

Université de BLIDA
Faculté de Technologie
Département de l'électronique

Thèse de DOCTORAT
Présentée par

Hocine AIT SAADI

Étude des performances des systèmes multiporteuses en communication numérique.

Thèse présentée
à la Faculté de Technologie
Doctorat en Sciences

Février 2018

Jury :

Président : M'hamed Bounekhla	Professeur à Université de BLIDA 1
Directeur : Abderrezak Guessoum	Professeur à Université de BLIDA 1
Co-Directeur : Jean-Yves Chouinard	Professeur à Université Laval (Québec)
Examineur : Meliani Hamza	Professeur à Université de BLIDA 1
Examineur : Ferhat-Hamida Lamia Eps Fergani	Maître de Conférences A à USTHB
Examineur : Halimi Mohammed	Directeur de Recherche au CRTI (Chéraga)

©Hocine Ait saadi, 2018

Résumé

La technique de modulation en multiporteuses, permet à un débit très élevé, de lutter contre les canaux sélectifs en fréquence, d'éliminer l'interférence entre symboles et d'utiliser efficacement le spectre disponible. Cette technique est présente dans presque tous les standards large bande et très haut débit comme la 4G et sera utilisée également dans la future norme de la 5G. Les techniques d'adaptation de la modulation et de la puissance pour un système multiporteuses sous différentes contraintes, permettent d'améliorer les performances en terme du débit de transmission et du BER en prenant en compte les variations du canal. Toutefois, la modulation multiporteuses souffre d'un facteur de crête élevé qu'on appelle **PAPR**¹, ce qui génère des distorsions non linéaires très gênantes.

Dans cette thèse nous effectuons une étude détaillée des techniques multiporteuses et une analyse des distorsions liées à la non linéarité de l'amplificateur de puissance. Après une revue des différentes méthodes de réduction du PAPR, nous proposons une méthode sous-optimale basée sur l'algorithme d'évolution différentielle en utilisant une structure en multipopulation et une auto-adaptation des paramètres de contrôle que nous avons appelé SAMDE-PTS (Self-Adaptive Multipopulation Differential Evolution algorithm PTS).

Généralement, dans les algorithmes d'allocation et d'adaptation de la modulation, seule la modulation MQAM est utilisée car la marge de SNR requis est supposé constant pour tous les sous-canaux. Nous proposons un nouvel algorithme d'allocation pour les systèmes multiporteuses afin de minimiser la puissance d'émission sous les contraintes du débit à atteindre, la puissance d'émission maximale, le taux d'erreur symbole cible (SER) et un SNR gap variable. Les modulations MPSK et MQAM peuvent être envisagées sans augmentation significative de la complexité de calcul ou de la puissance d'émission totale.

1. Peak-to-Average Power Ratio ou facteur de crête

Abstract

The multicarrier modulation technique allows at very high data rate, to fight against the frequency selective channels, to eliminate the inter-symbol interference and to use the available spectrum very efficiently. This technique is present in almost all broadband standards as 4G and will also be used in the future standard of 5G. The bit loading algorithms for multicarrier systems and under different constraints, achieve a better performances in terms of the transmission rate and the BER.

However the multicarrier system is affected by high peak to average power ratio (PAPR) conditions. A signal with high PAPR causes severe transmission problems due to the non linearity of high power amplifier (HPA) used at the transmitter end.

In this thesis we carry out a detailed study of the multicarrier techniques and an analysis of the distortions related to the non-linearity of the power amplifier. After a review of the different PAPR reduction methods, we propose a suboptimal method based on the differential evolution algorithm using a multipopulation structure and a self-adaptation of the control parameters that we called SAMDE-PTS (Self-Adaptive Multipopulation Differential Evolution PTS algorithm). The self adaptation of control parameters and structured population, is able to obtain high quality solutions with low computational cost by evolving each sub-population of individuals over successive generations.

In traditional bit loading algorithms only rectangular M-ary quadratic-amplitude modulation (MQAM) is used since the required SNR gap for a target SER is assumed constant for all sub-channels. We propose a new discrete bit-loading algorithm for multicarrier systems to minimize the transmit power under constraints of the target data rate, the maximum transmit power, the target symbol error rate (SER) and with considering a variable SNR gap. Both MPSK and MQAM modulations can be envisaged without a significant increase in computational complexity or in total transmit power.

Remerciements

Je réserve mes premiers remerciements à **Abderrazak Guessoum**, Professeur à l'université de BLIDA1 et Directeur du laboratoire LATSI, pour m'avoir proposé cette thèse et en avoir dirigé les travaux, pour son soutien depuis la graduation et surtout pour ses qualités humaines remarquables.

Ces quelques lignes ne suffisent pas pour exprimer ma reconnaissance et ma gratitude à **Jean-Yves Chouinard**, Professeur à l'Université LAVAL (QC), pour m'avoir accueilli au laboratoire LRTS et avoir participé à l'encadrement de ces travaux. Merci pour la confiance et l'indépendance que vous m'avez accordées ainsi que la rigueur scientifique et l'encouragement à publier mes résultats.

Je remercie tout particulièrement **M'hamed Bounekhla**, Professeur à l'université de BLIDA, de m'avoir fait l'immense honneur de présider le jury de ma soutenance et pour tous ces conseils.

Je remercie chaleureusement les membres de mon jury de thèse, Mme **Ferhat-Hamida Lamia Eps Fergani** Maître de Conférences à l'USTHB (Alger), Monsieur **Mohammed Halimi** Directeur de recherche au CRTI (Chéraga) et enfin Monsieur **Hamza Meliani**, Professeur à l'université de BLIDA, pour l'attention qu'ils ont accordée à la lecture de ce manuscrit et pour toutes leurs remarques constructives.

Je tiens à remercier, le Chef de département de l'électronique, à l'université de BLIDA1, le Directeur et tous les membres du laboratoire LRTS de l'université LAVAL (Québec), mes collègues et membres du laboratoire DIC de l'université de BLIDA1. Je n'oublierai surtout pas de remercier Dr. Khaled Loukhaoukha pour son indéfectible soutien et encouragement ici et à l'université LAVAL.

Merci à mes amis d'enfance Amar, Mahraz Noureddine, Mourad, Mehdi.

Finalement, je remercie ma chère mère, ma femme, mes frères et sœurs et tous ceux qui m'ont soutenu pendant les moments difficiles et mes problèmes de santé.

Au moment où je rédige ces quelques lignes, j'ai une pensée profonde à la mémoire de mon défunt père et mon regretté neveu Azzeddine.

Table des matières

Résumé	ii
Abstract	iii
Remerciements	iv
Table des matières	v
Liste des figures	viii
Liste des tableaux	xiii
Liste des Acronymes	xiv
Notation	xvii
Introduction	1
1 Caractéristiques d'un canal radio mobile	7
1.1 Introduction	7
1.2 Mécanismes de la radio propagation	10
1.2.1 La réflexion	10
1.2.2 La diffraction	11
1.2.3 La diffusion (Scattering)	12
1.3 Evanouissement à grande échelle (Large-scale fading)	13
1.3.1 Le Path-loss	14
1.3.2 Le Shadowing	14
1.4 L'évanouissement à petite échelle (Small-scale fading)	16
1.5 Modèle du canal radio mobile	17
1.6 Caractérisation statistique du canal radio mobile	20
1.6.1 Bande de cohérence et temps de cohérence	25
1.6.2 Loi de distribution des atténuations complexes	27
1.7 Conclusion	28

2	La modulation OFDM	29
2.1	Introduction	29
2.2	Principe de la modulation OFDM	30
2.3	Le modèle OFDM discret	32
2.3.1	Intervalle de garde	35
2.3.2	Insertion du préfixe cyclique	36
2.3.3	L'OFDM en canaux gaussiens parallèles	38
2.4	Estimation et égalisation du canal en OFDM	39
2.4.1	Arrangements des symboles pilotes	41
2.4.2	L'interpolation :	42
2.4.3	Les hypothèses sur le canal	44
2.4.4	L'estimateur LS :	45
2.4.5	L'estimateur LMMSE :	46
2.4.6	L'estimateur LMMSE modifié (Least Minimum Mean Square Error Modified) :	47
2.4.7	Analyse des performances et de la complexité calculatoire	50
2.5	Le précodage linéaire	51
2.5.1	La technique LP-OFDM	53
2.6	OFDM et non-linéarités	55
2.7	C'est quoi le PAPR ?	55
2.7.1	Distribution du PAPR	57
2.7.2	La fonction cumulative de répartition du PAPR (CCDF)	57
2.8	L'amplificateur de puissance	61
2.9	Les effets d'un PAPR élevé	64
2.10	Conclusion	67
3	Méthodes de réduction du PAPR	69
3.1	Introduction	69
3.2	Écrêtage (clipping)	71
3.2.1	Écrêtage et filtrage par une FFT	74
3.2.2	Processus itératif de suppression du bruit d'écrêtage	75
3.3	Codage canal pour la réduction du PAPR	80
3.4	La méthode SLM	81
3.5	La méthode PTS	83
3.6	Les méthodes TR et TI	86
3.6.1	La méthode Tone Reservation (TR)	86
3.6.2	Méthode du Gradient	93
3.6.3	Tone Injection (Porteuses injectées)	96
3.7	Correction à la réception	97
3.8	Conclusion	98

4	Méthode SAMDE-PTS pour le réduction du PAPR	99
4.1	Méthodes PTS de réduction du PAPR à faibles complexités	100
4.1.1	L'algorithme IF-PTS (Iterative Flipping PTS)	101
4.1.2	Algorithme GD-PTS (Gradient Descent PTS)	101
4.1.3	Méthode R-PTS	104
4.1.4	La méthode GA-PTS	106
4.2	Le schéma PTS proposé basé sur l'algorithme d'évolution différentielle .	107
4.2.1	Algorithme d'évolution différentielle	108
4.2.2	L'algorithme DSADE (Distributed Self adaptive DE)	109
4.2.3	L'algorithme sous-optimal proposé SAMDE-PTS	110
4.2.4	Analyse de la complexité et résultats des simulations	114
4.2.5	Conclusion	119
5	Adaptation de la modulation pour les systèmes OFDM	121
5.1	Introduction :	121
5.2	Capacité d'un canal gaussien simple :	122
5.3	Capacité d'un canal sélectif en fréquence :	123
5.3.1	Algorithme optimal "water-filling"	125
5.4	Adaptation de la modulation sous contraintes pratiques	128
5.4.1	Adaptation en OFDM avec contrainte sur le BER	129
5.4.2	Algorithme de Fischer	132
5.4.3	Algorithme de Chow	134
5.5	Algorithme d'adaptation proposé pour les systèmes OFDM	134
5.5.1	Formulation du problème	136
5.5.2	L'algorithme de bit-loading proposé	138
5.5.3	Résultats des Simulations 1	141
5.6	Canal variant dans le temps	143
5.6.1	Un CSI avec retard	144
5.6.2	Algorithme proposé avec un CSI imparfait	146
5.6.3	Résultats des Simulations 2	146
5.7	Conclusion	149
	Conclusion	151
	Bibliographie	155
	A Liste des Publications	166

Liste des figures

1.1	Chaîne de communication numérique.	8
1.2	Les réflexions dans la propagation radio mobile.	11
1.3	Un graphe illustratif d'une diffraction (Knife-Edge Diffraction).	12
1.4	Exemple de diffusion.	13
1.5	Un graphe illustratif d'une variation à grande échelle et d'une variation à petite échelle.	13
1.6	Exemple d'un modèle combiné path loss et shadowing avec $\gamma = 2$, $\sigma = 3$, $d_0 = 100$	15
1.7	Classification des canaux radio-mobiles.	16
1.8	Réponse impulsionnelle d'un canal à trajets multiples variant dans le temps.	18
1.9	Réponse impulsionnelle d'un canal variant dans le temps et sa réponse en fréquence avec une sélectivité fréquentielle.	18
1.10	Les fonctions de Bello pour caractériser le canal radio mobile.	19
1.11	Les trajets multiples et l'effet Doppler.	20
1.12	Les fonctions d'auto-corrélations du canal radio mobile.	22
1.13	La relation entre la fonction d'auto-corrélation $p_h(\tau)$ (profil puissance-retard) et la fonction d'auto-corrélation en fréquence $P_H(\Delta f)$	23
1.14	La fonction d'auto-corrélations $r_t(\Delta t)$ et la fonction densité spectrale Doppler $R_T(0; \nu)$ selon le modèle de Jakes ($f_d = 926$ Hz).	24
1.15	La sélectivité en temps et en fréquence des canaux selon la bande de cohérence et le temps de cohérence.	26
1.16	Modèle de canal de Clarke/Gan avec $f_D = 100$ [Hz], $T_s = 50 \mu s$ [1].	28
2.1	Schéma simple d'un système mono-porteuses.	30
2.2	Réponse du canal et les sous-bandes en multiporteuses.	30
2.3	Schéma basique d'une modulation/démodulation OFDM analogique.	31
2.4	Illustration du spectre d'une fenêtre rectangulaire	33
2.5	Illustration des porteuses orthogonales d'un signal OFDM modulé en QAM.	33
2.6	Spectre d'un signal OFDM pour $N=32$	34
2.7	Insertion d'intervalle de garde	35

2.8	Préfixe cyclique.	36
2.9	Schéma global du modulateur/démodulateur OFDM discret.	37
2.10	Représentation du système OFDM en canaux gaussiens parallèles.	39
2.11	Schéma du démodulateur OFDM avec estimation et égalisation du canal.	39
2.12	Les pilotes utilisés en OFDM pour l'estimation du canal.	40
2.13	Les trois types de base d'arrangement des pilotes pour l'estimation du canal dans un système OFDM.	42
2.14	Comparaison en DSP entre le vrai canal et le canal estimé en MMSE ou en LSE pour un SNR = -10dB.	47
2.15	Schéma d'un estimateur LMMSE modifié.	49
2.16	Performance en EQM de l'estimation en MMSE modifié pour une insertion pilotes type Block.	51
2.17	Performance en SER de l'estimation en MMSE modifié pour une insertion pilotes type Block.	52
2.18	Schéma d'une modulation OFDM avec précodage linéaire (LP-OFDM).	54
2.19	La fonction répartition du PAPR d'un signal OFDM avec $N = 1024$, 16-QAM et différentes valeurs du facteur du sur-échantillonnage L	56
2.20	L'histogramme de l'amplitude d'un signal OFDM avec une QPSK, $N=1024$	58
2.21	La distribution du PAPR d'un signal OFDM avec une modulation 16-QAM et différentes valeurs de N	59
2.22	Comparaison des différentes approximations de la distribution du PAPR d'un signal OFDM.	61
2.23	Relation entrée sortie d'un amplificateur de puissance	62
2.24	Caractéristique typique d'un amplificateur de puissance (échelle linéaire), un SSPA avec $\rho = 1$ et $\nu = 1$, un TWA avec $A_0 = A_{sat}$ et enfin un limiteur.	64
2.25	Les distorsions à la sortie d'un amplificateur de puissance.	65
2.26	Spectre d'un signal OFDM 16-QAM, $N = 1024$ pour différentes valeurs de IBO et avec un amplificateur SSPA $p = 2$	66
2.27	Constellation d'un signal OFDM 16-QAM, $N = 1024$ pour différentes valeurs de IBO et avec un amplificateur SSPA.	66
2.28	Taux d'erreurs binaire d'un signal OFDM 16-QAM, $N = 1024$ pour différents valeurs de IBO et avec un amplificateur SSPA.	67
3.1	La fonction de répartition CCDF du PAPR pour plusieurs niveaux d'écrêtage sur un symbole OFDM	71
3.2	Les effets de l'écrêtage sur le spectre d'un symbole OFDM	72
3.3	Taux d'erreur binaire en fonction du rapport signal sur bruit pour différents niveaux d'écrêtage pour un signal OFDM modulation 16-QAM, $N=1024$, $L=4$	73
3.4	Les constellations du signal OFDM modulé en 16-QAM écrêté selon plusieurs niveaux d'écrêtage CR.	73

3.5	Diagramme d'un système OFDM et réduction du PAPR avec écrêtage et un filtrage avec une FFT.	75
3.6	Comparaison entre les effets de l'écrêtage et l'écrêtage plus filtrage sur le spectre d'un symbole OFDM.	76
3.7	Optimisation du recul d'entrée IBO.	77
3.8	Schéma d'émetteur OFDM avec écrêtage et filtrage et récepteur OFDM avec processus itératif d'annulation du bruit d'écrêtage.	78
3.9	Taux d'erreur binaire en fonction du rapport signal sur bruit sur un canal AWGN en utilisant la technique de suppression du bruit d'écrêtage (modulation 16-QAM, $N=800$, taille FFT 2048).	79
3.10	Performances en BER vs E_b/N_0 avec la méthode de suppression du bruit d'écrêtage et la fonction CCDF du PAPR pour un signal OFDM $N = 64$ 16QAM.	80
3.11	Diagramme de la méthode SLM	82
3.12	CCDF du PAPR en utilisant la méthode SLM sur un signal OFDM à $N = 128$ porteuses et 16QAM	82
3.13	Exemple de 4 partitions adjacentes PTS-OFDM d'une modulation QPSK et $N = 128$ symboles.	84
3.14	Le schéma bloc de la technique PTS.	84
3.15	CCDF du PAPR avec la méthode C-PTS, modulation 16-QAM, $N = 1024$, $L = 4$, et $\{W, M\} \in \{\{2, 16\}, \{4, 8\}, \{4, 4\}\}$	85
3.16	La surface en gris représente la région permise que le signal de réduction $C(n)$ peut avoir	87
3.17	Réduction du PAPR par rajout du signal	87
3.18	Porteuses Réservées (Tone reservation method)	88
3.19	La fonction CCDF du PAPR avec la méthode Tone Reservation et la méthode de programmation linéaire.	93
3.20	Une comparaison du CCDF du PAPR obtenue avec la méthode Tone Reservation LP et tone Reservation avec le gradient.	95
3.21	Minimisation du PAPR en fonction des itérations de l'algorithme TR-Gradient et différentes valeurs du pas μ	96
3.22	Méthode Porteuses injectées (TI) et l'élargissement de la constellation.	97
4.1	Les fonctions CCDF du PAPR des méthodes C-PTS, IF-PTS et GD-PTS d'un système OFDM modulé en QPSK, $N = 128$, $L = 4$, $W = 4$ et $M = 8$	102
4.2	Les fonctions CCDF du PAPR des méthodes C-PTS, IF-PTS et GD-PTS pour un signal OFDM modulé en 16-QAM, $N = 1024$, $L = 4$, $W = 4$ et $M = 8$	103
4.3	La distribution de probabilité de $Q_n > \alpha$ avec $M = 4, 8$ ou 16	105
4.4	CCDD du PAPR avec la méthode R-PTS méthode à $\gamma = 0.9999$ avec $W = 4$ $M = 4$, signal OFDM modulé en 16-QAM, $N = 1024$ and $L = 4$	106

4.5	Topologie en anneau unidirectionnelle et bidirectionnelle de l'algorithme DE distribué.	111
4.6	transformation de phase discrète et mappage.	112
4.7	Schéma descriptif du fonctionnement de l'algorithme DE distribué avec 4 sous-populations et une topologie en anneau unidirectionnel.	114
4.8	Les fonctions CCDF du signal OFDM original, avec la méthode PTS conventionnelle et la méthode proposée SAMDE-PTS avec $N = 1024$ sous-porteuses, 16-QAM modulation, facteur de sur-échantillonnage $L = 4$, $\{W, M\} = (\{4, 4\}, \{4, 8\}$ et $\{2, 16\})$	116
4.9	Une comparaison des performances des CCDF du PAPR des méthodes C-PTS, SAMDE-PTS, les méthodes heuristiques et métaheuristiques avec $W = 4$, $M = 8$, pour un système OFDM de 1024 sous-porteuses, 16-QAM et $L = 4$	117
4.10	Une comparaison des performances du CCDF du PAPR des méthodes C-PTS, R-PTS et la méthode proposée SAMDE-PTS basée sur le schéma R-PTS, avec $W = 4$, $M = 8$ et un signal OFDM 16-QAM de 1024 sous-porteuses et $L = 4$	118
4.11	performance en BER vs E_b/N_0 sur un canal AWGN de la méthode SAMDE-PTS et C-PTS avec $W = 4$ $M = 8$, signal OFDM modulé en 16-QAM, $N = 1024$ et $L = 4$ un SSPA ($p = 2$ et 3, IBO = 3 et 6 dB).	120
5.1	Modèle d'un canal de transmission.	122
5.2	(a) : Transmission sur à N canaux à bruit blanc additif gaussien parallèles et indépendants. (b) : La dsp du vrai canal et son approximation en N sous-canaux.	124
5.3	L'allocation optimale de la puissance avec l'algorithme "water-filling".	125
5.4	Adaptation optimale du débit en fonction des variations du canal.	127
5.5	Capacité en fonction du rapport signal sur bruit.	128
5.6	Efficacité spectrale moyenne en fonction du rapport signal sur bruit pour différentes valeurs de Γ	130
5.7	La probabilité d'erreur symbole pour une modulation QAM et 16QAM et l'écart Γ qu'il faut prendre.	131
5.8	Utilisation de l'algorithme de fischer.	133
5.9	Bit loading par l'algorithme de Chow avec un SNR=2dB, $\Gamma = 8.8$ dB et $P_e = 10^{-6}$	135
5.10	Exemple de l'algorithme proposé ($\bar{b} = 6$, $c = 59$, $d = 4$) sur le modèle CM1 du canal UWB avec $B_{cible} = 358$, $N = 128$ sous-canaux.	142
5.11	Efficacité spectrale moyenne pour différents retards du canal et $P_{target} = 10^{-3}$	148
5.12	Efficacité spectrale moyenne pour différents délais CSI et un BER cible $P_{target} = 10^{-3}$	148

5.13 Efficacité spectrale moyenne avec l'algorithme de chargement de bits proposé avec un $P_{target} = 10^{-3}$ et un retard de $\tau_D = 6T$ 149

Liste des tableaux

1.1	Valeurs typiques de l'étalement temporel du canal σ_{RMS}	22
2.1	Paramètres de simulation du système OFDM utilisé	49
2.2	Analyse de la complexité de l'estimateur LMMSE modifié	50
3.1	Paramètres de la simulation.	79
3.2	Les valeurs du PAPR pour toutes les données possibles pour un signal OFDM avec quatre sous-porteuses et une modulation BPSK.	81
3.3	Analyse de la complexité de la méthode TR-gradient pour $R = 32$, $N = 128$, $L = 4$ et iterMax= 100	96
3.4	Comparaison des techniques de réduction PAPR	98
4.1	Pour une probabilité donnée $\zeta = 0.9999$, les seuils correspondants et les probabilités p_α	106
4.2	Le coût en recherches des différentes méthodes et les valeurs du PAPR à un CCDF = 10^{-3}	118
4.3	Analyse de la complexité calculatoire des méthodes C-PTS, R-PTS, et SAMDE-PTS avec $W = 4$, $M = 8$ $N = 1024$ ET $L = 4$	119
5.1	Différentes approximations de Γ selon (5.25) pour différents BER désirés.	131
5.2	Une comparaison pour différentes valeurs du SER, de l'approximation proposée en (5.50) du SNR gap Γ^* pour M-PSK	142
5.3	Paramètres du modèle ETU du système LTE	147

Liste des Acronymes

ADSL Asymmetric Digital Subscriber Line
ACO Ant Colony Optimization
ACPR Adjacent Channel Power Ratio
BCO Bee Colony Optimization
BPSK Binary Phase Shift Keying
CAN Convertisseur analogique-numérique
CCDF Complementary Cumulative Distrution Function
CCRR Computational Complexity Reduction Ratio
C-PTS Conventionnal PTS
CR Clipping Ratio
CSI Information sur l'état du canal « *Channel State Infomation* »
DAB Digital Audio Broadcasting
DE Differential Evolution
DMT Discrete Multi-Tone
DSP Densité Spectrale de Puissance
DVB-T Digital Video Broadcasting-Terrestrial
EDGE Enhanced Data Rates for GSM Evolution
EQM Erreur Quadratique Moyenne
ETU Extended Typical Urban
FFT Fast Fourier Transform
GA Genetic Algorithms
GMSK Gaussian minimum-shift keying
GPRS General Packet Radio Service
GSM Global System for Mobile Communication
HYPERLAN2 HIgh PERformance Local Area Network
HPA High Power Amplifier

HSPA High Speed Packet Access
IBO recul d'entrée (Input Back Off)
ICI Inter Carriers Interference
IDFT Inverse Discrete Fourier Transform
IDFT Inverse Discrete Fourier Transform
IFFT Inverse Fast Fourier Transform
IFFT Inverse Fast Fourier Transform
IIS Interférence Inter-Symboles « *Inter Symbol Interference (ISI)* »
LI Linear Interpolation
LMMSE Linear Minimum Mean-Square Estimator
LOS Line of sight
LP Linear Programming
LP-OFDM Linear Precoded-Orthogonal Frequency Division Multiplex
LS Least Square
LSE Linear Square Estimator
LTE Long-Terme Evolution
LTE-A Long-Terme Evolution Advanced
MIMO Multiple Input Multiple Output
MSE Mean Square Error
NLOS Non Light of sight
OEM Onde Electro-Magnétique
OFDM Orthogonal Frequency Division Multiplexing
OOB Out-Of-Band
PAPR Peak-to-average power ratio
PDP Power delay profile
PEB Probabilité d'Erreur Binaire
PSAM Pilot Symbol Assisted Modulation
PSO Particle Swarm Optimization
PTS Partial Transmit Sequences
PSD Power Spectral Density
QAM Quadrature Amplitude Modulation
QPSK Quadrature Phase Shift Keying
RSB Rapport signal sur bruit

- SA** Simulated Annealing
- SAMDE** Self-Adaptive Multipopulation Differential Evolution algorithm
- SC-FDMA** Single Carrier FDMA
- SCI** Spline cubic Interpolation
- SLM** SeLective Mapping
- SOI** Second Order Interpolation
- SOVA** Soft Output Viterbi Algorithm
- SMS** Short Message Service
- SVD** Singular Value Decomposition
- TEB** Taux d'Erreur Binaire
- TI** Tone Injection
- TR** Tone Reservation
- VDSL** Very High Data Rate Digital Subscriber Line
- WCDMA** Wideband Code Division Multiple Access
- WIMAX** Worldwide Interoperability for Microwave Access
- WPAN** Wireless Personal Area Network
- ZP** Zero Padded

Notation

Nous avons conservé dans la mesure du possible la même notation dans tous les chapitres de cette thèse.

Principales variables utilisées

Scalars

λ	longueur d'onde du signal
$\alpha_\ell(t)$	facteur d'atténuation du canal associé au $\ell^{\text{ième}}$ trajet
$f_{d,\ell}$	La fréquence Doppler du canal associé au $\ell^{\text{ième}}$ trajet
$\phi_\ell(t)$	Le déphase dans le canal radio mobile à trajets multiples
$\tau_\ell(t)$	Le retard de propagation du $\ell^{\text{ième}}$ trajet reçu à l'instant t dans le canal radio mobile à trajets multiples
v	Vitesse de déplacement d'un terminal mobile
c	Vitesse de la lumière
f_c	Fréquence porteuse
$h(\tau, t)$	Réponse impulsionnelle d'un canal radio mobile variant dans le temps
$\tilde{a}(t)$	Composante de l'évanouissement large échelle
$h(f, t)$	Réponse temps-fréquence d'un canal radio mobile variant dans le temps
$h(\tau)$	Réponse impulsionnelle d'un canal radio mobile invariant dans le temps
$R_h(\tau, \Delta T)$	Fonction d'auto-corrélation retard-temps d'un canal radio mobile
$R_H(\Delta f, \Delta T)$	Fonction d'auto-corrélation fréquence-temps d'un canal radio mobile
$R_S(\tau, \nu)$	Fonction d'auto-corrélation retard-Doppler d'un canal radio mobile
$R_T(\Delta f, \nu)$	Fonction d'auto-corrélation fréquence-Doppler d'un canal radio mobile
$p_h(\tau)$	Profil puissance-retard (PDP : Power-Delay profile)
σ_{RMS}	Dispersion des retards d'un canal radio mobile
τ_m	Retard moyen d'un canal radio mobile
τ_{max}	Maximum des retards d'un canal à trajets multiples
σ_ν	l'étalement Doppler causé par la canal
B_{coh}	Bande de cohérence du canal
T_{coh}	Temps de cohérence du canal
B_s	Largeur de bande du signal

$b(t)$	Bruit coloré Additif Gaussien continu à la réception
$n(t)$	Bruit Blanc Additif Gaussien continu à la réception
$h_e(t)$	Filtre d'émission dans une chaîne de transmission numérique
$h_r(t)$	Filtre de réception dans une chaîne de transmission numérique
T_s	Durée du symbole
$s(t)$	Signal continu émis
$r(t)$	Signal continu reçu
P_t	Puissance de transmission
P_r	Puissance de réception
P_0	Puissance du trajet dominant d'un canal de Rice
P_f	Puissance de diffusion des autres trajets
G	Gain d'une antenne
ψ	Le rapport entre la puissance d'émission et de réception
K	La perte du path loss
$\delta_{k,m}(\cdot)$	Symbole de Kronecker
σ_0	L'écart-type d'une mixture de deux gaussiens
σ_n^2	Variance du bruit
σ_x^2	Variance du signal transmis
A_{sat}	Amplitude de saturation d'un amplificateur de puissance
CR	Rapport d'écrêtage
P_{in}	Puissance moyenne avant écrêtage
P_{out}	Puissance moyenne après écrêtage
r	Rendement de codage
τ_{max}	Délais maximal de tous les trajets confondus
μ	Pas d'adaptation de l'algorithme du gradient
E_h	Énergie du canal
$J_0(\cdot)$	Fonction de Bessel de première espèce d'ordre zéro
J_{LS}	Fonction cout des moindres carrés
J_{MMSE}	Fonction cout à erreur quadratique moyenne minimale
T	Durée du symbole OFDM
N	Nombre de sous-porteuses
$X_{k,m}$	Le symbole de la k ième sous-porteuse et le m ième symbole OFDM
$x_{n,m}$	Symbole OFDM à l'instant n et le m ième symbole OFDM
H_k	Gain fréquentiel d'un canal au sous-canal k
K_t	Intervalle de temps des symboles pilotes
K_f	Intervalle de fréquence des symboles pilotes
N_p	Nombre de pilotes
W	Nombre de facteurs de phase dans la méthode PTS
M	Nombre de partitions dans la méthode PTS
$g(\cdot)$	Fonction d'écrêtage

d_{min}	Distance euclidienne minimale
SNR_{norm}	Rapport signal sur bruit normalisé
b	Nombre de bits par symbole
M	Taille d'une constellation
γ	Rapport signal sur bruit
g_k	Rapport gain sur bruit
Γ	SNR gap
$K_{d_{min}}$	le nombre des voisins les plus proches

Vecteurs

\mathbf{X}	Vecteur de N symboles dans le domaine fréquentiel
\mathbf{x}	Vecteur dans le domaine temporel
\mathbf{C}	Signal de réduction dans le domaine fréquentiel de la méthode TR
\mathbf{c}	Signal de réduction dans le domaine temporel de la méthode TR
P	L'ensemble des positions de toutes les N sous-porteuses
\mathcal{R}	L'ensemble ordonné des R positions des sous-porteuses réservées pour le signal de réduction C
\mathcal{R}^c	Le complémentaire de \mathcal{R}
\mathbf{x}^T	Vecteur transposé

Matrices

\mathbf{F}	Matrice FFT de taille $N \times N$
Q	Matrice IFFT
\mathbf{H}	Matrice diagonale contenant les gains du canal
Θ_N^{Had}	Matrice d'Hadamard complexe
Θ_N^{Van}	Matrice de Vandermonde
U	Matrice unitaire contenant les vecteurs singuliers
Q_L	Matrice IFFT réduite de dimension $N_L \times N$
\hat{Q}	Une sous matrice de Q
\check{Q}	Matrice construite avec des termes sinusoïdaux
Δ	Matrice diagonale contenant les valeurs singulières
R_{HH}	Matrice d'autocovariance du canal dans le domaine fréquentiel

Notation mathématique

s minuscule	Scalaire
\mathbf{v} minuscule en gras	Vecteur

M	majuscule en gras	Matrice
$(.)^T$		Transposition
\mathcal{F}		Transformée de Fourier
$(.)^H$		Transconjugué
$(.)^*$		Conjugué
$E(.)$		Espérance mathématique
$\text{Cov}(.)$		Covariance
$\Im[.]$		Partie imaginaire
$\Re[.]$		Partie réelle
$\mathcal{O}(.)$		De l'ordre de $(.)$
$Q(\cdot)$		Fonction de Marcum (Queue de gaussienne)
\star		Produit de convolution
\circ		Produit élément par élément
$ v $		Norme du vecteur v
$ v _2$		Norme euclidienne du vecteur v
$ v _\infty$		Norme infinie du vecteur v

Introduction

Le secteur des télécommunications a connu un progrès phénoménal ces dernières décennies, surtout que c'est un secteur stratégique, sensible et d'une grande importance pour tous les autres secteurs. Les efforts des chercheurs et des ingénieurs dans le monde ont permis de développer des systèmes de communication très sophistiqués. Actuellement, transmettre une information fidèlement, rapidement, n'importe quand et n'importe où, n'est plus une utopie mais bien une réalité. En dépit de la variété des moyens et des supports de transmission, les réseaux sans fil sont sans doute l'exemple le plus flagrant de cette énorme avancée technologique, même s'ils présentent davantage de difficultés. Si on considère les systèmes cellulaires radio-mobiles, plusieurs normes se sont succédées offrant des qualités de plus en plus meilleures et des débits de transmissions de plus en plus élevés, passant de quelques kilo-bits à plusieurs centaines de méga-bits par seconde. Les réseaux mobiles ont enregistré une croissance très forte de leur trafic, par exemple la norme européenne de la deuxième génération de téléphonie mobile **GSM**² (2G) a été lancée en Finlande en 1991 et continue actuellement d'être utilisée dans plusieurs pays dans le monde. La 2G qui se base sur la modulation numérique **GMSK**³, a été très rentable et très bénéfique grâce aux différents services comme le **SMS** et à sa bonne couverture radio. L'émergence de nouvelles techniques de codage et de modulation ont permis l'évolution du GSM avec le **GPRS**⁴ (2.5G) et le **EDGE**⁵ (2.75G) utilisant la modulation 8-PSK puis le EDGE evolution avec une modulation 16-QAM et un débit pouvant atteindre 600 kbps. La troisième génération de la téléphonie mobile apparue dans les années 2000, est basée sur la technique : Wideband Code Division Multiple Access (**WCDMA**). Cette norme a permis d'augmenter la capacité du réseau mobile et de bénéficier de plus de services multimédia à haut débit grâce notamment à l'étalement du spectre sur une bande de 5 MHz et des évolutions de la norme avec le **HSPA**⁶ (3.5G) et HSPA+ (3.75G). Cette dernière norme parfois normée H+, permet un débit théorique de 42 Mbps.

-
2. Global System for Mobile Communication
 3. Gaussian minimum-shift keying
 4. General Packet Radio Service
 5. Enhanced Data Rates for GSM Evolution
 6. High Speed Packet Access

Afin de répondre aux besoins croissants des futures applications sans fil en haut débit et des divers services de plus en plus gourmands en quantités d'informations, il est nécessaire de résoudre des problèmes ardues et surtout faire face aux canaux de propagation très dispersifs. Un canal radio mobile est un canal très difficile à traiter surtout lorsque le canal est dit sélectif en fréquence et/ou sélectif en temps. En fait le canal sans fil est caractérisé par plusieurs phénomènes physiques, comme le shadowing, le pathloss, les trajets multiples et le décalage Doppler. Si la mobilité est à l'origine du décalage Doppler et par conséquent de la sélectivité temporelle du canal, les trajets multiples causés par les réflexions du signal avec les différents obstacles sont à l'origine de la sélectivité fréquentielle. Le récepteur reçoit plusieurs répliques du signal transmis avec différents retards, atténuations et déphasages. L'augmentation de la rapidité de transmission signifie la diminution de la durée symbole du signal T_s à transmettre et la nécessité d'une bande spectrale plus large. A la réception à cause des trajets multiples, les signaux arrivent sur un intervalle plus long et interfèrent entre eux. L'interférence inter-symboles (**IIS**) augmente lorsque la durée de la réponse impulsionnelle du canal donnée par le maximum des retards τ_{max} augmente devant la durée symbole. Si la différence est très grande, on est en présence de ce qu'on appelle un canal sélectif en fréquence dont l'égalisation est une étape difficile et complexe. La solution la plus efficace préconisée dans ce cas, est l'utilisation de la technique de modulation dite **multiporteuses**.

La technique de modulation en multiporteuses et plus particulièrement la modulation OFDM pour "Orthogonal Frequency Division Multiplexing", est très largement utilisée en communication numérique et permet d'éliminer l'interférence entre symboles. Cette technique est présente dans presque tous les standards large bande et très haut débit, tels que **DAB**⁷, **DVB-T**⁸, les réseaux sans fil locaux comme le WIFI (la norme IEEE 802.11a/g/n/ac) et **HYPERLAN2**⁹, les réseaux métropolitains à liaison sans fil **WIMAX** (la norme IEEE 802.16 e), les réseaux **WPAN** tels que : Bluetooth (IEEE 802.15), ZigBee (IEEE 802.15.4). Également, la technique multiporteuses **DMT**¹⁰ est utilisée dans des applications filaires comme l'**ADSL**, **VDSL**. Dans les réseaux radio mobiles, on retrouve la technique multiporteuses **OFDM** dans le mobile de la quatrième génération **LTE**¹¹(4G) ou **LTE-A** (4G+) définie par l'organisme de normalisation 3GPP¹². Cette technologie conçue pour répondre à plusieurs besoins des services mobiles à très haut débit, est actuellement largement déployée dans le monde avec une largeur de bande maximale de 20 MHz et un débit de transmission théorique pouvant atteindre 500 Mbps.

7. Digital Audio Broadcasting, norme de diffusion audio numérique

8. Digital Video Broadcasting-Terrestrial, norme de télévision numérique sur canal hertzien

9. High Performance Local Area Network standard

10. Discrete Multi-Tone

11. Long-Term Evolution

12. The 3rd Generation Partnership Project

Aujourd'hui encore, l'utilisation des techniques multiporteuses pour les prochaines applications large bande et très haut débit semble incontournable. Pour le futur mobile de la cinquième génération (5G) toujours en cours de développement, plusieurs techniques multiporteuses telles que : OFDM, GFDM, FBMC, UFMC, BFDM, sont des candidates potentielles à cette prochaine norme. En utilisant des ondes millimétriques avec des fréquences pouvant aller de 6 à 100 GHz, des équipements plus intelligents et des bandes extra larges, les attentes en débit de transmission avec la 5G sont simplement phénoménales et avec des ambitions d'atteindre plusieurs Gigabits par seconde. On imagine d'ores et déjà ce qu'on peut réaliser avec des réseaux pareils ; vidéos de très haute qualité, partage d'immense quantité de données sur les services cloud partout et à tout moment, la réalité augmentée et virtuelle, objets connectés, bâtiments intelligents, cités et fermes intelligentes. Évidemment si les perspectives et les objectifs fixés sont considérables, les défis qu'il faut relever le sont aussi.

Les systèmes OFDM possèdent beaucoup d'avantages mais ils sont connus principalement par leur robustesse et leur efficacité à combattre les canaux sélectifs en fréquence. La modulation OFDM divise le canal sélectif en fréquence en plusieurs sous canaux plats et forme des symboles constitués de N porteuses plus un intervalle de garde. Grâce à l'intervalle de garde dont la durée est plus longue que la réponse impulsionnelle du canal, l'ISI est réduite significativement. La modulation OFDM garantit donc un débit binaire élevé avec un encombrement spectral optimal en se référant sur une base fréquentielle orthogonale. L'orthogonalité des sous-porteuses permet d'annuler l'interférence entre porteuses IEP¹³. Les systèmes multiporteuses permettent de simplifier aisément l'égalisation du canal de transmission, en faisant une simple division par les coefficients fréquentiels estimés des sous canaux, et limiter les erreurs dans le signal transmis. Le processus d'estimation de canal joue un rôle clé dans la performance de tout système de communication sans fil. Il existe plusieurs méthodes pour estimer le canal de transmission à partir de symboles insérés à l'émetteur et supposés connus par le récepteur appelés « pilotes ».

La transmission sans fil la plus rapide possible, est l'obsession des chercheurs en télécommunication. Augmenter la capacité théorique du canal se fait généralement par la disponibilité d'une bande spectrale plus large et d'un rapport signal sur bruit important, par conséquent il a toujours été utile de pouvoir calculer la capacité de transmission de n'importe quel système pas uniquement pour connaître la limite théorique mais aussi pour tenter de s'en rapprocher en pratique. L'information sur le canal tirée de l'estimation est appelée CSI¹⁴, est exploitée au récepteur pour égaliser le canal, mais peut être exploitée à l'émetteur pour augmenter le débit de transmission et tenter de se rapprocher de la capacité théorique. En fait pour les canaux sélectifs en fréquence, la capacité de Shannon ne dépend pas uniquement du SNR qui est le rapport entre la puissance

13. Interférence entre porteuses ou en anglais ICI (Inter-carrier interference)

14. Channel State Information ou information sur l'état du canal

du signal transmis sur le bruit, mais aussi du gain fréquentiel de chaque sous canal. Si ces gains fréquentiels sont disponibles à l'émetteur, alors des techniques peuvent être utilisées pour maximiser le débit de transmission sous différentes contraintes et se rapprocher de la capacité de Shannon en adaptant la modulation et la puissance allouée à chaque sous-canal. Les imperfections du CSI disponibles à l'émetteur et qui sont dues aux erreurs d'estimation ou bien aux variations temporelles du canal, peuvent affecter les performances et doivent être prises en compte.

Toutefois, la modulation en multiporteuses de type OFDM possède un inconvénient majeur et qui est son **PAPR**¹⁵ élevé. En effet, le fait que le signal temporel soit une somme de plusieurs sous-porteuses, implique que le signal OFDM comporte des fortes fluctuations d'enveloppe, quantifiées par une grandeur appelée PAPR. Le PAPR est le rapport de la puissance instantanée maximale et de la puissance moyenne du signal à analyser. Un PAPR élevé conduit à des problèmes de saturation de l'amplificateur de puissance, il s'en suit, des distorsions des symboles émis (harmoniques, intermodulations, remontée spectrale, etc.) dégradant ainsi sensiblement les performances du système. En LTE par exemple, il a été décidé en 3GPP d'utiliser la technique **SC-FDMA** en uplink pour son faible PAPR au lieu de la technique OFDM utilisée en Downlink

Dans cette thèse, une étude détaillée des techniques multiporteuses est effectuée avec une analyse des distorsions des signaux générés liés au non linéarité de l'amplificateur de puissance. Après une revue des différentes méthodes de réduction du PAPR, il est proposé une méthode sous-optimale basée sur l'algorithme d'évolution différentielle en utilisant une structure en multipopulation et une auto-adaptation des paramètres de contrôle que nous avons appelé SAMDE-PTS (Self-Adaptive Multipopulation Differential Evolution Algorithm PTS). Les résultats de la simulation ont montré que la méthode proposée atteint presque la même réduction du PAPR et la même performance en BER que celle du schéma de PTS classique avec une recherche exhaustive, tout en réduisant considérablement la complexité calculatoire de plus de 90%. En outre, les résultats de simulation ont montré que la méthode SAMDE-PTS surpassait les autres méthodes heuristiques et métaheuristiques. En fait, la performance de l'algorithme est améliorée en adoptant une adaptation dynamique des paramètres de contrôle et une structure en multipopulation. Cette approche accélère la convergence et évite la stagnation en ajoutant de nouveaux mouvements de recherche et en maintenant la diversité de la population.

La deuxième contribution importante dans cette thèse, concerne l'adaptation de la modulation ou ce qu'on appelle en anglais « Bit-loading ». En pratique, le problème d'optimisation qui consiste à la maximisation du débit total des données, n'est pas uniquement soumis à la contrainte de puissance totale, mais pourrait être soumis à d'autres contraintes comme la restriction de la constellation à une granularité finie, le

15. Peak-to-Average Power Ratio ou facteur de crête

taux d'erreur symbole (ou binaire) souhaité (SER) par sous-canal, la puissance maximale autorisée par sous-canal et la limitation par un masque de la densité spectrale de puissance **PSD**. L'adaptation de la modulation pour obtenir divers débits de données ou encore tenter d'atteindre le débit maximum, est effectuée en faisant varier la taille de la constellation sur chaque sous-canal sans dépasser la capacité théorique. De nombreuses méthodes d'allocation des bits (bit-loading) et de la puissance ont été proposées dans la littérature. Généralement dans les algorithmes d'allocation des bits et d'adaptation de la modulation, seule la modulation MQAM est utilisée car le SNR gap requis est supposé constant pour tous les sous-canaux. Le SNR gap correspond à un écart en SNR nécessaire pour atteindre un BER (ou SER) désiré. Nous proposons un nouvel algorithme d'allocation pour les systèmes multiporteuses afin de minimiser la puissance d'émission sous les contraintes du débit à atteindre, la puissance d'émission maximale, le taux d'erreur symbole (ou binaire) cible et un SNR gap variable. Les modulations MPSK et MQAM peuvent être envisagées sans augmentation significative de la complexité de calcul ou de la puissance totale d'émission. L'algorithme proposé est une contribution très originale par rapport aux méthodes proposées dans la littérature.

Cette thèse est organisée de la façon suivante, le **premier chapitre** est consacré à la description du canal radio mobile et les différents évanouissements. Les phénomènes physiques et les différents paramètres qui caractérisent un canal radio mobile sont abordés. Des notions importantes comme la bande de cohérence, temps de cohérence, sélectivité temporelle et sélectivité fréquentielle sont expliquées. Le but est principalement de comprendre les hostilités présentes dans une transmission sans fil en haut débit sur un canal statique ou mobile .

Dans le **deuxième chapitre**, on décrit les systèmes de communication multiporteuses tel que l'OFDM comme solution aux canaux sélectifs en fréquence. Le problème de l'OFDM et la non linéarité de l'amplificateur de puissance est posé ainsi que les effets et les distorsions observées lors d'une transmission d'un signal à fort PAPR.

Le **troisième chapitre**, donne et présente les différentes techniques de réduction du PAPR pour les systèmes de communication OFDM. Ces méthodes s'appuient principalement sur l'écrêtage et le filtrage, le codage et le rajout de la redondance, modification des symboles par des rotations de phases, addition d'un signal supplémentaire réduisant le PAPR et correction à la réception. Une classification et une comparaison des performances de ces méthodes est effectuée. En effet, la réduction PAPR se fait toujours au détriment d'une autre performance comme la complexité, l'augmentation de la puissance moyenne, la dégradation du taux d'erreur binaire, la remontée des lobes secondaires en dehors de la bande utile **OOB**, ou encore la diminution du débit utile.

Nous proposons dans le **quatrième chapitre** un approfondi sur la technique que nous avons proposée pour la réduction du PAPR, et qui est basée sur le schéma **PTS** avec une optimisation en multipopulation de l'algorithme d'évolution différentielle. La

méthode proposée tout en surpassant les autres méthodes existantes, permet de réduire de plus 90% la complexité calculatoire de la méthode conventionnelle et avec presque la même capacité de réduction du PAPR.

Au **cinquième chapitre**, nous focalisons nos efforts sur le calcul de la capacité d'un canal sélectif en fréquence, et sur les méthodes de maximisation du débit de transmission pour les systèmes multiporteuses avec l'allocation optimale ou sous-optimale de la puissance. L'adaptation de la modulation sous différentes contraintes pratiques est examinée. Nous proposons enfin deux algorithmes pour deux situations différentes d'adaptation de la modulation ou « bit loading » en OFDM.

Enfin, le dernier chapitre est une conclusion générale. On y présente une synthèse du travail effectué dans cette thèse.

Chapitre 1

Caractéristiques d'un canal radio mobile

1.1 Introduction

Une communication est le transfert de l'information sous ses différents formats entre deux ou plusieurs points dans l'espace ou le temps. Les exemples sont évidemment vastes, pour une communication dans l'espace entre deux points, on peut citer les exemples de la téléphonie fixe ou mobile, l'internet, la radio et la TV. Une communication dans le temps, on cite l'exemple du support de stockage DVD, CD ou le disque dur. Dans ces derniers exemples, l'information est disponible à tout moment à l'utilisateur. On distingue également deux types de communication : communication analogique et communication numérique. Lors d'une communication analogique, le signal analogique (en continu) peut être transmis directement par l'intermédiaire de la modulation analogique en porteuse sur le canal de communication et démodulé en conséquence au niveau du récepteur. Dans la communication numérique, le signal étant converti en une forme numérique, le plus souvent sous forme de chiffres binaires ou bits. Le signal binaire peut être transmis ensuite par l'intermédiaire d'une modulation numérique pour une meilleure efficacité spectrale. En communication numérique, d'un côté la fidélité du signal est mieux contrôlée grâce aux codes correcteurs d'erreurs, car il est possible récupérer les fragments perdus ou erronés et de régénérer le signal numérique. D'un autre côté, lors d'une transmission numérique il est possible d'éliminer la redondance avec les différentes techniques de compression ou de codage source et d'augmenter ainsi l'efficacité spectrale. L'objectif d'un système de communication numérique est d'acheminer un message, modélisé par une suite de symboles, entre deux éléments distincts,

l'un appelé émetteur, l'autre récepteur. Le milieu de propagation qui sépare ces deux éléments prend le nom de canal de transmission. Celui-ci peut être un support physique comme le câble, la fibre optique ou encore la propagation sur un canal radioélectrique. La figure (1.1) illustre le schéma bloc basique d'une chaîne de transmission numérique.

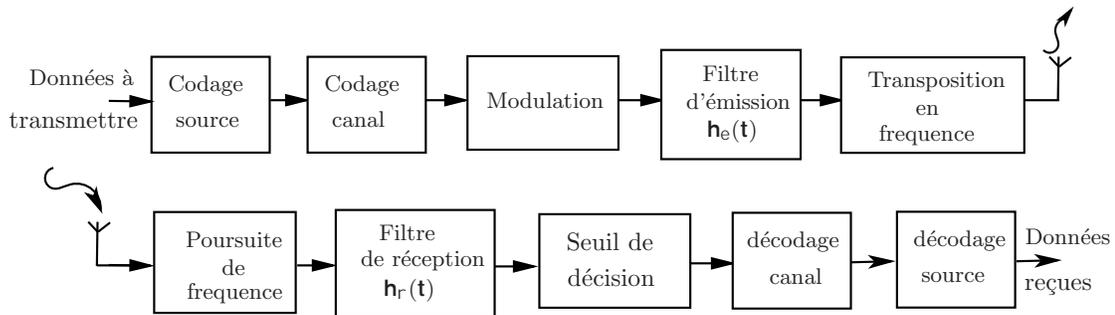


Figure 1.1 – Chaîne de communication numérique.

Le dispositif d'émission a pour objectif de mettre en forme le message analogique avant de l'émettre à travers un canal de transmission. Ce message analogique est échantillonné puis quantifié par un convertisseur analogique-numérique **CAN**. La séquence obtenue en sortie est constituée de symboles appartenant à un alphabet fini. Deux types de codage sont ensuite appliqués sur la séquence : le codage source et le codage canal. Le codage source permet de réduire la taille de la séquence en réduisant les redondances par une technique de compression. Le codage canal introduit volontairement une redondance contrôlée afin de détecter ou de corriger les erreurs au niveau du récepteur. Ce codage est nécessaire, car lors du passage dans le canal physique de transmission, le signal est altéré par du bruit et des interférences, induisant des erreurs à la réception. La séquence codée est ensuite adaptée aux propriétés spectrales du canal de transmission grâce à la modulation. Celle-ci peut par exemple traduire le spectre d'un message autour d'une fréquence pour en assurer la transmission. Le signal modulé est finalement diffusé par l'antenne dans le milieu de propagation sous forme d'ondes.

$$s(t) = \text{Re}\left\{\sum_k X_k h_e(t - kT_s) e^{j2\pi f_c t}\right\}. \quad (1.1)$$

avec

- $s(t)$: signal transmis,
- X_k : symbole complexe (**BPSK**, **QPSK**, **QAM**, 16-QAM, *etc.*),
- h_e : filtre d'émission,
- f_c : fréquence porteuse.

Le canal de transmission est le support physique utilisé pour envoyer l'information de l'émetteur au récepteur, et il diffère selon le type d'application envisagée. Quel que soit le support employé lors de la propagation du signal, celui-ci subit des dégradations d'origines diverses, comme les évanouissements propres à la propagation, le bruit thermique généré par les appareils électroniques, *etc.*

Le signal reçu peut être exprimé par l'équation suivant :

$$r(t) = h_r \star \{h(t) \star s(t) + n(t)\}. \quad (1.2)$$

avec

- \star : opération de convolution,
- $r(t)$: signal reçu,
- h_r : filtre de réception,
- $h(t)$: réponse du canal,
- $n(t)$: bruit blanc gaussien.

À la réception d'un système de communication numérique, le démodulateur traite les formes d'onde en provenance du canal par des processus d'estimation et de quantification et les réduit à des séquences de nombres, qui représentent des estimations des symboles émis. Ces séquences sont ensuite décodées selon les opérations inverses de celles employées à l'émission, ce qui permet au destinataire de retrouver l'information binaire initiale. L'information binaire n'arrive pas toujours intacte au destinataire, et les performances du système de transmission dépendent de très nombreux facteurs, parmi lesquels on peut citer les caractéristiques du canal, la puissance de l'émetteur, la forme d'onde utilisée ou encore le type de codage. Le bruit est le terme générique qui regroupe l'ensemble des perturbations subies par le signal lors de son passage dans le canal de transmission. Afin de mesurer ces perturbations, on appelle donc rapport signal sur bruit (**RSB**) le rapport entre la puissance totale du signal émis et la puissance du bruit au niveau du récepteur. La fréquence à laquelle les erreurs se produisent constitue une bonne indication de la fiabilité de la communication. Pour la quantifier, on définit le **TEB** (Taux d'erreur binaire) comme le rapport entre le nombre de bits erronés et le nombre total de bits émis, et le terme de **PEB** (probabilité d'erreur binaire) indique une estimation de ce rapport. Enfin l'occupation spectrale du signal émis doit être connue pour utiliser efficacement la bande passante du canal de transmission, et les besoins en débit des applications nouvelles conduisent de plus en plus à des modulations à grande efficacité spectrale.

1.2 Mécanismes de la radio propagation

Pour concevoir des systèmes de communication mobiles et connaître les limitations fondamentales de la transmission de données sans fil, il est nécessaire de connaître les propriétés et les caractéristiques d'un canal radio mobile et de trouver des modèles appropriés. Le canal de transmission radio mobile est sans doute l'un des plus difficiles à traiter. Plusieurs facteurs peuvent définir la nature du canal radio mobile, certains sont liés à l'environnement dans lequel se propage l'onde électromagnétique comme l'environnement indoor (à l'intérieur d'un bâtiment, usine ou autre) ou l'environnement outdoor (zone dense urbaine, urbaine ou zone rurale, *etc.*), et d'autres liés aux paramètres du système de communication comme : la fréquence porteuse utilisée, la vitesse de déplacement, la durée symbole.

Lorsqu'un signal électromagnétique se propage dans un environnement donné, le signal peut subir plusieurs dégradations et atténuations de la puissance à cause des obstacles, distance, trajets multiples, la mobilité et autres. Ces dégradations vont causer des variations de l'amplitude du signal, du déphasage et de la fréquence qu'on appelle évanouissement (fading). On distingue deux types d'évanouissements : l'évanouissement à grande échelle (Large-scale fading) causé par le pathloss et le Shadowing et l'évanouissement à petite échelle (Small-scale fading) causé par les trajets multiples. Ainsi, La réponse impulsionnelle d'un canal radio mobile est composée de deux composantes [2] :

$$\tilde{h}(\tau; t) = \tilde{a}(t) \times h(\tau; t) \quad (1.3)$$

où $\tilde{a}(t)$ est la composante de l'évanouissement large échelle et $h(\tau; t)$ est la composante de l'évanouissement petite échelle.

L'environnement et la fréquence de propagation de l'onde électromagnétique (OEM) donne naissance à trois mécanismes de propagation et qui sont la réflexion, la réfraction et la diffusion comme l'illustre la figure 1.2. Ces trois phénomènes jouent un rôle important dans les caractéristiques du canal radio mobile d'où la nécessité de donner une brève description.

1.2.1 La réflexion

Le phénomène de la réflexion se produit lorsque l'OEM rencontre des objets de très grandes dimensions par rapport à leur longueur d'onde λ , comme par exemple la surface de la terre dans un environnement dégagé ou les grands bâtiments dans un environnement urbain.

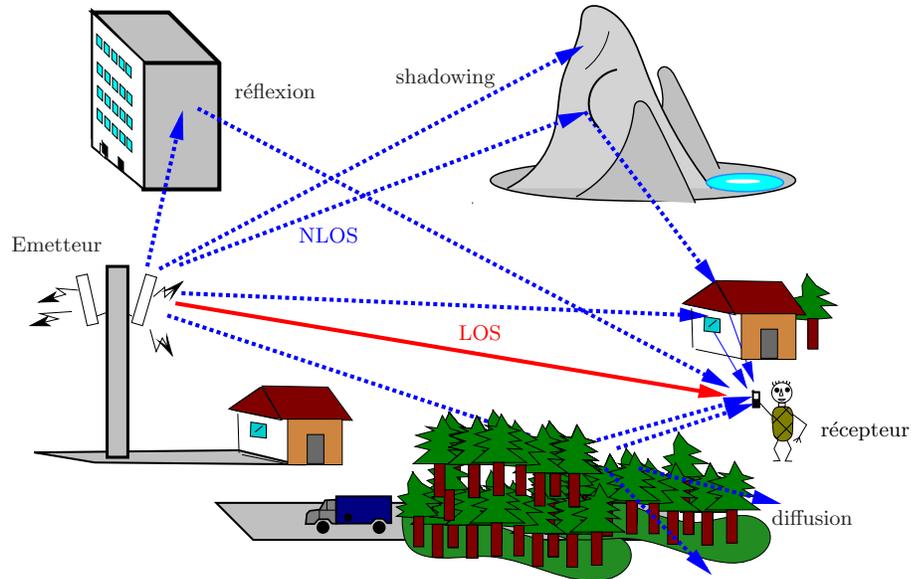


Figure 1.2 – Les réflexions dans la propagation radio mobile.

Lorsque l'onde radio se propage dans l'air et frappe un objet qui représente un autre type de milieu, une partie de l'énergie peut être réfléchiée dans le premier milieu, une partie de l'énergie peut être absorbée par le second milieu, et une partie de l'énergie peut continuer à circuler comme une onde de propagation dans le second milieu. Dans le cas où le second milieu est un diélectrique parfait, il n'y a pas d'absorption. Si le second support est un conducteur parfait, seule la réflexion se produit.

1.2.2 La diffraction

La diffraction se produit en présence d'obstacles denses avec des irrégularités aiguës et de grandes dimensions empêchant la pénétration des ODM (les terrains accidentés, les bords du bâtiment). Dans ce cas, des ondes secondaires sont générées selon le principe de Huygens derrière l'obstacle ("shadowing"). La force du signal commence à diminuer rapidement dans la zone d'ombre derrière les obstacles. La diffraction est le plus souvent modélisée par le modèle de diffraction Fresnel knife edge en raison de sa simplicité. Ce modèle peut être utilisé pour avoir une idée de l'ampleur de la perte de diffraction lorsqu'une seule obstruction existe dans le trajet émetteur-récepteur. Considérons la Figure 1.3 pour divers paramètres utiles pour la prédiction de la perte de diffraction. Le paramètre de diffraction de Fresnel-Kirchoff ν est défini par

$$\nu = h \sqrt{\frac{2(d + \hat{d})}{\lambda d \hat{d}}} \quad (1.4)$$

Des approximations de la perte de chemin (path-loss) de diffraction knife-edge sont

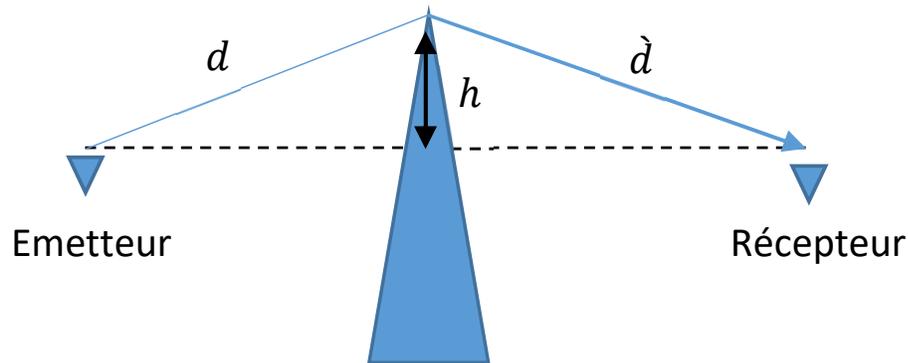


Figure 1.3 – Un graphe illustratif d'une diffraction (Knife-Edge Diffraction).

données dans [3] :

$$L(\nu) = \begin{cases} 20 \log_{10} [0.5 - 0.62\nu] & 0.8 \leq \nu < 0 \\ 20 \log_{10} [0.5 \exp(-0.95\nu)] & 0 \leq \nu < 1 \\ 20 \log_{10} \left[0.4 - \sqrt{0.1184 - (0.38 - 0.1\nu)} \right] & 1 \leq \nu < 2.4 \\ 20 \log_{10} [0.225/\nu] & \nu > 2.4 \end{cases} \quad (1.5)$$

1.2.3 La diffusion (Scattering)

Lorsque l'OEM rencontre des objets du même ordre ou plus petits que sa longueur d'onde (comme les feuilles d'arbres, les panneaux de signalisation et les boîtes aux lettres), ces objets dispersent l'énergie dans plusieurs directions alors la diffusion se produit et l'énergie électromagnétique est étalée dans de nombreuses directions différentes. En d'autres termes, la puissance du signal reçu mesurée au niveau du récepteur pourrait être supérieure à la puissance prédite par les phénomènes de diffraction et de réflexion car la diffusion fournit de l'énergie supplémentaire. Toutefois, un objet beaucoup plus grand que la longueur d'onde (par exemple un bâtiment) peut entraîner une diffusion plutôt qu'une simple réflexion à cause de la rugosité de sa surface (une surface lisse).

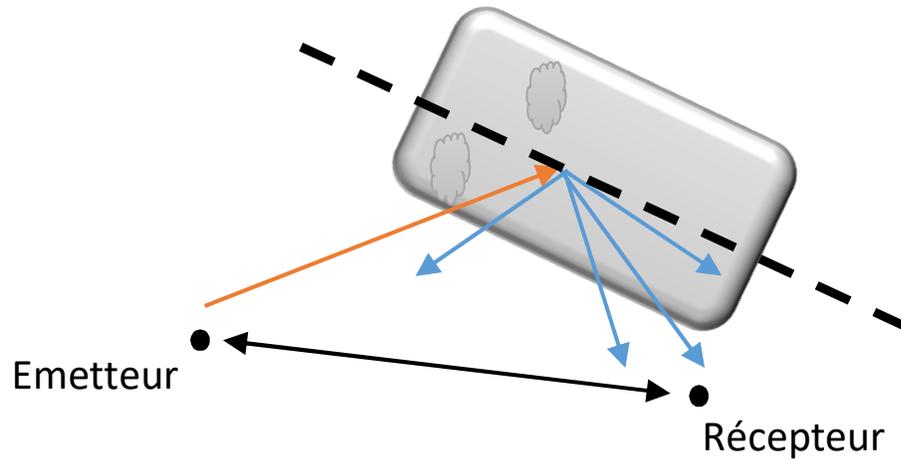


Figure 1.4 – Exemple de diffusion.

1.3 Evanouissement à grande échelle (Large-scale fading)

L'évanouissement à grande échelle est causé par deux phénomènes : l'atténuation naturelle de la puissance connue sous le nom de **pathloss**, et du phénomène du **Shadowing** comme l'illustre la figure 1.5.

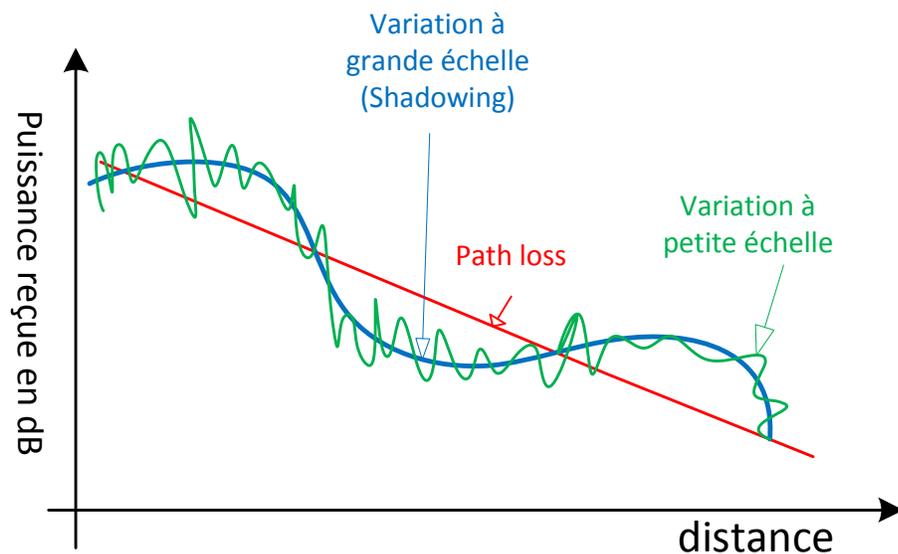


Figure 1.5 – Un graphe illustratif d'une variation à grande échelle et d'une variation à petite échelle.

1.3.1 Le Path-loss

Le path-loss ou l'affaiblissement de parcours est généralement l'atténuation de la puissance en fonction de la distance lorsque l'onde parcourt de grandes distances (de quelques dizaines à quelques milliers de mètres) en espace libre (parcours sans obstacles). Dans une zone rurale dégagée (absence d'obstacles) avec visibilité directe **LOS** (Line of sight), la puissance du signal reçue P_r décroît en $1/d^2$ où d est la distance entre l'émetteur et le récepteur.

$$P_r(d) = \frac{P_t G_{tx} G_{rx} \lambda^2}{(4\pi d)^2} \quad (1.6)$$

où P_t est la puissance émise, G_{tx} et G_{rx} sont les gains des antennes et λ est la longueur d'onde. Dans le cas de l'existence d'un deuxième trajet issu d'une réflexion avec la terre, la puissance décroît en $1/d^4$. Il existe évidemment plusieurs modèles du path-loss tenant compte des autres configurations de l'environnement (le relief, type de l'urbanisme et la densité de l'urbanisme), on distingue différentes zones telles que : zone urbaine, dense urbaine, rurale, montagneuse. On retrouve ainsi dans la littérature plusieurs modèles comme celui de Okumura [4] ou de Hata [5]. Ces modèles sont principalement basés sur des mesures empiriques sur une distance donnée dans une gamme de fréquences donnée et une zone géographique ou un bâtiment particulier. La complexité de la propagation du signal rend difficile l'obtention d'un seul modèle qui caractérise la perte de parcours de manière précise dans une gamme d'environnements différents. Des modèles précis de path-loss peuvent être obtenus à partir de modèles analytiques complexes ou de mesures empiriques, cependant, il est parfois préférable d'utiliser un modèle simple. Ainsi, le modèle simplifié du path-loss en fonction de la distance est couramment utilisé pour la conception du système [6] :

$$P_r = P_t K \left[\frac{d_0}{d} \right]^\gamma \quad (1.7)$$

Dans cette approximation, K est une constante sans unité qui dépend des caractéristiques de l'antenne et de l'affaiblissement moyen du canal, d_0 est une distance de référence pour le champ lointain de l'antenne, et γ est l'exposant du pathloss. Les valeurs pour K , d_0 et γ peuvent être obtenues pour approcher un modèle analytique ou empirique.

1.3.2 Le Shadowing

Le Shadowing est l'atténuation de la puissance lorsque l'onde parcourt de grandes distances en traversant des obstacles (collines, immeubles, forêts, etc.). Un signal trans-

mis à travers un canal sans fil connaît typiquement une variation aléatoire due à l'obstruction du trajet du signal par les obstacles, donnant lieu à des variations aléatoires lentes de la puissance reçue à une distance donnée. De telles variations sont également provoquées par des changements de surfaces réfléchissantes et d'objets diffusant. Dans ce cas l'atténuation est plus forte et l'évanouissement est considéré comme un évanouissement lent distribué selon une loi log-normal. Ce modèle a été confirmé empiriquement pour modéliser avec précision la variation de la puissance reçue dans un environnement de propagation radio en outdoor (à l'extérieur) et en indoor (à l'intérieur). Dans le modèle log-normale Shadowing, le rapport entre la puissance d'émission et de réception $\psi = P_t/P_r$ est supposé aléatoire avec une distribution log-normal donnée par [6]

$$p(\psi) = \frac{\zeta}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\psi_{dB}}} \exp \left[-\frac{(10 \log_{10} \psi - \mu_{\psi_{dB}})^2}{2\sigma_{\psi_{dB}}^2} \right], \text{ pour } \psi > 0, \quad (1.8)$$

où $\log_{10} \psi$ est la moyenne en dB et $\sigma_{\psi_{dB}}$ est l'écart type en dB. La moyenne peut être basée sur un modèle analytique ou des mesures empiriques et elle est égale au path-loss. Le modèle combiné du path-loss et du Shadowing est donné par [6] :

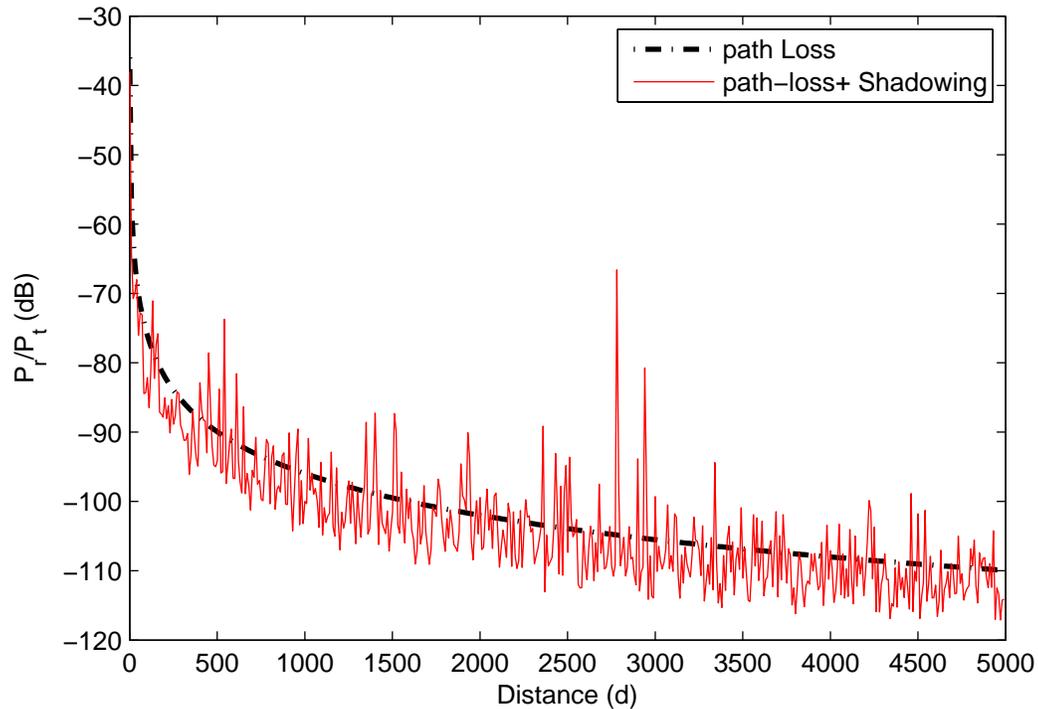


Figure 1.6 – Exemple d'un modèle combiné path loss et shadowing avec $\gamma = 2$, $\sigma = 3$, $d_0 = 100$.

$$P_r \text{ dBm} = P_t \text{ dBm} + K \text{ dB} - 10\gamma \log_{10} \left[\frac{d}{d_0} \right] - \psi_{\sigma_{dB}} \quad (1.9)$$

où K est la perte du path loss en dB mesurée à une distance d_0 , $\psi_{\sigma_{dB}} = 10 \log_{10}(x)$ avec x variable aléatoire gaussienne de variance σ^2 .

1.4 L'évanouissement à petite échelle (Small-scale fading)

Les évanouissements à petite échelle, sont des variations rapides des amplitudes, phases et des retards observées sur des distances relativement courtes et causés par les **trajets multiples** et la **mobilité**. Les caractéristiques d'un canal à trajets multiples sont souvent spécifiées par la fonction PDP (power delay profile) ou profil retard-puissance qu'on verra par la suite. Les trajets multiples qui sont une conséquence des phénomènes physiques (réflexion, réfraction, diffusion), peuvent avoir des effets constructifs ou destructifs. Le signal reçu à travers un tel canal, est la somme de plusieurs répliques du signal transmis mais avec des amplitudes, retards et phases différentes. La présence du trajet direct n'est assurée que dans le cas d'une visibilité directe ou (LOS), sinon on parle de non-visibilité directe **NLOS** (No Line-Of-Sight). Du point vu statistique, les fluctuations d'enveloppe à court terme peuvent être caractérisées par une loi de Rayleigh dans le cas NLOS ou par une loi Rice dans le cas LOS. L'évanouissement par trajets multiples affecte le signal de deux manières : la dispersion (dispersion temporelle ou la sélectivité en fréquence) et le comportement variant dans le temps provoqué par la mobilité [2]. Selon la vitesse de déplacement mobile, l'évanouissement à petite échelle peut être classé comme évanouissement rapide ou évanouissement lent. La figure 1.7 donne les différents types de canaux à évanouissement.

Dans le cas d'une mobilité, à partir d'une certaine vitesse appelée vitesse Doppler

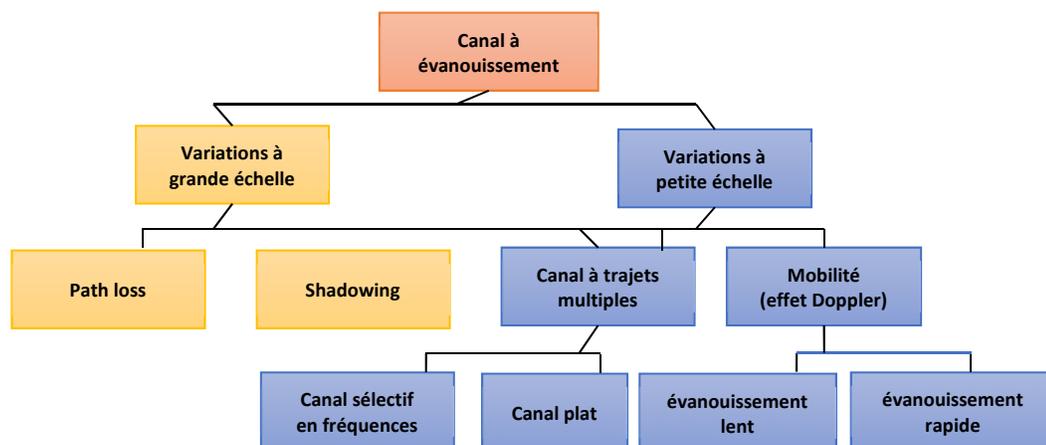


Figure 1.7 – Classification des canaux radio-mobiles.

v , des variations temporelles sont engendrées (canal sélectif en temps). Dans ce cas, on constate des évanouissements soient rapides ou lents et qui dépendent d'une grandeur qu'on appelle temps de cohérence T_c . Il se peut également que le canal soit sélectif en temps et en fréquence. Afin d'expliquer ces différents phénomènes et les caractéristiques des différents canaux, commençons par donner le modèle mathématique adopté pour représenter le canal radio mobile.

1.5 Modèle du canal radio mobile

Le canal radio mobile peut être représenté par la réponse impulsionnelle d'un canal variable dans le temps $h(\tau, t)$, ou encore par sa réponse fréquentielle $H(f, t)$ (avec $H(f, t) = \mathcal{F}(h(t, \tau))$). En supposant que l'émetteur et/ou le récepteur est en mouvement, la réponse impulsionnelle du canal est ainsi composée d'un grand nombre d'impulsions dispersées reçues sur L chemins différents, ceci peut être représenté par le modèle suivant :

$$h(\tau; t) = \sum_{\ell=0}^{L-1} \alpha_{\ell}(t) e^{j(2\pi f_{d,\ell} t + \phi_{\ell}(t))} \delta(\tau - \tau_{\ell}(t)) \quad (1.10)$$

où $\alpha_{\ell}(t)$, $f_{d,\ell}$, $\phi_{\ell}(t)$ et $\tau_{\ell}(t)$ sont respectivement le facteur d'atténuation, la fréquence Doppler, le déphasage et le retard de propagation du ℓ^{ieme} trajet reçu à l'instant t . Le paramètre L est le nombre de trajets tandis que $\delta(\cdot)$ est la fonction Dirac avec :

$$\delta(\tau - \tau_{\ell}(t)) = \begin{cases} 1, & \text{si } \tau = \tau_{\ell}(t) \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

En utilisant cette expression (1.10) du canal, nous pouvons exprimer le signal reçu $r(t)$ en fonction du signal émis $s(t)$ selon l'opération de filtrage suivante :

$$\begin{aligned} r(t) &= s(t) \star h(\tau, t) + n(t) \\ &= \sum_{\ell=0}^{L-1} \alpha_{\ell}(t) e^{j(2\pi f_{d,\ell} t + \phi_{\ell}(t))} s(t - \tau_{\ell}(t)) + n(t) \end{aligned} \quad (1.11)$$

où (\star) représente le produit de convolution et $n(t)$ un bruit blanc additif gaussien. Un exemple de la réponse impulsionnelle d'un canal à trajets multiples variant dans le temps, est donné par la figure 1.8. Cette figure illustre que la réponse impulsionnelle $h(t, \tau)$ change pour chaque instant t . La réponse en fréquence $H(f, t)$ variable dans le temps, caractérise le canal dans l'espace fréquence-temps et elle est donnée par l'expression suivante :

$$H(f; t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau, t) e^{-j2\pi f \tau} d\tau = \sum_{\ell=0}^{L-1} \alpha_{\ell}(t) e^{2\pi j(f_{d,\ell} t - f \tau_{\ell}(t)) + j\phi_{\ell}(t)} \quad (1.12)$$

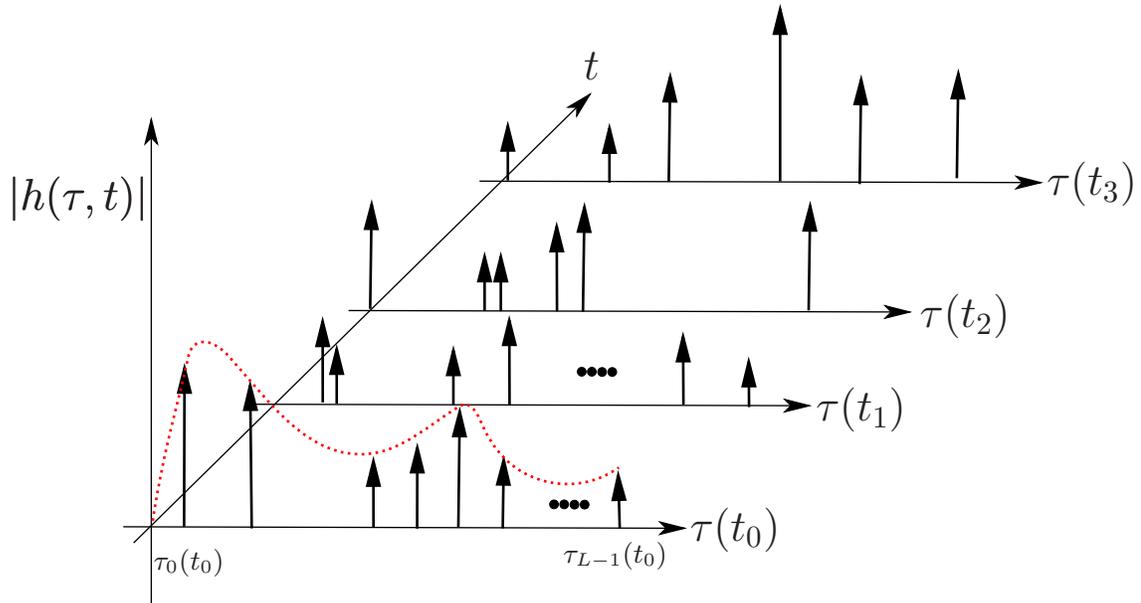


Figure 1.8 – Réponse impulsionnelle d'un canal à trajets multiples variant dans le temps.

La figure 1.9, illustre un exemple d'une réponse impulsionnelle d'un canal à l'instant t et sa réponse en fréquence.

En plus de la représentation retard-temps et la représentation fréquence-temps,

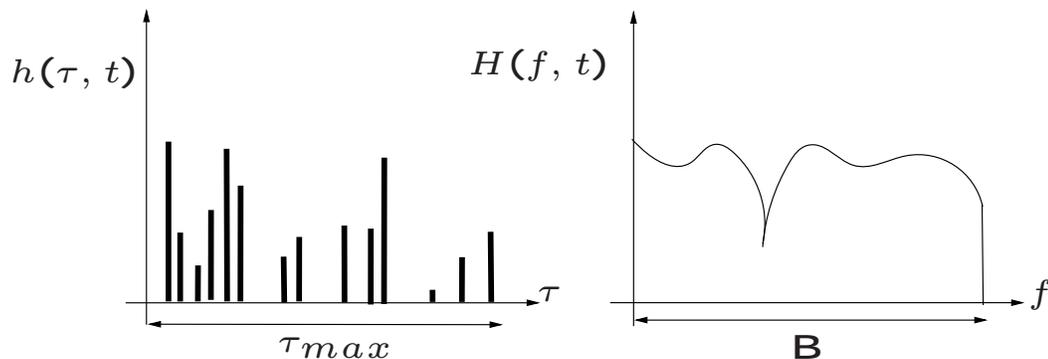


Figure 1.9 – Réponse impulsionnelle d'un canal variant dans le temps et sa réponse en fréquence avec une sélectivité fréquentielle.

il existe deux autres fonctions de transfert pour caractériser un canal radio mobile. Toutes ces fonctions ont été proposées par P. Bello en 1963 [7]. La figure 1.10 représente le diagramme de Bello qui illustre les relations entre les 4 fonctions caractérisant le canal radio mobile. Pour passer d'une représentation à une autre dans le diagramme de Bello, il suffit d'appliquer une transformée de Fourier \mathcal{F} ou une transformée de Fourier inverse \mathcal{F}^{-1} soit sur la variable temps t , fréquence f , retard τ , fréquence Doppler ν . Les deux autres fonctions restantes sont la fonction de dispersion retard-Doppler $S(\tau, \nu)$

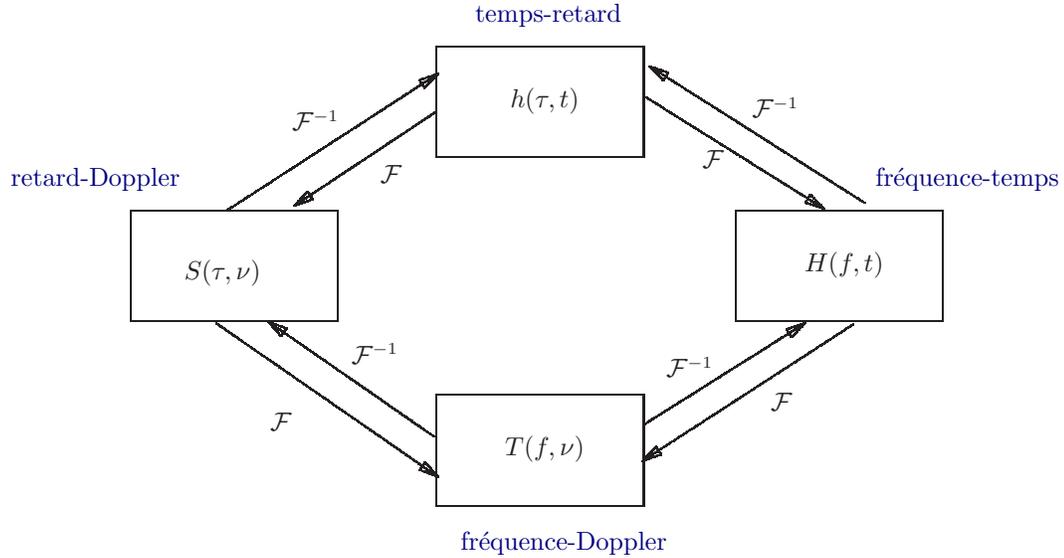


Figure 1.10 – Les fonctions de Bello pour caractériser le canal radio mobile.

et la fonction bi-fréquentielle **fréquence-Doppler** $T(f, \nu)$ et elles sont définies par les expressions suivantes :

$$S(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau, t) e^{-j2\pi\nu t} dt, \quad \text{retard-Doppler} \quad (1.13)$$

$$T(f, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau, t) e^{-j2\pi(\nu t + f\tau)} dt d\tau. \quad \text{fréquence-Doppler} \quad (1.14)$$

Notons aussi que les paramètres $\alpha_\ell(t)$, $\theta_\ell(t)$, $\phi_\ell(t)$ et $\tau_\ell(t)$ sont considérés invariants dans le temps si l'émetteur, le récepteur et l'environnement sont statiques. C'est notamment le cas du canal de propagation indoor (intérieur) qui est considéré comme un environnement statique, à cause d'une vitesse de mobilité relativement très faible. Également dans les transmissions filaires comme la fibre optique Dans ce cas ces paramètres sont indépendants du temps t et on aboutit au modèle suivant :

$$h(\tau; t) = h(\tau) = \sum_{\ell=0}^{L-1} \alpha_\ell e^{j\phi_\ell} \delta(\tau - \tau_\ell) \quad (1.15)$$

Cependant, dans le cas d'une mobilité (de l'émetteur et/ou récepteur) ou des changements dans l'environnement, ce qui peut être le cas dans les environnements outdoor (à l'extérieur), le modèle du canal devient un filtre évolutif $h(\tau, t)$ dans le temps, c'est-à-dire que les paramètres du canal physique varient en fonction du temps. Le canal variant dans le temps dépend de l'instant d'observation t , et du retard τ . A cause de la mobilité donc, un décalage de fréquence se produit. On appelle ce phénomène : **l'effet Doppler**, et le décalage fréquentiel ou **fréquence Doppler** f_d est exprimée selon la formule suivante :

$$f_{d,\ell} = f_c \frac{v}{c} \cos(\varphi_\ell) \quad (1.16)$$

La fréquence Doppler dépend de la vitesse v du terminal mobile, de la vitesse de la lumière c , la fréquence porteuse f_c , et l'angle de l'incidence φ_ℓ du trajet ℓ par rapport à la trajectoire de déplacement ℓ .

Pour décrire l'évolution des différents paramètres, le mieux est de supposer un mouvement uniforme du terminal mobile avec une vitesse constante v et un angle d'arrivée φ_ℓ comme le montre la figure 1.11. A cause du déplacement uniforme, le retard de

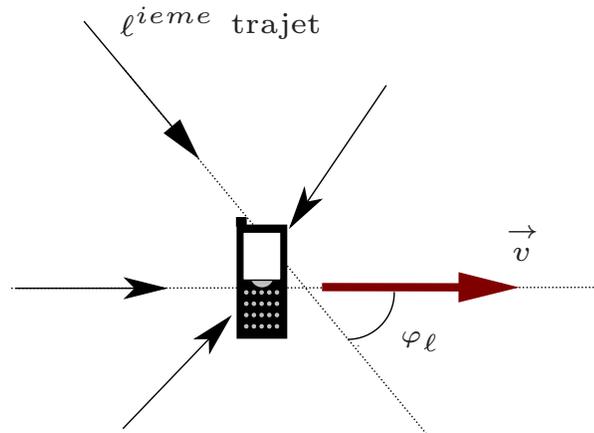


Figure 1.11 – Les trajets multiples et l'effet Doppler.

propagation relatif au trajet ℓ varie linéairement en fonction du temps :

$$\tau_\ell(t) = \tau_\ell(0) + \frac{v}{c} \cos(\varphi_\ell)t \quad (1.17)$$

avec c la célérité de l'onde radio-électrique. Dans le cas d'une vitesse v très faible ($\frac{v}{c} \cos(\varphi_\ell) \ll 1$), les retards sont considérés fixes par rapport à la durée symbole T_s .

La variation linéaire du retard entraîne une variation linéaire de la phase $\phi_\ell(t)$ du gain complexe $\alpha_\ell(t)$:

$$\phi_\ell(t) = \phi_\ell(0) + 2\pi f_{d,\ell} \cos(\varphi_\ell)t \quad (1.18)$$

1.6 Caractérisation statistique du canal radio mobile

A cause des variations non prédictibles du canal physique qui donne un caractère aléatoire, la caractérisation du canal radio mobile réel ne peut pas se faire d'une manière déterministe. Il est souvent plus utile de donner une description statistique au second ordre du canal (auto-corrélation, DSP, etc.). La réponse impulsionnelle du canal $h(t, \tau)$ est considérée comme un processus aléatoire, dont les paramètres sont décrits par des

lois de probabilités. La fonction d'auto-corrélation de la réponse impulsionnelle temps-retard $h(\tau, t)$ est ainsi donnée par la formule suivante [8] :

$$R_h(\tau_1, \tau_2; t, t + \Delta t) = E [h^*(\tau_1; t)h(\tau_2; t + \Delta t)] \quad (1.19)$$

où $E(\cdot)$ représente l'espérance mathématique et $(\cdot)^*$ le conjugué. Des modèles ont été proposés par P. Bello en 1963 [7] sous l'hypothèse que le canal est stationnaire au sens large (**WSS** : Wide Sense Stationary) et que les réflecteurs sont indépendants (**US** : Uncorrelated Scatterers). La stationnarité au sens large nous permet de dire que la fonction d'auto-corrélation ne dépend plus de t mais de Δt :

$$R_h(\tau_1, \tau_2; \Delta t) = E [h^*(\tau_1; t)h(\tau_2; t + \Delta t)] \quad (1.20)$$

Compte tenu des caractéristiques du canal, les amplitudes et les phases des différents trajets sont non corrélés, l'équation (1.20) peut être réécrite de la façon suivante :

$$R_h(\tau_1, \tau_2; \Delta t) = R_h(\tau_1; \Delta t)\delta(\tau_1 - \tau_2). \quad (1.21)$$

Pour un trajet donné avec le retard τ , la fonction $R_h(\tau; \Delta t)$ mesure la corrélation existante entre deux valeurs du canal espacées temporellement de Δt . On note que pour $\Delta t = 0$, on a : $R_h(\tau) \triangleq R_h(\tau; 0)$ qui représente la puissance en sortie du canal en fonction du retard τ . On appelle aussi cette puissance : le profil puissance-retard (**PDP** : power-delay profile). Cette fonction PDP qui peut être mesurée empiriquement, décrit la puissance moyenne associée aux différents retards des trajets multiples. Elle peut être normalisée par une unité de surface pour obtenir une fonction de densité de probabilité $p_h(\tau)$, c'est à dire [9] :

$$p_h(\tau) = \frac{R_h(\tau)}{\int_{-\infty}^{+\infty} R_h(\tau) d\tau} \quad (1.22)$$

La fonction PDP est généralement modélisée par une loi exponentielle ou une loi uniforme. La dispersion des retards est évaluée par l'écart-type du PDP notée σ_{RMS} ¹ et qui est donnée par :

$$\sigma_{RMS} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\tau - \tau_m)^2 p_h(\tau) d\tau}{\int_{-\infty}^{+\infty} p_h(\tau) d\tau}} \quad (1.23)$$

où τ_m représente le retard moyen défini par :

$$\tau_m = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \tau p_h(\tau) d\tau}{\int_{-\infty}^{+\infty} p_h(\tau) d\tau} \quad (1.24)$$

Le tableau 1.1, donne un aperçu de quelques valeurs typiques de l'étalement temporelle

1. RMS : Root Mean Square

Type de la liaison	Distance	Ordre de l'étalement σ_{RMS}
Environnement troposphérique	100 km	milli-secondes (10^{-3})
Environnement Outdoor	1 km	micro-secondes (10^{-6})
Environnement Indoor	10 m	nano-secondes (10^{-9})

Tableau 1.1 – Valeurs typiques de l'étalement temporel du canal σ_{RMS} .

pour divers environnements. La valeur de σ_{RMS} est couramment utilisée pour donner une indication approximative du débit maximum qui peut être pris en charge sans souci par le canal, on verra plus tard sa relation avec la bande de cohérence.

On peut également calculer les fonctions d'auto-corrélations des autres fonctions de Bello, données par les équations (1.12), (1.13) et (1.14). A partir de $R_h(\tau; \Delta t)$, les fonctions d'auto-corrélations de $H(f; t)$, $S(\tau, \nu)$ et $T(f, \nu)$, sont données comme le montre la figure 1.12, par des transformées de Fourier \mathcal{F} sur les différentes variables :

$$R_H(\Delta f; \Delta t) = \mathcal{F}_\tau \{R_h(\tau; \Delta t)\} \quad (1.25)$$

$$R_S(\tau; \nu) = \mathcal{F}_{\Delta t} \{R_h(\tau; \Delta t)\} \quad (1.26)$$

$$R_T(\Delta f; \nu) = \mathcal{F}_\tau \{R_S(\tau; \nu)\} \quad (1.27)$$

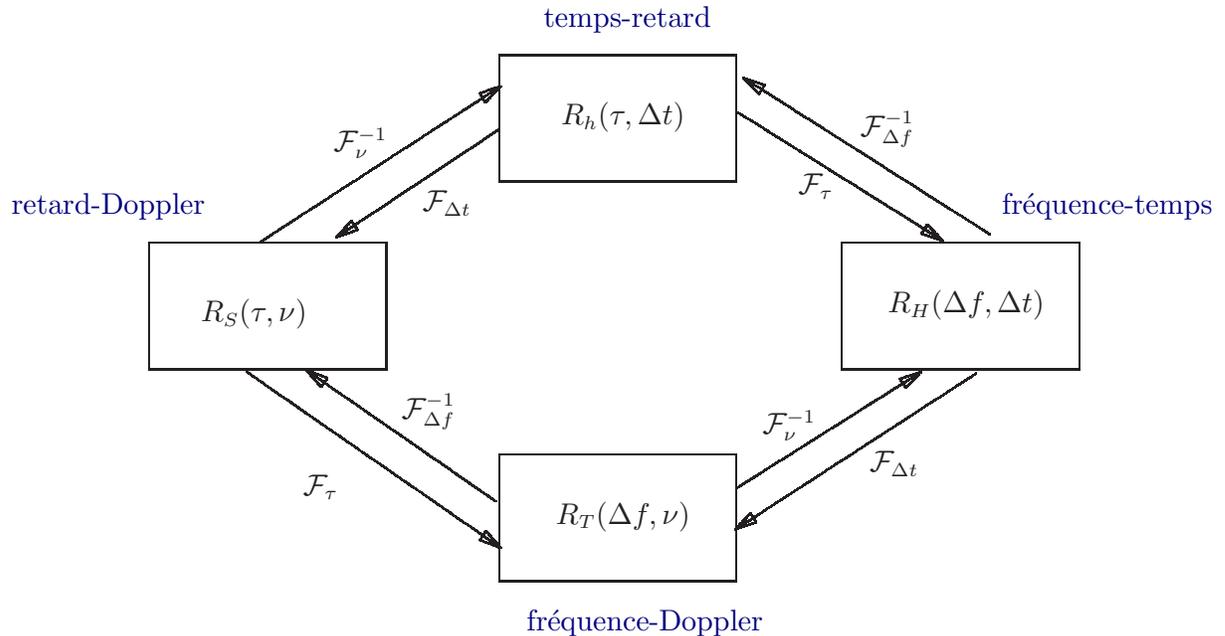


Figure 1.12 – Les fonctions d'auto-corrélations du canal radio mobile.

Le modèle de Jakes (1974) [10], est un modèle très largement utilisé pour simuler les canaux radio mobiles. Dans ce modèle, la fonction PDP des retards a une forme

exponentielle et elle est exprimée selon la formule suivante :

$$p_h(\tau) = \frac{1}{\tau_m} e^{-\tau/\tau_m} \quad (1.28)$$

La fonction d'auto-corrélation en fréquence $R_H(\Delta f; 0)$ obtenue pour $\Delta t = 0$ et sera notée $P_H(\Delta f)$, quantifie la corrélation du canal dans le domaine fréquentiel au même instant ($\Delta t = 0$). Cette fonction est donnée par la transformée de Fourier de $p_h(\tau)$ avec :

$$\begin{aligned} R_H(\Delta f; 0) &= R_H(\Delta f) = \mathcal{F}\{p_h(\tau)\} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} p_h(\tau) e^{-j2\pi\Delta f\tau} d\tau = \frac{1}{1 + j2\pi\Delta f\tau_m} \end{aligned} \quad (1.29)$$

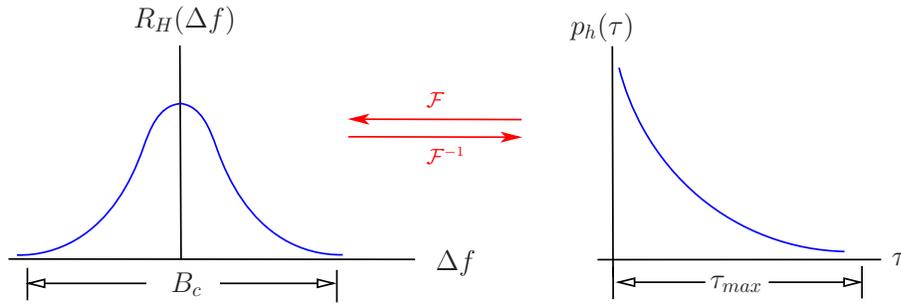


Figure 1.13 – La relation entre la fonction d'auto-corrélation $p_h(\tau)$ (profil puissance-retard) et la fonction d'auto-corrélation en fréquence $P_H(\Delta f)$.

La fonction d'auto-corrélation temporelle $R_H(0, \Delta t)$ pour $\Delta f = 0$ et qui est notée $R_H(\Delta t)$, quantifie les variations temporelles du canal. Selon le modèle de Jakes elle est donnée par [11] :

$$R_H(0; \Delta t) = R_H(\Delta t) = J_0(2\pi f_d \Delta t) \quad (1.30)$$

où J_0 représente une fonction de Bessel d'ordre 0. Selon [12], la fonction d'auto-corrélation $R_H(\Delta f; \Delta t)$, peut être séparée en un produit des deux fonctions $R_H(\Delta t)$ et $R_H(\Delta f)$. La fonction $R_H(\Delta f)$ dépend de l'étalement des trajets multiples, et $R_H(\Delta t)$ dépend de la mobilité, autrement dit de la fréquence Doppler f_d . Ceci permettra de simplifier les choses surtout lors de l'étape de l'estimation et de l'égalisation du canal dont les systèmes de réception ont besoin. Donc la fonction d'auto-corrélation $R_H(\Delta f; \Delta t)$ peut s'écrire telle que :

$$R_H(\Delta f; \Delta t) = R_H(\Delta t) \cdot R_H(\Delta f) = \frac{J_0(2\pi f_d \Delta t)}{1 + j2\pi\Delta f\tau_m} \quad (1.31)$$

avec $R_H(\Delta t = 0) = R_H(\Delta f = 0) = 1$.

En utilisant l'équation (1.30) et en appliquant une transformée de Fourier pour $\Delta f = 0$, la fonction densité spectre Doppler $R_T(\Delta f; \nu)$ devient :

$$\begin{aligned}
 R_T(0; \nu) = R_T(\nu) &= \int_{-\infty}^{+\infty} R_H(\Delta t) e^{-j2\pi\nu\Delta t} d\Delta t \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} J_0(2\pi f_d \Delta t) e^{-j2\pi\nu\Delta t} d\Delta t \\
 &= \begin{cases} \frac{1}{\pi f_d} \frac{1}{\sqrt{1 - (\nu/f_d)^2}} & \text{pour } |\nu| \leq f_d \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.32)
 \end{aligned}$$

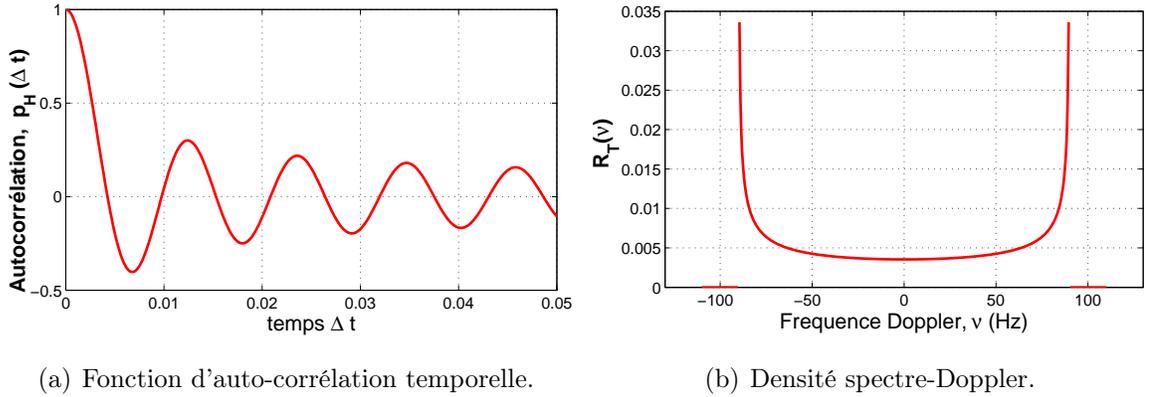


Figure 1.14 – La fonction d'auto-corrélations $r_t(\Delta t)$ et la fonction densité spectrale Doppler $R_T(0; \nu)$ selon le modèle de Jakes ($f_d = 926$ Hz).

La figure 1.14, illustre un exemple de la fonction de corrélation temporelle $R_H(\Delta t)$ et la fonction densité spectrale Doppler $R_T(0; \nu)$, selon le modèle de Jakes avec une fréquence Doppler de $f_d = 926$ Hz et une période symbole de $T_s = 1\mu s$.

La fonction de corrélation densité spectrale Doppler $R_T(0; \nu)$, qu'on va noter $R_T(\nu)$ et qui est donnée par l'équation (1.32), décrit la répartition en puissance des échos selon l'axe de décalage Doppler ν . Cette fonction est appropriée dans un environnement dense ou dense urbain où le phénomène de diffusion est très présent. La normalisation sous forme d'une loi de probabilité nous donne la formule suivante [9] :

$$p_T(\nu) = \frac{R_T(\nu)}{\int_{-\infty}^{+\infty} R_T(\nu) d\nu} \quad (1.33)$$

De même ici, l'écart-type de cette distribution noté σ_ν qui représente l'étalement Doppler causé par la canal est donné par :

$$\sigma_\nu = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (\nu - D_\nu)^2 p_T(\nu) d\nu} \quad (1.34)$$

où $D_\nu = E(\nu)$ représente la moyenne.

1.6.1 Bande de cohérence et temps de cohérence

La fonction d'auto-corrélation temps-fréquence du canal $R_H(\Delta f; \Delta t)$, permet de formaliser les notions de **temps de cohérence** T_{coh} et de **bande de cohérence** B_{coh} . En fait; on peut calculer ces deux paramètres à partir des fonctions de corrélations $R_H(0; \Delta t)$ et $R_H(\Delta f; 0)$, c'est à dire $R_H(\Delta t)$ et $R_H(\Delta f)$.

La bande de cohérence est une mesure statistique qui quantifie la sélectivité en fréquence du canal. Elle est calculée à partir de Δf le support pour lequel $R_H(\Delta f) \approx 0$. Selon l'équation (1.25) et comme l'illustre la figure 1.13, il y a une relation entre le support en fréquence de $R_H(\Delta f)$ et celui en retard de $p_h(\tau)$ donné par le retard maximum du canal τ_{max} et on peut faire intuitivement l'approximation suivante :

$$B_{coh} = \text{support} \{R_H(\Delta f)\} \approx 1/\tau_{max} \quad (1.35)$$

Cette approximation n'est pas nécessairement le meilleur choix. En fait, les différents canaux de propagation avec la même valeur de l'étalement τ_{max} peuvent montrer des profils et des comportements différents. Une approximation plus générale est de prendre $B_{coh} \approx k/\tau_{max}$, où k une constante qui dépend de l'allure de $p_h(\tau)$. Il existe également d'autres expressions empiriques de la bande de cohérence [13], où on l'en propose de prendre les valeurs suivantes :

$$B_{coh} \approx 1/(5 \sigma_{RMS}) \quad \text{pour } |R_H(\Delta f)| \approx 0.5 \quad (1.36)$$

$$B_{coh} \approx 1/(50 \sigma_{RMS}) \quad \text{pour } |R_H(\Delta f)| \approx 0.9 \quad (1.37)$$

Soit $B_s \approx 1/T_s$ la bande occupée par le signal à transmettre (T_s est la durée d'un symbole). Lorsque $B_{coh} \gg B_s$ (ou $T_s \gg \sigma_{RMS}$), toutes les composantes fréquentielles du signal sont affectées par la même atténuation et le canal est dit « non sélectif en fréquence » ou « **à évanouissements plats** » avec $h(\tau, t) \approx h(t)$. Dans le cas contraire, c'est à dire que $B_s \gg B_{coh}$ le canal est dit « **sélectif en fréquence** » et le système nécessite une égalisation ou un moyen d'éliminer l'interférence inter-symboles. La modulation **OFDM** est actuellement le meilleur moyen pour lutter contre les canaux sélectifs en fréquence et qui réduit sensiblement les IIS.

L'évanouissement plat n'est pas toujours souhaitable si on veut obtenir une diversité de fréquence pour deux signaux d'évanouissement, il est nécessaire que l'espacement en fréquence Δf_0 entre les deux signaux soit supérieur à la largeur de bande de cohérence $\Delta f_0 > B_{coh}$, de sorte que les deux signaux ne soient pas corrélés.

L'interférence inter-symboles (IIS) : L'étalement du canal causé par les retards des trajets multiples, peut causer un chevauchement des symboles adjacents qu'on appelle interférence inter-symboles IIS (en anglais ISI : Inter-symboles interference). Le nombre de symboles qui interfèrent en modulation mono-porteuses est donné par

$$N_{IIS} = \left\lceil \frac{\tau_{max}}{T_s} \right\rceil \quad (1.38)$$

où $\lceil \cdot \rceil$ est une fonction qui renvoie vers la plus petite valeur de nombre entier plus grand que ou égal à sa valeur d'argument. Dans les applications très haut débit où la période symbole est de plus en plus petite, l'effet des IIS est plus important. Par conséquent l'annulation de l'IIS nécessite une complexité importante.

Le temps de cohérence est une mesure statistique qui caractérise les changements temporelles significatives du canal et représente la durée pour laquelle le canal est considéré stationnaire. Il est calculé à partir de Δt le support pour lequel $R_H(\Delta t) \approx 0$. La fonction d'auto-corrélation $R_T(\Delta f; \nu)$ de l'équation (1.32) est appelée la densité spectrale de puissance-Doppler du canal. Elle peut être obtenue également par la transformée de Fourier de $R_H(\Delta f; \Delta t)$. En tenant compte de la réciprocité entre $R_T(\nu)$ et $R_H(\Delta t)$ comme illustré par la figure 1.14, le temps de cohérence est inversement proportionnel à l'étalement Doppler max noté f_d :

$$T_{coh} \approx 1/f_d \quad (1.39)$$

Un signal qui est transmis à deux instants différents, séparés dans le temps d'une quantité inférieure à T_{coh} sera affecté de la même manière par le canal. Lorsque $T_{coh} \gg T_s$, le canal est dit à « **évanouissements lents** ». Dans le cas contraire il est dit à « **évanouissements rapides** » ou canal « **sélectif en temps** ». Divers types de canaux qu'on peut obtenir, sont donnés par la figure 1.15.

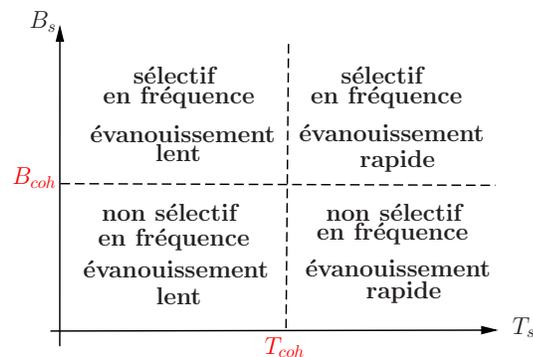


Figure 1.15 – La sélectivité en temps et en fréquence des canaux selon la bande de cohérence et le temps de cohérence.

1.6.2 Loi de distribution des atténuations complexes

Le canal radio mobile est formé principalement d'un grand nombre de trajets multiples avec des atténuations, des phases et des retards différents et dont les caractéristiques sont variables dans le temps à cause de la mobilité. En pratique, afin de modéliser ces phénomènes et former les L trajets, les micro-trajets avec presque le même retard τ_ℓ (la différence en ns) et de phases différentes sont regroupés dans un "cluster" et forment un seul trajet d'atténuation complexe α_ℓ^c . Cette atténuation est la superposition de tous les coefficients des micro-trajets du groupe ℓ :

$$\alpha_\ell^c(t) = \alpha_\ell(t) e^{j\phi_\ell(t)} = \sum_n \rho_{\ell,n} \cdot e^{j\phi_{\ell,n}(t)} \quad (1.40)$$

où $\rho_{\ell,n}$ et $\phi_{\ell,n}$ sont respectivement le module et la phase du $n^{\text{ème}}$ micro-trajet du cluster ℓ . On considère que la phase suit une loi uniforme entre 0 et 2π .

$$\phi \sim \mathcal{U}[0, 2\pi] \quad (1.41)$$

En appliquant le théorème centrale limite, l'atténuation α_ℓ suit une loi gaussienne complexe de moyenne nulle. Par conséquent, l'enveloppe $|\alpha_\ell|$ suit une loi de Rayleigh dans le cas NLOS (pas de trajet directe).

$$p(\alpha_\ell) = \begin{cases} \frac{\alpha_\ell}{\sigma_{\alpha_\ell}^2} \exp\left(-\frac{\alpha_\ell^2}{2\sigma_{\alpha_\ell}^2}\right) & \text{pour } \alpha_\ell \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.42)$$

Le modèle de canal de Rayleigh est le plus fréquemment utilisé dans les études théoriques, car il est relativement proche de la réalité. Un exemple d'un canal de Rayleigh réalisé selon le modèle Clarke/Gan [14], est illustré par la figure 1.16.

Dans le cas LOS,² la présence du trajet direct impose une composante beaucoup plus grande que les autres composantes et la loi est plutôt de Rice. Pour caractériser cette loi, on définit un facteur $K = 10 \log_{10}(P_0/P_f)$ avec P_0 puissance du trajet dominant et P_f la puissance de diffusion des autres trajets.

$$p(\alpha_\ell) = \frac{\alpha_\ell}{\sigma_{\alpha_\ell}^2} \exp\left(-\frac{\alpha_\ell^2 + 2P_0}{2\sigma_{\alpha_\ell}^2}\right) J_0\left(\frac{\alpha_\ell \sqrt{2P_0}}{\sigma_{\alpha_\ell}^2}\right) \quad (1.43)$$

Il existe tout de même d'autres modèles utilisés dans des situations plus particulières, comme par exemple celui du modèle Weibull [15] ou le modèle de Nakagami [16].

2. Le cas NLOS correspond généralement aux zones urbaines et le cas LOS est surtout dans les zones rurales

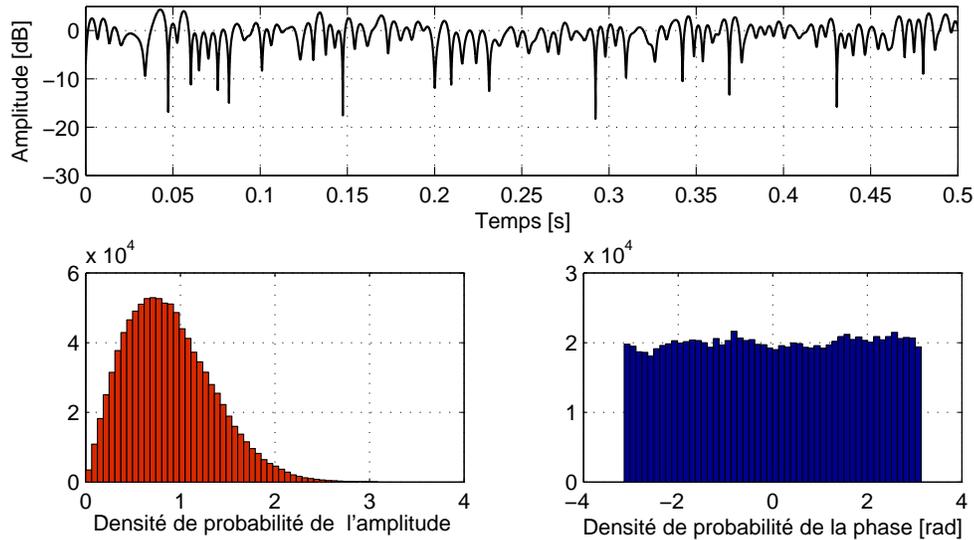


Figure 1.16 – Modèle de canal de Clarke/Gan avec $f_D = 100$ [Hz], $T_s = 50 \mu s$ [1].

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques rappels importants concernant la chaîne de communication numérique, le modèle et les caractéristiques d'un canal radio mobile. La connaissance des statistiques du canal et ses différentes variations s'avère nécessaire à la conception d'un système de radio communication performant. Des notions comme la dispersion des retards, fréquence Doppler, bande et temps de cohérence ont été présentées. Parmi les canaux les plus difficiles à traiter, il y a le canal sélectif en fréquence qui se manifeste lorsque la bande de cohérence est plus petite que la bande occupée par le signal. Actuellement la méthode la plus efficace pour lutter contre ce genre de canaux est l'utilisation de la modulation multi-porteuses OFDM. Dans le chapitre suivant, nous présentons le principe de la modulation OFDM, l'estimation et l'égalisation du canal en OFDM et les problèmes de non linéarité engendrés en OFDM.

Chapitre 2

La modulation OFDM

2.1 Introduction

Ce chapitre décrit la technique de modulation multiporteuses de type Orthogonal Frequency Division Multiplexing (**OFDM**), qui est très utile pour les transmissions très haut débit sur des canaux à évanouissements.

Dans un système mono-porteuse, le signal comportant les symboles à transmettre est convolué avec le signal de mise en forme (filtre d'émission) h_e . Après le passage par le canal de propagation à trajets multiples, le signal reçu est convolué avec le filtre de réception $h_r(t) = h_e^*(-t)$ maximisant le rapport signal sur bruit (filtres adaptés). Dans ce scénario de transmission sans fil classique, le signal transmis arrive au récepteur en utilisant des chemins différents de longueurs et d'atténuations différentes. Les versions multiples du signal interfèrent les uns avec les autres (les interférences inter-symboles **IIS**), il devient extrêmement difficile d'extraire l'information d'origine. Si le système transmet des informations à des intervalles de temps discrets T_s , alors la mesure critique concernant le canal à trajets multiples, est le retard τ_{max} du chemin le plus long par rapport à la première voie. Un symbole reçu peut théoriquement être influencé par τ_{max}/T_s symboles précédents. Cette influence doit être estimée et compensée au niveau du récepteur. La complexité résultante d'une suppression de cette interférence dans le cas monoporteuse est énorme. La modulation multiporteuses divise les données en N sous-canaux d'informations parallèles à bandes étroites. Chaque sous-canal est conçu pour avoir une bande passante inférieure à la bande de cohérence du canal. Par conséquent, on peut supposer que chaque sous-canal est plat et le démodulateur peut être mis en œuvre avec un égaliseur moins complexe. En raison de la distance accrue entre les symboles transmis, l'IIS pour chaque sous-système se réduit à τ_{max}/NT_s . Les interférences entre symboles deviennent plus petites et peuvent souvent être tolérées avec un

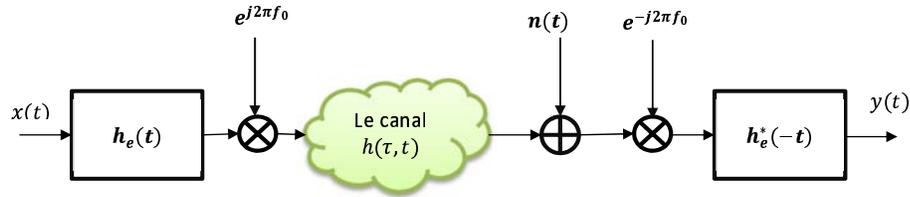


Figure 2.1 – Schéma simple d'un système mono-porteuses.

égaliseur plus simple. Cela a donné naissance au concept de l'OFDM. La transmission multiporteuses est adoptée dans certains systèmes de communication pratiques comme le DAB et DVB en Europe, l'ADSL et wimax. En OFDM le multiplexage fréquentiel est réalisé grâce à la transformée de Fourier discrète (TFD) et sa version rapide (FFT) qui nécessite moins de complexité calculatoire [17].

2.2 Principe de la modulation OFDM

L'idée de l'OFDM revient à diviser la bande du canal en N sous-bandes (sous-canaux), avec une largeur Δf plus petite que la bande de cohérence du canal, ($\Delta f = \frac{1}{NT_s} < B_{coh}$), de manière que chaque sous bande soit suffisamment étroite, et que la réponse en fréquence puisse être considérée comme plate comme l'illustre la figure 2.2.

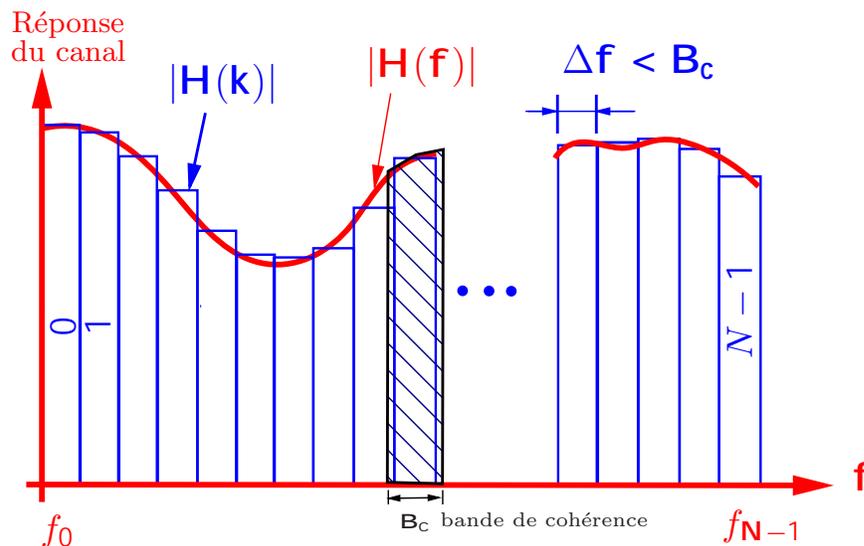


Figure 2.2 – Réponse du canal et les sous-bandes en multiporteuses.

Pour obtenir une efficacité spectrale élevée, il faut que les sous-bandes se chevauchent tout en restant orthogonales pour faciliter la séparation [18]. Une modulation multiporteuses réalise un multiplexage fréquentiel, d'où le nom FDM (Frequency Division Multiplexing).

La réalisation de la transmission multiporteuses OFDM, consiste tout d'abord à convertir un bloc de données en série à haut débit en un bloc de données parallèles bas débit. Ces données (symboles) sont réparties sur un grand nombre de sous-porteuses de taille N chacune sur une fréquence f_k et l'expression du signal multiporteuses en continu peut s'écrire de la façon suivante :

$$x(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X_{k,m} e^{j2\pi f_k(t - mT)} h_e(t - mT), \text{ avec } f_k = f_0 + k\Delta f \quad (2.1)$$

où T_s est la période symbole, $X_{k,m}$ représente le symbole de la $k^{\text{ième}}$ sous-porteuse et le $m^{\text{ième}}$ symbole OFDM, N est la nombre de porteuses, $T = NT_s$ est la période des symboles OFDM, et enfin $h_e(t)$ est le filtre de mise en forme à l'émission. La figure 2.3, illustre un schéma basique d'une modulation/ démodulation multiporteuses.

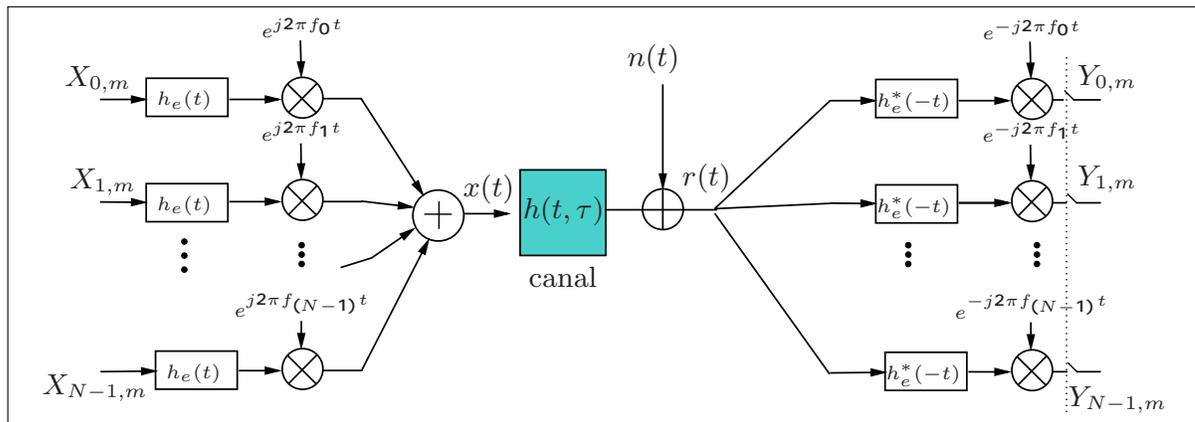


Figure 2.3 – Schéma basique d'une modulation/démodulation OFDM analogique.

Notion d'orthogonalité

La différence fondamentale entre les différentes techniques classiques de modulation multiporteuses et l'OFDM est que cette dernière autorise un recouvrement spectral entre ces sous-porteuses, ce qui permet d'augmenter sensiblement leur nombre. Cependant, pour que ce recouvrement n'ait pas d'effet néfaste, les sous-porteuses doivent respecter

une contrainte d'orthogonalité. On définit une base des signaux élémentaires tel que :

$$\Psi_k(t) = e^{j2\pi f_k t} h_e(t), \quad (2.2)$$

Afin d'assurer l'orthogonalité dans le cas où $\Delta f = 1/T = 1/NT_s$, la fonction de mise en forme $h_e(t)$ utilisée doit être une fonction porte de support $[0, T]$, c'est à dire :

$$h_e(t) = \Pi(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}} & \text{si } 0 < t < T \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.3)$$

L'orthogonalité nous permet d'écrire l'équation suivante :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_k(t) \Psi_l^*(t) dt = \delta_{k-l} = \begin{cases} 1, & \text{si } k = l \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.4)$$

où $\{\Psi_k(t)\}$ constitue une base orthonormale de l'espace des signaux et δ_l est l'impulsion de dirac. En fait l'orthogonalité est une propriété très importante ici, qui nous permet de transmettre des signaux d'informations multiples dans le même canal, et de faire correctement la détection et la démodulation sans interférences par l'intermédiaire de l'équation suivante :

$$X_{k,m} = \int_{mT}^{(m+1)T} x(t) \Psi_{k,m}^*(t - mT) dt. \quad (2.5)$$

2.3 Le modèle OFDM discret

Reprenons l'équation (2.1), si on échantillonne le signal $x(t)$ à une cadence $T_e = T_s$, la trame OFDM (symbole OFDM) devient : $x_{n,m} = x(mT + nT_s)$ où m est l'indice de la trame et n est un emplacement dans la trame tel que $n \in \{0, \dots, N-1\}$, alors on peut écrire :

$$x_{n,m} = \sum_{\hat{m} \in \mathbb{Z}} \underbrace{\left(\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_{k,m} e^{j2\pi k(n/N)} \right)}_{\text{IFFT}} \underbrace{\sqrt{N} h_e((m - \hat{m})T + nT_s)}_{\text{convolution}}. \quad (2.6)$$

Il est facile de constater que la relation (2.6) est une transformée de Fourier discrète inverse **IDFT** (Inverse Discret Fourier Transform) des symboles numériques. En fait, bien que les sous-canaux se chevauchent, et la réponse en fréquence des lobes secondaires est non nulle, les gains des sous-canaux voisins sont à zéro à la pointe de chaque sous-canal. Ainsi, les symboles des données transmises peuvent être démodulés au récepteur sans interférences inter-porteuses **ICI** (Inter Carriers Interference). Afin d'expliquer le

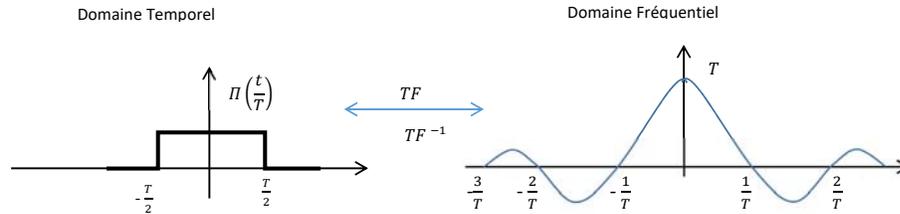
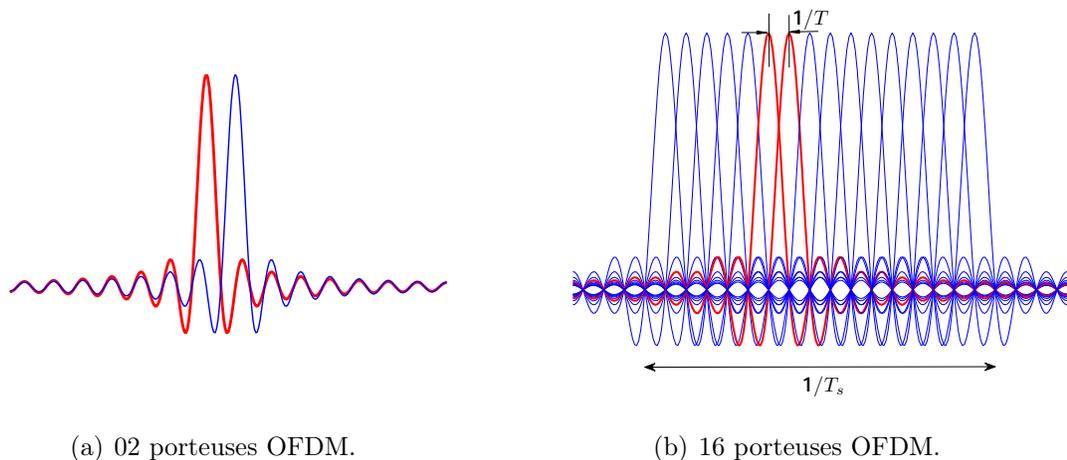


Figure 2.4 – Illustration du spectre d'une fenêtre rectangulaire .

spectre qu'on observe sur un signal OFDM, prenant d'abord l'exemple d'un signal rectangulaire de durée T . Comme on peut l'observer sur la figure 2.4, le spectre de cette fenêtre rectangulaire occupe principalement une bande de $2/T$. En OFDM, avec la conversion série/parallèle et le multiplexage réalisé avec l'IFFT, les N symboles sont utilisés à la fois et forment un symbole OFDM de durée $T = NT_s$ secondes.

La figure 2.5(b), représente 16 sous-porteuses d'un système OFDM qui se chevauchent. On remarque bien que lorsqu'une des sous-porteuses atteint l'amplitude maximale, les autres s'annulent. La figure 2.6, illustre le spectre de l'enveloppe complexe de



(a) 02 porteuses OFDM.

(b) 16 porteuses OFDM.

Figure 2.5 – Illustration des porteuses orthogonales d'un signal OFDM modulé en QAM.

la somme de 32 sous-porteuses modulées en QAM. L'équation (2.6), permet de simplifier énormément le modulateur OFDM en terme de complexité, et nous éviter l'utilisation d'un grand nombre d'oscillateurs, en introduisant la transformée de Fourier rapide inverse **IFFT** :

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi kn/N}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad (2.7)$$

où N est le nombre de sous-porteuses et $\mathbf{X} = \{X_k, k = 0, \dots, N-1\}$ est un bloc de N symboles. L'équation (2.7), peut être réécrite sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}^H \mathbf{X} \quad (2.8)$$

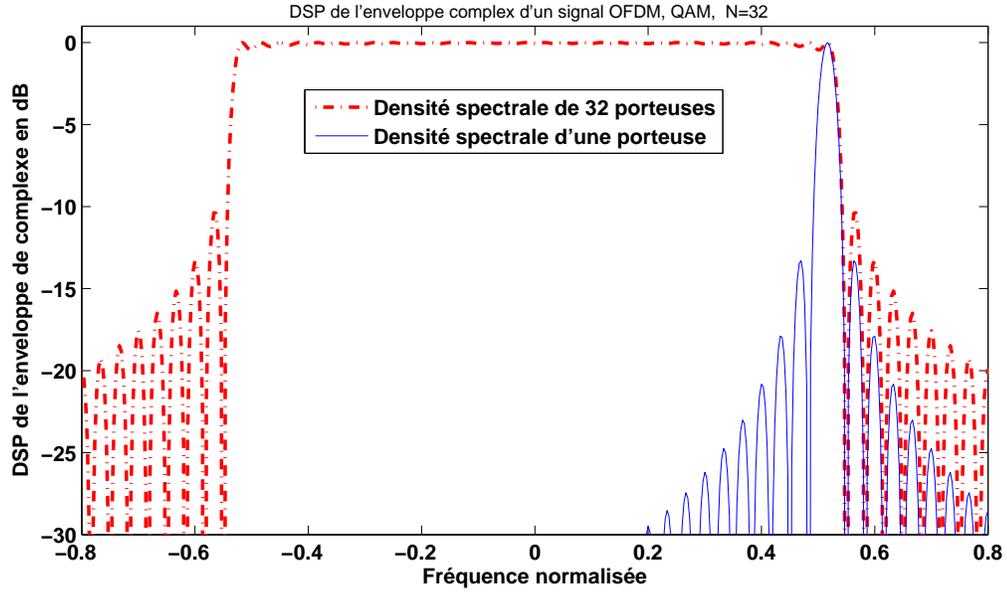


Figure 2.6 – Spectre d'un signal OFDM pour N=32.

avec $(\cdot)^H$ est le transposé conjugué, la matrice F est la matrice FFT donnée par la formule suivante :

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{-j2\pi/N} & e^{-j2\pi 2/N} & \dots & e^{-j2\pi(N-1)/N} \\ 1 & e^{-j2\pi 2/N} & e^{-j2\pi 3/N} & \dots & e^{-j2\pi 2(N-1)/N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{-j2\pi(N-1)/N} & e^{-j2\pi 2(N-1)/N} & \dots & e^{-j2\pi(N-1)^2/N} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Le récepteur reçoit le signal émis $x(t)$ et convolué avec le canal physique invariant dans le temps $h(t)$, le signal reçu devient :

$$r(t) = h(t) \star x(t) + n(t) = \int h(\tau)x(t - \tau)d\tau + n(t) \quad (2.10)$$

où $n(t)$ est un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de variance σ_n^2 . On procède à une projection sur la base des signaux :

$$Y_{k,m} = \int_{\mathfrak{R}} r(t)\Psi_k^*(t - mT)dt = \int_{mT}^{(m+1)T} r(t)\Psi_k^*(t - mT)dt \quad (2.11)$$

Soit $r_{n,m} = r(mT + nT_s)$, le signal échantillonné de $r(t)$ obtenu aux instants $t =$

$mT + nT_s$. Alors l'équation (2.11) devient :

$$\begin{aligned}
 Y_{k,m} &= \underbrace{\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} r(mT + nT_s) e^{-2\pi kn/N}}_{FFT} \\
 &= \underbrace{\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} r_{n,m} e^{-2\pi kn/N}}_{FFT}
 \end{aligned}
 \tag{2.12}$$

La démodulation OFDM, se fait par une transformée de Fourier discrète et sa version rapide FFT. Remarquons que dans l'équation (2.7), la IFFT comporte une normalisation d'un facteur $1/\sqrt{N}$, ce facteur est très important pour garder la même puissance moyenne avant et après la transformation. Au niveau du récepteur on utilise la même normalisation $1/\sqrt{N}$ sur la transformation de Fourier discrète (DFT) afin d'éviter l'amplification de la puissance du bruit. En fait, on doit toujours s'assurer que toutes les transformations utilisées au niveau de l'émetteur soient normalisées pour garder la même puissance moyenne.

2.3.1 Intervalle de garde

Un canal à trajets multiples introduit des déphasages et des retards pouvant être du même ordre de grandeur que la durée symbole, ce qui provoque un étalement temporel et par conséquent des interférences entre symboles. Pour s'en affranchir comme le montre la figure 2.7, on rajoute entre deux symboles OFDM (trames OFDM), un préfixe ou un intervalle de garde dont la durée Δ est supérieure au retard maximum τ_{max} des trajets indirects. La trame initiale correspond à N échantillons ou symboles espacés de T_s , et

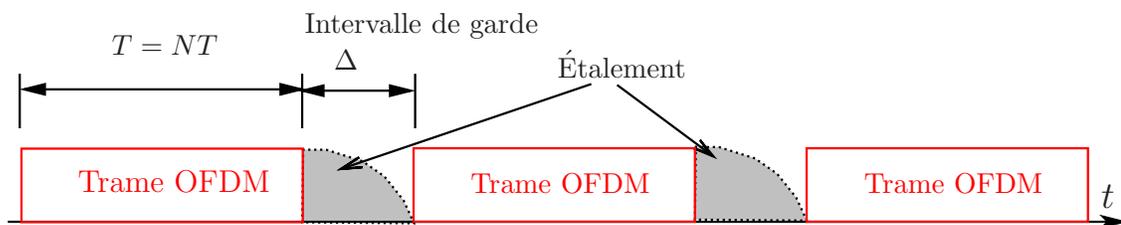


Figure 2.7 – Insertion d'intervalle de garde .

on rajoute un intervalle qui correspond à L symboles (en ADSL, $L = 32$ parmi 512) qui doit satisfaire la condition suivante :

$$\Delta = LT_s \geq \tau_{max}
 \tag{2.13}$$

L'insertion du préfixe va sans doute provoquer une diminution du débit utile. Pour y remédier la solution la plus simple, est de diminuer l'écart temporel entre deux échantillons T'_s lors de la remise en série [19]. Ceci se traduira par une augmentation de la bande passante nécessaire à la transmission.

$$T'_s = \frac{NT_s}{N + L} \quad (2.14)$$

2.3.2 Insertion du préfixe cyclique

L'intervalle de garde, élimine les interférences entre deux symboles OFDM causées par l'étalement des trajets multiples. Mais il est remarqué, que si aucun signal n'est inséré pendant cet intervalle, des interférences entre porteuses ou ICI (Inter Carrier Interference), se produisent puisque l'orthogonalité n'est plus vérifiée. Peled et Ruiz [20] ont introduit le préfixe cyclique qui est une copie de la fin de la trame OFDM (les L derniers symboles) insérée après la IFFT lors de l'émission comme le montre la figure 2.8, puis enlevée à la réception avant le module FFT. L'avantage du préfixe

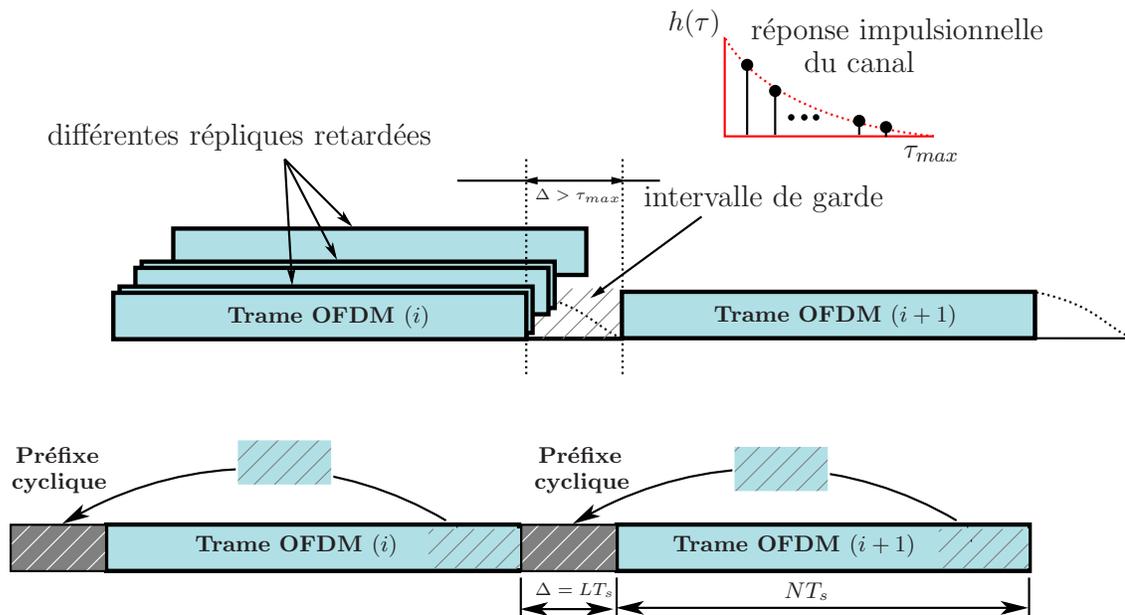


Figure 2.8 – Préfixe cyclique.

cyclique est qu'il transforme la convolution linéaire avec la réponse impulsionnelle du canal, en une convolution circulaire qui se traduit par une simple multiplication scalaire dans le domaine fréquentiel. Ceci est illustré par l'équation (2.15). Les sous-porteuses restent orthogonales, et l'égalisation se simplifie pour devenir une division par la réponse

fréquentielle du canal [21, 22, 23].

$$\begin{aligned} \text{TF}\{x(n) \star h(n)\} &= \text{TF}\{x(n)\} \times \text{TF}\{h(n)\}, \\ \text{FFT}\{x(n) \otimes h(n)\} &= \text{FFT}\{x(n)\} \times \text{FFT}\{h(n)\}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

où \star et \otimes représentent respectivement une convolution linéaire et circulaire .

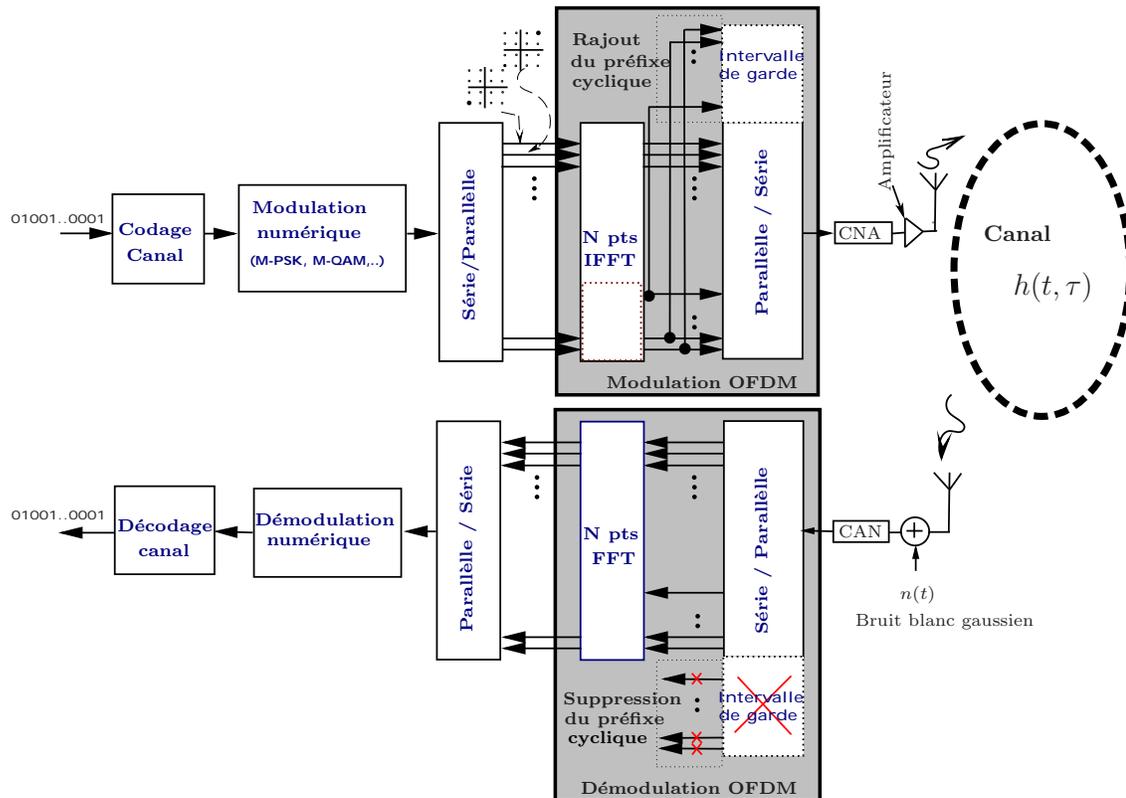


Figure 2.9 – Schéma global du modulateur/démodulateur OFDM discret.

Cependant l'énergie transmise décroît avec la taille du préfixe cyclique [21]. La perte en termes du rapport signal sur bruit à cause de cette insertion est donnée par :

$$SNR_{perte} = -10 \log_{10} \left[1 - \frac{\Delta}{\Delta + NT_s} \right]. \quad (2.16)$$

Par conséquent le préfixe cyclique ne doit pas être plus grand que nécessaire. En plus, une partie de l'intervalle est réservée à la synchronisation en exploitant la corrélation introduite. Il existe une deuxième méthode pour éviter les interférences entre porteuses. Il s'agit de remplacer le préfixe cyclique par une séquence de zéros de la même taille en fin du bloc OFDM **ZP**(Zero Padding) [23, 24]. Un schéma global du modulateur et démodulateur OFDM est illustré par la figure 2.9.

2.3.3 L'OFDM en canaux gaussiens parallèles

Sur la base du fait que le préfixe cyclique est suffisamment long pour recevoir la réponse impulsionnelle du canal, on peut écrire l'équation du signal reçu en discret après avoir supprimé le préfixe cyclique comme suit :

$$\begin{aligned}
 r(mT + nT_s) &= \sum_{\ell=0}^{L-1} h(\ell T_s) x(mT + nT_s - \ell T_s) + n(mT + nT_s) \\
 r_{n,m} &= \sum_{\ell=0}^{L-1} h(\ell) x_{n-\ell,m} + n_{n,m} \\
 &= \sum_{\ell=0}^{L-1} h(\ell) \left(\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_{k,m} e^{j2\pi k((n-\ell)/N)} \right) + n_{n,m} \\
 &= \underbrace{\sum_{\ell=0}^{L-1} h(\ell) e^{-j2\pi k\ell/N}}_{H_k} \left(\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_{k,m} e^{j2\pi kn/N} \right) + n_{n,m} \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

où m est l'indice de la trame OFDM reçue, n est indice de la sous-porteuse dans la trame, H_k est la réponse en fréquence du canal h_ℓ et $n_{n,m}$ le bruit blanc additif gaussien de moyenne nulle et de variance σ_n^2 .

A la réception, en appliquant maintenant la transformée de Fourier rapide (FFT) pour démoduler le signal en OFDM, on obtient le signal démodulé $Y_{k,m}$ avec :

$$Y_{k,m} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} r_{n,m} e^{-2\pi kn/N} \quad (2.18)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} H_k X_{k,m} e^{j2\pi k(n/N)} \right) e^{-2\pi kn/N} + b_{k,m} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned}
 &\underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{IFFT} \\ \text{FFT}}} \\
 &= H_k X_{k,m} + b_{k,m}. \quad (2.20)
 \end{aligned}$$

avec $b_{k,m}$ est la transformée de Fourier discrète du bruit $n_{n,m}$.

L'équation (2.20), montre que le symbole de données reçu $Y_{k,m}$ par la trame m et à la sous-porteuse k est égale au symbole de données transmis $X_{k,m}$ sur la même sous-porteuse et la même trame, multiplié par le coefficient de canal correspondant dans le domaine fréquentiel H_k en plus de la contribution de bruit transformé. La modulation OFDM, permet de transformer le canal à évanouissement, en plusieurs canaux gaussiens parallèles, ceci est illustré par la figure 2.10.

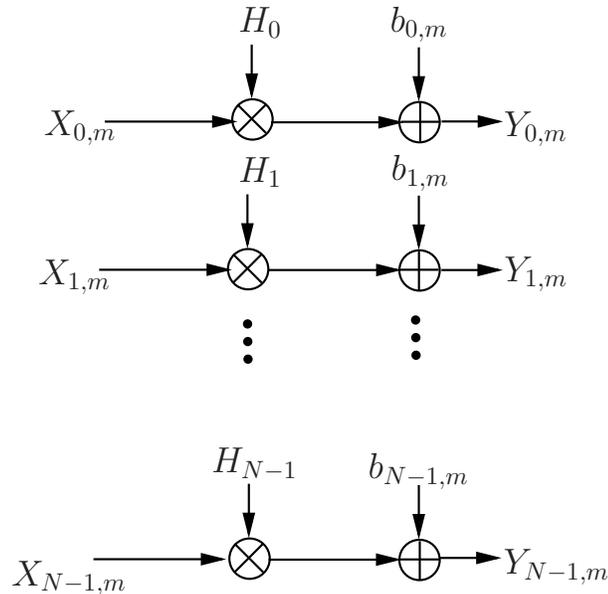


Figure 2.10 – Représentation du système OFDM en canaux gaussiens parallèles.

2.4 Estimation et égalisation du canal en OFDM

Le récepteur d’une manière générale dans une chaîne de transmission numérique, a pour rôle de défaire ce qui a été fait au niveau de l’émetteur et extraire l’information utile. C’est notamment le cas d’une chaîne de transmission multi-porteuses comme le montre la figure 2.11. Le récepteur applique soit une détection cohérente ou une détection non cohérente afin d’estimer la phase inconnue et les changements d’amplitude introduites par l’évanouissement du canal à trajets multiples. Les décalages de fréquence

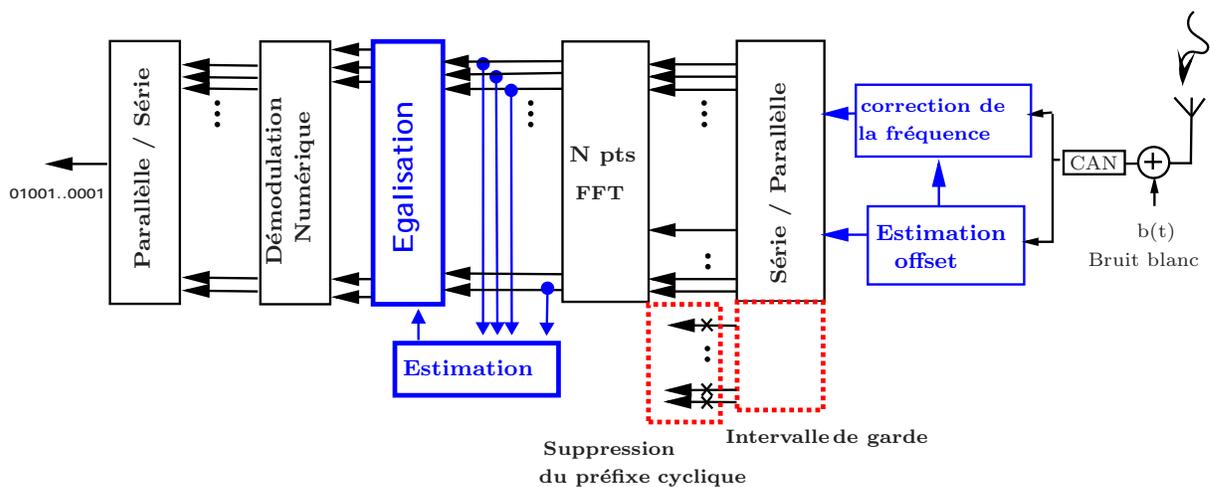


Figure 2.11 – Schéma du démodulateur OFDM avec estimation et égalisation du canal.

de symbole et de fréquence porteuse provoquent des interférences intersymboles et des interférences inter-porteuses à cause de la perte de l'orthogonalité. Pour compenser le décalage en fréquence, une synchronisation des symboles et du décalage de la fréquence porteuse est nécessaire au niveau du récepteur. Cette synchronisation est effectuée en corrélant le signal entrant avec un préambule connu. Il faut également effectuer une estimation du canal à l'aide de symboles pilotes pour estimer correctement les symboles transmis.

La détection non cohérente, n'utilise pas des valeurs de référence, mais utilise une modulation différentielle où l'information est transmise dans la différence de phase des deux symboles successifs. Le récepteur utilise deux symboles adjacents dans le temps ou deux sous-porteuses adjacentes en fréquence afin de comparer l'une avec l'autre pour acquérir le symbole transmis. Cette technique est utilisée dans la norme européenne **DAB** (Digital Audio Broadcast). L'utilisation de la modulation différentielle dans les systèmes OFDM évite donc le besoin de suivre les variations temporelles du canal réduisant considérablement la complexité du récepteur. Cependant, cette modulation engendre une perte en SNR de 3 dB [25, 26].

La détection cohérente permet d'utiliser des constellations arbitraires et la connaissance du canal est nécessaire en plus de l'estimation de la fréquence Doppler. Les corrections sont effectuées par un processus appelé égalisation, qui multiplie chaque symbole OFDM par un nombre complexe qui représente une estimation du gain complexe du canal. L'efficacité de la détection cohérente est davantage plus intéressante dans les applications haut débit.

Lors de l'estimation du canal de transmission, on utilise des symboles pilotes (un signal de référence connu par l'émetteur et le récepteur) comme l'illustre la figure 2.12. Le choix sur le type d'arrangement et la quantité des pilotes insérés est un des problèmes traités dans la littérature. Les atténuations des symboles pilotes sont mesurées et les atténuations des symboles de données entre ces symboles pilotes sont interpolées. Le désavantage de ce dispositif est le fait de consommer une partie du débit disponible.

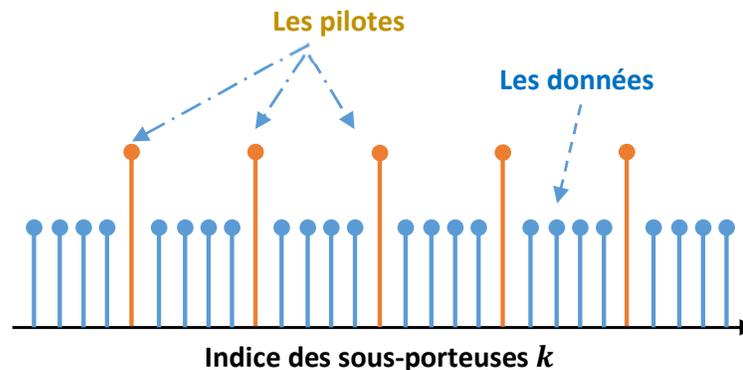


Figure 2.12 – Les pilotes utilisés en OFDM pour l'estimation du canal.

On trouve dans la littérature un grand nombre de travaux sur l'estimation et l'égalisation des systèmes OFDM [25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32]. Le plus souvent, on utilise d'une part des estimateurs utilisant des pilotes en blocs avec l'algorithme à moindres carrés **LS** pour (Least square) ou l'algorithme linéaire à erreur quadratique moyenne minimale **LMMSE** pour (Linear Minimum Mean-Square Error), et d'autre part des estimateurs utilisant des pilotes en forme de peigne qui incluent les algorithmes précédents mais avec une interpolation, et aussi l'algorithme à vraisemblance maximale (ML). On peut aussi retrouver un troisième type d'arrangement des pilotes qui est une combinaison entre les deux méthodes d'arrangements cités précédemment, et qui utilise les trois algorithmes d'estimation LS, LMMSE et ML combinés avec différentes techniques d'interpolation. L'interpolation du canal lorsqu'elle est nécessaire, peut se faire soit par une interpolation linéaire, l'interpolation du second degré, l'interpolation passe-bas ou l'interpolation par splines cubiques.

Nous proposons dans cette section, d'analyser les performances des estimateurs LS et LMMSE et montrer l'avantage que peut apporter l'estimateur MMSE surtout en présence d'un faible SNR. Il est vrai que l'inconvénient majeur de l'estimateur LMMSE reste sa complexité calculatoire, pour cela il existe une version modifiée LMMSE-modified [28], qui permet de réduire la complexité. Nous allons donc également analyser les performances en SER du LMMSE modifié pour un canal de Rayleigh sélectif en fréquence, ainsi que la réduction réalisée en complexité.

2.4.1 Arrangements des symboles pilotes

Pour estimer les coefficients du canal de transmission, généralement on procède à l'insertion de symboles connus par le récepteur appelés **pilotes**, cette méthode est appelée aussi **PSAM**¹, et il existe plusieurs façons d'insérer ces symboles pilotes. Trois manières se distinguent : pilotes type bloc, pilotes type peigne ou pilotes en treillis. Ces différents types d'arrangement des pilotes sont illustrés par la figure 2.13. Dans l'arrangement des pilotes **type bloc**, l'insertion de symboles pilotes se fait sur toutes les sous-porteuses d'un symbole OFDM. Ce type d'arrangement est généralement utilisé lorsque le canal est supposé à évanouissement suffisamment lent. Chaque symbole de ce bloc (trame) étant envoyé sur chaque sous-porteuse, les caractéristiques du canal seront connues pour toutes les fréquences, mais à des intervalles de temps K_t . Tandis que dans l'arrangement **type peigne**, les symboles pilotes sont insérés dans chaque symbole OFDM sur des sous-porteuses à des intervalles de fréquence K_f . Dans ce cas, l'état du canal est toujours connu, mais uniquement les fréquences des porteuses pilotes, ce qui impose donc une interpolation fréquentielle. Le troisième arrangement en treillis, est

1. Pilot Symbol Assisted Modulation

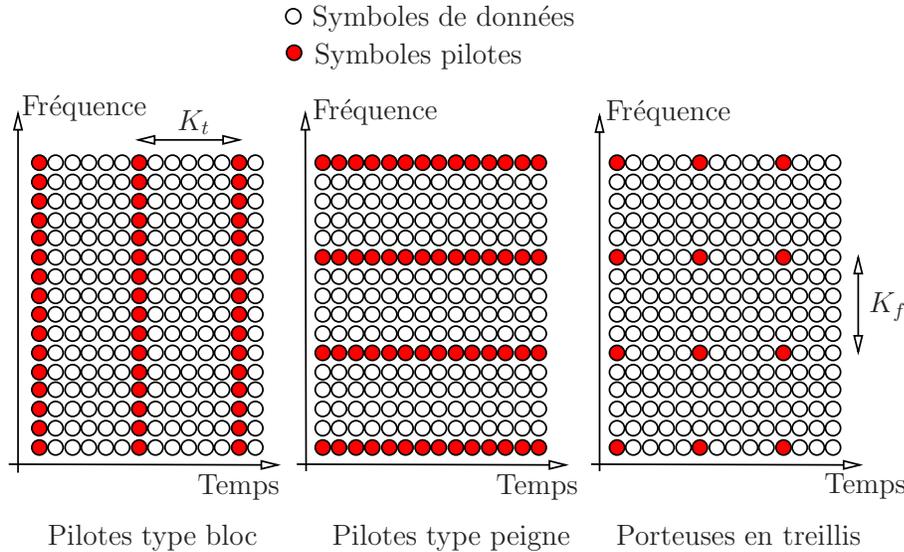


Figure 2.13 – Les trois types de base d’arrangement des pilotes pour l’estimation du canal dans un système OFDM.

une combinaison entre les deux arrangements précédents, où les symboles pilotes sont placés à des intervalles de temps K_t et des intervalles de fréquence K_f . L’espacement entre les pilotes en temps et en fréquence doit respecter les conditions suivantes :

$$K_f < \frac{1}{\tau_{max}} \approx Bc \quad (2.21)$$

$$K_t < \frac{1}{f_d} \quad (2.22)$$

Dans les systèmes OFDM où le canal est à évanouissement lent (i.e le symbole OFDM est court par rapport au temps de cohérence du canal), la corrélation temporelle entre les atténuations de canaux des symboles OFDM consécutifs est élevée. De plus, lorsque l’espacement des sous-porteuses est faible par rapport à la bande de cohérence du canal ($K_f < \approx Bc$), il existe également une corrélation de fréquence entre les atténuations de canal des sous-porteuses adjacentes. Ces deux corrélations en temps et en fréquence peuvent être exploitées dans le processus d’estimation du canal. Tout d’abord, l’estimation est réalisée sur les positions des pilotes, ensuite en utilisant une interpolation sur les positions des symboles des données.

2.4.2 L’interpolation :

L’estimation réalisée du canal avec l’arrangement des pilotes de type peigne ou treillis, ne donne pas toutes les valeurs du canal pour toutes positions des sous-porteuses.

L'interpolation est utilisée pour estimer le canal aux sous-porteuses de données, où le vecteur $\hat{H}^{(p)}$ de longueur N_p est interpolé pour donner un vecteur \hat{H} de longueur N ($N_p = N/K_f$), sans utiliser la connaissance additionnelle des statistiques de canal.

L'interpolation linéaire (LI) :

La méthode d'interpolation linéaire **LI** est la méthode la plus simple pour estimer le canal à partir des estimations brutes du canal aux fréquences pilotes [33]. L'estimation du canal aux sous-porteuses de données se trouvant entre deux sous-porteuses pilotes $\hat{H}^{(p)}(m)$ et $\hat{H}^{(p)}(m+1)$, est réalisée par une interpolation linéaire comme suit :

$$\hat{H}(mk_f + l) = \hat{H}^{(p)}(m) + \frac{l}{k_f}(\hat{H}^{(p)}(m+1) - \hat{H}^{(p)}(m)), \quad 0 \leq l \leq k_f \quad (2.23)$$

L'interpolation linéaire du canal peut être implémentée par un filtrage numérique.

L'interpolation gaussienne du second ordre (SOI) :

La méthode d'interpolation du second ordre **SOI**, fonctionne mieux que la méthode LI, où l'estimation de canal aux sous-porteuses de données est obtenue par la combinaison linéaire des trois estimations des sous-porteuses pilotes adjacentes. Le canal estimé par l'interpolation de second ordre est donné par [27] :

$$\hat{H}(mk_f + l) = c_1 \hat{H}^{(p)}(m-1) + c_0 \hat{H}^{(p)}(m) + c_{-1} \hat{H}^{(p)}(m+1) + \dots \quad (2.24)$$

où

$$\begin{cases} c_1 &= \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} \\ c_0 &= -(\alpha-1)(\alpha+1), \alpha = \frac{l}{N} \\ c_{-1} &= \frac{\alpha(\alpha+1)}{2} \end{cases} \quad (2.25)$$

L'interpolation par splines cubiques (SCI) :

Les interpolations splines et cubiques **SCI**, produisent un polynôme lisse et continu ajusté à des points de données déterminés (la fonction spline dans Matlab). Les interpolations de spline fonctionnent mieux que l'interpolation linéaire pour l'arrangement des pilotes de type peigne [27].

L'interpolation passe-bas (LPI) :

La méthode LPI s'exécute en insérant des zéros dans la séquence originale $\hat{H}^{(p)}$ et puis en appliquant un filtre passe-bas de réponse impulsionnelle finie (FIR) (la fonction interp dans Matlab), qui permet aux données originales de passer sans changement [27]. Cette méthode minimise l'erreur quadratique moyenne entre les points interpolés.

2.4.3 Les hypothèses sur le canal

Un canal à trajets multiples est utilisé pour les simulations. L'expression du signal reçu en discret est donnée par la formule suivante :

$$y_n = \sum_{l=0}^{L-1} h(lT_s)x_{n-l} + b_n, \quad (2.26)$$

où y_n est le signal reçu en discret, h est la réponse du canal, T_s est la durée symbole, L le nombre de trajets, LT_s est la longueur de l'étalement canal, b_n est la bruit blanc additif gaussien. Le canal physique utilisé est un canal invariant dans le temps donné précédemment par (1.15).

$$h(\tau) = \sum_{\ell=0}^{L-1} \alpha_\ell e^{j\phi_\ell} \delta(\tau - \tau_\ell) \quad (2.27)$$

Dans cette section de notre thèse, nous avons adopté les hypothèses suivantes sur le canal :

- La réponse impulsionnelle du canal est plus courte que le préfixe cyclique. Ceci permettra d'éviter les interférences entre symboles et les interférences entre porteuses.
- Le bruit du canal est supposé être un bruit blanc additif gaussien.
- Afin de prendre en compte les corrélations temporelles et fréquentielles du canal, la fonction de d'auto-corrélation $R_H(\Delta f; \Delta t)$ précédemment étudiée en (1.25) est d'une grande utilité. En discret on peut écrire $R_H(\Delta f; \Delta t) = R_H(k' - k; n' - n) \approx R_H(k' - k)R_H(n' - n)$.
- Si le canal est variant dans le temps à cause de la mobilité avec une fréquence Doppler f_D , le modèle de Jakes est adopté avec une fonction de corrélation temporelle donnée par :

$$R_H(n' - n) = J_0(2\pi f_d T (n' - n)) \quad (2.28)$$

où T est la durée du symbole OFDM.

- Afin de suivre les variations du canal, on suppose que le canal est à évanouissement suffisamment lent pour qu'il soit considéré constant (ou invariant) sur une trame OFDM.
- La matrice de corrélation fréquentielle R_{HH} est calculée à partir de la fonction d'auto-corrélation $R_H(k' - k)$ qui donne la corrélation fréquentielles aux fréquences k' et k du canal ($\Delta f = k' - k$). Elle correspond à la transformée de Fourier de la fonction PDP exponentielle $p(\tau) = Ce^{-\tau/\tau_{rms}}$

$$R_H(k' - k) = \frac{1 - e^{-L((1/\tau_{rms}) + 2\pi j(k' - k)/N)}}{\tau_{rms} (1 - e^{-(-L/\tau_{rms})}) \left(\frac{1}{\tau_{rms}} + j2\pi \frac{k' - k}{N} \right)} \quad (2.29)$$

2.4.4 L'estimateur LS :

L'estimateur de canal le plus simple est sans doute l'estimateur au sens des moindres carrés **LSE** (Linear Square Estimator). Il consiste en une division du signal reçu \mathbf{Y} par le signal d'entrée \mathbf{X} à priori connu (symboles pilotes connus). En réécrivant l'équation (2.20) sous forme matricielle, on donne le vecteur \mathbf{Y} des symboles reçus par le récepteur après opération FFT est :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{HX} + \mathbf{b} \quad (2.30)$$

où \mathbf{X} est le vecteur contenant les données ou les symboles pilotes dans le cas d'une estimation de canal et \mathbf{H} une matrice diagonale contenant les gains du canal.

$$\begin{bmatrix} Y[0] \\ Y[1] \\ \vdots \\ Y[N-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H[0] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & H[1] & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & H[N-1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ \vdots \\ X[N-1] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b[0] \\ b[1] \\ \vdots \\ b[N-1] \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

L'estimateur LS minimise le terme $(\mathbf{Y} - \mathbf{XH})^H(\mathbf{Y} - \mathbf{XH})$ (qui est l'erreur quadratique moyenne). La fonction coût en LS est donnée par :

$$J_{LS} = \|\mathbf{Y} - \mathbf{XH}\|^2 = (\mathbf{Y} - \mathbf{XH})^H(\mathbf{Y} - \mathbf{XH}) \quad (2.32)$$

Les coefficients de l'estimateur LS sont donnés par la formule suivante :

$$\hat{\mathbf{H}}_{LS} = \mathbf{X}^{-1}\mathbf{Y} = \left[\frac{Y_0}{X_0}, \frac{Y_1}{X_1}, \dots, \frac{Y_{N-1}}{X_{N-1}} \right]^T \quad (2.33)$$

$$= \mathbf{H} + \tilde{\mathbf{b}} \quad (2.34)$$

avec $\tilde{\mathbf{b}} = \mathbf{X}^{-1}\mathbf{b}$ est un vecteur de bruit composé de variables aléatoires gaussiennes indépendantes avec une matrice de covariance $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}\tilde{\mathbf{b}}} = \sigma_n^2(\mathbf{X}\mathbf{X}^H)^{-1}$. L'estimateur LS est

donc une version bruitée du vrai canal comme le montre l'équation (2.34). L'avantage principal de cet estimateur est sa simplicité. Il exige seulement une simple division par sous-porteuse. L'inconvénient principal est qu'il a une grande erreur quadratique moyenne **MSE** (mean square error). Ceci est dû à l'utilisation d'un modèle de canal trop simplifié et que cet algorithme ne se sert pas des corrélations fréquentielles et temporelles du canal et ne tient pas compte également de la variance du bruit. Les corrélations fréquentielles du canal, étroitement liées à la réponse impulsionnelle du canal, peuvent être utilisées à la fois dans l'estimateur LMMSE et l'estimateur du maximum de vraisemblance.

2.4.5 L'estimateur LMMSE :

L'estimateur linéaire à erreur quadratique moyenne minimale (**LMMSE**) utilise les statistiques d'ordre 2 du canal pour minimiser l'erreur quadratique moyenne (**EQM**) entre le canal réel et le canal estimé. Sous l'hypothèse que le canal h et le bruit gaussien n sont non-corrélés, la fonction coût est donnée par la formule suivante :

$$J_{MMSE} = E \{ \|e\|^2 \} \quad (2.35)$$

$$= E \left\{ \left\| h - \hat{h}_{MMSE} \right\|^2 \right\} \quad (2.36)$$

$$= E \left[\|h - Ay\|^2 \right] \quad (2.37)$$

$$= E \left[(h - Ay) (h - Ay)^H \right] \quad (2.38)$$

$$= E \left[(h - Ay) (h^H - y^H A^H) \right] \quad (2.39)$$

$$= E \left[hh^H - hy^H A^H - Ayh^H + Ayy^H A^H \right] \quad (2.40)$$

On peut écrire alors :

$$\mathbf{R}_{HH} = E\{HH^H\} = E\{(Fh)(Fh)^H\} = F E\{hh^H\}F^H = F\mathbf{R}_{hh}F^H \quad (2.41)$$

$$\mathbf{R}_{hy} = E\{hy^H\} = E\{h(XFh + n)^H\} = \mathbf{R}_{hh}F^HX^H \quad (2.42)$$

$$\mathbf{R}_{yy} = E\{yy^H\} = XF\mathbf{R}_{hh}F^HX^H + \sigma_n^2 I_N \quad (2.43)$$

où \mathbf{R}_{hh} , \mathbf{R}_{HH} et \mathbf{R}_{yy} sont les matrices d'auto covariance de h , H et y , respectivement, σ_n^2 est la variance du bruit, \mathbf{R}_{hy} la matrice d'inter-covariance entre h et y . Les paramètres \mathbf{R}_{hh} (ainsi que \mathbf{R}_{yy}) et σ_n^2 sont supposés connus au récepteur. La solution optimale en termes d'erreur quadratique moyenne qui donne l'estimateur LMMSE de la réponse impulsionnelle du canal est donnée par [25] :

$$\hat{\mathbf{h}}_{LMMSE} = \mathbf{R}_{hy}\mathbf{R}_{yy}^{-1}\mathbf{Y} \quad (2.44)$$

Enfin, on a :

$$\hat{H}_{LMMSE} = F\hat{h}_{LMMSE} \quad (2.45)$$

$$\hat{H}_{LMMSE} = FR_{hh}F^H X^H (XFR_{hh}F^H X^H + \sigma_n^2 I_N)^{-1} Y \quad (2.46)$$

$$\hat{H}_{LMMSE} = FR_{hh}F^H (XFR_{hh}F^H + \sigma_n^2 (X^H)^{-1})^{-1} Y \quad (2.47)$$

$$\hat{H}_{LMMSE} = FR_{hh}F^H (XFR_{hh}F^H + \sigma_n^2 (X^H)^{-1} X^{-1})^{-1} X^{-1} Y \quad (2.48)$$

$$\hat{H}_{LMMSE} = R_{HH} (R_{HH} + \sigma_n^2 (X X^H)^{-1})^{-1} \hat{H}_{LS} \quad (2.49)$$

L'estimateur LMMSE donne de meilleures performances par rapport à l'estimateur LS,

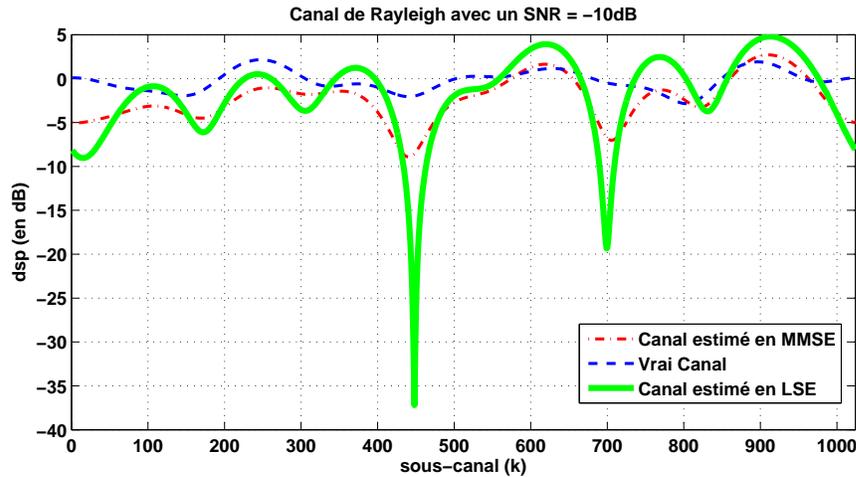


Figure 2.14 – Comparaison en DSP entre le vrai canal et le canal estimé en MMSE ou en LSE pour un SNR = -10dB.

particulièrement dans le cas de faibles SNR. Cet estimateur tient compte des corrélations du canal et du modèle du bruit. Il donne ainsi de meilleures performances que celui du LS en termes du SER (ou BER) et EQM surtout pour les valeurs faibles du SNR. Cependant le problème de l'estimateur MMSE est sa complexité calculatoire relativement élevée. On remarque que par rapport à l'estimateur LS, une inversion d'une matrice de dimension $N \times N$ et une multiplication sont nécessaires dans l'expression (2.49), ce qui rend le LMMSE plus complexe que le LS, surtout pour une matrice R_{hh} de grande taille.

2.4.6 L'estimateur LMMSE modifié (Least Minimum Mean Square Error Modified) :

L'estimateur LMMSE modifié est une version à faible complexité de l'estimateur LMMSE s'appuyant sur la décomposition en valeurs singulières de la matrice d'auto-

corrélation R_{hh} [28]. Avant cela, le terme $(XX^H)^{-1}$ dans (2.49) est remplacé par sa moyenne statistique $E(XX^H)^{-1}$. Alors on peut écrire :

$$E(XX^H)^{-1} = E|1/x_k|^2 I_N \quad (2.50)$$

où I_N est une matrice identité. Le SNR moyen est donné par :

$$\tilde{\gamma} = \frac{E\{|X_k|^2\}}{\sigma_n^2} \quad (2.51)$$

On obtient un estimateur simplifié donné par l'expression suivante :

$$\hat{H} = R_{hh}(R_{hh} + \frac{\beta}{\tilde{\gamma}}I_N)^{-1}\hat{H}_{LS} \quad (2.52)$$

avec l'approximation suivante :

$$\sigma_n^2(XX^H)^{-1} \approx \frac{\beta}{\tilde{\gamma}}I_N \quad (2.53)$$

où β est une constante qui dépend de la constellation du signal, elle est donnée par :

$$\beta = \frac{E\{|X_k|^2\}}{E\left\{\left|\frac{1}{X_k}\right|^2\right\}} \quad (2.54)$$

Dans le cas d'une modulation 16-QAM, la constante est donnée par $\beta = 17/9$ [28].

Un deuxième changement est apporté sur la matrice R_{hh} en utilisant une décomposition en valeurs singulières (SVD) et en tentant de réduire le rang de l'estimateur (2.52). Dans un canal donné h , la partie la plus importante de son énergie est contenue dans les premiers L trajets. Par conséquent, nous pouvons considérer seulement les trajets à énergie significative, c'est-à-dire, le coin gauche supérieur des valeurs singulières de la matrice d'autocovariance R_{hh} . Ainsi la taille effective de la matrice est réduite après l'utilisation d'un rang faible. La décomposition en valeurs singulières de la matrice R_{hh} est donnée par :

$$R_{hh} = U\Lambda U^H \quad (2.55)$$

où U est une matrice unitaire contenant les vecteurs singuliers et Λ est une matrice diagonale contenant les valeurs singulières telles que $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \dots \lambda_{N-1} \geq 0$, sur sa diagonale. L'estimateur (2.52) devient :

$$\hat{H}_p = U\Delta_p U^H \hat{H}_{LS} \quad (2.56)$$

avec Δ_p une matrice diagonale dont les éléments sont

$$\delta_k = \begin{cases} \frac{\lambda_k}{\lambda_k + \frac{\beta}{\tilde{\gamma}}} & k = 1, 2, \dots, p \\ 0 & k = p + 1, \dots, N \end{cases} \quad (2.57)$$

L'énergie du canal h est comprise principalement dans les $L + 1$ premières valeurs singulières λ_k [28]. Par la prise en compte des p premières valeurs singulières correspondant aux valeurs les plus significatives de R_{hh} , la meilleure approximation de rang p de l'estimateur est :

$$\hat{H}_{LMMSE} = UD_pU^H\hat{H}_{LS} \quad (2.58)$$

où D_p est une matrice de dimension $p \times p$ donnée par le coin gauche supérieur de la matrice Δ_p . La figure 2.15 décrit le schéma bloc de l'estimateur (2.56).

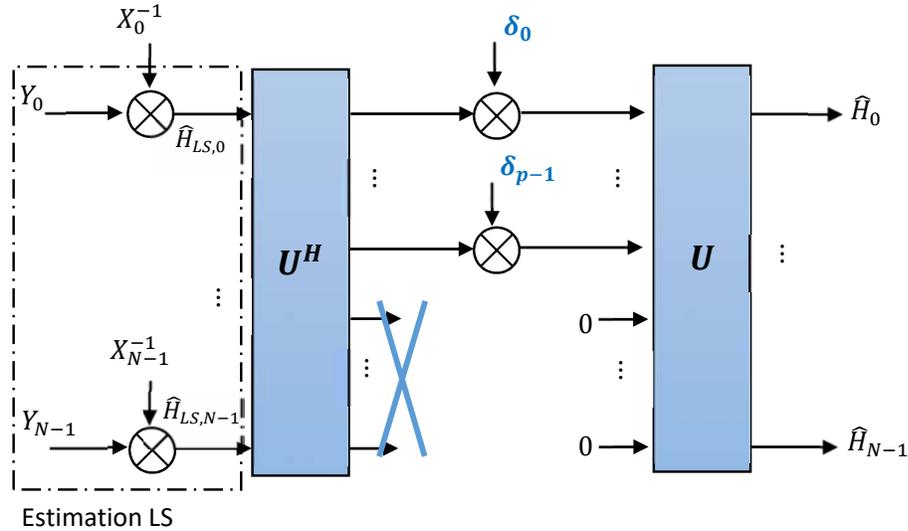


Figure 2.15 – Schéma d'un estimateur LMMSE modifié.

Taille de la FFT	$N = 128$
Largeur de bande	$B = 20 \text{ MHz}$
Période symbole	$T_s = 1/F_s = 0.1 \mu\text{s}$
Intervalle de garde	$L = N/8$
Longueur totale du symbole OFDM	$T'_s = 4 \mu\text{s}$
Modulation	16-QAM
modèle du canal de propagation (indoor)	
Le profil retard puissance PDP	exponentielle
Le retard maximum (-30 dB)	$\tau_{\max} = 0.8 \mu\text{s}$
Fréquence Doppler	0 (canal statique)
Les retards en ns	[0, 300, 500, 600, 700, 800]
Les puissances en dB	[0, -8 , -17 , -21 , -25 , -30]

Tableau 2.1 – Paramètres de simulation du système OFDM utilisé

Le rang p	nbr de multiplications		Taux de réduction $(1 - \frac{2pN}{N^2}) \times 100\%$
	LMMSE N^2	LMMSE-modifié $2pN$	
64	16384	16384	0 %
16	16384	4352	73.43%
10	16384	2560	84.37 %
5	16384	1280	92.18%

Tableau 2.2 – Analyse de la complexité de l’estimateur LMMSE modifié

2.4.7 Analyse des performances et de la complexité calculatoire

Le tableau 2.1, reprend les paramètres de la chaîne de transmission OFDM que nous avons utilisé dans nos simulations. Le tableau 2.2, montre le nombre de multiplications complexes utilisé par symbole OFDM pour les deux estimateurs LMMSE et LMMSE modifié.

Dans cette section, on donne un aperçu sur la complexité calculatoire des deux critères d’estimation du canal LMMSE et LMMSE-modifié. Par la suite, on discute les résultats des simulations pour comparer les performances. En premier lieu, on s’intéresse à l’analyse de la complexité de calcul des critères d’estimations LMMSE et LMMSE-modifié en fonction de p (le rang de réduction). On constate selon le tableau 2.2, que l’estimateur LMMSE est plus complexe (temps de calcul plus important) que le LMMSE-modifié surtout pour p est faible. Le nombre de multiplications dans l’estimateur LMMSE modifié est donné par $2pN$, et celui du LMMSE classique est de N^2 . Le taux de réduction de la complexité peut être calculé par $(1 - \frac{2pN}{N^2}) \times 100\%$. Pour une valeur typique de p ; c’est-à-dire $p = 10$; le taux de réduction de la complexité est de 84.37%.

La figure 2.16, donne l’EQM pour trois rangs différents en fonction du SNR. Les rangs choisis sont $p = 5, 10$ et 16 . Pour $p = 16$, l’EQM du LMMSE modifié est relativement petite et comparable à celle de l’estimateur LMMSE original dans la gamme du SNR entre 0 à 30 dB. Pour un rang de $p = 10$, les performances sont similaires pour les deux estimateurs jusqu’à un SNR= 15 dB. A partir de ce point, on observe une légère détérioration pour l’estimateur LMMSE modifié. Pour $p = 5$; la performance du LMMSE-modifié en EQM se dégrade significativement. La figure 2.17 nous mène vers le même constat, le LMMSE-modifié avec $p = 10$ nous permet d’avoir la même performance en SER avec une légère détérioration à partir d’un SNR= 15 dB. La complexité est significativement réduite en fonction de p . Cependant, cet estimateur présente des erreurs dues à la partie ignorée du canal par le sous-espace choisi.

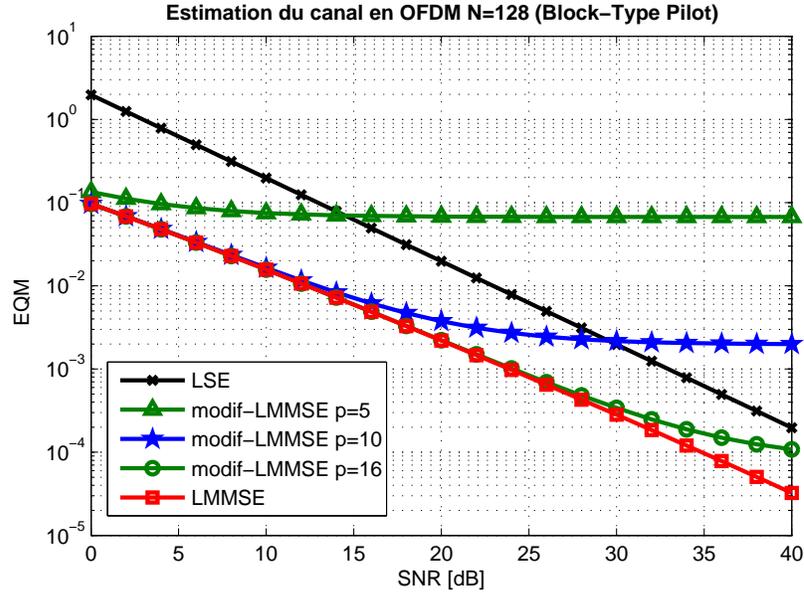


Figure 2.16 – Performance en EQM de l’estimation en MMSE modifié pour une insertion pilotes type Block.

2.5 Le précodage linéaire

Le précodage linéaire est une technique qui a pour but d’exploiter toute la diversité (fréquentielle/temporelle) offerte par le canal. Cette procédure est réalisée en multipliant le vecteur des symboles de dimension K , par une matrice de précodage $\Theta_{N \times K}$ avec $K \leq N$. Les matrices de précodage linéaire les plus souvent utilisées sont les matrices de Vandermonde, de Fourier et les matrices d’Hadamard complexes.

Nous venons de voir, que le grand avantage des modulations multiporteuses, est donc de remplacer l’étape d’égalisation par des simples corrections de facteurs complexes scalaires grâce à l’utilisation d’un préfixe cyclique et des Transformées de Fourier Rapides (FFT). La matrice de Fourier représente un cas particulier et une des possibilités que peut prendre une matrice de précodage [34]

$$\Theta_{N \times N}^{IFFT} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & e^{j2\pi \frac{nk}{N}} & \dots & e^{j2\pi \frac{n(N-1)k}{N}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & e^{j2\pi \frac{k(N-1)k}{N}} & \dots & e^{j2\pi \frac{(N-1)k^2}{N}} \end{bmatrix}. \quad (2.59)$$

La technique de précodage linéaire a été initialement introduite par Wornell en 1996 [35]. Il déduit que l’utilisation du précodage en même temps que le codage, a le

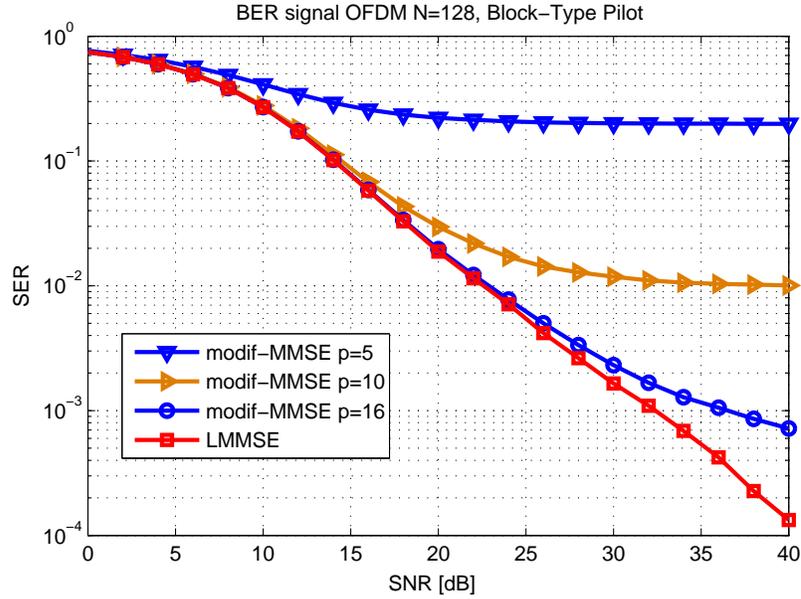


Figure 2.17 – Performance en SER de l'estimation en MMSE modifié pour une insertion pilotes type Block.

potentiel de réduire sensiblement la complexité calculatoire à l'émetteur et au récepteur. Il précise également que les effets de l'évanouissement sont entièrement commandés par le précodeur et seul le bruit additif demeure au contrôle du codage.

Par la suite, il y a eu les travaux de Boutros [36, 37], qui utilise dans un système SISO, les matrices de Vandermonde comme matrices de précodage linéaire "Signal Space Diversity" pour augmenter la diversité global du système. Lorsque le détecteur au sens du maximum de vraisemblance est utilisé, l'utilisation des matrices de grandes tailles est limitée. Afin d'augmenter la taille des matrices de précodage et de garder la complexité la plus faible possible, il est envisagé d'utiliser un détecteur linéaire disjoint, effectuant les opérations d'égalisation et de décodage du précodage séparément. Ce détecteur linéaire disjoint est rendu possible grâce à l'utilisation de matrices de précodage unitaires telles que les matrices de Fourier, de Vandermonde ou d'Hadamard. Il est à noter que le précodage n'augmente pas la puissance du système [38, 39]. La matrice de précodage linéaire obtenue avec la matrice de Vandermonde est de la forme suivante :

$$\Theta_N^{Van} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ \theta_1^1 & \theta_2^1 & \theta_3^1 & \dots & \theta_{N-1}^1 \\ \theta_1^2 & \theta_2^2 & \theta_3^2 & \dots & \theta_{N-1}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_1^{N-1} & \theta_2^{N-1} & \theta_3^{N-1} & \dots & \theta_{N-1}^{N-1} \end{bmatrix}. \quad (2.60)$$

où $\theta_i^k = e^{j(k\alpha + \frac{2i\pi}{N})}$

La matrice de précodage linéaire obtenue avec la construction de la matrice d'Hadamard complexe est :

$$\Theta_N^{Had} = \sqrt{\frac{2}{N}} \begin{bmatrix} \Theta_{N/2} & \Theta_{N/2} \\ \Theta_{N/2} & -\Theta_{N/2} \end{bmatrix}. \quad (2.61)$$

Dans [40], pour avoir le maximum de diversité les auteurs proposent d'utiliser les matrices suivantes :

$$\Theta_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & e^{j\frac{\pi}{4}} \\ 1 & e^{j\frac{5\pi}{4}} \end{pmatrix}. \quad (2.62)$$

ou encore

$$\Theta_4 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{\pi}{8}} & e^{j\frac{2\pi}{8}} & e^{j\frac{3\pi}{8}} \\ 1 & e^{j\frac{5\pi}{8}} & e^{j\frac{10\pi}{8}} & e^{j\frac{15\pi}{8}} \\ 1 & e^{j\frac{9\pi}{8}} & e^{j\frac{18\pi}{8}} & e^{j\frac{27\pi}{8}} \\ 1 & e^{j\frac{13\pi}{8}} & e^{j\frac{26\pi}{8}} & e^{j\frac{39\pi}{8}} \end{bmatrix}. \quad (2.63)$$

2.5.1 La technique LP-OFDM

Un des problèmes rencontrés en modulation OFDM, est lorsque les symboles sont transmis au voisinage de fréquences très atténuées par le canal². Le taux d'erreur est plus important dans cette situation. Une solution d'une nature un peu différente, consiste à modifier le schéma de modulation de façon à transmettre plusieurs symboles autour de la même porteuse. C'est le système **LP-OFDM** (Linear Precoded Orthogonal Frequency Division Multiplexing). Le rôle du précodage linéaire dans ce cas, est d'éta-ler l'information sur diverses porteuses. Par conséquent, au lieu d'envoyer un symbole par porteuse, l'idée est d'envoyer une combinaison linéaire de K symboles avec $K \leq N$, sur les sous-porteuses, en utilisant la matrice de précodage $\Theta \in \mathbf{C}^{N \times K}$. La conception de ces combinaisons linéaires (matrice de précodage utilisée), est faite de sorte que le gain maximum de diversité puisse être garanti sans diminution essentielle du débit de transmission [41, 42, 43]. En combinant le précodeur avec la modèle du canal diagonalisé ($\mathbf{D}_H = \mathbf{F}\mathbf{H}\mathbf{F}^H$), le i ème bloc reçu après suppression du préfixe cyclique et le module FFT est donné par :

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{F}\tilde{\mathbf{x}}_i = \mathbf{F}(\mathbf{H}\mathbf{F}^H\Theta\mathbf{s}_i + \tilde{\eta}_i) = \mathbf{D}_H\Theta\mathbf{s}_i + \eta_i. \quad (2.64)$$

η est le vecteur de bruits blancs additifs gaussiens AWGN de longueur N . \mathbf{H} est une matrice diagonale de taille $N \times N$, chaque élément de la diagonale correspondant à

². Lorsque le canal présente des atténuations presque nulles où il est quasiment impossible de retrouver les symboles transmis.

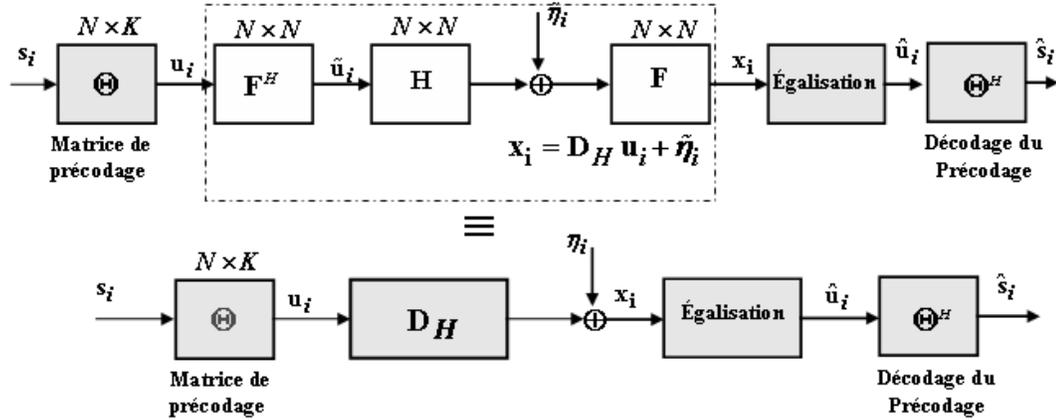


Figure 2.18 – Schéma d'une modulation OFDM avec précodage linéaire (LP-OFDM).

la réponse de canal en fréquence de chaque sous-porteuse vu par un des N symboles. La chaîne de transmission LP-OFDM est représentée par la Figure 2.18. Dans [41], on retrouve des cas particuliers du systèmes LP-OFDM :

- Si on choisit $K = N$ et $\Theta = I_N$, on retrouve le modèle OFDM non codé conventionnel. Dans ce cas, la matrice d'égalisation $\Gamma = \mathbf{D}_H^{-1}$ nous permet d'avoir $\hat{\mathbf{s}}_i = \Gamma \mathbf{x}_i = \mathbf{s}_i + \mathbf{D}_H^{-1} \eta_i$. On remarque que dans le cas où le canal présente des valeurs très faibles (presque nulles), la matrice D_H est dite mal conditionnée et très compliquée à inverser.
- Lorsque une FFT est utilisée comme matrice de précodage $\Theta = \mathbf{F}$, le système est équivalent à une transmission mono-porteuse simple avec un préfixe cyclique : $\tilde{\mathbf{x}}_i = \mathbf{H} \mathbf{s}_i + \tilde{\eta}_i$. La FFT à la réception n'est plus nécessaire.
- Lorsque $K = N - L$ et Θ une version tronquée de la matrice FFT (les K colonnes de \mathbf{F}) :

$$[\Theta]_{n,k} = (1/\sqrt{N}) \exp(-j2\pi nk/N) \quad (2.65)$$

On peut écrire ainsi que $\mathbf{F}^H \Theta = [I_K, 0_{K \times L}]^T = T_{zp}$, où $0_{K \times L}$ désigne une matrice de $K \times L$ zeros. On tombe dans le cas mentionné à la fin du paragraphe 2.3.2 où le préfixe cyclique est remplacé par une séquence de zéros en fin du symbole OFDM (Zero-Padding).

Plusieurs techniques d'égalisation \mathbf{G} peuvent être utilisées à la réception. On peut utiliser une technique de détection disjointe entre égalisation et le décodage du précodage linéaire. Dans ce cas, le processus d'égalisation consiste à appliquer une matrice d'égalisation \mathbf{G} au vecteur reçu \mathbf{x} afin de restaurer l'orthogonalité des symboles reçus détruite par le canal de propagation. Dans le cas d'une égalisation ZF ou MMSE les

matrices d'égalisation sont diagonales et égales à :

$$\mathbf{G}_{\text{ZF}} = (\mathbf{D}_{\mathbf{H}}^{\mathcal{H}}\mathbf{D}_{\mathbf{H}})^{-1}\mathbf{D}_{\mathbf{H}}^{\mathcal{H}} \quad (2.66)$$

$$\mathbf{G}_{\text{MMSE}} = (\mathbf{D}_{\mathbf{H}}^{\mathcal{H}}\mathbf{D}_{\mathbf{H}} + \frac{1}{\sigma}\mathbf{I})^{-1}\mathbf{D}_{\mathbf{H}}^{\mathcal{H}} \quad (2.67)$$

Après l'étape d'égalisation, on obtient un vecteur $\hat{\mathbf{u}}$ correspondant aux symboles pré-codés estimés :

$$\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{G}\mathbf{x} = \mathbf{G}\mathbf{D}_{\mathbf{H}}\Theta\mathbf{s} + \mathbf{G}\eta \quad (2.68)$$

Après décodage du précodage, on obtient le vecteur $\hat{\mathbf{s}}$ des symboles :

$$\hat{\mathbf{s}} = \Theta^{\mathcal{H}}\hat{\mathbf{u}} = \Theta^{\mathcal{H}}\mathbf{G}\mathbf{D}_{\mathbf{H}}\Theta\mathbf{s} + \Theta^{\mathcal{H}}\mathbf{G}\eta \quad (2.69)$$

Les techniques conjointes entre égalisation et le décodage du précodage linéaire, utilisent des égaliseurs qui sont optimaux au sens du critère ZF (i.e. LS) ou MMSE. Cependant, ces égaliseurs sont plus complexes à cause des difficultés concernant l'inversion de matrice selon la taille de la matrice de précodage, surtout qu'elle n'est plus diagonale comme précédemment. Nous suggérons pour plus d'explications, de consulter les références [43, 44] car ils donnent une étude plus approfondie sur les systèmes LP-OFDM.

2.6 OFDM et non-linéarités

L'un des problèmes les plus sérieux de la modulation OFDM, est son facteur de crête élevé, connu en anglais par "peak-to-average power ratio" (**PAPR**). Le PAPR étant un paramètre qualifiant directement les fluctuations d'amplitude d'un signal. Il est défini comme le rapport de la puissance instantanée maximale et de la puissance moyenne du signal à analyser. Un PAPR élevé conduit à des problèmes de saturation de l'amplificateur de puissance, il s'en suit, des distorsions des symboles émis (harmoniques, intermodulations, remontée spectrale, etc.) dégradant ainsi sensiblement les performances du système. La définition du PAPR ainsi que les problèmes engendrés par une valeur élevée, sont examinés avec plus de détails dans ce chapitre.

2.7 C'est quoi le PAPR ?

Après la modulation OFDM, le signal traverse un convertisseur numérique-analogique puis un amplificateur de puissance avant la transmission. Du fait de la modulation, un signal OFDM temporel peut être considéré comme une somme de N sinusoïdes. L'enveloppe de ce signal suit, selon le théorème de la limite-centrale, une loi de Gauss. La

probabilité que le signal total ait une grande amplitude est d'autant plus faible que N est grand, mais ce risque existe cependant et ne doit pas être négligé dès lors que l'on travaille à des forts niveaux d'amplifications. Cette quantité, est quantifiée par une grandeur appelée **facteur de crête**. Un facteur de crête élevé conduit à des problèmes de saturation de l'amplificateur³ de puissance utilisé avant l'émission, il s'en suit d'une distorsion des symboles émis dégradant ainsi sensiblement les performances du système.

On définit l'expression du **PAPR** en temps continu d'un signal OFDM $x(t)$, comme le rapport entre la puissance maximale et la puissance moyenne d'un signal temporel :

$$\text{PAPR}(x_t) = \frac{\max_{0 \leq t \leq T_s} |x(t)|^2}{P_x = \frac{1}{T} \int |x(t)|^2 dt} \quad \text{en continu} \quad (2.70)$$

où $\max |x(t)|^2$ est la puissance crête et P_x est la puissance moyenne. Le facteur de crête (CF, pour Crest Factor) est défini lui par $\text{CF} = \sqrt{\text{PAPR}}$. Le PAPR donné par l'équation

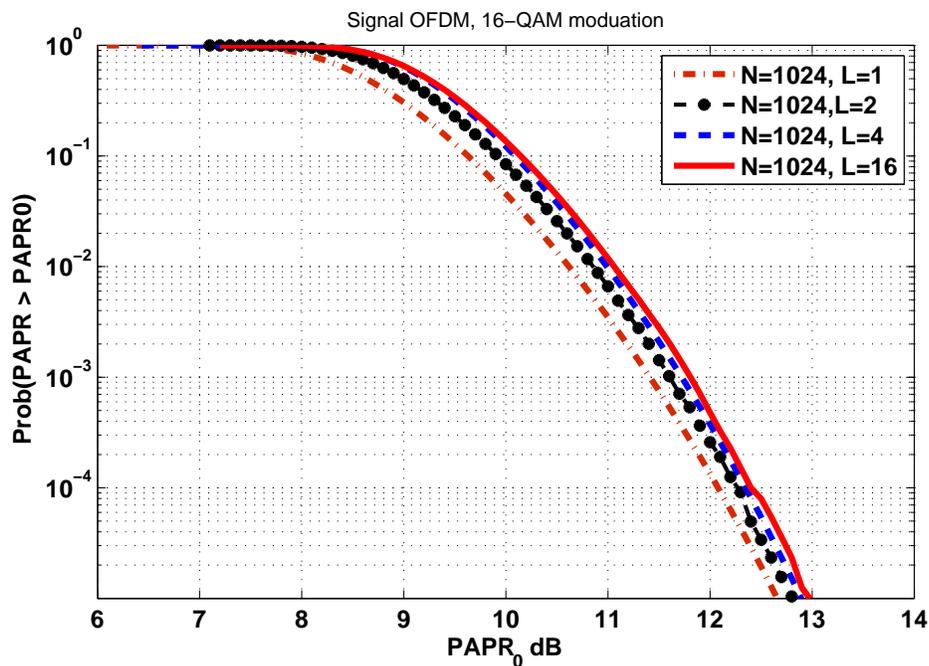


Figure 2.19 – La fonction répartition du PAPR d'un signal OFDM avec $N = 1024$, 16-QAM et différentes valeurs du facteur du sur-échantillonnage L .

(2.70) est le PAPR du signal en temps continu, mais en réalité la mesure du PAPR est faite après la modulation OFDM toujours en temps discret. Afin de se rapprocher du PAPR des signaux OFDM en temps continu, on sur-échantionne le signal d'un facteur

3. Les amplificateurs radio utilisés en pratique, à semi-conducteurs, ou SSPA (Solid-State Power Amplifier) ont une caractéristique non linéaire, figure 2.24

L en insérant $(L - 1)N$ zéros avant le module IFFT. Ceci va nous permettre de réécrire l'expression du signal OFDM x_n obtenu après la transformée de Fourier rapide inverse (IFFT) par :

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j \frac{2\pi kn}{LN}}, \quad n = 0, 1, \dots, LN - 1, \quad (2.71)$$

où N est le nombre de sous-porteuses, L est le facteur de sur-échantillonnage et $X = \{X_k, k = 0, \dots, N - 1\}$ est un bloc de N symboles. On en déduit le PAPR du signal OFDM en temps discret par :

$$\text{PAPR}(x_n) = \frac{\max_{0 \leq n \leq LN-1} |x_n|^2}{E[|x_n|^2]} \quad \text{en discret} \quad (2.72)$$

où $E[\cdot]$ signifie l'espérance mathématique.

La figure 2.19, montre la fonction de répartition obtenue par simulation du PAPR d'un signal OFDM de $N = 1024$ porteuses, modulé en 16-QAM et différentes valeurs du facteur de sur-échantillonnage $L = 1, 2, 4, 16$. Comme le montre la figure 2.19, le PAPR augmente lorsque L augmente mais reste relativement le même pour $L \geq 4$. Il a été montré dans [45], que prendre $L \geq 4$, est suffisant pour avoir des mesures plus précises du PAPR.

2.7.1 Distribution du PAPR

Lorsque le nombre de sous-porteuses N est grand, selon le théorème de la limite-centrale, les parties réelles et imaginaires du signal dans le domaine temporel, suivent une distribution gaussienne. Par conséquent l'amplitude suit une distribution de Rayleigh comme le montre la figure 2.20. La fonction densité de probabilité de l'amplitude de x_n s'écrit :

$$p_x(r) = \frac{2r}{\sigma_x^2} e^{-r^2/\sigma_x^2}, \quad r = |x_n| \geq 0. \quad (2.73)$$

où $\sigma_x^2 = E[|x_n|^2]$ est la puissance moyenne du signal OFDM.

2.7.2 La fonction cumulative de répartition du PAPR (CCDF)

L'enveloppe d'un signal OFDM est une variable aléatoire qu'il serait utile d'étudier statistiquement par la distribution du PAPR. La fonction cumulative de répartition du PAPR connue sous le nom de **CCDF** ("Complementary Cumulative Distribution

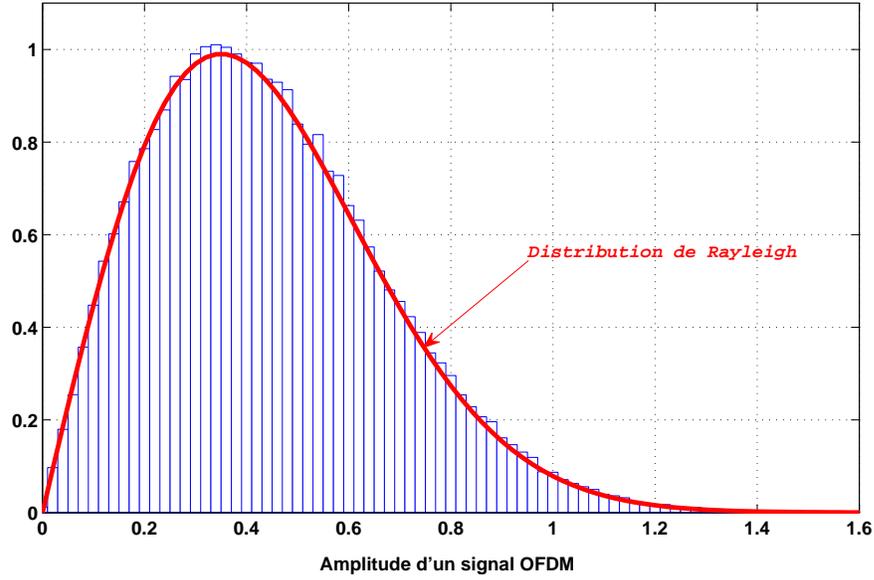


Figure 2.20 – L’histogramme de l’amplitude d’un signal OFDM avec une QPSK, $N=1024$.

Function"), représente la probabilité que le PAPR excède un certain seuil z_0 qu’on note aussi souvent PAPR_0 . La fonction CCDF permet avec des simulations d’évaluer les performances de tous les schémas de réduction du PAPR. En même temps, la possibilité de déterminer des fonctions analytiques du CCDF du PAPR, serait très utile à la conception des systèmes de communication par rapport à l’amplificateur de puissance, les techniques de réduction du PAPR, les techniques de codage et autres.

En supposant que les amplitudes du signal OFDM $|x_n|$ sont statistiquement indépendantes et que le signal est à la fréquence de Nyquist (i.e. $L = 1$), la fonction CCDF est approximativement donnée par [46] :

$$\begin{aligned} \text{CCDF}(z_0) &= \Pr(\text{PAPR} > z_0) \\ &= \Pr\left[\frac{\max |x_n|^2}{\sigma_x^2} > z_0\right] \approx 1 - \prod_{n=0}^{N-1} \left\{ \Pr\left[\frac{|x_n|^2}{\sigma_x^2} \leq z_0\right] \right\} \end{aligned} \quad (2.74)$$

Sachant que l’amplitude $|x_n|$ suit une loi de Rayleigh donnée par l’équation (2.73), alors on peut écrire :

$$\begin{aligned} \Pr\left[\frac{|x_n|^2}{\sigma_x^2} \leq z_0\right] &= \Pr\left[|x_n| \leq \sqrt{z_0 \sigma_x^2}\right] = \int_0^{\sqrt{z_0 \sigma_x^2}} p_x(r) dr \\ &= 1 - e^{-z_0}. \end{aligned} \quad (2.75)$$

Enfin, la fonction CCDF du PAPR est obtenue en substituant l’équation (2.75) dans l’équation (2.74) :

$$\text{CCDF}(z_0) \approx 1 - (1 - e^{-z_0})^N \quad (2.76)$$

Cette approximation proposée par Shepherd et al. dans [47], n'est pas tout à fait exacte, il a été remarqué qu'elle ne suit pas bien la vraie distribution (CCDF) obtenue par les simulations pour un large nombre de porteuses N , et que l'hypothèse de l'indépendance statistique n'est plus valide pour un signal sur-échantillonné (i.e. $L \geq 1$). Pour les signaux sur-échantillonnés avec $L \geq 1$ et un nombre de porteuses N large, une autre expression empirique du CCDF(z_0) a été proposée par R. van Nee et A. de Wild dans [48] :

$$\text{CCDF}(z_0) \approx 1 - (1 - e^{-z_0})^{2.8N} \quad (2.77)$$

Cependant, l'approximation (2.77), manque également de justification théorique et donne également des divergences pour les grandes valeurs de N , comme le montre nos simulations sur la figure 2.22. La distribution du PAPR dépend du nombre de porteuses N . La figure 2.21, montre que le PAPR est plus élevé lorsque le nombre de porteuses est plus grand, il faut donc une approximation du CCDF plus précise pour les grandes valeurs de N .

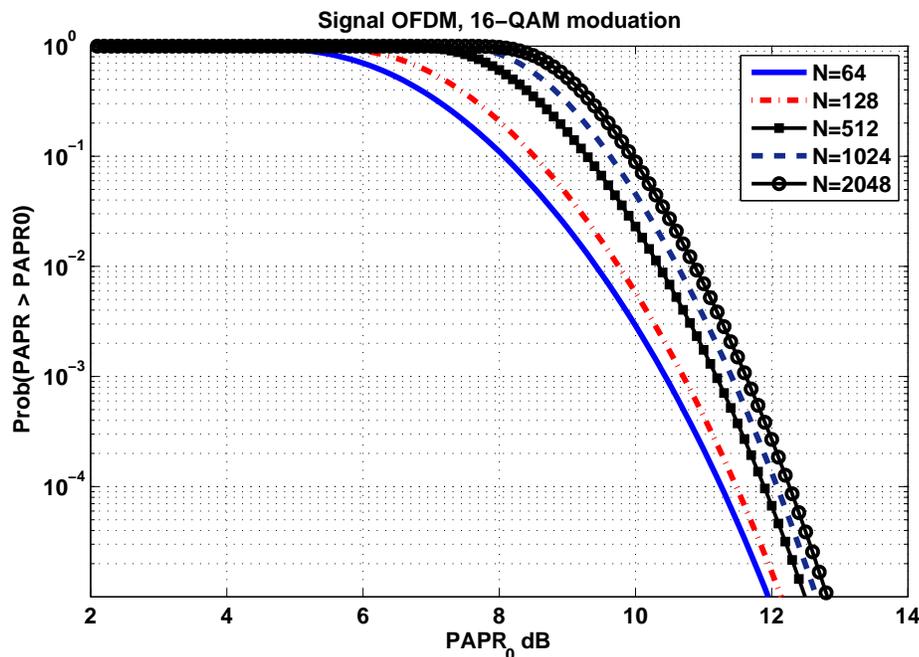


Figure 2.21 – La distribution du PAPR d'un signal OFDM avec une modulation 16-QAM et différentes valeurs de N .

On trouve dans la littérature d'autres travaux pour approximer la CCDF du PAPR d'un signal OFDM, parmi eux la fonction proposée par Ochiai et Imai dans [49]. Les auteurs ont développé une expression analytique plus précise de la fonction CCDF du PAPR. Cette proposition est basée sur la probabilité conditionnelle du signal OFDM

connaissant un seuil de référence \bar{z}_0 . On procède au décompte du nombre de fois que la valeur absolue du signal en continu coupe le niveau de référence \bar{z}_0 fixe. Dès lors, en augmentant progressivement la valeur de ce niveau de référence, le décompte obtenu tend à approcher le nombre de crêtes ayant une valeur supérieure à ce seuil. Il est donc ainsi possible d'approcher la distribution du PAPR du signal OFDM continu par l'expression suivante :

$$\text{CCDF}(z_0) = \begin{cases} 1 & \text{si } \bar{z}_0 \leq z_0 \\ 1 - \left(1 - \frac{\sqrt{z_0}e^{-z_0}}{\sqrt{\bar{z}_0}e^{-\bar{z}_0}}\right)^{\sqrt{\frac{\pi}{3}}N\sqrt{\bar{z}_0}e^{-\bar{z}_0}} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.78)$$

Pour des valeurs élevées de \bar{z}_0 , les auteurs donnent une approximation de l'équation (2.78) :

$$\text{CCDF}(z_0) = \text{Prob}\{\text{PAPR} > z_0\} \cong 1 - \exp\left\{-Ne^{-z_0}\sqrt{\frac{\pi}{3}z_0}\right\} \quad (2.79)$$

Plus tard, dans [50], Wei propose une autre approximation simple de la CCDF du PAPR d'un signal OFDM en utilisant la théorie des valeurs extrêmes, et l'expression peut être écrite comme :

$$\text{CCDF}(z_0) = \text{Prob}\{\text{PAPR} > z_0\} \cong 1 - \exp\left\{-Ne^{-z_0}\sqrt{\frac{\pi}{3}\ln N}\right\} \quad (2.80)$$

La figure 2.22, montre une comparaison entre les différentes approximations proposées de la CCDF du PAPR. On remarque bien que pour un facteur de sur-échantillonnage élevé $L = 4$, la fonction CCDF Wei [50], est celle qui donne la meilleure approximation par rapport aux simulations. Pour $N = 1024$ (i.e. N grand) la fonction proposée par R. van Nee et A. de Wild dans [48], avec celle de Wei sont de bonnes approximations de la CCDF du PAPR. Tandis que pour un sur-échantillonnage faible $L = 1$, la fonction de Shepherd et al [47], semble être une bonne approximation de la fonction CCDF du PAPR.

Il faut tout de même signaler que les signaux OFDM utilisés pour ces approximations sont générés avec toutes les sous-porteuses actives et avec une distribution de puissance égale. La puissance d'émission de chaque sous-porteuse dans certains cas, peut être différente ou même nulle, et la taille de la modulation peut être différente pour chaque sous-porteuse. Par conséquent, il est en effet nécessaire de développer une distribution théorique plus précise du PAPR pour ce genre de systèmes OFDM.

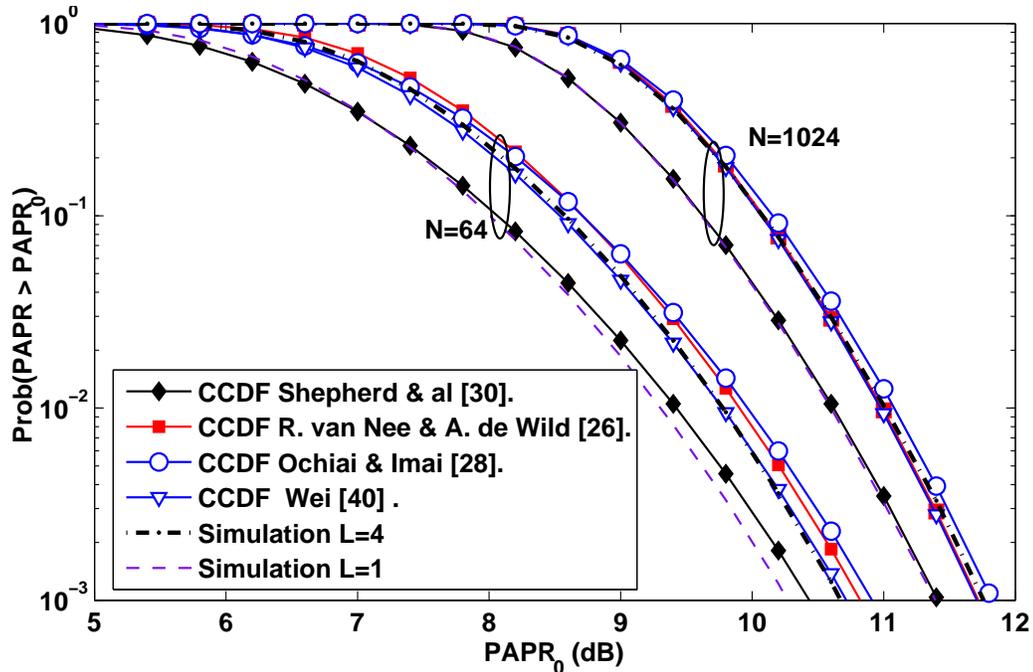


Figure 2.22 – Comparaison des différentes approximations de la distribution du PAPR d'un signal OFDM.

2.8 L'amplificateur de puissance

Les amplificateurs de puissance **HPA**⁴ sont employés à l'émission dans la plupart des systèmes de transmission pour produire des signaux avec la puissance adéquate. Pour atteindre l'efficacité maximale de la puissance de sortie, l'amplificateur peut être sollicité près de la région de saturation. Par ailleurs, la caractéristique non-linéaire de l'amplificateur est très sensible à la variation des amplitudes de signal. En fait, le fonctionnement de l'amplificateur de puissance se caractérise par trois zones principales comme le montre la figure 2.23 et qui sont :

1. **La zone linéaire** : les distorsions dans cette zone sont faibles, le gain d'amplification est constant, il est supérieur à un et il correspond à la pente de la droite.
2. **La zone de compression** : le gain décroît à cause de la forte puissance d'entrée, on s'aperçoit que les distorsions du signal ne sont plus négligeables.
3. **La zone de saturation** : à partir d'un certain seuil de puissance du signal d'entrée, la puissance de sortie devient presque invariable ; la saturation se traduit donc par un écrêtage du signal de sortie et par d'autres effets non linéaires sur le spectre du signal.

4. High Power Amplifier

Le fonctionnement de l'amplificateur dépend de la puissance du signal à l'entrée. Il fonctionne dans sa zone linéaire si la puissance à l'entrée est dans cette zone. Si l'amplificateur fonctionne à proximité (zone de compression) ou à l'intérieur de la zone de saturation, il est considéré comme non linéaire. Il est généralement souhaitable de faire fonctionner le HPA près de sa région de saturation afin d'obtenir un rendement énergétique maximal; cependant, cela signifie que la distorsion non linéaire est introduite à la sortie du HPA, ce qui n'est pas souhaitable spécialement lorsque le signal d'entrée a une amplitude variable. On exprime le signal de sortie en fonction du signal d'entrée

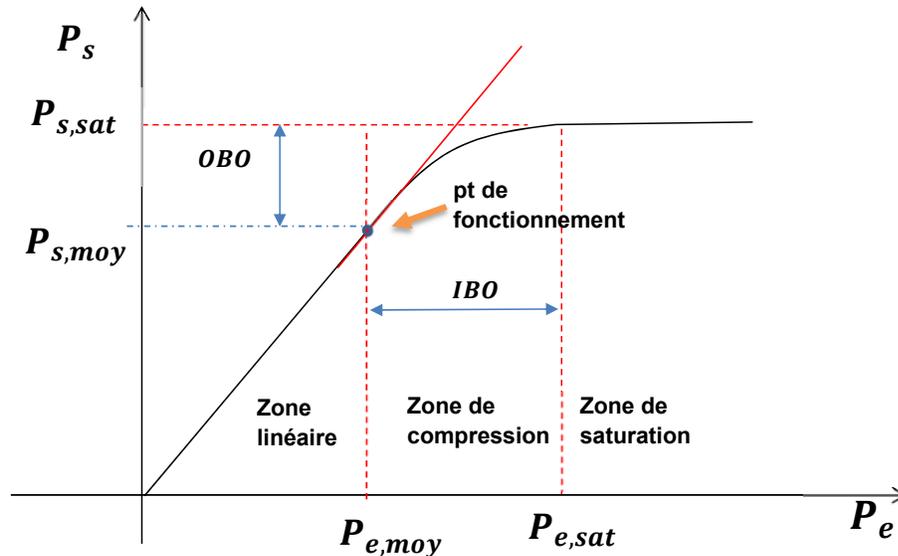


Figure 2.23 – Relation entrée sortie d'un amplificateur de puissance

en utilisant le modèle polynomial d'ordre n :

$$y(t) = \alpha_1 x(t) + \alpha_2 x^2(t) + \dots + \alpha_n x^n(t) \quad (2.81)$$

Dans le cas général, les coefficients $\alpha_1, \dots, \alpha_n$, sont complexes si la non linéarité introduit des distorsions sur l'amplitude et la phase du signal d'entrée, sinon les distorsions concernent seulement l'amplitude pour des coefficients réels.

Il existe une grandeur qui définit l'influence de la non linéarité de l'amplificateur sur un signal donné, appelée recul d'entrée **IBO** (Input Back Off), cette grandeur représente le rapport entre la puissance de saturation ramenée à l'entrée de l'amplificateur et la puissance moyenne du signal. Plus *IBO* est élevé plus l'amplificateur est surdimensionné, et moins il y a de distorsions non linéaires [51, 22].

$$IBO = 10 \log_{10} \left[\frac{x_{sat}^2}{\frac{1}{T} \int |x(t)|^2 dt} \right] \text{ en } dB. \quad (2.82)$$

Exprimons tout d'abord l'entrée de l'amplificateur de puissance sous la forme suivante :

$$x(t) = |x(t)| e^{j \arg\{x(t)\}} = \rho(t) e^{j\varphi(t)}, \quad (2.83)$$

La sortie est exprimée selon l'équation suivante :

$$\tilde{x}(t) = A(\rho(t))e^{j[\varphi(t)+\Phi(\rho(t))]} \quad (2.84)$$

$A(\rho)$ et $\Phi(\rho)$ sont respectivement les conversions AM/AM et AM/PM de l'amplificateur non linéaire [51, 52]. Généralement, les deux modèles les plus utilisés pour représenter un amplificateur non-linéaire de puissance HPA (high power amplifier) sont :

1. **TWA (Travelling Wave Tube)** : Les fonctions

$$A(\rho(t)) = \frac{\nu\rho(t)}{(1 + \beta_a\rho^2(t))} \quad (2.85)$$

$$\Phi(\rho(t)) = \frac{\pi}{3} \frac{\rho^2(t)}{(A_{sat}^2 + \rho^2(t))} \text{ rad} \quad (2.86)$$

où ν est un gain d'amplification, $A_{sat} = 1/\sqrt{\beta_a}$ est l'entrée de saturation de l'amplificateur. L'amplitude maximum de la sortie est $A_0 = \max\{A(\rho)\} = \nu A_{sat}/2$.

2. **SSPA (Solid-State Power Amplifier)**

$$A(\rho(t)) = \frac{\nu\rho(t)}{[1 + (\nu\rho(t)/A_0)^{2p}]^{1/2p}} \quad (2.87)$$

$$\Phi(\rho(t)) \simeq 0 \quad (2.88)$$

avec $A_0 = \nu A_{sat}$ est l'amplitude de saturation et p un entier qui contrôle la transition entre la région linéaire et la région de saturation. Lorsque $p \rightarrow +\infty$, on obtient un limiteur avec :

$$A(|x(t)|) = \begin{cases} \nu|x(t)| & \text{si } |x(t)| < A_{sat} \\ A_0 & \text{si } |x(t)| \geq A_{sat} \end{cases} \quad (2.89)$$

Dans le cas d'une liaison filaire, l'amplificateur n'a pas une puissance aussi importante, mais l'amplitude du signal temporel est tout de même limitée par la dynamique du convertisseur numérique/analogique, et souvent la puissance du signal émis doit être limitée pour éviter un rayonnement trop important.

Dans la zone de fonctionnement linéaire de l'amplificateur, le signal en sortie sera tout simplement proportionnel au signal d'entrée, selon un rapport appelé gain de l'amplificateur. Pour que le signal ne subisse aucune distorsion dans l'amplificateur, il est nécessaire que celui-ci reste dans la zone de fonctionnement linéaire. Plus l'amplitude du signal à l'entrée de l'amplificateur est importante, plus on s'éloigne de la zone linéaire vers la zone de saturation. On peut penser à augmenter la puissance de saturation de l'amplificateur mais d'un autre côté sa consommation énergétique va aussi beaucoup croître. Ainsi lorsque le signal transmis possède un facteur de crête élevé il est souvent nécessaire de trouver un compromis entre puissance de l'amplificateur et distorsion, de ce fait des perturbations dues à la non-linéarité vont apparaître.

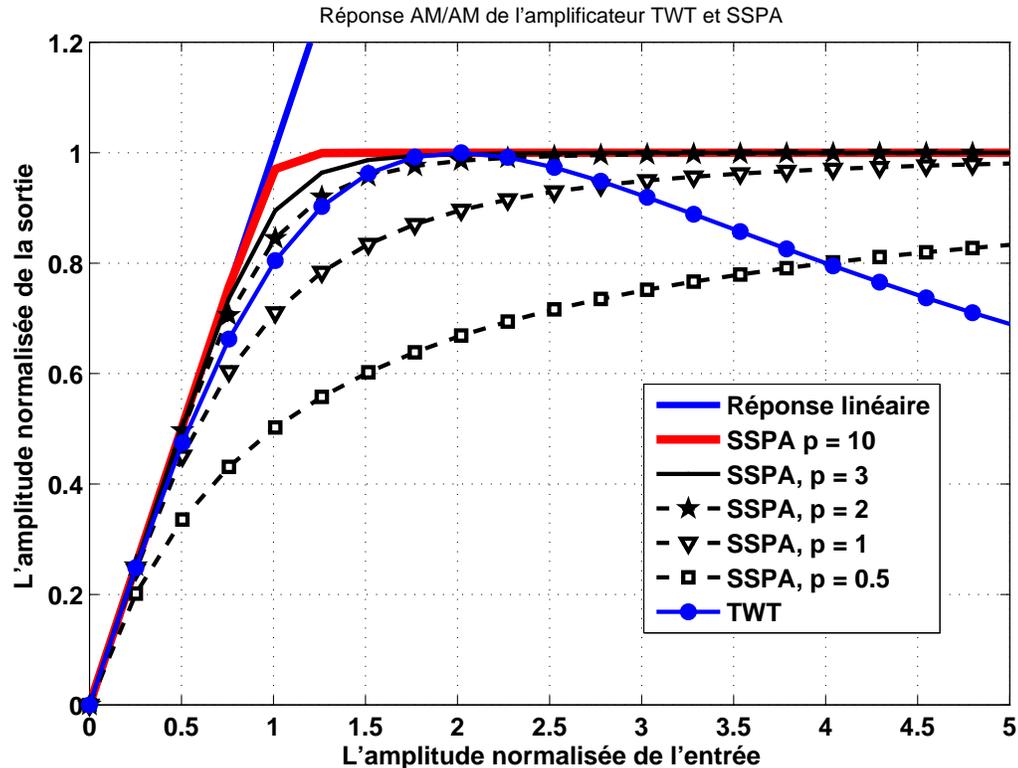


Figure 2.24 – Caractéristique typique d’un amplificateur de puissance (échelle linéaire), un SSPA avec $\rho = 1$ et $\nu = 1$, un TWA avec $A_0 = A_{sat}$ et enfin un limiteur.

2.9 Les effets d’un PAPR élevé

Les problèmes causés par la non linéarité de l’amplificateur, se manifestent principalement par deux effets : les **harmoniques** et les **intermodulations** comme le montre la figure 2.25.

Les harmoniques sont observées lorsque un signal sinusoïdal de fréquence f_0 traverse un composant non linéaire. D’après le théorème de Fourier, le signal de sortie peut donc être décomposé en une somme de sinusoïdes de fréquences kf_0 , $k = 0, 1, \dots, \infty$. Le spectre du signal de sortie, présente des raies supplémentaires à des fréquences multiples de f_0 . Les harmoniques sont à l’origine des émissions **OOB** (Out-Of-Band), et qui représentent une remonté spectrale en dehors de la bande utile. La figure 2.26, représente la simulation de la densité spectrale de puissance d’un signal OFDM traversant un amplificateur de puissance avec différentes valeurs du recul à l’entrée (IBO= 0, 3, 6 et 7 dB). On observe bien la remontée des émissions OOB surtout pour les faibles valeurs de IBO. Il est nécessaire de filtrer les harmoniques, afin d’éviter de perturber les canaux radio adjacents aux fréquences kf_0 .

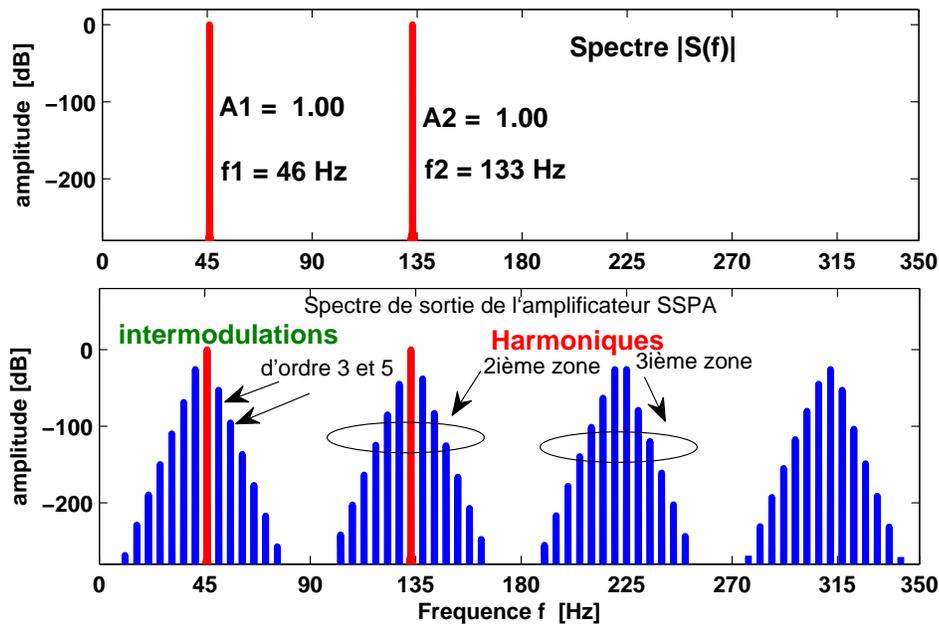


Figure 2.25 – Les distorsions à la sortie d’un amplificateur de puissance.

L’autre effet de la non-linéarité, sont les intermodulations qui apparaissent lorsque plusieurs signaux à des fréquences différentes traversent un composant non linéaire. En effet si un signal composé de deux sinusoïdes aux fréquences f_1 et f_2 est fourni en entrée d’un composant non linéaire, le signal présent à la sortie comporte en plus des deux sinusoïdes, d’autres signaux dont les fréquences sont des combinaisons linéaires de f_1 et f_2 . Pour un signal radio à bande étroite, on ne s’intéresse qu’aux signaux présents dans la bande utile, et donc aux signaux à des fréquences voisines de f_1 et f_2 . On appelle intermodulations d’ordre 3 les signaux présents aux fréquences $2f_1 - f_2$ et $2f_2 - f_1$, intermodulations d’ordre 5 ceux aux fréquences $3f_1 - 2f_2$ et $3f_2 - 2f_1$, et ainsi de suite. Les intermodulations causent des distorsions dans la bande utile comme le montre toujours la figure 2.26 où on l’en observe une diminution de la puissance dans la bande utile. Ce sont les distorsions les plus gênantes et ne peuvent pas être filtrés. Les différentes porteuses sont régulièrement espacées (l’intervalle étant $1/NT_s$) et donc la plupart des intermodulations dues à l’interférence de deux porteuses se trouveront à la fréquence d’une autre porteuse. On peut considérer ces distorsions comme un bruit supplémentaire ajouté au symboles transmis, et entraînant une dégradation du taux d’erreurs binaires (BER).

La figure 2.27, illustre les constellations observées sur un signal à fort PAPR pour différentes valeurs de IBO (i.e IBO= 0, 3 et 6 dB). On observe que dans le cas d’un IBO= 0, la constellation 16QAM est complètement déformée à cause des distorsions non linéaires. La figure 2.28, illustre les performances en BER en fonction du E_b/N_0

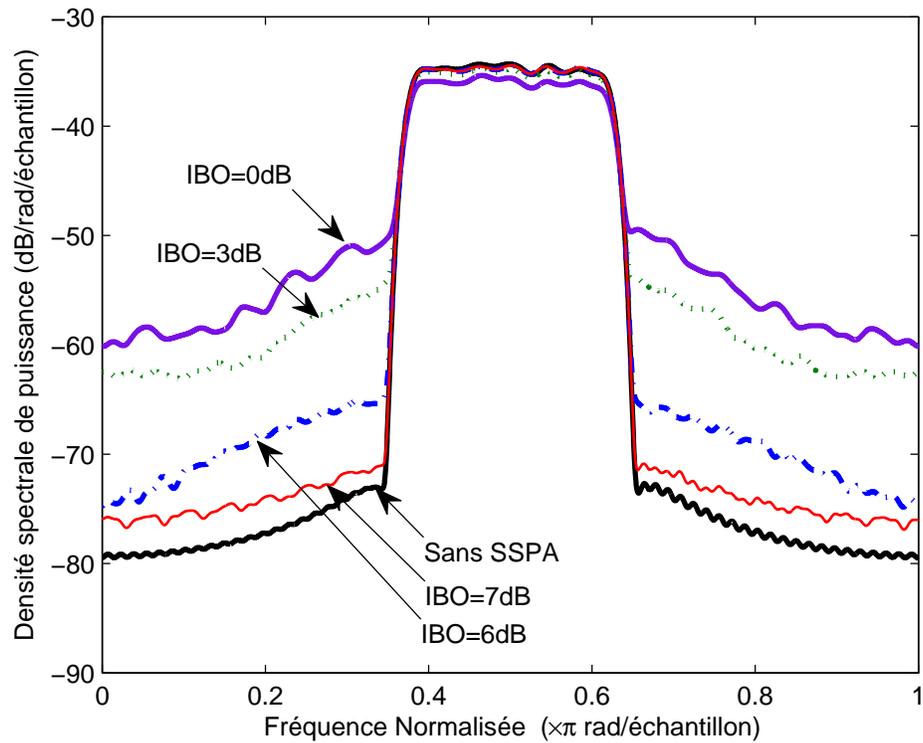


Figure 2.26 – Spectre d'un signal OFDM 16-QAM, $N = 1024$ pour différentes valeurs de IBO et avec un amplificateur SSPA $p = 2$.

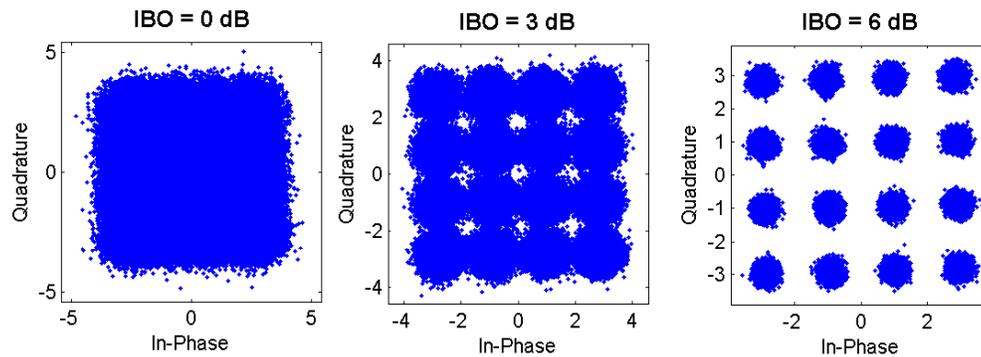


Figure 2.27 – Constellation d'un signal OFDM 16-QAM, $N = 1024$ pour différentes valeurs de IBO et avec un amplificateur SSPA.

avec des signaux OFDM modulés en 16QAM et sur le canal AWGN. Le modèle SSPA est considéré avec différents paramètres $\rho = 2$ et 3 et fonctionnant à IBO = 0, 3 et 6 dB. La meilleure performance est obtenue avec le cas sans SSPA, ce qui signifie que les effets de non-linéarité de SSPA sont dans ce cas négligés et que le signal OFDM original (non déformé) est transmis directement. Le SSPA avec des petites valeurs IBO

($IBO = 0, 3, 6$ dB) conduisent à des distorsions intrabande (les intermodulations) et dégradent le BER du système. Une quantité appelée ACPR (Adjacent Channel Power

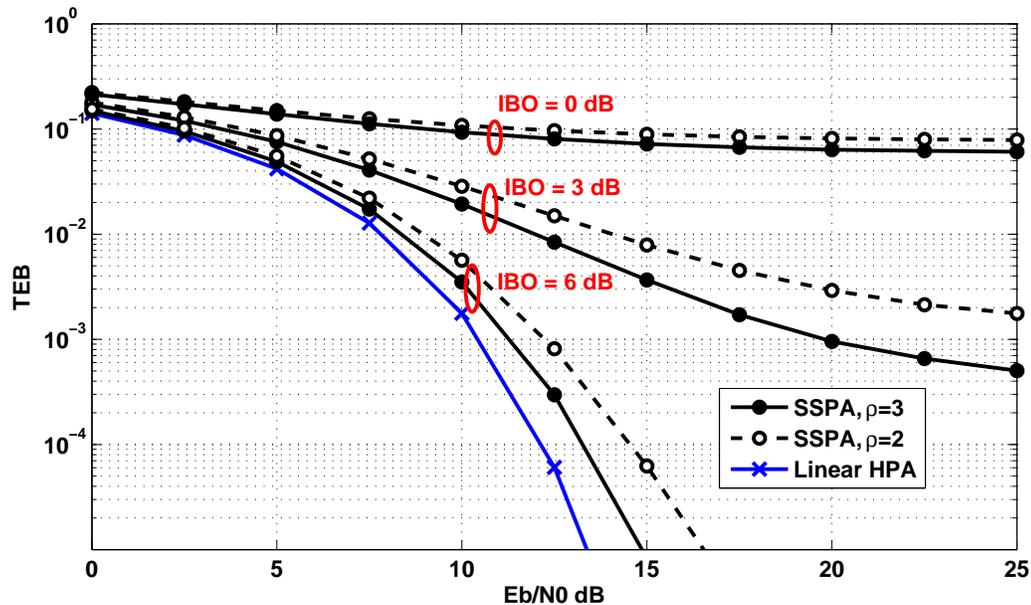


Figure 2.28 – Taux d’erreurs binaire d’un signal OFDM 16-QAM, $N = 1024$ pour différents valeurs de IBO et avec un amplificateur SSPA.

Ratio) mesure le rapport entre la puissance adjacente supérieure (ou inférieure) sur la puissance dans la bande utile. Les distorsions non linéaires d’un signal OFDM générées par l’amplificateur de puissance, causent une dégradation de l’ACPR.

2.10 Conclusion

Nous avons examiné dans ce chapitre, les éléments les plus importants de la modulation multiporteuses de type OFDM. Cette modulation présente un nombre important d’avantages qu’il faut exploiter mais possède aussi certains inconvénients qu’il faut traiter. Premièrement, l’OFDM garantit un débit binaire élevé avec un encombrement spectral optimale, et une base fréquentielle orthogonale et facilement réalisable grâce à la FFT/IFFT, et elle permet d’avoir une réponse fréquentielle du canal de transmission plate pour chaque sous porteuse, donc peu d’évanouissement. Dans la plupart des implémentations, un codage astucieux et un entrelacement permettent de récupérer les fréquences perdues par un fort évanouissement. Deuxièmement, l’égalisation et l’estimation du canal se simplifient par une simple multiplication dans le domaine fréquentiel, en rajoutant le préfixe cyclique tout en minimisant les interférences (IIS et IEP).

En ce qui concerne les inconvénients, la technique OFDM est sensible aux erreurs de décalage en fréquence qui provoquent des interférences intersymboles et des interférences entre-porteuses à cause de la perte de l'orthogonalité. Si elles ne sont pas compensées, elles peuvent limiter les performances du système. Une synchronisation plus précise surtout lors d'une transmission multi-utilisateurs est nécessaire. Néanmoins, l'inconvénient majeur des techniques multiporteuses est sans doute les fortes fluctuations d'enveloppe du signal généré ou encore son PAPR élevé à la sortie du modulateur. Ce problème affecte sensiblement les performances des techniques multiporteuses, et nous avons énormément travaillé dans cette thèse sur les méthodes de réduction du PAPR afin d'améliorer les performances (objet du prochain chapitre).

Chapitre 3

Méthodes de réduction du PAPR

3.1 Introduction

Nous avons eu l'occasion dans le chapitre précédent, de vérifier que l'inconvénient majeur d'un système de transmission multiporteuses comme l'OFDM, DMT, GFDM et autres, est la forte probabilité de générer des signaux à fort PAPR. Un PAPR élevé conduit à des distorsions du signal OFDM dans la région non linéaire de l'amplificateur de puissance. Ces distorsions (harmoniques, intermodulations, remontée spectrale, etc.) causent une perte de l'orthogonalité des sous-porteuses et par conséquent une dégradation du taux d'erreur binaire (BER). Il est donc évident, que trouver le moyen le plus efficace de réduire le PAPR des signaux OFDM, contribue d'une manière significative à améliorer les performances des systèmes multiporteuses.

Dans ce chapitre nous examinons et analysons différentes techniques pour réduire le PAPR dans les systèmes OFDM, telles que Clipping (écrêtage) [53, 54, 55, 56, 57, 58], transformation non linéaire (nonlinear companding) [59, 60], schémas de codage [61, 62, 63, 64, 65], Selective Mapping (**SLM**) [66, 67, 68, 69], Partial Transmit Sequences (**PTS**) [70, 71, 72, 73], Tone Reservation (**TR**) [45, 74], Tone Injection (**TI**) [45, 75]. La méthode clipping (écrêtage délibéré) suivi d'un filtrage est sans doute la méthode la plus simple à utiliser et permet d'éliminer les harmoniques sans les intermodulations. L'inconvénient de cette méthode, est qu'elle cause une dégradation du BER. Les méthodes dites "à base d'ajout de signal" comme les méthodes **TR** et **TI** sont très intéressantes du fait de leur forte capacité à réduire le PAPR sans dégradation du BER. Elles sont à compatibilité descendante, ce qui veut dire qu'elles sont entièrement localisées à l'émetteur (transparentes au récepteur). Le problème avec les méthodes TR et TI est la grande complexité calculatoire qu'elles nécessitent en échange d'une bonne

capacité de réduction du PAPR.

D'une manière générale, la réduction en PAPR apportée par les différentes méthodes, a un coût et souvent se fait au détriment soit : de la complexité, l'augmentation de la puissance moyenne, la dégradation du taux d'erreur binaire, la remontée des lobes secondaires, dégradation de l'ACPR¹ ou encore la diminution du débit utile [76, 46].

La méthode Partial Transmit Sequences (PTS), nous a particulièrement intéressé par son potentiel de réduire efficacement le PAPR sans dégradation du BER. Le principe de la méthode PTS conventionnelle est de partitionner le bloc OFDM X comportant N symboles en M sous-blocs disjoints et de multiplier chacun des sous-blocs par un facteur phase. Si W est le nombre de facteurs de phase distincts pouvant être utilisés, alors il faut W^{M-1} combinaisons pour trouver le vecteur optimal de M facteurs à chaque bloc OFDM et ayant le PAPR le plus faible. Sachant que la réduction en PAPR est d'autant plus forte que les nombres M et W sont grands, il est clair, que la recherche exhaustive par la méthode conventionnelle, est très coûteuse en terme de complexité calculatoire et qu'une alternative moins complexe s'avère nécessaire. Dans ce contexte nous avons proposé une nouvelle méthode sous-optimale mais qui permet de réduire significativement la complexité et donner une réduction en PAPR proche de la méthode conventionnelle. La méthode proposée suggère d'utiliser une méthode d'optimisation basée sur l'algorithme d'évolution différentielle en multi-population et une auto-adaptation des paramètres de contrôle.

Afin de suivre le principe de fonctionnement des différentes méthodes de réduction, réécrivons à nouveau l'expression du signal OFDM en temps discret x_n obtenue avec une transformée de Fourier inverse (IFFT) sur la séquence de symboles $\{X_k\}_{k=0}^{N-1}$:

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{NL}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j \frac{2\pi kn}{LN}}, \quad n = 0, 1, \dots, LN - 1, \quad (3.1)$$

où N est le nombre de sous-porteuses et L est la facteur de sur-échantillonnage. Donc, le PAPR du signal OFDM transmis x_n qui est le rapport entre la puissance maximale et la puissance moyenne est donné par l'expression suivante

$$\text{PAPR} = \frac{\max_{0 \leq n \leq LN-1} |x_n|^2}{P_{av}} \quad (3.2)$$

où $P_{av} = E[|x_n|^2]$ est la puissance moyenne et $E[\cdot]$ est l'espérance mathématique.

1. Adjacent Channel Power Ratio

3.2 Écrêtage (clipping)

L'une des approches les plus simples à utiliser pour réduire le PAPR, est de limiter le signal ou écrêter les parties du signal se trouvant à l'extérieur de la région permise [77]. Pour un niveau d'écrêtage A prédéterminé, l'opération d'écrêtage $g(\cdot)$ du signal x est décrite par l'équation suivante :

$$\bar{x}(n) = g(x(n)) = \begin{cases} +A & \text{si } x(n) > +A \\ x(n) & \text{si } |x(n)| \leq A \\ -A & \text{si } x(n) < -A \end{cases} = \begin{cases} x(n) & \text{si } |x(n)| \leq A \\ A \cdot \text{sign}(x(n)) & \text{si } |x(n)| > A \end{cases} \quad (3.3)$$

On définit le taux d'écrêtage **CR** « *clipping ratio* » dans l'équation (3.4), comme étant le rapport entre le niveau d'écrêtage A et la moyenne quadratique du signal à l'entrée x (rms² signal power) :

$$\text{CR} = \frac{A}{\sqrt{E\{|x|^2\}}} \quad (3.4)$$

La réduction du PAPR par l'écrêtage, est illustrée par la fonction CCDF dans la figure 3.1. On peut remarquer que la réduction est proportionnelle à l'écrêtage effectué, et qui est à son tour inversement proportionnel au taux d'écrêtage utilisé. Donc la réduction du PAPR augmente à chaque fois qu'on diminue le taux d'écrêtage CR.

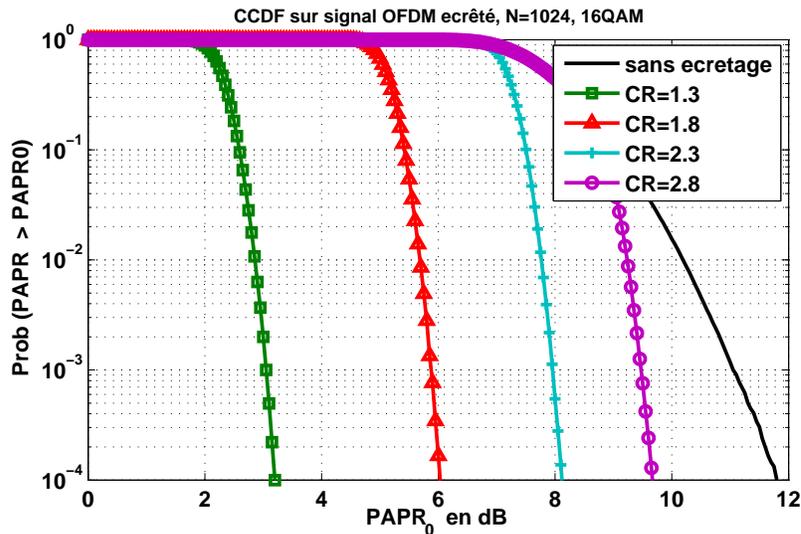


Figure 3.1 – La fonction de répartition CCDF du PAPR pour plusieurs niveaux d'écrêtage sur un symbole OFDM .

2. root mean square

Cependant, l'écrêtage est lui-même un processus non-linéaire et peut causer une déformation significative sur le spectre d'un signal OFDM dans la bande utile et en dehors de la bande utile [78, 55]. Les distorsions dans la bande utile sont dues aux intermodulations et causent une dégradation du BER. Par contre, les distorsions en dehors de la bande (OOB) sont dues aux harmoniques et causent des interférences avec les canaux adjacents.

Nous avons effectué un certain nombre de simulations pour observer les effets de l'écrêtage à différents niveaux (CR=0.8, 1.3, 1.8, 2.3, 2.5) sur un signal OFDM modulé en 16QAM. La figure 3.2, montre les effets de l'écrêtage sur la densité spectrale de puissance (DSP) d'un signal OFDM sur-échantillonné d'un facteur $L = 4$. La DSP est mesurée pour chaque bloc OFDM puis calculée en prenant une moyenne sur plusieurs blocs. Nous observons une atténuation de la puissance dans la bande utile, et une remontée de la puissance (OOB) en dehors de la bande utile, d'autant plus que l'écrêtage est fort. Les effets sont très clairs sur la figure 3.2 pour un CR=0.8 par rapport au spectre du signal sans écrêtage.

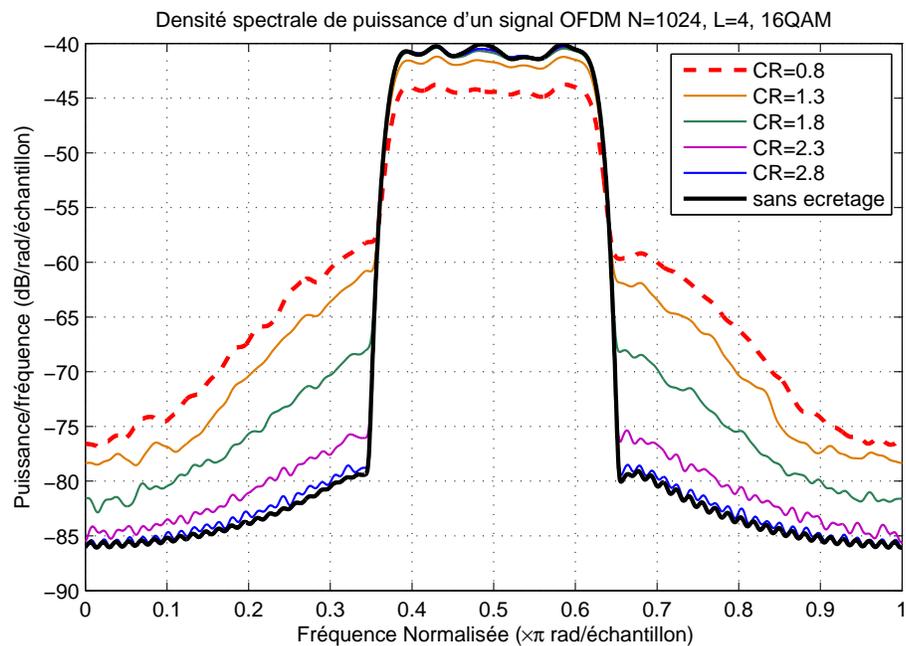


Figure 3.2 – Les effets de l'écrêtage sur le spectre d'un symbole OFDM .

La figure 3.3, montre les performances en BER en fonction du E_b/N_0 pour différents niveaux d'écrêtage. On observe que la dégradation du BER est proportionnelle à l'écrêtage effectué, par exemple un fort écrêtage (i.e. CR=0.8) provoque une très forte dégradation du BER. Les distorsions causées par l'écrêtage peuvent être considérées comme un bruit supplémentaire qu'on appellera bruit d'écrêtage. L'effet de ce bruit

d'écèlement est illustré également sur les différentes constellations du signal OFDM dans la figure 3.4.

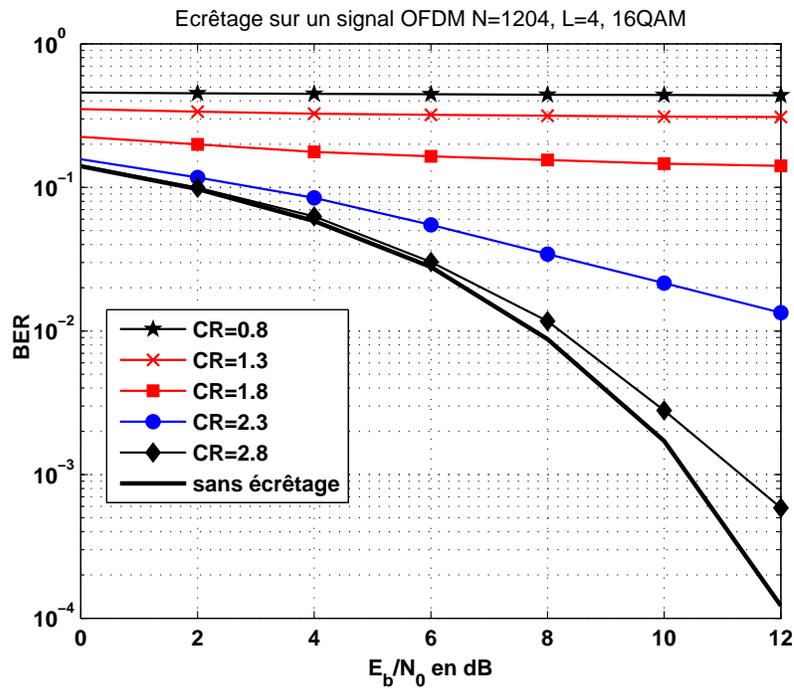


Figure 3.3 – Taux d’erreur binaire en fonction du rapport signal sur bruit pour différents niveaux d’écèlement pour un signal OFDM modulation 16-QAM, N=1024, L=4.

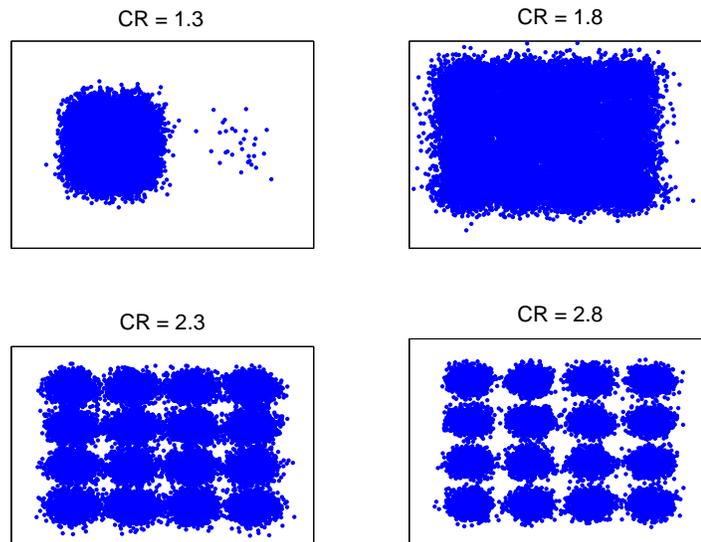


Figure 3.4 – Les constellations du signal OFDM modulé en 16-QAM écrêté selon plusieurs niveaux d’écèlement CR.

On peut se poser la question sur l'utilité de l'écrêtage, puisque il cause les mêmes effets que l'amplificateur de puissance. En fait, les distorsions en dehors de la bande utile qui réduisent l'efficacité spectrale sont le résultat des harmoniques, un filtrage numérique peut être appliqué sur le signal numérique échantillonné pour réduire ces radiations, chose impossible à faire après un amplificateur de puissance en continu. En revanche, ce filtrage peut de son côté causer une re-croissance des pics pouvant dépasser le niveau d'écrêtage imposé au début [55]. Plusieurs techniques ont été proposées pour réduire les effets du bruit d'écrêtage [53, 56, 57, 58]. Une solution proposée dans [56], est d'appliquer des opérations d'écrêtage et de filtrage répétées pour réduire l'effet de la re-croissance des pics suite au filtrage. En [57], une méthode de reconstruction du signal sur-échantillonné après écrêtage est utilisée pour combattre l'effet de la re-croissance des pics et compenser les distorsions du signal en présence du bruit de canal au détriment d'une expansion de la largeur de bande. Ces méthodes sont à compatibilité descendantes puisque elles sont transparentes au récepteur.

L'autre solution envisageable aux problèmes causés par l'écrêtage, est de tenter d'inverser ses effets à la réception et améliorer les performances en BER.

3.2.1 Écrêtage et filtrage par une FFT

Nous avons vu au chapitre 2, qu'un sur-échantillonnage d'un facteur $L = 4$ est nécessaire pour que le PAPR d'un signal OFDM calculé en temps discret soit proche de celui calculé en temps continu. Par conséquent, le sur-échantillonnage est essentiel pour produire des estimations précises du PAPR. En plus, lorsque on en procède à l'écrêtage sur un signal OFDM échantillonné à la fréquence de Nyquist (*i.e.* $L = 1$), toutes les distorsions vont tomber dans la bande utile [79]. Par contre l'écrêtage sur un signal OFDM sur-échantillonné produit moins de distorsions dans la bande utile, mais plus de distorsions en dehors la bande utile, et ces distorsions peuvent être éliminées. Le signal OFDM est donc sur-échantillonné d'un facteur $L > 1$, dans notre cas il est égal à 4. L'interpolation du signal OFDM en bande de base, est réalisée en insérant $N(L - 1)$ zéros au milieu du signal et en prenant par la suite la transformée de Fourier inverse IFFT, l'opération est exprimée par l'équation suivante :

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi k(n/LN)} \quad 0 \leq n \leq L \times N - 1 \quad (3.5)$$

$$= IFFT(X_0, \dots, X_{\frac{N}{2}-1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{N(L-1)}, X_{\frac{N}{2}}, \dots, X_{N-1}). \quad (3.6)$$

L'écrêtage suivi d'un filtrage fréquentiel, consiste à l'utilisation d'une FFT suivi d'une opération IFFT [56]. La FFT retransforme le signal échantillonné de nouveau vers le domaine

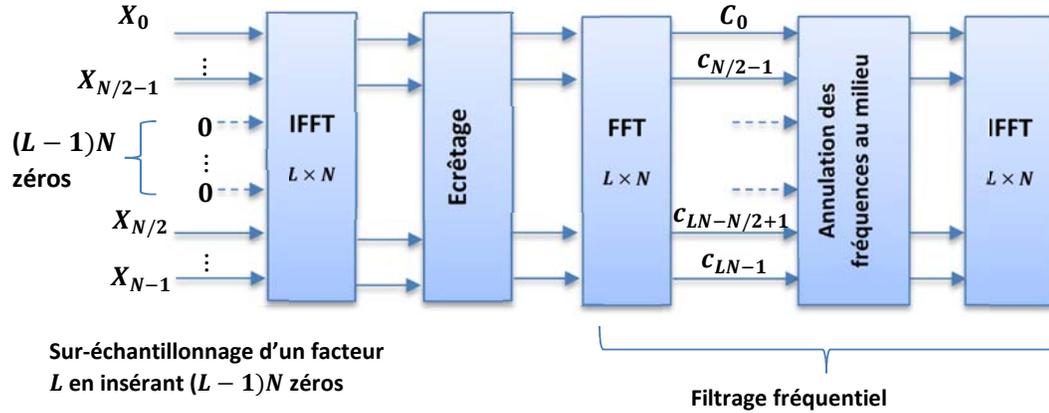


Figure 3.5 – Diagramme d'un système OFDM et réduction du PAPR avec écrêtage et un filtrage avec une FFT.

fréquentiel. Les composantes fréquentielles discrètes se trouvant dans la bande utile $\{C_0, \dots, C_{\frac{N}{2}-1}, C_{LN-\frac{N}{2}+1}, \dots, C_{LN-1}\}$ passent sans changement vers le deuxième module IFFT, tandis que les composantes fréquentielles se trouvant en dehors de la bande utile $\{C_{\frac{N}{2}+1}, \dots, C_{LN-\frac{N}{2}}\}$ sont annulées comme l'illustre la figure 3.5. Ceci permet de réduire la puissance en dehors de la bande utile. Il est possible de vérifier cette diminution en calculant l'ACPR.

Le processus est simple et nécessite la complexité d'une opération IFFT et d'une opération FFT supplémentaires, et ne cause pas une remontée des pics. On peut observer sur la figure 3.6, la différence sur la DSP d'un signal OFDM avec écrêtage et d'un autre avec écrêtage et filtrage fréquentiel.

La figure 3.7, est une figure en 3D qui nous donne l'ACPR en fonction du CR et IBO. Cette simulation peut servir selon l'ACPR souhaité, d'un moyen de faire un compromis entre la valeur à prendre du facteur de l'écrêtage CR et la valeur du recul à l'entrée IBO de l'amplificateur de puissance. Nous avons un ACPR égal à -28.32 dB pour un CR= 1.5 et IBO= 4 dB et un ACPR de -28.62 dB pour un CR= 0.6 et un IBO= 1 dB. Soit un gain de 3 dB sur l'IBO avec pratiquement le même ACPR.

3.2.2 Processus itératif de suppression du bruit d'écrêtage

À la différence du bruit blanc additif gaussien (AWGN), le bruit de l'écrêtage délibéré est produit par un processus connu. En se basant sur cette observation et l'analyse du processus de l'écrêtage, une méthode de suppression itérative du bruit de l'écrêtage est proposée au niveau du récepteur. Le processus proposé est illustré par la figure 3.8.

Il a été montré en [80], que le signal après écrêtage $\{\bar{x}_n\}_{n=0}^{LN-1}$ peut être modé-

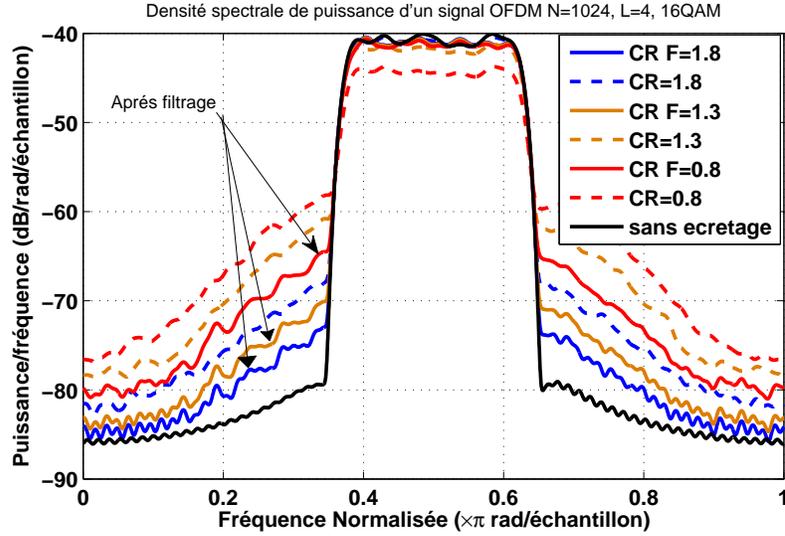


Figure 3.6 – Comparaison entre les effets de l'écrêtage et l'écrêtage plus filtrage sur le spectre d'un symbole OFDM.

lisé comme un signal atténué par une composante α , plus une contribution d'un bruit $\{d_n\}_{n=0}^{LN-1}$.

$$\bar{x}_n = \alpha x_n + d_n \quad \text{pour } n = 0, \dots, LN - 1. \quad (3.7)$$

Puisque l'amplitude $|\bar{x}_n|$ suit une loi de Rayleigh avec comme fonction densité de probabilité :

$$f_{x_n}(x_n) = \frac{2x_n}{P_{in}} e^{-x_n^2/P_{in}}. \quad (3.8)$$

La puissance de sortie de l'écrêteur P_{out} , est donnée par [81]

$$\begin{aligned} P_{out} &= E_{x_n}[g^2(x_n)] \\ &= \int_0^\infty g^2(x_n) f_{x_n}(x_n) dx_n \\ &= (1 - e^{-\gamma^2}) P_{in}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Si on considère γ comme étant le taux d'écrêtage utilisé en dB (*i.e.* $\gamma = 20 \log_{10} [\text{CR}]$) et en supposant que la distorsion d_n et le signal avant écrêtage x_n sont non corrélés, alors le facteur d'atténuation α est calculé selon [54] par

$$\alpha = \frac{E[x_n^* \bar{x}_n]}{E[|x_n|^2]} = \frac{E[\rho_n g(\rho_n)]}{E[|\rho_n|^2]} = 1 - e^{-\gamma^2} + \frac{\sqrt{\pi}\gamma}{2} \text{erfc}(\gamma). \quad (3.10)$$

Les distorsions causées par l'écrêtage en dehors de la bande sont éliminées par le processus de filtrage fréquentiel décrit dans la section précédente. Le signal écrêté \bar{x}_n

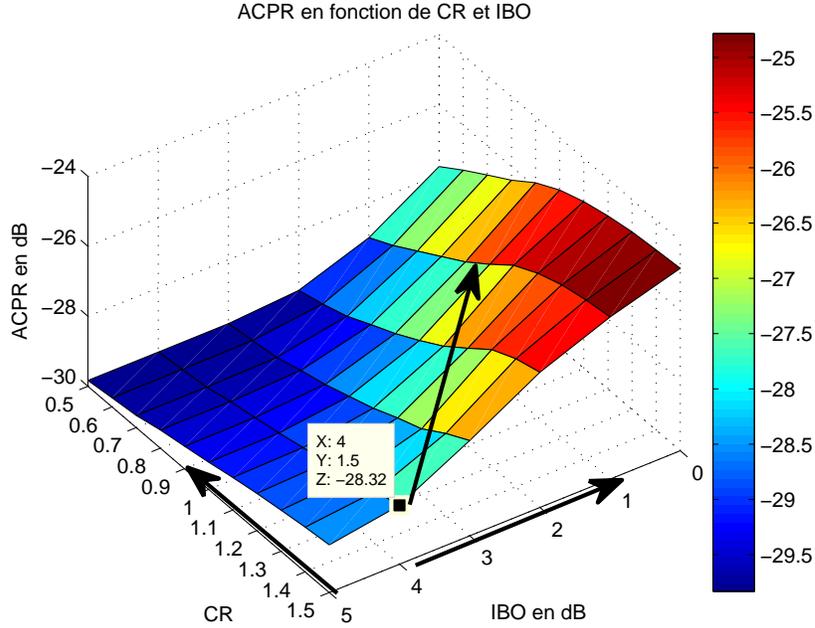


Figure 3.7 – Optimisation du recul d'entrée IBO.

traité par une FFT s'écrit ainsi :

$$\bar{X}_k = \text{FFT}(\bar{x}_n) = \alpha X_k + D_k \quad k = 0, \dots, LN - 1. \quad (3.11)$$

$\{D_k\}_{k=0}^{LN-1}$ est obtenue par la FFT du bruit d'écrêtage $\{d_n\}_{k=0}^{LN-1}$. Le filtrage fréquentiel consiste à remettre à zéro les fréquences correspondantes aux distorsions en dehors de la bande et à traiter le reste par une IFFT à nouveau. Le signal reçu au niveau du récepteur après une démodulation OFDM par une FFT est donné par :

$$Y_k = H_k(\alpha X_k + D_k) + \eta_k \quad k = 0, \dots, N - 1. \quad (3.12)$$

où H_k est le gain fréquentiel complexe du canal de la k -ième porteuse et supposé parfaitement connu, et η_k est le bruit blanc additif gaussien.

Le processus d'écrêtage délibéré à l'émetteur est reproduit au niveau du récepteur en se servant des symboles détectés, le bruit d'écrêtage est ensuite estimé et enlevé dans le domaine fréquentiel. Le processus est itératif et respecte les étapes suivantes :

- (a) Les observations $\{Y_k\}_{k=0}^{N-1}$ détectées du canal sont décodées et démodulées pour obtenir la séquence $\{\hat{X}_k\}_{k=0}^{N-1}$.
- (b) La séquence obtenue $\{\hat{X}_k\}_{k=0}^{N-1}$ est ensuite traitée sur deux branches. Sur la première branche, la séquence est atténuée pour obtenir $\{\alpha \hat{X}_k\}_{k=0}^{N-1}$. L'autre branche régénère le signal écrêté au récepteur en passant $\{\hat{X}_k\}_{k=0}^{N-1}$ à travers la même opération d'écrêtage et de filtrage que celle utilisée à l'émetteur pour obtenir une

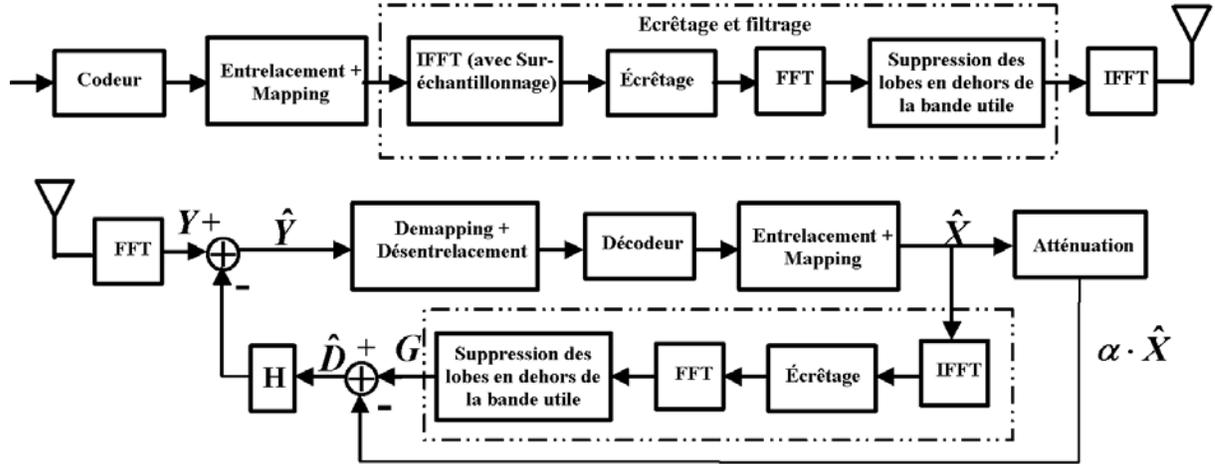


Figure 3.8 – Schéma d'émetteur OFDM avec écrêtage et filtrage et récepteur OFDM avec processus itératif d'annulation du bruit d'écrêtage.

séquence notée $\{G_k\}_{k=0}^{N-1}$. D'une manière similaire que l'équation (3.11), $\{G_k\}_{k=0}^{N-1}$ représente une somme d'une composante atténuée $\alpha \hat{X}_k$ et un bruit \hat{D}_k .

$$G_k = \alpha \hat{X}_k + \hat{D}_k \quad k = 0, \dots, N - 1 \quad (3.13)$$

puisque G_k et \hat{X}_k sont observables et α est calculée par l'équation (3.10), le bruit d'écrêtage \hat{D}_k peut alors être estimé par :

$$\hat{D}_k = G_k - \alpha \hat{X}_k \quad (3.14)$$

- (c) Les termes du bruit estimé \hat{D}_k sont soustraits de l'observation courante du canal pour obtenir une observation améliorée du canal pour la prochaine itération

$$\begin{aligned} \hat{Y}_k &= Y_k - H_k \hat{D}_k \quad k = 0, \dots, N - 1 \\ &= \alpha H_k X_k + H_k (D_k - \hat{D}_k) + \eta_k \end{aligned} \quad (3.15)$$

où $(D_k - \hat{D}_k)$ est le bruit d'écrêtage résiduel.

- (d) Revenir à l'étape (a) et remplacer $\{Y_k\}_{k=0}^{N-1}$ par $\{\hat{Y}_k\}_{k=0}^{N-1}$

La boucle (a)-(d) continue pour quelques itérations. L'estimation du bruit d'écrêtage $\{\hat{D}_k\}_{k=0}^{N-1}$ devient de plus en plus précise avec les itérations et la performance du récepteur est améliorée.

Chaque itération pour l'estimation et l'annulation du bruit d'écrêtage, exige une seule paire IFFT/FFT et d'une opération de décodage supplémentaire. La complexité reste modérée si le nombre d'itérations est faible (généralement 02 itérations sont utilisées).

Les simulations sont réalisées avec un signal OFDM modulé en 16-QAM avec $N = 64$ porteuses et $L = 4$. Pour le codage canal, un codeur convolutif à rendement $R = 1/2$ est utilisé avec les polynômes générateurs $g_0 = [133]_8$ et $g_1 = [171]_8$. L'écrêtage utilisé est à un taux CR=1 ($\gamma = 0dB$) et au récepteur le décodeur utilisé est de type **SOVA**³.

Paramètres	Valeur
Nombre des sous-porteuses	800
Taille FFT/IFFT	2048
Taille Intervalle de garde	256
Modulation	16-QAM

Tableau 3.1 – Paramètres de la simulation.

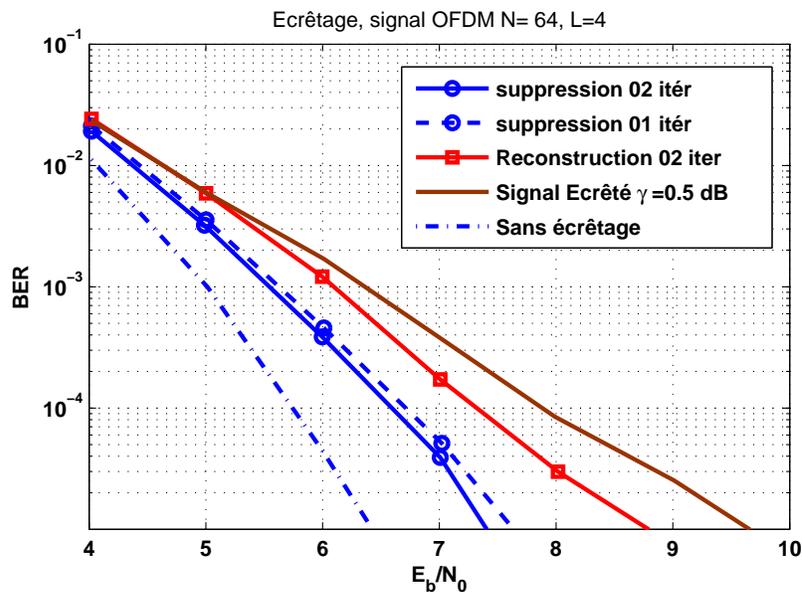


Figure 3.9 – Taux d'erreur binaire en fonction du rapport signal sur bruit sur un canal AWGN en utilisant la technique de suppression du bruit d'écrêtage (modulation 16-QAM, $N=800$, taille FFT 2048).

La figure 3.9 montre le BER en fonction du rapport signal à bruit (E_b/N_0) sur un canal à bruit blanc additif gaussien en appliquant la technique de suppression du bruit d'écrêtage. Après deux itérations, on remarque une amélioration de 1.2 dB pour un BER = 10^{-4} .

La simulation montre que la technique utilisée peut estimer d'une manière significative le bruit d'écrêtage pour tenter de reconstituer le signal OFDM. Mais nous avons également remarqué qu'à partir de la première itération, le gain diminue, et qu'à partir de la deuxième il stagne donc il n'est pas nécessaire d'utiliser plus de 2 itérations. Ceci

3. Soft Output Viterbi algorithm

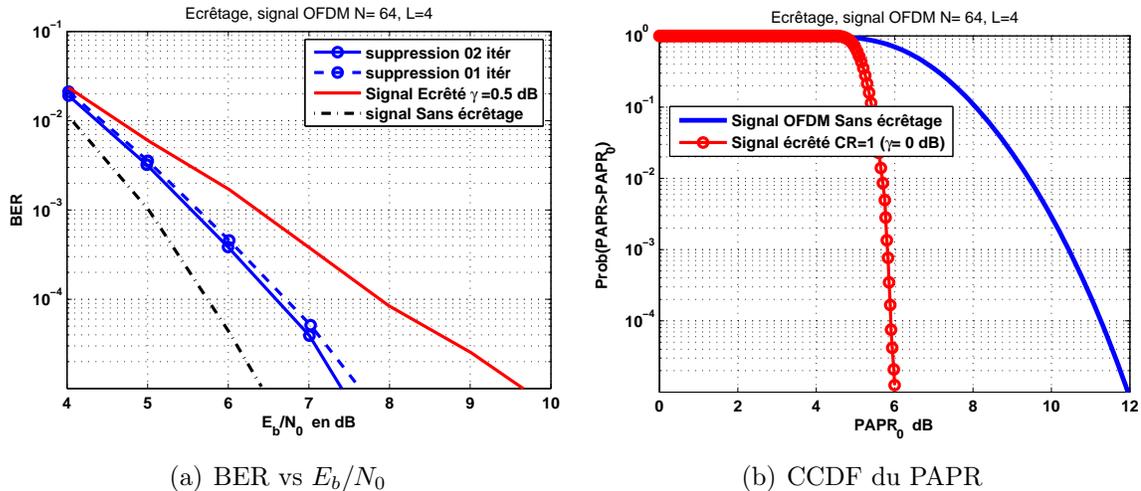


Figure 3.10 – Performances en BER vs E_b/N_0 avec la méthode de suppression du bruit d'écrêtage et la fonction CCDF du PAPR pour un signal OFDM $N = 64$ 16QAM.

peut s'expliquer par le fait que dans le modèle proposé dans (3.7), on suppose que tous les symboles sont atténués par la même atténuation α , ce n'est pas forcément le cas, aussi il est fort probable que le processus itératif d'écrêtage endommage fortement le signal OFDM au bout de 2 itérations. La technique permet de réduire sensiblement la dégradation du BER suite à l'opération d'écrêtage et le filtrage, mais la complexité calculatoire exige tout de même une paire IFFT/FFT et une opération de décodage pour chaque itération.

3.3 Codage canal pour la réduction du PAPR

Cette technique consiste à utiliser le codage canal de manière à réduire le PAPR, et elle a été initialement proposée par Jones et al. [82, 83], avec l'idée de codage de 3 bits de données en ajoutant un bit de parité simple et de sélectionner le mot de code ayant le PAPR le plus faible. En fait, en rajoutant de la redondance, on peut avoir plusieurs mots de codes qui n'ont pas le même PAPR comme on le constate dans l'exemple du tableau 3.2. La méthode consiste à sélectionner des mots générant un faible facteur de crête, et d'éviter de transmettre les mots de code qui génèrent un PAPR élevé, mais cette réduction se fait au détriment du taux de codage. De plus pour trouver les bons mots de codes il est nécessaire de calculer le PAPR de tous les mots possibles avant de sélectionner ceux qui ont le facteur de crête le plus faible. Le décodage de ce type de codes est aussi extrêmement coûteux, car il faut comparer le mot reçu avec tous les mots de code.

bloc de données X	PAPR (dB)	bloc de données X	PAPR (dB)
$[1, 1, 1, 1]^T$	6.0	$[-1, 1, 1, 1]^T$	2.3
$[1, 1, 1, -1]^T$	2.3	$[-1, 1, 1, -1]^T$	3.7
$[1, 1, -1, 1]^T$	2.3	$[-1, 1, -1, 1]^T$	6.0
$[1, 1, -1, -1]^T$	3.7	$[1, 1, -1, -1]^T$	2.3
$[1, -1, 1, 1]^T$	2.3	$[-1, -1, 1, 1]^T$	3.7
$[1, -1, 1, -1]^T$	6.0	$[-1, -1, 1, -1]^T$	2.3
$[1, -1, -1, 1]^T$	3.7	$[-1, -1, -1, 1]^T$	2.3
$[1, -1, -1, -1]^T$	2.3	$[-1, -1, -1, -1]^T$	6.0

Tableau 3.2 – Les valeurs du PAPR pour toutes les données possibles pour un signal OFDM avec quatre sous-porteuses et une modulation BPSK.

Dans [84], en utilisant les codes de Reed Müller d'ordre 1 associés à des séquences complémentaires de Golay, un algorithme permet de déterminer directement le mot de code qui génère le signal avec un faible PAPR. Mais cette technique est limitée aux modulations de phase, et réduit toujours sensiblement le rendement. Dans [62], on propose d'utiliser une modulation codée en blocs (BCM⁴) pour réduire le PAPR. Des séquences binaires de la même longueur sont générées puis codées en séquences M-air. Les séquences M-air de petites tailles et avec un PAPR faible sont sélectionnés pour former par concaténation des séquences M-air de grandes tailles. Ceci permet de construire un système à taux variable avec différentes capacités de correction et de tenir de la réduction du PAPR.

L'inconvénient majeur de la méthode codage reste que sa performance pour la réduction du PAPR se fait au prix du taux de codage et en pratique elle n'est pas vraiment attractive.

3.4 La méthode SLM

La méthode SeLective Mapping (**SLM**) proposée par [66], consiste à générer U vecteurs de facteurs de phases de taille N , et ensuite de multiplier le bloc de symbole avant l'opération IFFT par chacun de ces vecteurs $B^{(u)} = [b_{u,0}, b_{u,1}, \dots, b_{u,N-1}]^T$, $u = 1, 2, \dots, U$ et le signal résultant après l'opération IFFT est donné par

$$x_n^u = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k b_{u,k} e^{j 2\pi k n/N}. \quad (3.16)$$

4. Block coded modulation

Le diagramme de la méthode SLM est illustré par la figure 3.11. Parmi ces nouveaux

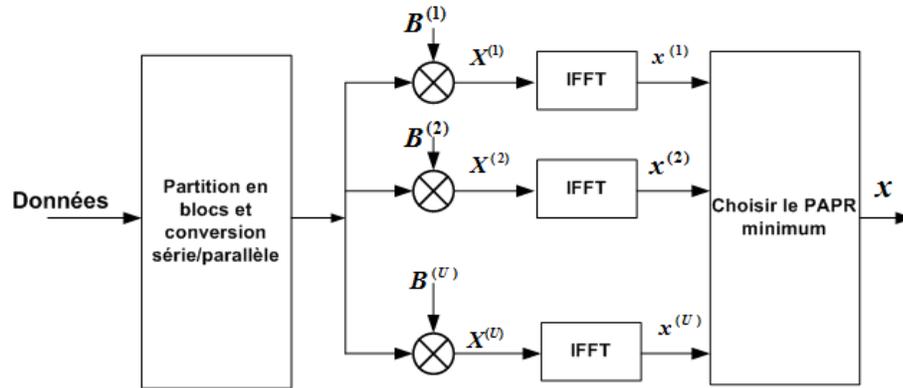


Figure 3.11 – Diagramme de la méthode SLM .

blocs $X^{(u)}$, $u = 1, 2, \dots, U$, celui qui possède le PAPR le plus faible est sélectionné pour la transmission et une information sur la séquence de phases utilisée est transmise au récepteur. Pour l'implémentation, la technique SLM nécessite U opérations IFFT, et $\lceil \log_2 U \rceil$ bits d'information supplémentaires pour chaque bloc. La CCDF du PAPR d'un signal OFDM en utilisant respectivement 4, 16 et 64 vecteurs est donnée par la figure 3.12. On remarque que plus le nombre de vecteurs utilisés est grand mieux est

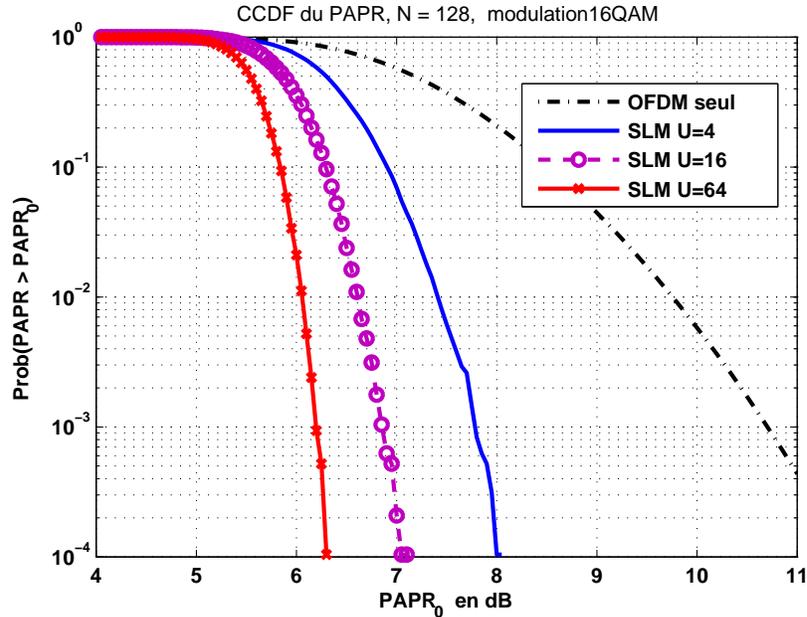


Figure 3.12 – CCDF du PAPR en utilisant la méthode SLM sur un signal OFDM à $N = 128$ porteuses et 16QAM .

la réduction du PAPR, mais évidemment plus d'opérations IFFT supplémentaires sont nécessaires. Il existe cependant des travaux où il est proposé de réduire la complexité

calculatoire et le nombre de bits nécessaires au récepteur pour décoder la séquence [68, 69].

En ce qui concerne le choix des facteurs de phases à générer, on distingue deux techniques :

- **Des vecteurs de phases structurés** : On peut faire en sorte d’avoir un ensemble connu à l’émetteur et au récepteur composé de U vecteurs à N phases. Cet ensemble est généré selon l’une de ces trois structures de phases citées en bas et qui ont la particularité de générer un faible PAPR :
 - ▶ SHAPIRO-RUDIN PHASES 1954
 - ▶ NEWMANN PHASES 1964
 - ▶ S. NARAHASHI AND T. NOJIMA PHASING SCHEME (1994)
- **Des vecteurs de phases optimisés** : Il est possible également d’utiliser le même ensemble de phases à chaque fois, pour cela des simulations sur ordinateurs vont permettre de trouver l’ensemble optimal à utiliser permettant de réduire le PAPR à un niveau acceptable pour un ensemble de symboles possibles sur N sous-porteuses [11]. Des algorithmes d’optimisation non linéaires doivent être envisagés avec un grand nombre de calculs comme les algorithmes génétiques [85]. Cette structure ne nécessite pas d’envoyer une information supplémentaire au récepteur.

3.5 La méthode PTS

La méthode Partial Transmit Sequences (**PTS**), qu’on trouve dans plusieurs travaux comme [70, 71, 72, 73], consiste à décomposer chaque bloc de symboles X en M sous-blocs disjoints $X_m = [X_{m,0}, X_{m,1}, \dots, X_{m,N-1}]^T$, $m = 1, 2, \dots, M$, tel que :

$$X = \sum_{m=1}^M X_m \quad (3.17)$$

En général, pour la méthode PTS, trois catégories de partitionnement peuvent être utilisés [86] : partitions adjacentes, partitions entrelacées et les partitions pseudo-aléatoires. La sortie IFFT de chaque sous-bloc (i.e., $x_m = [x_{m,0}, x_{m,1}, \dots, x_{m,LN-1}]^T$) est multipliée par un facteur de rotation de phase $b_m = e^{j\phi_m}$, $m = 1, 2, \dots, M$, et $\phi_m \in [0, 2\pi)$, choisi parmi un ensemble P de W -éléments qu’on peut écrire sous cette forme :

$$P = \{e^{j2\pi l/W} | l = 0, 1, \dots, W - 1\} \quad (3.18)$$

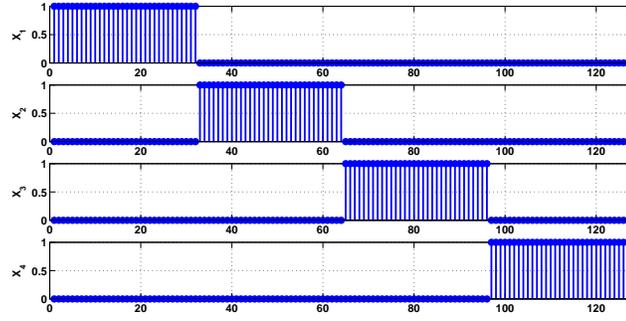


Figure 3.13 – Exemple de 4 partitions adjacentes PTS-OFDM d’une modulation QPSK et $N = 128$ symboles.

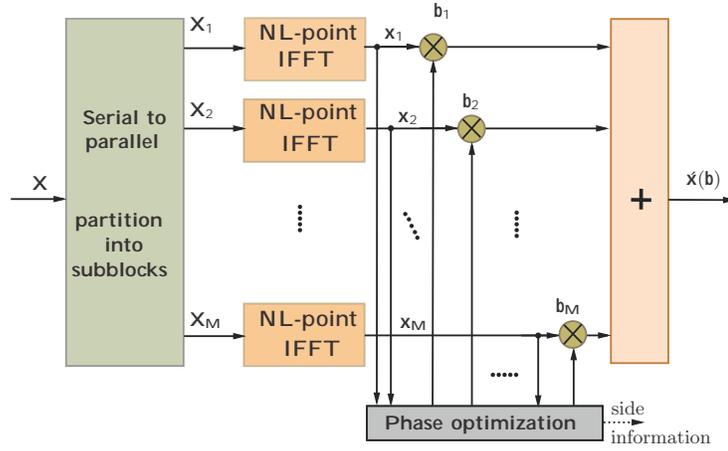


Figure 3.14 – Le schéma bloc de la technique PTS.

Pour $W = 2$, les facteurs de phase autorisés b_m appartiennent à l’ensemble $\{\pm 1\}$, tandis que pour $W = 4$ ils appartiennent à l’ensemble $\{\pm 1, \pm j\}$.

La figure 3.14, décrit le schéma bloc de la technique PTS. Le symbole PTS OFDM est formé en additionnant M partitions sous la forme suivante :

$$\hat{x}_n(b) = \sum_{m=1}^M b_m \cdot x_{m,n}, \quad n = 0, 1, \dots, NL - 1 \quad (3.19)$$

où $\hat{x}(b) = [\hat{x}_0(b), \hat{x}_1(b), \dots, \hat{x}_{NL-1}(b)]^T$. La détermination du vecteur optimal des facteurs de phases $b^{opt} = [b_1, b_2, \dots, b_M]^T$ minimisant le PAPR du signal PTS OFDM, nécessite une recherche exhaustive sur $C = W^{M-1}$ combinaisons.

$$b_{opt} = \arg \min_{c=1}^C \frac{\max_{0 \leq n \leq LN-1} |\hat{x}_n(b)|^2}{P_{av}} \quad (3.20)$$

L'objectif est donc de trouver l'ensemble de phases qui minimise le PAPR et ceci revient à la minimisation de

$$\max_{0 \leq n \leq N-1} |x'_n(b)| \quad (3.21)$$

Le vecteur optimal des facteurs de phase est transmis au récepteur comme information supplémentaire pour le décodage. Le nombre de bits requis est de $[M \log_2 W]$.

Comparé à la méthode SLM, la méthode PTS conventionnelle qu'on va appeler **C-PTS**, est moins complexe par rapport au nombre d'opérations IFFT complètes utilisées et elle est aussi plus performante en réduction du PAPR. Le quantité de réduction du PAPR comme le montre la figure 3.15, dépend de deux nombres : le nombre des sous-blocs M et le nombre des phases W . Par contre on peut remarquer aussi que la complexité calculatoire augmente d'une manière exponentielle avec ces deux nombres. La méthode C-PTS a besoin de $LNMC + LNC$ complexes multiplications et $2LNC(M-1) + LNC - 1$ réelles additions. Le nombre d'opérations nécessaires pour réaliser la méthode PTS est directement proportionnel au nombre de recherches C.

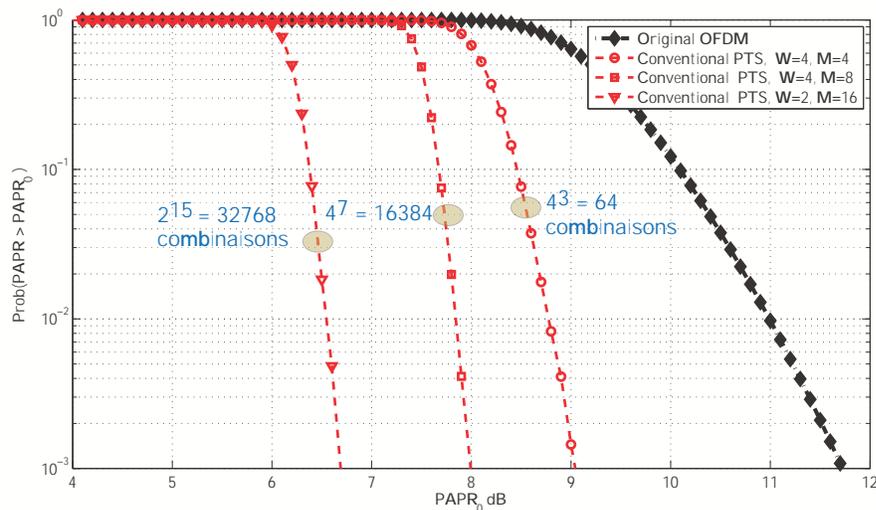


Figure 3.15 – CCDF du PAPR avec la méthode C-PTS, modulation 16-QAM, $N = 1024$, $L = 4$, et $\{W, M\} \in \{\{2, 16\}, \{4, 8\}, \{4, 4\}\}$.

La figure 3.15, montre les courbes CCDF du PAPR d'un signal OFDM utilisant la méthode PTS conventionnelle pour différentes valeurs de W et M . Pour un CCDF $= 10^{-4}$, on remarque que la méthode C-PTS avec $W = 2$ et $M = 16$ qui exige une recherche sur $2^{15} = 32768$ combinaisons, réduit le PAPR de 5 dB par rapport à la courbe avec un signal OFDM seul. La méthode PTS avec $W = 4$ et $M = 8$ qui exige une recherche sur $4^7 = 16384$ combinaisons, réduit le PAPR de près de 3.8 dB. Enfin la

méthode C-PTS avec $W = 4$ et $M = 4$ qui exige une recherche sur $4^3 = 64$ combinaisons, réduit le PAPR de près de 2.8 dB.

Bien que le système PTS conventionnel ait de bonnes performances de réduction du PAPR, il nécessite tout de même un certain nombre d'opérations IFFT et doit effectuer une recherche exhaustive importante du signal candidat optimal. Pour réduire la complexité, il existe un certain nombre de méthodes qui proposent soit de simplifier le processus d'optimisation dans la technique PTS [87], de réduire le nombre de recherches dans le processus d'optimisation [88, 89], de réduire la complexité calculatoire des opérations IFFT [90, 91], ou de réduire le nombre d'échantillons nécessaires au calcul du PAPR lors du processus d'optimisation (R-PTS⁵) [92].

3.6 Les méthodes TR et TI

Les méthodes Tone Reservation (TR) et Tone Injection (TI), sont deux méthodes efficaces pour la réduction du PAPR dans un système multiporteuses. Ces deux méthodes se basent sur le rajout d'un signal dit de réduction $C(n)$ au signal original de données $X(n)$. L'addition de ces deux signaux, permet de former un signal $\tilde{X}(n)$ à PAPR réduit. La construction du signal $C(n)$ de réduction peut être faite de différentes manières. Ce qui est important est que le récepteur arrive à décoder sans problème le signal de données. Le signal de réduction $C(n)$ doit suivre la forme du signal de données $X(n)$. Si le signal de données a une crête élevée à un endroit, le signal de réduction doit avoir une valeur basse en cet endroit. La figure 3.16, montre la liberté disponible dans la création du signal de réduction. Ce signal doit éviter la création de crêtes non désirées dans de nouveaux endroits.

3.6.1 La méthode Tone Reservation (TR)

La méthode Tone Reservation ou porteuses réservées proposée par Tellado [45], tire profit de l'orthogonalité entre les différentes sous-porteuses. L'idée est d'exploiter les sous-porteuses inutilisées (nulles) pour rajouter un signal de réduction. L'emplacement des sous-porteuses de données et des sous-porteuses dédiées à la réduction du PAPR est connu à l'émetteur et au récepteur. Cependant, la construction du signal de réduction de la méthode TR, peut être réalisée de différentes manières et différentes complexités. On peut citer celle proposé par Tellado et Cioffi (1998) [74] et aussi [45, 93, 94].

5. Reduced PTS

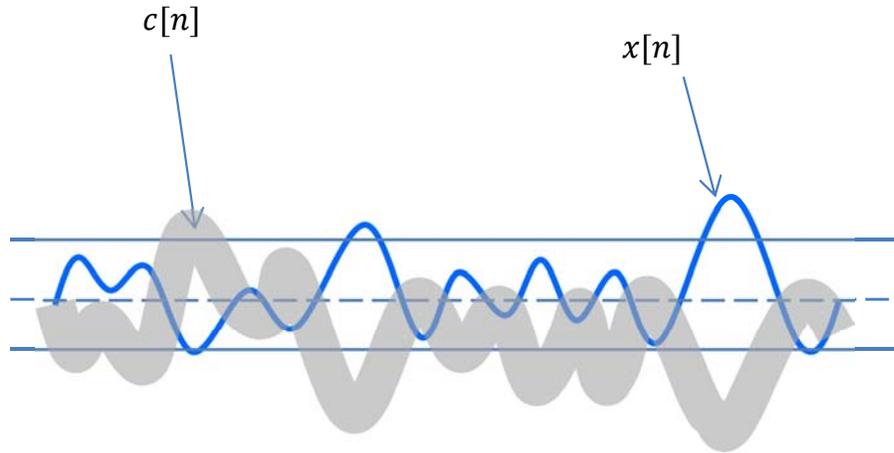


Figure 3.16 – La surface en gris représente la région permise que le signal de réduction $C(n)$ peut avoir .

Reprenons l'équation permettant de réaliser la IFFT :

$$x(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi kn/N}, \quad (3.22)$$

Cette équation peut être réécrite sous la forme $x = QX$, où Q représente la matrice IFFT sur N points,

$$Q = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & e^{j2\pi \frac{nk}{N}} & \dots & e^{j2\pi \frac{n(N-1)}{N}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & e^{j2\pi \frac{k(N-1)}{N}} & \dots & e^{j2\pi \frac{(N-1)^2}{N}} \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Le PAPR est donnée par :

$$PAPR = \frac{\max |x(n)|^2}{E|x(n)|^2} \text{ avec } x = IFFT(X). \quad (3.24)$$

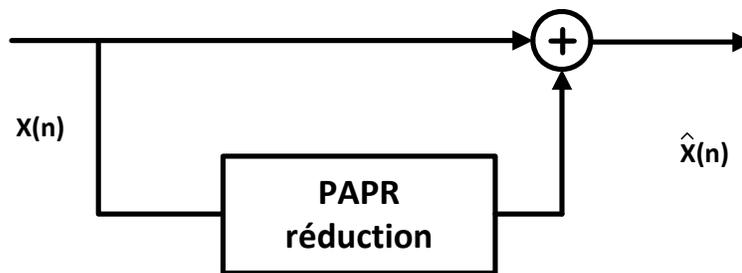


Figure 3.17 – Réduction du PAPR par rajout du signal .

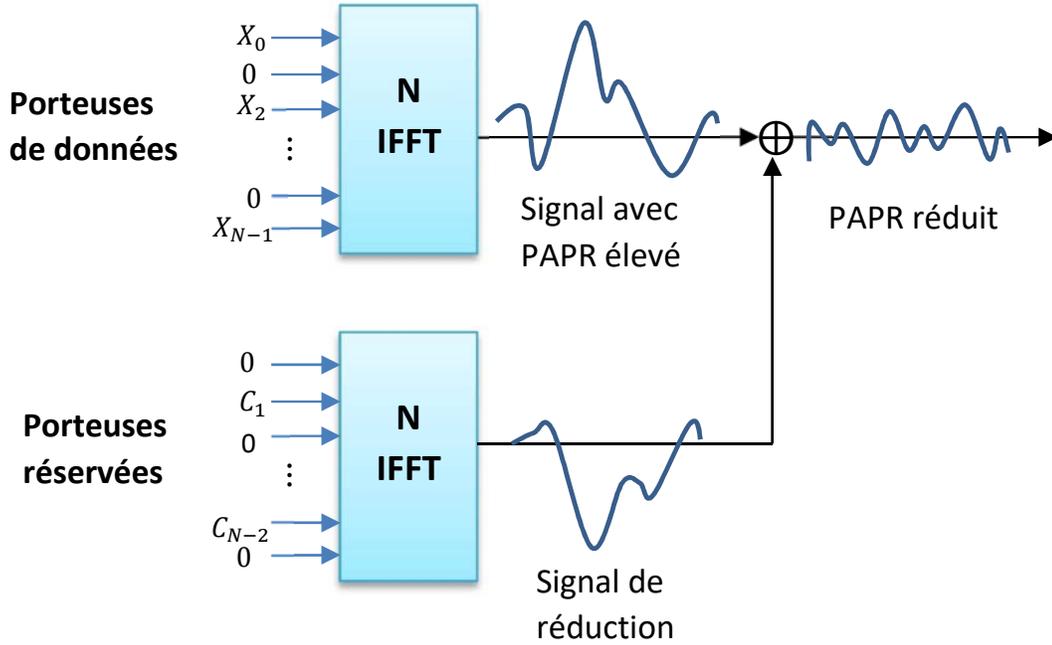


Figure 3.18 – Porteuses Réservées (Tone reservation method) .

La méthode TR, nécessite le rajout d'un signal de réduction $C = [C_0, C_1, \dots, C_{N-1}]^T$ (qu'il faut enlever à la réception) au vecteur des symboles $X = [X_0, X_1, \dots, X_{N-1}]^T$ pour une constellation donnée. On pose $P = \{0, 1, 2, \dots, N-1\}$ l'ensemble des positions de toutes les N sous-porteuses, $\mathcal{R} = \{i_0, i_1, \dots, i_{R-1}\}$ l'ensemble ordonné des R positions des sous-porteuses réservées pour le signal de réduction C avec $R \ll N$ et \mathcal{R}^c le complémentaire de \mathcal{R} dans P , c'est-à-dire $P = \mathcal{R} \cup \mathcal{R}^c$. Les vecteurs X et C doivent être orthogonaux c'est-à-dire : $C_k \cdot X_k = 0$. En d'autres termes nous avons :

$$\tilde{X}_k = X_k + C_k = \begin{cases} C_k & k \in \mathcal{R} \\ X_k & k \in \mathcal{R}^c \end{cases} \quad (3.25)$$

Si le signal OFDM est sur-échantillonné d'un facteur L en insérant $N(L-1)$ zéros au milieu du signal X , le signal après passage par le module IFFT est donné par :

$$\begin{aligned} \tilde{x}(n) &= \frac{1}{\sqrt{NL}} \sum_{k=0}^{N-1} (X_k + C_k) e^{j2\pi kn/NL} \\ &= \frac{1}{\sqrt{NL}} \sum_{k \in \mathcal{R}^c} X_k e^{j2\pi kn/NL} + \frac{1}{\sqrt{NL}} \sum_{k \in \mathcal{R}} C_k e^{j2\pi kn/NL} \\ &= x(n/L) + c(n/L) \end{aligned} \quad (3.26)$$

L'opération IFFT dans (3.26), peut se faire par calcul matriciel en utilisant la matrice IFFT réduite Q_L de dimension $NL \times N$ tel que :

$$\tilde{\mathbf{x}} = Q_L(\mathbf{X} + \mathbf{C}). \quad (3.27)$$

La matrice Q_L correspond aux éléments non nuls de X

$$Q_L = \frac{1}{\sqrt{NL}} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{j2\pi \frac{1 \cdot 1}{NL}} & \dots & e^{j2\pi \frac{1 \cdot \frac{N}{2}}{NL}} & e^{j2\pi \frac{1 \cdot (NL - \frac{N}{2})}{NL}} & \dots & e^{j2\pi \frac{1 \cdot (NL-1)}{NL}} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{j2\pi \frac{1 \cdot n}{NL}} & \dots & e^{j2\pi \frac{n \cdot \frac{N}{2}}{NL}} & e^{j2\pi \frac{n \cdot (NL - \frac{N}{2})}{NL}} & \dots & e^{j2\pi \frac{n \cdot (NL-1)}{NL}} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{j2\pi \frac{1 \cdot (NL-1)}{NL}} & \dots & e^{j2\pi \frac{(NL-1) \cdot \frac{N}{2}}{NL}} & e^{j2\pi \frac{(NL-1) \cdot (NL - \frac{N}{2})}{NL}} & \dots & e^{j2\pi \frac{(NL-1) \cdot (NL-1)}{NL}} \end{bmatrix}_{NL \times N} \quad (3.28)$$

Le PAPR du signal à émettre $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} + \mathbf{c}$ s'écrit ainsi :

$$\begin{aligned} \text{PAPR} &= \frac{\max |x(n/L) + c(n/L)|^2}{E\{|\tilde{x}(n/L)|^2\}}, \\ &= \frac{\max |\mathbf{x} + Q_L \mathbf{C}|^2}{E\{|\tilde{\mathbf{x}}|^2\}} \\ &= \frac{\|\mathbf{x} + Q_L \mathbf{C}\|_\infty^2}{E\{|\tilde{\mathbf{x}}|^2\}}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

où $\|\cdot\|_\infty$ est la norme infinie⁶. Le PAPR est minimisé par la modification optimale de \mathbf{x} par le vecteur de réduction \mathbf{C} . Il s'agit d'un problème d'optimisation pour rechercher le vecteur optimale $\hat{\mathbf{C}}$ permettant de réduire le PAPR, le critère peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\hat{\mathbf{C}} = \arg \min_{\mathbf{C}} \max_{0 \leq k \leq NL} |\mathbf{x} + \mathbf{Q}_L \mathbf{C}|^2 = \arg \min_{\mathbf{C}} \|\mathbf{x} + \mathbf{Q}_L \mathbf{C}\|_\infty^2 \quad (3.30)$$

avec $\hat{\mathbf{C}} = [\hat{C}_{i_0}, \dots, \hat{C}_{i_{R-1}}]$ le vecteur optimal de réduction du PAPR. Pour réduire les calculs lors de l'opération IFFT, on définit la matrice réduite \hat{Q} qui est une sous matrice de Q dont les colonnes sont choisies dans $\mathcal{R} = \{i_0, i_1, \dots, i_{R-1}\}$. Alors on peut calculer \mathbf{c} , le vecteur temporel en multipliant $\hat{\mathbf{C}}$ par la matrice réduite \hat{Q} , tel que $\mathbf{c} = \hat{Q}_L \hat{\mathbf{C}}$ et l'équation (3.30) devient :

$$\hat{\mathbf{C}} = \arg \min_{\mathbf{C}} \max_{0 \leq k \leq NL} |\mathbf{x} + \hat{\mathbf{Q}}_L \hat{\mathbf{C}}|^2 = \arg \min_{\mathbf{C}} \|\mathbf{x} + \mathbf{Q}_L \mathbf{C}\|_\infty^2 \quad (3.31)$$

Le problème d'optimisation (3.31) est convexe en les variables $\mathbf{C} = [C_{i_0}, \dots, C_{i_{R-1}}]$ et peut se mettre sous forme épigraphe comme le montre la relation suivante

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{C}} \quad & t \\ \text{sous contrainte} \quad & \|\mathbf{x} + \mathbf{Q}_L \mathbf{C}\|_\infty^2 \leq t \end{aligned} \quad (3.32)$$

6. La norme infinie de x est le maximum de la valeur absolue de x .

où t représente le maximum du signal $(x + c)$. Le problème de réduction du PAPR peut se mettre sous différentes formes de problèmes d'optimisation convexes. Dans [45], il est suggéré d'utiliser la technique de programmation linéaire ou Linear Programming (LP). La méthode LP, est beaucoup utilisée dans de nombreux problèmes d'optimisation linéaire où on cherche à minimiser ou maximiser une fonction linéaire sous des contraintes linéaires (en économie, en ingénierie). Le critère de minimisation avec la méthode de Programmation Linéaire doit être sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{y}} \quad & f^T \mathbf{y} \\ \text{sous contrainte :} \quad & A\mathbf{y} \leq b \end{aligned} \quad (3.33)$$

où y sont les variables d'optimisation. La matrice A , et les vecteurs b et c sont des paramètres connus. Donc pour pouvoir utiliser la technique d'optimisation LP, il faut pouvoir réécrire notre problème d'optimisation sous la forme (3.33). De plus la méthode LP exige que les signaux soient réels.

Pour transformer le problème d'optimisation (3.32) à un problème d'optimisation résolvable avec la Programmation Linéaire, il suffit d'imposer au signal initial en bande de base \mathbf{x} ainsi qu'au signal ajouté (l'inconnu) \mathbf{c} d'être réels, c'est-à-dire que les signaux X et C doivent satisfaire la propriété de symétrie hermitienne, alors si N est pair il faut que :

$$X_k = (X_{N-k})^*, \text{ et } X_0, X_{N/2} \in \mathcal{R} \quad (3.34)$$

$$C_k = (C_{N-k})^*, \text{ et } C_0, C_{N/2} \in \mathcal{R} \quad (3.35)$$

Pour le signal de réduction C qui ne comporte que R valeur non nulles, alors si $i_r \in \mathcal{R}$ la symétrie hermitienne nécessite que $N - i_r \in \mathcal{R}$. Pour simplifier les calculs les cas $i_r = 0$ et $i_r = N/2$ sont exclus de \mathcal{R} . Par la suite l'ensemble des porteuses réservées \mathcal{R} s'écrit maintenant sous la forme suivante :

$$\mathcal{R} = \{i_0, \dots, i_r, \dots, i_{R/2}, N - i_{R/2}, \dots, N - i_r, \dots, N - i_0\} \quad (3.36)$$

La IFFT du signal de réduction devient :

$$c(n/L) = \frac{1}{\sqrt{NL}} \sum_{k \in \mathcal{R}} C_k e^{2\pi kn/NL} \quad (3.37)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{NL}} \sum_{r=0}^{R-1} C_{i_r} e^{j2\pi i_r n/NL} \quad (3.38)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{NL}} \left(\sum_{r=0}^{R/2-1} C_{i_r} e^{j2\pi i_r n/NL} + \sum_{r=R/2}^{R-1} C_{i_r} e^{j2\pi i_r n/NL} \right) \quad (3.39)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{NL}} \left(\sum_{r=0}^{R/2-1} C_{i_r} e^{j2\pi i_r n/NL} + \sum_{r=0}^{R/2-1} C_{N-i_r} e^{j2\pi i_r n/NL} \right) \quad (3.40)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{NL}} \sum_{r=0}^{R/2-1} \left(C_{i_r} e^{j2\pi i_r n/NL} + (C_{i_r} e^{-j2\pi i_r n/NL})^* \right) \quad (3.41)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{NL}} \sum_{r=0}^{R/2-1} \left(\mathbf{Re} \{C_{i_r}\} \cos \left(\frac{2\pi i_r n}{NL} \right) - \mathbf{Im} \{C_{i_r}\} \sin \left(\frac{2\pi i_r n}{NL} \right) \right) \quad (3.42)$$

avec $n = 0, \dots, NL - 1$, et $\mathbf{Re} \{C_{i_r}\}$, $\mathbf{Im} \{C_{i_r}\}$ sont respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de C_{i_r} . Ces NL équations peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante

$$\underbrace{\begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_{NL-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}} = \check{Q} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{Re} \{C_{i_0}\} \\ \vdots \\ \mathbf{Re} \{C_{i_{R/2-1}}\} \\ \mathbf{Im} \{C_{i_0}\} \\ \vdots \\ \mathbf{Im} \{C_{i_{R/2-1}}\} \end{bmatrix}}_{\check{\mathbf{c}}} \quad (3.43)$$

avec \check{Q} désigne la matrice dont les éléments correspondent aux termes sinusoïdaux de la relation (3.43) et elle est donnée par

$$\check{Q} = \frac{2}{\sqrt{NL}} \left[\cos \left(\frac{2\pi i_0 n}{NL} \right), \dots, \cos \left(\frac{2\pi i_{R/2-1} n}{NL} \right), \sin \left(\frac{2\pi i_0 n}{NL} \right), \dots, \sin \left(\frac{2\pi i_{R/2-1} n}{NL} \right) \right]_{NL \times R} \quad (3.44)$$

Après toutes ces transformations, le problème de minimisation devient

$$\begin{aligned} & \min_{\check{\mathbf{c}}} t \\ & \text{sous contrainte : } |x_n + \check{q}_n^{\text{ligne}}|^2 \leq t, \quad 0 \leq n \leq NL - 1 \end{aligned} \quad (3.45)$$

où $\check{q}_n^{\text{ligne}}$ est la nième ligne de la matrice \check{Q} . En utilisant les notations vectorielles, le problème d'optimisation s'écrit alors :

$$\min_{\check{\mathbf{C}}} t \quad (3.46)$$

$$\text{sous contrainte : } |\mathbf{x} + \check{Q}\check{\mathbf{C}}|^2 \leq t\mathbf{1}_{NL} \quad (3.47)$$

$$|\mathbf{x} + \check{Q}\check{\mathbf{C}}|^2 \geq -t\mathbf{1}_{NL} \quad (3.48)$$

où $\mathbf{1}_{NL}$ désigne le vecteur colonne composé de NL un. Enfin, le problème d'optimisation peut se mettre sous une forme résolvable par la Programmation Linéaire en l'écrivant sous la forme suivante :

$$\min_{\check{\mathbf{C}}} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_R & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{\mathbf{C}} \\ t \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

$$\text{sous contrainte : } \begin{bmatrix} \check{Q} & -\mathbf{1}_{NL} \\ -\check{Q} & -\mathbf{1}_{NL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{\mathbf{C}} \\ t \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} -\mathbf{x} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

En comparant avec (3.33) nous avons :

$$f^T = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_R & 1 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

$$y = \begin{bmatrix} \check{\mathbf{C}} \\ t \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

$$A = \begin{bmatrix} \check{Q} & -\mathbf{1}_{NL} \\ -\check{Q} & -\mathbf{1}_{NL} \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$b = \begin{bmatrix} -\mathbf{x} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Le problème d'optimisation avec la méthode LP possède $R + 1$ variables ($\check{\mathbf{C}}$ et \mathbf{t}), une pour chacune des composantes sinus et cosinus des porteuses réservées et $2NL$ contraintes. Généralement pour la programmation linéaire de taille N , la complexité est de $\mathcal{O}(RLN^2)$, mais en utilisant la matrice réduite \check{Q} (réduite) la complexité devient $\mathcal{O}(N \log N)$.

Les simulations que nous avons réalisées avec des signaux OFDM de $N = 128$ porteuses, un facteur de sur-échantillonnage $L = 4$, une modulation 16-QAM et la méthode de réduction du PAPR **TR** et **LP**, sont illustrées par la figure 3.19. Comme on peut le voir sur cette figure, plusieurs courbes sont obtenues en variant le nombre de porteuses réservées avec $R \in \{4, 8, 16, 32\}$. La réduction du PAPR avec la méthode TR-LP offre est remarquable du PAPR lors de la réservation d'une quantité raisonnable de sous-porteuses. En utilisant $R = 32$ porteuses réservées (25%), le PAPR est réduit

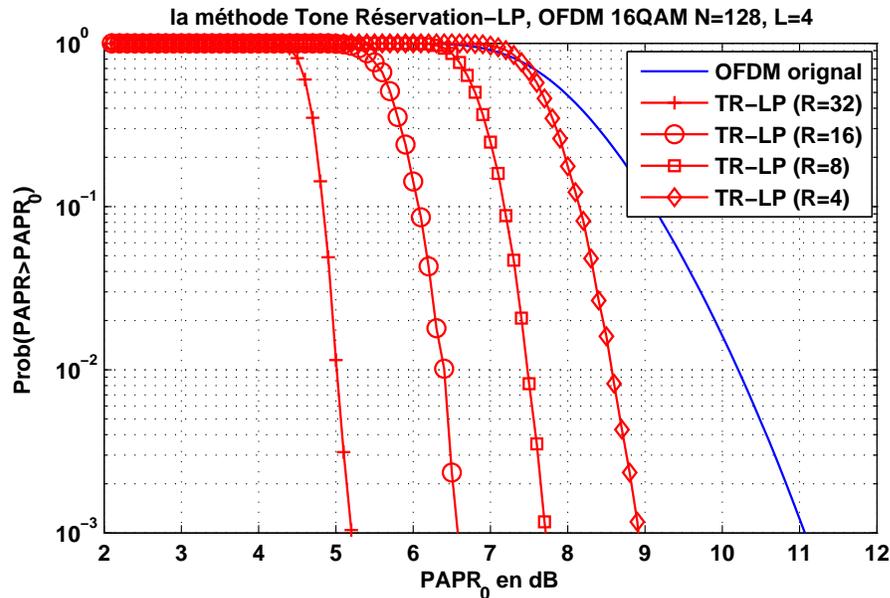


Figure 3.19 – La fonction CCDF du PAPR avec la méthode Tone Reservation et la méthode de programmation linéaire.

d'environ 5.8 dB par rapport à la courbe originale comme le montre la figure 3.19. Nous observons évidemment, une forte réduction du PAPR en augmentant le nombre de porteuses réservées mais ce au détriment du débit utile.

3.6.2 Méthode du Gradient

La méthode TR peut être associée à une méthode plus simple que la programmation linéaire LP et avec une complexité plus faible. Nous proposons donc d'analyser les performances de l'utilisation de l'algorithme itératif du gradient simple pour réduire le PAPR avec des porteuses réservées. Pour cela, le problème de minimisation du PAPR doit être transformé en un problème de minimisation de l'énergie de l'écrêtage [95].

Dans la technique TR-gradient, il est question de minimiser l'énergie de l'erreur de distorsion suite à l'écrêtage à un niveau A . La notation $g(\cdot)$ a été utilisée pour représenter la fonction de l'écrêtage dans (3.3). On pose $\mathbf{d} = \mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{x}$ comme étant la distorsion due à l'écrêtage, alors sur un symbole OFDM entier la distorsion totale est donnée :

$$\|\mathbf{x} - g(\mathbf{x})\|_2^2 = \sum_{n=0}^{NL-1} (x_n - g(x_n))^2 \quad (3.55)$$

On définit également le rapport signal sur distorsion SDR⁷

$$\text{SDR} = \frac{\|\mathbf{x}\|_2^2}{\|\mathbf{x} - g(\mathbf{x})\|_2^2} \quad (3.56)$$

$$= \frac{\text{var}(x_n)}{\text{var}(x_n - g(x_n))} \quad (3.57)$$

En utilisant la méthode Tone Reservation pour réduire le PAPR, le signal à l'émission devient $(\mathbf{x} + \check{\mathbf{Q}}\check{\mathbf{C}})$ et le SDR sera comme suit :

$$\text{SDR} = \frac{\|\mathbf{x}\|_2^2}{\|\mathbf{x} + \check{\mathbf{Q}}\check{\mathbf{C}} - g(\mathbf{x} + \check{\mathbf{Q}}\check{\mathbf{C}})\|_2^2} \quad (3.58)$$

La distorsion due à l'écrêtage est réduite si on tente de maximiser le SDR. Nous allons reformuler le problème d'optimisation complexe décrit précédemment par la méthode de programmation linéaire par ce nouveau critère à optimiser. L'idée est de simplifier l'étape d'optimisation au détriment d'une performance de réduction du PAPR plus faible. Étant donné que le numérateur de (3.58) est constant par rapport au signal de réduction $\check{\mathbf{C}}$, le problème d'optimisation et qui est de maximiser le SDR est équivalent à minimiser le dénominateur

$$\min_{\check{\mathbf{C}}} \|\mathbf{x} + \check{\mathbf{Q}}\check{\mathbf{C}} - g(\mathbf{x} + \check{\mathbf{Q}}\check{\mathbf{C}})\|_2^2 \quad (3.59)$$

Ceci revient à minimiser la fonction coût suivante :

$$\mathcal{J} = \sum_{|x_n + c_n| > A} \epsilon_n^2 = \sum_{|x_n + c_n| > A} (|x_n + c_n| - A)^2 \quad (3.60)$$

où $\epsilon_n = (|x_n + c_n| - A)$ est l'erreur entre le signal corrigé $(\mathbf{x} + \mathbf{c})$ et le niveau d'écrêtage prédéfini A . Alors le problème de minimisation de (3.59) est également convexe car c'est une composition de fonctions convexes dont les inconnues sont $\check{\mathbf{C}}$. Afin de résoudre le problème de minimisation de (3.59), on calcule le gradient du coût (3.60) par rapport à $\check{\mathbf{C}}$:

$$= \nabla_{\check{\mathbf{C}}} \|\mathbf{x} + \check{\mathbf{Q}}\check{\mathbf{C}} - g(\mathbf{x} + \check{\mathbf{Q}}\check{\mathbf{C}})\|_2^2 \quad (3.61)$$

$$= 2 \sum_{|x_n + c_n| > A} (x_n + c_n - Ae^{j \arg(x_n + c_n)}) \left(\check{q}_k^{ligne} \right)^* \quad (3.62)$$

En commençant par les conditions initiales de $\check{\mathbf{C}}^{(0)} = 0_R$ et $c^{(0)} = 0_{NL}$, on construit l'algorithme itératif basé sur le gradient et on réalise une mise à jour du vecteur de réduction du PAPR $\check{\mathbf{C}}$:

$$\check{\mathbf{C}}^{(i+1)} = \check{\mathbf{C}}^{(i)} - \frac{\mu}{2} \nabla_{\check{\mathbf{C}}} \|\mathbf{x} + \check{\mathbf{Q}}\check{\mathbf{C}} - g(\mathbf{x} + \check{\mathbf{Q}}\check{\mathbf{C}})\|_2^2 \quad (3.63)$$

$$= \check{\mathbf{C}}^{(i)} - \mu \sum_{|x_n + c_n| > A} (x_n + c_n - Ae^{j \arg(x_n + c_n)}) \left(\check{q}_k^{ligne} \right)^* \quad (3.64)$$

7. Signal to Distortion power Ratio

La réduction du PAPR basée sur la méthode TR et l'algorithme du gradient itératif possède un ordre de complexité de $\mathcal{O}(N)$ car pour chaque itération il faut trouver le maximum de $x + c$, ce qui nécessite N additions par itération [74]. Un exemple de complexité nécessaire pour la méthode TR est donné dans le tableau 3.3. Le pourcentage de réduction en complexité est donné par le **CCRR** :

$$CCRR = \left(1 - \frac{\text{complexité de TR-gradient}}{\text{complexité TR-LP}} \right) \times 100\% \quad (3.65)$$

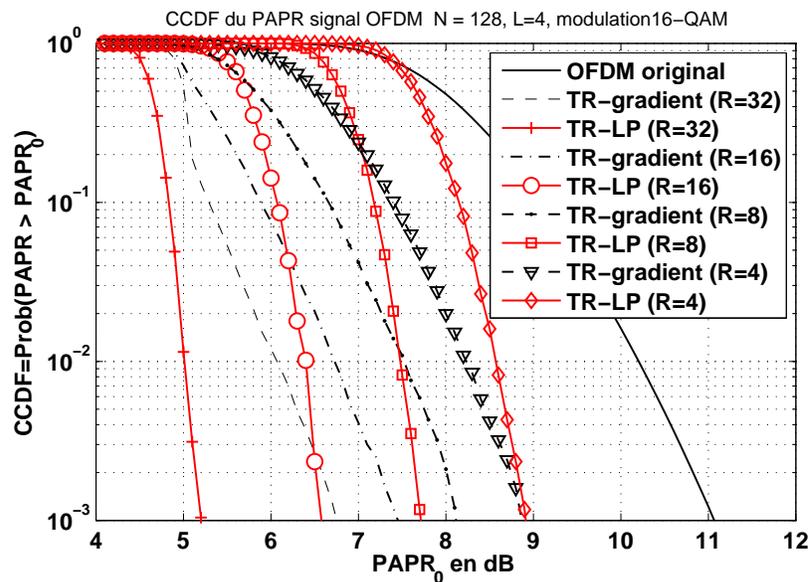


Figure 3.20 – Une comparaison du CCDF du PAPR obtenue avec la méthode Tone Reservation LP et tone Reservation avec le gradient.

On peut observer sur la figure 3.20 que pour le même niveau d'écrêtage, la réduction du PAPR avec TR-gradient s'améliore en augmentant le nombre de porteuses réservées R . Pour un CCDF = 10^{-3} , entre $R = 4$ et $R = 32$; nous gagnons plus de 2 dB en réduction du PAPR avec la méthode du gradient. Mais la méthode du gradient reste relativement moins performante que la méthode LP. Pour CCDF = 10^{-3} et $R = 32$; la méthode du gradient est moins performante de 1.2 dB. Par contre pour $R = 4$; la méthode du gradient semble être meilleure jusqu'à CCDF = 10^{-3} . Ceci s'explique par le fait que dans la méthode du gradient le coût à minimiser est l'énergie d'écrêtage. Il semble alors que pour un CCDF élevé, l'algorithme du gradient permet de donner de meilleurs résultats pour un nombre faible de porteuses réservées.

Il faut tout de même signaler qu'il est possible d'optimiser les valeurs de μ et le nombre maximum d'itérations. Cependant, il faut faire attention au choix du pas μ

méthode	TR-LP	TR-gradient
complexité	$RLN^2 = 2097152$	$LN \times iterMax = 51200$
CCRR $\times 100\%$	100%	2.4414%

Tableau 3.3 – Analyse de la complexité de la méthode TR-gradient pour $R = 32$, $N = 128$, $L = 4$ et $iterMax = 100$

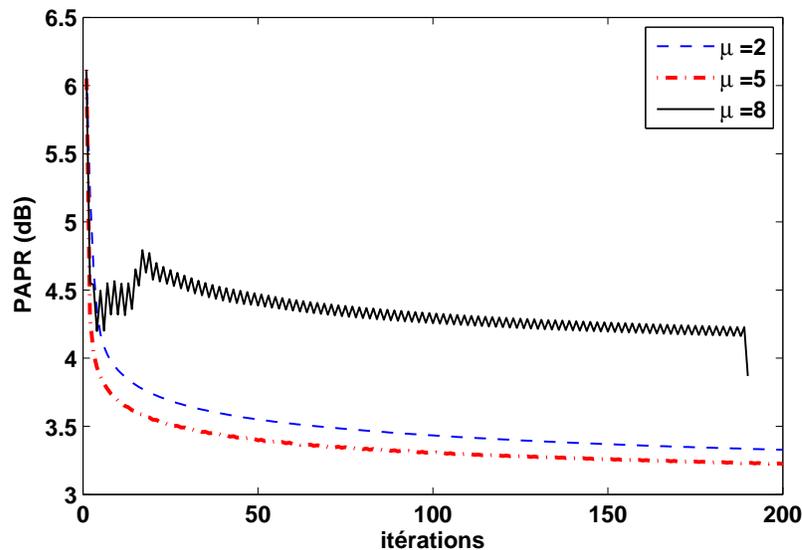


Figure 3.21 – Minimisation du PAPR en fonction des itérations de l'algorithme TR-Gradient et différentes valeurs du pas μ .

une valeur faible pourrait augmenter le nombre d'itérations. Par contre une valeur très élevée pourrait causer la divergence de l'algorithme comme le montre la figure 3.21 pour $\mu = 8$.

3.6.3 Tone Injection (Porteuses injectées)

Cette méthode est bien présentée dans [45] et dans [93]. Dans le cas où le nombre de porteuses autorisé est petit (N est petit), si on utilise certaines de ces sous-porteuses pour la réduction du PAPR (comme dans le cas de Tone reservation), ceci peut réduire considérablement le débit. Il est nécessaire d'utiliser une méthode qui n'affecte pas le débit de transmission. La méthode Tone injection illustrée par la figure 3.22, consiste à augmenter la taille de la constellation de manière à ce que chaque point de la constellation d'origine peut être mis en symboles (mapped) en plusieurs points équivalents dans la constellation entendue (une constellation plus large). Ceci revient à injecter des fréquences et des phases appropriées dans les symboles en multi-porteuses. La complexité

est exponentielle, dans la thèse de J. Tellado [45], on trouve une méthode itérative mais sous optimale.

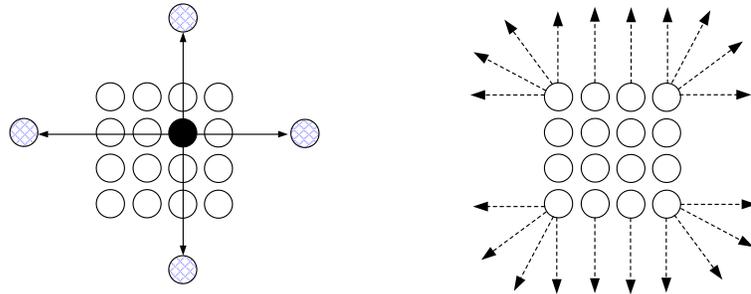


Figure 3.22 – Méthode Porteuses injectées (TI) et l’élargissement de la constellation.

Dans cette méthode également le facteur de crête peut être réduit significativement, mais cette fois au détriment de la puissance moyenne du signal, qui augmente.

3.7 Correction à la réception

Il existe également une autre technique employer pour réduire le facteur de crête, cette méthode tente de corriger les distorsions introduites par les non linéarités à la réception. L’avantage de cette méthode est qu’elle peut être utilisée sur des systèmes existants car il n’est pas nécessaire de modifier le codage ou les composants de l’émetteur, dans [96] par exemple on trouve un correcteur basé sur un réseau de neurones placé au récepteur.

Dans [97, 98] la méthode proposée peut s’appliquer à n’importe quel système OFDM, et consiste en un module placé dans le récepteur après l’égalisation de canal. Ce module simule la chaîne OFDM complète, teste la transmission de différents symboles OFDM, et compare le résultat avec le symbole reçu. Ainsi on peut déterminer le symbole qui a été émis avec la plus grande probabilité selon le critère du maximum de vraisemblance. Pour éviter de simuler tous les symboles OFDM possibles, des algorithmes d’estimations sous-optimaux sont utilisés et qui permettent de limiter le nombre de tests à réaliser en choisissant soigneusement les candidats potentiels. Mais dans tous les cas, ces techniques nécessitent une complexité calculatoire élevée.

Méthode	Complexité	Augmentation de la puissance	Expansion de la bande	Dégradation du BER	Diminution du débit utile
Ecrêtage	faible	non	non	oui	non
Codage	faible	non	oui	non	oui
SLM	élevée	non	oui	non	oui
PTS	élevée	non	oui	non	oui
TR-LP	élevée	oui	oui	non	oui
TR-grad	modérée	oui	oui	non	oui
TI	élevée	oui	oui	non	non

Tableau 3.4 – Comparaison des techniques de réduction PAPR

3.8 Conclusion

Nous avons exposé et analysé dans ce chapitre un certain nombre de méthodes pouvant réduire considérablement le PAPR pour les signaux OFDM. Le tableau 3.4 résume les différentes techniques de réduction étudiées. Le choix de la méthode la plus appropriée ne dépend pas uniquement de la capacité de réduction du PAPR, mais il dépend aussi d'autres facteurs et coûts importants. En effet, la réduction PAPR se fait toujours au détriment d'un coût comme la complexité, l'augmentation de puissance moyenne, la dégradation du taux d'erreur binaire, la remontée des lobes secondaires ou encore la diminution du débit utile. Comme illustré par le tableau 3.4 et abordé dans ce chapitre, la méthode de réduction basée sur l'écrêtage est une méthode à faible complexité, très simple à implémenter et n'affecte ni le débit ni la puissance de transmission, par contre elle a l'inconvénient majeur de réduire les performances en BER. Il y a aussi des méthodes qui affectent le débit de transmission comme le codage ou qui augmentent la puissance d'émission comme les méthodes TR et TI. Certaines méthodes comme les méthodes TR, PTS ou SLM, permettent une importante réduction du PAPR sans dégradation du BER mais au coût cette fois-ci de la complexité calculatoire très élevée. Pour des exigences pratiques, la complexité calculatoire est donc un facteur déterminant pour le choix de la méthode de réduction du PAPR. Dans cette thèse, nous avons eu un intérêt particulier à la méthode PTS du fait de son potentiel de réduction du PAPR mais en proposant dans le chapitre suivant un algorithme de réduction à faible complexité et avec une légère perte dans la capacité de réduction du PAPR.

Chapitre 4

Méthode SAMDE-PTS pour le réduction du PAPR

Nous avons porté un intérêt tout particulier pour la méthode PTS, par rapport à son potentiel de réduction du PAPR pour les signaux OFDM. Cette méthode réalise une réduction considérable du PAPR sans distorsion ou dégradation du BER. Néanmoins, la méthode PTS nécessite une recherche exhaustive sur toutes les combinaisons des facteurs de phase utilisés, ce qui entraîne une complexité calculatoire qui augmente exponentiellement avec le nombre de partitions M et le nombre de phases W .

Les algorithmes métaheuristiques¹, sont des outils puissants pour traiter de nombreux problèmes d'optimisation en communication numérique. Ces algorithmes sont considérés aussi comme des algorithmes stochastiques car leur évolution itérative est basée sur des processus stochastiques. Ils sont pour la plupart inspirés de la nature ou *bioinspirés* comme les algorithmes génétiques, algorithme colonie de fourmis, algorithmes colonies d'abeilles. L'application qui nous intéresse dans cette thèse, c'est la phase d'optimisation dans la méthode PTS pour la réduction du PAPR des signaux multiporteuses. Les résultats que nous allons présenter, montrent que les algorithmes métaheuristiques sont les meilleurs pour résoudre ce genre de problèmes par rapport à la complexité calculatoire exigée et la capacité de réduction du PAPR souhaitée. L'efficacité que nous recherchons, est d'obtenir des solutions de bonne qualité dans un laps de temps raisonnable.

Les algorithmes métaheuristiques ont également été considérés par de nombreux chercheurs pour réduire le nombre de signaux candidats dans le schéma PTS. Algorithmes génétiques pour la recherche de facteurs de rotation réduisant le PAPR dans le

1. Méta en grec signifie « au-delà » et heuristique signifie « trouver »

schéma PTS (GA-PTS) [99, 100]. Un algorithme d'essaim de particules (PSO-PTS) a également été proposé par [101] et l'algorithme d'évolution différentielle proposé dans [102]. Enfin l'algorithme d'optimisation colonie d'abeilles (BCO-PTS) qui a été proposé par [103]. Nous proposons dans cette section, d'étudier quelques algorithmes d'optimisation métaheuristiques comme : l'algorithme génétique, l'algorithme d'évolution différentielle.

Il s'agit de trouver le vecteur de phases à utiliser pour la réduction du PAPR par la méthode PTS de manière sous optimale. L'objectif est de se rapprocher des performances de la méthode PTS conventionnelle en réduisant la complexité calculatoire qu'elle exige.

Dans ce contexte, nous proposons une méthode sous-optimale basée sur l'algorithme d'évolution différentielle en utilisant une structure en multipopulation et une auto-adaptation des paramètres de contrôle. Nous avons appelé cette méthode **SAMDE**², elle permet d'obtenir des solutions de haute qualité et un coût en complexité de calculs plus faible en évoluant chaque sous-population d'individus sur plusieurs générations successives. Un seuil obtenu de la fonction analytique du CCDF, est également utilisé pour réduire le nombre d'échantillons requis pour le calcul du PAPR. La complexité de calculs est réduite efficacement avec une bonne capacité de réduction du PAPR par rapport à la méthode PTS conventionnelle et à d'autres méthodes existantes.

4.1 Méthodes PTS de réduction du PAPR à faibles complexités

Nous avons étudié une bonne partie des propositions de réduction de la complexité de la méthode PTS dans la littérature il s'avère que la plupart s'orientent vers la réduction du nombre de signaux candidats, ce qui signifie diminuer le nombre de recherches dans le schéma PTS mais avec un compromis sur l'efficacité de réduction du PAPR. Parmi celles-ci, il existe des méthodes de recherche itératives et simplifiées telles que la méthode "iterative flipping" (IF-PTS³) proposée dans [89] ou une recherche inspirée de l'algorithme descente de gradient (GD-PTS⁴) proposée dans [88]. On trouve également une méthode de recherche aléatoire notée RS-PTS⁵ proposée dans [89].

Les algorithmes métaheuristiques ont également été considérés par de nombreux chercheurs pour réduire le nombre de signaux candidats dans le schéma PTS. Les algo-

2. Self-Adaptive Multipopulation Differential Evolution algorithm

3. Iterative Flipping PTS

4. Gradient Descent PTS

5. Random Search PTS

rithmes génétiques pour la recherche de facteurs de rotation réduisant le PAPR dans le schéma PTS (GA-PTS) [99, 100]. Un algorithme d'essaim de particules (PSO-PTS) a également été proposé par [101] et l'algorithme d'évolution différentielle proposé dans [102]. Enfin l'algorithme d'optimisation par colonie d'abeilles (BCO-PTS), a été proposé par [103]. Voici une liste des algorithmes proposés en littérature.

- ▶ Méthodes itératives
 - L'algorithme Iterative Flipping [89].
 - Algorithme descente du gradient [88].
 - Méthode de recherche aléatoire [89].
- ▶ Méthodes méta-heuristiques
 - Algorithmes génétiques GA [99, 100].
 - Algorithme d'évolution différentielle DE [102].
 - Particules Swarm Optimization PSO [101].
 - Algorithme de colonie de fourmis ACO.
 - Algorithme du recuit simulé SA [104].
 - Algorithme de colonie d'abeilles BCO [103].

4.1.1 L'algorithme IF-PTS (Iterative Flipping PTS)

L'algorithme "**iterative flipping**" (IF-PTS), a été proposé par Cimini et Sollenberger [89], c'est un algorithme sous-optimal qui réduit la complexité de calcul. Le principe de cet algorithme est très simple. On procède à la division de chaque bloc de données en M sous-blocs pour construire les séquences PTS. On commence par poser $b_m = 1$, pour $m = 1, 2, \dots, M$. Comme deuxième étape on fixe $b_1 = 1$, ensuite on change la valeur de b_2 pour toutes les valeurs possibles dans P et choisir comme valeur finale celle qui donne un PAPR le plus réduit. D'une manière analogue on continue à explorer tous les autres facteurs (b_3, b_4, \dots, b_m). Le nom "flipping" en anglais, signifie inversement de signe des facteurs de phase dans le cas où $W = 2$ (i.e. $P = \pm 1$). Cette technique nécessite une complexité de recherche proportionnelle à $(M - 1)W$.

4.1.2 Algorithme GD-PTS (Gradient Descent PTS)

La méthode sous optimale décrite à la section précédente (Iterative Flipping), réduit énormément la complexité de calcul mais les performances en termes de la réduction

du PAPR sont un peu loin de celles observées avec la méthode PTS conventionnelle. En fait la méthode **iterative flipping**, teste et change les facteurs de phase un par un ; il serait plus intéressant d'augmenter le nombre de facteurs à tester simultanément et de meilleures performances devraient être atteintes. C'est le principe de la méthode proposée par Seung et al [88]. La méthode est inspirée de l'algorithme d'optimisation "**descente du gradient**" [105]. Le principe de cette méthode qu'on va appeler (GD-PTS) ressemble à celui décrit précédemment. La technique commence par générer un

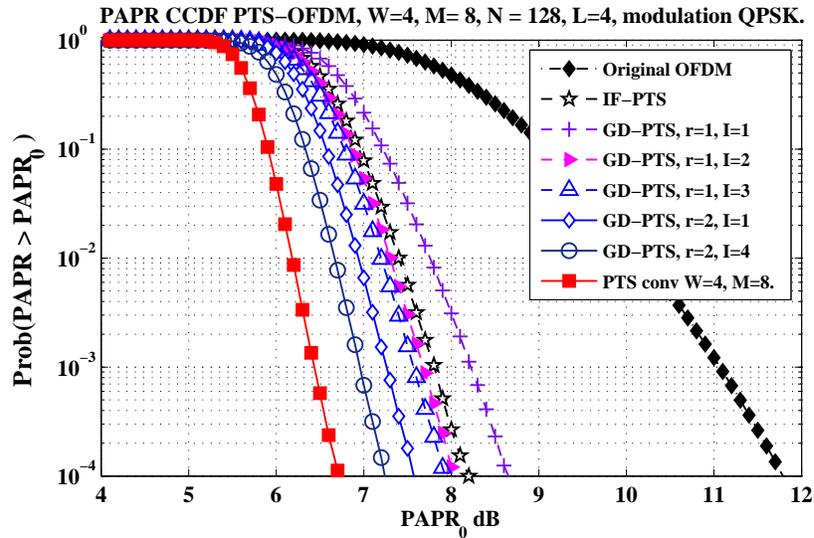


Figure 4.1 – Les fonctions CCDF du PAPR des méthodes C-PTS, IF-PTS et GD-PTS d'un système OFDM modulé en QPSK, $N = 128$, $L = 4$, $W = 4$ et $M = 8$.

vecteur de facteurs de phase prédéterminé b . Ensuite, procéder à des mises-à-jour de ce vecteur à ces voisinages de manière à réduire le PAPR. Le rayon de voisinage r , est l'ensemble des vecteurs avec une distance de Hamming inférieure ou égale à r du vecteur initial. L'équation des mises à jour du vecteur b vers b' est donnée par :

$$b' = \arg \left\{ \max_{\|b-\hat{b}\|_H \leq r} (\text{PAPR avec } b - \text{PAPR avec } \hat{b}) \right\} \quad (4.1)$$

où $\|\cdot\|_H$ est le poids de Hamming et r est le rayon de voisinage centré sur b . Le processus est répété I fois avec comme vecteur de départ la dernière mise-à-jour. Pour résumer les étapes de l'algorithme GD-PTS sont les suivantes :

1. Diviser chaque bloc de données en M sous-blocs pour construire les séquences PTS
2. Poser $b = [1, 1, \dots, 1]^T$ et commencer la première itération $i = 1$.
3. Parmi les vecteurs de facteurs de phase au voisinage de b (sur un rayon r), chercher b' qui donne le PAPR le plus réduit.

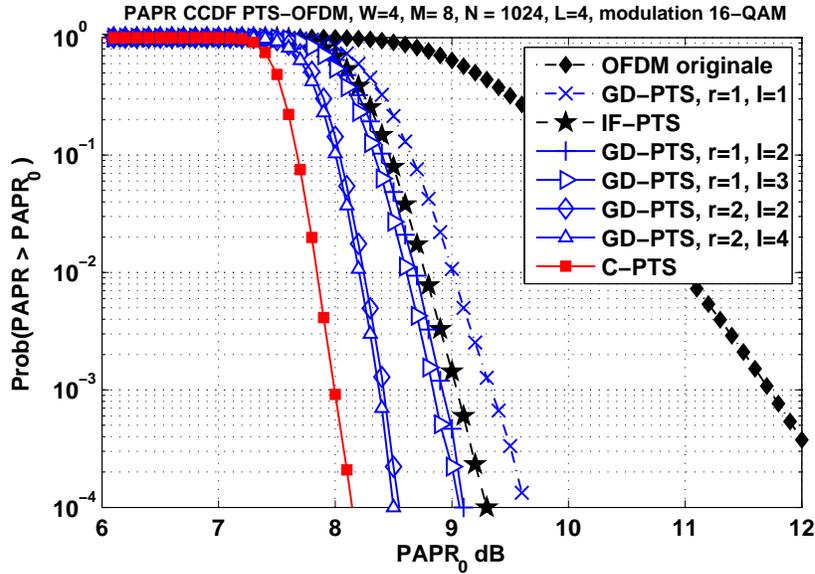


Figure 4.2 – Les fonctions CCDF du PAPR des méthodes C-PTS, IF-PTS et GD-PTS pour un signal OFDM modulé en 16-QAM, $N = 1024$, $L = 4$, $W = 4$ et $M = 8$.

4. Si le PAPR de b' est plus petit que le PAPR de b , mettre à jour b par b' et passer à l'étape 5); sinon, terminer.
5. Si le nombre d'itérations i est plus petit que le maximum autorisé I , incrémenter $i = i + 1$ et aller à l'étape 3); sinon, terminer.

La complexité de recherche est proportionnelle à $C_{M-1}^r W^r$, avec C_{M-1}^r est le nombre de combinaisons donné par :

$$C_{M-1}^r = \frac{(M-1)!}{(M-r-1)!r!} \quad (4.2)$$

La performance et la complexité de la technique dépend de la valeur de r . Lorsque $r = M - 1$, la technique est équivalente à la méthode PTS conventionnelle en performance et en complexité. Pour $r = 1$, la complexité de la recherche est comparable à celle de la méthode IF-PTS (Iterative Flipping). Les figures 4.1 et 4.2, illustrent les fonctions CCDF du PAPR pour la méthode IF-PTS, GD-PTS et la méthode PTS conventionnelle. Les méthodes IF-PTS et GD-PTS($r = 1, I = 1$) avec 28 recherches seulement, sont les moins complexes et les moins performantes en réduction du PAPR. Les performances de la méthode GD-PTS s'améliorent en augmentant les valeurs de r et I mais avec plus de recherches à effectuer. Pour $r = 2$ et $I = 4$, l'algorithme effectue 17920 recherches (i.e. une complexité supérieure à celle de la méthode C-PTS), et pour un CCDF = 10^{-4} le PAPR est à 8.5 dB, soit une différence de 0.35 dB avec le PAPR de la méthode C-PTS. Les méthodes IF-PTS et GD-PTS sont intéressantes lorsqu'elles effectuent un nombre de recherches fiables. Si on veut améliorer les performances de réduction en PAPR, il faut envisager d'autres techniques.

4.1.3 Méthode R-PTS

La plupart des principales méthodes sous-optimales basées sur le schéma PTS, nécessitent de calculer le PAPR sur plusieurs itérations. Il est possible de réduire le nombre d'échantillons requis pour le calcul PAPR en utilisant un système PTS à complexité réduite (RC-PTS) proposé par [92]. Dans cette méthode on se sert de l'expression analytique de la fonction CCDF du PAPR proposée par [50] et donnée en (2.80).

$$\text{CCDF}(\text{PAPR}_0) \cong 1 - \exp \left\{ -N e^{-\text{PAPR}_0} \sqrt{\frac{\pi}{3} \ln N} \right\} \quad (4.3)$$

Donc pour une probabilité ζ et à partir de (4.3) le seuil PAPR_0 peut être extrait de cette manière

$$\text{PAPR}_0 = -\ln \left(\frac{\ln(1 - \zeta)}{-N \sqrt{\frac{\pi}{3} \ln(N)}} \right) \quad (4.4)$$

Calculons maintenant la puissance de $\acute{x}(b)$ et appliquons l'inégalité de Cauchy-Schwartz

$$|\acute{x}_n(b)|^2 = \left| \sum_{m=1}^M b_m \cdot x_{m,n} \right|^2 \leq \sum_{m=1}^M |b_m|^2 \times \sum_{m=1}^M |x_{m,n}|^2 = MQ_n \quad (4.5)$$

avec $Q_n = \sum_{m=1}^M |x_{m,n}|^2$ est la somme des puissance des échantillons à l'instant n sur M sous-blocs. Supposons que Φ_N est le minimum des pics de puissance possibles parmi les différents symboles OFDM dans le domaine temporel avec N porteuses, alors on peut écrire

$$MQ_n \geq \max_{0 \leq n \leq LN-1} |\acute{x}_n(b)|^2 \geq \Phi_N \quad (4.6)$$

et ainsi

$$Q_n \geq \frac{\Phi_N}{M} = \alpha_T \quad (4.7)$$

En se basant sur l'inégalité c-dessus et si Φ_N est connu, il est possible de considérer seulement les échantillons avec $Q_n \geq \alpha_T = \Phi_N/M$ pour le calcul du PAPR dans la recherche exhaustive du vecteur optimal des facteurs de phase du système PTS. En pratique, il n'est pas possible de trouver les vraies valeurs de Φ_N et α_T , par contre une estimation de ce seuil pour la sélection des échantillons peut être déterminée, en utilisant la fonction CCDF du pic de puissance d'une manière similaire à (4.3).

$$\zeta = \text{Prob} \left\{ \max_{0 \leq n \leq LN-1} |\acute{x}_n(b)|^2 > \text{PAPR}_0 \times P_{av} \right\} \quad (4.8)$$

avec ζ est la probabilité que le pic de puissance $\max |\acute{x}_n(b)|^2$ dépasse le seuil Φ_N^ζ , qui est obtenu en utilisant (4.4)

$$\Phi_N^\zeta = \text{PAPR}_0 \times P_{av} = -P_{av} \times \ln \left(\frac{\ln(1 - \zeta)}{-N \sqrt{\frac{\pi}{3} \ln(N)}} \right) \quad (4.9)$$

La probabilité de $Q_n > \alpha$ est donnée par [92],

$$p_\alpha = \left(\frac{M}{P_{av}}\right)^{M-1} \frac{e^{-\frac{\alpha M}{P_{av}}}}{\Gamma(M)} \left[\alpha^{M-1} + \frac{P_{av}}{M} (M-1) \alpha^{M-2} \right. \\ \left. + \left(\frac{P_{av}}{M}\right)^2 (M-1)(M-2) \alpha^{M-3} + \dots + \left(\frac{P_{av}}{M}\right)^{M-1} (M-1)! \right] \quad (4.10)$$

où $\Gamma(\cdot)$ est la fonction gamma.

Dans le schéma RC-PRS, le nombre moyen des échantillons utilisés pour le calcul du PAPR est ensuite donné par l'estimation $p_\alpha \times L \times N$ pour chaque signal candidat, et la complexité calculatoire est réduite. La figure 4.3, montre le graphique de la probabilité que la somme des puissances des échantillons à l'instant n sur M sous-blocs Q_n excède le seuil α avec une puissance moyenne $P_{av} = 2.43$. Comme le montre le tableau 4.1, pour $\zeta = 0.9999$ et $M = 4, 8$ et 16 , les seuils correspondants sont $\alpha_T^\zeta = 0.8696, 1.7392$ et 3.4784 avec les probabilités suivantes $p_\alpha^\zeta = 0.18, 0.783$ et 0.9997 respectivement. Ainsi, la réduction de la complexité, est plus importante pour les petites valeurs de M (*i.e.* $M = 4$).

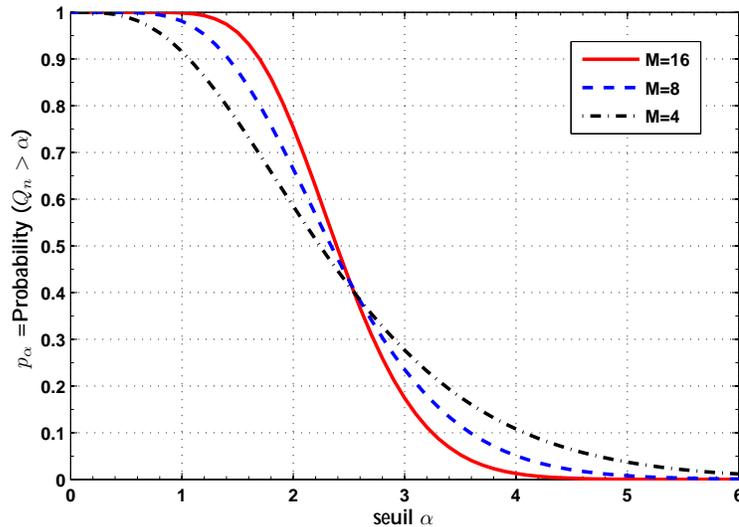


Figure 4.3 – La distribution de probabilité de $Q_n > \alpha$ avec $M = 4, 8$ ou 16

Pour des valeurs plus élevées de M , il est nécessaire de réduire le nombre élevé des signaux candidats. Les échantillons nécessaires au calcul du PAPR et le nombre de combinaisons de facteurs de phase seront réduits. Les courbes CCDF du PAPR pour la méthode R-PTS sont données par la figure 4.4. Dans la section suivante, nous proposons de résoudre le problème d'optimisation dans le schéma PTS avec une méthode métaheuristique basée sur l'algorithme d'évolution différentielle avec une auto-adaptation des

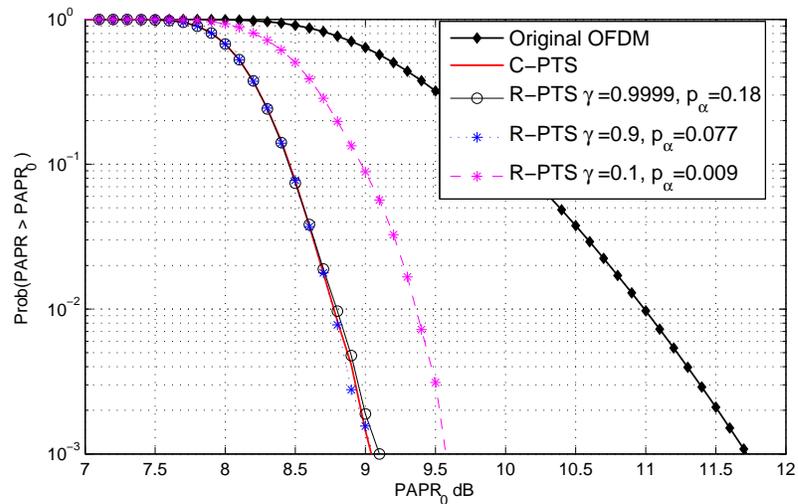


Figure 4.4 – CCDD du PAPR avec la méthode R-PTS méthode à $\gamma = 0.9999$ avec $W = 4$ $M = 4$, signal OFDM modulé en 16-QAM, $N = 1024$ and $L = 4$.

Tableau 4.1 – Pour une probabilité donnée $\zeta = 0.9999$, les seuils correspondants et les probabilités p_α

M	4	8	16
α_T^ζ	0.8696	1.7392	3.4784
p_α	0.18	0.783	0.9997

paramètres de contrôle et en multipopulation (SAMDE). L'objectif est de réduire efficacement le nombre de recherches C , tout en conservant une bonne capacité réduction du PAPR.

4.1.4 La méthode GA-PTS

Les algorithmes génétiques AG ou **GA**⁶ en anglais, sont sans doute les algorithmes métaheuristiques les plus célèbres. Ils ont été proposés par John Holland début des années 70 [106], et ensuite il y a eu une série de rapports et de travaux sur les concepts de base des AG et leurs différentes applications [107, 108, 109]. Les AG sont des algorithmes d'optimisation stochastiques basés sur des approches évolutives et génétiques naturelles comme la sélection naturelle. Ils utilisent une population de chromosomes (solutions potentiels au problème) générée initialement d'une manière aléatoire et qui évolue sur une succession de générations pour produire les meilleures solutions aux problèmes

6. Genetic Algorithms

traités. Chaque chromosome représente un point dans l'espace de recherche. La fonction objective à maximiser (ou à minimiser) est directement liée à une fonction appelée *fitness* qui détermine la qualité des solutions générées. Les AG utilisent les opérateurs génétiques suivants :

- La sélection qui détermine quels chromosomes d'une population survivent et se reproduisent. Les meilleurs chromosomes (qui ont une fonction fitness élevée) ont plus de chance de survivre à la prochaine génération. Une méthode appelée roulette de sélection (Roulette wheel selection) est généralement utilisée dans un mécanisme de sélection proportionnel.
- Le croisement est appliqué avec une probabilité P_c et il consiste à échanger certains gènes d'un parent avec ceux de l'autre, son action est donc local.
- La mutation est appliquée avec une probabilité P_m , elle agit en modifiant aléatoirement un ou plusieurs gènes d'un chromosome.

L'algorithme GA-PTS⁷ [99, 100], est une méthode de réduction du PAPR qui utilise le schéma PTS et avec une optimisation par les algorithmes génétiques. La population initiale est générée aléatoirement et contient NP chromosomes, chaque chromosome compte M facteurs de phase. Pour évaluer la population, chaque élément d'un chromosome est multiplié par une des M séquences PTS et une évaluation du PAPR du signal résultant $x'(b)$ est effectuée. Instinctivement la fonction objective (ou fonction fitness) est directement donnée par la fonction PAPR. Sinon si on veut se ramener à un problème de maximisation on peut mettre la fonction coût f égale à :

$$f(x'(b)) = \frac{1}{10 \log_{10}(\text{PAPR}(x'(b)))} \quad (4.11)$$

Le logarithme sert à pondérer les valeurs obtenues afin d'éviter des problèmes de convergence prématurée. La sélection des futurs chromosomes dans les prochaines générations dépend de leur évaluation par la fonction objective. Les meilleurs candidats ont plus de chances d'être sélectionnés selon le principe de la roulette de sélection. Les chromosomes sélectionnés vont subir des croisements et des mutations pour construire la future génération. Si on considère que le nombre de génération est G alors le vecteur optimal des facteurs de phase est obtenu après $NP \times G$ évaluation de la fonction objective f .

4.2 Le schéma PTS proposé basé sur l'algorithme d'évolution différentielle

Dans cette section, nous donnons une description de la méthode proposée (SAMDE). Cet algorithme utilise une structure en multipopulation et une auto-adaptation des pa-

7. Genetic Algorithm PTS

ramètres de contrôle pour rechercher le vecteur optimal des facteurs de phase. L'objectif est de trouver après un certain nombre d'itérations, le meilleur vecteur de M facteurs de phase qui minimise le PAPR avec une faible complexité.

4.2.1 Algorithme d'évolution différentielle

L'algorithme d'évolution différentielle **DE**, est un algorithme évolutionnaire introduit par Storn et Price en 1997 [110]. L'algorithme DE, est une approche de recherche basée sur la population et il est considéré comme une version améliorée de l'algorithme génétique introduit par Holland [106]. Il est facile à utiliser, robuste et rapide à générer des solutions. L'algorithme DE comporte trois opérateurs génétiques : mutation, croisement et sélection. Il possède quatre paramètres de contrôle : un facteur de pondération de la mutation F , un paramètre de contrôle du croisement CR , une taille de population NP et une fonction fitness à minimiser f . Une population \mathcal{P} contient NP vecteurs de paramètres $\Theta_{i,G}$, ($i = 1, 2, \dots, NP$ pour chaque génération G) et chaque vecteur est appelé individu. La population initiale est générée aléatoirement de telle sorte à couvrir tout l'espace de recherche, l'algorithme DE utilise les opérateurs suivants :

1. La mutation qui est un opérateur important qui consiste à rajouter une perturbation à la population. Pendant chaque génération G , des individus de mutants $v_{i,G+1}$ sont produits en rajoutant les différences pondérées entre deux ou plus vecteurs de la population à un troisième vecteur. Il existe plusieurs stratégies de l'algorithme DE [111] :

$$\text{DE/rand/2} : v_{i,G+1} = \Theta_{r_1,G} + F(\Theta_{r_2,G} - \Theta_{r_3,G} + \Theta_{r_4,G} - \Theta_{r_5,G}) \quad (4.12)$$

$$\text{DE/best/1} : v_{i,G+1} = \Theta_{best,G} + F(\Theta_{r_1,G} - \Theta_{r_2,G}) \quad (4.13)$$

$$\text{DE/best/2} : v_{i,G+1} = \Theta_{best,G} + F(\Theta_{r_1,G} - \Theta_{r_2,G} + \Theta_{r_3,G} - \Theta_{r_4,G}) \quad (4.14)$$

$$\text{DE/rand-to-best/1} : v_{i,G+1} = \Theta_{i,G} + F(\Theta_{best,G} - \Theta_{i,G}) + F(\Theta_{r_1,G} - \Theta_{r_2,G}) \quad (4.15)$$

$$\text{DE/rand-to-best/2} : v_{i,G+1} = \Theta_{i,G} + F(\Theta_{best,G} - \Theta_{i,G}) + F(\Theta_{r_1,G} - \Theta_{r_2,G} + \Theta_{r_3,G} - \Theta_{r_4,G}) \quad (4.16)$$

où $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq r_4 \neq r_5 \neq i$ ($\in \{1, 2, \dots, NP\}$) sont des indices aléatoires et $\Theta_{best,G}$ est le meilleur individu dans la population à la génération G . Le paramètre $F \in [0, 1]$ contrôle l'amplification de la différence entre les vecteurs ou individus choisis aléatoirement parmi la population.

2. Le croisement est un opérateur génétique conçu pour augmenter la diversité de la

population en utilisant les schémas suivant :

$$u_{i,G+1} = \begin{cases} v_{i,G+1} & \text{si } r_{[0,1]} \leq CR \\ \Theta_{i,G} & \text{si } r_{[0,1]} > CR \end{cases} \quad (4.17)$$

où CR ($CR \in [0, 1]$) est la probabilité de croisement ou le paramètre de contrôle du croisement et r dénote un nombre aléatoire. Les nouveaux individus d'essai $u_{i,G+1}$ de la prochaine génération sont produits en échangeant les individus de la population de la précédente génération $\Theta_{i,G}$ avec des vecteurs de mutants $v_{i,G+1}$.

3. La sélection est un opérateur appliqué pour sélectionner les meilleurs individus de la descendance résultante $u_{i,G+1}$ pour la prochaine génération selon leurs scores fitness f avec l'expression suivante :

$$\Theta_{i,G+1} = \begin{cases} u_{i,G+1} & \text{si } f(u_{i,G+1}) < f(\Theta_{i,G}) \\ \Theta_{i,G} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.18)$$

Les paramètres de contrôle de l'algorithme DE F , CR et NP sont généralement fixes durant le processus entier d'optimisation. Les valeurs de leurs paramètres peuvent varier pour différentes fonctions et doivent être choisies attentivement afin d'améliorer l'efficacité de la recherche. Par contre avec des valeurs fixes des paramètres de contrôle, après un certain nombre de générations, la recherche est principalement effectuée aux voisinages des solutions prometteuses, réduisant l'exploration de l'espace entier de recherche et provoquant une stagnation.

4.2.2 L'algorithme DSADE (Distributed Self adaptive DE)

L'inconvénient majeur de l'algorithme DE classique après un certain nombre de générations, est son incapacité à produire de nouvelles solutions prometteuses en exploitant correctement l'espace de décision. Par conséquent, le processus d'optimisation nécessite plus de mouvements de recherche pour trouver la solution optimale ou la solution sous-optimale, ce qui n'est pas adapté à notre objectif [112].

Pour surmonter le problème de la stagnation et pour éviter une forte dépendance aux paramètres de contrôle F et CR , nous adoptons deux stratégies. La première consiste à utiliser une version auto-adaptative de l'algorithme DE (SADE) développé par Brest et al. [113]. Dans cette version, les paramètres de contrôle sont déterminés en fonction

de l'évaluation des nombres aléatoires uniformes

$$\begin{aligned} F_{i,G+1} &= \begin{cases} F_{low} + F_{upp} \times rand_1 & \text{si } rand_2 < \tau_1 \\ F_{i,G} & \text{sinon} \end{cases} \\ CR_{i,G+1} &= \begin{cases} rand_3 & \text{si } rand_4 < \tau_2 \\ CR_{i,G} & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.19)$$

où τ_1, τ_2 indiquent les probabilités pour ajuster les paramètres de contrôle F et CR . Les nombres $rand_1$ à $rand_4$ sont des valeurs aléatoires dans l'intervalle $[0, 1]$. Pour les valeurs $F_{low} = 0.1$ et $F_{upp} = 0.9$, les nouveaux paramètres F et CR sont générés au hasard dans les intervalles $[0.1, 1]$ et $[0, 1]$, respectivement. Les mises à jour sont obtenues avant que la mutation ne soit effectuée. L'objectif est de trouver la meilleure solution avec un minimum de recherches [114].

La deuxième stratégie adoptée dans ce travail pour accroître la diversité de la population et améliorer l'exploration de la recherche spatiale, consiste à utiliser une population structurée ou une structure de population distribuée (répartie). L'espace du problème est séparé en sous-espaces qui sont optimisés séparément. De nombreuses variantes de l'algorithme DE avec une population structurée et différentes topologies ont été proposées dans la littérature [115, 116, 117, 118].

Dans ce travail, la population \mathcal{P} est structurée en S sous-populations de n_p individus. Chaque sous-population \mathcal{P}_j ($j \in \{1, 2, \dots, S\}$) évolue pour une solution de manière indépendante selon un algorithme DE auto-adaptatif. Ces sous-populations peuvent être organisées dans une topologie unidirectionnelle ou bidirectionnelle en anneau comme indiqué sur la figure 4.5. Pour chaque sous-population \mathcal{P}_j , un mécanisme de migration est effectué toutes les γ générations, en envoyant une copie des rho meilleurs individus à la sous-population suivante, où $\gamma \in \mathbf{N}$ s'appelle l'intervalle de migration et $\rho \in \mathbf{N}$ représente le taux de migration défini comme étant le nombre d'individus qui migrent entre sous-populations. Dans le même temps, chaque sous-population reçoit les meilleurs individus de la sous-population précédente qui remplacera le même nombre de pires individus, et ce, même s'ils ne sont pas meilleurs. Ce mécanisme ajoute de nouveaux mouvements de recherche et améliore les performances de l'algorithme. Un pseudo code est donné par l'algorithme 1 suivant :

4.2.3 L'algorithme sous-optimal proposé SAMDE-PTS

Dans cette section, une description détaillée de l'algorithme proposé SAMDE-PTS est donnée. Il s'agit de rechercher le vecteur de facteurs de phase sous-optimal pour la

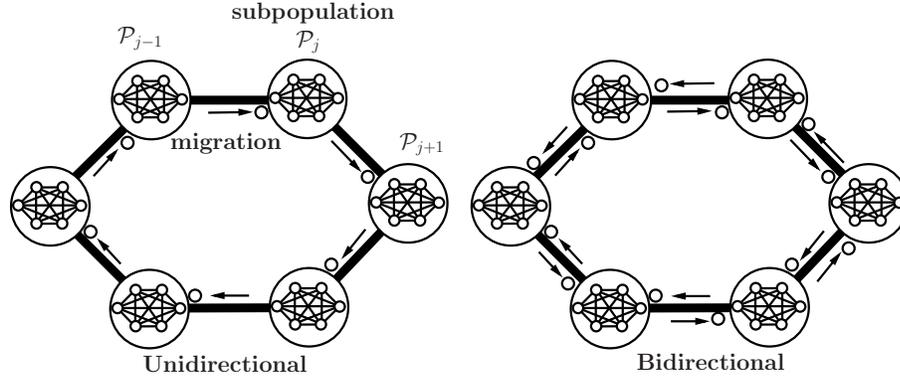


Figure 4.5 – Topologie en anneau unidirectionnelle et bidirectionnelle de l'algorithme DE distribué.

Algorithm 1 Pseudo-code de l'algorithme DSADE

- 1: **while** Le critère d'arrêt G_{max} n'est pas atteint **do**
 - 2: **for** Chaque sous-population \mathcal{P}_j , $j = 1, 2, \dots, S$ **do**
 - 3: Appliquer l'algorithme SADE
 - 4: **if** $G = \gamma_i$, avec $\gamma_i \in \{\gamma, 2\gamma, \dots, G_{max}\}$ **then**
 - 5: **(Appliquer le processus de migration) :**
 Envoyer une copie des ρ meilleurs individus à la population suivante \mathcal{P}_{j+1} .
 Remplacer les ρ mauvais individus par ρ individus de la sous-population précédente \mathcal{P}_{j-1} .
 - 6: **end if**
 - 7: **end for**
 - 8: **end while**
-

réduction du PAPR avec le schéma PTS. La recherche de facteurs de phase peut être considérée comme un problème d'optimisation combinatoire. L'objectif est de trouver un meilleur vecteur de facteur de pondération b qui minimise la fonction PAPR. La fonction objective *fitness* est directement liée au PAPR et définie par :

$$f(b) = \frac{\max[|\dot{x}_n(b)|^2]}{E[|\dot{x}_n(b)|^2]} \quad \text{avec } 0 \leq n \leq LN - 1 \quad (4.20)$$

$$\text{sujet à } b \in \{e^{j\phi_m}\}^M \quad \text{où } \phi_m \in \left\{ \frac{2\pi k}{W} \mid k = 0, 1, \dots, W - 1 \right\} \quad (4.21)$$

Afin de réduire davantage la complexité, il est possible de réduire les échantillons requis pour le calcul PAPR à cette étape en utilisant le schéma R-PTS. Pour ce faire, nous sélectionnons une probabilité donnée ζ pour trouver le pic, nous en déduisons un seuil en utilisant 4.9. Ce seuil est utilisé pour trouver les échantillons requis pour le calcul PAPR en utilisant (4.7), seuls une moyenne de $p_\alpha LN$ échantillons seront utilisés au lieu de LN échantillons.

La première étape de l'algorithme SAMDE-PTS consiste à générer au hasard une

population initiale \mathcal{P} de NP vecteurs ou individus $\Theta_{i,G}$ et chaque vecteur contient M phases réelles initialisées aléatoirement avec $\phi_{im} \in [0, 2\pi)$.

$$\mathcal{P} = [\Theta_{1,G}, \Theta_{2,G}, \dots, \Theta_{NP,G}]^T = \begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \dots & \phi_{1,M} \\ \phi_{2,1} & \dots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ \phi_{NP,1} & \phi_{NP,2} & \dots & \phi_{NP,M} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Dans ce travail, la population \mathcal{P} est structurée en S sous-populations de n_p individus. Chaque sous-population \mathcal{P}_j ($j \in \{1, 2, \dots, S\}$) évolue indépendamment pour une solution de manière indépendante selon l'algorithme DE auto-adaptatif.

La population générée, contient des phases avec des valeurs réelles, mais les facteurs de phase $b_{i,m}$ requis pour l'évaluation de la fonction *fitness* dans (4.20) sont discrets, nous devons transformer (ou mapper) chaque nouvelle phase en un ensemble de phases permises discrètes $\{\phi_m\}$ et déterminer les facteurs de phase correspondants $\{b_{i,m}\}$. Dans ce travail, nous considérons le cas où $W = 4$ et les facteurs de phases autorisés sont $\{+1, +j, -1, -j\}$. Cette opération appelée mappage est effectuée uniquement pour évaluer la fonction objectif, mais sans écraser les populations.

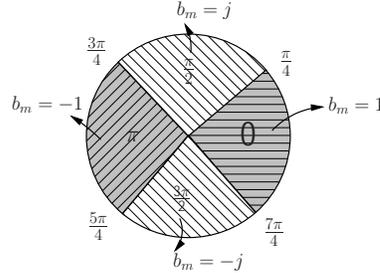


Figure 4.6 – transformation de phase discrète et mappage.

La transformation de phase est représentée en figure 4.6 et exprimée par :

$$b_{i,m} = \begin{cases} 1 & \text{si } 7\pi/4 \leq \phi_{i,m} < \pi/4 \\ j & \text{si } \pi/4 \leq \phi_{i,m} < 3\pi/4 \\ -1 & \text{si } 3\pi/4 \leq \phi_{i,m} < 5\pi/4 \\ -j & \text{si } 5\pi/4 \leq \phi_{i,m} < 7\pi/4 \end{cases} \quad (4.23)$$

La population est divisée en S sous-populations de n_p individus chacune. Pendant une génération, pour chaque vecteur de chaque sous-population, un algorithme DE auto-adaptatif est utilisé avec des opérations de mutation, de croisement et de sélection pour produire des descendants et pour sélectionner l'un de ces vecteurs avec la meilleure valeur fitness. La mise à jour des sous-populations d'une manière indépendante avec un processus de migration, assure une meilleure exploration de l'espace de décision. Le

schéma de mutation adopté pour chaque sous-population est le DE/*rand-to-best*/2. Initialement, les paramètres de contrôle sont générés de manière aléatoire pour chaque sous-population et mis à jour à chaque génération en utilisant (4.19). La structure des populations multiples dans cet algorithme diminue le risque de stagnation qui peut se produire avec l'algorithme DE après plusieurs générations.

Par conséquent, la recherche sous-optimale proposée des facteurs de phase PTS basée sur l'algorithme DE, peut être résumée dans l'algorithme (2).

La figure 4.7 montre un organigramme de l'étape principale de l'algorithme SAMDE avec 4 sous-populations et une topologie en anneau unidirectionnel.

Algorithm 2 L'algorithme SAMDE-PTS

- 1: Générer aléatoirement la population initiale \mathcal{P} avec NP individus de M phases réelles $\Theta_{i,G}$ et la diviser en S sous-populations de n_p individus.
 - 2: **while** Le critère d'arrêt G_{max} n'est pas atteint **do**
 - 3: **for** Chaque sous-population \mathcal{P}_j , $j = 1, 2, \dots, S$ **do**
 - 4: **for** Chaque vecteur $\Theta_{i,G} = [\phi_{i,1}, \phi_{i,2}, \dots, \phi_{i,M}]$, $i = 1, 2, \dots, n_p$ **do**
 - 5: **Mutation** : Générer 4 indices aléatoires $\neq i$, r_1, r_2, r_3 et $r_4 \in \{1, 2, \dots, NP\}$. Générer le vecteur de mutation $v_{i,G+1}$ en utilisant le schéma DE/*rand-to-best*/2 donné par (4.16).
 - 6: **Croisement** : Choisir un nombre aléatoire $r \in [0, 1]$, et générer les individus $u_{i,G+1}$ avec (4.17).
 - 7: **Évaluation** : Calculer la fonction fitness f des nouveaux individus en utilisant (4.23) et (4.20). Mémorisez les meilleurs individus.
 - 8: **Sélection** : Effectuer la sélection d'individus selon (4.18).
 - 9: **self adaptation** : Mise à jour des paramètres de contrôle F et CR en utilisant (4.19).
 - 10: **end for**
 - 11: **if** $G = \gamma_i$, avec $\gamma_i \in \{\gamma, 2\gamma, \dots, G_{max}\}$ **then**
 - 12: **(Appliquer la migration)** : Envoyer une copie des meilleurs individus ρ à la sous-population suivante \mathcal{P}_{j+1} . Remplacez les ρ mauvais individus par les ρ entrants de la sous-population précédente \mathcal{P}_{j-1} .
 - 13: **end if**
 - 14: **end for**
 - 15: Test : **Si** $G = G_{max}$, **Alors** récupérer les meilleurs résultats et **Arrêter**. **Sinon** incrémenter $G = G + 1$ et revenir.
 - 16: **end while**
-

Le nombre des individus impliqués dans le processus de migration ρ ne doit pas être très élevé un pourcentage de 10% de la population pour chaque sous-population semble

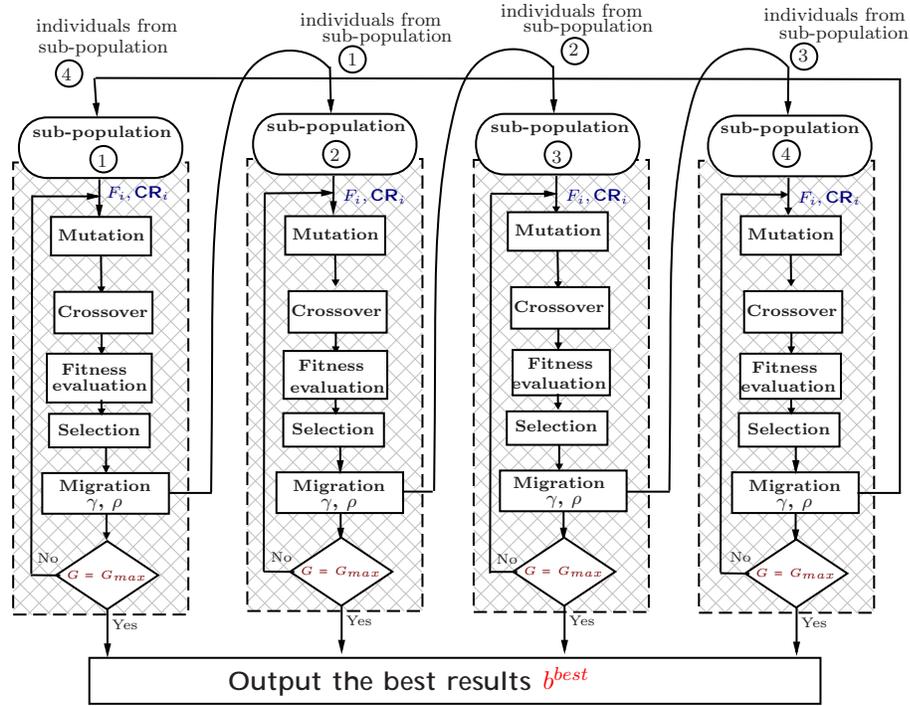


Figure 4.7 – Schéma descriptif du fonctionnement de l'algorithme DE distribué avec 4 sous-populations et une topologie en anneau unidirectionnel.

être un bon compromis.

4.2.4 Analyse de la complexité et résultats des simulations

La méthode C-PTS nécessite une recherche avec une grande complexité nécessitant $C = W^{M-1}$ signaux, pour trouver le vecteur optimal de facteurs de phase. La complexité de calcul est $(LNM C + LNC)$ multiplications complexes et $(2LNC(M-1) + LNC - 1)$ additions réelles. La quantité de réduction du PAPR augmente avec le nombre de sous-blocs de M et le nombre de facteurs de phase autorisés W , mais avec un coût d'une complexité de calcul élevée. Avec le schéma R-PTS [92], le nombre moyen d'échantillons requis pour le calcul du PAPR est réduit à $p_\alpha LN$, donc la complexité est autour de $(LNM + p_\alpha(LNM + LN)C)$ multiplications complexes et $(3LNM + p_\alpha(2LNM - LN)C - 2LN)$ additions réelles.

Pour la méthode proposée et les autres méthodes PTS sous-optimales tentant de réduire les signaux candidats, la complexité du calcul est proportionnelle au nombre de recherches dans le processus d'optimisation des facteurs de phase. Pour les méthodes heuristiques comme l'algorithme GD-PTS [88], le nombre de recherches est donné par

$C_{(M-1)}^r W^r \times I$, où r est le rayon du voisinage, I le nombre d'itérations et C_n^k est le coefficient binomial. Alors que dans l'algorithme IF-PTS [89], la complexité de la recherche est proportionnelle à $(M - 1) \times W$.

Pour les méthodes stochastiques comme la méthode proposée (SAMDE-PTS), l'algorithme de colonie d'abeilles artificielles (ABC-PTS) [103], l'algorithme d'évolution différentielle (DE-PTS) [102], l'algorithme génétique (GA-PTS) [99, 100] et l'algorithme d'optimisation des colonies de fourmis (ACO-PTS), un calcul du PAPR est nécessaire à chaque itération pour chaque candidat, de sorte que le nombre de recherches est donné par la taille de la population multiplié par le nombre d'itérations (cycles C ou générations G) $NP \times iter$. La complexité calculatoire du schéma proposé est également évaluée en utilisant le **CCRR**⁸ défini comme suit :

$$CCRR = \left(1 - \frac{\text{Complexité de la méthode PTS proposée}}{\text{Complexité de la méthode PTS Conventiionnelle}} \right) \times 100\% \quad (4.24)$$

De nombreuses simulations ont été effectuées pour vérifier la performance du schéma SAMDE-PTS et rechercher la combinaison optimale des facteurs de phase. Dans nos simulations, un système OFDM modulé en 16-QAM avec $N = 1024$ sous-porteuses et un facteur de sur-échantillonnage de $L = 4$ est utilisé. Pour générer la fonction de distribution cumulative complémentaire du PAPR par simulation, $CCDF = \text{Prob}(\text{PAPR} > \text{PAPR}_0 = z)$, 10^4 symboles OFDM aléatoires ont été générés. Pour la technique de réduction PAPR avec le schéma PTS, les facteurs de phase autorisés appartiennent à l'ensemble $\{\pm 1, \pm j\}$ (c'est-à-dire $W = 4$) pour le sous-bloc $M = 4, 8$, et les facteurs de phase appartiennent à l'ensemble $\{\pm 1\}$ (c.-à-d. $W = 2$) pour le sous-bloc $M = 16$.

La figure 4.8 montre les courbes CCDF du signal OFDM original (sans aucune méthode de réduction PAPR), la réduction réalisée en utilisant la méthode PTS conventionnelle (C-PTS) et la méthode proposée SAMDE-PTS. La méthode C-PTS nécessite $C = W^{M-1}$ signaux candidats. Cela correspond à 64 recherches pour $W = 4$ et $M = 4$, 16384 recherche $W = 4$ et $M = 8$, ou 32768 pour $W = 2$ et $M = 16$. Comme le montre la même figure, la réduction de PAPR est meilleure pour un plus grand nombre de partitions M , mais au détriment d'une augmentation exponentielle de la complexité calculatoire.

Pour la méthode proposée SAMDE-PTS et pour $M = 8$ ou 16 sous-blocs, nous avons généré $S = 4$ sous-populations de $n_p = 10$ individus chacune (la taille totale de la population NP est de 40). Les sous-populations échangent le meilleur individu ($\rho = 1$) chaque 10 générations dans le processus de migration ($\gamma = 10$). Le nombre de cycles est de $G = 40$ pour chaque sous-population. Initialement, différentes valeurs de F et CR sont affectées à chaque sous-population et après quelques générations,

8. Computational Complexity Reduction Ratio

une auto-adaptation est effectuée. Par conséquent, le coût total de la recherche est $10 \times 4 \times 40 = 1600$. Pour la courbe avec $M = 4$, nous utilisons deux sous-populations avec 4 individuellement chacun et $G = 4$ générations, le coût total de la recherche est de $4 \times 2 \times 4 = 32$. Dans la figure 4.8, la performance dans la réduction de PAPR du schéma SAMDE-PTS et celle obtenue par un schéma PTS classique est presque identique. Cependant, la complexité de calcul a été considérablement réduite en obtenant les CRRR = 95.11%, 90.24% et 50% pour $M = 16, 8$ et 4 sous-blocs respectivement.

Dans la figure 4.9, des courbes différentes du CCDF du PAPR sont simulées pour le schéma PTS avec une recherche exhaustive (C-PTS et R-PTS), les méthodes heuristiques (IF-PTS, GD-PTS) et les méthodes métaheuristiques (SAMDE-PTS, BCO-PTS, GA-PTS, ACO-PTS). Le tableau 4.2, donne le PAPR à un $\text{CCDF} = 10^{-3}$, et répertorie les coûts de recherche dans le processus d'optimisation des facteurs de phase, et le CRRR correspondant pour une sélection de méthodes PTS et un signal OFDM modulé 16-QAM, $N = 1024$, $L = 4$, $W = 4$ et $M = 16$ sous-blocs.

Lorsque le $\text{CCDF} = 10^{-3}$, le PAPR du signal OFDM original est de 11.7 dB, le PAPR de la méthode IF-PTS est de 9,35 dB. Le PAPR de la méthode GD-PTS avec

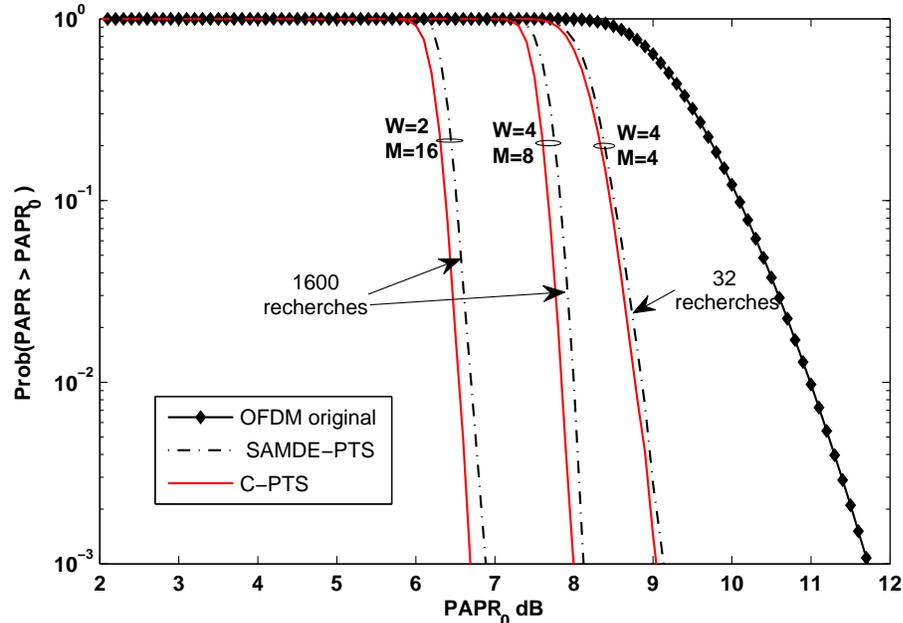


Figure 4.8 – Les fonctions CCDF du signal OFDM original, avec la méthode PTS conventionnelle et la méthode proposée SAMDE-PTS avec $N = 1024$ sous-porteuses, 16-QAM modulation, facteur de sur-échantillonnage $L = 4$, $\{W, M\} = (\{4, 4\}, \{4, 8\}$ et $\{2, 16\})$.

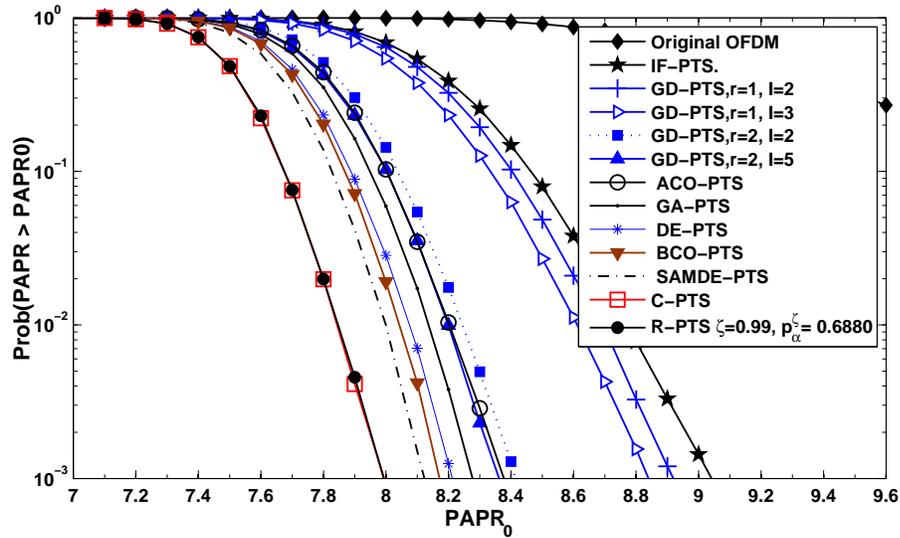


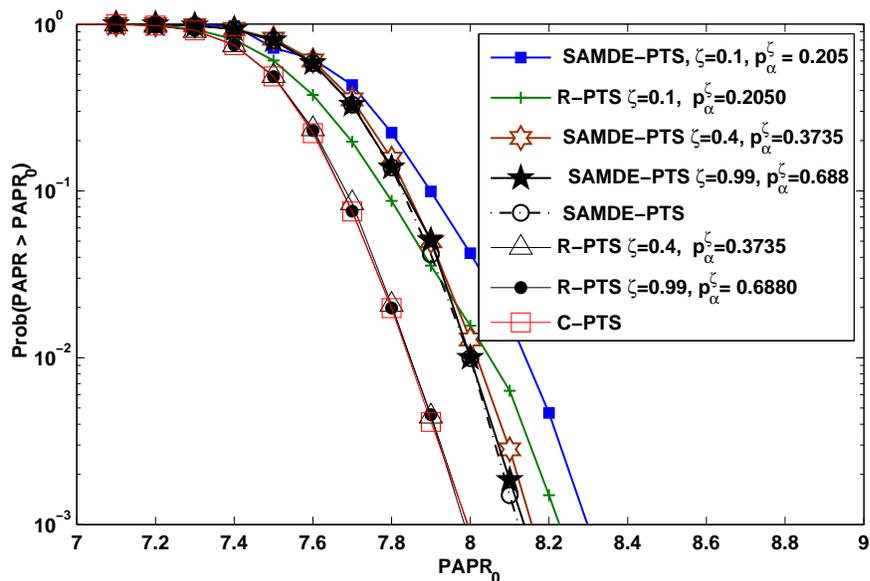
Figure 4.9 – Une comparaison des performances des CCDF du PAPR des méthodes C-PTS, SAMDE-PTS, les méthodes heuristiques et métaheuristiques avec $W = 4$, $M = 8$, pour un système OFDM de 1024 sous-porteuses, 16-QAM et $L = 4$.

$\{r, l\} \in \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 2\}$ et $\{2, 5\}$, sont 8,915 dB, 8,84 dB, 8,41 dB et 8,36 dB respectivement. La méthode IF-PTS avec seulement 28 recherches et un CCCR = 99.829%, présente la complexité de calcul la plus faible, mais avec la plus mauvaise performance de réduction du PAPR. Les méthodes méta-heuristiques donnent une meilleure performance en réduction du PAPR avec la même complexité de recherche de 1600, ce qui correspond à un CCCR = 90,24%. Le PAPR avec la méthode colonie de fourmis (ACO-PTS) et de l'algorithme génétique (GA-PTS) sont respectivement de 8,372 dB et de 8,275 dB respectivement. En utilisant l'algorithme BCO-PTS, le PAPR est réduit à 8,122 dB. Mais la meilleure performance est obtenue par la méthode proposée SAMDE-PTS avec un PAPR égale à 8,25 dB. Il y a un écart de seulement 0.125 dB avec le PAPR de C-PTS. À partir de la table 4.2 et de la figure 4.9, on peut voir que la méthode proposée surpasse toutes les autres méthodes dans la réduction du PAPR tout en conservant une faible complexité.

La figure 4.10, montre les performances du système PTS et R-PTS conventionnel [50] avec une recherche exhaustive sur $C = W^{M-1}$ différents signaux candidats, comparés à la méthode proposée SAMDE-PTS avec 1600 recherches. Pour le calcul du PAPR requis chaque génération dans le processus d'optimisation, les simulations sont effectuées en prenant tous les LN échantillons, ensuite en prenant environ $p_{\alpha}^{\zeta}LN$ échantillons avec différentes valeurs de ζ . La figure 4.10, illustre que le schéma SAMDE-PTS proposé avec ($\zeta \geq 0.40$) peut atteindre presque la même performance de réduction du PAPR, mais avec une réduction supplémentaire de la complexité du calcul atteignant un CCCR de

Tableau 4.2 – Le coût en recherches des différentes méthodes et les valeurs du PAPR à un $\text{CCDF} = 10^{-3}$.

Method	Number of searches	CCRR %	PAPR dB
C-PTS	$C = W^{M-1} = 16384$	0	8.00
R-PTS ($\zeta = 0.99, p_{\alpha}^{\zeta} = 0.68$) [92]	$C = 16384$	31.1	8.0
R-PTS ($\zeta = 0.4, p_{\alpha}^{\zeta} = 0.3735$) [92]	$C = 16384$	62.64	8.0
SAMDE-PTS [112] ($\zeta = 0.99, p_{\alpha}^{\zeta} = 0.68$)	$S \times n_p \times G = 1600$	93.27	8.137
SAMDE-PTS [112] ($\zeta = 0.4, p_{\alpha}^{\zeta} = 0.373$)	$S \times n_p \times G = 1600$	96.34	8.156
SAMDE-PTS [112]	$S \times n_p \times G = 1600$	90.23	8.12
BCO-PTS [103]	$NP \times C = 1600$	90.23	8.17
DE-PTS [102]	$NP \times G = 1600$	90.23	8.20
GA-PTS [100]	$NP \times G = 1600$	90.23	8.27
GD-PTS($r = 2, I = 2$) [88]	$C_7^2 W^2 \times 2 = 672$	95.89	8.41
GD-PTS($r = 1, I = 3$) [88]	$C_7^1 W^1 \times 3 = 84$	99.48	8.84
IF-PTS [89]	$(M - 1) \times W = 28$	99.82	9.35
OFDM seul	0	-	11.7

Figure 4.10 – Une comparaison des performances du CCDF du PAPR des méthodes C-PTS, R-PTS et la méthode proposée SAMDE-PTS basée sur le schéma R-PTS, avec $W = 4$, $M = 8$ et un signal OFDM 16-QAM de 1024 sous-porteuses et $L = 4$.

96,34%.

La figure 4.11, représente les performances en BER vs E_b/N_0 des signaux OFDM

Tableau 4.3 – Analyse de la complexité calculatoire des méthodes C-PTS, R-PTS, et SAMDE-PTS avec $W = 4$, $M = 8$, $N = 1024$ ET $L = 4$

Samples in PAPR calculation c	Method	Search complexity	CCRR % complex multiplication	CCRR% real addition
Tous les échantillons $LN = 4096$	C-PTS	16384	0	0
	SAMDE-PTS	1600	90.234	90.234
$\zeta = 0.99$, $p_\alpha^\zeta = 0.688$ $p_\alpha^\zeta LN \approx 2818$	R-PTS	16384	31.1946	31.1910
	SAMDE-PTS	1600	93.2758	93.2723
$\zeta = 0.4$, $p_\alpha^\zeta = 0.3735$ $p_\alpha^\zeta LN \approx 1523$	R-PTS	16384	62.6446	62.6410
	SAMDE-PTS	1600	96.3471	96.3436
$\zeta = 0.1$, $p_\alpha^\zeta = 0.2050$ $p_\alpha^\zeta LN \approx 840$	R-PTS	16384	79.4946	79.4910
	SAMDE-PTS	1600	97.9926	97.9891

sur un canal AWGN et en considérant un modèle d'amplificateur SSPA avec différents paramètres $p = 2$ et 3 . Les valeurs du recul à l'entrée sont entre $IBO = 3$ et 6 dB. La meilleure courbe est obtenue sans SSPA, c'est-à-dire en ignorant l'effet du SSPA et en transmettant directement le signal OFDM original. Le SSPA avec un recul d'entrée faible $IBO = 3$ dB, augmente le BER du système. Les petites valeurs IBO ($IBO = 0, 3, 6$ dB) entraînent une distorsion dans la bande utile (in-band) qui augmente le BER du système. Ces distorsions ajoutent plus de bruit au signal.

Le paramètre p permet de régler la forme de la réponse de l'amplificateur AM/AM dans la zone de saturation et affecte la performance en BER. A travers un modèle d'amplificateur SSPA, le schéma SAMDE-PTS proposé avec $\zeta = 0.5$, $p_\alpha^\zeta = 0.4134$ peut offrir une meilleure performance en BER sur un canal AWGN par rapport au système OFDM original, et presque les mêmes performances en BER que celle du système C-PTS.

4.2.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre, une nouvelle approche pour réduire le PAPR pour les systèmes OFDM en utilisant un algorithme (Self Adaptive Multipopulation Differential Evolution PTS) (SAMDE-PTS). L'objectif est de rechercher la combinaison optimale de facteurs de phase dans la technique PTS. Les résultats de la simulation ont montré que la méthode proposée atteint presque la même capacité de réduction du PAPR et la même performance en BER que celle du schéma de PTS classique, tout

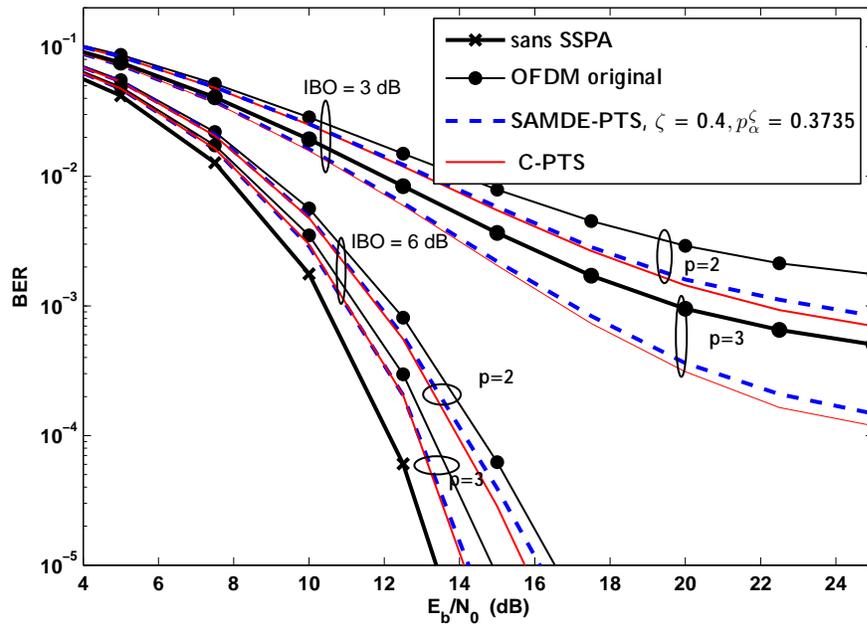


Figure 4.11 – performance en BER vs E_b/N_0 sur un canal AWGN de la méthode SAMDE-PTS et C-PTS avec $W = 4$ $M = 8$, signal OFDM modulé en 16-QAM, $N = 1024$ et $L = 4$ un SSPA ($p = 2$ et 3 , IBO = 3 et 6 dB).

en réduisant considérablement la complexité de calculs par facteur 10. En outre, les résultats de simulation ont montré que la méthode SAMDE-PTS surpassait les autres méthodes heuristiques et métaheuristiques. En fait, la performance de l'algorithme est améliorée en adoptant une adaptation dynamique des paramètres de contrôle et une structure multipopulation. Cette approche accélère la convergence et évite la stagnation en ajoutant de nouveaux mouvements de recherche et en maintenant la diversité de la population.

Chapitre 5

Adaptation de la modulation pour les systèmes OFDM

5.1 Introduction :

Les applications utilisant la communication sans fil connaissent une expansion phénoménale, déterminer les limites et la capacité des canaux à évanouissements dispersifs, est donc une nécessité pour la conception de systèmes efficaces de transmission. La théorie de l'information introduite par Claude Shannon en 1948, nous permet de connaître les limites théoriques des canaux Gaussiens non sélectifs en fréquence. La question est de savoir, si on est capable de calculer cette capacité théorique notamment lorsque le canal est sélectif en fréquence, est-il possible de s'en rapprocher pratiquement ?

La capacité de Shannon d'un canal de communication, est le débit de transmission maximum atteignable par le canal pour laquelle la probabilité d'erreur arbitrairement petite peut être atteinte [119]. Dans ce chapitre, la notion de capacité est examinée dans le cas d'un canal simple à bruit blanc gaussien (BBAG), puis généralisée au cas d'un canal sélectif en fréquence. Contrairement au canal gaussien, il n'existe pas de définition unique de la capacité de canaux à évanouissements applicable à tous les scénarios. La capacité d'un canal à évanouissement lorsque l'émetteur surtout et le récepteur disposent de l'information sur les variations du canal, est obtenue en adaptant la puissance et la modulation aux variations du canal. Ainsi, les performances de la transmission peuvent être améliorées par une allocation optimale des ressources. L'algorithme optimale qui permet d'atteindre la capacité théorique est appelé "Water-filling". Cependant, il faut également souligner, qu'il n'est pas réaliste de supposer disposer d'une connaissance parfaite sur le canal au niveau de l'émetteur et que plutôt une connaissance partielle

est plus réaliste. Il est utile de tenir compte de ce genre d'imperfections notamment dans le cas d'une transmission sur des canaux à évanouissements rapides comme le LTE.

En ce qui concerne les situations pratiques, il existe plusieurs contraintes à respecter, comme la limitation de la puissance à l'émission, limitation spectrale de la puissance, restrictions sur les constellations réalisables en pratique avec une granularité finie, des contraintes sur les performances pratiques en BER (ou en SER) et qui imposent de prendre en considération une quantité en SNR et qu'on appelle SNR gap.

L'adaptation de la modulation en communication, est bien connue dans les liaisons filaires où la technique **DMT** (Discrete Multitone) est couramment utilisée, elle est également envisagée et proposée pour les réseaux sans fil personnels **WPAN** et dans le contexte **MIMO** (Multiple Input Multiple Output). Nous proposons dans ce chapitre une révision des algorithmes d'adaptation de la modulation ou ce qu'on appelle aussi « Bit loading » et de la puissance ; ensuite nous proposons un algorithme d'adaptation avec une SNR gap variable. Cet algorithme permet l'utilisation de différents types de modulations numériques.

5.2 Capacité d'un canal gaussien simple :

Dans un premier temps, considérons le canal à bruit blanc additif gaussien (BBAG) comme le montre la figure 5.1 et décrit par la relation :

$$r(t) = h(t) \star s(t) + n(t) \quad (5.1)$$

où $s(t)$ est le signal transmis, $h(t)$ est la réponse impulsionnelle du canal, et $n(t)$ le bruit gaussien de moyenne nulle. La puissance totale est limitée par une contrainte de puissance moyenne $\int S(f)df \leq \bar{P}$, avec $S(f)$ est la densité spectrale de s . Le rapport

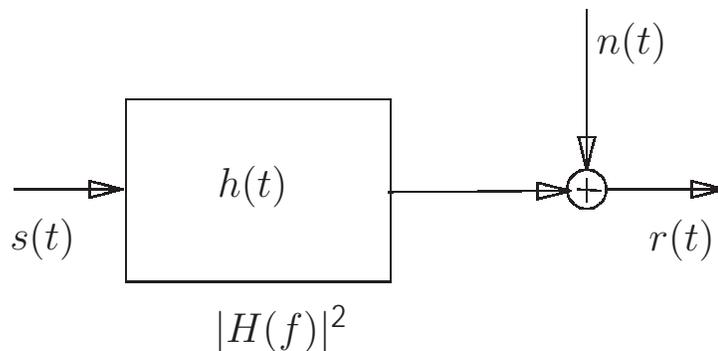


Figure 5.1 – Modèle d'un canal de transmission.

signal sur bruit instantané est donné par :

$$SNR(f_i) = \frac{S(f_i)|H(f_i)|^2}{N_0(f_i)} \quad (5.2)$$

Dans le cas d'un canal gaussien idéal en bande limitée sur une largeur de bande W , la capacité du canal en bits et par dimension complexe est donnée par la formule connue de Shannon suivante :

$$C_{BBAG} = W \log_2[1 + SNR] = W \log_2 \left[1 + \frac{P_T}{N_0 W} \right] \text{ bits/s.} \quad (5.3)$$

où N_0 est la densité spectrale du bruit. C'est la formule célèbre de Shannon sur la capacité d'un canal à bruit additif blanc gaussien. Elle est donnée en fonction de la largeur de bande et du rapport signal sur bruit. Elle augmente lentement, en fonction du logarithme de $(1 + SNR)$.

5.3 Capacité d'un canal sélectif en fréquence :

Effectivement la formule classique de la capacité de Shannon est obtenue pour les canaux plats en fréquence. Par contre, dans le cas d'un canal sélectif en fréquence, la formule (5.2) ne peut être appliqué directement. Comme nous l'avons déjà vu dans le chapitre (2), la modulation OFDM est utilisée pour lutter contre les canaux sélectifs en fréquence. Considérons le **canal sélectif en fréquence** à L trajets et à BBAG **invariant dans le temps**, donné en discret par la relation suivante [120] :

$$r[m] = \sum_{l=0}^{L-1} h_l s[m-l] + n[m], \quad (5.4)$$

Avec une contrainte de puissance moyenne P_T sur chaque symbole OFDM. En fait, pour calculer la capacité de transmission, on applique le principe de la modulation OFDM qui consiste à diviser la bande W en N sous-bandes d'une largeur Δf , où Δf est choisie suffisamment petite pour que $|H(f)|^2/N_0(f)$ soit approximativement constant dans chaque sous-bande (plat en fréquence). Ceci revient à assimiler le canal à un ensemble de N sous-canaux parallèles à bruit blanc additif gaussien comme le montre la figure 5.2. Considérons $H(k)$, le gain fréquentiel du canal à la sous-bande k ($0 \leq k \leq N$), et $\sigma_n^2(k)$ la variance du bruit affectant chaque sous-canal. Le canal sélectif en fréquence comme le montre la figure 5.2, est donc équivalent à un ensemble de sous-canaux BBAG de gain unité affectés de bruits de variance :

$$\sigma_{neq}^2(k) = \frac{\sigma_n^2(k)}{|H(k)|^2} \quad (5.5)$$

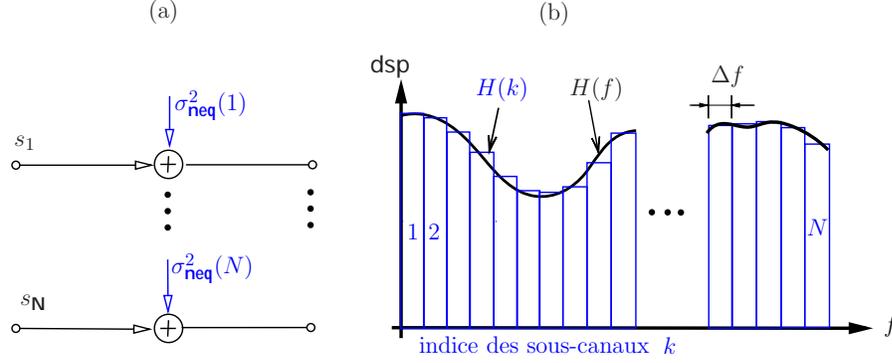


Figure 5.2 – (a) : Transmission sur à N canaux à bruit blanc additif gaussien parallèles et indépendants. (b) : La dsp du vrai canal et son approximation en N sous-canaux.

Ainsi, sachant $S(f)$, la capacité de chaque sous-canal de largeur Δf autour de la fréquence f_i est donnée par :

$$C(f_i) = \log_2 \left[1 + \frac{S(f_i)|H(f_i)|^2}{N_0(f_i)} \right] \quad (5.6)$$

En discret, la capacité est donnée par la relation suivante :

$$C = \sum_{k=1}^N \Delta f C(f_k). \quad (5.7)$$

Pour Δf infiniment petit, on déduit la capacité en continu sur la bande totale par l'intégrale suivante :

$$C = \int_W C(f)df = \int_W \log_2 \left[1 + \frac{S(f)|H(f)|^2}{N_0(f)} \right] df \quad (5.8)$$

Le problème revient donc à trouver la densité spectrale optimale $S(f)$ permettant de maximiser la capacité.

Dans le cas où l'émetteur ne possède pas de connaissance à priori sur le canal, la puissance est distribuée d'une manière uniforme sur la bande de fréquence W avec :

$$S(f) = P_T/W \quad (5.9)$$

On obtient la formule de la capacité uniforme donné par la relation suivante :

$$C_{\text{uniforme}} = \int_W \log_2 \left[1 + \frac{P_T|H(f)|^2}{WN_0(f)} \right] df \quad (5.10)$$

Si l'information sur le canal est disponible à l'émetteur (i.e. $H(f)$), on peut adapter la puissance du signal à transmettre aux variations du canal pour maximiser la capacité. Ceci est réalisé en utilisant un algorithme appelé "water-filling".

5.3.1 Algorithme optimal "water-filling"

Il a été montré dans [121], que la densité spectrale optimale $S(f)$ maximisant la capacité, peut être obtenue grâce à l'algorithme du "water-filling". Le débit de données peut être adaptative et varier avec la variation du canal. La technique AMC (Adaptive modulation and coding) est un exemple particulier de l'adaptation dans le domaine temporel. Cette technique a été largement adoptée pour les systèmes de données par paquets (par exemple : EDGE, CDMA2000, 1x EV-DO, Wimax). Elle adapte le taux de codage canal et les modulations numériques utilisées en fonction de la qualité du signal et de manière opportuniste afin d'augmenter le débit du système. Dans le domaine fréquentiel et notamment avec les systèmes OFDM, l'AMC peut être utilisé grâce à l'algorithme du "water-filling" [1].

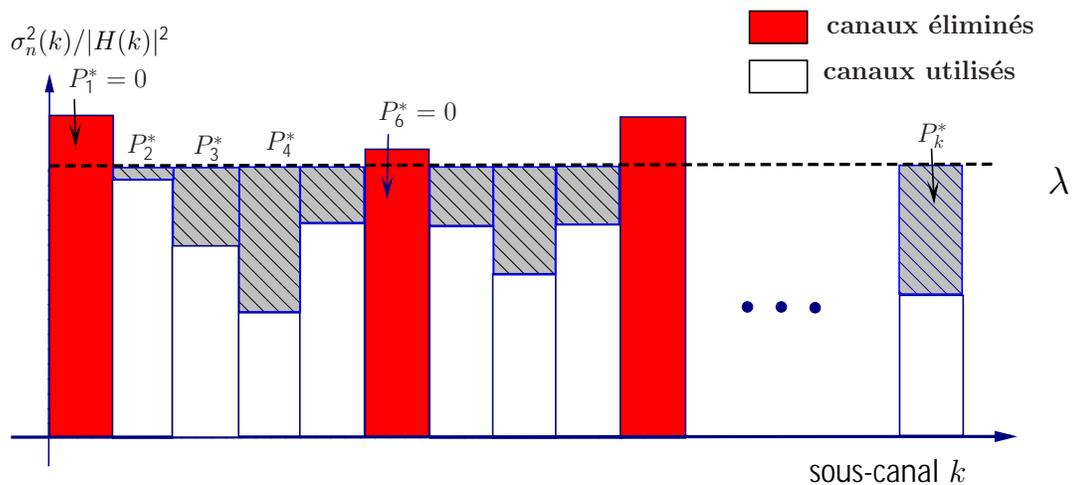


Figure 5.3 – L'allocation optimale de la puissance avec l'algorithme "water-filling".

Pour réaliser le "water-filling", il faut connaître le canal (c.-à-d., le SNR de chaque sous-bande) à l'émission. La méthode consiste à allouer plus (ou moins) de bits et de puissance à certaines sous-bandes avec un rapport signal sur bruit plus grand (ou plus petit) de façon à maximiser la capacité pour un certain taux d'erreurs binaires. Premièrement, considérons la capacité de chaque sous-bande donnée par la formule suivante :

$$C_k = \log_2 \left[1 + \frac{P_k |H(k)|^2}{\sigma_n^2(k)} \right] \text{ bits/sous-canal.} \quad (5.11)$$

avec P_k est la puissance allouée à chaque sous bande. Il faut trouver la puissance à allouer à chaque sous-bande P_k , pour résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$C = \max_{\sum_{k=1}^{N_u} P_k = P_T} \sum_{k=1}^{N_u} \log_2 \left[1 + \frac{P_k |H(k)|^2}{\sigma_n^2(k)} \right] \text{ bits/symbole OFDM.} \quad (5.12)$$

avec une contrainte

$$\sum_{k=1}^{N_u} P_k = P_T \quad (5.13)$$

où N_u ($N_u \leq N$) est le nombre de canaux utilisés. En utilisant la méthode des multiplicateurs de Lagrange avec contraintes, le problème d'optimisation peut être reformulé sous la forme suivante :

$$f(P_k, \lambda) = \log_2 \left[1 + \frac{P_k |H(k)|^2}{\sigma_n^2(k)} \right] - \frac{1}{\lambda} \left(\sum_{k=1}^{N_u} P_k - P_T \right) \quad (5.14)$$

Ce problème de maximisation est résolu tout d'abord en dérivant par rapport à P_k et λ ; on aboutit à la solution suivante :

$$P_k^* = \left[\lambda - \frac{\sigma_n^2(k)}{|H(k)|^2} \right]_+ = \begin{cases} \lambda - \frac{\sigma_n^2(k)}{|H(k)|^2}, & \text{si } (\lambda - \frac{\sigma_n^2(k)}{|H(k)|^2}) \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (5.15)$$

Le paramètre λ est un seuil qui permet de choisir les sous-canaux de manière à respecter la contrainte (5.13). Une illustration du principe du water-filling est donnée par la figure 5.3. Une puissance nulle est allouée aux canaux pour lesquelles ($\lambda < \frac{\sigma_n^2(k)}{|H(k)|^2}$), donc ils sont éliminés. L'appellation "water-filling" vient par analogie au remplissage d'eau. La puissance à allouer est interprétée comme une quantité d'eau qu'on va verser et redistribuer sur plusieurs réservoirs (canaux) jusqu'à atteindre le niveau λ . Les réservoirs dépassant ce niveau dès le départ ne sont pas utilisés pour le remplissage (mauvais canaux). A l'exception des canaux éliminés, la solution doit vérifier la relation suivante :

$$P_k + \frac{\sigma_n^2(k)}{|H(k)|^2} = cte = \lambda \quad (5.16)$$

Algorithm 3 Algorithme du Water-filling

```

 $\lambda = \min \left( \frac{\sigma_n^2(k)}{|H(k)|^2} \right) + \frac{P_T}{N}$ 
 $\dot{P} = \sum_{k=1}^N \max \left( \lambda - \frac{\sigma_n^2(k)}{|H(k)|^2}, 0 \right)$ 
while  $\left( P_T - \dot{P} > \epsilon \right)$  do
     $\lambda = \lambda + \left( \frac{P_T - \dot{P}}{N} \right)$ 
     $\dot{P} = \sum_{k=1}^N \max \left( \lambda - \frac{\sigma_n^2(k)}{|H(k)|^2}, 0 \right)$ 
end while

```

L'algorithme attribut ainsi une puissance de transmission plus grande aux canaux avec un SNR élevé et une puissance nulle aux mauvais canaux avec un SNR très faible. Cette façon d'adaptation optimale de la puissance en fonction du rapport signal sur

bruit, permet de régler le problème du zéro spectral sur certaines fréquences en modulation OFDM. La figure 5.5 montre une comparaison en fonction du SNR entre la capacité optimale avec une distribution optimale de la puissance obtenue avec le "water-filling" et la capacité uniforme avec une distribution uniforme de la puissance. On remarque que pour un SNR élevé il n'y a pas de différence entre les deux capacités et la connaissance du canal n'apporte rien de plus. Lorsque le nombre de sous-canaux

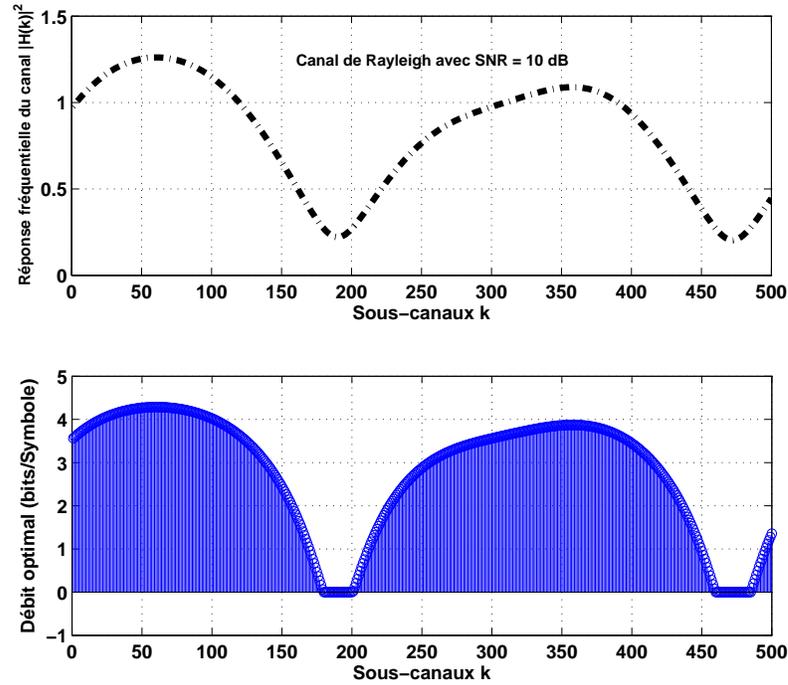


Figure 5.4 – Adaptation optimale du débit en fonction des variations du canal.

augmente et tend vers l'infini ($K \rightarrow \infty$ et $\Delta f \rightarrow 0$), donc $H(k)$ va tendre vers le vrai canal $H(f)$ et la capacité devient donc :

$$C = \max_{\int_W S(f) df = P_T} \int_W \log_2 \left[1 + \frac{S(f)|H(f)|^2}{N_0(f)} \right] df \text{ bits/OFDM symbole.} \quad (5.17)$$

où la distribution optimale de la puissance $S(f)$ sur le canal est obtenue pour :

$$S(f) = \left[\lambda - \frac{N_0(f)}{|H(f)|^2} \right]_+ = \begin{cases} \lambda - \frac{N_0(f)}{|H(f)|^2}, & \text{si } \left(\lambda - \frac{N_0(f)}{|H(f)|^2} \right) \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (5.18)$$

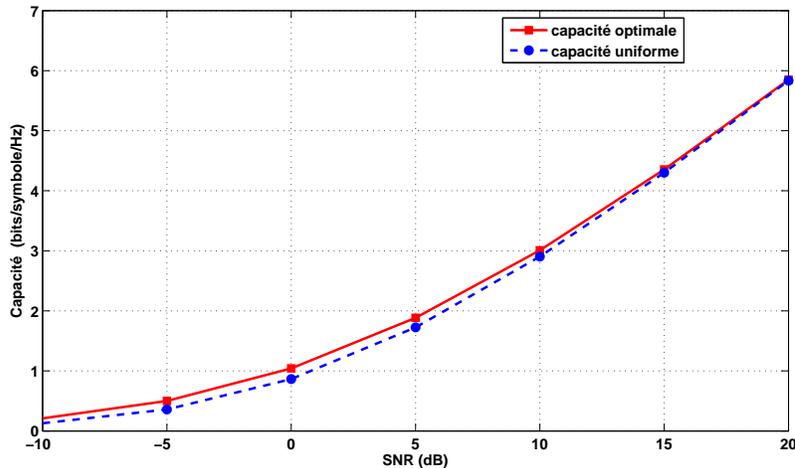


Figure 5.5 – Capacité en fonction du rapport signal sur bruit.

5.4 Adaptation de la modulation sous contraintes pratiques

La capacité maximale calculée en utilisant l'algorithme "water-filling", donnée par l'équation (5.11), nous permet d'atteindre un débit maximum avec une allocation optimale de la puissance sur chaque sous-canal. Toutefois, cette répartition n'est pas bien adaptée pour la transmission pratique de données, car d'un côté elle suppose des constellations impossibles à réaliser avec une granularité infinie et d'un autre coté, elle n'obéit pas à une probabilité d'erreur donnée, i.e. que les calculs ne prennent pas en compte les puissances qui permettent au système d'atteindre une probabilité d'erreur donnée. Également l'hypothèse de posséder une connaissance parfaite du canal au niveau de l'émetteur est discutable. En pratique et pour les systèmes OFDM, il existe plusieurs contraintes pratiques dont il faut tenir compte pour résoudre les différents problèmes d'optimisation des ressources et maximiser le débit de transmission. Certaines contraintes dépendent des applications utilisées ou de la complexité calculatoire recherchée. On peut citer les contraintes pratiques suivantes :

- Limitation sur la puissance totale.
- Limitation sur la constellation maximale autorisée.
- Restriction sur les constellations réalisables en pratiques (chargement de bits avec des nombres entiers).
- Limitation spectrale de la puissance (masque spectrale).
- Contrainte sur le BER désiré (ou SER).
- Contrainte sur débit désiré.

5.4.1 Adaptation en OFDM avec contrainte sur le BER

Tout système fiable et réalisable doit être transmis à un débit inférieur à la capacité. La première contrainte que nous allons considérer, est la contrainte sur la probabilité d'erreur (binaire ou symbole) que le système peut atteindre. Considérons la formule suivante, qui donne le nombre de bits transmis pour chaque sous-canal et qu'on appelle aussi efficacité spectrale (i.e. la capacité par seconde par Hz) :

$$b_k = \log_2 \left[1 + \frac{P_k \cdot g_k}{\Gamma} \right] = \log_2 \left[1 + \frac{P_k}{\Gamma} \cdot \frac{|H_k|^2}{\sigma_k^2} \right] \quad (5.19)$$

où P_k est la puissance allouée pour le sous-canal k avec $k \in \{1, \dots, N\}$, $g_k = |H_k|^2 / \sigma_k^2$ est le rapport gain sur bruit avec une puissance unitaire et Γ l'écart en SNR ou SNR gap¹ qui dépend du SER désiré. Cette formule est similaire à la formule de la capacité de Shannon, mais avec une contrainte sur la probabilité d'erreur désirée à travers le paramètre Γ . On peut poser le rapport signal sur bruit égale à $\gamma = P/\sigma_n^2$.

Dans le cas où la puissance transmise est allouée uniformément sur tous les sous-canaux et soumis à la contrainte SER, alors l'efficacité spectrale peut s'écrire ainsi :

$$b_k = \log_2 \left[1 + \frac{\bar{P}}{\Gamma} \cdot \frac{|H_k|^2}{\sigma_k^2} \right] = \log_2 \left[1 + \frac{\gamma}{\Gamma} \cdot |H_k|^2 \right] \quad (5.20)$$

Le SNR gap, est une approximation introduite par Forney [122], il est choisi de manière à atteindre une probabilité d'erreur symbole désirée. On définit Γ pour une probabilité d'erreur symbole (ou binaire) donnée P_e par :

$$\Gamma = \frac{2^C - 1}{2^b - 1} = \frac{\text{SNR}}{2^b - 1} \quad (5.21)$$

La figure 5.6, illustre l'efficacité spectrale moyenne en fonction du rapport signal sur bruit pour différents valeurs de Γ . On remarque bien que plus Γ est grand, plus on s'éloigne de la valeur de la capacité théorique ($\Gamma = 0$ dB). Mais d'un autre coté Γ est choisi de manière à atteindre une probabilité d'erreur symbole (ou binaire) désirée.

Considérons l'approximation de la probabilité d'erreur symbole pour chaque sous-canal suivante [11] :

$$P_e(\text{erreur symbole}) = K_{d_{min}} \times Q \left(\sqrt{\frac{d_{min}^2}{4\sigma^2}} \right). \quad (5.22)$$

où d_{min} est la distance euclidienne minimale entre les points de la constellation, $Q(x)$ la fonction de Marcum (queue de gaussienne) et $K_{d_{min}}$ est le nombre des voisins les plus

1. Le SNR gap est le rapport entre le SNR idéal pour lequel le système peut transmettre à la capacité C (capacité optimale) et le SNR pratique pour lequel le système peut transmettre à la capacité b

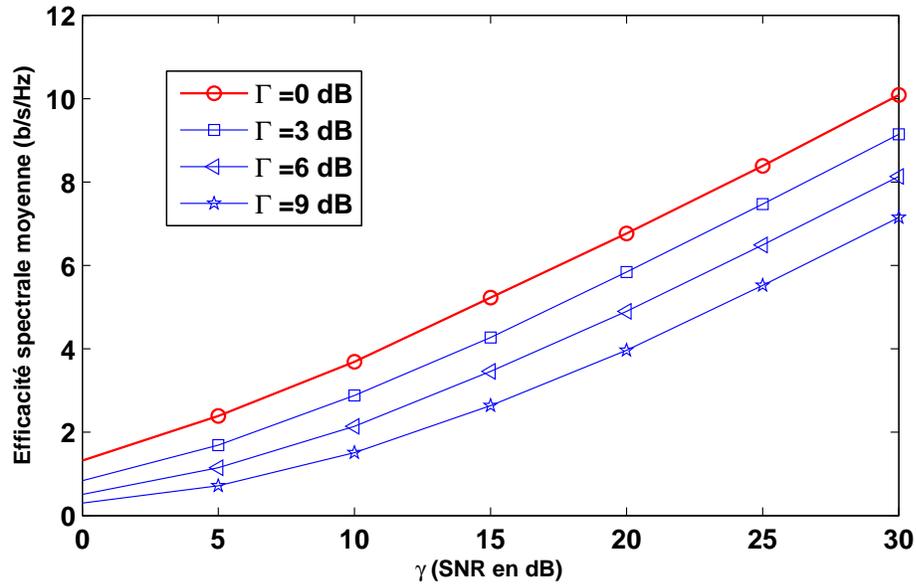


Figure 5.6 – Efficacité spectrale moyenne en fonction du rapport signal sur bruit pour différentes valeurs de Γ .

proches. Pour les constellations de type PAM et QAM la probabilité d'erreur symbole devient :

$$P_e(\text{erreur symbole}) = K_{d_{min}} \times Q \left(\sqrt{\frac{3 \text{ SNR}}{(2^b - 1)}} \right) \quad (5.23)$$

$$= K_{d_{min}} \times Q \left(\sqrt{3 \times \text{SNR}_{\text{norm}}} \right). \quad (5.24)$$

On note $\text{SNR}_{\text{norm}} = \text{SNR}/(2^b - 1)$, le rapport signal sur bruit normalisé. Il est facile de remarquer à partir de l'équation (5.24), que pour une modulation M-QAM et pour une probabilité symbole donnée, il faut un écart Γ fixe $\forall M$.

La figure 5.7, qui illustre la probabilité d'erreur symbole pour les modulations 4QAM et 16-QAM, montre qu'il faut un écart fixe de $\Gamma = 8.8$ dB pour atteindre $P_e = 10^{-6}$. Prenons l'exemple de la modulation 4-QAM on a : $b=2$ bits il faut un $\text{SNR}_{\text{Shannon}} = 2^b - 1 = 3$ (4.77 en dB), tandis que pour atteindre une probabilité symbole de $P_e = 10^{-6}$ →, il faut un $\text{SNR} = 13.65$ dB. Ce qui signifie, que l'écart est de : $\Gamma = 13.65 - 4.77 = 8.8$ dB.

Une approximation du SNR gap pour MQAM selon BER désiré est proposée dans [123]

$$\Gamma \approx \frac{-\ln(5 \text{ BER})}{1.5} \quad (5.25)$$

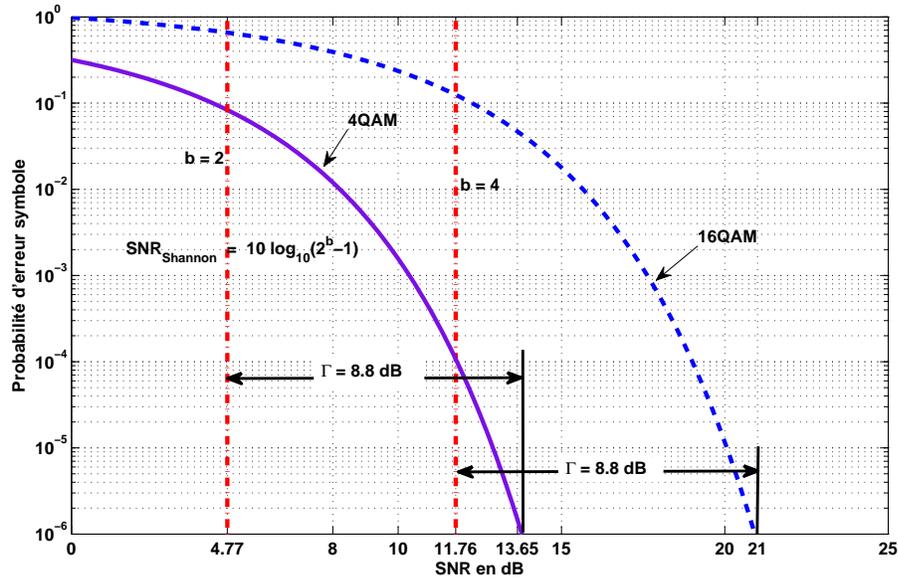


Figure 5.7 – La probabilité d’erreur symbole pour une modulation QAM et 16QAM et l’écart Γ qu’il faut prendre.

BER	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-2}
Γ en dB	8.13	6.60	5.06	1.99

Tableau 5.1 – Différentes approximations de Γ selon (5.25) pour différents BER désirés.

Pour les constellations de type M-PSK, le problème est plus compliqué. Nous avons dans cas une distance $d_{min} = 2\sqrt{(\log_2(M) \sin^2(\pi/M) E_b)}$ et $K_{d_{min}} = 2$, par conséquent la probabilité d’erreur symbole est donnée par [11] :

$$P_e(\text{erreur symbole}) = 2 \times Q\left(\sqrt{2 \text{ SNR} \sin^2(\pi/M)}\right) \quad (5.26)$$

$$= 2 \times Q\left(\sqrt{2(M-1) \times \text{SNR}_{\text{norm}} \sin^2(\pi/M)}\right) \quad (5.27)$$

Contrairement à la modulation M-QAM, la probabilité d’erreur symbole d’une M-PSK dépend non seulement de SNR_{norm} mais aussi de M . On peut vérifier que l’écart Γ est le même pour une 3-PSK, 4-PSK et M-QAM, c’est-à-dire 8.8 dB. Par contre pour une BPSK ou une M-PSK avec $M \geq 4$, pour atteindre une probabilité d’erreur donnée P_e , il faut un écart plus grand et variable avec M .

La maximisation du débit de transmission en se servant de la formule de la capacité et sous la contrainte pratique du BER (ou SER) désiré, est plus simple à résoudre

avec une modulation de type MQAM qu'une MPSK. Nous allons proposer plus tard dans la section (5.5.2), un algorithme qui permet l'utilisation des deux types de modulation. On trouve dans la littérature donc, un certain nombre d'algorithmes itératifs sous-optimaux [124, 125, 126], qui tentent de maximiser le débit de transmission sous différentes contraintes pratiques. Des travaux sont proposés particulièrement pour les liaisons filaires avec la modulation DMT (Discrete Multitone) utilisé dans le standard ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line) . Ces techniques peuvent être utilisées également dans les application sans fils lorsque les variations temporelles des canaux de propagation sont suffisamment faibles.

Nous proposons à présent d'examiner deux célèbres algorithmes et qui sont l'algorithme de Fisher [125] et l'algorithme Chow [124].

5.4.2 Algorithme de Fischer

Dans cet algorithme [125], les bits et les puissances sont alloués de manière à minimiser la probabilité d'erreur de chaque sous-canal. Ceci est réalisé en essayant de maintenir la probabilité d'erreur constante sur chaque sous-canal.

$$Prob(\text{erreur symbole du } i \text{ ème canal}) = \text{constante}, \forall i \quad (5.28)$$

Par conséquent d'après l'équation (5.22), on aura le problème d'optimisation suivant :

$$\frac{d_i^2}{2\sigma_i^2} = \frac{a_i^2}{\sigma_i^2/2} = SNR_0 = \text{constante}. \quad (5.29)$$

avec les contraintes :

$$a) \quad R_T = \sum_{i=1}^N R_i \quad (5.30)$$

$$b) \quad P_T = \sum_{i=1}^N P_i \quad (5.31)$$

Exprimons d'abord l'équation de la puissance transmise

$$P_i = \frac{2}{3}(M-1)a^2 = \frac{\sigma_i^2}{3}(2^{R_i} - 1)SNR_0 \quad (5.32)$$

En tenant compte de la contrainte b), on a :

$$P_T = \sum_{i=1}^N P_i = \frac{SNR_0}{3} \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 (2^{R_i} - 1) \quad (5.33)$$

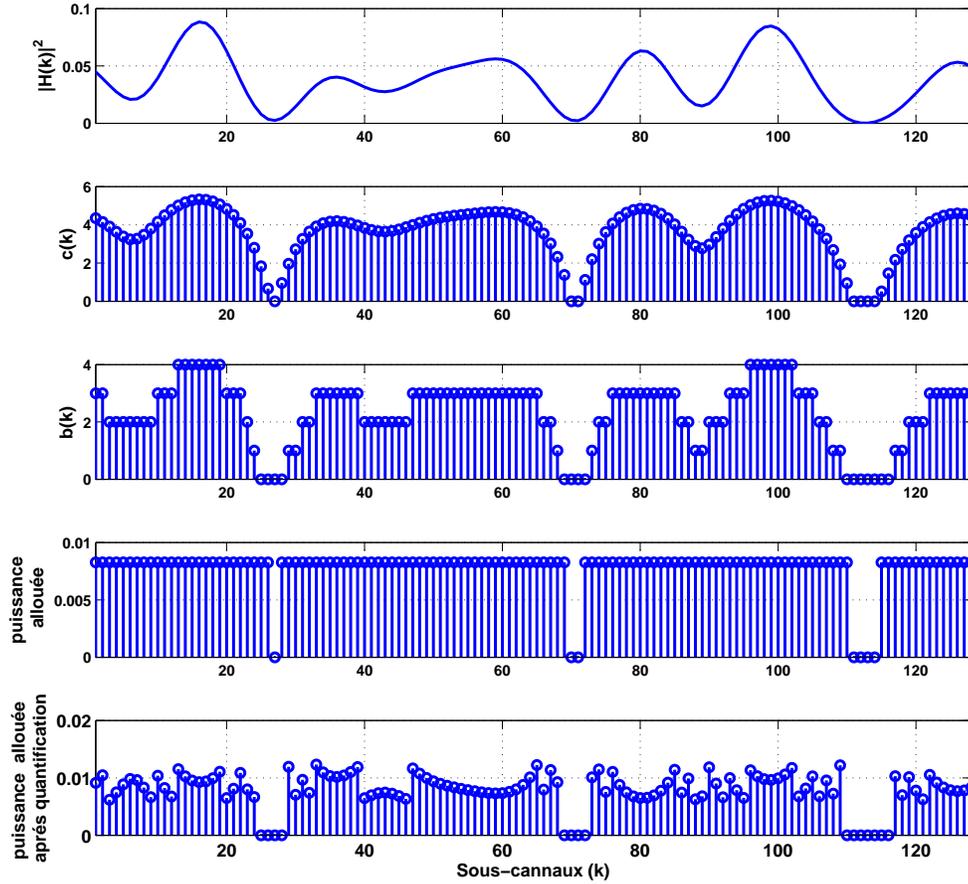


Figure 5.8 – Utilisation de l'algorithme de Fisher.

Par l'optimisation de Lagrange on aboutit à :

$$\sigma_i^2(2^{R_i} - 1) = cte, \text{ avec } i = 1, \dots, N \quad (5.34)$$

En prenant le produit des deux termes de l'équation (5.34) on trouve :

$$\begin{aligned} (\sigma_i^2(2^{R_i} - 1))^N &= (cte)^N = \prod_{l=1}^N \sigma_l^2(2^{R_l} - 1) \approx \prod_{l=1}^N \sigma_l^2 2^{R_l} \\ &= 2^{\sum_{i=1}^N R_i} \prod_{l=1}^N \sigma_l^2 = 2^{R_T} \prod_{l=1}^N \sigma_l^2 \end{aligned} \quad (5.35)$$

A partir de l'équation (5.35), on déduit le nombre alloué de bits par sous-canal :

$$R_{Q_i} = \begin{cases} R_{max}, & R_i \geq R_{max} - 0.5 \\ \text{round}(R_i), & 0.5 \leq R_i < R_{max} \\ 0, & R_i < 0.5 \end{cases} \quad (5.36)$$

avec *round* une fonction pour arrondir le nombre vers l'entier le plus petit. L'erreur de quantification est donnée par $\Delta R = R_i - R_{Q_i}$. La figure 5.8, montre un exemple de bit loading calculé par l'algorithme de Fisher.

5.4.3 Algorithme de Chow

Cet algorithme [124], exploite le fait que la différence entre la répartition optimale (water-filling) et la distribution uniforme d'énergie est minimale. Ainsi, la même quantité d'énergie est attribuée aux canaux utilisés :

$$P_k = P_T/K \quad (5.37)$$

le nombre de bits alloués à chaque sous-canal est donné par :

$$b_k = \log_2 \left[1 + \frac{\text{SNR}_k}{\Gamma \cdot \gamma_m} \right] \quad (5.38)$$

où γ_m est la marge de performance du système ². Ainsi, des débits plus élevés sont assignés aux sous-porteuses avec des niveaux de SNR les plus élevés et des débits plus bas à ceux avec des niveaux SNR inférieurs. Tandis que les sous-canaux avec un SNR inférieur à un certain seuil sont éliminés. Cet algorithme itératif est répété jusqu'à ce que la marge optimale soit atteinte et la somme des bits dans chaque sous-canal B_{total} soit égale au débit cible B_{total} qu'on veut atteindre . En outre, un ajustement est effectué en redistribuant la puissance est effectuée sur chaque sous-canal. Un exemple de bit loading en utilisant l'algorithme de Chow sur un canal indoor est illustré par la figure 5.9. Par contre dans [125], le débit et la puissance sont redistribués non pas selon la capacité du canal mais afin de minimiser la probabilité d'erreur de chaque sous-canal.

5.5 Algorithme d'adaptation proposé pour les systèmes OFDM

En pratique, le problème d'optimisation de la maximisation du débit total des données n'est pas uniquement soumis à la contrainte de puissance totale, mais pourrait être soumis à d'autres contraintes. Comme la restriction de la constellation, le taux d'erreur de symbole souhaité (SER) par sous-canal, la puissance maximale autorisée

2. Cette marge est interprétée comme une quantité supplémentaire de bruit que le système peut tolérer, tout en atteignant le minimum du TEB souhaité.

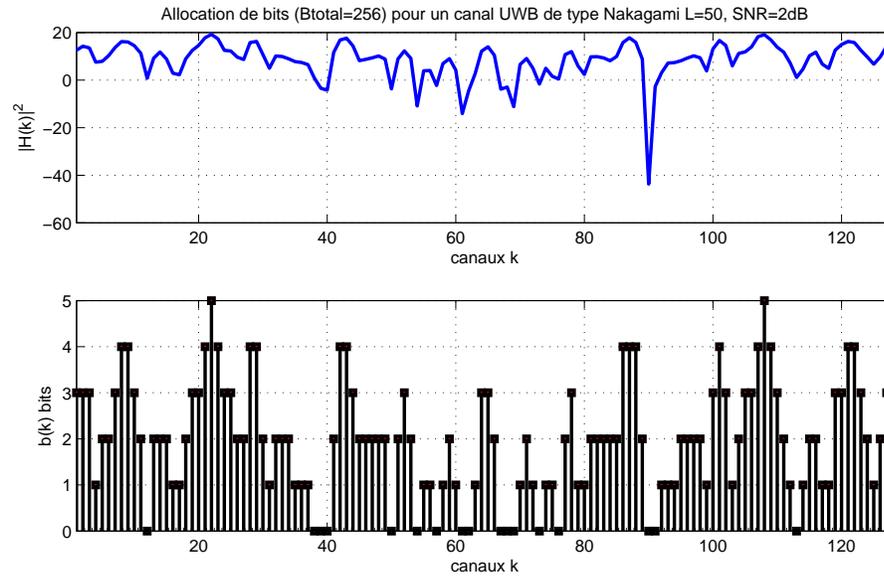


Figure 5.9 – Bit loading par l’algorithme de Chow avec un $\text{SNR}=2\text{dB}$, $\Gamma = 8.8 \text{ dB}$ et $P_e = 10^{-6}$.

par sous-canal et la limitation du masque PSD. L’adaptation du débit des données est effectuée, en faisant varier la taille de la constellation pour chaque sous-canal. De nombreuses méthodes de bit loading et d’allocation des puissances ont été proposées dans la littérature comme [124, 125, 126, 127, 128], en se basant sur une approximation de la capacité du canal et du water-filling, ou sur des méthodes incrémentales avec des nombre entiers de bits par sous-canal et la minimisation de SER.

Dans [124], l’algorithme utilise une granularité finie des constellations, calculée en fonction de la capacité du canal et exploitant que le fait que la différence entre l’allocation optimale (Water-filling) et la répartition uniforme de l’énergie est minimale. Ainsi, la même quantité d’énergie est attribuée aux sous-canaux utilisés avec un ajustement approprié de l’énergie à l’émetteur. Dans [128, 129], les auteurs proposent un débit variable et une puissance variable en utilisant la modulation MQAM pour les canaux à évanouissement. D’autres versions sous-optimales d’allocation des bits, tentent de réduire la complexité de calcul [130, 131, 132, 133, 134, 135]. Dans [130], il est proposé de maximiser le débit par une allocation adaptative des bits, mais avec une répartition uniforme de la puissance sur tous les sous-canaux, les performances sont proches de l’allocation optimale et avec une complexité plus faible. Dans [131], sous les contraintes de la puissance d’émission totale, le BER cible, la limitation du masque PSD et la taille maximale autorisée des constellations, deux algorithmes similaires sont proposés pour effectuer le chargement des bits en deux étapes avec une faible complexité de calcul et

une bonne efficacité en puissance. Dans l'algorithme nommé EBF, les bits sont ajoutés un par un aux sous-porteuses nécessitant moins d'énergie de manière itérative pour converger vers le profil d'allocation de bits optimal.

Cependant, les méthodes les plus proposées, ne traitent que de la modulation MQAM puisque son écart SNR gap requis pour atteindre un SER cible est supposé invariable pour toutes les valeurs de taille de constellation M . Pour la modulation MPSK, l'écart SNR varie avec M qui complique la procédure des algorithmes de chargement de bits. Dans cette section, nous proposons un nouvel algorithme pour le chargement discret de bits avec un écart variable SNR gap. Les modulations MPSK et MQAM peuvent être envisagées.

5.5.1 Formulation du problème

Considérons un système multi-porteuses qui décompose le spectre du canal en N sous-canaux orthogonaux. Un algorithme discret de bit-loading (chargement de bit), est utilisé pour résoudre le problème de minimiser la puissance de transmission sous les contraintes d'un débit cible fixe B_{cible} , puissance maximale admissible par sous-canal et le SER cible. Nous supposons que le nombre maximum de bits par sous-canal est donné par b_{max} et la puissance d'émission maximale admissible de chaque sous-porteuse est limitée à \bar{P} . Pour le sous-canal k , le nombre de bits alloués pour une probabilité d'erreur désirée est donné par (5.19). L'algorithme d'allocation ou du bit loading proposé tente de résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\min_{b_k, 1 \leq k \leq N} \sum_{k=1}^N P_k \text{ sous-contraintes } \begin{cases} \sum_{k=1}^N b_k = B_{cible} \\ 0 \leq b_k \leq \bar{b}_k, b_k \in \mathbf{Z}_+, \text{ for } 1 \leq k \leq N \end{cases} \quad (5.39)$$

où \bar{b}_k est un entier qui désigne le nombre maximal de bits alloués par sous-canal selon [134].

$$\bar{b}_k = \min \left(b_{max}, \left\lfloor \log_2 \left(1 + \frac{\bar{P}}{\Gamma} \cdot \frac{|H_k|^2}{\sigma_k^2} \right) \right\rfloor \right) \quad (5.40)$$

où $\lfloor \cdot \rfloor$ est la fonction **floor**.

Dans la plupart des méthodes proposées en littérature [134, 130, 136, 131], seule la modulation MQAM est envisagée pour tous les sous-canaux, car elle nécessite un SNR gap constant pour un SER cible. Le SNR gap pour une modulation QAM rectangulaire est donné par :

$$\Gamma = \frac{1}{3} \left[Q^{-1} \left(\frac{\text{SER}(\gamma_k)}{4} \right) \right]^2. \quad (5.41)$$

On rappelle qu'en [123], une approximation du SNR gap pour MQAM selon le BER est proposée

$$\Gamma \approx \frac{-\ln(5 \text{ BER})}{1.5} \quad (5.42)$$

Pour une modulation M-PSK, une approximation du taux d'erreur symbole est donnée par [11] :

$$\text{SER} \approx 2 \times Q\left(\sqrt{2 \gamma_k \sin^2(\pi/M_k)}\right) \quad (5.43)$$

$$\approx 2 \times Q\left(\sqrt{2(M_k - 1) \times \Gamma \times \sin^2(\pi/M_k)}\right) \quad (5.44)$$

Contrairement à la modulation M-QAM, le SER d'une M-PSK dépend non seulement de Γ mais de la taille de constellation M . Le SNR gap pour une modulation MPSK est variable avec M . C'est la raison pour laquelle, c'est plus simple d'utiliser la modulation MQAM pour les algorithmes du bit-loading. En [137], une approximation du SNR gap a été proposée pour la modulation MPSK :

$$\bar{\Gamma} = \frac{\sqrt{\gamma_k \cdot \tilde{\Gamma}}}{1 - \sqrt{\tilde{\Gamma}/\gamma_k}} \quad (5.45)$$

avec

$$\tilde{\Gamma} = \left[\frac{Q^{-1}(\text{SER}(\gamma_k)/2)}{\sqrt{2\pi}} \right]^2 \quad (5.46)$$

L'expression (5.46) n'est pas précise surtout lorsque M est petit et pour les faibles SNR comme le montre le tableau 5.2. Nous avons besoin de proposer une meilleure approximation du SNR gap en utilisant la limite supérieur de la fonction marcum avec $Q(x) \leq 1/2e^{-x^2/2}$ [11], et la formule (5.44), alors on peut écrire :

$$\text{SER} \leq e^{-2/2 (M_k - 1)\Gamma \sin^2(\pi/M_k)} \quad (5.47)$$

$$\ln(\text{SER}) \leq [-(M_k - 1)\Gamma \sin^2(\pi/M_k)] \quad (5.48)$$

$$\Gamma \geq -\frac{\ln(\text{SER})}{(M_k - 1) \sin^2(\pi/M_k)} \quad (5.49)$$

Nous proposons donc l'approximation suivante du SNR gap Γ^* :

$$\Gamma^* \approx -\frac{\ln(5 \times \text{SER})}{(M_k - 1) \sin^2(\pi/M_k)} \quad (5.50)$$

5.5.2 L'algorithme de bit-loading proposé

Dans l'algorithme de bit-loading proposé, le SNR gap n'est pas nécessairement le même pour tous les sous-canaux et peut être adapté en fonction de la taille de modulation utilisée. Nous considérons l l'indice de SNR gap, cet indice est lié au nombre de bits attribués. Nous supposons que le mode de modulation et son SNR gap changent avec le nombre de bits attribués pour chaque sous-canal. L'algorithme proposé, consiste en une incrémentation itérative des bits d'allocation. Nous supposons que le mode de modulation adopté l et le SNR gap $\Gamma_{(b_k)}$ utilisés pour un SER cible désiré, dépendent du nombre de bits attribués b_k pour chaque sous-canal. Par exemple, lorsque $b_k = 1$, cela signifie que nous avons un bit pour ce sous-canal et que SNR gap Γ_1 d'une BPSK est utilisé ($l = 1$). Si un autre bit est ajouté à un sous-canal, alors $l = 2$ et SNR gap Γ_2 pour QPSK est utilisé pour ce sous-canal, ainsi de suite.

Pendant le processus de bit-loading, l'algorithme commence par le premier mode de modulation et peut progressivement atteindre le dernier mode de modulation selon l'état du canal.

En prenant en considération le nombre maximal de bits par sous-canal b_{max} , la puissance maximale autorisée par sous-canal \bar{P} et L différents possibles modes, nous définissons le nombre entier maximal de bits qui peuvent être chargés pour le sous-canal k ($k \in \{1, 2, \dots, N\}$) et avec le l -ième mode de modulation ($l \in \{1, 2, \dots, L\}$) :

$$\tilde{b}_{l,k} = \min \left(b_{max}, \left\lfloor \log_2 \left(1 + \frac{\bar{P} \cdot g_k}{\Gamma_l} \right) \right\rfloor \right) \quad (5.51)$$

Avec $\tilde{b}_{l,k}$ est la limite en bits (ou le maximum) pour chaque sous-canal k qui ne peut pas être dépassée pendant le processus de chargement des bits. Avec un SNR gap constant, il existe une seule limite par sous-canal. Nous déduisons $\forall l$ et k , le maximum de bits allouable.

$$\bar{b}_{max} = \max_{l,k} \left\{ \tilde{b}_{l,k} \right\} \quad (5.52)$$

Le nombre de modes de modulation utilisés ne peut pas dépasser \bar{b}_{max} . Ainsi, la matrice contenant toutes les limites ou le nombre maximal de bits par sous-canal et pour tous les modes de modulation est

$$\tilde{\mathbf{b}}_{l,k} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_{1,1} & \tilde{b}_{1,2} & \cdots & \tilde{b}_{1,N} \\ \tilde{b}_{2,1} & \tilde{b}_{2,2} & \cdots & \tilde{b}_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{b}_{\bar{b}_{max},1} & \tilde{b}_{\bar{b}_{max},2} & \cdots & \tilde{b}_{\bar{b}_{max},N} \end{bmatrix}_{\bar{b}_{max} \times N} \quad (5.53)$$

L'algorithme de bit loading proposé, consiste à allouer un bit itérativement à chaque

fois. La première ligne de (5.53), indique le bit limite pour les sous-canaux chargés de 1 bit et en utilisant le premier mode de modulation ($b_k = 1$). L'indice l en (5.53), est mis à jour en fonction des bits chargés par sous-canal b_k .

Supposons que nous utilisons le mode de modulation l pour le sous-canal k , le nombre de bits attribués b_k doit être inférieur ou égal à la limite correspondante (i.e. $l = b_k \leq \tilde{b}_{l,k}$). Lorsque cela est nécessaire, une adaptation pour une modulation supérieure $l + 1$ est effectuée pour le sous-canal k , si la limite suivante $\tilde{b}_{l+1,k}$ l'autorise en ajoutant un autre bit ($b_k + 1 \leq \tilde{b}_{l+1,k}$). Sinon, si $b_k + 1$ est supérieur à la nouvelle limite $\tilde{b}_{l+1,k}$, le sous-canal ne supportera pas un autre bit supplémentaire.

On veut maintenant, déterminer un vecteur unique $\bar{\mathbf{b}}$, contenant une seule limite valide de bits par sous-canal et pour tous les modes de modulation.

$$\bar{\mathbf{b}} = [\bar{b}_1, \bar{b}_2, \dots, \bar{b}_N] \quad (5.54)$$

La limite du maximum des bits est donnée par \bar{b} , telle que, $0 \leq \tilde{b}_{l,k} \leq \bar{b}_k, \forall k$. Si pour le premier mode, la limite est nulle, c'est-à-dire $\tilde{b}_{1,k} = 0$, puis $\bar{b}_k = 0$, le sous-canal n'est pas utilisé.

Si $\forall l, \tilde{b}_{l,k} \geq l$, puis $\bar{b}_k = \bar{b}$, tous les modes de modulation peuvent être atteints. Supposons maintenant que pour le premier sous-canal par exemple, nous avons $\tilde{b}_{2,1} = 3$ et $\tilde{b}_{3,1} = 2$. L'algorithme peut charger 2 bits avec le deuxième mode de modulation puisque $\tilde{b}_{2,1} \geq 2$, mais ce sous-canal ne peut aller vers le 3ème mode de modulation en chargeant le 3ième bit, puisque $\tilde{b}_{3,1} = 2 < 3$. Nous devrions prendre $\bar{b}_1 = 2$ et non pas 3 pour être sûr que l'algorithme ne puisse pas charger plus de 2 bits. Pour généraliser le concept pour chaque sous-canal, nous déterminons le premier indice \hat{l} pour lequel $\tilde{b}_{l,k} < l$ et la limite des bits pour ce sous-canal devient définitivement $\bar{b}_k = \hat{l} - 1$.

$$\bar{b}_k = \begin{cases} 0 & \text{if } \tilde{b}_{l=1,k} = 0 \\ (\hat{l} - 1) : \hat{l} = \arg \min_l \{l > \tilde{b}_{l,k}\} & \text{if } \tilde{b}_{l=1,k} \neq 0 \text{ \& } \tilde{b}_{\bar{b},k} < \bar{b} \\ \bar{b} & \text{if } \forall l, \tilde{b}_{l,k} \geq l. \end{cases} \quad (5.55)$$

A présent, reprenons la relation (5.19) et on peut écrire la formule suivante :

$$b_k - 1 = \log_2 \left(1 + \frac{P_k^* \cdot g_k}{\Gamma_{l-1}} \right) \quad (5.56)$$

Puisque l varie exactement de la même manière que b_k , on pose $b_k = l$, avec $l = 1, \dots, \bar{b}$. A partir (5.19) et (5.56), nous déterminons l'expression de la puissance additionnelle $\Delta P_{l,k}^+(b_k - 1) = P_k - P_k^*$ nécessaire pour ajouter un bit au k -ième sous-canal qui supporte $b_k - 1$ bits :

$$\Delta P_{l,k}^+(l - 1) = \frac{2^{l-1} (2\Gamma_l - \Gamma_{l-1}) - (\Gamma_l - \Gamma_{l-1})}{g_k}, \quad l = 1, \dots, \bar{b} \quad (5.57)$$

La matrice $\Delta \mathbf{P}_{l,k}^+$ de dimension $(\bar{b} \times N)$, contient toutes les puissances additionnelles nécessaires pour allouer $b_k \in \{0, 1, \dots, \bar{b}\}$ bits sur N sous-canaux. La puissance additionnelle nécessaire pour rajouter un bit pour les sous-canaux contenant zéro bit est obtenue par la première ligne $\Delta \mathbf{P}_{l=1,k}^+$ et elle est donnée par

$$\Delta P_{1,k}^+(0) = \frac{\Gamma_1}{g_k}, \text{ for } k = 1, \dots, N \quad (5.58)$$

Après avoir obtenu $\Delta P_{1,k}^+(0)$, les calculs de $\Delta \mathbf{P}_{l,k}^+$ pour $l = 2, \dots, \bar{b}$ et $k = 1, \dots, N$, peuvent être simplifiés en utilisant :

$$\Delta P_{l,k}^+(l-1) = \frac{(2^l - 1)\Gamma_l}{g_k} - \sum_{m=1}^{l-1} \Delta P_{m,k}^+(m-1) \quad (5.59)$$

Considérons un débit cible fixe qui est décomposé de la manière suivante [131] :

$$B_{cible} = \bar{b} \times c + d \quad (5.60)$$

où $c = \lfloor B_{cible}/\bar{b} \rfloor$ est l'entier le plus proche et d est le reste entier après division. Les étapes de l'algorithme proposé sont :

1. Calculer $\bar{b}_{max} = \max_k \{\tilde{b}_{l^*,k}\}$, avec l^* est l'indice de la valeur la plus de Γ_l .
2. Calculer le bit limit \bar{b}_k selon (5.55), $k \in \{1, 2, \dots, N\}$;
3. Calculer c et d selon (5.60).
4. Mettre $b_k = 0$, calculer $\Delta P_k^+(b_k) = \frac{\Gamma_1}{g_k}$, $\forall k \in \{1, 2, \dots, N\}$.
5. Mettre $T_k = 0$, $\forall k \in \{1, 2, \dots, N\}$, pour calculer les termes de (5.59).
6. Générer un vecteur v contenant des "1" avec $v_k = 1$, $\forall k \in \{1, 2, \dots, N\}$. Ce vecteur contient les indices des modes de modulation.
7. Arranger les éléments de $\Delta P_k^+(b_k)$ selon un ordre croissant et Assigner les indices des c premiers sous-porteuses à l'ensemble \mathcal{S}_0 , pour chaque sous-canal $i \in \mathcal{S}_0$ incrémenter $b_i = b_i + 1$.
8. Pour chaque sous-canal i , $i \in \mathcal{S}_0$ si $b_i < \bar{b}_i$ alors :
 - (a) Mise à jour $v_i = v_i + 1$.
 - (b) Calculer la somme de (5.59), $T_i = T_i + \Delta P_i^+(b_i)$
 - (c) Mise à jour des puissances $\Delta P_i^+(b_i) = \frac{(2^{v_i} - 1)\Gamma_{v_i}}{g_i} - T_i$,
9. Sinon si $b_i \geq \bar{b}_i$ alors $\Delta P_i^+(b_i) = +\infty$,
10. Mettre $\bar{b}_{max} = \bar{b}_{max} - 1$; Si $\bar{b}_{max} > 0$, Aller à l'étape 8; sinon, exit
11. Arranger les éléments de $\Delta P_k^+(b_k)$ en ordre croissant et incrémenter les d premiers sous-canaux $b_n = b_n + 1$.

Pour évaluer la complexité des calculs dans les situations, nous pouvons écrire le débit cible comme $B_{cible} = \eta N$. Lorsqu'un SNR gap constant est utilisé pour tous les sous-canaux, la complexité de calcul est $\mathcal{O}(N \log_2 N)$ [131]. Si la méthode weak-heap sort dans [138] est utilisée, le nombre d'opérations requises est $(\bar{b} \log_2 N + d + 1)(N - 1) + (0.1\bar{b} + \eta)N$ comparaisons, $(N + 1)$ divisions, (ηN) additions et (ηN) décalages.

La complexité de calculs de l'algorithme du bit loading proposé est $\mathcal{O}(N \log_2 N)$. En fait, pour la première étape de l'algorithme $\bar{b}(N - 1)$ comparaisons sont nécessaires pour rechercher le maximum, $\bar{b}(N - 1) \log_2 N + 0.1\bar{b}N$ comparaisons pour arranger les sous-canaux en (7), ηN à l'étape (8) et $d(N - 1)$ comparaisons pour rechercher le minimum en (10). Le nombre de divisions en (3) et (4) est $(N + 1)$. Il y a trois additions par bit alloué en étape (7) et (8) et un total de $(3\eta N)$ additions. La mise à jour de la puissance à l'étape (8), nécessite (ηN) opérations de décalage en utilisant la matrice mémorisée $\Delta \mathbf{P}_{l,k}^+$ et $\mathbf{b}_{l,i}$. Le nombre de comparaisons utilisées est le nombre le plus important d'opérations requises dans l'estimation de la complexité du calcul. L'algorithme proposé ne nécessite pas une complexité calculatoire supplémentaire significative.

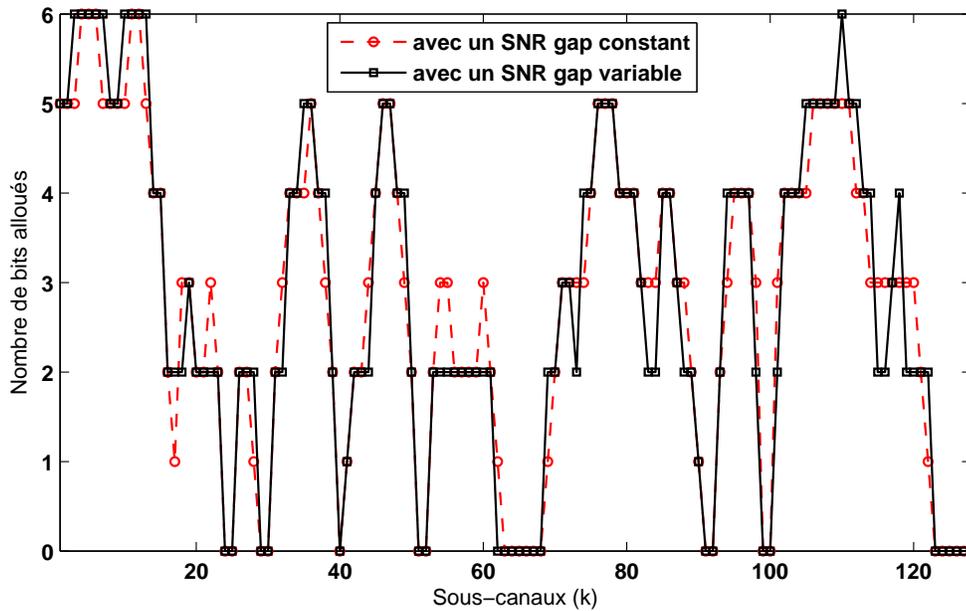
5.5.3 Résultats des Simulations 1

L'algorithme de bit loading proposé (discrete bit-loading) est appliqué sur un signal OFDM multi-bandes (MB-OFDM) avec un canal UWB CM1 (Ultrawideband Channel Model 1) proposé dans la norme WPAN IEEE 802.15.3a [139]. La chaîne est basée sur le modèle de canal à évanouissement de Saleh-Valenzuela. Le canal CM1 est utilisé pour les scénarios résidentiels LOS. Le taux d'échantillonnage est fixé à 528 MHz et le spectre des canaux est divisé en $N = 128$ sous-canaux espacés de 4.125 MHz chacun. L'algorithme suppose une parfaite connaissance du CSI à l'émetteur.

La puissance limite d'émission est d'environ -41.3 dBm / MHz selon la FCC. Ensuite, la puissance d'émission maximale admissible est $\bar{P} = -35, 14$ dBm par sous-canal. Cette contrainte, est imposée sur les applications UWB en indoor (sans licence), pour ne pas causer des interférences sur les applications avec licence. La puissance de bruit moyenne est de -114 dBm/MHz, ce qui signifie -107.84 dBm par sous-canal. Nous envisageons 6 modes de modulation en adoptant les schémas de modulation suivants : BPSK, QPSK, 8PSK, 16QAM, 32QAM et 64QAM. Le SER désiré est de 10^{-6} et le SNR gap correspondant est calculé en utilisant (5.41) pour MQAM et (5.50) pour MPSK. Le nombre de bits allouable maximal par sous-canal est $b_{max} = 6$. Le débit cible $B_{cible} = 358$ bits et le SER désiré est 10^{-6} . La figure 5.10 montre un exemple de l'algorithme de bit loading proposé pour une réalisation du canal CM1 avec un SNR gap adaptatif selon les différentes modulations adoptées. Une autre courbe de performance est obtenue, en utilisant un SNR gap constant ($= 9$ dB) avec une MQAM pour tous les sous-canaux.

Tableau 5.2 – Une comparaison pour différentes valeurs du SER, de l’approximation proposée en (5.50) du SNR gap Γ^* pour M-PSK

	BPSK	QPSK	8PSK	16PSK
10^{-4}	$\Gamma \approx 8.75$	$\Gamma \approx 7$	$\Gamma \approx 8.65$	$\Gamma \approx 11.23$
	$\bar{\Gamma} \approx 5.44$	$\bar{\Gamma} \approx 6.39$	$\bar{\Gamma} \approx 8.54$	$\bar{\Gamma} \approx 11.2$
	$\Gamma^* \approx 8.80$	$\Gamma^* \approx 7.04$	$\Gamma^* \approx 8.70$	$\Gamma^* \approx 11.24$
SER 10^{-5}	$\Gamma \approx 9.9$	$\Gamma \approx 8.23$	$\Gamma \approx 9.75$	$\Gamma \approx 12.33$
	$\bar{\Gamma} \approx 6.61$	$\bar{\Gamma} \approx 7.5$	$\bar{\Gamma} \approx 9.72$	$\bar{\Gamma} \approx 12.25$
	$\Gamma^* \approx 9.95$	$\Gamma^* \approx 8.19$	$\Gamma^* \approx 9.85$	$\Gamma^* \approx 12.39$
10^{-6}	$\Gamma \approx 10.71$	$\Gamma \approx 9.00$	$\Gamma \approx 10.68$	$\Gamma \approx 13.25$
	$\bar{\Gamma} \approx 7.46$	$\bar{\Gamma} \approx 8.42$	$\bar{\Gamma} \approx 10.55$	$\bar{\Gamma} \approx 13.19$
	$\Gamma^* \approx 10.86$	$\Gamma^* \approx 9.1$	$\Gamma^* \approx 10.75$	$\Gamma^* \approx 13.30$


 Figure 5.10 – Exemple de l’algorithme proposé ($\bar{b} = 6$, $c = 59$, $d = 4$) sur le modèle CM1 du canal UWB avec $B_{cible} = 358$, $N = 128$ sous-canaux.

Comme prévu, l’algorithme proposé atteint le débit de données cible B_{cible} sous différentes contraintes, mais d’une manière différente de celle avec un SNR gap constant. L’avantage principal obtenu avec l’algorithme proposé, est qu’il prend en compte les variations du SNR gap. Numériquement, la complexité supplémentaire requise pour l’algorithme proposé représente une augmentation de 5.39% pour le nombre de comparaisons et une augmentation de 10,85% du nombre total d’opérations. Pour l’efficacité

énergétique, nous considérons une moyenne de 1000 réalisations du canal. Le résultat de la puissance d'émission totale pour l'algorithme proposé est de $-14,61$ dBm, et elle reste inférieure à la puissance totale maximale tolérée, soit $-14,0737$ dBm. La puissance d'émission totale avec un SNR gap constant, est de $-14,45$ dBm. L'algorithme proposé avec un SNR gap adaptatif ne nécessite pas de puissance d'émission supplémentaire.

5.6 Canal variant dans le temps

Nous avons jusqu'à présent supposé que le canal est parfaitement connu à l'émetteur et au récepteur. Supposons maintenant que le canal est variant dans le temps à cause de la mobilité tel qu'un système LTE. Si le temps de cohérence est inférieur à la durée symbole ($T_c \ll T_s$), alors le canal est sélectif en temps. Ceci signifie que le canal change pendant la transmission d'un symbole et que ce changement est proportionnel à la fréquence Doppler enregistrée. Le canal **ETU** (Extended Typical Urban) du système LTE par exemple, est connu d'être un canal sélectif en temps et en fréquence. La capacité du canal sélectif en fréquence et variant dans le temps est très difficile à déterminer. Si on veut maximiser le débit de transmission en attribuant des constellations larges sur les sous-canaux, il faut faire attention à ne pas dépasser la capacité autorisée et qui est à son tour difficile à déterminer. L'allocation optimale ou sous-optimale de la puissance pour maximiser la capacité est conditionnée par une connaissance parfaite du canal. L'information sur le canal doit être échangée entre le récepteur et l'émetteur à temps pour suivre les variations du canal. Il est évident que si le canal varie rapidement, l'application de la technique du "water-filling" devient plus problématique. D'un autre côté, dans les systèmes TDD (Time Division Duplex), il existe un intervalle de temps entre la voie montante et la voie descendante, si cet intervalle est plus grand que le temps de cohérence du canal, l'émetteur n'aura pas le temps de recevoir correctement l'estimation du canal. Dans le cas contraire, l'information disponible à l'émetteur contient des erreurs dont il faut tenir compte. Même dans le cas où le canal est connu parfaitement par l'émetteur et le récepteur la capacité reste difficile à déterminer (pour un canal sélectif en fréquence et variant dans le temps), à cause des interférences intersymboles (ISI). Dans ce cas, le schéma d'adaptation optimale doit considérer l'effet du canal sur la séquence binaire transmise passée, et comment l'ISI résultant de ces bits aura une incidence sur les transmissions futures [140, 141]. La capacité du canal sélectif en fréquence et variant dans le temps est en général inconnue, cependant il existe des formules limites et des bornes supérieures et inférieures [140, 142].

Considérons un système OFDM N -sous-porteuse de bande passante B et sur un canal à trajets multiples sélectif en fréquence et variant dans le temps. La réponse

impulsionnelle de ce canal est donnée par

$$h(t, \tau) = \sum_{l=1}^L \alpha_l(t) \delta(\tau - \tau_l) \quad (5.61)$$

où L est le nombre de trajets, τ_l est le retard de propagation du l -ième trajet et $\alpha_l(t)$ est l'atténuation complexe. Les atténuations $\alpha_l(t)$ varient selon un processus gaussien complexe stationnaire au sens large (WSS) avec une fonction PDP est donnée par $E \{\alpha_l^2\} = q_l^2$. Le canal évanouissement est normalisé de telle sorte que $\sum_{l=1}^L q_l^2 = 1$. La fonction de corrélation temporelle est donc :

$$E \{\alpha_l(t + \Delta t) \alpha_l^*(t)\} = q_l^2 r_t(\Delta t) \quad (5.62)$$

$$r_t(\Delta t) = J_0(2\pi f_D \Delta t) \quad (5.63)$$

where $J_0(\cdot)$ est la fonction de Bessel d'ordre zéro, et f_D est la fréquence Doppler avec $f_D = v f_c / c$, avec v est la vitesse, f_c la fréquence porteuse et enfin c la célérité. Pour calculer la probabilité d'erreur binaire, compte tenu de la réponse en fréquence du canal $H[n, k]$ de la k -ième porteuse du n -ième symbole OFDM modulé en MQAM, le BER instantané peut être approximé par [143]

$$P_e[n, k] \approx c_1 \exp \left(-c_2 \frac{\gamma |H[n, k]|^2}{(2^{\beta[n, k]} - 1)} \right) \quad (5.64)$$

où $c_1 = 0, 2$, $c_2 = 1, 6$ et $\beta[n, k]$ est le nombre de bits pour le k ième sous-canal dans le n ième bloc. Le rapport signal sur bruit γ peut être exprimé avec l'énergie du symbole E_s ou avec la puissance d'émission totale \bar{P} , et nous pouvons écrire $\gamma = E_s / N_0 = \bar{P} / (N_0 B)$.

5.6.1 Un CSI avec retard

Lors d'une communication mobile tel qu'un système LTE, le canal varie dans le temps, et si la fréquence Doppler est importante le canal est dit à évanouissement rapide. L'information dont l'émetteur à besoin pour réaliser l'adaptation de la modulation, est reçue du récepteur après un certain retard pendant lequel le canal a probablement changé. Ce retard est plus important le système utilise la technique TDD. En d'autres termes, il existe un retard entre le vrai canal et le canal reçu par l'émetteur. Dans ce cas, le CSI est renvoyé à l'émetteur avec un certain retard, on peut écrire alors :

$$H'[n, k] = H[n - \Delta n, k] \quad (5.65)$$

où $\tau_D = \Delta n T$ est le temps de retard entre l'estimation du canal et la transmission réelle. La fonction de corrélation de la réponse en fréquence à différents instants $\Delta n T$

et pour $\Delta k = 0$ est donnée par [141]

$$E \{H[n + \Delta n, k]H^*[n, k]\} = r_t(\Delta nT) \sum_{l=1}^L q_l^2 \quad (5.66)$$

Si le canal d'évanouissement est normalisé, alors $\sum_{l=1}^L q_l^2 = 1$. Les informations CSI ne sont pas parfaitement reçues par l'émetteur, ce qui affecte considérablement le BER de chaque sous-canal. Afin de prendre en compte cette perturbation au cours du calcul de l'efficacité spectrale, on considère une formule de BER moyen donnée par le canal retardé $H'[n, k]$ introduite par [141]

$$\begin{aligned} \bar{P}_e[n, k] &\approx \int_0^\infty c_1 \exp\left(-\frac{c_2 \frac{E_s}{N_0} r^2}{2^{\beta[n, k]} - 1}\right) \cdot \frac{2r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + |s|}{\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{2r|s|}{\sigma^2}\right) dr \\ &= c_1 \frac{2^{\beta[n, k]} - 1}{a + (2^{\beta[n, k]} - 1)} \exp\left(-\frac{b}{a + (2^{\beta[n, k]} - 1)}\right) \end{aligned} \quad (5.67)$$

où

$$a = c_2 \sigma^2 \gamma \quad (5.68)$$

et

$$b = c_2 |s|^2 \gamma \quad (5.69)$$

avec $I_0(\cdot)$ est la fonction Bessel modifiée de l'ordre zéro de la première espèce. Le coefficient de corrélation entre $H[n, k]$ et $H'[n, k]$ est

$$\rho = r_t(\tau_D) \sum_{l=1}^L q_l^2 = J_0(2\pi f_D \tau_D) \sum_{l=1}^L q_l^2 \quad (5.70)$$

Considérant le fait que $H[n, k]$ et $H'[n, k]$ sont des variables gaussiennes complexes avec une variance unitaire et une moyenne nulle, $H[n, k]$ donné $H'[n, k]$ est un processus complexe gaussien dont la moyenne et la variance sont données par

$$s = \rho H'[n, k] \text{ et } \sigma^2 = 1 - \rho^2 \quad (5.71)$$

Le BER moyen $\bar{P}_e[n, k]$ est réduit à (5.64) lorsque $f_D \tau_D = 0$ (CSI idéal). Pour résoudre le problème d'optimisation non linéaire dans (16), la méthode de Brent [144] est utilisée. Cette méthode combine les méthodes d'interpolation quadratique, sécante et inverse.

5.6.2 Algorithme proposé avec un CSI imparfait

Nous proposons dans cette section un algorithme d'allocation avec des contraintes sur le BER moyen et des tailles de constellations réalisables en pratique. L'allocation des bits en entier, commence par charger le nombre maximum de bits autorisé b_{max} par sous-canal. Pour chaque sous-canal et d'une manière itérative, l'algorithme enlève un bit si le BER dépasse le BER désiré. La formule du BER est tient en compte des imperfections causées par un retard dans le réception du CSI à cause du Doppler. Les étapes d'algorithme proposées peuvent être résumées comme suit [145] :

Algorithm 4 Pseudo-code de l'algorithme d'allocation proposé

```

1: Donner les valeurs de  $c_1$ ,  $c_2$  et du BER désiré  $P_{target}$ 
2: for  $n = 1 : N_{bloc}$  do
3:   for  $k = 1 : N$  do
4:     Poser  $b(k) = b_{max}$ 
5:     Calculer  $a$  et  $b$  selon (5.68) et (5.69).
6:     Calculer  $\bar{P}_e[n, k]$  selon (5.67)
7:     while  $\bar{P}_e[n, k] > P_{target}$  do
8:       if  $b(k) \geq 1$  then
9:         Soustraire un bit  $b(k) = b(k) - 1$ 
10:      else
11:        Poser  $b_k = 0$ 
12:      end if
13:      Mise à jour de  $\bar{P}_e[n, k]$  selon (5.67)
14:    end while
15:    Poser  $\beta(n, k) = b(k)$ 
16:  end for
17: end for

```

5.6.3 Résultats des Simulations 2

Les paramètres du système correspondent au système LTE avec $N = 2048$ sous-porteuses et une fréquence porteuse de f_c de 2GHz. Le canal à trajets multiples est un canal variant dans le temps et sélectif en fréquence obtenu avec le profil PDP du modèle urbain typique étendu (ETU) développé par 3GPP. La puissance relative en dB et les retards de trajets en ns sont donnés dans le tableau 5.3. Le modèle ETU est utilisé pour l'environnement de propagation à étalement temporel élevé. La durée du symbole OFDM est $T = 66.7 \mu s$ et la période d'échantillonnage est $T_s = 32.6$ ns. Les résultats de la simulation de Monte Carlo sont moyennés sur 1000 réalisations de canaux.

Retard (ns) τ_l	Puissance relative en (dB)
0	-1
50	-1
120	-1
200	0
230	0
500	0
1600	-3
2300	-5
5000	-7

Tableau 5.3 – Paramètres du modèle ETU du système LTE

La figure 5.11 montre comment différents délais sur la liaison retour du récepteur peuvent influencer l'efficacité spectrale du canal pour un $P_{target} = 10^{-3}$ par sous-canal. Dans cette simulation, on considère une vitesse de l'utilisateur de $v = 100$ km/h et des retards $\tau_D = \Delta nT$ entre $2 \times T$ et $10 \times T$. La fréquence Doppler maximale $f_D = v f_c / c$ est d'environ 185 Hz. Le pire des cas est obtenu avec une non adaptation de la modulation, i.e. en utilisant la même taille de constellation pour tous les sous-canaux. Le meilleur des cas, est obtenu lorsque le CSI est parfaitement connu à l'émetteur sans erreurs ni retard de retour ($\tau_D = 0$). Comparé au cas CSI parfait, lorsque le retard CSI est $6 \times T = 400.2 \mu s$ et $\gamma = 15$ dB, l'efficacité spectrale moyenne passe de 2,79 à 1,77.

La figure 5.12 montre une comparaison entre l'efficacité spectrale moyenne obtenue avec la méthode de Brent et celle obtenue avec l'algorithme proposé en prenant en considération une granularité finie de la taille de constellation (chargement des nombres entiers). Nous remarquons que la différence entre les deux courbes n'est pas très élevée. Cependant, la méthode proposée est très simple et ne nécessite pas une grande complexité de calcul.

La figure 5.13 montre les résultats de l'efficacité spectrale moyenne obtenue avec l'algorithme proposé et une contrainte de BER souhaitée de 10^{-3} et un retard CSI de $6 \times T$. Pour chaque valeur de SNR, des bits en entiers sont chargés de manière itérative sur les sous-canaux tant que le BER désiré et que le maximum de bits autorisés b_{max} ne sont pas dépassés. Pour un SNR faible ($\gamma < 15$ dB), le BER moyen est élevé et le système ne peut pas charger un grand nombre de bits même si b_{max} n'est pas dépassé. Mais pour un SNR élevé, le BER moyen est meilleur et le nombre de bits chargés augmente jusqu'à atteindre b_{max} . L'algorithme sous-optimal nécessite une faible complexité de calcul et prend en compte une taille de constellation réalisable. Les bits entiers chargés sont tels que le BER pour chaque sous-canal est inférieur au BER cible. Un bit entier maximal

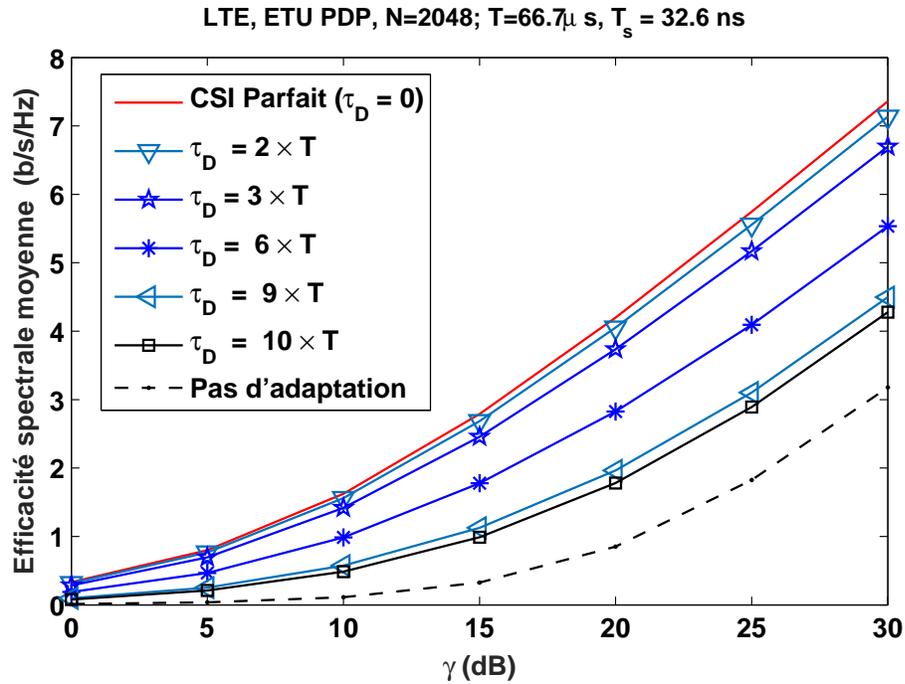


Figure 5.11 – Efficacité spectrale moyenne pour différents retards du canal et $P_{target} = 10^{-3}$.

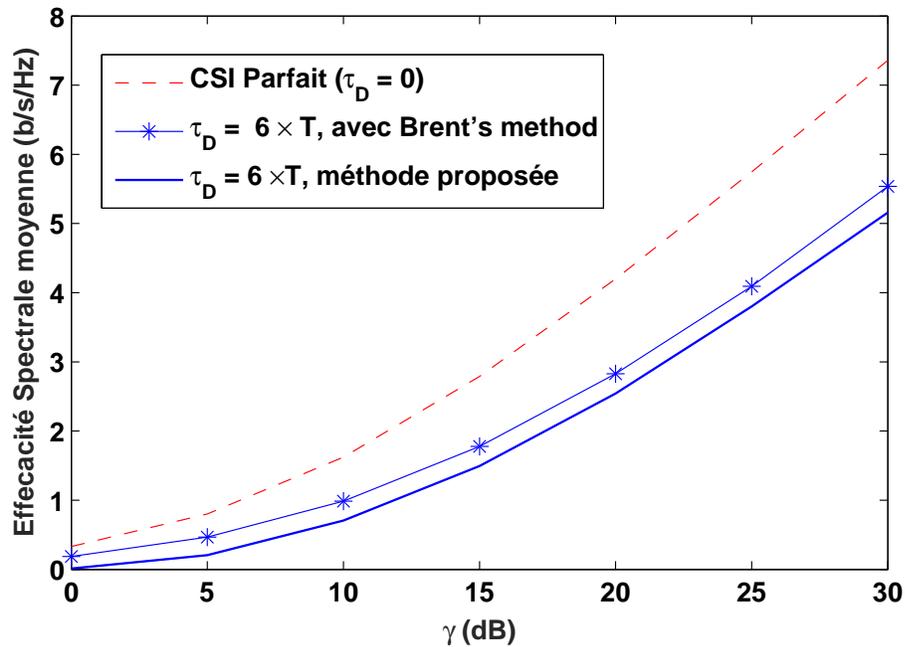


Figure 5.12 – Efficacité spectrale moyenne pour différents délais CSI et un BER cible $P_{target} = 10^{-3}$.

$b_{max} = 8$ correspond à la constellation 256QAM. En effet, si le nombre maximum de bits autorisés est faible, cela affecte les performances en efficacité spectrale moyenne.

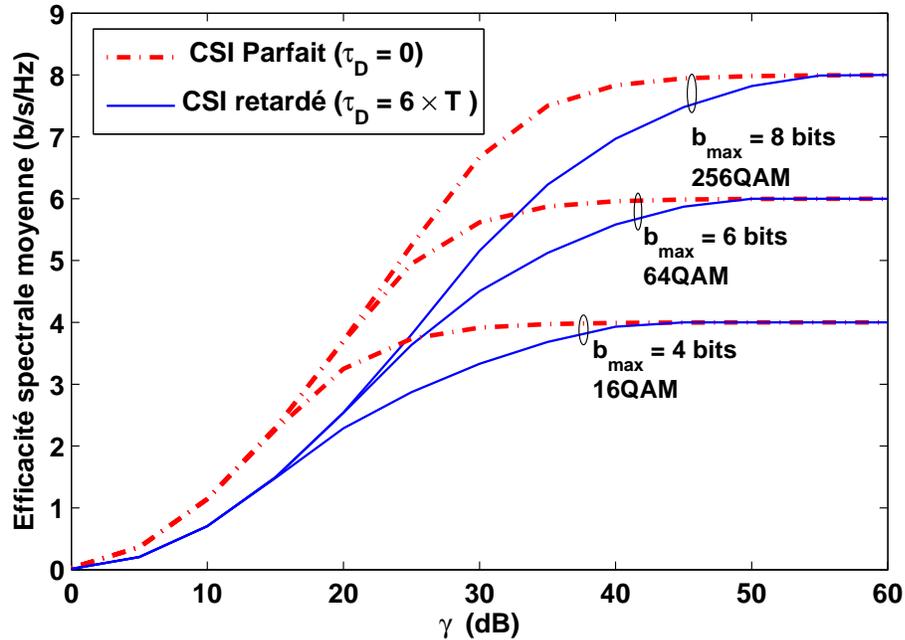


Figure 5.13 – Efficacité spectrale moyenne avec l’algorithme de chargement de bits proposé avec un $P_{target} = 10^{-3}$ et un retard de $\tau_D = 6T$.

5.7 Conclusion

Dans un premier temps, en supposons une connaissance parfaite du canal, après une revue de littérature, nous avons proposé dans ce chapitre un nouvel algorithme d’adaptation (*discrete bit loading*) avec un SNR gap adaptatif pour les systèmes OFDM. La minimisation de la puissance d’émission sous diverses contraintes est considérée. En outre, pour un SER cible, le SNR gap requis n’est pas constant pour tous les sous-canaux. Les résultats permettent l’utilisation simultanée de modulations MPSK et MQAM. L’algorithme converge vers le débit cible sans augmentation de la puissance d’émission totale et ne nécessite pas une complexité de calcul supplémentaire significative.

Dans la dernière partie du chapitre, nous nous sommes intéressé à l’efficacité spectrale moyenne pour les canaux sélectifs en fréquence et variables dans le temps. Les résultats ont montré que la connaissance parfaite du canal nous conduit à atteindre l’efficacité spectrale maximale sous réserve de la puissance d’émission totale et du BER

désiré par sous-canal. Cependant, cette connaissance parfaite du CSI à l'émetteur est pratiquement impossible, une connaissance partielle est plus réaliste, en particulier pour les systèmes de communication mobiles. Un retard dans l'acquisition du CSI augmente le BER, alors pour maintenir l'exigence en BER pour chaque sous-canal, un algorithme d'allocation sous-optimal avec une faible complexité est proposé.

Conclusion

La technique de modulation en multiporteuses, permet à un débit très élevé, de lutter contre les canaux sélectifs en fréquence, d'éliminer l'interférence intersymboles et d'utiliser efficacement le spectre disponible. Cette technique est présente dans presque tous les standards large bande et très haut débit comme la 4G et sera utilisée également dans la future norme de la 5G. Les techniques d'adaptation de la modulation et de la puissance pour un système multiporteuses sous différentes contraintes, permettent d'améliorer les performances en terme du débit de transmission, BER et efficacité en puissance, en prenant en compte les variations temporelles et fréquentielles du canal. Notre choix de travailler sur ces systèmes très pointus, était motivé par les grands challenges qu'ils permettent de soulever et notre souhait de se mettre sur le même pied d'estale que les travaux actuels les plus pointus sur les systèmes radio mobiles.

Toutefois, l'un des problèmes les plus sérieux de la modulation OFDM est son facteur de crête élevé, connu en anglais par "peak-to-average power ratio" (PAPR). Le PAPR étant un paramètre qualifiant directement les fluctuations d'amplitude d'un signal. Il est défini comme le rapport de la puissance instantanée maximale et de la puissance moyenne du signal à analyser. Un PAPR élevé conduit à des problèmes de saturation de l'amplificateur de puissance, il s'en suit, des distorsions des symboles émis (harmoniques, intermodulations, remontée spectrale, etc.) dégradant ainsi sensiblement les performances du système.

Dans cette thèse nous effectuons une étude détaillée des techniques multiporteuses et une analyse des distorsions liés à la non linéarité de l'amplificateur de puissance. Pour prévenir les distorsions que peut engendrer l'amplificateur de puissance à cause d'un signal à PAPR élevé, la réduction du PAPR d'un signal OFDM est l'un des points les plus pertinents que nous avons traité. Un certain nombre de méthodes de réduction du PAPR ont été étudiées et simulées dont les plus intéressantes sont :

- Écrêtage plus filtrage (Clipping and filtering), qui est la méthode la plus simple à mettre en place et qui permet d'éliminer les harmoniques générés à la sortie de l'amplificateur. Cependant cette méthode cause une forte dégradation du BER proportionnellement au facteur d'écrêtage utilisé.

- La méthode **TR** (Tone Reservation), qui nous ramène à un problème d'optimisation convexe solvable avec la programmation quadratique avec contraintes quadratiques (QCQP), ou dans certains cas avec la programmation linéaire LP. Le problème peut être ramené à la minimisation de l'énergie d'écrêtage au lieu du PAPR et résolvable avec un simple algorithme itératif du gradient et à faible complexité.
- La méthode **SLM** (Selected Mapping), qui consiste à générer un certain nombre de vecteurs de phase à multiplier par les symboles, et ensuite sélectionner celui qui a un PAPR réduit.
- La méthode **PTS** (Partial Transmit Sequences), est similaire au SLM, mais consiste tout d'abord à décomposer chaque bloc de symboles X en M sous-blocs disjoints X_m . La capacité de réduction est proportionnelle au nombre de facteurs de phases W et au nombre de sous-blocs M mais avec un coût important en complexité calculatoire.

Afin d'améliorer les performances des systèmes multiporteuses, après une revue des différentes méthodes de réduction du PAPR, nous avons proposé une méthode sous-optimale basée sur l'algorithme d'évolution différentielle en utilisant une structure en multipopulation et une auto-adaptation des paramètres de contrôle que nous avons appelé SAMDE-PTS (Self-Adaptive Multipopulation Differential Evolution Algorithm PTS). Les résultats des simulations ont montré que la méthode proposée atteint presque la même réduction du PAPR et la même performance en BER que celle du schéma de PTS classique tout en réduisant considérablement la complexité de calcul de plus de 90%. En outre, les résultats des simulations ont montré également que la méthode SAMDE-PTS surpassait les autres méthodes heuristiques et méta-heuristiques. En fait, la performance de l'algorithme est améliorée en adoptant une adaptation dynamique des paramètres de contrôle et une structure en multipopulation. Cette approche accélère la convergence et évite la stagnation en ajoutant de nouveaux mouvements de recherche et en maintenant la diversité de la population.

La deuxième contribution importante dans cette thèse concerne l'adaptation de la modulation ou ce qu'on appelle en anglais « Bit-loading ». Généralement dans les algorithmes d'allocation et d'adaptation de la modulation, seule la modulation MQAM est utilisée car le SNR gap requis est supposé constant pour tous les sous-canaux. Le SNR gap correspond à un écart en SNR pour atteindre un BER (ou SER) désiré. Nous avons proposé un nouvel algorithme d'allocation pour les systèmes multiporteuses afin de minimiser la puissance d'émission sous les contraintes du débit à atteindre, la puissance maximale d'émission, le taux d'erreur symbole cible (SER) et un SNR gap variable. Les modulations MPSK et MQAM peuvent être envisagées sans augmentation significative de la complexité de calcul ou de la puissance d'émission totale. L'algorithme proposé est une contribution très originale par rapport aux méthodes proposées dans

la littérature.

Dans le cas où le canal est variable dans temps à cause de la mobilité, l'information disponible à l'émetteur est partielle et comporte des erreurs. Nous avons donc proposé un algorithme d'adaptation tenant compte de l'imperfection sur le CSI, une contrainte sur le BER et une restriction sur la taille de la constellation à utiliser.

Les perspectives de cette étude sont multiples et les techniques multiporteuses sont toujours au cœur des recherches actuelles, où il est question de les combiner avec des nouvelles techniques telles que : Massive MIMO, D2D¹ et la technique d'accès multiples NOMA². Il s'agit de chercher à augmenter continuellement le débit, la capacité, la couverture, l'efficacité (puissance, spectre et autres ressources), la flexibilité, la fiabilité. Pour cela un certain nombre de nouveaux algorithmes de traitement du signal seraient proposés. A titre d'exemple, la modulation multiporteuses de type GFDM est une des techniques candidates pour la 5G, qui a l'avantage de générer un faible niveau d'émissions OOB. La GFDM est basée sur la modulation de blocs indépendants, où chaque bloc se compose d'un certain nombre de sous-porteuses et de sous-symboles. Les sous-porteuses sont filtrées avec un filtre prototype qui est circulairement décalé dans le temps et dans le domaine fréquentiel. La technique présente une meilleure efficacité spectrale, mais le filtrage des sous-porteuses engendre de l'interférence entre porteuses. Il serait intéressant d'élaborer des travaux de recherche pour proposer des algorithmes de réduction des interférences.

1. Device to Device

2. Nonorthogonal Multiple Access

.

Bibliographie

- [1] Y. Cho, J. Kim, W. Yang, and C. Kang, *MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB*. John Wiley & Sons, 2010.
- [2] M. C. Jeruchim, P. Balaban, and K. S. Shanmugan, Eds., *Simulation of Communication Systems : Modeling, Methodology and Techniques*, 2nd ed. Norwell, MA, USA : Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [3] W. Lee, *Mobile Communications Engineering*. New York : McGraw-Hill, 1982.
- [4] Y. Okumura, E. Ohmori, T. Kawano, and K. Fukuda, “Field strength and its variability in VHF and UHF land-mobile radio service,” *Review of the Electrical Communication Laboratory*, vol. 16, no. 9-10, pp. 825–873, Sept./Oct. 1968.
- [5] M. Hata, “Empirical formula for propagation loss in land mobile radio services,” *IEEE Trans. Vehicular Tech.*, vol. 29, no. 3, pp. 317–325, August 1980.
- [6] A. Goldsmith, *Wireless Communications*. New York : Cambridge University Press, 2005.
- [7] P. Bello, “Characterization of randomly time-variant linear channels,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 11, no. 4, pp. 360–393, December 1963.
- [8] F. Pérez Fontán and P. Mariño Espiñeira, *Modeling the Wireless Propagation Channel - A Simulation Approach with Matlab*, 1st ed. Wiley, 2008.
- [9] K. Fazel and S. Kaiser, *Multi-Carrier and Spread Spectrum Systems From OFDM and MC-CDMA to LTE and WiMAX*, 2nd ed., Wiley, Ed. Wiley, 2008.
- [10] W. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. John Wiley & Sons, 1974.
- [11] J. G. Proakis, *Digital Communications*, 4th ed. McGraw Hill, 2000.
- [12] Y. Li, L. Cimini, and N. Sollenberger, “Robust channel estimation for ofdm systems with rapid dispersive fading channels,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, no. 7, pp. 902–915, Jul 1998.
- [13] W. C. Lee, *Mobile Cellular Telecommunications : Analog and Digital Systems*, 2nd ed. McGraw-Hill Professional, 1995.
- [14] R. H. Clarke, “A statistical theory of mobile radio reception,” *Bell Systems Technical Journal*, vol. 47, pp. 957–1000, 1968.

- [15] W. W., "A statistical distribution function of wide applicability," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 18, pp. 293–297, 1951.
- [16] N. M., "Statistical methods in radio wave propagation," *Symposium Publications Division Publications Division*, pp. 3–36, 1960.
- [17] S. B. Weinstein and P. M. Ebert, "Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform," *IEEE Trans. Commun. Technol.*, vol. COM-19, pp. 628–634, Oct. 1971.
- [18] M. Charbit, *Systèmes de communications et théorie de l'information*. Lavoisier, 2003.
- [19] V. Dégardin, "Analyse de la faisabilité d'une transmission de données haut débit sur réseau électrique basse tension," Ph.D. dissertation, Université de Sciences et Technologies de Lille, Dec. 2002.
- [20] A. Peled and A. Ruiz, "Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms," *ICASSP*, vol. 5, pp. 964–967, Apr. 1980.
- [21] M. Engels, *Wireless OFDM systems : how to make them work ?*, ser. Kluwer international series in engineering and computer science. Kluwer Academic Pub., 2002.
- [22] A. R. S. Bahai and B. R. Saltzberg, *Multi-Carrier Digital Communication, Theory and Applications of OFDM*, K. A. Pub, Ed. Plenum Publishers, 1999.
- [23] B. Muquet, "Nouveaux schémas de réception et décodage pour les systèmes OFDM sans fil avec préfixe cyclique ou zéro-padding," Ph.D. dissertation, École nationale supérieure des télécommunications, Juin 2001.
- [24] B. Muquet, Z. Wang, G. B. Giannakis, M. de Courville, and P. Duhamel, "Cyclic prefixing or zero padding for wireless Multicarrier Transmissions?" *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 12, Dec. 2002.
- [25] J.-J. van de Beek, O. Edfors, M. Sandell, S. Wilson, and P. Borjesson, "On channel estimation in OFDM systems," in *IEEE 45th VTC Conference*, vol. 2, Jul. 1995, pp. 815–819.
- [26] J. Torrance and L. Hanzo, "Comparative study of pilot symbol assisted modem schemes," in *Sixth International Conference on Radio Receivers and Associated Systems*, Sep. 1995, pp. 36–41.
- [27] S. Coleri, M. Ergen, A. Puri, and A. Bahai, "Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems," *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 48, no. 3, pp. 223–229, sep 2002.
- [28] O. Edfors, M. Sandell, J.-J. van de Beek, S. Wilson, and P. Ola Borjesson, "OFDM channel estimation by singular value decomposition," in *IEEE 46th VTC 'Mobile Technology for the Human Race'*, vol. 2, May 1996, pp. 923–927.

- [29] M.-H. Hsieh and C.-H. Wei, "Channel estimation for OFDM systems based on comb-type pilot arrangement in frequency selective fading channels," *IEEE Trans. Cons Elec.*, vol. 44, no. 1, pp. 217–225, feb 1998.
- [30] O. Edfors, M. Sandell, J.-J. Van De Beek, S. K. Wilson, and P. O. Börjesson, "Analysis of DFT-Based Channel Estimators for OFDM," *Wirel. Pers. Commun.*, vol. 12, pp. 55–70, Jan. 2000.
- [31] B. Sklar, *Digital Communications : Fundamentals and Applications*. Upper Saddle River, NJ, USA : Prentice-Hall, Inc., 1988.
- [32] Y. Li, "Simplified channel estimation for OFDM systems with multiple transmit antennas," *IEEE Trans. Wireless Comm.*, vol. 1, no. 1, pp. 67–75, jan 2002.
- [33] J. Rinne et M. Renfors, "Pilot Spacing in OFDM Systems on Practical Channels," *IEEE Trans. Cons Elec.*, vol. 42, pp. 959–962, 1996.
- [34] S.Kaiser, "OFDM code-division multiplexing in fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 8, pp. 1266–1273, Aug. 2002.
- [35] G. Wornell, "Spread-response precoding for communication over fading channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, no. 2, pp. 488–501, Mar. 1996.
- [36] J. Boutros and E. Viterbo, "Signal space diversity : a power and bandwidth efficient diversity," *IEEE Trans. Inform. Theory*, pp. 1453–1467, Jul. 1998.
- [37] J. Boutros, E. Viterbo, C. Rastello, and J. Belbore, "Good lattice constellations for both Rayleigh fading and Gaussian channel," *IEEE Trans. Inform. Theory*, pp. 502–518, Mar. 1996.
- [38] R. Lin and A. P. Petropulu, "Blind channel estimation for OFDM systems based on non-redundant linear precoding," Electrical-Computer Eng. Dept., Drexel University, Philadelphia, PA 19104, Tech. Rep., 2004.
- [39] M. Debbah, M. de Courville, and P. Maille, "Multiresolution Decoding Algorithm for Walsh-Hadamard Linear Precoded OFDM," *In 7th International OFDM Workshop Hamburg, Germany*, Sep. 2002.
- [40] Z. Wang, S. Zhou, and G. B. Giannakis, "Joint coding-precoding with low-complexity turbo-decoding," *IEEE Trans. Wireless Comm.*, vol. 3, no. 3, pp. 832–842, May 2004.
- [41] Z. Wang and G. B. Giannakis, "Linearly precoded or coded OFDM against wireless channel fades?" *Third IEEE Signal Processing Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications Taoyuan, Taiwan*, pp. 20–23, Mar. 2001.
- [42] Z. Liu, Y. Xin, and G. B. Giannakis, "Linear Constellation Precoding for OFDM With Maximum Multipath Diversity and Coding Gains," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 3, pp. 416–427, Mar. 2003.
- [43] M. Debbah, "Précodage linéaires pour les transmissions OFDM sans fil," Ph.D. dissertation, Ecole Normale Supérieure de Cachan, Oct. 2002.

- [44] V. L. Nir, "Étude et optimisation des systèmes multi-antennes associés à des modulations multiporteuses," Ph.D. dissertation, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, Nov. 2004.
- [45] J. Tellado-Mourelo, "Peak to average power reduction for multicarrier modulation," PhD thesis, Stanford University, Sep. 1999.
- [46] T. Jiang and Y. Wu, "An Overview : Peak-to-Average Power Ratio Reduction Techniques for OFDM Signals," *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 54, no. 2, pp. 257–268, June 2008.
- [47] S. Shepherd, J. Orriss, and S. Barton, "Asymptotic limits in peak envelope power reduction by redundant coding in orthogonal frequency-division multiplex modulation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, no. 1, pp. 5–10, Jan. 1998.
- [48] R. van Nee and A. de Wild, "Reducing the peak-to-average power ratio of OFDM," in *48th IEEE VTC Conference*, vol. 3, may 1998, pp. 2072–2076.
- [49] H. Ochiai and H. Imai, "On the distribution of the peak-to-average power ratio in OFDM signals," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 2, pp. 282–289, Feb. 2001.
- [50] S. Q. Wei, D. L. Goeckel, and P. E. Kelly, "A modem extreme value theory approach to calculating the distribution of the peak-to-average power ratio in **OFDM** systems," *IEEE Inter. Conf. on Comm.*, vol. 3, pp. 1686–1690, Apr. 2002.
- [51] E. Costa, M. Midrio, and S. Pupolin, "Impact of Amplifier Non-linearities on OFDM Transmission System Performance," *Communication Letters*, vol. 3, no. 2, Feb. 1999.
- [52] G. Santella and F. Mazzenga, "A model for performance evaluation in M-QAM-OFDM schemes in presence of nonlinear distortions," *IEEE 45th VTC'95*, pp. 830–834, Jul. 1995.
- [53] D. Kim and G. L. Stuber, "Clipping noise mitigation for OFDM by decision-aided reconstruction," *Electronics Letters*, vol. 3, no. 1, Jan. 1999.
- [54] H. Ochiai and H. Imai, "Performance of the deliberate clipping with adaptive symbol selection for strictly band-limited OFDM systems," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 18, no. 11, Nov. 2000.
- [55] X. Li and L. J. Cimini, "Effects of Clipping and Filtering on the Performance of OFDM," *Communication Letters*, vol. 2, no. 5, May 1998.
- [56] J. Armstrong, "Peak-to-average power reduction for OFDM by repeated clipping and frequency domain filtering," *Electronics Letters*, vol. 5, no. 5, Feb. 2002.
- [57] H. Saeedi, M. Sharif, and F. Marvasti, "Clipping noise cancellation in **OFDM** systems using oversampled signal reconstruction," *Communication Letters*, vol. 6, no. 2, Feb. 2002.
- [58] H. Chen and A. M. Haimovich, "Iterative estimation and cancellation of clipping noise for **OFDM** signals," *Communication Letters*, vol. 7, no. 7, Jul. 2003.

- [59] T. Jiang and G. X. Zhu, "Nonlinear companding transform for reducing peak-to-average power ratio of OFDM signals," *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 50, no. 3, pp. 342–346, Sep. 2004.
- [60] X. Huang, J. H. Lu, J. L. Zheng, K. B. Letaief, and J. Gu, "Companding transform for reduction in peak-to-average power ratio of OFDM signals," *IEEE Trans. Wireless Comm.*, vol. 3, no. 6, pp. 2030–2039, Nov. 2004.
- [61] C. Tellambura, "Multicarrier transmission peak-to-average power reduction using simple block code," *Electronics Letters*, vol. 34, no. 17, Aug. 1998.
- [62] P. Fan and X.-G. Xia, "Block coded modulation for the reduction of the peak to average power ratio in OFDM systems," *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, vol. 45, no. 4, pp. 1025–1029, Nov 1999.
- [63] J. H. Wen, G. R. Lee, C. C. Kung, and C. Y. Yang, "Coding Schemes Applied to Peak-to-Average Power Ratio (PAPR) Reduction in OFDM Systems," in *2008 International Wireless Communications and Mobile Computing Conference*, Aug 2008, pp. 807–812.
- [64] D. Wulich and L. Goldfeld, "Reduction of peak factor in orthogonal multicarrier modulation by amplitude limiting and coding," *IEEE Trans. on Communications*, vol. 47, no. 1, pp. 18–21, Jan 1999.
- [65] T. Jiang, G. Zhu, and J. Zheng, "Block coding scheme for reducing papr in ofdm systems with large number of subcarriers," *Journal of Electronics*, vol. 21, no. 6, pp. 482–489, Nov 2004.
- [66] R. Bauml, R. Fischer, and J. Huber, "Reducing the peak-to-average power ratio of multicarrier modulation by selected mapping," *Electronics Letters*, vol. 32, no. 22, pp. 2056 –2057, Oct 1996.
- [67] S. H. Muller and J. B. Huber, "A comparison of peak power reduction schemes for OFDM," *Proc. IEEE GLOBECOM'97*, pp. 1–5, Nov. 1997.
- [68] H. Breiling, S. H. Muller-Weinfurtner, and J. B. Huber, "SLM peak-power reduction without explicit side information," *IEEE Communications Letters*, vol. 5, no. 6, pp. 239–241, June 2001.
- [69] C.-L. Wang, M.-Y. Hsu, and Y. Ouyang, "A low-complexity peak-to-average power ratio reduction technique for ofdm systems," in *IEEE Global Telecommunications Conference.*, vol. 4, Dec 2003, pp. 2375–2379.
- [70] C. Tellambura and A. Jayalath, "PAR reduction of an OFDM signal using partial transmit sequences," in *IEEE 54th VTC*, vol. 1, 2001, pp. 465–469.
- [71] C. Tellambura, "Improved phase factor computation for the PAR reduction of an OFDM signal using PTS," *Communication Letters*, vol. 5, no. 4, Apr. 2001.
- [72] —, "Phase optimisation criterion for reducing peak-to-average power ratio in OFDM," *Electronics Letters*, vol. 34, no. 2, Jan. 1998.

- [73] —, “A coding technique for reducing peak-to-average power ratio in OFDM ,” in *IEEE GLOBECOM 98*, vol. 5, 1998, pp. 2783–2787.
- [74] J. Tellado and J. M. Cioffi, “Efficient algorithms for Reducing PAR in multicarrier systems,” *IEEE International Symposium on Information Theory*, p. 191, Aug. 1998.
- [75] C. Tuna and D. L. Jones, “Tone injection with aggressive clipping projection for OFDM PAPR reduction,” in *ICASSP*, 2010, pp. 3278–3281.
- [76] S. H. Han and J. H. Lee, “An overview of peak-to-average power ratio reduction techniques for multicarrier transmission,” *IEEE Trans. Wireless Comm.*, vol. 12, no. 2, pp. 56–65, Apr. 2005.
- [77] R. O’Neill and L. B. Lopes, “Envelope variations and spectral splatter in clipped multicarrier signals,” in *Proceedings of 6th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, vol. 1, Sep 1995, pp. 71–75 vol.1.
- [78] H. J. Kim, S. C. Cho, H. S. Oh, and J. M. Ahn, “Adaptive clipping technique for reducing PAPR on OFDM systems,” in *IEEE VTC*, vol. 3, Oct. 2003, pp. 1478 – 1481.
- [79] R. O’Neill and L. B. Lopes, “Envelope variations and spectral splatter in clipped multicarrier signals,” in *Proceedings of 6th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, vol. 1, Sep 1995, pp. 71–75.
- [80] H. Ochiai and H. Imai, “Performance analysis of deliberately clipped OFDM signals,” *Communication Letters*, vol. 50, no. 1, Jan. 2002.
- [81] H. E. Rowe, “Memoryless nonlinearities with gaussian inputs : Elementary results,” *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 61, no. 7, pp. 1519–1525, 1982.
- [82] A. E. Jones, T. A. Wilkinson, and S. K. Barton, “Block coding scheme for reduction of peak-to-average envelope power ratio of multicarrier transmission systems,” *EE Electronics Letters*, vol. 30, no. 8, pp. 2098–2099, Dec 1994.
- [83] T. Wilkinson and A. Jones, “Minimisation of the peak to mean envelope power ratio of multicarrier transmission schemes by block coding,” in *IEEE 45th VTC*, vol. 2, Jul. 1995, pp. 825–829.
- [84] J. A. Davis and J. Jedwab, “Peak-to-Mean Power Control in OFDM, Golay Complementary Sequences, and Reed-Muller Codes,” *IEEE Trans. on Info. Theory*, vol. 45, no. 7, pp. 2397–17, Nov 1999.
- [85] E. P. Lawrey, “Adaptive techniques for multiuser OFDM,” Ph.D. dissertation, School of Engineering James Cook University, December, 2001.
- [86] S. H. Muller and J. B. Huber, “OFDM with reduced peak-to-average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences,” *Electronics Letters*, vol. 33, no. 5, Feb. 1997.

- [87] J. Hou, J. Ge, and J. Li, "Peak-to-Average Power Ratio Reduction of OFDM Signals Using PTS Scheme With Low Computational Complexity," *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 57, no. 1, pp. 143–148, Mar. 2011.
- [88] S. H. Han and J. H. Lee, "PAPR Reduction of OFDM Signals Using a Reduced Complexity PTS Technique," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 11, no. 11, pp. 887–890, Nov. 2004.
- [89] L. J. Cimini and N. R. Sollenberger, "Peak-to-Average Power Ratio Reduction of an OFDM Signal Using Partial Transmit Sequences," *Communication Letters*, vol. 4, no. 3, Mar. 2000.
- [90] A. Ghassemi and T. Gulliver, "A Low-Complexity PTS-Based Radix FFT Method for PAPR Reduction in OFDM Systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 56, no. 3, pp. 1161–1166, Mar. 2008.
- [91] —, "Partial Selective Mapping OFDM with Low Complexity IFFTs," *Communication Letters*, vol. 12, no. 1, pp. 4–6, Jan. 2008.
- [92] S.-J. Ku, C.-L. Wang, and C.-H. Chen, "A reduced-complexity **PTS**-based **PAPR** reduction scheme for **OFDM** systems," *IEEE Trans. Wireless Comm.*, vol. 9, pp. 2455–2460, Aug. 2010.
- [93] Y. Kou, W.-S. Lu, and A. Antoniou, "New peak-to-average power-ratio reduction algorithms for multicarrier communications," *IEEE Transactions on Circuits And Systems : Regular Papers*, vol. 51, no. 9, Sep. 2004.
- [94] N. Petersson, "Peak and power reduction in multicarrier systems," Ph.D. dissertation, Department of Electrosience Lund University, Nov. 2002.
- [95] H. A. Saadi, T. Damerджи, F. Ykhlef, and A. Guessoum, "Réduction du PAPR en minimisant l'énergie d'écritage pour un système multiporteuse OFDM," *SETIT 2009 5th international conference : sciences of electronic technologies of information and telecommunications, Tunisia*, 2009.
- [96] S. Tertois, "Réduction des effets des non-linéarités dans une modulation multiporteuse à l'aide de réseaux de neurones," Ph.D. dissertation, Université de Rennes 1, Dec. 2003.
- [97] H. Nishijima, M. Okada, and S. Komaki, "A sub-optimum non-linear distortion compensation scheme for orthogonal multi-carrier modulation systems," in *Seventh IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, vol. 1, Oct. 1996, pp. 45–48.
- [98] M. Okada, H. Nishijima, and S. Komaki, "A new nonlinear distortion compensator for **OFDM** signals in a multipath fading channel," *The 8th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, vol. 3, pp. 1100–1104, Sep. 1997.

- [99] S.-S. Kim, M.-J. Kim, and T. A. Gulliver, "A new PTS for PAPR reduction by local search in GA," in *IJCNN*, 2006, pp. 2370–2373.
- [100] H. Liang, Y.-R. Chen, Y.-F. Huang, and C.-H. Cheng, "A modified genetic algorithm PTS technique for PAPR reduction in OFDM systems," in *15th Asia-Pacific Conference on communications APCC*, Oct. 2009, pp. 182–185.
- [101] H.-L. Hung, Y.-F. Huang, C.-M. Yeh, and T.-H. Tan, "Performance of particle swarm optimization techniques on PAPR reduction for OFDM systems," in *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, SMC*, Oct. 2008, pp. 2390–2395.
- [102] H. Ait-Saadi, A. Guessoum, and J.-Y. Chouinard, "Differential evolution algorithm for PAPR reduction in OFDM systems," in *7th Inter. Workshop on Systems, Signal Processing and their Applications (WOSSPA)*, May 2011, pp. 175–178.
- [103] Y. Wang, W. Chen, and C. Tellambura, "A PAPR reduction method based on artificial bee colony algorithm for OFDM signals," *IEEE Trans. Wireless Comm.*, vol. 9, pp. 2994–2999, Oct. 2010.
- [104] T. Jiang, W. Xiang, P. Richardson, J. Guo, and G. Zhu, "PAPR Reduction of OFDM Signals Using Partial Transmit Sequences With Low Computational Complexity," *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 53, no. 3, pp. 719–724, Sep. 2007.
- [105] E. Aarts and J. Lenstra, *Local search in combinatorial optimization*. J. Wiley, New York, 1997.
- [106] J. H. Holland, *Adaption in Natural and Artificial Systems*. Cambridge, MA : MIT Press, 1975.
- [107] L. D. Chambers, *Practical Handbook of Genetic Algorithms*. Boca Raton, FL, USA : CRC Press, Inc., 1995.
- [108] K. F. Man, K. S. Tang, and S. Kwong, "Genetic algorithms : Concepts and applications," *IEEE Tran. Indus. Elec.*, vol. 43, no. 5, pp. 519–534, october 1996.
- [109] D. Goldberg, *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*. Addison-Wesley, 1989.
- [110] R. Storn and K. Price, "Differential Evolution-A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces," *Springer, Journal of Global Optimization*, vol. 11, no. 4, pp. 341–359, Dec. 1997.
- [111] K. Price, R. Storn, and J. Lampinen, *Differential Evolution : A Practical Approach to Global Optimization*, ser. Natural Computing Series. Springer, 2005.
- [112] H. Ait-Saadi, A. Guessoum, and J.-Y. Chouinard, "A PAPR Reduction for OFDM Signals Based on Self-Adaptive Multipopulation DE algorithm," *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*, vol. 7, pp. 2651–2660, Oct. 2017.

- [113] J. Brest, S. Greiner, B. Boskovic, M. Mernik, and V. Zumer, "Self-adapting control parameters in differential evolution : A comparative study on numerical benchmark problems," *IEEE Trans. on Evol. Comp.*, vol. 10, no. 6, pp. 646 –657, Dec. 2006.
- [114] H. Ait-Saadi, J.-Y. Chouinard, and A. Guessoum, "Distributed differential evolution algorithm for PAPR reduction of OFDM signals," in *Intern. Conf. on Inf. Science, Signal Process. and their Applic.*, 2012, pp. 567–572.
- [115] E. Alba and M. Tomassini, "Parallelism and evolutionary algorithms," *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, vol. 6, no. 5, pp. 443 – 462, Jan. 2002.
- [116] M. Weber, F. Neri, and V. Tirronen, "A study on scale factor in distributed differential evolution," *Information Sciences*, vol. 181, no. 12, pp. 2488 – 2511, 2011.
- [117] W. Kwedlo and K. Bandurski, "A Parallel Differential Evolution Algorithm," in *Inter. Symp. on Parallel Computing in Elec. Eng.*, Sep. 2006, pp. 319 –324.
- [118] I. De Falco, U. Scafuri, E. Tarantino, and A. Della Cioppa, "A Distributed Differential Evolution Approach for Mapping in a Grid Environment," in *15th EUROMICRO Inter. Conf. on Parallel, Distributed and Network-Based Processing.*, Feb. 2007, pp. 442 –449.
- [119] C. Shannon, "A mathematical theory of communication," *Bell system technical journal*, vol. 27, 1948.
- [120] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of wireless communication*. New York, NY, USA : Cambridge University Press, 2005.
- [121] R. G. Gallager, *Information Theory and Reliable Communication*. New York : Wiley, 1968.
- [122] J. Forney, G.D. and M. Eyuboglu, "Combined equalization and coding using precoding," *IEEE Communications Magazine*, vol. 29, no. 12, pp. 25–34, Dec. 1991.
- [123] A. J. Goldsmith and P. P. Varaiya, "Capacity of fading channels with channel side information," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 43, no. 6, pp. 1986–1992, Nov 1997.
- [124] P. Chow, J. Cioffi, and J. Bingham, "A practical discrete multitone transceiver loading algorithm for data transmission over spectrally shaped channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, no. 234, pp. 773–775, feb 1995.
- [125] R. Fischer and J. Huber, "A new loading algorithm for discrete multitone transmission," in *GLOBECOM 'Communications : The Key to Global Prosperity'*, vol. 1, nov 1996, pp. 724–728.
- [126] A. Leke and J. Cioffi, "A maximum rate loading algorithm for discrete multitone modulation systems," in *IEEE GLOBECOM.*, vol. 3, nov 1997, pp. 1514–1518.

- [127] J. Campello, "Optimal discrete bit loading for multicarrier modulation systems," in *Information Theory, 1998. Proceedings. 1998 IEEE International Symposium on*, Aug 1998, pp. 193–.
- [128] A. J. Goldsmith and S.-G. Chua, "Variable-rate variable-power MQAM for fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 45, no. 10, pp. 1218–1230, Oct 1997.
- [129] X. Qiu and K. Chawla, "On the Performance of Adaptive Modulation in Cellular Systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 6, pp. 1218–1230, Jun 1999.
- [130] A. M. Wyglinski, F. Labeau, and P. Kabal, "Bit loading with ber-constraint for multicarrier systems," *IEEE Trans. Wireless Comm.*, vol. 4, no. 4, pp. 1383–1387, July 2005.
- [131] D. Wang, Y. Cao, and L. Zheng, "Efficient two-stage discrete bit-loading algorithms for ofdm systems," *IEEE Trans. Vehicular Tech.*, vol. 59, no. 7, pp. 3407–3416, Sept 2010.
- [132] L. Goldfeld, V. Lyandres, and D. Wulich, "Minimum BER power loading for OFDM in fading channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 11, pp. 1729–1733, Nov 2002.
- [133] D. Dardari, "Ordered subcarrier selection algorithm for OFDM-based high-speed WLANs," *IEEE Trans. Wireless Comm.*, vol. 3, no. 5, pp. 1452–1458, Sept 2004.
- [134] N. Papandreou and T. Antonakopoulos, "A new computationally efficient discrete bit-loading algorithm for dmt applications," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 53, no. 5, pp. 785–789, May 2005.
- [135] L. Zheng, G. L. Stuber, D. Wang, and Y. Cao, "Optimal Bit and Power Direct Allocation Algorithm in OFDM Systems Based on the Regularity of Greedy Allocation Result," *IEEE Trans. Wireless Comm.*, vol. 11, no. 9, pp. 3388–3397, September 2012.
- [136] E. Baccarelli and M. Biagi, "Optimal integer bit-loading for multicarrier {ADSL} systems subject to spectral-compatibility limits," *Signal Processing*, vol. 84, no. 4, pp. 729 – 741, 2004.
- [137] A. G. Armada, "SNR gap approximation for M-PSK-Based bit loading." *IEEE Trans. Wireless Comm.*, vol. 5, no. 1, pp. 57–60, 2006.
- [138] R. D. Dutton, "Weak-heap sort," *BIT*, vol. 33, no. 3, pp. 372–381, 1993.
- [139] J. R. Foerster, "Channel modeling sub-committee report final," *Tech. Rep P802.15 02/490r1, IEEE 802.15 SG3a*, Feb 2003.
- [140] K. Gilhousen, I. Jacobs, R. Padovani, A. Viterbi, J. Weaver, L.A., and I. Wheatley, C.E., "On the capacity of a cellular CDMA system," *IEEE Trans. Vehicular Tech.*, vol. 40, no. 2, pp. 303–312, May 1991.

- [141] S. Ye, R. S. Blum, and L. J. Cimini, “Adaptive ofdm systems with imperfect channel state information,” *IEEE Trans. Wireless Comm.*, vol. 5, no. 11, pp. 3255–3265, November 2006.
- [142] S. Diggavi, “Analysis of multicarrier transmission in time-varying channels,” in *IEEE ICC*, vol. 3, jun 1997, pp. 1191–1195.
- [143] S. T. Chung and A. J. Goldsmith, “Degrees of freedom in adaptive modulation : a unified view,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 9, pp. 1561–1571, Sep 2001.
- [144] R. Brent, *Algorithms for Minimization without Derivatives*, 1st ed. Upper Saddle River, NJ, USA : Prentice Hall Press, 1973.
- [145] H. Ait-Saadi, J.-Y. Chouinard, M. Bersali, K. Chentir, C. Burton, and A. Gues-soum, “Adaptive rate for multicarrier systems with BER-constraint and imperfect CSI,” in *Intern. Conf. on Automatic control, Telecommunication and Signals (ICATS)*, 2017, pp. 1–5.

Annexe A

Liste des Publications

Articles publiés

- [112] Ait-Saadi, H. and Chouinard, J.-Y. and Guessoum, A., “A PAPR Reduction for OFDM Signals Based on Self-Adaptive Multipopulation DE algorithm,” *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*, vol. 7, pp. 2651-2660, 2017.
- [114] Ait-Saadi, H. and Chouinard, J.-Y. and Guessoum, A., “Distributed differential evolution algorithm for PAPR reduction of OFDM signals,” *Intern. Conf. on Inf. Science, Signal Process. and their Applic.*, Montreal, pp. 567-572, 2012.
- [102] Ait-Saadi, H. and Guessoum, A. and Chouinard, J.-Y., “Differential evolution algorithm for PAPR reduction in OFDM systems,” *7th Inter. Workshop on Systems, Signal Processing and their Applications (WOSSPA)*, Algiers, pp. 175–178, 2011.
- [95] H. Ait Saadi and T. Damerdji and F. Ykhlef and A. Guessoum, “Réduction du PAPR en Minimisant l’Energie d’Ecrêtage pour un Système Multiporteuse OFDM,” *SETIT 2009 5th international conference : sciences of electronic technologies of information and telecommunications*, Tunisia, pp. 514–519, 2009.
- [145] H. Ait-Saadi and J.-Y. Chouinard and M. Bersali and K. Chentir and C. Burton and A. Guessoum, “Adaptive rate for Multicarrier Systems with BER-Constraint and imperfect CSI,” *Intern. Conf. on Automatic control, Telecommunication and Signals (ICATS)*, Annaba, pp. 1–5, 2017.

Articles soumis/préparés

- Ait-Saadi, H. and Chouinard, J.-Y. and Guessoum, A., “Discrete Bit-Loading Algorithm for OFDM Systems with adaptive SNR Gap, *International Journal of Communication Systems*, Wiley .