

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



**UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA 1**  
**FACULTE DE TECHNOLOGIE**  
**DEPARTEMENT DE MECANIQUE**

Projet de Fin d'Etudes  
Pour l'obtention du Diplôme de Master 2 en  
Fabrication Mécanique et Productique

**Étude d'un bras manipulateur plan 3R,**  
**Modélisation et Simulation (Matlab, Solidworks)**

Proposé et encadré par :

**Mr. GOUASMI Mahmoud**

Réalisé par : -KRIMA Omar

-OULD MAHBOUSSI Mounir

-BOUKERDOUN Sofiane

Année universitaire 2019/2020

## DEDICACES

*À nos très chers parents.*

*À nos frères et nos sœurs.*

*À toute la famille.*

*À tous nos amis.*

*À tous les Enseignants de Département Génie Mécanique*

*À tous qui nous aime.*

## **Remerciements**

*Nous remercions Le Dieu le tout puissant et le  
miséricordieux qui nous a offert le courage pour faire  
aboutir ce travail.*

*Nous exprimons notre gratitude à monsieur GOUASMI  
Mahmoud professeur à l'USDB pour avoir assumé la  
responsabilité de nous encadrer, ainsi que pour la confiance  
qu'il nous a accordée.*

*Nous remercions très chaleureusement les membres du  
jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait en acceptant d'être  
rapporteurs de notre mémoire*

*Nos vifs remerciements à tous nos enseignants du  
primaire à l'université*

*Nous tenons à remercier toute personne qui nous a aidé  
dans notre cursus et spécialement notre cher ami*

*Z. Loukmene pour les conseils qu'il nous a donnés.*

*Nous tenons à remercier nos chers parents qui ont sacrifié  
leur vie à faire aboutir nos études.*

## ملخص:

الهدف من هذا العمل هو تجسيد محاكاة لنموذج ذراع آلي بثلاث درجات من الحرية بواسطة البرنامجين ماتلاب و صوليد ووركس، وذلك بعد إجراء دراسة لنموذجها الحركي الذي يشمل: النموذج الهندسي المباشر وكذلك النموذج الهندسي العكسي، وبعد ذلك تم تعيين وحساب العلاقات الرياضية اللازمة للتحكم في الذراع الآلي، وفي النهاية، تم تطبيق بعض الأمثلة للتوضيح.

## Résumé :

Le but de ce travail, est de matérialiser la simulation d'un bras manipulateur plan à trois degrés de liberté à l'aide des programmes : MATLAB et SOLIDWORKS, et ceci après avoir mené à bon port l'étude de son modèle cinématique qui comprend : le modèle géométrique direct ainsi que le modèle géométrique inverse.

Ensuite, d'écrire les relations mathématiques nécessaires à fin de contrôler le bras robotique qu'ils lui ont été attribuées et calculées, et enfin de considérer quelques exemples à fin d'illustrer notre travail.

## Abstract:

The goal of this work is to materialize the simulation of a plane manipulator arm with three degrees of freedom using the programs: MATLAB and SOLIDWORKS, and this after having carried out the study of its kinematic model which includes: the direct geometric model as well as the inverse geometric model.

Then, the mathematical relationships necessary to control the robotic arm were assigned and calculated; finally some examples were applied to illustrate our work.

## Table des matières

### Chapitre I : Généralités sur les bras (robots) manipulateurs

|  |    |
|--|----|
| Dédicace.....  | 01 |
| Remerciements.....   | 02 |
| Résumé.....  | 03 |
| Tableau de matière .....   | 04 |
| Listes des figures et des tableaux .....   | 05 |
| 1) Introduction générale.....  | 01 |
| 1.1) Historique sur la robotique et les robots manipulateurs et le marché international..... | 02 |
| 1.2) Que veut dire le mot « ROBOT » ?.....   | 06 |
| 1.3) Définition de quelques termes dans le contexte.....                                     | 07 |
| 1.4) Système mécanique articulé (SMA) .....  | 09 |
| 1.5) La redondance d'un robot .....  | 09 |
| 1.6) Organes et éléments d'un bras manipulateur (sériel).....                                | 10 |
| 1.7) Les différents types de bras manipulateurs .....  | 12 |
| 1.8) Comparaison entre les robots sériels et les robots parallèles .....                     | 12 |
| 1.9) Espace de travail.....  | 13 |
| 1.10) Caractéristiques des robots .....  | 14 |
| 1.11) Avantages et inconvénients de la robotique.....  | 14 |
| a) Quelques avantages .....  | 14 |
| b) Quelques inconvénients (désavantages) .....   | 15 |
| 1.12) Types de tâche et secteurs d'application.....  | 16 |
| 1.13) Programmation d'un bras manipulateur .....   | 20 |
| 1.13.1) La programmation hors ligne .....  | 20 |
| 1.13.2) La programmation manuelle .....  | 20 |

### Chapitre II : Modélisation des bras manipulateurs

|  |    |
|--|----|
| 2) Introduction.....   | 22 |
| 2.1) Quelques notions sur la théorie des robots et des manipulateurs (d'après la théorie des mécanismes) ..... | 23 |
| 2.1.1) Couples cinématiques.....   | 23 |
| 2.1.2) Conditions de liaison .....   | 23 |
| 2.1.3) Degré de liberté.....   | 24 |
| 2.1.4) Les couples cinématiques usuels en robotique .....  | 25 |
| 2.1.5) Chaines cinématiques .....  | 26 |
| 2.2) Schéma cinématique .....  | 27 |
| 2.2.1) Signes conventionnels des couples cinématiques usuels en robotique .....                                | 28 |
| 2.2.2) Exemple d'application.....  | 29 |
| 2.2.3) Schéma cinématique du robot plan (3R) (étudié) .....  | 30 |
| 2.3) Rappel mathématique .....   | 31 |
| 2.3.1) Position d'un point .....   | 31 |
| 2.3.2) transformation homogène.....  | 31 |
| 2.3.3) Matrices des transformations pures.....   | 32 |
| 2.3.4) Propriétés des matrices de transformation homogène .....  | 33 |
| 2.3.5) Le model géométrique .....  | 34 |
| 2.4) Calcul du Model géométrique direct (MGD).....   | 35 |
| 2.5) Calcul du MGD, en utilisant de différentes méthodes : .....   | 35 |
| 2.5.1) La technique de Conjugaison ou TMT <sup>-1</sup> .....  | 35 |
| 2.5.1.*) Application de la TMT <sup>-1</sup> .....   | 36 |

|  |           |
|--|-----------|
| 2.5.1.*. a) Première manipulation.....   | 36        |
| 2.5.1.*. b) Deuxième manipulation .....  | 42        |
| 2.5.1.*.c) Troisième manipulation .....  | 43        |
| 2.5.1.*. d) Quatrième manipulation .....   | 46        |
| 2.5.1.*. e) Cinquième manipulation .....   | 47        |
| 2.5.1.*. f) Sixième manipulation .....   | 47        |
| 2.5.2) La convention de DENAVIT– HARTENBERG .....  | 49        |
| 2.5.2.1) Notations.....  | 49        |
| 2.5.2.2) Passage du repère $R_{i-1}$ au repère $R_i$ , et détermination des paramètres de DENAVIT-<br>HARTENBERG modifié ..... | 50        |
| 2.5.2.3) Application de la convention de DH Classique.....   | 51        |
| 2.6) Modèle géométrique inverse (MGI) .....  | 53        |
| 2.6.1) Le MGI pour un bras manipulateur plan à 2 ddl .....   | 54        |
| 2.6.2) Le MGI pour un manipulateur plan 3R à 3ddl (c'est le cas étudié) .....  | 58        |
| <b>Chapitre III : Simulation en utilisant : SOLIDWORKS + MATLAB</b>  |           |
| 3) Simulation en utilisant : SOLIDWORKS + MATLAB.....  | 61        |
| 3.1) Conception assisté par ordinateur (CAO).....  | 61        |
| 3.2) Conception des composantes (les pièces) constituant le robot .....  | 61        |
| 3.3) Assemblage du modèle .....  | 66        |
| 3.4) Simulation avec MATLAB (Simulink).....  | 69        |
| 3.4.1) Exportation du modèle : du « SOLIDWORKS » vers « MATLAB »<br>.....  | 69        |
| 3.4.2) Simulation avec Matlab.....   | 73        |
| 4) Application .....   | 82        |
| 4.1) Pour le MGD .....   | 82        |
| 4.2) Pour le MGI.....  | 83        |
| 5) Programmation ajoutée au Matlab pour commander le robot .....   | 84        |
| 6) Conclusion.....   | 87        |
| <b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>  | <b>88</b> |

## Liste des figures :

### **Chapitre I : Généralités sur les bras (robots) manipulateurs**

|   |    |
|---|----|
| Fig. (1.1) Extrait de la pièce de théâtre RUR .....   | 02 |
| Fig. (1.2) Extrait de la demande brevet de WILLARD L.G.POLLARD. JR.....                     | 02 |
| Fig. (1.3) Extraits de la demande du brevet de W.Pollard.....                               | 03 |
| Fig. (1.4) Le premier robot Unimate 1961.....   | 03 |
| Fig. (1.5) la première ligne robotisée contenant 26 robots soudeurs Unimate.....            | 04 |
| Fig. (1.6) Robot PUMA 200.....  | 04 |
| Fig. (1.7) Robot PUMA 700.....  | 04 |
| Fig. (1.8) Cellule d'assemblage robotisée.....  | 08 |
| Fig. (1.9) Ligne industrielle robotisée (production d'automobiles).....                     | 08 |
| Fig. (1.10) Exemple de fonctionnement collaboratif.....                                     | 08 |
| Fig. (1.11) Organes principaux d'un bras manipulateur.....                                  | 10 |
| Fig. (1.12) Assemblage de deux actionneurs linéaires sur une base rotative.....             | 11 |
| Fig. (1.13) Réducteur adaptant la fréquence de rotation et le couple moteur.....            | 11 |
| Fig. (1.14) Quelques types des bras manipulateurs.....                                      | 12 |
| Fig. (1.15) Espace de travail de plusieurs types de bras.....                               | 13 |
| Fig. (1.16) Courbe d'influence de la robotisation sur la production et l'emploi.....        | 15 |
| Fig. (1.17) Centre d'usinage doté d'un bras manipulateur pour la manutention des pièces.... | 16 |
| Fig. (1.18) Robot manipulateur dédié au soudage par point.....                              | 17 |
| Fig. (1.19) Pince (mécanisme) de soudage par point.....                                     | 17 |
| Fig. (1.20) Le soudage par point robotisé dans l'industrie d'automobile.....                | 17 |
| Fig. (1.21) Cellule robotisée de peinture.....  | 18 |
| Fig. (1.22) Assemblage robotisé des composantes électroniques.....                          | 18 |
| Fig. (1.23) Usinage des matières plastiques.....  | 18 |
| Fig. (1.24) Usinage de bois.....  | 18 |
| Fig. (1.25) Usinage d'aluminium, acier.....   | 19 |
| Fig. (1.26) Utilisation des robots dans le domaine médical .....                            | 19 |
| Fig. (1.27) Robots dédiés au travaux militaires.....  | 19 |
| Fig. (1.28) RobotDk; logiciel de simulation et programmation hors line.....                 | 20 |
| Fig. (1.29) Boîtier de commande manuelle.....   | 20 |

### **Chapitre II : Modélisation des bras manipulateurs**

|  |    |
|--|----|
| Fig. (2.1) Couple cinématique de rotation.....   | 23 |
| Fig. (2.2) Couple cinématique sous forme de deux surfaces cylindriques en contact..... | 23 |
| Fig. (2.3) couple cinématique de translation.....                                      | 25 |
| Fig. (2.4) couple cinématique de rotation.....   | 25 |
| Fig. (2.5) couple cinématique cylindrique.....   | 25 |
| Fig. (2.6) couple cinématique hélicoïdale.....   | 25 |
| Fig. (2.7) Couple cinématique sphérique.....   | 26 |
| Fig. (2.8) Couple plan.....  | 26 |
| Fig. (2.9) Schéma d'une chaîne cinématique à quatre éléments.....                      | 26 |
| Fig. (2.10) Chaîne cinématique fermée.....   | 27 |
| Fig. (2.11) Chaîne cinématique ouverte.....  | 27 |
| Fig. (2.12) Exemples d'utilisation des signes conventionnels dans les schémas.....     | 29 |
| Fig. (2.13) Schéma principal.....  | 30 |
| Fig. (2.14) Schéma équivalent.....   | 30 |
| Fig. (2.15) Transformation d'un repère $R_j$ par rapport à $R_i$ .....                 | 32 |
| Fig. (2.16) Rotation du 3 <sup>ème</sup> segment.....                                  | 36 |

|  |    |
|--|----|
| Fig. (2.17) Rotation du 2 <sup>ème</sup> segment.....                                      | 38 |
| Fig. (2.18) Rotation du 1 <sup>ème</sup> segment.....                                      | 39 |
| Fig. (2.19) Différentes architectures de manipulateurs sériels.....                        | 49 |
| Fig. (2.20) Numérotation des corps constituant le robot.....                               | 49 |
| Fig. (2.21) Passage du repère $R_{i-1}$ au repère $R_i$ .....                              | 50 |
| Fig. (2.22) Placement des axes (ou les repères).....                                       | 51 |
| Fig. (2.23) Représentation d'un bras manipulateur plan RP.....                             | 54 |
| Fig. (2.24) Représentation d'un bras manipulateur plan RR.....                             | 54 |
| Fig. (2.25) Espace de travail d'un bras manipulateur plan RR, et Postures.....             | 55 |
| Fig. (2.26) Choix de l'angle $\varphi$ .....   | 58 |
| Fig. (2.27) Exemple de posture ; coude haut et coude bas pour un manipulateur plan 3R..... | 59 |

### **Chapitre III : Simulation en utilisant : SOLIDWORKS + MATLAB**

|   |    |
|---|----|
| Fig. (3.1) Le modèle à concevoir.....                                     | 61 |
| Fig. (3.2) Démarrage de l'interface de conception des pièces.....         | 61 |
| Fig. (3.3) la base du robot.....  | 62 |
| Fig. (3.4) Segment (lien) n°1.....  | 63 |
| Fig. (3.5) Segment (lien) n°2.....  | 64 |
| Fig. (3.6) Segment (lien) n°3.....  | 65 |
| Fig. (3.7) Démarrage de l'interface d'assemblage.....                     | 66 |
| Fig. (3.8) Importation (insertion) des pièces.....                        | 66 |
| Fig. (3.9) Assemblage des pièces.....                                     | 67 |
| Fig. (3.10) Robot plan 3R.....  | 68 |
| Fig. (3.11) L'ajout des systèmes de coordonnées.....                      | 68 |
| Fig. (3.12) Téléchargement du fichier nécessaire pour l'installation..... | 69 |
| Fig. (3.13) Ajout et activation de SimMechanics Link.....                 | 70 |
| Fig. (3.14) Démarrage de l'exportation.....                               | 71 |
| Fig. (3.15) Construction du modèle dans Matlab (Simulink).....            | 72 |
| Fig. (3.16) Apparition du modèle exporté.....                             | 73 |
| Fig.(3.17) Schéma représentatif du robot.....                             | 74 |
| Fig. (3.18) Présentation de l'interface graphique.....                    | 77 |
| Fig. (3.19) L'outil de contrôle du robot.....                             | 80 |

### **Liste des tableaux :**

|  |    |
|--|----|
| Tableau (1.1) Comparaison entre un robot sériel et un robot parallèle..... | 12 |
| Tableau (2.1) Signes conventionnels de quelques couples cinématiques.....  | 29 |
| Tableau (2.2) Les paramètres de DH définissant le robot plan 3R.....       | 52 |

## Liste des symboles abrégés :

**MGI** : Modèle géométrique inverse

**MGD** : Modèle géométrique direct

**DH** : Denavit-hartenberg

**DDL** : degré de liberté

**SMA** : système mécanique articulé

**CAO** : Conception assisté par ordinateur

${}^i T_j$  : matrice de transformation entre deux points (i, j)

**I** : Matrice d'identité

**R** : matrice de rotation

**Rn** : exprime un repère

**Ef** : position finale de l'effecteur

$\theta_i$  : angle de rotation (variable articulaire)

$\varphi$  : angle d'orientation

**RR** : deux articulations rotoïdes

**RP** : deux articulations : rotoïde et prismatique

**RRR** : trois articulations rotoïdes

**m** : nombre de coordonnées opérationnels

**n** : nombre de  $\theta_i$

**a<sub>i</sub>** ou **l<sub>i</sub>** : longueur d'un segment

**SCARA** : Selective Compliance Assembly Robot Arm

**PUMA** : Programmable Universal Machine for Assembly

**IFR** : International Federation of Robotics

**A.F.N.O.R.** : Association Française de Normalisation

## INTRODUCTION GENERALE

«*La nécessité est mère de l'invention*» ; la réalité dans le secteur de l'industrie et la fabrication mécanique atteste que ce proverbe est totalement vrai ; dont les industriels, les ingénieurs concepteurs et constructeurs, les informaticiens et d'autres, travaillent toujours pour l'amélioration des procédés de fabrication et des équipements ; et ainsi de nouvelles inventions ; et ces dernières sont les résultantes des besoins des clients et du marché industriel –ce qu'on peut nommer les besoins de l'homme en général- et aussi pour l'obtention de la qualité du produit et ainsi que la quantités voulues, en prenant en considération les conditions écono-techniques ;

Et comme il est connu, que toute invention ou développement a pour but de se substituer à l'homme afin de diminuer l'effort physique et d'accroître le rendement.

Parmi les inventions célèbres, qui ont prouvées leur présence et leur valeur dans l'industrie et dans plusieurs autres secteurs : *Les robots manipulateurs* (ou bras manipulateurs) ; qui sont à l'origine extraits de l'idée anthropomorphique d'un bras de l'homme ;

Dans l'industrie, l'implication humaine dans les zones dangereuses pour accomplir certaines tâches a été un problème majeur, ce qui a été rectifié par l'emploi et l'utilisation des manipulateurs robotiques dépendant de l'application ; et ceci figure parmi les points qui font apparaitre l'importance, la valeur et l'utilité de ces mécanismes.

Dans ce travail on va faire l'étude géométrique d'un bras manipulateur plan (2D) à trois degrés de liberté précédée d'une présentation générale sur les robots manipulateurs et ses domaines d'application ainsi que la modélisation du bras manipulateur suivie par une simulation en utilisant les logiciels *SOLIDWORKS* et *MATLAB*.

# **Chapitre I**

## **Généralités sur les bras (robots) manipulateurs**

## 1.1) Historique sur la robotique, les robots manipulateurs et le marché international:

- En 1920, le terme robot a été utilisé pour la première fois dans une pièce de théâtre intitulée RUR ou Rossum's Universal Robots par l'écrivain tchèque Karel Capek. Le scénario était simple: l'homme crée un robot pour le remplacer, puis le robot tue l'homme ;

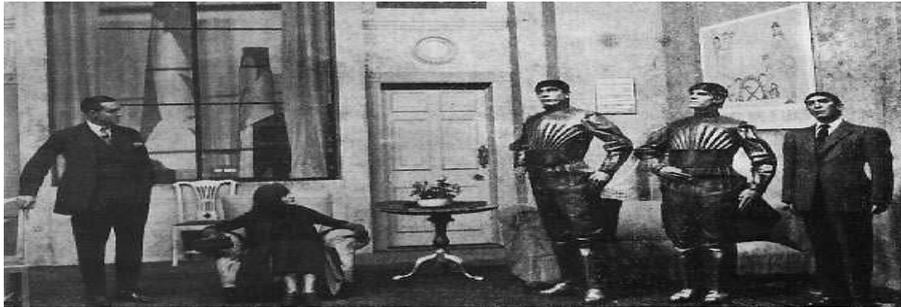


Fig. (1.1) Extrait de la pièce de théâtre RUR

- Dans les années trente (1930), l'industrie a fait les premiers pas dans le chemin de l'invention des robots industriels, et ceci a été d'après l'américain WILLARD L.G.POLLARD. JR qui a conçu l'un des premiers robots industriels ; un robot parallèle à 2 DDL destiné à la peinture des carrosseries d'automobiles ;

En 1934, il a fait une demande de brevet pour son invention ;

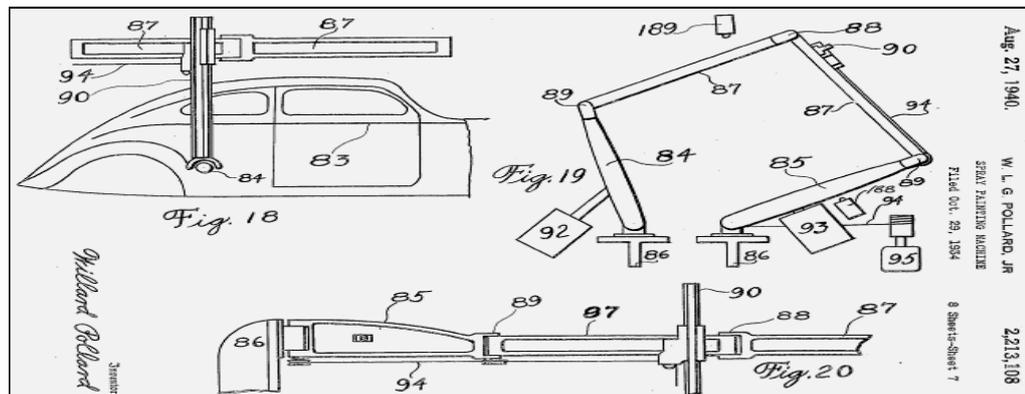
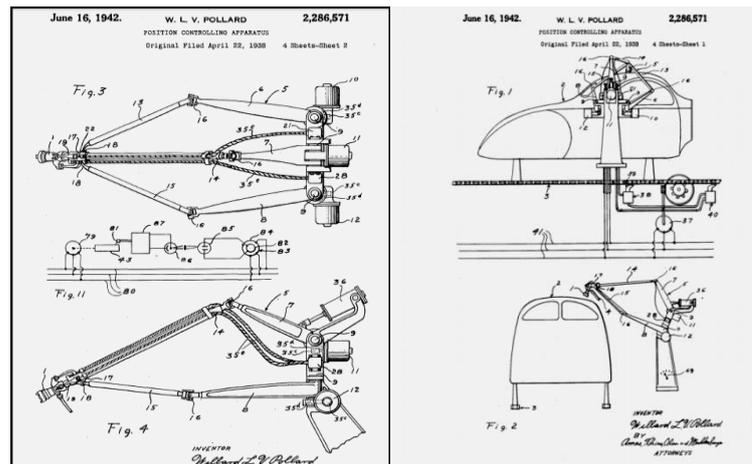


Fig. (1.2) Extrait de la demande brevet de WILLARD L.G.POLLARD. JR

- Westinghouse a créé ELEKTRO un robot humain qui pouvait marcher, parler et fumer, ELECTRO a été dévoilé pour la première fois à l'exposition universelle de 1939.
- En 1942, le premier mécanisme programmable, un pulvérisateur de peinture, a été conçu par Willard Pollard et Harold Roselund pour la société DeVilbiss (brevet américain n ° 2, 286,571).



**Fig. (1.3)** Extraits de la demande du brevet de W.Pollard

- En 1948, W.Grey Walter a créé ses premiers robots ; Elmer et Elsie, également connus sous le nom de robots tortues. Les robots étaient capables de trouver leur station de charge lorsque leur batterie était faible ;
- En 1951, Raymond Goertz a conçu le premier bras articulé téléopéré pour la Commission de l'énergie atomique. Ceci est généralement considéré comme une étape importante dans la technologie de retour de force (brevet américain n° 2679940).
- En 1954, l'américain George Devol a conçu le premier robot de transfert et l'a appelé UNIMATE, événement qui va donner naissance à la robotique industrielle, telle qu'on la connaît aujourd'hui. Plus tard en 1956, George Devol et Joseph Engelberger ont formé la première entreprise de robots du monde UNIMATION INC, synonyme d'automatisation universelle.

C'est en 1961 qu'UNIMATION développe son premier prototype et le vend (à fortes pertes) à GENERAL MOTORS. Ce robot grâce à son bras articulé de 1,5 tonne était capable de manipuler des pièces de fonderie pesant jusqu'à 150 kg. [7]



**Fig. (1.4)** Le premier robot Unimate 1961

En 1969, UNIMATION installe 26 robots soudeurs sur une ligne d'assemblage de Chevrolet Vega, chez General Motors ; [7]



**Fig. (1.5)** la première ligne robotisée contenant 26 robots soudeurs Unimate.

Et aussi, une première ligne robotisée de peinture (Trallfa (Norvège)) ;

- En 1962, la compagnie AMF a installé six robots VERSTRAN dans une usine de FORD ; VERSTRAN était le premier robot cylindrique.
- En 1969, Victor Scheinman a créé le bras Stanford à l'Université Sandford ; il s'agit d'un robot qui a l'architecture robotique utilisée aujourd'hui dans presque toutes les configurations des robots sériels à 6 ddl.

En 1973, Scheinman démarre sa propre entreprise et commercialise son design sous le nom VICRAM. UNIMATION achète le VICRAM en 1977, l'améliore et le renomme PUMA pour (*Programmable Universal Machine for Assembly*) Fig. (1.6).

Le premier robot PUMA est installé en 1979, dans une usine de GENERAL MOTORS. UNIMATION finit par être vendu à l'entreprise Suisse STAUBLI en 1989. [7]



**Fig. (1.6)** Robot PUMA 200



**Fig. (1.7)** Robot PUMA 700

Au début des années 70, plusieurs grandes entreprises se lancent dans la fabrication des robots industriels. Asea (aujourd'hui ABB) après avoir installé 25 robots Unimate, développe son propre robot à 6 ddl en 1973, l' IRB 6 ; En1976, le fabricant allemand KUKA développe son propre robot à 6 ddl, le FAMULUS.

En 1968, UNIMATION vend une licence à KAWASAKI Heavy Industries, qui développe le premier robot industriel au Japon en 1969 , Le KAWASAKI-UNIMATE 2000. Juste après la sortie du robot IRB 6, plusieurs robots apparaissent au Japon, on distingue , le MOTOMAN L10 fabriqué par Yaskawa en 1977 ; En 1974, Fujitsu-Fanuc un grand fabricant des machines à commande numérique produit son premier robot industriel ;

En 1980, 19 000 robots industriels ont été fabriqués au Japon par 150 fabricants, comme Kawasaki, Yaskawa, Kitachi, Mitsubishi Heavy industries, Fanuc...etc .

Le Japon devient le plus grand fabricant et utilisateur de robots industriels.

En 1978, Hiroshi Makino, professeur à l'université de Yamanashi, invente le robot SCARA, En1981, Sankyo Seiki et Nitto Seiko sont les premiers fabricants à produire des versions commerciales de ce robot. [7]

### ➤ **La robotique dans le marché international:**

Une étude par l'IFR stipule que le nombre de robots en activité dans le milieu industriel est estimé à 1.5 million en 2015. Le même rapport prévoit 2 millions de robots en 2017 et une augmentation des ventes mondiales de 15% en 2018

En 2014, le marché de la robotique industrielle et de services pesait près de 32 milliards de dollars. Selon la même étude de l'IFR, les experts prévoient un doublement des ventes entre 2015 et 2018.

Sans surprise, 70% de la production mondiale des robots industriels est détenu par les pays : la Chine, le Japon, les USA, la Corée du sud et l'Allemagne, avec respectivement 57000, 29000, 26000, 25000, et 20000 unités vendues. Ainsi, l'Asie devance l'Europe et l'USA avec une part de marché de 25%.

En Europe, l'Allemagne reste le pays le plus robotisé, suivi de l'Italie (6200 unités) et la France (3000 unités) en 2015. [7]

## **1.2) Que veut dire le mot « ROBOT » ?**

### **Définition :**

Après avoir vu l'historique de la robotique, nous avons su que le mot robot n'est pas nouveau; citons quelques définitions :

### **Dans la littérature :**

- Selon Le dictionnaire français le Petit Larousse :

**Robot** : nom masculin

(Du tchèque *robota*, travail forcé, mot créé en 1920 par K.Čapek)

### **Dans la science et la technologie :**

- Selon le dictionnaire français le Petit Larousse

Un **robot** est un : « Appareil automatique capable de manipuler des objets ou d'exécuter des opérations selon un programme fixe, modifiable ou adaptable. » [20] [21]

- Selon la norme :

### **ISO 8373:2012(FR) : Robots et composants robotiques — Vocabulaire**

#### **Robot :**

Mécanisme programmable actionné sur au moins deux axes avec un degré d'autonomie, se déplaçant dans son environnement, pour exécuter des tâches prévues

La classification d'un robot en robot industriel ou robot de service est fonction de l'utilisation qu'il est prévu de faire.

- Selon « **A.F.N.O.R** »

L'Association Française de Normalisation (A.F.N.O.R.) définit un robot : comme étant un système mécanique de type manipulateur commandé en position, reprogrammable, polyvalent (à usages multiples), à plusieurs degrés de liberté, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils et des dispositifs spécialisés, au cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution d'une variété de tâches. Il a souvent l'apparence d'un, ou plusieurs, bras se terminant par un poignet...etc. [20] [21]

- Celle donnée par **JIRA** (*Japon Industrial Robot Association*) : Un robot est un système versatile doté d'une mémoire et pouvant effectuer des mouvements comme ceux d'un opérateur humain. [7]

- Celle donnée par **RIA** (*Robot Institute of America*) : Un robot est un manipulateur à fonction multiple programmé pour réaliser automatiquement des tâches variées éventuellement répétitives. [7]

### **Important :**

Pour mériter le nom « robot », le système doit posséder une certaine flexibilité caractérisée par :

- ***La versatilité*** : le robot doit avoir la capacité de pouvoir exécuter une variété de tâches, ou la même tâche de différente manière.
- ***L'auto-adaptativité*** : un robot doit pouvoir s'adapter à un environnement changeant au cours de l'exécution de ses tâches. [4]

### **1.3) Définition de quelques termes dans le contexte**

- **Robotique** : science et pratique de la conception, de la fabrication et de la mise en œuvre des robots.
- **Manipulateur** : machine dont le mécanisme est généralement composé d'une série de segments, articulés ou coulissants l'un par rapport à l'autre, ayant pour but de saisir et/ou de déplacer des objets (pièces ou outils) généralement suivant plusieurs **degrés de liberté** ;
- **Autonomie** : capacité d'exécuter des tâches prévues à partir de l'état courant et des détections, sans intervention humaine.
- **Reprogrammable** : conçu de sorte que les mouvements programmés ou les fonctions auxiliaires puissent être changés sans modification physique
- **Opérateur** : personne désignée pour démarrer, contrôler et arrêter le fonctionnement prévu du robot ou du système robot.
- **Installation** : opération consistant à positionner le robot sur son site, à le connecter à ses sources de puissance et à ajouter les composants d'infrastructure nécessaires.
- **Mise en service** : mise en fonctionnement et vérification du **système robot**, et contrôle des fonctions du robot après son installation.
- **Cellule industrielle robotisée** : un ou plusieurs systèmes robots industriels comprenant des machines et des équipements associés, ainsi que l'espace contrôlé et les mesures de prévention associées. [17]



**Fig. (1.8)** Cellule d'assemblage robotisée.

- **Ligne industrielle robotisée** : une ou plusieurs cellules industrielles robotisées réalisant des fonctions identiques ou différentes ainsi que leurs équipements associés, dans des espaces contrôlés isolés ou couplés.



**Fig. (1.9)** Ligne industrielle robotisée (production d'automobiles)

- **La cobotique = robotique collaborative (fonctionnement collaboratif)** : état dans lequel des robots conçus adéquatement travaillent en collaboration directe avec un humain à l'intérieur d'un espace de travail défini.



**Fig. (1.10)** Exemple de fonctionnement collaboratif

#### **1.4) Système mécanique articulé (SMA) :**

Est un mécanisme ayant une structure plus ou moins proche de celle du bras humain. Il permet de remplacer, ou de prolonger, son action. Son rôle est d'amener l'organe terminal dans une situation (position et orientation) donnée, selon des caractéristiques de vitesse et d'accélération données. Son architecture est une chaîne cinématique de corps, généralement rigides (ou supposés comme tels), assemblés par des liaisons appelées articulations.

Sa motorisation est réalisée par des actionneurs électriques, pneumatiques ou hydrauliques qui transmettent leurs mouvements aux articulations par des systèmes appropriés. Une articulation lie deux corps successifs en limitant le nombre de degré de liberté de l'un par rapport à l'autre. Soit  $n$  le nombre de degré de liberté résultant, encore appelé mobilité de l'articulation, où :  $0 \leq n \leq 6$ .

Lorsque  $n = 1$  ; ce qui est fréquemment le cas en robotique, l'articulation est dite simple : soit rotoïde, soit prismatique. [20] [21]

#### **1.5) La redondance d'un robot :**

##### **Définition d'une redondance d'un robot :**

Un robot est redondant lorsque le nombre de degrés de liberté (ddl) est inférieur au nombre d'articulations indépendantes (motorisées). Ce genre de robot a donc plus d'actionneurs que nécessaire.

##### **Pour mieux comprendre**

Si l'on considère un véhicule à 3 degrés de liberté supportant un manipulateur à 6 degrés de liberté le système compte donc un total de 9 degrés de liberté. Notons ici que la notion de degré de liberté s'écarte sensiblement de la définition mécanique de ce concept : on admet ici que leur nombre peut être supérieur à 6, alors que bien sûr l'organe terminal lui-même n'en compte bien sûr qu'au plus 6. Ici le nombre de degré de liberté est plutôt défini par la taille du vecteur de commande, c'est-à-dire par le nombre de paramètres indépendants.

Dans le cas de redondance on va disposer de plusieurs solutions au problème cinématique qui consiste à faire atteindre une configuration donnée à l'organe terminal. Ceci présente bien sûr un avantage :

Cette redondance est utilisée, par exemple, pour les robots de peinture dans l'industrie automobile car elle permet de faciliter l'accessibilité sans collision

Une autre application de la redondance est la manipulation précise de lourde charge. Les trois premiers degrés de liberté du porteur sont utilisés pour positionner approximativement la charge alors que les mouvements fins seront effectués par les degrés de liberté les plus proches de la charge, qui sont donc moins influencés par les flexions.

On retrouve aussi la redondance pour la manipulation d'objet en coopération, c'est-à-dire avec plusieurs bras.

### 1.6) Organes et éléments d'un bras manipulateur (sériel)

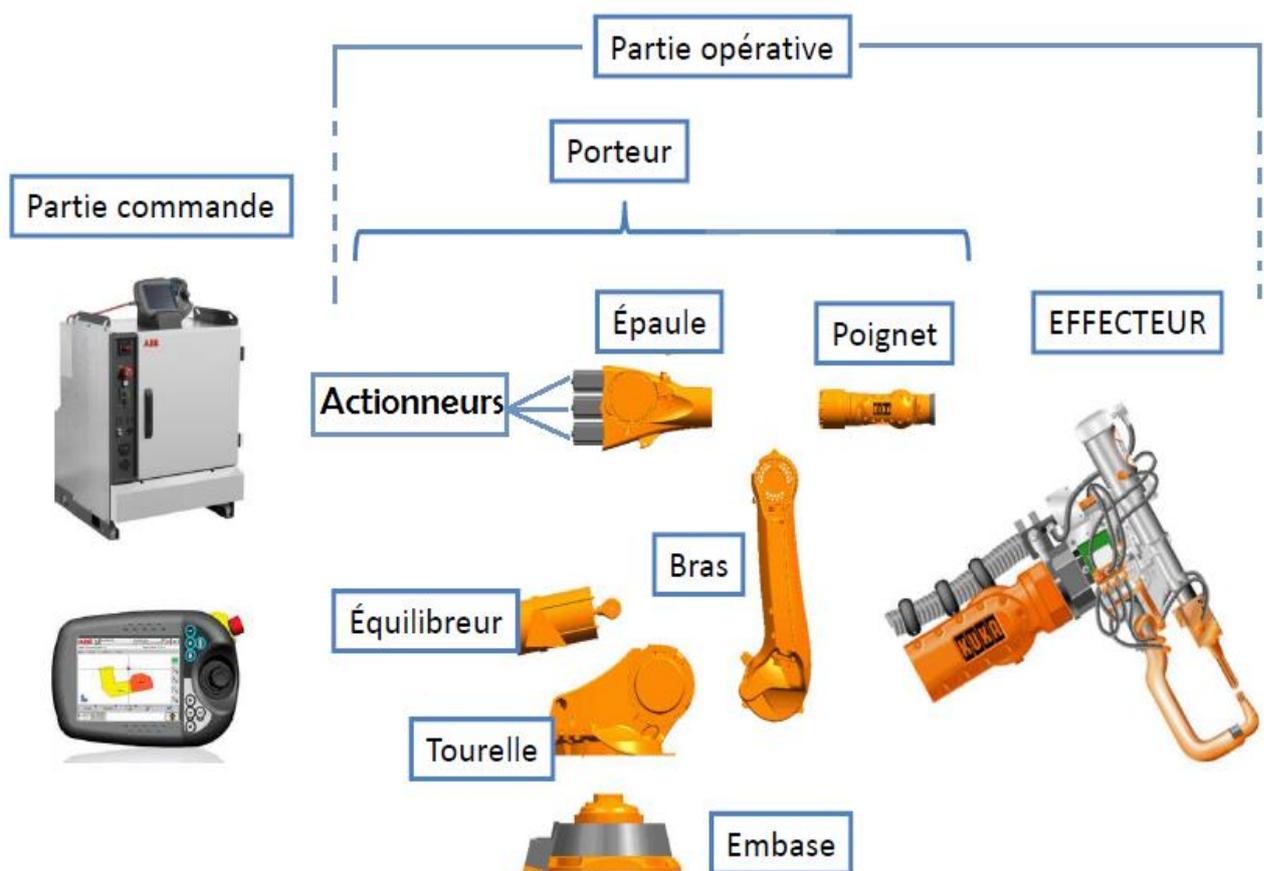


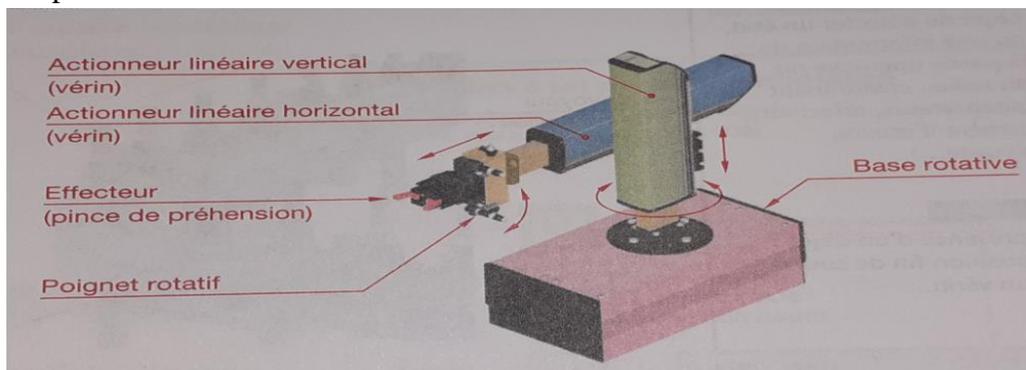
Fig. (1.11) Organes principaux d'un bras manipulateur

Un robot est composé de plusieurs composantes principales :

### 1. Structure mécanique.

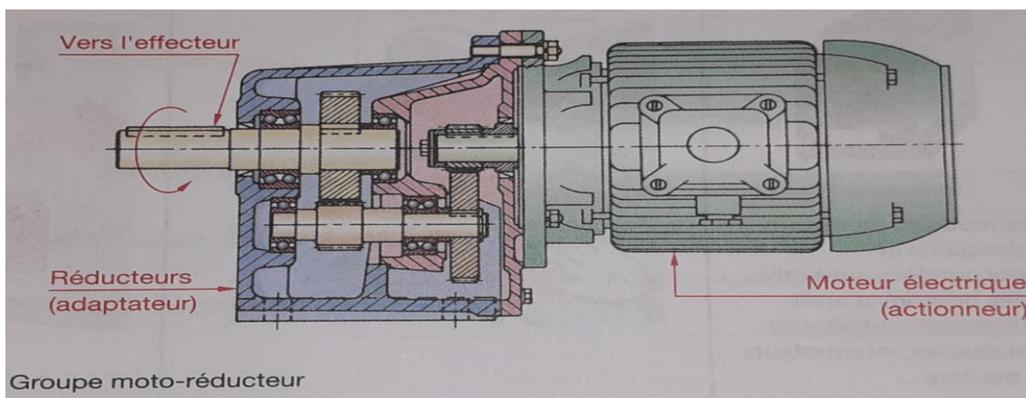
**2. Actionneurs :** les actionneurs sont des organes qui, sous commande, transforment l'énergie qui leur est fournie en actions physiques utilisables comme des mouvements. Les actionneurs les plus usuels sont :

- Des moteurs électriques rotatifs, qui sont fréquemment associés à des réducteurs mécaniques à engrenages (par exemple : les servo-moteurs)
- Des vérins hydrauliques, reliés par une tuyauterie à des pompes fournissant des pressions élevées.



**Fig. (1.12)** Assemblage de deux actionneurs linéaires sur une base rotative

**3. Adaptateur :** les adaptateurs (exemple : un réducteur) mettent les caractéristiques produites par l'actionneur en accord avec les caractéristiques de l'effecteur. Les adaptateurs ne changent pas le type d'énergie. [1]



**Fig. (1.13)** Réducteur adaptant la fréquence de rotation et le couple moteur

**4. Effecteur (end-effector) :** les effecteurs sont les composants terminaux d'une chaîne d'action. Ils agissent directement sur la matière d'œuvre. [1]

Exemples d'action : saisir, maintenir, déplacer un objet ; effectuer un usinage... etc.

**5. Capteurs** : les capteurs s'occupent de la partie sensorielle du robot. Ils permettent d'acquérir des informations à propos de l'environnement du robot ou de ses composants internes.

**6. Cerveau** : le cerveau du robot permet d'analyser les données provenant des capteurs et d'envoyer les ordres relatifs aux actionneurs. La partie commande est matérialisée physiquement par un microcontrôleur, qui est un cerveau électronique spécialement conçu pour interagir avec des capteurs et des actionneurs.

### **1.7) Les différents types de bras manipulateurs :**

Les robots manipulateurs peuvent être séparés :

- Robot anthropomorphes (sériel)                      -Robot parallèles
- Robot SCARA    - Robot cartésien
- Robot cylindrique                                        - Robot sphériques



**Fig. (1.14)** Quelques types des bras manipulateurs

### **1.8) Comparaison entre les robots sériels et les robots parallèles :**

| Manipulateur sériel  | Robot parallèle  |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Succession de segments en série de la base vers l'effecteur</li> <li>- Chaîne cinématique ouverte</li> <li>- Important espace de travail</li> <li>- Faible précision</li> <li>- Faible charge transportable</li> <li>- Faible rigidité</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tout les segments sont au contact de la base et de l'effecteur</li> <li>- Chaîne cinématique fermée</li> <li>- Espace de travail restreint</li> <li>- Grande précision</li> <li>- Lourde charge transportable</li> <li>- Très rigide</li> </ul> |

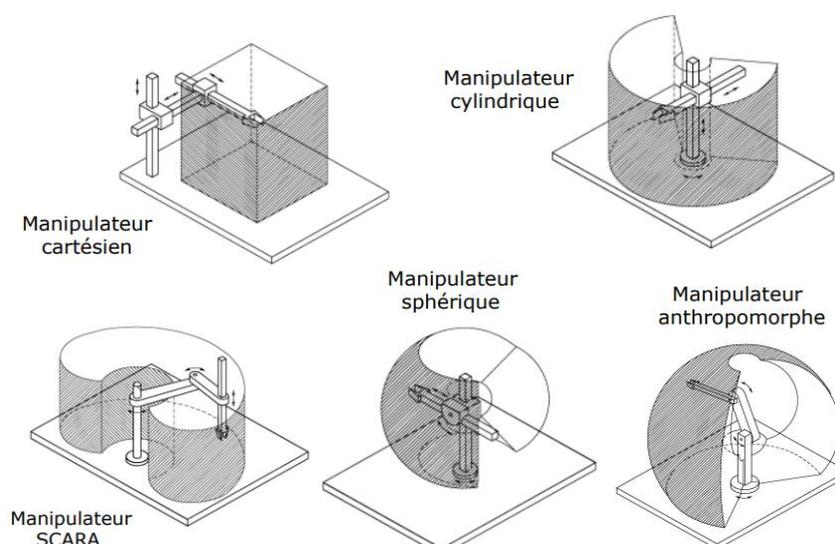
**Tab (1.1)** Comparaison entre un robot sériel et un robot parallèle

### 1.9) Espace de travail :

Les solutions de la cinématique directe définissent l'espace de travail du robot. L'ensemble de toutes les positions possibles de l'effecteur final, construit en utilisant toutes les valeurs possibles des variables communes dans leur plage, définit l'espace de travail du robot. Rappelez-vous que position signifie emplacement plus orientation ; En raison de la difficulté de visualiser l'espace de travail, plusieurs sous-espaces ont été définis :

- Espace de travail accessible (*Reachable workspace* ( $W_R$ )) : ensemble de tous les emplacements de l'origine du repère de l'organe terminal que le robot peut atteindre. C'est un sous-ensemble tridimensionnel de l'espace de travail.
- Espace de travail dextre (*Dextrous workspace* ( $W_D$ )) : ensemble de tous les emplacements de l'origine du repère de l'organe terminal que le robot peut atteindre avec n'importe quelle orientation. Il est utile parce que le robot a pleine dextérité dans ce sous-espace, qui garantit que toute tâche peut être exécutée à l'intérieur.
- Espace de travail avec orientation constante (*Workspace with constant orientation* ( $W_\theta$ )) : ensemble de tous les emplacements de l'origine du repère de l'organe terminal que le robot peut atteindre avec une orientation spécifiée pour l'effecteur final. [18]

#### Exemple :



**Fig. (1.15)** Espace de travail de plusieurs types des bras

### **1.10) Caractéristiques des robots : [22]**

Un robot doit être choisi en fonction de l'application qu'on lui réserve. Voici quelques paramètres à prendre, éventuellement, en compte :

- La charge maximale transportable (de quelques kilos à quelques tonnes).
- L'architecture du S.M.A., le choix est guidé par la tâche à réaliser (quelle est la rigidité de la structure ?).
- L'espace de travail.
- Le positionnement absolu, correspondant à l'erreur entre un point souhaité (réel) – défini par une position et une orientation dans l'espace cartésien – et le point atteint et calculé via le modèle géométrique inverse du robot. Cette erreur est due au modèle utilisé, à la quantification de la mesure de position, à la flexibilité du système mécanique. En général, l'erreur de positionnement absolu, également appelée précision, est de l'ordre de 1 mm.
- La répétabilité, ce paramètre caractérise la capacité à retourner vers un point (position, orientation) donné. La répétabilité correspond à l'erreur maximale de positionnement sur un point prédéfini dans le cas de trajectoires répétitives. En général, la répétabilité est de l'ordre de 0,1 mm
- La vitesse de déplacement (vitesse maximum en élongation maximum), accélération.
- La masse du robot.
- Le coût du robot.
- La maintenance

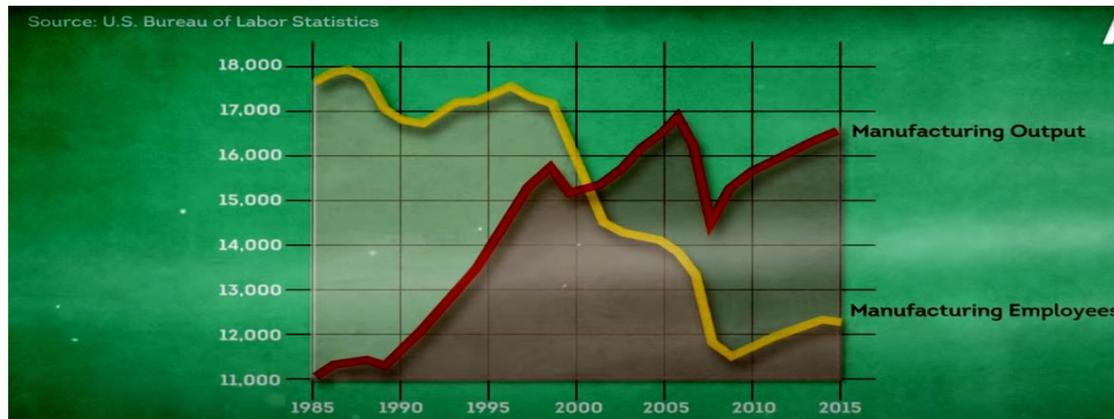
### **1.11) Avantages et inconvénients de la robotique : [12]**

#### **a) Quelques avantages :**

- La robotique et l'automatisation peuvent, dans de nombreuses situations, augmenter la productivité, la sécurité, l'efficacité, la qualité et la cohérence des produits.
- Les robots peuvent fonctionner dans des environnements dangereux tels que le rayonnement, l'obscurité, le chaud et le froid, le fond de l'océan, l'espace, etc. ; sans avoir besoin de survie, de confort ou de souci de sécurité.
- Les robots ont une précision reproductible en tout temps, sauf si quelque chose leur arrive où s'ils s'usent.
- Les robots peuvent être beaucoup plus précis que les humains. Les précisions linéaires typiques sont de quelques dix millièmes de pouce. Les nouveaux robots de manipulation de plaquettes ont une précision de micro-puces.

## **b) Quelques inconvénients (désavantages) :**

- Les robots remplacent les travailleurs humains, provoquant des difficultés économiques, l'insatisfaction et le ressentiment des travailleurs et la nécessité de recycler la main-d'œuvre remplacée. voila une étude qui a été faite par : US. Bureau of Labor Statistics ;



**Fig. (1.16)** Courbe d'influence de la robotisation sur la production et l'emploi

- Les robots n'ont pas la capacité de répondre en cas d'urgence, à moins que la situation ne soit prévue et que la réponse soit incluse dans le système. Des mesures de sécurité sont nécessaires pour s'assurer qu'elles ne blessent pas les opérateurs et autres machines qui travaillent avec eux. Ceci comprend :
  - Reponses inappropriées ou erronées
  - Manque de pouvoir décisionnel
  - Dommages au robot et à d'autres dispositifs
- Les robots, bien que supérieurs à certains égards, ont des capacités limitées en :
  - Cognition, créativité, prise de décision et compréhension
  - Degrés de liberté et de dextérité
  - Capteurs et systèmes de vision
  - Reponses en temps réel
- Les robots sont coûteux en raison de :
  - Coût initial de l'équipement et de l'installation
  - Besoin de périphériques
  - Besoin de formation
  - Besoin de programmation

### **1.12) Types de tâche et secteurs d'application :**

Selon le type de tâche et le secteur d'application, le robot aura une structure mécanique et un système de contrôle-commande différents. [3]

- **Dans le secteur de la fabrication mécanique et de l'industrie :**

Dans les industries manufacturières, les robots sont utilisés principalement pour les tâches suivantes :

- **Manutention des pièces** (chargement des machines-outils, transfert de pièces sur les tapis roulants pour palettisation, etc.). Le robot doit pouvoir effectuer des mouvements souvent simples mais rapides, après avoir saisi un objet d'un endroit connu pour le déposer à un autre endroit connu. La précision du positionnement de l'objet n'a pas besoin d'être grande. La manutention des pièces peut se faire par un robot de type bras de manipulation à poste fixe si la zone de travail est limitée. Au contraire si le transfert doit se faire d'un bout à un autre de l'atelier, on aura recours à un robot mobile constitué d'un chariot à roues. [3]



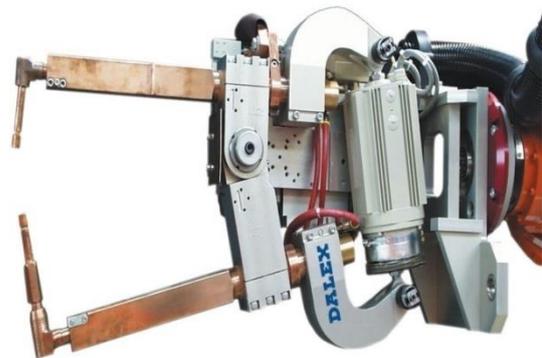
**Fig. (1.17)** Centre d'usinage doté d'un bras manipulateur pour la manutention des pièces

- **Soudage** (par point ou en continu). En soudage par point, la difficulté est souvent due à un problème d'accès sans collision aux éléments qu'il faut souder. (Exemple : carrosserie automobile), le robot fonctionne en boucle ouverte.

En soudage continu, il faut assurer une bonne précision de la trajectoire et au besoin que le robot doit être doté d'un capteur de suivi de joint ; concernant la vitesse dans ce cas, le robot n'a pas besoin d'être rapide. [3]



**Fig. (1.18)** Robot manipulateur dédié au soudage par point



**Fig. (1.19)** Pince (mécanisme) de soudage par point



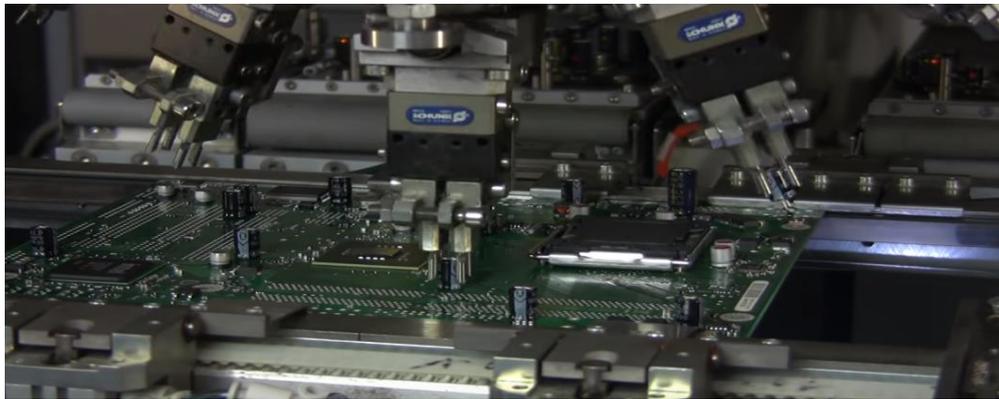
**Fig. (1.20)** Le soudage par point robotisé dans l'industrie d'automobile

- **Peinture** ; Le pistolet de peinture étant léger, un robot de peinture est généralement moins rigide qu'un robot de soudage ou de manutention, il doit être animé d'une grande vitesse. [3]



**Fig. (1.21)** Cellule robotisée de peinture

- **Assemblage** : L'exigence ici, est une très grande précision de positionnement dans le cas d'un robot d'assemblage en boucle ouverte. [3]

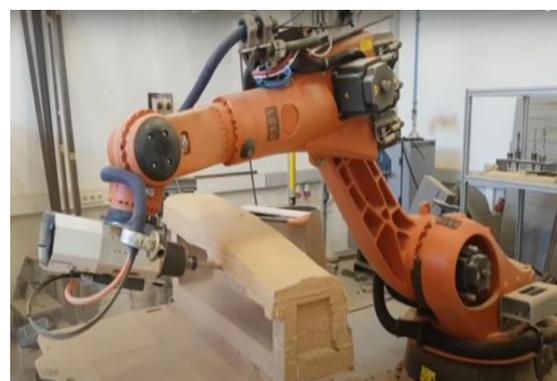


**Fig. (1.22)** Assemblage robotisé des composantes électroniques

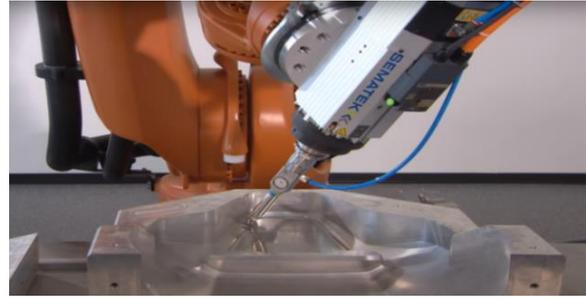
- **Usinage** : l'utilisation des robots manipulateurs a une grande influence sur le développement des procédés d'usinage, par exemple : l'usinage des moules...etc.



**Fig. (1.23)** Usinage des matières plastiques



**Fig. (1.24)** Usinage de bois



**Fig. (1.25)** Usinage d'aluminium, acier...

- **Dans d'autres secteurs :**

A un moindre degré, d'autres secteurs sont intéressés par le développement des robots. Citons :

- **La robotique médicale** ; dans laquelle le robot est destiné à se substituer à une fonction déficiente chez un handicapé, ou à aider le chirurgien dans une opération... [3]



**Fig.(1.26)** Utilisation des robots dans le domaine médical

- **Les robots militaires** ; Le système est destiné à réaliser des tâches ayant pour objectif un effet d'intérêt militaire.



**Fig. (1.27)** Robots dédiés au travaux militaires

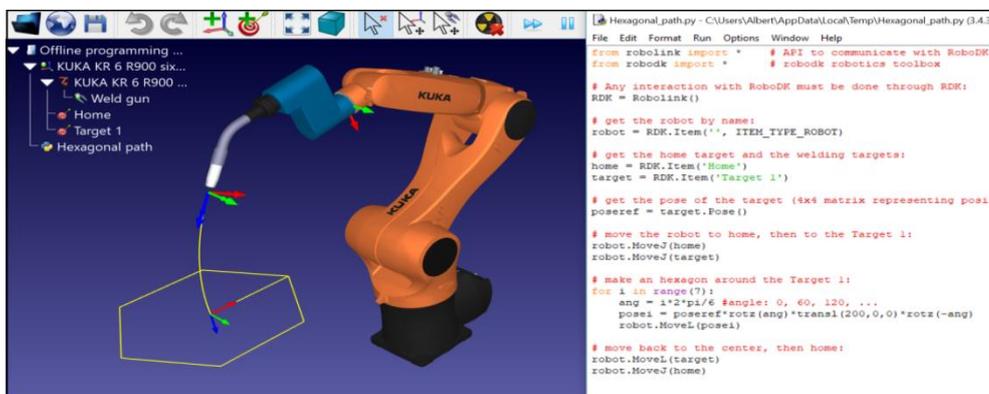
## 1.13) Programmation d'un bras manipulateur :

La programmation est la principale caractéristique qui différencie un robot d'un automate. Programmer un robot consiste à lui indiquer les mouvements qu'il doit réaliser. Pour cela, il faut utiliser un langage spécifique à chaque constructeur de robot. Pour Stäubli, il s'agit du langage Val3 par exemple. Les robots peuvent être dotés d'instruments de mesure et d'appréciation (par exemple caméra, thermomètre, capteur d'effort ...) permettant au programme du robot de décider du mouvement le mieux adapté aux conditions extérieures.

Généralement on trouve deux types de programmation :

### 1.13.1) La programmation hors ligne :

La programmation hors ligne se fait via un PC. Elle est utilisée principalement en phase d'avant-projet pour validation de l'implantation.



Fig(1.28) RobotDk; logiciel de simulation et programmation hors ligne

### 1.13.2) La programmation manuelle :

Le pupitre de programmation, appelé aussi «Teach pendant» est un panneau de commande déporté, Il est utilisé ponctuellement notamment pour la reprise de point au pied du robot, C'est l'interface homme-machine.



Fig. (1.29) Boîtier de commande manuelle

## **Chapitre II**

# **Modélisation des bras manipulateurs**

## INTRODUCTION

La modélisation des robots, consiste à établir un modèle mathématique. Outre une fonction générale d'aide à la conception, la modélisation a de multiples utilisations pour, la prédiction des mouvements, l'adaptation des actionneurs, la planification des tâches, l'établissement des lois de commande, l'incorporation du robot dans des simulations informatiques...etc.

Dans le langage courant, la modélisation précède la simulation sans que l'on distingue une séparation nette entre ces deux activités. Il est souvent acceptable de se contenter d'une modélisation simplifiée dans laquelle on ne tient pas compte des aspects qui sont, ou paraissent, secondaires tels que : les vibrations, les déformations élastiques, les jeux mécaniques, les tolérances de fabrication...etc. La modélisation des robots manipulateurs nécessite le calcul de certains modèles mathématiques, tels que : Le modèle géométrique, le modèle cinématique et le modèle dynamique.

Dans ce travail, on s'intéressera qu'à l'étude des modèles géométriques direct et inverse (MGD et MGI).

## 2.1) Quelques notions de la théorie des robots et des manipulateurs (d'après la théorie des mécanismes)

### 2.1.1) Couples cinématiques :

Un couple cinématique est un assemblage mobile de deux éléments en contact.

On peut réunir les éléments en couples cinématiques d'une multitude de façons. La figure (2.1) montre, par exemple, un couple cinématique dit de *rotation*, dans lequel l'assemblage des éléments *A* et *B* est réalisé par deux cylindres se trouvant en contact permanent. Les collets du cylindre intérieur empêchent le déplacement d'un cylindre par rapport à l'autre suivant l'axe (*x-x*) mais ne s'opposent pas à la rotation d'un cylindre par rapport à l'autre.

La figure (2.2) montre le mode d'assemblage des éléments, qui limite le mouvement relatif des deux éléments *A* et *B*. Ce couple cinématique permet le roulement relatif, le glissement et la relations. [2]

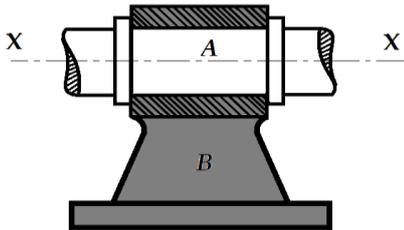


Fig. (2.1) Couple cinématique de rotation

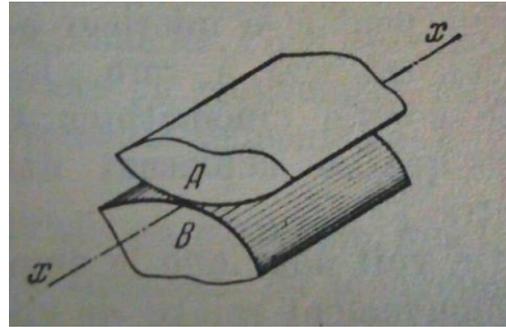


Fig. (2.2) Couple cinématique sous forme  
de deux surfaces cylindriques en contact

### 2.1.2) Conditions de liaison :

Ainsi donc, le mouvement relatif de chaque élément d'un couple cinématique est assujéti à certaines restrictions qui dépendent du mode d'assemblage des éléments du couple. Ces restrictions imposées aux couples cinématique seront dites *conditions de liaison*.

Ces conditions -de liaisons- agissant sur un couple cinématique, il est évident que leur nombre doit être **entier** et toujours **inférieur à six**, car, déjà avec six conditions de liaison, les éléments perdent leur mobilité relative, et le couple cinématique devient un assemblage rigide de deux éléments. Tout pareillement, le nombre de conditions de liaison **ne peut être inférieur à un**, car si le nombre de conditions de liaison est égal à zéro, les éléments ne sont plus en contact, et le couple cinématique cesse donc d'exister ; on a alors deux corps qui se déplacent dans l'espace indépendamment l'un par rapport à l'autre.

On voit donc que le nombre de conditions de liaison  $S$  imposées au mouvement relatif de chaque élément du couple cinématique ne peut varier que de **1** à **5**, en sorte que :  $1 \leq S \leq 5$  [2]

### 2.1.3) Degré de liberté :

Par conséquent, le nombre de degrés de liberté  $H$  d'un élément du couple cinématique animé d'un mouvement relatif peut être exprimé par la relation :

$$H = 6 - S \quad (2.1)$$

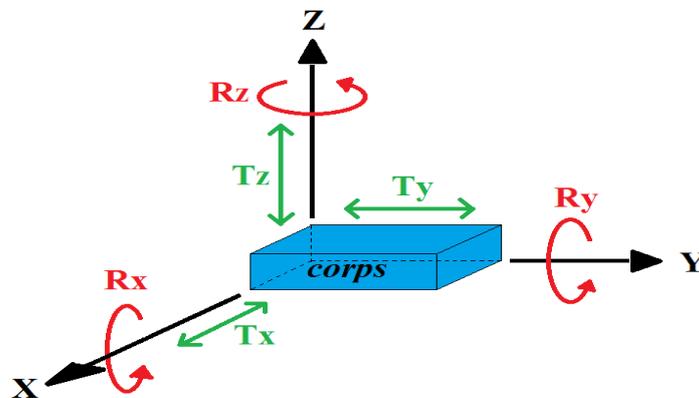
De l'égalité (2.1) il suit que le nombre de degrés de liberté d'un élément du couple cinématique en mouvement relatif peut varier aussi de **1** à **5**.

Les liaisons imposées au mouvement relatif d'un élément du couple cinématique limitent ceux des mouvements relatifs possibles que les éléments possèdent en état libre. A la suite de ses restrictions, certains des six mouvements relatifs possibles de l'élément deviennent, pour lui, liés. Par exemple, en choisissant judicieusement les parties en contact des éléments, on peut éliminer la possibilité de l'une des rotations autour d'un axe quelconque, ou encore à la fois d'une rotation et d'une translation, etc.

Les mouvements possibles qui restent indépendants déterminent le nombre de degrés de liberté des éléments du couple cinématique dans leur mouvement relatif. [2]

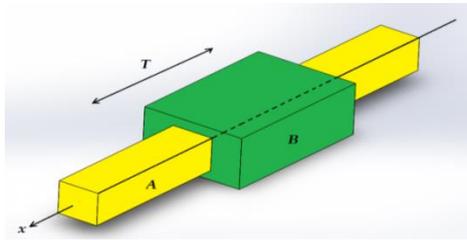
Donc on peut définir un degré de liberté comme étant la possibilité du mouvement d'un corps par rapport à un autre qui est lui directement relié.

Dans l'espace tridimensionnel, un corps rigide libre est caractérisé par six degrés de liberté: **trois translations** et **trois rotations**.



## 2.1.4) Les couples cinématiques usuels en robotique

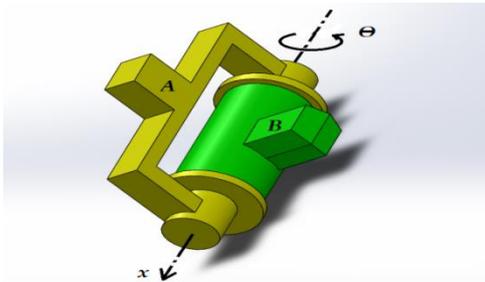
- Couple de translation (ou prismatique)



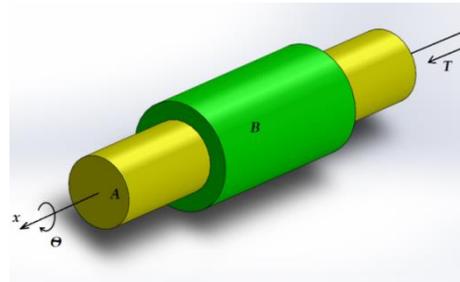
**Fig. (2.3)** Couple cinématique de translation

-Toute surface de translation, comme un prisme, donne une paire prismatique ou paire : P. [4] [5]

- Couple de rotation ; et rotation+translation (cylindrique)



**Fig. (2.4)** Couple cinématique de rotation

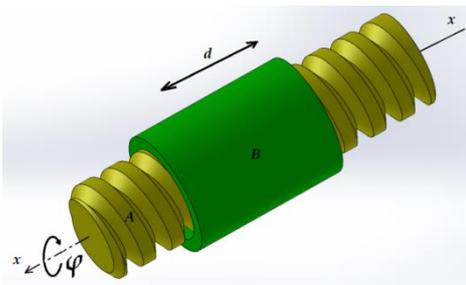


**Fig. (2.5)** Couple cinématique cylindrique

-Toute surface de révolution donne une rotation ou une paire : R. [4] [5]

-La surface d'un cylindre est une surface de rotation et de translation. Deux cylindres forment une paire cylindrique ou paire : C. [4] [5]

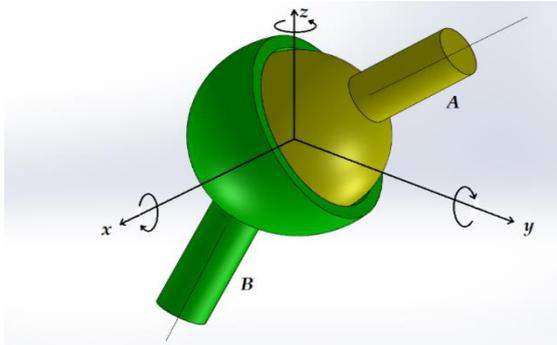
- Couple hélicoïdal (système vis-écrou)



Toute rotation d'angle  $\varphi$  d'un des éléments A et B par rapport à l'autre autour l'axe  $(x-x)$  implique un déplacement (translation)  $d$  suivant cet axe ;

**Fig. (2.6)** Couple cinématique hélicoïdal

- Couple sphérique (rotule) ; et Couple plan :

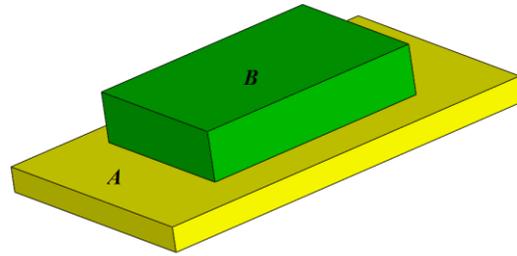


**Fig. (2.7)** Couple cinématique sphérique

-Une sphère est une surface de révolution  
Autour De n'importe quel diamètre.

Une boule et une Douille sont une paire

Sphérique ou paire : S. [4] [5]



**Fig. (2.8)** couple plan

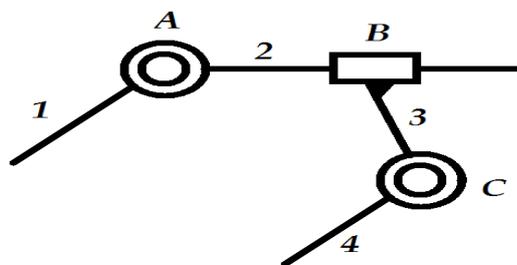
-un plan représente une surface de  
Translation le long de n'importe  
quelle ligne du plan et également  
deux plans forment une paire plane.

**Remarque :**

On distingue pour les couples cinématiques :

- **Couple cinématique inférieur** ; si le contact entre les deux éléments soit une surface ;
- **Couple cinématique supérieure** ; si le contact entre les deux éléments soit une ligne ou un point. [2]
- **2.1.5) Chaines cinématiques :**

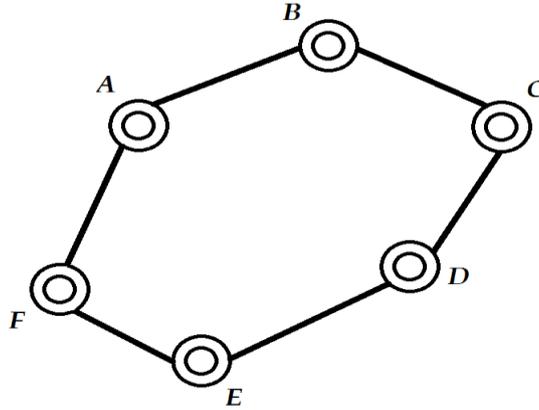
Par *chaîne cinématique* on entend un système joint d'éléments qui forment entre eux des couples cinématique. La figure (2.9) représente une chaîne cinématique composé de quatre éléments qui forment trois couples cinématiques. Les éléments 1 et 2 constituent un couple de rotation A, les éléments 2 et 3 un couple de translation B ...etc. [2]



**Fig. (2.9)** Schéma d'une chaîne cinématique à quatre éléments.

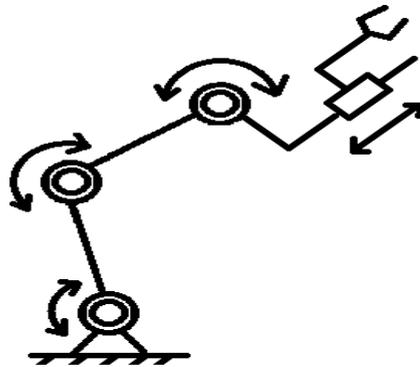
On distingue deux types de chaînes cinématiques :

- Chaîne cinématique fermée ; si chacun de ses éléments forme au moins deux couples cinématiques [2]; c'est le cas des robots parallèles ;



**Fig. (2.10)** Chaîne cinématique fermée.

- Chaîne cinématique non-fermée ; si elle comporte des éléments qui ne forment qu'un seul couple cinématique [2]; c'est le cas des robots sériels.



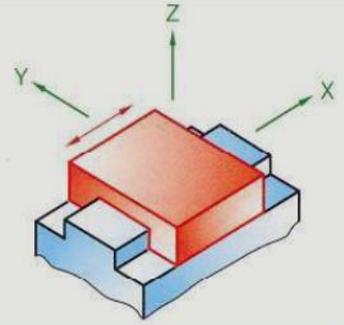
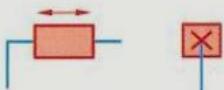
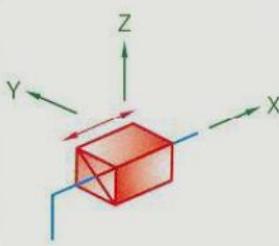
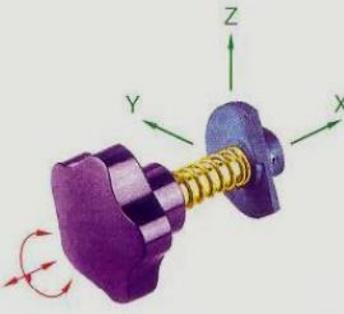
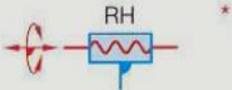
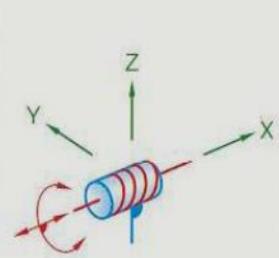
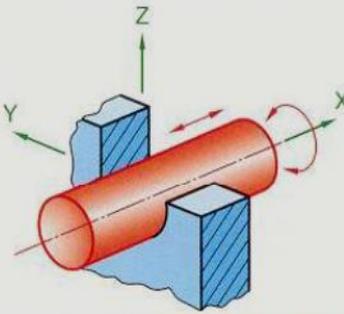
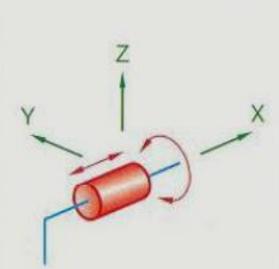
**Fig. (2.11)** Chaîne cinématique ouverte.

## 2.2) Schéma cinématique :

Les schémas cinématiques montrent les possibilités de mouvements relatifs entre des solides cinématiquement liés.

Ces schémas sont réalisés à l'aide de symboles graphiques qui modélisent les liaisons cinématiques entre les solides. [1]

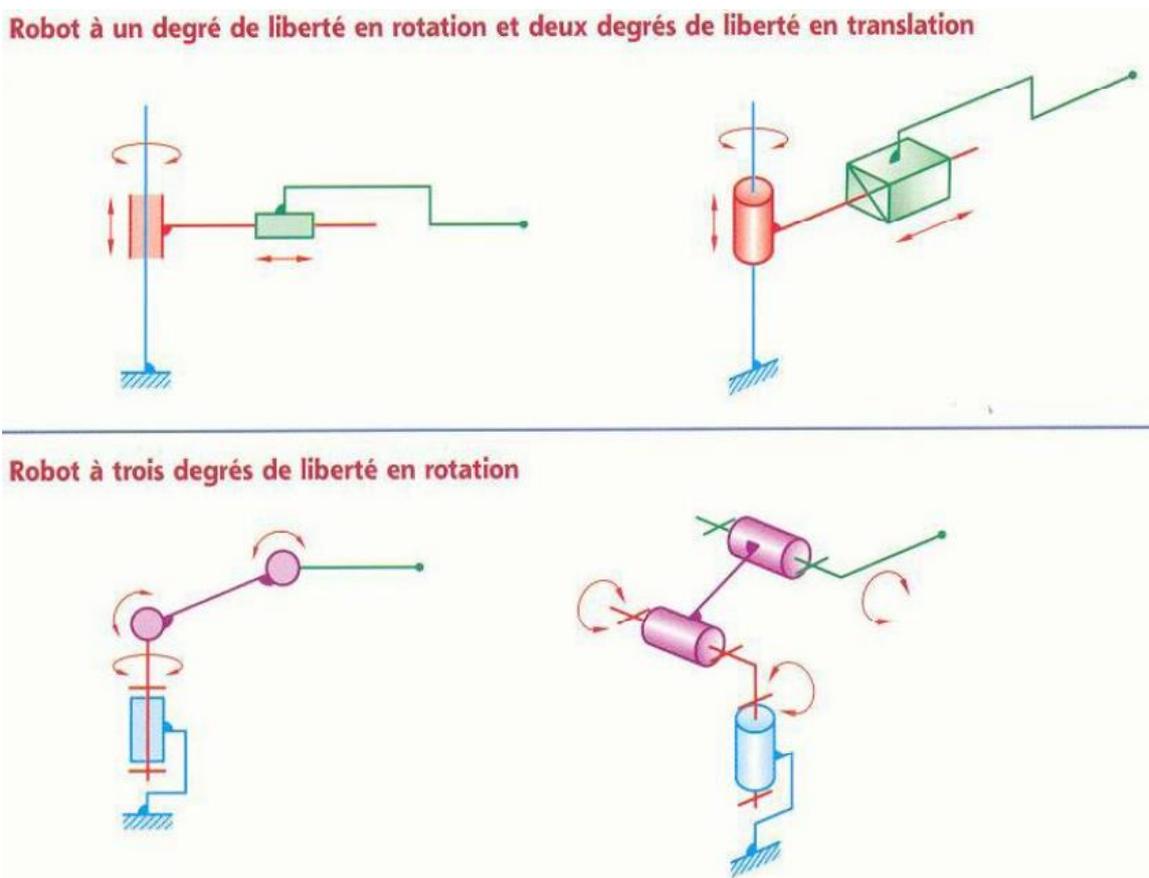
## 2.2.1) Signes conventionnels des couples cinématiques usuels en robotique :

|  |  |   |  |
|--|--|---|--|
| <p><b>Glissière</b></p>  |   |  <p>Symboles admissibles</p>    |   |
| <p>1 degré de liberté</p>  |  |   |  |
| <p>1 translation <math>T_x</math><br/>0 rotation</p>   |  |   |  |
| <p><b>Hélicoïdale</b></p>  |   |  <p>Symbole admissible</p>  <p>RH : hélice à droite<br/>LH : hélice à gauche</p> |   |
| <p>1 degré de liberté</p>  |  |   |  |
| <p>1 translation et 1 rotation conjuguées<br/><math>T_x = p \cdot R_x</math><br/>p : pas de l'hélice</p> |  |   |  |
| <p><b>Pivot-glissant</b></p>   |  |  <p>Symbole admissible</p>   |  |
| <p>2 degrés de liberté</p>   |  |   |  |
| <p>1 translation <math>T_x</math><br/>1 rotation <math>R_x</math></p>                                    |  |   |  |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| Spérique<br>à doigt                          |  |  |  |
| 2 degrés de liberté                          |  |  |  |
| 0 translation<br>2 rotations $R_Y, R_Z$      |  |  |  |
| Rotule<br>ou sphérique                       |  |  |  |
| 3 degrés de liberté                          |  |  |  |
| 0 translation<br>3 rotations $R_X, R_Y, R_Z$ |  |  |  |

**Tableau (2.1)** Signes conventionnels de quelques couples cinématiques. [1]

### 2.2.2) Exemple d'application :



**Fig. (2.12)** Exemples d'utilisation des signes conventionnels dans les schémas. [1]

2.2.3) Schéma cinématique du robot plan(3R) étudié :

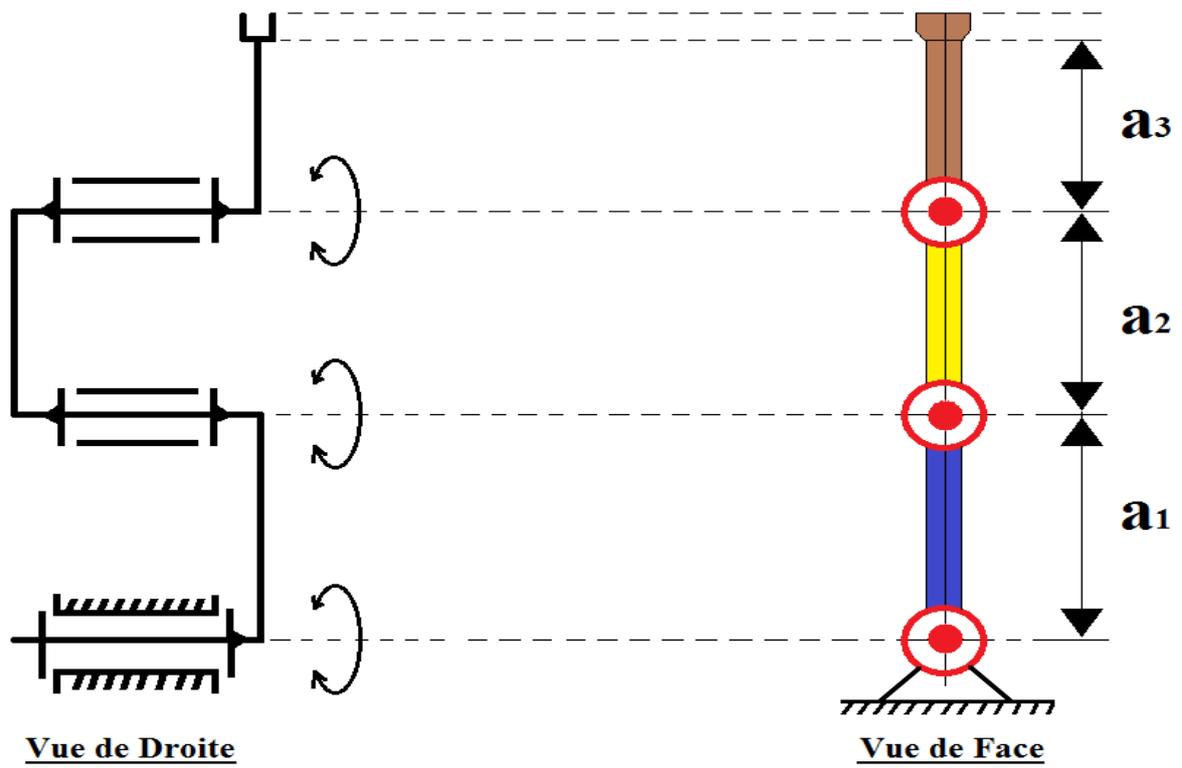


Fig. (2.13) Schéma principal.

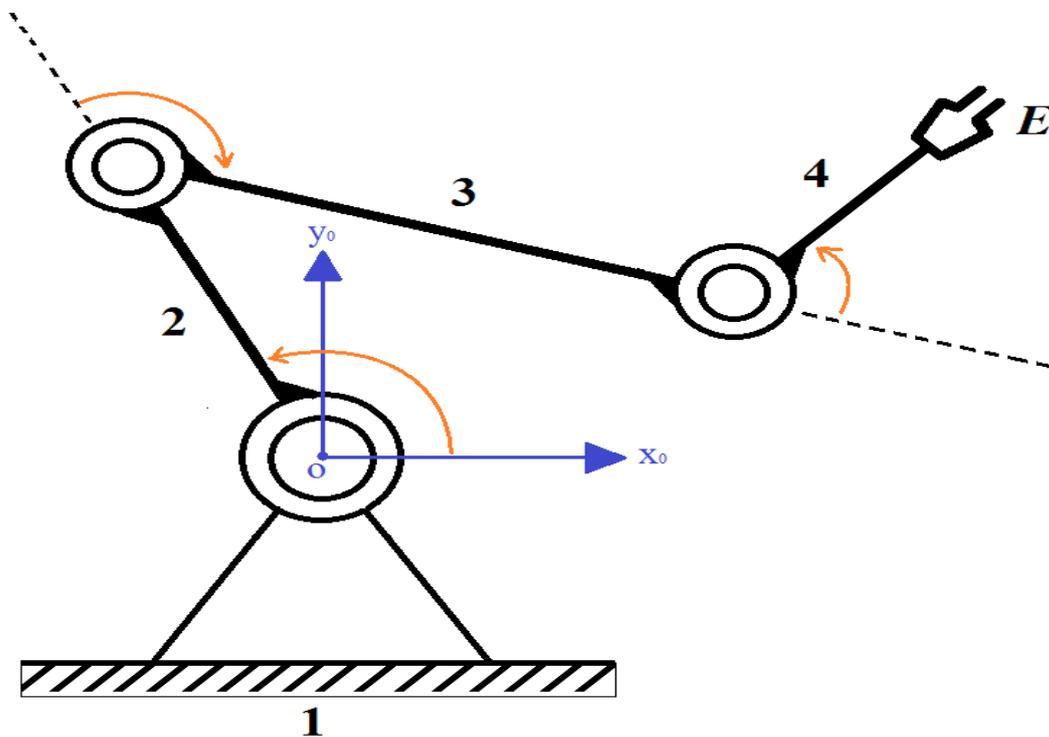


Fig. (2.14) Schéma équivalent.

### 2.3) Rappel mathématique :

#### 2.3.1) Position d'un point :

Soit un repère orthonormé cartésien noté  $R = (O, x, y, z)$  selon la convention de Gibbs. La position d'un point  $P$  est donnée par un triplet de coordonnées. On choisit par commodité de représenter ces coordonnées par un vecteur  $P$  de  $\mathbb{R}^3$  sous la forme d'une matrice colonne :

$$P = \begin{pmatrix} Px \\ Py \\ Pz \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Si le point est dans le plan, il sera défini par deux composantes.

#### 2.3.2) Transformation homogène :

Soit  $(Px, Py, Pz)_i$  les coordonnées cartésiennes d'un point  $P$ , mesuré dans le repère

$R_i (O, X, Y, Z)_i$  ; les coordonnées homogènes du point  $P$  sont :  $(wPx, wPy, wPz, w)_i$  ou  $w$  est le facteur d'échelle, dans la robotique  $w = 1$ . Les coordonnées homogènes du point  $P$  sont exprimées par le vecteur colonne : [14]

$$P_i = \begin{bmatrix} Px_i \\ Py_i \\ Pz_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

La transformation (translation et/ou rotation) d'un repère  $R_i$  au repère  $R_j$  est représentée par la matrice de transformation homogène : (de dimension  $4 \times 4$ ) [14]

$${}^i T_j = \begin{bmatrix} {}^i s_j & {}^i n_j & {}^i a_j & {}^i p_j \\ sx & nx & ax & Px \\ sy & ny & ay & Py \\ sz & nz & az & Pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Où,  ${}^i s_j$ ,  ${}^i n_j$  et  ${}^i a_j$  désignent respectivement les vecteurs unitaires suivant les axes  $x_j$ ,  $y_j$  et  $z_j$  du repère  $R_j$  exprimées dans le repère  $R_i$  ; et  ${}^i p_j$  est le vecteur exprimant les coordonnées de l'origine  $O_j$  du repère  $R_j$  dans le repère  $R_i$ . [14]

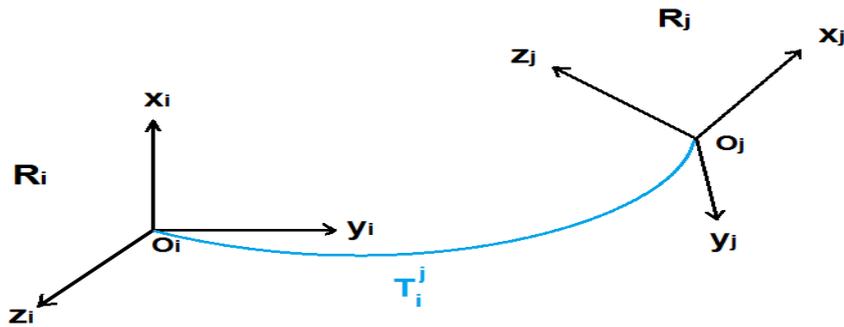


Fig. (2.15) Transformation d'un repère Rj par rapport à Ri

On dit également que la matrice  ${}^i\mathbf{T}_j$  définit le repère Rj dans Ri. Par la suite, on notera souvent la matrice de transformation [2.4] sous forme d'une matrice partitionnée :

$${}^i\mathbf{T}_j = \begin{bmatrix} {}^i\mathbf{A}_j & {}^i\mathbf{P}_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^i\mathbf{s}_j & {}^i\mathbf{n}_j & {}^i\mathbf{a}_j & {}^i\mathbf{P}_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Où  ${}^i\mathbf{A}_j$  est la matrice d'orientation (rotation), et  ${}^i\mathbf{P}_j$  est le vecteur exprimant les coordonnées de l'origine Oj du repère Rj dans le repère Ri.

En résumé :

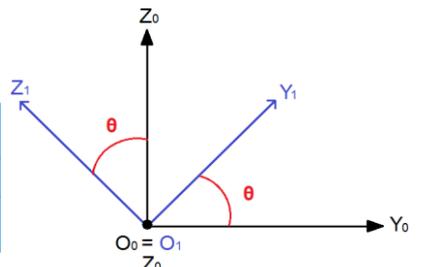
- la matrice  ${}^i\mathbf{T}_j$  représente la transformation permettant de passer du repère Ri au repère Rj ;
- elle peut être interprétée comme étant un repère Rj (trois axes orthonormés et l'origine) exprimé dans Ri. [14]

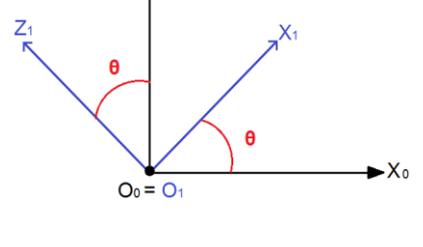
### 2.3.3) Matrices des transformations pures : [10]

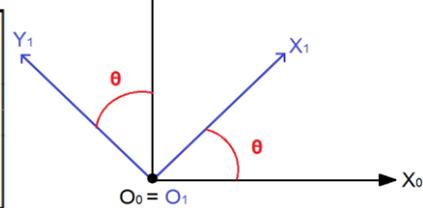
Dans le contexte de l'utilisation des matrices homogènes en tant que matrice de transformation, nous aurons besoin de définir quatre matrices homogènes de transformations de base (ou pures). La première matrice est celle qui correspond à une translation pure :

$$\mathbf{H}_{trans}(p_x, p_y, p_z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Chacune des trois autres matrices correspond à une rotation autour d'un axe x, y ou z :

$$\mathbf{H}_{rot,x}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$


$$\mathbf{H}_{rot,y}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$


$$\mathbf{H}_{rot,z}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$


### 2.3.4) Propriétés des matrices de transformation homogène : [14]

a) Une matrice de transformation peut se mettre, d'après la relation [2.5], sous la forme :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x & P_x \\ s_y & n_y & a_y & P_y \\ s_z & n_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{P} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

La matrice  $\mathbf{A}$  représente la rotation alors que la matrice colonne  $\mathbf{P}$  représente la translation. Pour une transformation de translation pure,  $\mathbf{A} = \mathbf{I}_3$  ( $\mathbf{I}_3$  représente la matrice unité d'ordre 3), tandis que pour une transformation de rotation pure,  $\mathbf{P} = 0$ . Les éléments de la matrice  $\mathbf{A}$  représentent les cosinus directeurs. Elle ne contient que trois paramètres indépendants (l'un des vecteurs  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{n}$  ou  $\mathbf{a}$  se déduit du produit vectoriel des deux autres ; par exemple,  $\mathbf{s} = \mathbf{n} \times \mathbf{a}$  ; en outre, le produit scalaire  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{a}$  est nul et les normes de  $\mathbf{n}$  et de  $\mathbf{a}$  sont égales à 1).

b) La matrice  $\mathbf{A}$  est orthogonale, c'est-à-dire que la matrice inverse est égale à la matrice transposée :  $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^t$

- c) L'inverse d'une matrice de transformation représentée par la relation (2.7) peut être calculée par :

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} & -\mathbf{s}^T \mathbf{P} \\ \mathbf{A}^T & -\mathbf{n}^T \mathbf{P} \\ & -\mathbf{a}^T \mathbf{P} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T & -\mathbf{A}^T \mathbf{P} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

**Remarque :** -L'inverse d'une rotation d'angle ( $\theta$ ), est une rotation d'angle ( $-\theta$ )

-L'inverse d'une translation  $\mathbf{T}$ , est une translation donnée par  $-\mathbf{T}$  (dans le sens inverse)

- d) Composition de deux matrices : la multiplication de deux matrices de transformation donne une matrice de transformation :

$$\mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{P}_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_2 & \mathbf{P}_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 & \mathbf{A}_1 \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Il importe de se rappeler à ce propos que le produit de deux matrices de transformation n'est pas commutatif ( $\mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \neq \mathbf{T}_2 \mathbf{T}_1$ ).

- e) Si un repère  $\mathbf{R}_0$  a subi  $k$  transformations consécutives et si chaque transformation  $i$ , ( $i=1, \dots, k$ ), est définie par rapport au repère courant  $\mathbf{R}_{i-1}$ , alors la transformation  ${}^0\mathbf{T}_k$  peut être déduite de la composition des multiplications à droite de ces transformations:

$${}^0\mathbf{T}_k = {}^0\mathbf{T}_1 {}^1\mathbf{T}_2 {}^2\mathbf{T}_3 \dots {}^{k-1}\mathbf{T}_k \quad (2.10)$$

### 2.3.5) Le modèle géométrique :

Un robot est constitué d'un ensemble de solides liés par des liaisons mécaniques, pour chacun de ces solides, les positions et les orientations relatives des liaisons sont définies par des longueurs et des angles qui correspondent à des paramètres de construction du robot. Ce sont donc des grandeurs constantes pour un robot donné, qui caractérisent sa géométrie.

Il existe deux chemins pour le calcul d'un modèle géométrique du robot : soit la géométrie directe qui consiste à trouver la position de l'outil terminal (effecteur) en connaissant les mouvements donnés à chaque articulation, soit la méthode inverse où le problème est de déterminer les mouvements des articulations pour atteindre une telle position donnée de l'outil terminal.

## 2.4) Calcul du Modèle géométrique direct (MGD)

### ➤ Notion du MGD :

Le modèle géométrique direct (MGD) est l'ensemble des relations qui permettent d'exprimer la situation de l'organe terminal, c'est-à-dire les coordonnées opérationnelles du robot, en fonction de ses coordonnées articulaires. Dans le cas d'une chaîne ouverte simple, il peut être représenté par la matrice de transformation  ${}^0T_n$  :  ${}^0T_n = {}^0T_1(\theta_1) {}^1T_2(\theta_2) \dots {}^{n-1}T_n(\theta_n)$  [9] [22]

Le modèle géométrique direct du robot peut aussi être représenté par la relation :

$$X = f(q) ; [9] [22]$$

$q$  étant le vecteur des variables articulaires tel que :  $q = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_n]^t$

Les coordonnées opérationnelles sont définies par :  $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m]^t$

En résumé



$\phi$  : est l'angle d'orientation de l'organe terminal ;  $\phi = \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n$ .

## 2.5) Calcul du MGD, en utilisant différentes méthodes :

### 2.5.1) La technique de Conjugation ou TMT<sup>-1</sup> [4] [5]

**Principe de la procédure :** le mouvement de rotation pourra être réparti en trois étapes ;

- 1- Translation du point P (centre de rotation) vers l'origine O (0, 0) ; la matrice correspondante est donc :

$$\begin{bmatrix} I & -P \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

- 2- Effectuer la rotation autour de l'origine ;

$$\begin{bmatrix} R(\theta) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

- 3- Translation vers le point P considéré ;

$$\begin{bmatrix} I & P \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Le mouvement sera donné par :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I} & | & \mathbf{p} \\ \hline 0 & | & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{R}(\theta) & | & \mathbf{0} \\ \hline 0 & | & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & | & -\mathbf{p} \\ \hline 0 & | & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}(\theta) & | & \mathbf{p} - \mathbf{R}(\theta)\mathbf{p} \\ \hline 0 & | & 1 \end{pmatrix}$$

Il faudra remarquer que la première opération est à droite ; on peut dire que c'est une convention; le produit dans le sens inverse sera différent [4] (peut être possible pour certains cas).

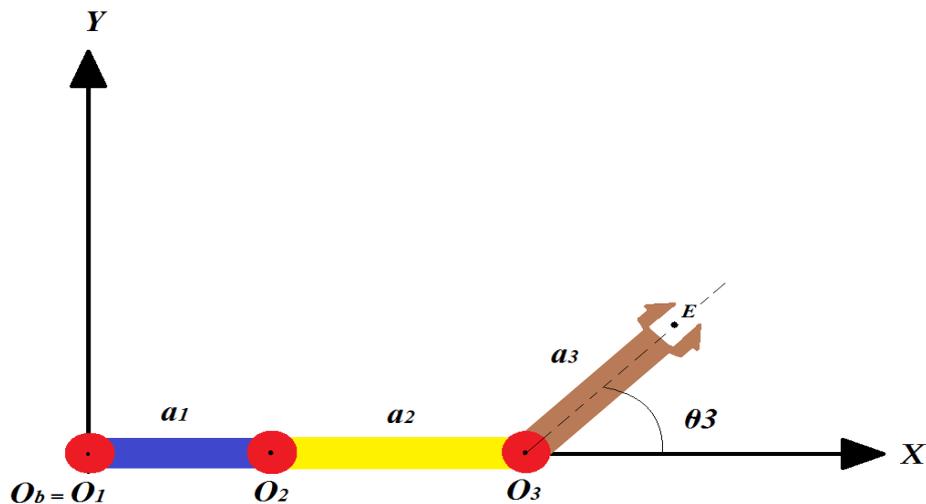
**Remarque :** comme nous avons choisi un robot plan, l'étude sera dans le plan (en 2D), nous avons choisi le plan {x y} donc les rotations seront autour (Oz).

### 2.5.1.\*) Application de la TMT<sup>-1</sup>

Dans notre cas on peut atteindre la même nouvelle position de l'organe terminal dans l'orientation voulue par rapport au repère de base, par 6 manipulations possibles ;

#### 2.5.1.\*.a) Première manipulation :

Rotation du 3<sup>ème</sup> segment suivie par la rotation du 2<sup>ème</sup> segment suivie par la rotation du 1<sup>er</sup> segment ;(les angles de rotation seront pris positivement)



**Fig. (2.16)** Rotation du 3<sup>ème</sup> segment

Avec :

- **a1, a2** et **a3** sont les longueurs des segments (liens) 1, 2 et 3 respectivement ;
- O1, O2 et O3 sont les origines de chaque repère lié au chaque segment 1, 2 et 3 respectivement ;
- l'origine du repère lié au premier segment est coïncidant avec celle du repère de base **O1=Ob** ; on peut dire aussi **(O1Z) = (ObZ)** (car la rotation se fera autour de (OZ)) ;

Les matrices correspondantes à cette transformation sont :

- Translation de l'origine  $O_3$  vers  $O_b$  :

$$\mathbf{T}_3^{-1} = \begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -(\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2) \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix} \quad (2.14)$$

- Rotation autour de  $(O_bZ)$  d'un angle  $\theta_3$  :

$$\mathbf{R}(O_bZ, \theta_3) = \begin{vmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix} \quad (2.15)$$

- Translation de  $O_3$  vers sa position initiale :

$$\mathbf{T}_3 = \begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix} \quad (2.16)$$

Donc la rotation du 3<sup>ème</sup> segment autour  $(O_3Z)$  sera obtenue par la multiplication de ces matrices;

$$\mathbf{R}(O_3Z, \theta_3) = \mathbf{T}_3 \times \mathbf{R}(O_bZ, \theta_3) \times \mathbf{T}_3^{-1} \quad (2.17)$$

$$\mathbf{R}(O_3Z, \theta_3) = \begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -(\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2) \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix} \quad (2.18)$$

$$\mathbf{R}(O_3Z, \theta_3) = \begin{vmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & \mathbf{0} & (\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2)[\mathbf{1}-\cos(\theta_3)] \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & \mathbf{0} & (\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2)[-\sin(\theta_3)] \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix} \quad (2.19)$$

Ensuite, une rotation du 2<sup>ème</sup> segment d'un angle  $\theta_2$  autour ( $O_2Z$ ) :

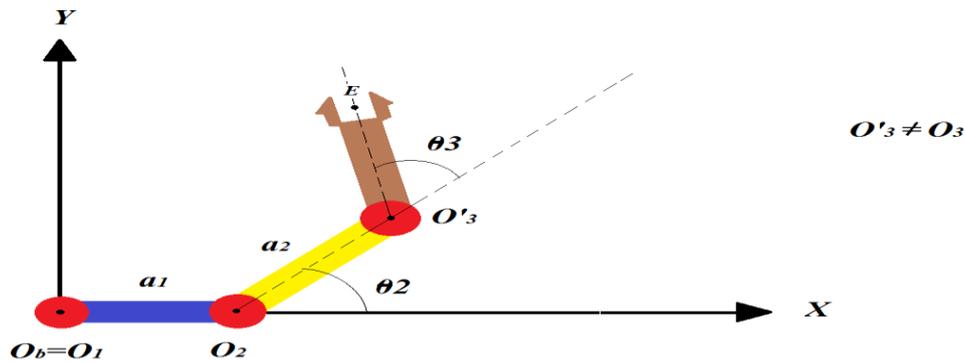


Fig. (2.17) Rotation du 2<sup>ème</sup> segment

..

Les matrices correspondantes à cette transformation sont :

- Translation de l'origine  $O_2$  vers  $O_b$  :

$$T_2^{-1} = \begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{a}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix} \quad (2.20)$$

- Rotation autour de ( $O_bZ$ ) d'un angle  $\theta_2$  :

$$R(O_bZ, \theta_2) = \begin{vmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix} \quad (2.21)$$

- Translation de  $O_2$  vers sa position initiale :

$$T_2 = \begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix} \quad (2.22)$$

Donc la rotation du 2<sup>ème</sup> segment autour ( $O_2Z$ ) sera obtenue par la multiplication de ces matrices ;

$$R(O_2Z, \theta_2) = \begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{a}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix} \quad (2.23)$$

$$R(O_2Z, \theta_2) = \begin{vmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & a_1[1-\cos(\theta_2)] \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & a_1[-\sin(\theta_2)] \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (2.24)$$

Puis, une rotation du 1<sup>er</sup> segment autour (O<sub>1</sub>Z) ;

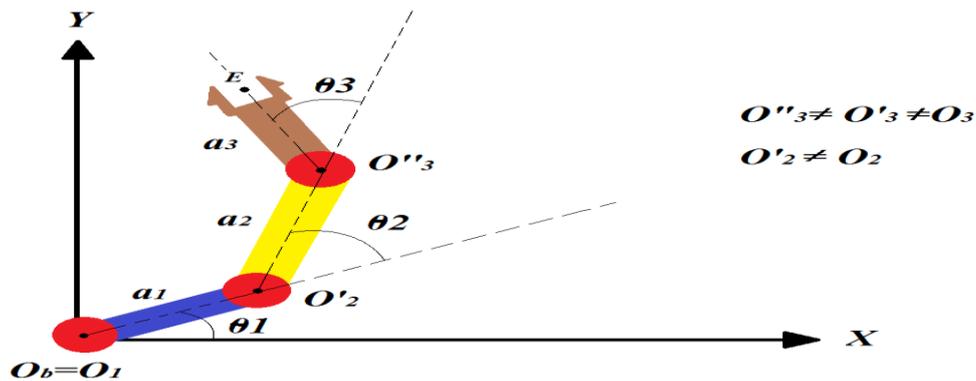


Fig. (2.18) Rotation du 1<sup>er</sup> segment

Lorsque O<sub>1</sub> = O<sub>b</sub>, la transformation sera simplement donnée par :

$$R(O_1Z, \theta_1) = \begin{vmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (2.25)$$

La manipulation complète (et qui inclue les trois transformations successives) sera obtenue par :

$$\text{Manipulation n}^\circ 1 = R(O_1Z, \theta_1) \cdot R(O_2Z, \theta_2) \cdot R(O_3Z, \theta_3)$$

$$= \begin{vmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_1[1-C_2] \\ S_2 & C_2 & 0 & a_1[-S_2] \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & (a_1+a_2)[1-C_3] \\ S_3 & C_3 & 0 & (a_1+a_2)[-S_3] \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (2.26)$$

**Remarque :**

- Nous avons utilisé quelques simplifications d'écriture :

$C1=\text{Cos}(\theta_1)$ ;  $S1=\text{Sin}(\theta_1)$ ;  $C12=\text{Cos}(\theta_1+ \theta_2)$ ;  $C123=\text{Cos}(\theta_1+ \theta_2+ \theta_3)$ ; et ainsi de suite.

- Nous avons aussi utilisé des relations trigonométriques ;

Par exemple :

$$\begin{aligned}\cos(A + B) &= \cos A \cos B - \sin A \sin B \\ \sin(A + B) &= \sin A \cos B + \cos A \sin B\end{aligned}$$

Nous obtenons :

$$\text{Manipulation n}^\circ 1 = \begin{vmatrix} C_{123} & -S_{123} & 0 & a_2.C_{12} + a_1.C_1 - a_1.C_{123} - a_2.C_{123} \\ S_{123} & C_{123} & 0 & a_2.S_{12} + a_1.S_1 - a_1.S_{123} - a_2.S_{123} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (2.27)$$

Pour avoir les coordonnées de la position finale du point  $E_f$  après la manipulation, il suffit de multiplier (2.27) par le vecteur de position  $\overrightarrow{O_b E_i}$  (position initiale du point  $E$ ) ; nous avons considéré le cas où :  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0^\circ$ , donc :

$$\overrightarrow{O_b E_i} \begin{pmatrix} a_1+a_2+a_3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{O_b E_f} \begin{pmatrix} a_1.C_1 + a_2.C_{12} + a_3.C_{123} \\ a_1.S_1 + a_2.S_{12} + a_3.S_{123} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

On obtient la nouvelle position :

$$\begin{cases} X = a_1.C_1 + a_2.C_{12} + a_3.C_{123} \\ Y = a_1.S_1 + a_2.S_{12} + a_3.S_{123} \end{cases}$$

A l'aide du logiciel **MATLAB** nous avons facilités les calculs ;

```

>> % syms pour introduire des symboles, c-à-d les calculs seront on fonction des variables;
>> % t1 = Theta1 ; t2 = Theta2 ...
>> syms a1 a2 a3 t1 t2 t3
>> R1=[cos(t1),-sin(t1),0,0;sin(t1),cos(t1),0,0;0,0,1,0;0,0,0,1]

R1 =

[ cos(t1), -sin(t1), 0, 0]
[ sin(t1),  cos(t1), 0, 0]
[      0,      0, 1, 0]
[      0,      0, 0, 1]

>> R2=[cos(t2),-sin(t2),0,a1*(1-cos(t2));sin(t2),cos(t2),0,a1*(-sin(t2));0,0,1,0;0,0,0,1]

R2 =

[ cos(t2), -sin(t2), 0, -a1*(cos(t2) - 1)]
[ sin(t2),  cos(t2), 0,      -a1*sin(t2)]
[      0,      0, 1,      0]
[      0,      0, 0,      1]

>> R3=[cos(t3),-sin(t3),0,(a1+a2)*(1-cos(t3));sin(t3),cos(t3),0,(a1+a2)*(-sin(t3));0,0,1,0;0,0,0,1]

R3 =

[ cos(t3), -sin(t3), 0, -(a1 + a2)*(cos(t3) - 1)]
[ sin(t3),  cos(t3), 0,      -sin(t3)*(a1 + a2)]
[      0,      0, 1,      0]
[      0,      0, 0,      1]

>> Manipulation_1=simplify(R1*R2*R3)

Manipulation_1 =

[ cos(t1 + t2 + t3), -sin(t1 + t2 + t3), 0, a2*cos(t1 + t2) + a1*cos(t1) - a1*cos(t1 + t2 + t3) - a2*cos(t1 + t2 + t3)]
[ sin(t1 + t2 + t3),  cos(t1 + t2 + t3), 0, a2*sin(t1 + t2) + a1*sin(t1) - a1*sin(t1 + t2 + t3) - a2*sin(t1 + t2 + t3)]
[      0,      0, 1,      0]
[      0,      0, 0,      1]

>> % Ei position initiale (pour t1=t2=t3=0)
>> % Ef position finale (après la manipulation)
>> Ei=[a1+a2+a3;0;0;1]

Ei =

a1 + a2 + a3
      0
      0
      1

>> Ef = simplify(Manipulation_1*Ei)

Ef =

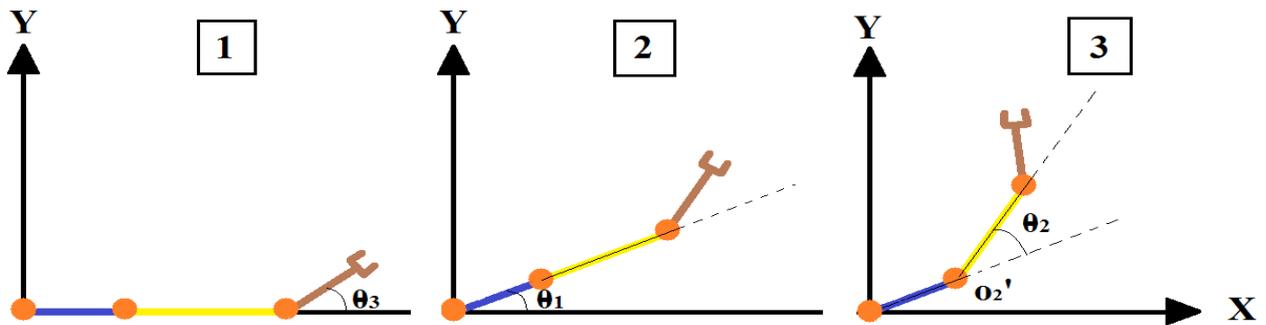
a2*cos(t1 + t2) + a1*cos(t1) + a3*cos(t1 + t2 + t3)
a2*sin(t1 + t2) + a1*sin(t1) + a3*sin(t1 + t2 + t3)
      0
      1

```

De la même manière et avec les mêmes étapes, on peut atteindre la même nouvelle position par **5 autres différentes manipulations** ; à condition que chaque variable articulaire  $\theta_i$  sera la même quel que soit la manipulation ;

### 2.5.1.\*.b) Deuxième manipulation :

Rotation du 3<sup>ème</sup> segment suivie par la rotation du 1<sup>er</sup> segment suivie par la rotation du 2<sup>ème</sup> segment ;



La matrices de transformation du 1<sup>er</sup> et 3<sup>ème</sup> segment sont les mêmes qu'à la première manipulation ;

$$R1 = \begin{bmatrix} \cos(t1) & -\sin(t1) & 0 & 0 \\ \sin(t1) & \cos(t1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R3 = \begin{bmatrix} \cos(t3) & -\sin(t3) & 0 & -(a1 + a2) * (\cos(t3) - 1) \\ \sin(t3) & \cos(t3) & 0 & -\sin(t3) * (a1 + a2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
syms a1 a2 a3 t1 t2 t3 Ob O21
% O21 = O' (la nouvelle position de l'origine O2)
T20=[1,0,0,-a1*cos(t1);0,1,0,-a1*sin(t1);0,0,1,0;0,0,0,1]

T20 =

[ 1, 0, 0, -a1*cos(t1)]
[ 0, 1, 0, -a1*sin(t1)]
[ 0, 0, 1, 0]
[ 0, 0, 0, 1]

>> % T20 : Translation de O21 vers l'origine Ob(l'origine de base)
% tx = -a1*cos(t1); ty = -a1*sin(t1)
>> T2=inv(T20)

T2 =

[ 1, 0, 0, a1*cos(t1)]
[ 0, 1, 0, a1*sin(t1)]
[ 0, 0, 1, 0]
[ 0, 0, 0, 1]

>> % T2 : Translation de O21 vers sa position initiale
R2(Ob,t2)=[cos(t2),-sin(t2),0,0;sin(t2),cos(t2),0,0;0,0,1,0;0,0,0,1]

R2(Ob, t2) =

[ cos(t2), -sin(t2), 0, 0]
[ sin(t2),  cos(t2), 0, 0]
[ 0, 0, 1, 0]
[ 0, 0, 0, 1]
```

```
>> R2(O21,t2)=simplify(T2*R2(O2, t2)*T20)
```

```
R2(O21, t2) =
```

```
[ cos(t2), -sin(t2), 0, -a1*(cos(t1 + t2) - cos(t1)) ]
[ sin(t2),  cos(t2), 0, -a1*(sin(t1 + t2) - sin(t1)) ]
[      0,      0, 1,      0 ]
[      0,      0, 0,      1 ]
```

```
>> Manipulation_2=simplify(R2(O21, t2)*R1*R3)
```

```
Manipulation_2 =
```

```
[ cos(t1 + t2 + t3), -sin(t1 + t2 - t3), 0, a2*cos(t1 + t2) + a1*cos(t1) - a1*cos(t1 + t2 + t3) - a2*cos(t1 + t2 + t3) ]
[ sin(t1 + t2 + t3),  cos(t1 + t2 - t3), 0, a2*sin(t1 + t2) + a1*sin(t1) - a1*sin(t1 + t2 + t3) - a2*sin(t1 + t2 + t3) ]
[      0,      0,      0, 1,      0 ]
[      0,      0,      0, 0,      1 ]
```

```
>> Ei=[a1+a2+a3;0;0;1]
```

```
Ei =
```

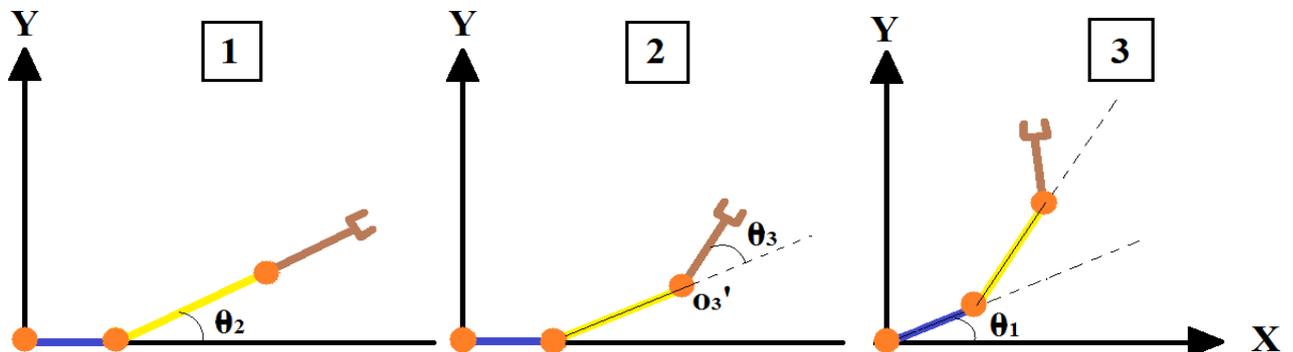
```
a1 + a2 + a3
      0
      0
      1
```

```
>> Ef=simplify(Manipulation_2*Ei)
```

```
Ef =
a2*cos(t1 + t2) + a1*cos(t1) + a3*cos(t1 + t2 + t3)
a2*sin(t1 + t2) + a1*sin(t1) + a3*sin(t1 + t2 + t3)
      0
      1
```

### 2.5.1.\*.c) Troisième manipulation :

Rotation du 2<sup>ème</sup> segment suivie par la rotation du 3<sup>ème</sup> segment suivie par la rotation du 1<sup>er</sup> segment ;



```
T20=[1,0,0,-a1;0,1,0,0;0,0,1,0;0,0,0,1]
```

```
T20 =
```

```
[ 1, 0, 0, -a1]
[ 0, 1, 0,  0]
[ 0, 0, 1,  0]
[ 0, 0, 0,  1]
```

```
>> % T20: Translation de O2 vers Ob;  tx = -a1 ;  ty= 0  ;
```

```
R2 (Ob,t2)= [cos(t2),-sin(t2),0,0;sin(t2),cos(t2),0,0;0,0,1,0;0,0,0,1]
```

```
R2 (Ob, t2) =
```

```
[ cos(t2), -sin(t2), 0, 0]
[ sin(t2),  cos(t2), 0, 0]
[      0,      0, 1, 0]
[      0,      0, 0, 1]
```

```
>> T2=inv(T20)
```

```
T2 =
```

```
[ 1, 0, 0, a1]
[ 0, 1, 0,  0]
[ 0, 0, 1,  0]
[ 0, 0, 0,  1]
```

```
>> R2 (O2,t2)=simplify(T2*R2 (Ob, t2)*T20)
```

```
R2 (O2, t2) =
```

```
[ cos(t2), -sin(t2), 0, -a1*(cos(t2) - 1)]
[ sin(t2),  cos(t2), 0,      -a1*sin(t2)]
[      0,      0, 1,  0]
[      0,      0, 0,  1]
```

```

>> % transformation du 3ème segment;
% O31 : nouvelle position de l'origine O3;
T30=[1,0,0,-(a1+a2*cos(t2));0,1,0,-a2*sin(t2);0,0,1,0;0,0,0,1]

T30 =

[ 1, 0, 0, - a1 - a2*cos(t2) ]
[ 0, 1, 0,      -a2*sin(t2) ]
[ 0, 0, 1,          0 ]
[ 0, 0, 0,          1 ]

>> % T30 : Translation de O31 vers Ob;
R3(Ob,t3)=[cos(t3),-sin(t3),0,0;sin(t3),cos(t3),0,0;0,0,1,0;0,0,0,1]

R3(Ob, t3) =

[ cos(t3), -sin(t3), 0, 0]
[ sin(t3),  cos(t3), 0, 0]
[          0,          0, 1, 0]
[          0,          0, 0, 1]

>> T3=inv(T30)

T3 =

[ 1, 0, 0, a1 + a2*cos(t2) ]
[ 0, 1, 0,      a2*sin(t2) ]
[ 0, 0, 1,          0 ]
[ 0, 0, 0,          1 ]

>> % T3 : Translation vers O31;
>> R3(O31, t3)=simplify(T3*R3(Ob, t3)*T30)

R3(O31, t3) =

[ cos(t3), -sin(t3), 0, a1 - a2*cos(t2 + t3) - a1*cos(t3) + a2*cos(t2) ]
[ sin(t3),  cos(t3), 0,      a2*sin(t2) - a1*sin(t3) - a2*sin(t2 + t3) ]
[          0,          0, 1,          0 ]
[          0,          0, 0,          1 ]

>> % transformation du 1er segment;
>> R1=[cos(t1),-sin(t1),0,0;sin(t1),cos(t1),0,0;0,0,1,0;0,0,0,1]

R1 =

[ cos(t1), -sin(t1), 0, 0]
[ sin(t1),  cos(t1), 0, 0]
[          0,          0, 1, 0]
[          0,          0, 0, 1]

>> Manipulation_3=simplify(R1*R3(O31, t3)*R2(O2, t2))

Manipulation_3 =

[ cos(t1 + t2 + t3), -sin(t1 + t2 + t3), 0, a2*cos(t1 + t2) + a1*cos(t1) - a1*cos(t1 + t2 + t3) - a2*cos(t1 + t2 + t3) ]
[ sin(t1 + t2 + t3),  cos(t1 + t2 + t3), 0, a2*sin(t1 + t2) + a1*sin(t1) - a1*sin(t1 + t2 + t3) - a2*sin(t1 + t2 + t3) ]
[          0,          0, 1,          0 ]
[          0,          0, 0,          1 ]

```

```
>> Ei=[a1+a2+a3;0;0;1]
```

```
Ei =
```

```
 a1 + a2 + a3
         0
         0
         1
```

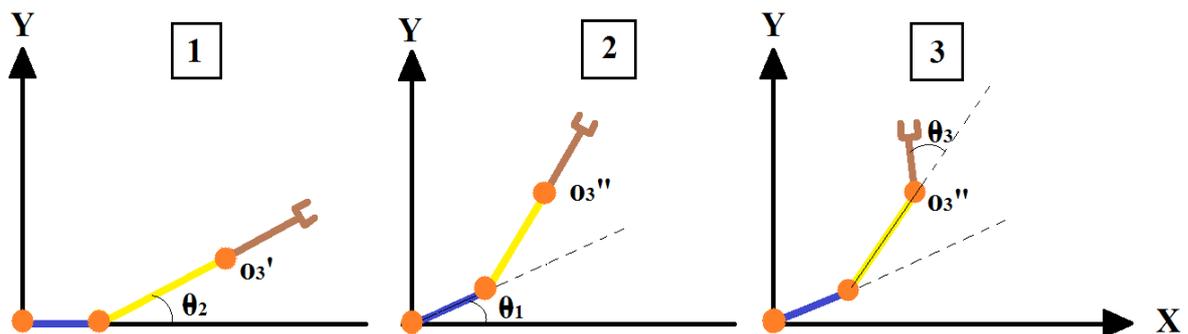
```
>> Ef=simplify(Manipulation_3*Ei)
```

```
Ef =
 a2*cos(t1 + t2) + a1*cos(t1) + a3*cos(t1 + t2 + t3)
 a2*sin(t1 + t2) + a1*sin(t1) + a3*sin(t1 + t2 + t3)
         0
         1
```

Avec les mêmes étapes nous avons pu trouver les mêmes résultats, c'est-à-dire la même nouvelle position, pour les autres cas.

### 2.5.1.\*.d) Quatrième manipulation :

Rotation du 2<sup>ème</sup> segment suivie par la rotation du 1<sup>er</sup> segment suivie par la rotation du 3<sup>ème</sup> segment ;



```
>> Ei=[a1+a2+a3;0;0;1]
```

```
Ei =
```

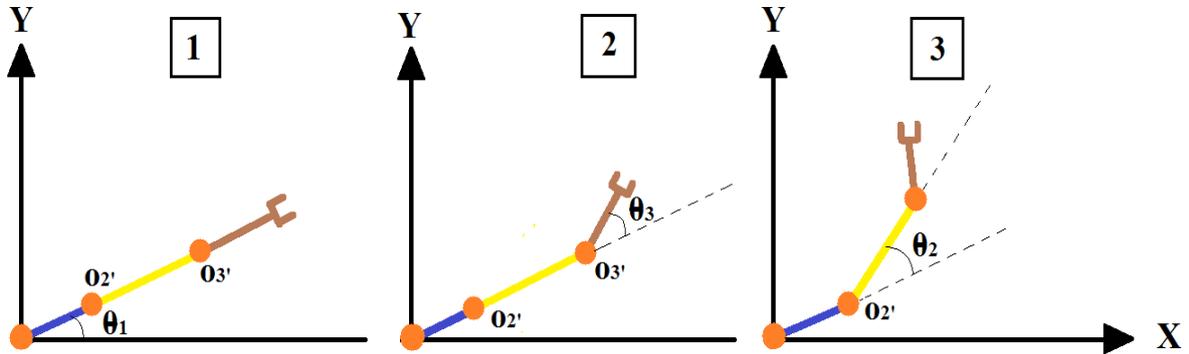
```
 a1 + a2 + a3
         0
         0
         1
```

```
>> Ef=simplify(Manipulation_4*Ei)
```

```
Ef =
 a2*cos(t1 + t2) + a1*cos(t1) + a3*cos(t1 + t2 + t3)
 a2*sin(t1 + t2) + a1*sin(t1) + a3*sin(t1 + t2 + t3)
         0
         1
```

### 2.5.1.\*.e) Cinquième manipulation :

Rotation du 1<sup>er</sup> segment suivie par la rotation du 3<sup>ème</sup> segment suivie par la rotation du 2<sup>ème</sup> segment ;



```
>> Ei=[a1+a2+a3;0;0;1]
```

Ei =

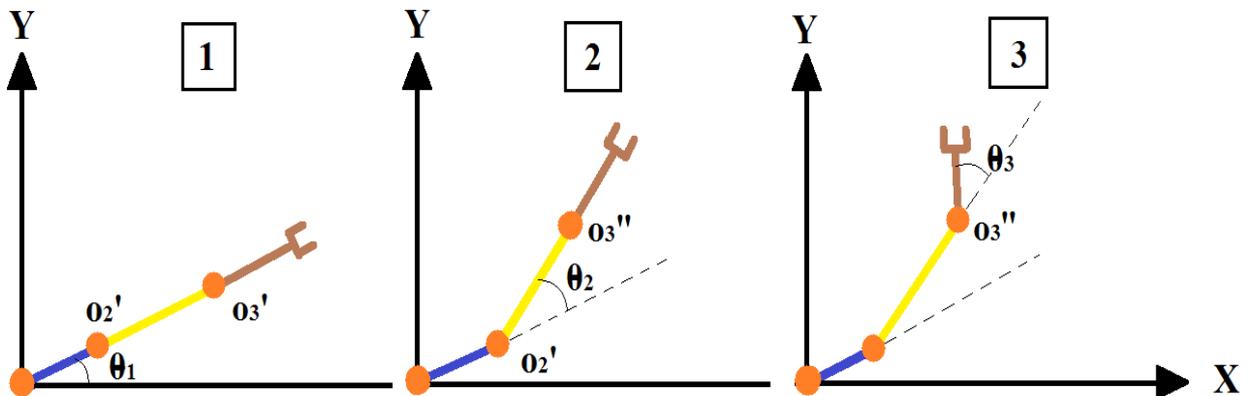
$$\begin{bmatrix} a1 + a2 + a3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

```
>> Ef = simplify(Manipulation_5*Ei)
```

```
Ef =
a2*cos(t1 + t2) + a1*cos(t1) + a3*cos(t1 + t2 + t3)
a2*sin(t1 + t2) + a1*sin(t1) + a3*sin(t1 + t2 + t3)
0
1
```

### 2.5.1.\*.f) Sixième manipulation :

Rotation du 1<sup>er</sup> segment suivie par la rotation du 2<sup>ème</sup> segment suivie par la rotation du 3<sup>ème</sup> segment ;



```
>> Ei=[a1+a2+a3;0;0;1]
```

```
Ei =
```

```
 a1 + a2 + a3
           0
           0
           1
```

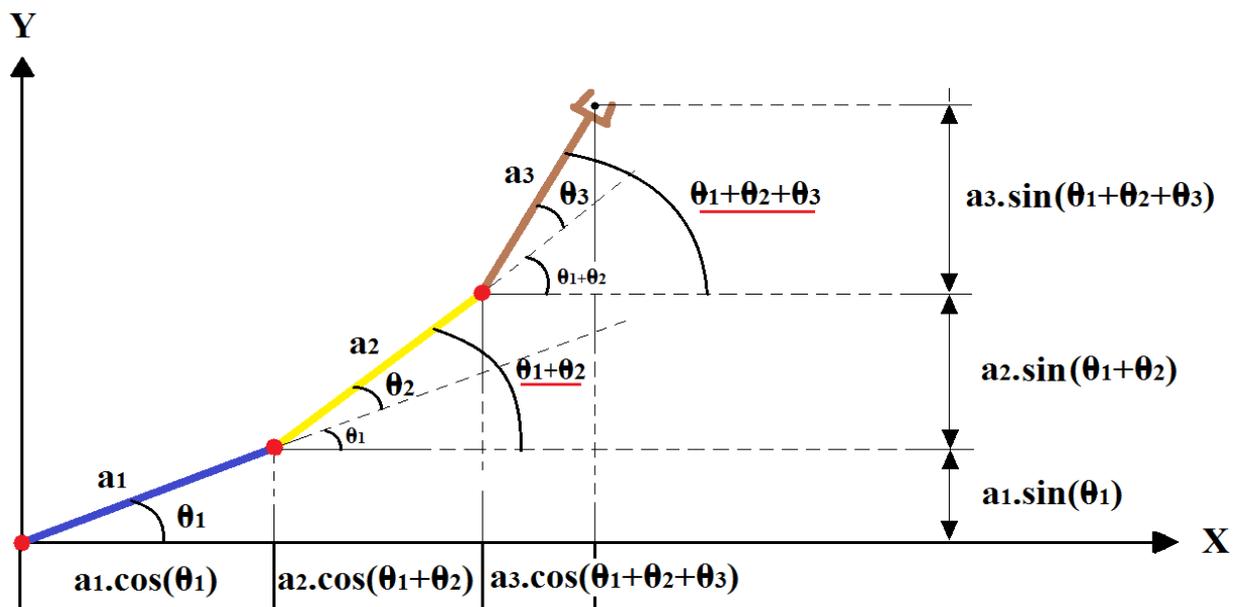
```
>> Ef=simplify(Manipulation_6*Ei)
```

```
Ef =
```

```
 a2*cos(t1 + t2) + a1*cos(t1) + a3*cos(t1 + t2 + t3)
 a2*sin(t1 + t2) + a1*sin(t1) + a3*sin(t1 + t2 + t3)
                                           0
                                           1
```

On remarque que les différentes manipulations permettent d'atteindre la même nouvelle position du point E de l'organe terminal.

On peut simplifier la compréhension du problème avec une vue géométrique générale ;



$$\begin{cases} X = a1.C1 + a2.C12 + a3.C123 \\ Y = a1.S1 + a2.S12 + a3.S123 \end{cases}$$

### 2.5.2) La convention de « DENAVIT–HARTENBERG » modifiée par KHALIL :

En 1955 une première méthode de paramétrage a été mise au point par DENAVIT et HARTENBERG. Cependant cette méthode, bien adaptée pour des structures séries simples, présentait certaines indéterminations sur des structures arborescentes ou incluant des boucles fermées. En 1976 KHALIL a proposé une adaptation de ces paramètres permettant ainsi de lever toute ambiguïté, et ce, quelques soient les types d'architectures représentés ci-dessous : [19]

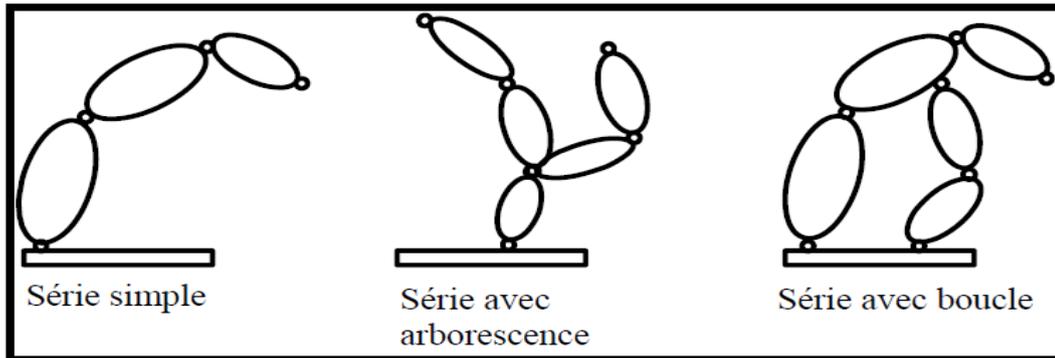


Fig. (2.19) Différentes architectures des manipulateurs sériels.

#### 2.5.2.1) Notations : [22]

On numérote les solides par ordre croissant en partant du socle. Ainsi le robot est composé de  $n + 1$  corps, notés  $C_0, \dots, C_n$ , et de  $n$  articulations ( $n \geq 1$ ). Le corps  $C_0$  désigne le socle (la base) du robot, le corps  $C_n$  est le corps portant l'organe terminal. Le repère  $R_i$  est lié au corps  $C_i$  du robot. La variable de l'articulation  $i$ , qui lie le corps  $C_i$  au corps  $C_{i-1}$ , est notée  $q_i$ .

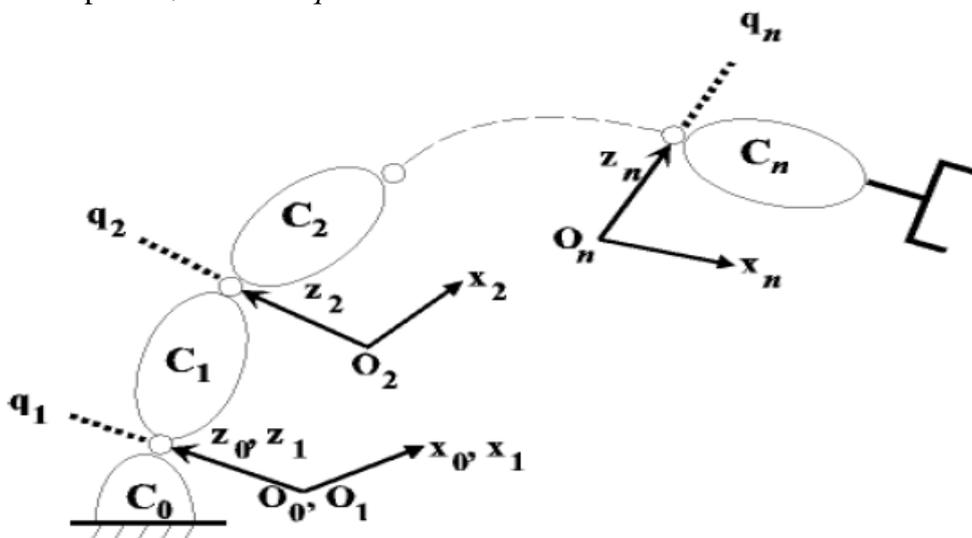
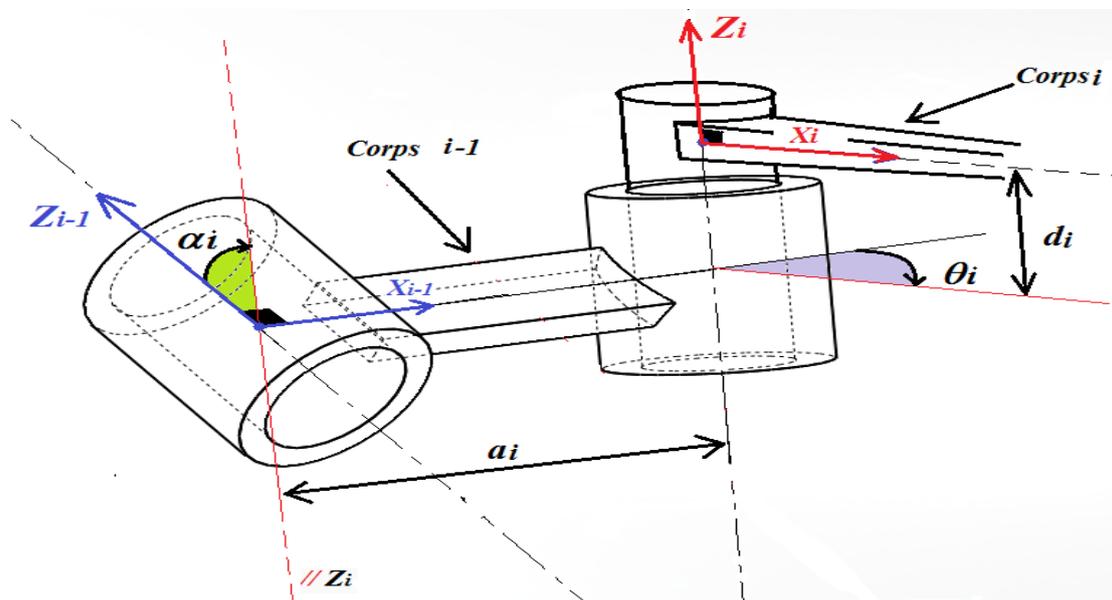


Fig. (2.20) Numérotation des corps constituant le robot.

### 2.5.2.2) Passage du repère $R_{i-1}$ au repère $R_i$ , et détermination des paramètres de DENAVIT-HARTENBERG modifié : [22]

Le passage du repère  $R_{i-1}$  au repère  $R_i$  s'exprime en fonction des 4 paramètres suivants :

- On note  $\alpha_i$  l'angle de rotation entre les axes  $Z_{i-1}$  et  $Z_i$  autour de l'axe  $X_{i-1}$ ,
- On note  $a_i$  la distance entre  $Z_{i-1}$  et  $Z_i$  mesurée le long de l'axe  $X_{i-1}$ ,
- On note  $\theta_i$  l'angle de rotation entre les axes  $X_{i-1}$  et  $X_i$  autour de l'axe  $Z_i$ ,
- On note  $d_i$  la distance entre  $X_{i-1}$  et  $X_i$  mesurée le long de l'axe  $Z_i$ .



**Fig. (2.21)** Passage du repère  $R_{i-1}$  au repère  $R_i$ .

Le passage du repère  $R_{i-1}$  au repère  $R_i$  se fait à travers 4 étapes :

- Une rotation d'angle  $\alpha_i$  autour de l'axe  $X_{i-1}$  ;
- Une translation de distance  $a_i$  mesurée le long de l'axe  $X_{i-1}$  ;
- Une rotation d'angle  $\theta_i$  autour de l'axe  $Z_i$  ;
- Une translation de distance  $d_i$  mesurée le long de l'axe  $Z_i$ .

Il en résulte la matrice de transformation homogène  ${}^{i-1}T_i$  suivante :

$${}^{i-1}T_i = \text{Rot}(X_{i-1}, \alpha_i) \cdot \text{Trans}(X_{i-1}, a_i) \cdot \text{Rot}(Z_i, \theta_i) \cdot \text{Trans}(Z_i, d_i) \quad (2.29)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_j) & -\sin(\alpha_j) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_j) & \cos(\alpha_j) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a_j \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos(\theta_j) & -\sin(\theta_j) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_j) & \cos(\theta_j) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

On obtient la matrice du passage d'un repère  $R_{i-1}$  au repère  $R_i$  :

$$= \begin{pmatrix} \cos(\theta_j) & -\sin(\theta_j) & 0 & a_j \\ \cos(\alpha_j) \sin(\theta_j) & \cos(\alpha_j) \cos(\theta_j) & -\sin(\alpha_j) & -d_j \sin(\alpha_j) \\ \sin(\alpha_j) \sin(\theta_j) & \sin(\alpha_j) \cos(\theta_j) & \cos(\alpha_j) & d_j \cos(\alpha_j) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

La matrice de passage (de la base au dernier corps) globale est exprimée par :

$${}^0T_n = {}^0T_1 * {}^1T_2 * {}^2T_3 \dots * {}^{n-1}T_n \quad (2.32)$$

### 2.5.2.3) Application de la convention de DH :

Commençant par placer les axes ( $Z$  et  $X$ ) pour chaque articulation ;

- L'axe  $Z_i$  correspond à l'axe de l'articulation entre les corps  $i$  et  $i-1$ .
- L'axe  $X_i$  est porté par la perpendiculaire commune aux axes  $Z_i$  et  $Z_{i+1}$  orienté de  $Z_i$  vers  $Z_{i+1}$ .
- Si  $Z_i$  et  $Z_{i+1}$  sont concourants,  $X_i$  peut être défini tel que :  $X_i = \pm Z_i \wedge Z_{i+1}$ .

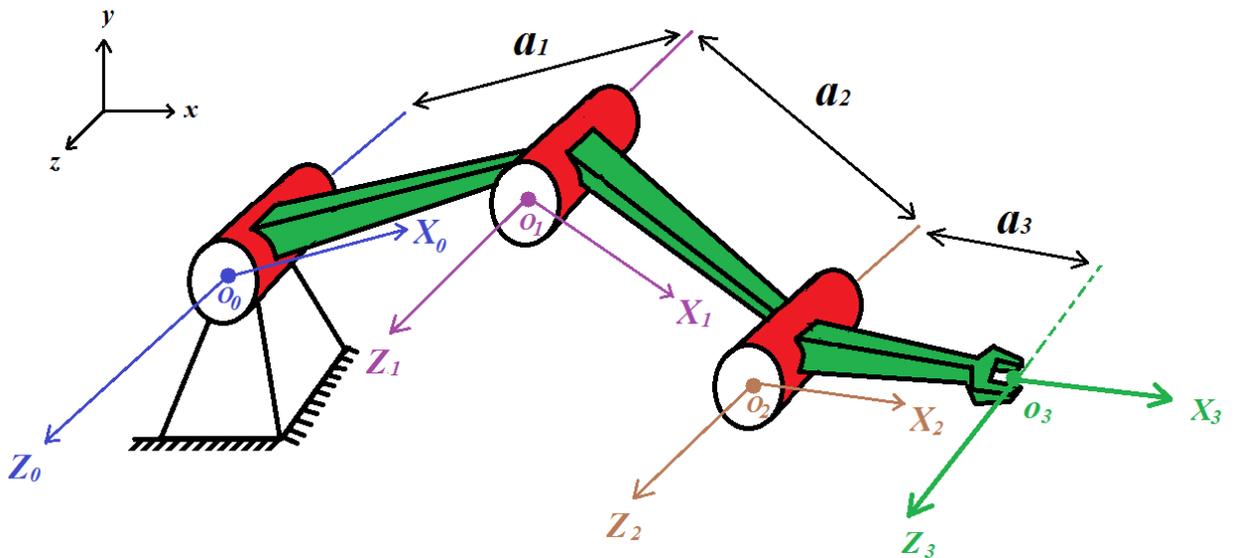


Fig. (2.22) Placement des axes (ou les repères)

Dressant le tableau des paramètres de DH qu'exprime le robot plan 3R ;

| Lien (Link) | $a_i$ | $\alpha_i$ | $d_i$ | $\theta_i$ |
|-------------|-------|------------|-------|------------|
| 1 (0-1)     | $a_1$ | 0          | 0     | $\theta_1$ |
| 2 (1-2)     | $a_2$ | 0          | 0     | $\theta_2$ |
| 3 (2-3)     | $a_3$ | 0          | 0     | $\theta_3$ |

Tableau (2.2) Les paramètres de DH définissant le robot plan 3R.

### Les matrices de transformation :

Pour avoir une matrice de transformation d'un repère à un autre (c'est-à-dire entre deux articulations successives), il suffit de remplacer les paramètres du tableau pour chaque lien dans la matrice (2.31).

Pour le premier lien on obtient :

$${}^0\mathbf{T}_1 = \begin{vmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & a_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (2.33)$$

Pour le deuxième lien :

$${}^1\mathbf{T}_2 = \begin{vmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (2.34)$$

Pour le troisième lien :

$${}^2\mathbf{T}_3 = \begin{vmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & a_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (2.35)$$

La matrice de passage globale sera :

$${}^0\mathbf{T}_3 = {}^0\mathbf{T}_1 \cdot {}^1\mathbf{T}_2 \cdot {}^2\mathbf{T}_3 \quad (2.36)$$

On obtient :

$${}^0T_3 = \begin{pmatrix} C_{123} & -S_{123} & 0 & a_3.C_{123} + a_2.C_{12} + a_1.C_1 \\ S_{123} & C_{123} & 0 & a_3.S_{123} + a_2.S_{12} + a_1.S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

Donc la position de l'effecteur est exprimée par le vecteur  $P_e$  :

$$P_e = \begin{pmatrix} a_3.C_{123} + a_2.C_{12} + a_1.C_1 \\ a_3.S_{123} + a_2.S_{12} + a_1.S_1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ce qui représente le même résultat obtenu en adoptant la technique de conjugaison ( $TMT^{-1}$ ).

## 2.6) Modèle géométrique inverse (MGI)

Le modèle géométrique inverse consiste à calculer les coordonnées articulaires correspondantes à une pose donnée de l'organe terminal.

Le modèle géométrique inverse (MGI) d'un bras manipulateur permet d'obtenir la ou les configurations correspondant à une situation de l'OT donnée donc il consiste à déterminer les coordonnées articulaires des actionneurs permettant d'atteindre une position et une orientation de l'effecteur, données dans l'espace cartésien. Le MGI est donc tel que :

$$f^{-1} : M \rightarrow N$$

$$x \rightarrow q = f^{-1}(x)$$

Important :

Supposant que :  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^m$ , et  $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^n$ ;

Où  $\mathbf{m}$  dépend de l'espace de travail (si l'espace de travail  $\in$  un plan (2D) donc  $\mathbf{m} = 2$  ( $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$ )), et  $\mathbf{n}$  c'est le nombre de variables articulaires.

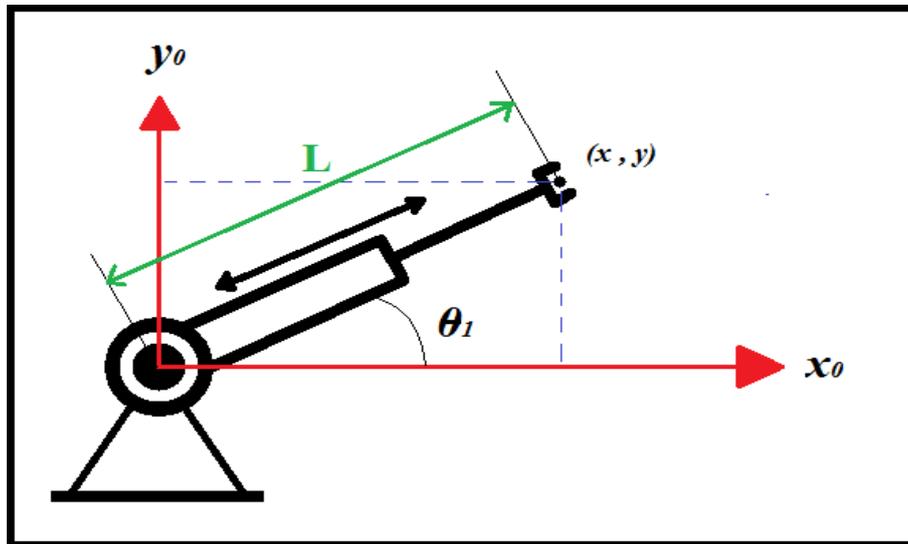
Dans un robot manipulateur, si :

- $\mathbf{m} = \mathbf{n}$  on aura un nombre de configurations des variables articulaires fini pour atteindre la situation donnée de l'effecteur.

- $m < n$  on aura un nombre de configurations des variables articulaires infini.
- Pour faciliter la compréhension du problème, on commence par les plus simples des cas;

### 2.6.1) Le MGI pour un bras manipulateur plan à 2 ddl :

- a) Pour un bras manipulateur plan RP à 2 ddl (rotation, translation).



**Fig. (2.23)** Représentation d'un bras manipulateur plan RP

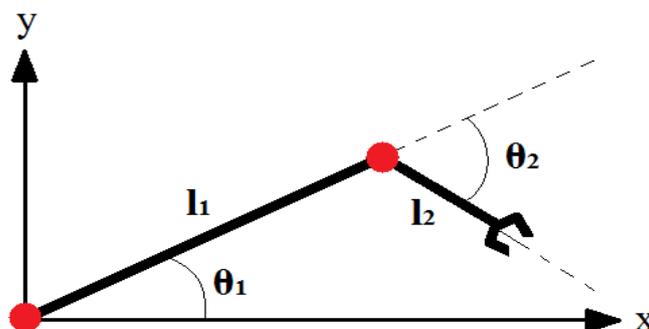
A partir de la position finale (donnée) on va trouver la variable articulaire  $\theta_1$  et la longueur  $L$  ;

D'une autre manière  $\theta_1$  en fonction des coordonnées du point final ;

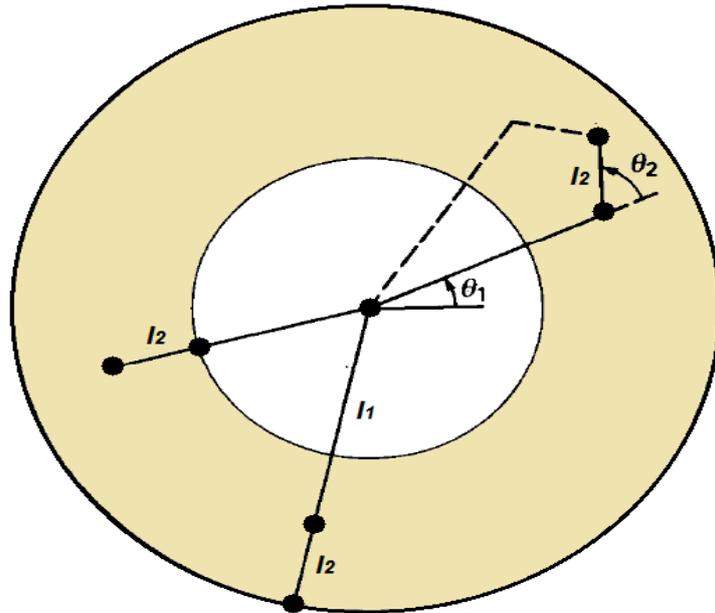
Tout simplement :  $\tan(\theta_1) = y / x$  ; donc :  $\theta_1 = \arctan(y / x)$

Et pour la longueur  $L$ , on utilise le **théorème de Pythagore**, donc :  $L = \sqrt{x^2 + y^2}$

- b) Pour un bras manipulateur plan RR à 2 ddl (rotation, rotation)



**Fig. (2.24)** Représentation d'un bras manipulateur plan RR.



**Fig. (2.25)** Espace de travail d'un bras manipulateur plan RR, et Postures. [4] [5]

Suivant les étapes de calcul du MGD les coordonnées de l'effecteur pour un manipulateur plan RR, sont exprimé par :

$$\begin{cases} x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos (\theta_1 + \theta_2) \\ y = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin (\theta_1 + \theta_2) \end{cases} \quad (2.38)$$

Étant donné x et y, nous devons trouver  $\cos(\theta_1)$ ,  $\sin(\theta_1)$ ,  $\cos(\theta_2)$  et  $\sin(\theta_2)$ .

**Premièrement** : détermination de l'expression de  $\cos(\theta_2)$  et  $\sin(\theta_2)$ .

Utilisation des relations trigonométriques est très important dans la résolution du problème ;

Par exemple on utilise :

$$\begin{aligned} \cos(A + B) &= \cos A \cos B - \sin A \sin B \\ \sin(A + B) &= \sin A \cos B + \cos A \sin B \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\text{Cos}^2 \theta + \text{Sin}^2 \theta = 1 \quad (2.40)$$

Par substitution dans (2.38), on obtient :

$$x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 - l_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \quad (a)$$

$$y = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + l_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \quad (b)$$

$$1 = \cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 \quad (c)$$

$$1 = \cos^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_2 \quad (d)$$

Pour résoudre ce système, nous élevons l'équation (a) au carré et l'ajoutons au carré de (b):

$$(x^2 + y^2) = l_1^2(\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1) + l_2^2(\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1) \cos^2 \theta_2 + l_2^2(\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1) \sin^2 \theta_2 + 2l_1 l_2(\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1) \cos \theta_2 \quad (2.41)$$

On simplifie en utilisant (c) et (d), on obtient :

$$(x^2 + y^2) = l_1^2 + l_2^2 + 2 l_1 l_2 \cos(\theta_2) \quad (2.42)$$

En fait, ce n'est que la règle du cosinus de la trigonométrie. Donc, la solution pour  $\cos(\theta_2)$  est juste :

$$\cos \theta_2 = \frac{1}{2l_1 l_2} \{(x^2 + y^2) - (l_1^2 + l_2^2)\} = \lambda \quad (2.43)$$

Pour simplifier l'écriture, on a supposé que  $\cos(\theta_2) = \lambda$ .

Par conséquent, en utilisant (d)  $\sin \theta_2$  est :

$$\sin \theta_2 = \pm (1 - \lambda^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.44)$$

C'est-à-dire qu'il y a deux solutions possibles.

**Deuxièmement** : détermination du  $\cos(\theta_1)$  et  $\sin(\theta_1)$ .

La façon la plus simple de le faire est de former les deux équations :

$$\begin{aligned} \text{(a)} \cos \theta_1 + \text{(b)} \sin \theta_1 &\equiv x \cos \theta_1 + y \sin \theta_1 = l_1 + l_2 \cos \theta_2 \\ &= l_1 + l_2 \lambda \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\text{(a)} \sin \theta_1 + \text{(b)} \cos \theta_1 &\equiv -x \sin \theta_1 + y \cos \theta_1 = l_2 \sin \theta_2 \\ &= \pm l_2 (1 - \lambda^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.45) \end{aligned}$$

Encore une fois, la relation (c) a été utilisée pour simplifier ce qui précède. Nous avons maintenant deux équations linéaires simultanées qui sont facilement résolues. Nous avons donc trouvé des équations explicites pour les sinus et les cosinus des angles en termes de paramètres de conception et de la position de l'effecteur (outil) terminal du manipulateur. En fait, il existe deux solutions, correspondant aux choix de signe supérieur et inférieur. Ces équations sont les relations géométriques inverses du manipulateur plan :

$$\begin{aligned}\cos \theta_1 &= \frac{1}{(x^2 + y^2)} \{x(l_1 + l_2\lambda) \pm y l_2(1 - \lambda^2)^{\frac{1}{2}}\} \\ \sin \theta_1 &= \frac{1}{(x^2 + y^2)} \{\pm x l_2(1 - \lambda^2)^{\frac{1}{2}} + y(l_1 + l_2\lambda)\} \\ \cos \theta_2 &= \frac{1}{2l_1 l_2} \{(x^2 + y^2) - (l_1^2 + l_2^2)\} = \lambda \\ \sin \theta_2 &= \pm (1 - \lambda^2)^{\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

### Postures :

Pour le manipulateur plan de la section précédente, il existe généralement deux solutions pour le MGI. Elles découlent du signe du terme  $\sin(\theta_2)$  : cela correspond physiquement au fait qu'il existe deux façons d'atteindre n'importe quel point du plan, voir **Fig. (2.25)**. Ces deux configurations du manipulateur sont appelées **postures**; l'un est appelé «**coude haut**», l'autre «**coude bas**». Cependant, ce n'est pas tous les points  $(x, y)$  qui ont deux postures. Il n'y a qu'une seule solution pour  $\sin(\theta_2)$  quand  $\sin(\theta_2) = 0$ ; c'est-à-dire lorsque  $\lambda = \pm 1$ , ce qui correspond à  $\theta_2 = 0$  ou  $\pi$ .

Les points dans le plan déterminés par ces valeurs sont données par:

$$\cos(\theta_2) = 1 ; \text{donne } (x^2 + y^2) = (l_1 + l_2)^2 \quad (2.45)$$

$$\cos(\theta_2) = -1 ; \text{donne } (x^2 + y^2) = (l_1 - l_2)^2 \quad (2.46)$$

Ce sont les équations de deux cercles concentriques, sur l'un le bras est complètement tendu, tandis que pour atteindre l'autre le bras doit se replier sur lui-même, voir **Fig. (2.25)**.

Au-delà du cercle extérieur et à l'intérieur du cercle plus petit, les solutions pour  $\sin(\theta_2)$  deviennent complexes et il est clair que nous ne pouvons pas atteindre de tels points avec un vrai bras. La région annulaire est la projection de l'espace de travail du robot sur le plan. C'est l'espace que le robot peut atteindre et y travailler. L'espace de travail de tout robot est toujours délimité par des courbes ou des surfaces sur lesquelles le nombre de postures est différent du corps de l'espace de travail. De tels points sont appelés points singuliers: cependant, des points singuliers peuvent également se produire à l'intérieur de l'espace de travail. Une meilleure caractérisation des points singuliers est celle des points où le robot perd un ou plusieurs degrés de liberté. Dans le cas du manipulateur plan, il est facile de voir qu'à la limite de l'espace de travail, le bras n'est pas libre de se déplacer dans la direction radiale. Jusqu'à présent, nous n'avons rien dit sur les paramètres de conception  $l_1$  et  $l_2$ . En fait, les dimensions relatives des liens n'affectent pas le nombre de postures, sauf dans le cas très particulier où  $l_1 = l_2$ . Dans ce cas, il y a encore généralement deux postures pour chaque point de l'espace de travail, mais la limite intérieure est maintenant réduite à un point; l'origine. Si nous essayons de placer la pointe du manipulateur à  $x = 0$  et  $y = 0$ , alors nous devons certainement avoir

$\cos \theta_2 = -1$  et  $\sin \theta_2 = 0$ , mais notre méthode pour trouver  $\theta_1$  tombe en panne. Il est assez clair cependant qu'il n'y a aucune restriction sur  $\theta_1$ , donc au lieu d'une ou de deux postures, ce point dans l'espace de travail a tout un cercle de postures. Ce type de singularité, avec une famille de postures continue, est particulièrement difficile à gérer lorsqu'il s'agit de contrôler le robot. Malheureusement, tous les robots à six axes qui ont été conçus ont de telles singularités dans leur espace de travail. On ne sait pas si cela peut être évité. [4] [5]

### 2.6.2) Le MGI pour un manipulateur plan 3R à 3ddl (c'est le cas étudié) :

Nous avons déjà traité le MGD de ce genre des bras manipulateurs ; dont les coordonnées du l'effecteur sont exprimées par :

$$\begin{cases} x = l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ y = l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \end{cases} \quad (2.47)$$

Avec  $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \varphi$  : l'angle d'orientation de l'effecteur.

On a  $m=2$  (car on a deux coordonnées  $\{x$  et  $y\}$  définissant la position de l'effecteur)

D'autre part, on a  $n = 3$  (les variables articulaires  $\theta_1, \theta_2$  et  $\theta_3$ )

Et comme il est déjà mentionné que si :  $m < n$  on aura un nombre infini de configurations des variables articulaires ;

Et c'est le cas pour ce robot manipulateur, alors on aura une infinité de configurations des variables articulaires pour atteindre des positions voulues de l'effecteur, sauf quelques positions.

Dans ce cas-là, et pour avoir un nombre fini de solutions, l'angle d'orientation de l'effecteur terminal  $\varphi$  peut être réglé arbitrairement.

Par exemple :

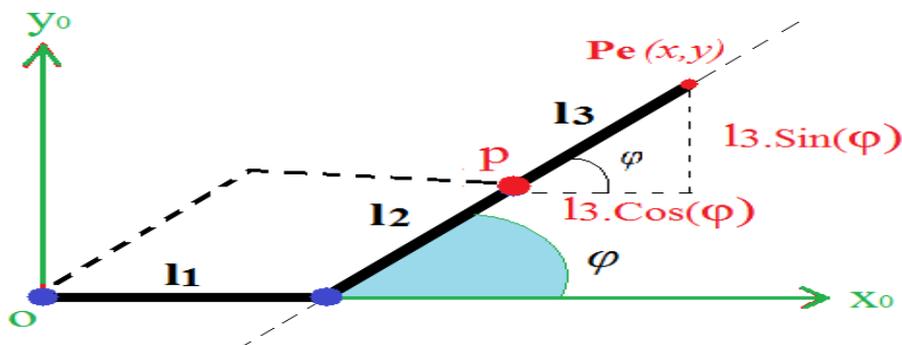


Fig. (2.26) Choix de l'angle  $\varphi$ .

Et supposant le point P situé sur l'articulation entre le 2<sup>ème</sup> et le 3<sup>ème</sup> segment, dont sa position est exprimée par :

$$P = \begin{pmatrix} x - l_3 \cdot \cos(\varphi) \\ y - l_3 \cdot \sin(\varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

Avec :  $(x, y)$  les coordonnées du point **Pe** (Position de l'effecteur).

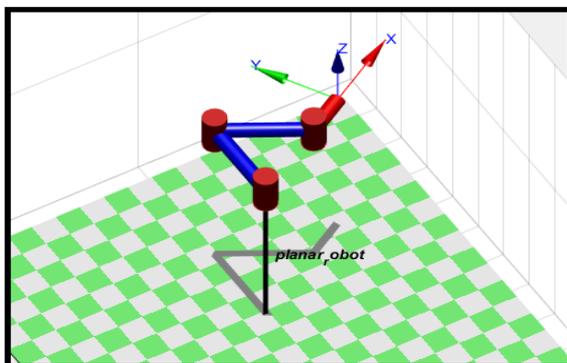
Donc, maintenant on peut utiliser les étapes de la géométrie inverse pour un manipulateur plan à deux liens (il est déjà étudié), pour résoudre le problème.

$$\text{Alors : } \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = f^{-1} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

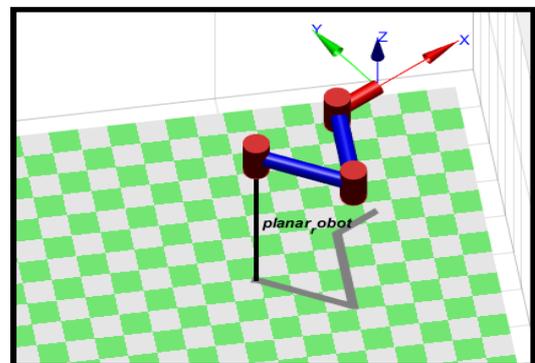
On a :  $\varphi$  et la position du point P connues ; alors les solutions possibles sont :

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 &= \frac{1}{(x'^2 + y'^2)} \{x'(l_1 + l_2 \lambda) \pm y'l_2(1 - \lambda^2)^{\frac{1}{2}}\} \\ \sin \theta_1 &= \frac{1}{(x'^2 + y'^2)} \{\pm x'l_2(1 - \lambda^2)^{\frac{1}{2}} + y'(l_1 + l_2 \lambda)\} \\ \cos \theta_2 &= \frac{1}{2l_1 l_2} \{(x'^2 + y'^2) - (l_1^2 + l_2^2)\} = \lambda \\ \sin \theta_2 &= \pm (1 - \lambda^2)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\text{Et } \theta_3 \text{ sera exprimée par : } \theta_3 = \varphi - \theta_1 - \theta_2 \quad (2.50)$$



Coude haut



Coude bas

**Fig. (2.27)** Exemple de posture ; coude haut et coude bas pour un manipulateur plan 3R.

## **Chapitre III**

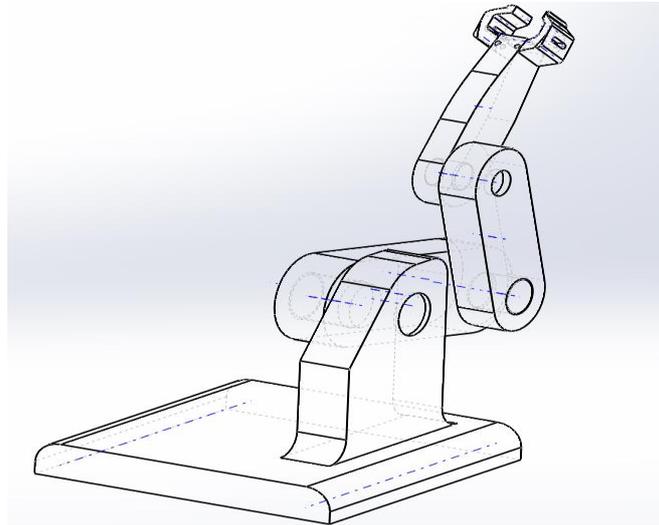
### **Simulation**

**En utilisant : SOLIDWORKS + MATLAB**

### **3) Simulation en utilisant : SOLIDWORKS + MATLAB :**

#### **3.1) Conception assisté par ordinateur (CAO)**

Commençant par une conception d'un bras manipulateurs plan 3R à l'aide de l'outil de CAO : *SOLIDWORKS* ; [version utilisé 2014 pour un système d'exploitation 32bit]

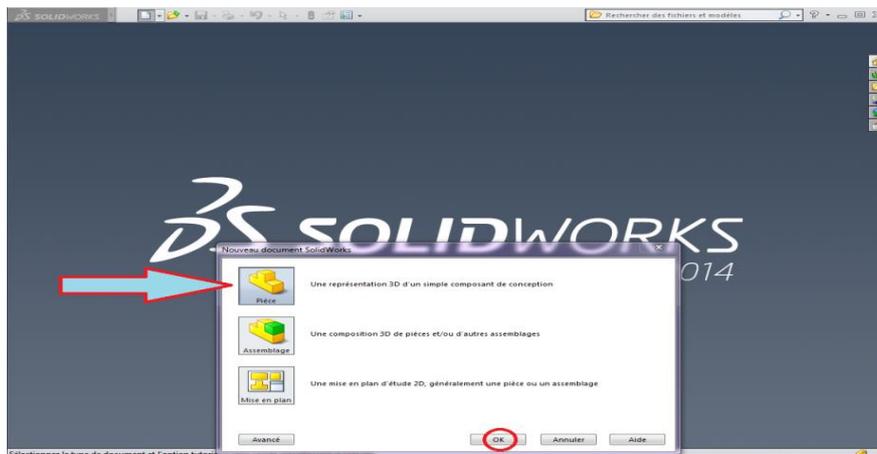


**Fig. (3.1)** Le modèle à concevoir

Le robot choisi est constitué de quatre pièces tel que : la base (le bâti) et trois segments (corps) ; le 3<sup>ème</sup> segment porte une pince comme un outil terminal ;

#### **3.2) Conception des composantes (les pièces) constituant le robot**

On démarre logiciel SOLIDWORKS, puis on choisi l'option pièce ;



**Fig. (3.2)** Démarrage de l'interface de conception des pièces

Qu'il s'agit d'une interface permettant la représentation en 3D d'une seule composante (pièce).

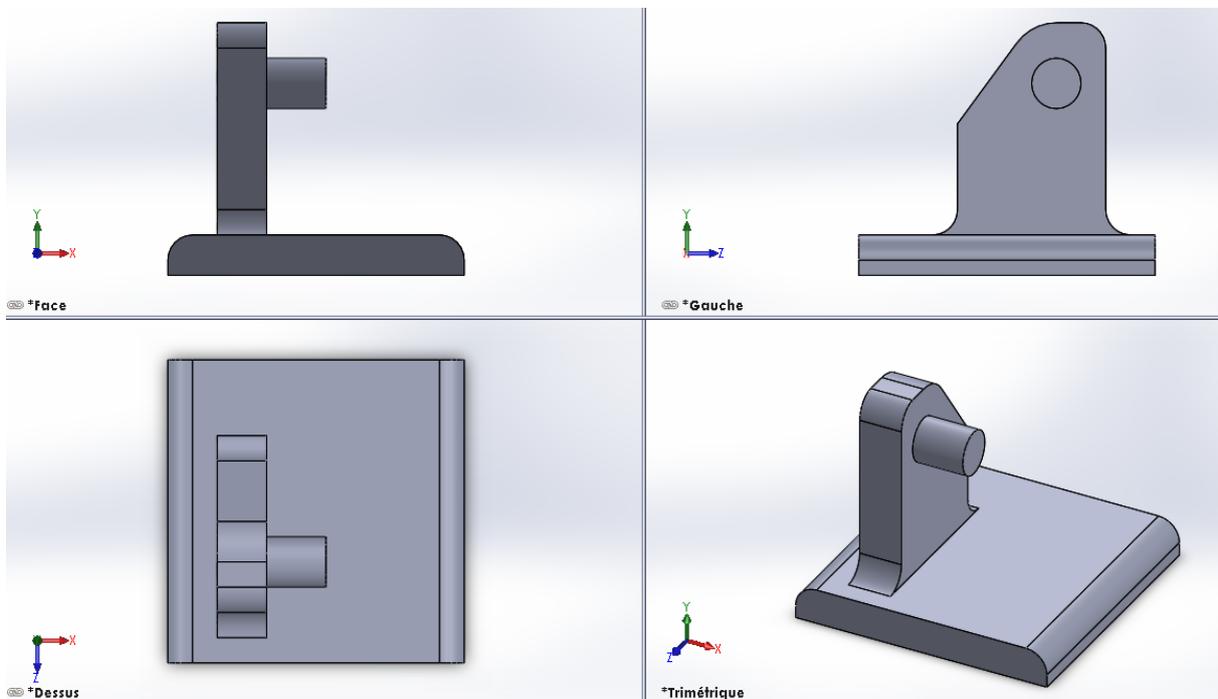
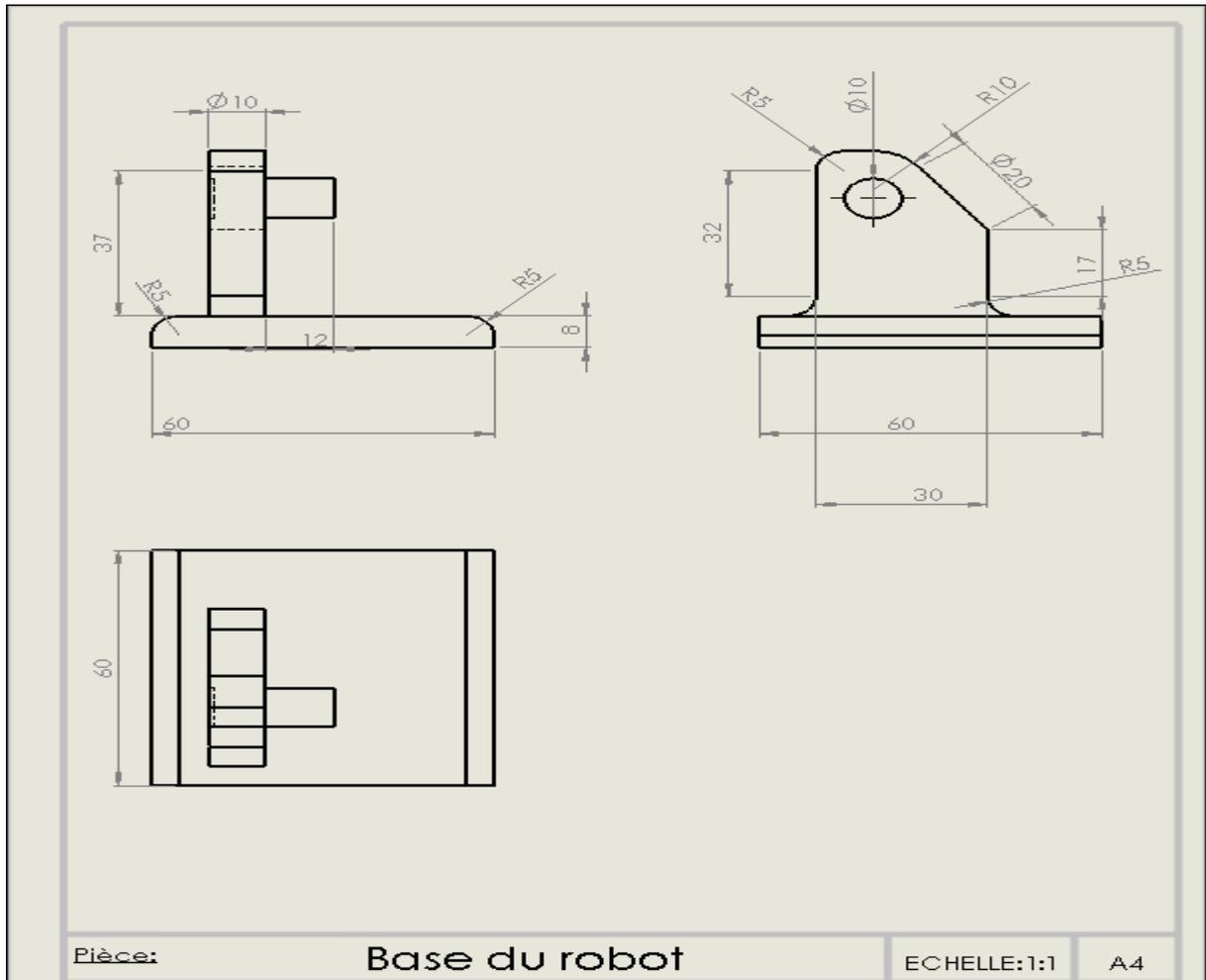
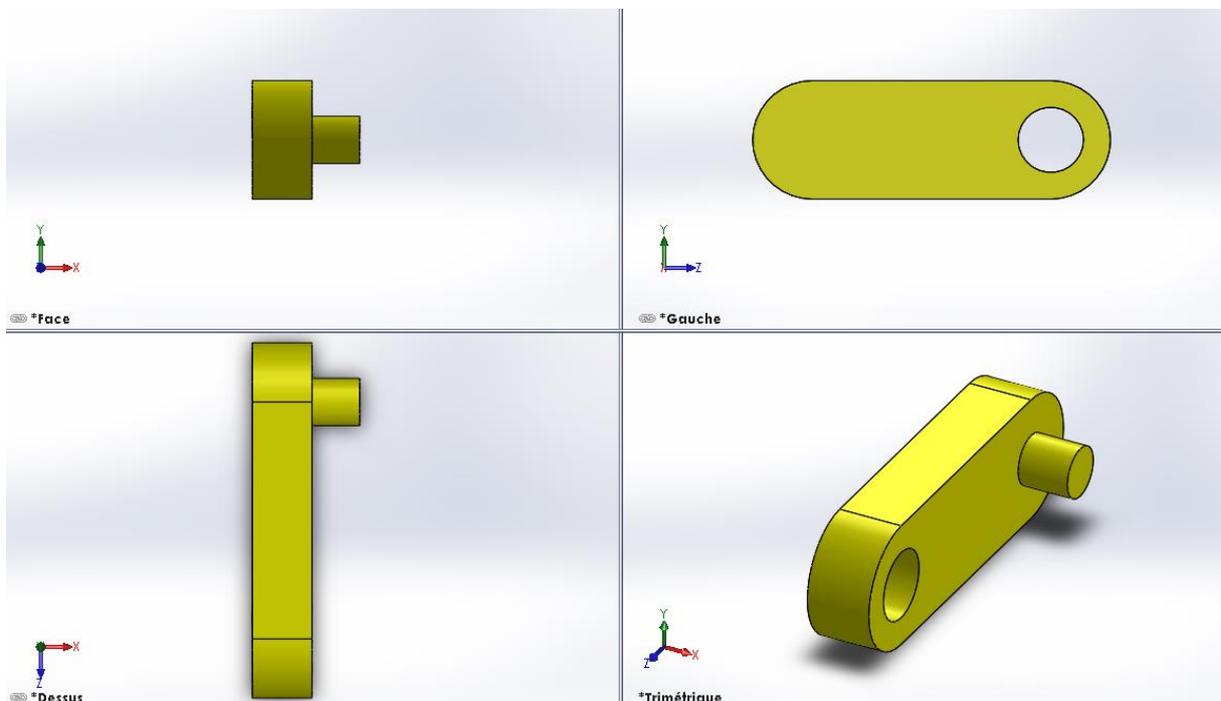
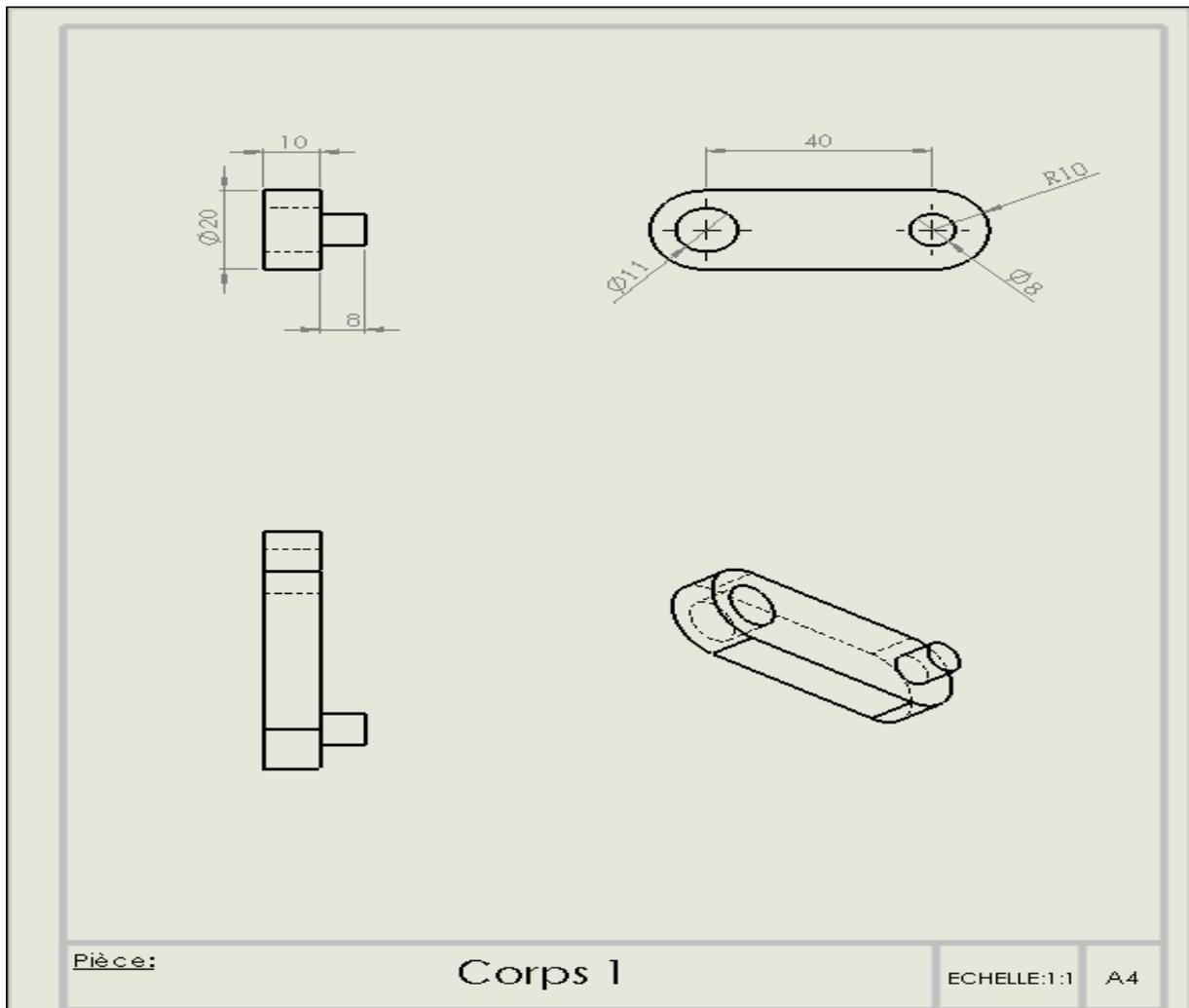
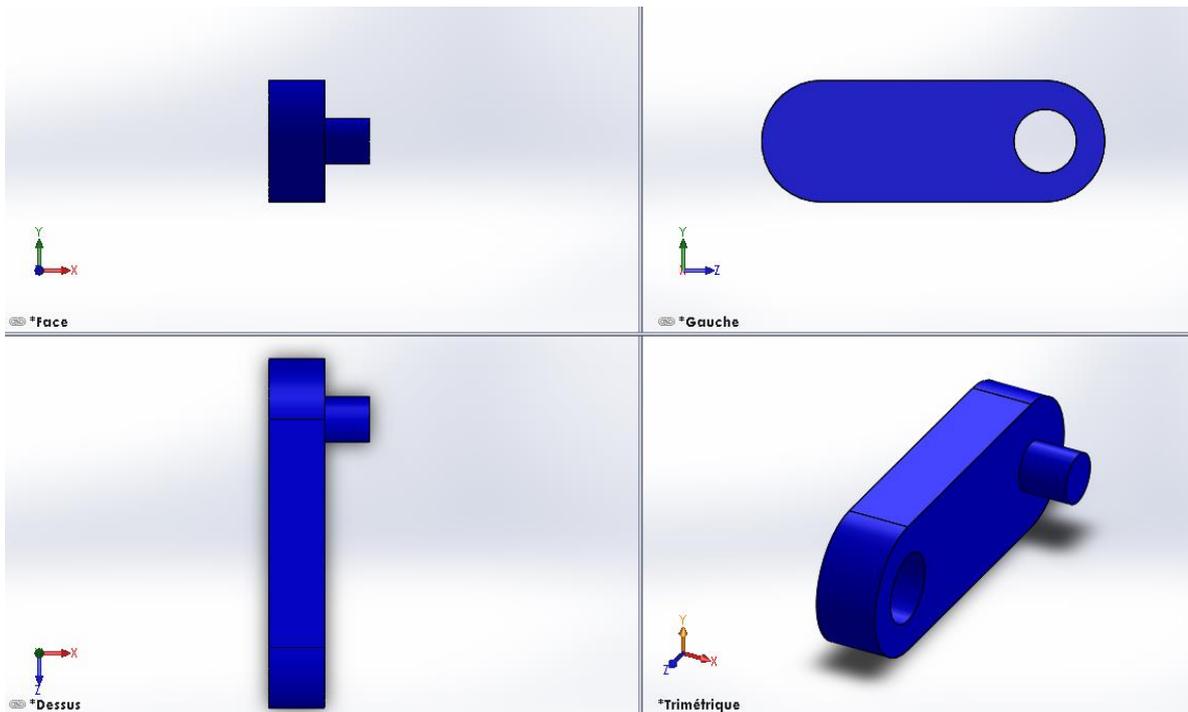
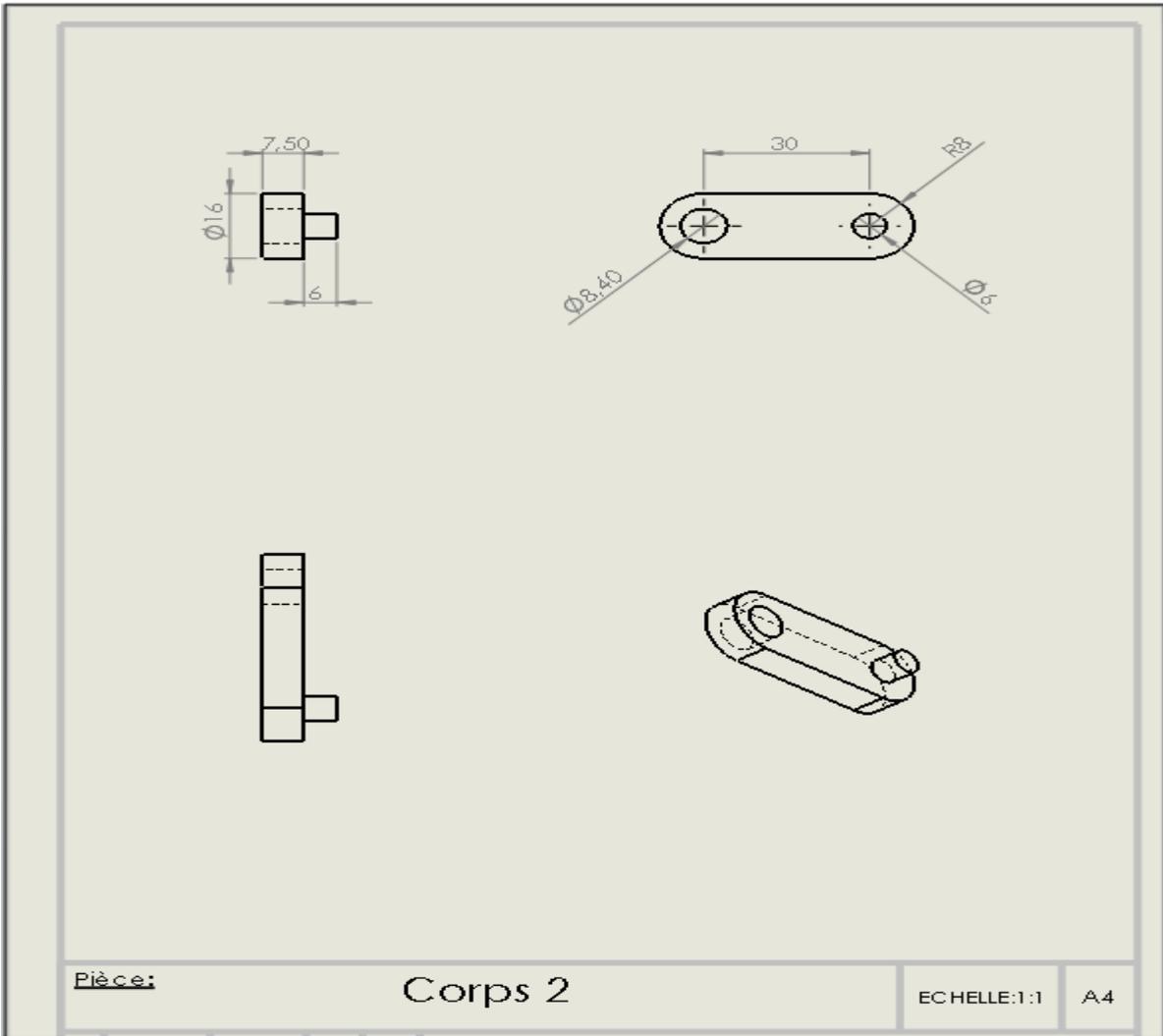


Fig. (3.3) la base du robot



**Fig. (3.4)** Segment (lien) n°1



**Fig. (3.5) Segment (lien) n°2**

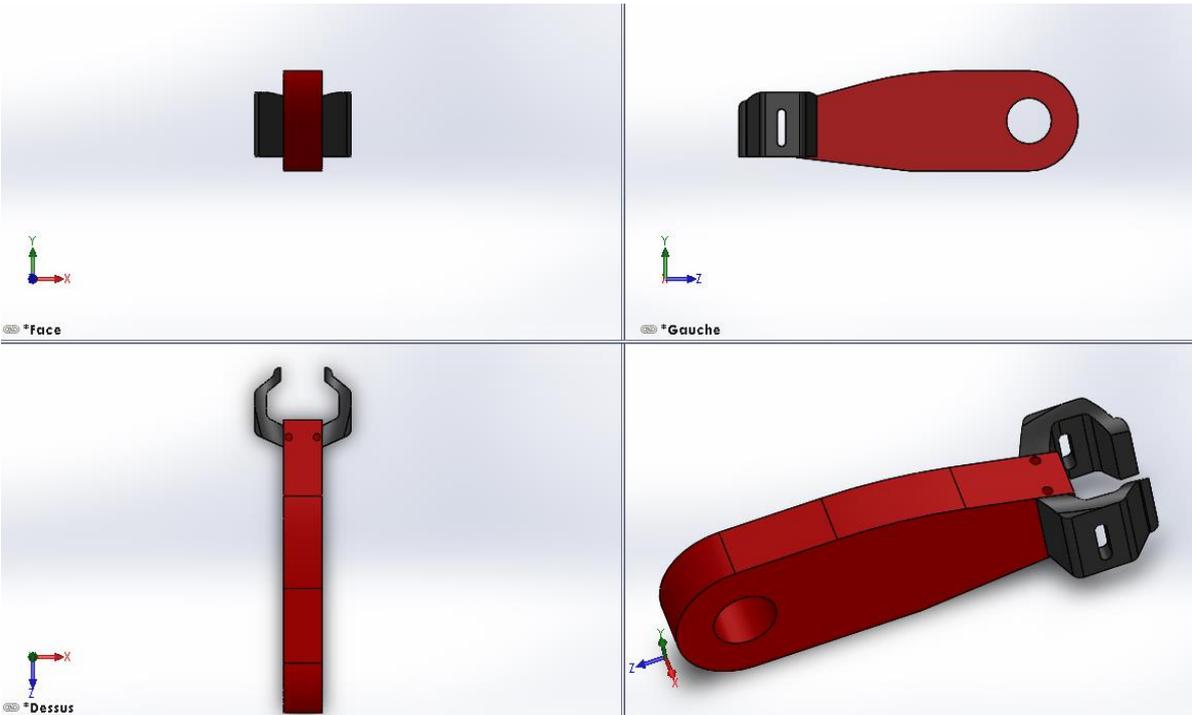
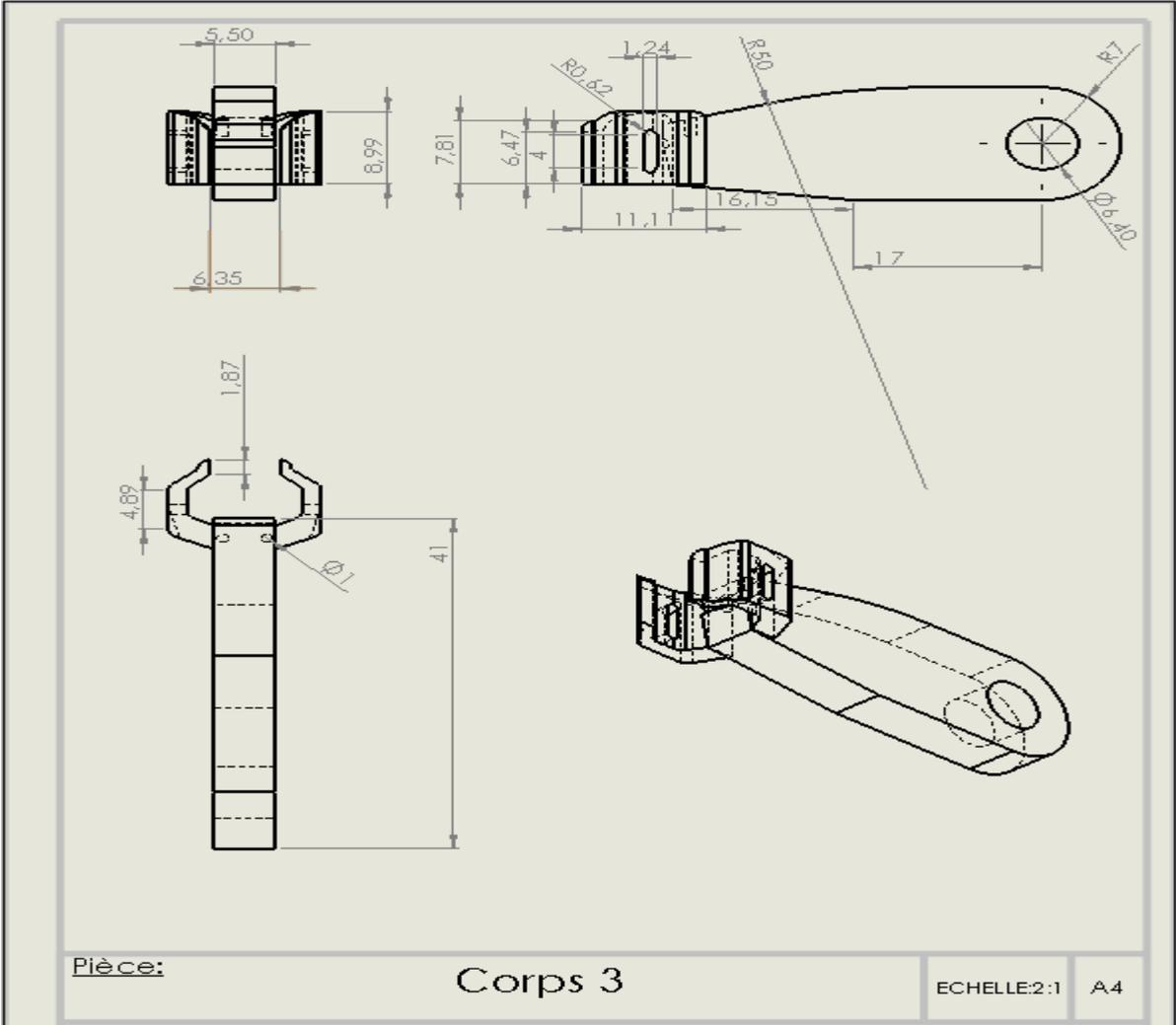
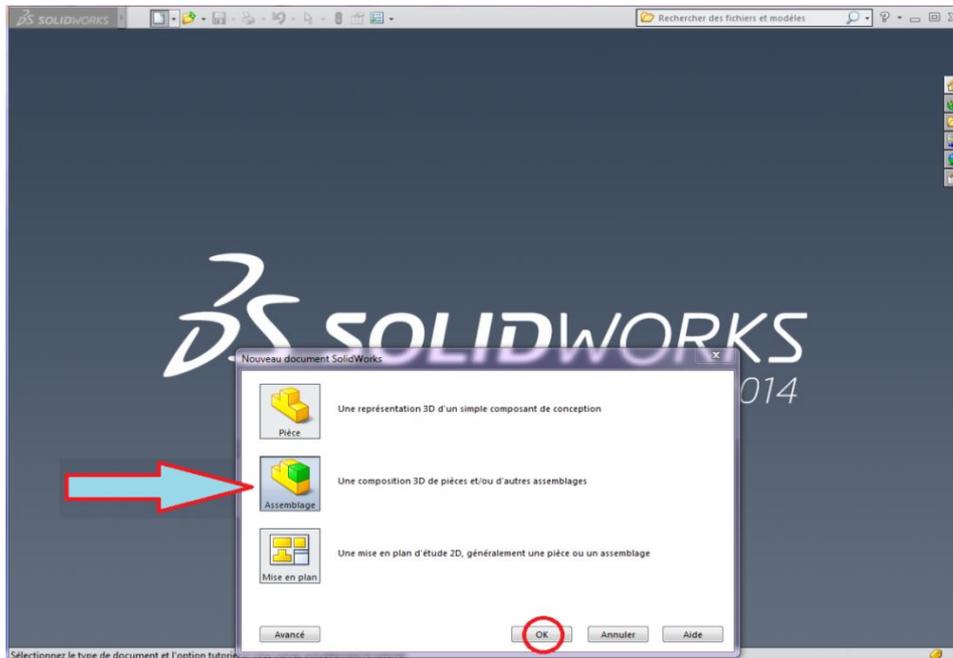


Fig. (3.6) Segment (lien) n°3

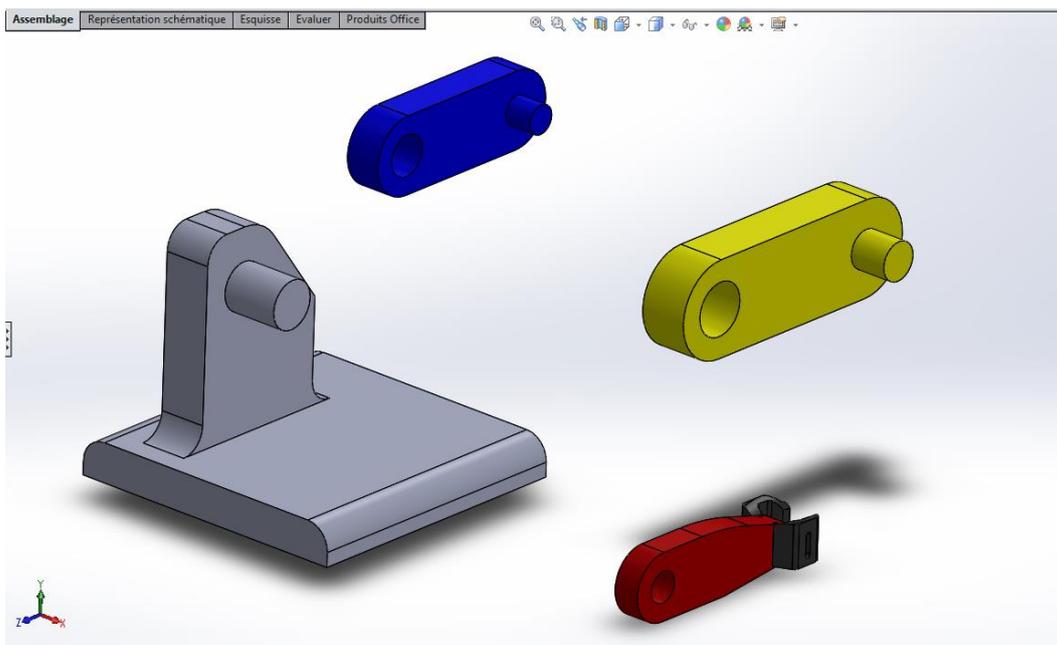
### 3.3) Assemblage du model :

Après avoir fait la conception de ces pièces avec **SOLIDWORKS** (en choisissant l'option : **Pièce**), on assemble ces pièces (en choisissant l'option : **Assemblage**) pour obtenir le modèle final du robot ;

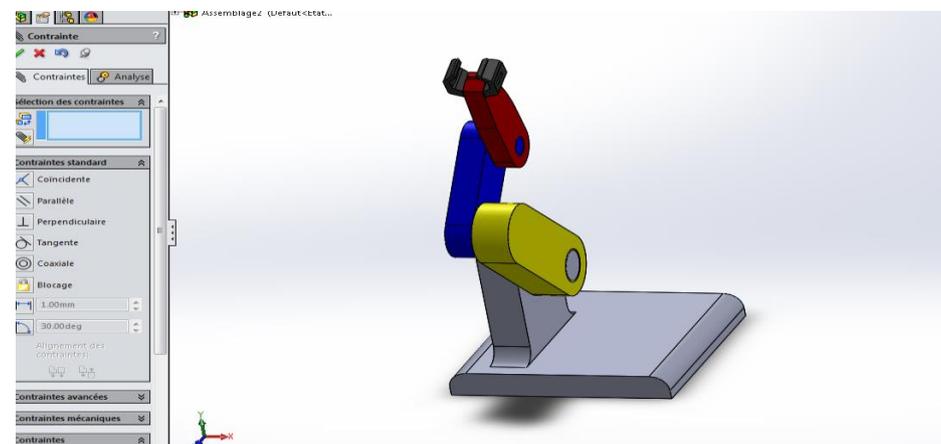
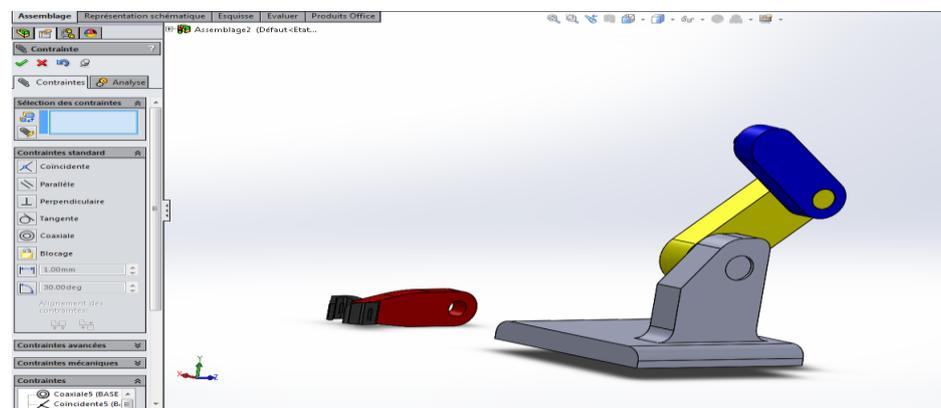
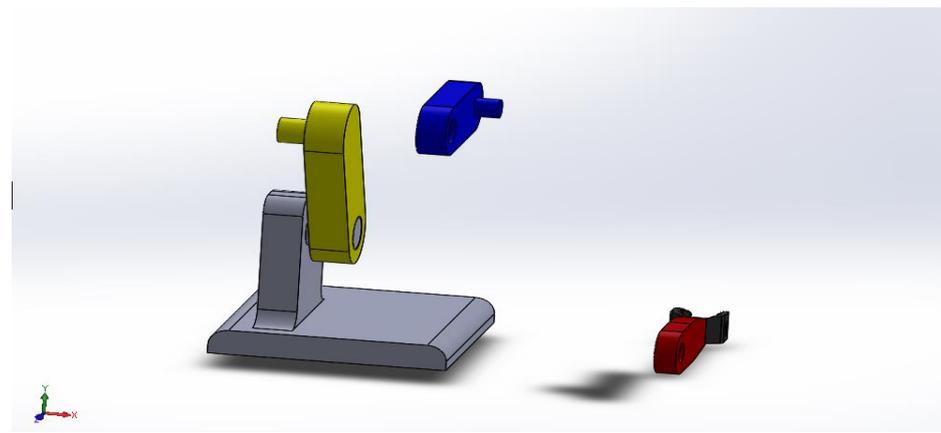
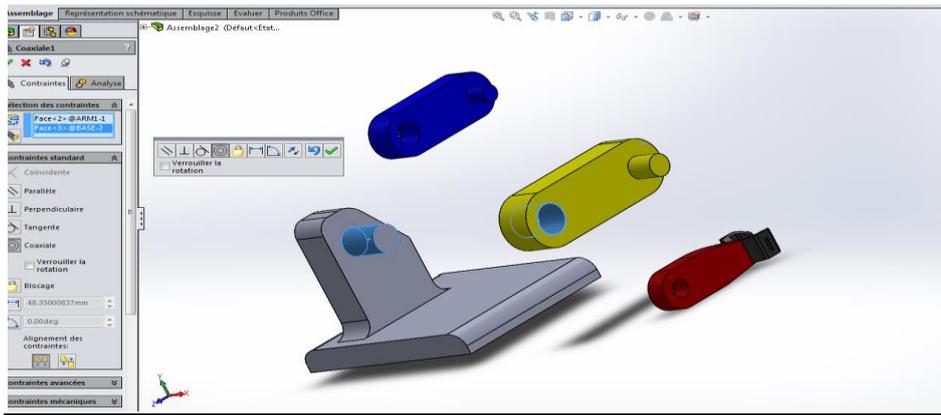


**Fig. (3.7)** Démarrage de l'interface d'assemblage

Dans cette étape, on va importer tout les pièces déjà conçues en cliquant sur l'icône **Insérer des composants**, puis on les assemble, reliant les uns avec les autres en utilisant des contraintes convenables pour chaque couple ;

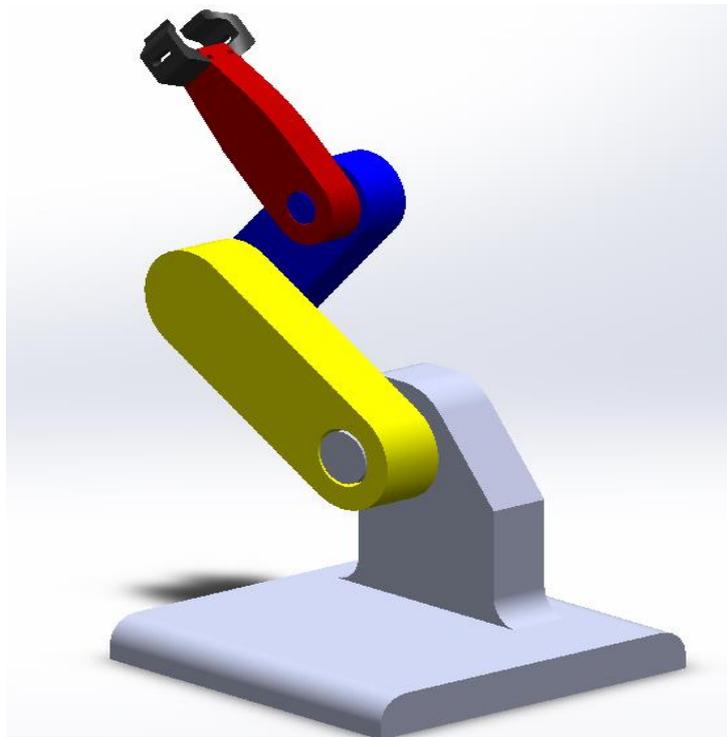


**Fig. (3.8)** Importation (insertion) des pièces.



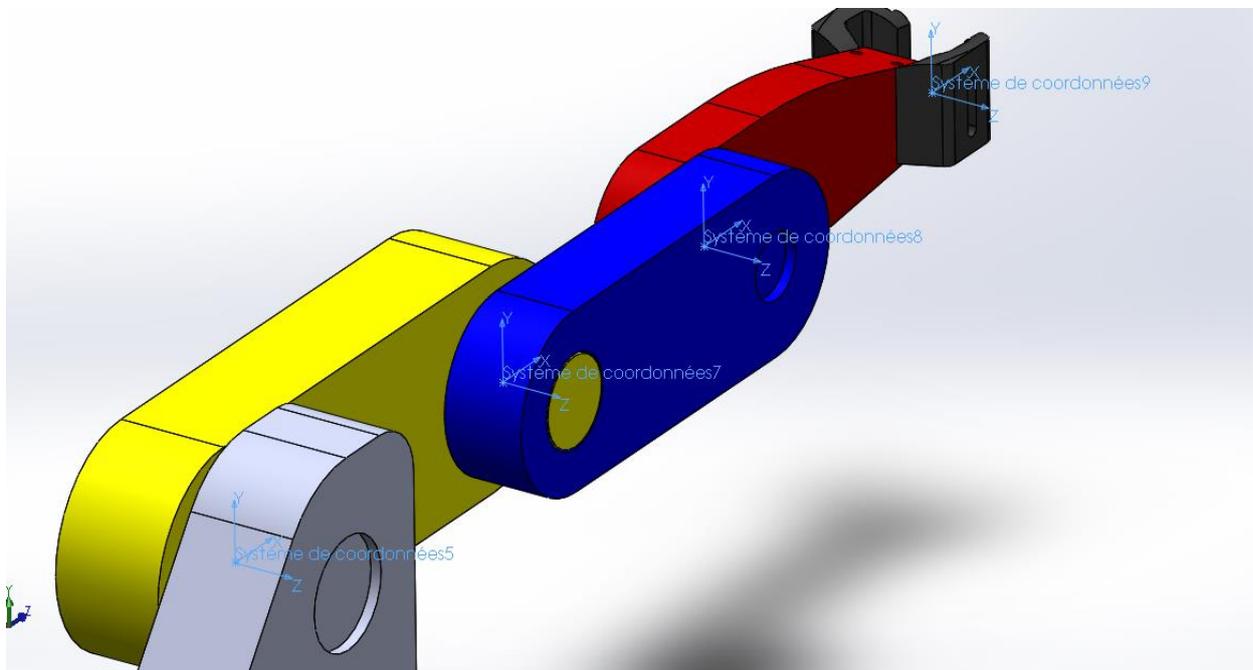
**Fig. (3.9)** Assemblage des pièces.

On obtient le modèle complet ;



**Fig. (3.10)** Robot plan 3R

Ajoutant des systèmes de coordonnées (repères) pour chaque couple cinématique.



**Fig. (3.11)** L'ajoute des systèmes de coordonnées

### 3.4) Simulation avec MATLAB (Simulink)

Après avoir conçu le robot étudié, on va faire une simple simulation permettant la vérification du modèle géométrique direct et inverse ; [version utilisé Matlab r2014b]

#### 3.4.1) Exportation du modèle : du « SOLIDWORKS » vers « MATLAB »

La possibilité d'exportation du modèle nécessite un outil : **SimMechanics Link** ou **SimscapeMultibody** [dépend de la version du MATLAB] qui est un outil d'ingénierie dans Simulink (dans Matlab) pour la conception et la simulation de systèmes mécaniques de corps rigides ; L'installation de cet outil est possible depuis le site officiel **MathWorks** ;[nous avons utilisé MATLAB r2014b donc on installe SimMechanics Link 4.5].

The screenshot shows the MathWorks website page for downloading SimMechanics Link. The page title is "Simscape Multibody Link". Below the title, there are navigation links for "Download and installation instructions" and "Expand all". A list of versions is shown, with "SimMechanics Link 4.5 - Release 2014b (SimMechanics 4.5)" selected and highlighted with a red box. Below this, a table lists the download links for different operating systems:

| SimMechanics Link 4.5   |   |
|-------------------------|---|
| Win32 (PC) Platform     | <a href="#">smlink.r2014b.win32.install_addon.m</a>   |
| Win64 (PC) Platform     | <a href="#">smlink.r2014b.win64.install_addon.m</a>   |
| UNIX (64-bit Linux)     | <a href="#">smlink.r2014b.glnxa64.install_addon.m</a> |
| Mac OS X (64-bit Intel) | <a href="#">smlink.r2014b.maci64.install_addon.m</a>  |

A red arrow points to the Win32 link with the text "à télécharger".

Below the table, there is a link for "SimMechanics Link 4.4 - Release 2014a (SimMechanics 4.4)".

**Fig. (3.12) Téléchargement du fichier nécessaire pour l'installation**

On l'installe et on l'active dans MATLAB avec les ordres `install_addon` et `smlink_linksw` ;

Cet outil va apparaître dans le menu de démarrage **SOLIDWORKS**

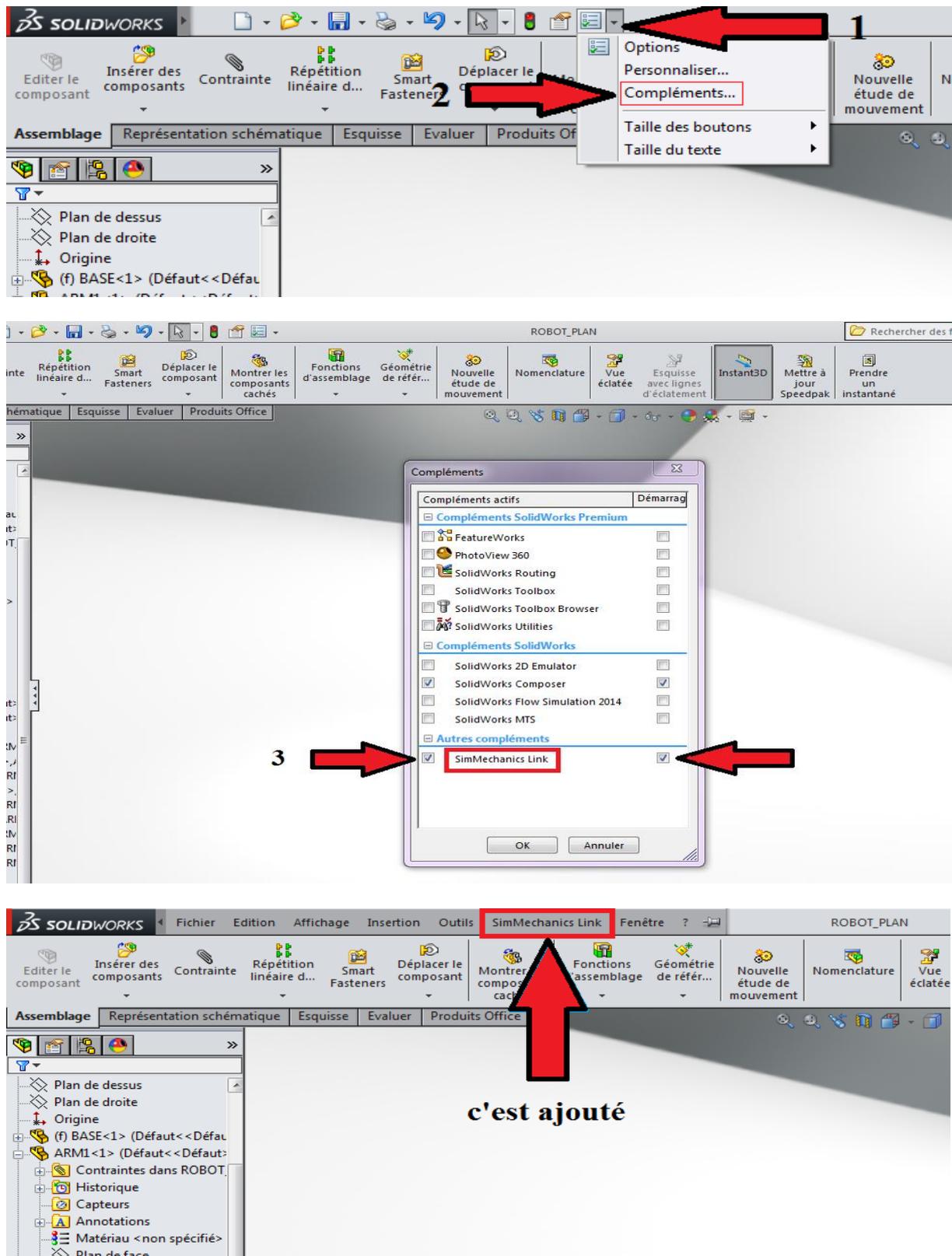
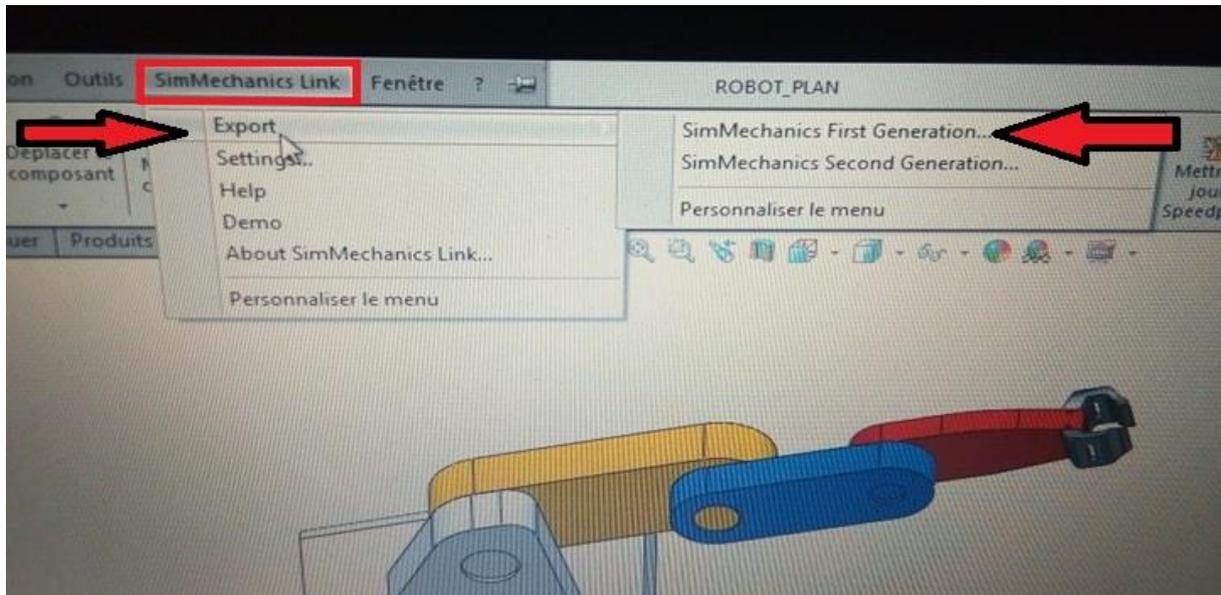


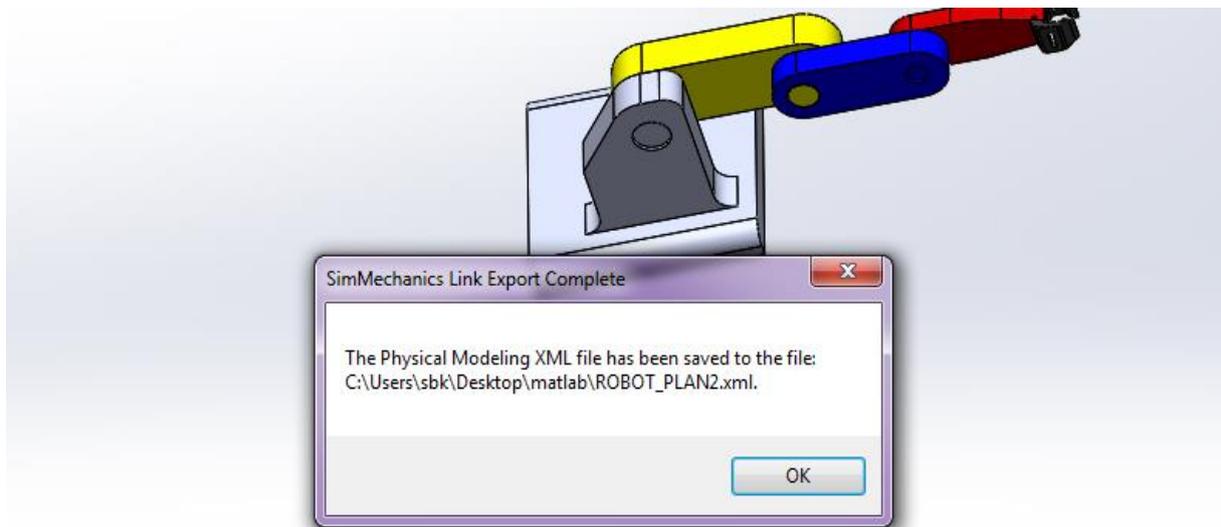
Fig. (3.13) Ajoute et activation de SimMechanics Link

Maintenant, on export le modèle conçu ; on ouvre le modèle complet (sur SOLIDWORKS), on clic sur **SimMechanics Link** dans le menu de démarrage du SOLIDWORKS, puis un clic sur **Export** et on choisi **SimMechanics First Generation** ;



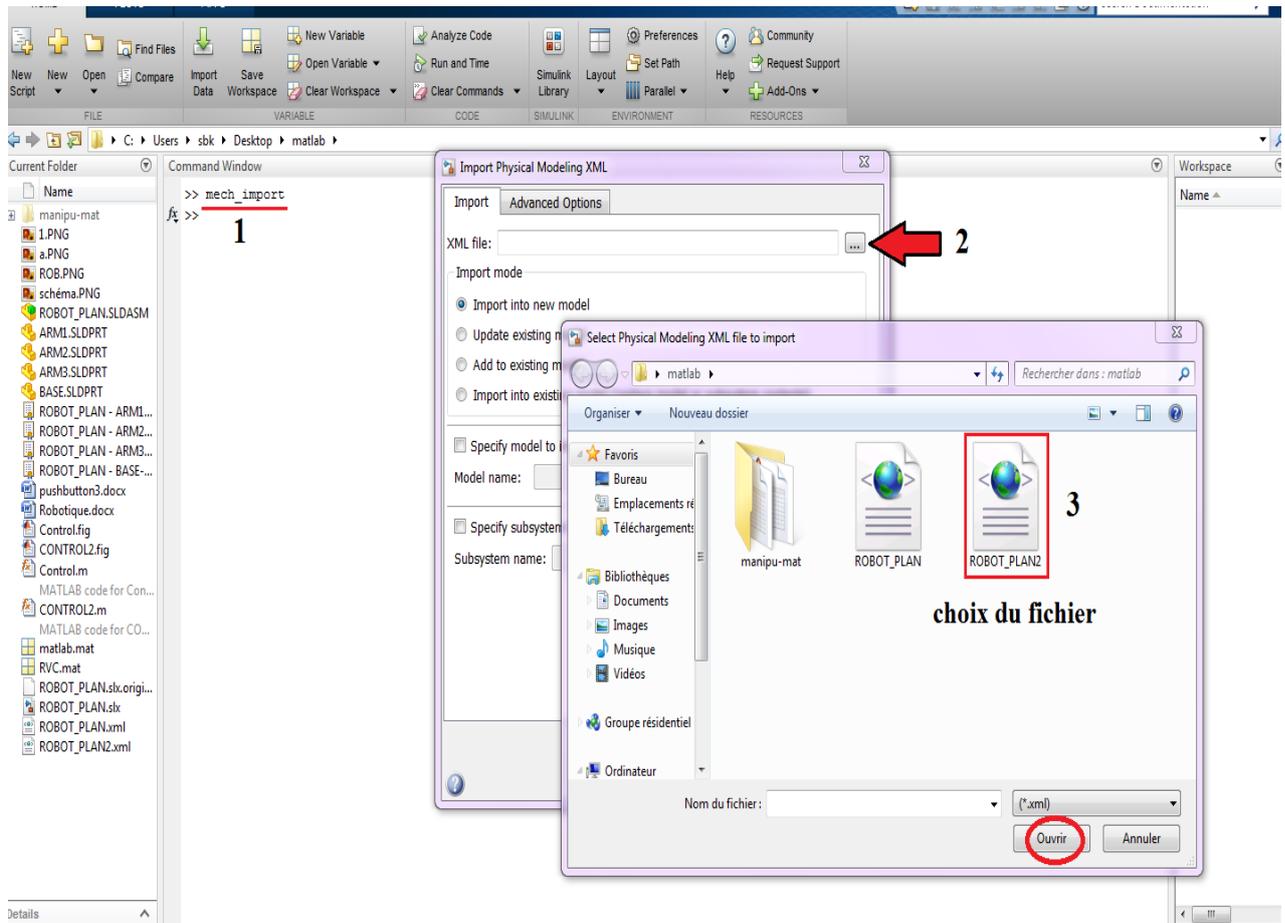
**Fig. (3.14)** Démarrage de l'exportation

En suit, il va apparaitre un ordre d'enregistrement du fichier d'exportation sous forme d'un fichier XML ; après avoir déterminé l'endroit d'enregistrement le modèle commence à s'exporter ; après un instant :



C'est-à-dire l'exportation a été complétée et le fichier du modèle a été enregistré.

Maintenant, l'importation du modèle est tout simplement faite sur MATLAB à l'aide de l'ordre « `mech_import` »



Après un instant, le modèle va commencer à se construire ;

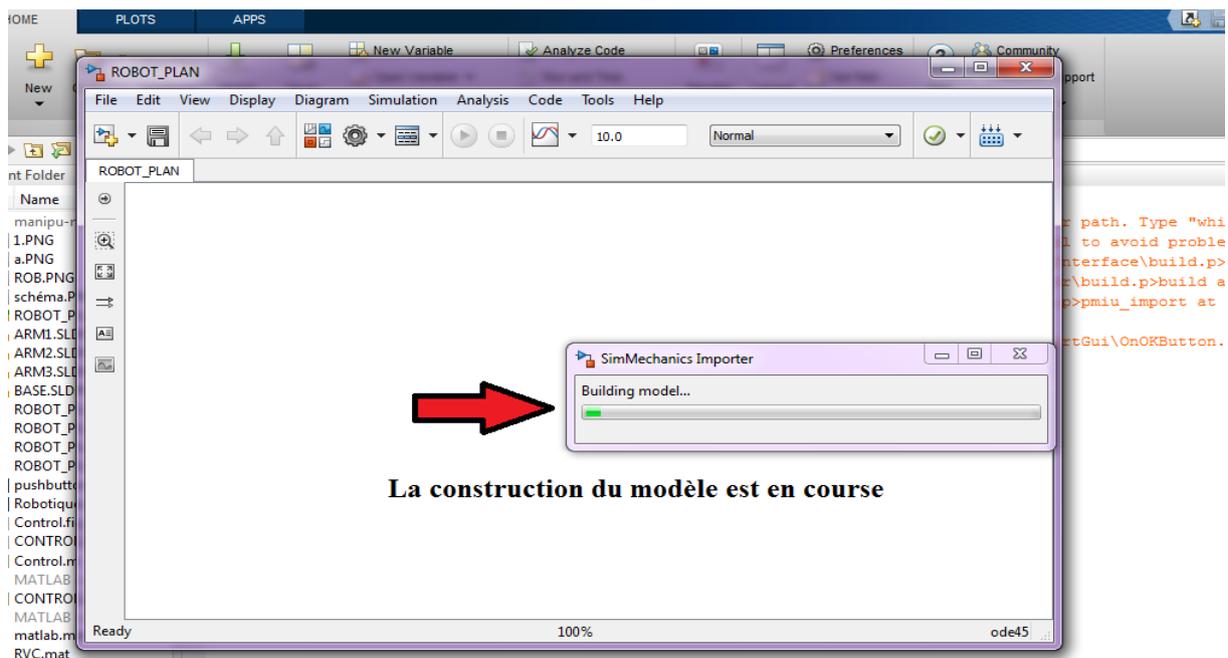
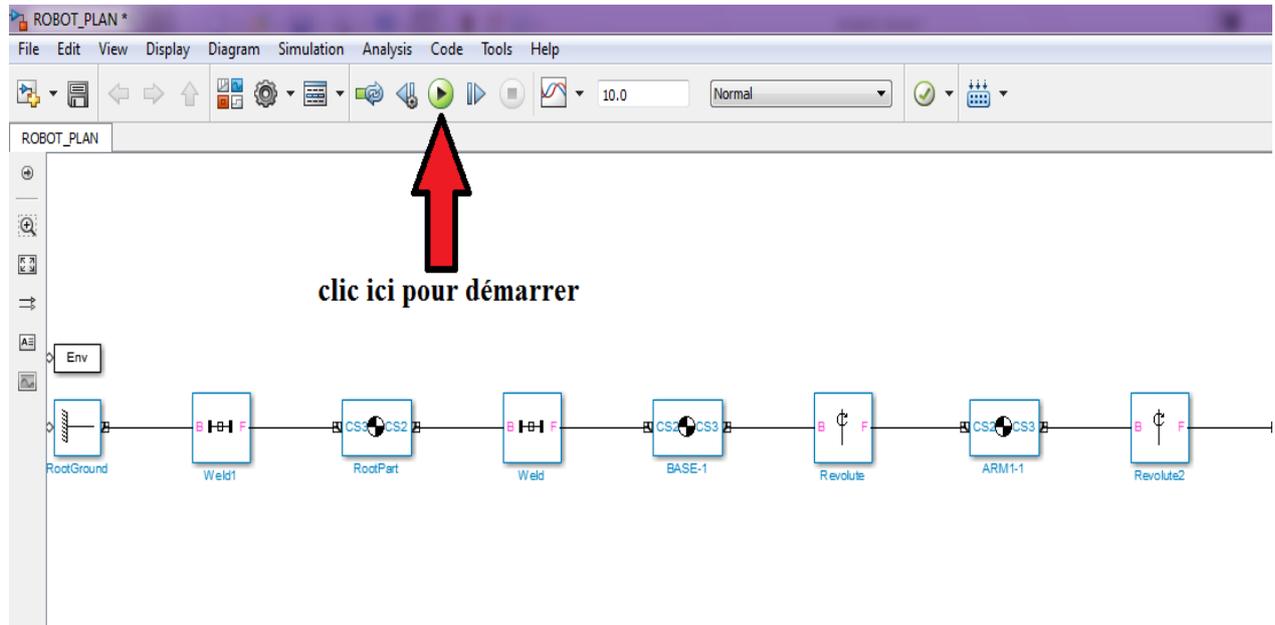


Fig. (3.15) Construction du modèle dans Matlab (Simulink)

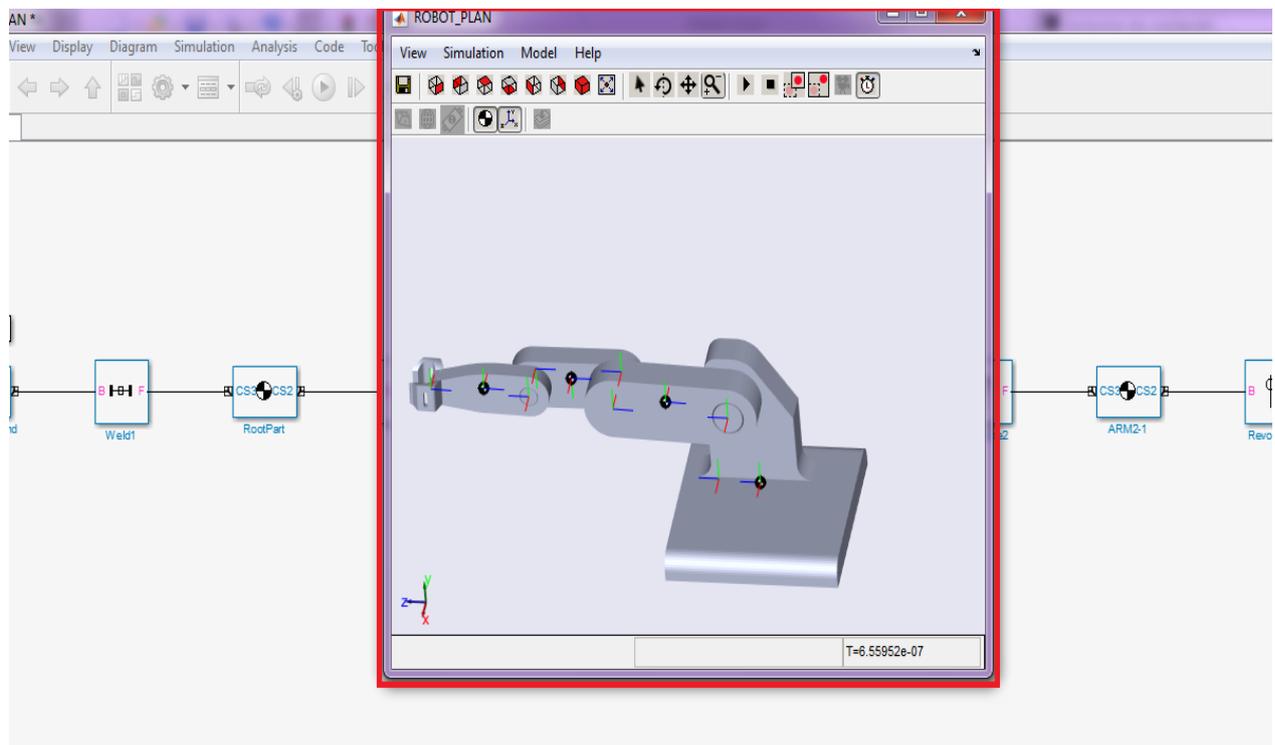
La construction du modèle a été faite ; un schéma qu'exprime le modèle va apparaître ; donc le processus d'exportation a réussi.

### 3.4.2) Simulation avec Matlab

On clic sur le bouton du démarrage, le modèle va apparaître en 3D,



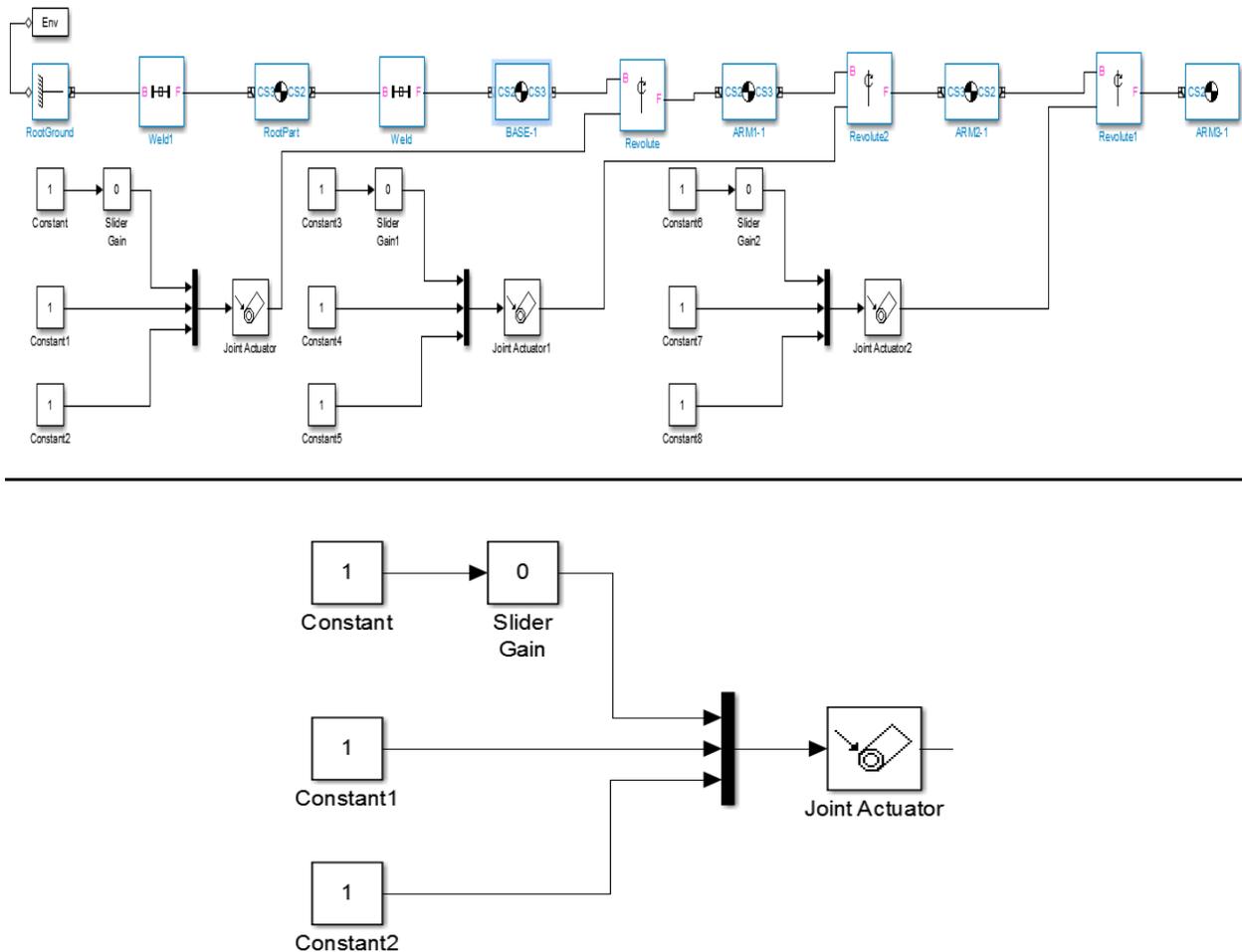
On obtient :



**Fig. (3.16)** Apparition du modèle exporté

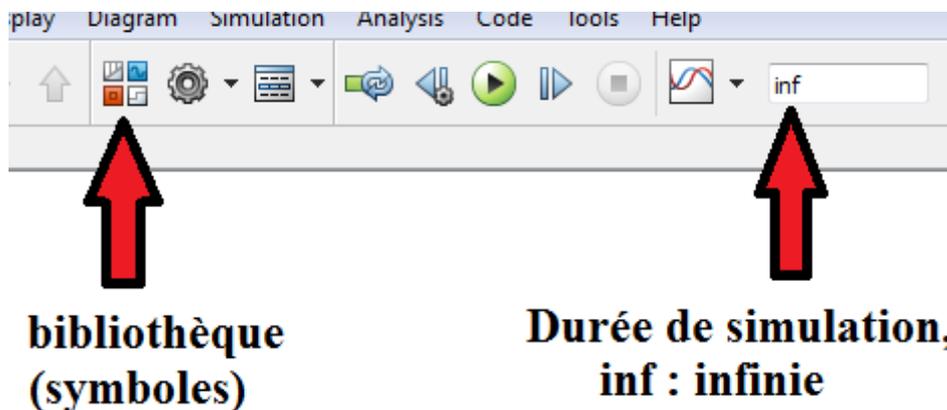
On remarque que le robot exécute des mouvements au hasard ;

Pour qu'on puisse contrôler ces mouvements, on ajoute quelques modifications au schéma apparé avant ;



**Fig. (3.17)** Schéma exprimant le robot

Ces éléments ajoutés se trouvent dans la bibliothèque (Library browser)

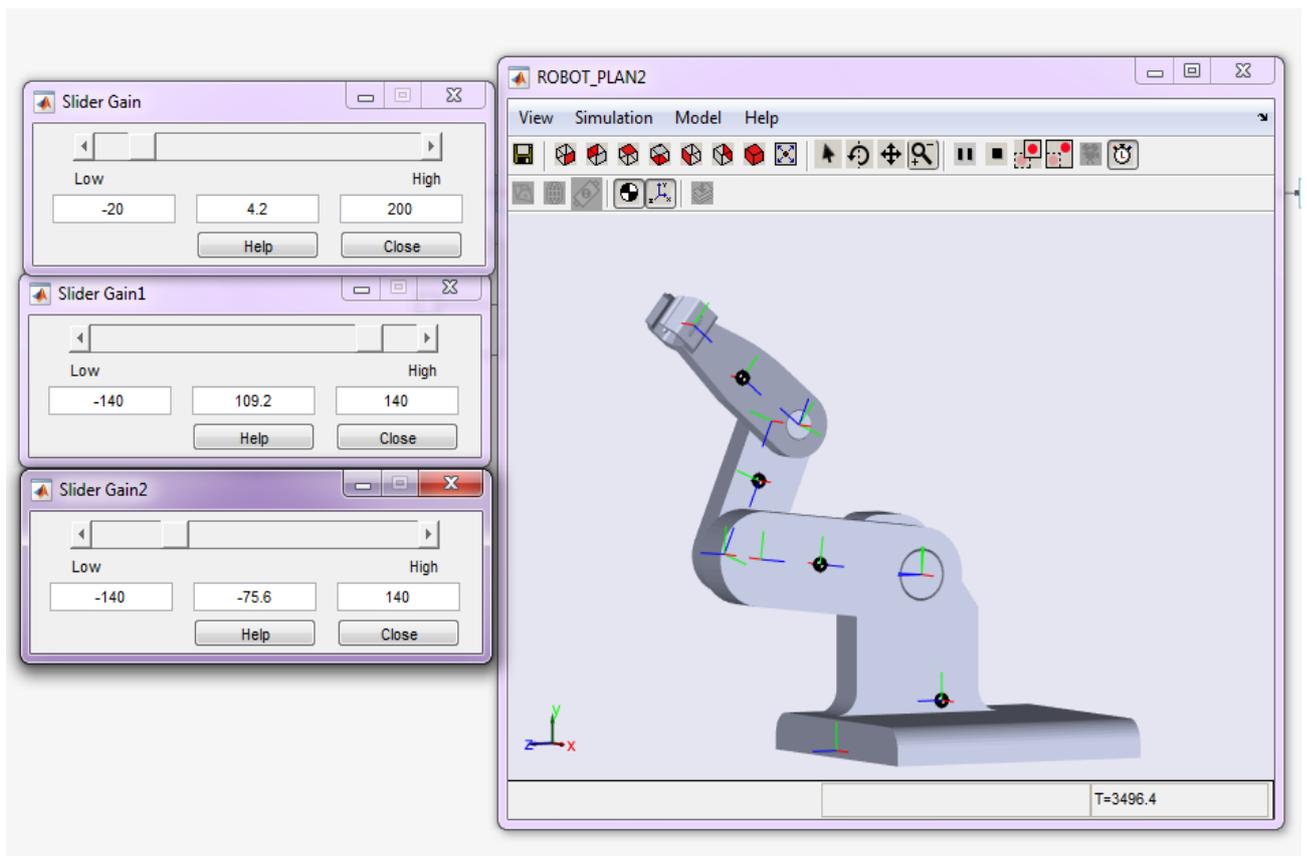


Avec:

- **Slider Gain:** qui permet le contrôle aux variables articulaires  $\theta_i$ ; on le définit par introduit un intervalle d'angle [Low (limite min) ; High (limite max)]
- **Joint Actuator:** exprime un actionneur rotatif (moteur).

### Exemple :

Pour des valeurs quelconques des  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et  $\theta_3$  :



### Important :

Dans le réglage de la composante **-Slider Gain-** et quand on détermine l'intervalle d'angles il faudra prendre en considération la géométrie du système tel que l'emplacement des actionneurs, les dimensions du robot...etc., et ceci pour qu'on évite les défauts pendant le fonctionnement.

Par exemple dans notre cas :

Pour l'articulation 1 :  $\theta_1 \in [-20 ; +200]$

Pour l'articulation 2 :  $\theta_2 \in [-140 ; +140]$

Pour l'articulation 3 :  $\theta_3 \in [-140 ; +140]$

## ➤ Création du GUI (Graphical User Interface) [Interface graphique]

Les interfaces graphiques sont appelées GUI (pour Graphical User Interface) sous MATLAB. Elles permettent à l'utilisateur d'interagir avec un programme informatique, grâce à différents objets graphiques (boutons, menus, cases à cocher...).

Depuis la version 5.0 (1997), MATLAB possède un outil dédié à la création des interfaces graphiques appelé GUIDE (pour Graphical User Interface Development Environment).

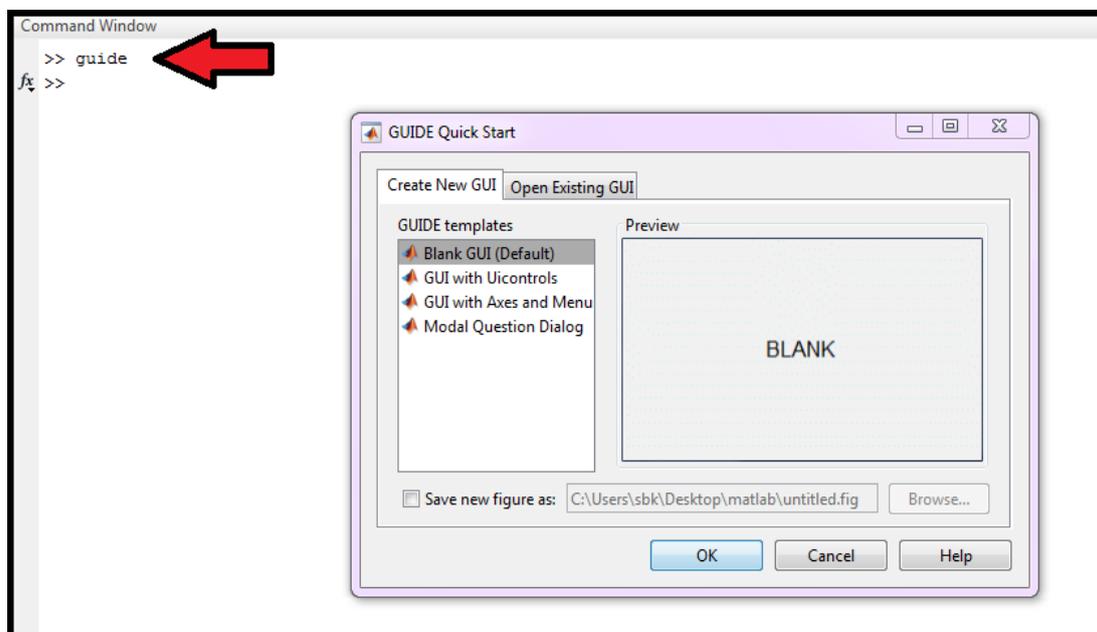
Le GUIDE est un constructeur d'interface graphique qui regroupe tous les outils dont le programmeur à besoin pour créer une interface graphique de façon intuitive.

Dans notre cas, on veut créer comme un outil permettant d'obtenir la position finale en fonction des variables articulaires (MGD), même que l'obtention des variables articulaires en fonction des coordonnées de la position voulue (MGI).

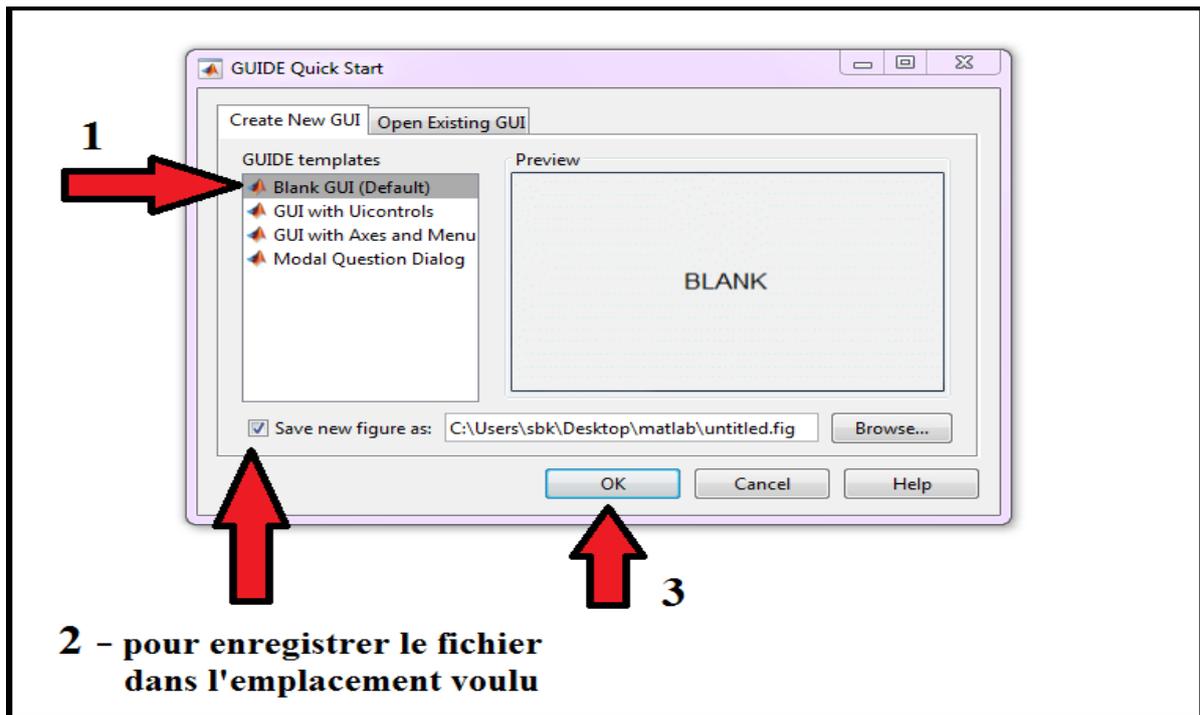
Cet outil fonctionne suivant un programme fourni, et ce dernier contient des blocs exprimant le MGD et le MGI.

## ➤ Pour le Démarrage

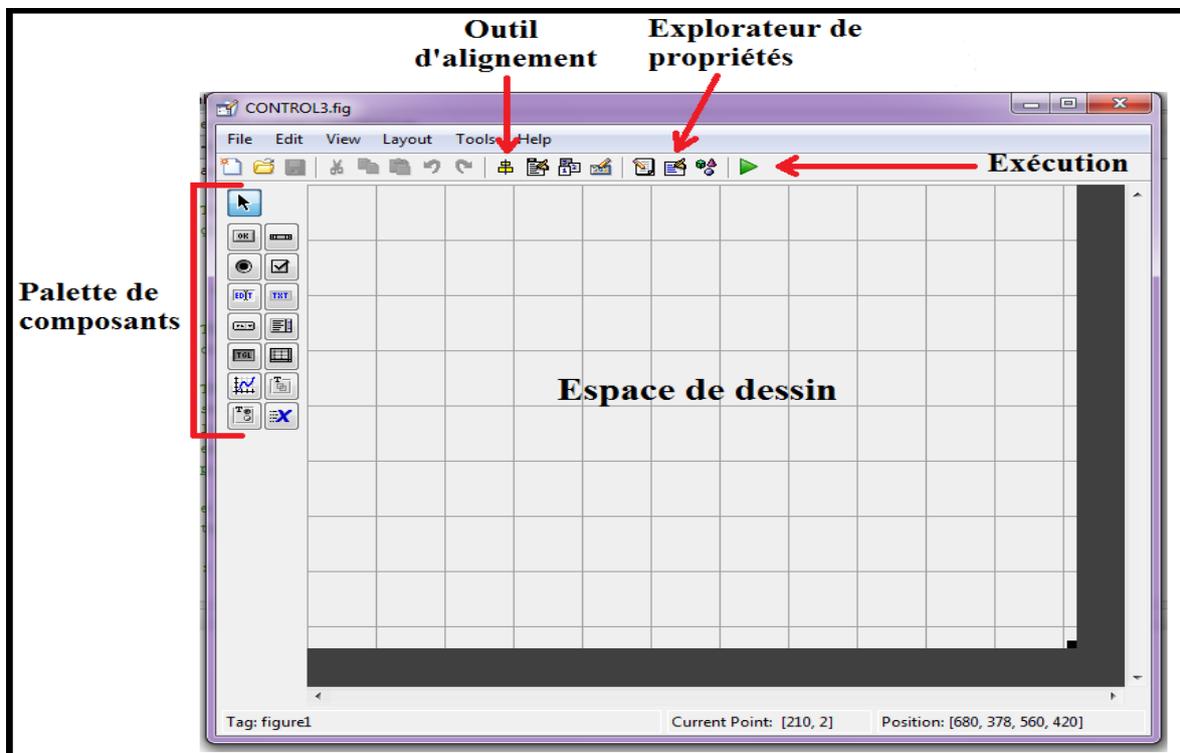
Pour commencer avec une nouvelle interface graphique il suffit de taper dans la fenêtre de commande : **guide** (en lettres minuscules), puis appui sur **Entrée** ; une fenêtre va apparaître ;



Sur cette fenêtre on choisit l'option par défaut (pour un nouveau projet) et on choisit un emplacement d'enregistrement du fichier ;



La fenêtre de l'interface graphique s'ouvrira. C'est dans cette fenêtre qu'on va placer les objets avec lesquels l'utilisateur va interagir.



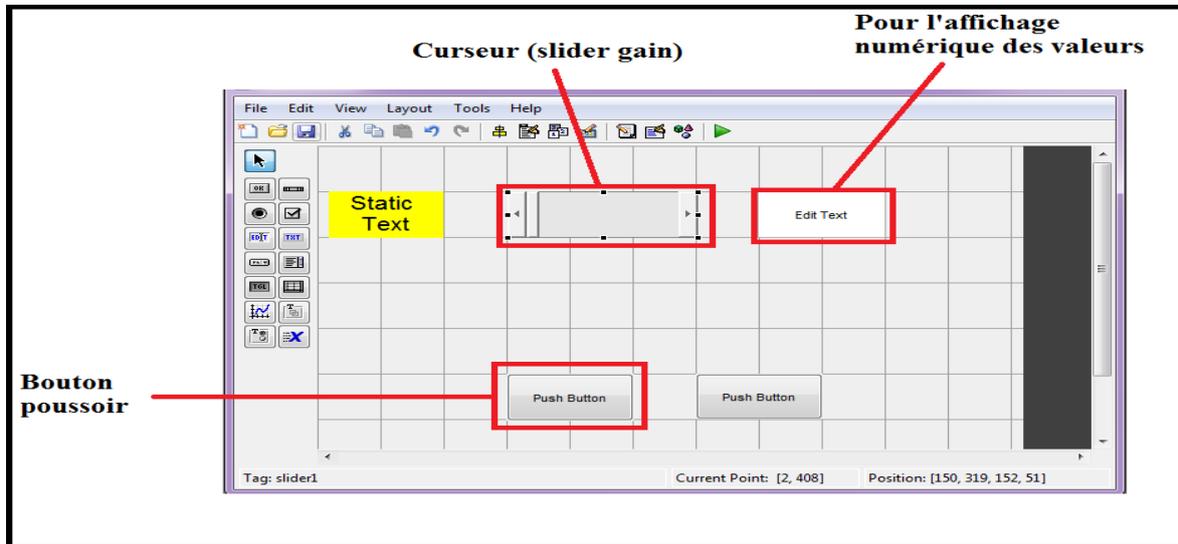
**Fig. (3.18)** Présentation de l'interface graphique

A partir de cette interface, on peut créer un outil (outil de commande) qui permet la commande du robot en exécutant le MGD et le MGI ;

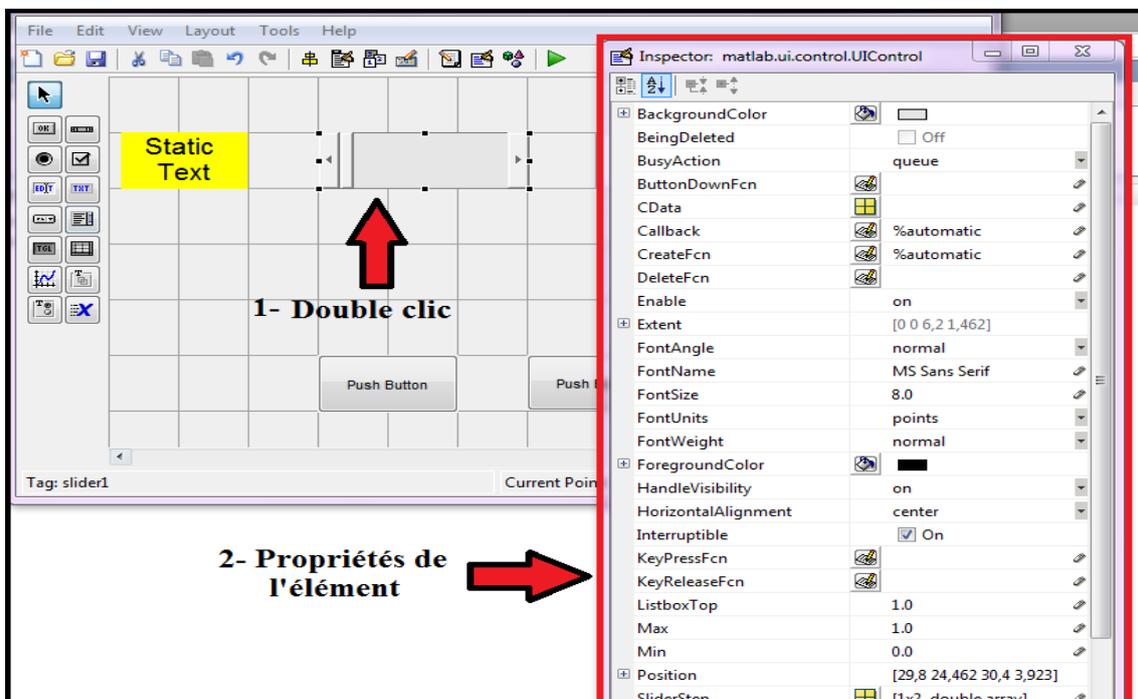
Cet outil va se construire en deux étapes :

- **1<sup>ère</sup> étape** : (c'est considéré comme le Hardware) conception de l'outil de commande à l'aide des composants disponibles dans la palette de composants (texte, boutons poussoirs, ...)

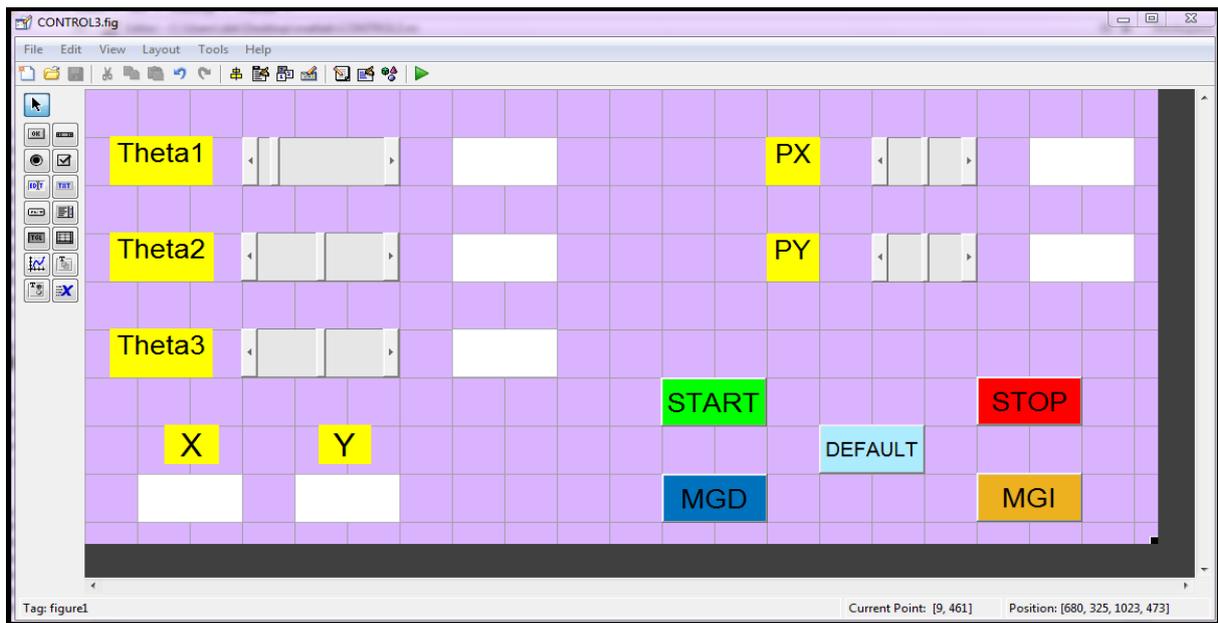
On ajoute les composants nécessaires pour l'outil de commande ;



Pour modifier les propriétés d'un composant (nom, couleur, position,...) il suffit de cliquer sur ce composant 2 fois ;



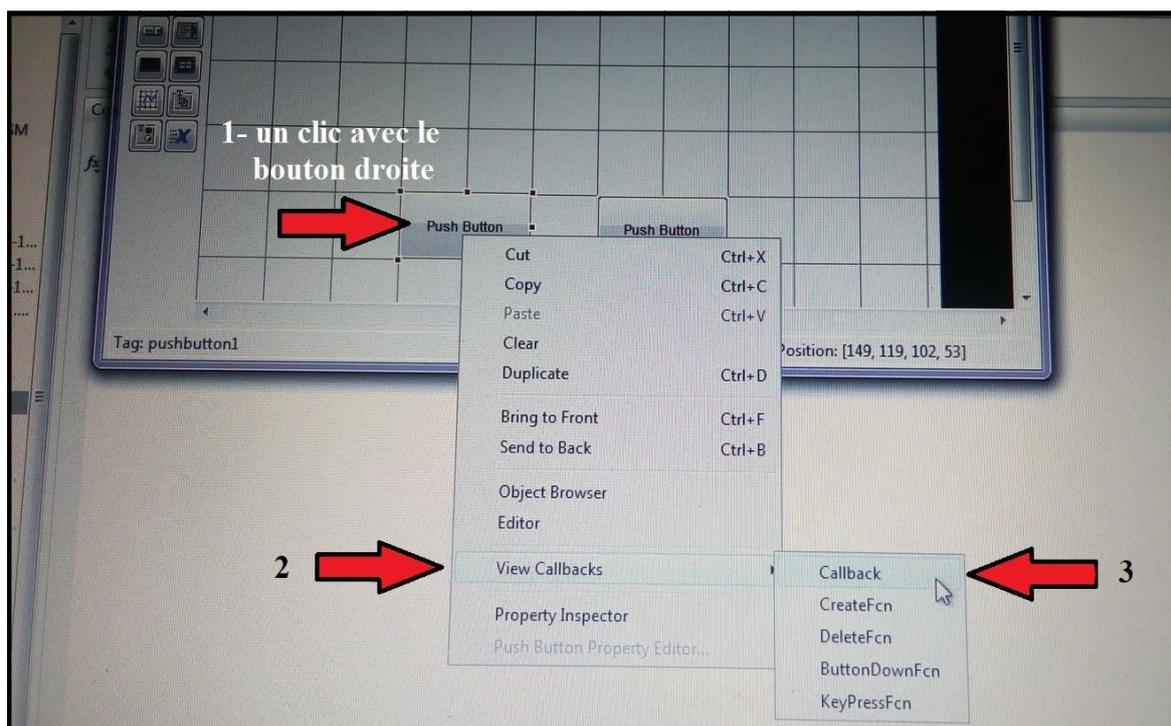
L'outil de commande complet sera :



- **2<sup>ème</sup> étape :** (c'est considéré comme le Software) c'est la programmation de l'outil de commande (les entrées et les sorties, ...)

La programmation de l'outil est équivalent à la programmation de chaque composant ;

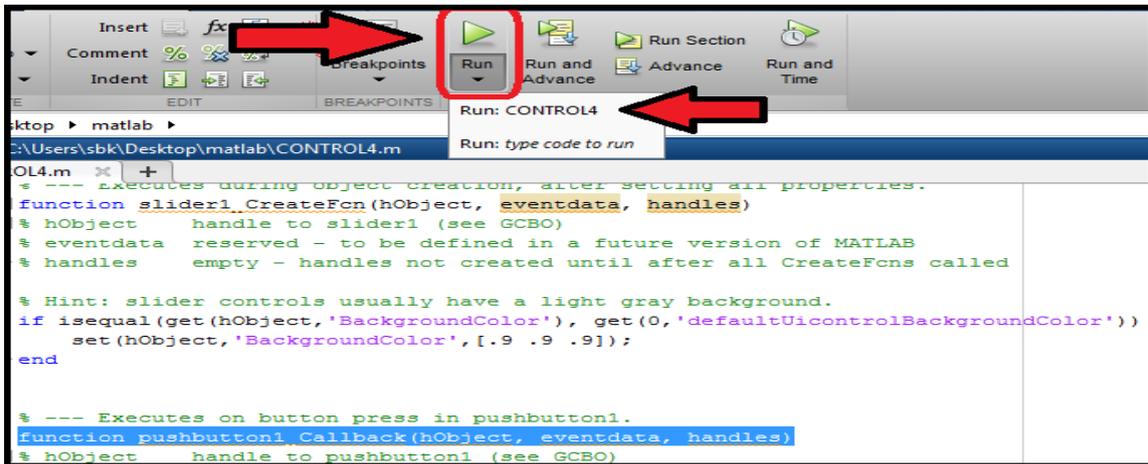
Pour programmer les composants, il faut aller vers le bon endroit de programmation de chacun des composants ; par exemple :



L'endroit de programmation s'apparaître ;

```
97
98 % --- Executes on button press in pushbutton1.
99 function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles) ←
100 % hObject handle to pushbutton1 (see GCBO)
101 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
102 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
103 "....." C'est l'endroit de programmation pour ce composant
104
105 % --- Executes on button press in pushbutton2.
106 function pushbutton2_Callback(hObject, eventdata, handles)
107 % hObject handle to pushbutton2 (see GCBO)
108 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
109 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
110
111
112
```

Après avoir introduit la programmation nécessaire, on l'exécute ;



On obtient :

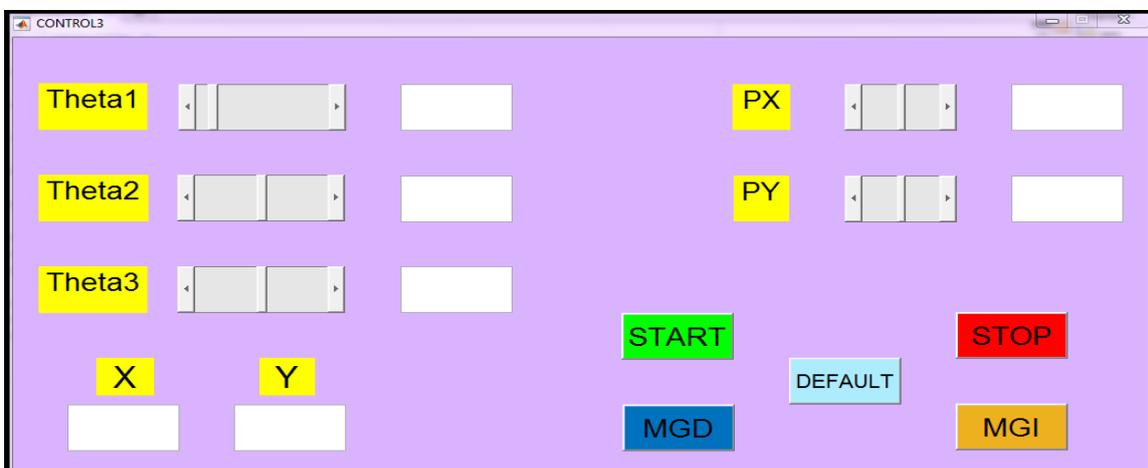
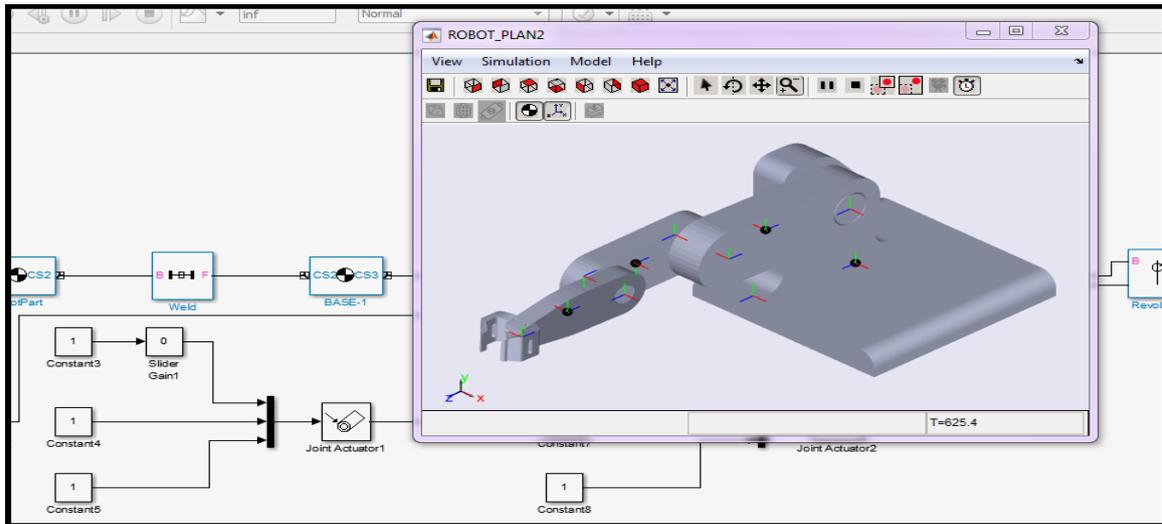
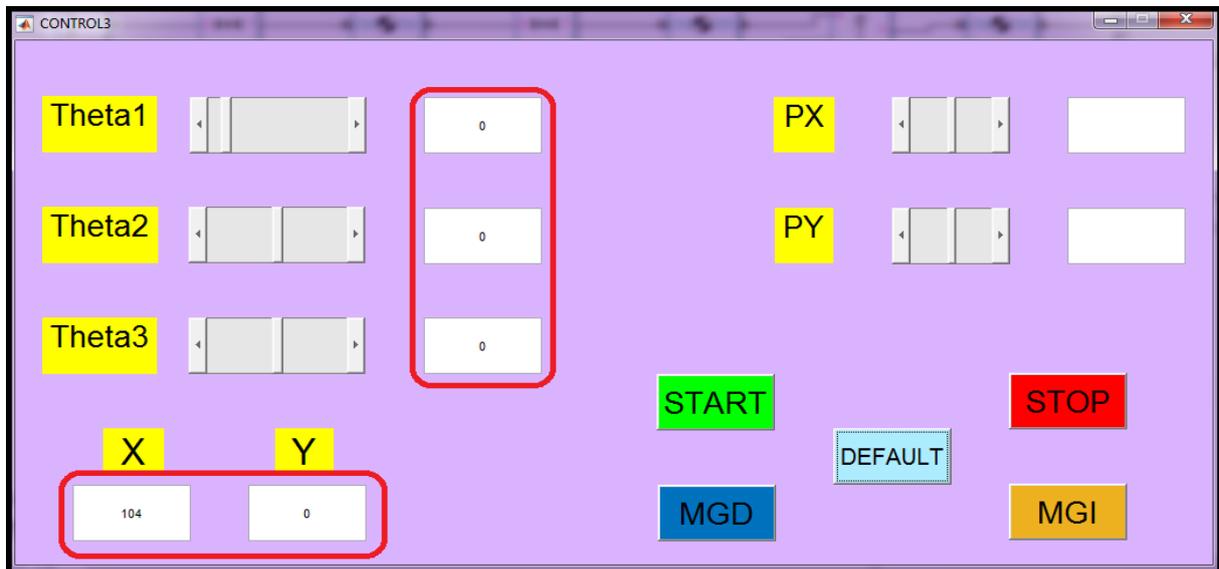


Fig. (3.19) l'outil de contrôle du robot

Pour commencer la simulation à l'aide de cet outil, on clique sur le bouton **START**, notre modèle apparaîtra ;



Ceci veut dire qu'on puisse contrôler ce modèle avec l'outil conçu ; cliquant sur le bouton **Default** (c'est-à-dire la situation par défaut donnée au robot) [Nous l'avons exprimée comme  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0^\circ$ ], on obtient :



On remarque que l'interface graphique va nous permettre d'obtenir les coordonnées de la position initiale (par défaut) de l'organe terminal en connaissant les variables articulaires ;

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0^\circ \rightarrow X = 104 \text{ et } Y = 0$$

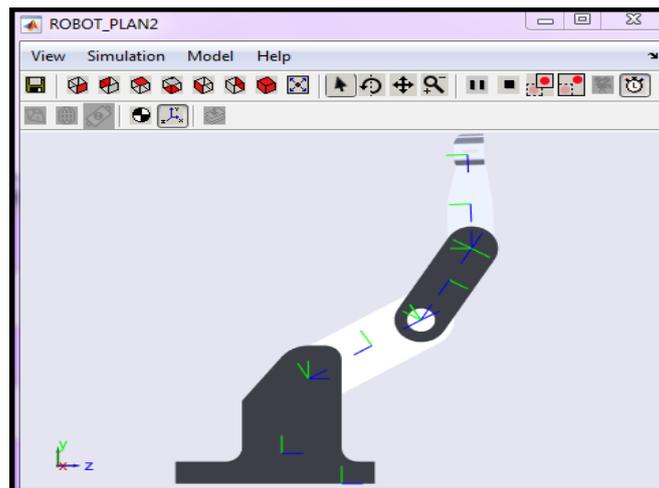
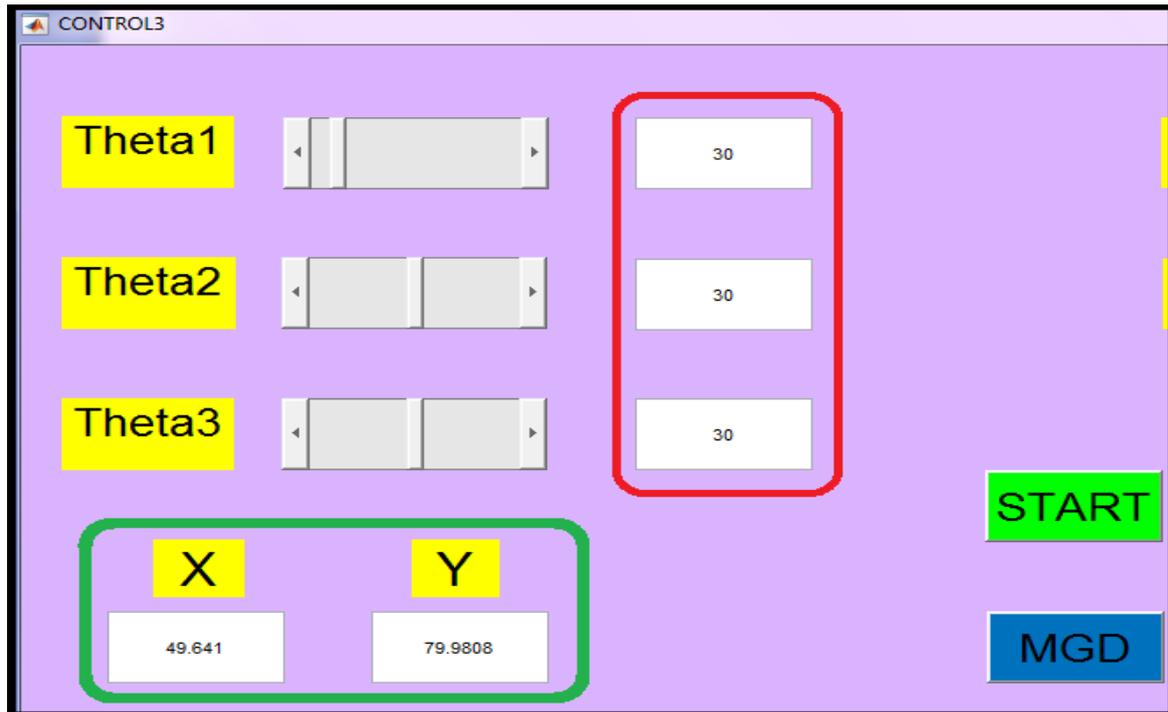
$$(\sum \text{longueurs des segments (liens) du robot} = 40 + 30 + 34 = 104 \text{ cm})$$

#### 4) Application :

##### 4.1) Pour le MGD :

Quelle est la nouvelle position de l'organe terminal si :  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \pi/6$  ( $30^\circ$ ) ? Sachant que la position initiale est :  $E_i (104, 0)$

On introduit les valeurs des  $\theta_i$ , puis on clique sur le bouton **MGD** qui est programmé pour appliquer le modèle géométrique direct, on obtient :



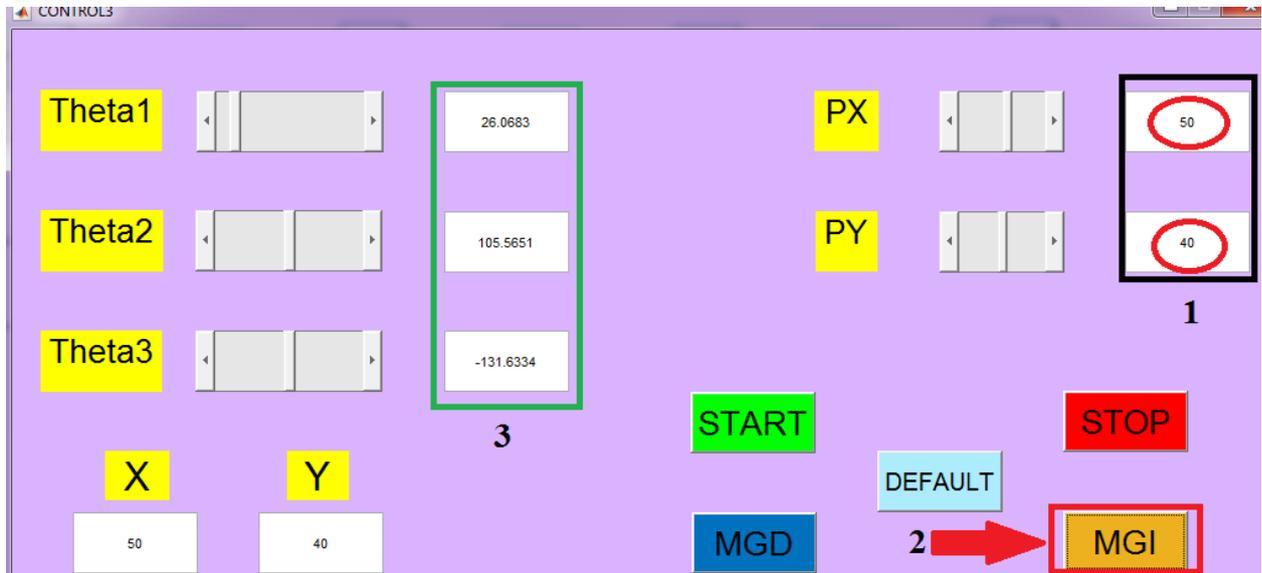
Donc pour  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \pi/6$  on aura  $X = 49.641$  et  $Y = 79.9808$

## 4.2) Pour le MGI :

On cherche les valeurs des variables articulaires pour une position donnée.

Par exemple :

Pour  $\varphi = 0$  , et  $x = 50$  et  $y = 40$  ;



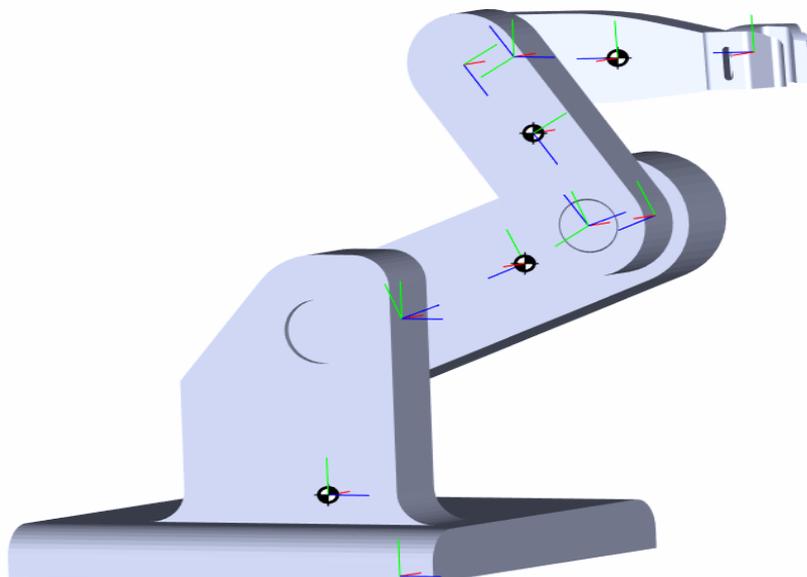
On introduit les valeurs des : x et y ;

Cliquant sur le bouton MGI, on obtient :

$$\theta_1 = 26.0683^\circ$$

$$\theta_2 = 105.5651^\circ$$

$$\theta_3 = -131.6334^\circ$$



## 5) Programmation ajoutée au Matlab pour commander le robot

Programmation introduite dans le Guide :

- **Pour les sliders et pour le bouton MGD**

```
ModelName='ROBOT_PLAN2';

a1=40;
a2=30;
a3=34;

theta1=get(handles.slider,'value');
set(handles.edit1,'string',num2str(theta1));
theta2=get(handles.slider1,'value');
set(handles.edit2,'string',num2str(theta2));
theta3=get(handles.slider2,'value');
set(handles.edit3,'string',num2str(theta3));

set_param([ModelName '/Slider Gain'],'Gain',num2str(theta1));
set_param([ModelName '/Slider Gain1'],'Gain',num2str(theta2));
set_param([ModelName '/Slider Gain2'],'Gain',num2str(theta3));

T1=[cosd(theta1) -sind(theta1) 0 a1*cosd(theta1);
    sind(theta1) cosd(theta1) 0 a1*sind(theta1);
    0 0 1 0;
    0 0 0 1;]

T2=[cosd(theta2) -sind(theta2) 0 a2*cosd(theta2);
    sind(theta2) cosd(theta2) 0 a2*sind(theta2);
    0 0 1 0;
    0 0 0 1;]

T3=[cosd(theta3) -sind(theta3) 0 a3*cosd(theta3);
    sind(theta3) cosd(theta3) 0 a3*sind(theta3);
    0 0 1 0;
    0 0 0 1;]

T=T1*T2*T3;

px=T(1,4);
py=T(2,4);

set(handles.edit6,'string',num2str(px));
set(handles.edit7,'string',num2str(py));
```

- **Pour le bouton START :**

```
ModelName='ROBOT_PLAN2';

open_system(ModelName);

set_param(ModelName,'BlockReduction','off');
```

```

set_param(ModelName, 'StopTime', 'inf');
set_param(ModelName, 'simulationMode', 'normal');

set_param(ModelName, 'StartFcn', '1');
set_param(ModelName, 'simulationCommand', 'start');

```

- **Pour le bouton DEFAULT**

```

ModelName='ROBOT_PLAN2';

a1=40;
a2=30;
a3=34;

theta1=0;
theta2=0;
theta3=0;

set_param([ModelName '/Slider Gain'], 'Gain', num2str(theta1));
set_param([ModelName '/Slider Gain1'], 'Gain', num2str(theta2));
set_param([ModelName '/Slider Gain2'], 'Gain', num2str(theta3));

T1=[cosd(theta1) -sind(theta1) 0 a1*cosd(theta1);
    sind(theta1) cosd(theta1) 0 a1*sind(theta1);
    0 0 1 0;
    0 0 0 1;]

T2=[cosd(theta2) -sind(theta2) 0 a2*cosd(theta2);
    sind(theta2) cosd(theta2) 0 a2*sind(theta2);
    0 0 1 0;
    0 0 0 1;]

T3=[cosd(theta3) -sind(theta3) 0 a3*cosd(theta3);
    sind(theta3) cosd(theta3) 0 a3*sind(theta3);
    0 0 1 0;
    0 0 0 1;]

T=T1*T2*T3;

px=T(1,4);
py=T(2,4);

set(handles.slider, 'value', theta1);
set(handles.slider1, 'value', theta2);
set(handles.slider2, 'value', theta3);

set(handles.edit1, 'string', num2str(0));
set(handles.edit2, 'string', num2str(0));
set(handles.edit3, 'string', num2str(0));

set(handles.edit6, 'string', num2str(px));
set(handles.edit7, 'string', num2str(py));

```

- **Pour le bouton MGI**

```
ModelName='ROBOT_PLAN2';
global var;

b1=get(handles.edit4,'string');
b2=get(handles.edit5,'string');

px=str2num(b1);
py=str2num(b2)

a1=40;
a2=30;
a3=34;

k=0;
X=(px-a3*cosd(k));
Y=(py-a3*sind(k));
theta2=acosd((X.^2+Y.^2-a1.^2-a2.^2)./(2.*a1.*a2));
theta1=acosd((X.*(a1+a2.*cosd(theta2))+Y.*a2.*sqrt(1-
cosd(theta2).^2))./(X.^2+Y.^2));
theta3=k-theta2-theta1;

guidata(hObject,handles);

set_param([ModelName '/Slider Gain'],'Gain',num2str(theta1));
set_param([ModelName '/Slider Gain1'],'Gain',num2str(theta2));
set_param([ModelName '/Slider Gain2'],'Gain',num2str(theta3));

set(handles.edit1,'string',num2str(theta1));
set(handles.edit2,'string',num2str(theta2));
set(handles.edit3,'string',num2str(theta3));
```

- **Pour le bouton STOP**

```
ModelName = 'ROBOT_PLAN2';
set_param(ModelName,'StopTime','0');
T = timer('TimerFcn',@(~,~)close_system(ModelName,0),'StartDelay',1);
start(T)
close;
```

## Conclusion

D'après notre modeste travail, nous avons normalement traité le sujet ; où nous avons appris les fondamentaux sur les bras manipulateurs, tel que : différents types, domaines d'applications, différentes tâches, avantages et inconvénients ainsi que les modélisations nécessaires.

D'autre part, nous avons su que la modélisation est l'étape principale dans l'étude et la conception d'un bras (robot) manipulateur, dont elle est- peut on dire- responsable du bon fonctionnement du robot ainsi qu'à l'accès au but pour lequel le bras manipulateur a été créé. Dans ce travail nous avons pu étudier le modèle géométrique d'un bras manipulateur plan 3R, qui comprend le MGD et le MGI, qui à son tour exprime les mouvements et les positions de l'organe terminal en reliant ces derniers aux dimensions des organes du robot.

Nous avons aussi pu simuler le robot à l'aide des programmes SOLIDWORKS et MATLAB, dont la conception du robot a été faite sous SOLIDWORKS, ensuite sous MATLAB une programmation a été faite qui inclue le MGD ainsi que le MGI pour qu'on puisse commander le robot, et ceci après avoir exporté le robot de SOLIDWORKS vers MATLAB ; et ceci nous a aidé à comprendre les bases sur la conception et la programmation. Donc la simulation est très utile pour l'étude et la conception des systèmes mécaniques en générale.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] André Chevalier, Guide du dessinateur industriel, Édition 2004 ;
- [2] I. ARTOBOLEVSKI ; Théorie des mécanismes et des machines; éditions MIR. MOSCOU.
- [3] J-P. LALLEMAND, S. ZEGHLOUL ; Robotique ; Aspects fondamentaux ; Modélisation mécanique ; CAO robotique-commande ;.
- [4] Mr. M. GOUASMII ; Cours de robotique industriel,.
- [5] J. M. Selig; Introductory Robotics;.
- [6] John J. Craig; Introduction to Robotics Mechanics and Control; Third Edition;
- [7] BEN AHMED DAHO MOHAMED EL AMINE ; Mémoire de fin d'études ; spécialité construction mécanique ; Application des quaternions duaux à la modélisation des robots manipulateurs (exemple de géométrie directe) ; 2017/2018.
- [8] Bernard BAYLE ; Robotique -2ème partie – Commande des robots manipulateurs-
- [9] Rafik MANSOURI, Ali KHELID ; Mémoire de fin d'études de MASTER ACADEMIQUE ; Conception et réalisation d'un bras manipulateur à trois degrés de liberté commandé par la carte Arduino UNO.
- [10] Notes de cours GPA546 Ilian Bonev, ing. Yanick Noiseux, ing. 21 septembre 2014.
- [11] Bernard BAYLE ; Introduction à la Robotique ; Université Louis Pasteur de Strasbourg ; année 2004–2005 ;
- [12] Saeed Benjamin Niku, Ph.D., P.E; INTRODUCTION TO ROBOTICS; ANALYSIS, CONTROL, APPLICATIONS; Second Edition;.
- [13] Wisama KHALIL et Etienne DOMBRE ; Bases de la modélisation et de la commande des robots-manipulateurs de type série ;
- [14] Modeling, identification and control of robots.
- [15] FABIO MORBIDI ; Robotique industrielle, UPJV, Département EEA, M1 EEAI, Parcours ViRob,.
- [16] Guillaume Laurent et Nicolas Chaillet; Robotique industrielle ; Université de Bourgogne Franche-Comté-UFC- ENSMM.
- [17] Conception de systèmes cobotiques industriels : approche robotique avec prise en compte des facteurs humains : application à l'industrie manufacturière au sein de Safran et Ariane Group David Bitonneau.
- [18] Alba Perez Gracia; Kinematics of Robots.
- [19] H. DEMOUVEAU ; Initialisation à la modélisation et aux performances des robots ; Edition 2007 ; Utilisation interne.
- [20] Mr. Benali Abdelkarim et Mlle. Atta Fairouz ; Projet de fin d'études pour l'obtention du diplôme de Master 2 en construction mécanique ; Cinématique inverse d'un robot 3R et vérification par logiciels MATLAB et SOLIDWORKS 2018/2019.
- [21] Dr. Belloufi Abderrahim ; Cours de robotique ; mise à jours 2015 ;
- [22] Jean-Louis Boimond ; Robotique ; ISTIA, Université Angers.