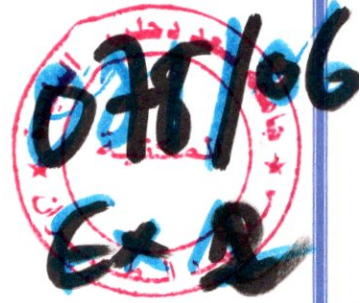


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE SAAD DAHLAB BLIDA
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT D'AERONAUTIQUE



THESE

Présentée pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en aéronautique

OPTION PROPULSION

- THÈME -



ÉTUDE DES ECOULEMENTS DES ARRIERES
CORPS DES MOTEURS AERONAUTIQUES

Réalisé par :

M^R: Terki Ahmed

Encadré par :

M^R: Badereddine Aimadeddine

M^R: Ould Bessi Hamid

PROMOTION 2005-2006

REMERCIEMENTS

Tout d'abord je remercie le bon DIEU pour m'avoir guidé vers le bon chemin de la lumière et du savoir.

Mes sincères remerciements à mes parents qui ont beaucoup aidé durant mes études.

A tous les enseignants de l'Institut d'Aéronautique de BLIDA et surtout mes enseignants de l'option : Propulsion.

Je tiens à présenter mes chaleureux remerciements :

*Mes promoteurs : M^R : BADEREDDINE AIMADEDINE
M^R : OULD BESSI HAMID*

Je tiens à remercier aussi les membres du jury pour l'honneur qu'ils m'accordent, en acceptant de juger notre travail.

Je remercie tous ceux qui nous aidé de loin ou de près.

A M^R : Djelal et tous les amis de l'Institut d'Aéronautique.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

*Mes chers parents, qui m'ont aidé beaucoup, que le bon Dieu les protège pour
mois.*

Mes chers frères et ma chère sœur.

*Dédicaces spéciales pour : DAOUIA, MOSBAH, MOHAMMED, SOFIANE,
DJAMEL, DJALEL, RIDA, ELOISSINI, FOAD, MOHAMED, BRAHIM,
NOSRO, SAID.*

Toute la famille TERKI.

Mes amis intimes de OULED-RIAH et TLEMCEN.

Toute la promotion 2005/2006.

Résumé

L'interaction autour de l'arrière corps entre l'écoulement extérieur et le jet propulsif entraîne une diminution brutale de la pression de l'arrière corps et crée ainsi une force résistance appelée traînée de culot.

L'objectif de ce travail est l'étude de cette interaction et la détermination de la pression de l'arrière corps et de différents paramètres d'influence comme l'injection de masse (gaz chaud) et de la quantité de mouvement à l'eau morte.

Summary

The interaction around the back body between the external flow and the propelling jet involves a brutal reduction in the pressure of the back body and thus creates a force resistance called trailed of base.

The objective of this work is the study of this interaction and the determination of the pressure of the back body and of various parameters such as the hot gas injection and of the momentum to dead water.

ملخص

التقاء التدفق الهوائي في مؤخرة محركات الطيران ما بين التدفق الهوائي الخارجي والتدفق الدافع المنبعث من المحرك يؤدي إلى انخفاض سريع للضغط في المحرك و بالتالي ظهور قوة معيقة.

الهدف من هذا العمل هو دراسة الالتقاء واستخراج الضغط في مؤخرة المحرك، مع مختلف العوامل المؤثرة عليه كضخ الهواء و كمية الحركة في منطقة الماء الراكد.

Sommaire

LA LISTE DES FIGURES :	I
LA LISTE DES TABLEAU.....	II
LA LISTE DES SYMBOLES.....	III

INTRODUCTION.....	1
-------------------	---

CHAPITRE I : Aperçu général sur les différentes traînées

Introduction.....	2
I-1)-Définition de quelques poussées:.....	2
I-1-1) poussée dans le vide ou poussée intrinsèque.....	2
I-1-2) poussée conventionnelle à la pression p_a	2
I-1-3) poussée à l'adaptation	2
I-1-4) poussée nette.....	2
I-1-4-1)Calcul des résistances de captation pour différents régimes.....	3
I-1-4-1-1) Prise d'air en régime critique ou supercritique	4
I-1-4-1-2) Prise d'air en régime critique ou subcritique.....	4
I-1-4-2)Traînée de culot.....	4
I-2) Problème d'aérodynamique des arrières corps :.....	4
I-2-1) Généralités.....	4
I-2-1-1) Cas d'un projectile non propulsé	5
I-2-1-2) Cas d'un missile ou réacteur en vol propulsé	7

CHAPITRE II : Rappelle sur les ondes de choc

Introduction.....	10
II-1) Angle de Mach.....	10
II-2) Etude de l'onde de choc droite :	11
II-2-1) Equations de base.....	11
II-3) Etude de l'onde de choc oblique :	14
II-3-1) Equations de base	15
II-3-2) Polaire d'onde de choc oblique.....	17
II-3-3) Problème d'interférence des ondes choc obliques.....	20
II-3-4) Ondes de détente de Prandtl Meyer.....	21

CHAPITRE III : METHODE DE CALCULE DES ECOULEMENS DE CULOT

III-1) Principe de l'approche multi-composant	23
III-1-1) Le mélange turbulent isobare.....	25
III-1-2) Représentation de l'effet de couche limite initiale	27
III-1-3) Représentation de l'effet de révolution.....	28
III-2) Critère angulaire de recollement	29
III-2-1) Formulation générale et loi de base	29
III-2-1-1)Prise en compte l'effet de révolution sur le critère de recollement	31
III-2-2)Application	32

III-2-2-1) Cas idéal	32
III-2-2-2) Cas d'injection de masse.....	34
III-3) Principe général de la méthode de calcul des écoulements de culot	36
III-3-1) La procédure de résolution	39

CHAPITRE IV : RESULTATS ET DISCUSSION

IV-1)-Résolution d'un problème d'interférence	41
IV-1-1)-La résolution par la méthode graphique	41
IV-1-2) –La résolution par la méthode numérique.....	42
IV-2) Calcule le débit d'injection en aval d'une marche.....	44
IV-3)- Méthode de calcul des écoulements arrière corps.....	48
CONCLUSION GENERALE.....	54
BIBLIOGRAPHIE.....	55

ANNEXE A :

A1 Organigramme A1 calcule les caractéristiques avant et après choc.....	56
A2 Organigramme A2 interférence de deux ondes de choc obliques.....	58
A3 Organigramme A3 calcule le débit injecté en aval d'une marche.....	61
A4 Organigramme A4 la méthode de calcul des écoulements arrière corps	63

ANNEXE B :

Propriétés du mélange turbulent isobare et loi de recollement	65
---	----

LA LISTE DES FIGURES

CHAPITRE I :

(Fig.I-1) – Un propulseur avec une entrée 1 et sortie 2.....	2
(Fig.I-2) – Prise d'air Pitot en écoulement uniforme	2
(Fig.I-3) – Ecoulement au culot d'un arrière corps non propulsé.....	5
(Fig.I-4) – Coefficient de traînée d'un obus de 155 mm	6
(Fig.I-5) – Schématisation de l'écoulement en aval du culot d'un missile.....	7
(Fig.I-6) – Ecoulement au culot d'un arrière-corps propulsé en subsonique.....	8
(Fig.I-7) – Traînée de culot de missiles tactiques typique.....	8
(Fig.I-8) – Culot avec décollement sur le fuselage.....	9

CHAPITRE II :

(Fig.II-1) – Propagation des perturbations de l'écoulement en régime subsonique et supersonique.....	10
(Fig.II.2) – Visualisation d'un choc droit à la sortie d'une tuyère de Laval.....	11
(Fig.II.3) – Ondes de chocs attachées et détachées sur des objets de forme différente.....	14
(Fig.II.4) – Onde de choc oblique.....	14
(Fig.II-5) – Schématisation d'une onde de choc oblique.....	15
(Fig.II-6) – Polaire de choc pour $M_0=4$ et $\gamma=1,4$	17
(Fig.II-7) – Position relative des polaires de choc.....	18
(Fig.II-8) – Relation entre M_1 , B , et θ pour onde de choc oblique.....	19
(Fig.II-9) – Interférence des ondes de choc; Plan physique.....	20
(Fig.II-10) – Interférence des ondes de choc ;Plan d' hodographe.....	21
(Fig.II-11) – Détente de Prandtl-Meyer.....	22

CHAPITRE III :

(Fig.III-1) – Visualisation du recollement en aval d'une marche en Supersonique....	23
(Fig.III-2) – Répartition de pression pariétale dans un recollement.....	24
(Fig.III-3) – Concepts de ligne de jet et de ligne limite.....	24
(Fig.III-4) – Paramètre de mélange turbulent.....	25
(Fig.III-5) – Système d'axes pour la représentation de la zone de mélange.....	26

(Fig.III-6) – Profil de vitesse réduit dans la zone de mélange.....	26
(Fig.III-7) – Origine fictive de la zone de mélange.....	27
(Fig.III-8) – Facteur de révolution.....	28
(Fig.III-9) – Recollement en aval d’une marche. Schéma en fluide Parfait et angle de recollement.....	29
(Fig.III-10) – Loi angulaire de recollement dans le cas de base.....	31
(Fig.III-11) – Effet de révolution sur la loi angulaire de recollement.....	32
(Fig.III-12) – Couche limite initiale nulle –pas d’injection massique dans l’eau morte.....	32
(Fig.III-13) – Exemple d’application au cas de recollement avec couche limite initiale et injection de masse.....	34
(Fig.III-14) -Schématisation du problème.....	37
(Fig.III-15) -Schématisation des échanges dans l’eau-morte.....	38

CHAPITRE IV :

(Fig.IV-1) -Interférence des ondes de choc,Plan physique.....	41
(Fig.IV-2) –Application d’interférence des ondes de choc.....	42
(Fig.IV-3)– recollement avec couche limite initiale et injection de masse	44
(Fig.IV-4)– Evolution de la pression de culot avec le débit massique injecté.....	47
(Fig.IV-5)– Exemple d’application au cas d’un culot avec injection de masse.....	48
(Fig.IV-6)– Evolution de la pression de culot avec le taux d’injection.....	53

LA LISTE DES TABLEAU

CHAPITRE III :

(Tab.III-1) – exemple de calcul pour une marche dans le cas idéal.....	33
--	----

CHAPITRE IV :

(Tableau.IV-1) –caractéristiques d’une marche supersonique [1].....	45
(Tableau.IV-2) –Résultats obtenues pour une marche supersonique.....	46
(Tableau.IV-3) – caractéristiques d’un arrière corps [1].....	51
(Tableau.IV-4)–caractéristiques d’un arrière corps.....	52

Liste des symboles utilisés

a : vitesse du son
A : section de tube de courant
b : envergure
C_p, C_v : chaleurs spécifiques à pression et volume constants
C_q : coefficient d'injection généralisé
C_x : coefficient de traînée
d : diamètre du corps
D : point de décollement
D : dynalpie : $D = p + \rho v^2 = p (1 + \gamma M^2)$
(f) : frontière isobare
F : poussée
F : facteur géométrique caractérisant l'effet de révolution
h : hauteur de marche
h : enthalpie spécifique
h_t : enthalpie spécifique totale
i_m : débit de quantité de mouvement
I₂ : fonction auxiliaire
(j) : ligne de jet
(l) : ligne limite
L : longueur d'échange
M : nombre de Mach
p : pression statique
p_t : pression totale
q_m : débit massique
r : $r = C_p - C_v$
r : rayon
r_c : rayon du culot
r_R : rayon au niveau du point de recollement R
R : point de recollement
s : entropie spécifique
s : abscisse curviligne
S_c : section de culot
T : température absolue
T_t : température totale
u, v : composantes du vecteur vitesse
V : vitesse
x, y : système de coordonnées local
x₁, y₁ : système de coordonnées intrinsèques
X_a : résistance additive
X_{cap} : résistance de captation
x₀ : décalage de l'origine fictive du mélange
w : fonction $w(M, \gamma) = p/p_t$
γ : rapport des chaleurs spécifiques : $\gamma = C_p/C_v$
(Γ) : polaire de choc

$\Delta\psi_k$: terme correctif de la loi de recollement

$\Delta\psi_R$: terme correctif de la loi de recollement

ε : rapport des section des tubes de courant avant l'entrée d'air $\varepsilon = A_0/A_1$

η_j : ordonnée réduite de la ligne de jet

η_l : ordonnée réduite de la ligne limite

η_m : ordonnée réduite de l'origine du système d'axes intrinsèque

θ : épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite

Λ : rapport de températures totales : $\Lambda = T_t/T_{t1}$

μ : rapport de débit : $\mu = q_{mc}/q_{mj}$

μ : angle de Mach : $\mu = \arcsin(1/M)$

ρ : masse volumique

σ : paramètre de mélange turbulent

σ : angle de choc

Σ : fonction :
$$\Sigma(M, \gamma) \equiv \frac{A}{A_c} = \frac{1}{M} \left[\frac{2}{\gamma+1} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} M^2 \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

(Σ) : surface de glissement

φ : angle du vecteur vitesse par rapport à l'axe OX

φ : vitesse réduite : $\varphi = u/u_1$

ψ : angle de recollement

$\bar{\psi}$: angle de recollement dans le cas de base

ψ' : fonction d'influence : $\psi' = \frac{\partial \psi}{\partial Cq}$

ω : origine du système d'axes d'axes intrinsèques

INTRODUCTION

La définition d'un arrière corps propulsif destiné à équiper, un avion, un missile, ou bien encore un lanceur spatial, est devenue une tâche particulièrement compliquée dans la mesure où les constructeurs sont maintenant soucieux d'une optimisation toujours poussée des performances et des qualités de vol.

L'effort propulsif est en effet largement dépendant du champ aérodynamique autour de l'arrière corps c-a-d des interactions s'établissant entre le jet issu de la tuyère et l'écoulement extérieur. Relativement modérées aux vitesses de vol subsonique, ces interactions deviennent importantes en supersonique. Une augmentation de la traînée a lieu à l'arrière corps, ce qui entraîne des pertes sensibles de poussée pour les lanceurs et les projectiles.

Notre étude a porté sur l'étude des écoulements supersoniques se produisant à l'arrière corps et la détermination de la pression de culot, pour cela, nous avons utilisé le critère de recollement en aval d'une marche appelé critère de Korst.

Voici les chapitres qui constituent ce présent mémoire :

Une Introduction

Le premier chapitre donne un aperçu générale sur les différentes traînées agissantes sur les lanceurs.

Le seconde chapitre traité les différentes propriétés physiques des ondes obliques et leur propriété.

Le troisième chapitre est consacré aux différentes méthodes de calcul des écoulements de culot.

Le dernier chapitre est celui des résultats obtenus et leur discussion.

Une conclusion générale

Deux annexes A et B.



CHAPITRE I

Aperçu Général Sur Les Différentes Trainées

INTRODUCTION :

Pour un avion, l'effet propulsif résulte de l'ensemble des efforts aérodynamiques s'exerçant sur la nacelle ou bien le groupe propulseur (et même sur l'avion en entier). Ainsi, la prise d'air peut contribuer de façon appréciable à la poussée- ou à la traînée de chaque partie du système propulsif en faisant abstraction des autres parties.

Toutefois, l'ingénieur se trouve confronté au problème de la qualification de chacun des éléments de l'ensemble propulseur et il faut bien convenir de quantités permettant d'estimer et d'optimiser la performance de ces éléments.

Dans cette démarche, l'important est de définir clairement la quantité que l'on va considérer et de ne pas perdre de vue que la performance finale va résulter d'une intégration de tous les sous systèmes.

I-1)-Définition de quelques poussées:

La poussée est équivalente à la différence géométrique des flux dynamiques entrant par sa section initiale et sortant par sa section terminale.

On désigne par dynamie la fonction d'état et de mouvement $p + \rho v^2$

I-1-1)-poussée dans le vide ou poussée intrinsèque :

$$F = p_2 A_2 + q_m V_2 = (p_2 + \rho_2 V_2^2) \cdot A_2 \dots \dots \dots (I-1)$$

Elle correspond à la poussée réelle d'un propulseur fonctionnant dans le vide ou il n'y a pas de traînée de captation.

I-1-2)-poussée conventionnelle à la pression p_a :

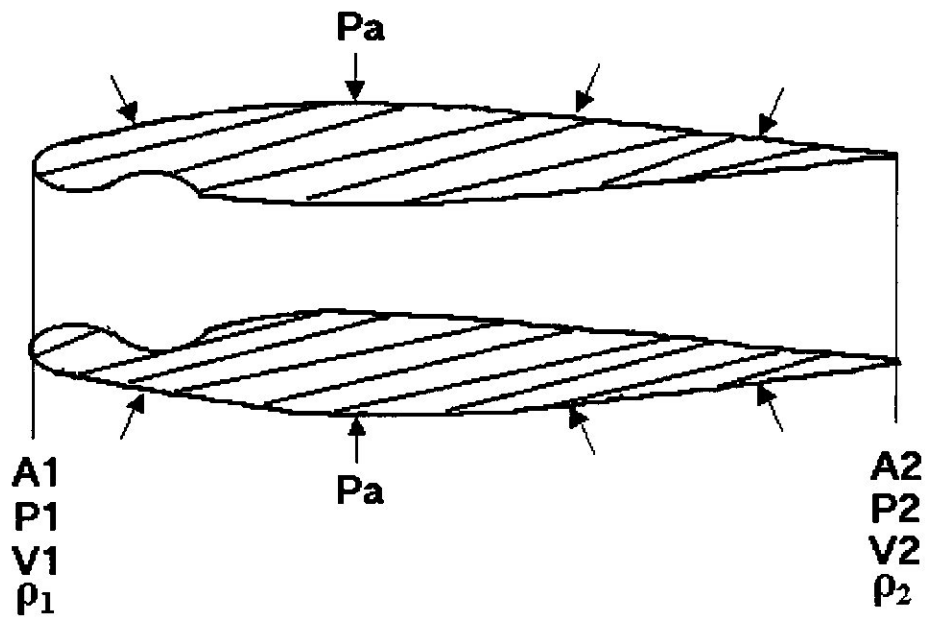
$$F = q_m V_2 + (p_2 - p_a) A_2 \dots \dots \dots (I-2)$$

I-1-3)-poussée à l'adaptation $p_2 = p_a$:

$$F = q_m V_2 \dots \dots \dots (I-3)$$

I-1-4)-poussée nette:

On considère que le propulseur, avec son entrée 1 et sa sortie 2, est immergé dans l'air ambiant au repos à la pression p_a .



(Fig.I-1) -un propulseur avec une entrée 1 et une sortie 2 .(2)

L'écoulement externe exerce sur le fuseau moteur (paroi externe) avec une pression p_a , donc la traînée sur le fuseau moteur est

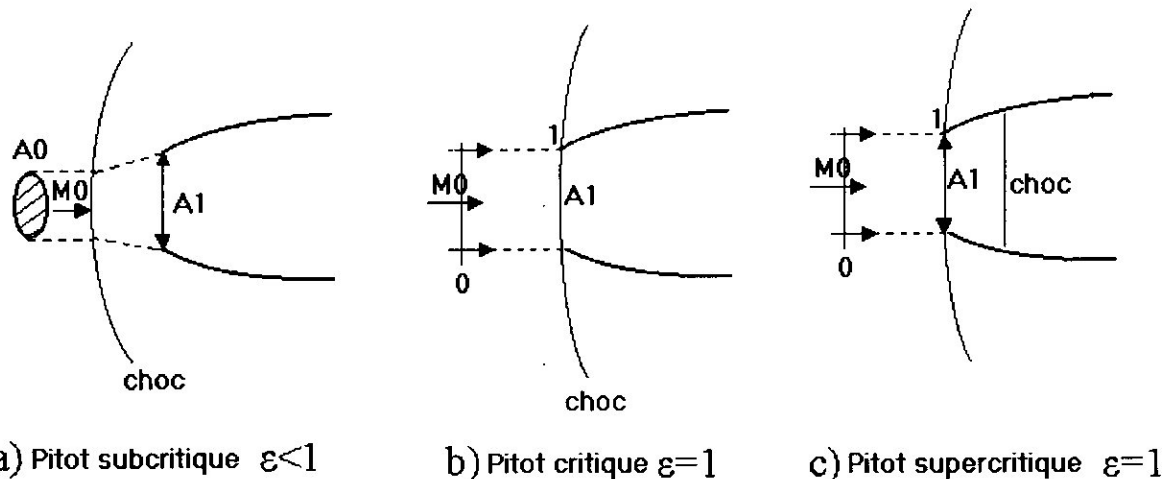
$$X_{ext} = -p_a \cdot (A_2 - A_1) \dots \dots \dots (I-4)$$

La résistance de captation à l'entrée d'air 1 est :

$$X_{cap} = -(p_1 + \rho_1 V_1^2) \cdot A_1 = -(q_m \cdot V_1 + p_1 \cdot A_1) \dots \dots \dots (I-5)$$

I-1-4-1) Calcul des résistances de captation pour différent régime pour une prise d'air Pitot:

La prise d'aire Pitot se présente sous les formes ci-dessous pour différents régimes.



(Fig.I-2) -Prise d'air Pitot en écoulement uniforme (2)

I-1-4-1-1) Prise d'air en régime critique ou supercritique :

$$X_{\text{cap}} = p_0 \cdot A_1 + \rho_0 V_0^2 \cdot A_0 \dots \dots \dots (I-6)$$

$$X_{\text{cap}} = p_0 \cdot A_1 \cdot (1 + \gamma M_0^2) \quad \text{avec} \quad \gamma = \rho \cdot a^2 / p$$

I-1-4-1-2) Prise d'air en régime subcritique :

La résistance de captation X_{cap} s'écrit.

$$X_{\text{cap}} = \varepsilon \cdot A_1 \cdot p_0 \cdot (1 + \gamma M_0^2) + X_a = p_0 \cdot A_1 \cdot (w_1/w_0) \cdot \pi_0 \cdot (1 + \gamma M_1^2) \dots \dots \dots (I-7)$$

Avec: $\varepsilon = A_0/A_1$ ou X_a : est la résistance additive.

Elle est donnée par :

$$X_a = p_0 \cdot A_1 \cdot [(w_1/w_0) \cdot \pi_0 \cdot (1 + \gamma M_1^2) - \varepsilon \cdot (1 + \gamma M_0^2)] \dots \dots \dots (I-8)$$

* $\pi_0(M_0) = P_{t1}/P_{t0}$: rapport des pression totale avant et après choc.

* $w_0(M_0) = P_0/P_{t0}$

* $w_1(M_1) = P_1/P_{t1}$

I-1-4-2) Traînée de culot:

Il y a une autre traînée X_c , c'est la traînée de culot ou bien l'arrière corps.

$$X_c = (p_a - p_c) \cdot S_c \quad \text{avec ;}$$

p_c : pression de culot

S_c : section de culot

Donc l'expression de la poussée nette devient :

$$F = q_m V_2 + p_2 A_2 - X_{\text{ext}} - X_{\text{cap}} - X_c \dots \dots \dots (I-9)$$

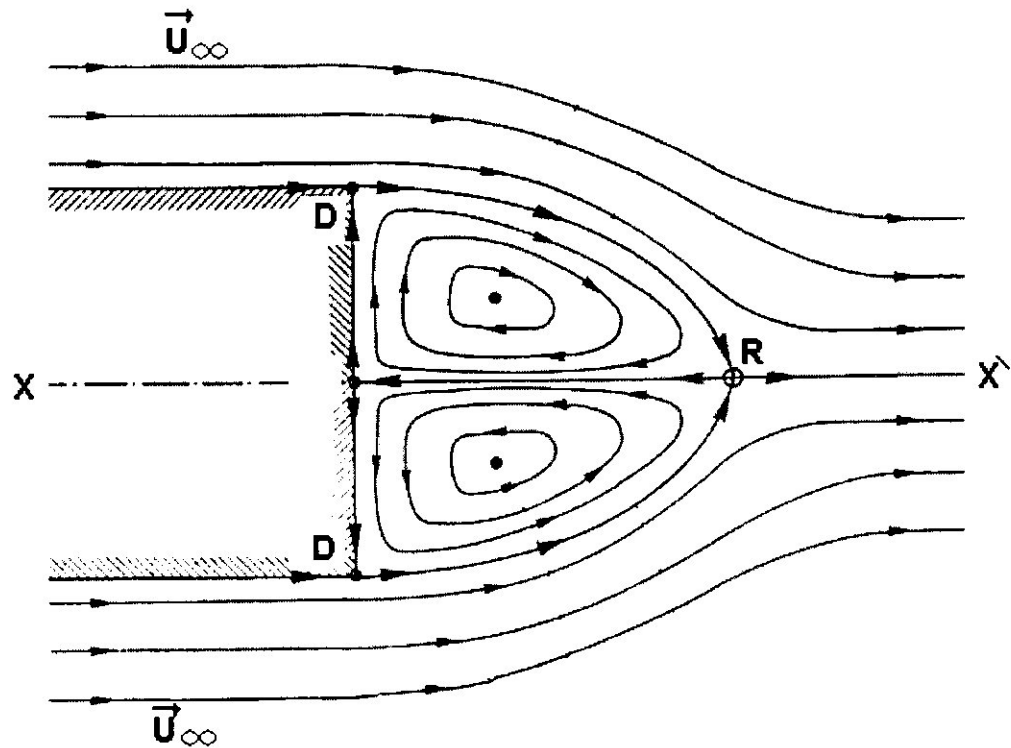
I-2) PROBLEME D'AERODYNAMIQUE DES ARRIER CORPS :**I-2-1) Généralités :**

Les phénomènes aérothermiques se produisant sur un arrière-corps de missile ou bien de lanceur peuvent influencer fortement sur ses performances et, par conséquent, sur sa conception. Ces phénomènes complexes résultent de l'interaction s'établissant entre l'écoulement d'air extérieur et le jet à grande vitesse et à haute température issue de la tuyère propulsive.

Une telle interaction détermine la structure du champ autour de l'arrière-corps et elle met en jeu des processus aérothermodynamiques liés au mélange de l'air extérieur avec les gaz constituant le jet. Ces phénomènes ont des répercussions à la fois sur les qualités aérodynamiques de l'arrière-corps (sa traînée notamment) et sur les flux de chaleur auxquels il est soumis.

Les écoulements d'arrière-corps sont également importants en l'absence de jet, situation intéressant les missiles en vol non propulsé ou bien les projectiles. Alors, l'écoulement de culot influence directement la traînée du corps, c'est-à-dire sa portée.

I-2-1-1) Cas d'un projectile non propulsé :



(Fig.I-3) -Écoulement au col d'un arrière-corps non propulsé (1)

A partir de la figure qui détermine les lignes de courant de l'écoulement dans un plan méridien, et il montre que l'écoulement de colot s'organise en un *tourbillon torique* où les lignes de courant sont des courbes fermées sur elles-mêmes.

- L'écoulement décolle à l'arête D du culot en étant faiblement dévié.
TF54963.

- Immédiatement en aval du corps se forme une zone à faible vitesse souvent appelée **eau morte** où l'écoulement reflue en direction de culot pour constituer un courant de retour. Dans cette région, la vitesse V a une composante négative U selon l'axe de révolution, c'est-à-dire opposée au sens de U_{∞} .

- L'eau morte est séparée de l'écoulement extérieur à grande vitesse par une zone de mélange où la composante U varie continûment, mais rapidement, depuis la valeur externe élevée jusqu'à des valeurs négatives de faible amplitude.

-En aval, la poche de valeurs U négatives se résorbe progressivement. Il existe sur l'axe de révolution un particulier, appelé **point de recollement**, où la vitesse est nulle. Ce point sépare l'eau morte, où existent des composantes axiales U à contre courant de l'écoulement principale, de la partie du sillage où la vitesse est partout du même sens que U_{∞} . L'eau morte et la partie de l'écoulement en aval du recollement sont souvent désignées par les expressions *proche sillage* et *sillage lointain*, respectivement.

Le problème sans doute le plus important posé par les écoulements de culot est celui de la prévision de **traînée de culot** du projectile. En effet, aux vitesses aussi bien subsoniques que supersoniques, la pression p_c dans la zone 'd'eau morte' est presque toujours sensiblement inférieure à la pression p_∞ de l'état amont non perturbé. Il en résulte une force de traînée F_c à laquelle est associé un coefficient de traînée de culot $C_{x\text{-culot}}$ ayant pour expression :

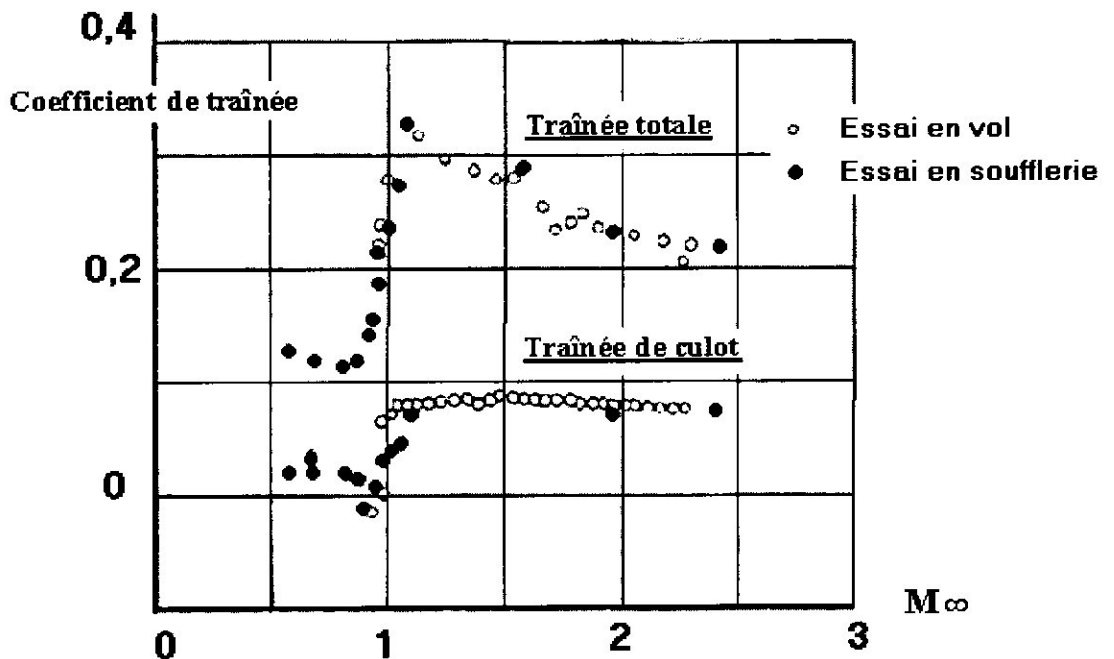
$$C_{x\text{-culot}} = \frac{F_c}{\frac{1}{2} S \rho_\infty U_\infty^2} = \frac{(p_c - p_\infty) S_c}{\frac{1}{2} S \rho_\infty U_\infty^2} \dots\dots\dots(I-10)$$

Ou S_c et S désignent, respectivement, la surface du culot et celle du arrière corps. Ainsi, la traînée de culot, proportionnelle à la surface S_c peut représenter une fraction notable de la traînée totale quand S_c est voisine de S .

A titre d'illustration, la figure donne les évolutions en fonction du nombre de Mach M_∞ des coefficients de traînée totale $C_{x\text{-total}}$ et de traînée de culot $C_{x\text{-culot}}$ d'un obus d'artillerie de 155mm. On y voit que le culot contribue pour près de 40% à la traînée du projectile.

D'une manière générale, les parties contribuant à la traînée pour un projectile de type sont :

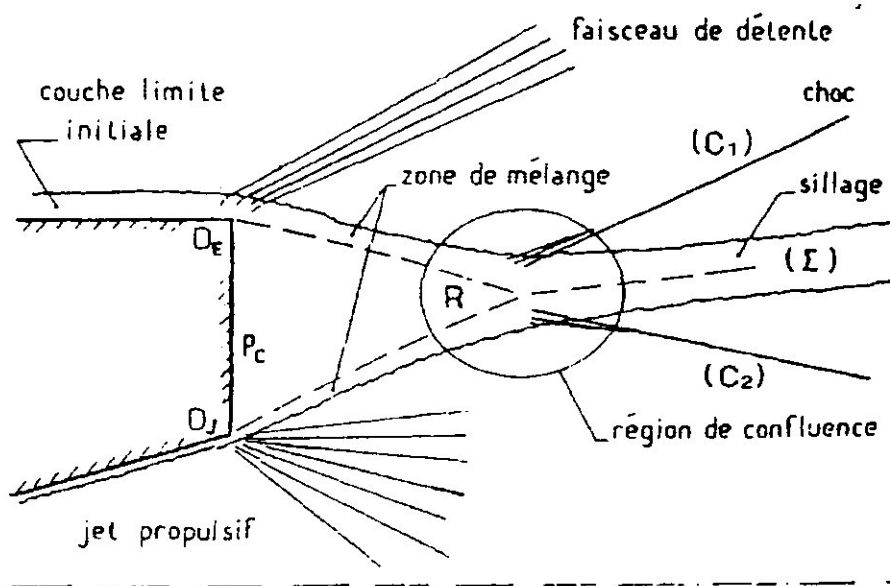
- a) L'ogive, en raison des fortes surpressions s'établissant sur cette partie du corps
($C_{x\text{-ogive}}=0,35 C_{x\text{-total}}$).
- b) Le culot ($C_{x\text{-culot}}=0,4 C_{x\text{-total}}$)
- c) Le rétreint sur lequel, en supersonique, la pression est inférieure à p_∞
($C_{x\text{-rétreint}}=0,1 C_{x\text{-total}}$).
- d) La traînée de frottement s'exerçant sur l'ensemble de la surface mouillée, culot exclut ($C_{x\text{ frottement}}=0,1 C_{x\text{-total}}$).



(Fig.1.4) - Coefficient de traînée d'un obus de 155mm. (1)

I-2-1-2) Cas d'un missile ou réacteur en vol propulsé :

considérons maintenant le cas de l'écoulement s'établissant en aval du culot d'un missile ou réacteur équipé d'une tuyère propulsive, l'ensemble de la configuration étant de révolution autour d'un axe $x'x$, on observe les phénomènes suivants :



(Fig.I-5) -Schématisation de l'écoulement en aval du culot d'un missile(1)

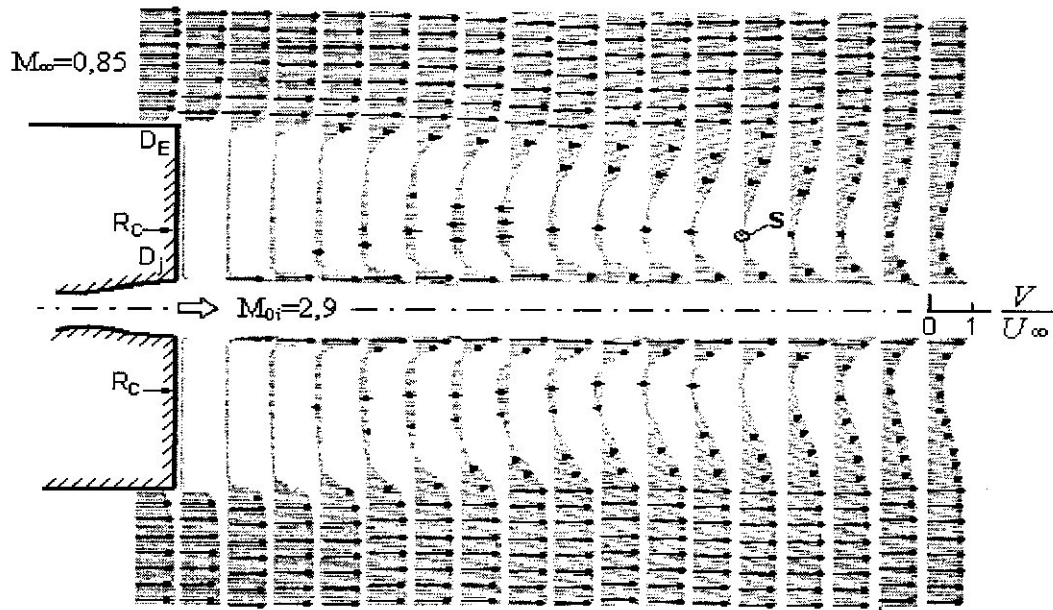
1) En aval de l'arête D_E du culot et de la lèvre de sortie D_J de la tuyère, les écoulements de fluide parfait se détendent jusqu'à la pression de culot p_c à travers des éventails de détente isentropique.

2) Une région de fluide à basse vitesse -l'eau-morte- se trouve emprisonnée entre ces deux zones de mélange. Il y règne une pression p_c pratiquement uniforme.

3) Les deux écoulements supersoniques décollés reprennent contact l'un sur l'autre dans la région de *confluence* où *point de recollement* R où les déviations accompagnant les recompressions qu'ils subissent alors conduisent à la formation des ondes de chocs C_1 et C_2 .

4) En aval de la région de confluence, l'écoulement externe et celui issu de la tuyère sont contigus de part et d'autre d'une frontière commune (ligne de glissement) (Σ) le long de laquelle un sillage.

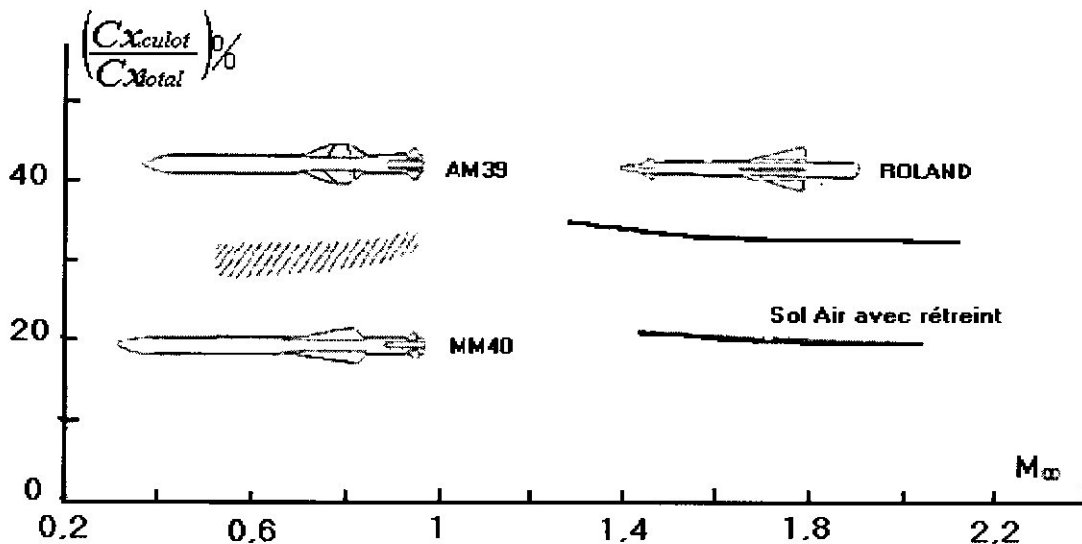
La figure (I-6) montre le champ des vecteurs vitesses mesurées en aval d'un arrière corps cylindrique placé dans un écoulement de nombre de Mach $M_\infty=0,85$), l'organisation de l'écoulement est topologiquement équivalente à celle qui s'établirait si M_∞ était supersonique.



(Fig.I-6) -Ecoulement au culot d'un arrière-corps propulsé en subsonique.(1)

Comme dans le cas d'un arrière-corps non propulsé, il se forme en aval du culot $D_E D_J$ une poche où la vitesse a une composante longitudinale u négative, c'est-à-dire qu'il s'établit un courant de retour en direction du culot. Partant du culot, la composante u_m négative minimale croît d'abord en valeur absolue, atteint une amplitude maximale, puis se met à diminuer pour devenir évanescence en R. Ainsi, R est le point où la poche contenant des valeurs de u négatives se résorbe complètement.

La pression de culot p_C est largement inférieure à la pression amont p_0 , ce qui est en fait le cas le plus fréquent. Le culot peut alors contribuer de façon significative à la traînée du missile, comme l'illustre la figure qui donne la traînée de culot de plusieurs missile tactique subsonique et supersonique. Dans le cas, également, le rapport $\frac{C_{X-culot}}{C_{X-total}}$ Peut atteindre 0,4.

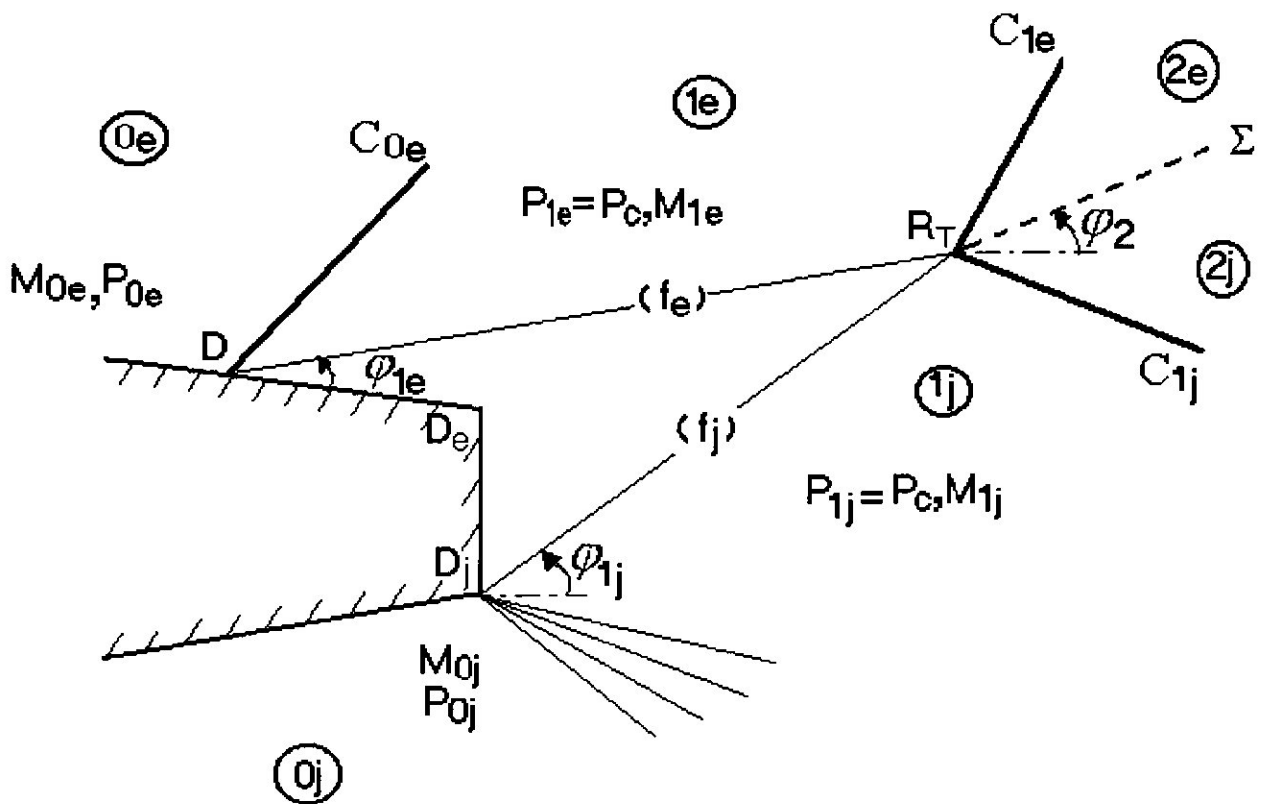


(Fig.I-7) -Traînée de culot de missiles tactiques typique (1)

Egalement, p_c peut être supérieur à p_0 si dans le but de diminuer sa traînée l'arrière corps est muni d'un rétreint le long duquel l'écoulement se détend et prend une direction convergente vers l'axe.

Si le rapport de détente de la tuyère augmente (cas d'un missile ou d'un lanceur montant en altitude), il en résulte une croissance de la pression de culot p_c et une situation est atteinte où p_c est supérieur à p_0 . alors, comme le montre la figure, le décollement en D_E s'accompagne de la formation d'une onde de choc C_0 .

Si le jet est fortement éclaté, la pression p_c peut devenir supérieure à une valeur limite, en conséquence, l'écoulement externe va décoller en un point D situé sur le fuselage, en amont du culot, cette situation est illustrée.



(Fig.I-8) -Culot avec décollement sur le fuselage (1)

Chapitre III

Généralités Sur Les Ondes De Choc Obliques

INTRODUCTION :

Les écoulements compressibles à grande vitesse peuvent subir des variations (sauts) très rapides sur des distances très faibles.

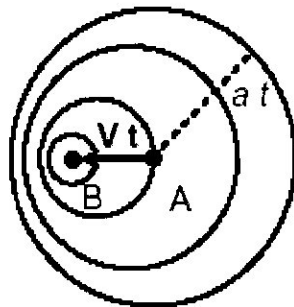
Ex1 : ondes de détonation accompagnant les explosions.

Ex2 : bang produit par un vol supersonique.

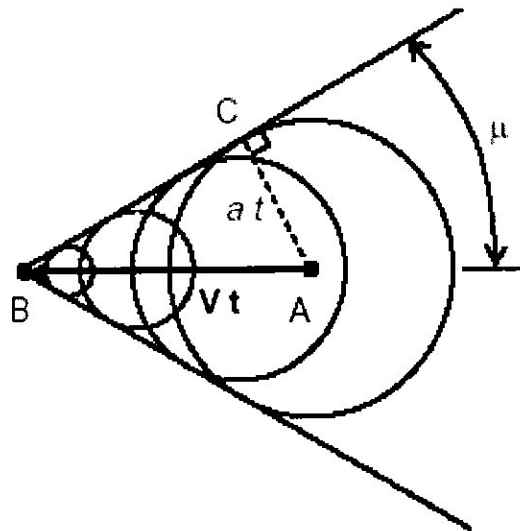
II-1) Angle de Mach:

Considérons une source ponctuelle de perturbations acoustiques (par exemple un émetteur), se déplaçant dans un fluide au repos. Si l'émetteur se déplace à une vitesse subsonique, sa vitesse $V < a$. à l'instant $t_0 = 0$, l'émetteur est au point A et à l'instant $t = t_0 + \delta t$ il se trouve au point B. Pendant son déplacement entre les points A et B, le front de l'onde émise en $t = 0$ s'est déplacé de $a t$, mais l'émetteur reste toujours à l'intérieur des ondes qui ont été émises entre ces deux instants. Si maintenant la vitesse de l'émetteur est supersonique $V > a$. La célérité des ondes émises est toujours a , et au cours de son déplacement entre les points A et B l'émetteur va générer plusieurs ondes acoustiques mais il est maintenant en permanence à l'extérieur de la famille des ondes acoustiques émises. L'émetteur se déplace toujours devant ces fronts d'ondes formant une enveloppe de perturbations qui définit l'onde de Mach. L'angle formé par cette enveloppe par rapport à la direction de propagation est appelé **angle de Mach** μ .

Subsonique $V < a$



Supersonique $V > a$



(Fig.II-1) -Propagation des perturbations de l'écoulement en régime subsonique et supersonique

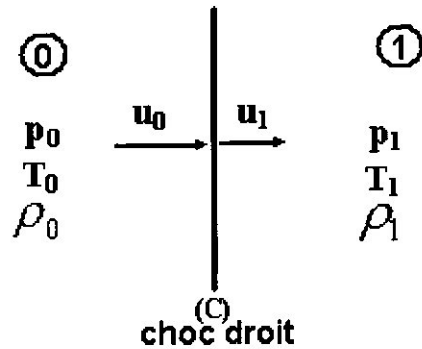
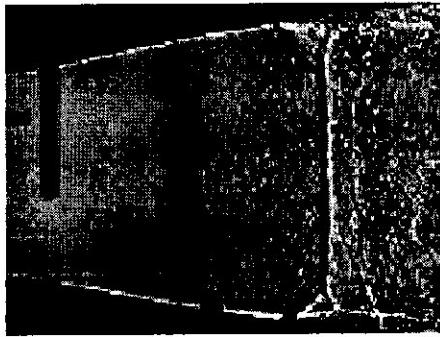
On a la relation dans le triangle ABC :

$$\sin \mu = \frac{at}{Vt} = \frac{1}{M} \dots\dots\dots(II-1)$$

L'angle de Mach est donc déterminé par le nombre de Mach local :

$$\mu = \arcsin \frac{1}{M} \dots\dots\dots(II-2)$$

II-2) Etude de l'onde de choc droite :



(Fig.II.2) -Visualisation d'un choc droit à la sortie d'une tuyère de Laval

II-2-1) Equations de base :

Déterminons les propriétés de l'écoulement après l'onde de choc connaissant celles de l'avant choc.

Pour cela on fera les hypothèses suivantes :

- écoulement permanent
- écoulement adiabatique
- non visqueux
- fluide non pesant
- unidimensionnel à travers cette onde

On désignant par les indices 0 et 1 les conditions amont et aval.

L'application des équations de base de la mécanique des fluides situés de part et d'autre de l'onde de choc (C).

a) Conservation de la masse (continuité):

$$\rho_0 u_0 = \rho_1 u_1 \dots\dots\dots(II-3)$$

b) Théorème de la quantité de mouvement:

$$q(u_1 - u_0) = S(p_0 - p_1) \quad \text{Avec } q = \rho_0 u_0 S$$

$$\text{Donc } p_0 + \rho_0 u_0^2 = p_1 + \rho_1 u_1^2 \dots\dots\dots(II-4)$$

c) Conservation d'énergie :

$$\text{On a ; } h_{t0} = h_{t1} \quad \text{Donc } cpT_0 + \frac{u_0^2}{2} = cpT_1 + \frac{u_1^2}{2} = cpT_t \dots\dots\dots(II-5)$$

d) La variation de l'entropie :

$$\Delta s = s_1 - s_0 \geq 0 \dots\dots\dots(\text{II-6})$$

e) Equation caractéristique de fluide : $\frac{p}{\rho} = rT \dots\dots\dots(\text{II-7})$

Le théorème de conservation d'énergie donne :

$$cpT_0 + \frac{M_0^2 a_0^2}{2} = cpT_1 + \frac{M_1^2 a_1^2}{2}$$

$$\Rightarrow cpT_0 + \frac{M_0^2 \gamma r T_0}{2} = cpT_1 + \frac{M_1^2 \gamma r T_1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_0} = \frac{cp + \frac{1}{2} \gamma \cdot r M_0^2}{cp + \frac{1}{2} \gamma \cdot r M_1^2} \dots\dots\dots(\text{II-8})$$

On a $r = cp - cv$ et $\gamma = \frac{cp}{cv}$;

Donc ; $\frac{T_1}{T_0} = \frac{2 + (\gamma - 1)M_0^2}{2 + (\gamma - 1)M_1^2}$

* $\rho_0 u_0 = \rho_1 u_1 \Rightarrow \rho_0 M_0 \sqrt{\gamma r T_0} = \rho_1 M_1 \sqrt{\gamma r T_1}$

Compte tenu $\frac{T_1}{T_0}$ on a alors : $\frac{\rho_0}{\rho_1} = \frac{M_1}{M_0} \left(\frac{2 + (\gamma + 1)M_0^2}{2 + (\gamma + 1)M_1^2} \right)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(\text{I-9})$

* L'équation de quantité de mouvement devient :

$$p_0 + \gamma \cdot p_0 M_0^2 = p_1 + \gamma \cdot p_1 M_1^2$$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_0} = \frac{1 + \gamma \cdot M_0^2}{1 + \gamma \cdot M_1^2} \dots\dots\dots(\text{II-10})$$

* On a $\frac{p_1}{p_0} = \frac{r \cdot \rho_1 T_1}{r \cdot \rho_0 T_0}$ et compte tenu les expression de $\frac{\rho_1}{\rho_0}$ et $\frac{T_1}{T_0}$

On tire $M_1 = \frac{2 + (\gamma - 1) \cdot M_0^2}{1 - \gamma + 2 \cdot \gamma \cdot M_0^2} \dots\dots\dots(\text{II-11})$

On peut déduire $\frac{T_1}{T_0}$ et $\frac{\rho_1}{\rho_0}$ et $\frac{p_1}{p_0}$:

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{[2 + (\gamma - 1)M_0^2](1 - \gamma + 2\gamma.M_0^2)}{(\gamma + 1)^2 M_0^2} \dots\dots\dots(\text{II-12})$$

$$\frac{\rho_0}{\rho_1} = \frac{u_1}{u_0} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} + \frac{2}{(\gamma + 1)M_0^2} \dots\dots\dots(\text{II-13})$$

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{1 - \gamma + 2\gamma.M_0^2}{1 + \gamma} \dots\dots\dots(\text{II-14})$$

Pour $M_0=2$ on a $\frac{p_1}{p_0} = 4,5$, possibilité d'une compression importante par choc à l'entrée des réacteurs de propulsion.

$$\Delta s = s_1 - s_0 = cv. \ln \left[\frac{p_1}{p_0} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho_1} \right)^\gamma \right]$$

$$\Rightarrow \Delta s = cv. \ln \left[\left(\frac{2\gamma}{\gamma + 1} . M_0^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) \cdot \left(\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2}{\frac{\gamma + 1}{2} M_0^2} \right)^\gamma \right] \dots\dots\dots(\text{II-15})$$

Cette variation d'entropie est faible pour les valeurs de $M_0 \approx 1$.

Si $M_0 < 1$, cette expression donne une variation d'entropie négative ce qui n'a aucune signification physique.

L'onde de choc droite peut donc exister que si $M_0 > 1$.

L'expression de nombre de Mach aval du choc M_1 montre que $M_1 < 1$ donc l'écoulement est subsonique.

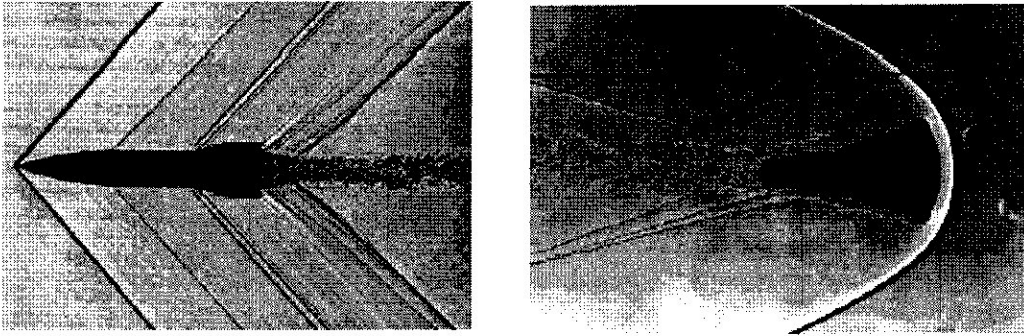
De même pour : $\frac{p_1}{p_0} > 1$, $\frac{\rho_1}{\rho_0} > 1$, $\frac{u_1}{u_0} < 1$, $\frac{T_1}{T_0} > 1$

Remarque :

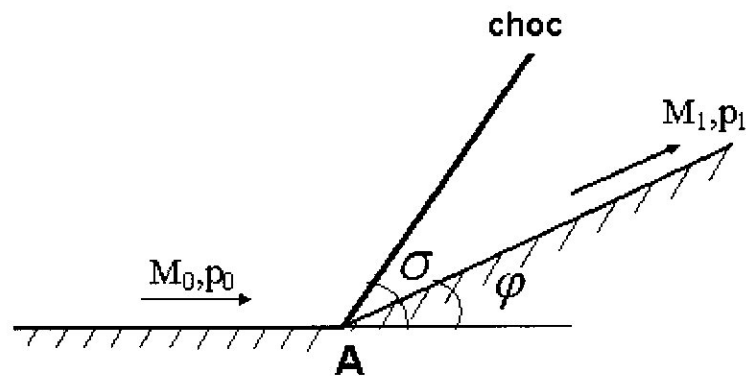
- Un choc droit ne peut avoir lieu que dans un écoulement supersonique.
- Le choc droit fait passer l'écoulement d'un régime supersonique à un régime subsonique.

II-3) Etude de l'onde de choc oblique :

L'onde de choc normal étudié avant n'est qu'un cas particulier de la famille d'onde de choc oblique.



(Fig.II.3) -Ondes de chocs attachées et détachées sur des objets de forme différente



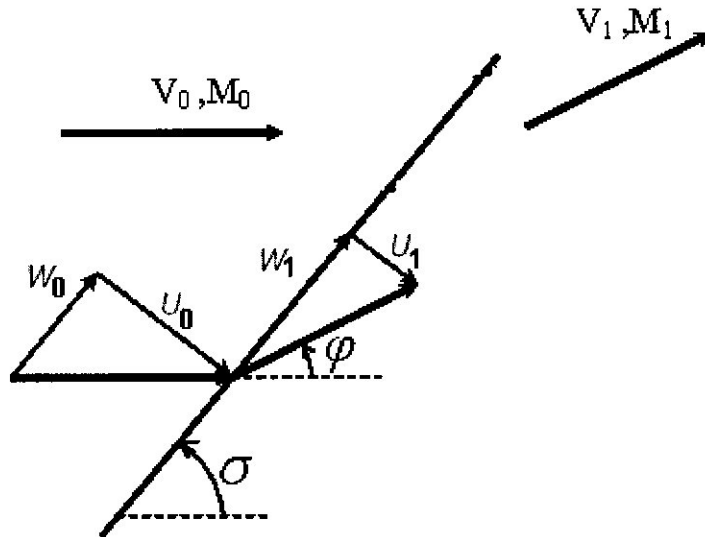
(Fig.II.4) - onde de choc oblique

On remarque qu'au pt A, la surface est inclinée d'un angle φ , par conséquent les lignes de courant sont déviées après. Ce changement dans la direction de l'écoulement s'effectue au travers une onde de choc laquelle est oblique par rapport à la direction de l'écoulement.

L'écoulement en aval du choc est aussi uniforme et parallèle.

Le nombre de Mach diminue, la pression, la température et la masse volumique augmentent.

II-3-1) Equations de base :



(Fig.II-5) -Schématisation d'une onde de choc oblique

a) Conservation de la masse (continuité):

$$\rho_0 u_0 = \rho_1 u_1 \dots\dots\dots(\text{II-16})$$

b) Théorème de quantité de mouvement:

1) Composante tangentielle :

$$\rho_0 u_0 S w_0 = \rho_1 u_1 S w_1 \implies w_0 = w_1 \dots\dots\dots(\text{II-17})$$

2) Composante normale :

$$p_0 + \rho_0 u_0^2 = p_1 + \rho_1 u_1^2 \dots\dots\dots(\text{II-18})$$

c) conservation d'énergie :

On a ; $h_{t0} = h_{t1}$ Donc $cpT_0 + \frac{u_0^2}{2} = cpT_1 + \frac{u_1^2}{2} = cpT_t \dots\dots\dots(\text{II-19})$

e) La variation de l'entropie :

$$\Delta s = s_1 - s_0 \geq 0 \dots\dots\dots(\text{II-20})$$

e) Equation caractéristique de fluide : $\frac{p}{\rho} = rT \dots\dots\dots(\text{II-21})$

REMARQUE :

Il n'y a que la composante normale de la vitesse qui apparaît comme le cas d'un choc normal.

Conclusion : les variations de l'onde de choc oblique ou normale sont en fonction de la vitesse normale de l'onde.

Cependant les relations précédemment définies en fonction du nombre de Mach pour l'onde normale doivent être redéfinies :

$$* M_{n0} = M_0 \sin \sigma \dots\dots\dots(\text{II-22})$$

$$* M_{n1} = M_1 \sin(\sigma - \varphi) \dots\dots\dots(\text{II-23})$$

$$* M_{n1}^2 = \frac{1 + [(\gamma - 1)/2] M_{n0}^2}{\gamma M_{n0}^2 - (\gamma - 1)/2} \dots\dots\dots(\text{II-24})$$

$$\Rightarrow M_1 = \frac{1}{\sin(\sigma - \varphi)} \sqrt{\frac{1 + [(\gamma - 1)/2] M_0^2 \sin^2 \sigma}{\gamma M_0^2 \sin^2 \sigma - (\gamma - 1)/2}} \dots\dots\dots(\text{II-25})$$

$$* \frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{(\gamma + 1) M_{n0}^2}{2 + (\gamma - 1) M_{n0}^2} \dots\dots\dots(\text{II-26})$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{(\gamma + 1) M_0^2 \sin^2 \sigma}{(\gamma - 1) M_0^2 \sin^2 \sigma + 2} \dots\dots\dots(\text{II-27})$$

$$* \frac{p_1}{p_0} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_{n0}^2 - 1) \dots\dots\dots(\text{II-28})$$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_0} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_0^2 \sin^2 \sigma - 1) \dots\dots\dots(\text{II-29})$$

$$* \frac{T_1}{T_0} = \frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{\rho_0}{\rho_1} \dots\dots\dots(\text{II-30})$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_0} = \frac{[2\gamma M_0^2 \sin^2 \sigma - (\gamma - 1)] [(\gamma - 1) M_0^2 \sin^2 \sigma + 2]}{(\gamma + 1)^2 M_0^2 \sin^2 \sigma} \dots\dots\dots(\text{II-31})$$

On a $M_{n0} > 1 \Rightarrow M_0 > 1$ et $M_{n1} < 1 \Rightarrow M_1 < 1$ ou $M_1 > 1$

Remarque :

Une onde choc oblique ne peut apparaître qu'en écoulement supersonique, par contre l'écoulement après choc peut être subsonique ou supersonique, il y a toute fois diminution du nombre de Mach, augmentation de la pression, de température et de la masse volumique.

On a : $tg \sigma = \frac{u_0}{w_0}$ et $tg(\sigma - \varphi) = \frac{u_1}{w_1}$ avec $w_0 = w_1$

$$\Rightarrow \frac{\operatorname{tg}(\sigma - \varphi)}{\operatorname{tg} \sigma} = \frac{u_1}{u_0} = \frac{\rho_0}{\rho_1} \dots \dots \dots \text{(II-32)}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \varphi = \frac{2.(M_0^2 \sin^2 \sigma - 1)}{\operatorname{tg} \sigma . [M_0^2 (\gamma + \cos 2\sigma) + 2]} \dots \dots \dots \text{(II-33)}$$

Cette relation est importante. Elle est désignée par la relation $\varphi - \sigma - M_0$.
 Un angle limite est obtenu pour chaque valeur de M_0 , pour que l'onde de choc soit attaché, il faut que $\sigma \leq \sigma_{\max}$, σ_{\max} est donné par la relation :

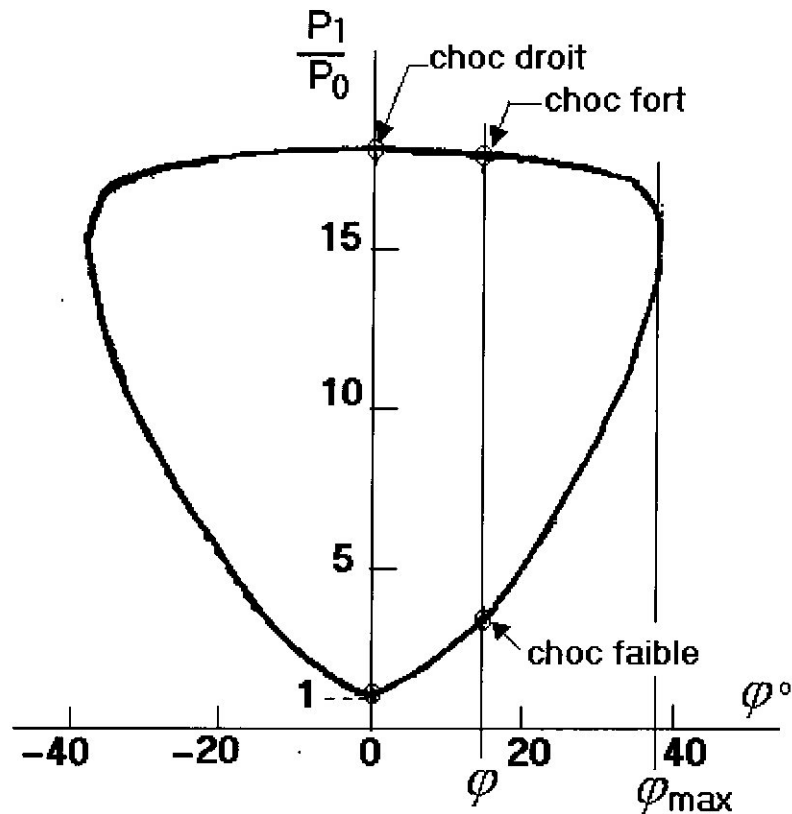
$$\sin 2\sigma_{\max} = \frac{1}{4\gamma M_0^2} [(\gamma+1)M_0^2 - 4 + \sqrt{(\gamma+1)[(\gamma+1)M_0^4 + 8(\gamma-1)M_0^2 + 16]}] \dots \dots \dots \text{(II-34)}$$

Donc $\arcsin(\frac{1}{M_0}) < \sigma < \sigma_{\max}$.

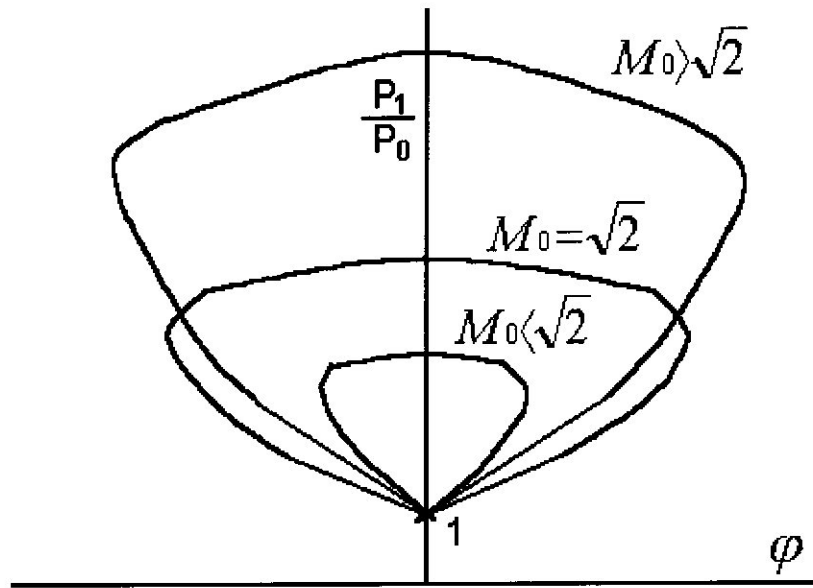
II-3-2) Polaire d'onde de choc oblique :

Comme $\frac{p_1}{p_0}$ donnée avec son expression en fonction de $M_0 \sin \sigma$ et σ elle en fonction de φ implique que $\frac{p_1}{p_0}$ est en fonction de φ .

La figure ci-dessous illustre une polaire de choc pour $M_0=4$.



(Fig.II-6) –Polaire de choc pour $M_0=4$ et $\gamma = 1,4$.

II-3-3) Position relative des polaires de choc :

(Fig.II-7) -Position relative des polaires de choc

* pour $1 < M_0 < \sqrt{2}$, la pente de la tangente à l'origine décroît en valeur absolue et - en coordonnées $[\varphi, \text{Log } \frac{P}{P_0}]$ - prend la valeur minimale $\frac{1}{P} \frac{dP}{d\varphi} = 2\gamma$ pour

$M_0 = \sqrt{2}$.

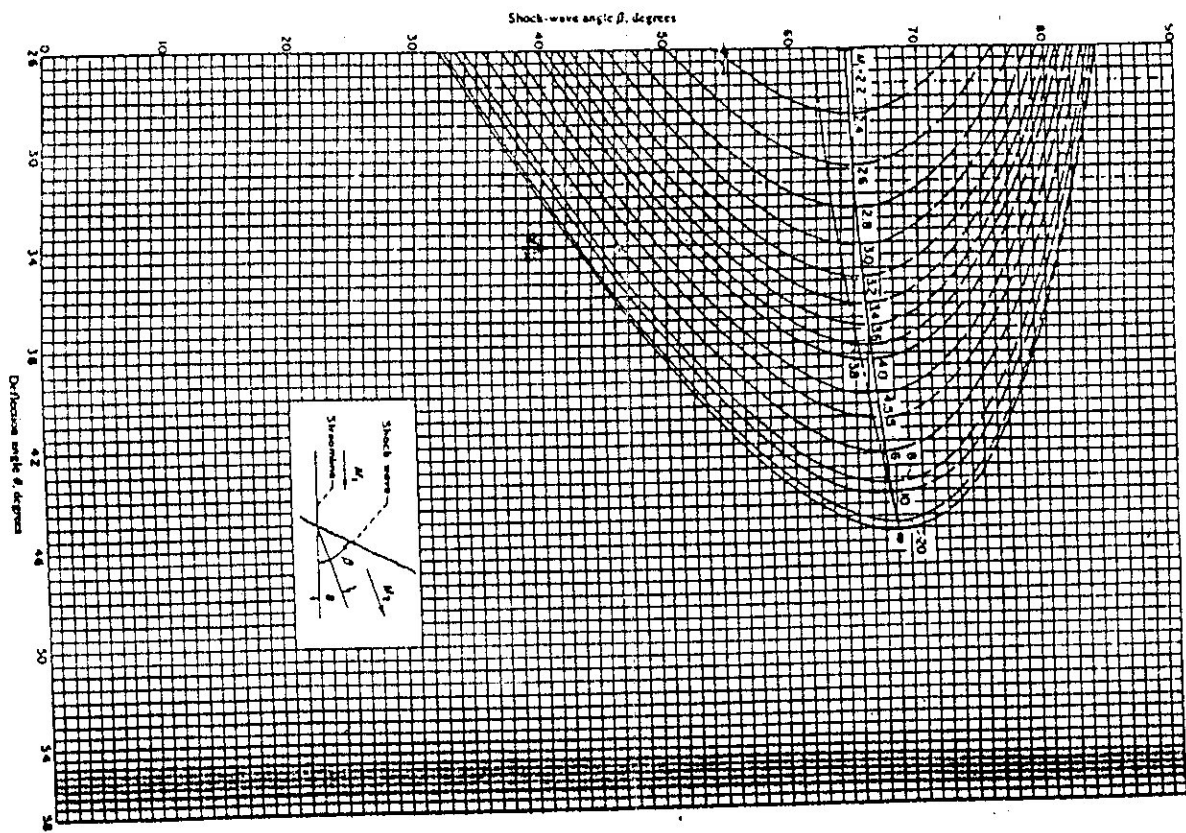
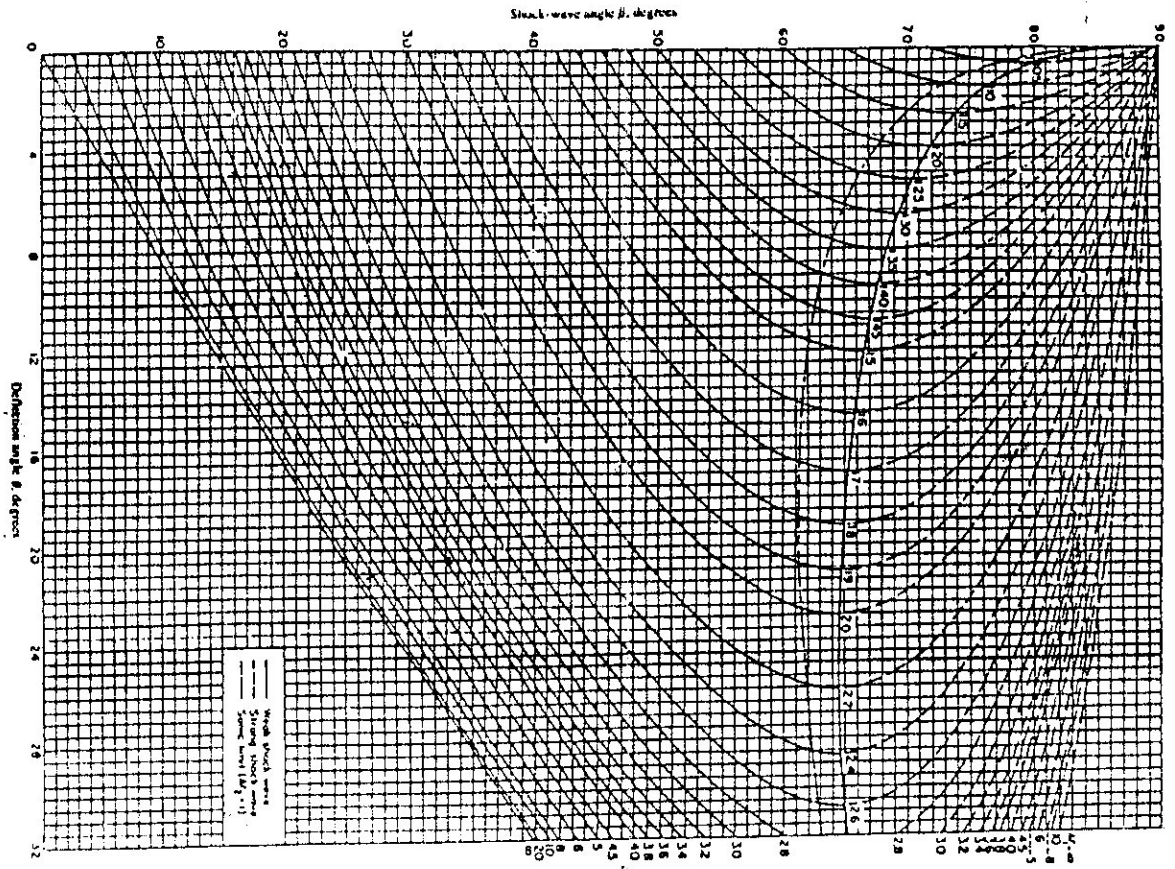
II- r-1) pour $M_0 > \sqrt{2}$, cette pente augmente et tend vers l'angle de Mach quand M_0 devient infini.

- pour M_0 croissant, le sommet $\left(\frac{P}{P_0}\right)_{\max}$ - ou $\left(\text{Log } \frac{P}{P_0}\right)_{\max}$ - s'élève indéfiniment.

En effet, dans de nombreux problèmes de fluide parfait, on est amené à construire des écoulements dont l'existence n'est possible que s'ils respectent des règles de compatibilité. L'une de ces règles est l'égalité des directions et des pressions de part et d'autre d'une frontière fluide.

Or, cette condition se traduit très simplement dans le plan [pression, déviation] par la coïncidence des points images des écoulements en question.

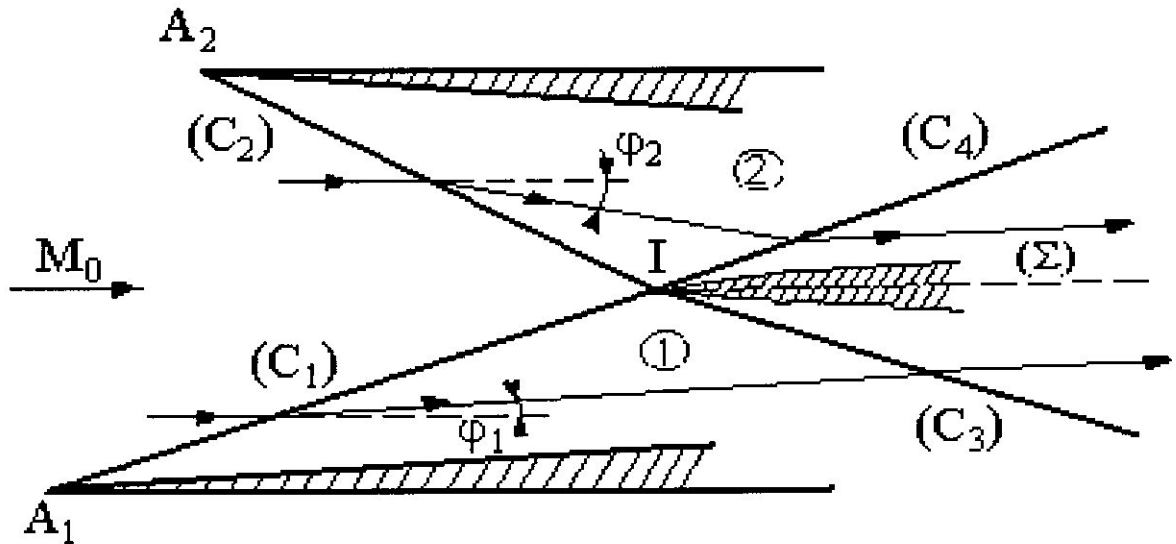
Même si, en définitive, la détermination quantitative des écoulements est obtenue par un traitement numérique des équations du mouvement - incluant celles du choc - la considération préalable des polaires apporte une aide précieuse à la recherche de la solution ainsi qu'à l'interprétation des résultats obtenus. Il en est d'ailleurs de même pour la compréhension rationnelle des observations expérimentales.



(Fig.II-8) --Relation entre M_1 , β , et θ pour onde de choc oblique

II-3-3) Problème d'interférence des ondes choc obliques :

Considérons la situation représentée schématiquement où un écoulement supersonique uniforme (nombre de Mach M_0 , pression p_0) subit en A_1 et A_2 deux déviations de signes opposées φ_1 et φ_2 . Il en résulte deux ondes de choc – l'une montante (C_1), l'autre descendante (C_2) – qui se croisent au point I.



(Fig.II-9) – Interférence des ondes de choc.
Plan physique.

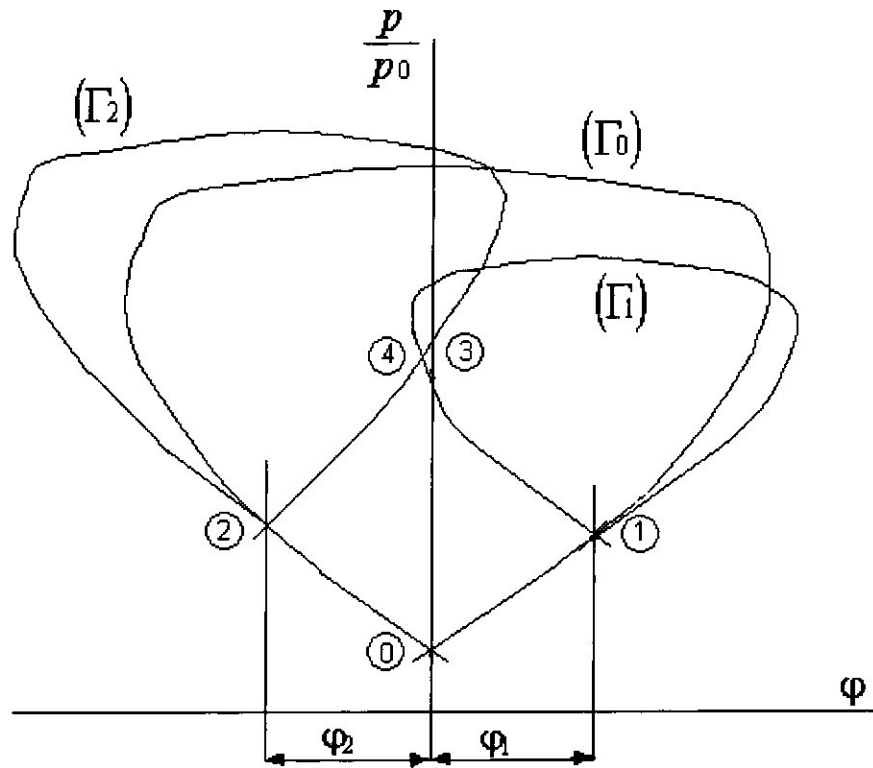
Le problème qui se pose est de déterminer les écoulements résultant de cette intersection. Pour cela, nous considérons la situation dans le plan des polaires de

choc $\left[\varphi, \frac{p}{p_0} \right]$.

Les points 1 et 2 de ce plan correspondant aux (ou image des) écoulements en aval des chocs (C_1) et (C_2) sont définis sur la polaire (Γ_0) par les directions φ_1 et φ_2 (voire le figure ci-dessous).

Il est clair que les états 1 et 2 ne sont pas compatibles, puisqu'à la fois les directions des vecteurs vitesse φ_1 et φ_2 ainsi que les pressions p_1 et p_2 sont différentes (les pressions ne sont égales que si les déflexions sont les mêmes en valeur absolue).

Les chocs incidents (C_1) et (C_2) doivent donc être prolongés par des chocs (C_3) et (C_4) qui redressent les écoulements 1 et 2 de manière à ce qu'ils prennent une direction commune $\varphi_3 = \varphi_4$. En même temps, les pressions passent respectivement de p_1 à p_3 et de p_2 à p_4 , la condition de compatibilité : $p_3 = p_4$ devant être assurée.



(Fig.II-10) – Interférence des ondes de choc.
Plan d' hodographe.

La double condition $\varphi_3 = \varphi_4$, $p_3 = p_4$ est satisfaite au point d'intersection des polaires (Γ_1) et (Γ_2) représentant les chocs (C_3) et (C_4) . Ainsi, les écoulements 3 et 4 du plan physique ont pour images les deux points confondus 3 et 4 dans le plan des polaires de choc.

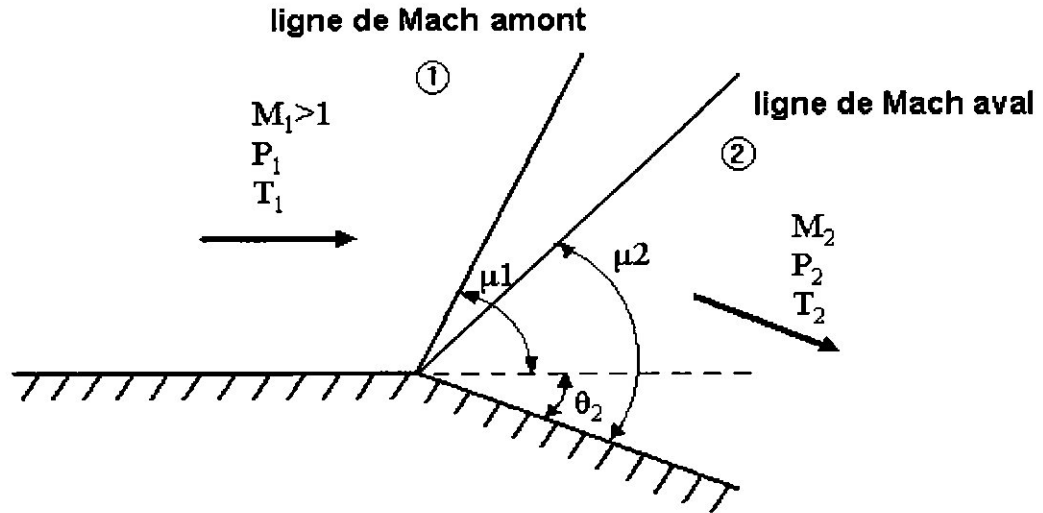
La construction des polaires montre que généralement deux solutions sont possibles ; en fait seule la solution correspondant aux chocs les plus faibles est stable.

En aval de I, la solution est donc constituée des écoulements 3 et 4, séparés par une ligne de glissement (Σ) issue du point d'intersection I.

II-3-4) Ondes de détente de Prandtl Meyer :

De même qu'il y a une augmentation de pression discontinue à travers un choc, un écoulement supersonique est aussi caractérisé par une onde de détente qui est une région de détente continue d'ondes de Mach, chaque onde de Mach formant un angle μ avec la direction de l'écoulement amont. La zone de détente est limitée par l'angle de Mach amont μ_1 et l'angle de Mach aval μ_2 .

Comme la détente est une succession continue d'onde de Mach, l'écoulement est isentropique. Les ondes de détente ont été étudiées par Ludwig Prandtl et son étudiant Théodore Meyer en 1907-1908.



(Fig.II-11) –Détente de Prandtl-Meyer

On a donc $\sin \mu_1 = \frac{1}{M_1}$; $\sin \mu_2 = \frac{1}{M_2}$

Entre ces ondes de Mach le changement de direction est progressif, il est provoqué par toute une série de fines ondes obliques en éventail.

La transformation est isentropique. Comme il y a détente alors $p_2 < p_1$, $T_2 = T_1$, $M_2 > M_1$, $\mu_2 < \mu_1$.

On a la fonction de Prandtl-Meyer suivante :

$$\nu(M) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctan \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}(M^2-1)} - \arctan \sqrt{M^2-1} \dots\dots\dots(\text{II-35})$$

D'où l'angle de déviation : $\theta_2 = \nu(M_2) - \nu(M_1) \dots\dots\dots(\text{II-36})$

Les rapports des températures et des pressions sont :

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} ; \frac{p_1}{p_2} = \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \dots\dots\dots(\text{II-37})$$

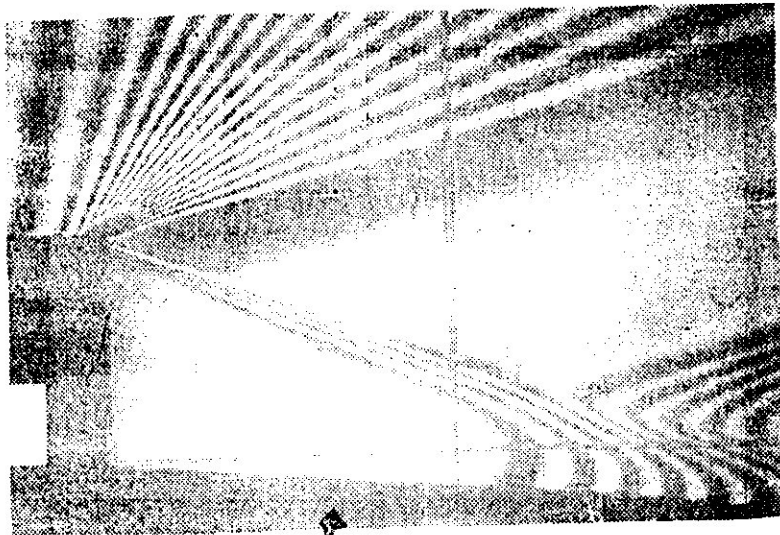
Chaptire III

Méthodes De Calcul Des Ecoulements De Culot

III-1) Principe de l'approche multi composants :

Avant d'aborder le problème complexe de la confluence en aval d'un arrière-corps propulsif, nous allons étudier le cas de base du recollement turbulent en aval d'une discontinuité de paroi ou marche. Pour simplifier, nous supposons l'écoulement supersonique plane.

Les visualisations de la figure (III-1) montrent que l'écoulement supersonique abordant une marche est d'abord soumis à une détente centrée à l'arête D de la marche. En aval de D, il se trouve ainsi dévié en direction de la paroi qu'il percute au voisinage d'un point de recollement R. Dans la région d'impact, l'écoulement se redresse, la déflexion s'accompagnant de la formation d'ondes de compression, particulièrement bien visibles sur l'interférogramme. Ces ondes, convergentes, vont constituer le choc de recollement en se focalisant à une certaine distance de la paroi en un point situé en dehors du champ des visualisations. En aval de R, l'écoulement est à nouveau parallèle à la paroi.



(Fig.III-1) - Visualisation du recollement en aval d'une marche en supersonique (1)

On observera aussi la couche de mélange se développant depuis le point de décollement D. Cette couche – fortement dissipative – assure une transition continue des grandeurs (vitesse, masse spécifique, température, etc ...) entre le champ externe supersonique et la zone d'eau-morte au contact de la marche.

La pression p , divisée par p_0 , est portée en fonction de la distance X depuis la marche, normalisée par la hauteur h de cette dernière.

La répartition $\frac{p}{p_0} = f\left(\frac{X}{h}\right)$ présente en D. Ensuite, la pression demeure pratiquement constante au niveau p_c dans l'eau-morte. Plus en aval, lors du recollement, la pression se met à croître de manière continue, d'abord

III-1-1) Le mélange turbulent isobare :

σ : appelé paramètre de mélange turbulent, est une constante valant sensiblement 12 en incompressible qui doit être demandée à l'expérience.

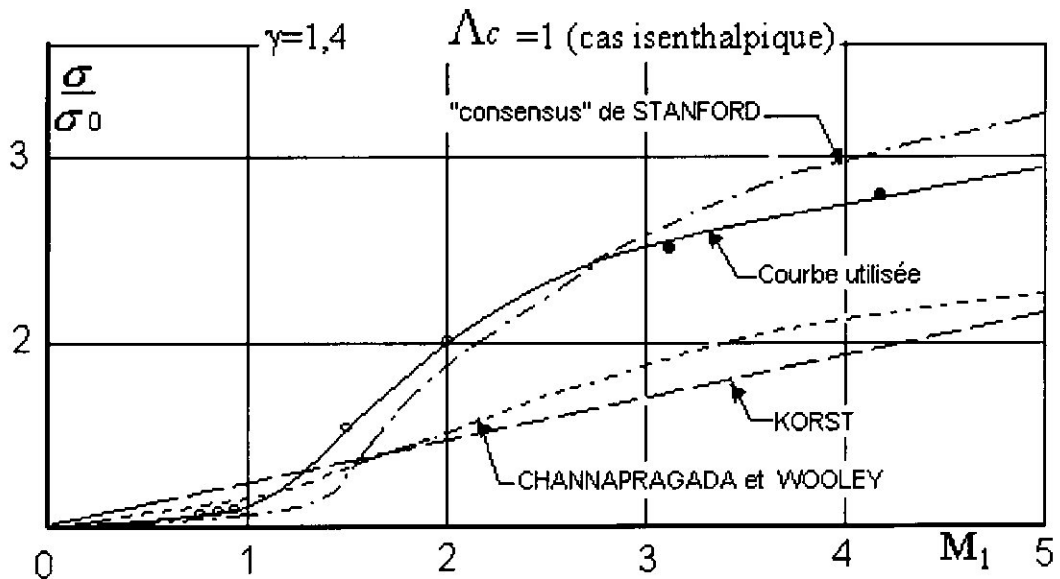
Pour un écoulement compressible on :

- pour : $1 \leq M_1 \leq 2$: $\sigma = 1,98 + 10,98 M_1$ (III-1)

- pour : $3 \leq M_1 \leq 5$: $\sigma = 26,4 + 2,52 M_1 - \frac{15}{M_1}$ (III-2)

La figure montre différentes lois proposées pour représenter l'effet du nombre de Mach sur σ , dans le cas de l'air ($\gamma=1,4$) et pour un écoulement isenthalpique

($\Lambda_c = \frac{T_c}{T_{t1}} = 1$). Ici, σ est rapporté à sa valeur σ_0 en incompressible qui est égale à 12.



(Fig.III-4) -Paramètre de mélange turbulent.(1)

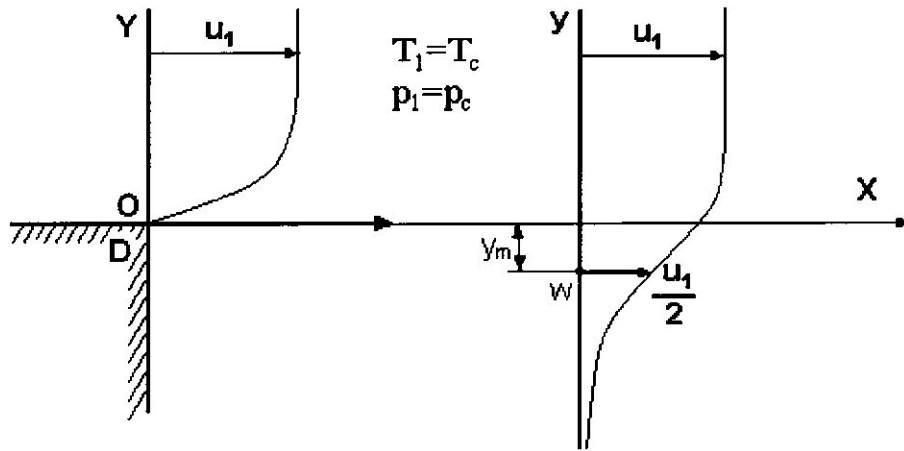
Le mélange turbulent isobare à la pression p_1 , se développant depuis D.

En définitive, le profil de vitesse réduite ϕ est donnée par l'expression suivante, valable en l'absence de la couche limite initiale (fluide parfait).

$$\frac{U}{U_1} \equiv \phi = \frac{1}{2}(1 + erf \eta) \quad \text{Où : } erf \eta = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta e^{-B^2} dB \quad \dots\dots\dots(III-3)$$

Dans cette expression, η est une variable de similitude définie par :

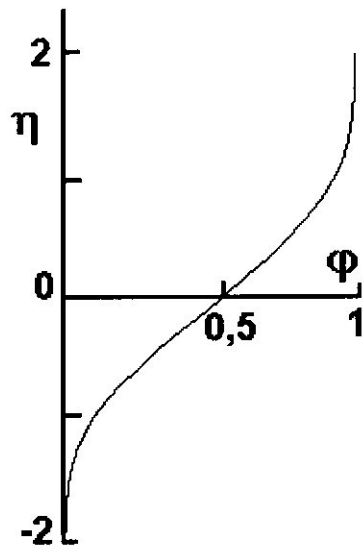
$$\eta = \sigma \frac{y}{x} \quad \dots\dots\dots(III-4)$$



(Fig.III-5) Système d'axes pour la représentation de la Zone de mélange(1)

La vitesse réduite $\varphi = \frac{u}{u_1}$ est invariante sur des droites passant par l'origine 0 puisque, le long de telles droites, η garde une valeur constante.

La figure ci-dessous montre le profil $\varphi = \varphi(\eta)$. On constate que $\varphi \cong 0$ pour $\eta = -2$ et $\varphi \cong 1$ pour $\eta = +2$.



(Fig.III-6) -Profil de vitesse réduit dans la zone de mélange(1)

L'épaisseur physique b de la couche de mélange peut être définie comme étant égale à la différence entre les deux ordonnées $y_{0,998}$ et $y_{0,002}$ pour les quelles la vitesse φ prend, respectivement, les valeur $\varphi = 0,998$ et $\varphi = 0,002$. En conséquence :

$$b = y_{0,998} - y_{0,002} = \frac{x}{\sigma} (\eta_{0,998} - \eta_{0,002}) \cong 4 \frac{x}{\sigma} \dots\dots\dots(III-5)$$

L'épaisseur de la couche de mélange est inversement proportionnelle à σ . Le paramètre de mélange σ caractérise ainsi le taux d'épanouissement du mélange :

Plus σ est grand, plus lent est l'élargissement de la zone de mélange.

La relation qui donne le profil de vitesse dans le système wxy où par convention $\varphi = 0,5$ en $y = 0$, ce profil n'est donc pas localisé dans le plan physique. Pour le situer, il faut à chaque abscisse x déterminer le calage y_m de l'origine w relativement au repère OXY (voir Fig.III-5), avec η_m est l'ordonnée réduite de l'origine du système d'axe wxy .

$$\eta_m = \sigma \frac{y_m}{x} \dots\dots\dots(III-6)$$

III-1-2) Représentation de l'effet de couche limite initiale :

Korst a donnée la solution générale du mélange isobare turbulent avec couche limite initiale non nulle.

Le mélange avec couche limite en (D) ou (O) est supposé se développer comme un mélange sans couche limite dont l'origine fictive serait un point Ω situé en amont de D (voir Fig.III-7).

Le décalage $\overline{D\Omega} \equiv X_0 = \sigma \frac{\theta_D}{I_2} \dots\dots\dots(III-7)$

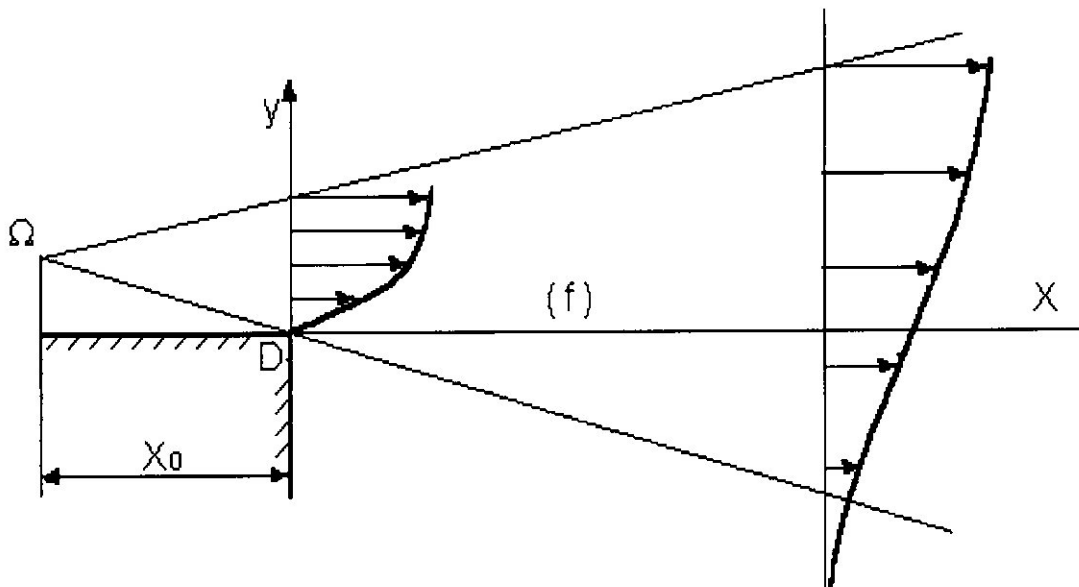
θ_D : L'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite en D.

I_2 : Le tableau de la page donne les valeurs de I_2 en fonction de nombre de Mach M_1 pour l'air ($\gamma = 1.4$) et dans des conditions isenthalpiques $T_c = T_{t1}$

La relation de Nash permettant de calculer l'effet d'une variation brusque de pression sur une couche limite.

$$\frac{\rho_1 u_1 \theta_1}{\rho_0 u_0 \theta_0} = \frac{M_0^2}{M_1^2} \dots\dots\dots(III-8)$$

Où ρ, u et M sont relatifs aux écoulements de fluide parfait extérieur à la couche limite.



(Fig.III-7) – Origine fictive de la zone de mélange.(1)

III-1-3) Représentation de l'effet de révolution :

Les résultats précédents ont été établis pour un écoulement bidimensionnel plan et en supposant que la frontière isobare (f) est rectiligne. De telles conditions ne correspondent généralement pas à des situations pratiques où, pour un missile par exemple, les écoulements sont de révolution.

L'effet de révolution est entièrement pris en compte par son incidence sur le paramètre de mélange σ .

La relation suivante entre σ en écoulement de révolution et σ dans le cas plan peut être établie.

$$\frac{\sigma_{rév}}{\sigma_{plan}} = \frac{1}{F} \dots\dots\dots(III-9)$$

Où F est un facteur de géométrie définie par :

$$F = \int_0^L \frac{r(x)}{r_R} \frac{ds}{L} \dots\dots\dots(III-10)$$

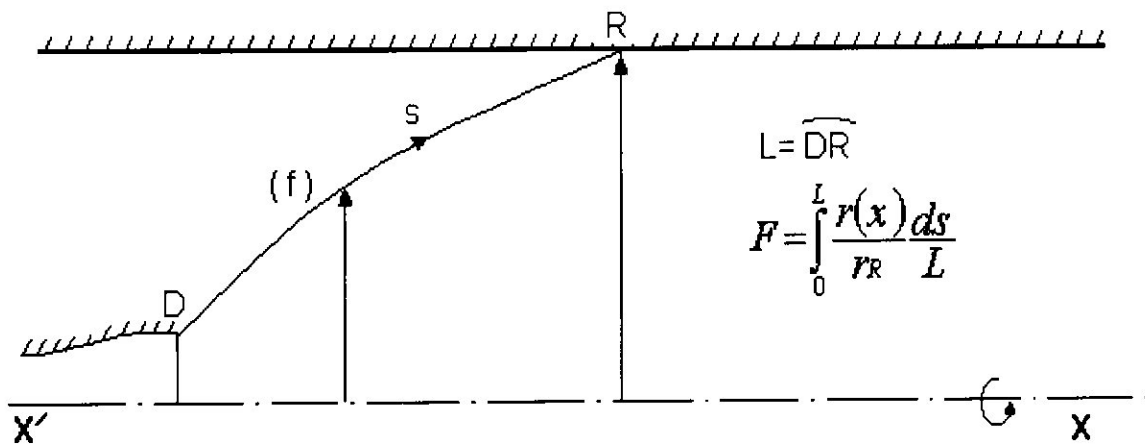
L'intégrale est calculé le long de la frontière isobare (f).

L : désigne la longueur de (f) comprise entre le point décollement D et le point R où (f) percute la paroi de recollement.

s : est la distance locale à l'axe de révolution (voire Fig.III-11)

Si la frontière isobare (f) est rectiligne (cas d'une surface de jet conique) :

$$r(x) = r(s) = r_D + s \sin\theta \dots\dots\dots(III-11)$$



(Fig.III-8) –Facteur de révolution.(1)

$$\Rightarrow F = \int_0^L \frac{r_D + s \cdot \sin\theta}{r_R \cdot L} \cdot ds$$

$$\Rightarrow F = \left[\frac{s}{L \cdot r_R} \left(r_D + \frac{s}{2} \sin\theta \right) \right]_0^L$$

$$\Rightarrow F = \frac{1}{r_R} \left(r_D + \frac{r_R - r_D}{2} \right)$$

$$\Rightarrow F = \frac{r_D + r_R}{2 \cdot r_R} \dots\dots\dots(III-12)$$

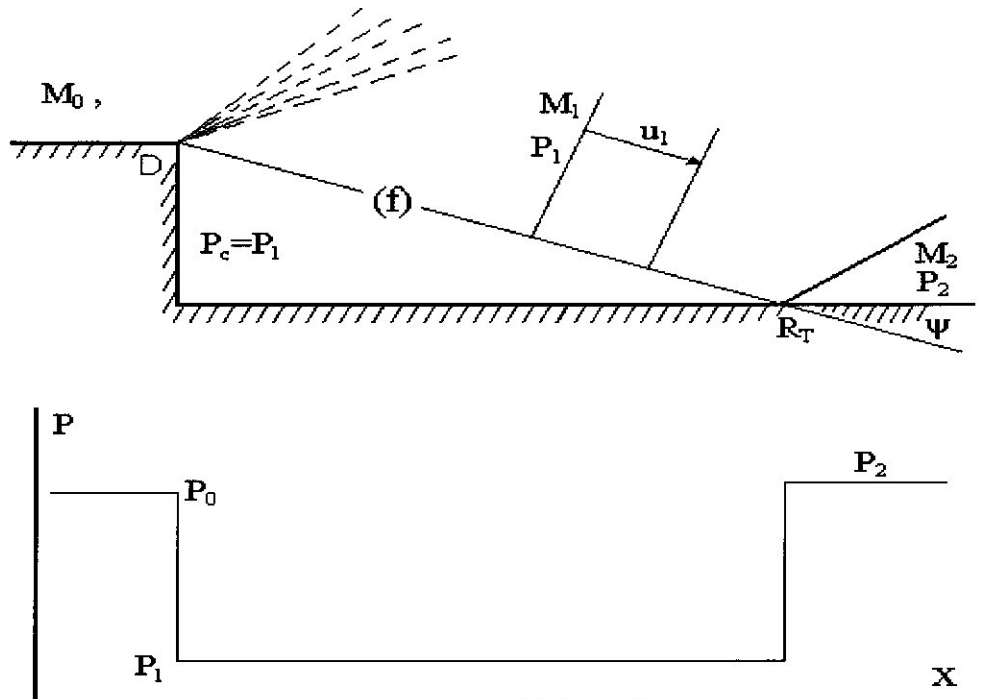
donc $\frac{\sigma_{rév}}{\sigma_{plan}} = \frac{2 \cdot r_R}{r_D + r_R} \dots\dots\dots(III-13)$

Cette relation peut aussi être appliquée si la courbure de (f) est faible.

III-2) Critère angulaire de recollement :

III-2-1) Formulation générale et loi de base :

Le critère angulaire de recollement c'est une approche qui définit l'angle de recollement ψ comme la déviation subie par l'écoulement décollé de fluide parfait quand il reprend contact avec la paroi (voir la figure (III-9)). C'est donc l'angle que fait avec la paroi de recollement la frontière isobare (f) au niveau de son point d'impact R_T avec cette paroi.



(Fig.III-9) -Recollement en aval d'une marche. Schéma en fluide Parfait et angle de recollement.(1)

Le problème est de rechercher une loi exprimant ψ en fonction des paramètres susceptibles d'influer sur le recollement. Le critère utilisé est basé sur l'idée que le recollement est entièrement déterminé par l'état de la couche de mélange au moment où commence le processus de recollement. Cet état est priori caractérisé par :

- le nombre de Mach M_1 de l'écoulement supersonique décollé,
- la nature de fluide (essentiellement son γ),
- la pression génératrice p_{tl} sur la ligne limite (l), c'est-à-dire sur la ligne de courant stagnant au point de recollement R,
- la géométrie de l'écoulement, dans le cas où il est de révolution, caractérisée symboliquement par \mathbf{R} .

Or, étant donné que p_{tl} est fonction du nombre de Mach M_1 et de la vitesse u_1 sur la ligne limite – ou, ce qui équivalent de φ_1 – nous pouvons écrire :

$$\psi = \psi (M_1 , \gamma , \mathbf{R} , \varphi_1)$$

Mais, φ_1 est une fonction de M_1 , Cq et également de l'état thermique de la zone de mélange caractérisé par le rapport $\Lambda_c = \frac{T_c}{T_{t1}}$ intervenant dans la détermination du

profil de masse spécifique $\mathfrak{R} = \frac{\rho}{\rho^*}$, donc :

$$\psi = \psi (M_1 , \gamma , \mathbf{R} , \Lambda_c , Cq) \dots \dots \dots (III-14)$$

Etant donné que Cq est un coefficient petit – de l'ordre de quelques millièmes – la relation de ψ est souvent utilisée sous la forme linéarisée suivante :

$$\psi = \bar{\psi}(M_1, \gamma, R, \Lambda_c) + \psi'(M_1, \gamma, \Lambda_c) \cdot Cq \dots \dots \dots (III-15)$$

Où ψ' représente la dérivée partielle : $\frac{\partial \psi}{\partial Cq}$ (qui ne dépend pas du facteur géométrique \mathbf{R}).

Dans le cas d'un écoulement plan ($\mathbf{R} \equiv 0$) et pour de l'air dans des conditions isenthalpiques ($\gamma=1,4; \Lambda_c=1$), nous écrivons plus simplement :

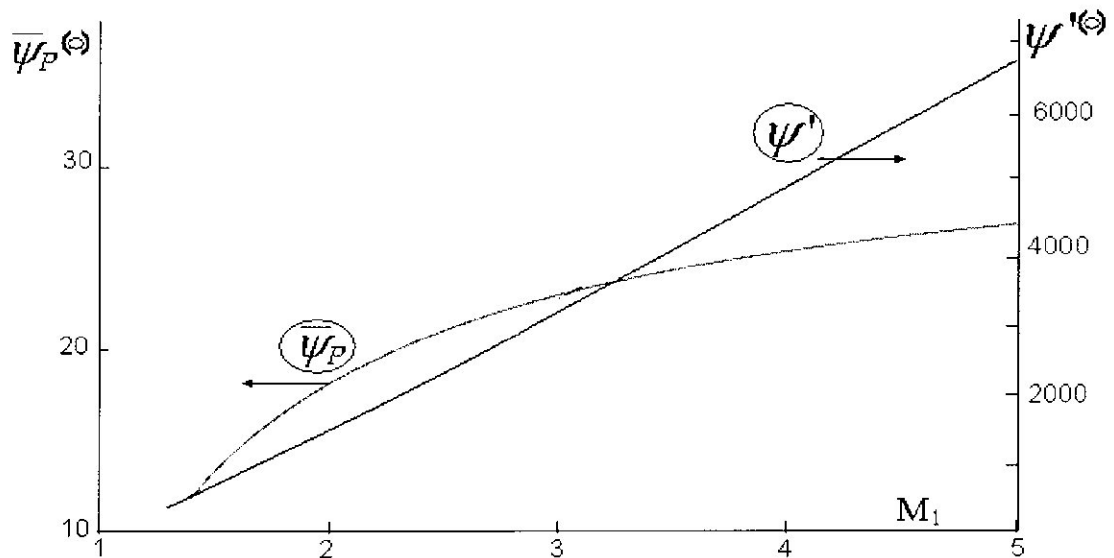
$$\psi = \bar{\psi}_P(M_1) + \psi'(M_1) \cdot Cq \dots \dots \dots (III-16)$$

où l'indice P rappelle qu'il s'agit d'un écoulement plan.

Les fonctions $\bar{\psi}_P(M_1)$ et $\psi'(M_1)$ sont données en fonction du nombre de Mach M_1 par un tableau et sont représentées sous forme graphique Fig ci-dessus.

Pour les applications sur ordinateur, voir (fig.III-10)il peut être commode d'utiliser la représentation analytique suivante de $\bar{\psi}_P$:

$$\bar{\psi}_P(M_1) = 32,60 - \frac{29,20}{M_1} \quad (\bar{\psi}_P(M_1) \text{ est exprimé en } ^\circ) \dots \dots \dots (III-17)$$



(Fig.III-10) -Loi angulaire de recollement dans le cas de base.(1)

C_q : coefficient d'injection généralisé ; $C_q = \frac{q_{mc}}{\rho_1 u_1 L b} - \frac{i_{mc}}{\rho_1 u_1^2 L b} + \frac{\theta_1}{L + x_0}$ (III-18)

$\overline{q_m}$:débit masse unitaire injecté au culot par unité d'envergure.

$\overline{i_m}$: le débit de quantité de mouvement par unité d'envergure apporté par injection. $\overline{i_m} = \overline{q_m} \cdot u_1$(III-19)

L: la longueur d'échange entre l'eau morte et l'écoulement.

III-2-1-1)Prise en compte l'effet de révolution sur le critère de recollement :

L'influence de facteurs géométriques, thermodynamiques, etc...agissant sur $\overline{\psi}$ est représentée sous forme de termes correctifs s'ajoutant à la loi de base $\overline{\psi}_p$ qui sera écrite sous la forme :

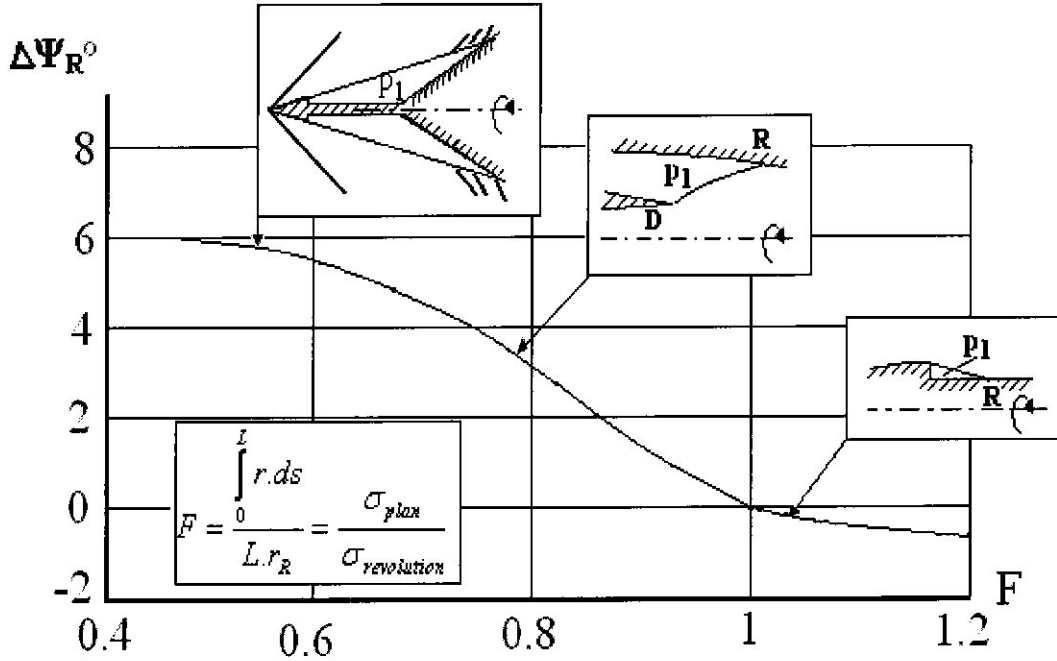
$\overline{\psi} = \overline{\psi}(M_1, \gamma, \mathfrak{R}, \Lambda_c) = \overline{\psi}_p(M_1; 1,4; 0,1) + \Delta\psi_R(M_1; 1,4; \mathfrak{R}, 1) + \Delta\psi_K(M_1; \gamma; 0, \Lambda_c) \dots$ (III-20)

L'effet de révolution représenté jusqu'ici symboliquement par \mathfrak{R} peut être caractérisé au moyen du facteur de révolution F, introduit précédemment. Le terme correctif $\Delta\psi_R$ lié à cet effet est évalué en se plaçant dans le cas de l'air ($\gamma=1.4$) et pour un écoulement isenthalpique ($\Lambda_c = 1$) . En fait, l'expérience montre que $\Delta\psi_R$ est indépendant du nombre de Mach M_1 . la figure (III-11) montre l'évolution de $\Delta\psi_R$ en fonction de F pour différents types d'écoulements de révolution. On constate que l'angle $\overline{\psi}$ augmente quand le point de recollement est plus éloigné de l'axe que le point de décollement, la tendance inverse étant observée dans le cas contraire.

La corrélation purement expérimentale de la figure (III-11) peut être représenté par les formules suivantes, donnant $\Delta\Psi_R$ en $^\circ$:

- pour $F \geq 0,6$: $\Delta\Psi_R = 68,75 F^3 - 175 F^2 + 131,25 F - 25 \dots \dots \dots (III-21)$

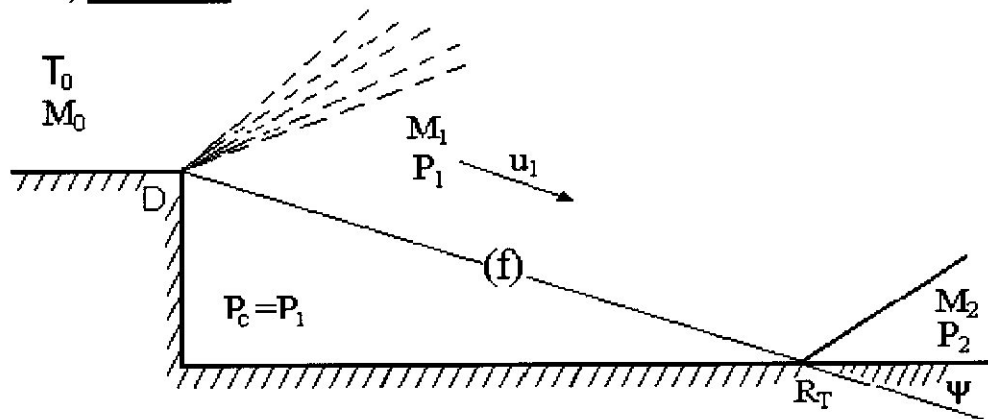
- pour $F < 0,6$: $\Delta\Psi_R = 6,8 - 2 F \dots \dots \dots (III-22)$



(Fig.III-11) -Effet de révolution sur la loi angulaire de recollement (1)

III-2-2) Application :

III-2-2-1) Cas idéal :



(Fig.III-12) -Couche limite initiale nulle -pas d'injection massique dans l'eau morte.(1)

Soit un écoulement plan, supersonique uniforme de nombre de Mach M_0 qui aborde en D un décrochement de paroi de hauteur h . Le fluide est de l'air à température modérée, donc : $\gamma=1,4$.

En D l'écoulement décolle en se détendant jusqu'à une pression p_1 et un nombre de Mach M_1 , puis il recolte sur la paroi aval qui est ici parallèle à la direction amont. La détente en D s'effectue au travers d'un faisceau d'ondes rectilignes issues de D (détente de Prandtl-Meyer).

On se propose de calculer la pression de culot $p_c=p_1$ s'établissant dans la zone décollée isobare.

Pour un écoulement plan, initialement uniforme, la frontière isobare (f) est rectiligne. Sa direction φ relativement à la paroi est donnée par la relation :

$$\varphi = v(M_0) - v(M_1)$$

Où $v(M)$ est la fonction de Prandtl-Meyer.

L'angle de recollement ψ est donc ici simplement : $\psi = |\varphi|$

Etant donné que $Cq=0$, la loi angulaire de recollement impose :

$$\psi = \bar{\psi}_P(M_1) \quad \text{où} \quad \bar{\psi}_P(M_1) = 32,60 - \frac{29,20}{M_1} \dots\dots\dots(\text{III-23})$$

Nous devons donc avoir :

$$\bar{\psi}_P(M_1) = v(M_0) - v(M_1)$$

La solution au problème posé, c'est-à-dire le nombre de Mach M_1 dont on déduit aisément la pression p_1 .

$$\text{Avec : } \frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \dots\dots\dots(\text{III-24})$$

Exemple :

Pour $M_0=1,97$, $v(M_0)=25,25$ et $p_0/p_{t0}=0,1339$

D'où le tableau de calcul :

M_1	2,5	3	3,5
$v(M_1)$	39,12	49,76	58,53
φ	13,57	24,21	32,98
$\bar{\psi}_P$	20,92	22,86	24,36

(Tab.III-1) – exemple de calcul pour une marche dans le cas idéal

La solution est obtenue pour $M_1=2,92$, nombre de Mach auquel correspond :

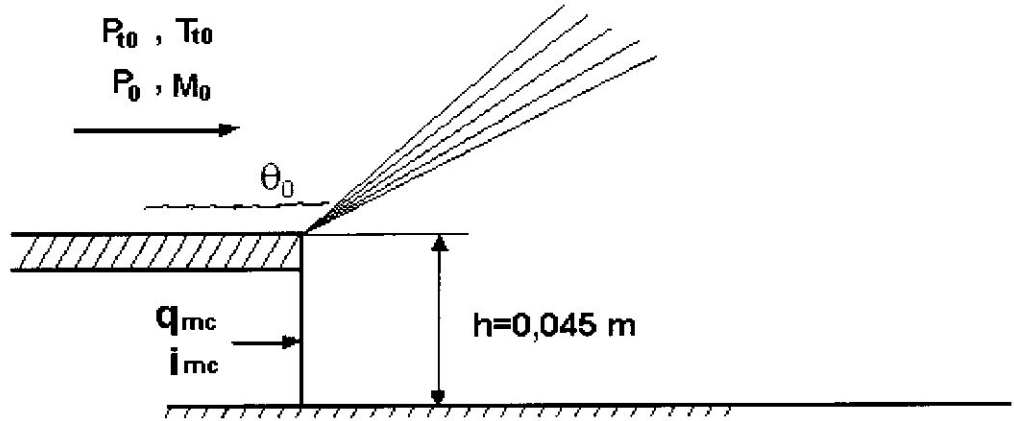
$$p_1/p_{t0}=0,03071.$$

D'où la valeur du rapport :

$$p_1/p_0=0,23$$

III-2-2-2) Cas d'injection de masse :

Considérons la même situation que dans l'application précédente mais maintenant une injection de masse est pratiquée au culot (voir la figure ci-dessous).



(Fig.III-13) -Exemple d'application au cas de recollement avec couche limite initiale et injection de masse.

Rappelons l'expression du coefficient d'injection généralisé C_q , soit :

$$C_q = \frac{q_{mc}}{\rho_1 u_1 L b} - \frac{i_{mc}}{\rho_1 u_1^2 L b} + \frac{\theta_1}{L + x_0} \dots\dots\dots(III-25)$$

Où ; b: désigne l'envergure du dispositif.

v_c : est la vitesse d'injection elle est uniforme, nous avons :

$$i_{mc} = v_c q_{mc}$$

et l'expression de C_q s'écrit alors :

$$C_q = \frac{q_{mc}}{\rho_1 u_1 L b} \left(1 - \frac{v_c}{u_1} \right) + \frac{\theta_1}{L + x_0} \dots\dots\dots(III-26)$$

L'épaisseur de quantité de mouvement θ_1 après détente de p_0 à p_1 se déduit de la valeur amont θ_0 par la relation de Nash qui peut se mettre sous la forme :

$$\theta_1 = \theta_0 \cdot \frac{M_0^2}{M_1^2} \cdot \frac{\Sigma(M_1)}{\Sigma(M_0)} \text{ où } \Sigma(M) \text{ est la fonction } A/A_c \dots\dots\dots(III-27)$$

Le déroulement de calcul est le suivant :

Se donnant une valeur du rapport $\frac{p_1}{p_0}$, on déduit le nombre de Mach M_1 , puis :

$$\frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow M_1 = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right) \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right]} \dots \text{(III-28)}$$

- la déflexion φ en D et l'angle de recollement ψ (comme l'application précédente).

$$\varphi = \psi = \nu(M_1) - \nu(M_0) \dots \text{(III-29)}$$

- La longueur de mélange $L = \overline{DR}_r = \frac{h}{\sin \psi} \dots \text{(III-30)}$

- Les fonctions de M_1 : $\overline{\psi}_p, \psi', \sigma$, etc...

$$\overline{\psi}_p = 32.60 - \frac{29.20}{M_1} \text{ et } \psi' \text{ est calculé par un polynôme de 3}^\circ\text{ème}$$

degrés

$$\frac{T_1}{T_{t1}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)^{-1} \dots \text{(III-31)}$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_{t1}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{-1}{\gamma-1}} \dots \text{(III-32)}$$

L'application de loi angulaire de recollement fourni C_q .

$$Cq = \frac{\psi - \overline{\psi}_p}{\psi'} \dots \text{(III-33)}$$

Le coefficient C_q est d'abord corrigé de l'effet de couche limite initiale, ce qui donne :

$$\overline{Cq} = Cq - \frac{\theta_1}{L + x_0} \dots \text{(III-34)}$$

Il faut ensuite tenir compte de l'effet de quantité de mouvement, ce qui exige l'évaluation de la vitesse d'injection v_c .

Pour effectuer ce calcul, il est supposé que l'injection est uniformément répartie sur une portion de surface A_j du culot. Alors, si ρ_c est la masse spécifique du fluide injecté, nous avons :

$$q_{mc} = \rho_c v_c A_j \dots \text{(III-35)}$$

La relation de \overline{Cq} conduit ainsi à l'équation du second degré suivante pour $\frac{v_c}{u_1}$:

$$\frac{\rho_c}{\rho_1} \cdot \frac{A_j}{Lb} \cdot \frac{v_c}{u_1} \left(1 - \frac{v_c}{u_1} \right) = \overline{Cq} \dots \text{(III-36)}$$

\overline{Cq} : coefficient de l'injection sans tenir compte l'effet de couche limite.

La masse spécifique ρ_c s'évalue très simplement en remarquant que dans l'eau-morte la température T_c est – pour le cas iso-énergétique – égale à la température génératrice T_{i0} de l'écoulement principal, la pression étant p_1 . Dans ces conditions :

$$\rho_c = \frac{p_1}{rT_{i0}} \quad (\text{avec } r = 287 \text{ J/Kg/K pour l'air})$$

$$\text{D'où : } \frac{\rho_c}{\rho_1} = \frac{p_1}{rT_{i0}} \frac{rT_1}{p_1} = \frac{T_1}{T_{i0}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right)} \dots\dots\dots(\text{III-37})$$

$$\text{On a } \overline{Cq} = \frac{\rho_c}{\rho_1} \cdot \frac{A_j}{Lb} \cdot \frac{v_c}{u_1} \cdot \left(1 - \frac{v_c}{u_1}\right) \dots\dots\dots(\text{III-38})$$

$$\text{On pose } x = \frac{v_c}{u_1}, (\text{III-38}) \Rightarrow x^2 - x + Cq \frac{\rho_1 Lb}{\rho_c A_j} = 0 \Rightarrow x^2 - x + Cq \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right) \frac{Lb}{A_j} = 0$$

Ayant calculé $\frac{v_c}{u_1}$, on en déduit le débit massique injecté :

$$C_q^* = \frac{q_{mc}}{\rho_1 u_1 Lb} = \overline{Cq} / \left(1 - \frac{v_c}{u_1}\right) \dots\dots\dots(\text{III-39})$$

C_q^* : coefficient de l'injection sans tenir compte l'effet de quantité de mouvement et l'effet de couche limite.

$$\text{Finalement; } q_{mx} = \rho_1 u_1 Lb C_q^* \dots\dots\dots(\text{III-40}) \text{ avec } u_1 = M_1 \sqrt{\gamma r T_1} \dots\dots(\text{III-41})$$

L'application numérique dans le dernier chapitre est effectuée pour les conditions suivantes:

$$M_0=1,97 \quad p_{i0}=10^5 \text{ Pa} \quad T_{i0}=293 \text{ K} \quad (\gamma=1.4) \quad h=0,045 \text{ m} \quad b=0,1 \text{ m}$$

Le fluide injecté est de l'air dont la température T_c est égale à T_{i0} .

L'injection est supposée répartie uniformément sur toute la surface du culot.

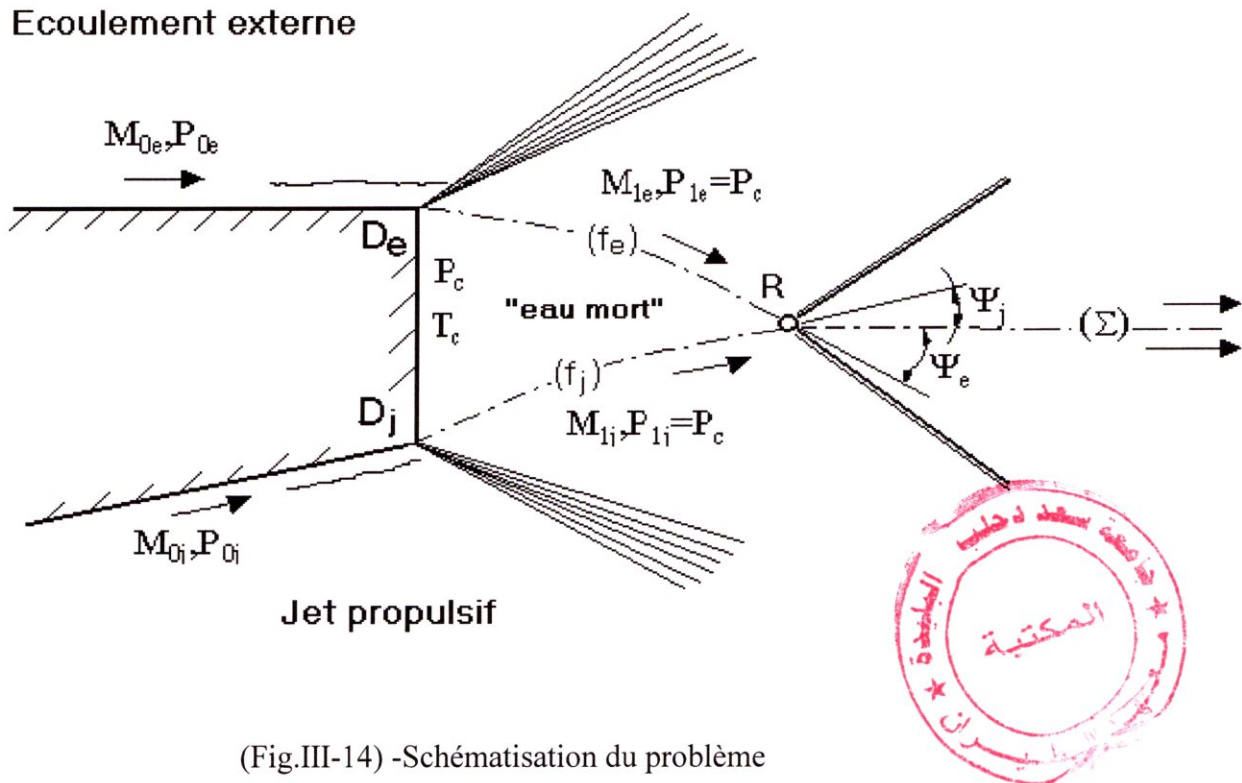
III-3) Principe général de la méthode de calcul des écoulements de culot :

La structure de l'écoulement au culot d'un arrière corps équipé d'une tuyère propulsive, en raison de sa complexité, notre traitement de ce problème avait une simplification poussée des phénomènes réels. Cette schématisation est construite à partir de la solution en fluide parfait.

Ainsi, comme le montre la figure (III-14) l'écoulement de culot représenté de la façon suivante :

La zone d'eau morte, grossièrement limitée par le triangle D_eRD_j , est formée par la confluence des écoulements de fluide parfait. Elle a la même pression p_c que l'écoulement à la sortie la zone eau morte.

Les phénomènes visqueux sont superposés à la structure de fluide parfait dont on sait qu'elle est entièrement déterminée si la pression de culot p_1 est fixée.



(Fig.III-14) -Schématisation du problème

La première étape de la méthode consiste à calculer les parties fluide parfait en considérant la pression de culot p_1 comme provisoirement connue. Ce calcul est généralement effectué en prolongeant le domaine non visqueux jusqu'à la paroi, au niveau des points D_e et D_j . On obtient ainsi les deux frontières isobares (f_e) et (f_j) se rencontrant au point de confluence R . Comme on le sait déjà, en aval de R , les deux écoulements sont séparés par la ligne de glissement (Σ) .

La deuxième étape va consister à introduire les effets visqueux « qui assurent l'unicité de la solution » en appliquant le modèle multi composant traitant le problème du recollement supersonique turbulent sur une paroi matérielle dans le chapitre précédent.

Son extension au cas de l'écoulement de culot repose sur le postulat que tout se passe alors comme si chacun des écoulements décollés recollait sur une paroi matérialisant la direction de confluence commune (Σ) . Cette hypothèse fondamentale est étayée par de nombreuses observations expérimentales.

Dans ces conditions, le modèle théorique s'applique sans difficulté de principe. Nous exposons ici la méthode dans le cas où l'écoulement externe et le jet propulsif ont des températures génératrices identiques (cas iso énergétique) : $T_{te} = T_{tj}$. Alors, l'eau morte se met à la température génératrice commune et le problème ne possède qu'une seule inconnue principale, à savoir la pression de culot p_1 .

Le modèle adopté est représenté sur la figure (III-15) . Les écoulements externe et interne recollent sur la paroi matérielle fictive confondue avec (Σ) en R_e et R_j , respectivement (les points R_e et R_j ne sont pas en général confondus). Le régime étant stationnaire, la relation clé « assurant l'unicité de la solution » consiste à écrire que la somme des débits massiques reçus algébriquement par l'eau-morte est nulle, soit :

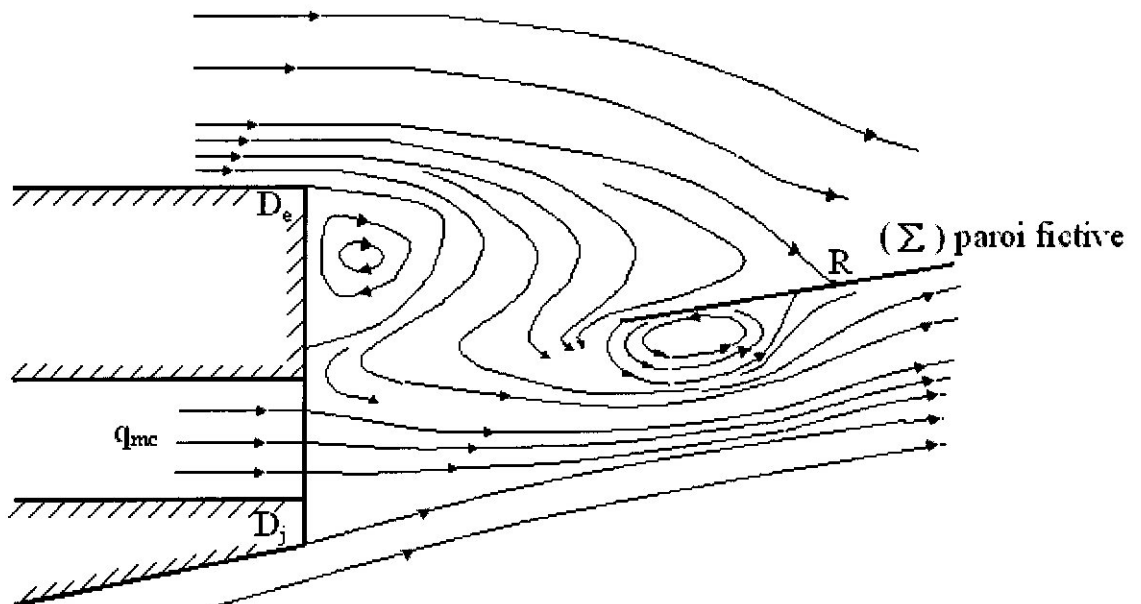
$$q_{mc} + q_{me} + q_{mj} = 0 \dots \dots \dots (III-42)$$

Où :

- q_{mc} est le débit masse injecté au culot (le plus souvent nul),
- q_{me} est le débit masse transféré dans l'eau-morte par l'écoulement extérieur,
- q_{mj} est le débit masse transféré dans l'eau-morte par l'écoulement interne.

Dans le cas de la figure (III-15) q_{mj} en fait extrait de l'eau-morte.

Nous examinerons dans notre étude le cas où les deux écoulements décollent au niveau du culot avec détente isentropique. Nous ne traitons pas celui où il se produit un décollement libre dans un des écoulement (éclatement de ou tuyère fortement surdétendue).



(Fig.III-15) -Schématisation des échanges dans l'eau-morte.(1)

III-3-1) La procédure de résolution :

La procédure de résolution, consistant à itérer sur la pression p_1 , s'organise de la façon suivante :

1 – Une valeur de p_1 étant fixée, les écoulements de fluide parfait décollés sont d'abord calculés en utilisant, par exemple, la méthode des caractéristiques. Ce qui fournit, notamment, les frontières isobares (f_e) et (f_j) . par ailleurs, les nombres de Mach M_{1e} et M_{1j} sur (f_e) et (f_j) , respectivement, s'obtiennent à partir de p_1 et des pressions totales p_{te} et p_{tj} .

2 – Au point de rencontre R de (f_e) et (f_j) , on résout le problème de confluence consistant à déterminer la direction initiale de la ligne de glissement (Σ) juste en aval de R. Ce problème a été discuté dans le chapitre II ou problème d'interférence des ondes choc obliques s'aidant des polaires de choc ou avec la méthode numérique. Il n'est pas nécessaire de poursuivre le calcul de (Σ) au-delà de R, sa direction initiale suffit.

3 – Les angles de recollement ψ_e et ψ_j sont ensuite déterminés comme étant les angles entre les tangentes en R à (Σ) et (f_e) d'une part, et (Σ) et (f_j) d'autre part voir la figure (III-12).

4 – Connaissant les couches limites initiales ainsi que les nombres de Mach M_{1e} et M_{1j} , on en déduit sans difficulté :

les éléments constituant la loi angulaire de recollement, soit :

* Les épaisseurs de quantité de mouvement θ_{1e} et θ_{1j} des couches limites en D_e et D_j après détente de p_{0e} à p_1 et p_{0j} à p_1 , respectivement .

* D'où les décalages des origines fictives des deux zones de mélange issues respectivement de D_e et D_j , soit :

$$x_{0e} = \sigma_{1e} \cdot \frac{\theta_{1e}}{I_2(M_{1e})} \text{ et } x_{0j} = \sigma_{1j} \cdot \frac{\theta_{1j}}{I_2(M_{1j})} \dots\dots\dots(\text{III-43})$$

* les éléments constituant la loi angulaire de recollement, soit :

$$\left(\overline{\psi_p}\right)_e, \quad \psi'_e$$

$$\left(\overline{\psi_p}\right)_j, \quad \psi'_j$$

5 – L'application de la loi de recollement aux deux écoulements conduit aux équations suivantes fournissant Cq_e et Cq_j :

$$\psi_e = \overline{\psi}(M_{1e}) + \psi'(M_{1e}) \cdot Cq_e \dots\dots\dots(\text{III-44})$$

$$\psi_j = \overline{\psi}(M_{1j}) + \psi'(M_{1j}) \cdot Cq_j \dots\dots\dots(\text{III-45})$$

6 – Les débits massiques unitaires apportés algébriquement dans l'eau-morte par chacun des écoulements sont ensuite calculés, à partir de la définition du coefficient d'injection généralisé C_q :

$$\bar{q}_{me} = \rho_{1e} \cdot u_{1e} \cdot L_e \cdot \left(C q_e - \frac{\theta_{1e}}{L_e + x_{0e}} \right) \dots\dots\dots(\text{III-46})$$


$$\bar{q}_{mj} = \rho_{1j} \cdot u_{1j} \cdot L_j \cdot \left(C q_j - \frac{\theta_{1j}}{L_j + x_{0j}} \right) \dots\dots\dots(\text{III-47})$$

Dans ces expressions, $L_e = \overline{D_e R}$ et $L_j = \overline{D_j R}$ désignent les longueurs d'échange entre l'eau-morte et les deux écoulement.

7- Le débit unitaire total transféré dans l'eau morte par voie de mélange le long de $D_e R$ et $D_j R$ est donc :

$$\bar{q}_{mc} = \bar{q}_{me} + \bar{q}_{mj} \dots\dots\dots(\text{III-48})$$

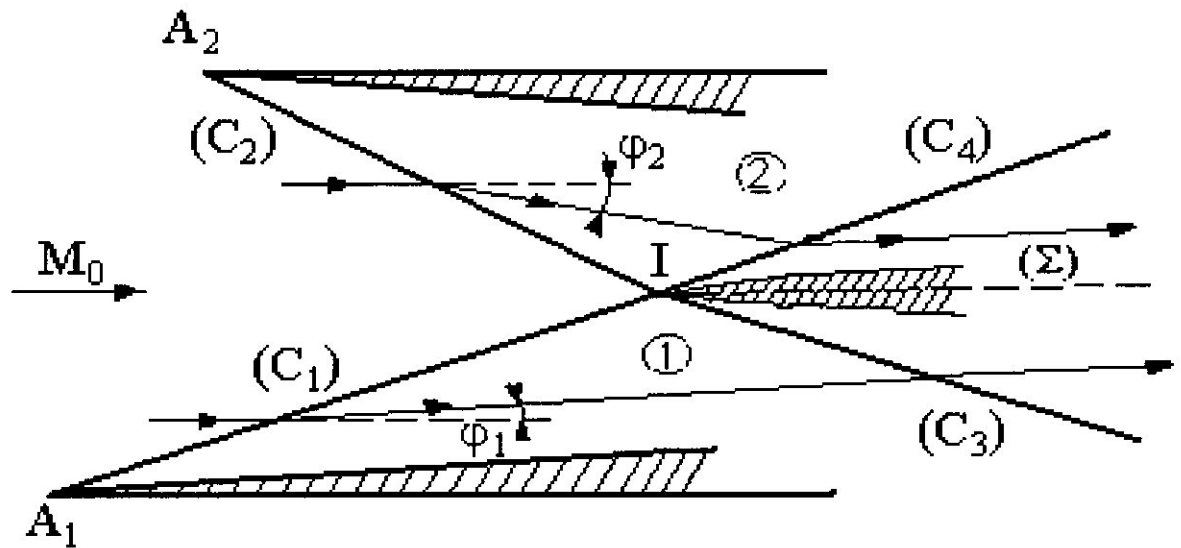
Pour obtenir le débit massique vrai (en kg/s), le résultat précédent doit multiplié par l'envergure b . Pour un écoulement de révolution b est définie comme : $b=2\pi \cdot r_R$ où r_R est la distance à l'axe au point de confluence R .



Chapitre VI

Résultats Et Discussions

IV-1) -Résolution d'un problème d'interférence :



(Fig.IV-1) -Interférence des ondes de choc.
Plan physique.

Les données du problème sont :

$$M_0=2,5 \quad , \quad p_0=100\text{Pa} \quad , \quad \varphi_1=5^\circ \quad , \quad \varphi_2=-15^\circ$$

On veut déterminer les caractéristiques finales après l'interférence

IV-1-1) -La résolution par la méthode graphique :

On représente graphiquement la polaire (Γ_0) .

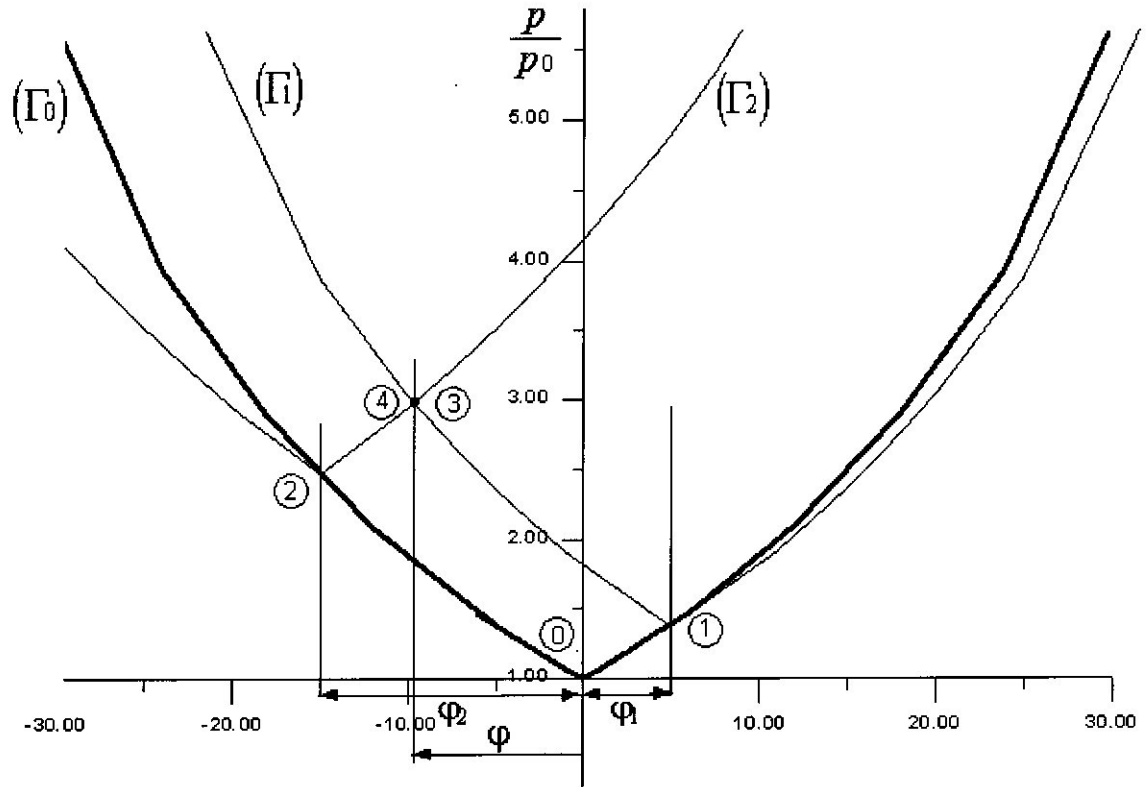
*Choc (C_1) : $M_0=2,5$, $\varphi_1=5^\circ \Rightarrow M_1= 2.29$, $p_1/p_0=1.38$

On représente graphiquement la polaire (Γ_1) et le point (1) $(\varphi_1, p_1/p_0)$.

*Choc (C_2) : $M_0=2,5$, $\varphi_2=-15^\circ \Rightarrow M_2= 1.87$, $p_2/p_0=2.46$

On représente graphiquement la polaire (Γ_2) et le point (2) $(\varphi_2, p_2/p_0)$.

On détermine le point (3) qui est confondu sur le point (4) par l'intersection des polaires (Γ_1) et (Γ_2) ses coordonnées est $(-9.5^\circ, 3,10)$ c-a-d que la direction finale est $\varphi=-9.5$ et le rapport des pressions aval sur pression amont $p_3/p_0=p_4/p_0=3,10$. voir la figure ci-dessous



(Fig.IV-2) –Application d’interférence des ondes de choc.

IV-1-2) –La résolution par la méthode numérique :

On calcule en aval des chocs (C₁) et (C₂) les directions φ₁ et φ₂ et les nombres de Mach M₁, M₂ avec le programme qui donne les caractéristiques de l’écoulement après choc.

Donc φ₁, φ₂, M₁ et M₂ sont connues .

Equation du choc (C₃) :

$$\frac{p_3}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_1^2 \sin^2 \sigma_3 - 1) \dots\dots\dots(IV-1)$$

$$\text{tg } \phi_3 = \frac{2.(M_1^2 \sin^2 \sigma_3 - 1)}{\text{tg } \sigma_3 [M_1^2 (\gamma + \cos 2\sigma_3) + 2]} \dots\dots\dots(IV-2)$$

Equation du choc (C₄) :

$$\frac{p_4}{p_2} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_2^2 \sin^2 \sigma_4 - 1) \dots\dots\dots(IV-3)$$

$$tg \varphi_4 = \frac{2.(M_2^2 \sin^2 \sigma_4 - 1)}{tg \sigma_4 [M_2^2 (\gamma + \cos 2\sigma_4) + 2]} \dots\dots\dots(IV-4)$$

après les chocs (C₃) et (C₄), l'écoulement aval aura une direction finale φ ; on a alors les relations suivantes :

$$\varphi_3 = \varphi_1 - \varphi \quad \text{et} \quad \varphi_4 = \varphi_2 - \varphi \quad (\text{avec } \varphi_1 > 0 \text{ et } \varphi_2 < 0)$$

les pression avals $p_3 = p_4 \Rightarrow \sin \sigma_4 = \frac{-1}{M_2} \sqrt{\frac{p_1}{p_2} M_1^2 \sin^2 \sigma_3 + Q} \dots\dots\dots(IV-5)$

Avec $Q = \frac{1-\gamma}{2\gamma} \left[\frac{p_1}{p_2} - 1 \right] \dots\dots\dots(IV-6)$

$$\varphi_3 = \varphi - \varphi_1$$

$$\varphi_4 = \varphi - \varphi_2 \Rightarrow \varphi_4 = \varphi_3 + \varphi_1 - \varphi_2$$

On va substituer φ₄ et sin σ₄ avec sa formule dans l'équation (IV-4) :

Donc

$$tg(\varphi_3 + \varphi_1 - \varphi_2) = \left[\frac{2 \left[M_1^2 \frac{p_1}{p_2} \sin^2 \sigma_3 + Q - 1 \right] \sqrt{1 - M_1^2 \frac{p_1}{p_2} \sin^2 \sigma_3 + Q}}{-\sqrt{M_1^2 \frac{p_1}{p_2} \sin^2 \sigma_3 + Q} \left[M_2^2 (\gamma + 1) - 2 \left(M_1^2 \frac{p_1}{p_2} \sin \sigma_3 + Q + 2 \right) \right]} \right] \dots\dots(IV-7)$$

Le procédure de calcul numérique est de choisir une valeur approchée de σ₃ qui implique une valeur de φ₃ bien déterminer pour que l'équation (IV-7) soit vérifiée, dans notre programme d'interférence de deux ondes de choc oblique on a résolu l'équation avec la méthode de dichotomie.

Application:

$$M_0 = 2,5 \quad , \quad p_0 = 100 \text{ Pa} \quad , \quad \varphi_1 = 5^\circ \quad , \quad \varphi_2 = -15^\circ$$

*Choc (C₁) : M₀=2,5 , φ₁=5° ⇒ M₁= 2.291525, p₁= 137.9948 , σ₁= 27.422660 ,
p₁/p₀=1.379948 , T₁/T₀= 1.097445 , ρ₁/ρ₀=1.257419

*Choc (C₂) : M₀=2,5 , φ₁=-15° ⇒ M₂= 1.873527, p₂= 246.7499 , σ₂=36.944900 ,
p₂/p₀=2.467499 , T₂/T₀= 1.321959 , ρ₂/ρ₀=1.866548

*Programme d'interférence de deux ondes de choc oblique :

$$M_1 = 2,29 \quad , \quad M_2 = 1,87 \quad , \quad \varphi_1 = 5^\circ \quad , \quad \varphi_2 = -15^\circ \quad , \quad p_1 = 137.9948 \quad , \quad p_2 = 246.7499$$

$$\Rightarrow M_3 = 1.705042 \quad , \quad M_4 = 1.697640 \quad , \quad p_3 = 322.083300 \quad , \quad p_4 = 322.083200 \quad ,$$

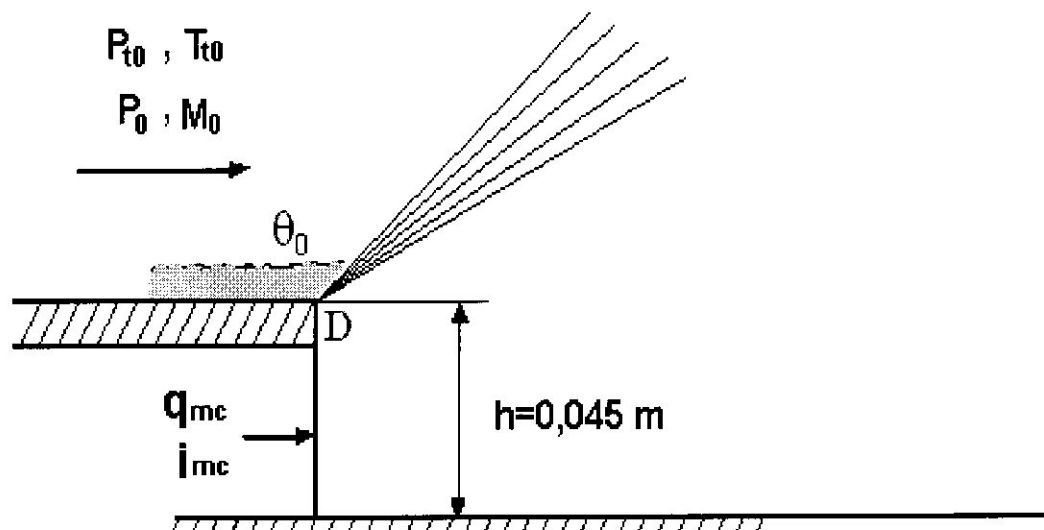
$$\varphi_3 = -14.946280 \quad , \quad \varphi_4 = 5.053694 \quad , \quad \varphi = -9.946$$

On voit que p₃ = p₄ = 322.083 Pa et la direction finale φ = -9.946°.

Remarque : on voit que la méthode numérique est plus précise que la méthode graphique

IV-2) Calcule le débit d'injection en aval d'une marche :

Considérons une marche avec couche limite en amont du point de décollement avec épaisseur de quantité de mouvement $\theta_0 = 0,199 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. et une injection de masse est pratiquée au culot q_{mc} .



(Fig.IV-3) - recollement avec couche limite initiale et injection de masse.

Le fluide injecté est de l'air dont la température T_c est égale à T_{t0} .

L'injection est supposée répartie uniformément sur toute la surface du culot.

Soit un écoulement plan, supersonique uniforme de nombre de Mach $M_0 = 1,97$ qui aborde en D un décrochement de paroi de hauteur $h = 0,045 \text{ m}$.

Le fluide est de l'air à température modérée, donc : $\gamma = 1,4$

En D l'écoulement décolle en se détendant jusqu'à une pression p_1 et un nombre de Mach M_1 , puis il recolle sur la paroi aval qui est ici parallèle à la direction amont. La détente en D s'effectue au travers d'un faisceau d'ondes rectilignes issues de D (détente de Prandtl-Meyer).

On se propose de calculer le débit injecté en fonction de rapport de pression p_1/p_0 .

Les résultats obtenus par Mr. J.DELERY pour calculer le débit injecté en aval d'une marche sont dans le tableau suivant :

p_1/p_0	0,2	0,4	0,7	
p_1/p_{t0}	0,02678	0,05356	0,09373	
M_1	3,01	2,56	2,20	
$v(M_1)$	49,96	40,46	31,70	
$\Sigma(M_1)$	4,280	2,784	2,003	
$T_1/T_{t1}(M_1)$	0,3555	0,4332	0,5084	
$\rho_1/\rho_t(M_1)$	0,0754	0,1232	0,1841	
$\sigma(M_1)$	29,0	27,0	25,1	
$I_2(M_1)$	0,08238	0,0928	0,1020	
$\overline{\psi}^0_P$	22,90	21,19	19,33	
ψ'°	- 3084	- 2328	- 1746	
ψ°	24,41	14,91	6,15	
$Cq \times 100$	- 0,490	2,70	7,55	
$\theta_1 \times 100$	0,222	0,200	0,194	correction de couche limite
$x_0(m)$	0,07821	0,05815	0,04778	
$L(m)$	0,108	0,1749	0,4202	
$\theta_1/(L+x_0)$	0,001186	0,000858	0,000415	
$\overline{Cq} \times 100$	- 1,68	1,842	7,135	
v_e/u_1	- 0,0111	0,0170	0,155	correction de quantité de mouvement
$Cq^* \times 100$	- 1,66	1,874	8,445	
$q_{mc}(kg/s)$	- 0,001	0,00278	0,0418	

(Tableau.IV-1) –caractéristiques d'une marche supersonique [1]

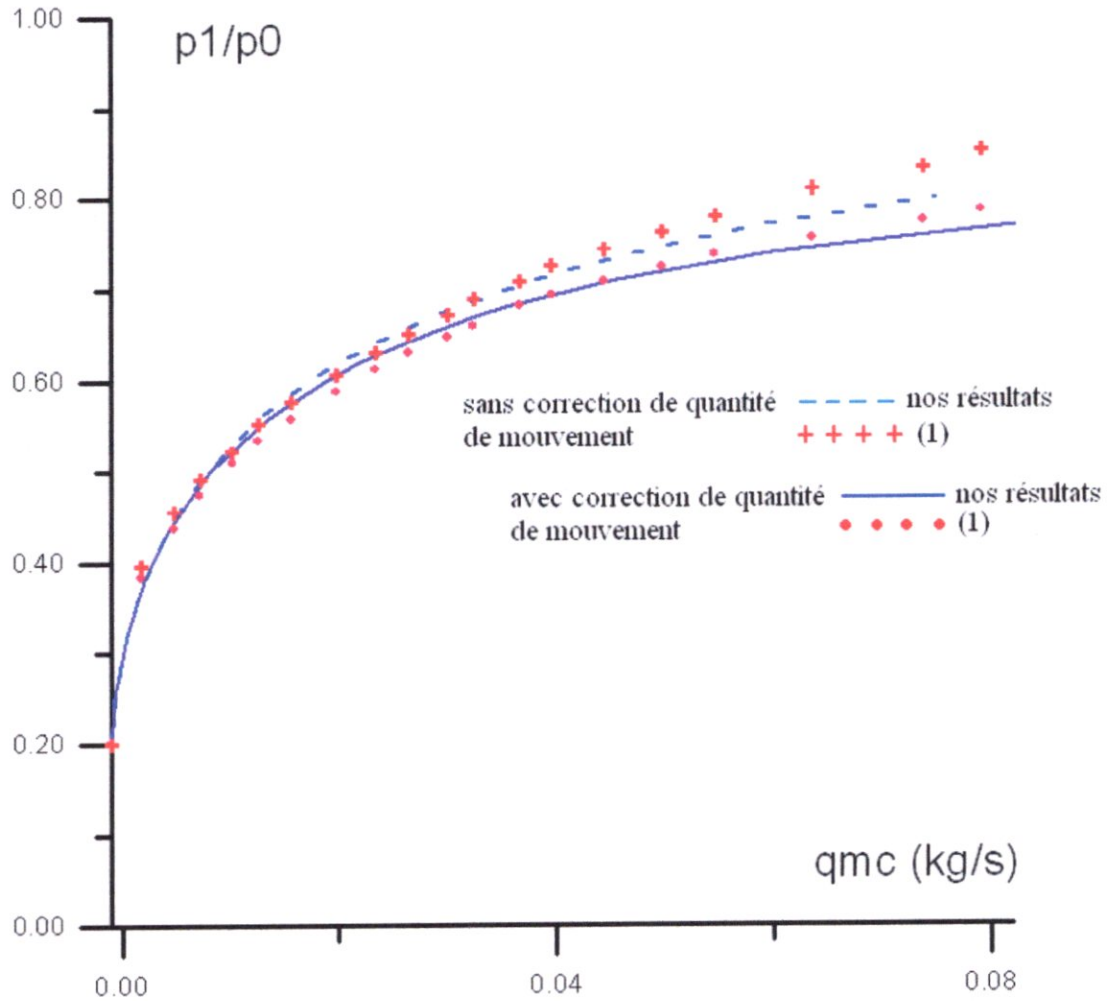
Notre calcul de débit injecté en aval d'une marche est résumé dans le tableau ci-dessous:

p_1/p_0	0,2	0,4	0,7	
p_1/p_{t0}	0,02678	0,05356	0,09373	
M_1	3,0109	2,5570	2,1985	
$v(M_1)$	49,967	40,441	31,695	
$\Sigma(M_1)$	4,2789	2,7814	2,0024	
$T_1/T_{t1}(M_1)$	0,35547	0,4333	0,5084	
$\rho_1/\rho_t(M_1)$	0,07533	0,1236	0,1843	
$\sigma(M_1)$	29,0057	26,977	25,117	
$I_2(M_1)$	0,08236	0,09287	0,10203	
$\overline{\psi}^0_P$	22,902	21,180	19,318	
ψ'^0	- 3089	- 2316	- 1745	
ψ^0	24,418	14,892	6,145	
$Cq \times 100$	- 0,4908	2,7144	7,5454	
$\theta_1 \times 100$	0,221	1,995	0,194	correction de couche limite
$x_0(m)$	0,07008	0,0578	0,0489	
$L(m)$	0,1088	0,1750	0,4203	
$\theta_1/(L+x_0)$	0,00123	0,000856	0,000414	
$\overline{Cq} \times 100$	- 1,728	1,857	7,131	
v_c/u_1	- 0,0116	0,0169	0,155	correction de quantité de mouvement
$Cq^* \times 100$	- 1,708	1,889	8,439	
$q_{mc}(kg/s)$	- 0,001017	0,00280	0,0418	

(Tableau.IV-2) – Résultats obtenues pour une marche supersonique

Le déroulement du calcul est détaillé dans l'annexe A3.

Nous avons constaté qu'il y a une petite différence entre nos résultats et celui de Mr J.DELERY parce qu'on a utilisé des fonctions obtenues par interpolation polynomiale de 3^{ème} degré introduites dans notre calcul, ces fonctions là sont : $\sigma(M_1)$, $I_2(M_1)$, ψ°



(Fig.IV-4) -Evolution de la pression de culot avec le débit Massique injecté.

La courbe de l'évolution du rapport p_1/p_0 en fonction du débit massique injecté est tracée dans la figure (IV-4). On constate que la prise en compte de l'effet de quantité de mouvement conduit à des écarts significatifs quand le débit injecté devient important.

Comme on le voit, l'apport de quantité de mouvement a pour tendance de diminuer l'efficacité de l'apport de masse. Ainsi donc, l'injection se faisant au travers d'une surface A_j constante sur les dispositifs pratiques, il s'ensuit qu'une augmentation du débit q_{mc} entraîne obligatoirement une croissance de la vitesse d'injection v_e , donc du terme de quantité de mouvement i_{mc}

IV-3)- Méthode de calcul des écoulements arrière corps :

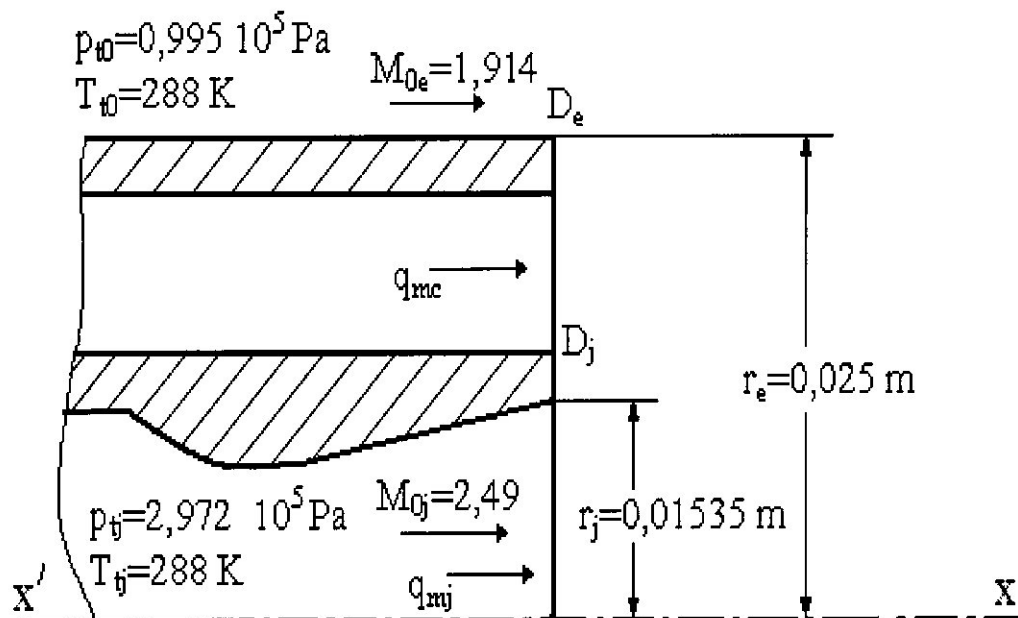
On se propose à calculer l'effet d'une injection massique sur la pression de culot d'un arrière corps de révolution aménagé comme indiqué sur la figure (IV-5) (il s'agit d'une maquette essayée en soufflerie).

L'arrière corps est cylindrique de diamètre $d_e= 0,05$ m. il est équipé d'une tuyère propulsive conique de demi angle $\theta=10^\circ$ et de diamètre en sortie $d_j=0,0307$ m.

Les données définissant les écoulements en D_e et D_j sont les suivantes :

Ecoulement externe :

- nature du gaz :air ($\gamma=1,4$)



(Fig.IV-5) -Exemple d'application au cas d'un culot avec injection de masse

- conditions génératrices : pression $p_0=0,995 \cdot 10^5$ Pa

température $T_{10} = 288 \text{ K}$

- nombre de Mach : $M_{0e} = 1,914$
- couche limite initiale : $\theta_{0e} = 0,3025 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

Ecoulement interne(jet propulsif) :

- nature du gaz : air ($\gamma = 1,4$)
- conditions génératrices : pression $p_{tj} = 2,972 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

température $T_{ij} = 288 \text{ K}$

- nombre de Mach : $M_{0j} = 2,49$
- couche limite initiale : $\theta_{0j} = 0,0399 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

on pratique au culot une injection d'air à la température :

$$T_c = T_{te} = T_{ij}$$

Il s'agit de déterminer l'évolution du rapport p_1/p_{0e} en fonction de taux d'injection μ défini par :

$$\mu = \frac{q_{mc}}{q_{mj}} \quad \text{où } q_{mj} \text{ est le débit de la tuyère.}$$

Dans ce calcul, pour simplifier, nous négligerons l'effet de quantité de mouvement.

Egalement pour simplifier, le débit q_j sera évalué en considérant un écoulement uniforme de nombre de Mach M_{0j} dans le plans de sortie de la tuyère ; alors :

$$q_j = \pi \cdot r_j^2 \cdot \rho_{0j} \cdot u_{0j}$$

Où ρ_{0j} et u_{0j} désignent la masse spécifique et la vitesse correspondants à M_{0j} .

Le taux d'injection μ a donc comme expression :

$$\mu = \frac{q_{mc}}{q_{mj}} = \frac{2\pi \cdot r_R \cdot (\rho_{1e} \cdot u_{1e} \cdot L_e \cdot \overline{Cq_e} + \rho_{1j} \cdot u_{1j} \cdot L_j \cdot \overline{Cq_j})}{\pi \cdot r_j^2 \cdot \rho_{0j} \cdot u_{0j}} \dots\dots\dots(\text{IV-8})$$

Dans le cas où les températures génératrices des deux écoulements sont identique :

$$\frac{\rho_{1e} \cdot u_{1e}}{\rho_{0j} \cdot u_{0j}} = \frac{p_{1e} \cdot T_{0j} \cdot M_{1e} \cdot \sqrt{T_{1e}}}{p_{0j} \cdot T_{1e} \cdot M_{0j} \cdot \sqrt{T_{0j}}} = \frac{p_{1e} \cdot \sqrt{T_{0j}} \cdot M_{1e}}{p_{0j} \cdot \sqrt{T_{1e}} \cdot M_{0j}} \dots\dots\dots(\text{IV-9})$$

$$= \frac{p_{1e} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{0j}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{1e}^2\right)^{1/2} \cdot M_{1e}}{p_{0j} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{1e}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{0j}^2\right)^{1/2} \cdot M_{0j}} = \frac{p_{1e} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{0j}^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \cdot M_{1e}}{p_{0j} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{1e}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \cdot M_{0j}}$$

$$= \frac{P_{11e} \left(\frac{2}{\gamma+1} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} M_{0j}^2 \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \cdot \frac{1}{M_{0j}}}{P_{10j} \left(\frac{2}{\gamma+1} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} M_{1e}^2 \right)^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}} \cdot \frac{1}{M_{1e}}} = \frac{P_{11e} \cdot \Sigma(M_{0j})}{P_{10j} \cdot \Sigma(M_{1e})} \dots \dots \dots (IV-10)$$

De même : $\frac{\rho_{1j} \cdot u_{1j}}{\rho_{0j} \cdot u_{0j}} = \frac{\Sigma(M_{0j})}{\Sigma(M_{1j})} \dots \dots \dots (IV-11)$

L'expression de μ s'écrit aussi :

$$\mu = \frac{2 \cdot r_R}{r_j^2} \cdot \left[\frac{\Sigma(M_{0j})}{\Sigma(M_{1e})} \cdot \frac{P_{1e}}{P_{1j}} \cdot L_e \cdot \overline{Cq_e} + \frac{\Sigma(M_{0j})}{\Sigma(M_{1j})} \cdot L_j \cdot \overline{Cq_j} \right] \dots \dots \dots (IV-12)$$

La courbe de $\frac{p_1}{p_{0e}} = f(\mu)$ est calculée en se donnant une suite de valeurs du rapport $\frac{p_1}{p_{0e}}$; nous allons détailler dans le dernier chapitre le calcul pour la seule valeur : $\frac{p_1}{p_{0e}} = 0,616$

Connaissant $\frac{p_1}{p_{0e}}$ et les écoulements de fluide parfait avant détente au culot, nous supposons que les écoulements sont bidimensionnel plan et que les frontières isobares (f_e) et (f_j) sont rectilignes. Dans le cas contraire pour les écoulements de révolution les frontières isobare sont calculées par la méthode des caractéristiques.

- angles des vitesses au point d'intersection des frontières isobares.

$$\phi_{eR} = v(M_{1e}) - v(M_{0e}) \quad \phi_{jR} = v(M_{1j}) - v(M_{0j})$$

- La frontière isobare (f_e) est une droite (f_e) : $y = -\text{tg}\phi_{eR} + r_{De}$
- La frontière isobare (f_j) est une droite (f_j) : $y = \text{tg}\phi_{jR} + r_{Dj}$

Alors coordonnées de point R est x_R et y_R tel que ;

$$x_R = (r_{De} - r_{Dj}) / (\text{tg}\phi_{eR} + \text{tg}\phi_{jR}) \dots \dots \dots (IV-13)$$

$$y_R = r_{De} - \text{tg}\phi_{jR} \cdot x_R + r_{Dj} \dots \dots \dots (IV-14)$$

- Longueurs de mélange:

$$L_e = \overline{D_e R} = \sqrt{x_R^2 + (r_{De} - r_R)^2} \dots \dots \dots (IV-15)$$

$$L_j = \overline{D_j R} = \sqrt{x_R^2 + (r_{Dj} - r_R)^2} \dots \dots \dots (IV-16)$$

ϕ_2 est la direction de l'écoulement en aval de point de recollement R, elle est calculer par le programme d'interaction de deux écoulements:

(1e) M_{1e}, ϕ_{eR}, p_1

(1j) M_{1j}, ϕ_{jR}, p_1

Les résultats obtenus par Mr. J.DELERY pour calculer le taux d'injection μ à un arrière corps sont dans le tableau ci-dessous :

	Ecoulement externe	Ecoulement interne
p_0/p_t	0,1461	0,0489
$\Sigma(M_0)$	1,573	2,612
p_1/p_t	0,0900	0,03012
M_1	2,224	2,933
$\Sigma(M_1)$	2,048	3,972
r_R	0,0209	0,0209
r_D / r_R	1,193	0,733
F	1,096	0,867
σ_{plan}	25,24	28,67
$\sigma_{rév}$	23,02	33,09
I_2	0,1013	0,0850
$\frac{I_2}{\psi_P}$	19,47	22,64
ψ_P	-0,5	1,8
$\Delta\psi_R^\circ$	18,97	24,44
$\frac{\Delta\psi_R^\circ}{\psi}$	10,45	8,76
ψ°	- 1786	- 2956
	- 1629	- 3409
ψ_P / ψ°	0,00523	0,00460
ψ_R / ψ°	0,000292	0,0000437
Cq	0,0664	0,01701
θ_1 (m)	0,0291	0,0245
x_0 (m)	0,00306	0,00105
L (m)	0,00217	0,00355
$\theta_1 / (L+x_0)$		
$\frac{\theta_1}{Cq}$		

Le taux d'injection sans correction de quantité de mouvement est $\mu = 0,015$.

(Tableau.IV-3)—caractéristiques d'un arrière corps [1]

Notre calcul des taux d'injection avec l'effet de quantité de mouvement et sans l'effet est résumé dans le tableau ci-dessous que le lecteur suivra sans difficultés :

	Ecoulement externe	Ecoulement interne
p_0/p_t	0,1460	0,04889
$\Sigma(M_0)$	1,5727	2,6122
p_1/p_t	0,0899	0,0301
M_1	2,2247	2,9328
$\Sigma(M_1)$	2,0496	3,9721
r_R	0,02049	0,02049
r_D / r_R	1,2199	0,7490
F	1,1099	0,8745
σ_{plan}	25,2642	28,6762
$\sigma_{rév}$	22,7613	32,7909
I_2	0,1013	0,08407
$\frac{\psi}{\psi^0}$	19,4751	22,6437
ψ_P	-0,9052	1,9247
$\Delta\psi_R^0$	18,5698	24,5685
$\frac{\psi}{\psi^0}$	9,9904	7,9553
ψ^0	-1785,972	-2963,099
ψ_P^0	-1572,649	-4186,616
ψ_R^0	0,00545	0,00397
Cq	0,000292	0,0000437
θ_1 (m)	0,06794	0,01556
x_0 (m)	0,03088	0,03098
L	0,00295	0,000939
$\theta_1/(L+x_0)$	0,00250	0,00303
$\frac{\psi}{Cq}$		

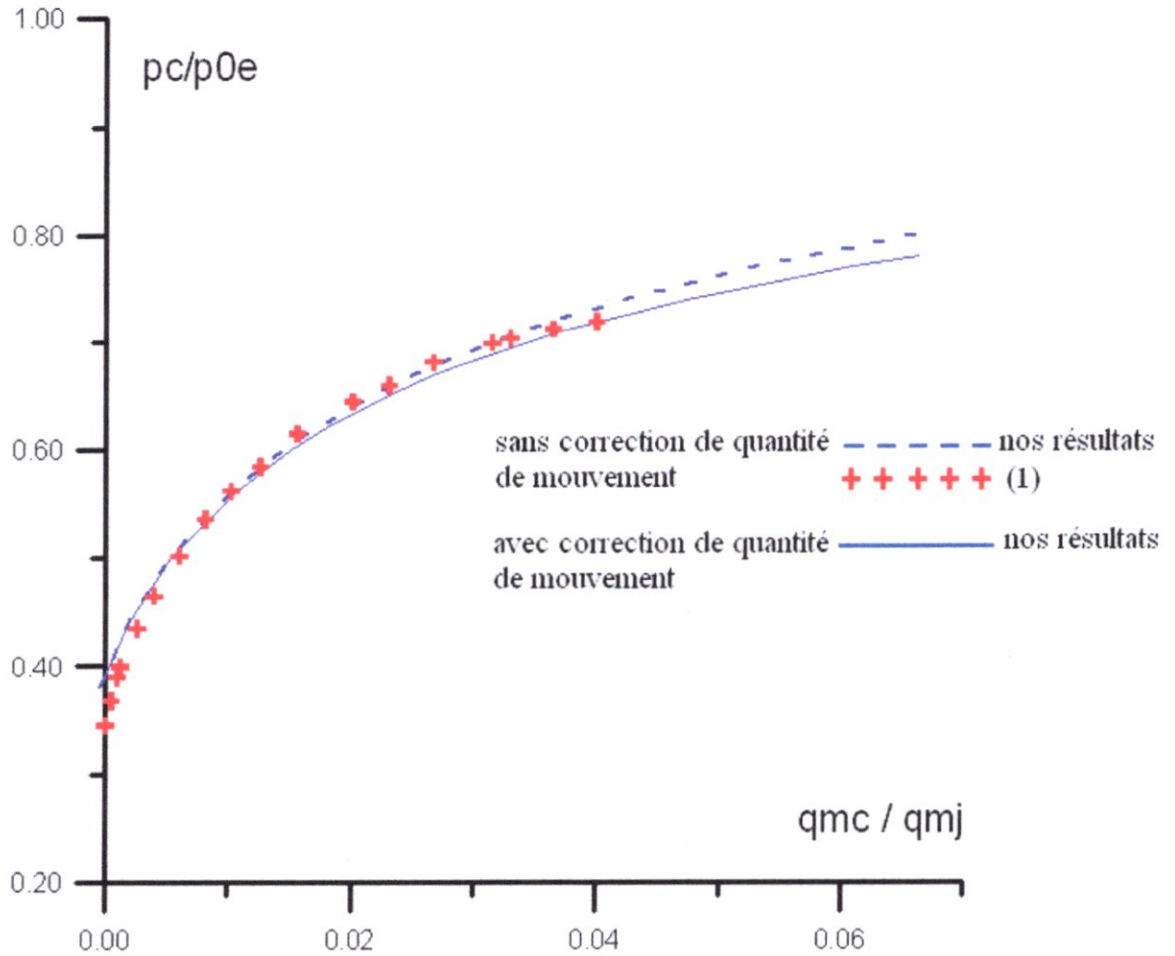
Le taux d'injection sans correction de quantité de mouvement est $\mu=0,0164722$
 Le taux d'injection avec correction de quantité de mouvement est $\mu^*=0,0173505$

(Tableau.IV-4)–caractéristiques d'un arrière corps

Le déroulement du calcul est détaillé dans l'annexe A4.

Nous avons constaté qu'il y a une petite différence entre nos résultat et celui de Mr J.DELERY parce qu'on a utilisé des fonctions obtenues par interpolation polynomiale de 3ème degré introduites dans notre calcul, ces fonctions là sont : $\sigma(\theta)$

M_1), $I_2(M_1), \psi^\circ$, et nous avons supposé que les frontières isobare (f_e) et (f_j) sont des droites et nous n'avons pas introduit la théorie des caractéristiques pour évaluer les frontières isobare est les directions des vitesses avant l'interaction.



(Fig.IV-6) – Evolution de la pression de culot avec le taux d'injection.

La figure (IV-4) présente deux courbes de $p_1/p_0 = f(\mu)$ calculées avec et sans correction de quantité de mouvement, comme on voit l'évolution de pression de culot d'un arrière corps est comme l'évolution de la pression en aval d'une marche, et même pour l'effet de quantité de mouvement a pour tendance de diminuer l'efficacité de l'apport de masse.

On constate aussi que l'apport de masse a un grand effet sur l'augmentation de la pression de culot sur la partie initiale des courbes.

Conclusion générale

Cette étude nous a permis de bien comprendre le mode de recollement de l'écoulement supersonique suite à son décollement à l'arrière corps, et d'avoir une idée sur le phénomène d'interaction de l'écoulement extérieur et du jet propulsif avec l'injection de masse de gaz et de déterminer leurs effets sur la pression de culot.

A cet effet, nous avons élaboré un programme de calcul permettant de déterminer la pression de culot dans le cas d'injection de masse de gaz dans la zone d'eau morte.

Nous n'avons pas pris en compte la courbure des frontières isobares et la direction des vitesses des deux écoulements au point de recollement R pour la détermination de la pression de culot, car il faut introduire un sous-programme de calcul des caractéristiques qui nous permet d'avoir la vitesse et sa direction en chaque point de la surface isobare.

Enfin nous estimons que les résultats obtenus sont très encourageants, pour souhaiter la poursuite de cette étude dans le cadre de projets de fin d'études ou de maîtrise tenir compte de la turbulence, courbure des surfaces isobares des chocs de focalisation, et de la non-égalité des températures génératrices entre l'eau morte et l'écoulement extérieur.

BIBLIOGRAPHIE

- 1) J.DELERY « Aérodynamique interne tuyère et arrières corps »
- 2) P.CARRIERE « Aérodynamique interne des réacteurs - première partie -Prise d'aire »
- 3) P.CARRIERE « Aérodynamique interne des réacteurs - deuxième partie-Tuyères et jets »
- 4) R.OUZIAU-J.PERRIER « Mécanique des fluides appliquée » i\$k

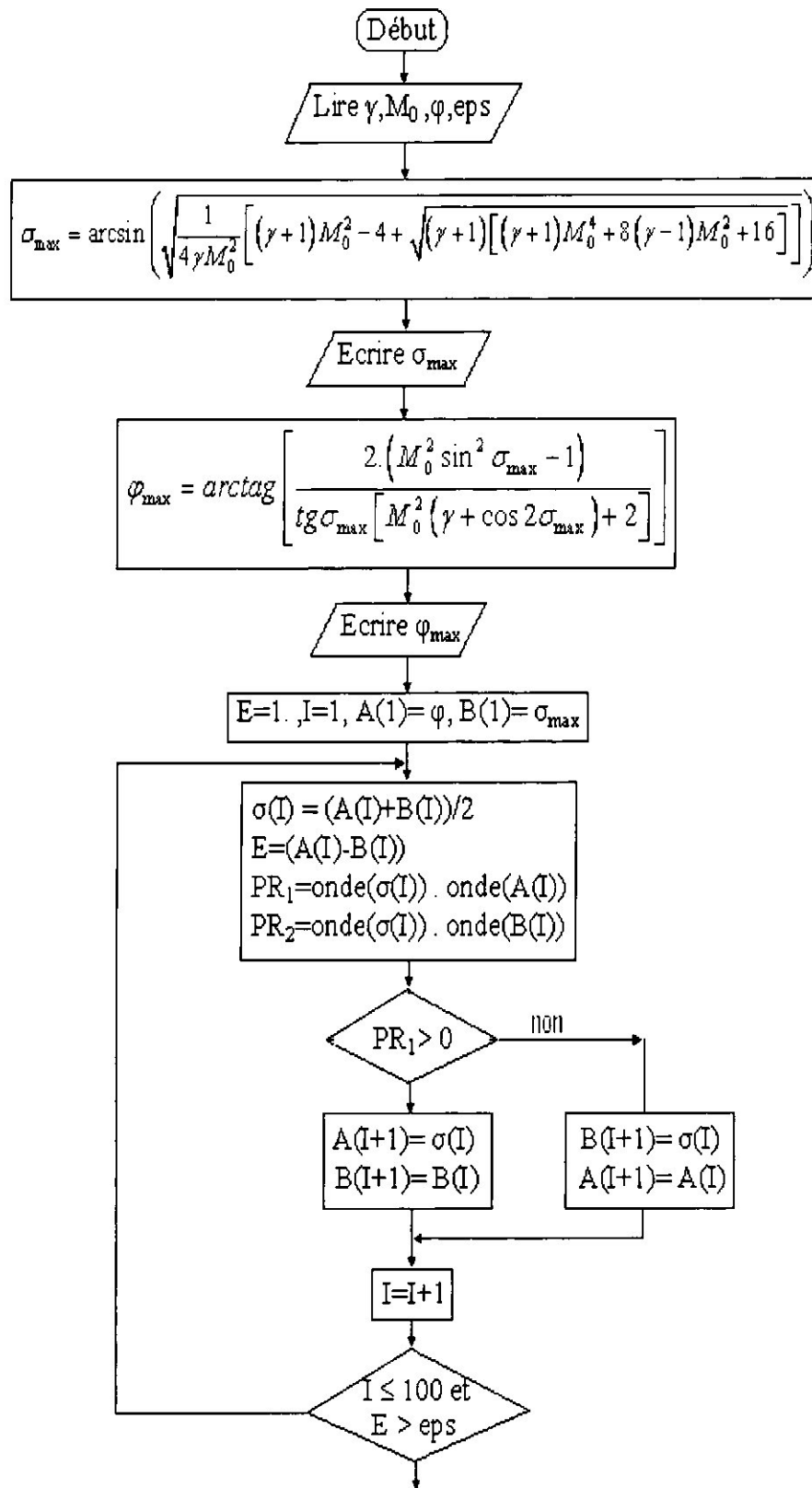


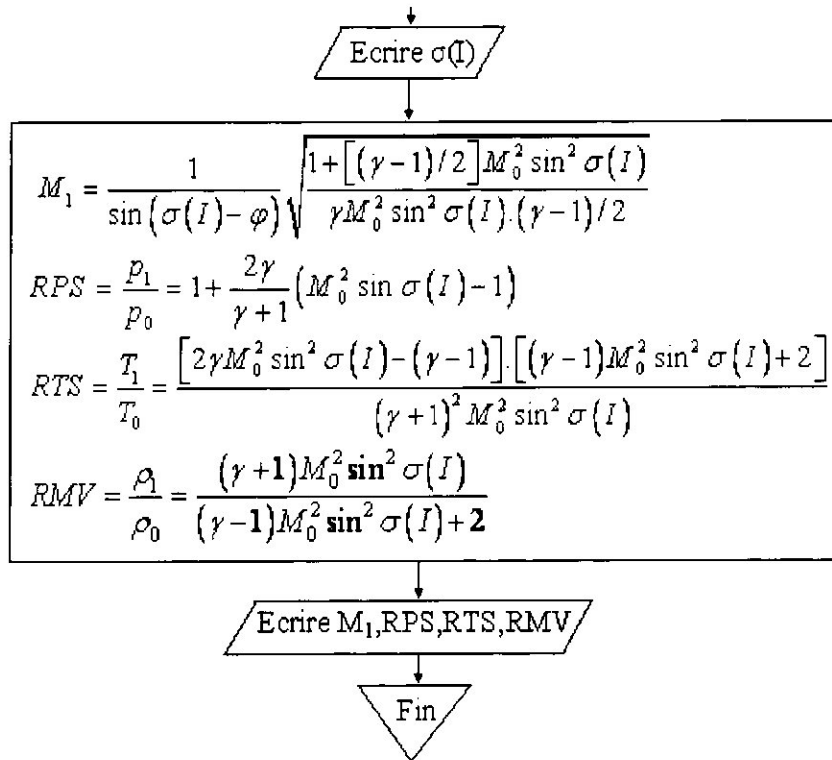
Annexes



Annexes A

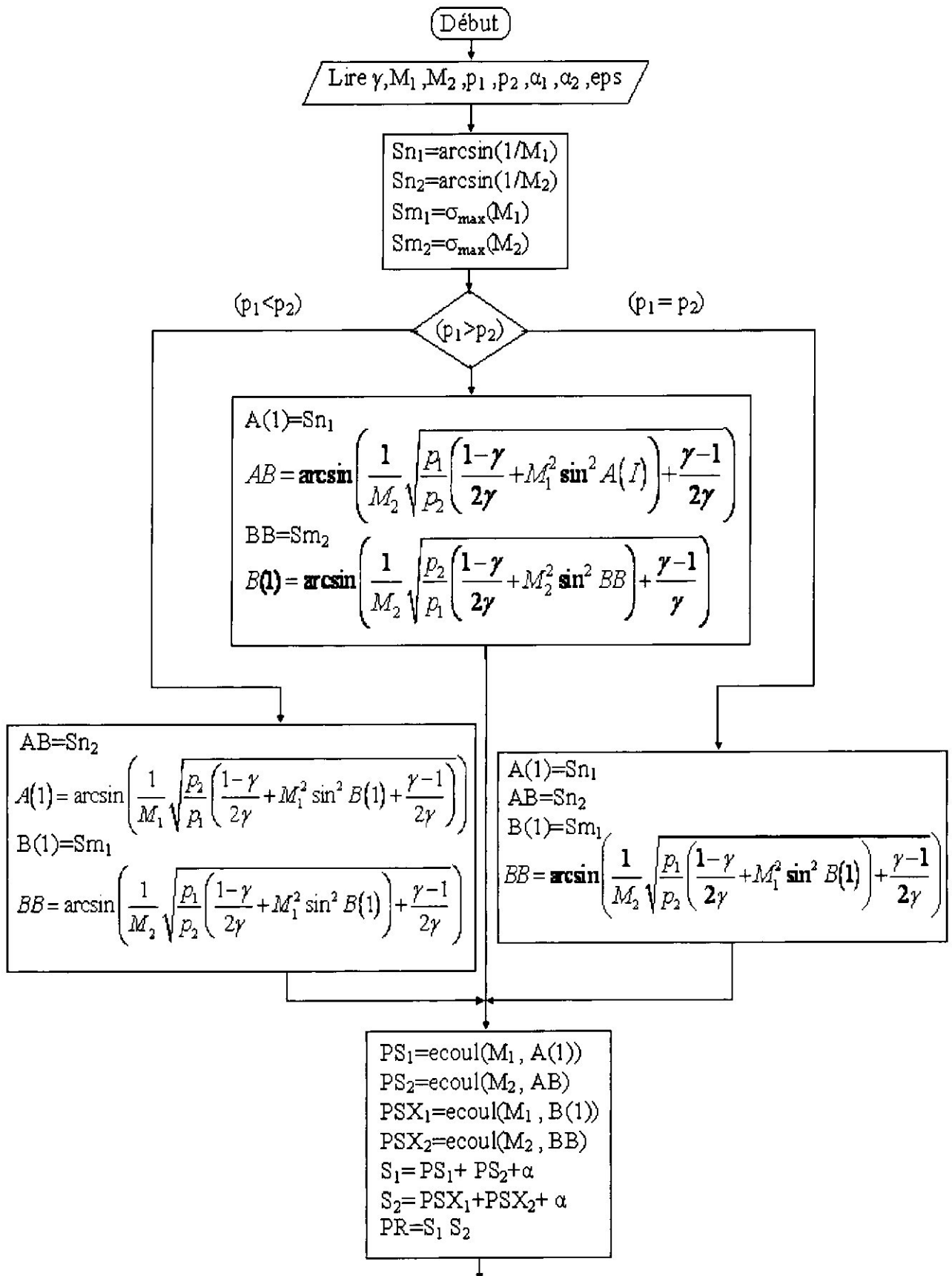
Organigramme A1 : calcule les caractéristiques avant et après choc

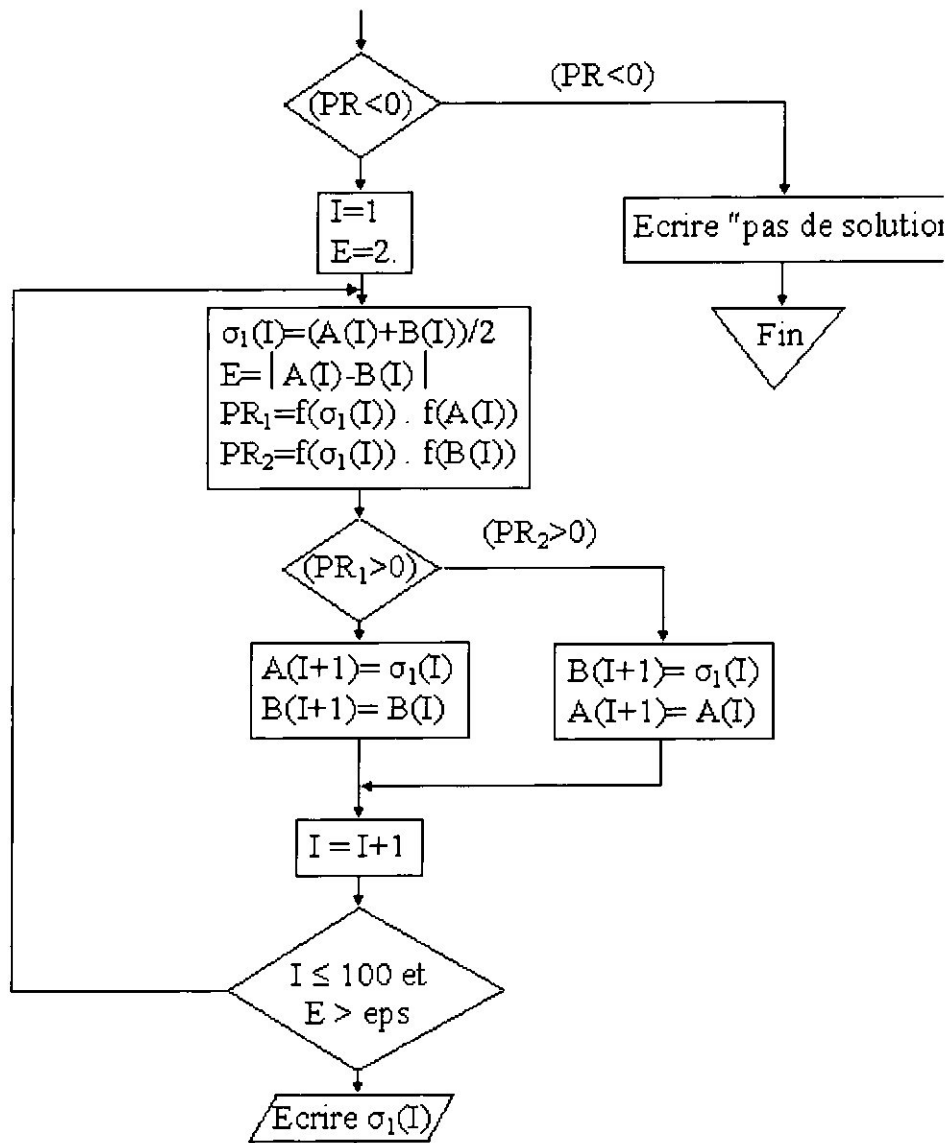




Avec la fonction $onde(x) = \frac{2(M_0^2 \sin^2(x) - 1)}{tg(x) [M_0^2 (\gamma + \cos(2x)) + 2]} - tg(\varphi)$

Organigramme A2 : interférence de deux ondes de choc obliques





$$\varphi_1 = \text{ecoul}(M_1, \sigma_1(I))$$

$$\sigma_2 = \arcsin \left(\frac{1}{M_2} \sqrt{\frac{p_1}{p_2} \left(\frac{1-\gamma}{2\gamma} + M_1^2 \sin^2 \sigma_1(I) \right) + \frac{\gamma-1}{2\gamma}} \right)$$

$$\varphi_2 = \text{ecoul}(M_2, \sigma_2)$$

$$\varphi = \varphi_1 + \alpha_1$$

$$p = p_1 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2\gamma} + M_1^2 \sin^2(\sigma_1(I)) - 1 \right)$$

Ecrire $\varphi_1 \cdot \sigma_2 \cdot \varphi_2 \cdot \varphi \cdot p$

Fin

Avec les fonction :

$$\sigma_{\max}(x) = \arcsin \left(\sqrt{\frac{1}{4\gamma M_0^2} \left[(\gamma+1)x_0^2 - 4 + \sqrt{(\gamma+1) \left[(\gamma+1)x_0^4 + 8(\gamma-1)x_0^2 + 16 \right]} \right]} \right)$$

$$ecoul(x, y) = arctg \left(\frac{2 \left[x^2 \sin^2(y) - 1 \right]}{tg(y) \cdot \left[x^2 (\gamma + \cos(2y)) + 2 \right]} \right)$$

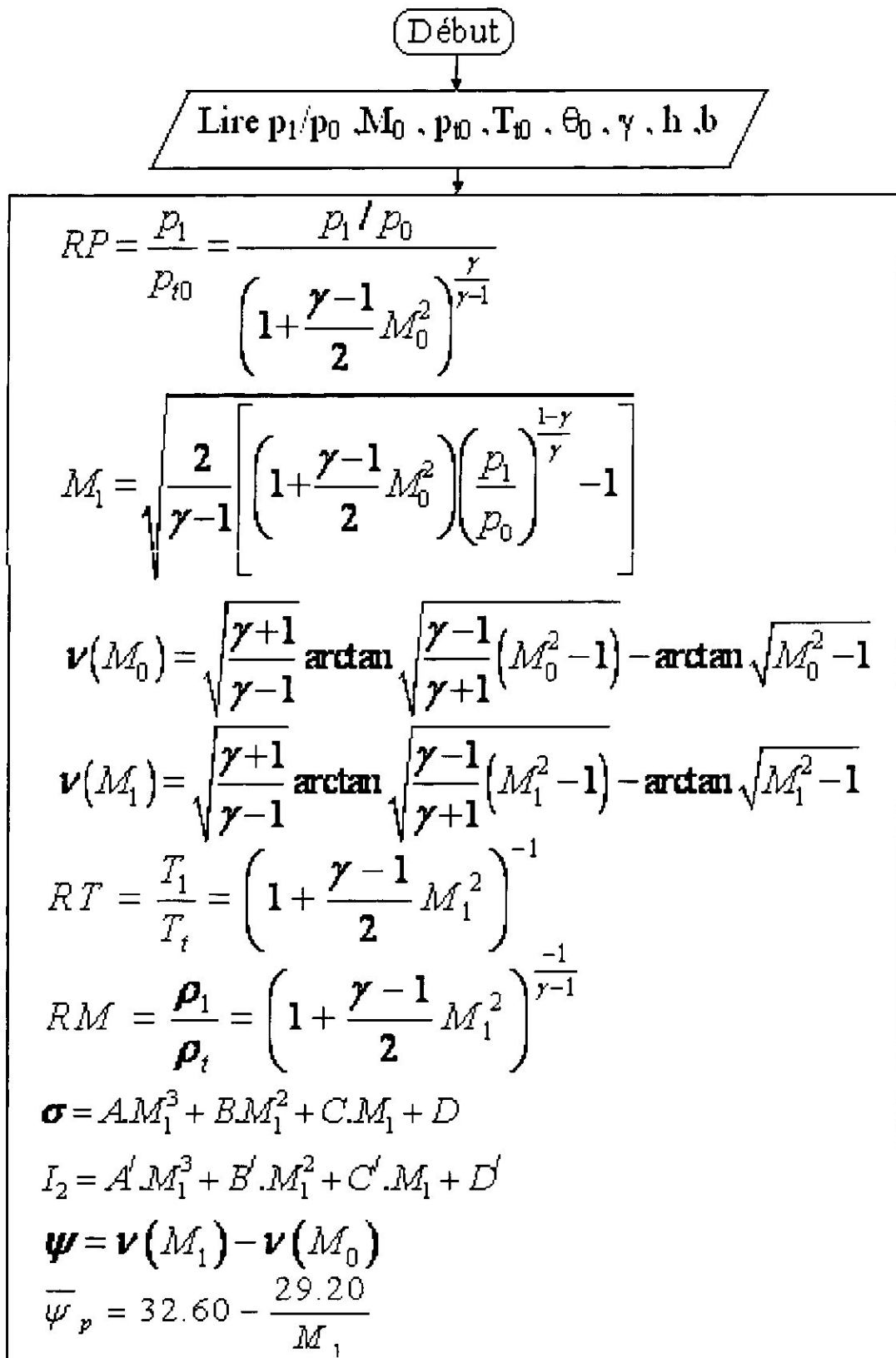
$$f(x) = \varphi_1(x) + \varphi_2(\sigma_2(x)) + \alpha$$

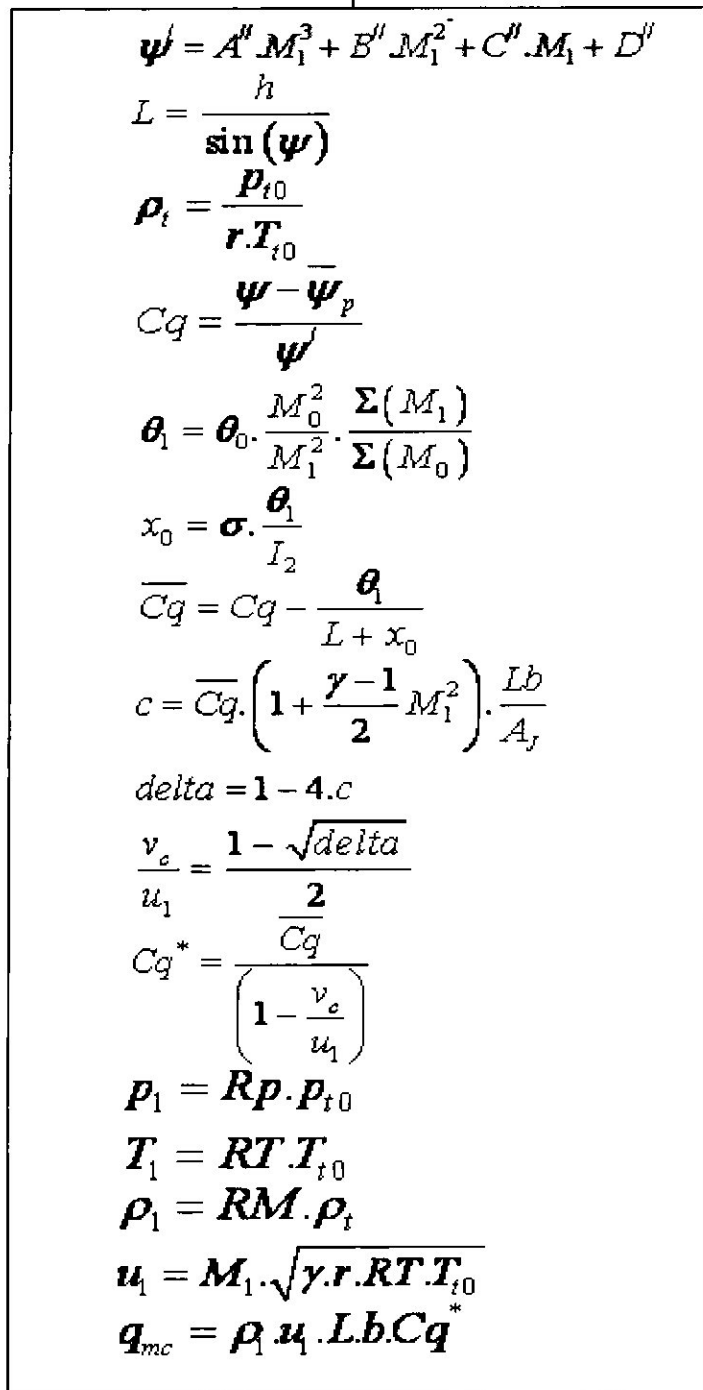
$$\varphi_1(x) = arctg \left(\frac{2 \cdot (M_1^2 \sin^2(x) - 1)}{tgx \cdot \left[M_1^2 (\gamma + \cos(2x)) + 2 \right]} \right)$$

$$\sigma_2(x) = \arcsin \left(\frac{1}{M_2} \sqrt{\frac{p_1}{p_2} \left[\frac{1-\gamma}{2\gamma} + M_1^2 \sin^2(x) \right] + \frac{\gamma-1}{2\gamma}} \right)$$

$$\varphi_2(\sigma_2(x)) = arctg \left(\frac{2 \left(M_2^2 \sin^2[\sigma_2(x)] - 1 \right)}{tg\sigma_2 \cdot \left[M_1^2 (\gamma + \cos[2\sigma_2(x)]) + 2 \right]} \right)$$

Organigramme A3 : calcule le débit injecté en aval d'une marche

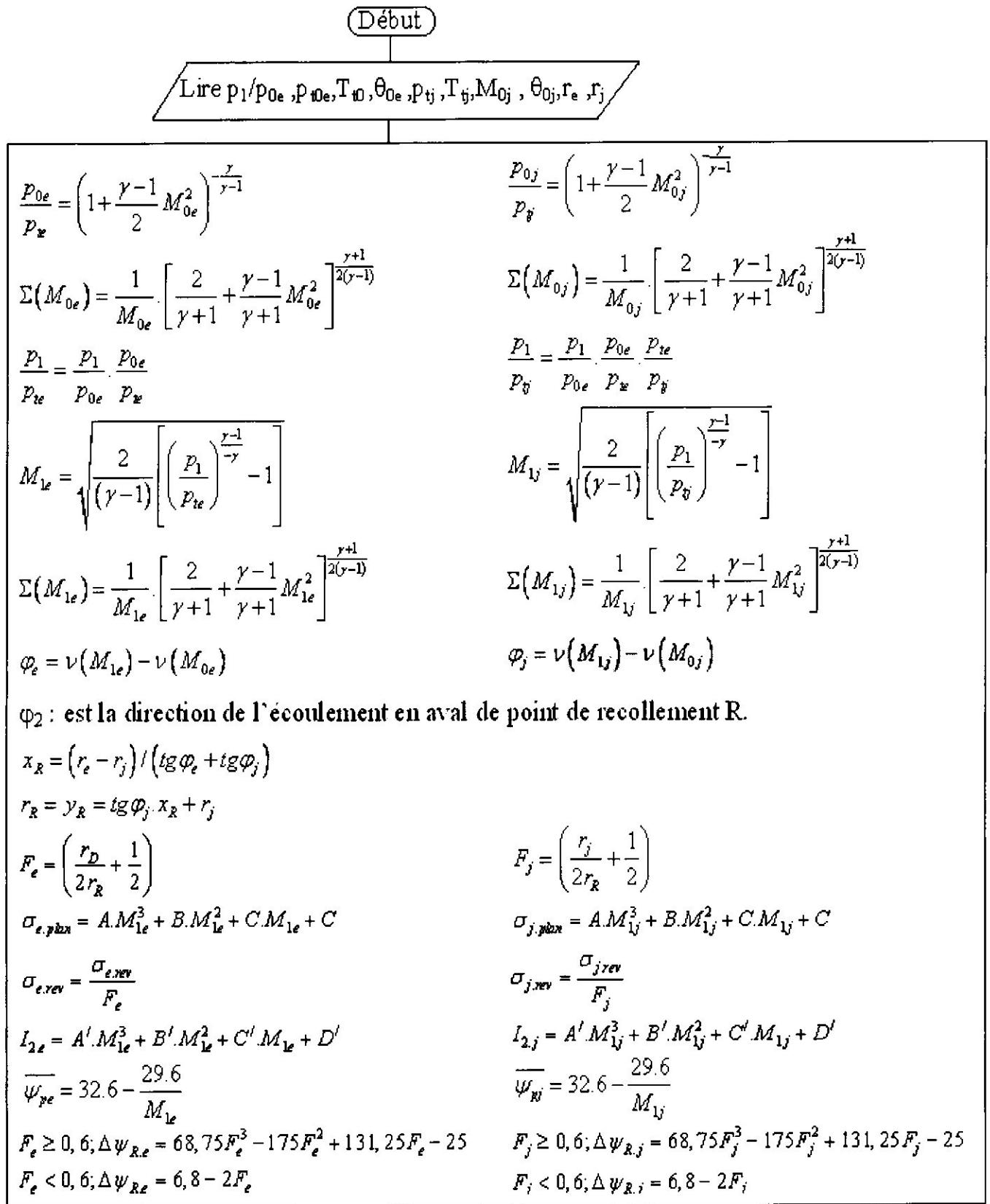




ecrire q_{mc}

Fin

Organigramme A4 : la méthode de calcul des écoulements arrière corps



$$\bar{\psi}_e = \bar{\psi}_{p,e} + \Delta\psi_{R,e}$$

$$\psi_e = \varphi_2 - \varphi_e$$

$$\psi'_{p,e} = A'' \cdot M_{1e}^3 + B'' \cdot M_{1e}^2 + C'' \cdot M_{1e} + D''$$

$$M_e = \frac{29,2}{32,6 - \bar{\psi}_e}$$

$$\psi'_{R,e} = A'' \cdot M_e^3 + B'' \cdot M_e^2 + C'' \cdot M_e + D''$$

$$Cq_e = \frac{\psi_e - \bar{\psi}_e}{\psi'_{R,e}}$$

$$\theta_e = \theta_{0e} \cdot \frac{M_{0e}^2}{M_{1e}^2} \cdot \frac{\Sigma(M_{1e})}{\Sigma(M_{0e})}$$

$$x_{0e} = \sigma_{e,rev} \cdot \frac{\theta_e}{I_{2,e}}$$

$$L_e = \sqrt{x_{0e}^2 + (r_e - r_R)^2}$$

$$\bar{Cq}_e = Cq_e - \frac{\theta_e}{L_e + x_{0e}}$$

$$\bar{\psi}_j = \bar{\psi}_{p,j} + \Delta\psi_{R,j}$$

$$\psi_j = \varphi_j - \varphi_2$$

$$\psi'_{p,j} = A'' \cdot M_{1j}^3 + B'' \cdot M_{1j}^2 + C'' \cdot M_{1j} + D''$$

$$M_j = \frac{29,2}{32,6 - \bar{\psi}_j}$$

$$\psi'_{R,j} = A'' \cdot M_j^3 + B'' \cdot M_j^2 + C'' \cdot M_j + D''$$

$$Cq_j = \frac{\psi_j - \bar{\psi}_j}{\psi'_{R,j}}$$

$$\theta_j = \theta_{0j} \cdot \frac{M_{0j}^2}{M_{1j}^2} \cdot \frac{\Sigma(M_{1j})}{\Sigma(M_{0j})}$$

$$x_{0j} = \sigma_{j,rev} \cdot \frac{\theta_j}{I_{2,j}}$$

$$L_j = \sqrt{x_{0j}^2 + (r_j - r_R)^2}$$

$$\bar{Cq}_j = Cq_j - \frac{\theta_j}{L_j + x_{0j}}$$

μ : le taux d'injection sans correction de quantité de mouvement est calculé avec sa formule

$$\mu = \frac{2 \cdot r_R}{r_j^3} \cdot \left[\frac{\Sigma(M_{0j})}{\Sigma(M_{1e})} \cdot \frac{P_{1e}}{P_{1j}} \cdot L_e \cdot \bar{Cq}_e + \frac{\Sigma(M_{0j})}{\Sigma(M_{1j})} \cdot L_j \cdot \bar{Cq}_j \right]$$

$$\text{delta}_e = 1 - 4 \cdot \bar{Cq}_e \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{1e}^2\right) \cdot \frac{L_e \cdot 2 \cdot r_R}{(r_D - r_j)^2}$$

$$\text{delta}_j = 1 - 4 \cdot \bar{Cq}_j \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{1j}^2\right) \cdot \frac{L_j \cdot 2 \cdot r_R}{(r_D - r_j)^2}$$

$$v_c / u_{1e} = \frac{1 - \sqrt{\text{delta}_e}}{2}$$

$$v_c / u_{1j} = \frac{1 - \sqrt{\text{delta}_j}}{2}$$

$$Cq_e^* = \frac{\bar{Cq}_e}{(1 - v_c / u_{1e})}$$

$$Cq_j^* = \frac{\bar{Cq}_j}{(1 - v_c / u_{1j})}$$

μ^* : taux d'injection avec correction de quantité de mouvement.

$$\mu^* = \frac{2 \cdot r_R}{r_j^3} \cdot \left[\frac{\Sigma(M_{0j})}{\Sigma(M_{1e})} \cdot \frac{P_{1e}}{P_{1j}} \cdot L_e \cdot Cq_e^* + \frac{\Sigma(M_{0j})}{\Sigma(M_{1j})} \cdot L_j \cdot Cq_j^* \right]$$

FIN



Annexes B

Propriétés du mélange turbulent isobare et loi de recollement
 $\gamma = 1,4$ - écoulement isenthalpique

M_1	σ	η_m	η_j	φ_j	I_2	$\bar{\Psi} (^{\circ})$	$\Psi' (^{\circ})$
0	12	0,3989	0,2092	0,6163	0,1481		
1,0	13,2	0,4590	0,2277	0,6263	0,1345		
1,2	14,4	0,4824	0,2349	0,6301	0,1295		
1,4	15,6	0,5080	0,2427	0,6343	0,1241		
1,5	17,3	0,5215	0,2468	0,6365	0,1213	13,14	- 557
1,6	18,4	0,5354	0,2510	0,6387	0,1185	14,35	- 731
1,7	19,6	0,5495	0,2553	0,6410	0,1157	15,43	- 906
1,8	20,7	0,5638	0,2596	0,6433	0,1129	16,38	- 1084
1,9	21,9	0,5783	0,2640	0,6456	0,1102	17,24	- 1268
2,0	23,0	0,5930	0,2684	0,6479	0,1074	18,00	- 1459
2,1	24,2	0,6077	0,2728	0,6502	0,1047	18,70	- 1587
2,2	25,1	0,6224	0,2772	0,6525	0,1020	19,33	- 1748
2,3	25,7	0,6372	0,2816	0,6548	0,0994	19,91	- 1908
2,4	26,2	0,6519	0,2860	0,6571	0,0968	20,44	- 2068
2,5	26,7	0,6666	0,2903	0,6593	0,0943	20,92	- 2233
2,6	27,2	0,6812	0,2946	0,6615	0,0918	21,37	- 2398
2,7	27,6	0,6957	0,2989	0,6638	0,0894	21,79	- 2543
2,8	28,1	0,7101	0,3031	0,6659	0,0871	22,18	- 2730
2,9	28,5	0,7243	0,3073	0,6681	0,0848	22,53	- 2900
3,0	29,0	0,7385	0,3114	0,6702	0,0826	22,87	- 3071
3,1	29,4	0,7524	0,3155	0,6723	0,0804	23,18	- 3240
3,2	29,8	0,7662	0,3195	0,6743	0,0784	23,48	- 3413
3,3	30,2	0,7799	0,3234	0,6763	0,0763	23,76	- 3587
3,4	30,6	0,7934	0,3273	0,6783	0,0744	24,02	- 3762
3,5	30,9	0,8067	0,3311	0,6802	0,0725	24,26	- 3950
3,6	31,3	0,8198	0,3349	0,6821	0,0707	24,49	- 4120
3,7	31,7	0,8327	0,3386	0,6840	0,0689	24,71	- 4301
3,8	32,0	0,8455	0,3422	0,6858	0,0672	24,92	- 4484
3,9	32,4	0,8581	0,3458	0,6876	0,0655	25,12	- 4666
4,0	32,7	0,8704	0,3493	0,6894	0,0639	25,30	- 4854
4,1	33,1	0,8827	0,3528	0,6911	0,0624	25,48	- 5040
4,2	33,4	0,8947	0,3562	0,6928	0,0609	25,65	- 5229
4,3	33,7	0,9065	0,3595	0,6944	0,0594	25,81	- 5420
4,4	34,1	0,9182	0,3628	0,6961	0,0580	25,97	- 5613
4,5	34,4	0,9297	0,3660	0,6976	0,0566	26,11	- 5808
4,6	34,7	0,9410	0,3693	0,6992	0,0553	26,25	- 6000
4,7	35,1	0,9521	0,3722	0,7007	0,0540	26,39	- 6211
4,8	35,4	0,9631	0,3754	0,7022	0,0528	26,52	- 6407
4,9	35,7	0,9739	0,3784	0,7037	0,0516	26,64	- 6608
5,0	36,0	0,9846	0,3812	0,7051	0,0504	26,76	- 6808