

UNIVERSITE DE BLIDA 1

Faculté de Technologie

THESE DE DOCTORAT

En Génie Mécanique

Spécialité : Génie Mécanique

ETUDE DYNAMIQUE DE L'ECOULEMENT AUTOUR D'UN
CYLINDRE CONTRE UNE PAROI SOLIDE.

Par

BENSEDIRA Sidali

Composition du Jury :

A. HAMID	Professeur	U. Blida1	Président
B. BOUMEDDANE	Professeur	U. Blida1	Examineur
M.KEZRANE	MCA	U. Médéa	Examineur
B.CHETTI	MCA	U. Khemis Miliana	Examineur
D.SEMMAR	Professeur	U. Blida1	Directeur de Thèse
A.ABDELLAH EL-HADJ	Professeur	U. Médéa	Co-Directeur de Thèse

Blida, Mars 2018

ABSTRACT

This thesis presents a dynamic study of fluid flow around two circular cylinders placed in a transverse arrangement near a solid wall. The flow equations are solved by finite element method for Reynolds number equal to 200. Using ANSYS CFX software. The effect of geometric ratios representing the distance between the two cylinders (L/D) and the distance between the bottom cylinder and the wall (G/D) on the hydrodynamic behavior of the fluid is investigated. First, it is found that the mean drag coefficient of the bottom cylinder is larger than that of the top cylinder when (L/D) varies. However, for the top cylinder it decreases and this coefficient decreases when (G/D) increases. Secondly, it has been observed that (G/D) strongly influences the lift coefficient of the bottom cylinder. For small values of (G/D), we observe that the values of CL_2 tend to zero compared to those of CL_1 with values varying between 0.2 and 0.3. Finally, it is also found that Strouhal number values of the bottom cylinder near the wall vary between 0.03 and 0.06. This is radically different from the case without wall where Strouhal number values vary between 0.16 and 0.23.

Keywords: Side-by-side, Cylinder, Flow, Vortex, Wake, Wall, Finite element.

RESUME

Cette thèse présente une étude dynamique de l'écoulement de fluide autour de deux cylindres circulaires dans un arrangement en transversal placé près d'une paroi solide. Les équations de l'écoulement ont été résolues par la méthode des éléments finis à faible de nombre de Reynolds $Re=200$, en utilisant logiciel ANSYS CFX. Nous avons pris en considération l'effet des rapports d'aspect (G/D) et (L/D) sur le comportement hydrodynamique du fluide. Le nombre de Strouhal est calculé en utilisant la transformée de Fourier rapide (FFT) de la distribution temporelle du coefficient de portance. La visualisation des champs de vorticité et de pression sont aussi présentés. Il a été constaté que les valeurs de coefficient de trainée moyen du cylindre inférieur est supérieures à celles du cylindre supérieur avec la variation de la distance entre la paroi et cylindre inférieur, tandis que pour le cylindre supérieur diminue, et ce coefficient diminue lorsque la distance entre les deux cylindres augmente. Il a été aussi observé que la distance (G/D) influe fortement sur coefficient de portance de cylindre inférieur. Pour des valeurs de petites de (G/D), on a observé que les valeurs de C_{L2} tendent vers zéro par contre de celles de C_{L1} les valeurs variant entre 0.2 et 0.3. Les valeurs de nombre de Strouhal également du cylindre inférieur près d'une paroi varient entre 0.03 et 0.06. Par contre, dans le cas sans paroi la valeur de nombre de Strouhal oscillant entre 0.16 et 0.23.

Mots clé : Cylindre, Côté   Côté, Ecoulement, Vortex, Sillage, Paroi, éléments finis.

ملخص

تهدف اعمال هذه الأطروحة لدراسة ديناميكية لتدفق السائل حول اسطوانتين دائريتين على ترتيب عرضي وضعتا بالقرب من جدار صلب. تم حل معادلات التدفق بواسطة طريقة العناصر المحددة مع عدد رينولدز منخفض = 200. أخذنا بعين الاعتبار تأثير المسافة (G/D) و (L/D) على سلوك الهيد وديناميكية للسائل باستخدام برنامج ANSYS CFX. يتم حساب عدد ستروغال باستخدام تحويل فوري السريع (FFT) بتغير الزمن لمعامل الرفع. كما يتم عرض دوائر الدوامة وتغير في الضغط. في البداية، تبين أن معامل الجر للأسطوانة السفلى اكبر من تلك الاسطوانة العلوية مع اختلاف المسافة بين الجدار. مع انخفاضه في الأسطوانة العليا ، وهذا معامل ينخفض عندما تكون المسافة بين اسطوانتين اكبر. كما لوحظ أن المسافة (G/D) تؤثر بقوة على انخفاض معامل رفع الأسطوانة، مع قيم صغيرة من (G/D)، كما لاحظنا أن قيم C_{L2} تؤول الى الصفر في حين أن كل من C_{L1} تتأرجح بين 0.2 و 0.3. وأخيرا، لوحظ أيضا أن قيم عدد ستروغال للأسطوانة السفلى التي تكون بالقرب من جدار تتراوح بين 0.03 و 0.06. مع العكس، في حالة عدم وجود جدار فإن عدد ستروغال يتراوح بين 0.16 و 0.23.

كلمات المفاتيح: اسطوانة، جنبا إلى جنب، تدفق، دوامة، جدار، العناصر المحدودة.

REMERCIEMENTS

J'adresse mes plus vifs remerciements à Mr. Djaffar Semmar professeur à l'université de Blida 1, Directeur de cette thèse, et Co-Directeur Mr. A. Abdellah El-hadj, professeur à l'université de Médea, qui m'ont proposé ce sujet et n'ont pas cessé de me guider pour la réalisation, jusqu'à la phase finale de rédaction de ce manuscrit.

Mes remerciements s'adressent aussi à Mr. Abdelkader Hamid Professeur à l'université de Blida 1 pour m'avoir fait l'honneur d'accepter la présidence du jury de ma thèse,

Je tiens à remercier également à Mr. Boussad Boumeddane, Professeur à l'université de Blida 1, et à Mr. Mohamed Kezrane, Maitre de conférence A à Université de Médéa, et à Mr. Boualem Chetti, Maitre de conférence A à Université de Khemis Miliana, d'avoir accepté d'être parmi les membres de jury. Enfin, je remercie toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Grand merci à tous.

TABLE DES MATIERES

RESUME	01
REMERCIEMENTS	04
TABLES DES MATIERES	05
LISTE DES ILLUSTRATIONS GRAPHIQUES	08
LISTE DES TABLEAUX	13
NOMENCLATURE	14
INTRODUCION GENERALE	15
1 GENERALITES ET SYNTHÈSES BIBLIOGRAPHIQUES	18
1.1. Introduction	18
1. 2. Notion de fluide	18
1. 2. 1. Fluide parfait	18
1. 2. 2. Fluide réel	19
1. 3. Variables fondamentales	20
1. 3. 1. La pression	20
1. 3. 2. La masse volumique	21
1. 3. 3. La viscosité	21
1. 3. 3. 1. Fluides Newtoniens	22
1. 3. 3. 2. Fluides non Newtoniens	22
1.4. Ecoulement autour d'un obstacle	23
1. 4. 1. Écoulement rampant	24
1. 4. 2. Régime stationnaire décollé	25
1. 4. 3. Régime laminaire instationnaire	26
1. 4. 4. Passage d'un régime à l'autre	27
1. 4. 5. Ecoulement permanant et transitoire	28

1. 4. 6. Détachement tourbillonnaire	28
1. 4. 7. Nombre de Strouhal	29
1.5. Notions aérodynamiques	30
1. 5.1. Forces aérodynamiques	31
1.5.1.1. Le coefficient de traînée	31
1.5.1.2. Le coefficient de portance	32
1.6. L'état d'art	33
1.7. Conclusion	44
2. PROBLEMES PHYSIQUES ET FORMULATIONS MATHÉMATIQUES	45
2.1. Introduction	45
2.2. Description des problèmes et formulations mathématiques	45
2.1.1. Modèle N° 1 : écoulement autour d'un cylindre	45
2.2.1.1. Formulation mathématique	46
2.2.1.2. Hypothèses simplificatrices	47
2.2.1.3. Conditions initiales et aux limites	49
2.2.2. Modèle N° 2 : écoulement autour d'un cylindre proche d'une paroi	50
2.2.2.1. Formulation mathématique	51
2.2.2.2. Conditions initiales et aux limites	52
2.2.3. Modèle N° 3 : écoulement autour de deux cylindres en arrangement transversal proche d'une paroi solide	53
2.2.3.1. Formulation mathématique	54
2.2.3.2. Conditions initiales et aux limites	55
2.3. Conclusion	56
3. SIMULATION DU PROBLEME DYNAMIQUE	58
3.1 Introduction	58

3.2	Processus d'analyse	59
3.3.	La méthode de résolution pour le fluide	62
3.4.	Résolution par ANSYS CFX	69
3.4.1	Présentation du logiciel CFX 14 .0	69
3.4.1.1	Design Modeler	70
3.4.1.2	Meshing [ANSYS ICEM CFD]	70
3.4.1.3	CFX-pre	72
3.4.1.4	CFX-solve	74
3.4.1.5	CFX-post	76
3.5	Conclusion	77
4.	RESULTATS ET DISCUSSION	78
4.1	Introduction	78
4.2.	Ecoulement autour d'un cylindre	79
4.2.1.	Analyse de la dépendance du maillage	79
4.2.2.	Différents régimes	80
4.2.3.	Coefficients d'aérodynamique	87
4.2.3.1	Régime stationnaire	87
4.2.3.2	Régime instationnaire	87
4.3.	Ecoulement autour d'un cylindre impactant d'une paroi solide	89
4.3.1.	Maillage	89
4.3.2.	Effet de la distance (G/D) sur l'écoulement en régime instationnaire	89
4.3.3.	Les coefficients d'hydrodynamiques	92
3.3.4.	Effet de paroi sur le comportement des coefficients hydrodynamique	93

4.3.5. Effet de la paroi sur le nombre de Strouhal	94
4.4. Ecoulement autour de deux cylindres en arrangement transversal	96
4.4.1 Maillage et validation de modèle numérique (sans paroi)	96
4.4.2 Effet de la paroi sur les coefficients hydrodynamiques	100
4.4.3. Effet de la paroi sur le nombre de Strouhal	106
4.4.4 Effet du cylindre supérieur et la paroi sur le cylindre inférieur	107
4.5 Conclusion	110
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	111
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	113

LISTE DES ILLUSTRATIONS GRAPHIQUES

Figure 1.1	Forces s'exerçants sur un fluide	19
Figure 1.2	Notion de pression	20
Figure 1.3	Fluide Newtonien et fluide non Newtonien (Épaississant et fluidifiant)	22
Figure 1.4	Résumé schématique des différents types d'écoulements autour d'un cylindre	24
Figure 1.5	Écoulement rampant à $Re = 0.16$	25
Figure 1.6	Écoulement stationnaire décollé à $Re = 26$	26
Figure 1.7	Écoulement instationnaire à $Re = 105$	27
Figure 1.8	Phénomènes induits par la transition naturelle	27
Figure 1.9	Tourbillons alternés derrière un cylindre circulaire à faible Reynolds	29
Figure 1.10	Morphologie des tourbillons alternés	30
Figure 1.11	Coefficient de traînée et portance	31
Figure 1.12	Coefficient de traînée en fonction du Reynolds pour l'écoulement autour des cylindres et des sphères	32
Figure 1.13	Figure 1.13 : Lignes de courant pour les nombres de Reynolds de 20 et 40	36
Figure 1.14	Résultats de : (a) C_{Dp} ; (b) C_L ; (c) C_p moyenne autour d'un cylindre carré comparé aux résultats issus de la littérature pour $Re = 100$	40

Figure 1.15	Lignes de courant moyennées proche du cylindre avec $S/D = 0,075$.	42
Figure 2.1	Modèle physique de l'écoulement autour d'un cylindre.	46
Figure 2.2	Conditions aux limites de modèle N°1.	50
Figure 2.3	Modèle physique de l'écoulement autour d'un cylindre proche d'une paroi.	51
Figure 2.4	Conditions aux limites de modèle N° 2.	53
		54
Figure 2.5	Modèle physique de l'écoulement autour de deux cylindres en arrangement transversal proche d'une paroi solide.	
Figure 2.6	Conditions aux limites de modèle N°3.	56
Figure 3.1	Processus d'analyse utilisant un modèle numérique	59
Figure 3.2	Vue synthétique des méthodes d'approximation	60
Figure 3.3	Description des éléments avec le nombre des nœuds (linéaires, surfaciques, et volumiques)	61
Figure 3.4	Les modules principaux du CFX-14.0	69
Figure 3.5	Interface graphique du module Design Modeler.	70
Figure 3.6	Interface graphique du module ANSYS ICEM CFD.	71
Figure 3.7	Maillage pour l'écoulement autour de deux cylindres proche d'une paroi pour $(L/D) = 4,0$ et $(G/D) = 4,0$.	72
Figure 3.8	Interface graphique du module CFX-Pre.	73
Figure 3.9	Interface graphique du module CFX-Solver.	74
Figure 3.10	Organigramme de mise en œuvre d'un calcul.	75
Figure 3.11	Interface graphique du module CFX-Post.	76
Figure 4.1	Variation de la densité spectrale de la puissance en fonction de	80

la fréquence pour des différents maillages de l'écoulement autour d'un cylindre ($Re=100$).

Figure 4.2	Comparaison entre les résultats numériques pour un écoulement	81
Figure 4.3	Comparaison entre les résultats numériques pour un écoulement rampant pour $Re = 26$	81
Figure 4.4	Influence du nombre de Re sur le sillage derrière le cylindre.	82
Figure 4.5	Régime laminaire instationnaire pour le cylindre à $Re = 100$.	82
Figure 4.6	Contours de vitesses tourbillonnant pour différents temps autour d'un cylindre circulaire $Re=100$.	84
Figure 4.7	Contours de la vitesse pour différents temps de l'écoulement autour d'un cylindre.	85
Figure 4.8	Contours de la pression pour différents temps autour un écoulement d'un cylindre.	86
Figure 4.9	Variation du coefficient de trainé dans le cas de l'écoulement autour du cylindre.	88
Figure 4.10	Variation du coefficient de Portance dans le cas de l'écoulement autour du cylindre.	88
Figure 4.11	Contour de vorticité avec la variation du rapport d'aspect (G/D) à $Re=200$	90
Figure 4.12	Contour de pression avec la variation du rapport d'aspect (G/D) à $Re = 200$.	91
Figure 4.13	Coefficient de portance moyenne en fonction du rapport d'aspect (G/D) à $Re=200$.	92

Figure 4.14	Coefficient de traînée moyenne en fonction du rapport (G/D) à Re=200.	93
Figure 4.15	Variation des coefficients de traînée et de portance pour différents rapports (G/D) à Re = 200.	94
Figure 4.16	Nombre de Strouhal (St) avec différentes de valeurs (G/D) à Re = 200.	95
Figure 4.17	Contours de vortacité pour (L/D) = 2.0 (gauche) et (L/D) = 4.0 (droite).	98
Figure 4.18	Coefficient de portance en fonction du rapport d'aspect (L/D) entre les cylindres pour l'arrangement côte à côte.	99
Figure 4.19	Coefficient de traînée en fonction du rapport d'aspect (L/D) entre les cylindres pour l'arrangement côte à côte.	100
Figure 4.20	Coefficients de traînée et de portance des cylindres supérieur (a) et inférieur (b) pour différents modes de détachement tourbillonnaire à Re = 200.	103
Figure 4.21	Coefficient de portance moyen en fonction du rapport d'aspect (L/D) entre les cylindres pour la disposition côte à côte et l'espace (G/D) entre la paroi du cylindre inférieure.	104
Figure 4.22	Coefficient de traînée en fonction du rapport d'aspect (L/D) entre les cylindres pour la disposition côte à côte et l'écart (G/D) entre la paroi du cylindre inférieure.	104
Figure 4.23	Evolution du champ vortex pour le mode de deux-sillage quand (G/D) = 4.0 et (L/D)=4.0.	105
Figure 4.24	Evolution du champ vortex pour le mode de deux-sillage quand (G/D) = 0.5 et (L/D)=4.0.	105

- Figure 4.25 Comparaison entre les valeurs moyennes du coefficient de portance avec paroi et sans paroi pour $(G/D) = 0,5$. 106
- Figure 4.26 Nombre de Strouhal St_2 pour cylindre inférieur avec différentes valeurs de (L/D) et (G/D) à $Re = 200$. 107
- Figure 4.27 Evolution du contour de vorticité pour le mode deux-sillage quand $(G/D) = 0.5$ et $(L/D) = 1.5$. 108
- Figure 4.28 Evolution du champ vortex pour le mode deux-sillage quand $(G/D) = 1.0$ et $(L/D) = 3.0$. 108

LISTE DES TABLEUX

Tableau 4.1	Valeurs du nombre de Strouhal pour différents Maillages à $Re=100$.	79
Tableau 4.2	Valeurs des coefficients de traînée en régime stationnaire.	87
Tableau 4.3	Maillage pour CFX de $(L / D) = 3,0$ à $Re = 200$ sans paroi.	97
Tableau 4.4	Valeurs moyennes du coefficient de portance pour deux cylindres côte à côte sans paroi.	98
Tableau 4.5	Valeurs du coefficient de traînée moyen pour deux cylindres côte à côte sans paroi.	99
Tableau 4.6	Valeurs de C_L et C_D de un seul cylindre et deux cylindres sans paroi, et avec paroi à $Re = 200$.	109
Tableau 4.7	Valeurs de C_L et C_D de et deux cylindres sans paroi, et avec paroi	109

NOMENCLATURE

C_D	: Coefficient de traînée
C_L	: Coefficient de portance
$[k^{(e)}]$: Matrice de rigidité de l'élément
F_{Bx} et F_{By}	: Forces du corps par unité de volume dans les directions x et y (N/m ³)
N_i	: Fonction de forme
N_i	: Fonction de forme
$S^{(e)}$: Frontière de l'élément (m ²)
U_∞	: Vitesse à l'infini amont (m/s)
f_t	: Fréquence du détachement tourbillonnaire (Hz)
n_x, n_y	: Composantes du vecteur normal extérieur d'unité à la frontière
D	: Diamètre du cylindre (m)
F_D	: Force de traînée par unité de longueur (N/m)
F_L	: Force de portance par unité de longueur (N/m)
P	: Pression (Pa)
Re	: Nombre de Reynolds
u, v, w	: Vitesses suivants x, y et z (m/s)
St	: Nombre de Strouhal

Notation Grecque

ν	: Viscosité cinématique du fluide considéré (m ² /s)
ρ	: Masse volumique (Kg/m ³)
μ	: Viscosité dynamique (Pa.s)
$\{\delta^{(e)}\}$: Vecteur de déplacement de l'élément

INTRODUCTION GENERALE

L'écoulement autour de deux cylindres circulaires dans un arrangement en tandem peut être trouvé dans de nombreuses applications d'ingénierie, telles que des cheminées, des faisceaux de tubes dans des échangeurs de chaleur, des faisceaux de lignes électriques, des ponts, des tours de réaction chimique, des gratte-ciels adjacents, les structures d'ingénierie pétrolière et gazière en mer. [1,2]. L'étude de l'écoulement autour de deux cylindres en tandem est important et fondamental, comme l'ont mentionné Yong-tao WANG et al. [3]. Les écoulements de fluide devant des bouteilles circulaires près d'une paroi plane sont très importants pour les courants océaniques sur les pipelines sous-marins. En raison des exigences techniques particulières, les pipelines peuvent être proches l'un de l'autre dans un arrangement en tandem, ce qui laisse une distance de centre à centre entre eux. L'écart entre les canalisations et le mur peut être mesuré à partir de la distance entre le fond marin et le tuyau le plus bas. Ces lignes suspendues sont soumises à des forces de fluides oscillantes induites par l'évacuation du vortex, ce qui peut provoquer de fortes vibrations. Par conséquent, une compréhension des caractéristiques de l'écoulement hydrodynamique est importante pour la conception pratique du pipeline, bien que limitée à un nombre assez faible de Reynolds [4].

L'effet de la paroi pour une telle configuration d'écoulement n'a pas été étudié précédemment. Donc, la présente étude, l'écoulement autour de deux cylindres de diamètre identique placé en arrangement transversalement dans un écoulement instationnaire placé proche d'une paroi solide a été étudié numériquement.

L'objectif de ce travail est d'étudier l'effet du rapport d'aspect distance (c'est la distance entre le cylindre inférieur et paroi) (G/D) et aussi l'effet du rapport d'aspect (c'est la distance entre les deux cylindres) (L/D) sur le comportement du vortex derrière deux cylindres en arrangement transversal. Les équations de Navier-Stokes bidimensionnelles ont été résolues en utilisant la méthode des éléments finis afin de simuler le sillage derrière de deux cylindres circulaires en arrangement transversal près d'une paroi au faible nombre de Reynolds. L'espace entre la paroi cylindre inférieur (G/D) varie de 0,5 à 4 et les valeurs des rapports d'aspects (L/D) varié de 1,0 à 4,0. L'effet du rapport d'aspect distance (G/D) et le rapport d'aspect (L/D) sur les caractéristiques hydrodynamiques telles que les contours de vorticité, les coefficients de traînée et de portance, les fréquences de détachement, ainsi les valeurs de nombre de Strouhal pour les deux cylindres ont été calculées.

Ce travail comprend une introduction avec quatre chapitres répartis comme suit :

- Le premier chapitre comporte des généralités sur les écoulements et étude bibliographique, on a cité les caractéristiques et les propriétés des fluides (pression, masse volumique, les classes des fluides.....ect), puis on a cité les différents régimes d'écoulement, et on a cité quelques travaux de recherche sur les écoulements autour des obstacles.
- Dans le deuxième chapitre, on a exposé les équations mathématiques qui gouvernent le phénomène physique à étudier, on a cité les équations régissant le problème (les équations de transport, et les équations de Navier Stokes), puis on a présenté les trois modèles traité avec les conditions initiales et aux limites.
- Dans le troisième chapitre, on a exposé la méthode numérique utilisée pour résoudre les équations de Navier-Stocks (la méthode des éléments finis), et on a terminé ce chapitre par résolution par ANSYS CFX (création de géométries et de maillage, et les conditions aux limites et initiales).

- Dans le quatrième chapitre, on a présenté les résultats des simulations numériques obtenues par le code de calcul Ansys CFX, et on a comparé nos résultats avec les autres résultats expérimentaux et numériques (validation du modèle).
- Finalement, on a terminé le travail par une conclusion générale et perspectives.

CHAPITRE 1

GENERALITES ET SYNTHÈSES BIBLIOGRAPHIQUES

1.1. Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons exposer des notions fondamentales et des définitions de différents paramètres de mécanique des fluides, par la suite, nous citons les travaux antérieurs en relation avec l'étude de l'écoulement autour des obstacles.

1.2. Notion de fluide :

Les écoulements des fluides autour d'obstacles sont des problèmes classiques bien connus en mécanique des fluides. On prend par exemple, l'écoulement laminaire autour d'un cylindre pour illustrer les différentes caractéristiques de ces types d'écoulements.

Un fluide peut être considéré comme étant formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres, un fluide donc est un milieu continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler. Parmi les fluides, on fait souvent la distinction entre liquide et gaz. Un fluide peut être réel (visqueux), parfait (non visqueux) [5].

1. 2. 1. Fluide parfait :

Soit un système fluide, c'est-à-dire un volume délimité par une surface fermée Σ fictive ou non.

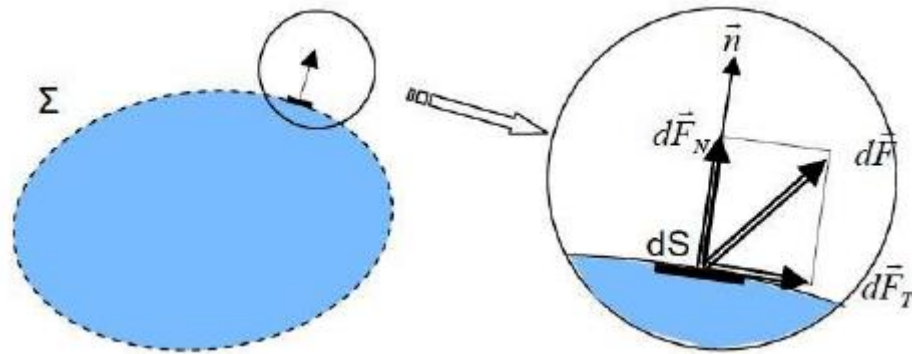


Figure 1.1: Forces s'exerçants sur un fluide [5]

Considérons $d\vec{F}$ la force d'interaction au niveau de la surface élémentaire dS de normale \vec{n} entre le fluide et le milieu extérieur. On peut toujours décomposer $d\vec{F}$ en deux composantes:

- une composante $d\vec{F}_T$ tangentielle à dS .
- une composante $d\vec{F}_N$ normale à dS .

En mécanique des fluides, un fluide est dit parfait s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de frottement. C'est à dire quand la composante $d\vec{F}_N$ est nulle. Autrement dit, la force $d\vec{F}$ est normale à l'élément de surface dS [5].

1.2. 2. Fluide réel :

Contrairement à un fluide parfait, qui n'est qu'un modèle pour simplifier les calculs, pratiquement inexistant dans la nature, dans un fluide réel les forces tangentielles de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides sont prises en considération.

Ce phénomène de frottement visqueux apparaît lors du mouvement du fluide.

C'est uniquement au repos, qu'on admettra que le fluide réel se comporte comme un fluide parfait, et on suppose que les forces de contact sont

perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquels elles s'exercent. La statique des fluides réels se confond avec la statique des fluides parfaits [5].

1. 3. Variables fondamentales :

Les variables fondamentales de la mécanique des fluides, sont: La pression, la masse volumique, la viscosité et la vitesse d'écoulement [6].

1.3. 1. La pression :

La pression est la force normale exercée sur une surface unitaire:

$$P = \lim_{dS \rightarrow 0} \left(\frac{dF}{dS} \right) \quad (1.1)$$

Où:

dS : surface élémentaire autour d'un point dans le fluide.

dF : force élémentaire appliquée à la surface dS .

Il s'agit d'une propriété qui dépend du point considéré, elle peut donc être différente d'un point à l'autre dans le fluide [6-7].

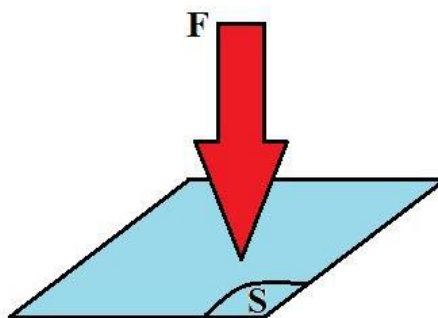


Figure 1.2 : Notion de pression [15].

1. 3. 2. La masse volumique :

On définit la masse volumique comme la quantité de masse par unité de volume [6]:

$$\rho = \lim_{d\mathcal{V} \rightarrow 0} \left(\frac{dm}{d\mathcal{V}} \right) \quad (1.2)$$

Où

$d\mathcal{V}$: volume élémentaire autour d'un point.

dm : masse du fluide à l'intérieur de $d\mathcal{V}$.

1. 3. 3. La viscosité :

La viscosité d'un fluide est la propriété qui exprime sa résistance à une force tangentielle de frottement. Son effet se manifeste principalement au voisinage des parois. Dans le cas d'un fluide Newtonien en mouvement, la relation entre la contrainte de cisaillement, τ , et le gradient de vitesse est linéaire (la direction de l'axe des y est perpendiculaire et la vitesse de l'écoulement, V , est parallèle à la paroi) [6]:

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} \quad (1.3)$$

L'expression de la viscosité cinématique est:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.4)$$

Où

μ : viscosité dynamique; en (N.s/m²).

ν : la viscosité cinématique; en (m²/s).

τ : contrainte de cisaillement; en (N/m²).

Les fluides peuvent être classés, selon la viscosité en deux grandes familles:

1. 3. 3. 1. Fluides Newtoniens :

Les fluides Newtoniens ont une viscosité constante ou qui ne peut varier qu'en fonction de la température; Exemples: l'eau, l'air et la plupart des gaz [5].

1. 3. 3. 2. Fluides non Newtoniens :

Dans un fluide non newtonien, la viscosité évolue en fonction du gradient de vitesse auquel il est soumis. Exemples: le sang, les gels, les boues, les pâtes, les suspensions, les émulsions...). Ainsi, la viscosité augmente pour les corps dits épaississants (par exemple: ciment liquide) et diminue pour les corps dits fluidifiants (par exemple: Ketchup, sables mouvants, le sang) [8].

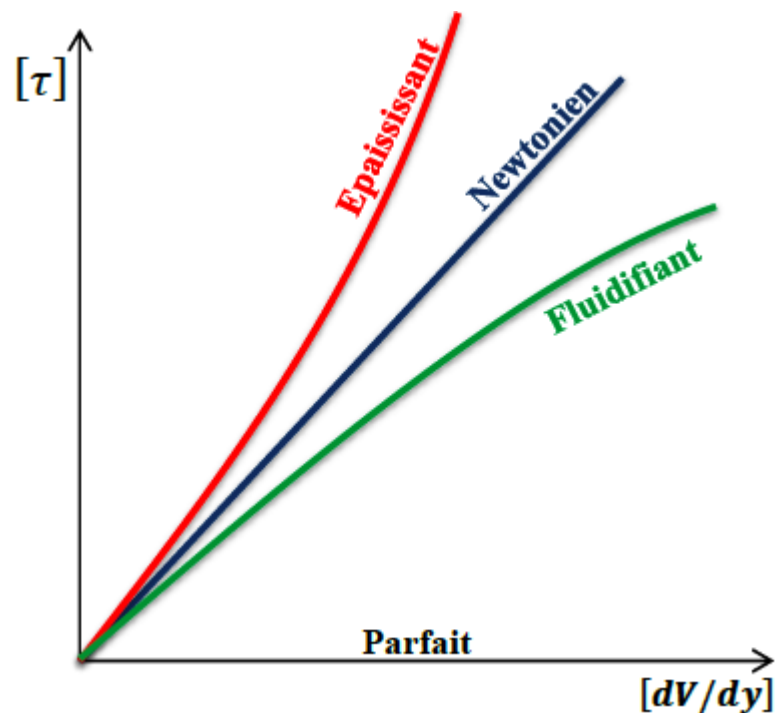


Figure 1.3 : Fluide Newtonien et fluide non Newtonien (Épaississant et fluidifiant) [8].

1.4. Ecoulement autour d'un obstacle :

Les études traitant le problème de l'écoulement autour d'un cylindre ont suscité un intérêt considérable ces dernières années. Cet intérêt découle de la variété d'applications dans le domaine de l'ingénierie faisant appel à des formes cylindriques.

Malgré la simplicité de l'obstacle à section circulaire, l'écoulement fait intervenir des mécanismes complexes. Ceci a suscité beaucoup d'intérêt pour la communauté scientifique. L'écoulement autour d'un cylindre placé dans un écoulement uniforme établi autour d'un cylindre. La figure (1.4) illustre les différents régimes d'écoulement autour d'un cylindre circulaire pour différents nombres de Reynolds [9-10].

La forme du sillage peut être déterminée en principalement par le nombre de Reynolds, défini par :

$$Re = \frac{U_{\infty} D}{\nu} \quad (1.5)$$

Où

U_{∞} : Représente la vitesse à l'infini amont.

D : Le diamètre du cylindre à section circulaire.

ν : La viscosité cinématique du fluide considéré.

Les changements structuraux dans le sillage sont dus à la transition des paramètres de l'écoulement tels que la couche limite ou l'écoulement cisailé. Ces transitions s'amorcent à des valeurs particulières du nombre de Reynolds (Re) [11].

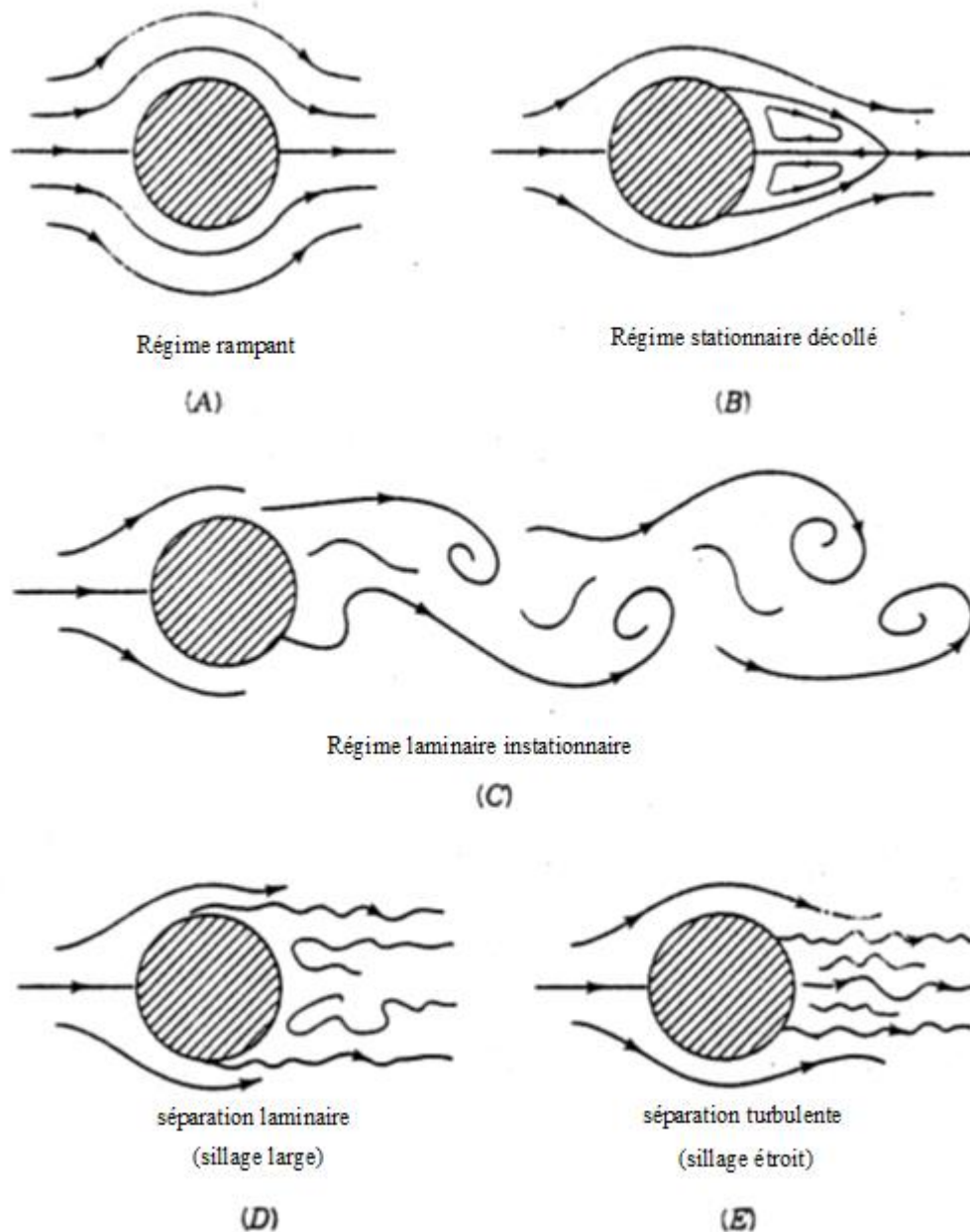


Figure.1.4 : Résumé schématique des différents types d'écoulements autour d'un cylindre [11].

1. 4. 1. Écoulement rampant :

Pour $Re \leq 5$, l'écoulement est dit rampant. Les forces de viscosité étant prépondérantes, le fluide reste attaché au cylindre et il n'y a pas de décollement. L'écoulement est symétrique par rapport à l'axe central du courant (axe longitudinal) et également entre l'amont et l'aval (figure 1.5).

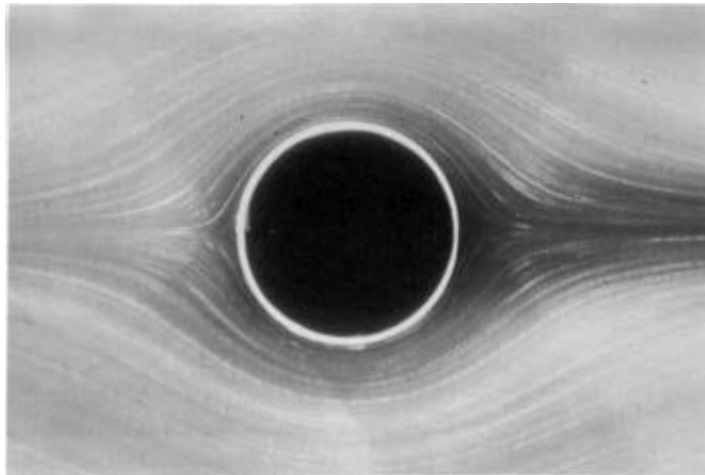


Figure 1.5: Ecoulement rampant à $Re = 0.16$ [12].

1. 4. 2. Régime stationnaire décollé [12] :

Pour $5 \leq Re \leq 48$, les forces d'inertie augmentent au cylindre. On observe un décollement de chaque côté du cylindre. Le point de décollement se déplace vers l'amont du cylindre quand le nombre de Reynolds augmente. L'écoulement est stable et reste stationnaire et symétrique par rapport à l'axe longitudinal. En aval du décollement se forment deux lobes de recirculation contrarotatifs attachés au cylindre (figure 1.6). Le point de rattachement, qui est défini comme le lieu où la vitesse longitudinale est nulle sur l'axe central du sillage, s'éloigne du cylindre quand le nombre de Reynolds augmente. L'abscisse de ce point définit la longueur de recirculation.

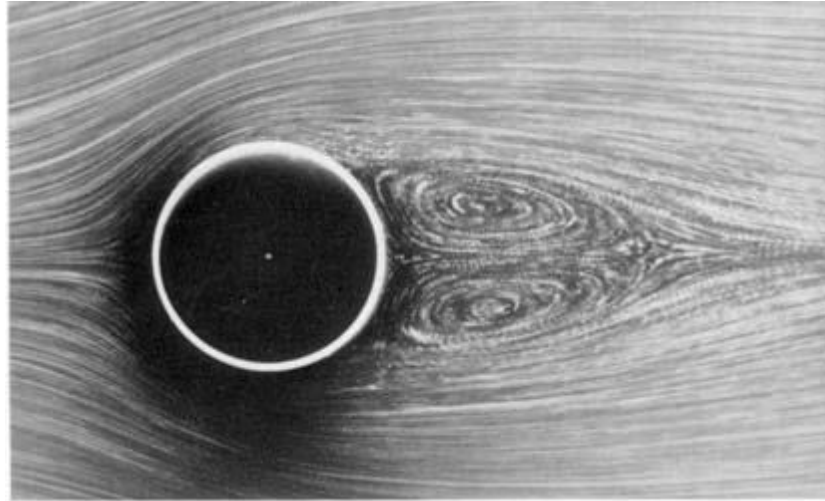


Figure 1.6: Ecoulement stationnaire décollé à $Re = 26$ [12].

1. 4. 3. Régime laminaire instationnaire [12] :

Pour $48 \leq Re \leq 180$, l'écoulement devient instationnaire. Les différentes perturbations possibles ne peuvent plus être amorties et une instabilité se déclenche. Les deux tourbillons perdent leur symétrie par rapport à l'axe longitudinal, se détachent du cylindre alternativement et sont connectés dans le sillage pour former l'allée tourbillonnaire de Von-Kármán (figure 1.7). Cette instabilité absolue est de nature bidimensionnelle et est caractérisée par une périodicité fortement prononcée. Ainsi, le spectre temporel de la vitesse ou de la pression en un point de l'écoulement présente un pic correspond à la fréquence du lâchage tourbillonnaire. Cette fréquence adimensionnée par la vitesse de l'écoulement incident et le diamètre du cylindre définit le nombre de Strouhal.

Dans ce régime, cette fréquence adimensionnée augmente avec le nombre de Reynolds.

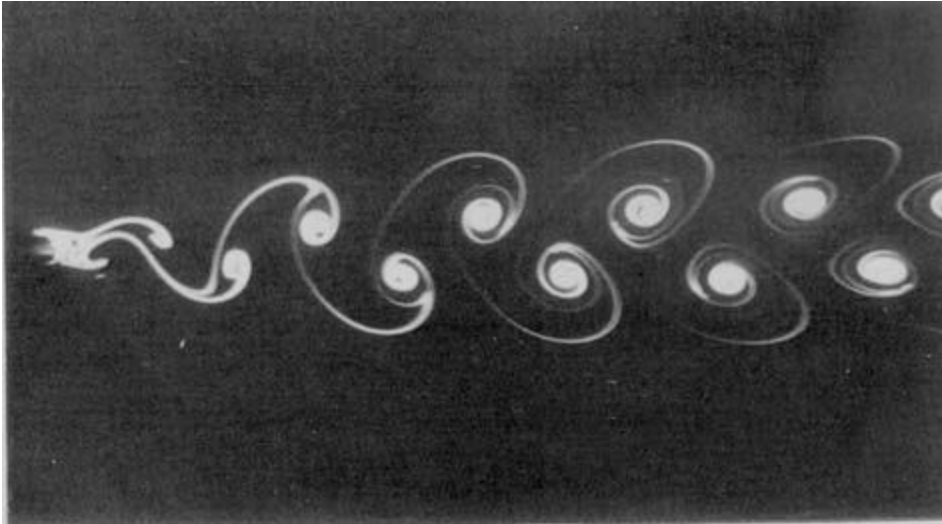


Figure. 1.7: Ecoulement instationnaire à $Re = 105$ [12].

1. 4. 4. Passage d'un régime à l'autre :

Trois types de transition se présentent, la première est appelée transition naturelle où la couche limite laminaire développe ce qu'on appelle les ondes de Tollmien-Schlichting suivies par une amplification d'instabilités et finalement d'un écoulement complètement turbulent figure (1.8). La transition naturelle se produit habituellement avec de petites perturbations de l'écoulement libre.

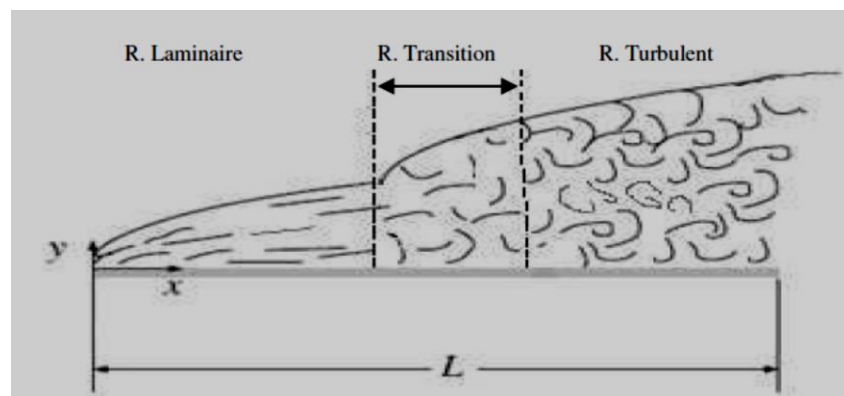


Figure 1.8 : Phénomènes induits par la transition naturelle [13].

1.4.5. Écoulement permanent et transitoire :

On dit qu'un écoulement est permanent (ou stationnaire) si toutes les variables décrivant le mouvement sont indépendantes du temps, comme la pression, la masse volumique la vitesse,...etc. On dit qu'un écoulement transitoire (ou instationnaire) si les variables décrivant le mouvement sont dépendant du temps [14].

1.4.6. Détachement tourbillonnaire :

Description générale [15]

L'existence d'un détachement, ou d'un échappement de tourbillons à l'arrière d'un obstacle placé dans un écoulement est relativement connue du public. Sur un plan historique, le phénomène a été étudié au début du 20^{ème} siècle expérimentalement par Henri Bénard en France et théoriquement par Theodor Von Kármán en Allemagne.

Bien qu'à l'origine l'obstacle employé fût, une plaque plane placée perpendiculairement à l'écoulement, ces tourbillons ont été largement étudiés à l'arrière du cylindre circulaire (figure 1.9).

En pratique, les tourbillons se détachent alternativement de chaque côté de l'obstacle pour former une rue de tourbillons alternés. Ce phénomène dépend du nombre de Reynolds car il prend naissance au sein de la couche limite, ou dans la couche de cisaillement pour les formes anguleuses.

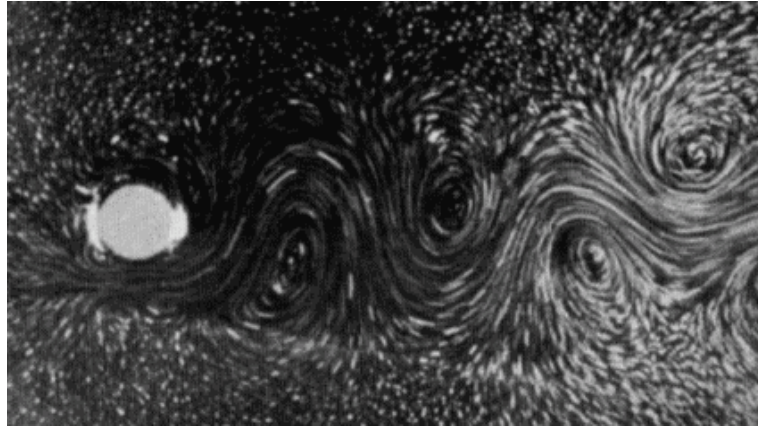


Figure 1.9 : Tourbillons alternés derrière un cylindre circulaire à faible Reynolds [15].

D'une manière générale, les obstacles non profilés présentant une symétrie plus ou moins forte sont sujets à l'échappement tourbillonnaire. Sur des surfaces courbes, comme un cylindre circulaire, il existe une instabilité spatio-temporelle du point de décollement de la couche limite de part et d'autre du cylindre. Lorsque les formes sont anguleuses, le point de décollement est fixé sur l'arête, mais la couche de cisaillement subit également des instabilités qui induisent le déclenchement des tourbillons.

Dans le cas du dimensionnement des structures, le paramètre le plus important de ce phénomène est la fréquence dont se détachent les tourbillons, car ils génèrent sur l'obstacle des forces de portance fluctuantes quasi sinusoïdales.

1.4.7. Nombre de Strouhal [15] :

On note X la distance entre deux tourbillons d'une même rangée et U_c la vitesse d'avancement à laquelle ils sont convectifs par l'écoulement amont de vitesse U (figure 1.10). La fréquence f_t du détachement tourbillonnaire est le nombre de tourbillons d'une même rangée lâchés pendant une seconde, soit

$$f_t = \frac{U_c}{X} \quad (1.2)$$

L'obstacle possédant une dimension transversale D (le diamètre d'un cylindre circulaire), la fréquence sans dimension du détachement tourbillonnaire est le nombre de Strouhal tel que :

$$St = \frac{f_t \times D}{U} = \frac{U_c}{U} \times \frac{D}{X} \quad (1.6)$$

Donc, Il peut s'exprimer comme le rapport entre les forces d'inertie et les forces d'inertie

En pratique, le rapport entre la vitesse de convection des tourbillons et la vitesse de l'écoulement amont est une constante de l'ordre de 0.5, valeur qui reste valable quel que soit l'obstacle.

En revanche, la distance X varie en fonction du nombre de Reynolds et de la forme de l'obstacle. Pour un cylindre circulaire, cette distance est de l'ordre de 2,5 fois le diamètre et il s'ensuit donc d'après l'expression (1.3) que le nombre de Strouhal est proche de 0,2.

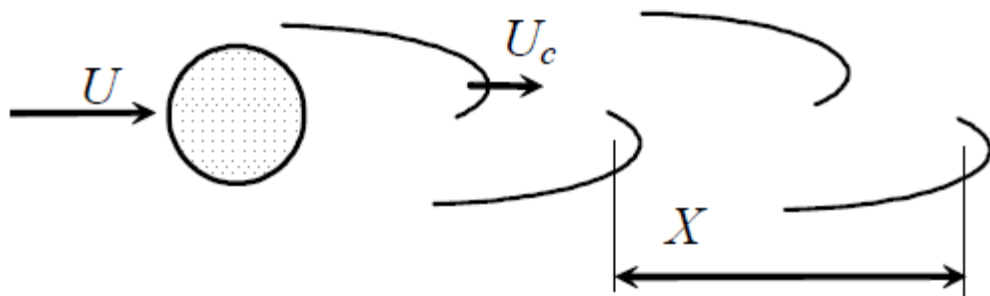


Figure 1.10 : Morphologie des tourbillons alternés [15].

1.5. Notions aérodynamiques :

L'aérodynamique est la science qui étudie les phénomènes accompagnant tout mouvement relatif entre un corps et l'air qui le baigne. Dans son utilisation en aérodynamique, en particulier en aérodynamique externe, une caractéristique

fondamentale est que le nombre de Reynolds représentatif de l'écoulement est toujours beaucoup plus grand que l'unité.

1. 5.1. Forces aérodynamiques :

1.5.1.1. Le coefficient de traînée :

Tout corps en déplacement dans l'air subit des forces de frottement s'opposant à son mouvement, dû à la viscosité du fluide Figure (1.12).

Donc le coefficient de traînée définit par le rapport entre ces deux forces [16] :

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot L \cdot D} \quad (1.7)$$

F_D : Force de traînée par unité de longueur.

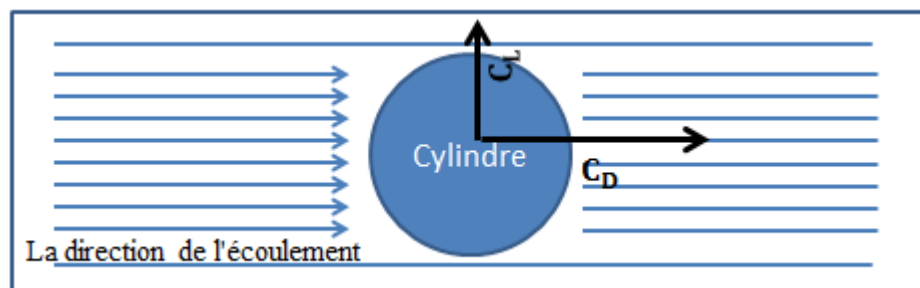


Figure 1.11 : Coefficient de traînée et portance [16].

Ce coefficient est déterminé expérimentalement en mesurant la force F_D .

La figure (1.13) montre la variation du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds. On voit ci-dessus les courbes de coefficient de traînée pour des sphères et des cylindres, exprimées comme des fractions du coefficient de traînée sur le nombre de Reynolds. On note une région de coefficient de traînée

décroissant dans la basse gamme de Reynolds, une partie relativement large où le coefficient de traînée est constant, suivi d'une grande baisse et puis d'une augmentation au nombre de Reynolds à proximité de 200000.

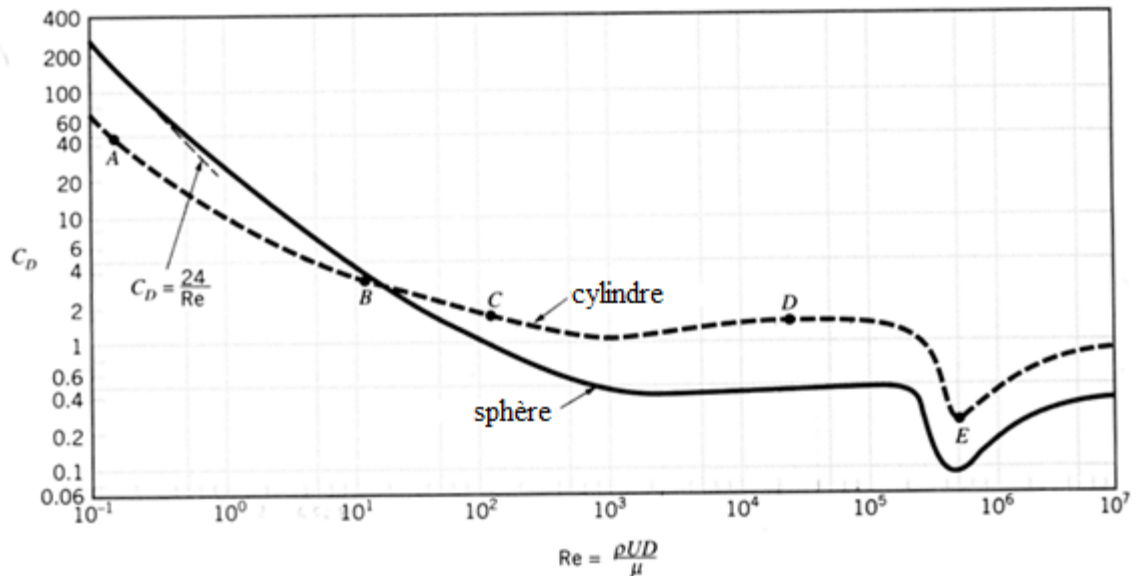


Figure 1.12 : Coefficient de traînée en fonction du Reynolds [16] pour l'écoulement autour des cylindres et des sphères

1.5.1.2. Le coefficient de portance :

La portance est la composante de la force subie par le corps perpendiculaire de la direction de la vitesse infinie amont.

Donc le coefficient de portance définit par le rapport entre ces deux forces [16] :

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot L \cdot D} \quad (1.8)$$

F_L : Force de portance par unité de longueur.

Le coefficient de traînée $C_D(t)$ et le coefficient de portance $C_L(t)$ du cylindre supérieur et inférieur sont calculés comme proposé par Yong-tao WANG et al. [3]:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 D} = -\int_0^{2\pi} \frac{p}{\rho U^2} \cos(\theta) d\theta + -\frac{v}{U^2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \sin(\theta) d\theta \quad (1.9)$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 D} = -\int_0^{2\pi} \frac{p}{\rho U^2} \sin(\theta) d\theta + \frac{v}{U^2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \cos(\theta) d\theta \quad (1.10)$$

Le coefficient de traînée moyen (\bar{C}_D) est exprimé :

$$\bar{C}_D = \frac{1}{\Delta T} \int_{t_1}^{t_2} C_D(t) dt \quad (1.11)$$

Où

$\Delta T = t_1 - t_2$ est la période de temps d'intégration mesurée à partir d'une partie stable de l'historique des coefficients de traînée.

De même, le coefficient de portance moyen est défini comme:

$$\bar{C}_L = \frac{1}{\Delta T} \int_{t_1}^{t_2} C_L(t) dt \quad (1.12)$$

1.6. L'état d'art :

Les écoulements autour d'un ou des plusieurs cylindres sont souvent rencontrés dans différentes applications industrielles, les échangeurs de chaleur, avions, automobiles, bâtiments, composants électroniques, les aubes de turbines et les formes géométriques à section circulaire. Suite à des

considérations des considérations de conceptions en service, une excentricité plus au moins large peut se présenter. Le manque des travaux de l'écoulement autour d'un cylindre contre une paroi solide dans un tel type de géométries, pour un régime laminaire stationnaire et instationnaire en développement. Nous a obligés à faire une synthèse bibliographique traitant les écoulements autour de l'un ou des obstacles pour la bonne compréhension de notre travail, une synthèse dans ce cas est aussi faire.

Roquet et al (2003) [17] ont travaillé sur l'écoulement d'un fluide stationnaire autour d'un cylindre en utilisant la modélisation numérique pour étudier et expliquer la variation de l'effort de fléchissement sur le sillage d'un cylindre. Les résultats portent sur la détermination du comportement asymptotique du fluide.

Rong et al (2006) [18] ont mené une étude expérimentale de l'écoulement de l'eau peu profonde transitoire autour d'un cylindre circulaire horizontal avec un rapport d'espace G . à l'aide d'une méthode PIV image vélocimétrie de particule, Ils ont présenté la distribution de champ de vitesses, champ de pression et le développement du vortex pour divers rapports -espace G .

Nishino et al (2006) [19] ont effectué une étude numérique bidimensionnelle de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire, en utilisant le modèle DES (Detached Eddy Simulation). Les résultats obtenus par la DES ont prévu la cessation du décollement de tourbillon derrière cylindre ; et même résultat a été obtenu en utilisant la méthode simulation RANS (Reynolds Average Numerical Simulation), mais avec un rapport espace $G=h/d$ plus petit que la DES.

Zhang et al (2006) [20] ont effectué une étude numérique de l'écoulement laminaire bidimensionnel autour d'une tige ascendante et d'un cylindre circulaire. Les résultats obtenus à l'aide du logiciel de simulation Fluent démontrent que le coefficient de traînée moyenne et le coefficient de fluctuation de portance du cylindre peuvent être réduits par une tige ascendante.

Cheng et al (2007) [21] ont simulé un écoulement de cisaillement linéaire incompressible bidimensionnel au-dessus d'un tube carré. Ils ont montré l'effet du taux de cisaillement τ sur la fréquence du décollement de tourbillon du cylindre. Les résultats obtenus montrent que le vortex derrière le cylindre dépend fortement du taux de cisaillement et du nombre de Reynolds. Pour un nombre $Re = 50$, l'effet d'un petit nombre τ cause un décollement de tourbillon alternatif suivi d'une intensité inégale, alors que pour un $Re > 50$ et une grande valeur, supprime le décollement de tourbillon du cylindre. Les différences dans la force et la taille de vortex des côtés supérieurs et inférieurs du cylindre deviennent plus prononcées au fur et à mesure que le nombre τ augmente.

Belakroum et al (2007) [22] ont étudié par la méthode des éléments finis, le modèle LES (Large Eddy Simulation) pour simuler l'écoulement instationnaire et turbulent d'un fluide incompressible autour d'un cylindre. Ils ont trouvé que le phénomène d'éclatement tourbillonnaire est nettement mis en évidence.

Medane et al (2007) [23] ont étudié l'écoulement de fluide autour d'un obstacle, telle une aile de profil NACA 0021. Ils ont montré que l'utilisation du volet a l'influence directe sur la distribution de pression et donc sur les forces aérodynamiques du profil.

Pascal-Ribot et Blanchet (2007) [24] ont réalisé une étude expérimentale et numérique de l'écoulement de fluide autour d'un cylindre rigide en deux phases l'air et eau. La résolution numérique du problème a été faite à l'aide d'une méthode d'analyse dimensionnelle standard. Ils ont présenté une exploration de base pour évaluer les forces de portance de vibration exercées sur le cylindre.

Korichi et Oufier (2007) [25] ont étudié numériquement l'écoulement instationnaire et du transfert de chaleur autour d'une conduite de section carrée dans un canal, Ils ont montré que deux paramètres ont été testés à savoir, le nombre de *Nusselt* et l'angle d'orientation du cylindre par rapport au sens de l'écoulement du fluide (Air). L'étude a permis de conclure que l'écoulement permanent et stable est obtenue pour $Re < Re_{recr}$. Pour de grandes valeurs de Re , l'écoulement devient instationnaire transitoire et donne naissance à des tourbillons

alternés développés en aval du cylindre. Ce phénomène conduit à la formation d'une onde dite de «Bénard - Von Karman » qui se propage derrière le cylindre. Les tourbillons alternés contribuent à l'accroissement du transfert de chaleur, notamment le long de la face arrière du cylindre. La valeur du nombre de *Reynolds* critique ne dépend que du rapport de blocage d/H . Pour le cas étudié ($d/H=0.1$), cette valeur se situe autour de 60. Ils ont été en outre observés que le transfert de chaleur est maximal le long de la face frontale et faible le long de la face arrière située dans la zone du sillage pour $\alpha=0^\circ$. Pour $\alpha=45^\circ$ (valeur maximale), l'écart sur le nombre de *Nusselt* se réduit entre les quatre faces. Enfin, le nombre de *Nusselt* enregistre une augmentation notable lorsque le nombre de *Reynolds* augmente dans l'intervalle 50-200.

Shu et al (2007) [26] ont mené une étude numérique d'un écoulement instationnaire bidimensionnel au-dessus d'un cylindre circulaire. La résolution numérique du problème a été faite à l'aide d'une méthode IBM (Méthode Immergée de Boltzmann) de correction-treillis. Ils ont constaté que cette méthode est simple dans le concept et facile pour l'exécution et la convergence du calcul numérique est plus rapide et plus stable. Un problème difficile d'IBM classique est que certaine ligne de courant peut passer à travers le corps solide car il n'y a pas de mécanisme pour faire appliquer la condition de non-glissement à la frontière. Les résultats actuels pour les écoulements stationnaires et instationnaires se comparent très bien avec les données disponibles dans la littérature.

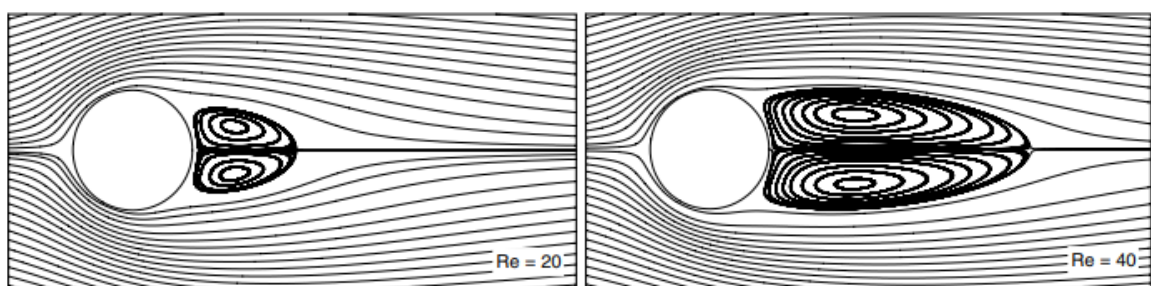


Figure 1.13 : Lignes de courant pour les nombres de Reynolds de 20 et 40 [26].

Khabbouchi et Guellouz (2008) [27] ont effectué des mesures par PIV dans la zone du sillage proche derrière un cylindre placé près d'une paroi au niveau de son bord d'attaque. La configuration géométrique a permis d'isoler

l'effet de l'écoulement type jet qui s'installe dans l'espacement entre la paroi et le cylindre. Le nombre de Reynolds, basé sur le diamètre du cylindre et la vitesse de l'écoulement libre est $Re=8667$. Ils ont montré l'existence de trois régions différentes d'écoulement lorsque le cylindre se rapproche de la paroi. L'effet de l'écoulement type jet se manifeste dans les faibles rapport- espace ($G/D < 0.3$) en détruisant la couche de cisaillement inférieure et empêchant, par la suite l'allée de Von Karman de s'installer dans le sillage.

Shuyang (2008) [28] a étudié numériquement et expérimentalement l'écoulement autour d'un cylindre circulaire pour un nombre de Reynolds sous-critique. Ils ont constaté que le nombre de Strouhal ne montre aucune variation par rapport au paramètre de cisaillement, et que le point d'arrêt à haute vitesse a une grande influence sur la force aérodynamique.

Dhouieb et al. (2008) [29] ont fait une étude expérimentale et numérique menée dans une conduite horizontale rectangulaire au milieu de laquelle est placé un cylindre carré de hauteur $h=0.01m$ et de largeur $l = 0.02m$ l'écoulement en amont de celui-ci est laminaire. Des mesures PIV ont été effectuées afin de caractériser expérimentalement les structures tourbillonnaires. Parallèlement, une simulation numérique 2D est réalisée pour faire la comparaison avec les résultats numériques. D'autres mesures PIV complémentaires ont été menées par le dessus du canal en aval du cylindre afin de détecter une éventuelle tridimensionnalisation de l'écoulement. Lors des mesures, ils ont constaté l'apparition des tourbillons de Von Karman dans le cas d'un écoulement derrière un cylindre dans un milieu confiné. Les résultats expérimentaux sont en bonnes concordances avec les simulations numériques 2D, $Re_{mc} = 90$. Pour des $Re > 180$ les instabilités deviennent très importantes.

Faghani et al (2009) [30] ont étudié l'écoulement et le transfert de chaleur d'un cylindre circulaire à partir d'un gicleur à air isotherme. L'étude s'est établie sur le nombre de Reynolds bas. Ils ont trouvé que le nombre de Nusselt moyen croit avec le nombre de Reynolds. Ainsi, la distance entre le bec et le cylindre a un effet fort sur le transfert de chaleur.

Lam et Zou (2009) [31] ont étudié numériquement et expérimentalement les écoulements turbulents autour du quatre cylindres dans une configuration carrée intégrée avec différents rapports d'espacement choisis. Les résultats obtenus de la fluctuation de vitesse sont avérés similaires aux résultats numériques.

Mahir (2009) [32] a étudié l'écoulement bidimensionnel et tridimensionnel autour d'un cylindre carré placé près d'un mur plat avec un rapport d'espace G/D varié et pour des nombres de Reynolds aussi variables, en utilisant une méthode entièrement implicite, de différence finie des équations Navier –Stokes. Ils ont constaté que la simulation numérique de l'écoulement tridimensionnel prévoit les coefficients de traînée et la racine carrée des coefficients de portance inférieurs que ceux de l'écoulement bidimensionnel. Ils ont conclu que le coefficient de traînée et la racine carrée des coefficients de portance diminuent légèrement aux grands rapports d'espace G/D .

Bruno et al (2009) [33] ont contribué par l'étude à l'analyse tridimensionnelle, de l'écoulement de fluide turbulent, pour un nombre de Reynolds élevé autour d'un cylindre rectangulaire avec un rapport de corde-à-profondeur G . Ils ont trouvé que les paramètres aérodynamiques principaux obtenus par la modélisation numérique sont semblables aux résultats proposés dans la littérature.

Ouestati et al (2010) [34] ont intéressé à la simulation par les différentes formulations de la fonction vorticité pour résoudre l'équation de Navier-stokes. Étudié l'écoulement de fluide régulier et transitoire autour d'un obstacle carré. Ils ont conclu que cette formulation a plusieurs avantages, puisque la limite de pression est éliminée des équations de gouvernement et satisfait automatiquement l'équation de continuité.

Stéphane Mossaz (2011) [35] a étudié expérimentalement et numériquement des écoulements inertiels de fluides à seuil autour d'un cylindre. Il est montré que l'élastoviscoplasticité du fluide retarde l'apparition du régime instationnaire avec détachement de tourbillons. La plasticité a bien sûr une part

prépondérante dans ce comportement, mais l'effet du confinement, de l'indice de la loi puissance et de l'élasticité ne sont pas à négliger. Il a été aussi montré que les conditions d'interface ont une influence prépondérante dans ce régime d'écoulement. Une morphologie particulière de lâches des tourbillons a été observée. Cette morphologie symétrique avec un lâcher de deux tourbillons contrarotatifs simultanés semble être obtenue lorsqu'il y a glissement du fluide sur le cylindre.

Farhoud, et al (2012) [36] ont étudié numériquement l'écoulement instationnaire laminaire autour d'un cylindre circulaire. Ils ont simulé l'écoulement derrière cylindre circulaire par logiciel Fluent. Les paramètres d'écoulement tels que le coefficient de portance, le nombre de Strouhal, angle de séparation et de la pression et les contours de vitesse ont été examinés. Le nombre de Strouhal et coefficient de traînée de cylindre circulaire $Re = 150$ sont 0,187225 et 1,3192723 respectivement. Et aussi, ils ont montré que les paramètres de l'écoulement dans 0 et 180 degrés ont au moins un changement dans la période de temps de vortex et aussi il a été montré que l'amplitude de l'oscillation du coefficient de portance est supérieure à celui du coefficient de traînée, mais la fréquence de l'oscillation du coefficient de traînée est deux fois plus que celle du coefficient de portance.

Jessica Sjah et al (2013) [37] ont modélisé l'écoulement de 2D visqueux autour d'un cylindre fixe par la méthode ASPHODEL. Ils ont conclu que les valeurs des coefficients de traînée due à la seule contribution de la pression (C_{Dp}), coefficient de portance (maximum C_{Lmax} ou valeur efficace C_{Lrms}) due à la seule contribution de la pression, de pression moyenne autour d'un cylindre (C_p) et le nombre de Strouhal (St) issu du coefficient de portance sont donnés.

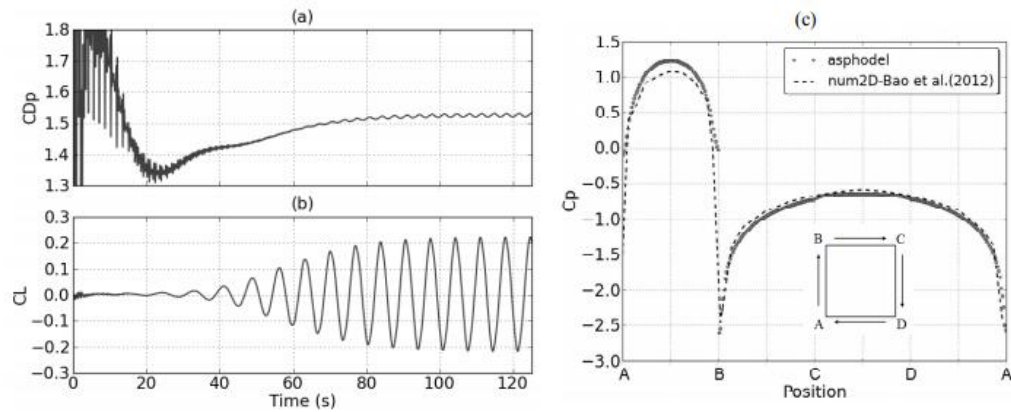


Figure 1.14 : Résultats de : (a) C_{Dp} ; (b) C_L ; (c) C_p moyenne autour d'un cylindre carré comparé aux résultats issus de la littérature pour $Re= 100$ [37].

R.T.Gonçalves et al (2015) [38] ont étudié expérimentalement l'écoulement stationnaire autour de cylindre circulaire avec un rapport d'aspect très faible. Les mesures PIV ont été effectuées dans certains cas de rapport d'aspect, à savoir $L/D = 0,3, 0,5, 1,0$ et $2,0$ pour le nombre de Reynolds égal à 43000 . Les résultats ont montré une diminution des coefficients de force de traînée avec un rapport d'aspect décroissant, ainsi qu'une diminution du nombre de Strouhal avec un rapport d'aspect décroissant. Les mesures du PIV et le PSD des forces ont montré un comportement différent pour les cylindres avec $L/D \leq 0,5$, où les effets de la libre-extrémité étaient prédominants. Les caractéristiques principales de la rue Kármán autour de la longueur majoritaire dans la plage de $0,2 \leq L/D \leq 0,5$, le tourbillon se séparant autour de lui est capable de produire des forces alternées dans la direction transversale. Par conséquent, les forces alternatives n'ont pas été observées dans la direction transversale pour les cylindres avec $L/D \leq 0,2$.

S. Ul. Islam et al (2016) [39] ont étudié l'effet des nombres de Reynolds sur l'écoulement au-delà d'un cylindre carré en présence de plusieurs cylindres de contrôle à divers espacements. Dans cet article, les calculs numériques pour la réduction de traînée et la suppression des tourbillons derrière un cylindre carré sont effectuées en présence de petits cylindres de contrôle placés à la fois en amont et en aval du cylindre principal. Les calculs numériques sont effectués dans les plages de $80 \leq Re \leq 200$ et $0,5 \leq g \leq 6$, (où Re est le nombre de Reynolds et g

est l'espacement entre les cylindres de contrôle et le cylindre carré principal, respectivement) en utilisant un seul temps de relaxation méthode de treillis Boltzmann (SRT-LBM). Ils ont trouvé la réduction maximale de la force de traînée moyenne et de la valeur racine moyenne carré du coefficient de portance. En outre, les applications de SRT-LBM pour la suppression de l'excrétion de vortex et la réduction de la force de traînée sont également discutées.

M. M. Alam et al. (2017) [40] ont simulé numériquement un écoulement autour de quatre cylindres circulaires côte à côte identiques placés perpendiculairement à l'écoulement venant en sens inverse en utilisant la méthode des volumes finis (FVM) à un nombre de Reynolds faible de 100. Les résultats montrent que la force de traînée moyenne les quatre cylindres augmentent exponentiellement avec la diminution (L/D), tout comme la force de poussée répulsive sur les cylindres extérieurs. Les forces de portance sur les cylindres internes sont également répulsives mais très faiblement sensibles à (L/D).

D. L. Gao et al (2017) [41] ont étudié expérimentalement les caractéristiques de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire. La campagne expérimentale a été réalisée dans une soufflerie au nombre de Reynolds de $Re = 2,67 \times 10^4$, en fonction du diamètre du cylindre D et de la vitesse de l'écoulement d'air entrant. Le modèle de test cylindrique est modifié avec une fente parallèle à l'écoulement d'air entrant pour créer un canal de communication d'écoulement entre la stagnation du vent et ses points. Les résultats de l'expérience révèlent qu'une fente contribue à réduire la traînée et à supprimer l'amplitude fluctuante des charges de vent dynamiques agissant sur le modèle d'essai. La tendance changeante dans la réduction de traînée et la suppression de portance avec l'augmentation de la largeur de fente sont également discutées en fonction de la pression de surface et des résultats de mesure de PIV. Les résultats de la mesure PIV démontrent clairement que la fente génère un jet auto-émetteur dans le sillage du cylindre et que le jet passif est efficace pour manipuler le processus de détachement du tourbillon de sillage à partir du cylindre circulaire. Lorsque les tourbillons de jet sont déplacés en aval, ils aident à détacher les couches de cisaillement enroulées des deux côtés du cylindre circulaire. En raison de ce

processus d'interaction dynamique, le modèle antisymétrique de la déformation du tourbillon de sillage d'un cylindre naturel est converti en un mode bistable derrière les cylindres fendus. En conséquence, ils ont observé que la fréquence de détachement par tourbillon sans dimension est commutée à un niveau très bas et un phénomène de bascule est trouvé. Une analyse de stabilité linéaire est ensuite effectuée pour suggérer que la nature intrinsèque de l'écoulement de sillage des cylindres est grandement modifiée avec la mise en place d'une fente.

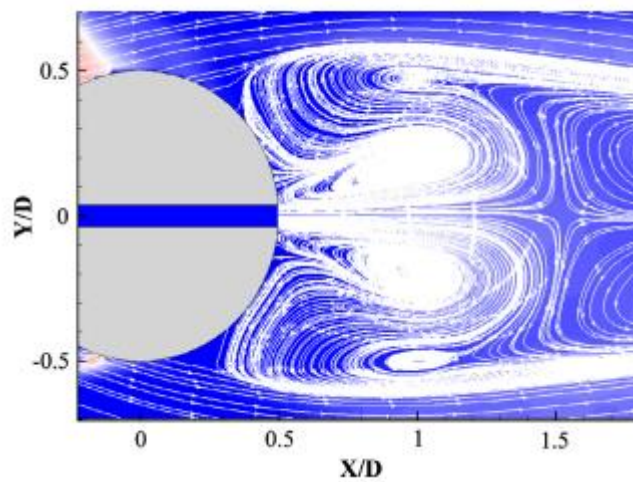


Figure 1.15 : Lignes de courant moyennées proche du cylindre avec $S/D = 0,075$.

Yang-yang Gao et al(2017) [42] Ont fait des simulations numériques de l'écoulement derrière de quatre cylindres en arrangement carré sont effectuées à différents rapports d'espacement ($1.5 \leq L/D \leq 5$, L est la distance entre les centres de deux cylindres, D est le diamètre du cylindre) et les nombres de Reynolds varient entre 100 et 1000. Les effets du rapport d'espacement et du nombre de Reynolds sur les caractéristiques de l'écoulement de sillage sont étudiés, tels que les contours instantanés de la vorticité, les coefficients de force et les fréquences de détachement tourbillonnaire. Les résultats montrent que les caractéristiques d'écoulement derrière les quatre cylindres sont affectées de manière significative par les rapports d'espacement et des nombres de Reynolds. Au même rapport d'espacement, la transformation du diagramme d'écoulement est avancée rapidement avec l'augmentation des nombres de Reynolds, les valeurs des coefficients de force fluctuent de manière correspondante avec une grande

amplitude, et la fréquence de détachement tourbillonnaire augmente significativement avec le nombre de Reynolds.

Q. Zhai et al (2017) [43] ont étudié numériquement l'écoulement derrière de deux cylindres triangulaires oscillants placé transversalement en tandem dans un écoulement uniforme à un nombre de Reynolds $Re = 100$. Les équations de Navier-Stokes incompressibles dans la formulation arbitraire-lagrangienne-eulérienne sont résolues par la méthode des éléments finis fractionnaires en quatre étapes. Les deux cylindres oscillent en phase et leurs mouvements sont limités à de faibles amplitudes avec une large gamme de fréquence. Cette étude se concentre sur deux espacements typiques entre les deux cylindres, correspondant à un régime de suppression des tourbillons (VS) et un régime de formation de tourbillon (VF) respectivement pour l'écoulement derrière de deux cylindres stationnaires. Les résultats numériques montrent que les caractéristiques de réponse de deux cylindres sont significativement affectées par l'espacement, l'amplitude d'oscillation et la fréquence.

Hyung Suk Kim et al (2017) [44] Ont présenté une étude numérique sur l'écoulement et l'affouillement local autour du deux cylindres identiques avec différents rapports d'espacement (s/D) et angles d'alignement (α). Le rapport d'espacement de centre-à-centre entre les cylindres (s) au diamètre du cylindre (D) varie de 1,25 à 5,0, y compris les cinq angles d'alignement à distance de 0° à 90° . Les résultats calculés montrent que la profondeur d'affouillement est associée au rapport d'espacement et aux angles d'alignement, en particulier au niveau du cylindre arrière. Pour les petits angles d'alignement, le taux de croissance au niveau du cylindre arrière augmente à mesure que le rapport d'espacement augmente, en raison d'une diminution de l'effet de détachement. Lorsque l'angle d'alignement augmente, la profondeur d'affouillement autour du cylindre arrière augmentée jusqu'à ce que l'angle α atteint environ 45° - 60° . La profondeur d'affouillement a diminué avec l'angle d'alignement. Il a également révélé que le rapport d'espacement était plus sensible à l'affouillement maximal que celui de l'angle d'alignement.

1.7 Conclusion :

L'étude bibliographique qu'on a présentée montre que l'écoulement autour d'un cylindre est fortement contrôlé par les paramètres adimensionnels, tels que le nombre de Reynolds, pour déterminer le régime d'écoulement, le nombre de Strouhal pour l'intensité de détachement, et les rapports d'aspect (L/D) et (G/D).

Alors l'étude de l'écoulement autour d'un cylindre ou de deux cylindres placés en arrangement transversal avec la présence de la paroi solide reste incomplète, ceci on a incité pour développer ce thème de recherche.

Dans ce travail, on propose des simulations numériques d'écoulement autour d'un cylindre proche d'une paroi solide, et d'autres pour d'écoulement autour de deux cylindres placé cote à cote proche d'une paroi solide.

Les problèmes physiques et la formulation mathématique des modèles proposés seront présentés dans le prochain chapitre.

CHAPITRE 2

PROBLEMES PHYSIQUES ET FORMULATIONS MATHEMATIQUES

2.1 Introduction :

Dans ce chapitre, on va présenter les trois modèles physiques considérés : écoulement autour d'un cylindre, écoulement autour d'un cylindre proche d'une paroi solide, et écoulements autour de deux cylindres en arrangement transversal proche d'une paroi solide, ainsi les équations modélisant le phénomène. Ces équations mettent en évidence le comportement des fluides (cas de régime stationnaire, et instationnaire). Elles sont fondées selon les lois physiques : de la conservation de masse (continuité), et de la quantité de mouvement (les équations de Navier-Stokes). Les écoulements considérés sont bidimensionnelles laminares, stationnaires et instationnaires d'un fluide incompressible, sans transfert de chaleur. Les équations traduisant la continuité de masse et de quantité de mouvement régissant de tels écoulements avec les simplifications nécessaires sont décrites ci-dessous.

2.2 Description des problèmes et formulations mathématiques :

2.2.1 Modèle N° 1 : écoulement autour d'un cylindre :

La configuration géométrique traitée est présentée figure 2.1, l'écoulement autour d'un obstacle cylindrique de deux dimensions, a été étudié. Le domaine de calcul est surface de dimension 50 m x 40 m avec une entrée, une sortie et deux côtés latéraux. Figure (2.1), est un écoulement autour d'un cylindre similaire à celui de Meneghini et al. (2001)[45].

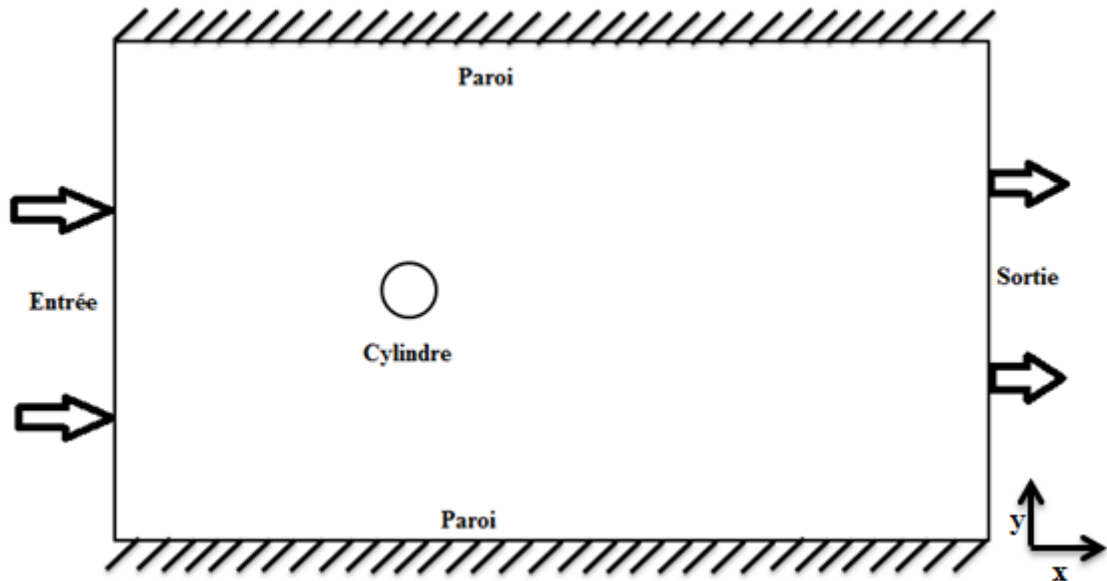


Figure 2.1: Modèle physique de l'écoulement autour d'un cylindre.

2.2.1.1 Formulation mathématique :

La résolution d'un problème d'écoulement autour d'un cylindre consiste à déterminer les champs de vitesses, de pression et de vorticité en chaque point du domaine occupé par le fluide. Pour cela, nous devons établir les équations de conservations régissant le problème. Ces équations sont déduites des principes fondamentaux de conservation de la masse, et de la quantité de mouvement. Les équations de conservation qui régissent cet écoulement autour d'un cylindre en coordonnées cartésiennes s'écrivent :

➤ Équation de conservation de masse :

L'équation de continuité exprime le principe de la conservation de la masse d'un fluide en mouvement. Dans un volume élémentaire, la masse du fluide prélevé ou injecté est égale à la somme de la variation de la masse du fluide durant un intervalle de temps élémentaire traversant ce domaine, s'écrit [46]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

➤ Équation de quantité de mouvement :

La loi de conservation de quantité de mouvement traduite par les équations de Navier Stokes exprime tout simplement la loi fondamentale de la dynamique à un fluide newtonien. Les équations de quantité de mouvement écrites selon x, y, et z sont les suivantes [46]:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u u}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v}{\partial y} + \frac{\partial \rho u w}{\partial z} = \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho v u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v v}{\partial y} + \frac{\partial \rho v w}{\partial z} = \rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{\partial \rho w u}{\partial x} + \frac{\partial \rho w v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w w}{\partial z} = \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.4)$$

Où :

g_x, g_y, g_z : Composantes de l'accélération dues à la pesanteur ;
 μ : Viscosité dynamique.

2.2.1.2 Hypothèses simplificatrices :

Afin d'aborder la résolution des équations régissant l'écoulement autour d'un cylindre, relatif à la géométrie déjà montrée, on va adopter les hypothèses de simplifications suivantes :

- L'écoulement est stationnaire.
- L'écoulement est bidimensionnel.
- L'écoulement est incompressible.
- Le fluide est visqueux.
- Absence de transfert de chaleur.

Compte tenu des hypothèses précédentes, les équations de base régissant l'écoulement dans le cas stationnaire sont données respectivement par :

✓ *Equation de continuité :*

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.5)$$

✓ *Les équations de quantité de mouvement écrites suivant x et y sont :*

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.6)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.7)$$

Et dans le cas instationnaire les équations sont données par :

✓ *Equation de continuité :*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.8)$$

✓ *Les équations de quantité de mouvement écrites suivant x et y sont :*

$$\overbrace{\rho \left(\underbrace{\frac{\partial u}{\partial t}}_{\text{instationnaire}} + \underbrace{u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}}_{\text{convectif}} \right)}^{\text{force d'inertie}} = \overbrace{\left(\underbrace{- \frac{\partial P}{\partial x}}_{\text{pression}} + \underbrace{\mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)}_{\text{terme visqueux}} \right)}^{\text{force appliquées}} \quad (2.9)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.10)$$

2.2.1.3 Conditions initiales et aux limites :

Les conditions initiales prises pour chaque lancement de calculs étant la solution obtenue par le calcul antécédent ; toutefois pour la première exécution, on a supposé que :

✓ **Composantes de vitesse [47]**

$$u = 0 ;$$

$$v = w = 0 \text{ m.s}^{-1}$$

✓ **Pression**

$$P_{\text{relative}} = 0 \text{ Pa.}$$

Les conditions aux limites et les dimensions pour l'écoulement stationnaire et instationnaire sont :

Le domaine de calcul est une surface de $25D \times 20D$, à l'entrée, le nombre de Reynolds $Re = 100$, La masse volumique $\rho = 1.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, la vitesse $V = 20 \text{ m/s}$, Et $\partial p / \partial x = 0$; Le long de la frontière de sortie, la condition de limite de sortie libre est $\partial u / \partial x = 0$, $\partial v / \partial x = 0$ et $P = 0 \text{ Pa}$. Il existe une condition de limite sans glissement à la surface du cylindre: $u = 0$ et $v = 0$; aux parois planes, il existe une condition de limite sans glissement: $u = 0$, $v = 0$ et $\partial p / \partial y = 0$; Et le long de la limite supérieure, il existe une condition de frontière symétrique: $\partial u / \partial y = 0$, $v = 0$, and $\partial p / \partial y = 0$.

En récapitulation, ces conditions aux limites visualisées schématiquement sur la Figure (2.2) :

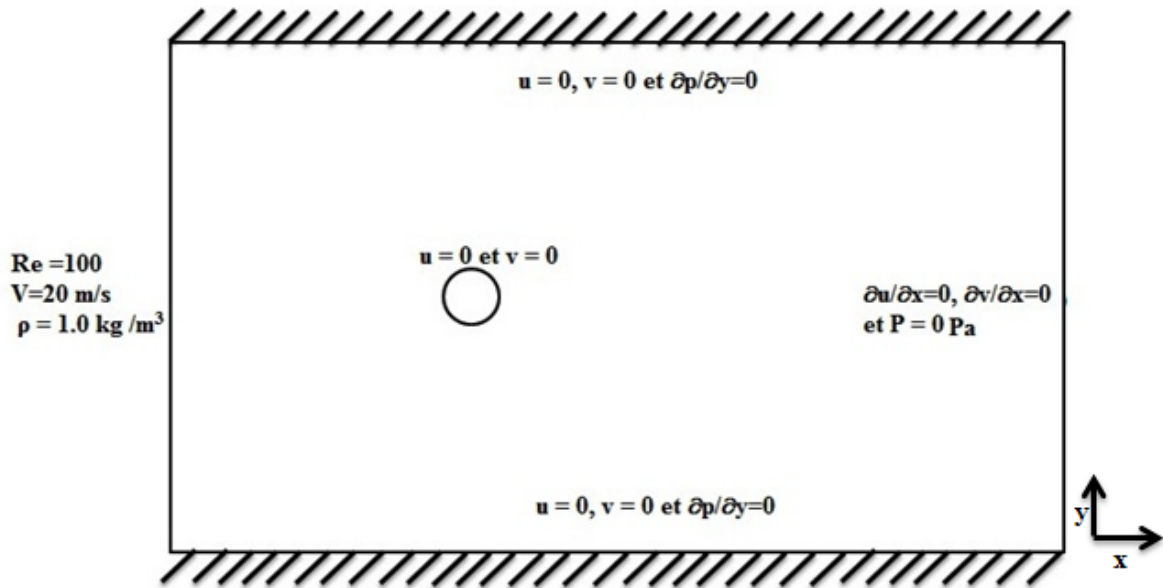


Figure 2.2 : Conditions aux limites de modèle N°1 [47].

2.2.2 Modèle N° 2 : écoulement autour d'un cylindre proche d'une paroi :

La géométrie considérée est schématisé sur la figure (2.3), il s'agit d'un cylindre proche d'une paroi solide de rapport d'aspect entre eux (G/D), tel que ce rapport prend les valeurs $G/D=0.25, 0.5, 1.0, 2.0, 3.0$ et 4.0 , et on a étudié l'effet de la distance paroi-cylindre sur l'apparition de l'allée tourbillonnaire de Bénard-Von Karman le cas l'écoulement instationnaire (détachement tourbillonnaire).

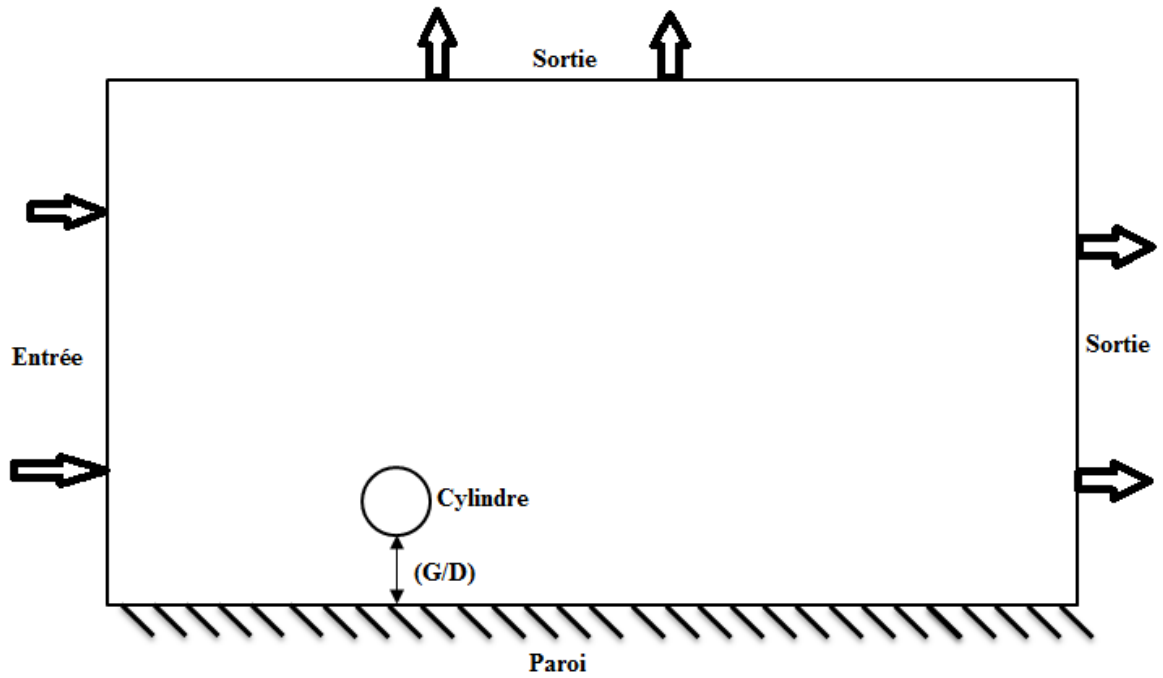


Figure 2.3: Modèle physique de l'écoulement autour d'un cylindre proche d'une paroi.

2.2.2.1 Formulation mathématique :

En adoptants les hypothèses simplificatrices précédentes, sauf que l'écoulement est instationnaire, les équations de conservation qui régissent cet écoulement en coordonnées cartésiennes en 2D s'écrivent [46]:

✓ **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.11)$$

✓ **Les équations de quantité de mouvement écrites suivant x et y sont :**

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \quad (2.12)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \quad (2.13)$$

2.2.2.2 Conditions initiales et aux limites :

Les conditions initiales pour ce modèle sont :

✓ **Composantes de vitesse** [45, 46]

$$u = U ;$$

$$v = w = 0 \text{ m.s}^{-1}$$

✓ **Pression**

$$P_{\text{relative}} = 0 \text{ Pa.}$$

Les conditions aux limites et les dimensions pour l'écoulement instationnaire proche d'une paroi solide sont :

Le domaine de calcul à une surface de $25D \times 50D$, une paroi placée proche d'un cylindre à un rapport d'aspect (G/D), voir la figure (2.4). Les conditions aux limites sont les suivantes: à l'entrée :

- ✓ La viscosité $\mu = 8.899 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$,
- ✓ La masse volumique $\rho = 997 \text{ kg .m}^{-3}$,
- ✓ Nombre de Reynolds $Re = 200$,
- ✓ $\partial p / \partial x = 0$;

Le long de la frontière de sortie, la condition de limite de sortie libre est $\partial u / \partial x = 0$, $\partial v / \partial x = 0$ et $P = 0 \text{ Pa}$; Il existe une condition de limite sans glissement à la surface du cylindre: $u = 0$ et $v = 0$; À la paroi plane, il existe une condition de limite sans

glissement: $u = 0, v = 0$ et $\partial p/\partial y=0$; Et le long de la limite supérieure, il existe une condition de frontière symétrique: $\partial u/\partial y=0, v = 0,$ and $\partial p/\partial y=0$.

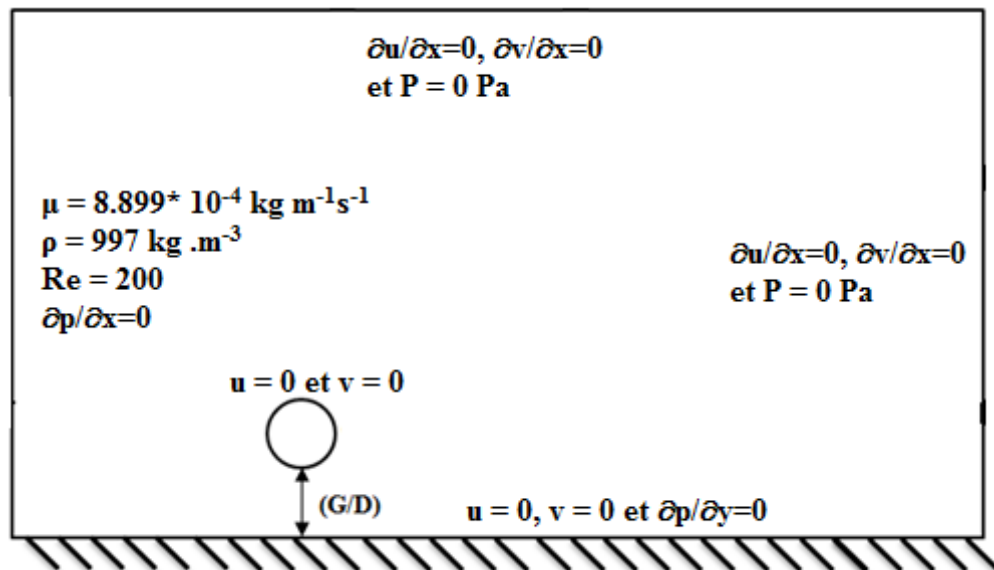


Figure 2.4 : Conditions aux limites de modèle N° 2.

2.2.3 Modèle N° 3 : écoulement autour de deux cylindres en arrangement transversal proche d'une paroi solide

Le problème physique est présenté sur la figure (2.5), deux cylindres circulaires en arrangement transversal similaire à ceux similaires de Meneghini et al. (2001) [45], Surmas et al. (2004) [48] et Ana Lucia F. et al. (2007) [49], dont le rapport d'aspect entre les deux cylindres (L/D), variée entre 0.5 et 4.0, puis nous avons placé une paroi solide, et on a varié le rapport d'aspect entre le cylindre inférieur et paroi (G/D), les valeurs de (G/D) égale à 1.5, 2.0, 3.0, et 4.0.

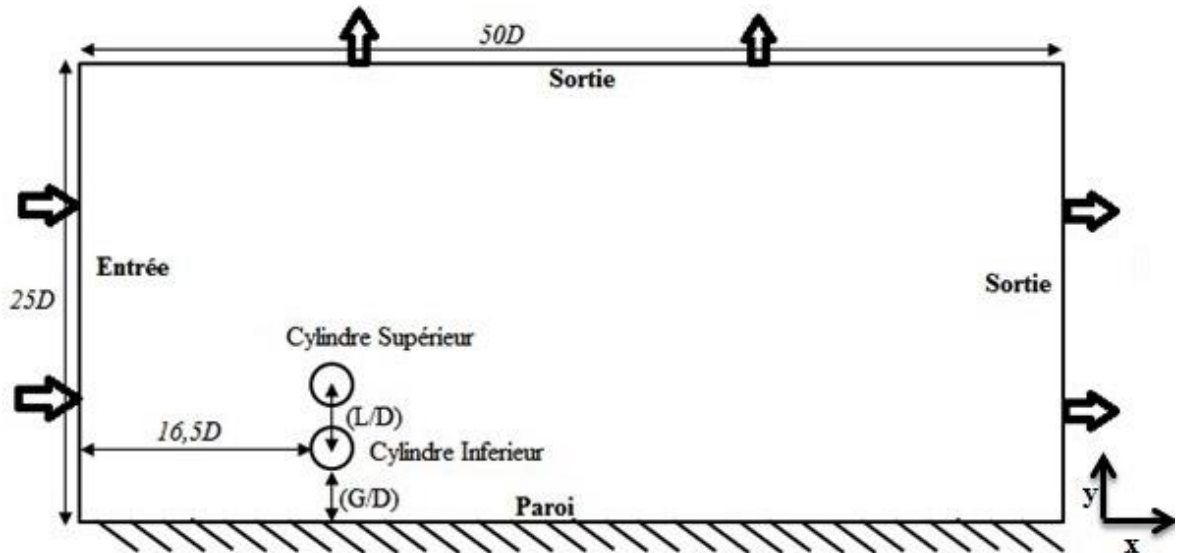


Figure 2.5: Modèle physique de l'écoulement autour de deux cylindres en arrangement transversal proche d'une paroi solide.

2.2.3.1 Formulation mathématique :

On applique les mêmes hypothèses de simplification que l'état d'écoulement autour d'un cylindre proche d'une paroi solide, pour cela les équations de conservation qui régissent cet écoulement en coordonnées cartésiennes en 2D dans le cas instationnaire s'écrivent sous la forme suivante [46] :

✓ **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.14)$$

✓ **Les équations de quantité de mouvement écrites suivant x et y sont :**

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.15)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \quad (2.16)$$

2.2.3.2 Conditions initiales et aux limites :

Les conditions initiales pour ce modèle sont :

✓ Composantes de vitesse

$$u = U;$$

$$v = w = 0 \text{ m.s}^{-1}$$

✓ Pression

$$P_{\text{relative}} = 0 \text{ Pa.}$$

Les conditions aux limites sont les suivantes:

- ✓ À l'entrée, la viscosité $\mu = 8.899 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$,
- ✓ La masse volumique $\rho = 997 \text{ kg .m}^{-3}$,
- ✓ Nombre de Reynolds $Re = 200$, $\partial p/\partial x=0$;

Le long de la frontière de sortie, la condition de limite de sortie libre est $\partial u/\partial x=0$, $\partial v/\partial x=0$ et $P = 0 \text{ Pa}$; Il existe une condition de limite sans glissement à la surface du cylindre: $u = 0$ et $v = 0$; À la paroi plane, il existe une condition de limite sans glissement: $u = 0$, $v = 0$ et $\partial p/\partial y=0$; le long de la limite supérieure, il existe une condition de frontière symétrique: $\partial u/\partial y=0$, $v = 0$, and $\partial p/\partial y=0$.

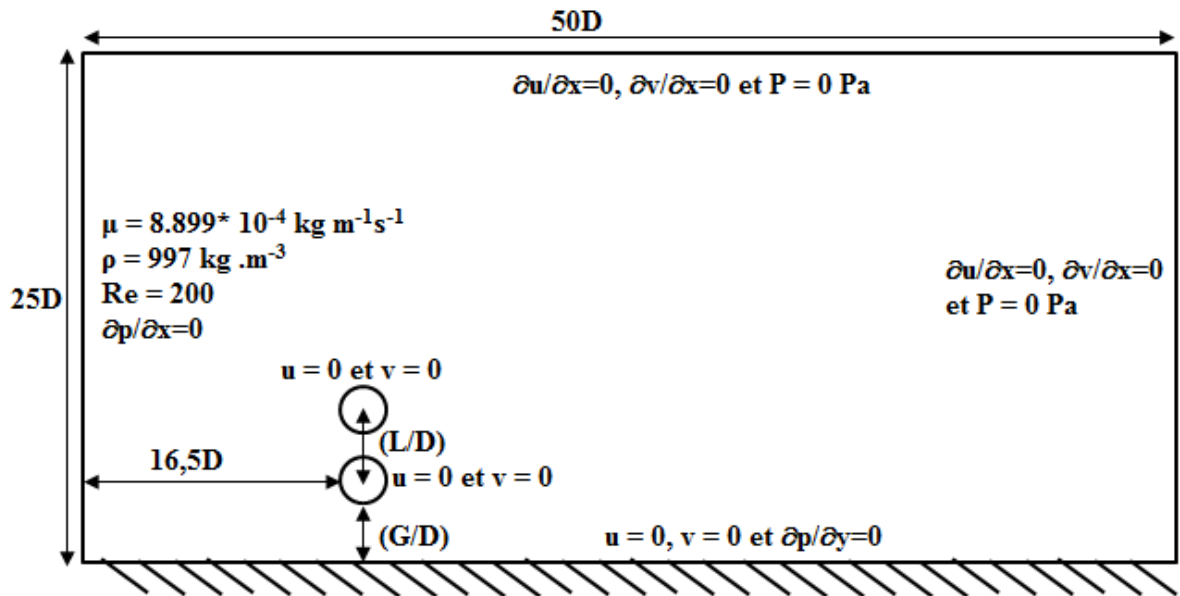


Figure 2.6 : Conditions aux limites de modèle N° 3.

2.3 Conclusion:

Dans ce chapitre, on a présenté les trois modèles physiques considérés : écoulement autour d'un cylindre similaire à celui Meneghini et al. (2001)[45], écoulement autour d'un cylindre proche d'une paroi solide, et écoulement autour de deux cylindres placé en arrangement transversal, puis on a placé une paroi solide proche de cylindre inférieur.

Les systèmes des équations gouvernantes, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites associées sont également présentés en détails.

- La résolution analytique de ces équations de conservation est pratiquement impossible.
- Les non-linéarités dans les équations sont principalement à l'origine des difficultés pour obtenir une solution analytique.

Pour cela, on va utiliser des méthodes numériques pour la résolution des équations du modèle mathématique.

Dans le présent travail, la méthode des éléments finis est choisie pour la discrétisation des équations.

CHAPITRE 3

SIMULATION DU PROBLEME DYNAMIQUE

3.1 Introduction :

Dans ce chapitre, on va exposer la méthode des éléments, c'est la méthode de résolution des équations de Navier-Stokes pour un fluide. La méthode des éléments finis est très générale et possède une base mathématique rigoureuse qui est fort utile, même sur le plan très pratique. En effet, cette base mathématique permet de prévoir jusqu'à un certain point la précision de notre approximation et même d'améliorer cette précision, via les méthodes adaptatives.

Comme on a exposé au chapitre précédent, les équations régissant le phénomène étudié sont des équations aux dérivées partielles (EDP) non-linéaire, dont la résolution analytique ne peut être possible au moyen des outils d'analyse mathématique contemporain. Mais une solution numérique peut être possible en transformant ces équations différentielles en système algébriques linéaires par une méthode de discrétisation avant de résoudre ce système par des méthodes directes ou par itérations. Pour la présente étude, nous avons choisi la méthode des éléments finis pour discrétiser les équations du modèle mathématique.

La méthode des éléments finis (MEF) emploie la forme intégrale des équations de transport comme son point de départ. Le domaine de solution est subdivisé en un nombre fini d'éléments contigus et les équations de conservation sont appliquées à chaque élément.

La méthode (MEF) peut accommoder n'importe quel type de maillage, même pour les géométries complexes. L'approche de la méthode (MEF) est peut-être la plus simple à comprendre et à programmer. Tous les termes qui doivent être approchés ont la signification physique pour cela on a choisi cette méthode.

3.2 Processus d'analyse :

De façon générale, les différentes étapes d'analyse d'un problème physique s'organisent suivant le processus schématisé par la figure 3.1. Nous partons d'un problème physique. Le cadre précis de l'étude est défini par les hypothèses simplificatrices qui permettent de déterminer le modèle mathématique approprié. La difficulté pour l'ingénieur est de savoir choisir parmi les lois de la physique, celles dont les équations traduiront avec la précision voulue la réalité du problème physique. Un bon choix doit donner une réponse acceptable pour des efforts de mise en œuvre non prohibitifs [50].

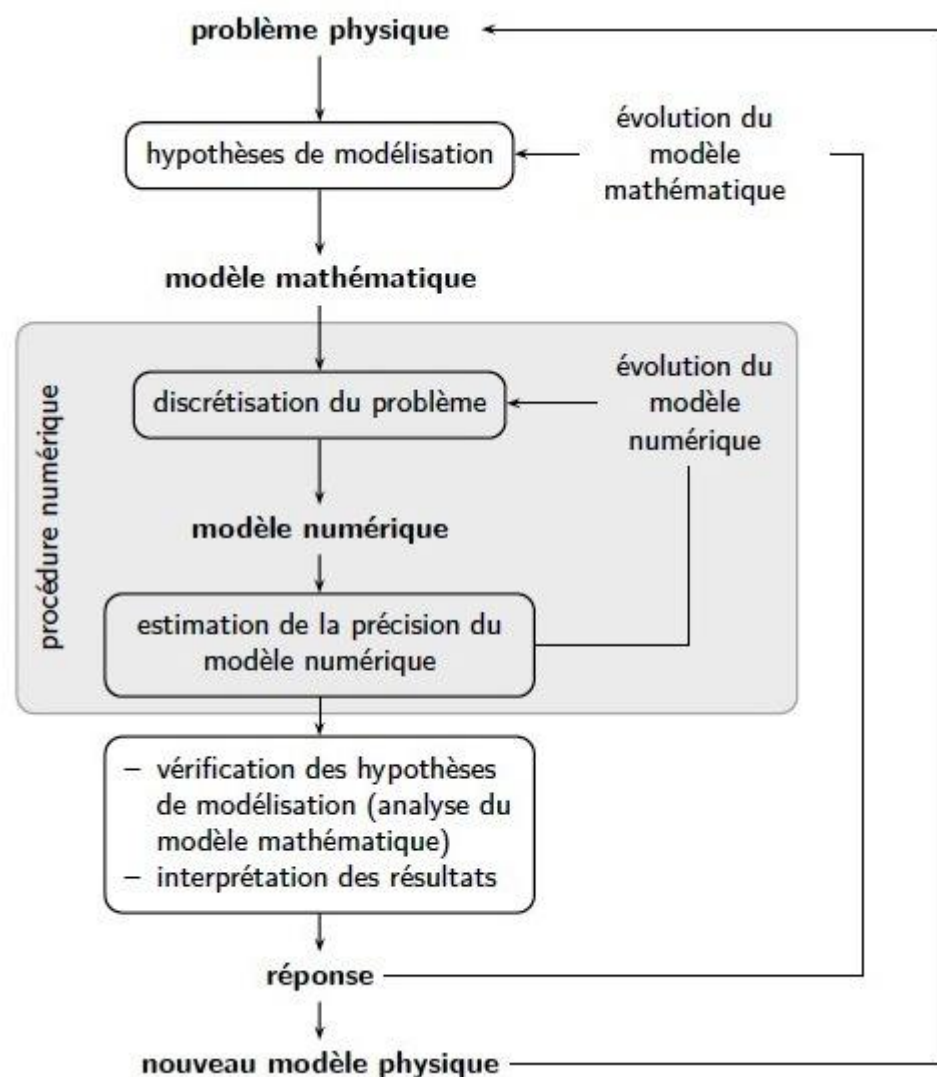


Figure 3.1 : Processus d'analyse utilisant un modèle numérique [50].

Il y a trois approches principales pour construire une solution approximative basée sur le concept de la MEF [51]:

- **Approche directe** : Cette approche est employée pour des problèmes relativement simples, et elle sert généralement comme moyen pour expliquer le concept de la FEA et ses étapes importantes.
- **Résidus pondérés** : C'est une méthode souple et polyvalente, Cette approche utilise directement les équations différentielles relatives, telles que celles du transfert de chaleur et de la mécanique des fluides.

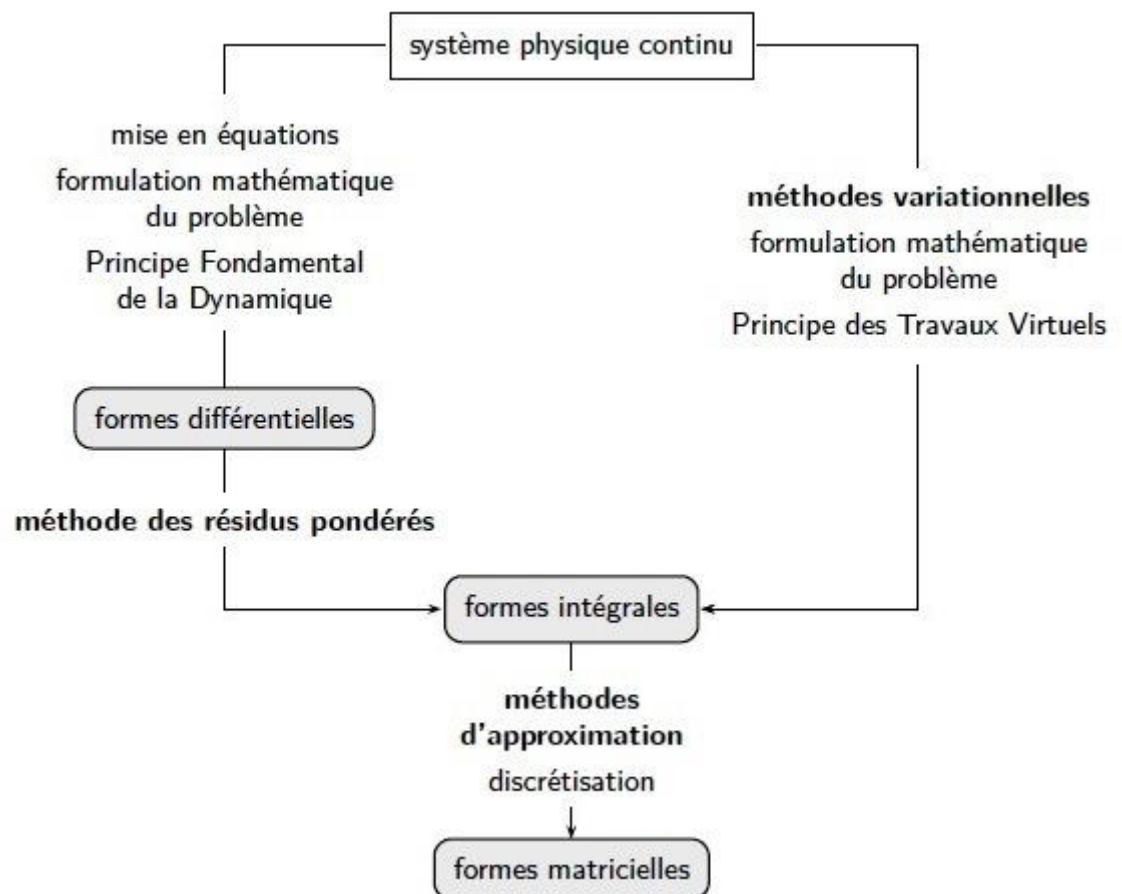


Figure 3.2 : Vue synthétique des méthodes d'approximation [50]

- **Approche variationnelle** : Cette approche est basée sur le calcul des variations, qui est caractérisée par un fonctionnel. Ce fonctionnel correspond à l'énergie potentielle dans la mécanique de la structure.

Dans cette méthode, la transformation du problème d'ingénierie pratique à une représentation mathématique est réalisée en discrétisant le domaine à étudier par des éléments (sous-domaines). Ces éléments sont reliés entre eux par leurs nœuds « communs ». Selon la géométrie et la nature physique du problème, le domaine à étudier peut être discrétisé en utilisant des éléments linéaires, surfaciques, ou volumiques. Des éléments de base utilisés dans la MEF sont montrés sur la figure (3.3) [52].

Chaque élément, identifié par un numéro d'élément est défini par une séquence spécifique de numéros de nœuds globaux. La séquence spécifique (généralement dans le sens contraire de la rotation des aiguilles d'une montre) est basée sur le nœud de numérotation au niveau de l'élément [52].

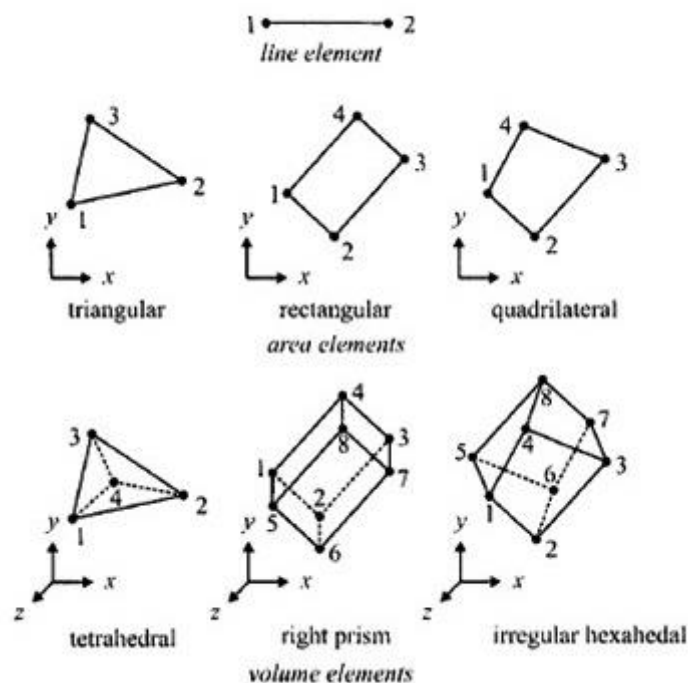


Figure 3.3 : Description des éléments avec le nombre des nœuds (linéaires, surfaciques, et volumiques) [52]

3.3. La méthode de résolution pour le fluide [53] :

Les écoulements non visqueux idéalisés par l'intermédiaire de la fonction de l'écoulement ou de la fonction potentielle de vitesse peuvent indiquer l'information valable dans beaucoup de cas. Puisque aucun fluide n'est vraiment non visqueux, l'exactitude de ces analyses avec l'augmentation de viscosité d'un vrai fluide n'est pas atteinte. Pour illustrer cet effet (et les complications surgissant de la viscosité) nous examinons maintenant l'application de la méthode des éléments finis à la classe restreinte des écoulements visqueux incompressibles.

Les présentations et les restrictions applicables aux développements suivants sont :

1. l'écoulement peut être considéré bidimensionnel.
2. pas de transfert de chaleur.
3. l'écoulement est régulier en ce qui concerne le temps.

Dans ces conditions, Navier-Stocks ont mis des équations représentant la conservation de quantité de mouvement :

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial p}{\partial x} = F_{Bx} \quad (3.1)$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} - \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial p}{\partial y} = F_{By}$$

Où :

u, v : Sont les vitesses suivantes x et y respectivement.

ρ : La masse volumique du fluide,

p : La pression,

μ : La viscosité absolue du fluide,

F_{Bx}, F_{By} : Les forces du corps par unité de volume dans les directions x et y respectivement.

Noter soigneusement que la non linéarité de l'équation (3.1) est dû à la présence des limites convertibles avec l'inertie de la forme $\rho u \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)$ avant le traitement des limites non linéaires directement en ce moment, nous considérons d'abord le cas spécial suivant :

Pour un écoulement d'un fluide ou la viscosité est très petite, le terme de l'inertie (c.-à-d. le terme non linéaire précède) peut être négligeable dans la comparaison avec l'effet de la viscosité.

Tels écoulements sont connus par les écoulements de stocks (ou écoulement de rampement), sont généralement produits dans le processus de la grande viscosité du fluide, comme les polymères fondus. Négligeant les limites d'inertie, les équations de quantité de mouvement deviennent :

$$\begin{aligned} -\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial p}{\partial x} &= F_{Bx} \\ -\mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial p}{\partial y} &= F_{By} \end{aligned} \quad (3.2)$$

L'équation (3.2), les conditions aux limites et l'équation de continuité forment un système de trois équations dont on a trois inconnus : $u(x, y), v(x, y)$ et $p(x, y)$. par conséquent, une formulation d'éléments finis inclut trois variables nodales, et leurs discrétisations sont comme suite:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= \sum_{i=1}^M N_i(x, y) u_i = [N]^T \{u\} \\ v(x, y) &= \sum_{i=1}^M N_i(x, y) v_i = [N]^T \{v\} \\ p(x, y) &= \sum_{i=1}^M N_i(x, y) p_i = [N]^T \{p\} \end{aligned} \quad (3.3)$$

L'application de la méthode de GALERKIN pour les éléments finis en deux dimensions (assumés pour avoir l'épaisseur uniforme d'unité dans la direction du z) rapporte les équations résiduelles :

$$\begin{aligned} \int_{A^{(e)}} N_i \left(-\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial P}{\partial x} - F_{Bx} \right) dA &= 0 \\ \int_{A^{(e)}} N_i \left(-\mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial P}{\partial y} - F_{By} \right) dA &= 0 \quad i = 1, M \quad (3.4) \\ \int_{A^{(e)}} N_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dA &= 0 \end{aligned}$$

Pendant que les procédures exigées pour obtenir les diverses matrices d'élément sont couvertes en détail dans les développements précédents, nous n'examinons pas l'équation (3.4) entièrement. Au lieu de cela, seules quelques limites représentatives sont développées et les résultats sont énoncés par inférence.

D'abord, considérons le terme visqueux contenir le dérivé en second lieu spatial du composant de vitesse comme :

$$- \int \mu N_i \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) dA = 0 \quad i = 1, M \quad (3.5)$$

Celle-ci peut être exprimée aussi par :

$$- \int_{A^{(e)}} \mu \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(N_i \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_i \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] dA + \int_{A^{(e)}} \mu \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right) dA \quad i = 1, M \quad (3.6)$$

L'application du théorème de Green-Gauss sur la première intégrale dans l'expression (3.6) donne :

$$- \int_{A^{(e)}} \mu \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(N_i \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_i \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] dA = - \int_{S^{(e)}} \mu N_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} n_x + \frac{\partial u}{\partial y} n_y \right) dS \quad i = 1, M \quad (3.7)$$

Où

$S^{(e)}$: est la frontière de l'élément

(n_x, n_y) : sont les composantes du vecteur normal extérieur d'unité à la frontière.

Par conséquent, l'intégrale dans l'expression (3.7) devient :

$$-\int_{A^{(e)}} \mu N_i \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) dA = -\int_{S^{(e)}} \mu N_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} n_x + \frac{\partial u}{\partial y} n_y \right) dS + \int_{A^{(e)}} \mu \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right) dA \quad (3.8)$$

Noter que le premier terme du côté droit de l'équation (3.8) représente une limite nodale de force de frontière pour l'élément. Une telle limite résulte de l'effort de cisaillement. Car nous avons observé beaucoup de fois, l'annulation de ses limites sur des frontières d'internement et doivent être considérées seulement sur les frontières globales 'un modèle d'élément finis. Par conséquent, ses limites sont considérées seulement dans l'étape d'assemblage.

La deuxième intégration dans l'équation (3.8) est une partie de la matrice de rigidité pour le problème liquide. Et comme la limite est liée à la vitesse suivante x et à la viscosité, on dénote cette partie de la matrice $[k_{u\mu}]$. rappelons que l'équation (3.8) représente M équation. L'intégrale est convertie en matrice d'employer le premier de l'équation (3.3) pour obtenir :

$$\int_{A^{(e)}} \mu \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right) dA \{u\} = [k_{u\mu}] \{u\} \quad (3.9)$$

Employer la même approche avec la seconde de l'équation (3.4), les résultats sont semblables. Nous obtenons le résultat analogue :

$$-\int_{A^{(e)}} \mu N_i \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) dA = -\int_{S^{(e)}} \mu N_i \left(\frac{\partial v}{\partial x} n_x + \frac{\partial v}{\partial y} n_y \right) dS + \int_{A^{(e)}} \mu \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right) dA \quad (3.10)$$

Procèdent comme avant, nous mettons en boîte les intégrales de secteur du côté droit comme :

$$\int_{A^{(e)}} \mu \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right) dA \{v\} = [k_{v\mu}] \{v\} \quad (3.11)$$

Vu après la pression les limites et convertir en (3.4) mène à la notation de matrice, la première de l'équation vaut :

$$\int_{A^{(e)}} [N]^T \frac{\partial [N]}{\partial x} dA \{p\} = [k_{px}] \{p\} \quad (3.12)$$

Et pareillement, le deuxième terme de quantité de mouvement contient :

$$\int_{A^{(e)}} [N]^T \frac{\partial [N]}{\partial y} dA \{p\} = [k_{py}] \{p\} \quad (3.13)$$

Les composants nodaux de force correspondent à la force des corps sont aisément montrés pour être donnés par :

$$\{f_{Bx}\} = \int_{A^{(e)}} [N]^T F_{Bx} dA \quad (3.14)$$

$$\{f_{By}\} = \int_{A^{(e)}} [N]^T F_{By} dA$$

Combinant la notation développée dans l'équation (3.9)- (3.14), l'équation de quantité de mouvement pour l'élément finis sera :

$$[k_{u\mu}] \{u\} + [k_{px}] \{P\} = \{f_{Bx}\} + \{f_{x\tau}\} \quad (3.15)$$

$$[k_{v\mu}] \{v\} + [k_{py}] \{P\} = \{f_{By}\} + \{f_{y\tau}\}$$

Ou, pour la perfection, les forces nodales correspondant aux frontières d'élément finis d'intégrales $S^{(e)}$ dans les équations (3.8) et (3.10) ont été incluses.

En conclusion, l'équation de continuité est exprimée en termes de vitesses nodales en matrices comme :

$$\int_{A^{(e)}} [N]^T \frac{\partial [N]}{\partial x} dA \{u\} + \int_{A^{(e)}} [N]^T \frac{\partial [N]}{\partial y} dA \{v\} = [k_u] \{u\} + [k_v] \{v\} = 0 \quad (3.16)$$

Où :

$$[k_u] = [k_{px}] \int_{A^{(e)}} [N]^T \frac{\partial [N]}{\partial x} dA \quad (3.17)$$

$$[k_v] = [k_{py}] \int_{A^{(e)}} [N]^T \frac{\partial [N]}{\partial y} dA$$

Comme il est formulé ici, les équations (3.15) et (3.16) sont un système des équations algébriques de $3M$ régissant les valeurs nodales $3M$ inconnues $\{u\}$, $\{v\}$, $\{p\}$ et peuvent être exprimés formellement comme le système suivant :

$$\begin{bmatrix} [k_{u\mu}] & [0] & [k_{px}] \\ [0] & [k_{v\mu}] & [k_{py}] \\ [k_u] & [k_v] & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{v\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_{Bx}\} \\ \{f_{By}\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \Rightarrow [k^{(e)}] \{\delta^{(e)}\} = \{f^{(e)}\} \quad (3.18)$$

$[k^{(e)}]$: Représente la matrice de rigidité de l'élément. Noter bien que la matrice de rigidité d'élément se compose de neuf sous matrices de $M \times M$, et bien que les différents sous matrices soient symétriques, la matrice de rigidité n'est pas symétrique.

Le développement menant à l'équation (3.18) est basé sur l'évaluation des composants de la pression et de la vitesse au même nombre de nœuds. Ce n'est pas nécessairement le cas pour un élément liquide. Une recherche informatique montre qu'une meilleure exactitude est obtenue si les composants de vitesse sont évalués à un plus grand nombre de nœuds que de pression. En d'autres termes, les composants de vitesse sont discrétisés en utilisant la fonction évoluée d'interpolation que la variable de pression. Par exemple, des six nœuds d'éléments triangulaires quadratiques pourraient être employés pour des vitesses, alors que la variable de pression est interpolée seulement aux nœuds faisant le

coin, pour cela, l'interpolation linéaire est suffisante. Dans ce cas, l'équation (2.28) ne se tient pas.

L'arrangement des équations et la définition associée de la matrice de rigidité de l'élément dans l'équation (3.18) est basé sur l'ordonner des variables nodales comme :

$$\{\delta\}^T = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ v_1 \ v_2 \ v_3 \ p_1 \ p_2 \ p_3] \quad (3.19)$$

(En utilisant un élément de trois nœuds, par exemple). Une telle commande est bien adaptée pour illustrer le développement des équations de l'élément. Cependant, si les équations globales pour un modèle à plusieurs éléments sont assemblées et les variables nodales globales sont pareillement passées commande, c a d,

$$\{\Delta\}^T = [U_1 \ U_2 \ \dots \ V_1 \ V_2 \ \dots \ P_1 \ P_2 \ \dots \ P_N] \quad (3.20)$$

Les conditions informatiques sont prohibitivement inefficaces, parce que la rigidité globale a une grande largeur de bande. D'autre part, si les variables nodales sont commandées comme :

$$\{\Delta\}^T = [U_1 \ V_1 \ P_1 \ U_2 \ V_2 \ P_2 \ \dots \ U_N \ V_N \ P_N] \quad (3.21)$$

L'efficacité informatique est considérablement améliorée, car la largeur de bande de la matrice est sensiblement réduite. Pour une discussion plus détaillée des matrices réunies et des techniques informatiques associées.

3.4. Résolution par ANSYS CFX :

Dans ce qui suit, seront décrites la construction de la géométrie de chaque cas étudié, la génération de son maillage ainsi que l'incorporation des conditions aux limites telles qu'elles ont été élaborées dans le solveur CFX.

3.4.1 Présentation du logiciel CFX 14 .0 :

CFX-14.0 est un logiciel général de simulation numérique d'écoulements en mécanique des fluides et transfert thermique.

Ce logiciel permet de mettre en œuvre une simulation numérique complète de la modélisation, de la création géométrique, et la visualisation des résultats, en passant par la création du maillage et le calcul.

Le logiciel CFX-14.0, est divisé en 5 modules : DesignModeler, Meshing [ANSYS ICEM CFD], CFX-pre, CFX-solve et CFX-post. Chaque module a une utilisation bien spécifique (figure 3.4).

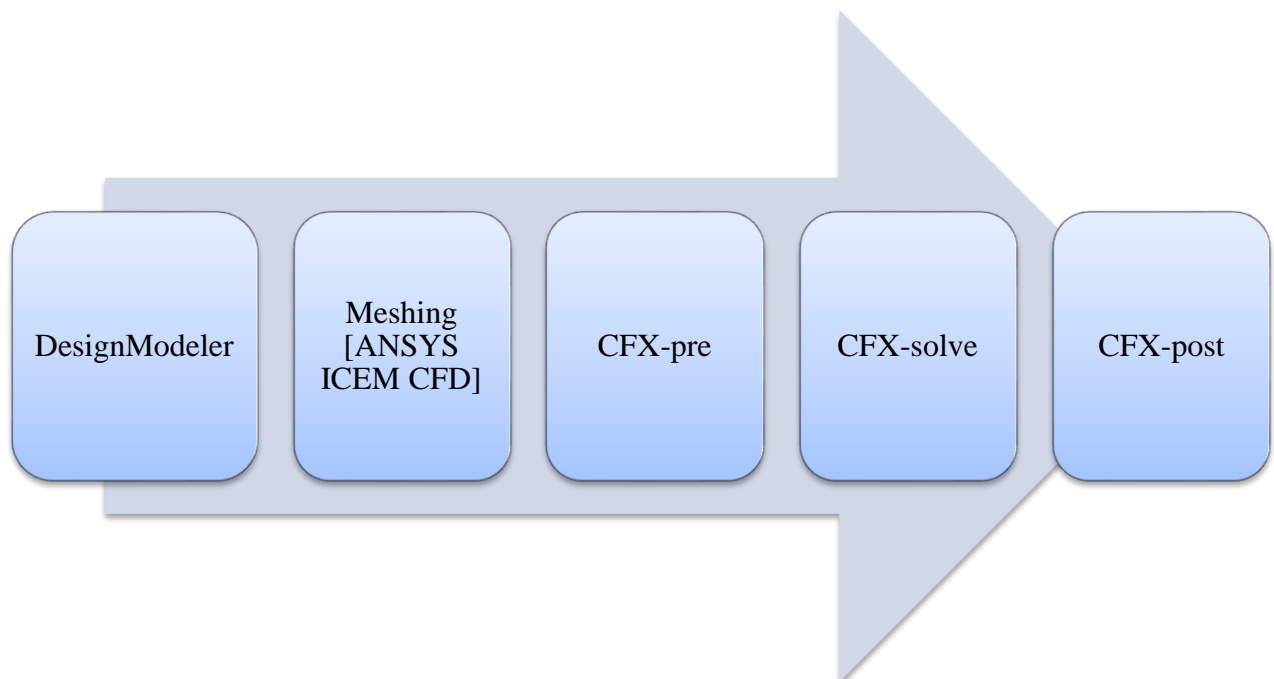


Figure 3.4: Les modules principaux du CFX-14.0

3.4.1.1 Design Modeler :

Le module Design Modeler permet de créer le domaine de calcul, et les dimensions ont été simulées.

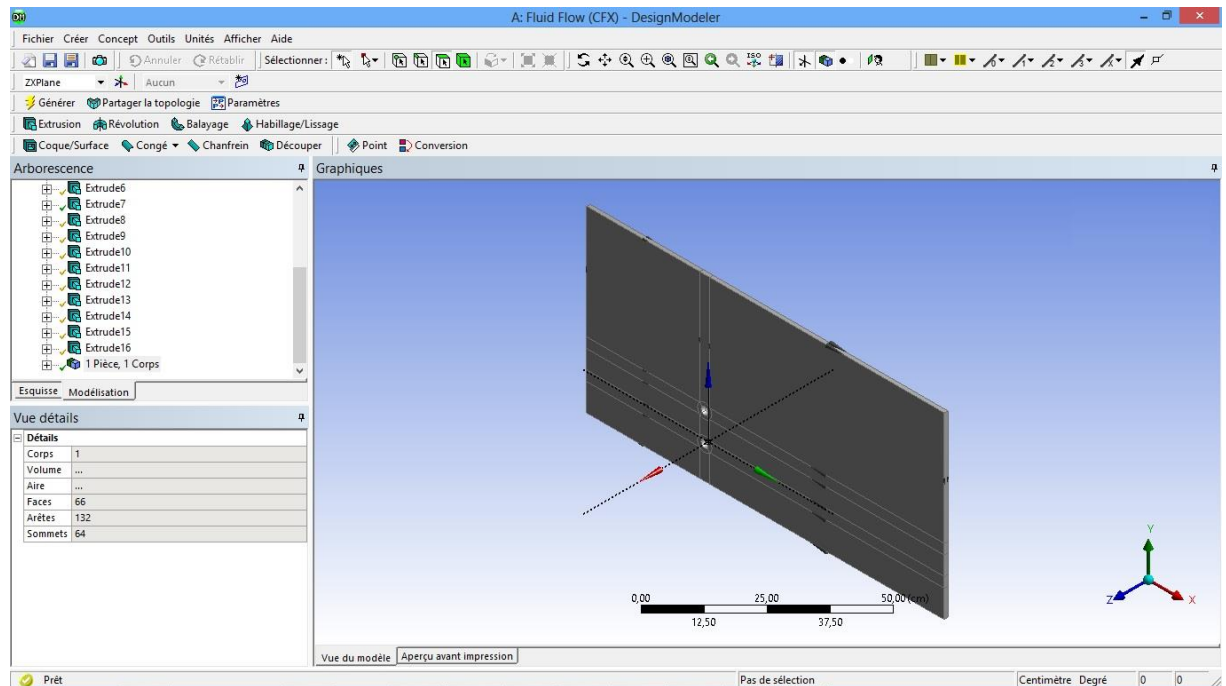


Figure 3.5 : Interface graphique du module Design Modeler.

3.4.1.2 Meshing [ANSYS ICEM CFD] :

Le module ANSYS ICEM CFD est utilisé pour créer le maillage, C'est un pré processeur intégré pour l'analyse en CFD (computation fluid Dynamics). Le module permet de générer des mailles tétraédriques, hexaédriques et prismatiques. Une fois le maillage effectué, ANSYS ICEM CFD crée un fichier portant l'extension «.msh », qui regroupe les informations relatives au maillage, exploitable par CFX-pre.

Les options de génération de maillages offrent une flexibilité de choix. La géométrie peut être décomposée en plusieurs parties pour générer un maillage

structuré, sinon CFX génère automatique un maillage non structure adaptée au type de géométrie construite. Les défauts sont détectés à l'aide de son interface comportant plusieurs fenêtres d'outils de création, génération, vérification du maillage du modèle étudié et l'incorporation des conditions aux limites.

Dans le présent travail, CFX offre cette possibilité de définir d'obstacles cylindriques, créer un volume représentant le domaine d'étude et générer son maillage.

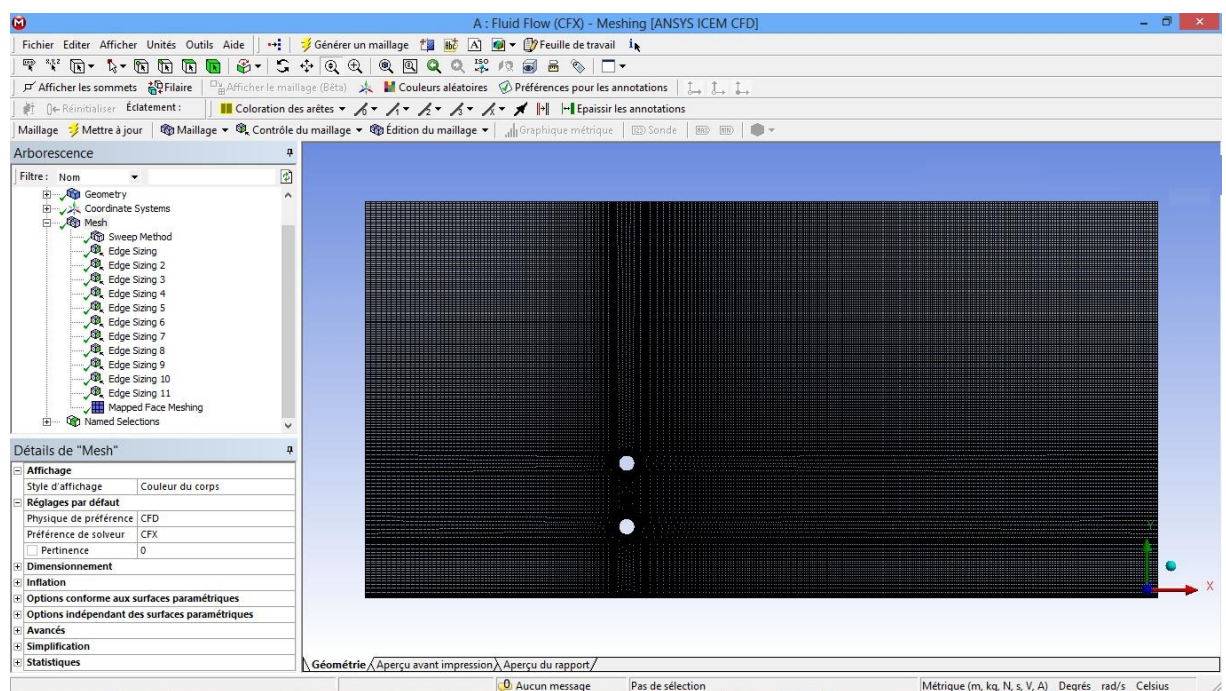


Figure 3.6: Interface graphique du module ANSYS ICEM CFD.

Dans notre cas, on a généré un maillage structuré à l'aide des outils « Ansys workbench tools », dans la figure (3.7) ci-dessous exemple de maillage pour l'écoulement autour de deux cylindres proche d'une paroi pour $(L/D) = 4,0$ et $(G/D) = 4,0$.

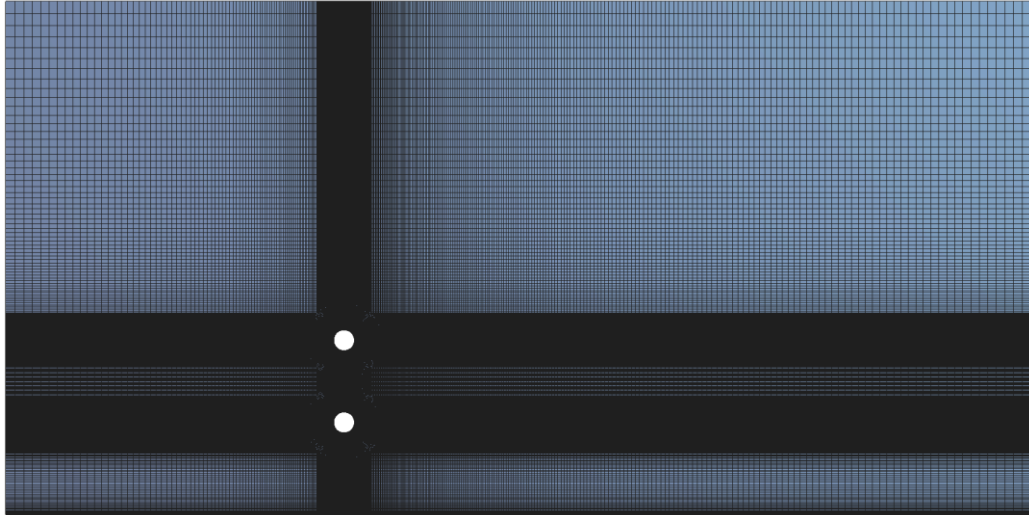


Figure 3.7: Maillage pour l'écoulement autour de deux cylindres proche d'une paroi pour $(L/D) = 4,0$ et $(G/D) = 4,0$.

3.4.1.3 CFX-pre :

Le module CFX-pre (figure (3.8)) permet quant à lui de définir les conditions aux limites et initiales du système, ainsi que les équations à résoudre, le type de résolution (régime permanent ou transitoire), les paramètres du solver, parmi lesquels: le pas de temps, le nombre d'itération, le critère de convergence ainsi que la nature des fluides (ou solides) en présence.

Le schéma transitoire Second-order backward Euler est sélectionné pour les simulations CFD transitoires. En outre, un schéma d'advection à haute résolution pour le transport numérique de la vitesse à travers le domaine de la solution est utilisé [47].

Un pas de temps constant (0.02s) est spécifié dans les simulations CFD. Le coefficient de Fredirick-Levy (CFL) est donné par $\Delta t = cfl \times \frac{\Delta x}{U}$. Ce paramètre inférieur à 1.0. Δx représente la plus petite taille du maillage considéré [54].

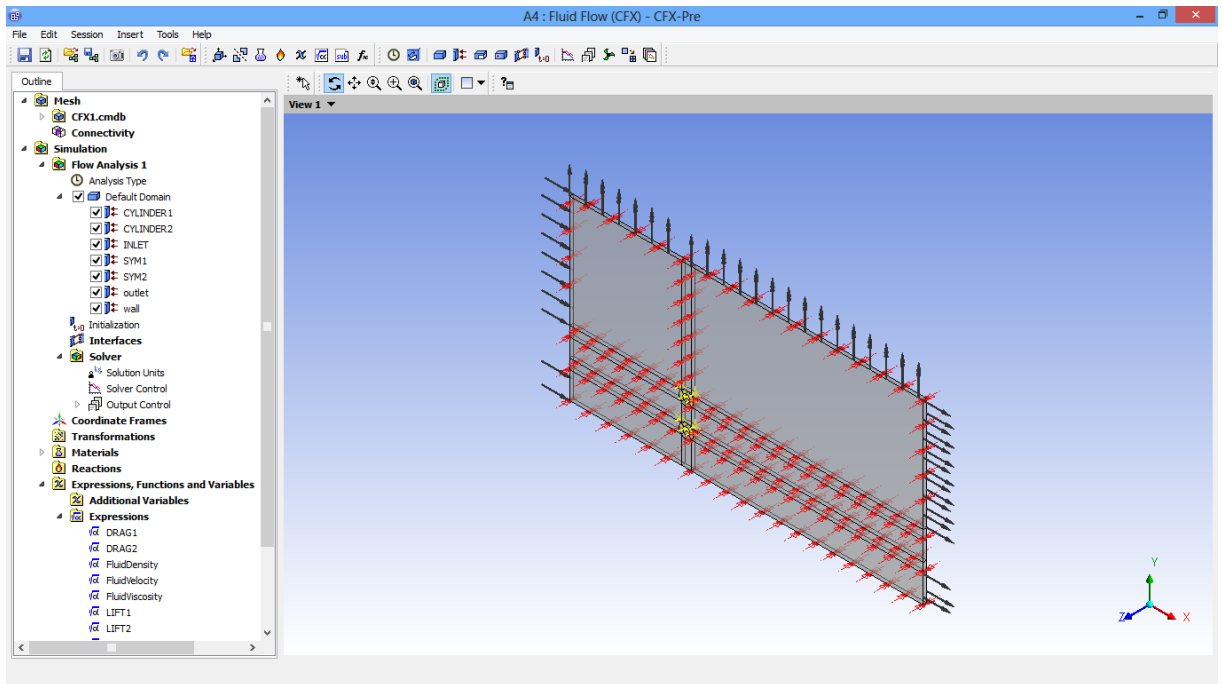


Figure 3.8: Interface graphique du module CFX-Pre.

Les conditions aux limites sont de 4 types : inlet, outlet, wall et symet.

Les conditions de type inlet sont utilisées dans le cas d'un écoulement entrant à l'intérieur du domaine.

Les conditions de type outlet sont quant à elles utilisées dans le cas d'un écoulement sortant à l'extérieur du domaine.

La condition aux limites de type wall est attribuée aux parois imperméables à l'écoulement.

Enfin, si l'écoulement présente un plan de symétrie, il est possible d'attribuer la condition symmetry à ce plan.

Une fois tous les paramètres définis, CFX-pre génère un fichier «.def» qui contient toutes les informations relatives au maillage, aux conditions aux limites et initiales, ainsi que tous les autres paramètres introduit dans CFX-pre. C'est ce fichier qui va être à la base de travail du solver.

3.4.1.4 CFX-solve :

Le module CFX-solve (figure (3.9)) est le module qui effectue les calculs. Il est basé sur l'intégration des équations de Navier Stokes dans chaque maille et dispose de modèles additionnels pour prendre en compte la turbulence, le rayonnement thermique. L'organigramme de mise en œuvre d'un calcul est présenté dans la figure (3.10).

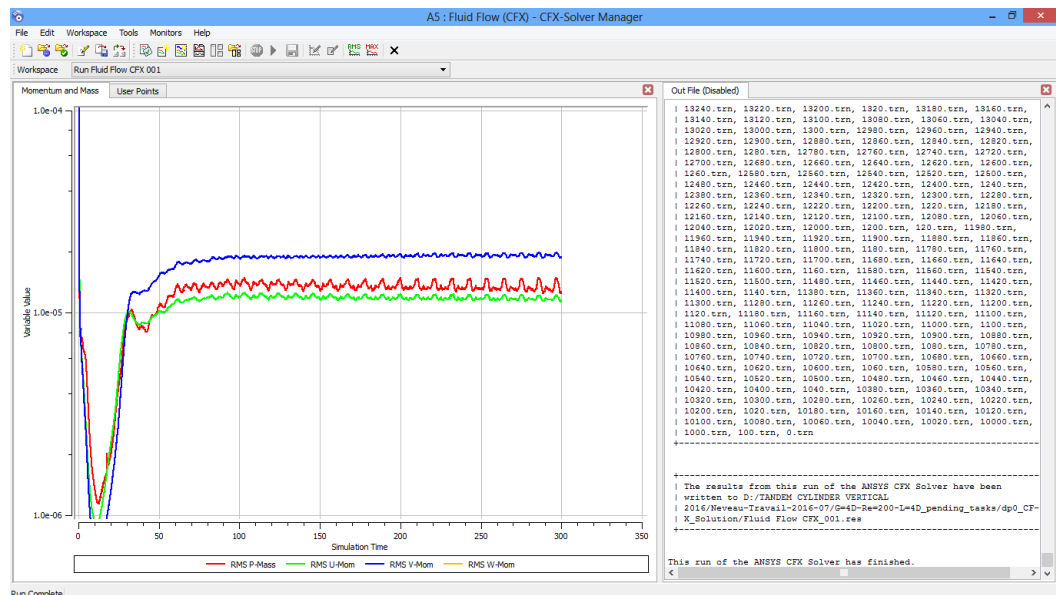


Figure 3.9: Interface graphique du module CFX-Solver.

Dans le cas d'une résolution en régime permanent, le calcul se poursuit jusqu'à ce que, soit le nombre maximal d'itération demandé par l'utilisateur est atteint, soit la solution satisfait au critère de convergence. Dans le cas d'une résolution en régime transitoire, le calcul prend fin lorsque la durée de résolution du phénomène étudiée est atteinte.

A la fin de son calcul, CFX-solve génère deux types de fichiers :

- un fichier « .out » lisible par un éditeur de texte. Ce fichier résume le déroulement du calcul. Il contient, entre autres, les informations du .def, ainsi que le bilan masse du système.

- un fichier « .res » qui contient l'ensemble des résultats. Ce fichier est directement exploitable par CFX-post.

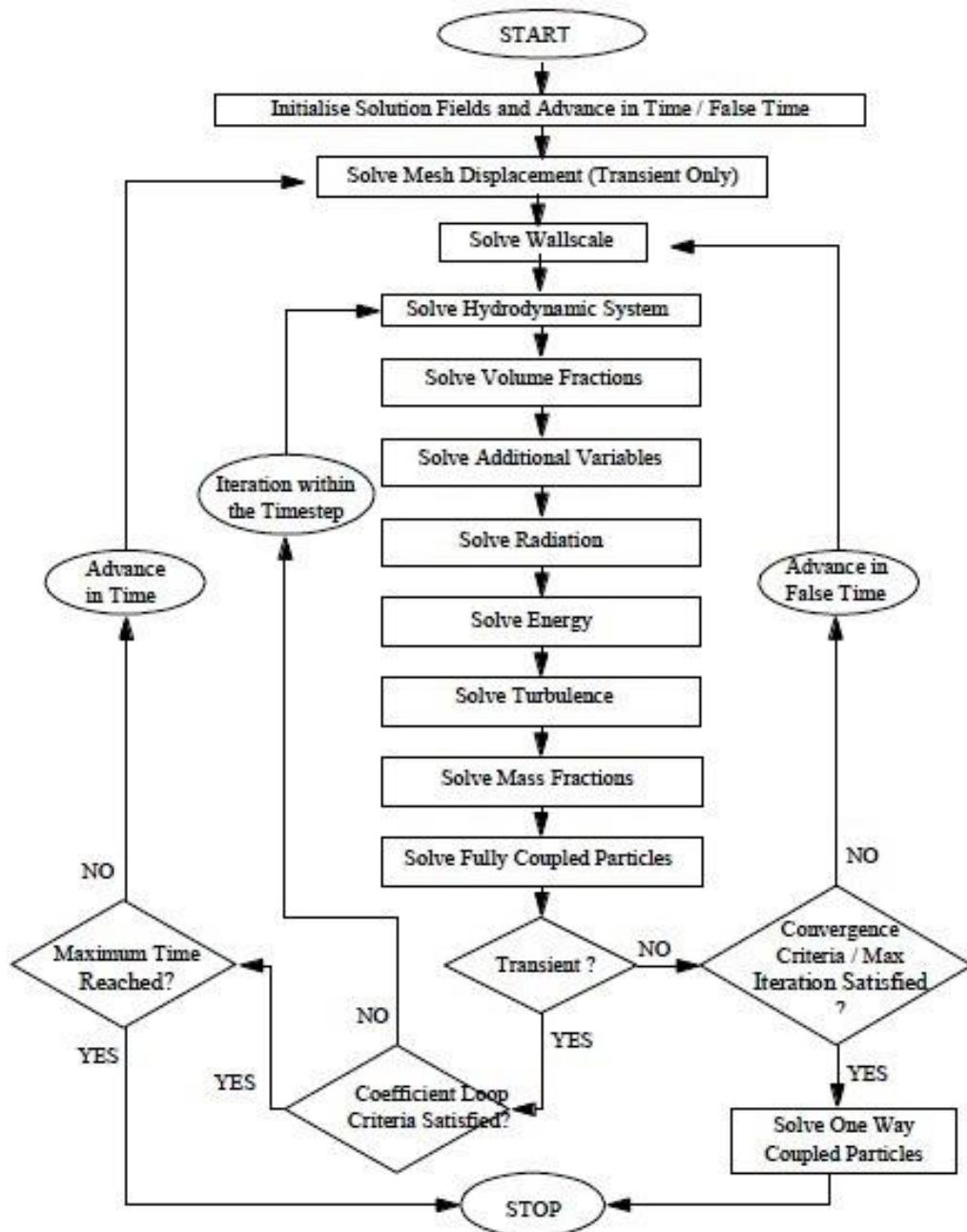


Figure 3.10 : Organigramme de mise en œuvre d'un calcul [55].

3.4.1.5 CFX-post :

Le module CFX-post (figure (3.11)) est un outil graphique permettant le traitement et la visualisation des résultats. Il permet d'appliquer des textures sur la géométrie, de visualiser des contours, des iso-surfaces, des lignes de courant, des champs de vitesses. Il permet également l'exportation des résultats sous forme numérique, comme par exemple la valeur des différentes variables sur chaque nœud, sous forme photographique et même sous forme d'animation.

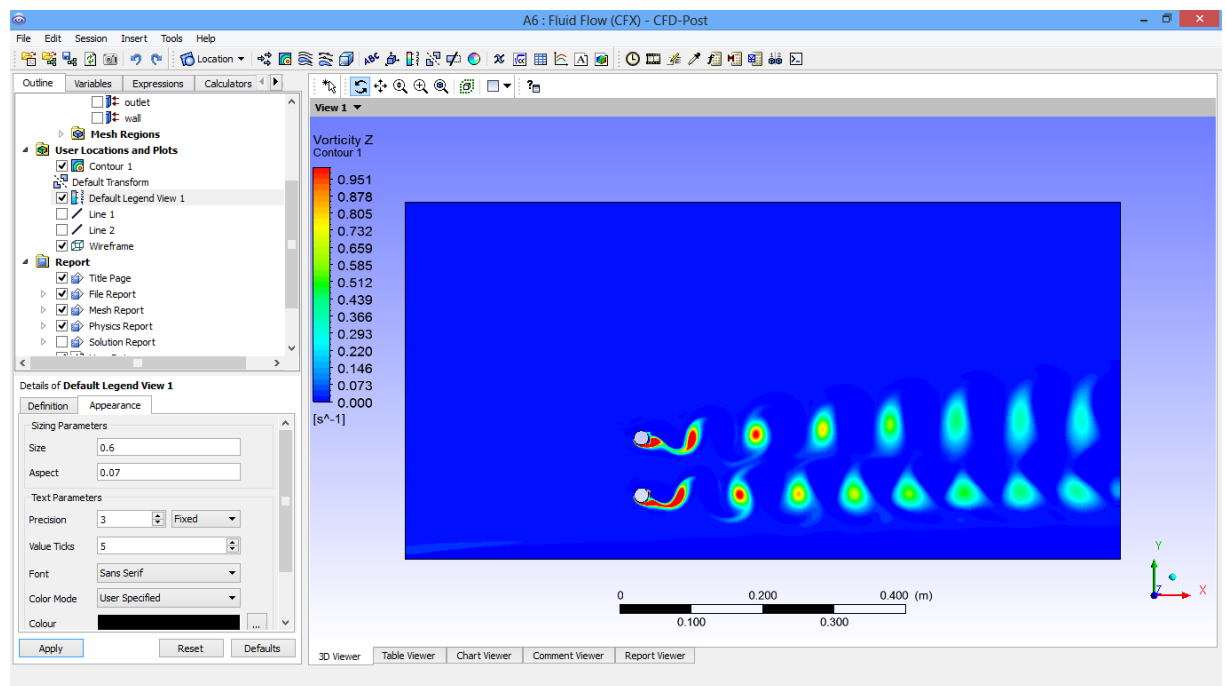


Figure 3.11 : Interface graphique du module CFX-Post.

3.5 Conclusion :

Dans ce chapitre, on a présenté la méthode numérique des éléments finis (MEF) d'une façon détaillée pour la discrétisation des équations gouvernantes (les équations de Navier Stokes) du problème traité.

On a également présenté en bref le code commercial ANSYS CFX utilisé pour la résolution des problèmes deux dimensionnel (2D) tel que :

L'écoulement libre autour d'un cylindre.

L'écoulement autour d'un cylindre proche d'une paroi solide.

L'écoulement libre autour de deux cylindres en arrangement transversal.

L'écoulement autour de deux cylindres en arrangement transversal proche d'une paroi solide.

Les résultats obtenus de la simulation seront présentés et discutés dans le prochain chapitre.

CHAPITRE 4

RESULTATS ET DISCUSSIONS

4.1 Introduction :

Nous intéressons dans ce chapitre à la présentation des résultats de la simulation numérique obtenus par le code de calcul ANSYS CFX. Notre problème porte sur l'étude du comportement dynamique d'un écoulement laminaire autour d'un obstacle cylindrique impactant une paroi solide.

Tout d'abord, pour valider notre modèle, on va étudier l'écoulement classique autour d'un cylindre. Ensuite on va faire l'étude de l'écoulement autour de deux cylindres en arrangement transversal proche d'une paroi solide. Principalement, on va analyser l'effet rapport d'aspect (L/D) qui prend les valeurs : 1.5, 2.0, 3.0, et 4.0 et le rapport d'aspect entre le cylindre inférieur et paroi solide (G/D) qui prend les valeurs : 0.5, 1.0, 2.0, 3.0 et 4.0 sur l'apparition de l'allée tourbillonnaire de Bénard-Von Karman.

Pratiquement, on va déterminer l'influence de ces rapports, sur le changement des paramètres suivants : les vitesses, les pressions, et les coefficients aérodynamiques moyens (trainée et portance). Les géométries considérées et les conditions aux limites ont été présentées dans le deuxième chapitre.

Dans ce chapitre on va présenter les résultats des trois cas traités :

- Ecoulement autour d'un cylindre
- Ecoulement autour d'un cylindre proche d'une paroi solide
- Ecoulement autour de deux cylindres en arrangement transversal proche d'une paroi solide

4.2. Ecoulement autour d'un cylindre :

4.2.1. Analyse de la dépendance du maillage :

Une série de simulation a été faite pour analyser la dépendance du maillage de la solution. Les différents résultats sont regroupés dans le tableau (4.1). Cinq configurations différentes ont été rapportées. Ces configurations ont été obtenues avec des maillages quadrilatéraux constitués de 4768, 6632, 14492, 18988 et 26328 nœuds pour un écoulement laminaire instationnaire avec un nombre de Reynolds $Re=100$. La figure (4.1) illustre la variation de la densité spectrale de la puissance en fonction de la fréquence f pour les différents cas.

À partir du tableau (4.1) on peut constater que l'erreur entre les résultats du cas D et E est inférieure à 1%. Par conséquent, le maillage du cas D est suffisant pour obtenir une solution indépendante de maillage.

Tableau 4.1: Valeurs du nombre de Strouhal pour différents Maillages à $Re=100$.

Les cas	Nombre des nœuds	Nombre des éléments	Fréquence [Hz]	Strouhal	Strouhal expérimental
Cas A	4768	2274	1.46501	0.146501	0.164 [45]
Cas B	6632	3186	1.51553	0.151553	
Cas C	14492	7052	1.56605	0.156605	
Cas D	18988	9272	1.61657	0.161657	
Cas E	26328	12902	1.61657	0.161657	

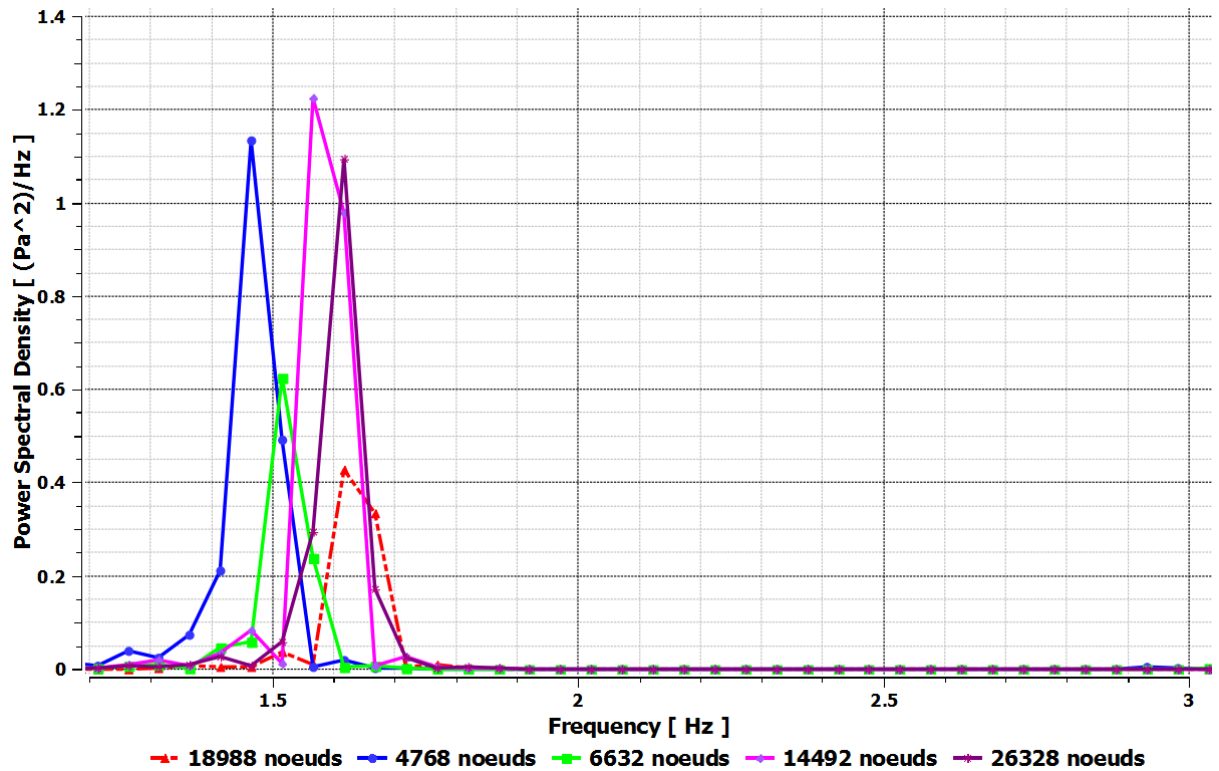


Figure 4.1: Variation de la densité spectrale de la puissance en fonction de la fréquence pour des différents maillages de l'écoulement autour d'un cylindre ($Re=100$).

4.2.2. Différents régimes :

L'adimensionnement de ces équations avec une échelle de vitesse U et une échelle de longueur D impliquent que l'écoulement dépend du nombre de Reynolds et des conditions aux limites et initiales.

a) Écoulement rampant :

L'écoulement est symétrique par rapport à l'axe central du courant (axe longitudinal) et également entre l'amont et l'aval du cylindre voir la figure (4.2).

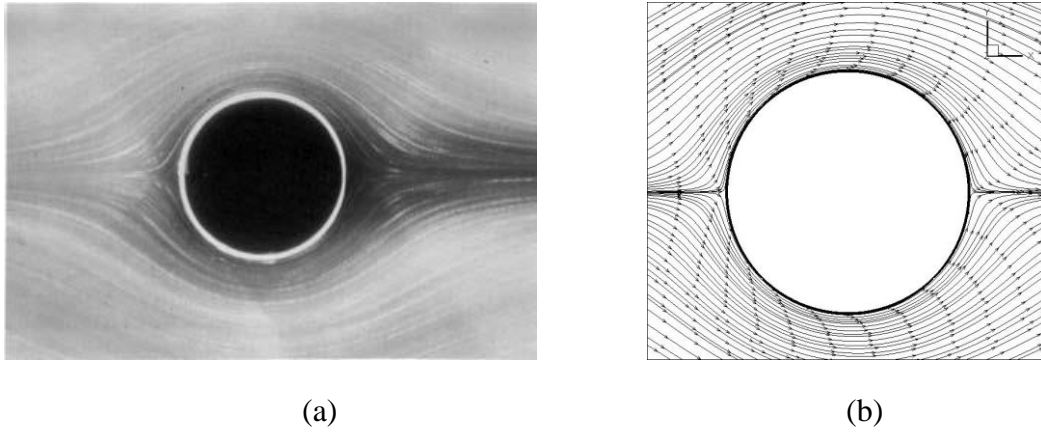


Figure 4.2 : Comparaison entre les résultats numériques pour un écoulement rampant pour $Re = 0.16$ a) M. Von Dyke [12] b) Nos résultats.

a) Écoulement stationnaire décollé :

On a trouvé un bon accord entre les deux résultats. On a observé un décollement de chaque côté du cylindre. Le point de décollement se déplace vers l'amont du cylindre quand le nombre de Reynolds augmente. L'écoulement est stable et reste stationnaire et symétrique par rapport à l'axe longitudinal. Voir la figure (4.3).

La figure (4.4) présente l'influence du nombre de Reynolds sur l'évolution des deux tourbillons symétriques.

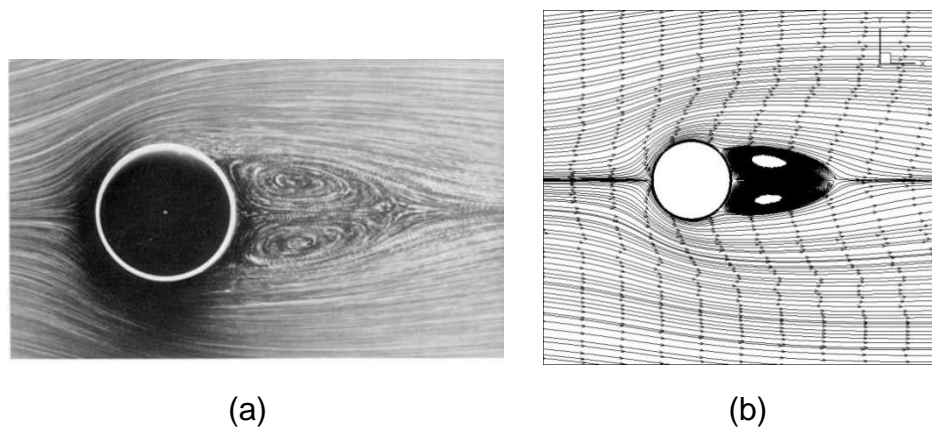


Figure 4.3 : Comparaison entre les résultats numériques pour un écoulement rampant pour $Re = 26$ a) M. Von Dyke [12] b) Nos résultats.

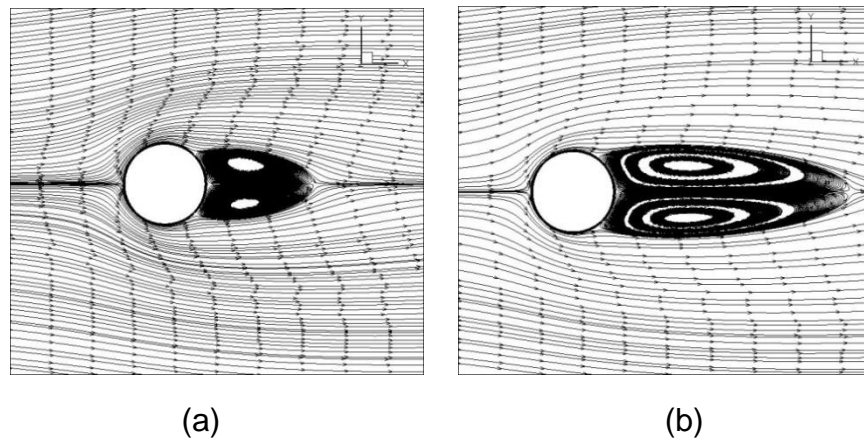


Figure 4.4 : Influence du nombre de Re sur le sillage derrière le cylindre.

(a) $Re=26$ (b) $Re=50$

c) Régime laminaire instationnaire :

D'après la figure (4.5), les deux tourbillons perdent leur symétrie par rapport à l'axe longitudinal, se détachent du cylindre alternativement et sont connectés dans le sillage pour former l'allée tourbillonnaire de Von-Kármán voir (figure 4.5).

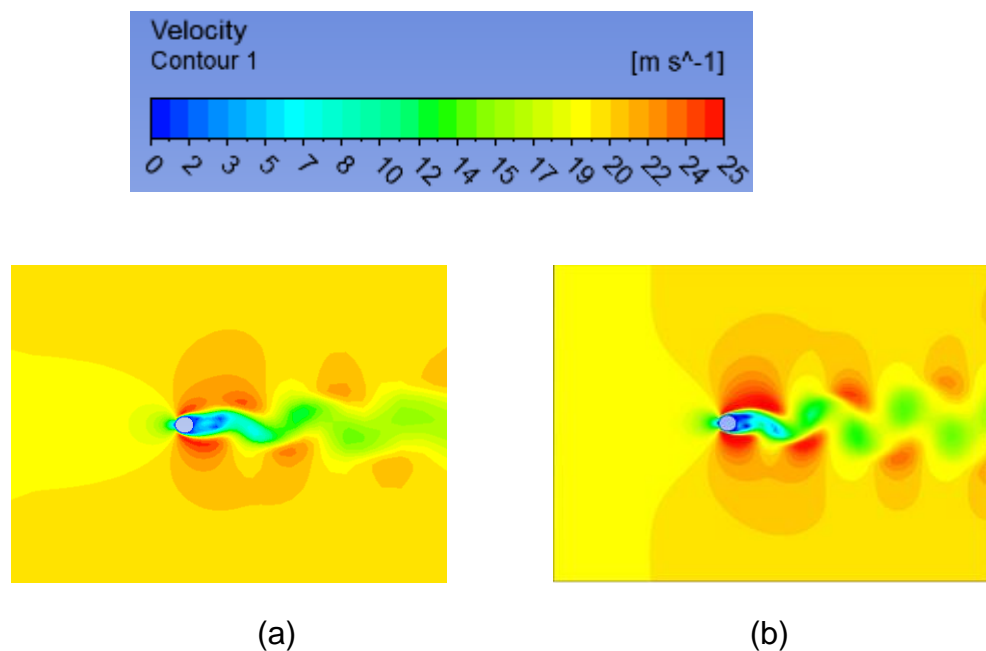


Figure 4.5 : Régime laminaire instationnaire pour le cylindre à $Re = 100$.

(a) ANSYS user [57] (b) Travail actuel

La figure (4.6) montre l'évolution temporelle des structures cohérentes de vortex de deux cas traités en aval du corps. Au temps $t = 1$ s, on remarque un écoulement symétrique qui montre la présence de deux tourbillons fixes contrarotatifs et symétriques dans le sillage derrière l'obstacle. Par la suite, Il est remarquable de voir ce changement au fil du temps. Où on note un net changement de vortex qui se développe en visualisant l'allée tourbillonnaire de Von- karman avec un allongement de la zone de sillage. On assiste ainsi à l'apparition de pair de tourbillons alternés de signes opposés qui se détache derrière le cylindre.

On remarque qu'il y a des gros tourbillons qui se développent et ils sont éjectés en alternance parfois vers la paroi supérieure et la paroi inférieure. On peut dire qu'il y a un roulement des tourbillons dans la zone de sillage et non un glissement.

- Champ de vitesse :

Les figures (4.7- a, b, c, d, e, f) montrent les contours ainsi que le champ de la grandeur de la vitesse et les lignes de courant autour du cylindre. À l'entrée, la vitesse est uniforme et égale à 20 m/s, comme condition aux limites. Nous pouvons remarquer une accélération de la vitesse entre l'espace paroi-obstacle, ceci est dû à la diminution de la section du passage du fluide. Puis en aval de l'obstacle et selon le régime et le nombre de Reynolds apparaisse un écoulement particulier et entraînant à chaque fois un nouveau point de décollement du fluide avec évidence de changement de la zone de sillage. Nous pouvons noter aussi que l'écoulement se détache de l'obstacle en fonction du temps.

- Champ de pression :

Les figures (4.8- a, b, c, d, e, f) montrent les contours de la pression statique dans le domaine d'étude. La légère chute de pression de l'entrée à la sortie due au frottement du fluide avec les parois de l'obstacle et de la conduite est mise en évidence.

Le ralentissement de l'écoulement en aval du cylindre induit un gradient de pression inverse. Ce dernier, produit un écoulement de retour qui dévie l'écoulement incident et cause, ainsi un décollement de chaque côté du cylindre. Plus le nombre de Reynolds augmente, plus les points de décollements remontent vers le point d'arrêt amont. Les deux couches minces décollées de part et d'autre du cylindre se rejoignent à une certaine distance du point d'arrêt en aval du cylindre, sur l'axe de symétrie.

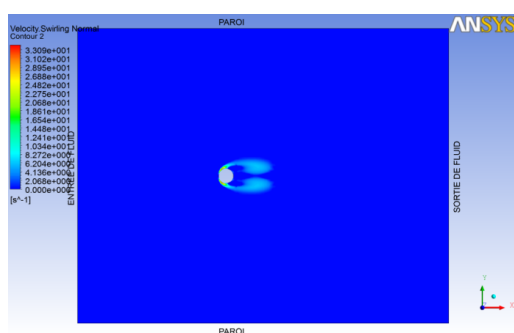
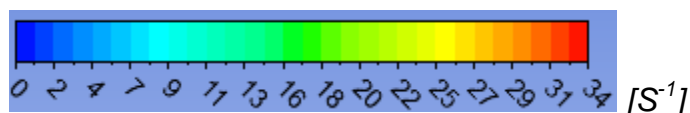
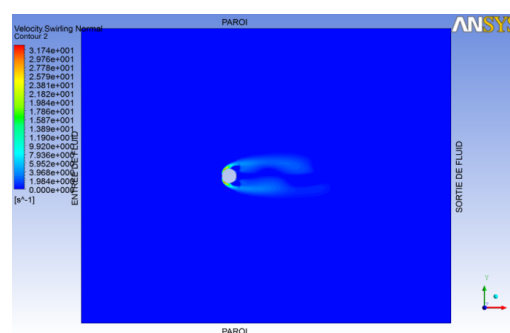
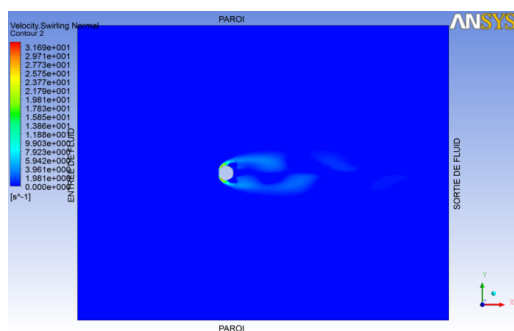
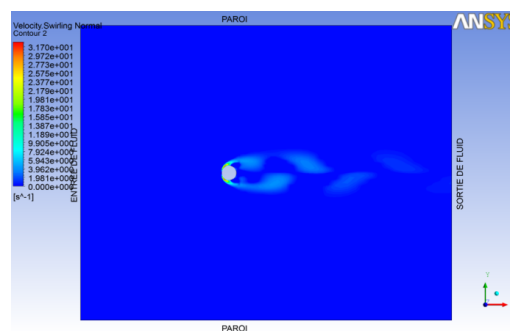
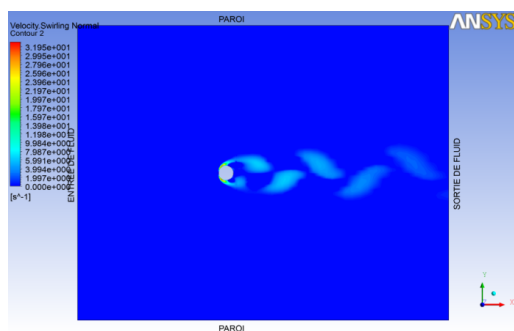
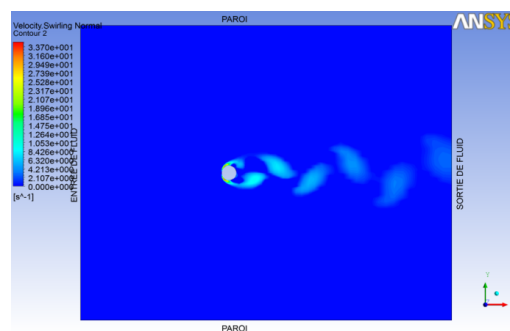
(a) $t=1s$ (b) $t=3s$ (c) $t=3.5s$ (d) $t=4s$ (e) $t=5s$ (f) $t=6s$

Figure 4.6 : Contours de vitesses tourbillonnant pour différents temps autour d'un cylindre circulaire à $Re=100$.

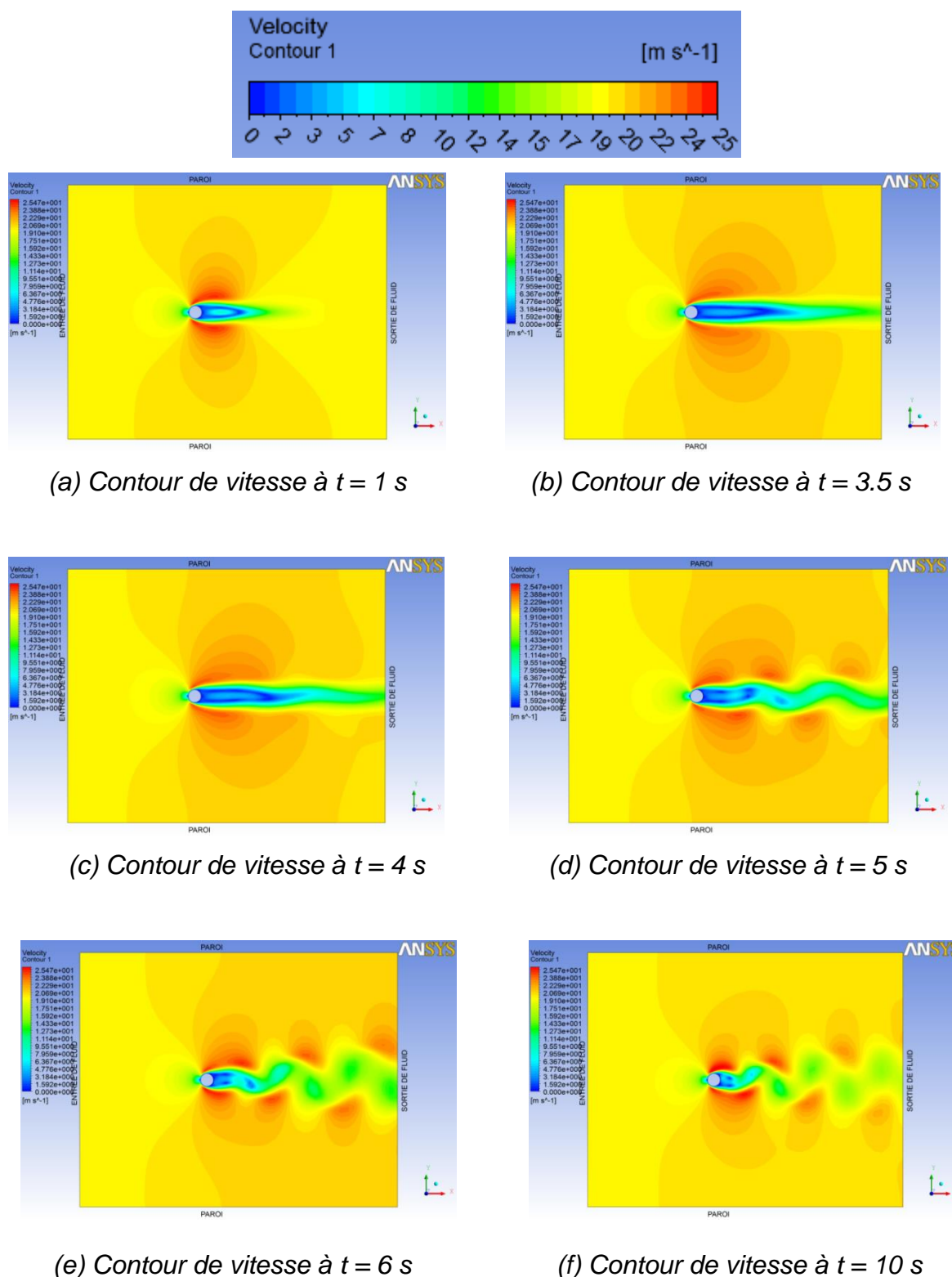


Figure 4.7 : Contours de la vitesse pour différents temps de l'écoulement autour d'un cylindre à $Re=100$.

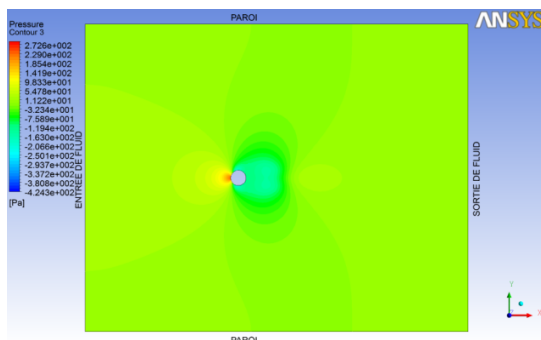
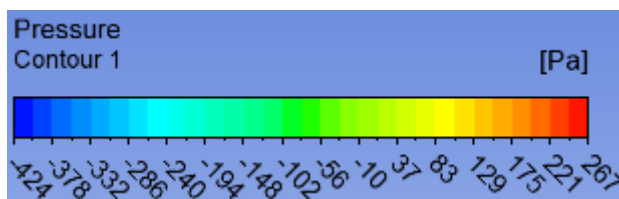
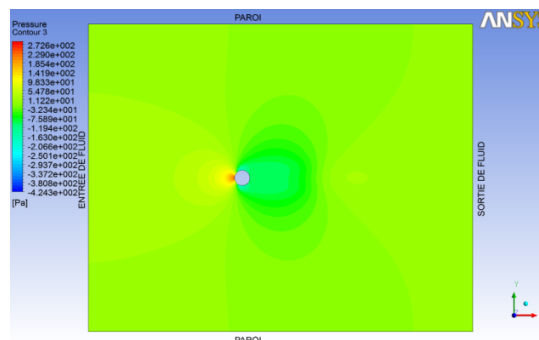
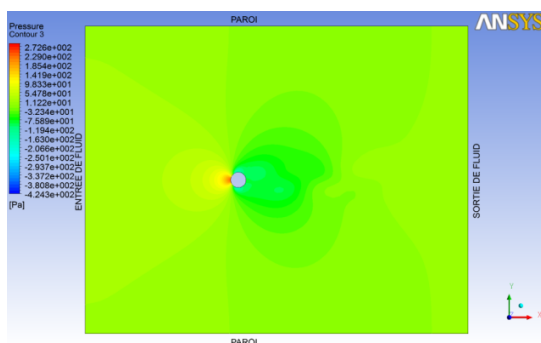
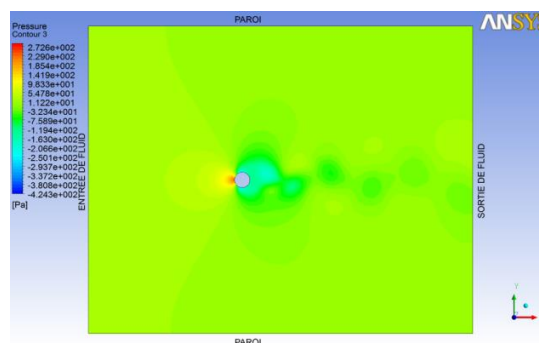
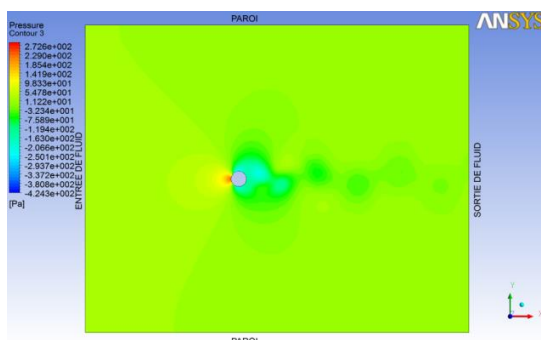
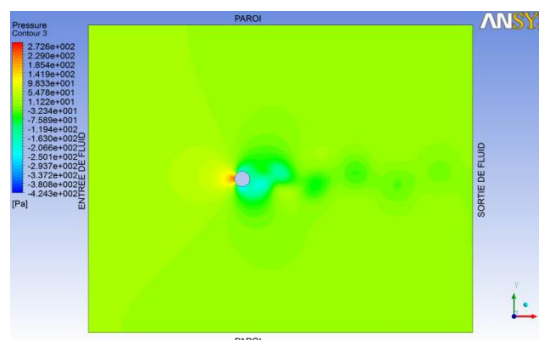
a) Contour de pression à $t = 1s$ b) Contour de pression à $t = 2s$ c) Contour de pression à $t = 4s$ d) Contour de pression à $t = 7s$ e) Contour de pression à $t = 10s$ f) Contour de pression à $t = 20s$

Figure 4.8 : Contours de la pression pour différents temps autour un écoulement d'un cylindre à $Re=100$.

4.2.3. Coefficients d'aérodynamique :

D'autre part, on a aussi validé notre modèle par la comparaison des coefficients de trainé avec les résultats de la littérature dans le cas du régime stationnaire.

4.2.3.1 Régime stationnaire :

- Coefficient de trainée

Le coefficient de trainé autour du profil cylindre inversement proportionnel de nombre Reynolds. Voir tableau (4.2).

4.2.3.2 Régime instationnaire :

- Coefficient de trainée et de portance

Les coefficients de trainée et de portance autour du profil cylindre varient en fonction du temps sous la forme d'une courbe quasi sinusoïdale (voir les figures (4.9 et 4.10)).

Tableau 4.2 : Valeurs des coefficients de trainée en régime stationnaire.

Nombre de Reynolds Re	Coefficient de trainée C_D	Autre simulation numérique C_D [56]
0.26	69.0315	---
1	13.2377	13,0
26	1.93385	---
40	1.61436	1.54
50	1.47769	1.46

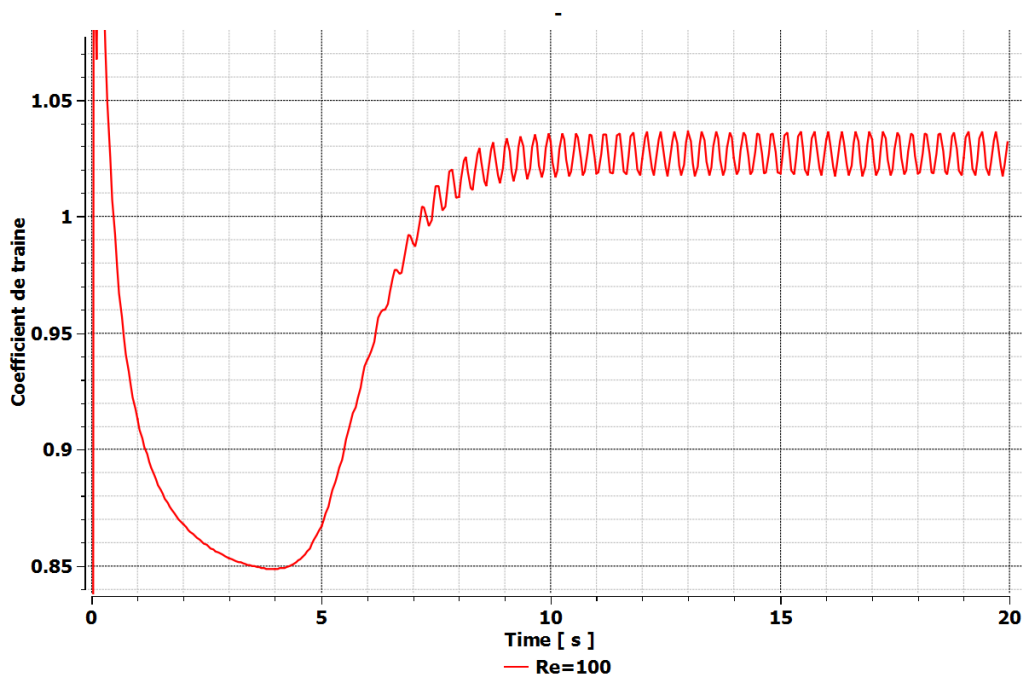


Figure 4.9 : Variation du coefficient de trainé dans le cas de l'écoulement autour du cylindre.

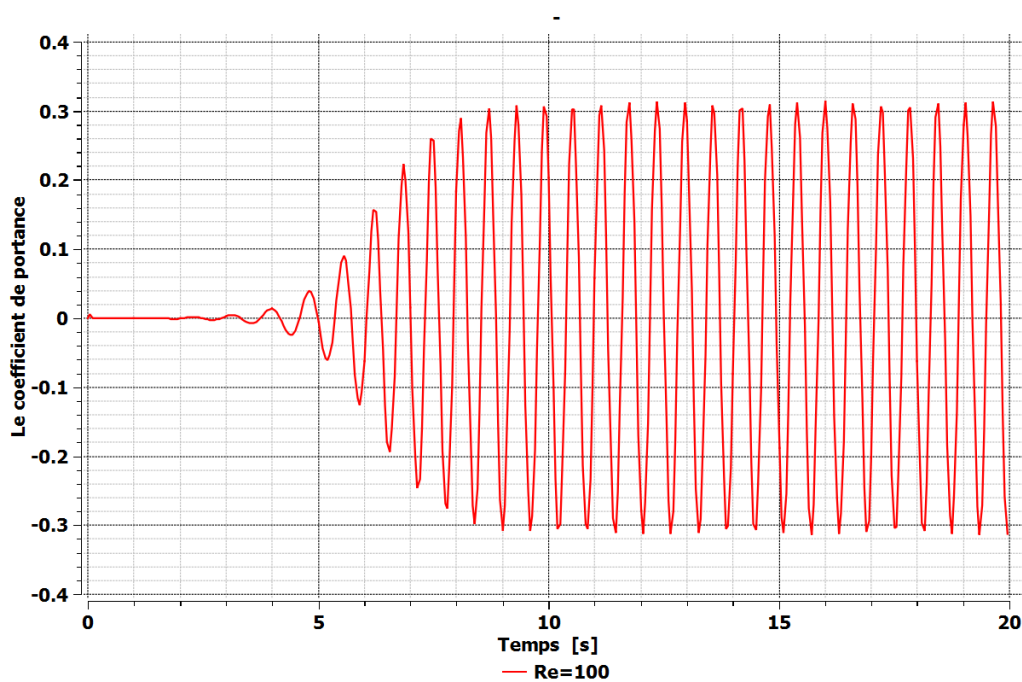


Figure 4.10 : Variation du coefficient de portance dans le cas de l'écoulement autour du cylindre.

4.3. Ecoulement autour d'un cylindre impactant d'une paroi solide :

4.3.1. Maillage :

Avant de commencer les calculs paramétriques, l'indépendance de la solution numérique vis-à-vis de la grille de maillage utilisée, est vérifiée pour des valeurs représentatives de paramètre. Pour cela, une série de simulation a été faite pour analyser la dépendance du maillage de la solution, les étapes sont les mêmes que l'écoulement autour d'un cylindre.

4.3.2. Effet du rapport d'aspect (G/D) sur l'écoulement en régime instationnaire :

- Champ de vortacité :

On a observé dans le cas d'écoulement autour d'un cylindre près d'une paroi avec la variation du rapport d'aspect (G/D), la paroi a créé une force répulsive due de la pression et cette force influée sur la structure de sillage et l'apparition de l'allée tourbillonnaire de Bénard-Von Karman, les résultats sont présentés dans la figure (4.11).

- Champ de pression :

La figure (4.12) montre que les contours de la pression statique dans le domaine d'étude. La légère chute de pression de l'entrée à la sortie due au frottement du fluide avec la paroi de l'obstacle et de la conduite est mise en évidence.

Dans le cas $G/D=4$, on a constaté une variation légère de pression, mais dans les cas $G/D \leq 2$, il y a une grande variation de la pression statique avant et derrière le cylindre, et dans le cas $G/D=0.25$, la pression statique au niveau de paroi derrière le cylindre est très faible, donc le cylindre avec la présence de paroi influée sur la force de répulsion.

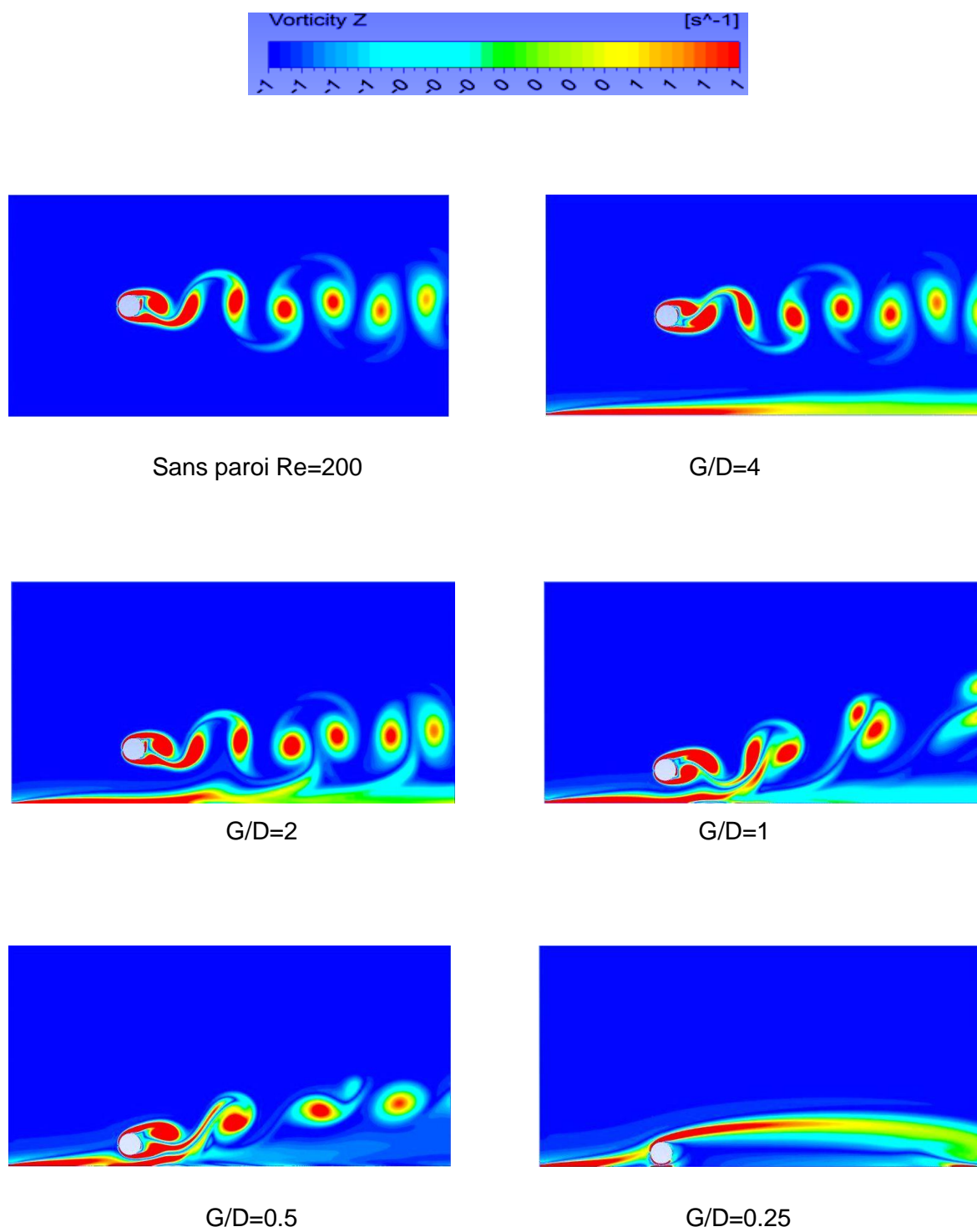


Figure 4.11 : Contour de vorticité avec la variation du rapport d'aspect (G/D)
   $Re=200$.

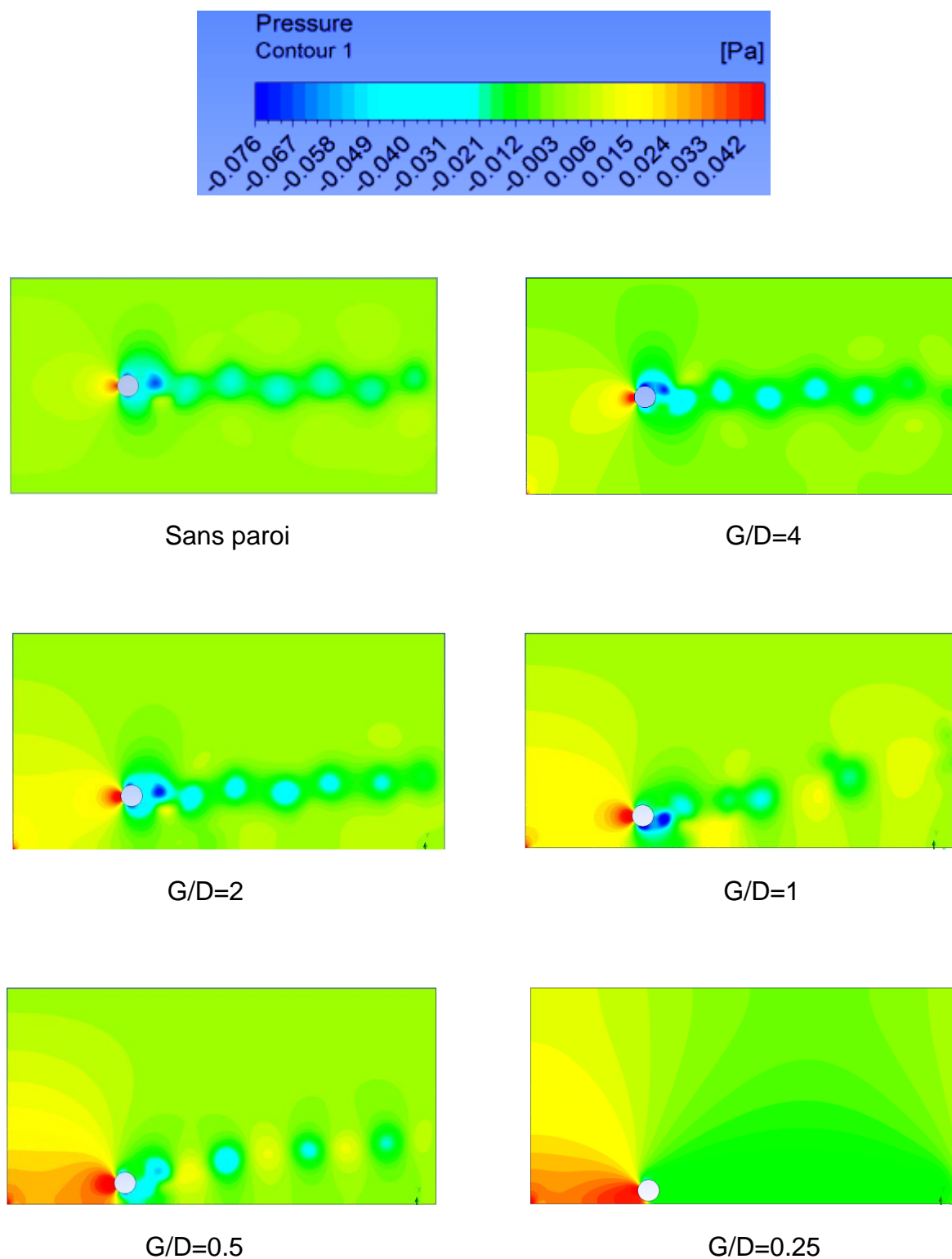


Figure 4.12 : Contour de pression avec la variation du rapport d'aspect (G/D)
à $Re=200$.

4.3.3. Coefficients d'hydrodynamiques :

Les valeurs des coefficients de portance moyens avec et sans paroi sont présentés à la figure. (4.13). Ce paramètre n'a pas à la même valeur pour un cylindre sans paroi. Il y a une force de répulsion entre le cylindre et la paroi. Si le rapport d'aspect (G/D) augmente, la courbe de coefficient de portance moyen de cylindre diminue c'est-à-dire la courbe asymptotique de l'axe (G/D).

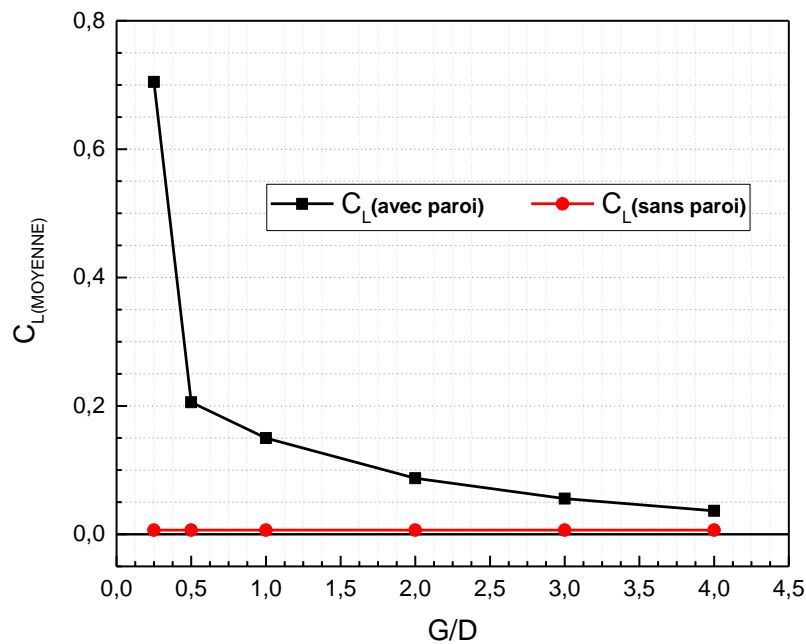


Figure 4.13 : Coefficient de portance moyenne en fonction du rapport d'espace (G/D) à $Re=200$.

Les valeurs des coefficients de traînée moyenne avec et sans paroi sont montrés à la figure. (4.14). Il n'a pas la même valeur pour un cylindre sans paroi, les valeurs de coefficient de traînée de cylindre avec paroi plus grand que celui cylindre sans paroi parce qu'il est placé proche de la paroi et cette dernière crée une force due de pression influée fortement sur le coefficient de traînée, lorsque le rapport d'aspect (G/D) augmente le coefficient de traînée augmente jusqu'à la valeur (G/D)=1, et après cette valeur on a constaté la diminution du coefficient de traînée.

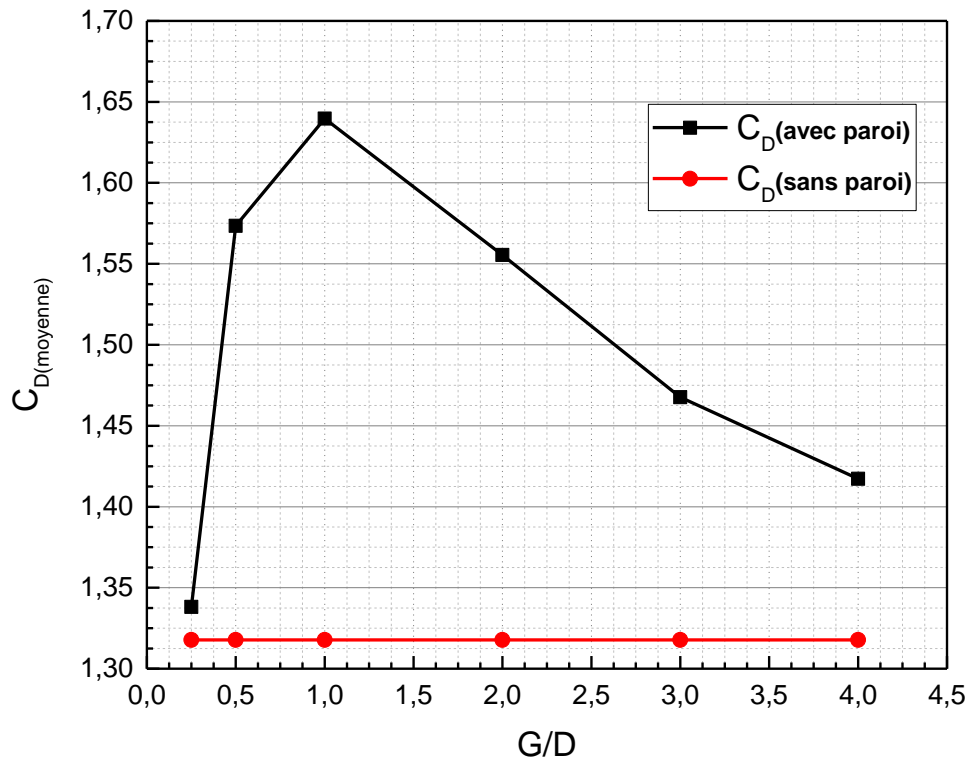


Figure 4.14 : Coefficient de traînée moyen en fonction du rapport d'aspect (G/D)
à $Re=200$.

3.3.4. Effet de paroi sur le comportement des coefficients hydrodynamique :

On a étudié dans ce cas l'effet de la paroi sur les coefficients hydrodynamique de cylindre, pour cela on a varié le rapport d'aspect (G/D), la figure (4.15) montre que la variation temporelle des coefficients de portance et de traînée C_L et C_D représentent respectivement. On a constaté à partir de la figure dans le cas $G/D=0.25$, les valeurs de C_L et C_D sont constantes, par contre dans les cas $G/D=0.5, 1.0$ et sans paroi on a des courbes périodiques avec des amplitudes différentes, et ces dernières dépendent du rapport d'aspect cylindre-paroi (G/D). La force due de la paroi a décalé le passage de sillage de cylindre vers le haut, et cette force augmente lorsque la distance entre la paroi cylindre très petite implique la force de pression réduite.

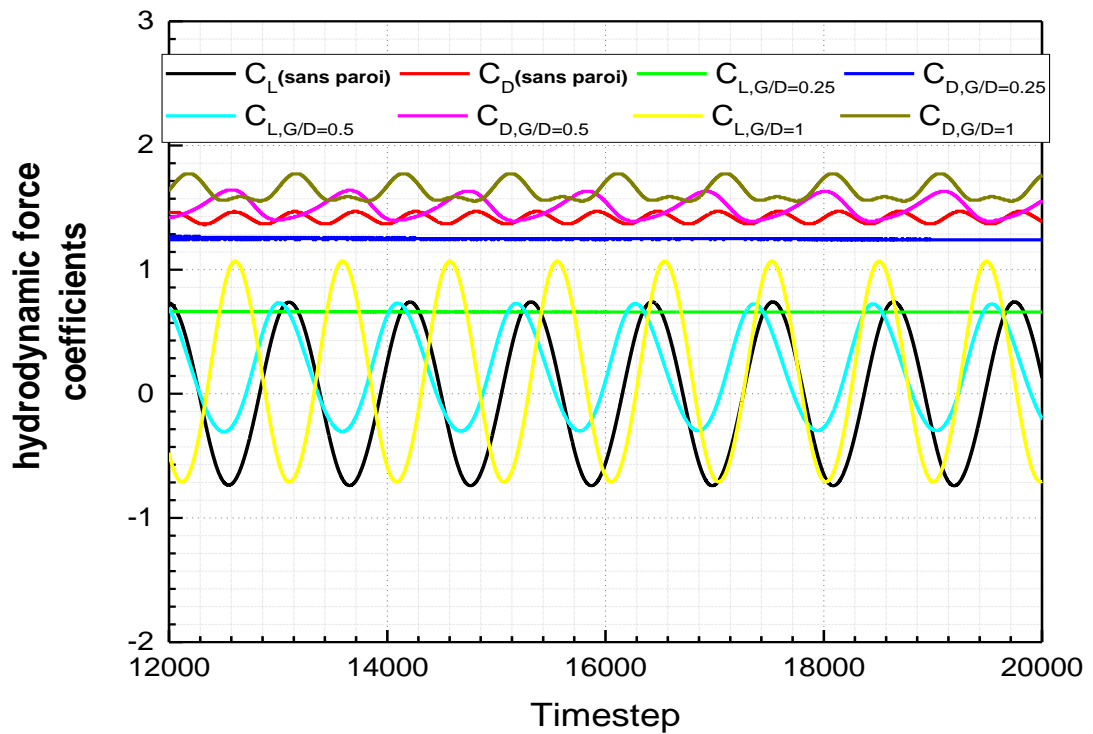


Figure 4.15: Variation des coefficients de traînée et de portance pour différents rapports d'aspects (G/D) à $Re = 200$.

4.3.5. Effet de la paroi sur le nombre de Strouhal :

La figure (4.16) montre les résultats du nombre de Strouhal. Il a été calculé avec la variation de temps de C_L (coefficient de portance) du cylindre. Le nombre de Strouhal peut être facilement obtenu parce que la répartition de force est déjà connue. Le nombre de Strouhal a été calculé en prenant le transformateur de Fourier rapide (FFT) du coefficient de portance moyenne. Il y a une différence entre les valeurs de nombre de Strouhal avec paroi et sans paroi, les valeurs de nombre de Strouhal avec paroi sont grandes que celles sans paroi, impliquent qu'il y a un grand effet de paroi sur le détachement tourbillonnaire.

On a observé que le nombre de Strouhal dépend le rapport d'aspect (G/D), lorsque ce rapport très proche (G/D)=0.25, le nombre de Strouhal $St=0$, correspond aucun détachement tourbillonnaire c'est-à-dire disparition du phénomène de l'allée tourbillonnaire de Bénard-Von Karman, puis on a remarqué d'après cette valeur il y a une variation de ce dernier dépend du rapport d'aspect (G/D), quand le rapport (G/D) augmente le nombre de Strouhal St augment et d'après la valeur (G/D)=2, on a constaté une diminution légère.

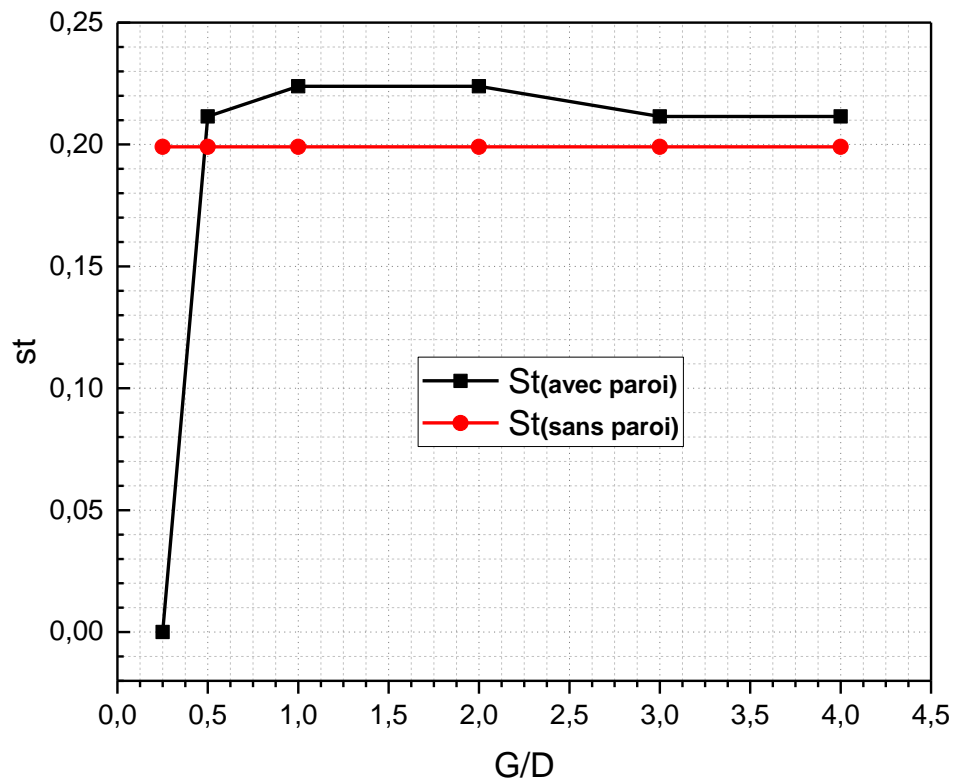


Figure 4.16 : Nombre de Strouhal (St) avec différentes de valeurs de rapport d'aspect (G/D) à $Re = 200$.

4.4. Ecoulement autour de deux cylindres en arrangement transversal :

Premièrement, une validation du modèle numérique est effectuée. Les résultats obtenus par notre modèle actuel sont comparés aux résultats numériques disponibles dans la littérature. Par la suite, la configuration d'écoulement d'intérêt est simulée et une analyse paramétrique est effectuée afin d'étudier l'effet de la distance de paroi sur le comportement hydrodynamique de l'écoulement autour de deux cylindres.

4.4.1 Maillage et validation de modèle numérique (sans paroi) :

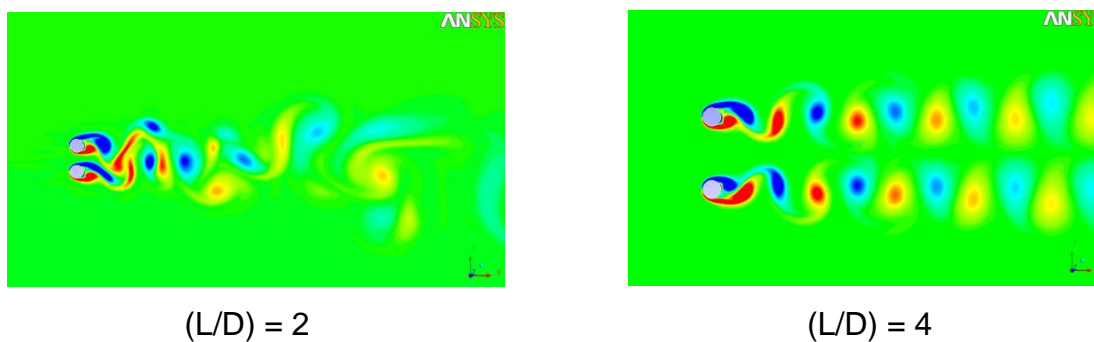
Un écoulement sur deux cylindres côte-à-côte est analysé pour $Re = 200$. Une étude d'analyse de maillage est résumée dans le tableau (4.3). Le maillage est choisi pour ce problème. Un bon accord est trouvé entre les résultats des calculs actuels et d'autres résultats pour une configuration d'écoulement libre (sans effet de paroi). La figure (4.17), montre des résultats similaires de Meneghini et al. [45], Surmas et al. [48] et Ana Lucia et al. [49], pour $(L/D) = 2,0$ et $(L/D) = 4,0$. Lorsque les cylindres sont proches les uns des autres, il y a une grande interférence entre les sillages, ce qui conduit à une force répulsive entre les cylindres. Cette force de répulsion est due au mouvement des points de stagnation, où la pression est élevée, sur les deux cylindres comme observé par Meneghini et al. [45]. L'écoulement a une région d'instabilité intense qui affecte les coefficients de traînée et de portance. Un seul sillage est formé, et il est alternativement dévié en direction de l'un des cylindres puis en sens inverse (phénomène de flopping). Ce comportement a également été observé par Bearman et Wadcock [57], Williamson [58] et Meneghini et al. [45]. Lorsque la distance entre les deux cylindres augmente, les deux sillages identiques et indépendants sont générés derrière les deux cylindres comme dans le cas de deux cylindres isolés.

La variation des coefficients de portance et de traînée des deux cylindres par rapport à le rapport d'aspect (L/D) est indiquée dans les tableaux (4.4) et (4.5). L'index 1 indique le cylindre supérieur et l'index 2 indique le cylindre inférieur. La figure (4.18) illustre la variation des coefficients de portance moyens.

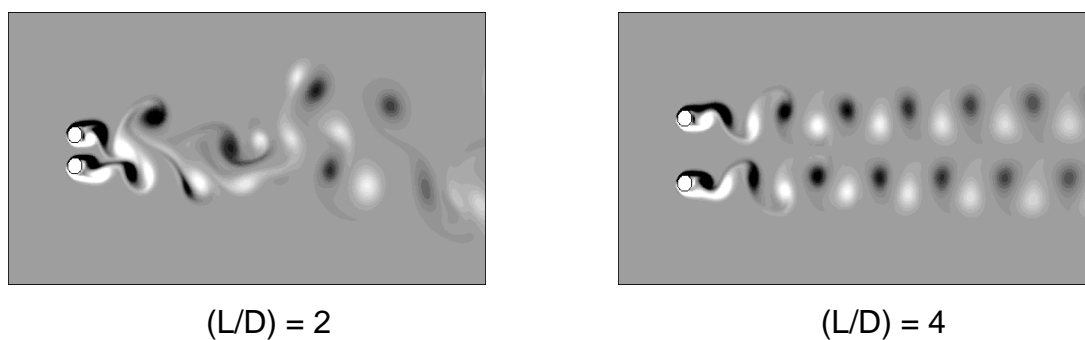
Les deux séries de graphiques sont symétriques par rapport à l'axe x car les deux valeurs sont égales mais de signe opposé, l'effet résultant étant une force d'attraction entre les cylindres. Les résultats montrent une diminution de cette force lorsque (L/D) augmente. De plus, cette diminution tend asymptotiquement à zéro. On peut observer que lorsque le rapport d'aspect entre les deux cylindres (L/D) augmente, une force répulsive affecte la forme du sillage derrière les deux cylindres car ils ont tendance à s'éloigner de l'un et l'autre. Inversement, lorsque la distance (L/D) diminue, il y a une forte interférence entre les deux sillages qui finissent par former un seul sillage derrière les deux cylindres. La variation du coefficient de traînée moyen par rapport à (L/D) est montrée sur la figure (4.19). Elle a la même valeur pour les deux cylindres parce qu'ils sont placés symétriquement dans le domaine. Les résultats d'Ana Lucia et al. [49], Surmas et al. [48] et Meneghini et al. [45] sont également présentés dans cette figure. Les résultats sont de forme similaire, montrant de petits changements dans la traînée dans la gamme choisie de (L/D) , avec des différences ne dépassant pas 10% entre les différents calculs.

Tableau 4.3 : maillage pour CFX de $(L / D) = 3,0$ à $Re = 200$ sans paroi.

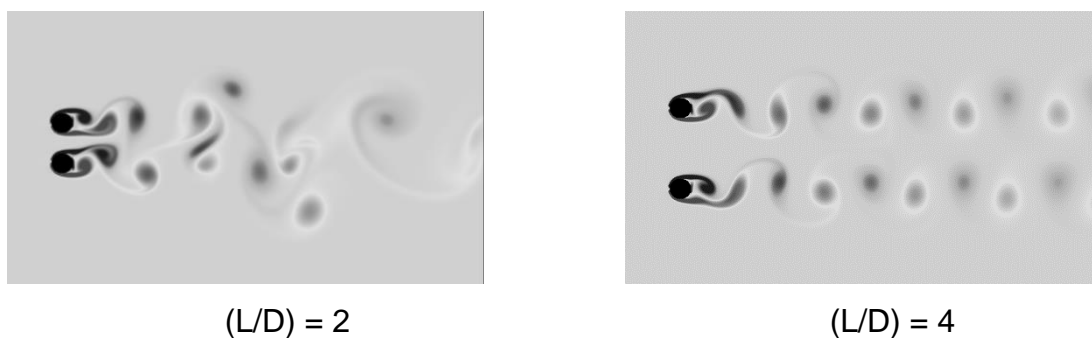
Cas	Nombre de nœuds	Nombre d'éléments	C_{D1}	C_{D2}	C_{L1}	C_{L2}	St
Cas A	12648	6150	1.371	1.371	0.111	-0.111	0.157
Cas B	29248	14350	1.447	1.447	0.0957	-0.0957	0.180
Cas C	119288	59100	1.491	1.491	0.0941	-0.0941	0.202
Case D	169318	84000	1.492	1.492	0.0940	-0.0940	0.202



(a) travail actuel



(b) Ana Lucia F. et al. [49].



(c) Surmas et al. [48].

Figure 4.17 : Contours de vorticité pour différents rapports d'aspects.

Tableau 4.4 : Valeurs moyennes du coefficient de portance pour deux cylindres côte à côte sans paroi.

L/D	Travail actuel		Meneghini et al. [45]		Surmas et al. [48]		Ana Lucia F. et al. [49]	
	C_{L1}	C_{L2}	C_{L1}	C_{L2}	C_{L1}	C_{L2}	C_{L1}	C_{L2}
1.5	0.401	-0.401	0.40	-0.40	0.461	-0.461	0.636	-0.636
2.0	0.220	-0.220	0.22	-0.22	0.235	-0.235	0.368	-0.368
3.0	0.0941	-0.0941	0.10	-0.10	0.105	-0.105	0.0903	-0.0903
4.0	0.0552	-0.0552	0.05	-0.05	0.0569	-0.0569	0.0482	-0.0482

Tableau 4.5 : Valeurs moyennes du coefficient de traînée pour deux cylindres côte à côte sans paroi.

L/D	Travail actuel		Meneghini et al. [45]		Surmas et al. [48]		Ana Lucia F. et al. [49]	
	C_{D1}	C_{D2}	C_{D1}	C_{D2}	C_{D1}	C_{D2}	C_{D1}	C_{D2}
1.5	1.47	1.47	1.32	1.32	1.60	1.60	1.43	1.43
2.0	1.5	1.5	1.42	1.42	1.62	1.62	1.40	1.40
3.0	1.49	1.49	1.41	1.41	1.58	1.58	1.46	1.46
4.0	1.42	1.42	1.34	1.34	1.52	1.52	1.35	1.35

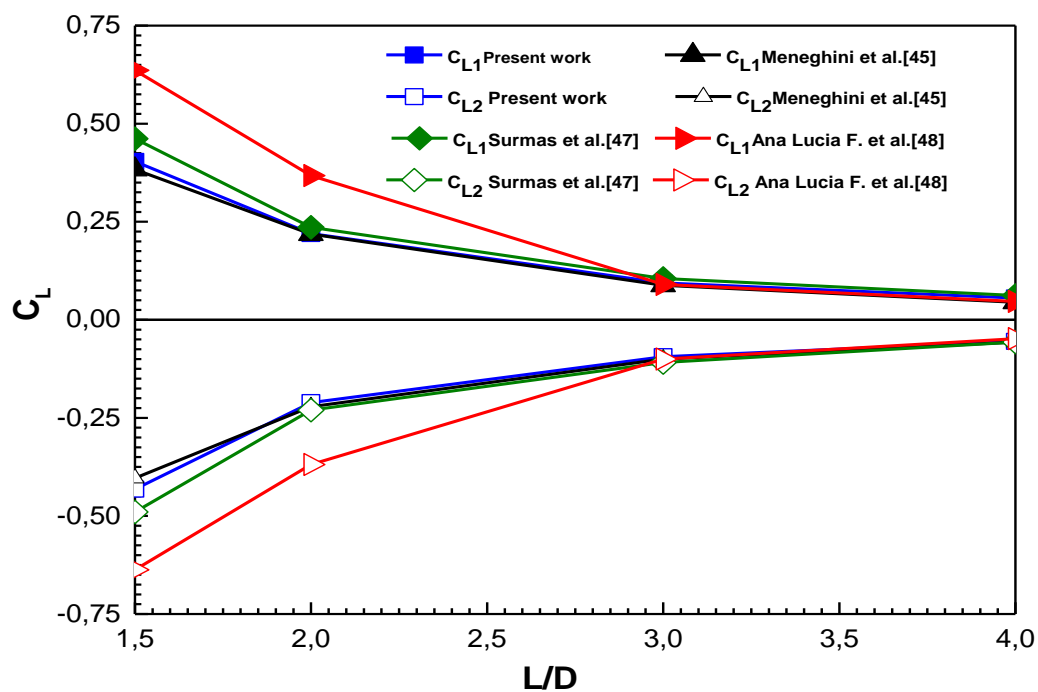


Figure 4.18: Coefficient de portance en fonction de rapport d'aspect (L/D) entre les cylindres pour l'arrangement côte à côte.

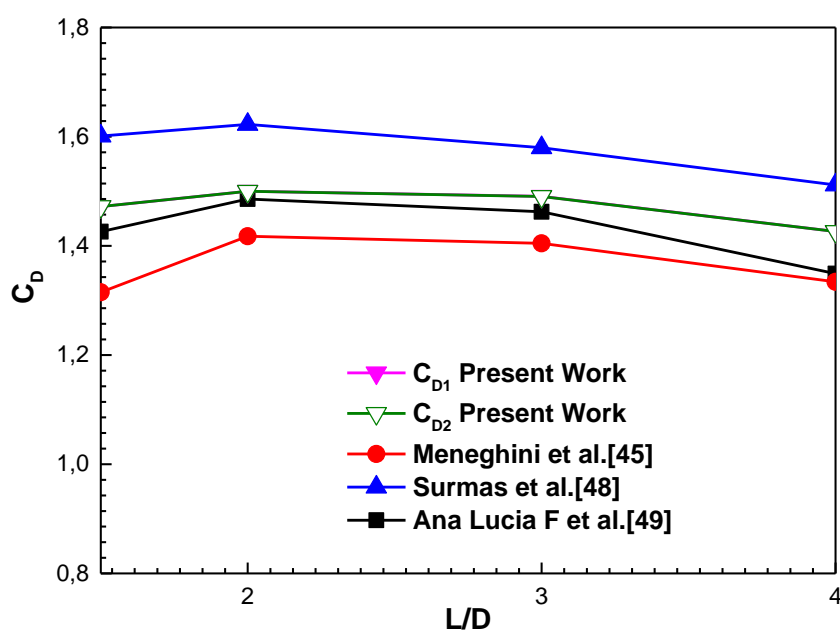


Figure. 4.19 : Coefficient de traînée en fonction de rapport d'aspect (L/D) entre les cylindres pour l'arrangement côte à côte.

4. 4. 2 Effet de la paroi sur les coefficients hydrodynamiques :

Dans la présente étude, des simulations ont été effectuées avec deux cylindres de même diamètre D disposés côte à côte transversalement à l'écoulement, avec le cylindre inférieur à un rapport d'aspect (G/D) d'une paroi stationnaire comme la montre dans le chapitre 2. Un exemple du maillage est montré dans le chapitre 3. Le maillage est raffiné dans les régions au voisinage des cylindres et de la paroi.

Différents cas sont considérés, où le rapport d'aspect (L/D) prend les valeurs 1,5, 2,0, 3,0 et 4,0; le rapport d'aspect (G/D) prend les valeurs : 0,5, 1,0, 2,0, 3,0 et 4,0. Cela nous permet d'étudier l'effet du rapport d'aspect (L/D) ainsi que l'effet du rapport d'aspect (G/D).

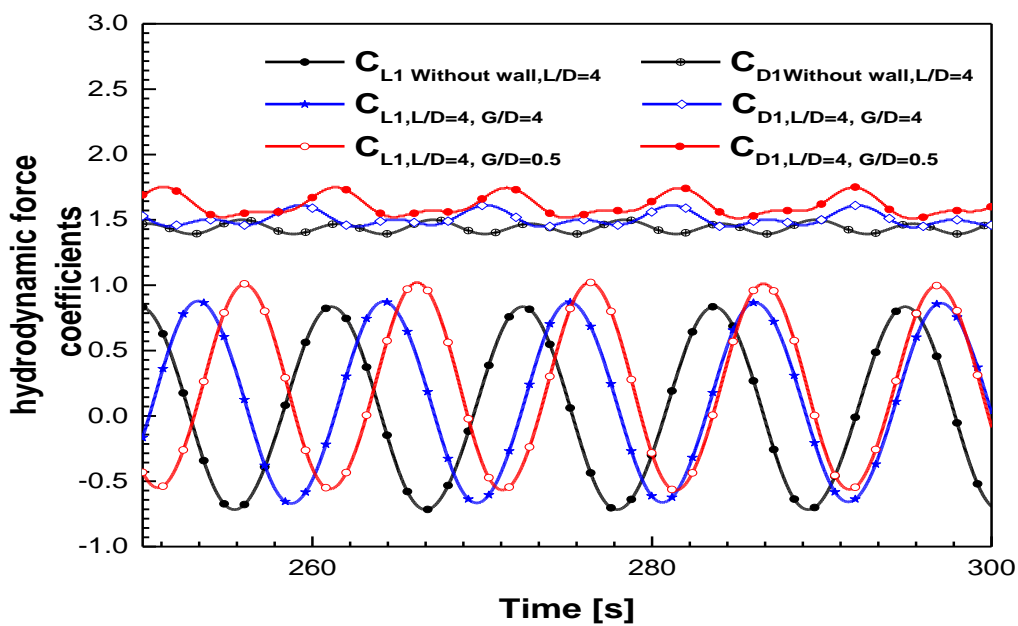
Les résultats sont présentés dans les figures montrant la variation temporelle des coefficients de portance et de traînée C_{L1} et C_{D1} , respectivement, représentant la portance et la traînée sur le cylindre supérieur et C_{L2} et C_{D2} représentant ceux sur le cylindre inférieur. Sur la figure (4.20), deux valeurs du rapport d'aspect sont considérées ($(G/D) = 0,5$ et $4,0$) pour une valeur du rapport d'aspect $(L/D) = 4,0$. Les variations des coefficients de traînée et de portance avec le temps sont comparé à ceux du cas à écoulement libre (pas de paroi) pour la même rapport d'aspect $(L/D) = 4,0$. Les résultats confirment l'importance attendue de l'effet de paroi. De plus, l'amplitude et la période des coefficients de portance et de traînée sont affectés par le rapport d'aspect (G/D) . On peut également conclure que l'effet de paroi est principalement ressenti par le cylindre inférieur.

La variation du coefficient de portance moyen par rapport à le rapport d'aspect (L/D) est représentée sur la figure (4.21), pour les deux cylindres. En comparaison avec la figure (4.18), la symétrie qui a été observée dans le cas d'écoulement libre ne tient pas dans le cas de la présence d'une paroi. Il y a une force de répulsion entre le cylindre inférieur et la paroi qui s'augmente à l'interaction entre les deux cylindres, ainsi les courbes déplaçant vers le haut par rapport à l'axe x . Le coefficient de portance du cylindre supérieur diminue encore, tandis que le coefficient de portance du cylindre inférieur augmente avec le rapport d'aspect (L/D) . De plus, les deux valeurs de coefficient de portance augmentent lorsque le rapport d'aspect (G/D) diminue. Les courbes inférieures traversent même l'axe des x , indiquant un changement dans la direction de portance, pour $(G/D) < 1,0$ et $(L/D) > 3,0$.

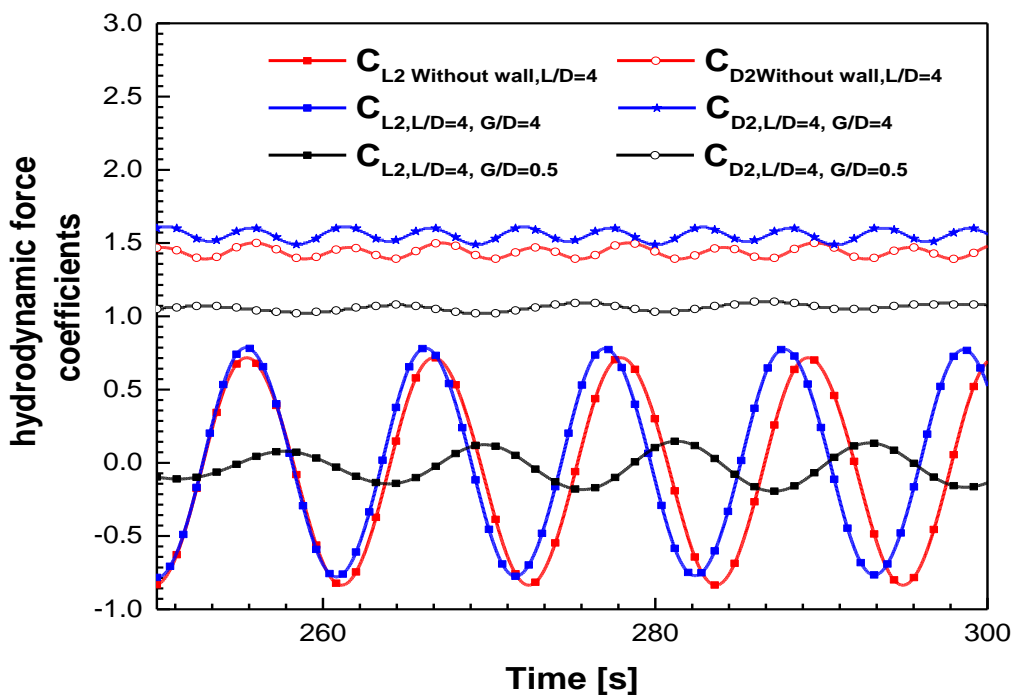
Les coefficients de traînée moyens sont montrés sur la figure. (4.22). Ils n'ont pas la même valeur pour les deux cylindres. Le coefficient de traînée du cylindre inférieur est plus important en raison de la présence de la paroi. Les deux courbes montrent une diminution de la force de traînée avec une augmentation du rapport d'aspect (L/D) pour la même valeur du rapport d'aspect (G/D) , ce qui peut être expliqué par la plus faible interaction entre les deux cylindres. Inversement, une augmentation de la force de traînée est observée avec la diminution du rapport d'aspect (G/D) pour une valeur du rapport d'aspect (L/D) est constante, ce qui conduit à des effets visqueux plus importants lorsque les cylindres se

rapprochent de la paroi. La figure (4.23) montre l'évolution temporelle du champ de vortex pour le rapport d'aspect $(L/D) = 4,0$ et $(G/D) = 4,0$, correspondant aux valeurs les plus élevées pour les intervalles de calcul actuels. Les résultats de coefficient de portance précédemment montrés sur la figure (4.21), sont supportés par les configurations de vortex montrées sur la figure (4.23). En effet, nous pouvons voir que la paroi solide crée une force répulsive due à l'effet des deux cylindres sur le champ de pression et que cette force influence la structure du sillage, en particulier derrière le cylindre inférieur, donnant lieu à des rues de vortex dissymétriques derrière les deux cylindres.

Lorsque le rapport d'aspect entre la paroi et le cylindre inférieur diminue comme dans le cas de la figure (4.24), la structure de sillage générée derrière le cylindre inférieur est pratiquement diffusée dans la couche limite de la paroi, tandis que celle du cylindre supérieur n'est que légèrement affectée. Les résultats révèlent une grande influence de la paroi sur le coefficient de portance, en particulier dans le cas où la distance entre le cylindre inférieur et la paroi (G/D) est très proche. Ceci est représenté sur la figure (4.25), où la variation du coefficient de portance avec le rapport d'aspect (L/D) est comparée pour le cas d'écoulement libre (sans paroi) et l'écoulement proche une paroi avec le rapport d'aspect $(G/D) = 0,5$. Il y a une grande différence entre la courbe sans paroi et avec la paroi; cette différence est due à l'effet de la paroi sur le champ de pression autour des deux cylindres. L'effet global peut également être vu comme un déplacement vers le haut de l'axe de symétrie entre les courbes correspondant aux cylindres supérieur et inférieur (représenté par une ligne pointillée horizontale sur la figure).



(a) cylindre supérieur



(b) cylindre inférieur

Figure 4.20 : Coefficients de traînée et de portance des cylindres supérieur (a) et inférieur (b) pour différents modes de détachement tourbillonnaire à $Re = 200$.

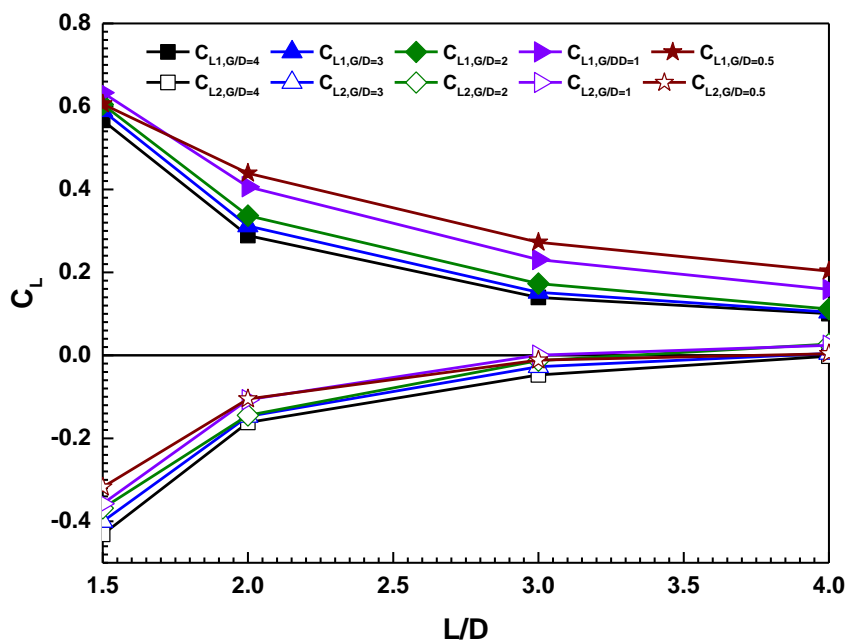


Figure 4.21 : Coefficient de portance moyen en fonction du rapport d'aspect (L/D) pour la disposition côte à côte et l'espace (G/D).

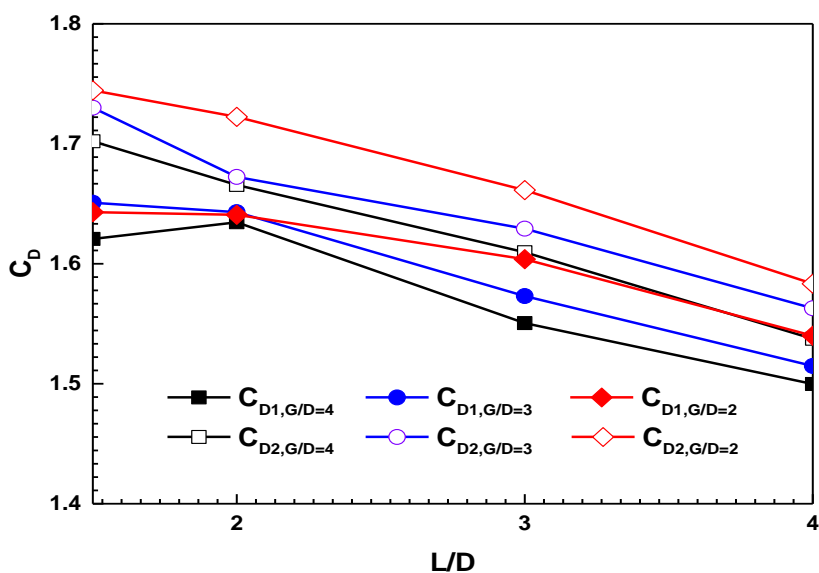


Figure 4.22 : Coefficient de traînée en fonction du rapport d'aspect (L/D) entre les cylindres pour la disposition côte à côte et l'écart (G/D) entre la paroi du cylindre inférieure.

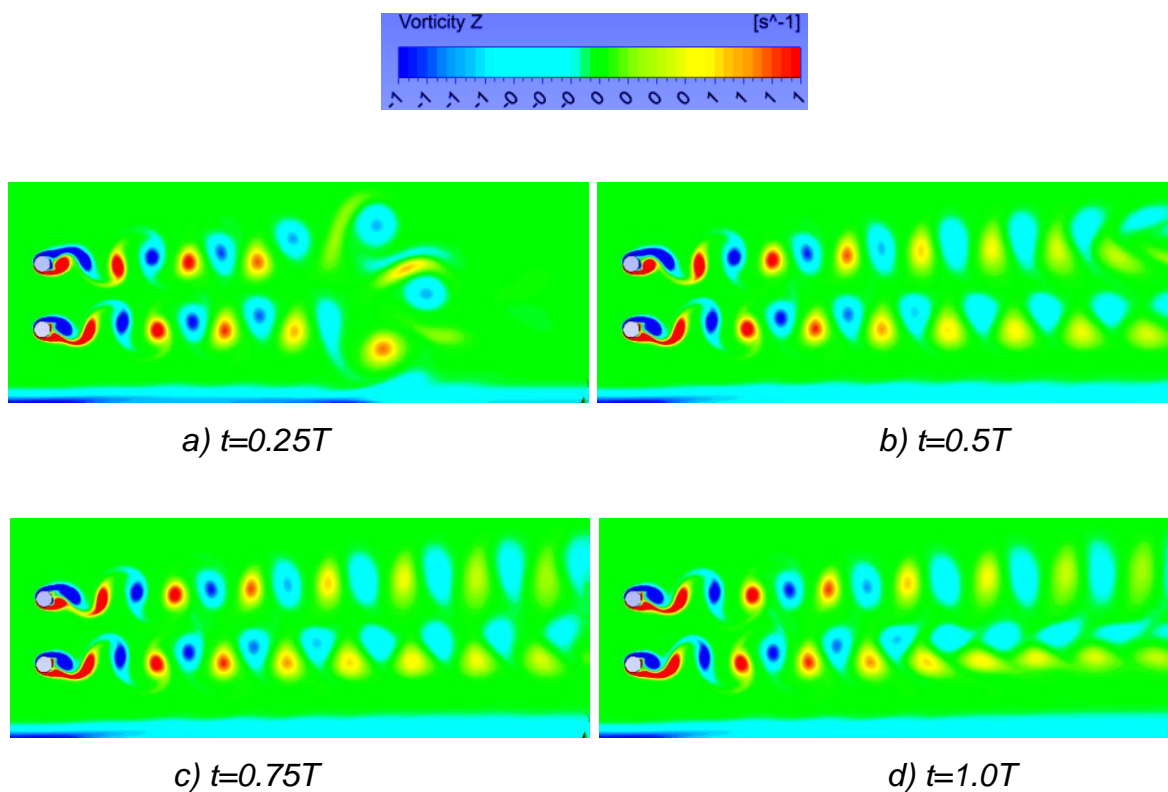


Figure 4.23 : Evolution du champ vortex pour le mode de deux-sillage quand $(G/D) = 4.0$ et $(L/D)=4.0$.

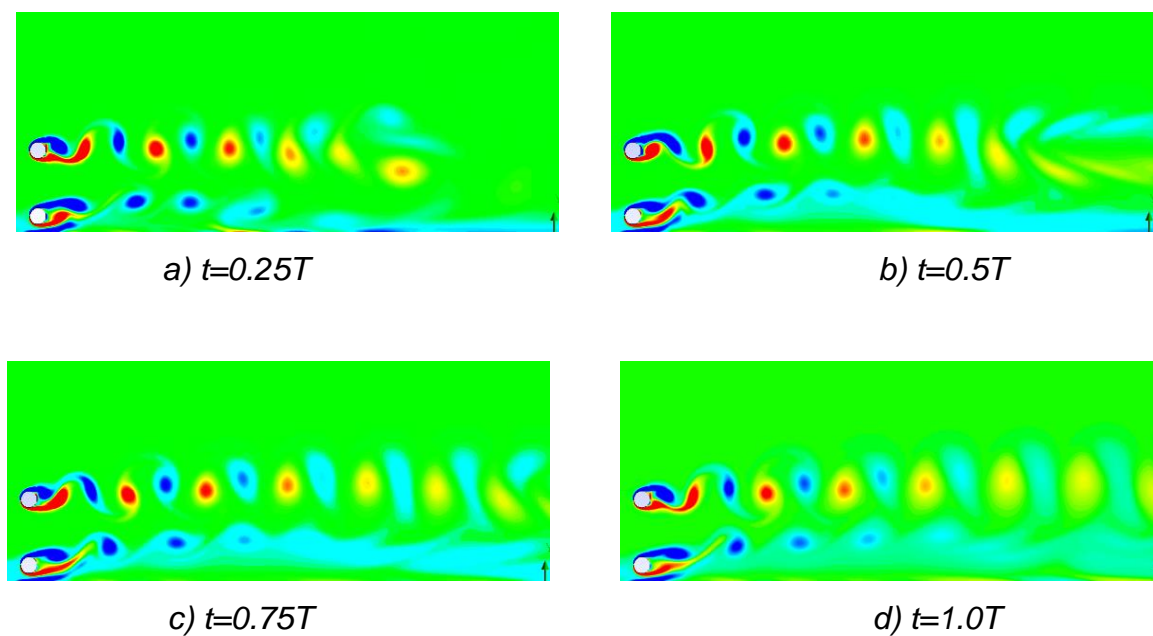


Figure 4.24 : Evolution du champ vortex pour le mode de deux-sillage quand $(G/D) = 0.5$ et $(L/D)=4.0$.

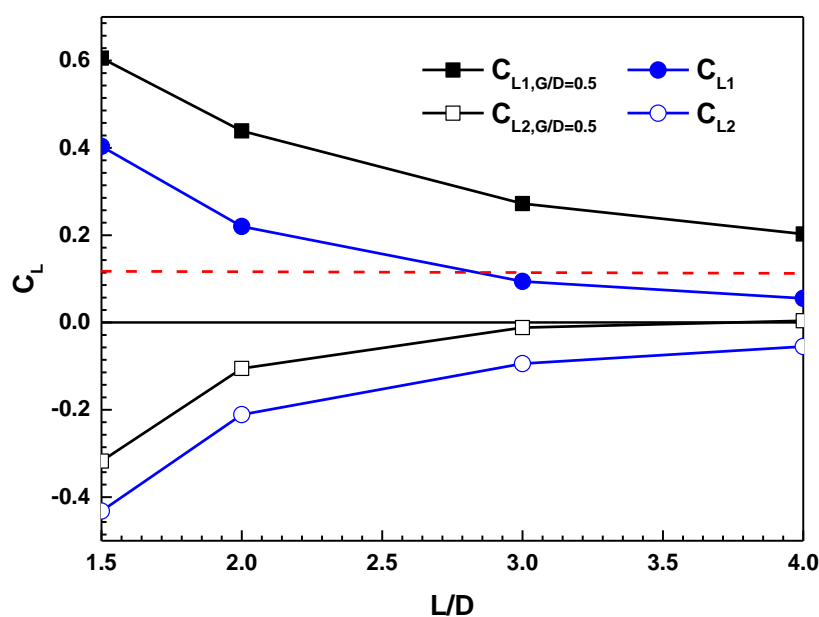


Figure 4.25 : Comparaison entre les valeurs moyennes du coefficient de portance avec paroi et sans paroi pour $(G/D) = 0,5$.

4.4.3. Effet de la paroi sur le nombre de Strouhal :

La figure (4.26), montre la variation des valeurs de Strouhal du cylindre inférieur (St_2) avec (L/D) pour différentes valeurs de (G/D) . Les résultats pour l'écoulement libre (sans paroi) sont également présentés. Les calculs sont effectués en utilisant la variation temporelle de C_{L2} (coefficient de portance moyen) du cylindre inférieur en utilisant le transformateur de Fourier rapide (FFT). Les résultats montrent l'effet significatif de la présence de la paroi sur le nombre de Strouhal car sa valeur diminue fortement. De plus, la variation du nombre de Strouhal pour les valeurs inférieures de (L/D) est sensiblement amortie.

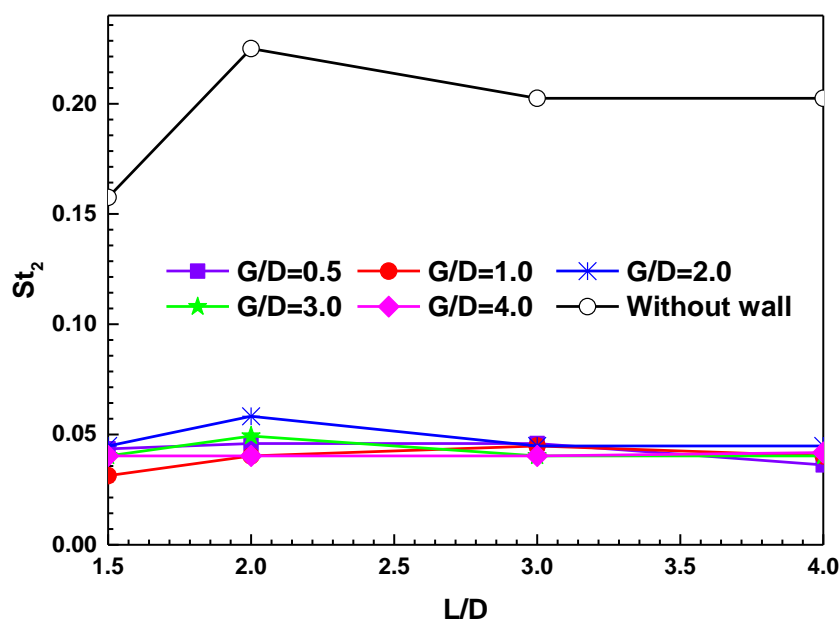


Figure 4.26 : Nombre de Strouhal St_2 pour cylindre inférieur avec différentes valeurs de (L/D) et (G/D) à $Re = 200$.

4.4.4 Effet du cylindre supérieur et la paroi sur le cylindre inférieur :

La figure (3.26) montre l'évolution dans le temps de la structure du vortex dans le cas de $(L/D)=1,5$ et $(G/D) = 0,5$ correspondant à deux cylindres très proches de la paroi. On peut voir que dans une telle configuration, la structure du vortex est équivalente à un seul sillage en raison de la forte interaction entre les deux cylindres à cause de leur proximité, avec une force de répulsion faible due à l'effet de paroi. Inversement, pour le cas de $(L/D) = 3,0$ et $(G/D) = 1,0$ montré sur la figure (3.27) correspondant à des cylindres éloignés modérément loin de la paroi, deux sillages peuvent être différenciés mais avec un fort effet de la paroi due à son effet sur le champ de pression.

Les effets de la paroi et du cylindre supérieur sur le cylindre inférieur sont résumés dans les tableaux (3.6) et (3.7). On peut trouver, à partir des valeurs du coefficient de traînée, qu'un ralentissement de l'écoulement dû à la présence de paroi est estimé à 26 et 18 % dû à la présence du cylindre supérieur. De plus, la

paroi augmente la valeur moyenne du coefficient de portance. Pour les cylindres côte à côte sans paroi, il existe des forces de portance. Cependant, le coefficient de portance diminue à 20% pour le cylindre inférieur et augmente de 52% pour le cylindre supérieur en raison de la présence de la paroi.

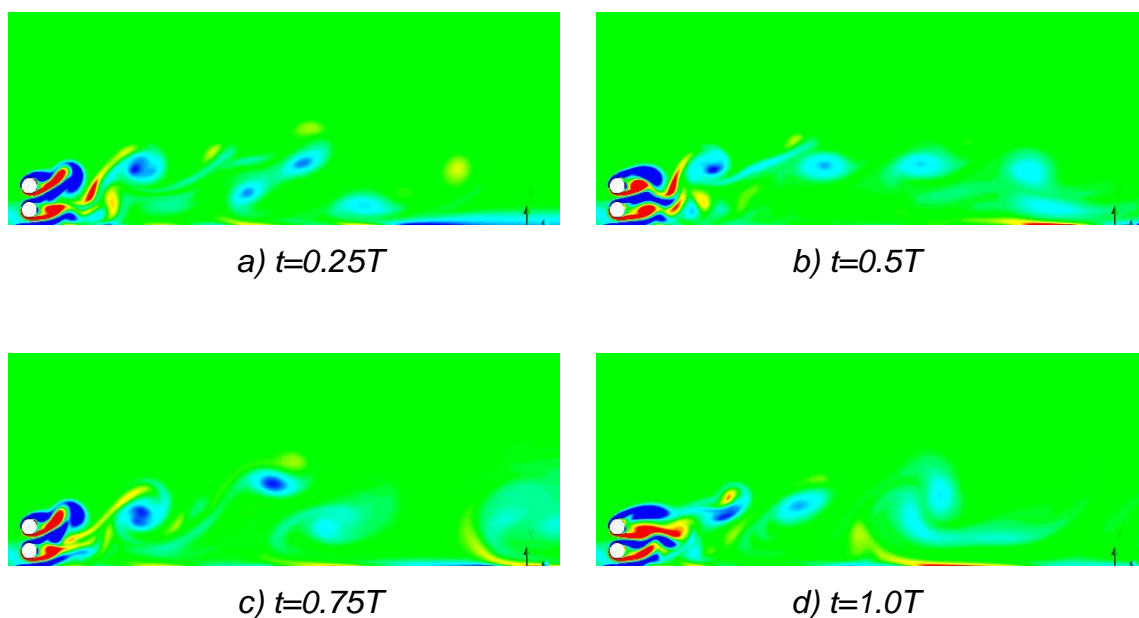


Figure 4.27 : Evolution du contour de vorticité pour le mode deux-sillage quand $(G/D) = 0.5$ et $(L/D) = 1.5$.

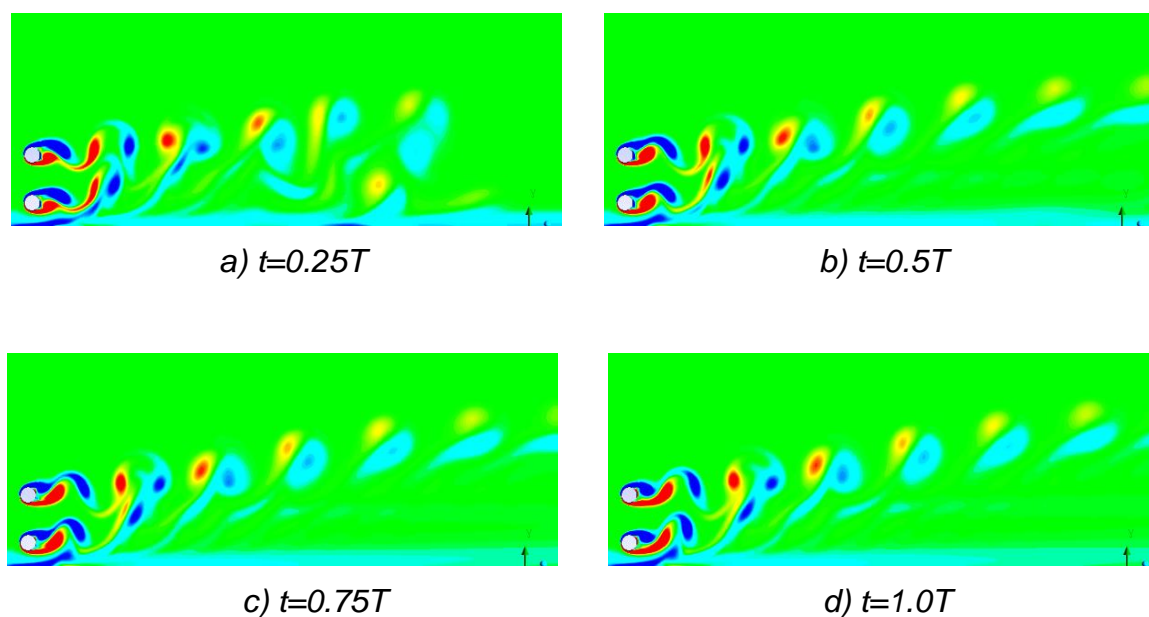


Figure 4.28 : Evolution du champ vortex pour le mode deux-sillage quand $(G/D) = 1.0$ et $(L/D) = 3.0$.

Tableau 3.6 : Valeurs de C_L et C_D de un seul cylindre sans paroi, et avec paroi
à $Re = 200$.

Un seul cylindre			
Sans paroi		Avec paroi $G/D=0.5$	
C_L	C_D	C_L	C_D
0.00062	1.25	0.21	1.573

Tableau 3.7 : Valeurs de C_L et C_D de et deux cylindres sans paroi, et avec paroi
à $Re = 200$.

Deux cylindres côte à côte							
Sans paroi $L/D=1.5$				Avec paroi $L/D=1.5$ et $G/D=0.5$			
C_{L1}	C_{L2}	C_{D1}	C_{D2}	C_{L1}	C_{L2}	C_{D1}	C_{D2}
0.401	-0.401	1.47	1.47	0.61	-0.32	1.634	1.525

4.5 Conclusion :

On a présenté dans ce chapitre les résultats des simulations numériques obtenues par le code de calcul ANSYS CFX, une étude numérique d'écoulement autour d'un cylindre, écoulement autour d'un cylindre proche d'une paroi solide, et écoulement autour de deux cylindres en arrangement transversal proche d'une paroi solide.

On a trouvé dans le cas d'écoulement autour d'un cylindre que la paroi est influée fortement sur l'apparition de l'allée tourbillonnaire de Bénard-Von Karman c'est-à-dire sur le détachement de sillage derrière d'un cylindre circulaire, car la paroi crée une force répulsive, l'intensité de cette force dépend du rapport d'aspect (G/D), et aussi dans le cas d'écoulement autour de deux cylindres en arrangement transversal proche d'une paroi solide, il y a deux forces, la première c'est une force répulsive, et la deuxième c'est une force attractive, l'intensité de chacun dépend des rapports d'aspects (G/D) et (L/D).

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

L'étude des écoulements laminaires autour de deux obstacles près d'une paroi a été l'objectif du présent travail. La simulation numérique par ANSYS CFX a été adoptée pour résoudre les équations d'un écoulement stationnaire et instationnaire d'un fluide newtonien et incompressible en régime laminaire.

Ce travail, on a permis de tirer de très riches observations pour différents nombres de Reynolds en régime laminaire. En premier lieu, on a confronté nos résultats aux ceux obtenus dans la littérature pour un écoulement autour d'obstacle circulaire sans présence la paroi. À faible $Re < 5$, un écoulement rampant est examiné. Puis à partir de $Re > 50$ l'instabilité commence à se manifester dans la zone de sillage dévoilant un écoulement oscillatoire avec des fréquences variables et des amplitudes progressives dans la géométrie considérée. Ce phénomène d'écoulement est appelé aussi phénomène de l'allée tourbillonnaire de Von-Karman.

Ensuite, on a fait l'étude dynamique d'un écoulement bidimensionnel autour de deux cylindres dans en arrangement transversal sur une paroi fixe pour différents rapports d'aspects entre le cylindre inférieur et la paroi (G/D) égal à 0,5; 1,0; 2,0; 3,0 et 4,0 et différents rapports d'aspects ((L/D) la distance entre les deux cylindres côté à côté) égale à 1,5; 2,0; 3,0; et 4.0) est effectuée. Les coefficients de traînée et de portance moyens ainsi que les valeurs de nombre de Strouhal pour le nombre de Reynolds $Re = 200$ sont calculés pour les deux cylindres. Des calculs sont également effectués pour le cas de sans paroi pour des raisons de validation et de comparaison. Un bon accord est trouvé en comparaison avec d'autres résultats disponibles dans la littérature.

Une paroi a des effets significatifs sur le comportement d'écoulement. De grandes différences sont observées sur les coefficients de portance des cylindres supérieur et inférieur. De plus, la présence de la paroi perturbe le champ de

pression, donnant lieu à des effets asymétriques sous la forme d'une force répulsive par rapport à la paroi qui conduit à une déviation de la structure du sillage. Cet effet augmente avec la distance entre le cylindre inférieur et la paroi (G/D). Les contours de la vorticité, en tant qu'indicateur des structures de vortex, et la variation des coefficients de portance et de traînée en fonction du temps sont également présentés. Une autre force due à l'interaction des deux cylindres avec celle de la paroi est révélée; c'est aussi répulsif dans la nature. Cette force de répulsion diminue à mesure que les deux cylindres sont plus éloignés (augmentation (L/D)).

Le coefficient de portance moyen du cylindre supérieur diminue avec l'augmentation du rapport d'aspect entre les deux cylindres (L/D). Par contre, pour le cylindre inférieur lorsque le rapport d'aspect (L/D) augmente, le coefficient de portance moyen augmente. On a remarqué dans ce cas, que les valeurs sont les mêmes mais avec un signe opposé. Mais, dans le cas avec la présence de la paroi, les valeurs sont plus grandes que celles sans paroi. Contrairement au cas sans paroi, les coefficients de portance moyens de cylindre supérieur et inférieur ne sont pas les mêmes. On a trouvé aussi que l'axe de symétrie des courbes a changé de position. Et que, le nombre de Strouhal est influé fortement par la présence de la paroi ainsi que les deux rapports d'aspects (G/D) et (L/D).

En perspectives, on propose d'étudier la modélisation tridimensionnelle et d'élargir le régime d'écoulement.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Zdravkovich, M.M.: “The effect of interference between circular cylinders in cross flow”. *J. Fluids Struct.* 1(2), 239–261 (1987). [https://doi.org/10.1016/S0889-9746\(87\)90355-0](https://doi.org/10.1016/S0889-9746(87)90355-0)
2. Kolar, V.; Lyn, D.A.; Rodi, W.: “Ensemble-averaged measurements in the turbulent near wake of two side-by-side square cylinders”. *J. Fluid. Mech.* 346, 201–37 (1997)
3. Wang, Y.-T.; et al.: “Numerical simulation of low-Reynolds number flows past two tandem cylinders of different diameters”. *J. Water Sci. Eng.* 6(4), 433–445 (2013)
4. Tang, G.-Q.; et al.: “Numerical simulation of flow past twin near wall circular cylinders in tandem arrangement at low Reynolds number”. *J. Water Sci. Eng.* 8(4), 315–325 (2015)
5. RIADH Ben Hamouda, : “Notions de mécanique des fluides, Centre de publication universitaire”, Tunis, 2008.
6. ION Paraschivoiu, : “Aérodynamique subsonique”, Editions de l'école polytechnique de Montréal (Québec), Canada, 1998.
7. STEPHANE Chaussedent, : “Statique et dynamique des fluides”, université d'Angers, novembre 2011.
8. RAYMOND Brun, : “Manuel du Mécanicien et du Thermicien”, Editions Techip, Paris, 1977.

9. Mahbubar Rahman, Mashud Karim and Md. Abdul Alim,: “Numerical investigation of unsteady flow past a circular cylinder using 2-D finite volume method“, Journal of Naval Architecture and Marine Engineering, 2007.
10. C.H.K. Williamson,: “Vortex Dynamics in the Cylinder Wake“, Annual Reviews, Fluid. Mech. 28:477-539, 1996.
11. E. H Dowell and Kenneth C hall,: “Modeling of Fluid-Structure Interaction“, Ann Rev. Fluid Mech, 33:445-90, 2001.
12. M. Van Dyke, : “An Album of Fluid Motion“, Parabolic Press, 1982.
13. Bedjehit El-Houas, : “Etude Expérimentale Et Numérique D’un Ecoulement Autour D’obstacles Carre Et Cylindrique“, la thèse de magister, Université Mentouri Constantine , 2010.
14. ION Paraschivoiu, MICHEL Prud’homme, LUC Robillard et PARTICK Vasseur, : “Mécanique des fluides , Presses internationales polytechnique“, Ecole de Montréal, Canada, 2003.
15. Blackburn H.M. & Melbourne W.H.,: “The effect of free-stream turbulence on sectional lift forces on a circular cylinder“, J. Fluid Mech, 306 p. 267-292, 1996.
16. E. H Dowell and Kenneth C hall,: “Modeling of Fluid-Structure Interaction“, Ann Rev. Fluid Mech, 33:445-90,2001.
17. N. Roquet, P. Saramito,: “An adaptive finite element method for Bingham fluid flows around a cylinder“, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg, VOL192 PP3317–3341, 2003.
18. Q.Rong, L. G.Ya, L. Wei, W. Jian, Z. Xin,: “Study of vortex characteristics of the flow around a horizontal circular cylinder at various gap-ratios in the cross-flow“, Journal of Hydrodynamics Ser.B, VOL18PP334-340, 2006.

19. T.Nishino, G.T.Roberts, X.Zhang,: “Detached-eddy simulation of flow around a circular cylinder in ground effect“, the seventeenth international symposium on transport phenomena, Toyama, JAPAN, 2006.
20. P.F. Zhang, J.J. Wang, L.X. Huang,: “Numerical simulation of flow around cylinder with an upstream rod in tandem at low Reynolds numbers“, Applied Ocean Research Vol 28 PP183–192, 2006.
21. M. Cheng, D.S. Whyte, J. Lou,: “Numerical simulation of flow around a square cylinder in uniform-shear flow“, Journal of Fluids and Structures, VOL 23 PP 207–226, 2007.
22. R. Belakroum, M. Khadja, H. Zibouche,: “Simulation numérique du phénomène d'éclatement tourbillonnaire dans la zone de sillage d'un obstacle de section circulaire“, International Conférence on Energetics and pollution constantine, 2007.
23. F.Meddane, T.Yahiaoui, L.Adjlout, : “Influence du volet sur les performances du profil NACA 0021“, International Conférence on Energetics and pollution constantine,2007.
24. S. Pascal-Ribot, Y. Blanchet,: “Buffeting lift forces and local air–water flow aspects around a rigid cylinder“, International Journal of Multiphase Flow, VOL 33 PP 1237– 1254, 2007.
25. A. KORICHI. ET L. OUFER, : “Etude numérique de l'écoulement instationnaire et du transfert de chaleur autour d'une conduite de section carrée dans un canal“, Sciences & Technologie A – N°25, pp. 55-61 ,Juin 2007.
26. C. Shu , N. Liu, Y.T. Chew,: “A novel immersed boundary velocity correction–lattice Boltzmann method and its application to simulate flow past a circular cylinder, Journal of Computational Physics“, Vol 226 PP 1607–1622, 2007.

27. I. Khabbouchi, M.S. Guellouz, : “Ecoulement autour d’un cylindre circulaire proche d’une paroi : Effet de l’écoulement type jet“, Laboratoire d’Etude des Systèmes Thermiques et Energétiques Ecole Nationale d’Ingénieurs de Monastir Rue Ibn El Jazzar 5019 Monastir, Tunisie, 2008.
28. S. Cao, Y. Tamura, : “Flow around a circular cylinder in linear shear flows At subcritical Reynolds number“, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol 96 PP 1961–1973, 2008.
29. M.S. Dhoubib, F. Aloui, S. Turki et S. Ben Nasrallah, : “Etude expérimentale et numérique des écoulements instationnaires derrière un barreau carré placé dans un milieu confiné“, 1^{ère} Conférence Internationale sur La Conversion et La maitrise de L’Energie, CICME’08, 11-13, Sousse –Tunisie, Avril 2008.
30. E.Faghani, H.A.Ardakani, N.S.Vaghefi, S.A.Niaki, and B.Farhanich, : “Numerical investigation of flow and heat transfer characteristics from an impinging jet on circular cylinder“, School of Mechanical Engineering Sharif University of Technology, Tehran, Iran, School of Mechanical Engineering King College London, London, England,2009.
31. K. Lam, L. Zou, : “Experimental study and large eddy simulation for the turbulent flow around four cylinders in an in-line square configuration“, International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol 30 PP 276–285, 2009.
32. N.Mahir, : “Three-dimensional flow around a square cylinder near a wall“, Ocean Engineering, Vol 36 PP 357–367, 2009.
33. L. Bruno , D. Fransos, N. Coste, A.Bosco, : “3D flow around a rectangular cylinder: A computational study“, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics,2009.
34. M.M.Ouestati, M.Ben Salah, F.Aloui, S.Ben Nasrallah, : “Numerical simulation of flow around obstacle with stream function-vorticity formulation of Navier-Stokes

equations“, 2nd International Conference on Energy Conversion and Conservation, 2010.

35. MOSSAZ Stéphane,: “Etudes expérimentales et numériques des écoulements inertiels de fluides à seuil autour d’un cylindre“, Thèse de docteur de l’université de Grenoble, Version 1 – 30, Jul 2012.

36. R. K. Farhoud, S. Amiralaie, G. Jabbari, S. Amiralaie,: “Numerical Study of Unsteady Laminar Flow around a Circular Cylinder“, Journal of Civil Engineering and Urbanism, Volume 2, Issue 2: 63-67, 2012.

37. SJAH Jessica, VINCENS Eric, LEBOEUF Francis, CHAZE Marie,: “Modélisation 2D de l’écoulement visqueux autour d’un cylindre fixe par la méthode SPH-ALE“. 31^{èmes} Rencontres de l’AUGC, E.N.S. Cachan, 29 au 31 mai 2013.

38. R.T. Gonçalves, G.R. Franzini, G.F. Rosetti, J.R. Meneghini, A .L.C. Fajarra: “Flow around circular cylinders with very low aspect ratio“. Journal of Fluids and Structures. 54,122–141 (2015)

39. S. Ul. Islam et al, : “Effect of Reynolds Numbers on Flow Past a Square Cylinder in Presence of Multiple Control Cylinders at Various Gap Spacings“, Arab J Sci Eng, 2016, DOI 10.1007/s13369-016-2302-4

40. Md. Mahbub Alam, Qinmin Zheng, Kerry Hourigan: “the wake and thrust by four side by-side cylinders at a low Re“. Journal of Fluids and Structure. 70, 131–144 (2017)

41. D.-L. Gao et al.,: “Flow around a circular cylinder with slit“, Experimental Thermal and Fluid Science, 82 (2017) 287–301

42. Yang-yang Gao et al ; “Numerical Study on Flow around Four Square-Arranged Cylinders at Low Reynolds Numbers“; Journal of Mathematical Problems

in Engineering, Volume 2017 (2017), Article ID 6381256, 18 pages, <https://doi.org/10.1155/2017/6381256>

43. Q. Zhai, H. K. Wang and G. L. Yu, "Numerical Study of Flow Past Two Transversely Oscillating Triangular Cylinders in Tandem at Low Reynolds Number", *Journal of Applied Fluid Mechanics*, Vol. 10, No. 5, pp. 1247-1260, 2017. DOI: 10.18869/acadpub.jafm.73.242.26842

44. Hyung Suk Kim, Min Roh and Mohamed Nabi, "Computational Modeling of Flow and Scour around Two Cylinders in Staggered Array", *Journal of Water, Water* 2017, 9, 654; doi:10.3390/w9090654.

45. Meneghini, J.R.; Saltara, F.; Siqueira, C.L.R.; Ferrari Jr., J.A.: "Numerical simulation of flow interference between two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangements". *J. Fluids Struct.* 15, 327–350 (2001). [https://doi.org/10.1016/S0021-9991\(03\)00214-6](https://doi.org/10.1016/S0021-9991(03)00214-6)

46. Yunus, A.C; Cimbala, J.M.: "Fluid Mechanics Fundamentals and Applications", 1st ed., McGraw-Hill Higher Education, New York (2006). ISBN 0–07–247236–7

47. ANSYS: ANSYS CFX 12 User's Manuals (2012)

48. Surmas, R.; dos Santos, L.O.E.; Philippi, P.C.: "Lattice Boltzmann simulation of the flow interference in bluff body wakes". *Future Gener. Comput. Syst.* 20(6), 951–958 (2004)

49. Ana Lucia, F.; Silva, A.L.; Silva, A.R.; Silveira Neto, A.: "Numerical simulation of two-dimensional complex flows around bluff bodies using the immersed boundary method". *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.* 29(4), 379–387 (2007)

50. Hervé Oudin., "Méthode des éléments finis", Engineering school, Ecole Centrale de Nantes, 2008, pp.63.

51. Daniel Choi. "Méthode des éléments finis par l'exemple", Groupe Mécanique Modélisation Mathématique et Numérique, Université de Caen, Bld Maréchal Juin, 14032 Caen Cedex, France, Version Avril 2010
52. Erdogan Madenci. Ibrahim Guven, "The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS", by Springer Science and Business Media, LLC (2006)
53. David V. Hutton, "Fundamentals of Finite Element Analysis (the McGraw-Hill Companies)", International ed, USA, 2004,.
54. Laney, C.B.: "Computational Gasdynamics". Cambridge University Press, Cambridge (2009). <https://doi.org/10.1017/CBO9780511605604>
55. Documentations CFX. 10/ (1) Solver Theory / (2) Turbulence And Near Wall Theory.
56. A.L.F. Lima E Silva, A. Silveira-Neto, J.J.R. Damasceno, "Numerical simulation of two -dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method", Journal of Computational Physics, 189 , 351–370, 2003.
57. Bearman, P.W.; Wadcock, A.J.: "The interaction between a pair of circular cylinders normal to a stream". J. Fluid Mech. 61, 499–511 (1973)
58. Williamson, C.H.K.: "Evolution of a single wake behind a pair of bluff bodies". J. Fluid Mech. 159, 1–18 (1985)