

UNIVERSITE DE BLIDA 1

Faculté de Technologie

Département d'Electronique

THESE DE DOCTORAT

en Génie Electrique

ÉTUDE THEORIQUE DES SOLITONS DISSIPATIFS DANS UN LASER A FIBRE
DOPEE A L'ERBIUM EN FORME DE HUIT

Par

Tidjani MOHAMMEDI

Devant le jury composé de :

M. NACER Said	Professeur	U. Blida 1	Président
M. DJENDI Mohamed	Professeur	U. Blida 1	Examineur
Mme TRIKI Houria	Professeur	U. Annaba	Examineur
M. AISSAT Abdelkader	Professeur	U. Blida 1	Directeur de thèse

Blida, 2018

REMERCIEMENTS

Je remercie tout d'abord Dieu le tout puissant et miséricordieux de m'avoir donné la force, le courage, et la patience d'accomplir ce modeste travail.

Je tiens à remercier très particulièrement mon directeur de thèse, le professeur Abdelkader AISSAT qui m'a proposé ce sujet de recherche, et de m'avoir encadré et dirigé tout au long de ce parcours, mais surtout pour ses conseils et son expérience qui ont été décisifs dans l'accomplissement de ce travail.

Je remercie vivement mon Co-directeur de thèse, le professeur François SANCHEZ, de m'avoir accueilli durant ma période de stage au sein du Laboratoire de Photonique d'Angers -LPHIA-. Je le remercie également pour ses conseils, son soutien et ses encouragements.

Je remercie également Monsieur Hervé LEBLOND Professeur à l'Université d'Angers pour ses conseils et pour le temps qu'il m'a consacré pendant la période de stage à l'Université d'Angers.

Je tiens à remercier Monsieur Said NACER professeur à l'Université de Blida pour avoir bien voulu examiner ce travail et pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant la présidence de mon jury de thèse.

J'exprime ma profonde gratitude à Madame Houria TRIKI Professeure à l'Université de Annaba, pour m'avoir fait l'honneur d'examiner ce travail de thèse et d'accepté de faire partie des membres du jury.

Je formule mes remerciements les plus sincères à Monsieur Mohamed DJENDI Professeur à l'Université de Blida d'avoir accepté d'examiner ce travail et de faire partie du jury.

Mes plus profonds remerciements sont adressés à ma famille et mes amies en particulier mes parents et mon cher oncle pour leur patience et pour le soutien qu'ils m'ont apporté tout au long de mon cursus universitaire. J'espère de tout mon cœur que la réalisation de ce travail soit un aboutissement à leurs efforts et espoirs. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma gratitude la plus affectueuse.

RÉSUMÉ

La réalisation de toutes configurations possibles des lasers à fibre avec le blocage de mode passif n'est pas pratique, sur le plan économique, temporel ou énergétique, la modélisation des problèmes physiques par l'utilisation des outils mathématiques et numériques devient alors le choix le plus raisonnable et le plus pratique pour comprendre la dynamique de ces systèmes, et de prédire leur comportement futur. Le travail de cette thèse a pour but d'améliorer ces outils numériques pour une meilleure compréhension et prédiction de comportement des lasers à fibre avec le blocage de mode passif. Premièrement, on cherche à trouver les régions d'existence et de stabilité des solitons dissipatifs dans les modèles réduits de l'équation complexe cubique et quintique de Ginzburg-Landau, qui représente un modèle générique qui décrit la dynamique des solitons dissipatifs dans ce type de lasers. Cette tâche est effectuée par l'exploitation des données acquises à partir de la résolution numérique de système réduit du modèle réel. Deuxièmement, on cherche à résoudre numériquement le modèle évoqué par un schéma de fractionnement bien établi pour la méthode de Fourier à pas fractionnaire, dans le but d'améliorer la précision de cette dernière, on démontre dans cette partie que la précision du schéma proposé peut être amélioré par l'utilisation d'une formule qui nous permettra de distribuer la partie linéaire et non linéaire dans des petites parties d'un seul pas, l'efficacité de cette approche est validée par la comparaison avec les autres méthodes de fractionnement bien établies dans la littérature. On démontre alors qu'à l'aide de ce schéma de fractionnement on dévoile précisément la dynamique des solitons dissipatifs dans les lasers avec blocage de mode passif, et que cette précision devient une nécessité dans le cas où les solitons manifestent des fluctuations rapides lors de la propagation.

Mots-clés: Blocage de Mode, Laser à Fibre, Soliton Dissipatif, Dynamique de Bifurcation, Méthode de Fourier à Pas Fractionnaire (SSFM).

ABSTRACT

The realization of all possible configurations of passively mode locked fiber lasers is not practical either on the economic, temporal or energetic plan, therefore, modeling of physical problems using mathematical and numerical tools becomes the most reasonable and the most practical choice to understand the dynamics of these systems and to predict their future behavior. The work of this thesis consists of improving these numerical tools to better understand and predict the behavior of fiber lasers with passive mode locking. On one hand we try to find regions of existence and stability of dissipative solitons in the reduced models of the cubic quintic complex Ginzburg-Landau equation which is a generic model describing the dynamics of dissipative solitons in such laser configurations. This task is performed by exploiting the data acquired from the numerical solutions of the reduced system from the real model. On the other hand we seek to solve numerically the mentioned model by a well-established fractionation scheme for the split step Fourier method for the purpose of improving the accuracy of the latter, we show in this section that the accuracy of the proposed scheme can be improved by using a formula that will allow us to distribute the linear and non-linear parts in small segments within a single step, the effectiveness of this approach will be validated from comparison with other splitting methods well established in the literature. It is shown that using this fraction scheme does precisely reveals the dynamics of dissipative solitons in passive mode-locked lasers and that this precision becomes a necessity in the case where the solitons manifest rapid fluctuations during propagation.

Keywords: Mode locking, Fiber laser, Dissipative soliton, Bifurcation Dynamic, Split Step Fourier Transform (SSFM).

ملخص

ان تحقيق كافة التشكيلات الممكنة لليزرات ذات الألياف ذات الوضع المقفل سلبيا ليس عمليا سواء من الجانب الاقتصادي، الوقتي أو الطاقوي، و عليه نمذجة المشاكل الفيزيائية باستخدام الأدوات الرياضية والرقمية يصبح معقول أكثر والخيار الأكثر عمليا لفهم القوى المحركة لهذه النظم والتنبؤ بسلوكها في المستقبل. عمل هذه الأطروحة يتمثل في تحسين هذه الأدوات الرقمية لفهم أفضل والتنبؤ بسلوك اليزرات ذات الألياف ذات الوضع المقفل سلبيا. من جهة نحن نحاول العثور على مناطق جود واستقرار السلتنونات المبددة في النماذج المخفضة لمعادلة غينزبورغ-لانداو المركبة، المربعة وذات الدرجة الرابعة و الذي هو نموذج عام يصف ديناميكيات السلتنونات المبددة في مثل هذه التكوينات اليزرية. يتم تنفيذ هذه المهمة من خلال استغلال البيانات التي يحصل عليها من الحلول العددية للنظام المخفض من النموذج الحقيقي. من جهة أخرى نحن نسعى لأن نحل رقميا النموذج المذكور عن طريق مخطط تجزئة مدروسة لنظرية فورييه لتقسيم الخطوة لغرض تحسين دقة هذا الأخير، ونبين في هذا القسم أن دقة خطة التقسيم المقترحة يمكن تحسينها باستخدام صيغة من شأنها أن تسمح لنا بتوزيع الأجزاء الخطية وغير الخطية في قطع صغيرة داخل خطوة واحدة، سيتم التحقق من صحة فعالية هذه المقاربة عن طريق المقارنة مع أساليب تقسيم أخرى تبينت مدى نجاعتها في دراسات سابقة. لقد تبين أن استخدام هذا المخطط للتجزئة يكشف بدقة ديناميكيات السلتنونات المبددة في الليزر ذو الألياف ذو الوضع المقفل سلبيا وأن هذه الدقة تصبح ضرورة في حال التقلبات السريعة للسلتنونات خلال انتشارها.

كلمات البحث: الوضع المقفل، الليزر ذو الألياف، السلتنونات المبددة، ديناميكيات التشعب، نظرية فورييه لتقسيم الخطوة.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	I
RESUME	II
TABLE DES MATIERES	III
LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES	IV
INTRODUCTION GENERALE	16
1. BLOCAGE DE MODES : ASPETS FONDAMENTAUX	20
1.1. Introduction	20
1.2. Applications	20
1.3. Blocage de modes	21
1.4. Techniques de blocage de modes	23
1.4.1. Blocage de modes actif	23
1.4.2. Blocage de modes passif	24
1.4.3. Les différents mécanismes de blocage de modes passif	26
1.4.3.1. Absorbant saturable lent	26
1.4.3.2. Absorbant saturable rapide	27
1.4.3.2.1. Absorbant saturable réel	28
1.4.3.2.2. Absorbant saturable artificiel	30
a. Laser à fibre optique avec cavité en anneau	30
b. Laser à fibre en forme de huit	31
1.4.3.3. Blocage de modes solitonique	33
1.4.4. Blocage de modes hybride	35
1.5. Conclusion	35
2. GENERALITE SUR LES SOLITONS	36

2.1. Introduction	36
2.2. Equation de Schrödinger non linéaire	38
2.3. Solutions Solitoniques de l'équation NLS	39
2.3.1. Méthode de Fourier à pas fractionnaire	39
2.3.2. Soliton brillant	40
2.3.3. Soliton noir	42
2.3.4. Solitons d'ordre supérieur	45
2.3.4.1. Solution unique	45
2.3.4.2. Solution doublette	48
a. Deux Solitons en collision	48
b. Solitons en état lié	49
2.3.4.3. Solution triplette	51
2.4. Conclusion	54
3. REGION D'EXISTANCE ET DE STABILITE DES SOLITONS DISSIPATIFS DANS LES MODELES REDUITS : APPROCHE GEO-NUMERIQUE POUR LA CLASSIFICATION	55
3.1. Introduction	55
3.2. Recherche des Solitons dissipatifs dans les modèles réduits	56
3.2.1. Approche géo-numérique adoptée	56
3.2.2. Utilisation d'un profile sécante hyperbolique	63
3.2.3. Utilisation d'un profile gaussien	65
3.3. Critères de confirmation des résultats	67
3.4. Exemples correspondants à l'équation CQGL	69
3.5. Conclusion	72
4. SCHEMA DE FRACTIONNEMENT DE FOURIER POUR LA RESOLUTION DE L'EQUATION COMPLEXE CUBIQUE ET QUINTIQUE DE GINZBURG-LANDAU	73
4.1. Introduction	73

4.2. Méthode de Fourier à pas fractionné	74
4.3. Résolution de l'équation CQGL par l'utilisation d'une approche de décortication en sous-parties	77
4.3.1. Méthode C-SSFM	77
4.3.2. Méthode CQ-SSFM	79
4.3.3. Méthode P-SSFM	81
4.3.4. Méthode N-SSFM	85
4.4. Exemples montrant quelques dynamiques des solitons dissipatifs	93
4.5. Conclusion	99
CONCLUSION GENERALE ET PROSPECTIVES	101
REFERENCES	103
ANNEXES	110
A. ANALYSE DE BIFURCATION	110
B. TRANSFORMER DE FOURIER RAPIDE (FFT)	120
C. LISTE D'ABREVIATIONS	126
D. LISTE DES SYMBOLES	128
E. PUBLICATIONS ET CONFERENCES	130

LISTE DES ILLUSTRATIONS GRAPHIQUES

Figure 1.1 :	Schéma illustrative du principe de verrouillage de modes	22
Figure 1.2 :	Schéma de la cavité laser en verrouillage de modes actif	24
Figure 1.3 :	La dynamique de perte de la mise en forme d'impulsion pour le verrouillage de modes.	24
Figure 1.4 :	Schéma de la cavité laser en verrouillage de modes passif.	25
Figure 1.5 :	Dynamique de gain et de perte de la mise en forme d'impulsion par blocage de modes pour un absorbant saturable lent.	27
Figure 1.6 :	Dynamique de gain et de perte de la mise en forme d'impulsion par blocage de modes pour un absorbant saturable rapide.	28
Figure 1.7 :	Schéma du montage d'une cavité à blocage de modes par un absorbant saturable.	29
Figure 1.8 :	Schéma de la méthode de blocage de modes utilisant l'évolution non linéaire de la polarisation de la lumière	31
Figure 1.9 :	Laser à fibre à blocage de modes passif dopée à l'erbium en forme de huit.	33
Figure 1.10 :	Dynamique de gain et de perte de la mise en forme d'impulsion par blocage solitonique dans le domaine temporel.	34
Figure 1.11 :	Dynamique de gain et de perte de la mise en forme d'impulsion par blocage solitonique dans le domaine fréquentiel.	34
Figure 2.1 :	Récréation d'ondes solitaires de l'eau sur le Canal d'Union, Heriot-Watt Université, Edinburgh, Scotland	37
Figure 2.2 :	Solution d'un soliton de premier ordre (fondamentale, $N = 1$) de l'équation NLS.	41
Figure 2.3 :	L'évolution de l'énergie d'un soliton de premier ordre.	42
Figure 2.4 :	La propagation d'un soliton fondamental noir.	43

Figure 2.5 :	L'intensité en fonction du temps normalisée pour un soliton (a) lumineux (b) noir et (c) gris.	44
Figure 2.6 :	Soliton noir fondamental créée en utilisant un soliton pair créé sur le fond d'impulsion super-gaussienne $u_0 = 1$ et $x_0 = 5$.	44
Figure 2.7 :	Solution d'un soliton de deuxième ordre ($N = 2$) de l'équation NLS.	46
Figure 2.8 :	L'évolution de l'énergie d'une soliton de seconde d'ordre.	46
Figure 2.9 :	Solution d'un soliton de troisième ordre ($N = 3$) de l'équation NLS.	47
Figure 2.10 :	Solution d'un soliton de quatrième ordre ($N = 4$) de l'équation NLS.	47
Figure 2.11 :	Collision entre deux solitons.	48
Figure 2.12 :	Deux solitons en état lié.	50
Figure 2.13 :	Deux solutions de solitons montrant l'effet de l'état initial non symétrique.	51
Figure 2.14 :	Interaction de trois solitons identiques à une séparation constante.	51
Figure 2.15 :	Interaction de trois solitons pour $u(o, \tau) = sech(x - 4) + sech(x) + sech(x + 6)$.	52
Figure 3.1 (a) :	Trois sources et trois composantes du concept de solitons dissipatifs.	54
Figure 3.1 (b) :	Le concept de solitons dissipatifs.	54
Figure 3.2 :	L'algorithme de l'approche utilisée pour la classification des points fixes.	56
Figure 3.3 :	Trajectoire d'un point fixe stable pour : $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.62$, et $\nu = -0.06$.	57
Figure 3.4 :	Évolution des différents paramètres d'un soliton dissipatif stable pour : $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.62$, et $\nu = -0.06$.	57

Figure 3.5 :	Trajectoire d'une limite cycle stable pour $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.74$, et $\nu = -0.07$.	58
Figure 3.6 :	Évolution des différents paramètres d'un soliton oscillant stable pour $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.74$, et $\nu = -0.07$.	58
Figure 3.7 :	Trajectoire d'une solution instable pour $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.8$ et $\nu = -0.1$.	59
Figure 3.8 :	Évolution des différents paramètres d'une solution instable pour $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.8$ et $\nu = -0.1$.	59
Figure 3.9 :	Régions d'existence des points fixes stables, oscillatoires et instables pour les paramètres $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1$ pour le système (3.3).	62
Figure 3.10 :	Régions d'existence des points fixes stables, oscillatoires et instables pour les paramètres $\nu = -0.07, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1$ pour le système (3.3).	62
Figure 3.11 :	Régions d'existence des points fixes stables, oscillatoires et instables pour les paramètres $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1$ pour le système (3.6).	64
Figure 3.12 :	Régions d'existence des points fixes stables, oscillatoires et instables pour les paramètres $\nu = -0.07, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1$ pour le système (3.6).	64
Figure 3.13 (a) :	Segment aux limites de bifurcation entre les solitons stables et oscillants pris de la Figure 3.9.	65
Figure 3.13 (b) :	Segment aux limites de bifurcation entre les solitons oscillants et instables pris de la Figure 3.9.	65
Figure 3.14 (a) :	Des points fixes stables pour les paramètres $\varepsilon = 0.808, \nu = -0.0805$.	66
Figure 3.14 (b) :	Des points fixes stables pour les paramètres $\varepsilon = 0.814, \nu = -0.08$.	66
Figure 3.14 (c) :	Des points fixes stables pour les paramètres $\varepsilon = 0.816, \nu = -0.0795$.	66
Figure 3.14 (d) :	Des points oscillants pour les paramètres $\varepsilon = 0.81, \nu = -0.08$.	66

- Figure 3.14 (e) : Des points oscillants pour les paramètres $\varepsilon = 0.812, \nu = -0.08$. 66
- Figure 3.14 (f) : Des points oscillants pour les paramètres $\varepsilon = 0.814, \nu = -0.0795$. 66
- Figure 3.15 (a) : Des solutions instables pour les paramètres $\varepsilon = 0.666, \nu = -0.107$. 67
- Figure 3.15 (b) : Des solutions instables pour les paramètres $\varepsilon = 0.668, \nu = -0.1065$. 67
- Figure 3.15 (c) : Des solutions instables pour les paramètres $\varepsilon = 0.67, \nu = -0.106$. 67
- Figure 3.15 (d) : Des points oscillants pour les paramètres $\varepsilon = 0.664, \nu = -0.107$. 67
- Figure 3.15 (e) : Des points oscillants pour les paramètres $\varepsilon = 0.666, \nu = -0.1065$. 67
- Figure 3.15 (f) : Des points oscillants pour les paramètres $\varepsilon = 0.668, \nu = -0.106$. 67
- Figure 3.16 : Evolution du profil d'un soliton dissipatif stationnaire pour les paramètres : $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.62$, et $\nu = -0.06$. 68
- Figure 3.17 : Évolution du profil d'un soliton dissipatif oscillant pour les paramètres : $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.74$, et $\nu = -0.07$. 69
- Figure 3.18 : Évolution du profil d'une solution instable pour les paramètres: $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.8$ et $\nu = -0.1$. 69
- Figure 4.1 : Schéma visuel décrivant l'algorithme de Fourier à pas fractionnaire de Strang pour l'évolution du champ initial $\psi(z)$. 74
- Figure 4.2 : Schéma visuel décrivant l'algorithme de C-SSFM pour l'évolution du champ initial $\psi(z)$. 76
- Figure 4.3 (a) : Évolution d'une impulsion stable pour $h = 0.1$ avec la méthode C-SSFM. 76
- Figure 4.3 (b) : Évolution d'une impulsion stable pour $h = 0.01$ avec la 76

	méthode C-SSFM.	
Figure 4.3 (c) :	Évolution d'une impulsion stable pour $h = 0.001$ avec la méthode C-SSFM.	76
Figure 4.3 (d) :	Évolution d'une impulsion stable pour $h = 0.0001$ avec la méthode C-SSFM.	76
Figure 4.4 (a) :	Évolution d'une impulsion oscillante pour $h = 0.1$ avec la méthode C-SSFM.	77
Figure 4.4 (b) :	Évolution d'une impulsion oscillante pour (b) $h = 0.01$ la méthode C-SSFM.	77
Figure 4.4 (c) :	Évolution d'une impulsion oscillante pour $h = 0.001$ avec la méthode C-SSFM.	77
Figure 4.4 (d) :	Évolution d'une impulsion oscillante pour $h = 0.0001$ avec la méthode C-SSFM.	77
Figure 4.5 :	Schéma visuel décrivant l'algorithme de CQ-SSFM pour l'évolution du champ initial $\psi(z)$.	78
Figure 4.6 (a) :	Évolution d'une impulsion stable pour $h = 0.1$ avec la méthode CQ-SSFM.	78
Figure 4.6 (b) :	Évolution d'une impulsion stable pour $h = 0.01$ avec la méthode CQ-SSFM.	78
Figure 4.6 (c) :	Évolution d'une impulsion stable pour $h = 0.001$ avec la méthode CQ-SSFM.	78
Figure 4.6 (d) :	Évolution d'une impulsion stable pour $h = 0.0001$ avec la méthode CQ-SSFM.	78
Figure 4.7 (a) :	Évolution d'une impulsion oscillante pour $h = 0.1$ avec la méthode CQ-SSFM.	79
Figure 4.7 (b) :	Évolution d'une impulsion oscillante pour $h = 0.01$ avec la méthode CQ-SSFM.	79
Figure 4.7 (c) :	Évolution d'une impulsion oscillante pour $h = 0.001$ avec la méthode CQ-SSFM.	79
Figure 4.7 (d) :	Évolution d'une impulsion oscillante pour $h = 0.0001$ avec la méthode CQ-SSFM.	79
Figure 4.8 :	Schéma visuel décrivant l'algorithme de P-SSFM pour	80

l'évolution du champ initial $\psi(z)$.

- Figure 4.9 (a) : Évolution d'une impulsion stable pour $h = 0.1$ avec la méthode P-SSFM. 80
- Figure 4.9 (b) : Évolution d'une impulsion stable pour $h = 0.01$ avec la méthode P-SSFM. 80
- Figure 4.9 (c) : Évolution d'une impulsion stable pour $h = 0.001$ avec la méthode P-SSFM. 80
- Figure 4.9 (d) : Évolution d'une impulsion stable pour $h = 0.0001$ avec la méthode P-SSFM. 80
- Figure 4.10 (a) : Évolution d'une impulsion oscillante pour $h = 0.1$ avec la méthode P-SSFM. 81
- Figure 4.10 (b) : Évolution d'une impulsion oscillante pour $h = 0.01$ avec la méthode P-SSFM. 81
- Figure 4.10 (c) : Évolution d'une impulsion oscillante pour $h = 0.001$ avec la méthode P-SSFM. 81
- Figure 4.10 (d) : Évolution d'une impulsion oscillante pour $h = 0.0001$ avec la méthode P-SSFM. 81
- Figure 4.11 : L'erreur relative par rapport à la taille de pas de la C-SSFM, CQ-SSFM et la P-SSFM pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.074$ et $\epsilon = 0.79$ et pour une distance $z = 200$. 81
- Figure 4.12 : L'erreur relative en fonction du temps de calcul de la C-SSFM, CQ-SSFM et la P-SSFM pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.074$ et $\epsilon = 0.79$ et pour une distance $z = 200$. 82
- Figure 4.13 : Schéma visuel décrivant l'algorithme de n-SSFM pour l'évolution du champ initial $\psi(z)$. 84
- Figure 4.14 : L'algorithme d'implémentation de la 3-SSFM. 88
- Figure 4.15 : L'erreur relative par rapport à la taille de pas de la n-SSFM pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.074$ et $\epsilon = 0.79$ et pour une distance $z = 200$. 89
- Figure 4.16 : L'erreur relative en fonction du temps de calcul de la n-SSFM pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, 89

$\mu = -0.1$, $\nu = -0.074$ et $\epsilon = 0.79$ et pour une distance $z = 200$.

- Figure 4.17 (a) : Évolution d'une impulsion oscillante pour $h = 0.1$ avec la méthode 12-SSFM. 90
- Figure 4.17 (b) : Évolution d'une impulsion oscillante pour $h = 0.01$ avec la méthode 12-SSFM. 90
- Figure 4.17 (c) : Évolution d'une impulsion oscillante pour $h = 0.001$ avec la méthode 12-SSFM. 90
- Figure 4.17 (d) : Évolution d'une impulsion oscillante pour $h = 0.0001$ avec la méthode 12-SSFM. 90
- Figure 4.18 : La rupture d'un soliton fondamental à un train de solitons pour une impulsion initiale de la forme $u = 2.6524 \operatorname{sech}(t/5)$ et pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.055$ et $\epsilon = 0.62$. 91
- Figure 4.19 : Nombre de solitons en fonction de la largeur à mi-hauteur (τ) pour une impulsion initiale de la forme $u = 2.6524 \operatorname{sech}(t/\tau)$ et pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.055$ et $\epsilon = 0.62$. 92
- Figure 4.20 : Régime mono-impulsionnel à partir d'une onde continue de la forme $u = 0.5 + 0.001 \cos(f t)$ et pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.18$, $\mu = -0.2$, $\nu = -0.1$ et $\epsilon = 0.45$. 93
- Figure 4.21 : Régime multi-impulsionnel à partir d'une onde continue de la forme $u = 0.5 + 0.001 \cos(f t)$ et pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.18$, $\mu = -0.2$, $\nu = -0.1$ et $\epsilon = 0.45$. 94
- Figure 4.22 : Régime mono-impulsionnel à partir de bruit et pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.055$ et $\epsilon = 0.62$. 94
- Figure 4.23 : Régime multi-impulsionnel à partir de bruit et pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.055$ et $\epsilon = 0.62$. 95
- Figure 4.24 : Évolution de deux impulsions chacun avec une phase initiale de $\pi/2$ pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.055$ et $\epsilon = 0.62$. 95

Figure 4.25 : Évolution de deux impulsions chacun avec une phase 96
initiale de π pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta =$
 0.08 , $\mu = -0.1$, $\nu = -0.055$ et $\epsilon = 0.62$.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Depuis toujours, la recherche des solutions aux problèmes rencontrés, représente un grand objectif et un sacré défi pour l'être humain, cependant, il semble que la nature nous surprend par fois avec des solutions qui cherchent des problèmes. Le « laser » un acronyme qui signifie « amplification de lumière par émission stimulée de radiations », est un dispositif qui peut créer et maintenir des impulsions lumineuses ultras brèves qui se propagent avec le record de la vitesse la plus rapide connue par l'homme ($c \approx 3 \times 10^8 m/s$), a fait l'objet de nombreuses recherches dès son invention, la nature dissipative du laser à blocage de mode le rend un dispositif de choix pour l'investigation des dynamiques des phénomènes fascinants, notamment les solitons dissipatifs (DS) [1].

Après des décennies de travaux intensifs, nous pensons que nous avons maintenant couvert tous les aspects de la lumière, mais jusqu'à ce moment, les chercheurs continuent de découvrir des propriétés cachées de cette dernière, même des unes fondamentales [2].

Le concept des solitons dissipatifs en fait décrit presque chaque entité physique qui doit son existence et sa forme à l'échange de matière ou d'énergie avec l'environnement, y compris tous les êtres vivants comme nous par exemple en tant qu'êtres humains; si quelqu'un arrête de manger, de boire ou de respirer pendant longtemps, l'objet spécifique dissipe jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'énergie, par conséquent son existence bien sûr.

Par exemple, parmi les structures dissipatives les plus fascinantes ; les étoiles, dont notre soleil. Les étoiles sont alimentées par la fusion nucléaire de l'hydrogène afin de former de l'hélium profond dans leurs intérieurs. La sortie de l'énergie à partir de la région centrale de l'étoile fournit la pression nécessaire pour éviter à l'étoile de s'effondrer sous son propre poids, et de l'énergie, par laquelle elle brille¹. Donc, des solitons dissipatifs qui pourraient aller de l'ordre de l'attoseconde aux étoiles qui pourraient atteindre un diamètre de millions de kilomètres, tous ces derniers, doivent leur existence à l'échange d'énergie ou de matière avec l'environnement y compris nous, les humains formons un univers dissipatif.

En outre, même les organes des êtres humains ainsi que les animaux ont besoin de l'énergie nécessaire pour fonctionner correctement, cela va des nerfs aux muscles, donc nous sommes considérés comme un système dissipatif et nous sommes entourés par des systèmes dissipatifs, car il y a toujours un échange d'énergie ou de matière avec l'environnement [3].

Le concept de soliton dissipatif est censé être infini (théoriquement), mais à cause de l'existence des impuretés et de nombreux facteurs supplémentaires qui

¹<http://science.nasa.gov/astrophysics/focus-areas/how-do-stars-form-and-evolve/>

peuvent affecter le système physique principal comme des intrus, le système physique tend à se dissiper et éventuellement disparaître. Ici, nous donnons un exemple de cette forme; notre principal sujet dont nous discutons en détail dans cette thèse : l'équation complexe cubique et quintique de Ginzburg-Landau (CQGL) avec (par exemple) un profil sécante hyperbolique comme forme initiale dans les limites de bifurcation (des frontières) où la plus petite perturbation peut conduire à la déformation du profil stable, par exemple des perturbations dues à des bruits introduits.

Des bruits introduits importants signifient simplement des perturbations qui font face à la propagation des solitons. Trouver que certaines solutions peuvent se tenir debout en présence de ces obstacles, signifie une robustesse qui est fortement souhaitée dans les lignes de transmission optique ou traitement de l'information pour les technologies de future.

Lorsqu'on traite des solitons de type conservatifs, il n'y a que deux facteurs qui contrôlent la stabilité et de l'existence des solitons, la dispersion et la non-linéarité, comme les solitons de l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS), mais lorsqu'on traite des solitons dissipatifs généralement deux autres facteurs importants sont nécessaires pour que ces structures puissent exister, ces facteurs sont le gain et la perte.

Afin que les DSs soient des objets stationnaires, l'équilibre entre la dispersion et la non-linéarité ainsi que le gain et la perte doivent être accomplis. Dans le cas où le gain peut surmonter la perte, la solution va croître indéfiniment et pour la situation en face, la solution se dissipe jusqu'à disparaître complètement et tout ce qu'il faut est un léger changement dans ces facteurs influençant [3].

Pour comprendre et analyser la dynamique des solitons dissipatifs dans le but de les exploiter en faveur de l'homme, il est essentiel d'étudier ces derniers expérimentalement et numériquement. Dans la science moderne évaluer et enquêter sur des phénomènes physiques est essentiel, l'analyse numérique nous permet de prédire le comportement de la lumière ce qui peut conduire à une utilisation et exploitation appropriée de cette dernière.

La modélisation, l'étude théorique et numérique, la confirmation expérimentale, puis à la fin l'insertion de la découverte dans la vie réelle ou simplement nous aider à comprendre comment notre monde physique fonctionne, ce sont les étapes fondamentales utilisées dans la plupart des découvertes scientifiques, y compris notre sujet principal qui est le laser à blocage de mode passif.

Lors du traitement de la dynamique des solitons dissipatifs, nous parlons d'un système dynamique résultant d'une réduction du modèle complet du système dissipatif, le procédé de réduction comprend la réduction du modèle physique qui a des dimensions infinies à des sous-modèles avec des dimensions infinies, la

stabilité des solutions obtenues à partir du point fixe qui représente les solutions de modèle réduit, détermine la stabilité du soliton dissipatif du modèle complet.

L'avantage d'utiliser un système dynamique réduit du modèle complet est qu'énormément de scientifiques avaient déjà accomplis beaucoup de travaux sur ce dernier, et depuis longtemps, ainsi que pour sa simplicité, l'inconvénient de cela est qu'il représente seulement une approximation modeste du modèle complet ainsi que la dynamique de celui-ci, et dans certains cas, la solution résultante perd son comportement et donne quelque chose d'incohérent comme résultat, citant par exemple avoir une solution fixe à l'instar d'une solution oscillatoire complètement divergeant (le gain surmonte la perte) dans certaines régions à les limites de bifurcation. Donc cette technique n'est plus ou moins pas très précise, et afin d'obtenir plus de précision, d'autres termes (dimensions) dans le processus de réduction doivent être mis en œuvre, ce qui est très difficile et prend beaucoup du temps.

Ainsi, afin d'obtenir un comportement précis et qu'un point fixe du modèle dynamique réduit peut être considéré comme un soliton dissipatif pour le modèle complet, théoriquement un système dynamique de dimension infinie doit être considéré. Dans de nombreux travaux, des chercheurs ont montré que la réduction du modèle complet en un système dynamique à trois dimensions est suffisante dans de nombreux cas pour avoir une approximation raisonnable de ces modèles. Mais pour aller plus loin et avoir la dynamique précise, la simulation numérique du modèle complet est une nocivité dont nous parlerons en détail dans la suite de cette thèse (chapitre 4).

Notre travail de thèse porte sur le développement d'outils numériques efficaces pour l'investigation des lasers à blocage de modes passifs, afin de prédire son comportement et aider à son développement, cette thèse est divisée en quatre chapitres :

Le premier chapitre est une unité indispensable qui contient les aspects fondamentaux à connaître pour comprendre qu'est-ce qu'un laser. On commence par donner un prospectif historique de ce dernier ainsi que ses applications dans notre vie quotidienne et aussi dans la recherche. Par la suite, on parlera théoriquement des lasers en spécifiant la dynamique et les propriétés de chaque type y compris les lasers à blocage de mode passifs et actifs.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons les solitons de l'équation de Schrödinger non linéaire, qui représente un modèle classique des solitons de type conservatifs. On commence par simplifier l'équation NLS à sa forme la plus simple, on donne des exemples de solitons, en débutant par le cas fondamental où le soliton se propage sans déformations soit brillantes soit noires, par la suite on discute le cas des solitons d'ordres supérieurs et enfin l'interaction entre solitons, soit dans le cas où seulement deux solitons sont considérés ou dans le cas de trois solitons en interaction.

Dans le troisième chapitre, nous présentons une approche simple pour classifier les solutions des systèmes réduits de l'équation CQGL. On cite ici les étapes principales utilisées pour déterminer la nature des solutions de ces systèmes réduits qui déterminera à son tour la nature des solutions de modèle réel. Dans notre espace de paramètres, on trouve trois régions principales ; stable, oscillante et instable.

Dans le dernier chapitre nous présentons un schéma de fractionnement basé sur la méthode de Fourier à pas fractionnaire (SSFM) pour résoudre le modèle réel (l'équation CQGL), On commence par donner des approches qu'on a essayé de développer pour arriver à résoudre la CQGL avec précision, mais sans succès, par la suite on présente l'effet de distribution de terme linéaire et non linéaire d'une manière uniforme et sous petit pas sur la précision de solution. Et à la fin on donne quelques exemples de comportement des solutions de la CQGL qui montre la dynamique des solitons dissipatifs dans différentes situations.

CHAPITRE 1 :

BLOPAGE DE MODE : ASPECTS FONDAMENTAUX

1.1. Introduction

En 1960, Theodore H. Maiman ingénieur et physicien américain, chef de la section de l'Électronique quantique à Hughes Aircraft Company à Malibu, en Californie, a inventé le premier "laser" fonctionnel, qui signifie un acronyme pour "light amplification by stimulated emission of radiation" à l'aide d'un rubis comme un milieu amplificateur [4], le processus qui rend l'émission laser possible est l'Émission stimulée proposée en 1917 par Albert Einstein [5]. Plus tard, en 1958, développé par A.L. Schawlow, et C.H. Towne [6] comme une extension, le maser "microwave amplification by stimulated emission of radiation" [7] c'est à dire à partir de micro-ondes à l'infrarouge et la région optique, qui a mis la base pour la réalisation par la suite par Maiman. Dans les années 1960, les lasers ont été appelés " solution à la recherche d'un problème ". Depuis, ils deviennent l'une des inventions les plus révolutionnaires qui affectent notre vie quotidienne, et sera certainement façonné notre avenir.

1.2. Applications

Les applications des impulsions ultracourtes produites par les lasers sont dans de nombreux domaines, y compris par exemple le micro-usinage [8], la fabrication des modules solaires [9], la fabrication des micro/nano structures sur des métaux [10], la micro fabrication interne des matériaux transparents [11], traitement de diamants [12], forage en acier [13, 14]. Certaines des applications en médecine et en biologie sont tomographie par cohérence optique [15], ophtalmologie [16], dentisterie [17], diagnostic précoce et précis des maladies [18], traitement du cancer [19], les dispositifs laboratoires sur puce pour la bio détection [20]. Certaines applications futuristes de lasers ultracourtes sont la fusion nucléaire [21], propulsion alimentée par faisceau [22], et la réalisation des horloges atomiques d'une haute précision [23]. L'une des principales applications possibles des lasers à blocage de modes est le stockage d'informations, c'est-à-dire par stockage optique à trois dimensions [24], qui pourrait être utilisé pour le stockage permanent des données (comme un ROM dans la technologie de stockage des données réelles), ou le stockage et le traitement d'impulsions optiques où l'information est codée de manière où la présence d'une impulsion est 1 et l'absence d'une impulsion est 0 [25] qui pourrait être utilisé pour le stockage

temporaire des données (comme dans la technologie de stockage de données réelles de RAM). Les deux dernières applications rendent possible la réalisation des ordinateurs futurs ultrarapides basés sur des impulsions et des matériaux optiques.

La liste peut continuer encore et encore, allant des petites applications comme dans les bars de numérisation et des disques compacts à la fusion nucléaire, et jusqu'à ces derniers jours, les découvertes dans le domaine des lasers sont toujours présentes, citant à titre d'exemple dernièrement une publication qui montre l'utilisation d'un faisceau laser pour contrôler des liaisons atomiques (contrôle cohérent) [26], où récemment les chercheurs ont trouvé un moyen de contrôler une liaison atomique des atomes de magnésium en utilisant des impulsions laser ultracourtes à l'échelle de la femtoseconde. Un autre exemple est relatif à l'affichage en 3-D [27], où des recherches ont réussi avec une méthode pour le rendu des graphiques volumiques et aériens en utilisant des lasers femtosecondes. Cela va révolutionner l'affichage en 3-D en particulier dans les situations d'urgence où les communications sont en baisse.

Ces avancées et tous ce que nous avons découvert au cours des dernières années et l'on ne peut qu'imaginer les possibilités que les lasers vont ouvrir à nous, c'est littéralement illimité. Les systèmes lasers avec des mécanismes de blocage de modes passifs sont des dispositifs idéaux pour étudier et enquêter sur les solitons dissipatifs [28], dans ce chapitre, nous allons clarifier le concept de blocage de mode.

1.3. Blocage de mode

Les lasers représentent un outil efficace pour la production des impulsions ultracourtes sur l'échelle de la picoseconde ou même la femtoseconde pour différents systèmes, incluant les systèmes de télécommunication. Le mécanisme utilisé pour produire ces impulsions est appelé verrouillage ou blocage de mode [29, 30].

La première description théorique du blocage de mode a été proposée par W. E. Lamb Jr [31], à l'époque ce dernier l'avait appelé « le phénomène de blocage de fréquence ». Le terme « blocage de mode » (Mode-Locking) provient d'une description dans le domaine fréquentiel, il décrit le verrouillage de multiples modes longitudinaux dans une cavité laser (d'où vient le terme lasers à blocage de modes), il se réfère à la génération d'impulsions optiques ultracourtes dans les configurations lasers [29]. La génération d'impulsions ultracourtes dans une cavité laser peut être obtenue en forçant la cohérence entre les phases de différents modes, alors une relation de phase fixe entre ces modes longitudinaux est nécessaire pour former une impulsion ultracourte dans le résonateur [30]. De l'autre côté, si la relation de phase entre les différents modes n'est pas fixe alors le

laser émettra en continu. Le taux de répétition des impulsions émises par un laser impulsionnel est gouverné par la loi suivante :

$$\Delta\nu = \frac{c}{nL} \quad (0.1)$$

où $\Delta\nu$ est l'intervalle spectral libre de la cavité, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$: La vitesse de la lumière, n : L'indice de réfraction du milieu actif, L : La longueur de la cavité optique.

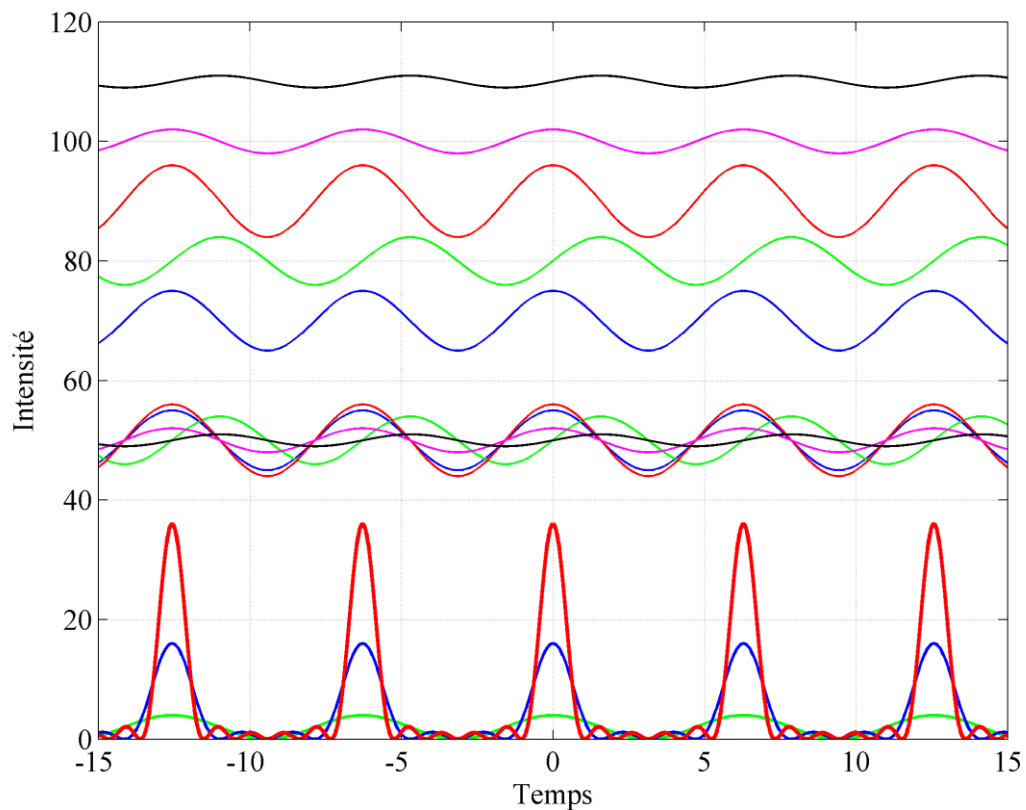


Figure 1.1: Schéma illustratif du principe de blocage (verrouillage) de modes.

La figure 1.1 donne une représentation temporelle de $2N + 1$ modes à l'intérieur de la cavité [32], le taux de répétition est de l'ordre de $k\tau$, où τ est un nombre entier, qui résulte des impulsions aux instants $t = t_0 + k\tau$ [33], où k est également un nombre entier, τ représente la séparation entre les impulsions. Plus la cohérence entre les impulsions augmente, ces derniers deviennent plus intenses.

Il existe deux configurations principales pour la conception de blocage de modes, qui divisent le blocage de modes en deux familles; blocage de mode actif et passif, elles dépendent de la technique utilisée pour induire une modulation sur le

champ électromagnétique qui se propage à l'intérieur de la cavité. Le blocage de modes est une technique bien établie pour la génération d'impulsions ultracourtes, afin d'obtenir un laser qui génère des impulsions ultracourtes ; on doit incorporer des éléments de formation d'impulsions actifs ou non linéaires (modulateurs) dans la cavité laser [34].

1.4. Techniques de blocage de modes

La génération d'impulsions ultracourtes est d'une grande importance pour des applications dans de nombreux domaines. Il existe plusieurs techniques de verrouillage de modes : verrouillage de modes actif, passif et hybride. Dans cette section, nous citons certaines techniques principales de verrouillage de modes qui ont fait l'objet de recherches extensives.

1.4.1. Blocage de modes actif

Le blocage de modes actif ou forcé [35] est une technique qui nécessite un mécanisme externe afin de verrouiller en phase les modes longitudinaux de la cavité [36], cela implique soit une modulation périodique des pertes de la cavité avec la période correspondant au temps aller-retour de la cavité, soit un changement de phase à une période aller-retour. Elle peut être réalisée par un modulateur acousto-optique (AOM), qui est utilisé pour introduire une modulation périodique des pertes de la cavité, ou un modulateur électro-optique (EOM), placé à l'intérieur de la cavité qui produit une variation de phase en fonction du temps [37]. La modulation doit être synchronisée avec les aller-retour de résonateur afin de générer des impulsions ultracourtes [38], les durées des impulsions résultant d'un laser à verrouillage de modes actif sont généralement de l'ordre des picosecondes [39, 40].

La figure 1.2 montre un schéma simplifié de blocage de modes actif, lorsqu'un signal externe est appliqué à un modulateur de perte optique, une modulation de perte sinusoïdale avec une période donnée par le temps aller-retour de la cavité est produite. Le gain saturé à l'état permanent soutient ensuite un gain net dans le voisinage du minimum de la modulation des pertes (voir Figure 1.3) et donc ne supporte que les impulsions qui sont significativement plus courtes que le temps aller-retour de la cavité [41].

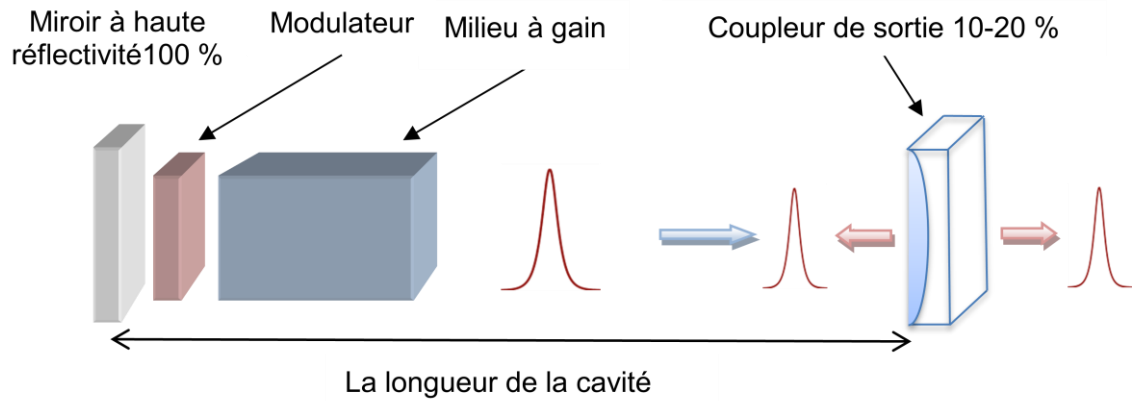


Figure 1.2: Schéma de la cavité laser en verrouillage de modes actif.

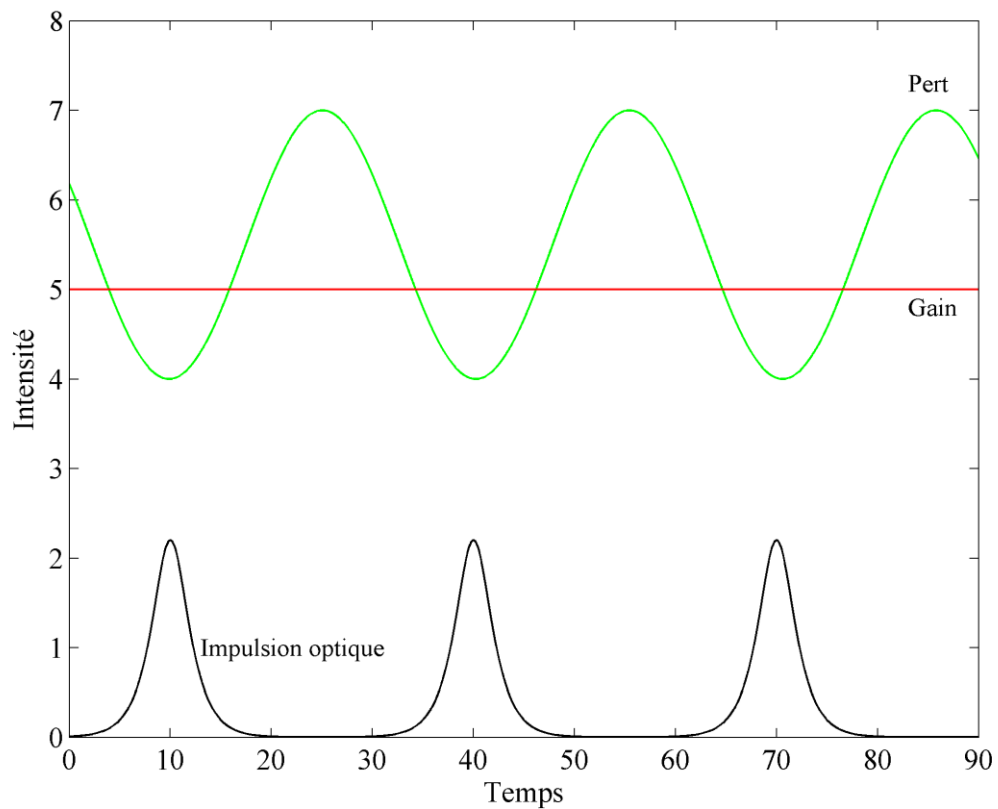


Figure 1.3: La dynamique de perte de la mise en forme d'impulsion pour le verrouillage de modes actif inspiré de [41] et [42].

1.4.2. Blocage de modes passif

Bien que le verrouillage de modes actif est une technique bien établie, elle est limitée par trois facteurs majeurs : 1. Un modulateur entraîné externe est

nécessaire, et la fréquence de modulation doit correspondre exactement à l'espacement des modes de la cavité. 2. Le raccourcissement de l'impulsion dû au modulateur devient inefficace pour des impulsions très courtes (< 500 fs), ce qui limite la largeur d'impulsion susceptible d'être atteinte [43]. 3. La complexité de contrôle et de synchronisation électronique [44].

La technique de blocage de modes passive surmonte ces limitations en remplaçant le modulateur entraîné externe par un élément optique non linéaire dont la perte dépend de l'intensité de l'impulsion laser. Avec l'augmentation de l'intensité, la perte diminue. Une impulsion ultracourte circulante module la perte d'intra-cavité, qui, à leur tour, module l'impulsion circulante. Ainsi, la modulation de perte est automatiquement synchronisée avec les impulsions. En outre, si la non-linéarité répond suffisamment rapidement, la modulation de perte devient plus rapide que l'impulsion qui devient plus courte. Par conséquent, des impulsions de plus en plus courtes peuvent être obtenues [43].

L'incorporation d'un absorbant saturable dans la conception de la cavité est cruciale pour atteindre le verrouillage de modes passif, soit en plaçant un absorbant saturable "réel" dans la cavité qui est le cas des lasers à diodes semi-conducteurs [45], ou en exploitant les propriétés non linéaires de la fibre et les éléments non linéaires introduits pour créer un effet d'absorbant saturable, en d'autres termes un absorbant saturable "artificiel" qui est le cas dans des cavités à fibre annulaires et les lasers en forme "de huit" [46, 47].

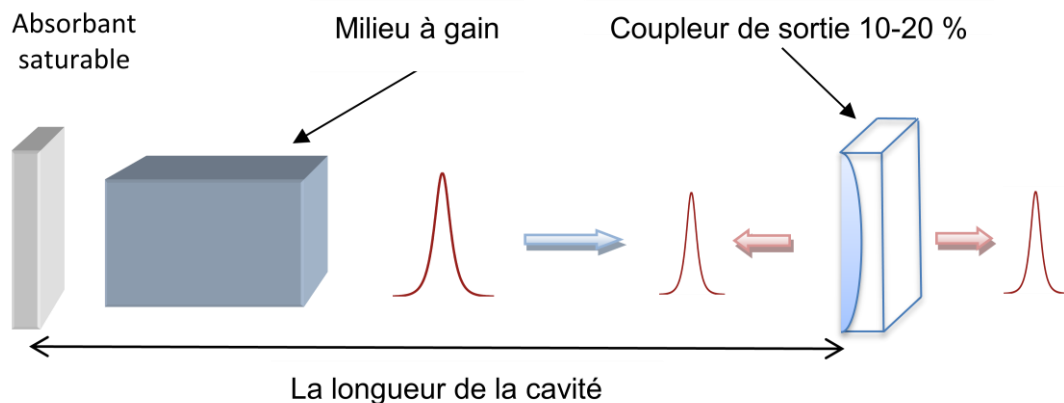


Figure 1.4: Schéma de la cavité laser en verrouillage de modes passif [48].

Les fonctions de perte et de gain diffèrent d'un milieu à un autre, une bonne combinaison entre les deux fonctions provoque des impulsions de plus en plus courtes.

1.4.3. Les différents mécanismes de blocage de modes passif

Le blocage de modes est une technique bien établie pour la génération d'impulsions ultracourtes, les impulsions les plus courtes produites à ce jour atteignent 5 fs au niveau de la largeur totale à mi-hauteur (FWHM) grâce à l'utilisation d'un laser Ti Saphir verrouillé en modes par une lentille-Kerr: [49]. La génération d'impulsions ultracourtes repose sur un mécanisme d'absorbant saturable afin d'ouvrir une fenêtre de gain net dans le temps de sorte que seule l'impulsion elle-même subit un gain dans le parcours aller-retour. Cela permet au système d'avoir une discrimination contre le bruit qui peut se développer en dehors de l'intervalle de gain net, et donc l'impulsion est maintenue stable contre les perturbations et le bruit [50]. Selon le gain et les propriétés d'absorbant il y a trois mécanismes fondamentaux qui décrivent bien le verrouillage de modes passif [51], absorbant saturable rapide (figure 1.6) comme dans le cas des systèmes de verrouillage de modes par impulsion additive ou les en lentilles Kerr [52], absorbant saturable lent (avec saturation du gain dynamique) comme dans les diode [53] et à colorant [54]) (figure 1.5) [42], et le verrouillage du mode solitonique (un absorbant saturable lent, plus la formation de soliton [50]) [50, 55].

1.4.3.1. Absorbant saturable lent

Un absorbant saturable lent avec une saturation de gain dynamique ("lent" dans ce contexte signifie "lent par rapport à la durée d'impulsion atteinte, mais rapide par rapport à temps aller-retour de la cavité " [56]), est un élément dissipatif qui devient plus transparent avec l'augmentation de l'intensité lumineuse, mais ne peut pas récupérer son absorption sur l'échelle de temps d'une impulsion ultracourte. Il favorise la génération d'impulsions en rayonnement d'onde continue (CW), mais ne peut pas faire grand chose sur le raccourcissement à un délai plus court que son temps de récupération. Les premières études des lasers à colorants pompés par une lampe flash à blocage de modes passif [57] ont révélées, que des impulsions picosecondes ont été, en fait, générées avec des éléments d'absorbant saturable à colorant récupérées sur une échelle de temps de la nanoseconde. Une analyse perspicace par New [48] a suggéré que cela a été rendu possible grâce à la saturation dynamique du gain. L'absorbant va préférentiellement absorber le front avant l'impulsion; le gain de l'épuisement causerait la perte sur le front arrière. Les deux, la perte et le gain récupèrent à temps pour le prochain parcours aller-retour. Chaque fois, les ailes d'impulsion expériences de la perte tandis que le pic de l'impulsion reçoit du gain. Les dynamiques de modulation de ce procédé sont illustrées à la figure 1.5 [42].

En d'autres termes, la saturation de gain dynamique signifie que le gain subit une saturation rapide induite par l'impulsion qui ensuite récupère entre les impulsions consécutives [51].

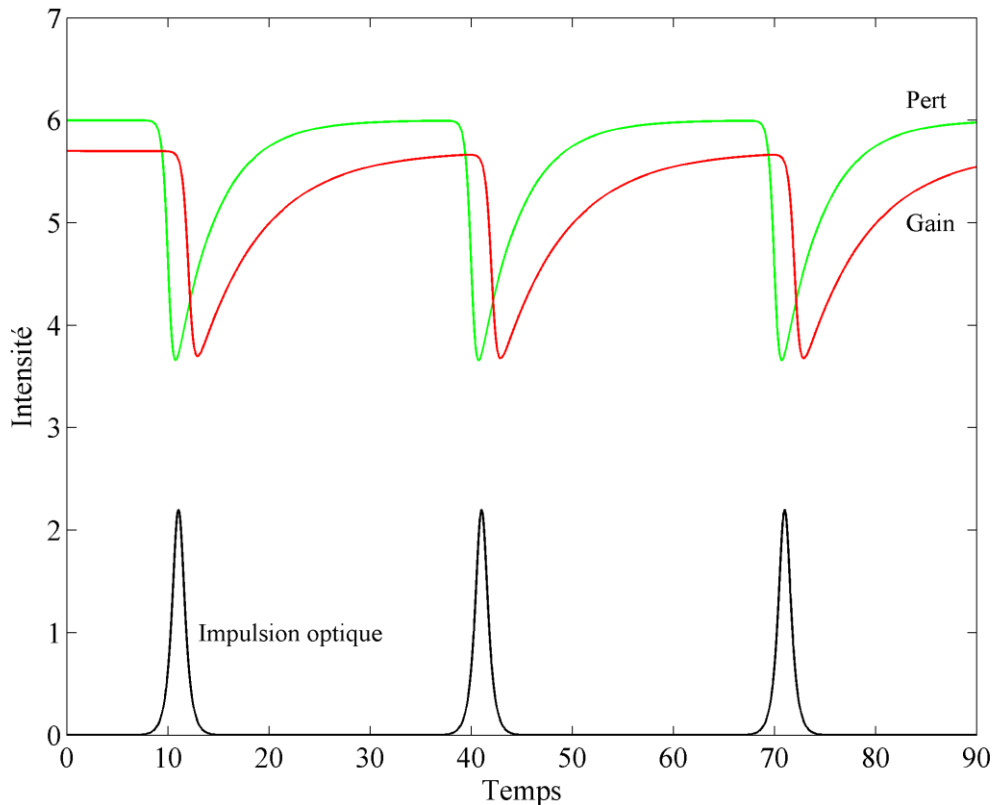


Figure 1.5: Dynamique de gain et de perte de la mise en forme d'impulsion par blocage de modes pour un absorbant saturable lent inspiré de [41] et [42].

1.4.3.2. Absorbant saturable rapide

Un absorbant saturable rapide [42] est un élément qui réagit pratiquement instantanément aux variations de l'intensité lumineuse. C'est-à-dire, il peut récupérer son absorption initiale en un temps court par rapport à la durée de l'impulsion optique. Ainsi, il peut produire des impulsions dans un laser sans aucune aide de la dynamique de saturation de gain. La figure 1.6 montre comment cela fonctionne dans l'état stationnaire. L'absorbant façonne l'impulsion sur les deux fronts avant et arrière et offre une discrimination contre la lumière de fond entre les impulsions.

Le gain est supposé être approximativement constant pendant l'impulsion, et égal à son niveau de saturation déterminé par la puissance moyenne à l'état stable. C'est le cas pour les médias avec des sections transversales de petits gains et longue durée de vie à l'état supérieur, il est, dans un sens pratique, c'est la condition déterminante pour le modèle de verrouillage de modes à absorbant rapide.

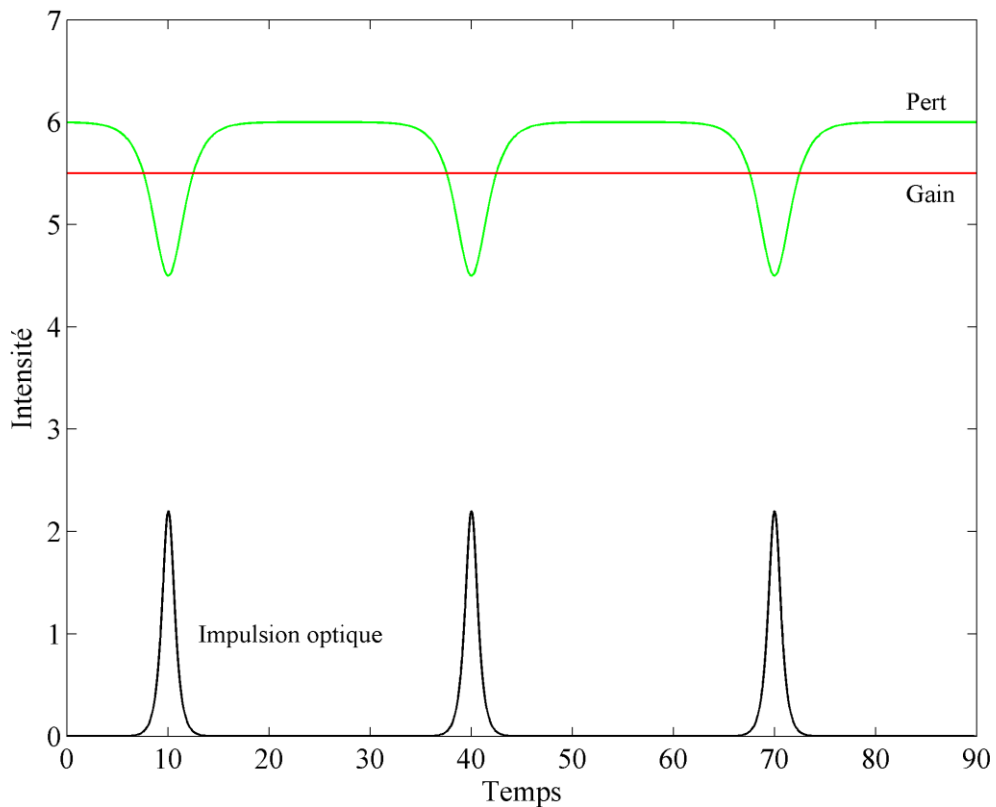


Figure 1.6: Dynamique de gain et de perte de la mise en forme d'impulsion par blocage de modes pour un absorbant saturable rapide inspiré de [41] et [42].

Les absorbants saturables rapides peuvent être des éléments réels tels que des lasers à semi-conducteurs en utilisant les propriétés non linéaires des composantes de la cavité.

1.4.3.2.1. Absorbant saturable réel

Les lasers à base de semi-conducteurs à absorbants saturables ont été largement utilisés dans les cavités laser pour produire des impulsions optiques ultracourtes [58]. Le SESAM (miroir à absorbant saturable à base de semi-conducteurs) est un absorbant saturable qui fonctionne en réflexion. Dans le SESAM, une surface très réfléchissante est couverte par l'absorbant saturable. Aux faibles intensités, l'absorbant saturable absorbera la partie majeure de la lumière incidente et la réflectivité du miroir est petite, lorsque l'intensité incidente augmente, l'absorbant saturable absorbe moins et donc la réflectivité augmentera. Si un tel dispositif est utilisé comme un miroir dans une cavité laser, alors les portions de haute intensité auront une plus grande rétroaction par rapport aux parties de faible intensité, favorisant ainsi la formation d'impulsions à haute intensité. Dans le cas des lasers

à fibres, les absorbants saturables en semi-conducteurs à base de InGaAsP et GaAs sont généralement utilisés [59].

Le laser à absorbant saturable à base de semi-conducteur a la géométrie d'une cavité linéaire dont l'un des miroirs est un absorbant saturable et l'autre un miroir partiellement réfléchissant avec une fibre amplificatrice placée entre les deux (à voir la figure 1.7). Cette cavité produit des impulsions brèves. Quand l'impulsion se propage dans l'absorbant saturable, ses ailes subissent plus de pertes que sa partie centrale, assez intense pour saturer l'absorption. C'est ce processus qui est à l'origine de l'obtention du verrouillage de modes. Si cette cavité est très simple, elle demande néanmoins de concevoir et de fabriquer un absorbant saturable adapté. Cependant, la fabrication des absorbants saturables est complexe et coûteuse. Il est possible de reproduire un comportement similaire à celui d'un tel composant sans avoir recours aux miroirs semi-conducteurs.

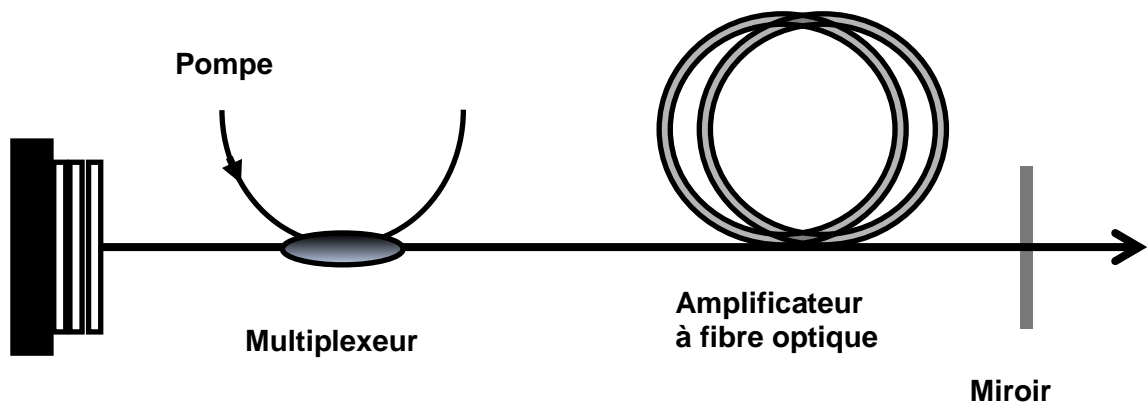


Figure 1.7: Schéma du montage d'une cavité à blocage de modes par un absorbant saturable [60].

Les Absorbants réels ont l'avantage de simplicité; en raison de leur durée de vie réelle, cependant, ils n'ont pas produit les impulsions les plus courtes. Cela a été accompli avec des absorbants saturables artificiels rapides.

1.4.3.2.2. Absorbant saturable artificiel

L'utilisant des propriétés non linéaires des composantes de la cavité pourrait conduire à l'effet d'un absorbant saturable artificiel sur l'impulsion comme l'indice de réfraction non-linéaire dans le verre par exemple, qui a une réponse de l'ordre de quelques femtosecondes. Ce qui induit à un effet d'absorbant saturable très rapide sur l'impulsion.

Les absorbants artificiels ont certains avantages sur les absorbants réels, ils ne doivent pas dissiper de la puissance (car ils reflètent la puissance hors du laser, c.à.d. hors de l'absorbant) et leurs paramètres de fonctionnement peuvent être modifiés de manière expérimentale. Les coefficients de pertes efficaces en petits signaux qu'ils introduisent et leur automodulation d'amplitude (SAM) efficace peuvent être optimisés par le bon choix de lentilles, séparateurs de faisceaux et les dimensions de la cavité [42]. En ce qui vient ensuite nous allons discuter de deux types, les lasers à fibre en anneau et en forme de huit (F8L).

a. Laser à fibre optique à cavité en anneau

Cette technique est basée sur la rotation non linéaire de la polarisation, elle consiste à introduire un séparateur de polarisation et des contrôleurs de polarisation dans une cavité en anneau, qui permettent de manipuler l'état de polarisation du signal laser. En effet, les fortes intensités qui se propagent dans le cœur monomode induisent un effet Kerr important sur de courtes longueurs de fibre. Cela résulte en une modification de l'état de la polarisation en fonction de l'intensité. Ainsi, si on considère une impulsion polarisée elliptiquement à l'entrée de la fibre, son état de polarisation à la sortie ne sera pas le même au centre de l'impulsion et dans les ailes de celle-ci. Si le contrôleur de polarisation est correctement orienté, le polariseur laissera passer le centre de l'impulsion et bloquera les ailes. En rebouclant le mécanisme, on obtient une cavité en anneau (à voir la figure 1.8). Cette technique conduit à des impulsions ultracourtes.

b. Laser à fibre en forme de huit

Le laser en forme de huit a été inventé par DULING en 1991 [61, 62], où il a incorporé un miroir non linéaire en boucle optique (NOLM) [63] comme dans le côté droit de la figure 1.9 avec une autre boucle contenant un amplificateur à fibre qui est appelé miroir non linéaire en boucle amplificatrice (NALM) sur le côté gauche en tant que composant de gain et de mise en forme de l'impulsion. La forme du laser a suggéré le nom de laser en forme de huit (F8L).

L'utilisation d'un NALM dans la cavité laser permet de se passer d'un absorbant saturable. En effet, une impulsion qui entre dans le NALM est séparée en deux par le coupleur. Les deux impulsions parcourent le NALM selon des directions opposées pour se recombiner à nouveau dans le coupleur. Étant donné que le NALM est construit de façon asymétrique, les deux impulsions ne subissent pas le même déphasage non linéaire et peuvent arriver au niveau du coupleur en phase ou hors phase selon leur intensité.

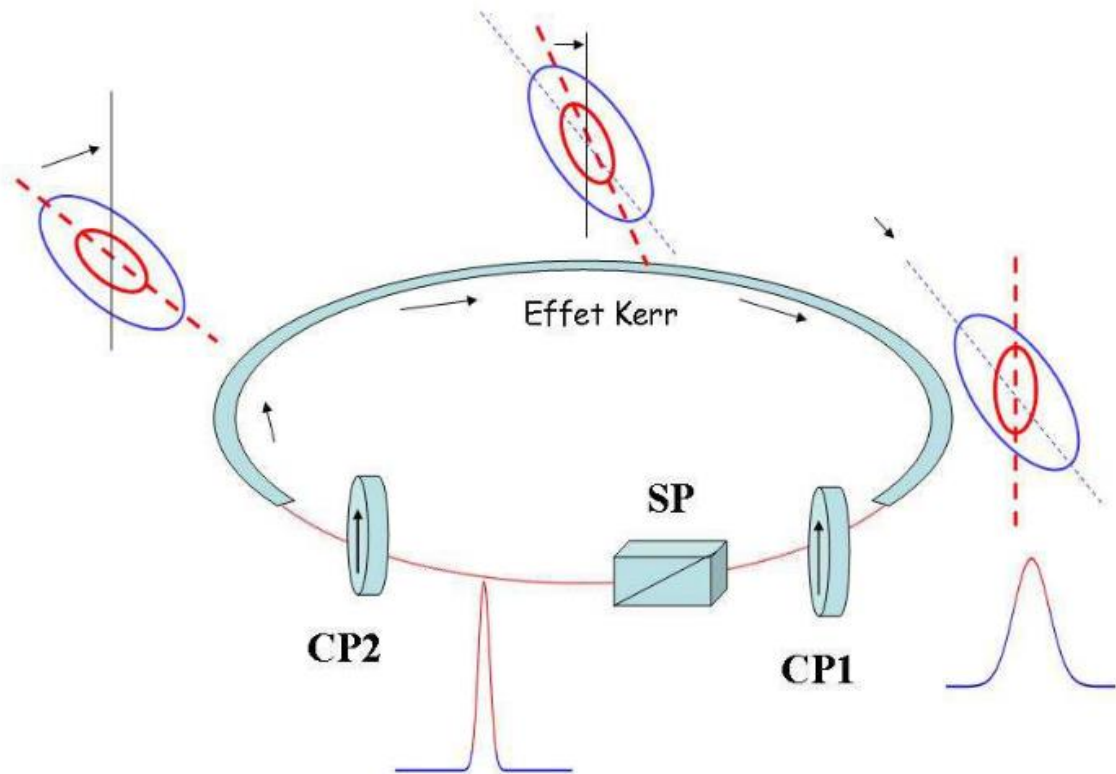


Figure 1.8: Schéma de la méthode de blocage de modes utilisant l'évolution non linéaire de la polarisation de la lumière: **SP** séparateur de polarisation **CP_{1,2}** contrôleurs de polarisation [64].

L'impulsion qui parcourt le NALM dans le sens inverse des aiguilles d'une montre est d'abord amplifiée avant de traverser le segment de fibre standard. Elle accumule donc un déphasage non linéaire important, par contre l'impulsion voyageant dans le sens des aiguilles d'une montre n'est amplifiée qu'en fin de parcours. En l'absence d'amplification et avec une symétrie parfaite, le signal serait intégralement réfléchi par la boucle de fibre vers le bras où se trouve le coupleur de sortie. Grâce à l'asymétrie et à la différence de phase non linéaire accumulée, il est possible de totalement transmettre le signal, c'est-à-dire de le renvoyer vers la branche où se trouve l'isolateur optique. "En conclusion, sans le déphasage non linéaire approprié, cette cavité ne pourra pas produire un effet laser à cause de l'isolateur optique qui bloque le signal. En revanche, s'il y a une différence de déphasage non linéaire entre les ondes contra-directionnelles, l'effet laser est obtenu. Afin d'obtenir le déphasage non linéaire approprié Il faut atteindre un niveau de puissance suffisant. Exactement comme dans le cas d'un absorbant saturable, il existe une intensité seuil au-dessus de laquelle l'effet laser peut se produire". Cette fois encore, un régime de blocage de modes sera donc favorisé. Toujours en analogie avec l'absorbant saturable, le passage entre l'état transparent et opaque n'est pas discret et une certaine compression de l'impulsion se produit où les ailes peu intenses d'une impulsion sont réfléchies par le NALM

vers le coupleur de sortie et donc perdues dans l'isolateur optique. La partie centrale (intense) de l'impulsion, quant à elle, est transmise par le NALM et est prête à circuler à nouveau dans le NOLM [33].

La non-linéarité Kerr qui induit le déphasage non linéaire joue un rôle clé dans le temps de réponse d'absorption saturable qui a un temps de réponse de l'ordre de la femtoseconde, il agit donc très vite [65].

En général, il est difficile de produire des impulsions plus courtes que 100 fs dans un F8Ls [66]. Cependant, des impulsions aussi courtes que 30 fs ont été générées à l'aide F8L en amplifiant la sortie du laser, puis en comprimant l'impulsion amplifiée dans une fibre à dispersion décalée [67].

Une étude comparative intéressante menée par Foued Amrani *et al* [68] où ces derniers ont étudié la formation de structures des solitons auto-organisés et désorganisés (la formation de plusieurs solitons) dans des lasers de blocage de modes passif en anneau [68] et F8L [69], démontrant l'universalité des états solitoniques, cela signifie que les motifs ne dépendent pas du mécanisme de blocage de modes précis dans le cas des absorbants saturables rapides artificiels.

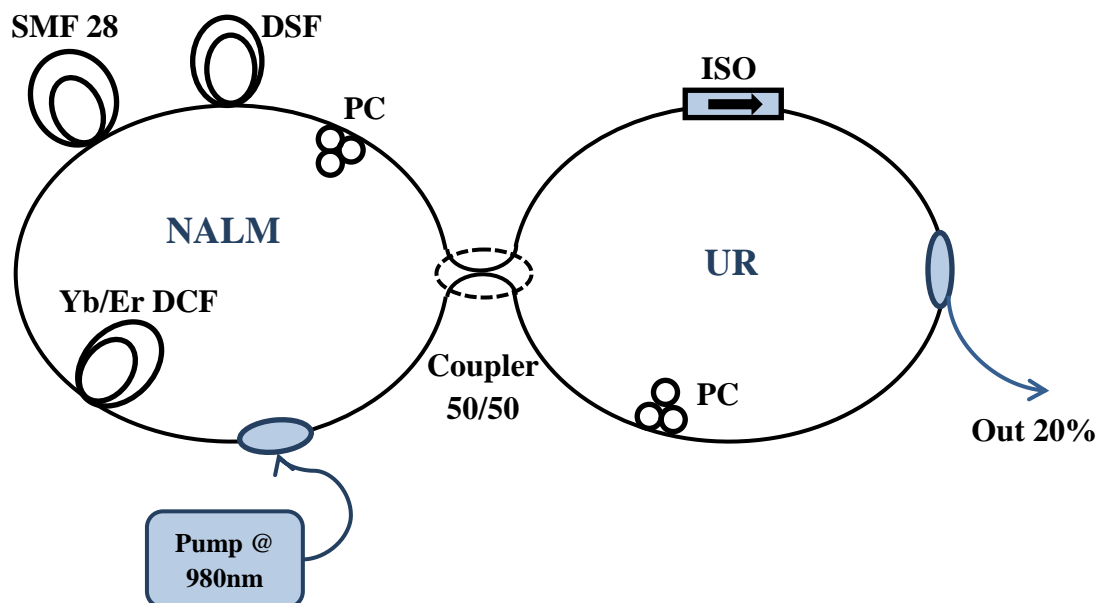


Figure 1.9: Laser à blocage de modes passif en fibre dopée à l'erbium en forme de huit [70].

1.4.3.3. Blocage de modes solitonique

Le blocage de modes solitonique nous fournit un nouveau modèle utile de la production d'impulsions femtosecondes, en montrant que nous n'avons pas besoin

d'un absorbant saturable avec une réponse aussi rapide que la largeur d'impulsion [58], il peut être expliqué comme suit (à voir la figure 1.10). Le soliton perd de l'énergie en conséquence de la dispersion de gain et des pertes dans la cavité. La dispersion de gain et les pertes peuvent être traitées comme des perturbations dans l'équation de Schrödinger non linéaire pour laquelle un soliton est une solution stable. Cette perte d'énergie, appelé "continuum" dans la théorie des perturbations de soliton, est initialement contenue dans une impulsion de fond de faible intensité, qui subit un élargissement négligeable de la bande passante en raison de l'auto modulation de phase (SPM), qui se répand dans le temps en réponse à la dispersion de retard de groupe (GDD) (Fig. 5a). Ce continuum subit un gain plus élevé que le soliton, car il subit seulement le gain au centre de la ligne (tandis que le soliton montre un gain moyen inférieur en raison de sa largeur de bande plus grande) (Figure 1.11). Après un temps d'accumulation suffisant, le continuum croît jusqu'à ce qu'il atteigne le seuil d'émission laser, déstabilisant le soliton. Cependant, nous pouvons stabiliser le soliton en introduisant un absorbant saturable "lent" dans la cavité. Cet absorbant "lent" est assez rapide pour ajouter une perte supplémentaire suffisante pour le continuum croissant qui se répand dans le temps de sorte qu'il n'atteint plus le seuil d'émission laser [51].

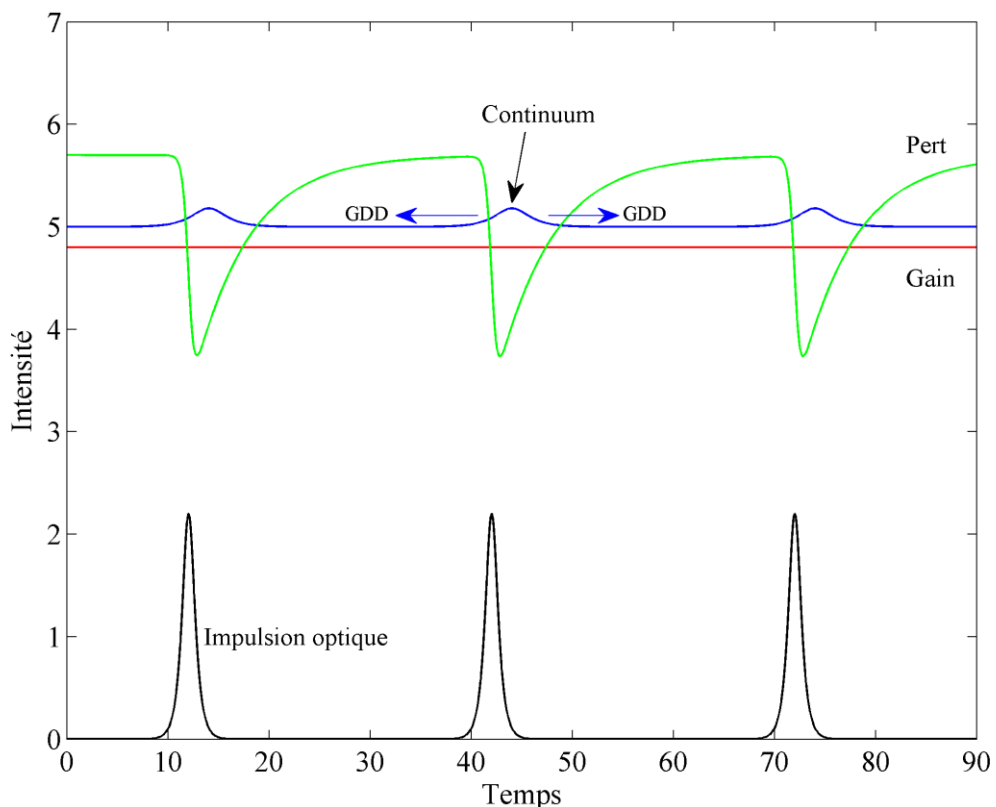


Figure 1.10: Dynamique de gain et de perte de la mise en forme d'impulsion par blocage de solitonique dans le domaine temporel.

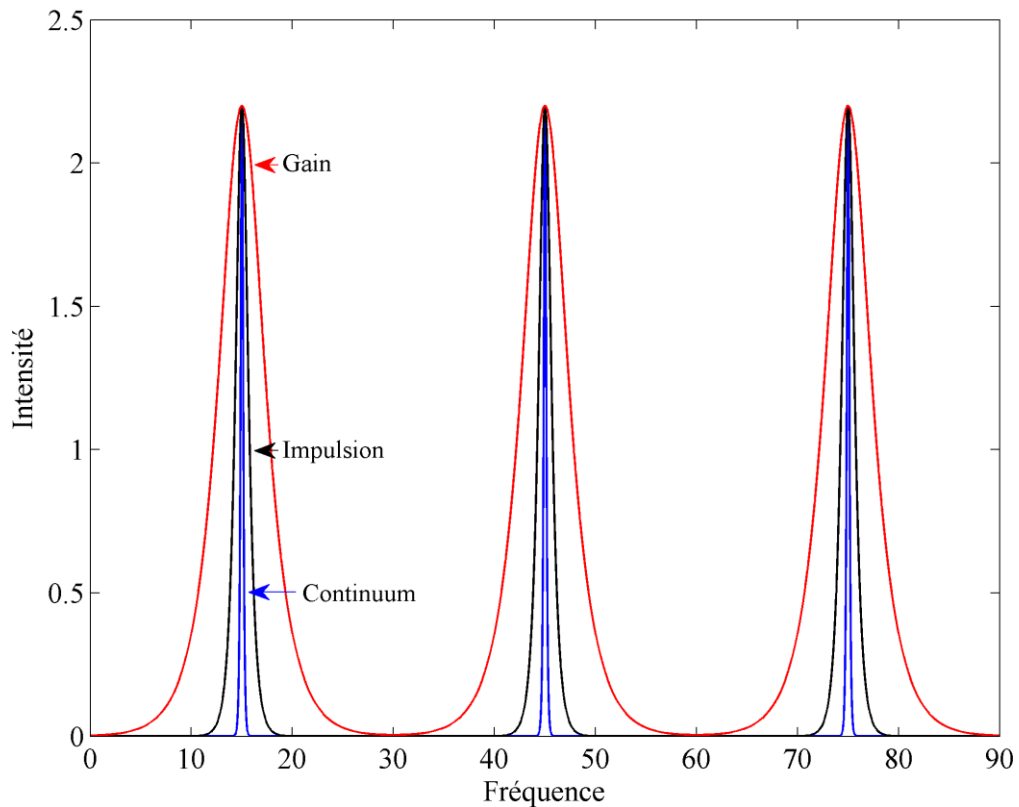


Figure 1.11: Dynamique de gain et de perte de la mise en forme d'impulsion par blocage de solitonique dans le domaine fréquentiel.

Le continuum se répand dans le temps en raison de la GDD et donc subit plus de perte dans l'absorbant "lent", qui est saturé par l'impulsion solitonique la plus courte, cependant, l'impulsion de continuum a un spectre plus étroit et donc subit plus de gain que l'impulsion solitonique la plus large spectralement [51].

1.4.4. Blocage de modes hybride

Le blocage de modes hybride ou actif-passif [71] est une technique qui incorpore les avantages des deux techniques de blocage de modes actif et passif de manière que le verrouillage de modes passif est utilisé pour produire des impulsions plus courtes (plus courts que ceux du verrouillage modes actif), tandis qu'une horloge externe est utilisée pour commander la synchronisation d'impulsion en tant que modulateur d'amplitude ou de phase. Cette technique est utilisée dans certains lasers à semi-conducteurs pour obtenir des impulsions stables à haute puissance de l'ordre de la femtoseconde [72].

Il vaut la peine de mentionner que le terme blocage de modes hybride pourrait être référencé à l'incorporation de différents éléments dans une cavité laser par exemple, la combinaison d'une absorption saturable avec l'évolution de la polarisation non linéaire dans un oscillateur à fibre dopée à l'erbium pour permettre des impulsions de forte puissance [73].

1.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu les trois grandes familles de blocage de modes : actif, passif et hybride. Nous avons expliqué l'aspect fondamental de blocage de modes notamment le blocage de mode passif qui représente la technique la plus simple, mais la plus efficace et la plus utilisée pour la génération d'impulsions ultracourtes de l'ordre de la femtoseconde. Les propriétés citées dans ce chapitre le rendent un candidat prometteur pour plusieurs applications notamment dans le domaine de la recherche et un choix préféré pour plusieurs applications actuelles comme la télécommunication. Dans le chapitre suivant nous allons rentrer dans le monde de ce qu'on appelle soliton « conservatif » qui va nous donner une bonne introduction pour rentrer dans le monde de soliton dissipatif.

CHAPITRE 2 :

GÉNÉRALITÉ SUR LES SOLITONS

2.1. Introduction

Tout a commencé en 1834 quand un ingénieur naval écossais nommé John Scott Russell, montait une paire de chevaux le long de canal du Glasgow-Edinburgh lorsqu'il observe une vague qui pouvait continuer sa cours sans changement apparent de forme ou de vitesse. Cette observation a été la naissance de monde de soliton.

Dit J Scott Russell ; Je ne puis donner une idée plus nette du phénomène qu'en décrivant les circonstances dans lesquelles il m'apparut pour la première fois. J'observais le mouvement d'un bateau que deux chevaux tiraient rapidement dans un canal étroit, lorsque ce bateau vint à s'arrêter tout à coup: mais il n'en fut pas de même de la masse d'eau qu'il avait mise en mouvement dans le canal; elle s'accumula autour de la proue dans un état de violente agitation, puis laissant tout à coup le bateau en arrière, se mit à cheminer avec une grande vitesse sous la forme d'une seule grande ondulation, dont la surface était arrondie, lisse et parfaitement déterminée. Cette onde continua sa marche dans le canal sans que sa forme et sa vitesse parussent s'altérer en rien. Je la suivis à cheval et la retrouvai cheminant encore avec une vitesse de 8 à 9 milles à l'heure et conservant sa figure initiale (environ 30 pieds de longueur sur 1 pied à 1 1/2 pied de hauteur). La hauteur de l'onde diminuait graduellement, et après l'avoir suivie pendant un mille ou deux, je la perdis dans les sinuosités du canal. Ainsi le mois d'aout 1834 ai-je eu la chance de ma première rencontre avec ce phénomène étrange et beau, que je nommai « Onde de Translation » [74].

Les solitons sont des enveloppes d'impulsion robuste qui se propage sans déformation, non seulement que ça, mais ces impulsions survit également aux collisions entre eux [75].

Deux mathématiciens néerlandais Korteweg et de Vries ont publié un article [76], dans lequel des ondes de surface dans les canaux peu profonds et étroits ont été modélisées par ce qui est maintenant connu comme l'équation de Korteweg-de Vries (KdV). Un contexte historique entre la découverte de soliton et la création de l'équation KdV est discutée dans [77].



Figure 2.1 : Récréation d'ondes solitaires de l'eau sur le canal d'Union, Heriot-Watt Université, Edinburgh, Scotland².

Les solitons ont été nommés par Zabusky et Kruskal en 1965 lorsqu'ils ont observés des interactions non linéaires inhabituelles parmi des «impulsions d'ondes solitaires» (comme ils l'appelaient) ou "solitons" se propageant dans un milieu de dispersion non linéaires. Ces phénomènes ont été observés dans les solutions numériques de l'équation KdV décrites ci-dessus [78]:

$$u_t + uu_x + \delta^2 u_{xxx} = 0 \quad (2.1)$$

L'importance de ce document n'a pas été comprise jusqu'à cette date, quand ils découvrent que cette équation contient ce qui est maintenant connu comme la solution soliton [79].

Depuis les solitons ont fait l'objet d'études théoriques et expérimentales intenses dans de nombreux domaines différents, y compris la physique des plasmas, l'hydrodynamique, l'optique non linéaire, et la biologie [80], de petite échelle comme dans les lasers à fusion nucléaire.

² <http://www.ma.hw.ac.uk/solitons/soliton1b.html>

De l'onde de translation à onde solitaire jusqu'au solitons c'était le principal processus de dénomination de ce qui est considéré aujourd'hui comme les outils de base de télécommunication. Hasegawa et Tappert démontraient théoriquement qu'un profil d'impulsions de lumière brillante ou noire peut se propager dans les fibres optiques [81, 82], également, que la non-linéarité de l'indice de réfraction peut être utilisée pour compenser l'effet d'élargissement de l'impulsion du à la dispersion dans les fibres optiques à faibles pertes. Ceci a été vérifié expérimentalement par les expériences de Mollenauer *et al* [83] en utilisant une fibre monomode de verre en silice en tant que milieu de propagation.

L'équation qui gouverne cette onde est la fameuse équation de Schrödinger non linéaire (NLS) qui est considérée comme l'équation la plus étudiée dans la physique moderne. Cette équation peut être dérivée de l'équation bien connue de Maxwell dans un repère cylindrique [84]. l'équation NLS peut prédire l'évolution d'impulsions optiques dans un milieu non linéaire et non-résonant tel qu'une fibre optique [85, 86].

2.2. Equation de Schrödinger non linéaire

L'équation de Schrödinger non linéaire peut être écrite comme [75, 84]:

$$U_z + \frac{i\beta_2}{2} U_{tt} - \frac{\beta_3}{6} U_{ttt} = i\gamma |U|^2 U - \frac{\alpha}{2} U, \quad (2.2)$$

où le terme α inclut les pertes de fibres, β_2 et β_3 représentent la dispersion de deuxième et troisième ordre respectivement, γ est un paramètre non linéaire qui comprend le coefficient d'indice non linéaire n_2 , la longueur d'onde optique λ , et la surface effective A_{eff} , il est défini par l'expression suivante $\gamma = 2\pi n_2 / (\lambda A_{eff})$.

Afin de réduire cette équation certaine simplification doit être faite, α et β_3 sont alors les deux définis à zéro ($\alpha = 0$ et $\beta_3 = 0$), c.-à-d. nous dérivons seulement en combinant les effets de la dispersion du second ordre et l'automodulation de phase, ce qui est valable pour la plupart des lasers à fibre pour une durée d'impulsion relativement longue (>100 fs) avec une puissance crête faible. Maintenant, on peut normaliser cette équation à la forme générale suivante [85]:

$$iu_z - \frac{s}{2} u_{tt} + N^2 |u|^2 u = 0, \quad (2.3)$$

où u est proportionnel à l'enveloppe complexe du champ électrique, ξ est la distance de propagation le long de la fibre, et τ est le temps dans le référentiel en mouvement avec l'impulsion [84].

ici les termes suivants sont introduits: $\tau = \frac{t}{T_0}$, $\xi = \frac{z}{L_D}$, $u = \frac{U}{\sqrt{P_0}}$, pour normaliser l'équation.

T_0 est la largeur d'impulsion, P_0 est la puissance crête de l'impulsion, $L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$ est la longueur de dispersion, $s = \text{sgn}(\beta_2) = +1$ ou -1 , selon la valeur de β_2 , si elle est positive (dispersion de vitesse de groupe (GVD) normal) ou négative (GVD anormale), et le paramètre $N = \sqrt{\gamma P_0 L_D}$.

Donc, les seuls facteurs qui influent sur la propagation des impulsions sont la GVD et la non-linéarité. Zakharov et Shabat ont trouvé la solution exacte du soliton de l'équation NLS en utilisant la transformée de diffusion inverse (IST) [87]. Pour plus de détails sur le IST on peut toujours revoir les références suivantes [79, 88, 89].

2.3. Solutions solitoniques de l'équation NLS

Dans ce qui suit, nous étudions les différentes solutions de l'équation NLS dans le cas de dispersion négative et positive.

Pour discuter des solutions solitoniques, considérons l'équation de Schrödinger non linéaire suivante :

$$iu_z + \frac{1}{2}u_{tt} + |u|^2u = 0 \quad (2.4)$$

Dans ce qui vient ensuite nous simulons l'équation NLS en utilisant un schéma de fractionnement de Fourier modifié, que nous le verrons plus loin en détail au chapitre 4, ce dernier est une combinaison de la méthode de schéma de fractionnement de Fourier de base, intégré avec un schéma de fractionnement de notre proposition afin de simuler avec précision la dynamique de solitons.

2.3.1. Méthode de Fourier à pas fractionnaire

La Méthode de Fourier à pas fractionnaire est utilisée dans cette section pour résoudre numériquement l'équation NLS, plus de détails sont introduits dans chapitre 4, donc nous allons expliquer brièvement l'idée derrière elle. D'abord, nous réécrivons l'équation NLS sous la forme suivante:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})\psi \quad (2.5)$$

Où \hat{D} est un opérateur linéaire et \hat{N} est l'opérateur non linéaire, ils sont donnés par :

$$\hat{D} = i \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

$$\hat{N} = i|\psi|^2 \quad (2.7)$$

Supposant que les deux opérateurs peuvent réagir indépendamment l'un de l'autre, on peut approximer un soliton par la formule suivante :

$$\psi(z + h) \approx \exp(h\hat{D})\exp(h\hat{N})\psi(z) \quad (2.8)$$

Où h est le pas de division.

2.3.2. Soliton brillant

Afin de simuler numériquement la solution de soliton brillant ou lumineux, une impulsion hyperbolique sécante est considérée comme condition initiale de la forme [84]:

$$u(0, t) = N \operatorname{sech}(t) \quad (2.9)$$

Où le paramètre N est un entier définissant l'ordre du soliton, le soliton fondamental correspond à $N = 1$ (figure 2.2). Il est la seule solution qui conserve sa forme lors de la propagation le long de la fibre, ici la non-linéarité et la dispersion ou la diffraction en fonction du type soliton sont simultanément compostées à chaque point lors de la propagation, qui se traduit par le parfait équilibre. L'existence et la stabilité des solitons brillants ne se trouvent que dans le régime de dispersion anormale (GVD négatif). Dans le cas où $N > 1$, nous avons un soliton d'ordre supérieur. Par exemple, avec $N = 2$ le soliton change de forme périodiquement au lieu de maintenir un profil stationnaire (figure 2.7).

La dynamique des solitons, fondamentale, deuxième, troisième et de quatrième ordre sont mises en évidence dans les figures 2.2 à 2.10 ci-dessous.

Le profil fixe (figure 2.2) est le cas le plus étudié parmi les solitons, car il représente un candidat idéal pour les télécommunications par fibre optique.

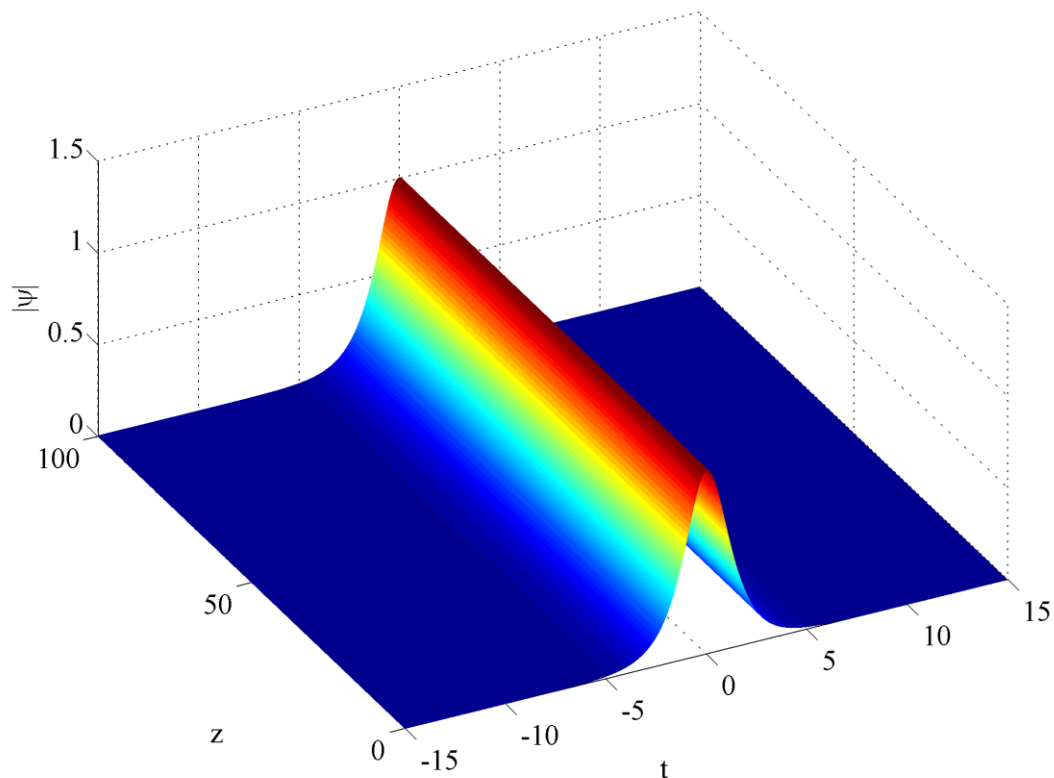


Figure 2.2 : Solution d'un soliton de premier ordre (fondamental, $N = 1$) de l'équation NLS.

La figure 2.2 montre la dynamique d'un soliton brillant stable $N = 1$, ce soliton fondamental ne montre pas de variation au cours de propagation à cause de l'équilibre parfait entre les effets linéaires et non linéaires de l'équation NLS. Même s'on regarde le profil d'énergie de cette solution (figure 2.3) on voit clairement que l'énergie de ce soliton est constante, ce qui représente une bonne stabilité.

Cette propriété fait des solitons le choix numéro un pour la transmission de l'information en longues distances. Ainsi, il est le cas le plus étudié parmi les solitons, car il représente un candidat parfait pour la télécommunication par fibre optique.

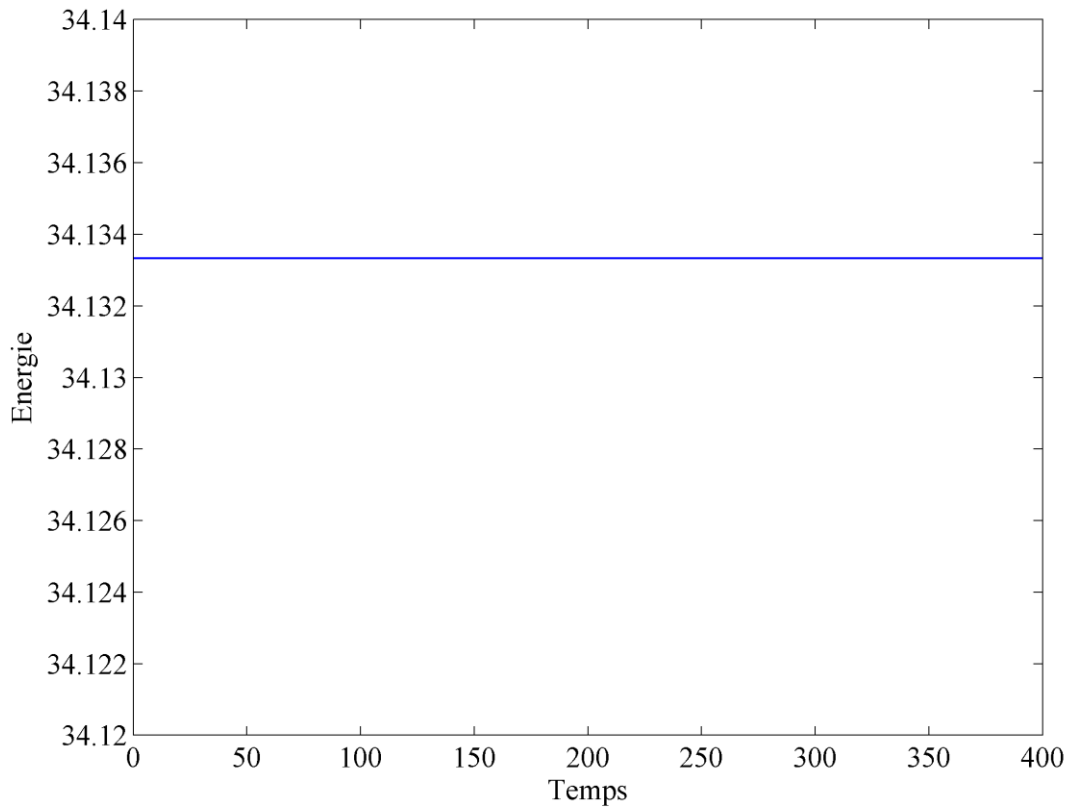


Figure 2.3 : Evolution de l'énergie d'un soliton de premier ordre.

2.3.3. Soliton noir

Les solitons noirs ou sombres sont considérés comme une chute (plonge) rapide dans l'intensité de fond d'une onde continue (CW) stable [90] (figure 2.4). Contrairement aux solitons lumineux, ces solitons existent seulement dans la région de GVD normale (positive). Ce fut d'abord prédit théoriquement par Hazegawa et Tappert [82], la première observation expérimentale des solitons noirs dans une fibre optique a été réalisée par A. M. Weiner *et al* [91]. La solution d'un soliton noir peut être écrite en utilisant la formule ci-dessous [92] :

$$u(z, t) = u_0 [B \tanh \theta + iA] \exp(iu_0^2 z) \quad (2.10)$$

Où $A = \sin \varnothing$ et $B = \cos \varnothing$ sont deux paramètres reliés par la relation $A^2 + B^2 = 1$,

et

$$\theta = u_0 B (t - Au_0 z) \quad (2.11)$$

où u_0 est l'amplitude du soliton noir. Le paramètre B^2 caractérise l'intensité de soliton au centre, si $B^2 = 1$ cela permet à la puissance crête de l'impulsion d'atteindre le point zéro d'énergie, dans ce cas le soliton est appelé soliton noir ou soliton fondamental foncé (sombre), en revanche lorsque $0 < B^2 < 1$ le soliton est appelé soliton gris [93] (figure 2.5).

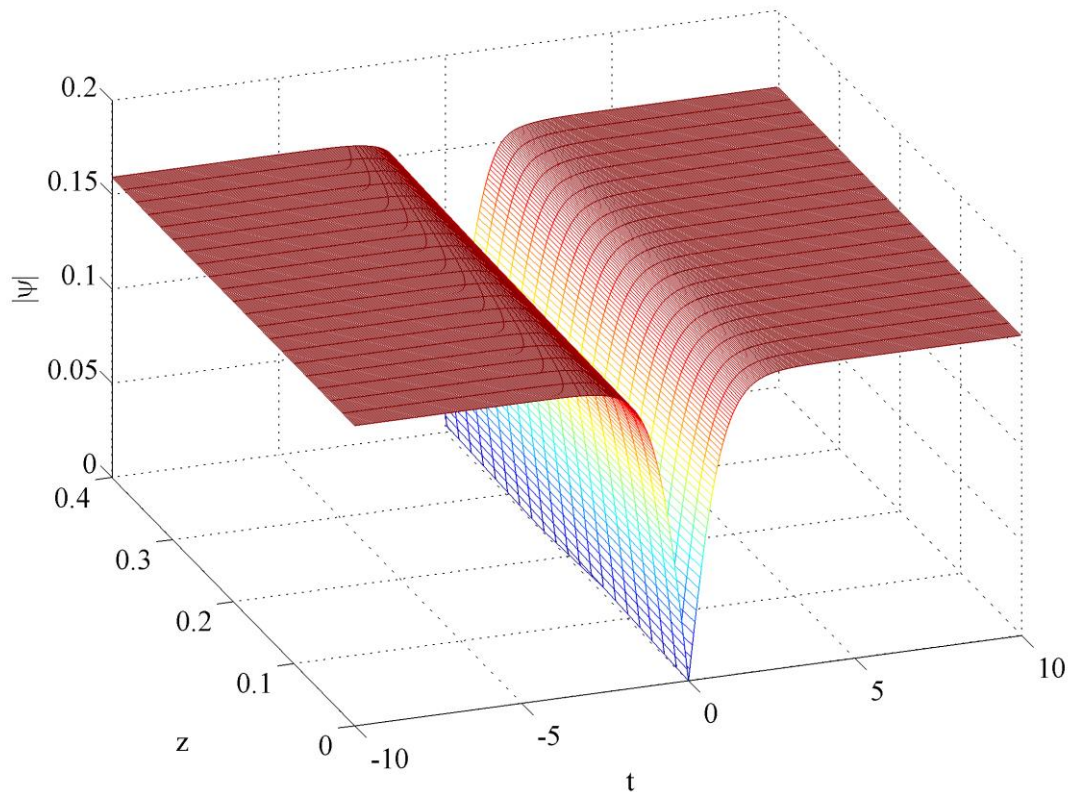


Figure 2.4 : Propagation d'un soliton fondamental noir.

Un autre type intéressant de soliton noir consiste à utiliser une paire d'impulsions noire sur le fond d'une impulsion super-gaussienne, par l'emploi de la formule suivante [90, 93]:

$$u(0, t) = u_0 \tanh\left(\frac{t}{t_0}\right) \exp\left[-\left(\frac{t}{15t_0}\right)^2\right] \quad (2.12)$$

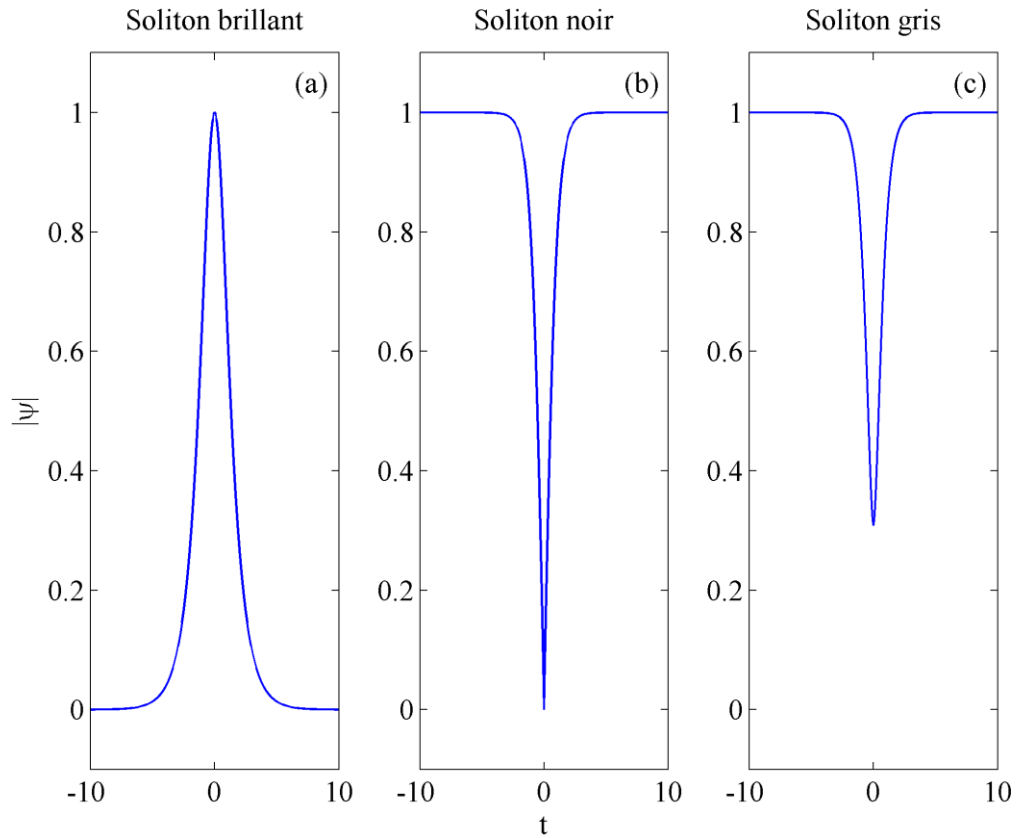


Figure 2.5 : L'intensité en fonction du temps normalisée pour un soliton (a) lumineux (b) noir et (c) gris [93].

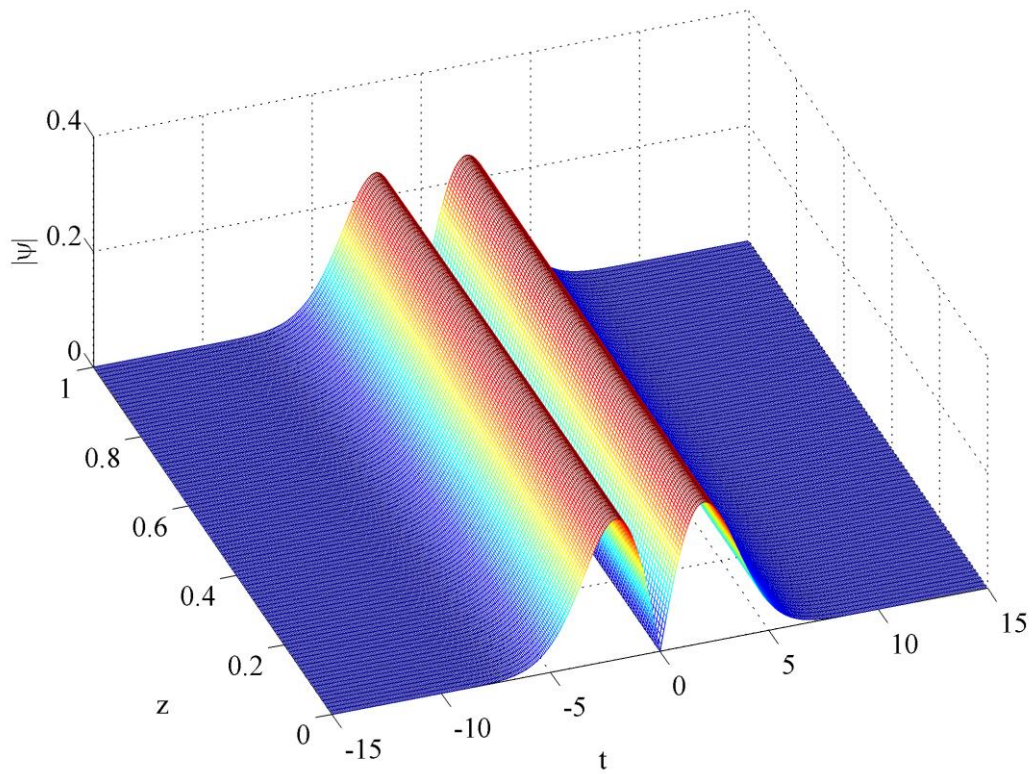


Figure 2.6 : Soliton noir fondamental créée en utilisant une paire de soliton sur le fond d'une impulsion super-gaussienne $u_0 = 1$ et $t_0 = 5$.

Les solitons noirs ont démontré une efficacité pour les lignes de transmission à longue distance simple [94, 95] ou sécurisé [96], également pour créer des nouvelles longueurs d'ondes sécurisées pour les réseaux optiques [97, 98].

2.3.4. Solitons d'ordre supérieur

En introduisant une valeur plus importante que 1 dans N , ou simplement en introduisant un soliton dans un soliton existant, des solitons d'ordre supérieur sont formés. Les solutions d'ordre plus élevé que le soliton fondamental ($N > 1$) ont des formes d'impulsions qui sont périodiques avec la propagation [83]. Ces solutions ont moins d'intérêt puisqu'il est peu possible de les utiliser en pratique, mais encore il est important de les présenter, car ils représentent une classe de solution de l'équation NLS.

2.3.4.1. Solution unique

Dans le cas où on met $N = 2$, on peut voir clairement que le soliton subi un changement radical dans son comportement, contrairement au cas stable ($N = 1$), le profil de l'impulsion subi des fluctuations périodique comme montre la figure 2.7, mais le profil d'énergie reste toujours constant même si sa valeur augment par rapport au soliton stable. Cette propriété est unique et particulière pour les solitons conservatifs ou il n'existe pas de milieu à gain, comme il est le cas dans des milieux dissipatifs où le soliton peut avoir un échange d'énergie avec le périphérique.

Les figures 2.9 et 2.10 montrent des solitons de troisième et de quatrième ordre de l'équation NLS pour une valeur de $N = 3$ et 4 respectivement, on note que même lorsque l'ordre de soliton augmente les fluctuations deviennent de plus en plus complexes et rapides, mais elles restent toujours périodiques.

Même si un soliton d'ordre supérieur présente un comportement périodique, son profil énergétique n'a pas un comportement similaire, comme illustré sur la figure 2.8, contrairement à un soliton dissipatif comme nous le verrons dans le chapitre suivant, si l'enveloppe a un comportement oscillatoire, l'évolution de l'énergie va montrer un comportement oscillatoire aussi.

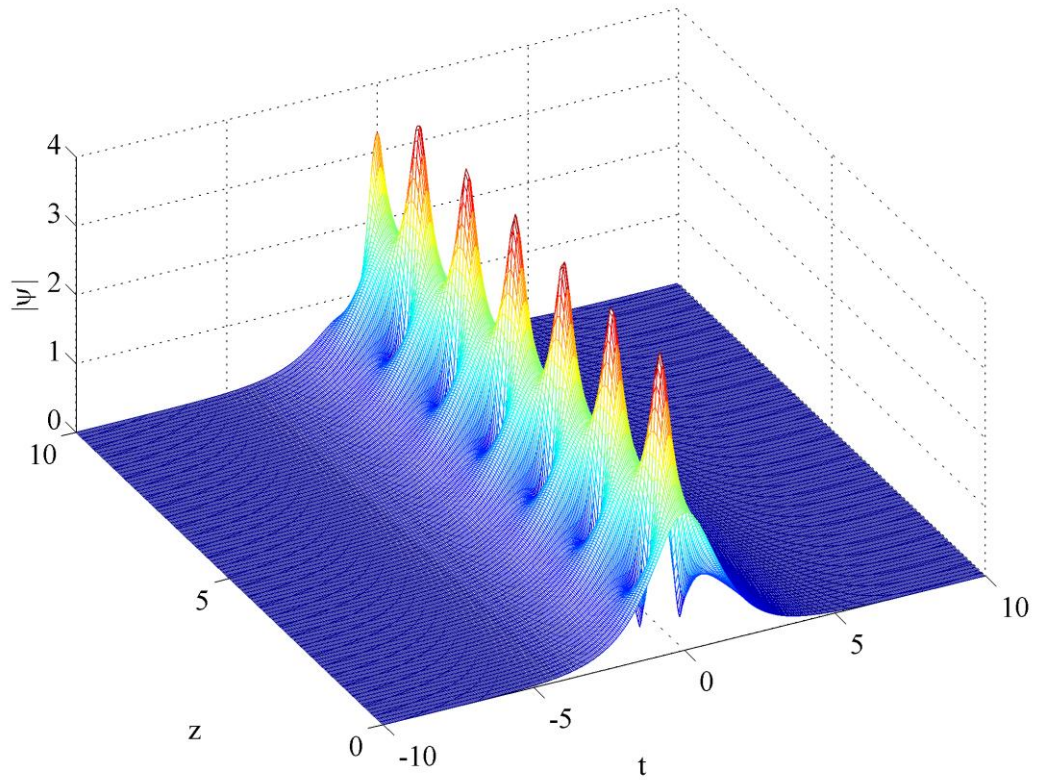


Figure 2.7 : Solution d'un soliton de deuxième ordre ($N = 2$) de l'équation NLS.

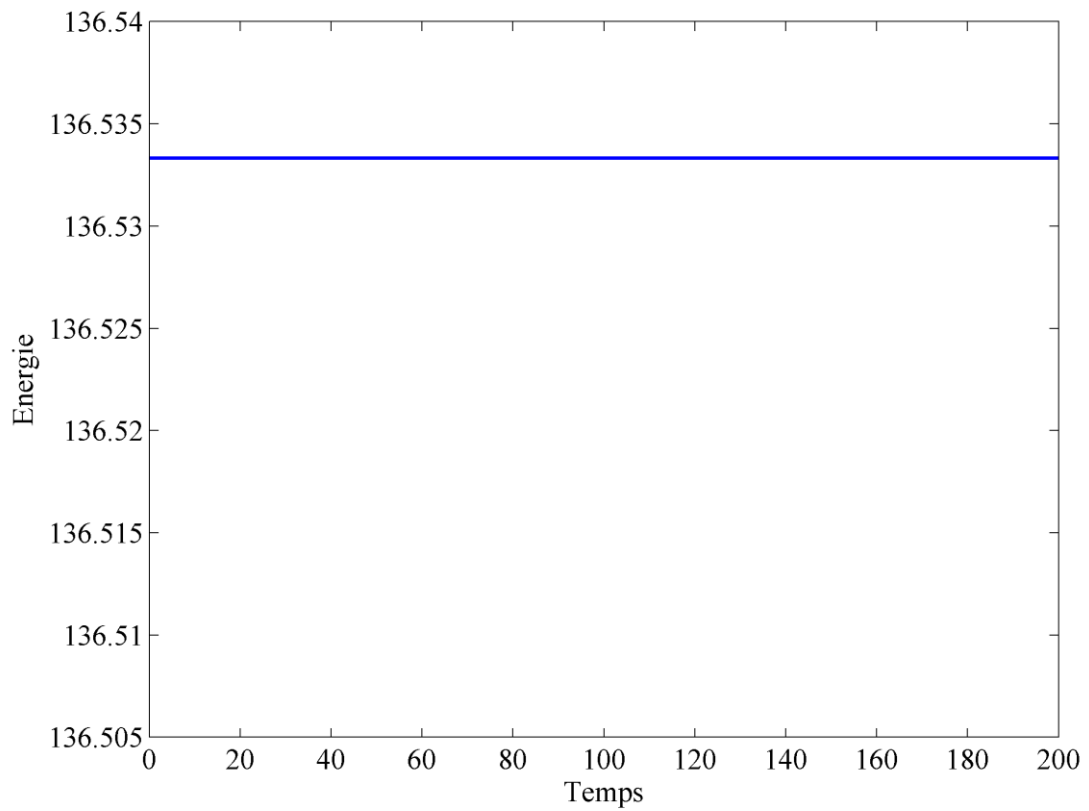


Figure 2.8 : Evolution de l'énergie d'un soliton de seconde d'ordre.

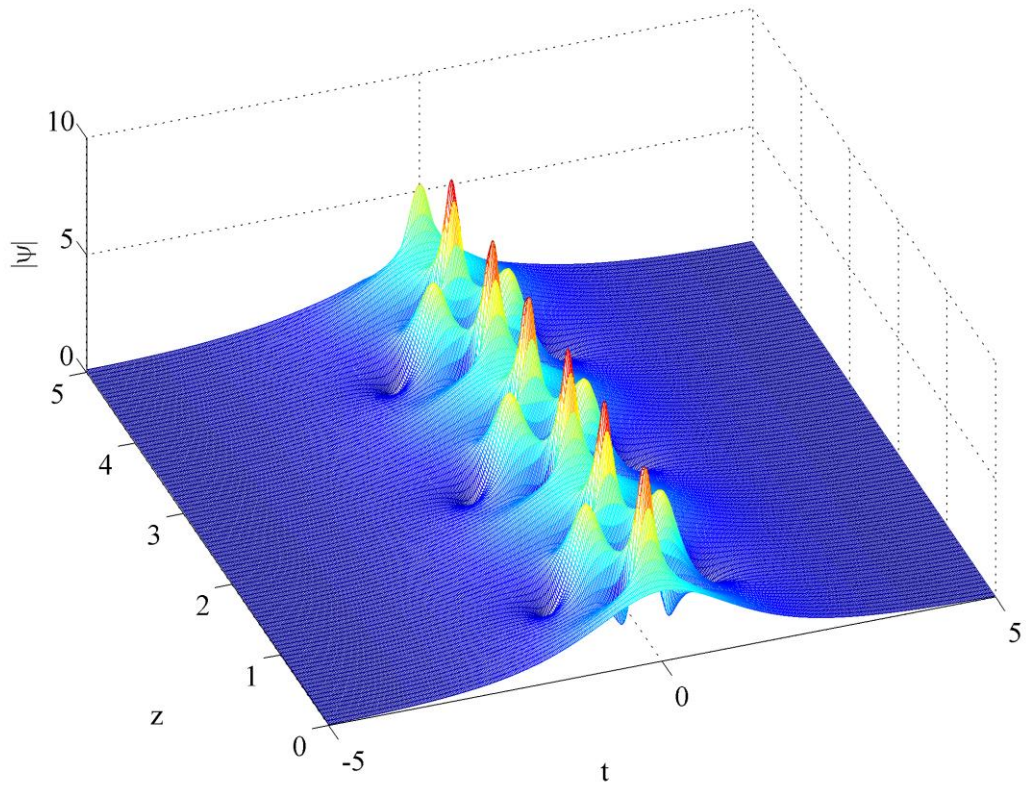


Figure 2.9 : Solution d'un soliton de troisième ordre ($N = 3$) de l'équation NLS.

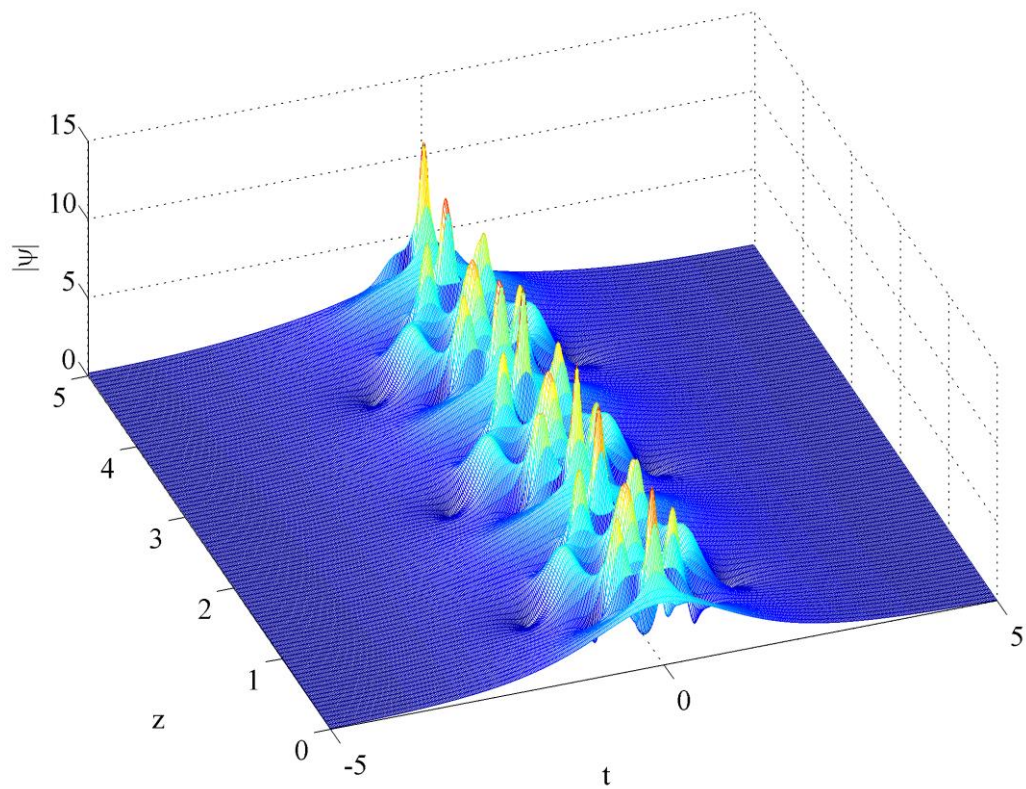


Figure 2.10 : Solution d'un soliton de quatrième ordre ($N = 4$) de l'équation NLS.

2.3.4.2. Solution doublette

Une autre caractéristique intéressante des solitons est la solution doublette, qui en fait est un ensemble de deux solutions différentes qui se propagent avec ou sans relation entre eux comme nous le montrerons dans la suite.

a. Deux solitons en collision

Afin de simuler deux solitons en collision, la formule suivante est prise comme condition initiale :

$$u(0, t) = 1.2 \operatorname{sech}(1.2 (t + 10)) \exp(it) + 0.8 \operatorname{sech}(0.8 (t - 5)) \quad (2.13)$$

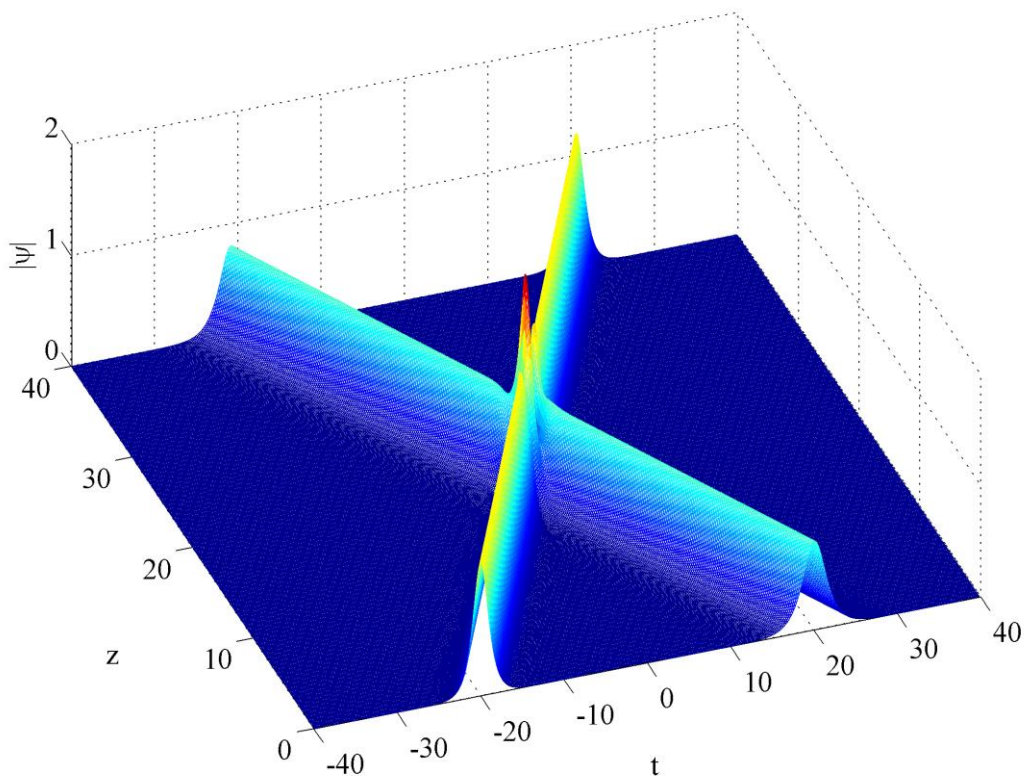


Figure 2.11 : Collision entre deux solitons.

Comme on peut le constater dans la figure 2.11, la collision entre ces deux solitons n'a pas résulté en une déformation ou une distorsion, mais comme on

peut le voir, ils gagnent seulement un déphasage après la collision, une autre caractéristique intéressante est qu'il semble qu'ils ont également échangé de l'énergie au lieu de passer de l'un à l'autre.

La collision des solitons est bien étudiée dans la littérature, car elle représente l'un des aspects fondamentaux des solitons, depuis, ce comportement est considéré comme l'un des aspects fondamentaux des solitons.

Pour étudier la collision de deux solitons nous injectons "soi-disant dans la fibre" une impulsion fondamentale au centre de la trame de temps normalisée, puis une solution à part entière avec plus d'énergie est injectée, elle commence à un moment plus tard et avec une fréquence de porteuse plus grande, le soliton tard va rattraper son retard avec le premier soliton et entrent en collision avec ce dernier, comme on peut le voir dans la figure 2.11, après la collision les solitons se rétablissent complètement, mais chaque soliton présente un petit décalage de phase après la collision [99]. Dans le titre, nous pouvons considérer cette collision comme une branche indépendante de solutions, mais cette solution qui est une combinaison de plusieurs solutions est considérée comme une solution d'ordre élevé [100], puisque chaque solution subit un petit décalage de phase après la collision.

b. Solitons en état lié

Afin de simuler les deux solitons en état lié, la formule suivante est prise comme condition initiale [84]:

$$u(0, t) = \operatorname{sech}(t - q_0) + r \operatorname{sech}[r(t + q_0)] \exp i\theta \quad (2.14)$$

où r est l'amplitude relative, θ est la différence de phase initiale, et $2q_0$ est la séparation initiale entre les deux solitons.

Les figures 2.12 à 2.15 présentent l'évolution d'une paire de solitons montrant les effets de l'interaction entre solitons pour quatre choix différents du rapport d'amplitude r et la phase relative θ , la séparation initiale $q_0 = 3$ dans les quatre cas.

D'après la figure 2.12 on voit que les deux solitons s'attirent l'un à l'autre jusqu'à la collision, mais après, les solitons survivent et tendent à revenir à leur position d'origine afin qu'ils puissent de nouveau s'attirer l'un à l'autre d'une manière périodique comme une sorte de "respirent". L'attraction parfaite comme on le voit dans la simulation est due au fait que les deux solitons sont d'amplitude égale ($r = 1$), par contre, si on prend un soliton plus énergétique par rapport au soliton

juxtaposant $r = 1.2$, on peut observer un comportement différent comme le montre la figure 2.13, les deux solitons en phase oscillent périodiquement mais n'entrent jamais en collision ou s'éloignent l'un de l'autre. Pour $\theta = \frac{\pi}{2}$ les solitons se repoussent, et leur espacement augmente avec la distance de façon monotone (figure 2.14). Lorsqu'on met $\theta = \frac{\pi}{4}$, les solitons se séparent les uns des autres après une phase d'attraction initiale (figure 2.15).

Ici on note que plus la distance entre les solitons est moins importante, plus l'interaction est grande entre eux.

Tous les résultats présentés ci-dessus ne sont que des solitons de type conservatifs qui constituent la base pour notre prochain chapitre où les solitons dissipatifs sont discutés.

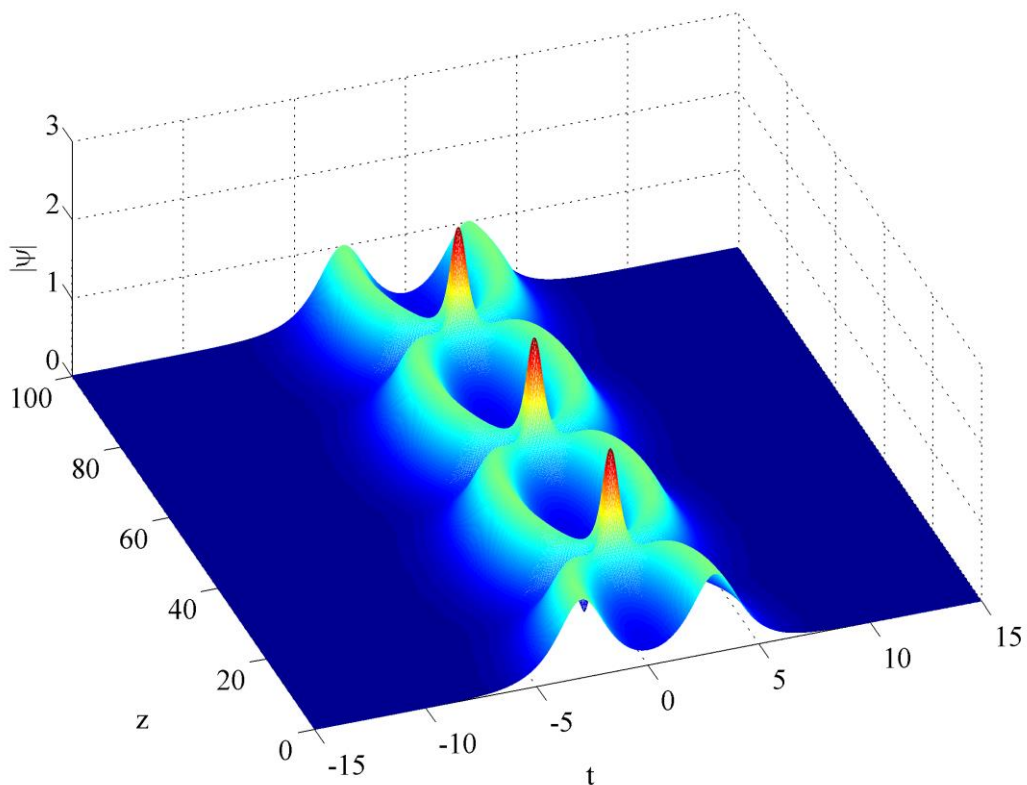


Figure 2.12 : Deux solitons en état lié pour $\theta = 0$ et $r = 1$.

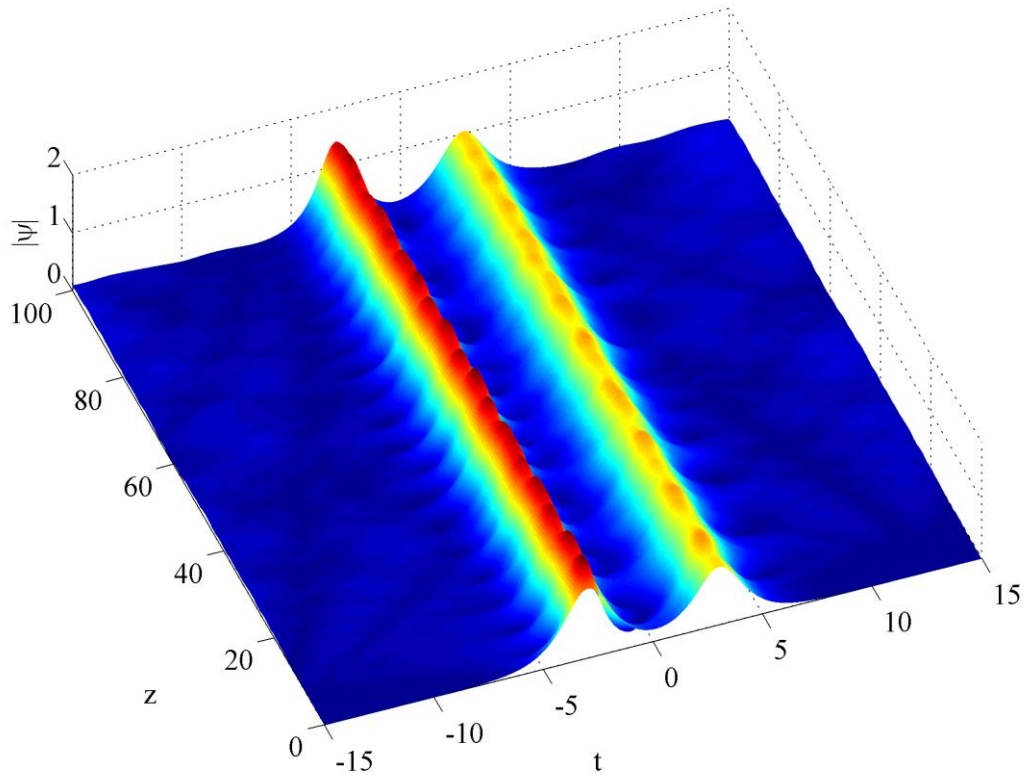


Figure 2.13 : Deux solutions de solitons montrant l'effet de l'état initial non symétrique pour $\theta = 0$ et $r = 1.2$.

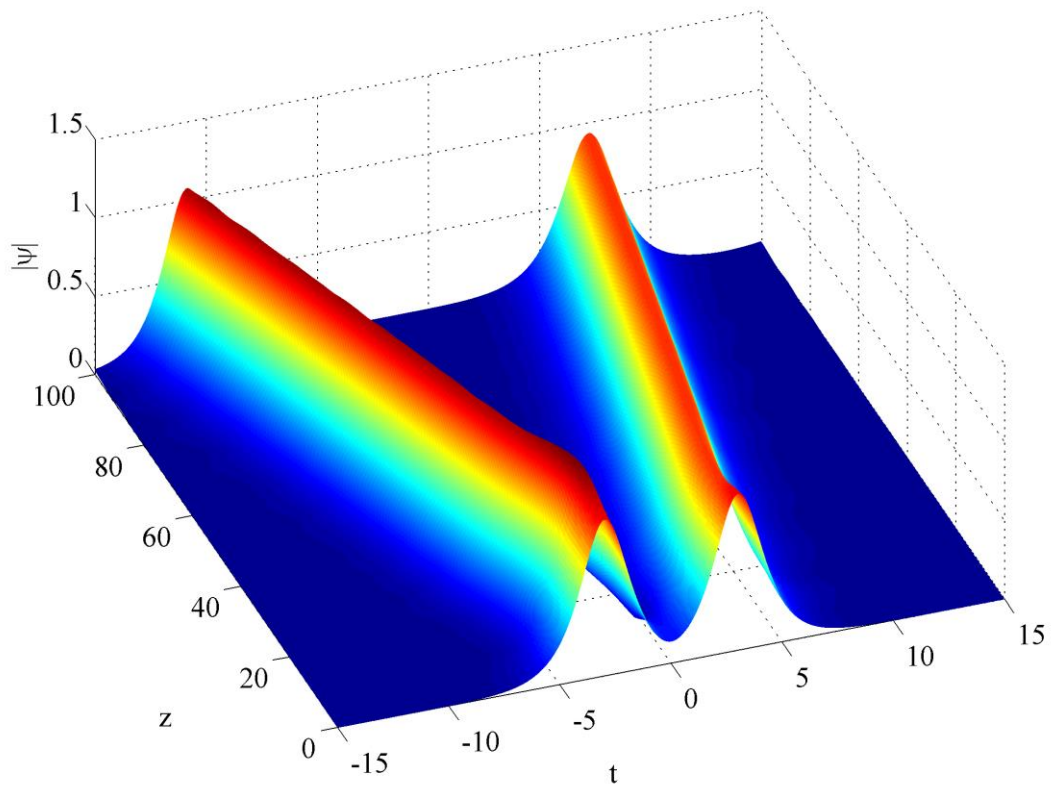


Figure 2.14 : Deux solutions de solitons montrant l'effet de l'état initial non symétrique pour $\theta = \frac{\pi}{2}$ et $r = 1$.

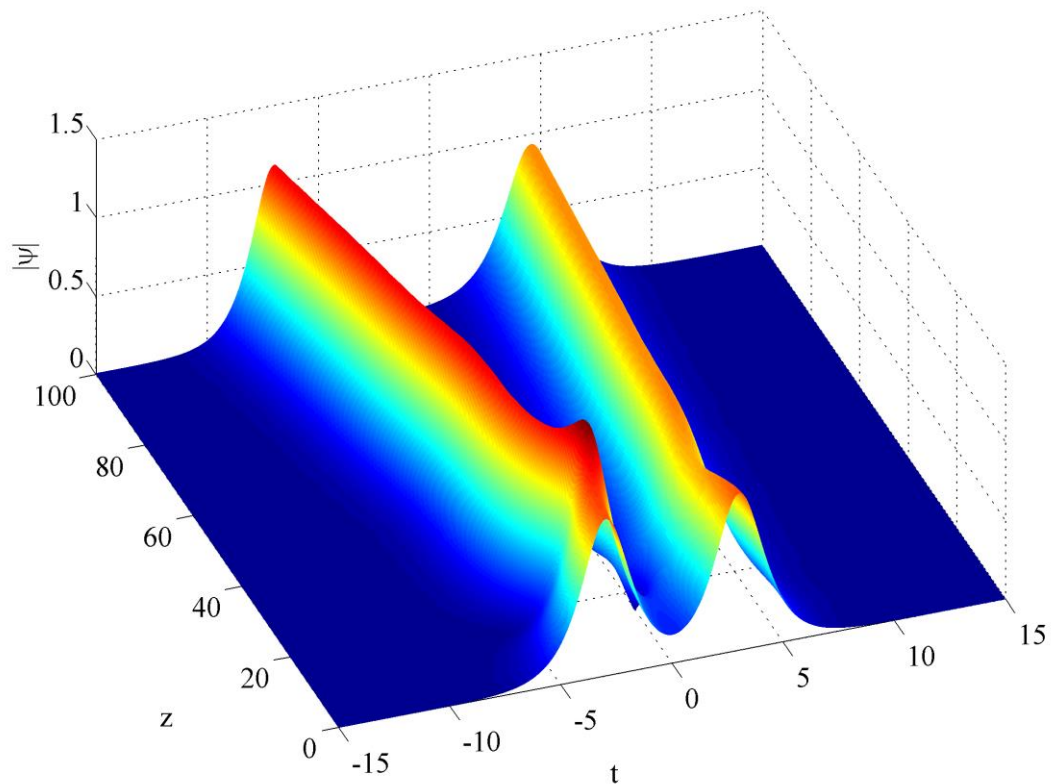


Figure 2.15 : Deux solutions de solitons montrant l'effet de l'état initial non symétrique pour $\theta = \frac{\pi}{4}$ et $r = 1$.

2.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons discuté le concept du soliton en utilisant l'équation NLS, cette équation est due au simple équilibre entre un effet linéaire et autre non linéaire (dispersion/diffraction et l'automodulation de phase) nous avons constaté que grâce à l'utilisation d'une condition initiale de la forme sécante hyperbolique on peut arriver à un soliton stable

Cependant, pour décrire les solitons dans les lasers à verrouillage de modes passif (PMLL) plusieurs termes doivent être ajoutés à l'équation NLS. Ceci est réalisé en incluant le gain et la perte, qui sont essentiels à l'existence et à la stabilité des solitons dissipatifs. Cette question sera abordée dans les deux chapitres suivants.

Dans les chapitres suivants, nous allons discuter principalement des méthodes de résolutions pour faire face à ce type d'équation qui contient des termes complexes, à savoir les types des solitons conservateurs et dissipatifs.

CHAPITRE 3

RÉGION D'EXISTENCE ET DE STABILITÉ DES SOLITONS DISSIPATIFS DANS LES MODÈLES RÉDUITS: UNE APPROCHE GEO-NUMERIQUE POUR LA CLASSIFICATION

3.1. Introduction

Le concept de soliton dissipatif est une extension de celle du soliton dans les systèmes conservatifs et intégrables. Il contient des idées provenant de trois sources principales, des idées de la théorie des solitons standard, théorie de la dynamique non linéaire, et les idées de Prigogine des systèmes loin de l'équilibre et de l'auto-organisation (figure 3.1(a)) [3], en plus de la dispersion et la non-linéarité, l'équilibre entre le gain et la perte doit être exact afin que les solitons dissipatifs peuvent maintenir leur existence (figure 3.1(b)) [3], si les paramètres qui donnent naissance à leur reste constant pendant la propagation [101]. En effet le concept des solitons dissipatifs peut être appliqué pour expliquer ou réinterpréter une variété des légumineuses dynamiques qui ont été observées expérimentalement dans les lasers à fibre à verrouillage de modes [102]. L'une des équations génériques qui décrivent la dynamique des solitons dissipatifs est l'équation complexe cubique et quintique de Ginzburg-Landau (CQGL) [101]. Cette équation décrit qualitativement ainsi que quantitativement plusieurs effets de propagation des ondes non linéaires et peut-être mise sous la forme normalisée suivante [103-105]:

$$i\psi_z + \frac{D}{2}\psi_{tt} + |\psi|^2\psi + \nu|\psi|^4\psi = i\delta\psi + i\varepsilon|\psi|^2\psi + i\beta\psi_{tt} + i\mu|\psi|^4\psi \quad (3.1)$$

En optique, cette équation peut être utilisée pour décrire de nombreux phénomènes [106, 107]. Lorsqu'elle est utilisée pour décrire des lasers à modes bloqués passivement [105, 108], z est le nombre de tours de la cavité, t est le temps de retard, ψ est l'enveloppe normalisée du champ, D est le coefficient de dispersion de vitesse de groupe, avec $D = \pm 1$, selon que la dispersion de vitesse de groupe est anormale ou normale, respectivement, δ est le coefficient linéaire de perte-gain, $i\beta\psi_{tt}$ pour le filtrage spectral ($\beta > 0$), $\varepsilon|\psi|^2\psi$ représente le gain non linéaire, le terme de μ représente, s'il est négatif, la saturation du gain non linéaire, tandis que ν correspond, également s'il est négatif, à la saturation de l'indice de réfraction non linéaire.

Dans ce chapitre, le but est de trouver et classer les différents types de solitons dissipatifs, nous allons chercher ces solutions dans les modèles réduits de l'équation CQGL, en particulier, ceux que nous avons trouvés dans les œuvres de Tsoy *et al* [109, 110].

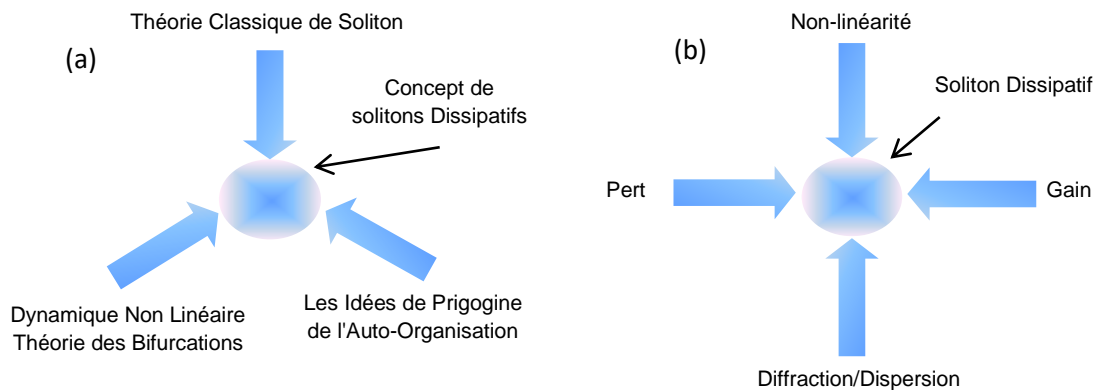


Figure 3.1 : (a) Trois sources et trois composantes du concept des solitons dissipatifs [3], (b) Le concept des solitons dissipatifs [111].

3.2. Recherche des solitons dissipatifs dans les modèles réduits

Le manque des solutions analytiques générales pour l'équation CQGL conduit à la nécessité d'utiliser des approches simples afin d'explorer l'existence de certaines classes de solutions. L'une des approximations à faibles dimensions qui peuvent être utilisées pour trouver des solitons de l'équation CQGL est la méthode des moments, combinée avec l'utilisation des fonctions d'essais simples [111].

Dans ce qui suit, le soliton 1-D a été pris en considération avec un profil en forme gaussienne simple ou un profil en forme sécante hyperbolique, inspirés du travail de E.N Tsoy *et al* [109, 110], nous sommes particulièrement intéressés par les résultats de ses travaux que nous allons exploiter pour démontrer notre approche.

3.2.1. L'approche géo-numérique adoptée

L'approche classique pour trouver des points fixes (FPs) d'un système dynamique représenté par un ensemble d'équations différentielles ordinaires (ODEs) est de les classer en résolvant le système d'équations algébriques $F_j = 0, j = 1, \dots, 3$ en utilisant des méthodes numériques telles que la méthode de Newton, après que la stabilité des points fixes (FPs) sera déterminée à partir de l'analyse des valeurs propres $\lambda_j, j = 1, 2, 3$, de la matrice jacobéenne $M_{i,j} = \partial F_i / \partial p_j$, ou $\{p_1, p_2, p_3\} \equiv$

$\{Q, \omega, c\}$, et $i = 1, 2, 3$. Si la partie réelle d'au moins une valeur propre est positive, alors le point fixe correspondant est instable[109].

Dans notre approche on résout le système réduit de l'équation CQGL en utilisant l'algorithme de Dormand-Prince (DOPRI) [112], nous fixons les valeurs de β, δ et D respectivement à 0.08, -0.1 et 1, et on fait varier les valeurs de ν et ε de -0.11 à -0.054 et de -0.6 à -0.85 respectivement, d'une part, et μ et ε d'autre part de -0,13 à -0,06 et -0,5 à -0,9 respectivement. Alors à chaque fois on fixe les paramètres, on met une condition initiale d'une forme sécante hyperbolique ou gaussienne et on résout le system dynamique afin d'obtenir une solution. Des critères qui distinguent chaque type de solution seront mis pour satisfaire l'algorithme représenté dans la figure 3.2.

Après l'obtention de la solution, la décortication de chaque solution à ces unités fondamentales représentées par l'amplitude, la largeur et le chirp de l'impulsion comme le montre les figures 3.4, 3.6 et 3.8 est une étape essentielle afin de pouvoir analyser les résultats obtenus.

Le graphe obtenu sera le facteur décisif pour la classification, en d'autres termes, nous avons classé chaque point en fonction de la phase finale de la solution; si la solution converge vers une valeur fixe (figure 3.3) alors le FP correspondant est stable, sinon si la solution oscille infiniment (figure 3.5), le FP correspondent est instable et il représente un cycle limite stable (LC), sinon la solution est divergente (figure 3.7) par conséquent elle représente une solution instable.

De cette façon, on obtient un diagramme de bifurcation qui représente une carte définissant les régions d'existence et de stabilité des solitons dissipatifs dans l'espace des paramètres qu'on a précisé. On a publié les résultats de cette étude dans [113] plus de détails sera évoqués dans la suite de ce chapitre.

Les figures 3.3, 3.5 et 3.7 représentent les différentes trajectoires qui correspondent aux différentes paires de ν et ε , en séparant les différents composants de la solution à savoir l'amplitude, la largeur et le chirp (figures 3.4, 3.6 et 3.8), nous aurons un aperçu de l'évolution de ces paramètres, cette particularité sera exploitée dans notre approche pour calculer les caractéristiques qui décrivent la solution et en conséquence un classement de ces propriétés sera effectué.

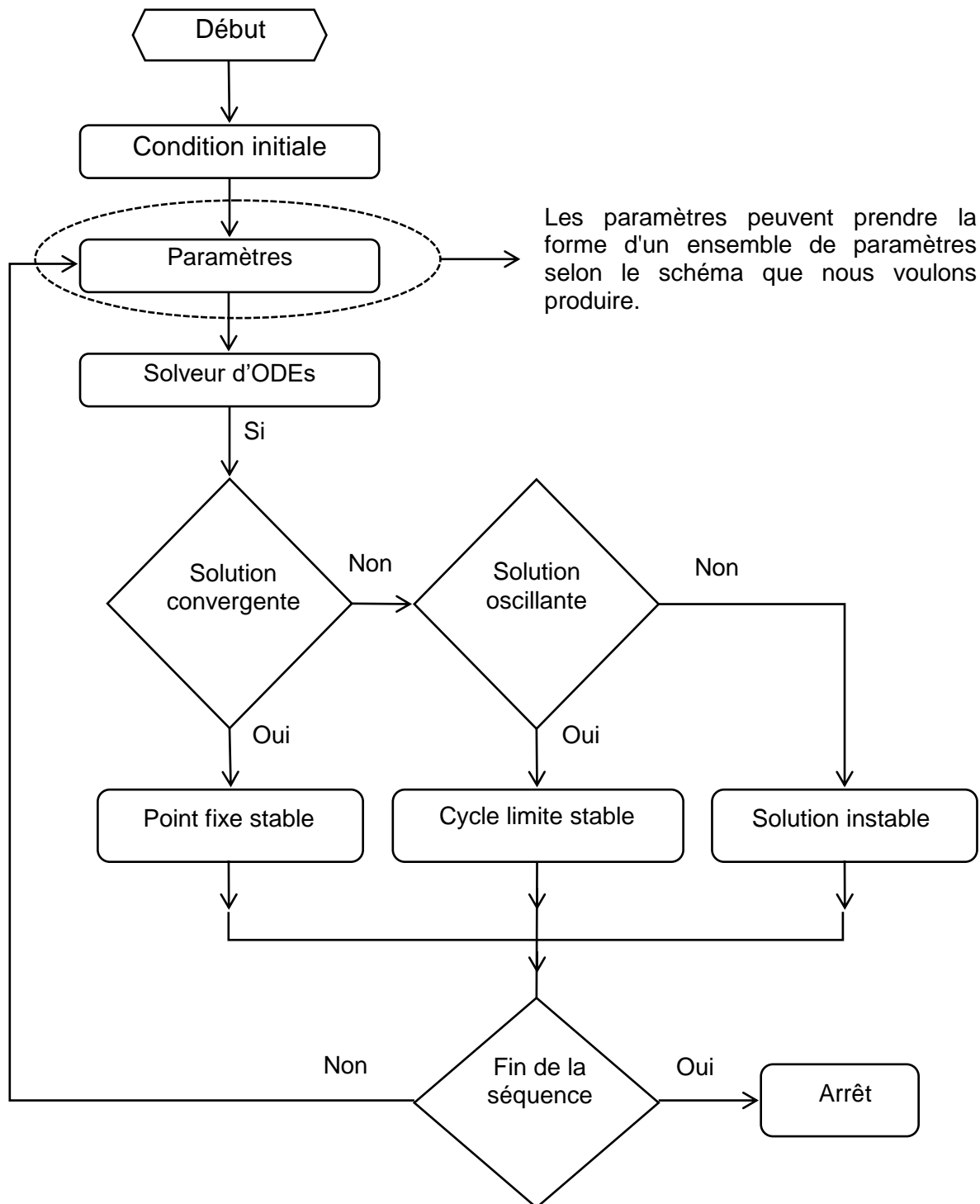


Figure 3.2 : Algorithme de l'approche utilisée pour la classification des points fixes.

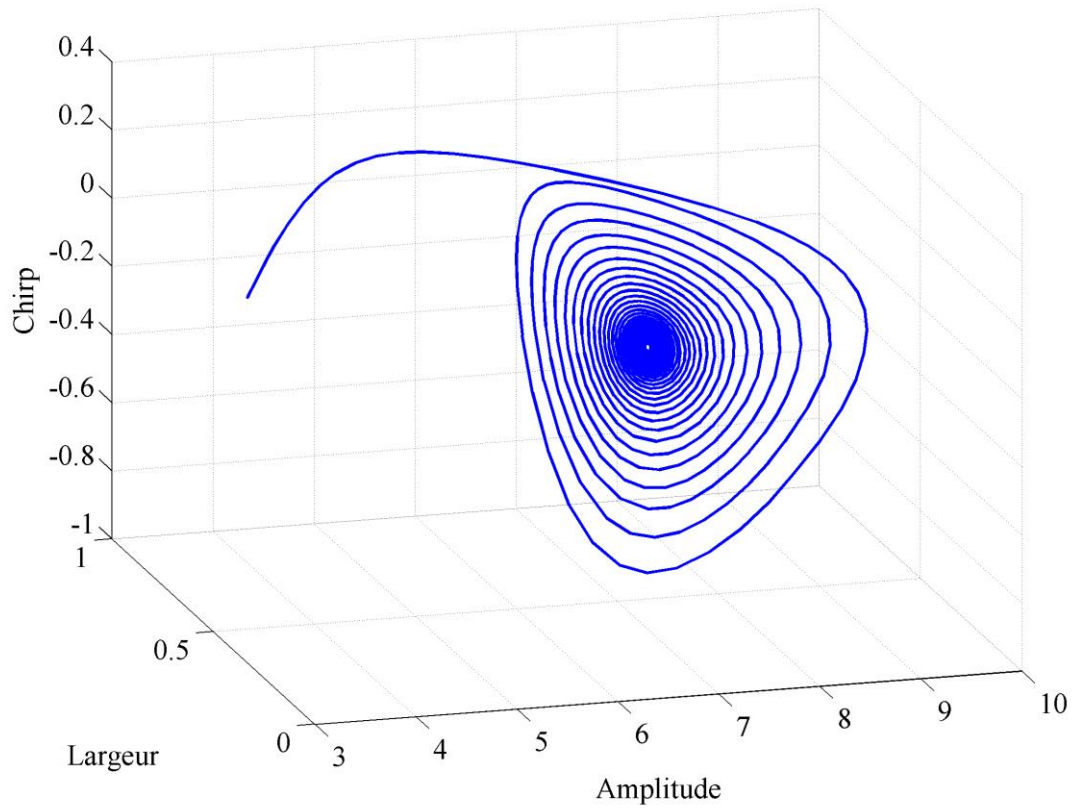


Figure 3.3 : Trajectoire d'un point fixe stable pour : $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.62, \text{ et } \nu = -0.06$.

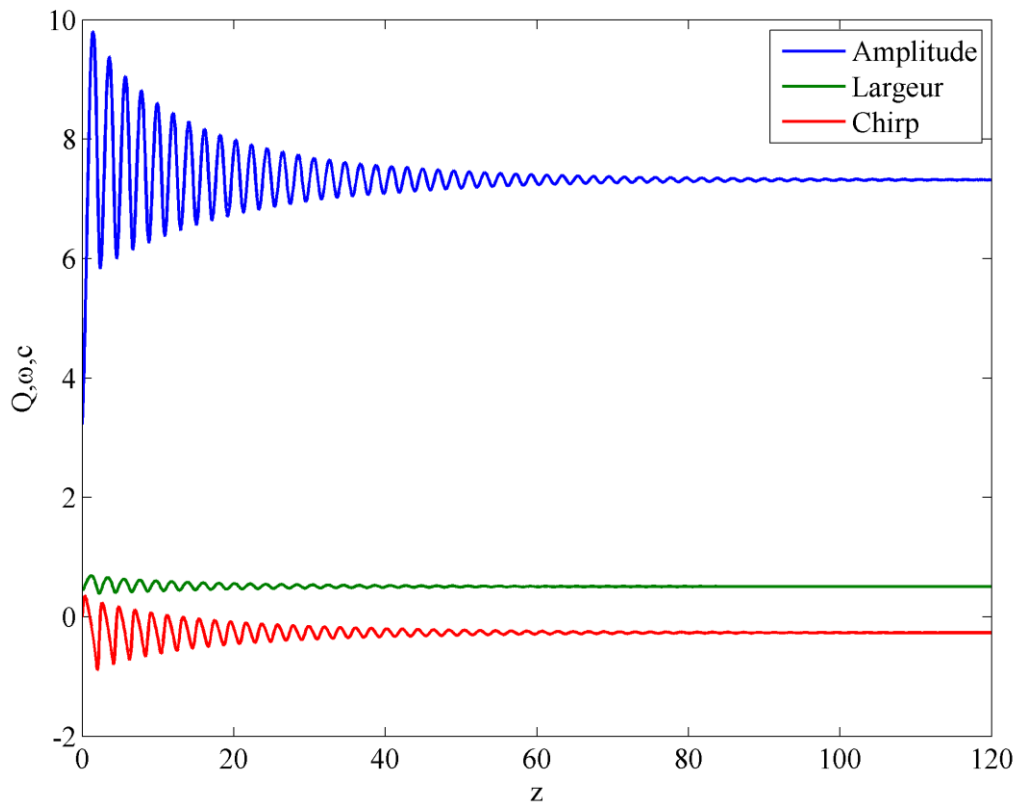


Figure 3.4 : Évolution des différents paramètres d'un soliton dissipatif stable pour : $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.62, \text{ et } \nu = -0.06$.

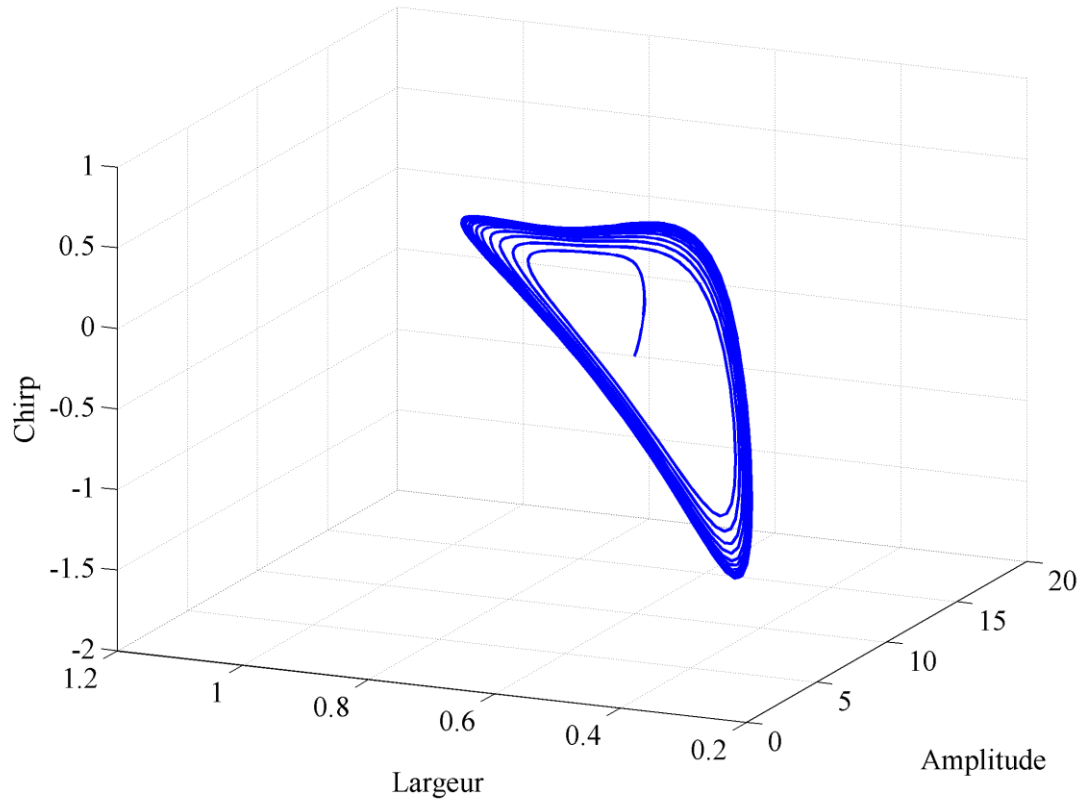


Figure 3.5 : Trajectoire d'un cycle limite stable pour $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.74, \text{etv} = -0.07$.

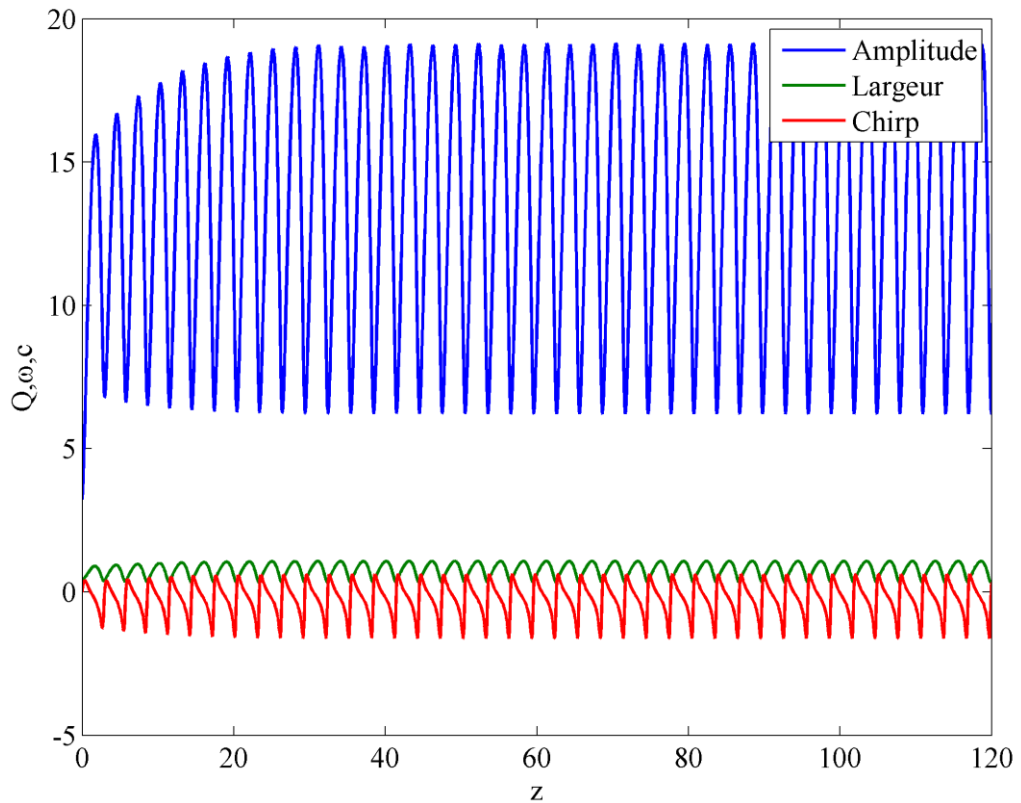


Figure 3.6 : Évolution des différents paramètres d'un soliton oscillant stable pour $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.74, \text{etv} = -0.07$.

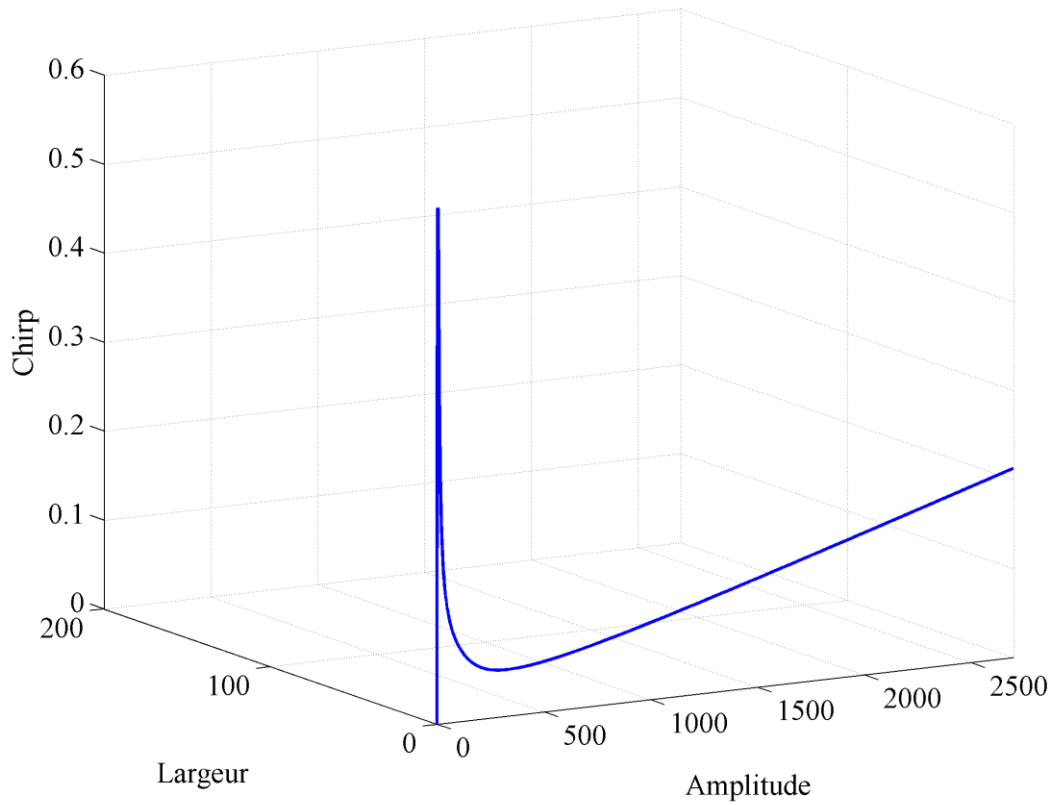


Figure 3.7 : Trajectoire d'une solution instable pour $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.8et\nu = -0.1$.

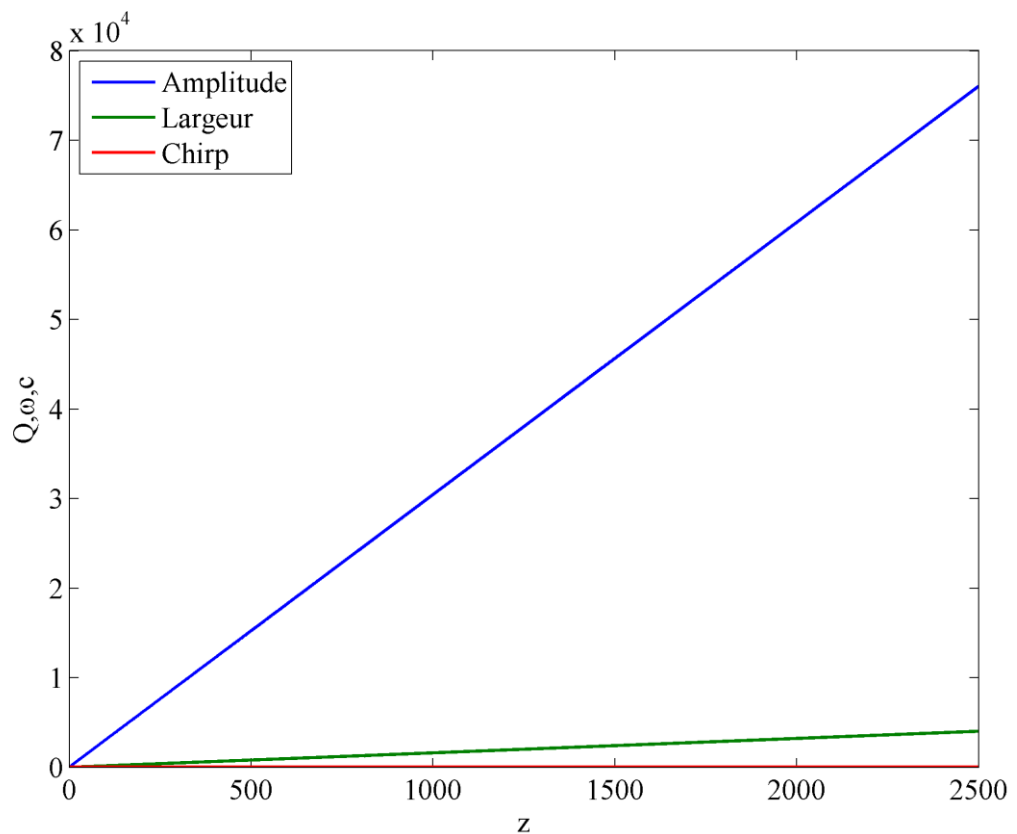


Figure 3.8 : Évolution des différents paramètres d'une solution instable pour $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.8et\nu = -0.1$.

Les points stables seront les premiers à classer (figure 3.3); les trois composantes de ce dernier (figure 3.4) finiront par converger vers une valeur fixe de manière en sous trayant la dernière valeur de la solution de ceux qui viennent avant, nous aurons un zéro comme valeur pour chaque composante au cours de la dernière partie de la solution. Le second type de solution à classer est le type oscillatoire (figure 3.5); nous allons analyser chaque composante de la solution séparément, dans ce stade d'analyse, on traite avec le dernier ainsi que toutes les sections de la solution, parce que certaines d'entre eux peuvent prendre beaucoup de temps pour s'établir, et d'autres solutions nécessitent une longue période, ici on peut noter que s'la variation d'un point selon Q, ω et c sont légèrement différentes, la période suivante z reste toujours inchangée. Premièrement nous calculons les crêtes de ce dernier qui correspondent aux valeurs maximales, alors nous cherchons toute variation de ces crêtes, si ces derniers restent constants ou varient dans certaines gammes alors la solution sera classée comme une pulsation, sinon la solution sera classée comme instable, pour le dernier type de solutions (figure 3.7), qui correspond à la solution instable nous pouvons simplement le classer par l'exclusion des deux autres types après la classification de ces derniers, ou nous pouvons définir un autre critère, dans ce cas, nous considérerons la divergence des solutions ; en sous trayant la dernière valeur de la solution de ceux qui viennent avant que nous ayant une valeur considérable pour au moins une des composantes des trois, en tout cas les résultats sont les mêmes.

Les points oscillants peuvent être très délicats dans les frontières de la bifurcation des points fixes oscillatoires parce qu'ils peuvent osciller pendant une longue période au cours de leur phase transitoire avant de s'établir comme points fixes, ils peuvent également avoir une longue durée dans la phase transitoire des solutions oscillatoires voir des solutions instables, pour cette raison, nous effectuons l'évaluation de chaque point dans un intervalle de temps vaste pour s'assurer que le point spécifique franchir la phase transitoire et finalement converge vers sa trajectoire finale, cette approche permettra de garantir la précision pour déterminer les points fixes et leur nature. Étant donné que, dans notre cas, nous traitons que trois différents types de solutions, on peut alors définir les conditions de classement de deux types, par exemple les points fixes et instables et, puis par l'exclusion, le type qui reste sera automatiquement déterminé, ce qui va considérablement réduire le temps de calcul.

La désignation géo-numérique vient des deux principales composantes de cette approche; la partie numérique c'est celle où nous calculons le point fixe en utilisant la méthode DOPRI, la partie géométrique concerne la classification du point calculé en utilisant les propriétés géométriques de ce dernier.

3.2.2. L'utilisation d'un profil sécante hyperbolique

D'abord, nous considérons un profil de forme sécante hyperbolique comme condition initiale:

$$\psi(t, x) = A \operatorname{sech}\left(\frac{t - t_0}{\omega}\right) \exp\{i[b(t - t_0) + c(t - t_0)^2]\} \quad (3.2)$$

Où $A(t)$, $\omega(t)$ et $t_0(t)$ sont l'amplitude, la largeur et la position maximale de l'impulsion, respectivement, $b(t)$ est la vitesse de soliton et $c(t)$ est le paramètre de chirp [109].

Tsoy *et al* ont utilisé la méthode des moments à l'origine développée par Maimistov [114] pour l'équation de Schrödinger non linéaire (NLSE), perturbée [109] avec la fonction d'essai "(3.2)", en considérant les solutions pour lesquelles le décalage de fréquence est égal à zéro ($b = 0$) et le soliton est temporellement immobile ($t_0 = 0$), ce qui correspond à un soliton centré spectralement [111], il a été constaté que l'ensemble des équations différentielles décrivant l'évolution d'un soliton dissipatif est:

$$\begin{aligned} Q_t = F_1 &\equiv 2Q \left[\delta + \frac{\varepsilon Q}{3\omega} + \frac{2\mu Q^2 - 5\beta}{15\omega^2} - \frac{\pi^2}{3} \beta c^2 \omega^2 \right], \\ \omega_t = F_2 &\equiv \frac{-2\varepsilon}{\pi^2} Q + \frac{8\beta - \mu Q^2}{\pi^2 \omega} + 2Dc\omega - \frac{16\pi^2}{15} \beta c^2 \omega^3, \\ c_t = F_3 &\equiv -2Dc^2 - \frac{1}{\pi^2 \omega^2} \left[4 \left(\frac{\pi^2}{3} + 1 \right) \beta c + \frac{Q}{\omega} + \frac{8\nu Q^2 - 30D}{15\omega^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Où $Q(t)$ est l'énergie de l'impulsion.

Comme condition initiale pour le système (3.3) nous considérons une impulsion initiale de la forme [101] :

$$\psi(t, 0) = 3.23 \operatorname{sech}\left(\frac{t}{0.45}\right) \quad (3.4)$$

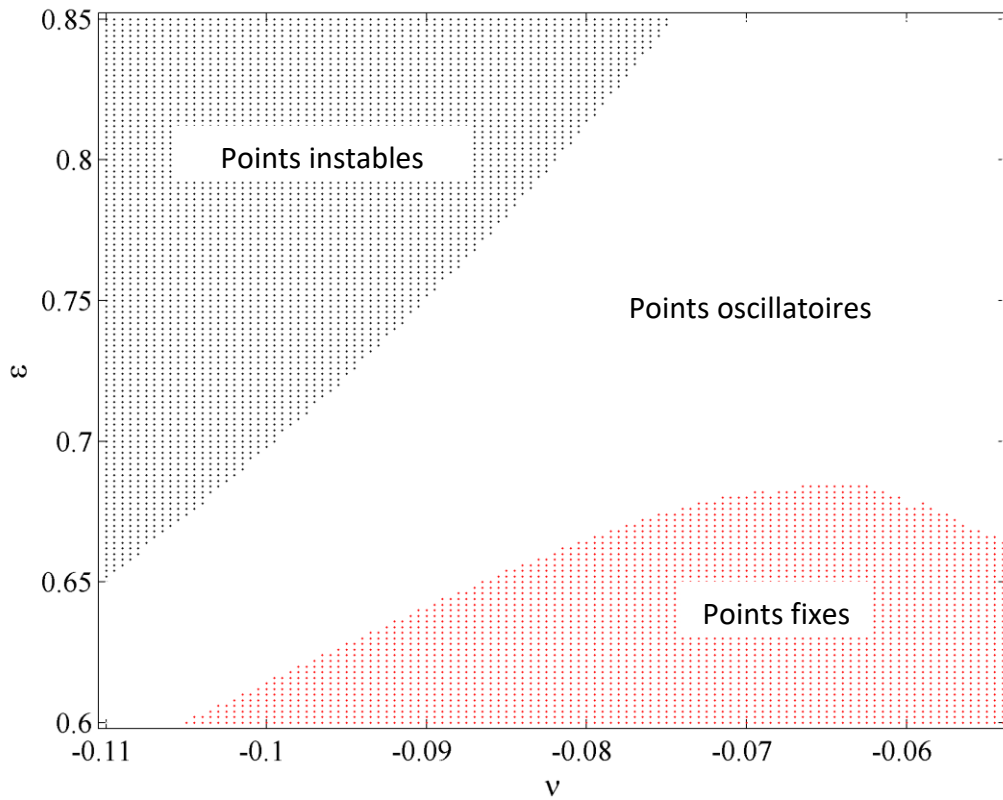


Figure 3.9 : Régions d'existence des points fixes stables, oscillatoires, et instables pour les paramètres $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1$ pour le système (3.3).

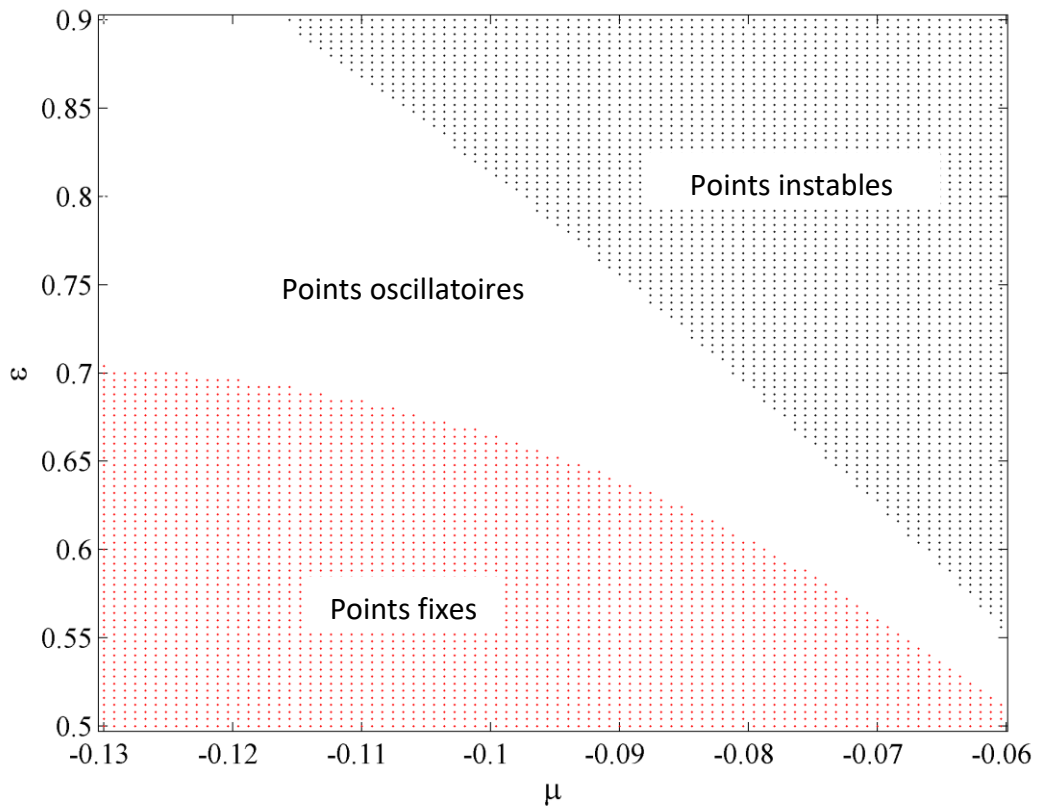


Figure 3.10: Régions d'existence des points fixes stables, oscillatoires, et instables pour les paramètres $v = -0.07, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1$ pour le système (3.3).

Dans ce qui suit, nous allons appliquer notre approche avec système (3.3) dans une tentative de trouver les points fixes et leur nature de stabilité. Ici, nous avons utilisé les mêmes limites de bifurcation utilisées par E.N. Tsoy *et al* dans [109, 110] à cause de son correspondance avec les résultats obtenus en simulant l'équation CQGL complète.

3.2.3. Utilisation d'un profil gaussien

Un autre exemple est l'utilisation d'une impulsion gaussienne généralisée comme fonction d'essai qui est une combinaison des fonctions gaussiennes et super-gaussiennes [110].

$$\psi(t, x) = A \exp\left(\frac{t^2}{\omega^2} - \frac{t^4}{4m\omega^4} + ict^2\right), \quad (3.5)$$

Où $A(t)$, $\omega(t)$ et $tc(t)$ ont la même signification que dans l'équation (3.2). m est une constante qui peut être choisie arbitrairement, elle est indépendante de t . E.N. Tsoy *et al* [110] ont constaté que le cas $m = 1/4$ est en bon accord avec les simulations numériques de l'équation CQGL, et il l'a utilisé pour en déduire le système réduit suivant:

$$\begin{aligned} Q_t = F_1 &\equiv \frac{Q}{\omega^2} (2\delta\omega^2 - 3.737\beta - 1.158\beta c^2\omega^4 + 1.433\varepsilon\omega Q + 1.143\mu Q^2), \\ \omega_t = F_2 &\equiv \frac{1}{\omega} (2.142\beta + 2c\omega^2 - 0.8738c^2\omega^4 - 0.2896\varepsilon\omega Q - 0.325\mu Q^2), \\ c_t = F_3 &\equiv \frac{1}{\omega^4} (6.453 - 2c^2\omega^4 - 1.237\omega Q - 1.319\nu Q^2 - 19.62\beta\omega^2 c). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Pour le système (3.6) nous considérons un profil initial de la forme:

$$\psi(t, 0) = 3.23 \exp\left(\frac{t^2}{0.2025} - \frac{t^4}{0.041}\right). \quad (3.7)$$

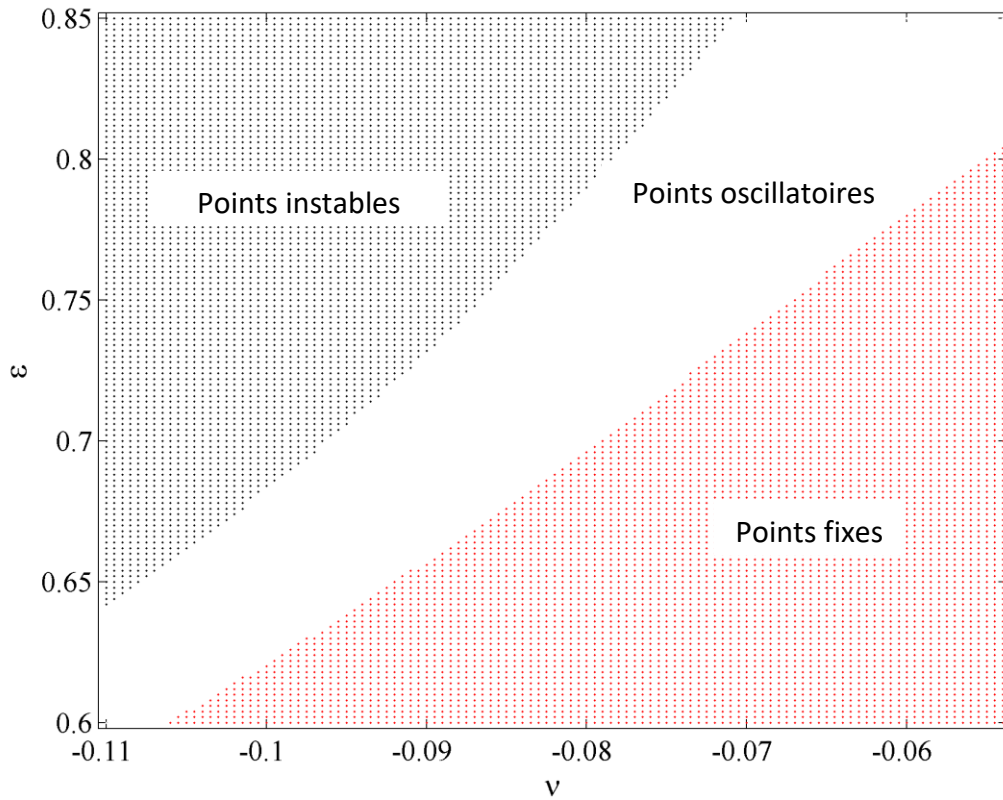


Figure 3.11 : Régions d'existence des points fixes stables, oscillatoires et instables pour les paramètres $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1$ pour le système (3.6).

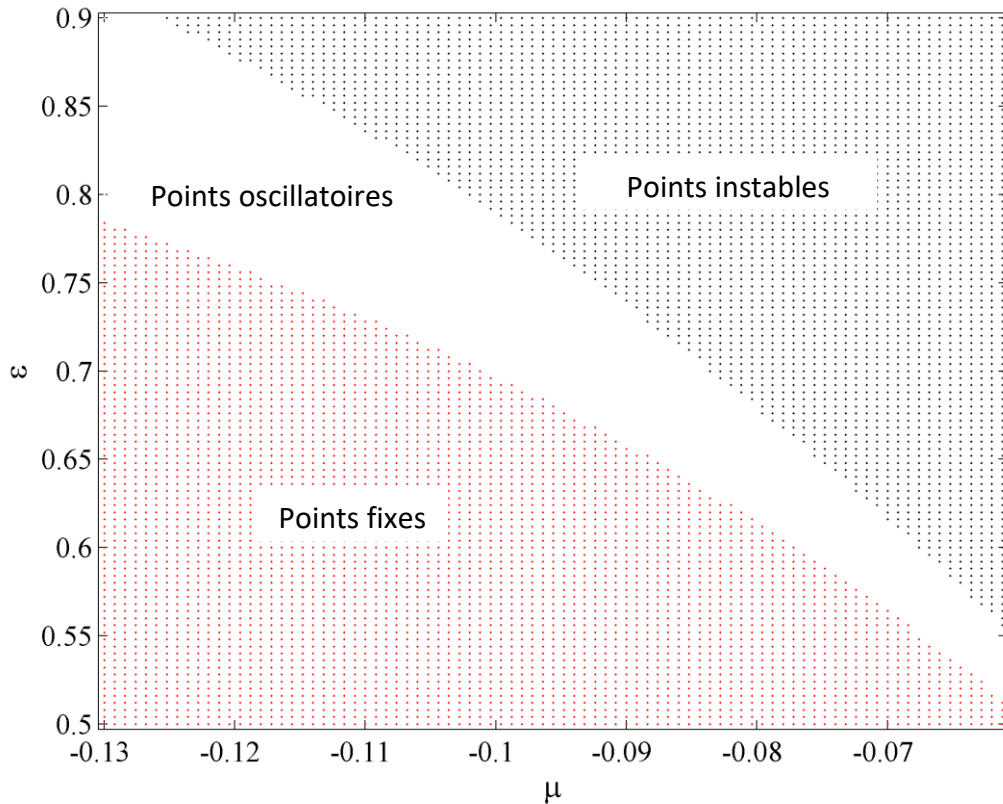


Figure 3.12 : Régions d'existence des points fixes stables, oscillatoires et instables pour les paramètres $\nu = -0.07, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1$ pour le système (3.6).

Les figures 3.9, 3.10, 3.11 et 3.12 représentent les cartographies des régions d'existence et de stabilité des points fixes pour le modèle réduit (3.3) pour un profil en forme sécante hyperbolique et (3.6) pour un profil gaussien; dans la basse région rouge, tous les points fixes (FPs) sont stables ce qui signifie que les paramètres dénotés par Q , ω et c , qui correspondent à l'amplitude, la largeur et le chirp respectivement convergent vers des valeurs fixes, la région blanche représente des FPs instables qui correspondent aux cycles limites stables du système (3) et (5), la région noire supérieure représente les solutions instables des systèmes indiqués.

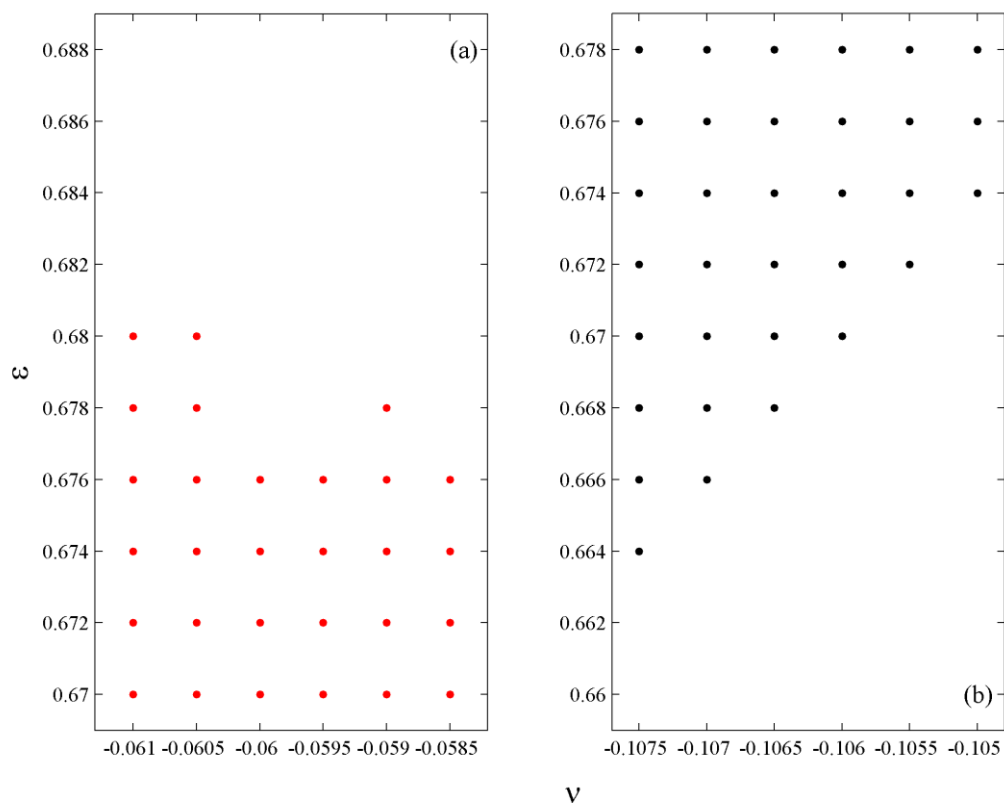


Figure 3.13 : Segment aux limites de bifurcation entre (a) les solitons stables et oscillants, (b) les solitons oscillants et instables pris de la figure 3.9.

3.3. Critères de confirmation des résultats

Afin d'étudier l'efficacité de cette approche, nous avons pris au hasard deux échantillons de la figure 3.9 qui couvrent les limites de bifurcations entre les trois différents types de solution, ces deux échantillons sont présentés sur la figure

3.13. De cette dernière, nous choisissons trois points différents de chaque catégorie pour chaque échantillon, puis nous résolvons le système (3.3) pour chaque point en utilisant la méthode DOPRI, les graphes qui en résultent sont présentés dans les figures 3.14 et 3.15. Les graphes supérieurs (a), (b) et (c) de la figure 3.14 correspondent à des points fixes dans le diagramme de bifurcation (figure 3.13 (a)), les graphiques vers le bas (d), (e) et (f) sur les figures 3.14 et 3.15 correspondent aux points oscillatoires dans le diagramme de bifurcation, on peut voir que plus on augmente la valeur de ε plus la fréquence des oscillations diminue. Les trois derniers points sont présentés par les graphiques (a), (b) et (c) dans la figure 3.15, ils correspondent à des solutions instables dans le diagramme de bifurcation. D'autres investigations sur d'autres segments des diagrammes de bifurcation des systèmes (3.3) et (3.6) confirment que ces points classés correspondent à leur genre.

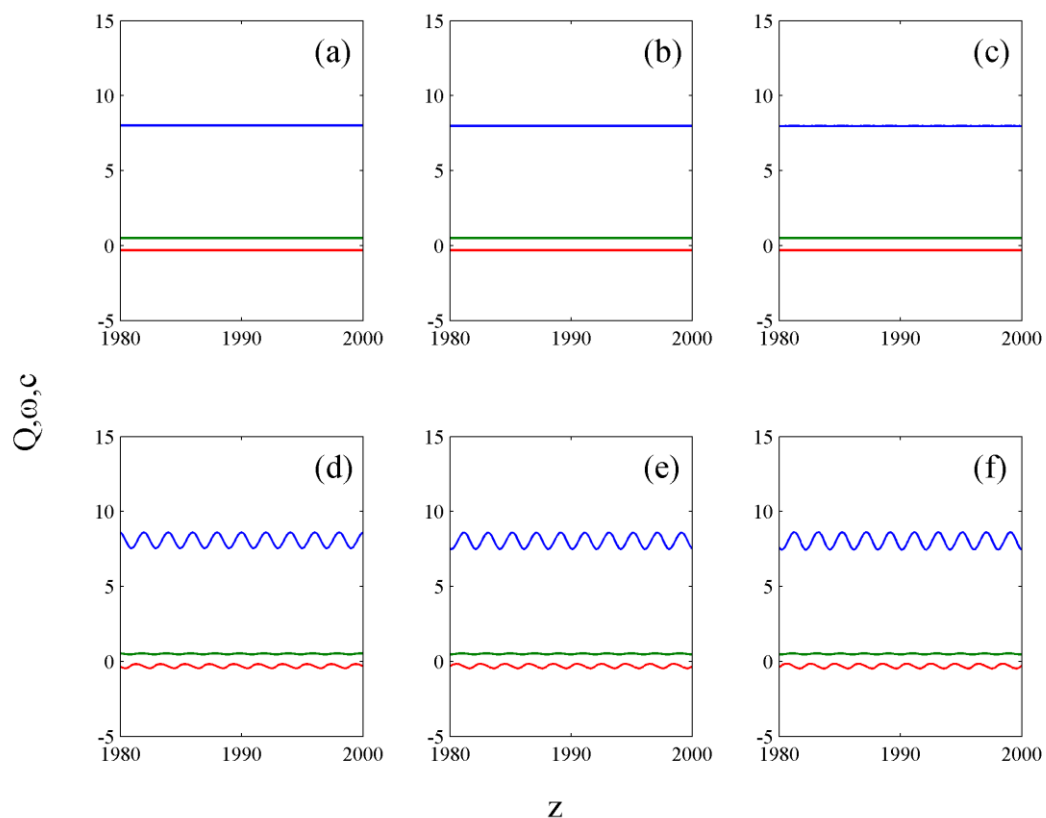


Figure 3.14 : Points fixes stables pour les paramètres (a) $\varepsilon = 0.808$, $\nu = -0.0805$, (b) $\varepsilon = 0.814$, $\nu = -0.08$, (c) $\varepsilon = 0.816$, $\nu = -0.0795$, et des points oscillants pour les paramètres (d) $\varepsilon = 0.81$, $\nu = -0.08$, (e) $\varepsilon = 0.812$, $\nu = -0.08$, (f) $\varepsilon = 0.814$, $\nu = -0.0795$.

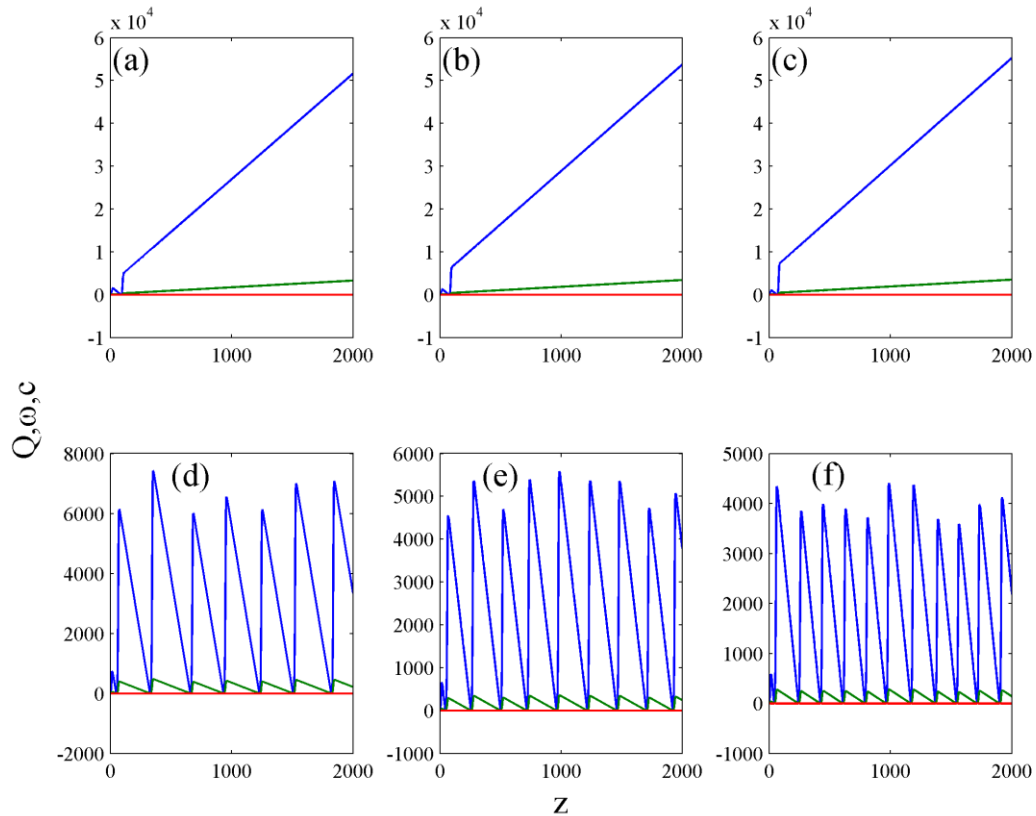


Figure 3.15 : Solutions instables pour les paramètres (a) $\varepsilon = 0.666$, $\nu = -0.107$, (b) $\varepsilon = 0.668$, $\nu = -0.1065$, (c) $\varepsilon = 0.67$, $\nu = -0.106$, et des points oscillants pour les paramètres (d) $\varepsilon = 0.664$, $\nu = -0.107$, (e) $\varepsilon = 0.666$, $\nu = -0.1065$, (f) $\varepsilon = 0.668$, $\nu = -0.106$.

La précision de cette approche dépend de nombreux facteurs, le premier est le solveur d'ODE lui-même, dans notre cas, nous allons utiliser la méthode DOPRI qui est connue pour sa bonne précision. Le deuxième facteur est la plage de temps pour la simulation, car ce dernier doit être assez suffisant pour que la solution puisse atteindre son étape finale (fixe, oscillante ou divergentes). Le troisième facteur est le nombre de paires ou de l'ensemble de points utilisés dans la simulation, car chaque paire ou ensemble de points sera représenté lui-même dans la carte générale du comportement dynamique de solutions.

3.4. Exemples correspondants à l'équation CQGL

Maintenant, nous donnons un exemple de chaque région pour démontrer la propagation de l'impulsion initiale avec le modèle complet, nous notons que les résultats du modèle réduit présentent une approximation raisonnable par rapport à la solution exacte. Nous choisissons donc les paramètres qui correspondent au modèle exact et au modèle réduit simultanément. Pour effectuer cette tâche, nous

avons utilisé une méthode numérique pseudo-spectrale qui s'appelle la méthode de Fourier à pas fractionnaire (SSFM) [84] afin d'analyser numériquement les solutions solitons de l'équation CQGL. Cette méthode a démontré une grande capacité pour résoudre des équations aux dérivées partielles non linéaires comme l'équation de Schrödinger non linéaire [115] et c'est l'algorithme le plus populaire en raison de son coût de calcul, bonne précision et relativement modeste [116].

Dans le plan (μ, ε) et (ν, ε) on peut obtenir trois types différents de solutions; stationnaire, oscillant et instable, la figure 3.16 représente une solution stationnaire de l'équation CQGL, en prenant $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.62$, et $\nu = -0.06$ en tant que paramètres du système, on peut voir qu'après une brève distance le profil s'établi lui-même à sa forme finale qui peut être maintenu pendant une longue période sans aucune forme de distorsion. Maintenant pour la même condition initiale, mais avec des paramètres différents $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.74$, et $\nu = -0.07$ on peut voir un comportement différent, comme indiqué par le profil d'impulsions de la figure 3.17, caractérisé par un profil oscillatoire, nous remarquons clairement le mouvement périodique selon la coordonnée de propagation z .

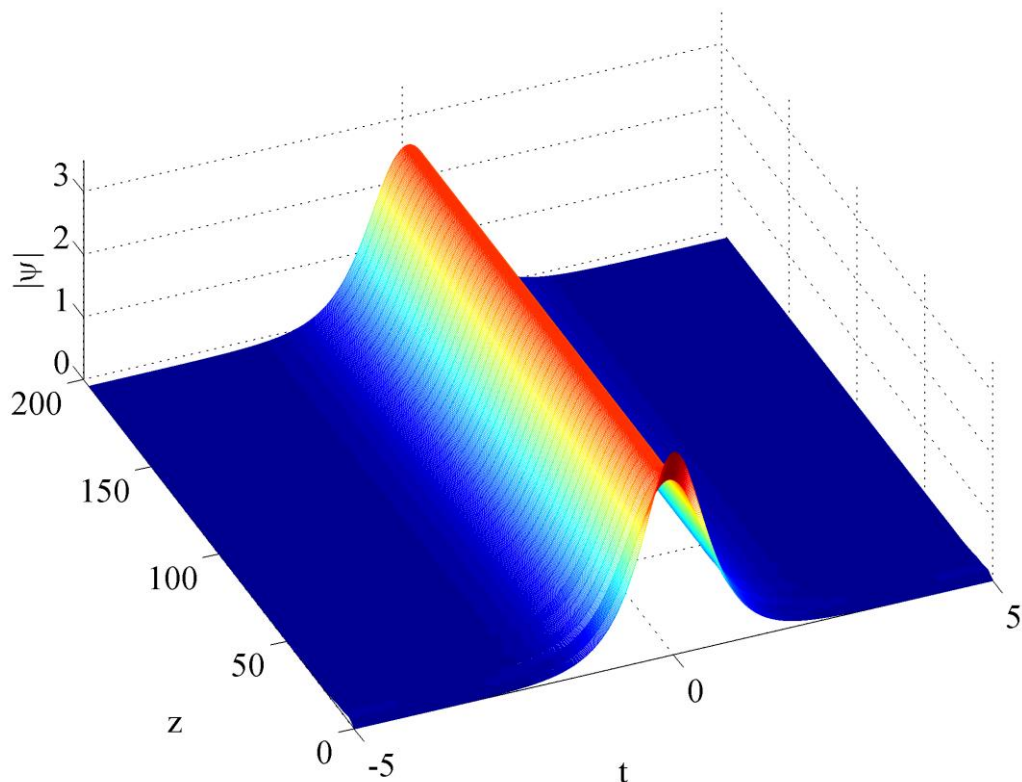


Figure 3.16 : Évolution du profil d'un soliton dissipatif stationnaire pour les paramètres: $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.62$, et $\nu = -0.06$.

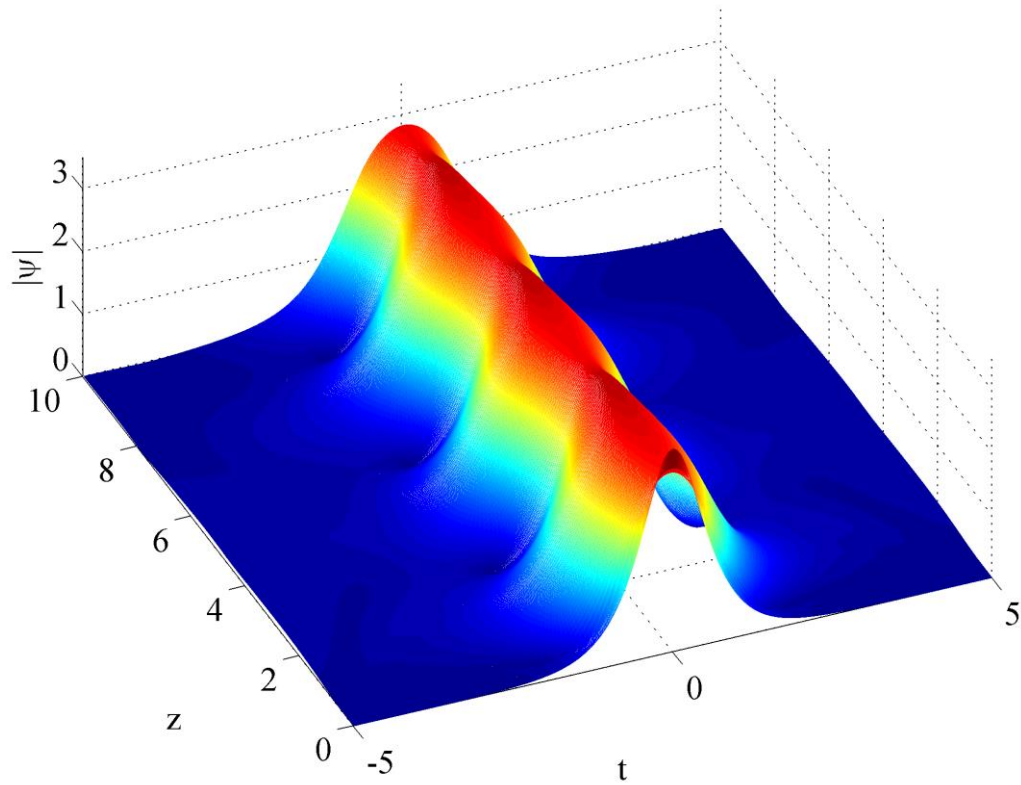


Figure 3.17 : Évolution du profil d'un soliton dissipatif oscillant pour les paramètres: $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.74$ et $\nu = -0.07$.

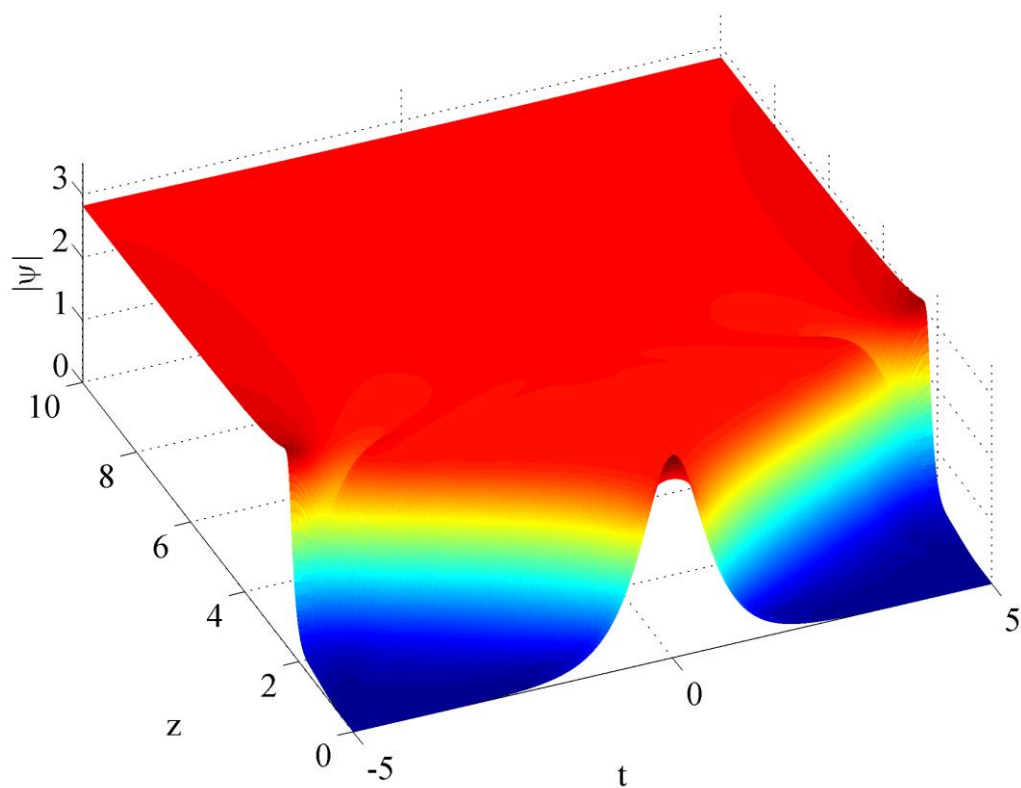


Figure 3.18 : Évolution du profil d'une solution instable pour les paramètres: $\mu = -0.1, \beta = 0.08, D = 1, \delta = -0.1, \varepsilon = 0.8$ et $\nu = -0.1$.

Le soliton oscillant modifie son profil périodiquement au cours de la propagation, mais reconstitue exactement le même profil après chaque période. Les solitons pulsants sont particulièrement formés dans des systèmes dissipatifs, les systèmes conservatifs ne manifestent pas un tel comportement [1]. En prenant un autre jeu de paramètres $\mu = -0.1$, $\beta = 0.08$, $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\varepsilon = 0.8$ et $\nu = -0.1$ nous aurons une solution instable qui perdra rapidement la forme initiale et diverge à l'infini (figure 3.18).

3.5. Conclusion

Dans ce chapitre, on a introduit une nouvelle approche pour déterminer les régions d'existence et de stabilité des points fixes dans le modèle réduit de l'équation complexe cubique et quintique de Ginzburg-Landau, nous avons réussi à déterminer trois types de solutions. La première est la solution stable qui est caractérisée par sa dernière valeur fixe, la deuxième est la solution oscillatoire qui prend la forme d'un oscillateur, et enfin la solution instable qui s'écartent totalement de la condition initiale, cette approche géo-numérique nous a permis de classer ces derniers en fonction de leur trajectoire finale, nos expérimentations numériques montrent que cette approche est efficace en termes de classification des solutions, et en utilisant un solveur d'ODE efficace on peut garantir l'exactitude de la carte qui en résulte, en outre, cette approche peut être facilement mise en œuvre. Les critères de classification ont été élaborés que pour ces types de solutions qui sont stables, oscillants ou instables, pour d'autres types de solutions plus de caractéristiques doivent être ajoutées en fonction de cette nouvelle solution. Cela peut être fait par exclusion c.-à-d. établir principalement les critères originaux pour la classification, et d'exclure tout autre type de solutions. En fonction de la propriété géométrique de la solution émergente, on peut mettre en place les spécifications appropriées pour catégoriser la nouvelle solution qui en résulte.

Contrairement à l'équation NLS, où il est possible d'obtenir une solution directement ou en utilisant la méthode de diffusion inverse, l'obtention des solutions des solitons dissipatifs de l'équation CQGL est difficile par l'utilisation de cette méthode, l'utilisation des méthodes numériques pour obtenir une solution est donc une nécessité en vue de résoudre cette équation, la méthode que nous discutons et développons dans cette thèse est la méthode de Fourier à pas fractionnaire (SSFM) qui est largement utilisée pour ce genre de problèmes.

CHAPITRE 4

SCHÉMA DE FRACTIONNEMENT DE FOURIER PRÉCIS POUR RÉSOUDRE L'ÉQUATION COMPLEXE CUBIQUE ET QUINTIQUE DE GINZBURG-LANDAU

4.1. INTRODUCTION

Les phénomènes physiques complexes sont souvent modélisés par des équations différentielles partielles linéaires ou non linéaires (PDE's). Des solutions exactes pour plusieurs de ces modèles sont difficiles à obtenir, sinon pas impossible dans beaucoup de cas, ce qui conduit à la nécessité de développer des méthodes pour trouver des solutions numériquement.

Parmi les PDE's non linéaires il y a l'équation complexe cubique et quintique de Ginzburg-Landau (CQGL), Ce modèle générique décrit qualitativement ainsi que quantitativement plusieurs effets non linéaires de propagation des ondes [103-105], dans l'optique, cette équation peut être utilisée pour décrire de nombreux phénomènes [106, 107], ainsi que les lasers à blocage de modes passifs [105, 108], où l'équation régit la propagation des solitons dans les milieux dissipatifs comme les lasers en cavité d'anneau. Les expressions analytiques des solutions exactes pour l'équation de CQGL existent seulement pour quelques ensembles particuliers de paramètres [117, 118], où les solutions existent seulement dans le cas où un équilibre délicat entre certains paramètres est satisfait.

Au fil des ans depuis l'existence des ordinateurs, les chercheurs ont développé des algorithmes numériques pour résoudre ces problèmes comme les méthodes de différences finies [119, 120], la méthode de diffusion inverse [121] et des méthodes pseudo-spectrales [87]. Une des techniques les plus utilisées pour résoudre les équations différentielles partielles non linéaires est l'application des techniques d'opérateur de division souvent appelés la méthode de Fourier à pas fractionnaire (SSFM). L'équation est scindée en parties linéaires et non linéaires qui sont résolues de manière cyclique l'une après l'autre [122]. La sous-partie linéaire de l'algorithme est résolue dans le domaine fréquentiel en utilisant la transformation de Fourier rapide (FFT) [123], ce qui fait qu'il est relativement rapide d'où la division prend son nom pseudo-spectral. La sous-partie non linéaire peut être intégrée numériquement en utilisant n'importe quelle méthode connue comme la méthode de Runge-Kutta [124], ou la méthode d'Euler, ou dans le cas où la taille du pas est suffisamment petite, on peut se rapprocher de la solution avec la règle trapézoïdale [84].

Les tailles des étapes spatiales et temporelles jouent un rôle important dans la précision et le temps d'exécution pour la mise en œuvre de la SSFM [125] ; en choisissant des tailles des pas temporels et spatiaux très petits, l'exécution prendra beaucoup de temps bien que la solution sera très précise, vice-versa pour la situation inverse. Le choix des critères peut être relatif à la solution elle-même, par exemple, dans le cas lorsqu'il s'agit de solitons stables le choix de la taille d'étape spatiale peut avoir un grand intervalle de stabilité, de même, les critères de la taille des pas temporels. Contrairement aux solutions qui oscillent ou présentent un comportement de chaos, la grille spatiale et la taille de pas temporelle doivent être délicates, donc plus le système est complexe et rigide, une plus petite grille spatiale et taille du pas doivent être prises. Dans le cas où le profil est stable ou quasi-stable l'optimisation de la mise en œuvre de l'algorithme doit faire face à l'établissement entre les deux facteurs, où dans de nombreux cas les chercheurs tentent de trouver des approches de contrôle d'erreur avec un pas spatial adaptatif comme la méthode d'erreur locale (LEM), et la méthode de principe d'incertitude (UPM) qui ont fait l'objet de nombreuses études [125-127], cependant, dans notre étude nous ne cherchons pas seulement des solutions avec des profils stables ou faiblement fluctués, mais toutes sortes de solutions, étant donné que cette équation admet une variété de ces solutions, y compris les solutions oscillantes et d'autres types qui peuvent manifester des comportements chaotiques, ainsi, l'approche d'adaptation ou de limitation d'erreur n'est pas fonctionnelle dans notre cas, nous devons donc poursuivre avec la structure globale de la division, même si l'intégration de ces critères de contrôle d'erreur dans l'algorithme est possible.

4.2. MÉTHODE DE FOURIER A PAS FRACTIONNAIRE

L'équation CQGL peut être exprimée comme suit:

$$i\psi_z + \frac{D}{2}\psi_{tt} + |\psi|^2\psi + \nu|\psi|^4\psi = i\delta\psi + i\epsilon|\psi|^2\psi + i\beta\psi_{tt} + i\mu|\psi|^4\psi \quad (4.1)$$

Dans le cas où cette équation est utilisée pour décrire les lasers en blocage de modes passifs [105, 108], z est le nombre de tours de la cavité, t est le temps de retard, ψ est l'enveloppe normalisée du champ, D est le coefficient de dispersion de la vitesse de groupe, avec $D = \pm 1$, selon que la dispersion de la vitesse de groupe est anormale ou normale, respectivement, δ est le coefficient linéaire de perte-gain, $i\beta\psi_{tt}$ comptes pour le filtrage spectral ($\beta > 0$), $\epsilon|\psi|^2\psi$ représente le gain non linéaire, le terme de μ représente, s'il est négatif, la saturation du gain non linéaire, tandis que ν correspond, également s'il est négatif, à la saturation de l'indice de réfraction non linéaire.

Pour effectuer la simulation de la CQGL nous utilisons la méthode de Fourier à pas fractionnaire (SSFM) qui scinde la PDE non linéaire en deux opérateurs, on peut donc écrire l'équation (4.1) sous la forme suivante:

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = (\widehat{D} + \widehat{N})\psi \quad (4.2)$$

Ou \widehat{D} est un opérateur linéaire et \widehat{N} est l'opérateur non linéaire.

Pour extraire les parties linéaires et non linéaires de l'équation (4.1), nous réécrivons l'équation sous la forme suivante:

$$i\psi_z = -\frac{D}{2}\psi_{tt} - |\psi|^2\psi - \nu|\psi|^4\psi + i\delta\psi + i\epsilon|\psi|^2\psi + i\beta\psi_{tt} + i\mu|\psi|^4\psi \quad (4.3)$$

Ensuite, nous multiplions les deux côtés de l'équation par le nombre imaginaire $-i$, nous obtenons:

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = i\frac{D}{2}\psi_{tt} + i|\psi|^2\psi + i\nu|\psi|^4\psi + \delta\psi + \epsilon|\psi|^2\psi + \beta\psi_{tt} + \mu|\psi|^4\psi \quad (4.4)$$

D'après l'équation (4.4) les deux opérateurs linéaires et non linéaires sont donnés par:

$$\widehat{D} = i\frac{D}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \delta + \beta\frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (4.5)$$

$$\widehat{N} = i|\psi|^2 + i\nu|\psi|^4 + \epsilon|\psi|^2 + \mu|\psi|^4 \quad (4.6)$$

En réalité, ces deux opérateurs agissent ensemble tout le temps, la méthode de Fourier à pas fractionnaire se rapproche de la solution en supposant que sur une très courte distance les effets linéaires et non linéaires agissent indépendamment les uns des autres [84], donc, on peut écrire [128, 129]:

$$\psi(z + h) \approx \exp(h\widehat{D})\exp(h\widehat{N})\psi(z) \quad (4.7)$$

Une amélioration de fractionnement du pas est la méthode de Fourier à pas fractionnaire symétrique (S-SSFM) proposée par Strang [130] (figure 4.1) qui est l'une des méthodes d'opérateur de division la plus populaire et la plus largement utilisée [84, 131, 132]. L'idée de base de ce fractionnement symétrique de schéma est de placer la partie non linéaire de la PDE entre deux moitiés de l'opérateur linéaire tel qu'il est montré par la formule ci-dessous:

$$\psi(z+h) \approx \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \exp\left(\int_z^{z+h} \hat{N}(z') dz'\right) \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \psi(z) \quad (4.8)$$

Pour approcher le terme non linéaire de l'équation (4.8), de nombreuses approches ont été rapportées. Le plus simple consiste à le rapprocher avec $\exp(h\hat{N})$ [124], qui sera adoptée dans ce travail. Ici, l'opérateur linéaire est évalué en utilisant la transformée de Fourier rapide (FFT), tandis que l'opérateur non linéaire peut être approché en utilisant la règle trapézoïdale lorsque l'on traite avec un pas de petite taille. Avec cette analogie la méthode de Strang devient :

$$\psi(z+h) \approx \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \exp(h\hat{N}) \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \psi(z) \quad (4.9)$$

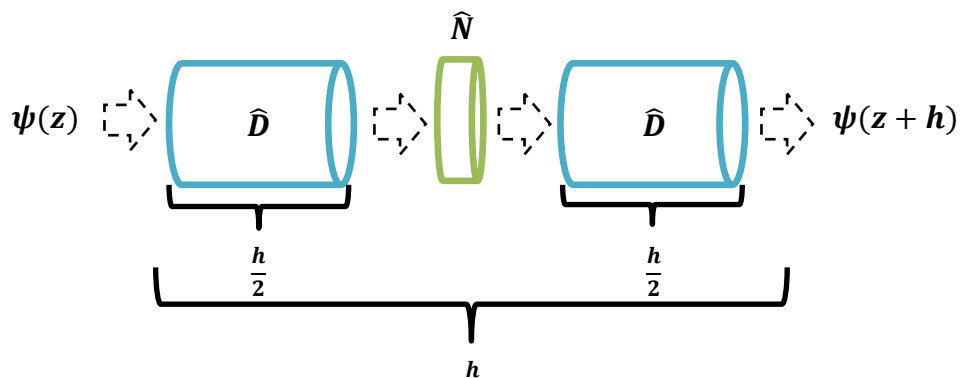


Figure 4.1 : Schéma visuel décrivant l'algorithme de Fourier à pas fractionnaire de Strang pour l'évolution du champ initial $\psi(z)$.

Notre but est d'exploiter la philosophie de la méthode de Fourier à pas fractionnaire pour aboutir à un schéma de division plus compact et plus fiable, ce qui sera notre travail dans ce chapitre.

4.3. Résoudre l'équation CQGL en utilisant une approche de décortication en sous-partie

Dans cette partie on essaie de résoudre la CQGL on présumant qu'on peut supposer que pas seulement les deux parties linéaires et non linéaires influent sur la propagation du profile initial séparément dans un petit intervalle, mais plutôt en va décortiquer ces deux parties en éléments fondamentaux en supposant que chacun de ces éléments influe sur la propagation de l'impulsion dans une petite gamme. On a publié les résultats de cette étude dans [133] plus de détails sera discuté dans la suite de ce chapitre.

4.3.1. Méthode C-SSFM

Ici on note que plus de simplification pourrait être faite pour chercher des solutions de l'équation, par exemple, on peut supposer que chaque élément linéaire et non linéaire de l'équation agit indépendamment dans une gamme très étroite de la cavité, avec cela à l'esprit, on distribue les parties de l'équation de manière qu'une succession de sous-parties linéaire et non linéaire influence le profil en séquence jusqu'à ce que tous les termes seront inclus. Les schémas ci-dessous ont été utilisés pour tester cette hypothèse:

Le premier schéma sera appelé C-SSFM qui signifie une décortication complète de l'équation et sera présenté comme suit:

$$\begin{aligned} & \psi(z+h) \\ & \approx \exp(h\widehat{N}_1)\exp(h\widehat{D}_1)\exp(h\widehat{N}_2)\exp(h\widehat{D}_2)\exp(h\widehat{N}_3)\exp(h\widehat{D}_3)\exp(h\widehat{N}_4)\psi(z) \end{aligned} \quad (4.10)$$

où $\widehat{N}_1 = i|\psi|^2$, $\widehat{N}_2 = iv|\psi|^4$, $\widehat{N}_3 = \epsilon|\psi|^2$ et $\widehat{N}_4 = \mu|\psi|^4$ représentent l'ensemble de la partie non linéaire de (4.1).

et $\widehat{D}_1 = i\frac{D}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$, $\widehat{D}_2 = \delta$ et $\widehat{D}_3 = \beta\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ représentent l'ensemble de la partie linéaire de l'équation (4.1).

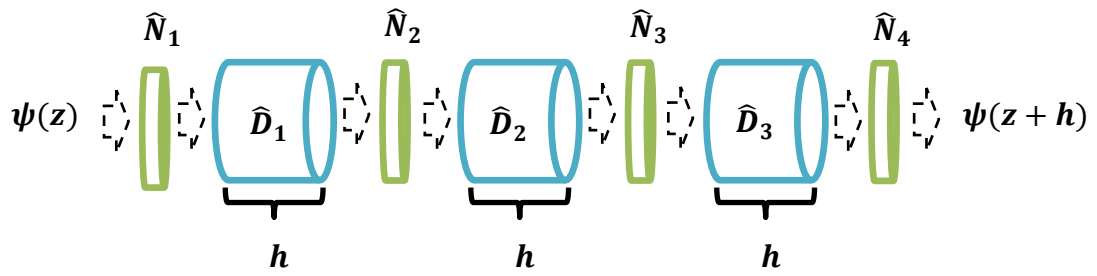


Figure 4.2 : Schéma visuel décrivant l'algorithme de C-SSFM pour l'évolution du champ initial $\psi(z)$.

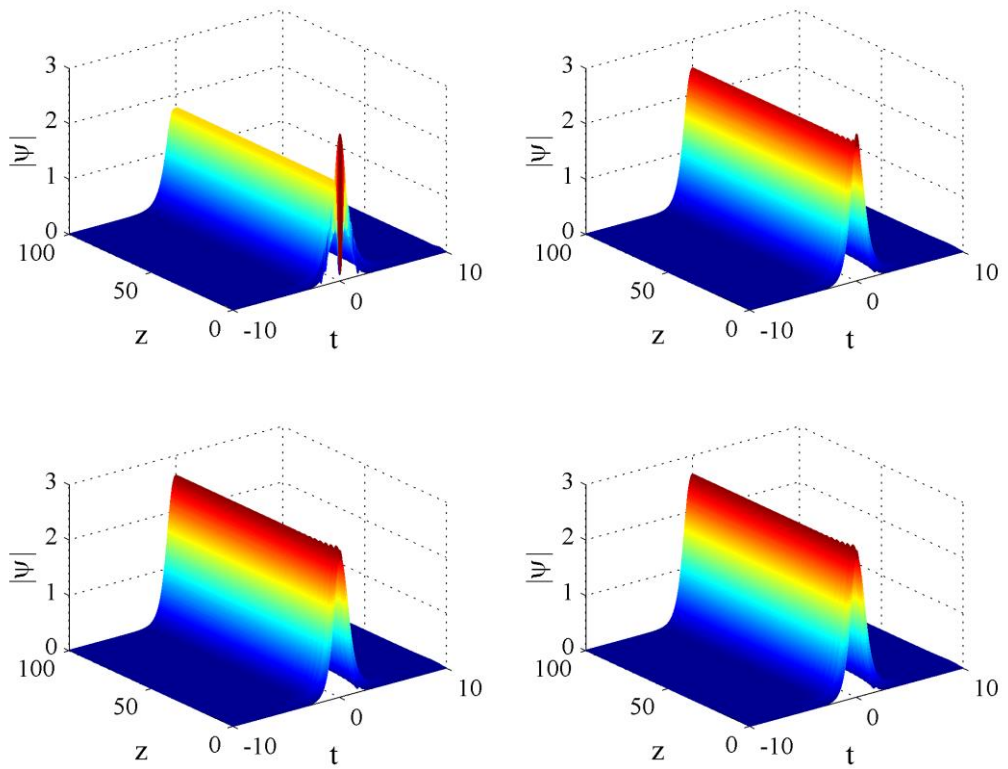


Figure 4.3 : Evolution d'une impulsion stable pour (a) $h = 0.1$, (b) $h = 0.01$, (c) $h = 0.001$, (d) $h = 0.0001$ avec la méthode C-SSFM.

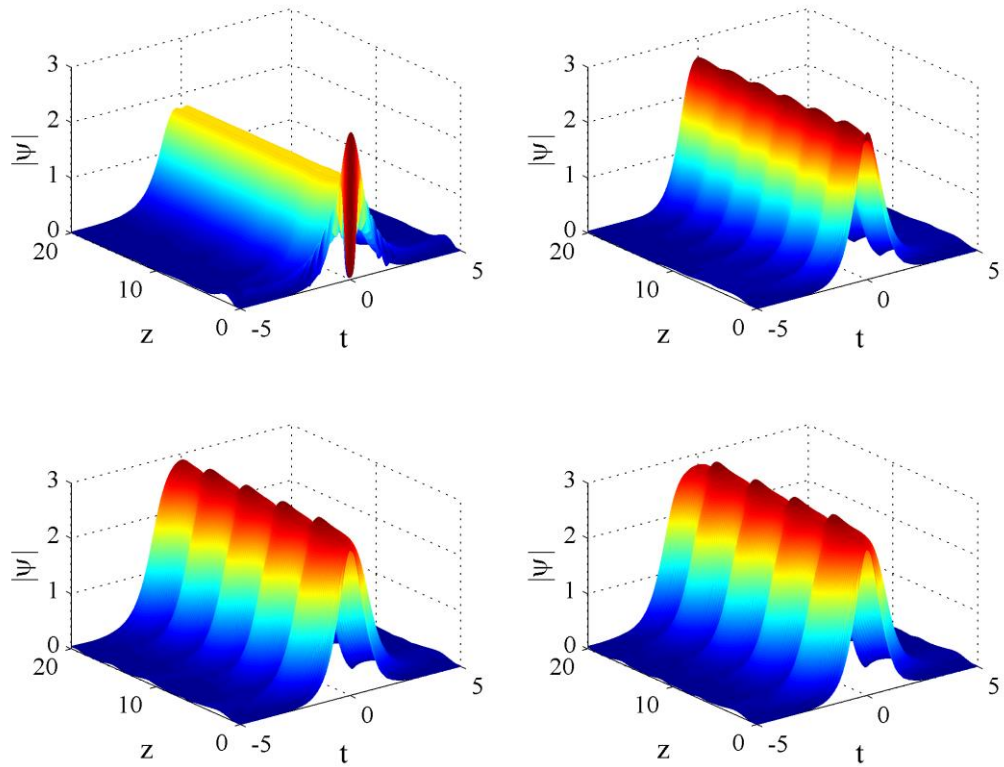


Figure 4.4 : Evolution d'une impulsion oscillante pour (a) $h = 0.1$, (b) $h = 0.01$, (c) $h = 0.001$, (d) $h = 0.0001$ avec la méthode C-SSFM.

On note d'après les figures 4.4 (a), (b), (c) et (d) que pour que la méthode C-SSFM puisse simuler la propagation d'un soliton dissipatif stable il faut que le pas de fractionnement soit inférieur ou égale à 0.01, d'autre part pour une impulsion oscillante il faut un pas inférieur ou égale à 0.0001. Par conséquent plus de fluctuation au niveau de la solution demande des pas de plus en plus petits, ce qui rend l'utilisation de cette méthode pour simuler des profils avec des fluctuations rapide pas pratique, alors il nous faut une autre approche pour résoudre notre problème.

4.3.2. Méthode CQ-SSFM

Le deuxième schéma sera appelé CQ-SSFM qui signifie le regroupement des termes cubiques et quintiques sous la forme suivante :

$$\psi(z + h) \approx \exp(h\widehat{D}_1)\exp(h\widehat{N}_c)\exp(h\widehat{D}_2)\exp(h\widehat{N}_q)\exp(h\widehat{D}_3) \quad (4.11)$$

Où $\widehat{N}_C = \widehat{N}_1 + \widehat{N}_3$ représente les termes cubiques de l'équation (4.1), et $\widehat{N}_Q = \widehat{N}_2 + \widehat{N}_4$ représente les termes quintiques de (4.1).

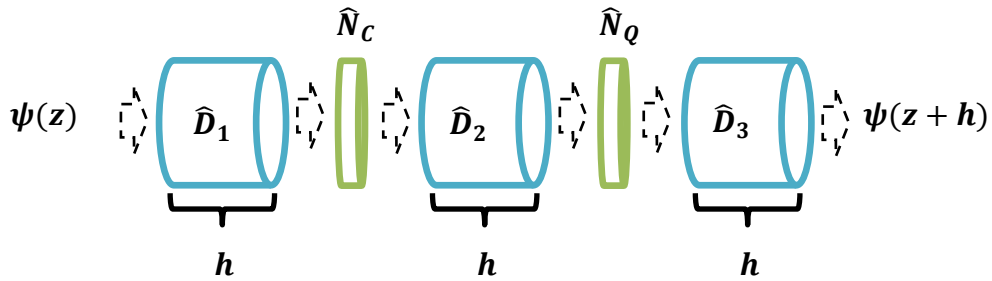


Figure 4.5 : Schéma visuel décrivant l'algorithme de CQ-SSFM pour l'évolution du champ initial $\psi(z)$.

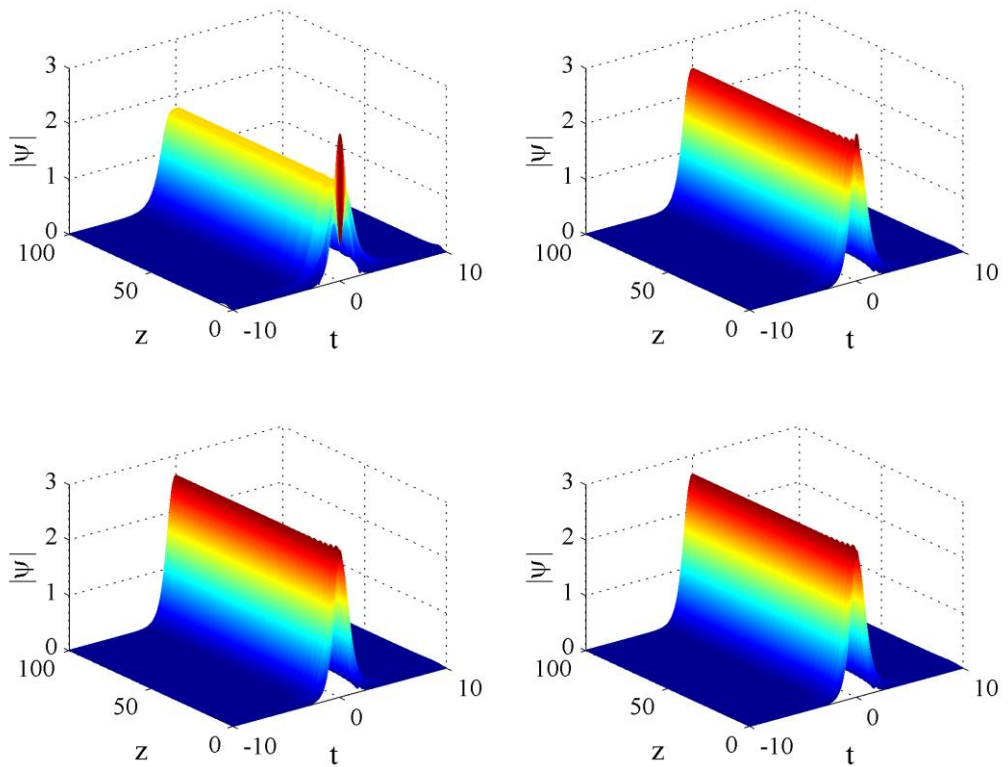


Figure 4.6 : Evolution d'une impulsion stable pour (a) $h = 0.1$, (b) $h = 0.01$, (c) $h = 0.001$, (d) $h = 0.0001$ avec la méthode CQ-SSFM.

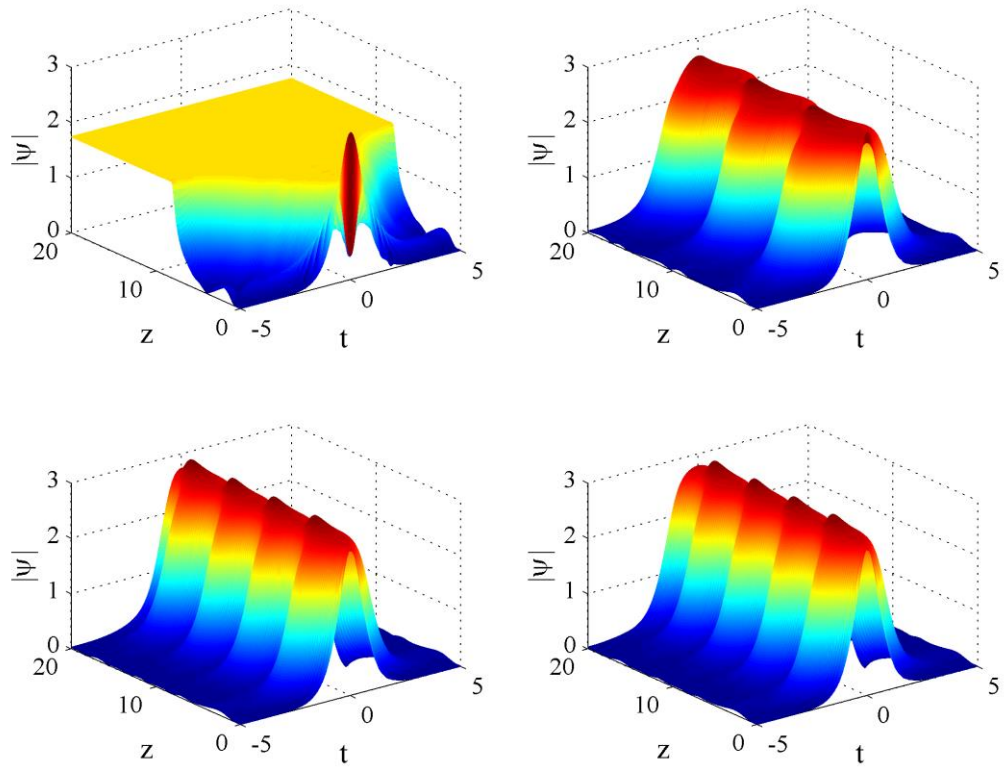


Figure 4.7 : Evolution d'une impulsion oscillante pour (a) $h = 0.1$, (b) $h = 0.01$, (c) $h = 0.001$, (d) $h = 0.0001$ avec la méthode CQ-SSFM.

D'après les figures 4.7 (a), (b), (c) et (d) il semble que pour des résultats stable il faut un pas de 0.01 pour un soliton dissipatif stable et un pas de 0.0001 pour un soliton dissipatif oscillant, par conséquent il faut encore essayer d'autres approches pour améliorer la précision et le temps de convergence afin d'avoir des résultats stables.

4.3.3. Méthode P-SSFM

Le troisième schéma est appelé P-SSFM qui signifie le regroupement de chaque terme parabolique, qui comprend les termes cubiques et quintiques sous la forme suivante:

$$\psi(z+h) \approx \exp(h\widehat{D}_1)\exp(h\widehat{N}_{P1})\exp(h\widehat{D}_2)\exp(h\widehat{N}_{P2})\exp(h\widehat{D}_3) \quad (4.12)$$

Où $\widehat{N}_{P1} = \widehat{N}_1 + \widehat{N}_2$ représente le premier terme parabolique de l'équation (4.1), et $\widehat{N}_{P2} = \widehat{N}_3 + \widehat{N}_4$ représente le deuxième terme parabolique de (4.1).

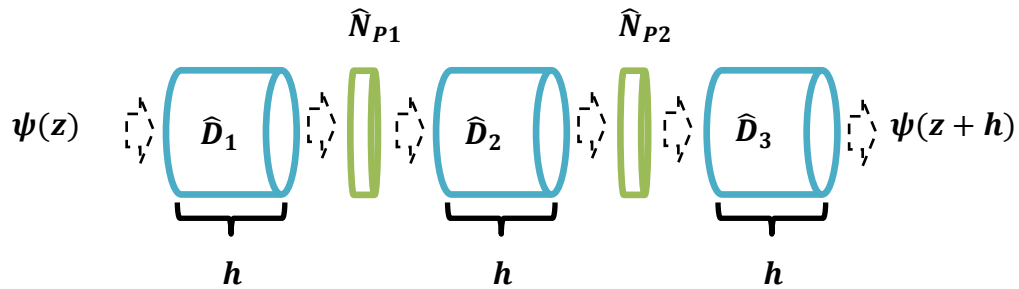


Figure 4.8 : Schéma visuel décrivant l'algorithme de P-SSFM pour l'évolution du champ initial $\psi(z)$.

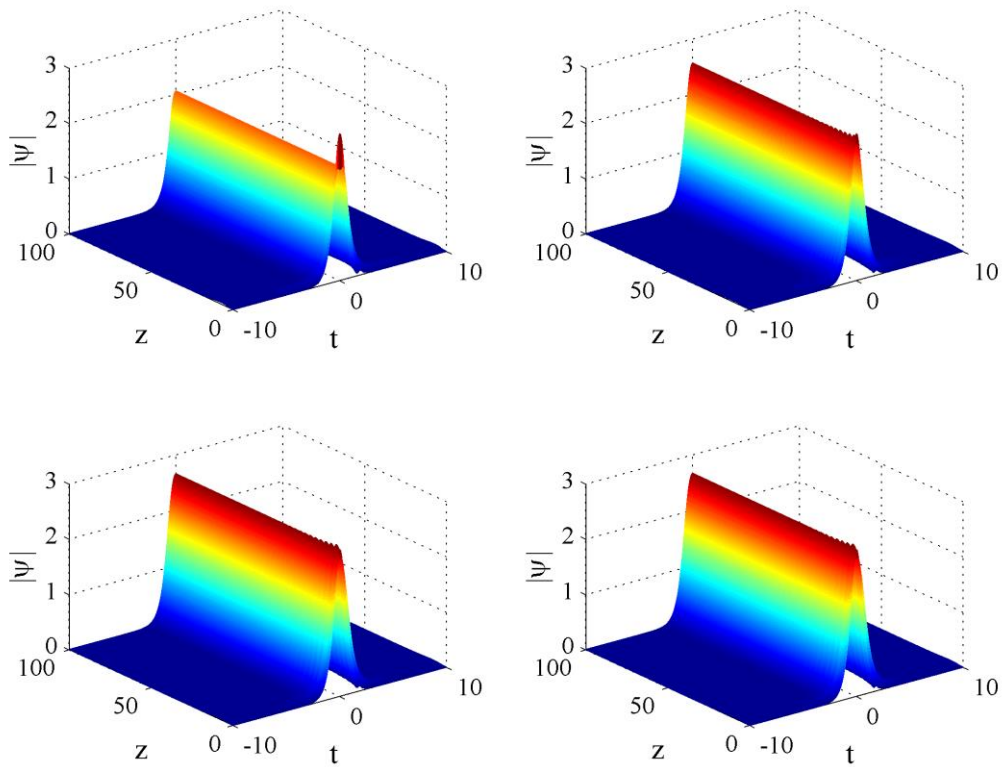


Figure 4.9 : Evolution d'une impulsion stable pour (a) $h = 0.1$, (b) $h = 0.01$, (c) $h = 0.001$, (d) $h = 0.0001$ avec la méthode P-SSFM.

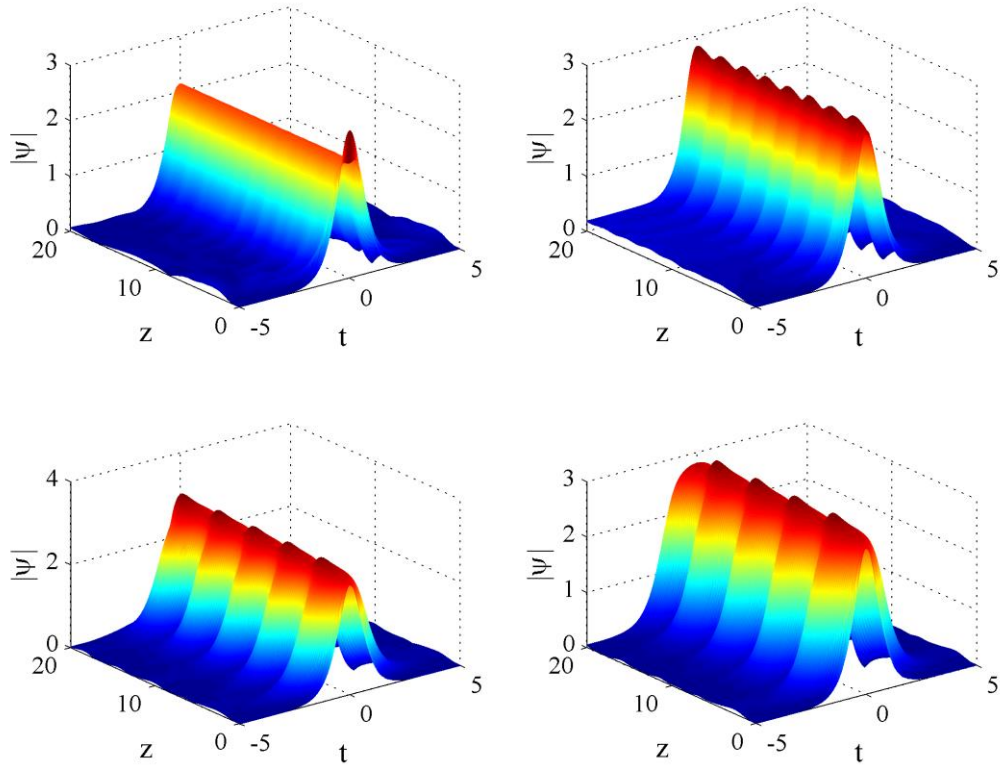


Figure 4.10 : Evolution d'une impulsion oscillante pour (a) $h = 0.1$, (b) $h = 0.01$, (c) $h = 0.001$, (d) $h = 0.0001$ avec la méthode P-SSFM.

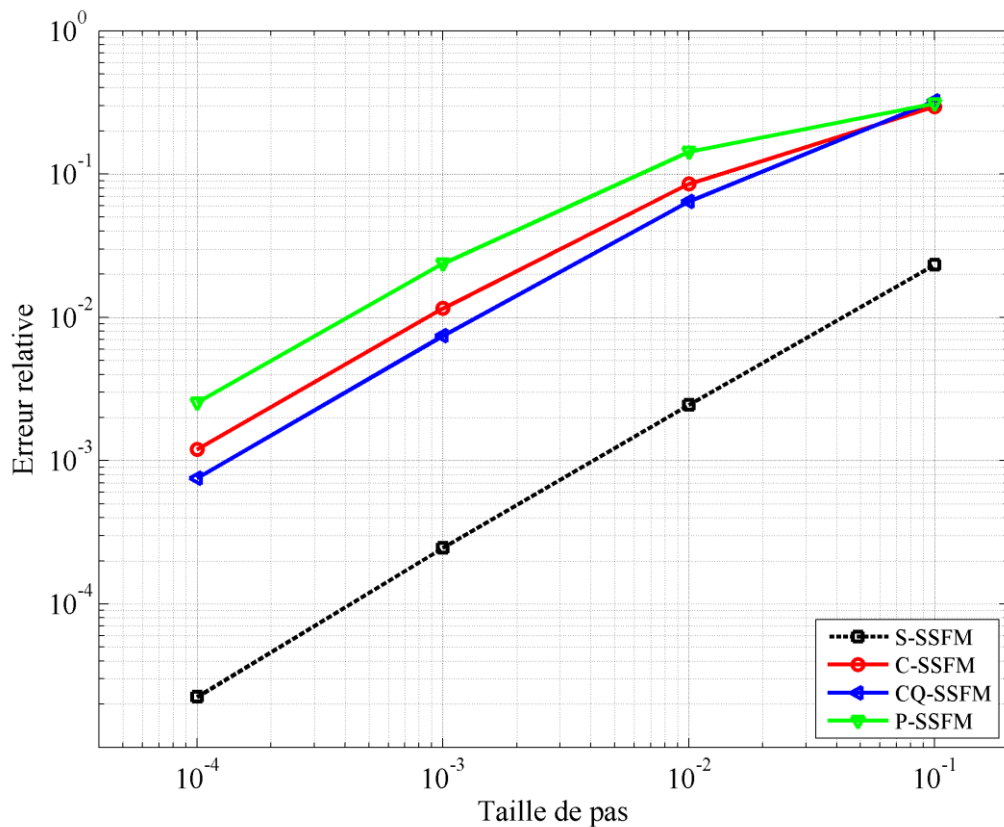


Figure 4.11 : Erreur relative par rapport à la taille de pas de la C-SSFM, CQ-SSFM et la P-SSFM les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.074$ et $\epsilon = 0.79$ et pour une distance $z = 200$.

La méthode P-SSFM comme la méthode C-SSFM et la méthode CQ-SSFM donnent des résultats de simulation stables pour la même valeur de pas soit pour un soliton dissipatif stable ou oscillant. On voit clairement que ces méthodes peuvent résoudre la CQGLE mais pour des pas très petits, pour démontrer ça, on calcule et dessine les courbes d'erreur pour les trois méthodes et on les compare avec la méthode S-SSFM on utilisant la formule 4.20.

D'après les figures 4.11 et 4.12 on note que l'utilisation des schémas présentés peut conduire à une simulation de l'équation CQGL avec succès, toutefois, ces approches ont échoués au test de convergence par rapport aux autres méthodes, par conséquent, ce n'est pas pratique de les utiliser pour résoudre notre problème, même s'on peut obtenir de bons résultats pour des tailles de pas suffisamment petites.

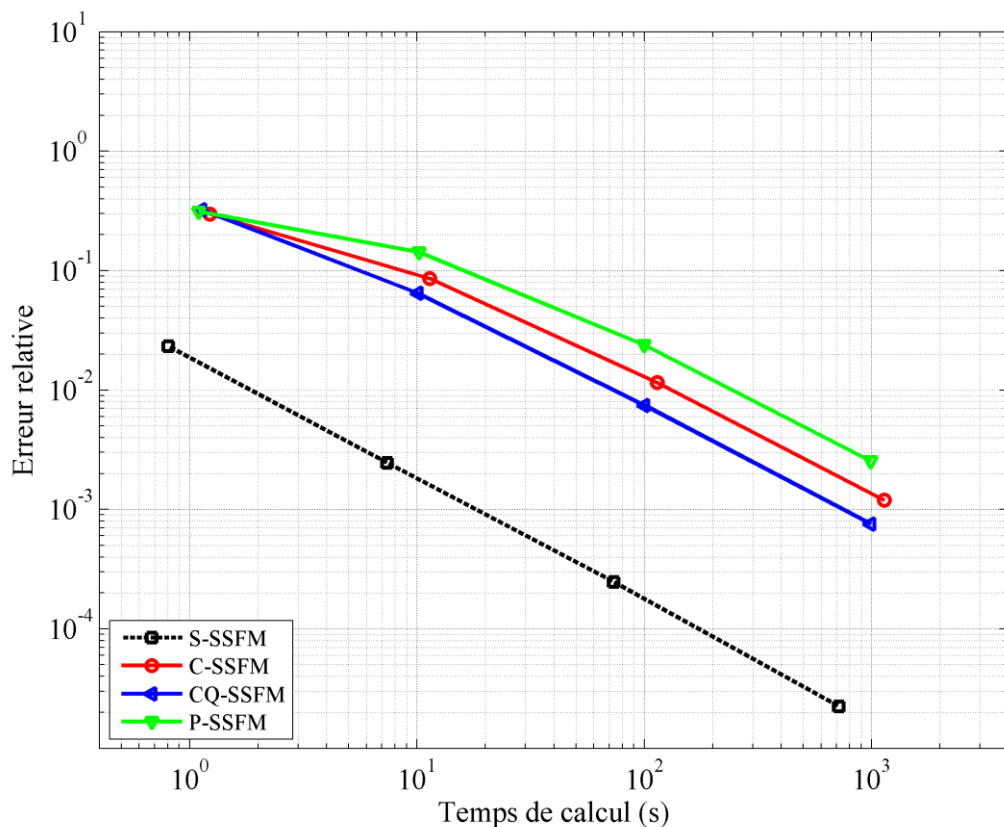


Figure 4.12 : Erreur relative en fonction du temps de calcul de la C-SSFM, CQ-SSFM et la P-SSFM pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.074$ et $\epsilon = 0.79$ et pour une distance $z = 200$.

Il semble que l'approche qu'on a abordée ne suffit pas pour résoudre la CQGL avec assez de précision, alors il nous faudra changer carrément notre approche afin d'avoir des schémas de fractionnement puissants pour résoudre cette équation de manière efficace. Dans ce qui suit on expliquera extensivement notre méthodologie pour avoir des schémas de fractionnement puissants pour résoudre la CQGL.

4.3.4. Méthode n-SSFM

Dans ce travail, on étale la formule de base de façon que les parties linéaires et non linéaires soient distribuées uniformément en petits segments le long d'un pas, pour effectuer cette tâche, nous utilisons la formule suivante [134] pour dériver le schéma de fractionnement:

$$\psi(z + h, t) \approx \prod_{i=1}^k \exp(c_i h \hat{D}) \exp(d_i h \hat{N}) \psi(z, t) \quad (4.13)$$

Ici c_i et d_i sont des constantes réelles, dans la mesure où les conditions suivantes sont remplies:

$\sum_{i=1}^k c_i = 1$, $\sum_{i=1}^k d_i = 1$ dans le cas asymétrique, ou $\sum_{i=1}^k c_i = 1$, $\sum_{i=1}^{k-1} d_i = 1$ où $d_k = 0$ dans le cas symétrique. Dans notre étude, nous utilisons le système symétrique pour résoudre un modèle largement utilisé en optique et dans d'autres domaines pour décrire de nombreux phénomènes en physique, à savoir l'équation complexe cubique et quintique de Ginzburg-Landau (CQGL). Dans ce cas, chaque facteur c_i aura la même valeur, la même chose pour les facteurs d_i , nous allons attribuer à chacun d'eux cette forme de fraction $1/n$ et $1/(n-1)$ respectivement, dans cette étude, toutes les valeurs de n auront un nombre naturel qui sera choisi en fonction de la précision souhaitée; plus la valeur de n augmente, plus de précision sera obtenue comme il sera démontré dans la section suivante. La figure 4.13 représente le processus de fractionnement du schéma sur la distance de propagation. Dans le reste de ce travail nous nous référerons à la nouvelle méthode de Fourier à pas fractionnaire avec les coefficients $1/n$ et $1/(n-1)$ comme n-SSFM. Par exemple, si $n = 3$ alors le schéma de fractionnement est 3-SSFM qui a la forme suivante:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \exp\left(\frac{h}{3} \hat{D}\right) \psi(z, t) \\ \psi_2 &= \exp\left(\frac{h}{2} \hat{N}\right) \psi_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \psi_3 &= \exp\left(\frac{h}{3}\hat{D}\right)\psi_2 \\
 \psi_4 &= \exp\left(\frac{h}{2}\hat{N}\right)\psi_3 \\
 \psi(z+h, t) &= \exp\left(\frac{h}{3}\hat{D}\right)\psi_4
 \end{aligned}
 \tag{4.14}$$

Ici, on remarque à nouveau que la partie linéaire est résolue dans le domaine spectral à l'aide de la routine FFT, tandis que la partie non linéaire est résolue dans le domaine temporel.

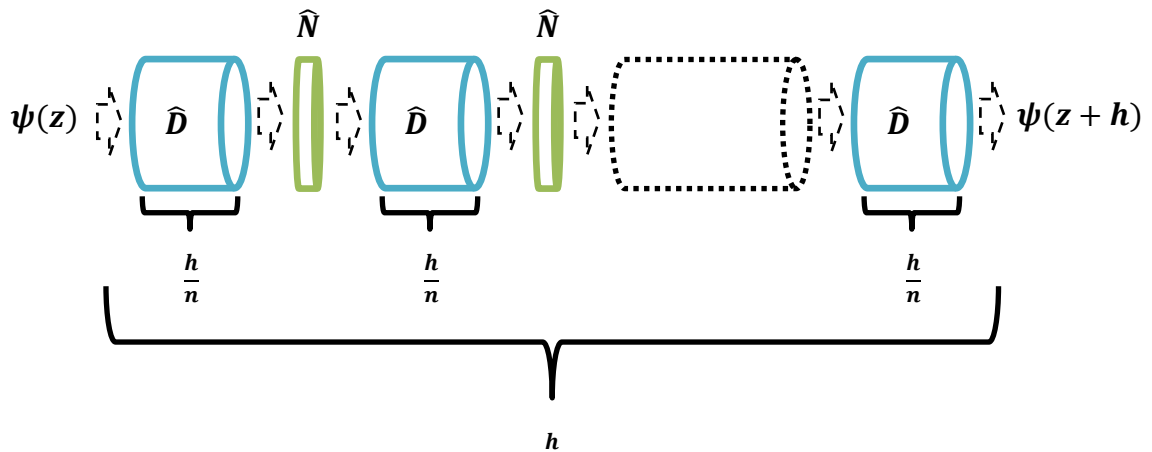


Figure 4.13 : Schéma visuel décrivant l'algorithme de n-SSFM pour l'évolution du champ initial $\psi(z)$.

L'approche proposée assure la propagation de la partie linéaire et non linéaire de l'équation dans de petits pas équidistants qui garantissent à leur tour l'exactitude de l'intégration. Nous allons comparer cette méthode avec de nombreux autres schèmes d'intégration, afin de tester son efficacité. Le premier est le schéma de fractionnement de Strang qui correspond au fractionnement de base de notre approche avec $n = 2$, d'autres méthodes seront utilisées ainsi pour résoudre l'équation CQGL et comparées par rapport à notre schéma proposé, nous allons varier notre schéma à partir de $n = 2$, puis nous l'étendons à $n = 6$ et $n = 12$ pour atteindre des schémas plus précis pour notre problème. La mise en œuvre des algorithmes des méthodes à comparer avec, seront fournis brièvement dans ce travail, pour plus de détails, le lecteur est recommandé de consulter les références.

Le premier schéma à mettre en œuvre est la méthode de Runge-Kutta de quatrième ordre dans l'interaction d'image (RK4IP) [124, 135] la mise en œuvre de l'algorithme est comme suite:

$$\begin{aligned}
\psi_1 &= \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\psi(z, t) \\
K_1 &= \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)[h\hat{N}(\psi(z, t))]\psi(z, t) \\
K_2 &= h\hat{N}\left(\psi_1 + \frac{K_1}{2}\right)\left[\psi_1 + \frac{K_1}{2}\right] \\
K_3 &= h\hat{N}\left(\psi_1 + \frac{K_2}{2}\right)\left[\psi_1 + \frac{K_2}{2}\right] \\
K_4 &= h\hat{N}\left(\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)(\psi_1 + K_3)\right)\left(\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)(\psi_1 + K_3)\right) \\
\psi(z+h, t) &= \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\left[\psi_1 + \frac{k_1}{6} + \frac{k_2}{3} + \frac{k_3}{3}\right] + \frac{k_4}{6} \quad (4.15)
\end{aligned}$$

Le deuxième schéma est un algorithme étendu de la méthode RK4IP, appelé Gill4IP où l'algorithme de Gill dans l'image d'interaction, il est utilisé pour l'intégration [127], l'algorithme est le suivant:

$$\begin{aligned}
\psi_1 &= \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\psi(z, t) \\
K_1 &= \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)[h\hat{N}(\psi(z, t))]\psi(z, t) \\
K_2 &= h\hat{N}\left(\psi_1 + \frac{K_1}{2}\right)\left[\psi_1 + \frac{K_1}{2}\right] \\
K_3 &= h\hat{N}\left(\psi_1 + \frac{\sqrt{2}-1}{2}K_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2}K_2\right)\left[\psi_1 + \frac{\sqrt{2}-1}{2}K_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2}K_2\right] \\
K_4 &= h\hat{N}\left(\psi_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}K_2 + \frac{2+\sqrt{2}}{2}K_3\right)\left[\psi_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}K_2 + \frac{2+\sqrt{2}}{2}K_3\right] \\
\psi(z+h, t) &= \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\left[\psi_1 + \frac{1}{6}k_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{6}k_2 + \frac{2+\sqrt{2}}{6}k_3\right] + \frac{1}{6}k_4 \quad (4.16)
\end{aligned}$$

Le troisième schéma est la méthode de Runge-Kutta avec le facteur d'intégration d'opérateur (OIFRK4) [136], la mise en œuvre est la suivante:

$$\begin{aligned}
K_1 &= h\hat{N}(\psi(z, t)) \\
K_2 &= h\hat{N}\left(\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\psi(z, t) + \frac{1}{2}\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)K_1\right)\left[\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\psi(z, t) + \frac{1}{2}\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)K_1\right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_3 &= h\hat{N} \left(\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\psi(z,t) + \frac{1}{2}K_2 \right) \left[\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\psi(z,t) + \frac{1}{2}K_2 \right] \\
K_4 &= h\hat{N} \left(\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\psi(z,t) + \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)K_3 \right) \left[\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\psi(z,t) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2}\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)K_1 \right] \\
\psi(z+h,t) &= \exp(h\hat{D})\psi(z,t) \\
&\quad + \frac{1}{6} \left(\exp(h\hat{D})K_1 + 2\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)(K_2 + K_3) + K_4 \right)
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Le quatrième schéma est la méthode de commutateur libre (CFREE4) [136], la mise en œuvre est la suivante:

$$\begin{aligned}
K_1 &= h\hat{N}(\psi(z,t)) \\
K_2 &= h\hat{N} \left(\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\psi(z,t) + \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)K_1 \right) \left[\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\psi(z,t) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)K_1 \right] \\
K_3 &= h\hat{N} \left(\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\psi(z,t) + \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)K_2 \right) \left[\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\psi(z,t) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)K_2 \right] \\
K_4 &= h\hat{N} \left(\begin{array}{c} \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\psi(z,t) + \\ \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)K_1 + \alpha\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)(K_3 - \frac{1}{2}K_1) \end{array} \right) \left[\begin{array}{c} \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\psi(z,t) + \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)K_1 + \\ \alpha\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)(K_3 - \frac{1}{2}K_1) \end{array} \right] \\
\psi_s &= \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\psi(z,t) + \frac{1}{12}\alpha\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)(3K_1 - 2K_2 + 2K_3 - K_4) \\
\psi(z+h,t) &= \exp(h\hat{D})\psi_s(z,t) \\
&\quad + \frac{1}{12} \left(\alpha\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)K_1 + 2\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \right) (-K_1 - 2K_2 + 2K_3 \\
&\quad + 3K_4)
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Où :

$$\alpha(z) = z^{-1}(\exp(z) - 1) \tag{4.19}$$

Afin d'évaluer la précision de notre schéma avec des coefficients différents, ce dernier sera comparé à tous les schémas d'intégration ci-dessus avec des tailles de pas différents. L'erreur relative globale pour les critères de comparaison est définie comme suit [126, 127, 137]:

$$\delta' = \frac{\|\psi_h - \psi_H\|}{\|\psi_H\|} \quad (4.20)$$

où ψ_h se tient pour la solution numérique à un pas de taille h , et ψ_H est une solution numérique plus précise obtenue pour un très petit pas, la norme $\|\psi\|$ est définie comme suit:

$$\|\psi\| = \left(\int |\psi|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.21)$$

Afin d'évaluer la performance du schéma proposé, toutes les méthodes ci-dessus présentées dans cette section seront exécutées en utilisant une grille numérique de 2048 (2^{12}) points dans le temps (t), avec des conditions de limites périodiques, nous avons choisi l'équation CQGL comme critère d'évaluation. L'impulsion initiale utilisée dans la simulation $\psi_0 = 2.6524 \operatorname{sech}(t/0.54) \exp\left(-\left(t^2/2(0.54^2)\right)\right)$, qui correspond à la forme de solution la plus proche que nous avons mis au point après avoir simulé une impulsion initiale de la forme $\psi_0 = 3 \operatorname{sech}(t/0.5)$ pour $z = 200$ avec les paramètres donnés que nous exposons ci-dessous, même qu'on peut utiliser une solution plus précise numériquement. Ici la valeur 3 représente l'amplitude de l'impulsion initiale tandis que 0,5 représente sa largeur à mi-hauteur (FWHM), cependant, une étude comparative montre que les résultats sont similaires pour les deux conditions initiales parce que l'état initial pour les critères d'erreur est relatif dans certaine plage de conditions initiales, les paramètres sont définis comme $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.074$ et $\epsilon = 0.79$ ce qui correspond à un soliton dissipatif stationnaire.

Les figures 4.15 et 4.16 sont obtenues en utilisant la formule d'erreur pour différentes tailles de pas. Étant donné que les schémas de la n-SSFm sont des extensions de la S-SSFm, les résultats présentés dans la figure 4.15 montrent que la S-SSFm, et la n-SSFms varient parallèlement dans une forme décroissante de l'erreur pour une taille d'étape donnée. La méthode de Gill4IP montre le même taux de convergence à celui des schémas n-SSFm et S-SSFm, elle montre des résultats plus précis par rapport à la méthode S-SSFm et moins de précision par rapport à la n-SSFm pour chaque étape, puisqu'on peut obtenir des résultats plus précis avec la méthode 6-SSFm l'utilisation de cette dernière est donc pratique, même si la consommation de temps pour la 6-SSFm est légèrement plus grand comme le montre la figure 4.16. La méthode de RK4IP montre une haute performance de la plus grande taille de pas à la plus petite, la méthode CFREE4 est légèrement plus rapide et plus précis dans la plage de $h = 10^{-1}$ jusqu'à $h =$

10^{-2} , pour les pas de petite taille les deux méthodes montrent la même précision, mais la CFREE4 a un temps d'exécution légèrement plus rapide que la méthode RK4IP. Au cours de toutes les gammes de simulation, nos résultats montrent que les deux méthodes donnent leurs meilleures performances à $h = 10^{-2}$ qui est fascinant, car la taille de ce pas est considérée comme relativement modérée.

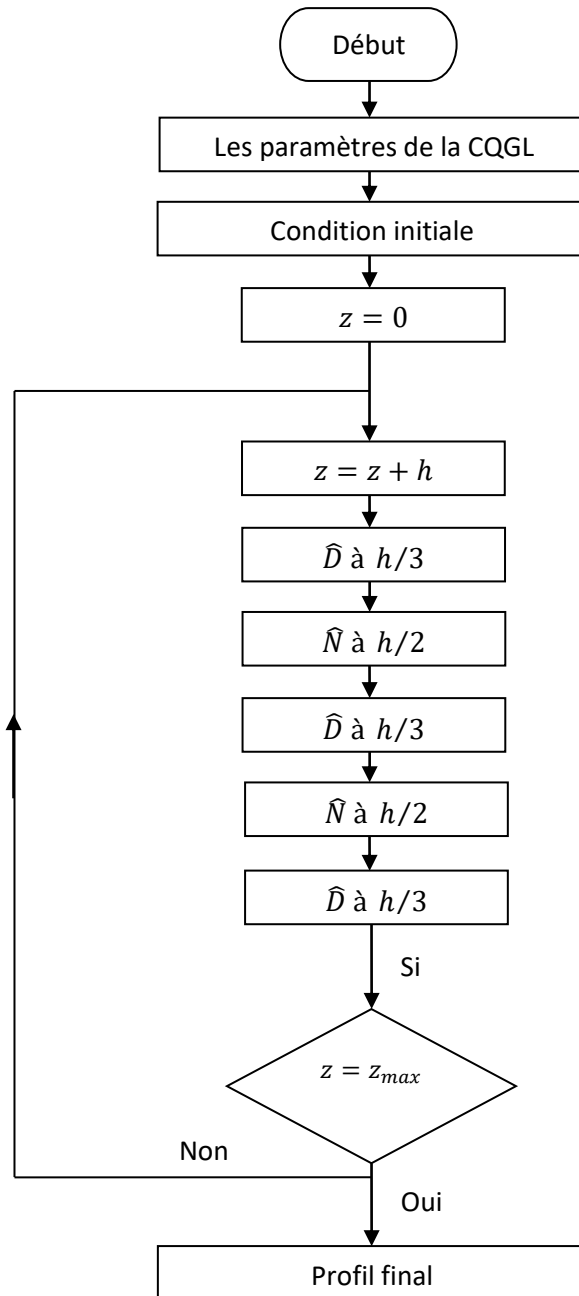


Figure 4.14 : Algorithme d'implémentation de la 3-SSFM.

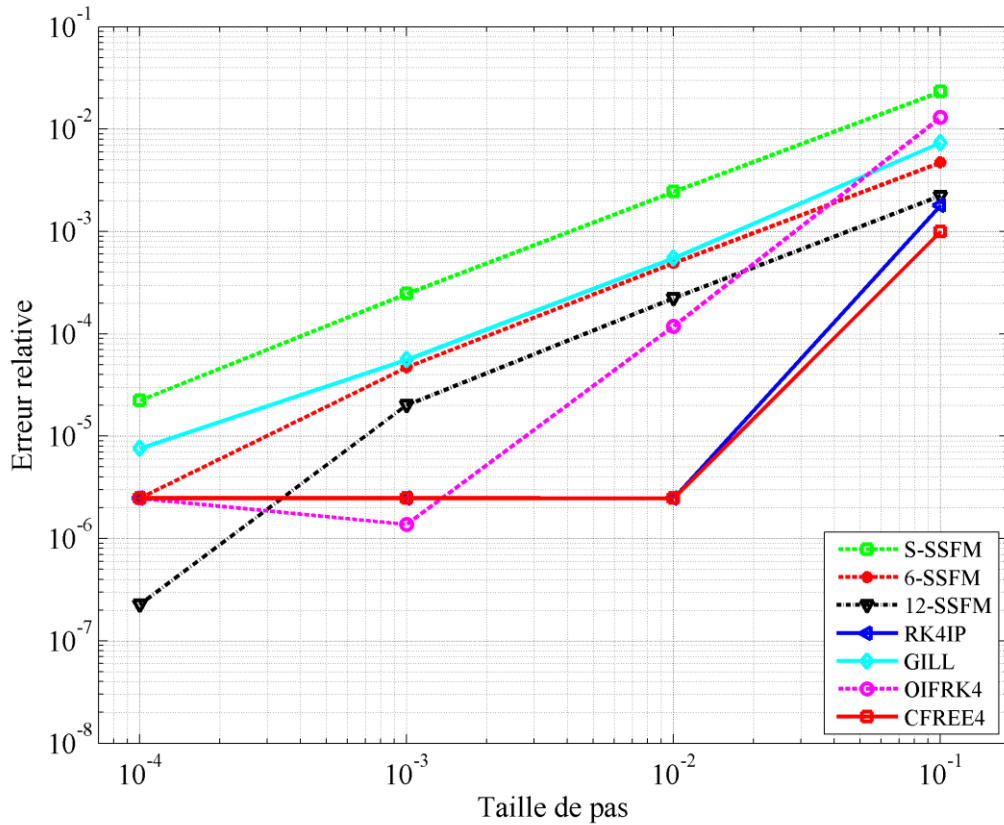


Figure 4.15 : Erreur relative par rapport à la taille de pas de la n -SSFM pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.074$ et $\epsilon = 0.79$ et pour une distance $z = 200$.

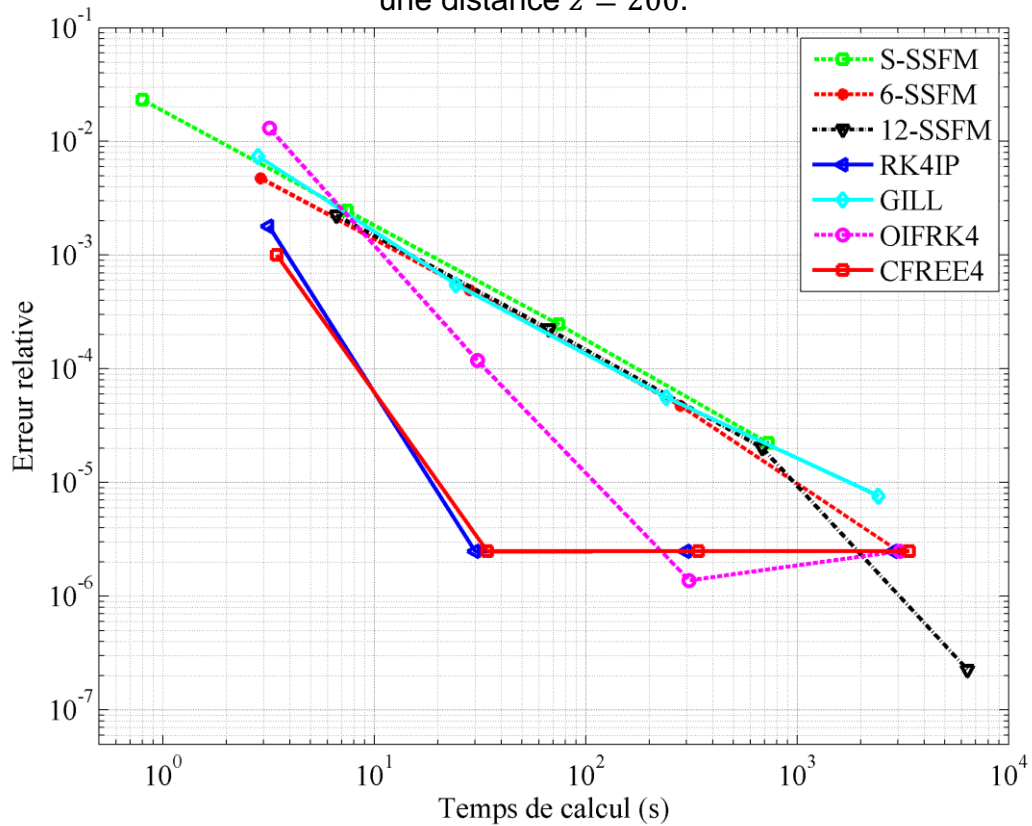


Figure 4.16 : Erreur relative en fonction du temps de calcul de la n -SSFM pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.074$ et $\epsilon = 0.79$ et pour une distance $z = 200$.

La méthode OIFRK4 montre une grande capacité pour résoudre notre problème, qui se manifeste dans l'équation CQGL, son taux de convergence est moins important par rapport aux méthodes RK4IP et CFREE4, mais elle donne une meilleure précision en $h = 10^{-3}$, le temps d'exécution de la OIFRK4 est situé entre le temps d'exécution de la RK4IP et la CFREE4 pour chaque étape. La figure 4.15 montre que pour $h = 10^{-4}$ les méthodes 6-SSFM, RK4IP, CFREE4 et OIFRK4 présentent le même rendement, y compris la précision et le temps d'exécution, toutefois le 12-SSFM montre que pour $h = 10^{-4}$ cette dernière donnera une meilleure précision par rapport à toutes les méthodes mentionnées ci-dessus, ce qui en fait un candidat idéal lorsqu'il s'agit d'un profil rigide dans la région des paramètres où l'équation CQGL manifeste des variations rapides dans son enveloppe, en particulier lorsqu'il s'agit de comportement d'impulsion qui peut être décrit comme un chaos.

Toutes les méthodes ci-dessus sont considérées comme méthodes stables dans la gamme des étapes présentées dans la figure 4.15, cependant, dans l'intervalle où la taille de l'étape est comprise entre 10^{-3} et 10^{-4} , la 12-SSFM montre une plus grande stabilité et taux de convergence par rapport à toutes les autres méthodes.

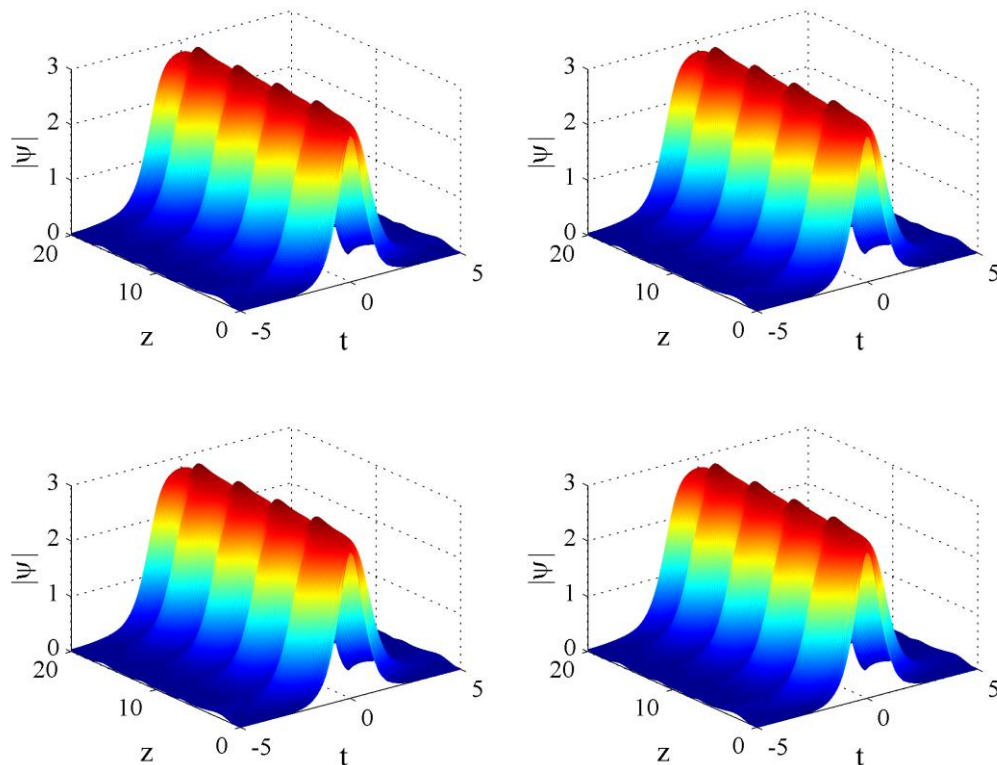


Figure 4.17 : Evolution d'une impulsion oscillante pour (a) $h = 0.1$, (b) $h = 0.01$, (c) $h = 0.001$, (d) $h = 0.0001$ avec la méthode 12-SSFM.

On peut voir clairement que la méthode 12-SSFM est hyper stable même s'on prend des paramètres d'une impulsion oscillante comme montre la figure 4.17. La robustesse de cette méthode est montrée pour des pas avec des grandeurs relativement grandes, cette précision est très désirable pour la simulation des comportements instables ou bien quasi-instables.

Cette approche nous permettra d'avoir un mécanisme d'implantation de pas de manière efficace, de façon que de plus petit pas puisse être implanté sans avoir besoin de plus de mémoire qui va nous permettra d'avoir plus de précision pour des pas relativement grand par rapport à la méthode de Strang.

4.4. Exemples montrant quelques dynamiques des solitons dissipatifs

Maintenant, nous donnons des exemples de simulation de l'équation CQGL à l'aide de la 12-SSFM, en montrant le comportement différent et la dynamique des solutions selon les différents paramètres.

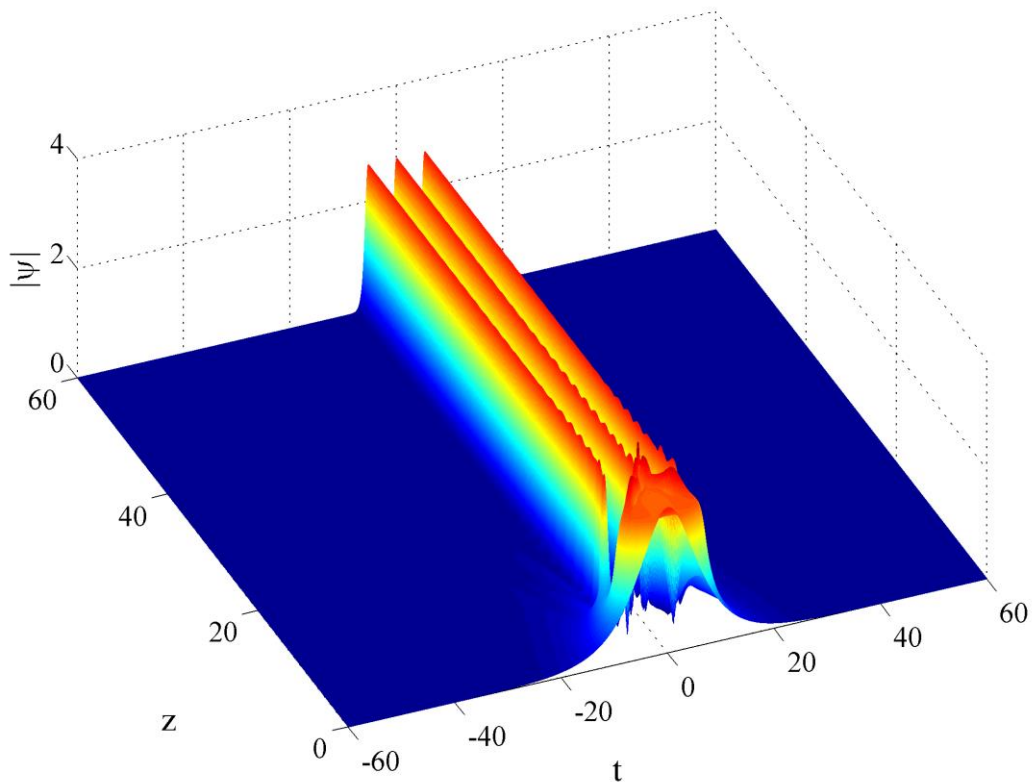


Figure 4.18 : Rupture d'un soliton fondamental à un train de solitons pour une impulsion initiale de la forme $u = 2.6524 \operatorname{sech}(t/5)$ et pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.055$ et $\epsilon = 0.62$.

En plus des dynamiques représentées sur les figures 3.16, 3.17 et 3.48 dans le chapitre 3 pour des solitons stables, oscillations et divergents de l'équation CQGL, nous allons révéler quelques autres dynamiques intéressantes qui sont d'un grand intérêt dans le domaine de la recherche particulièrement la formation de plusieurs solitons, car ils peuvent être utilisés pour de nombreuses futures applications, y compris les futures générations de RAMs comme indiquées dans le chapitre 1.

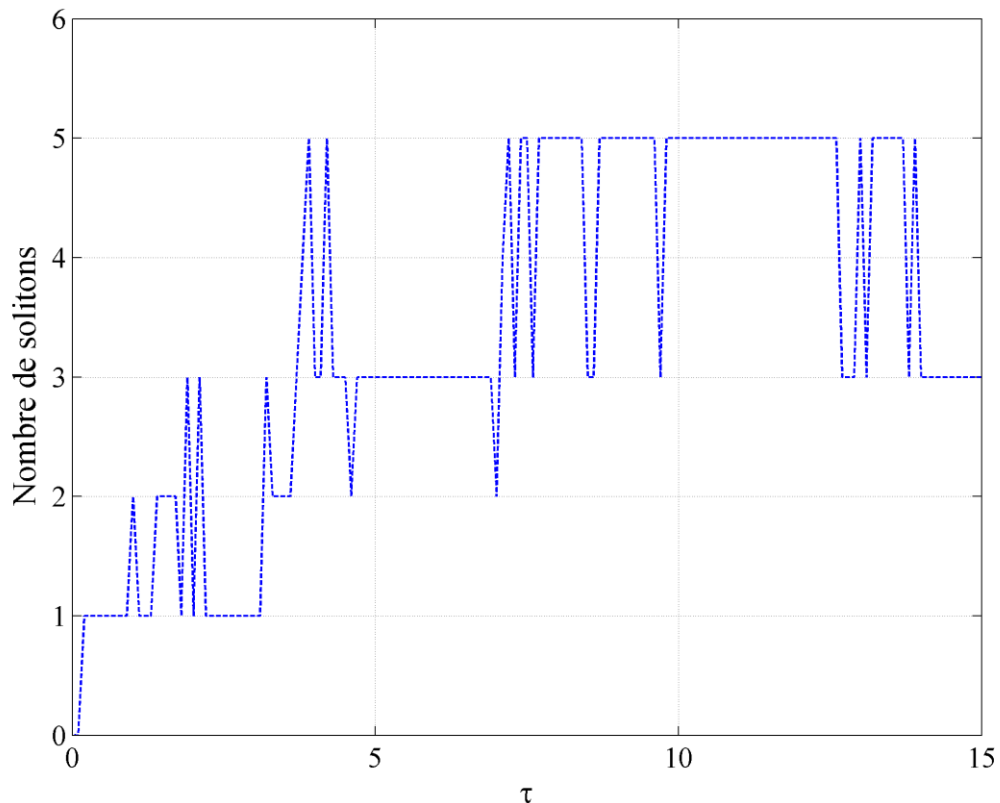


Figure 4.19 : Nombre de solitons en fonction la largeur à mi-hauteur(τ) pour une impulsion initiale de la forme $u = 2.6524 \operatorname{sech}(t/\tau)$ et pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.055$ et $\epsilon = 0.62$.

La figure 4.18 a été obtenue en utilisant une impulsion initiale de la forme $u = 2.6524 \operatorname{sech}(t/8)$ et pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.055$ et $\epsilon = 0.62$. Elle montre la rupture d'un soliton fondamental à un train d'impulsions, parce que le milieu ne peut pas soutenir toute l'énergie contenue dans ce profil, notre simulation étendue montre que plusieurs impulsions peuvent être entraînées après la rupture, si l'on considère des impulsions plus énergiques, mais ce n'est pas un cas linéaire c'est à dire que nous ne disposons pas de plus d'impulsions chaque fois que nous donnons plus d'énergie, parfois l'évolution de l'impulsion prend un autre tour et montre un comportement différent.

Comme dans la figure 4.19 s'on mit $\tau = 8$ on obtient 5 solitons comme solution stationnaire, mais si on mit $\tau = 14$ on obtient 3 solitons à la fin de simulation.

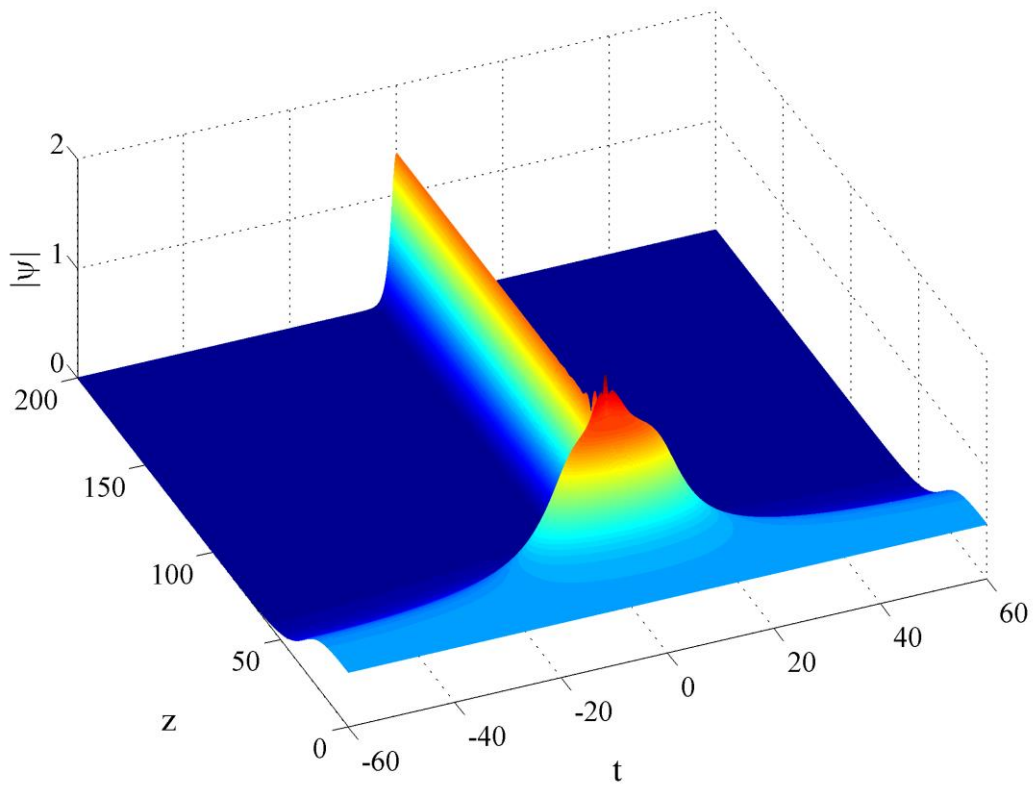


Figure 4.20 : Régime mono-impulsionnel à partir d'une onde continue de la forme $u = 0.5 + 0.001\cos(f t)$ et pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.18$, $\mu = -0.2$, $\nu = -0.1$ et $\epsilon = 0.45$ [105].

Ici, contrairement aux solitons conservatifs on voit clairement que le comportement des solitons dissipatifs est totalement différent.

Une autre dynamique importante des solitons dissipatifs est l'auto-démarrage que nous pouvons voir clairement sur les figures 4.20, 4.21, 4.22 et 4.23, le bruit que nous générons au début de la simulation montre que le laser peut travailler en régime mono ou multi-impulsionnel en fonction du bruit généré lui-même, dans notre cas, le bruit était seulement une fluctuation aléatoire avec de petits pics arbitraires.

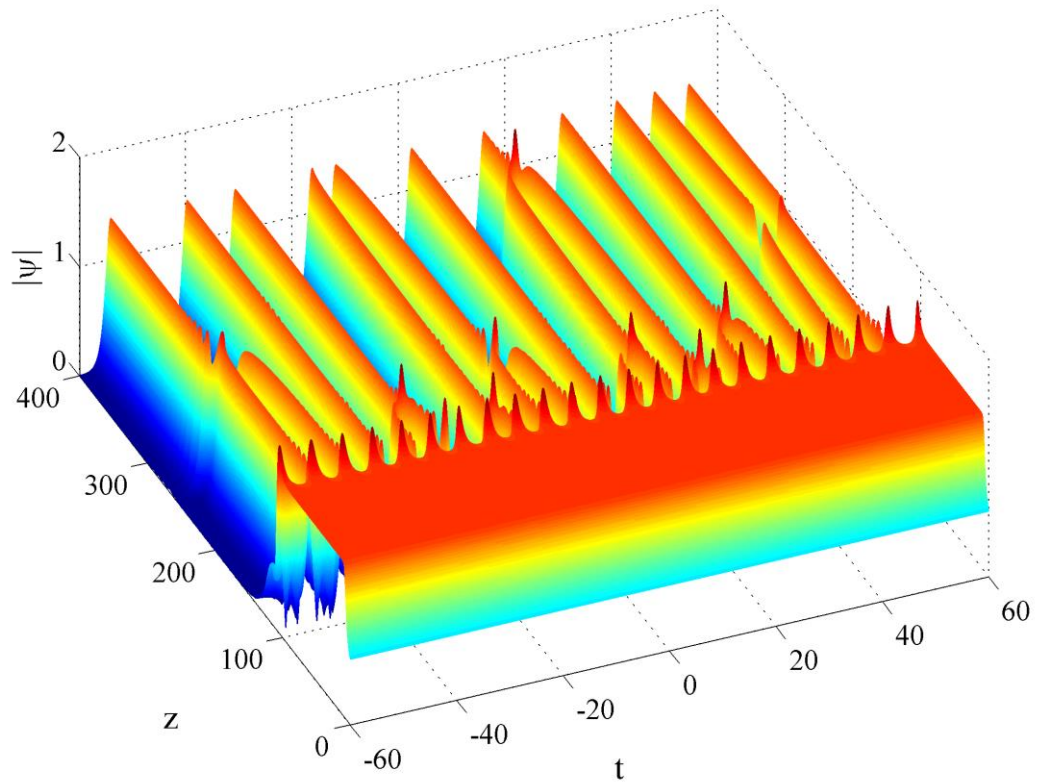


Figure 4.21 : Régime multi-impulsionnel à partir d'une onde continue de la forme $u = 0.5 + 0.001\cos(f t)$ et pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.18$, $\mu = -0.2$, $\nu = -0.1$ et $\epsilon = 0.45$.

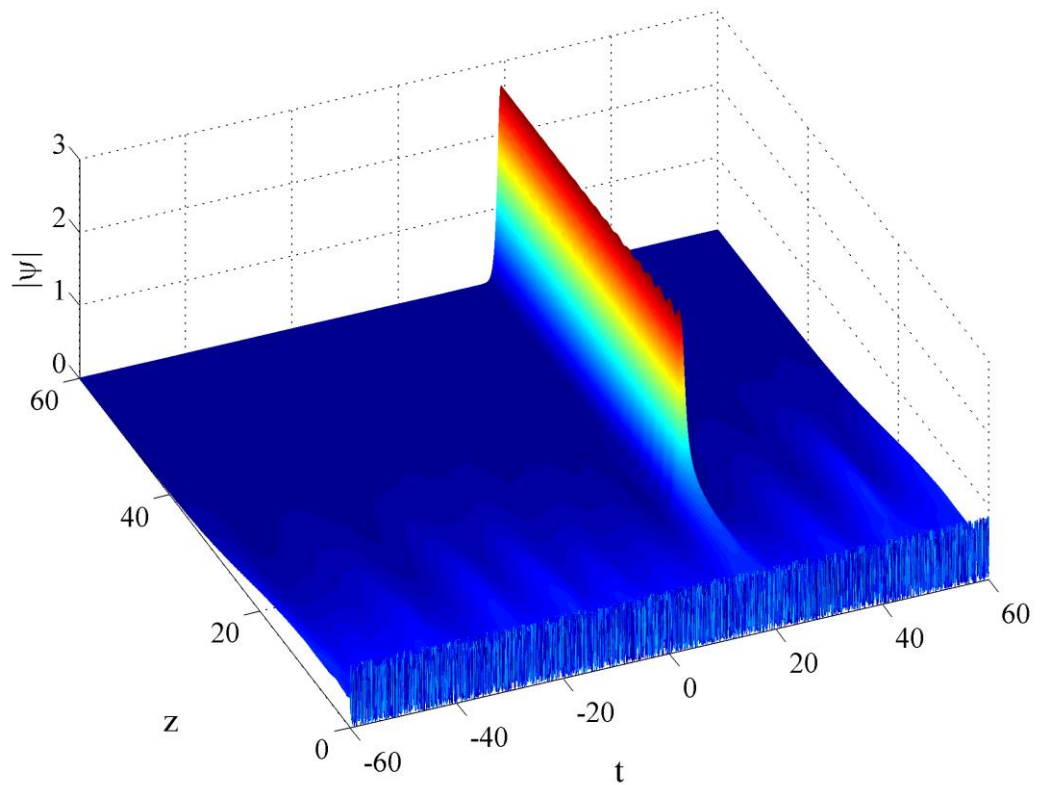


Figure 4.22 : Régime mono-impulsionnel à partir de bruit et pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.055$ et $\epsilon = 0.62$.

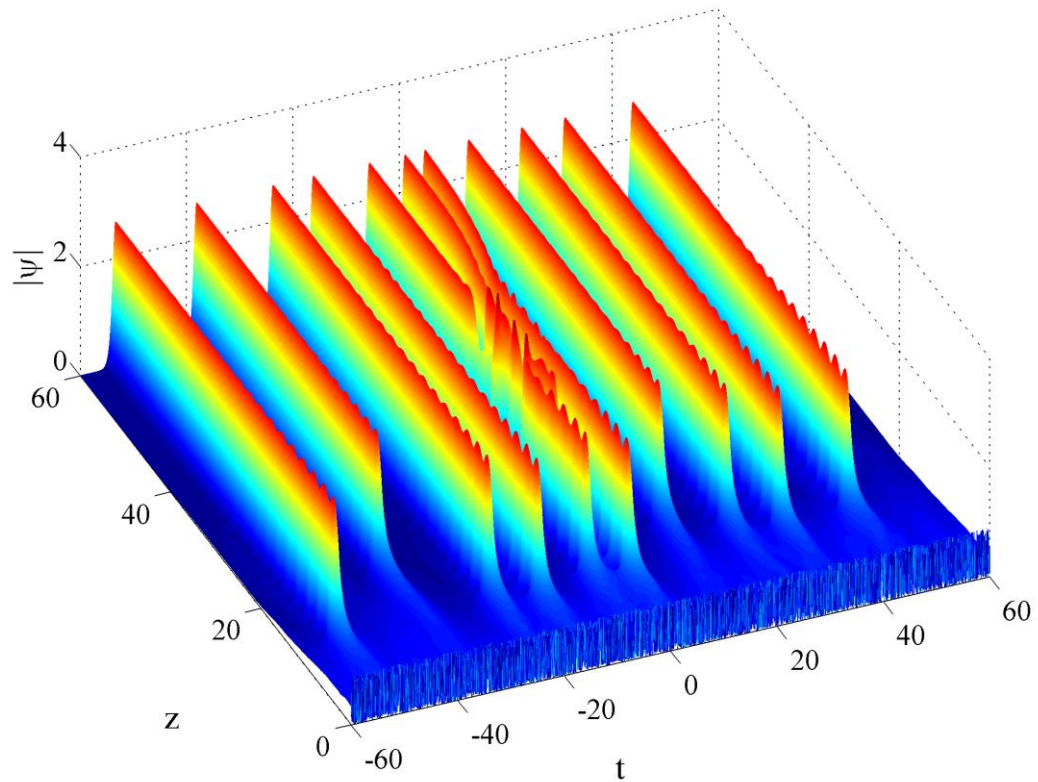


Figure 4.23 : Régime multi-impulsionnel à partir de bruit et pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.055$ et $\epsilon = 0.62$.

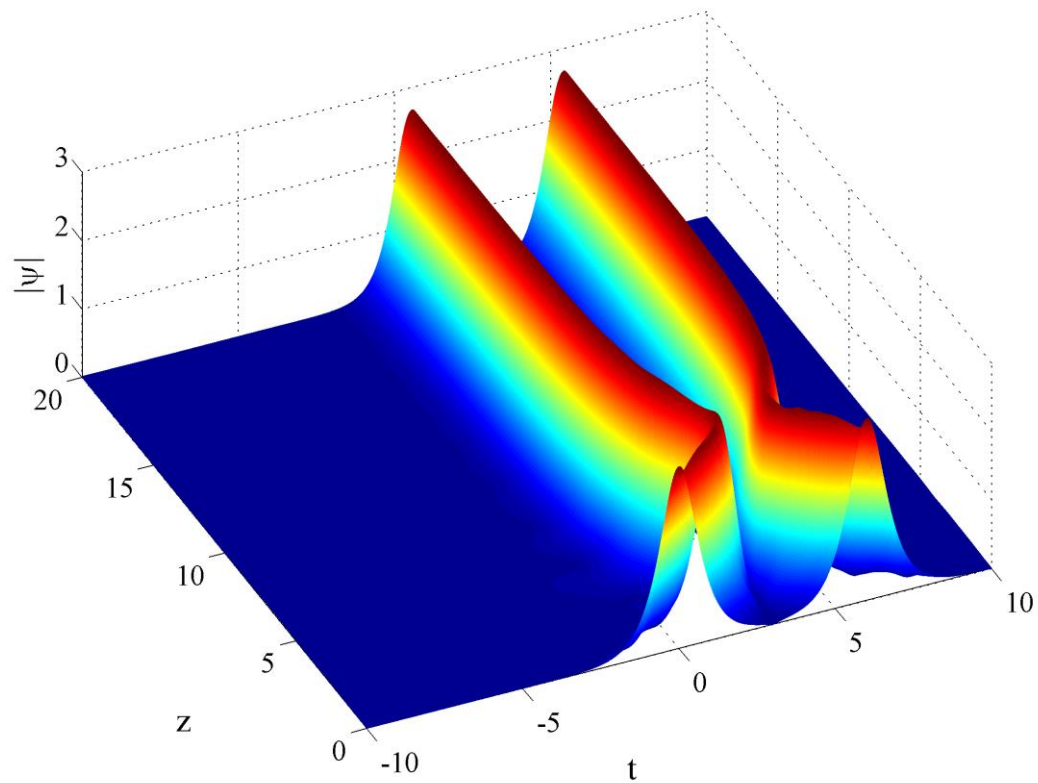


Figure 4.24 : Évolution de deux impulsions chacun avec une phase initiale de $\pi/2$ pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.055$ et $\epsilon = 0.62$.

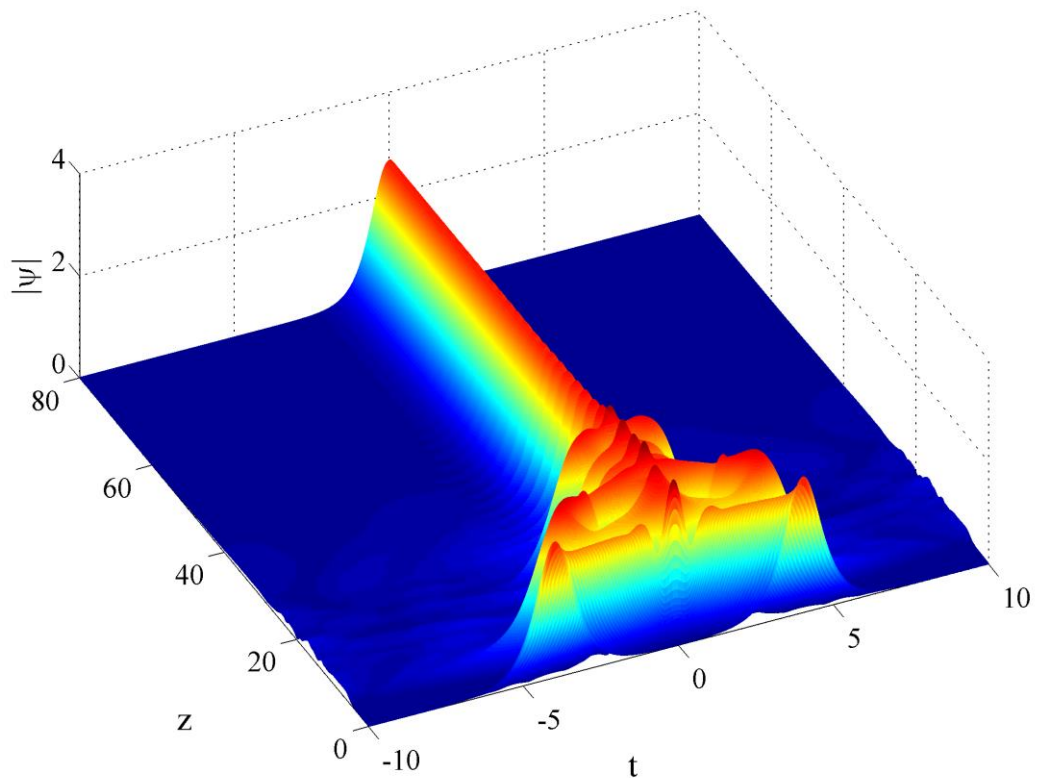


Figure 4.25 : Évolution de deux impulsions chacun avec une phase initiale de π pour les paramètres $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$, $\nu = -0.055$ et $\epsilon = 0.62$.

Un laser peut fonctionner en mode mono-impulsionnel ou en mode continu (CW) où des bruits peuvent engendrer une impulsion ultra brève (figure 4.20 et 4.22) de la même façon le laser peut fonctionner en mode multi-impulsionnel ou plusieurs impulsions se propagent simultanément dans la cavité. Le régime multi-impulsionnel peut être enclenché à partir d'une onde continue comme le montre la figure 4.21, ou à partir de bruit comme le montre la figure 4.23, cela peut être réalisé avec des générateurs de bruit ou simplement avec une tape sur la table où la configuration lasers est installée (dans le cas où le laser ne démarre pas tout seul).

Le régime multi-impulsionnel est un centre d'intérêt pour de nombreux chercheurs dans le domaine de l'optique, étant donné que ces comportements sont apparus dans les configurations des lasers à fibres telles que des cavités annulaires ou même dans des lasers en forme de huit.

On a l'intention de mener plus de recherches à l'avenir afin de trouver des cas qui sont en analogie avec l'état de la matière, comme il a été réalisé dans les configurations laser expérimentales, cela va certainement nous donner plus de

perspicacité à la dynamique des solitons dissipatifs, et nous permette de mieux comprendre ce phénomène.

Une autre dynamique intéressante de solitons dissipatifs est l'interaction qui se produit entre eux, par exemple les Figures 4.24 et 4.25 montrée la collision entre deux solitons dissipatifs et l'importance de la relation de phase entre les solitons.

La Figure 2.24 est simulée avec deux impulsions comprenant une phase initiale de $\pi/2$, tandis que la Figure 4.25 est simulée avec deux impulsions comprenant une phase initiale de π , donc il est clair que la phase de l'impulsion joue un rôle important dans la détermination de la relation entre les impulsions lors de leur rencontre; soit ils entrent en collision et font une sorte de comportement particulier jusqu'à ce que les paramètres établit le profil, ou ils repoussent complètement les uns des autres.

4.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons tenté de résoudre l'équation CQGL par le fractionnement des parties linéaire et non linéaire de l'équation en sous-parties, puis nous avons inclus une succession alternative des parties sous-linéaires et sous-non-linéaires, ce qui nous conduit à la conclusion qu'une solution peut être obtenue pour une taille de pas très petite même s'il n'est pas pratique, car elle prend plus de temps pour avoir la même précision par rapport aux autres méthodes.

Par la suite, on a développé un algorithme robuste capable de faire la modélisation d'une impulsion lumineuse ultra brève qui se propage dans un laser à blocage de modes, qui subit des effets linéaires et non-linéaires en présence de gain et de perte durant sa propagation. Notre approche est une extension de la méthode SSFM classique, elle fait l'extension de l'expression exponentielle avec un schéma très précis qu'on a développé dans le but de maximiser la précision dans le cas où on aura besoin. Cette précision est très désirée et nécessaire dans le cas où le profil subit des fluctuations rapides durant la propagation. Elle garantit que ses fluctuations sont conservées durant la simulation par l'implémentation des très petits pas durant la propagation.

De plus, ce fractionnement nous permettra d'avoir la possibilité d'implémenter des pas de plus en plus petits à cause de sa structure, la consommation de RAM devient moins importante même pour des tailles de pas plus important dans le cas de la SSFM ou la S-SSFM, on peut alors simuler des impulsions avec plus de précision et pour de grandes distances.

Un autre avantage est l'architecture de l'algorithme, qu'est standard pour tous les PDEs qui admettent la séparation des termes à des termes linéaires et non linéaires, ce qui le rend très outil pour une très grande famille de problèmes

physiques. Les résultats qu'on a obtenus montrent que ce schéma de fractionnement est capable de résoudre précisément l'équation CQGL, ainsi que les équations de son genre.

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PROSPECTIVES

Le travail de cette thèse porte sur l'exploitation des méthodes numériques pour le développement des lasers à fibre avec le blocage de modes passifs, les simulations ont été appliquées sur l'équation complexe cubique et quintique de Ginzburg-Landau qui représente un modèle générique qui décrit la dynamique des solitons dissipatifs dans ce type de laser.

Pour commencer, on a d'abord effectué une étude globale concernant les lasers à blocage de modes, nous avons présenté les différents types de blocage de modes accompagnés de leur principe de fonctionnement, avantages et inconvénients.

Par la suite on a introduit le terme du « soliton » au contexte de notre travail dans le but de mieux comprendre qu'est-ce que c'est un « soliton dissipatif », on a commencé par donné une vue historique des solitons, l'origine et le développement de ces derniers, nous avons après modélisé les solitons par l'équation de Schrödinger non linéaire. À partir de ce modèle on a simulé les différents types de solitons, on a donné ensuite quelque cas particulier d'interaction entre solitons pour voir comment ces solitons interagis entre eux.

Dans le troisième chapitre nous avons présenté les aspects fondamentaux qui mènent à la création et la propagation d'un soliton dissipatif, et que ce dernier est une extension de soliton conservatif, après on a développé une approche basée sur la résolution numérique et les propriétés géométriques pour classifier les solutions des systèmes réduits de l'équation complexe cubique et quintique de Ginzburg-Landau, afin d'avoir les régions d'existence et de stabilité des solitons dissipatifs.

Enfin, dans le dernier chapitre, nous avons présenté un schéma de fractionnement pour la méthode de Fourier à pas fractionnaire afin de résoudre l'équation complexe cubique et quintique de Ginzburg-Landau avec plus de précision, ce schéma devient de plus en plus utile surtout dans le cas où le profile subi des fluctuations dans son parcours.

Contrairement aux approches basées sur la détermination de la nature des solutions à partir d'un system dynamique réduit, la classification des solitons dissipatifs à partir du modèle réel est plus adéquate.

En ce moment on est en train de développé une approche puissante qui va nous permettre de déterminer avec précision les comportements des solitons dissipatifs de l'équation complexe cubique et quintique de Ginzburg-Landau c.-à-d. localiser les solitons dissipatifs, également déterminer leurs régions de stabilité et bifurcation tout en exploitant la méthode n-SSFM qu'on a développée ci-dessus.

Dans cette approche on va essayer de généraliser le processus de classification de façon que pas seulement l'équation CQGL est adressée, mais aussi d'autres modèles en physiques, tout on se basant sur les informations acquises de la solution de la CQGL, des résultats prometteurs ont été trouvés déjà, mais il on reste beaucoup de travail à faire.

De plus, on a l'intention d'exploiter cette approche pour dévoiler les régions qui peuvent être considérées comme candidates potentielles pour réaliser des lasers à blocage de modes passifs, notamment dans le régime de dispersion anormal ($D = 1$).

RÉFÉRENCES

1. Grelu, P. and J. Soto-Crespo, *Temporal soliton “molecules” in mode-locked lasers: collisions, pulsations, and vibrations*, in *Dissipative solitons: from optics to biology and medicine*. 2008, Springer. p. 1-37.
2. Bliokh, K.Y., D. Smirnova, and F. Nori, *Quantum spin Hall effect of light*. Science, 2015. **348**(6242): p. 1448-1451.
3. Akhmediev, N. and A. Ankiewicz, *Three sources and three component parts of the concept of dissipative solitons*. 2008: Springer.
4. Maiman, T.H., *Stimulated optical radiation in ruby*. 1960.
5. Einstein, A., *Zur quantentheorie der strahlung*. Physikalische Zeitschrift, 1917. **18**: p. 121-128.
6. Schawlow, A.L. and C.H. Townes, *Infrared and optical masers*. Physical Review, 1958. **112**(6): p. 1940.
7. Gordon, J.P., H.J. Zeiger, and C.H. Townes, *Molecular Microwave Oscillator and New Hyperfine Structure in the Microwave Spectrum of N H 3*. Physical Review, 1954. **95**(1): p. 282.
8. Huang, H., L.-M. Yang, and J. Liu, *Micro-hole drilling and cutting using femtosecond fiber laser*. Optical Engineering, 2014. **53**(5): p. 051513-051513.
9. Booth, H., *Laser processing in industrial solar module manufacturing*. J. Laser Micro/Nanoeng, 2010. **5**(3): p. 183-191.
10. Ahmmed, K., C. Grambow, and A.-M. Kietzig, *Fabrication of Micro/Nano Structures on Metals by Femtosecond Laser Micromachining*. Micromachines, 2014. **5**(4): p. 1219-1253.
11. Davis, K.M., et al., *Writing waveguides in glass with a femtosecond laser*. Optics letters, 1996. **21**(21): p. 1729-1731.
12. Harrison, P.M., M. Henry, and M. Brownell, *Laser processing of polycrystalline diamond, tungsten carbide, and a related composite material*. Journal of laser applications, 2006. **18**(2): p. 117-126.
13. Gower, M.C., *Industrial applications of laser micromachining*. Optics Express, 2000. **7**(2): p. 56-67.
14. Dürr, U., *Laser drilling in industrial use*. Laser Technik Journal, 2008. **5**(3): p. 57-59.
15. Boppart, S.A., et al., *Laser Medicine and Medical Imaging*.
16. Zdybel, M., B. Pilawa, and A. Krzeszewska-Zaręba, *Lasers in ophthalmology*. Advances in Ophthalmology. InTech, Rijeka, 2012: p. 3-24.
17. Walsh, L., *The current status of laser applications in dentistry*. Australian dental journal, 2003. **48**(3): p. 146-155.
18. Overton, G., *CANCER DIAGNOSIS/NANOTECHNOLOGY/SPECTROSCOPY: Biophotonics enables early and accurate cancer diagnosis Social Media Tools*.
19. Kennedy, L.C., et al., *A New Era for Cancer Treatment: Gold-Nanoparticle-Mediated Thermal Therapies*. Small, 2011. **7**(2): p. 169-183.
20. Pires, N.M.M., et al., *Recent developments in optical detection technologies in lab-on-a-chip devices for biosensing applications*. Sensors, 2014. **14**(8): p. 15458-15479.

21. Badziak, J., *Laser nuclear fusion: current status, challenges and prospect*. Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences, 2012. **60**(4): p. 729-738.
22. Bohn, W.L. *Novel aspects in laser propulsion*. in *High-Power Laser Ablation 2008*. 2008. International Society for Optics and Photonics.
23. Ludlow, A.D., et al., *Optical Atomic Clocks*. arXiv preprint arXiv:1407.3493, 2014.
24. Glezer, E., et al., *Three-dimensional optical storage inside transparent materials*. Optics Letters, 1996. **21**(24): p. 2023-2025.
25. Komarov, A., et al., *Multiple-pulse operation and bound states of solitons in passive mode-locked fiber lasers*. International Journal of Optics, 2011. **2012**.
26. Levin, L., et al., *Coherent Control of Bond Making*. arXiv preprint arXiv:1411.1542, 2014.
27. Ochiai, Y., et al., *Fairy Lights in Femtoseconds: Aerial and Volumetric Graphics Rendered by Focused Femtosecond Laser Combined with Computational Holographic Fields*. arXiv preprint arXiv:1506.06668, 2015.
28. Akhmediev, N. and A. Ankiewicz, *Dissipative solitons in the complex Ginzburg–Landau and Swift–Hohenberg equations*. Dissipative Solitons: p. 1-17.
29. Ding, E., et al., *High-energy passive mode-locking of fiber lasers*. International journal of optics, 2012. **2012**.
30. Haus, H.A., *Mode-locking of lasers*. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2000. **6**(6): p. 1173-1185.
31. Lamb Jr, W.E., *Theory of an optical maser*. Physical Review, 1964. **134**(6A): p. A1429.
32. Siegman, A.E., *Lasers University Science Books*. Mill Valley, CA, 1986. **37**: p. 208.
33. Magné, J., *Traitement optique du signal émis par un laser à fiber modelocked passif*. 2007, Ph. D. dissertation, Université Laval, Quebec City, QC, Canada.
34. Zhuang, Z., *Pulse generation from Mode-Locked VECSELS at 1.55 μm*. 2013, Citeseer.
35. Haus, H.A., *A theory of forced mode locking*. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1975. **11**: p. 323-330.
36. Gkortsas, V.-M., et al., *Dynamics of actively mode-locked quantum cascade lasers*. Optics express, 2010. **18**(13): p. 13616-13630.
37. Shchatsinin, I., *Free clusters and free molecules in strong, shaped laser fields*. 2009, Berlin, Freie Universität Berlin, Diss., 2009.
38. Yefet, S. and A. Pe'er, *A review of cavity design for Kerr lens mode-locked solid-state lasers*. Applied Sciences, 2013. **3**(4): p. 694-724.
39. Wójcik, A.K., et al., *Generation of picosecond pulses and frequency combs in actively mode locked external ring cavity quantum cascade lasers*. Applied Physics Letters, 2013. **103**(23): p. 231102.
40. Zoiros, K., et al., *Experimental and theoretical studies of a high repetition rate fiber laser, mode-locked by external optical modulation*. Optics communications, 2000. **180**(4): p. 301-315.
41. Keller, U., *Recent developments in compact ultrafast lasers*. Nature, 2003. **424**(6950): p. 831-838.
42. Ippen, E.P., *Principles of passive mode locking*. Applied Physics B, 1994. **58**(3): p. 159-170.

43. Weiner, A., *Ultrafast optics*. Vol. 72. 2011: John Wiley & Sons.
44. Okamura, H., R. Prasankumar, and A. Taylor, *Optical Techniques for Solid-State Materials Characterization*. 2011.
45. Silberberg, Y., et al., *Passive mode locking of a semiconductor diode laser*. Optics Letters, 1984. **9**(11): p. 507-509.
46. Amrani, F., et al., *Passively mode-locked erbium-doped double-clad fiber laser operating at the 322nd harmonic*. Optics letters, 2009. **34**(14): p. 2120-2122.
47. Amrani, F., et al., *Intricate solitons state in passively mode-locked fiber lasers*. Optics express, 2011. **19**(14): p. 13134-13139.
48. New, G., *Mode-locking of quasi-continuous lasers*. Optics Communications, 1972. **6**(2): p. 188-192.
49. Ell, R., et al., *Generation of 5-fs pulses and octave-spanning spectra directly from a Ti: sapphire laser*. Optics letters, 2001. **26**(6): p. 373-375.
50. Kärtner, F. and U. Keller, *Stabilization of solitonlike pulses with a slow saturable absorber*. Optics letters, 1995. **20**(1): p. 16-18.
51. Willardson, R.K., et al., *Nonlinear optics in semiconductors II*. Vol. 59. 1998: Academic press.
52. Haus, H.A., J.G. Fujimoto, and E.P. Ippen, *Structures for additive pulse mode locking*. JOSA B, 1991. **8**(10): p. 2068-2076.
53. Häring, R., et al., *High-power passively mode-locked semiconductor lasers*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, 2002. **38**(9): p. 1268-1275.
54. Müller, R., *Pulse compression in continuously pumped dye lasers with a slow saturable absorber*. Optics Communications, 1979. **28**(2): p. 259-262.
55. Kutz, J.N., *Mode-locked soliton lasers*. SIAM review, 2006. **48**(4): p. 629-678.
56. Innerhofer, E., *High average power Yb: YAG thin disk laser and its application for an RGB laser source*. 2005, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Switzerland.
57. Arthurs, E., D. Bradley, and A. Roddie, *Buildup of picosecond pulse generation in passively mode-locked rhodamine dye lasers*. Applied Physics Letters, 1973. **23**(2): p. 88-89.
58. Keller, U., et al., *Semiconductor saturable absorber mirrors (SESAM's) for femtosecond to nanosecond pulse generation in solid-state lasers*. Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of, 1996. **2**(3): p. 435-453.
59. Thyagarajan, K. and A. Ghatak, *Lasers: fundamentals and applications*. 2010: Springer Science & Business Media.
60. Ennejah, T. and R. Attia, *Mode Locked Fiber Lasers*. 2013.
61. Duling, I.N., *All-fiber ring soliton laser mode locked with a nonlinear mirror*. Optics letters, 1991. **16**(8): p. 539-541.
62. Duling, I.N., *Subpicosecond all-fibre erbium laser*. Electronics Letters, 1991. **27**(6): p. 544-545.
63. Doran, N. and D. Wood, *Nonlinear-optical loop mirror*. Optics letters, 1988. **13**(1): p. 56-58.
64. Chouli, S., *Structures optiques dissipatives en cavité laser à fibre*. 2011, Université de Bourgogne.
65. Chen, C.-J., *Theoretical study of passively modelocked lasers with fast saturable absorbers*. 1993, University of Maryland.
66. Agrawal, G., *Applications of nonlinear fiber optics*. 2010: Academic press.

67. Richardson, D., A. Grudinin, and D.N. Payne, *Passive, all-fibre source of 30 fs pulses*. Electronics letters, 1992. **28**(8): p. 778-779.
68. Amrani, F., et al. *Comparative study of soliton complexes in different laser configurations*. in *Transparent Optical Networks (ICTON), 2011 13th International Conference on*. 2011. IEEE.
69. Amrani, F., et al., *Universal soliton pattern formations in passively mode-locked fiber lasers*. Optics letters, 2011. **36**(9): p. 1545-1547.
70. Amrani, F., et al. *Soliton pattern formation in figure-of-eight laser*. in *SPIE Photonics Europe*. 2012. International Society for Optics and Photonics.
71. Arkhipov, R., et al., *Hybrid mode locking in semiconductor lasers: simulations, analysis, and experiments*. Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of, 2013. **19**(4): p. 1100208-1100208.
72. Delfyett, P., et al., *Femtosecond hybrid mode-locked semiconductor laser and amplifier dynamics*. Applied physics B, 1994. **58**(3): p. 183-195.
73. Kim, S., et al., *Hybrid mode-locked Er-doped fiber femtosecond oscillator with 156 mW output power*. Optics express, 2012. **20**(14): p. 15054-15060.
74. Russell, J.S. *Report on waves*. in *14th meeting of the British Association for the Advancement of Science*. 1844.
75. Agrawal, G.P., *Fiber-optic communication systems*. Vol. 222. 2012: John Wiley & Sons.
76. Kordeweg, D. and G. de Vries, *On the change of form of long waves advancing in a rectangular channel, and a new type of long stationary wave*. Phil. Mag, 1895. **39**: p. 422-443.
77. De Jager, E., *On the origin of the Korteweg-de Vries equation*. arXiv preprint math/0602661, 2006.
78. Zabusky, N.J. and M.D. Kruskal, *Interaction of solitons in a collisionless plasma and the recurrence of initial states*. Phys. Rev. Lett, 1965. **15**(6): p. 240-243.
79. Aktosun, T., *Inverse Scattering Transform and the Theory of Solitons*, in *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*. 2014, Springer. p. 1-21.
80. Kivshar, Y.S. and G. Agrawal, *Optical solitons: from fibers to photonic crystals*. 2003: Academic press.
81. Hasegawa, A. and F. Tappert, *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion*. Applied Physics Letters, 1973. **23**(3): p. 142-144.
82. Hasegawa, A. and F. Tappert, *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. II. Normal dispersion*. Applied Physics Letters, 1973. **23**(4): p. 171-172.
83. Mollenauer, L.F., R.H. Stolen, and J.P. Gordon, *Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers*. Physical Review Letters, 1980. **45**(13): p. 1095.
84. Agrawal, G.P., *Nonlinear fiber optics*. 2007: Academic press.
85. Chong, C.Y., *Femtosecond fiber lasers and amplifiers based on the pulse propagation at normal dispersion*. 2008, Cornell University.
86. Haus, H.A. and W.S. Wong, *Solitons in optical communications*. Reviews of modern physics, 1996. **68**(2): p. 423.

87. Shabat, A. and V. Zakharov, *Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media*. Soviet Physics JETP, 1972. **34**: p. 62-69.
88. Ablowitz, M.J. and H. Segur, *Solitons and the inverse scattering transform*. Vol. 4. 1981: SIAM.
89. Ablowitz, M.J. and P.A. Clarkson, *Solitons, nonlinear evolution equations and inverse scattering*. Vol. 149. 1991: Cambridge university press.
90. Kivshar, Y.S., *Dark solitons in nonlinear optics*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, 1993. **29**(1): p. 250-264.
91. Weiner, A., et al., *Experimental observation of the fundamental dark soliton in optical fibers*. Physical review letters, 1988. **61**(21): p. 2445.
92. Kivshar, Y.S. and B. Luther-Davies, *Dark optical solitons: physics and applications*. Physics Reports, 1998. **298**(2): p. 81-197.
93. Tomlinson, W., et al., *Dark optical solitons with finite-width background pulses*. JOSA B, 1989. **6**(3): p. 329-334.
94. Chen, Y. and J. Atai, *Dark solitons in periodically amplified fiber transmission systems with stepwise-varying dispersion*. IEEE journal of quantum electronics, 1998. **34**(7): p. 1301-1307.
95. Nakazawa, M. and K. Suzuki, *10 Gbit/s pseudorandom dark soliton data transmission over 1200 km*. Electronics Letters, 1995. **31**(13): p. 1076-1077.
96. Amiri, I., et al., *Dark-bright solitons conversion system for secured and long distance optical communication*. IOSR Journal of Applied Physics (IOSR-JAP), 2012. **2**(1): p. 43-48.
97. Amiri, I.S., S.E. Alavi, and S.M. Idrus, *Theoretical background of microring resonator systems and soliton communication*, in *Soliton Coding for Secured Optical Communication Link*. 2015, Springer. p. 17-39.
98. Amiri, I., et al., *Generation of DSA for security application*. Procedia Engineering, 2011. **8**: p. 360-365.
99. Schiesser, W.E. and G.W. Griffiths, *A compendium of partial differential equation models: method of lines analysis with Matlab*. 2009: Cambridge University Press.
100. Franz, K., *Nonlinear Pulse Propagation*. 2005.
101. Kamagate, A., *Propagation des solitons spatio-temporels dans les milieux dissipatifs*. 2010, Université de Bourgogne.
102. Grelu, P., et al. *Dissipative solitons for mode-locked fiber lasers*. in *2010 Photonics Global Conference*. 2010.
103. Akhmediev, N. and A. Ankiewicz, *Dissipative Solitons in the Complex Ginzburg-Landau and Swift-Hohenberg Equations*, in *Dissipative Solitons*, N. Akhmediev and A. Ankiewicz, Editors. 2005, Springer Berlin Heidelberg. p. 1-17.
104. Akhmediev, N. and A. Ankiewicz, *Solitons of the Complex Ginzburg—Landau Equation*, in *Spatial Solitons*, S. Trillo and W. Torruellas, Editors. 2001, Springer Berlin Heidelberg. p. 311-341.
105. Soto-Crespo, J., N. Akhmediev, and G. Town, *Continuous-wave versus pulse regime in a passively mode-locked laser with a fast saturable absorber*. JOSA B, 2002. **19**(2): p. 234-242.
106. Moores, J.D., *On the Ginzburg-Landau laser mode-locking model with fifth-order saturable absorber term*. Optics Communications, 1993. **96**(1): p. 65-70.

107. Jian, P.-S., et al., *Solitons of singly resonant optical parametric oscillators*. Optics letters, 1999. **24**(6): p. 400-402.
108. Akhmediev, N., J. Soto-Crespo, and P. Grelu, *Spatiotemporal optical solitons in nonlinear dissipative media: From stationary light bullets to pulsating complexes*. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 2007. **17**(3): p. 037112.
109. Tsoy, E.N. and N. Akhmediev, *Bifurcations from stationary to pulsating solitons in the cubic–quintic complex Ginzburg–Landau equation*. Physics Letters A, 2005. **343**(6): p. 417-422.
110. Tsoy, E.N., A. Ankiewicz, and N. Akhmediev, *Dynamical models for dissipative localized waves of the complex Ginzburg–Landau equation*. Physical Review E, 2006. **73**(3): p. 036621.
111. Ankiewicz, A., et al., *Dissipative solitons and antisolitons*. Physics Letters A, 2007. **370**(5): p. 454-458.
112. Dormand, J.R. and P.J. Prince, *A family of embedded Runge-Kutta formulae*. Journal of computational and applied mathematics, 1980. **6**(1): p. 19-26.
113. Aissat, A., T. Mohammedi, and B. Alshehri, *A geo-numerical approach for the classification of fixed points in the reduced model of the cubic–quintic complex Ginzburg–Landau equation*. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2015. **126**(24): p. 5325-5330.
114. Maimistov, A. and D. PARSONS, *Evolution of solitary waves which are approximately solitons of a nonlinear Schrödinger equation*. Journal of experimental and theoretical physics, 1993. **77**(5): p. 727-731.
115. Wang, Z., H. Yang, and Z. Li. *The numerical analysis of soliton propagation with split-step fourier transform method*. in *Journal of Physics: Conference Series*. 2006. IOP Publishing.
116. Lee, J.-H., *Analysis and characterization of fiber nonlinearities with deterministic and stochastic signal sources*. 2000, University of Virginia.
117. Grelu, P. and N. Akhmediev, *Dissipative solitons for mode-locked lasers*. Nature Photonics, 2012. **6**(2): p. 84-92.
118. Soto-Crespo, J., N. Akhmediev, and V. Afanasjev, *Stability of the pulselike solutions of the quintic complex Ginzburg–Landau equation*. JOSA B, 1996. **13**(7): p. 1439-1449.
119. Sumesh, E. and E. Elias. *Multiwavelet optimized finite difference method to solve nonlinear Schrödinger equation in optical fiber*. in *TENCON 2008-2008 IEEE Region 10 Conference*. 2008. IEEE.
120. Pilinsky, S., Z. Sipus, and L. Sumichrast. *On accuracy of finite-difference method in optical pulse propagation modeling*. in *Applied Electromagnetics and Communications, 2003. ICECom 2003. 17th International Conference on*. 2003. IEEE.
121. Arico, A., G. Rodriguez, and S. Seatzu, *Numerical solution of the nonlinear Schrödinger equation, starting from the scattering data*. Calcolo, 2011. **48**(1): p. 75-88.
122. FARAGÓ, I., Á. HAVASI, and R. HORVÁTH, *ON THE ORDER OF OPERATOR SPLITTING METHODS FOR TIME-DEPENDENT LINEAR SYSTEMS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS*.
123. Cooley, J.W. and J.W. Tukey, *An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series*. Mathematics of computation, 1965. **19**(90): p. 297-301.

124. Hult, J., *A fourth-order Runge–Kutta in the interaction picture method for simulating supercontinuum generation in optical fibers*. Journal of Lightwave Technology, 2007. **25**(12): p. 3770-3775.
125. Rieznik, A., et al., *Uncertainty relation for the optimization of optical-fiber transmission systems simulations*. Optics express, 2005. **13**(10): p. 3822-3834.
126. Sinkin, O.V., et al., *Optimization of the split-step Fourier method in modeling optical-fiber communications systems*. Journal of lightwave technology, 2003. **21**(1): p. 61.
127. Hu, J. and X. Zhang, *Adaptive step size Gill method for the modeling of ultrashort pulse propagation in optical fiber*. Optics Communications, 2012. **285**(9): p. 2456-2461.
128. White, P. and J. Weideman, *Numerical simulation of solitons and dromions in the Davey–Stewartson system*. Mathematics and computers in simulation, 1994. **37**(4): p. 469-479.
129. Faou, E., A. Ostermann, and K. Schratz, *Analysis of exponential splitting methods for inhomogeneous parabolic equations*. IMA Journal of Numerical Analysis, 2014: p. dru002.
130. Strang, G., *On the construction and comparison of difference schemes*. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1968. **5**(3): p. 506-517.
131. Yazici, Y., *Operator splitting methods for differential equations*. 2010, Izmir Institute of Technology.
132. Yang, J., *Nonlinear waves in integrable and nonintegrable systems*. Vol. 16. 2010: SIAM.
133. Mohammedi, T. and A. Aissat, *An accurate Fourier splitting scheme for solving the cubic quintic complex Ginzburg–Landau equation*. Superlattices and Microstructures, 2014. **75**: p. 424-434.
134. Yoshida, H., *Construction of higher order symplectic integrators*. Physics Letters A, 1990. **150**(5): p. 262-268.
135. Caradoc-Davies, B.M., *Vortex dynamics in Bose-Einstein condensates*. 2000, PhD thesis, University of Otago (NZ).
136. Owren, H.B.a.B.S.a.B., *Fourth Order Exponential Time Integrators for the Nonlinear Schrödinger Equation*. Magic workshop, 2004.
137. Wang, S., et al., *Comparison of numerical methods for modeling laser mode locking with saturable gain*. JOSA B, 2013. **30**(11): p. 3064-3074.
138. Crawford, J.D., *Introduction to bifurcation theory*. Reviews of Modern Physics, 1991. **63**(4): p. 991.
139. Shampine, L.F. and M.W. Reichelt, *The matlab ode suite*. SIAM journal on scientific computing, 1997. **18**(1): p. 1-22.
140. Mathews, J.H. and K.D. Fink, *Numerical methods using MATLAB*. Vol. 31. 1999: Prentice hall Upper Saddle River, NJ.
141. Kimura, T., *On Dormand-Prince Method*. Retrieved April, 2009. **27**: p. 2014.
142. Matusiak, R., *Implementing fast Fourier transform algorithms of real-valued sequences with the TMS320 DSP family*. Application Report of Texas Instruments, 1997.
143. ANAND, A.V., *A BRIEF STUDY OF DISCRETE AND FAST FOURIER TRANSFORMS*.

APPENDICE

A. ANALYSE DE BIFURCATION

Les systèmes dynamiques non linéaires sont omniprésents dans la science et de l'ingénierie, car ils permettent de développer et de comprendre les modèles de systèmes et de phénomènes complexes. Cette partie est consacrée à l'analyse de la dynamique du système qui représente un modèle réduit de l'équation CQGL dans le voisinage de la bifurcation.

Le mot bifurcation, ce qui signifie une sorte de processus de branchement, est largement utilisé pour décrire toute situation dans laquelle l'image qualitative et topologique de l'objet étudié est modifiée pour un changement des paramètres sur lesquels l'objet dépend. Les objets en question peuvent être extrêmement diverses: par exemple, des courbes réelles ou complexes ou des surfaces, des fonctions ou des cartes, champs de vecteurs, équations différentielles ou intégrales. Dans notre cas, c'est un système dynamique sous la forme d'équations différentielles avec trois degrés de liberté. Dans les sciences, de tels systèmes dynamiques surviennent souvent lorsque l'on formule des équations du mouvement pour modéliser un système physique ou dans notre cas c'est le résultat de la réduction d'un PDE avec un nombre infini de degrés de liberté à un ensemble d'ODEs avec trois degrés de liberté.

Un point x dans l'espace de phase correspond à un état possible pour le système, et dans le cas d'une équation différentielle, la solution avec la condition initiale x définit une courbe dans l'espace des phases en passant par x . La représentation collective de ces courbes pour tous les points dans l'espace de phase comprend le portrait de phase. Ce portrait donne une image qualitative globale des dynamiques, et cette image dépend de tous les paramètres qui entrent dans les équations ou des conditions aux limites. Si on fait varier ces paramètres, le portrait de phase peut se déformer légèrement, sans altérer ses caractéristiques qualitatives, ou parfois la dynamique peut être modifiée de manière significative, produire un changement qualitatif dans le portrait de phase. la théorie de la bifurcation étudie ces changements qualitatifs dans le portrait de phase, p. ex., l'apparition ou la disparition des équilibres, des oscillateurs ou des fonctionnalités plus complexes, comme des attracteurs étranges ou simplement des solutions qui se divergentes. Les méthodes et les résultats de la théorie de bifurcation sont fondamentaux pour la compréhension des systèmes dynamiques non linéaires, et la théorie peut éventuellement être appliquée à tous les domaines de la physique non linéaire tels que les lasers [138].

La méthode de Runge-Kutta est faite de façon itérative pour calculer la solution d'une équation différentielle. À partir d'une condition initiale, on calcule la solution

on avançant étape par étape. Avec cet algorithme, nous pouvons résoudre des équations différentielles telles que notre système.

Nous commençons par considérant un problème de valeur initiale (IVP) :

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x(t)) \quad (\text{A.1})$$

$$x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T, f \in [a, b] \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, \quad (\text{A.2})$$

Avec une condition initiale

$$x(0) = x_0 \quad (\text{A.3})$$

Nous sommes intéressés par une approximation numérique de la solution différentiable $x(t)$ de la IVP (A.1), (A.2) et (A.3) au cours de l'intervalle de temps $t \in [a, b]$. Dans ce but on subdivise l'intervalle $[a, b]$ en M sous-intervalles égaux et sélectionner les points de maillage t_j :

$$t_j = a + jh, \quad j = 0, 1, \dots, M, \quad h = \frac{b - a}{M}. \quad (\text{A.4})$$

Où h est la taille du pas.

La famille des méthodes de Runge-Kutta (RK) de la $m^{\text{ème}}$ étape est donnée par :

$$x(t_{n+1}) := x_{n+1} = x_n + h \sum_{i=1}^m c_i k_i \quad (\text{A.5})$$

Où

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_n, x_n) \\ k_2 &= f(t_n + \alpha_2 h, x_n + h\beta_{21}k_1(t_n, x_n)) \\ k_3 &= f(t_n + \alpha_3 h, x_n + h(\beta_{31}k_1(t_n, x_n) + \beta_{32}k_2(t_n, x_n))) \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$k_m = f(t_n + \alpha_m h, x_n + h \sum_{j=1}^{m-1} \beta_{mj} k_j) \quad (\text{A.6})$$

Pour spécifier une méthode particulière, nous devons fournir le nombre entier m (le nombre d'étages), et les coefficients α_i (pour $i = 2, 3, \dots, m$), β_{ij} (for $1 \leq j < i \leq m$), et c_i (pour $i = 1, 2, \dots, m$). Ces données sont généralement disposées dans le tableau appelé Butcher tableau.

0						
α_2	β_{21}					
α_3	β_{31}	β_{32}				
⋮	⋮	⋮	⋱			
⋮	⋮	⋮	⋱			
α_m	β_{m1}	β_{m2}	⋯	⋯	β_{mm-1}	
	c_1	c_2	⋯	⋯	c_{m-1}	c_m

Tableau A.1 : Tableau de Butcher.

Schéma de Runge-Kutta de quatrième ordre

Un membre de la famille des méthodes de Runge–Kutta est souvent désigné comme la méthode RK4 ou la méthode classique de RK et représente l'une des solutions correspondant au cas $m = 4$.

0				
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$			
$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$		
1	0	0	1	
	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

Tableau A.2 : Tableau de Butcher correspondant à la méthode RK4.

Les équations correspondantes équivalentes définissant la méthode classique de RK4:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (\text{A.7})$$

Où

$$\begin{aligned}
 k_1 &= f(t_n, x_n) \\
 k_2 &= f\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{h}{2}k_1\right) \\
 k_3 &= f\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{h}{2}k_2\right) \\
 k_4 &= f(t_n + h, x_n + hk_3)
 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Cette méthode est assez simple et robuste et est un bon candidat pour la résolution numérique des ODEs. Maintenant, nous représentons les schémas qui seront comparés plus tard à la méthode DOPRI.

Schéma de Bogacki-Shampine

La méthode de Bogacki-Shampine [139] (BS23) peut être écrite comme suit:

$$\begin{aligned}
k_1 &= f(t_n, y_n) \\
k_2 &= f\left(t_n + \frac{1}{2}h_n, y_n + \frac{1}{2}h_n k_1\right) \\
k_3 &= f\left(t_n + \frac{3}{4}h_n, y_n + \frac{3}{4}h_n k_2\right) \\
y_{n+1} &= y_n + \frac{2}{9}h_n k_1 + \frac{1}{3}h_n k_2 + \frac{4}{9}h_n k_3 \\
k_4 &= f(t_n + h_n, y_{n+1}) \\
z_{n+1} &= y_n + \frac{7}{24}h_n k_1 + \frac{1}{4}h_n k_2 + \frac{1}{3}h_n k_3 + \frac{1}{8}h_n k_4.
\end{aligned} \tag{A.9}$$

Schéma de Runge-Kutta-Fehlberg

La méthode de Runge-Kutta-Fehlberg [140] (dénnoté RKF45) peut être représentée comme suit:

$$\begin{aligned}
k_1 &= hf(t_k, y_k) \\
k_2 &= hf\left(t_k + \frac{1}{4}h, y_k + \frac{1}{4}k_1\right) \\
k_3 &= hf\left(t_k + \frac{3}{8}h, y_k + \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2\right) \\
k_4 &= hf\left(t_k + \frac{12}{13}h, y_k + \frac{1932}{2197}k_1 - \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3\right) \\
k_5 &= hf\left(t_k + h, y_k + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 + \frac{3680}{513}k_3 - \frac{845}{4104}k_4\right) \\
k_6 &= hf\left(t_k + \frac{1}{2}h, y_k - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 - \frac{3544}{2565}k_3 + \frac{1859}{4104}k_4 - \frac{11}{40}k_5\right)
\end{aligned} \tag{A.10}$$

Puis, une approximation de la solution de l'IVP est faite en utilisant une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4:

$$y_{k+1} = y_k + \frac{25}{216}k_1 + \frac{1408}{2565}k_3 + \frac{2197}{4101}k_4 - \frac{1}{5}k_5, \tag{A.11}$$

Où les quatre valeurs des fonctions $k_1, k_3, k_4,$ et f_5 sont utilisés. Noté que k_2 'n'est pas utilisée dans la formule (A.11). Une meilleure valeur pour la solution est déterminée en utilisant une méthode de Runge-Kutta d'ordre 5:

$$Z_{k+1} = y_k + \frac{16}{135}k_1 + \frac{6656}{12,825}k_3 + \frac{28,561}{56,430}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6. \tag{A.12}$$

La taille optimale de l'étape sh peut être déterminée en multipliant le scalaire s fois la taille de pas courante h . Le scalaire s est déterminé par:

$$s = \left(\frac{tolh}{2|z_{k+1} - y_{k+1}|} \right)^{1/4} \approx 0.84 \left(\frac{tolh}{|z_{k+1} - y_{k+1}|} \right)^{1/4} \quad (\text{A.13})$$

Schéma de Dormand-Prince

Considérons d'abord le tableau de Butcher de schéma de Dormand-Prince (DOPRI):

0							
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$						
$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{9}{40}$					
$\frac{4}{5}$	$\frac{44}{45}$	$-\frac{56}{15}$	$\frac{32}{9}$				
$\frac{8}{9}$	$\frac{19372}{6561}$	$-\frac{25360}{2187}$	$\frac{64448}{6561}$	$-\frac{212}{729}$			
1	$\frac{9017}{3168}$	$-\frac{355}{33}$	$\frac{46732}{5247}$	$\frac{49}{176}$	$-\frac{5103}{18656}$		
1	$\frac{35}{384}$	0	$\frac{500}{1113}$	$\frac{125}{192}$	$-\frac{2187}{6784}$	$\frac{11}{84}$	
	$\frac{35}{384}$	0	$\frac{500}{1113}$	$\frac{125}{192}$	$-\frac{2187}{6784}$	$\frac{11}{84}$	0
	$\frac{5179}{57600}$	0	$\frac{7571}{16695}$	$\frac{393}{640}$	$-\frac{92097}{339200}$	$\frac{187}{2100}$	$\frac{1}{40}$

Tableau A.3 : Tableau de Butcher pour la méthode de DOPRI [112].

En utilisant le tableau A.3 on peut obtenir l'algorithme de DOPRI :

$$\begin{aligned}
 k_1 &= hf(t_k, y_k) \\
 k_2 &= hf\left(t_k + \frac{1}{5}h, y_k + \frac{1}{5}k_1\right) \\
 k_3 &= hf\left(t_k + \frac{3}{10}h, y_k + \frac{3}{40}k_1 + \frac{9}{40}k_2\right) \\
 k_4 &= hf\left(t_k + \frac{4}{5}h, y_k + \frac{44}{45}k_1 - \frac{56}{15}k_2 + \frac{32}{9}k_3\right) \\
 k_5 &= hf\left(t_k + \frac{8}{9}h, y_k + \frac{19372}{6561}k_1 - \frac{25360}{2187}k_2 + \frac{64448}{6561}k_3 - \frac{212}{729}k_4\right) \\
 k_6 &= hf\left(t_k + h, y_k + \frac{9017}{3168}k_1 - \frac{355}{33}k_2 - \frac{46732}{5247}k_3 + \frac{49}{176}k_4\right. \\
 &\quad \left. - \frac{5103}{18656}k_5\right) \\
 k_7 &= hf\left(t_k + h, y_k + \frac{35}{384}k_1 + \frac{500}{1113}k_3 + \frac{125}{192}k_4 - \frac{2187}{6784}k_5 + \frac{11}{84}k_6\right)
 \end{aligned} \tag{A.14}$$

Ensuite, la valeur de l'étape suivante y_{k+1} est calculée comme :

$$y_{k+1} = y_k + \frac{35}{384}k_1 + \frac{500}{1113}k_3 + \frac{125}{192}k_4 - \frac{2187}{6784}k_5 + \frac{11}{84}k_6 \tag{A.15}$$

Ceci est un calcul par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. Nous devons être conscients que nous ne l'utilisons pas k_2 , si elle est utilisée pour calculer k_3 et ainsi de suite.

Ensuite, nous allons calculer la valeur de la prochaine étape z_{k+1} par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 5 comme :

$$\begin{aligned}
 z_{k+1} &= y_k + \frac{5179}{57600}k_1 + \frac{7571}{16695}k_3 + \frac{393}{640}k_4 - \frac{92097}{339200}k_5 + \frac{187}{2100}k_6 \\
 &\quad + \frac{1}{40}k_7
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

Nous calculons la différence des deux valeurs suivantes $|z_{k+1} - y_{k+1}|$.

$$|z_{k+1} - y_{k+1}| = \left| \frac{71}{57600}k_1 - \frac{71}{16695}k_3 + \frac{71}{1920}k_4 - \frac{17253}{339200}k_5 + \frac{22}{525}k_6 - \frac{1}{40}k_7 \right| \quad (\text{A.17})$$

Ceci est considéré comme l'erreur dans y_{k+1} . Nous calculons l'intervalle de temps optimal h_{opt} comme:

$$s = \left(\frac{\epsilon h}{2|z_{k+1} - y_{k+1}|} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (\text{A.18})$$

$$h_{\text{opt}} = sh, \quad (\text{A.19})$$

h_{opt} est la taille optimale de l'étape et ϵ est la tolérance.

Où h dans la partie droite est l'ancien intervalle de temps. Dans la programmation pratique, cette nouvelle h_{opt} sera utilisée dans l'étape suivante du calcul [141].

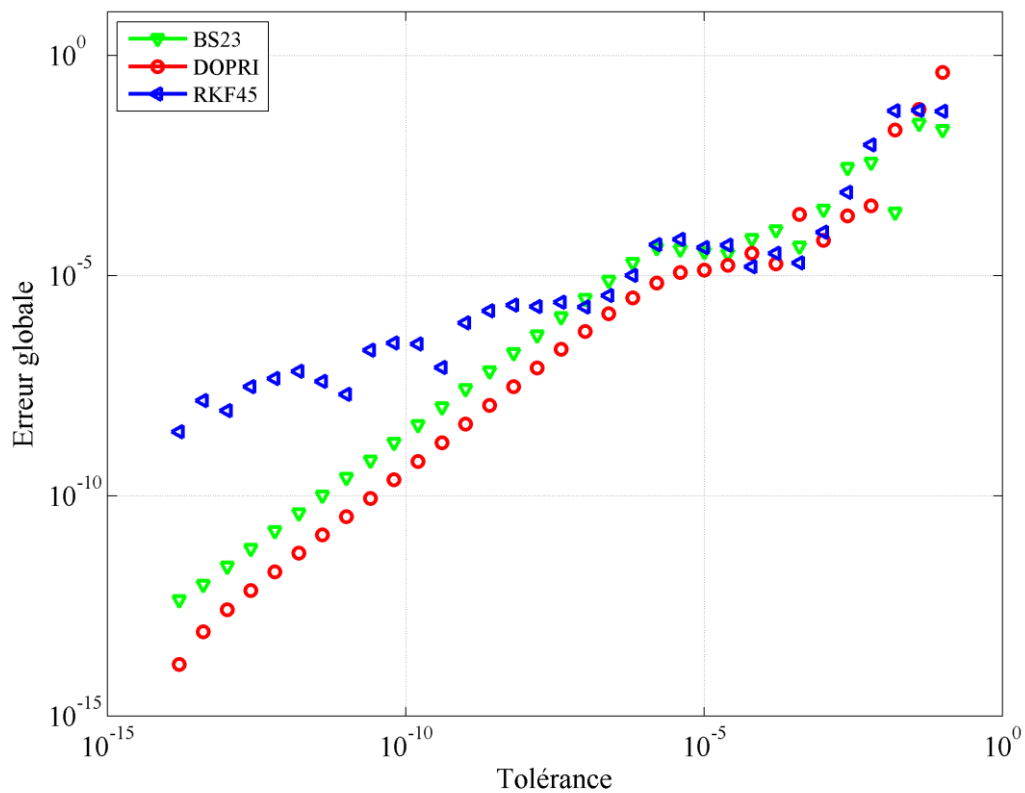


Figure A.1 : Erreur globale en fonction de la tolérance pour les méthodes Runge-Kutta-Fehlberg, Dormand-Prince et Bogacki–Shampine.

La figure A.1 montre les résultats obtenus à partir de différents algorithmes. Nous pouvons voir clairement que l'algorithme de DOPRI donne une meilleure précision pour les tolérances les plus petites. Même si les algorithmes de RK45 et BS23 sont relativement mieux aux tolérances les plus grandes. On peut donc choisir ceux-ci lorsqu'on est en face des courbes relativement lisses, où les fluctuations sont considérablement faibles.

Maintenant on résout le système dynamique réduit (A.20) de l'équation CQGL en utilisant l'algorithme de DOPRI [112].

$$\begin{aligned} Q_t = F_1 &\equiv 2Q \left[\delta + \frac{\varepsilon Q}{3\omega} + \frac{2\mu Q^2 - 5\beta}{15\omega^2} - \frac{\pi^2}{3} \beta c^2 \omega^2 \right], \\ \omega_t = F_2 &\equiv \frac{-2\varepsilon}{\pi^2} Q + \frac{8\beta - \mu Q^2}{\pi^2 \omega} + 2Dc\omega - \frac{16\pi^2}{15} \beta c^2 \omega^3, \\ c_t = F_3 &\equiv -2Dc^2 - \frac{1}{\pi^2 \omega^2} \left[4 \left(\frac{\pi^2}{3} + 1 \right) \beta c + \frac{Q}{\omega} + \frac{8\nu Q^2 - 30D}{15\omega^2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

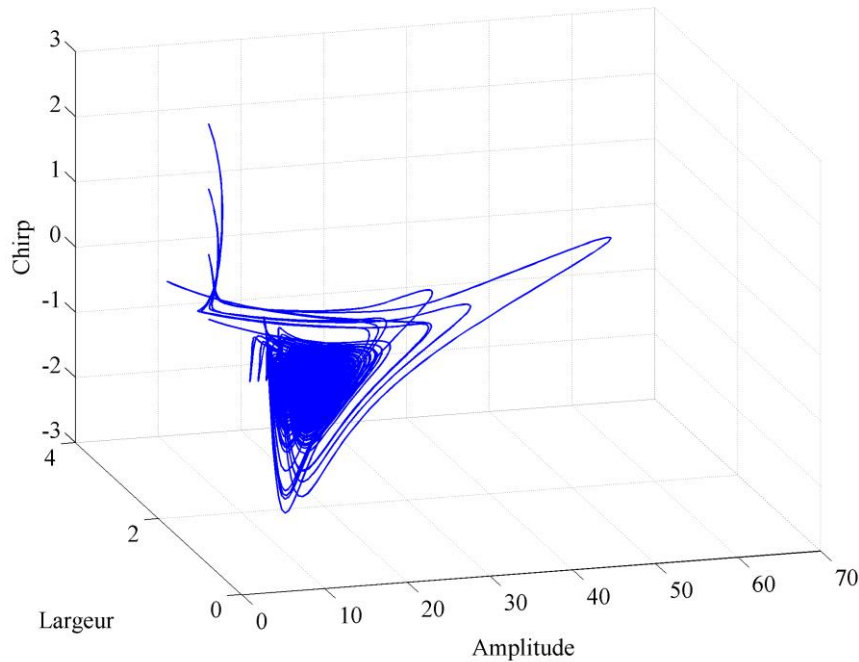


Figure A.2 : Portrait de phase pour différentes conditions initiales et pour les paramètres $\mu = -0.1$, $\beta = 0.08$, $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\varepsilon = 0.6$ et $\nu = -0.08$.

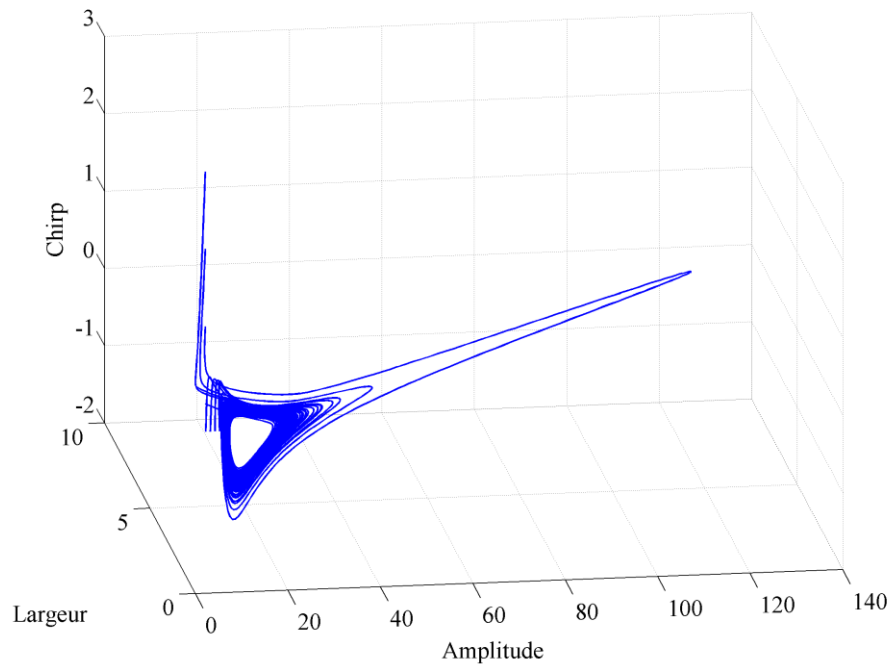


Figure A.3 : Portrait de phase pour différentes conditions initiales et pour les paramètres $\mu = -0.1$, $\beta = 0.08$, $D = 1$, $\delta = -0.1$, $\varepsilon = 0.6$ et $\nu = -0.11$.

Les figures A.2 et A.3 représentent le portrait de phase pour des points fixes et pour points oscillants respectivement. Il est clair que les conditions initiales n'influencent pas sur l'état final de système par contre si on change un de paramètres de système, l'état du système se change.

B. TRANSFORMER DE FOURIER RAPIDE (FFT)

La Transformée de Fourier Rapide (FFT) est un calcul efficace de la Transformée de Fourier Discrète (DFT) et l'un des outils les plus importants utilisés dans des applications de traitement de signaux numériques [142]. Dans la présente annexe, nous examinons brièvement la théorie de la FFT, qui est d'une grande importance pratique dans l'analyse des signaux discrets et d'autres données [143].

Le DFT dans sa forme la plus générale est inefficace pour les machines de calcul, exigeant N^2 opérations complexes pour un signal contenant N échantillons. Ce qui motive le développement des FFTs, une famille de mises en œuvre efficace de la DFT pour différentes compositions de N . Dans cette section, nous examinons l'algorithme FFT de Cooley-Tukey radix-2, ce qui réduit le nombre d'opérations complexes nécessaires à $N \log_2(N)$.

La Transformée de Fourier Discrète est une approximation de transformée de Fourier continue pour le cas de fonctions discrètes. Étant donné une séquence réelle de $\{x_n\}$, la DFT les exprime comme une séquence $\{X_k\}$ des nombres complexes, représentant l'amplitude et la phase des différentes composantes sinusoïdales du signal d'entrée. L'inversion peut être utilisée pour reconstituer la fonction d'origine.

Transformée de Fourier Discrète (DFT)

La Transformée de Fourier Discrète (DFT) d'un signal x peut être défini par:

$$X(\omega_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(t_n) e^{-i\omega_k t_n}, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{B.1})$$

La construction de la DFT utilise le fait important que les termes sinusoïdaux de la DFT forment une base orthogonale de l'espace \mathbb{C}^n (qui peut être normalisée pour obtenir une base orthogonale pour \mathbb{C}^n).

Ici $\omega_k = \frac{2\pi k}{NT}$ et $t_n = nT$, où T est l'intervalle du signal d'échantillonnage.

Avec ces substitutions, nous pouvons écrire $e^{-i\omega_k t_n} = e^{-2\pi i \frac{nk}{N}}$.

Qui nous conduit à une forme plus communément écrite de la DFT:

$$X(\omega_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-2\pi i \frac{nk}{N}}, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{B.2})$$

Transformée de Fourier Discrète Inverse (IDFT)

La DFT inverse d'un signal de domaine fréquentiel $X(\omega_k)$ est définie par l'expression donnée par l'expression suivante:

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(\omega_k) e^{2\pi i \frac{nk}{N}}, n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{B.3})$$

La DFT inverse est une reconstruction du signal d'origine comme une superposition de ses projections sinusoïdales. L'utilité principale de la DFT réside dans sa capacité à convertir des opérations sur des fonctions dans le domaine temporel en opérations plus simples et équivalentes dans le domaine de fréquence.

Considérations de calcul

Nous rappelons la définition de la DFT d'une séquence (t_n) , de l'équation (B.1) :

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-i\omega_k t_n}, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{B.5})$$

Où nous avons remplacé ω_k par k et t_n par n pour la commodité de la notation. Et

$$W_N = e^{\frac{-2\pi i}{N}}$$

L'équation (B.5) peut être écrite comme:

$$\begin{aligned} X(0) &= x(0)W_N^0 + x(1)W_N^0 + x(2)W_N^0 + \dots + x(N-1)W_N^0 \\ X(1) &= x(0)W_N^0 + x(1)W_N^2 + x(2)W_N^3 + \dots + x(N-1)W_N^{N-1} \end{aligned}$$

$$\vdots$$

$$\begin{aligned} X(N-2) &= x(0)W_N^0 + x(1)W_N^{N-2} + x(2)W_N^{2(N-2)} + \dots + x(N-1)W_N^{(N-1)(N-2)} \\ X(N-1) &= x(0)W_N^0 + x(1)W_N^{N-1} + x(2)W_N^{2(N-1)} + \dots + x(N-1)W_N^{(N-1)(N-1)} \end{aligned}$$

Ce système d'équations est plus commode représenté sous la forme de la matrice ci-dessous:

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ \dots \\ X(N-2) \\ X(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_N^0 & W_N^0 & W_N^0 & \dots & W_N^0 \\ W_N^0 & W_N^1 & W_N^2 & \dots & W_N^{N-1} \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ W_N^0 & W_N^{N-2} & W_N^{2(N-2)} & \dots & W_N^{(N-1)(N-2)} \\ W_N^0 & W_N^{N-1} & W_N^{2(N-1)} & \dots & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \dots \\ x(N-2) \\ x(N-1) \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Ou plus compacte comme :

$$X(k) = W_N^{nk} x(n) \quad (\text{B.7})$$

Pour comprendre la taille de la complexité de la tâche de calcul à la main, il est essentiel d'examiner l'équation (B.7). Ici, W_N et $x(n)$ peut-être sont des quantités complexes. Chaque ligne de la matrice W_N à N éléments, chacun d'entre eux doit être multipliée par ses N éléments correspondants dans la matrice de la colonne $x(n)$, nous donne N multiplications par rangée de W_N . En outre, la multiplication de la matrice implique $N - 1$ additions dans chaque rangée de W_N , un à la suite de chaque multiplication. Comme il y a N lignes dans W_N , la matrice de calcul requis implique N^2 multiplications complexes et $N(N - 1)$ additions complexes à réaliser. Pour un grand N , les calculs de DFT requièrent de grandes quantités de temps, même avec des ordinateurs à grande vitesse. La réduction du temps de machine impliquée dans le calcul de la DFT est la motivation principale derrière le développement de la famille des algorithmes qui sont connus comme transformées de Fourier rapides, qui mettre en œuvre efficacement le DFT pour des longueurs de transformation hautement composite N . Nous allons examiner la construction de l'algorithme FFT de Cooley-Tukey, et l'ordre des calculs requis dans sa mise en œuvre.

Algorithme FFT de Cooley-Tukey radix-2

Lorsque la longueur de transformation est de taille entière composite arbitraire, c.-à-d. $N = N_1 N_2$, l'algorithme de Cooley-Tukey réécrit récursivement la DFT en termes de petits DFTs de tailles N_1 et N_2 de manière à réduire le temps de calcul. Les deux approches de base vers la mise en œuvre de FFT de Cooley-Tukey sont la décimation dans le temps (DIT), et de calculer le DFT inverse, et la décimation en fréquence (DIF). Le choix entre DIT et DIF est fait en fonction de la taille relative de N_1 et N_2 . La discussion qui suit présente un DIT FFT radix-de 2 [123], dans lequel une DFT de taille N est divisée en deux DFTs de taille $\frac{N}{2}$ à chaque étape de la récursion. Nous supposons que $N = 2^\gamma$, où γ est un entier.

Nous rappelons la définition de la DFT, comme dans l'équation (B.1):

$$X(\omega_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{B.8})$$

Où $W_N = e^{\frac{-2\pi j}{N}}$. Quand $N = 2^\gamma$, n et k peut être représenté sous forme binaire comme :

$$\begin{aligned} n &= 2^{\gamma-1} n_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2} n_{\gamma-2} + \dots + n_0 \\ k &= 2^{\gamma-1} k_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2} k_{\gamma-2} + \dots + k_0 \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Réécrire l'équation (B.8), nous obtenons :

$$X(k_{\gamma-1}, k_{\gamma-2}, \dots, k_0) = \sum_{n_0=0}^1 \sum_{n_1=0}^1 \dots \sum_{n_{\gamma-1}=0}^1 x(n_{\gamma-1}, n_{\gamma-2}, \dots, n_0) W_N^p \quad (\text{B.10})$$

Où

$$p = (2^{\gamma-1} k_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2} k_{\gamma-2} + \dots + k_0)(2^{\gamma-1} n_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2} n_{\gamma-2} + \dots + n_0) \quad (\text{B.11})$$

Depuis $W_N^{a+b} = W_N^a W_N^b$, nous réécrivons W_N^p comme :

$$\begin{aligned}
W_N^p = & W_N^{(2^{Y-1}k_{\gamma-1}+2^{Y-2}k_{\gamma-2}+\dots+k_0)(2^{Y-1}n_{\gamma-1})} W_N^{(2^{Y-1}k_{\gamma-1}+2^{Y-2}k_{\gamma-2}+\dots+k_0)(2^{Y-2}n_{\gamma-2})} \\
& \times \dots \times W_N^{(2^{Y-1}k_{\gamma-1}+2^{Y-2}k_{\gamma-2}+\dots+k_0)n_0}
\end{aligned} \tag{B.12}$$

Considérons maintenant le premier terme de l'équation (B.12)

$$\begin{aligned}
W_N^{(2^{Y-1}k_{\gamma-1}+2^{Y-2}k_{\gamma-2}+\dots+k_0)(2^{Y-1}n_{\gamma-1})} &= W_N^{2^Y(2^{Y-2}k_{\gamma-1}n_{\gamma-1})} W_N^{2^Y(2^{Y-3}k_{\gamma-2}n_{\gamma-1})} \\
&\times \dots \times W_N^{2^Y(k_1n_{\gamma-1})} W_N^{2^{Y-1}(k_0n_{\gamma-1})} \\
&= W_N^{2^{Y-1}(k_0n_{\gamma-1})}
\end{aligned}$$

Depuis

$$W_N^{2^Y} = W_N^N = e^{-2\pi i} = 1 \tag{B.13}$$

De même, le second terme de l'équation (B.12) donne :

$$\begin{aligned}
W_N^{(2^{Y-1}k_{\gamma-1}+2^{Y-2}k_{\gamma-2}+\dots+k_0)(2^{Y-2}n_{\gamma-2})} &= W_N^{2^Y(2^{Y-3}k_{\gamma-1}n_{\gamma-2})} W_N^{2^Y(2^{Y-4}k_{\gamma-2}n_{\gamma-2})} \\
&\times \dots \times W_N^{2^{Y-1}(k_1n_{\gamma-2})} W_N^{2^{Y-2}(k_0n_{\gamma-2})} \\
&= W_N^{2^{Y-2}(2k_1+k_0)(n_{\gamma-1})}
\end{aligned}$$

Comme nous procédons à travers les termes de l'Équation (B.12), nous ajoutons un autre facteur qui ne s'annule pas par la condition $W_N^{2^Y} = 1$. Ce processus se poursuit jusqu'à ce que nous atteignons le dernier terme dans lequel il n'y a pas d'annulation.

L'utilisation de ces relations, l'équation (B.10) peuvent être réécrites comme

$$\begin{aligned}
X(k_{\gamma-1}, k_{\gamma-2}, \dots, k_0) &= \sum_{n_0=0}^1 \sum_{n_1=0}^1 \cdots \sum_{n_{\gamma-1}=0}^1 x(n_{\gamma-1}, n_{\gamma-2}, \dots, n_0) \\
&\times W_N^{2^{\gamma-1}(k_0 n_{\gamma-1})} \times W_N^{2^{\gamma-2}(2k_1+k_0)(n_{\gamma-1})} \times \dots \\
&\times W_N^{(2^{\gamma-1}k_{\gamma-1}+w^{\gamma-2}k_{\gamma-2}+\dots+k_0)n_0}
\end{aligned}$$

En effectuant chacune des sommations séparément et étiquetant les résultats intermédiaires, on obtient

$$\begin{aligned}
x_1(k_0, n_{\gamma-2}, \dots, n_0) &= \sum_{n_{\gamma-1}=0}^1 x_0(n_{\gamma-1}, n_{\gamma-2}, \dots, n_0) W_N^{2^{\gamma-1}(k_0 n_{\gamma-1})} \\
x_2(k_0, k_1, n_{\gamma-3}, \dots, n_0) &= \sum_{n_{\gamma-2}=0}^1 x_1(k_0, n_{\gamma-2}, \dots, n_0) W_N^{2^{\gamma-2}(2k_1+k_0)(n_{\gamma-1})} \\
&\vdots \\
x_\gamma(k_0, k_1, \dots, k_{\gamma-1}) &= \sum_{n_0=0}^1 x_{\gamma-1}(k_0, k_1, \dots, n_0) W^{(2^{\gamma-1}k_{\gamma-1}+w^{\gamma-2}k_{\gamma-2}+\dots+k_0)} \\
X(k_{\gamma-1}, k_{\gamma-2}, \dots, k_0) &= x_\gamma(k_0, k_1, \dots, k_{\gamma-1})
\end{aligned}$$

Cet ensemble d'équations récursives représente la FFT proposée par Cooley et Tukey pour $N = 2^\gamma$. L'évaluation directe de la DFT pour une séquence d'entrée de longueur N nécessite N^2 multiplications, comme montrées ci-dessus. Dans l'algorithme FFT radix-2, il y a γ sommations, chacune représente N équations. Parmi ces N équations, chacune contient deux multiplications complexes. Cependant, l'une de ces multiplications est toujours avec l'unité, donc il peut être ignoré. Puisque nous avons γ sommation représentant N équations, ayant chacun une multiplication complexe, cela nous donne $N\gamma = N \log_2(N)$ opérations, une amélioration considérable de l'évaluation directe de la DFT.

C. LISTE D'ABRÉVIATIONS

<i>c</i>	La vitesse de la lumière.
CQGL	L'équation complexe cubique et quintique de Ginzburg-Landau
DS	Soliton dissipatif
NLS	L'équation de Schrödinger non linéaire
SSFM	La méthode de Fourier à pas fractionnaire
laser	Light amplification by stimulated emission of radiation
maser	Microwave amplification by stimulated emission of radiation
RAM	Random access memory
ROM	Read only memory
AOM	Modulateur acousto-optique
EOM	Modulateur électro-optique
FWHM	La largeur totale à mi-hauteur
CW	Onde continue
SESAM	Miroir d'absorbant saturable à semi-conducteurs
SAM	Automodulation d'amplitude
F8L	Laser en forme de huit
SP	Séparateur de polarisation
CP	Contrôleur de polarisation
NOLM	Miroir non linéaire en boucle optique
NALM	Miroir non linéaire en boucle amplificatrice
SPM	Auto modulation de phase

GDD	Dispersion de retard de groupe
GVD	Dispersion de vitesse de groupe
KDV	L'équation de Korteweg-de Vries
IST	La transformée de diffusion inverse
PMLL	Laser à verrouillage de mode passive
FP	Point fixe
DOPRI	L'algorithme de Dormand-Prince
ODE	Équation différentielle ordinaire
PDE	Équation différentielle partielle
FFT	La transformation de Fourier rapide
LEM	La méthode d'erreur locale
UPM	La méthode de principe d'incertitude
S-SSFM	La méthode de Fourier à pas fractionnaire symétrique
RK4IP	La méthode de Runge-Kutta de quatrième ordre dans l'interaction d'image
Gill4IP	L'algorithme de Gill dans l'image
OIFRK4	La méthode de Runge-Kutta avec le facteur de l'intégration de l'opérateur
CFREE4	La méthode de commutateur libre

D. LISTE DES SYMBOLES

$\Delta\nu$	L'intervalle spectral libre de la cavité
n	L'indice de réfraction du milieu actif
L	La longueur de la cavité optique
α	Les pertes de fibres
β_2	La dispersion de deuxième ordre
β_3	La dispersion de troisième ordre
n_2	Le coefficient d'indice non linéaire
λ	La longueur d'onde optique
A_{eff}	La surface effective
u	L'enveloppe complexe du champ électrique
ξ	La distance de propagation le long de la fibre
τ	le temps dans le référentiel en mouvement avec l'impulsion
T_0	La largeur d'impulsion
P_0	La puissance crête de l'impulsion
L_D	La longueur de dispersion
s	Dispersion de vitesse de groupe
\hat{D}	L'opérateur linéaire de l'équation CQGL ou NLS
\hat{N}	l'opérateur non linéaire de l'équation CQGL ou NLS
h	Pas de division
N	Un entier définissant l'ordre de soliton
z	Le nombre de tours de la cavité
t	Le temps de retard

ψ	L'enveloppe normalisée du champ
D	Le coefficient de dispersion de vitesse de groupe
δ	Le coefficient linéaire de perte-gain
β	Le coefficient de filtrage spectral
ϵ	Le coefficient de gain non linéaire
μ	La saturation du gain non linéaire
ν	La saturation de l'indice de réfraction non linéaire.
δ'	L'erreur relative globale

E. PUBLICATIONS ET CONFÉRENCES

- ✓ Mohammedi, T. and A. Aissat, *An accurate Fourier splitting scheme for solving the cubic quintic complex Ginzburg-Landau equation*. Superlattices and Microstructures, 2014. 75: p. 424-434.

- ✓ Aissat, A., T. Mohammedi, and B. Alshehri, *A geo-numerical approach for the classification of fixed points in the reduced model of the cubic-quintic complex Ginzburg-Landau equation*. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2015. 126(24): p. 5325-5330.

- ✓ Mohammedi, T. and A. Aissat, *Numerical Simulation of Dissipative Solitons Propagation with Split-Step Fourier Transform Method*, International Conference on Advanced Communication Systems and Signal Processing ICOSIP'2015, 08-09 Novembre 2015, Tlemcen, Algérie.