", 9ème Colloque National AFPS 2015.
120. Stéphane Brûlé, Sébastien Guenneau and Stefan Enoch, " Sols structurés sous sollicitations sismiques Structured soils under seismic disturbances", 9ème Colloque National AFPS 2015.
121. Bogdan Ungureanu, Younes Achaoui, Stéphane Brûlé, Richard Craster, Stefan Enoch et Sébastien Guenneau, "Exemples de métamatériaux sismiques existants", Congrès général SFP 2017.
122. Brûlé Stéphane, Enoch Stefan et Guenneau Sébastien, "Enjeux des métamatériaux sismiques pour le Génie Civil", Congrès général SFP 2017.
123. Stéphane Brulé, Emmanuel Javelaud, Stefan Enoch and Sébastien Guenneau, "Experiments on Seismic Metamaterials: Molding Surface Waves", *Physical Review Letters*, American Physical Society, 2014.

124. Andrea Colombi, Daniel Colquitt, Philippe Roux, Sebastien Guenneau, and Richard V. Craster, "A seismic metamaterial: The resonant metawedge", *Scientific Reports*, June 2016.
125. Andrea Colombi, Philippe Roux, Sebastien Guenneau, Philippe Gueguen, and Richard V. Craster, "Forests as a natural seismic metamaterial: Rayleigh wave bandgaps induced by local resonances", *Scientific Reports*, January 2016.
126. Andrea Colombi, Daniel Colquitt, Philippe Roux, Sebastien Guenneau & Richard V. Craster, "A seismic metamaterial: The resonant metawedge", *Scientific Reports*, June 2016.
127. A. Colombi, P. Roux, P. Guéguen, S. Guenneau et RV. Craster, "Métamatériaux localement résonants et applications géophysiques", 9ème Colloque National, Marne la vallée, Nov-Déc 2015.
128. M. Miniaci, A. Krushynska, F. Bosia et N. M. Pugno, "Métamatériaux mécaniques à grande échelle pour applications sismiques", Congrès général SFP 2017.
129. R. Craster, A Colombi, P. Roux, S Guenneau³, D. Colquitt, Y. Achaoui and S. Brule, "Ultra-low broad frequency stop-bands in structured elastic media", Congrès général SFP 2017.
130. Antonio Palermo, Sebastian Krödel, Alessandro Marzani & Chiara Daraio, "Engineered metabarrier as shield from seismic surface waves, *Scientific Reports*, December 2016.
131. Bogdan Ungureanu, Younes Achaoui, Stefan Enoch, Stéphane Brûlé and Sébastien Guenneau, "Auxetic-Like Metamaterials as Novel Earthquake Protections", *ResearchGate*, October 2015.
132. Stéphane Brûlé, Alberto Bretschneider, Irini Djeran-Maigre and Luc Thorel, "Métamatériaux sismiques et essais en centrifugeuses ", 9ème Colloque National, Marne la vallée, Nov-Déc 2015.
133. Z.B. Cheng, Z.F. Shi, and H.J. Xiang, *Vibration Attenuation by Periodic Foundations*, 15WCEE Lisboa, (2012). ISBN: 978-1-63439-651-6.
134. Y. Yan, A. Laskar, Z. Cheng, F. Menq, Y. Tang, Y. L. Mo, and Z. Shi, "Seismic isolation of two dimensional periodic foundations", *Journal of Applied Physics* 116, (2014), 044908.
135. H.J. Xiang, Z.F. Shi, S.J. Wang, and Y.L. Mo, "Vibration Attenuation and Frequency Band Gaps in Layered Periodic Foundation: Theory and Experiment". 15WCEE Lisbona, (2012), ISBN: 978-1-63439-651-6.
136. Witarto Witarto, S.J. Wang, Xin Nie, Y.L. Mo, Zhifei Shi, Yu Tang and Robert P. Kassawara, "Analysis and Design of One Dimensional Periodic

- Foundations for Seismic Base Isolation of Structures", *Journal of Applied Physics* 116(4):044908.
137. J. Gaofeng, and S. Zhifei, "A new seismic isolation system and its feasibility study", *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 9 (1) (2010).
 138. J.C. Hsu, Local resonances-induced low-frequency band gaps in two-dimensional phononic crystals labs with periodic stepped resonators, *Phys. D: Appl. Phys. Lett.* 44, (2011), 055401 (9pp).
 139. F.I. Baida, A. Belkhir. "Finite Difference Time Domain Method For Grating Structures". E. Popov. *Gratings: "Theory and Numeric Applications"*, AMU (PUP), pp.9.1-9.36, 2012, 978-2-8539-9860-4. <hal-00782306>.
 140. Vincent Manet, 2013, *Méthode des éléments finis*.
 141. J.-P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," *J. Comput. Phys.*, vol. 114, no. 2, pp. 185-200, 1994.
 142. Abdelkrim Khelif, Saeed Mohammadi, Ali Asghar Eftekhari, Ali Adibi, and Boujamaa Aoubiza, "Acoustic confinement and wave guiding with a line-defect structure in phononic crystal Slabs", *Journal of Applied physics* 108, 084515 (2010).
 143. Y. Achaoui, A. Khelif, S. Benchabane, L. Robert, and V. Laude, Experimental observation of locally-resonant and Bragg band gaps for surface guided waves in a phononic crystal of pillars, *Physical Review B* 83, (2011), 104201.
 144. Y. Pennec, B.D. Rouhani, H. Larabi, J.O. Vasseur, and A.C. Hladky-Hennion, "Low-frequency gaps in a phononic crystal constituted of cylindrical dots deposited on a thin homogeneous plate", *Physical Review B* 78, (2008), 104105.
 145. Younes Achaoui, Vincent Laude, Sarah Benchabane, and Abdelkrim Khelif, "Local resonances in phononic crystals and in random arrangements of pillars on a Surface", *Journal of applied physics* 114, 104503 (2013).
 146. Younes Achaoui, Abdelkrim Khelif, Sarah Benchabane, Laurent Robert, and Vincent Laude, "Experimental observation of locally-resonant and Bragg band gaps for surface guided waves in a phononic crystal of pillars", *Physical Review B* 83, 104201 (2011).
 147. Yan Pennec, Jérôme O. Vasseur, Bahram Djafari-Rouhani, Leonard Dobrzyński, and Pierre A. Deymier, "Two-dimensional phononic crystals: Examples and applications", *Surface Science Reports* 65 (2010) 229–291.

