

4.629.1.076.1

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la recherche Scientifique



Université de Blida
Faculté de technologie
Institut de l'Aéronautique et des sciences spatiales

*En Vue de l'Obtention du Diplôme Master
Option : Avionique*

Thème :

Commande et Stabilisation d'Attitude d'un Drone de Type Quadrirotor

Réalisé par :

M. CHERIET Reda

Encadré par :

Dr. DILMI Ismail

Promotion 2013

DEDICACE

A ma mère

A mes frères Hafid, Taharet sa petite famille

A mes sœurs

A mes cousins

A toute ma grande famille

A tous mes amis et collègues de ma promotion

Je dédie ce modeste travail

Reda

Remerciements

Je tiens à remercier Monsieur DILMI Ismail qui m'a encadré surtout pour son aide et ses conseils précieux afin que je puisse mener à bien ce travail, sans oublier tous mes enseignants qui m'ont suivi tout au long de ma formation.

J'adresse aussi l'expression de mes sincères reconnaissances aux membres de jury d'examen, pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.

Mes vifs remerciements vont également à ma famille qui m'a témoigné un soutien moral lors de la réalisation de ce mémoire.

Sans oublier tous mes camarades de l'université de Blida.

Table des matières

Remerciements

Dédicace

Sommaire i

Table des figuresiv

Liste des tableaux.....vi

Table des variables principalesvii

Introduction générale 1

Chapitre I :Description et état d'art du quadrirotor

I.1. Introduction..... 5

I.2. Description générale du quadrirotor 5

I.3. Les mouvements du quadrirotor 6

 I.3.1. Mouvement vertical 7

 I.3.2. Mouvement de roulis..... 8

 I.3.3. Mouvement de tangage 9

 I.3.4. Mouvement de lacet..... 9

 I.3.5. Mouvements de translation 10

I.4 Les premiers Quadrirotor..... 11

 I.4.1. Les travaux de recherche récents sur les Quadrirotors..... 14

 I.4.2. Le projet Mesicopter (1999-2001) 14

 I.4.3. Le projet STARMAC 2007 15

 I.4.4. Le projet OS4 (2003-2007) 16

I.5. La commande des Quadrirotors..... 18

I.6. Instrumentation et Capteurs 19

I.7. Conclusion.....	20
----------------------	----

Chapitre II : Modélisation dynamique du quadrirotor

II.1. Introduction	22
II.2. Modèle dynamique du quadrirotor	22
II.2.1. Angles d'Euler	23
II.2.2. Vitesses angulaires.....	24
II.2.3. Vitesses linéaires.....	25
II.2.4. Effets physiques agissants sur le quadrirotor.....	25
A. Les forces.....	25
B. Les moments	26
C. Effet gyroscopique	26
II.2.5. Développement du Modèle mathématique selon Newton-Euler	27
A. Equations de mouvement de translation	29
B. Equations de mouvement de rotation.....	29
II.2.6. La représentation d'état du système.....	30
II.2.7. La dynamique des moteurs	31
II.3. Simulation en boucle ouverte	32
II.3.1. Commentaires sur les résultats	35
II.4. Conclusion.....	36

Chapitre III : Commande linéaire du Quadrotor

III.1. Introduction.....	38
III.2. Systèmes linéaires	38
III.2.1. Stabilité	38
III.2.2. Commande des systèmes linéaires	40
III.2.2.1. Commandabilité.....	40
III.2.2.2. Critère de commandabilité de Kalman.....	40
III.2.2.3. Commande par retour d'états.....	40
III.2.2.4. Insertion d'un pré compensateur.....	41

III.2.2.5. Calcule de la matrice de pré compensateur.....	40
III.2.2.6. Rajout d'un effet intégral	42
III.3. Linéarisation du système autour d'un point.....	42
III.4. Commande linéaire du Quadrotor.....	43
III.4.1. Commande par retour d'état.....	43
III.4.1.1. Résultat de simulation.....	44
III.4.2. Commande PID.....	46
III.4.2.1. Action proportionnelle.....	46
III.4.2.2. Action intégral.....	46
III.4.2.3. Action dérivée.....	46
III.4.2.4. Résultats de simulation.....	47
III.5. Conclusion.....	48

Chapitre IV : Commande non linéaire du Quadrotor

IV.1. Introduction.....	51
IV.2. Commande par mode de glissant (SMC).....	51
IV.2.1. Principe de la commande par mode glissement (SMC).....	51
IV.2.2. Notions de base de la commande SMC.....	52
IV.2.2.1. Surface de glissement.....	52
IV.2.2.2. Régime glissant idéal.....	52
IV.2.2.3. Régime glissant réel.....	53
IV.2.2.4. Condition d'existence et d'unicité du régime glissant.....	53
IV.2.2.5. Phénomène de réticence.....	53
IV.2.3. Synthèse des lois de commande pour le quadrotor.....	54
IV.2.3.1. Résultats de simulation.....	55
IV.2.3.2. Annulation du phénomène de réticence :.....	57
IV.3. Commande Par le Backstepping.....	57
IV.3.1. Méthodes d'analyse de la stabilité des systèmes.....	57
IV.3.2. Méthode directe de Lyapunov.....	58
IV.3.3. Théorème de Lyapunov.....	58
IV.3.4. Synthèse des lois de commande.....	59
IV.3.5. Résultats de simulation.....	60
IV.4. Conclusion.....	62
<i>Conclusion générale.....</i>	<i>64</i>

Table des figures

Figure I.1	Exemple d'un système quadrirotor	7
Figure I.2	Structure générale d'un quadrirotor	7
Figure I.3	Illustration du mouvement vertical	9
Figure I.4	Illustration du mouvement de roulis	9
Figure I.5	Illustration du mouvement de tangage	10
Figure I.6	Illustration du mouvement de lacet	11
Figure I.7	Illustration du mouvement de translation	11
Figure I.8	Bréguet Richet gyroplane 1907	12
Figure I.9	Oemichen19	13
Figure I.10	Le quadrirotor de Bothezat 1922	14
Figure I.11	Convertawings model A 1956	14
Figure I.12	Le Mesicopter.....	16
Figure I.13	Le Quadrirotor STARMAC II.....	16
Figure I.14	Le Quadrirotor OS4.....	18
Figure II.1	Géométrie du quadrirotor	24
Figure II.2	Dynamique des moteurs	33
Figure II.3	1 ^{er} Cas (mouvement verticale selon z)	34
Figure II.4	2 ^{ème} Cas (mouvement de lacet)	35
Figure II.5	3 ^{ème} Cas (mouvement de roulis)	35
Figure II.6	4 ^{ème} Cas (mouvement de tangage)	36
Figure III.1	Insertion d'un pré-compensateur	43
Figure III.2	Attitude du quadrotor : roulis, tangage et lacet	46
Figure III.3	Commandes de stabilisation u_2, u_3, u_4	47
Figure III.4	Attitude du quadrotor.....	49
Figure III.5	Entrées de commande	49

Figure IV.1	Mode de glissement.....	53
Figure IV.2	Fonction $sat(s)$ et $tanh(s)$	54
Figure IV.3	Attitude du quadrotor	57
Figure IV.4	Entrées de commande	57
Figure IV.5	Entrées de commande et Vitesses des moteurs fermée	58
Figure IV.6	Interprétation géométrique du théorème de Lyapunov contrôleurs	59
Figure IV.7	Attitude du quadrotor	62
Figure IV.8	Entrées de commande	62

Liste des Tableaux

Tableau I	Quelques catégories de drones (CR, SR et MR pour Close, Short et Medium)	1
Tableau I.1	Quelque projet sur les quadrotors	18
Tableau II.1	Paramètres du modèle du quadrirotor utilisé	33
Tableau III.1	Gains pid de commandes.....	48

Table des variables principales

F	Force de poussée	[N]
Ω	Vitesse de rotation dans le repère fixe[rad /S]	
v	Vitesse linéaire dans le repère fixe[m/S]	
R	Matrice de rotation[sons unité]	
T	Matrice de transformation[sons unité]	
ξ	Vecteur de position[sons unité]	
ϕ	Angle de roulis[rad]	
θ	Angle de tangage[rad]	
ψ	Angle de lacet[rad]	
ω	Vitesse de rotation de moteur[rad/S]	
ω_d	Vitesse de rotation désirée des moteurs[rad/S]	
$\tilde{\omega}$	Erreur entre ω et ω_d [rad/S]	
τ	Couple d'entrée des moteurs[]	
u	La commande[]	
x	Variable d'état[sons unité]	
x_d	Etat désiré[sons unité]	
e	Erreur de poursuite[]	
s	Surface de glissement []	
t	Variable de temps[S]	
λ_i	Paramètres de la surface de glissement[sons unité]	
V	Fonction de Lyapunov[sons unité]	
z	Variable d'erreur dans le backstepping[]	
c_i	Paramètres de design de backstepping[]	
y	Variable de sortie[]	
y_r	Trajectoire désirée[sons unité]	
k_p	Gain proportionnel [sons unité]	
k_i	Gain d'intégration [sons unité]	
k_d	Gain de dérivation[sons unité]	

Introduction Générale

Introduction Générale

Les drones ou UAVs (UnmannedAerialVehicles) sont des engins volants sans pilote capables de mener à bien une mission de façon autonome, ou en mode téléguidé.

Depuis plus d'un demi-siècle, les véhicules aériens sans pilotes (UAVs) ont été conçus dans le domaine militaire [1]. L'objectif était de remplacer l'être humain lorsque la tâche à réaliser devenait pénible ou répétitive et surtout lorsqu'il s'agissait d'un environnement hostile où la sécurité du pilote n'était plus assurée. [2], [3].

Les premières recherches dans le domaine des UAVs datent de la SecondeGuerre mondiale, les premiers appareils conçus avaient des dynamiques et des dimensions proches de celles des avions et ils volaient à une très haute altitude [4].

Aujourd'hui, l'énorme progrès de l'électronique(avionique) et de la technologie des capteurs et surtout la miniaturisation des composants électroniques et l'évolution des calculateurs numériques ont permis l'apparition d'une nouvelle génération de drones miniatures équipés de systèmes de commande embarqués [6], parmi lesquels nous pouvons citer les mini drones de quelques kilogrammes, les micros drones de quelques dizaines de grammes et les nano drones de quelques grammes [5].

	Micro	Mini	CR	SR	MR	LALE	MALE	HALE
R.d'action (km)	10	10	30	70	200	>500	>500	>2000
Alt. Max. (m)	250	3000	3000	3000	5000	3000	8000	5 to 15.000
Endurance (h)	1	<2	2 to 4	3 to 6	6 to 10	>24	24 to 48	24 to 48
Masse (kg)	<5	<30	1	50	200	1.250	10.000	12.000

Tableau 1: Quelques catégories de drones (CR, SR et MR pour Close, Short et Medium Range, EN: Endurance, L (MH) ALE: Low (Medium, High) Altitude Long Endurance).

De même, plusieurs applications civiles ont investi dans la conception des UAV de différentes tailles. L'évolution de la commande automatique a ouvert la voie à plusieurs applications comme la surveillance des grandes infrastructures telle que les lignes haute tension, les barrages et les

ouvrages d'art [7]. Dans l'environnement, ces UAV peuvent être très utiles pour la mesure de la pollution de l'air, la surveillance des forêts et pour l'intervention dans des environnements hostiles comme les milieux radioactifs, et également dans le cas de déminage des terrains sans intervention humaine [8].

La recherche dans ce domaine fait appel à plusieurs domaines scientifiques à savoir l'aérodynamique, la mécanique des fluides et la mécanique générale, l'électronique, l'automatique, les matériaux, la communication, l'informatique et la micro-informatique et même le domaine de la biologie dans les travaux de recherche sur les nano drones [1].

L'enjeu principal pour la construction d'un quadrotor, ou tout autre modèle d'engins volants miniatures, est de pouvoir maximiser son autonomie pour une masse donnée, tout en assurant la puissance nécessaire à sa propulsion et à l'alimentation des instruments embarqués[9].

Il est donc important de choisir judicieusement les éléments afin d'obtenir une intégration optimale de l'ensemble.

Afin de réaliser un UAV autonome, une connaissance précise de sa position et de son orientation est nécessaire. Cette connaissance peut être obtenue à partir d'un système de navigation inertielle (INS), un GPS (Global Positioning Systems) ou d'autres capteurs comme les sonars, les télémètres laser, etc. Les capteurs de vision sont également utilisés dans l'estimation des positions relatives des cibles, comme les terrains d'atterrissage. Enfin, plusieurs capteurs peuvent être combinés pour compenser les limitations de chacun d'entre eux et augmenter la fiabilité du système et diminuer les erreurs de contrôle.

Motivation de la recherche

La majorité des algorithmes de commande proposés dans la littérature pour la commande des quadrirotors sont trop souvent basés sur des modélisations mathématiques aussi précises que possible [10][11].

L'élaboration d'un modèle dynamique du quadrirotor est toujours difficile et coûteuse, car il est nécessaire de faire une modélisation physique et/ou de réaliser des mesures. D'où la difficulté d'imposer au monde industriel la plupart de ces algorithmes. Par ailleurs, en pratique, les régulateurs PID simples donnent des résultats satisfaisants pour une large classe de problèmes de commande industriels. Pour pallier cette situation, actuellement la tendance des recherches est vers les algorithmes de commande simples qui ne nécessitent pas une connaissance globale sur le

modèle du système, mais uniquement des informations d'ordre général, par exemple : les entrées et les sorties du système, l'ordre du système ... etc.

OBJECTIFS DE LA THÈSE

L'étude que nous présentons ici se situe dans le cadre de la l'application des lois de commandes stabilisantes de l'attitude d'un mini drone de type QUADROTOR.

ORGANISATION DU DOCUMENT

Ce mémoire est composé de quatre chapitres à savoir :

Dans le premier chapitre, Description et état d'art

- Le second chapitre est consacré à la modélisation dynamique de quadrirotor et des moteurs
- Le chapitre 3, quant à lui, est consacré à l'application des lois de commande pour la stabilisation de l'attitude du quadrirotor. Pour se faire, deux méthodes sont étudiées. La première est la méthode classique basée sur un contrôleur PID et la deuxième est la méthode par bouclage linéaire .
- Le chapitre 4 ; dans ce dernier chapitre on applique des commandes non linéaires(vss) par mode glissement et backstepping.
- Une conclusion générale clôture ce document

Chapitre I : Description et état d'art du quadrirotor

I.1.Introduction

Le domaine des drones est très vaste, un UAV (Unmanned Aerial Vehicle) est un aéronef inhabité qui utilise les forces aérodynamiques pour produire un vol vertical. Il peut être piloté à distance, autonome ou semi autonome [20]. Il est susceptible d'emporter différentes charges utiles, le rendant capable d'effectuer des tâches spécifiques, pendant une durée de vol qui peut varier en fonction de ses capacités. Mais on s'intéresse dans notre étude au quadrirotor qui est un engin volant ayant quatre rotors. Ce système est très compliqué et difficile à commander. La difficulté de commande de cet appareil vient de leur sensibilité à l'environnement extérieur et leur nature instable. Dans ce chapitre, nous présenterons l'état d'art et les travaux de recherche récents sur les quadrirotors après la description de ce système, sa structure générale et son principe de vol.

I.2.Description générale du quadrirotor

Un quadrirotor est un appareil volant comportant 4 rotors pour sa sustentation. Les 4 rotors sont généralement placés aux extrémités d'une croix, et l'électronique de contrôle est habituellement placée au centre de la croix. Afin d'éviter à l'appareil de tourner sur lui-même sur son axe de lacet, il est nécessaire que deux hélices tournent dans un sens, et les deux autres dans l'autre sens. Pour pouvoir diriger l'appareil, il est nécessaire que chaque couple d'hélices tournant dans le même sens soit placé aux extrémités opposées d'une branche de la croix [12].

Le fonctionnement d'un quadrirotor est assez particulier, on le pilote en commandant la puissance de chacun de ses 4 moteurs. En faisant varier astucieusement la puissance des moteurs, il est possible de le faire monter/descendre, de l'incliner à gauche/droite (roulis) ou en avant/arrière (tangage) ou encore de le faire pivoter sur lui-même (lacet)[13]. Le quadrirotor a six degrés de liberté, trois mouvements de rotation et trois mouvements de translation, ces six degrés doivent être commandés à l'aide de quatre déclencheurs seulement ; donc c'est un système sous actionné (le nombre des entrées inférieur au nombre des sorties).

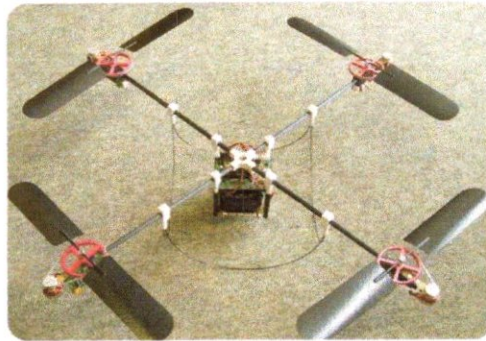


Figure I.1: Exemple d'un système quadricoptère

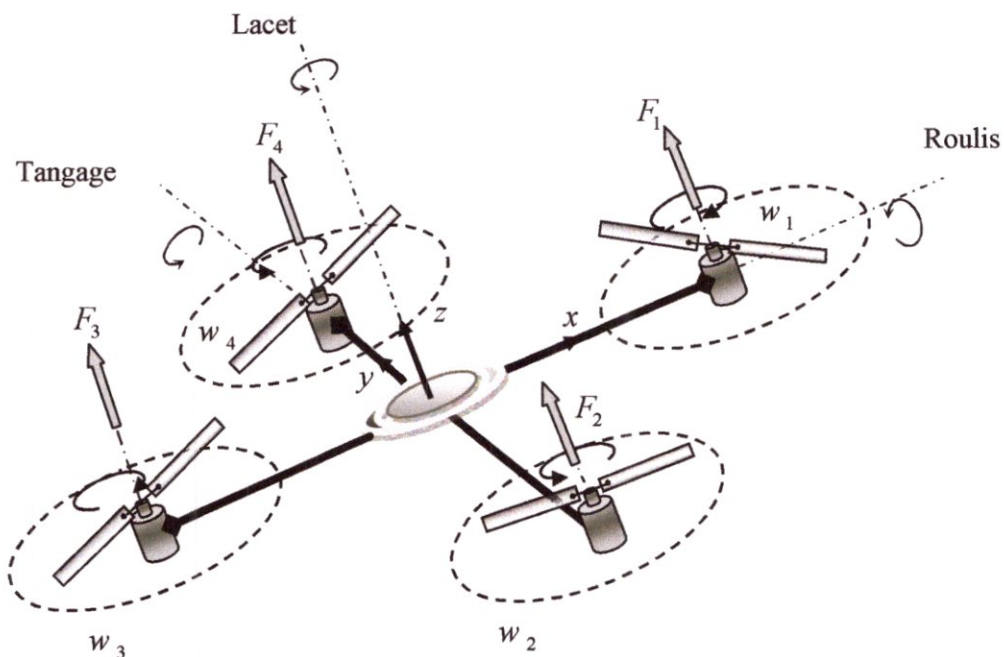


Figure I.2: Structure générale d'un quadricoptère

I.3. Les mouvements du quadricoptère

Dans les hélicoptères classiques, quand le rotor principal tourne, il produit un couple réactif qui inciterait le corps de l'hélicoptère à tourner dans la direction opposée si ce couple n'est pas contrarié. Ceci est habituellement fait en ajoutant un rotor de queue qui produit une poussée dans une direction latérale. Cependant, ce rotor avec son alimentation électrique associée ne fait aucune contribution à la poussée. Par contre, dans le cas du quadricoptère, le rotor droit et le rotor gauche tournent dans le sens des aiguilles d'une montre tandis que les rotors avant et arrière tournent dans la direction opposée, ceci neutralise effectivement le couple réactif non désiré et permet au véhicule de planer sans tourner hors de la commande. D'ailleurs, différemment aux hélicoptères classiques, toute l'énergie dépensée pour contrecarrer le mouvement de rotation contribue à la force de poussée [14].

Les mouvements de base de quadrirotor sont réalisés en variant la vitesse de chaque rotor changeant de ce fait la poussée produite. Le quadrirotors'incline vers la direction du rotor plus lent, qui tient compte alors de la translation le long de cet axe. Par conséquent, comme dans l'hélicoptère classique, les mouvements sont couplés, signifiant que le quadrirotor ne peut pas réaliser la translation sans roulement ou tangage.

En réalité, ceci signifie qu'un changement de la vitesse d'un rotor se traduit dans un mouvement en au moins trois degrés de liberté. Par exemple, augmentant la vitesse de propulseur gauche aura comme conséquence un mouvement de roulis (le quadrirotor incline vers le rotor le plus lent, vers la droite), un mouvement de lacet (la perturbation de l'équilibre entre les rotors qui tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et les rotors qui tourne dans le sens inverse ayant pour résultat un mouvement de rotation horizontal), et une translation (le mouvement de roulis incline l'armature et avec lui, l'orientation de la force de poussée). Cet accouplement est la raison pour laquelle nous pouvons commander les six degrés de liberté de quadrirotor avec seulement quatre commandes (le couple appliqué par les moteurs sur chaque propulseur).

Le quadrirotor a cinq mouvements principaux:

- Mouvement vertical,
- Mouvement de roulis,
- Mouvement de tangage,
- Mouvement de lacet,
- Translations horizontales.

I.3.1. Mouvement vertical

Afin de planer, toute la force de portance devrait seulement être le long de l'axe z avec une grandeur exactement opposée à la force de pesanteur. D'ailleurs, la force de portance créée par chaque rotor doit être égale pour empêcher le véhicule de renverser plus. Par conséquent, les poussées produites par chaque rotor doivent être identiques.

Le mouvement ascendant et descendant est obtenu par la variation de la vitesse de rotation des moteurs (par conséquent la poussée produite), si la force de portance est supérieure au poids du quadrirotor le mouvement est ascendant, et si la force de portance est inférieure au poids du quadrirotor le mouvement est descendant.

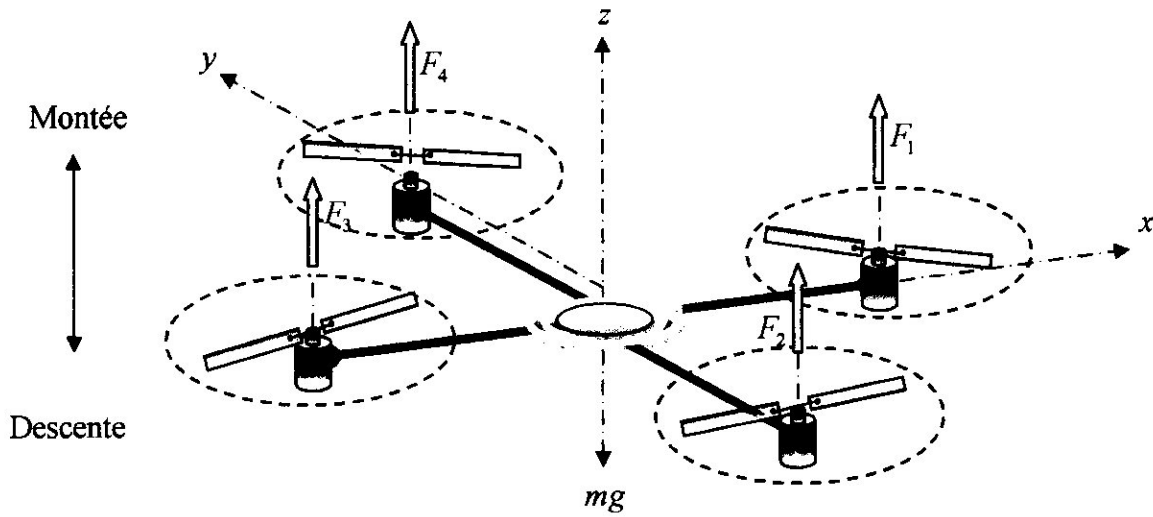


Figure I.3: Illustration du mouvement vertical

I.3.2. Mouvement de roulis

La figure I.4 montre comment un mouvement de roulis est obtenu. Dans ce cas, on applique un couple autour de l'axe x , c'est-à-dire en appliquant une différence de poussée entre le rotor 2 et le rotor 4. Ce mouvement (rotation autour de l'axe x) est couplé avec un mouvement de translation selon l'axe y .

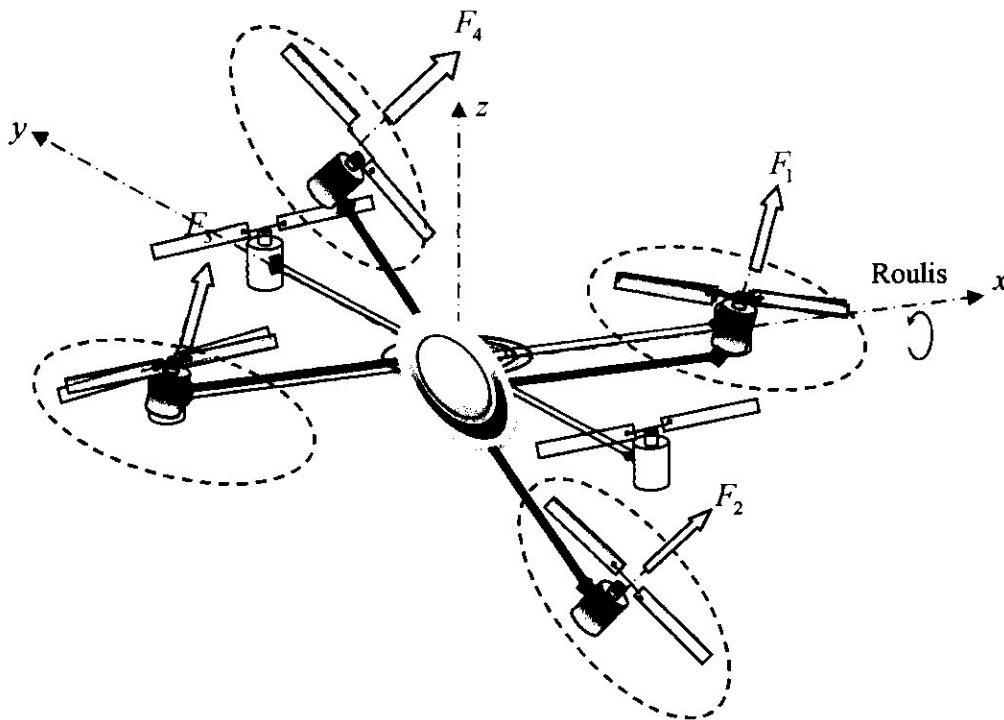


Figure I.4: Illustration du mouvement de roulis

I.3.3. Mouvement de tangage

La figure I.5 montre comment un mouvement de tangage est obtenu. Dans ce cas, on applique un couple autour de l'axe y , c'est-à-dire en appliquant une différence de poussée entre le rotor 1 et le rotor 3. Ce mouvement (rotation autour de y) est couplé avec un mouvement de translation selon l'axe x .

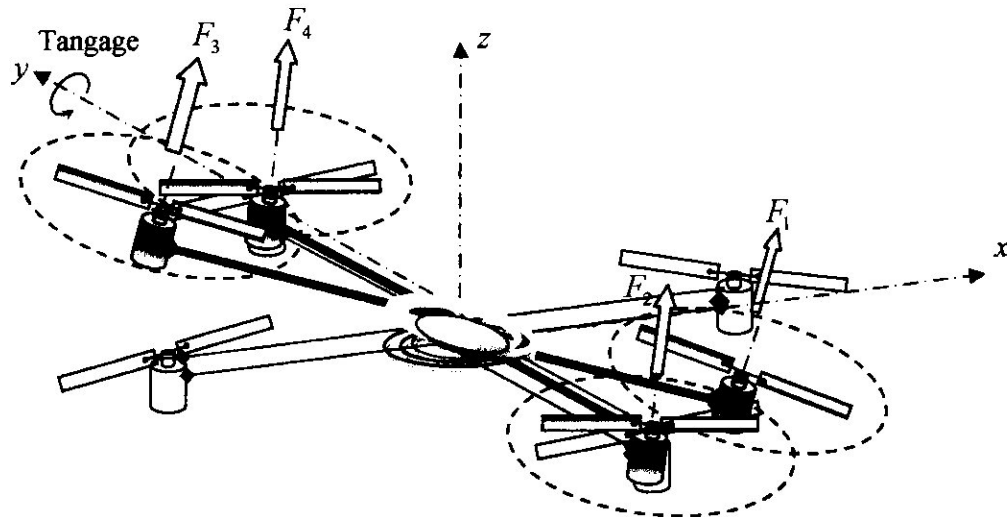


Figure I.5: Illustration du mouvement de tangage

I.3.4. Mouvement de lacet

La figure I.6 montre comment le mouvement de lacet est obtenu. Dans ce cas, nous voulons appliquer un couple autour de l'axe z , qui est fait en appliquant une différence de vitesse entre les rotors $\{1, 3\}$ et $\{2, 4\}$.

Ce mouvement n'est pas un résultat direct de la poussée produite par les propulseurs, mais par les couples réactifs produits par la rotation des rotors. La direction de la force de poussée ne décale pas pendant le mouvement, mais l'augmentation de la force de portance dans une paire de rotors doit être égale à la diminution des autres paires pour s'assurer que toute la force de poussée demeure la même.

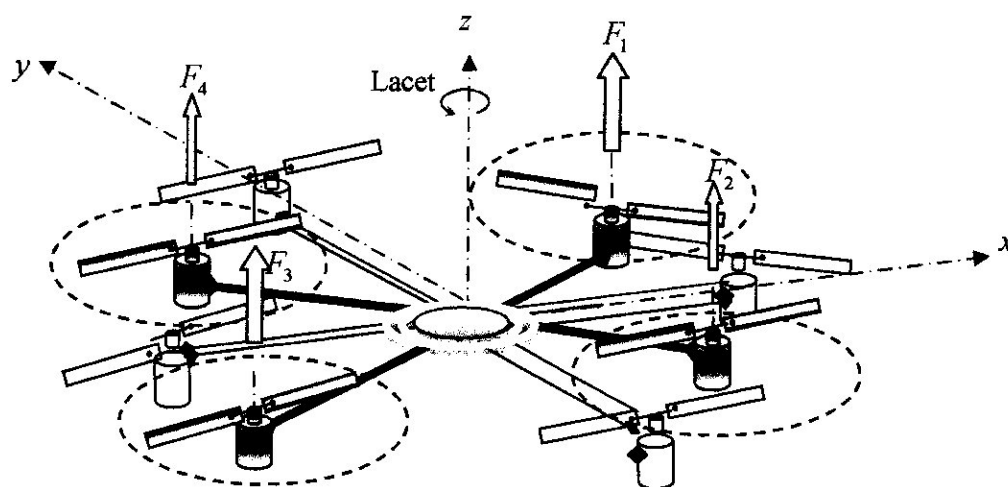


Figure I.6: Illustration du mouvement de lacet

I.3.5. Mouvements de translation

La figure I.7 montre comment la translation horizontale est réalisée. Dans ce cas, nous voulons appliquer une force le long dex ou de y qui est fait en inclinant le corps (par le tangage ou le roulement) et en augmentant toute la poussée produite pour garder l'importance de la composante de z de la poussée égale à la force de pesanteur.

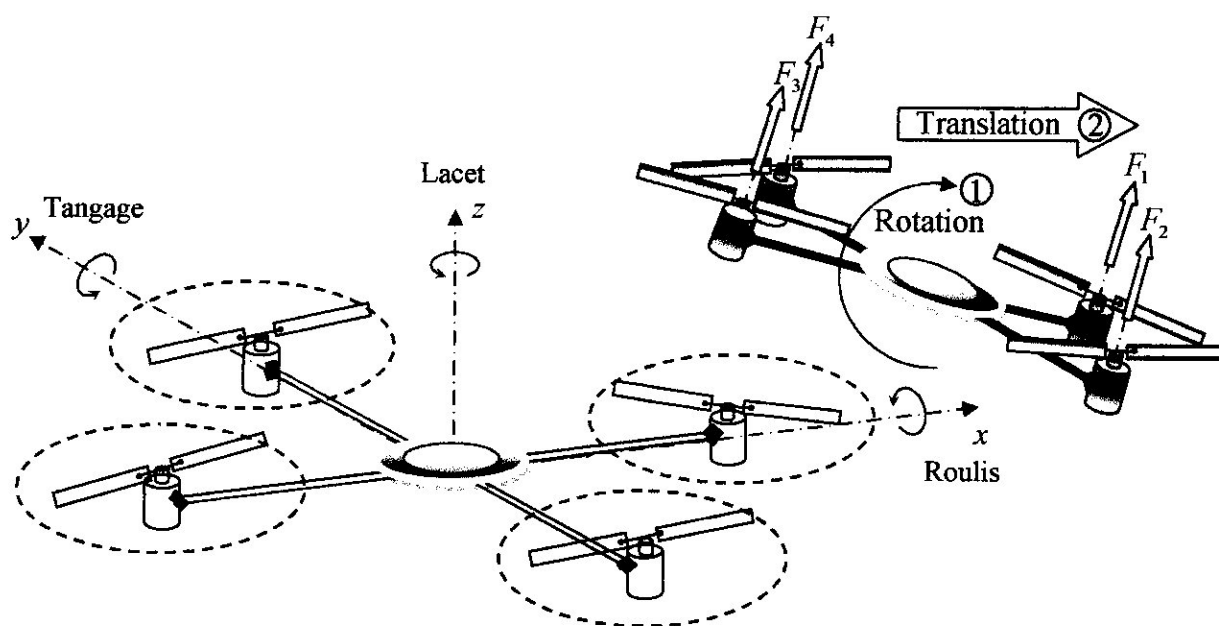


Figure I.7: Illustration du mouvement de translation

I.4 Les premiers Quadrirotor

La conception des quadrirotors a évolué dans deux grandes générations. La première génération était conçue pour transporter un ou plusieurs passagers. Ces véhicules étaient parmi les premiers véhicules aériens à décollage et atterrissage vertical réussis. Caractérisés par leur grande taille et souffert de mauvaises performances (encombrement, qualité des moteurs, matériau de conception...).

Le premier quadrirotor était le **Gyroplane n°1 « Breguet-Richet »**, conçu par les frères scientifiques français Louis et Jaque Breguet en collaboration avec le professeur Charles Richet en 1907 (figure.I.8) [15]

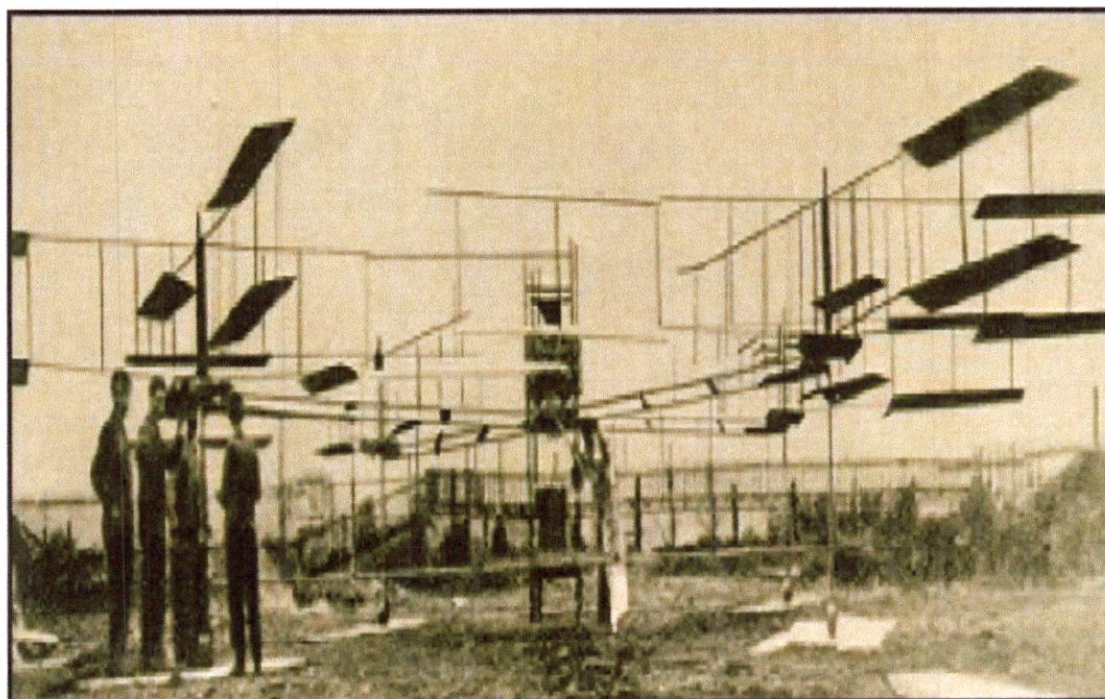


Figure I.8: Bréguet Richet gyroplane 1907

Le décollage du "Gyroplane n° 1" a eu lieu le 24 août 1907 [16] [15], [Leishman, 2008]. Le "Gyroplane" de 578kg réussit tout de même à décoller de 60 centimètres au-dessus du sol, son "vol" fut cependant si instable que quatre hommes furent nécessaires pour le tenir. Néanmoins, l'Académie française des sciences accepta de valoriser cet essai comme le premier décollage motorisé à la verticale d'un homme [16], [15].

Le "Gyroplane n° 1" était équipé d'un moteur Antoinette de 45 CV, entraînant quatre rotors de diamètre 8mètres montés par paires, entraînés en alternance. Chaque rotor était constitué de quatre ailes bi-planes. Le pilote fut placé au milieu de cette construction, en dessous du moteur [16].

Un an plus tard, un autre quadrirotor « Gyroplane n°2 » a été construit. Le Gyroplane n°2 est équipé d'un moteur Renault, plus puissant, qui atteignit 55 CV. Malheureusement, l'aérodyne fut détruit

lors d'un atterrissage un peu brusque. Le quadrirotor fut réparé, mais la suite des essais des frères Breguet ne déboucha sur aucun résultat significatif [16].

En 1920, Étienne Oemichen a commencé ses expériences dans la conception de saéronefs à voilures tournantes. Six modèles ont été conçus par ce jeune ingénieur de la compagnie Peugeot. Parmi lesquels nous constatons un grand quadrirotor de 800kg construit en 1922, avec quatre rotors de diamètre (2 x 7.60 mètres + 2 x 6.40 mètres) et huit hélices tournées par un seul moteur Gnome Rhône de 135kw (Figure I.9), [15]. Ce quadrirotor a montré un degré considérable de stabilité et de contrôlabilité. En 1924, Oemichen a fait un premier vol réussi de 360 mètres et plus de mille tests de vol ont été effectués au cours des années 20.

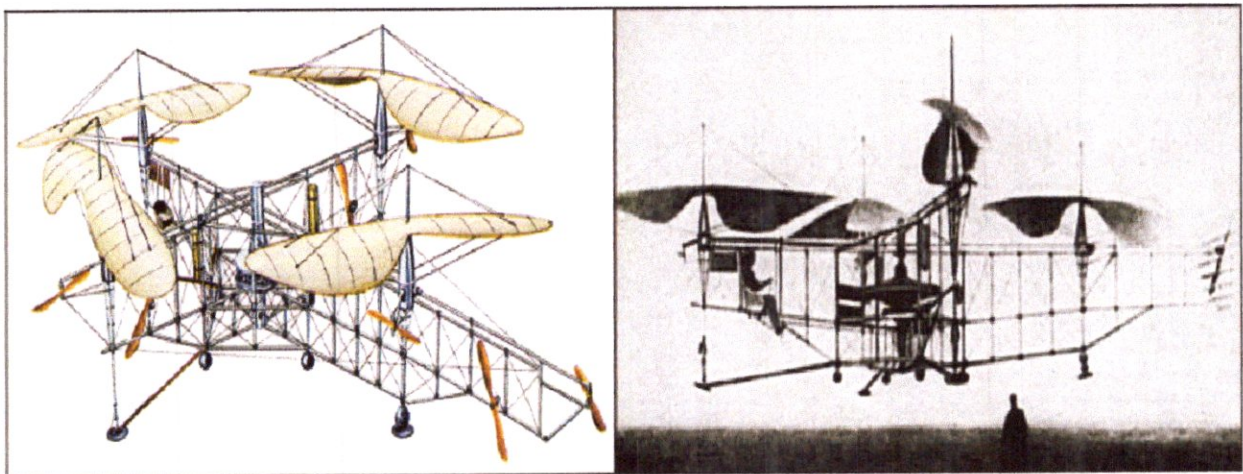


Figure I.9: Oemichen 1920

Une autre plateforme à vol vertical été construit pour le service aérien de l'armée américaine à Dayton, Ohio en 1921 par les ingénieurs George de Bothezat et Ivan Jerome [15]. C'était une structure en croix de 1678Kg portant six hélices de diamètre 8.1 mètres sur chaque axe de longueur 9m.

Plus de 100 essais de vols ont été exécutés sur ce grand quadrirotor, mais la commande en vol était très difficile et le prototype n'a pas répondu aux exigences d'exécution de l'armée américaine

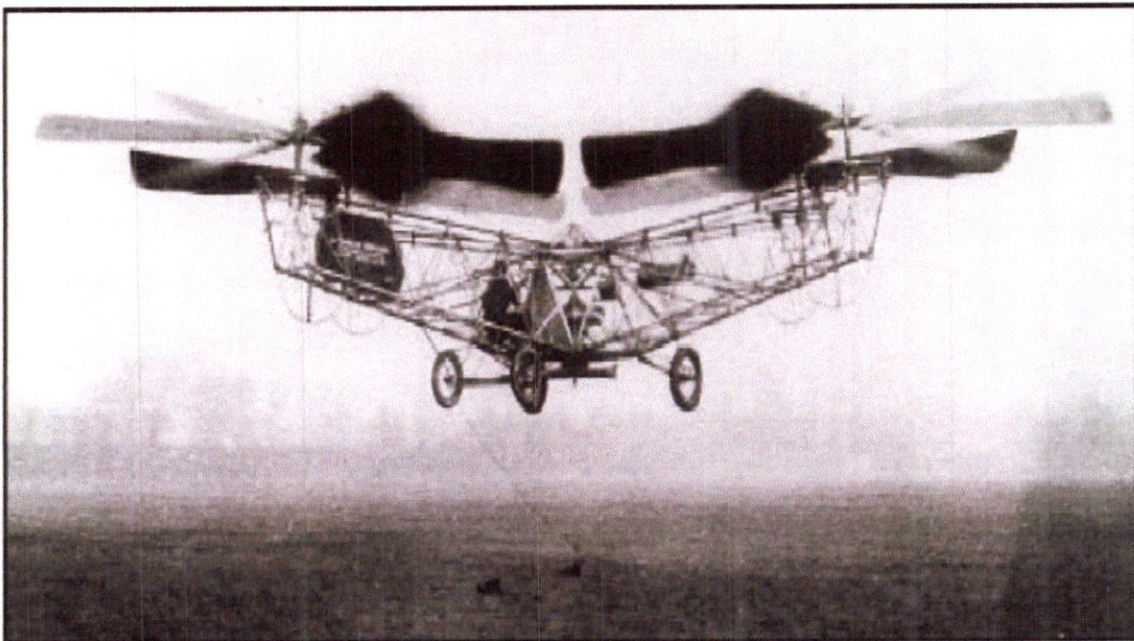
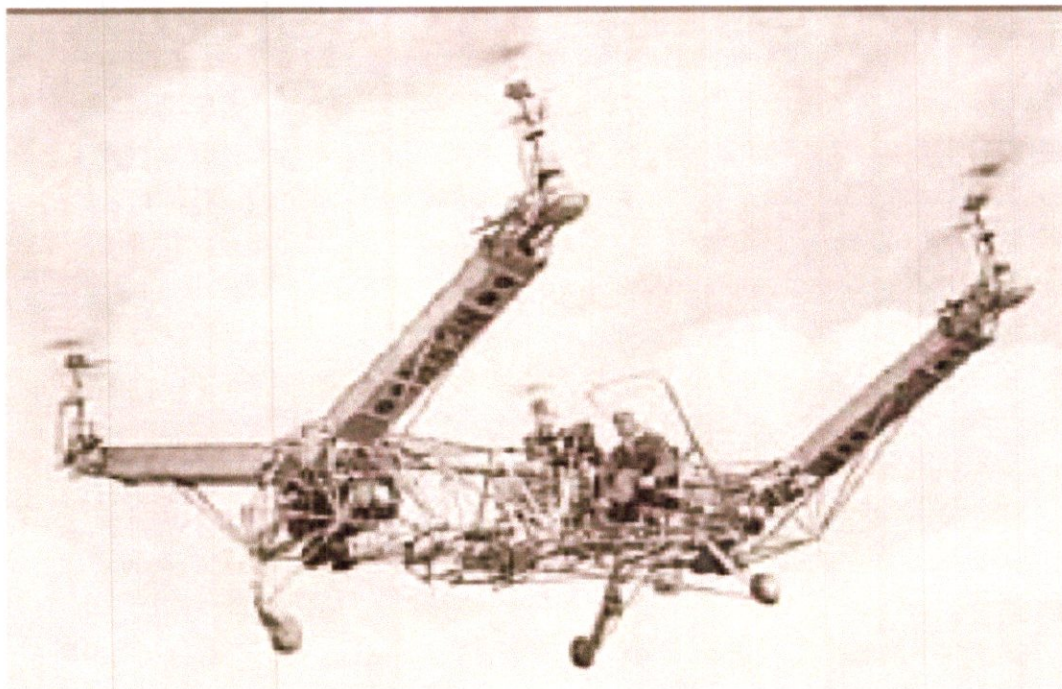


Figure I.10 : Le quadrirotor de Bothezat 1922

Dans les années 50, Amityville (New York), Convertawings a construit un quadrirotor disposant de rotors de diamètre 5.92 mètres et des ailes pour générer une portance vers l'avant. Deux moteurs « Continental » de 90CV ont été utilisés et le véhicule a été commandé en changeant la poussée fournie par chaque rotor. Le quadrirotor de Convertawings a été piloté avec succès, mais la production a été arrêtée en raison d'un manque d'intérêt commercial pour cet avion



[15].

Figure I.11 : Convertawings model A 1956

La configuration de quadrirotor n'a pas obtenu beaucoup d'attention jusqu'au début des années 80. Depuis, plusieurs chercheurs ont commencé à s'intéresser à la configuration 'Quadrirotor' dans des applications mini drones à cause de sa simplicité, sa capacité à supporter une charge utile accrue et son coût réduit.

I.4.1. Les travaux de recherche récents sur les Quadrirotors

Au fil du temps et grâce à l'avancement des techniques de production et l'innovation connue dans la technologie des capteurs et des calculateurs numériques, qui tend particulièrement vers la miniaturisation et la haute précision, une nouvelle génération de quadrirotors a vu le jour. Cette nouvelle génération englobe des prototypes conçus pour être des véhicules aériens sans pilote (Unmanned Aerial Vehicle, UAV), appelés également Drones.

Ces drones sont équipés d'une électronique de commande et des capteurs pour assurer leur autonomie et leur stabilité. Par conséquent, le problème de la commande de cette nouvelle génération d'UAV a connu un énorme progrès et de nouveaux axes de recherches ont été créés pour résoudre cette problématique.

Le nombre de projets portants sur le problème de la conception et la commande des quadrirotors ne cesse d'augmenter. Ils existent des projets qui portent sur les problèmes de la modélisation et la commande en se basant sur des plates-formes commerciales comme le Draganflyer, HMX4, UFO4... etc. L'objectif est de doter ces quadrirotors avec plus de capteurs et d'intelligence pour réaliser un certain degré d'autonomie. Tandis que d'autres projets ont abordé le problème de conception et à ce niveau réside un grand compromis entre la conception et la commande [3].

I.4.2. Le projet Mesicopter (1999-2001)

Le Mesicopter, appelé également « Meso-Scale » est un nano quadrirotor électrique de 1.5 centimètre d'envergure (Figure 1.12). Ce quadrirotor est capable de voler en portant sa propre alimentation fournie par des batteries miniatures et porte des capteurs dédiés à la recherche atmosphérique ou l'exploration planétaire.

Ce travail est une collaboration d'une équipe de chercheurs du département d'Aéronautique et d'Astronautique et le département de mécanique à l'université de Stanford aux USA, avec l'appui des associés industriels Intel et SRI qui est un leader dans la fabrication de batteries et de capteurs miniatures de la haute technologie ainsi que la NASA, le but était de concevoir un quadrirotor électrique de 40gr et 1.5 centimètre d'envergure capable de voler soit en portant sa propre alimentation ou avec une alimentation externe. Ce dispositif miniature fait partie d'une classe très évoluée de robots volants très utiles dans les mesures atmosphériques. [17].

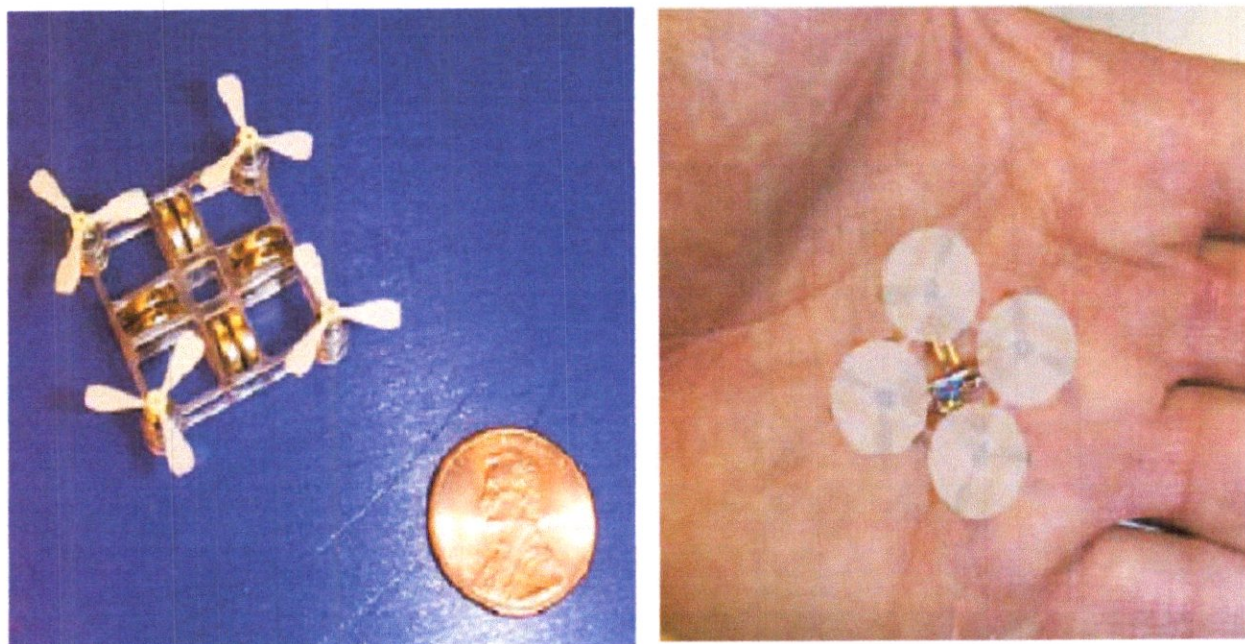


Figure I.12 :Le Mesicopter

I.4.3. Le project STARMAC 2007

STARMAC (Stanford Testbed of Autonomous Rotorcraft for Multi-Agent Control), un autre projet très intéressant qui étudie la commande multi – agents à l'université de Stanford d'Aéronautique et d'Astronautique, USA [18].

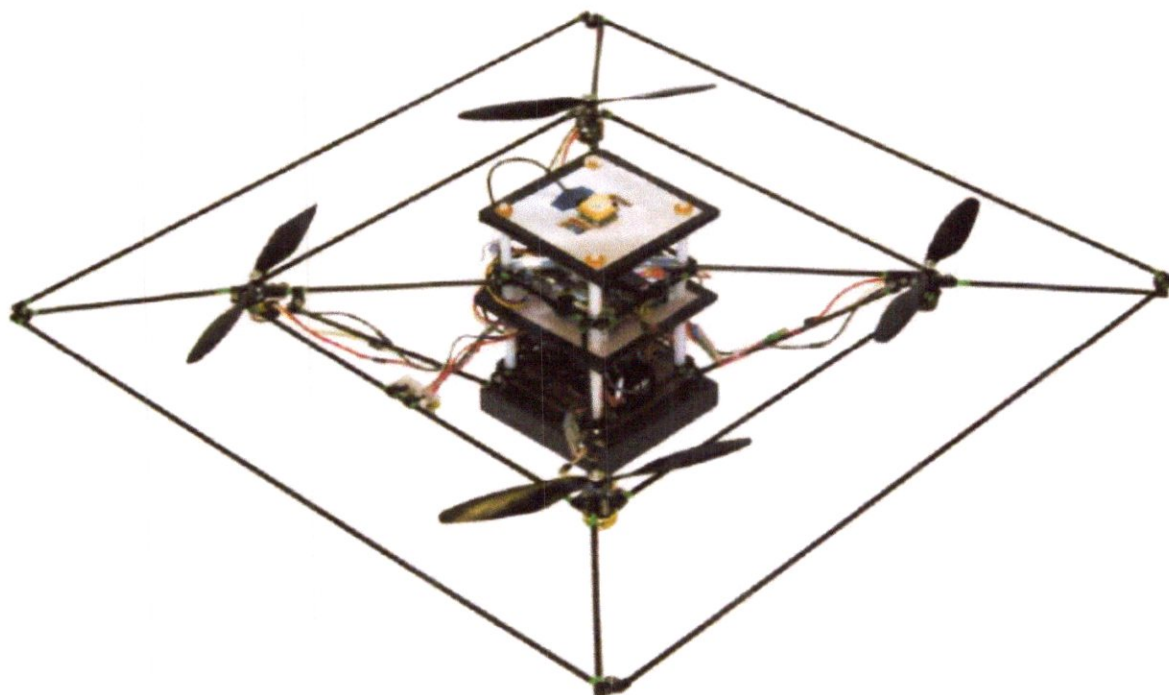


Figure I.13 : Le Quadrirotor STARMAC II

Les quadrirotors conçus pour ce projet (figure 1.13) sont des plateformes autonomes dédiées pour des applications « Outdoor » idéales pour valider de nouveaux algorithmes de coordination multi- véhicules et répondent aux exigences suivantes :

1. Une manœuvre simple et sûre, quel que soit le milieu (interne ou externe) ;
2. Une commande de position et de suivi de trajectoire en une pleine autonomie ;
3. L'utilisation de plusieurs capteurs pour la perception de l'environnement ;
4. La communication avec d'autres plateformes et avec une station au sol ;
5. L'implémentation temps réel des algorithmes de coordination multi-véhicules, sur des calculateurs embarqués.

Ces quadrirotors sont dotés de moteurs Brushless Axi 2208 pour la propulsion, et ils sont capables de suivre une trajectoire prescrite en utilisant des GPS, des Unités de Mesures Inertielles et des Ultrasons pour l'altitude [19].

La commande et tout calcul sont partagés en deux niveaux : une commande bas niveau qui exécute la boucle d'asservissement en temps réel et produit les signaux de commande PWM.

Cela se fait sur une carte microcontrôleurs de Robostix, basée sur le processeur Atmega128.

La planification, l'estimation et la commande de haut niveau sont effectuées sur un ordinateur embarqué Crossbow Stargate 1.0

.I.4.4. Le projet OS4 (2003-2007)

Au Laboratoire des Systèmes autonomes (ASL) de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne, EPFL, Suisse, de nombreux projets ont étudié des Hélicoptères existants dans le commerce. Un modèle propre à l'EPFL a été développé, L'Omnidirectional Stationary Flying Outstretched Robot (OS4). Le développement de OS4 a eu pour but la réalisation d'un quadrirotor avec une pleine autonomie et capable de voler dans un environnement encombré.

Dans ce projet, l'équipe a travaillé simultanément sur les aspects de la conception et de la commande. Ceci a permis de simplifier la commande par changement de conception et vice versa [2].



Figure I.14 : Le Quadrirotor OS4

Le quadrirotor OS4 inclut tous les dispositifs nécessaires de l'avionique et d'énergie pour un vol entièrement autonome. Il comporte :

1. Une unité de mesure inertielle 3DM-GX1 comme capteur d'attitude ;
2. Un capteur de position basé sur la vision utilisant une caméra CCD miniature, embarquée et une marque au sol ;
3. Cinq capteurs à ultrason SRF10 Ultrasonic Ranger sont utilisés, quatre pour l'évitement des obstacles et un pour la mesure de l'altitude.
4. Un ordinateur embarqué Geode1200, de vitesse 266Mhz et 128M de RAM est utilisé pour l'implémentation temps réel des lois de commande.

Le tableau ci-dessous résume les projets les plus réputés concernant la conception des quadrirotor :

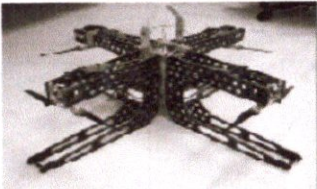

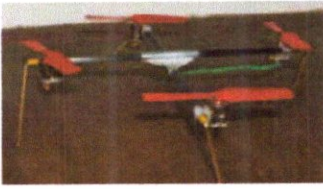


Projets	Université	Plateforme
Le X4-Flyer [Pounds, 2004]	Université National Australienne	
Le X4-Flyer [Guenard, 2005]	CEA France	
Le Quadrotor du projet Quentin	Ecole Pour l'Informatique et Techniques Avancées France	
Le Quadrotor Scott D. Hanford 2005	Université de Pennsylvanie Australie	
P. Tournier's Thèse	MIT USA	

Tableau I. 1. Quelques projets sur les Quadrotors

I.5. La commande des Quadrirotors

Les travaux de recherche effectués, par différents groupes de recherche et universités dans le monde, ont montré que la configuration du quadrirotor est meilleure que d'autres configurations d'hélicoptère pour les applications UAV.

Plusieurs architectures et techniques de contrôle ont été développées sur cette plateforme et un simple contrôleur PD peut lui fournir une stabilité suffisante [20].

Un grand nombre de travaux de recherche ont été effectués sur le développement des techniques de commande sur les quadrirotors. Nous présentons ici les techniques utilisées dans la littérature :

1. Commande utilisant le théorème de Lyapunov : Cette technique de commande a permis de démontrer que le quadrirotor est asymptotiquement stable sous certaines conditions ([2] [21], [22]).
2. Le contrôleur PID : cette commande classique n'a aucune exigence sur les paramètres du modèle commandé et elle est très simple à mettre en œuvre [23].

3. Le contrôleur PD² : la puissance de ce contrôleur réside dans sa propriété de la convergence exponentielle, essentiellement due à la compensation des moments de Coriolis et des moments gyroscopiques [24].
4. La commande adaptative : les techniques de commande adaptative offrent de bonnes performances, notamment avec les dynamiques non modélisables et l'incertitude des paramètres [25] ;
5. La commande LQR : cette loi de commande a donné de bons résultats dans la stabilisation d'attitude du quadrirotor OS4 dans les travaux de S .Bouabdallah et André Noth. Ces résultats ont été comparés avec ceux obtenus par le contrôleur PID [23].
6. L'approche Backstepping : de meilleurs résultats ont été obtenus avec cette technique de commande non linéaire, la convergence des états internes du quadrirotor a été garantie quelque soit les états initiaux. Cette technique de commande a été renforcée par la suite dans les travaux de [2] par l'ajout de l'action intégrale.

Cette approche a été validée sur OS4 dans diverses expériences de vol.

7. La commande « Dynamic Feedback » : cette technique a été appliquée dans quelques projets sur le quadrirotor, l'objectif est de transformer le système en boucle fermée en sous-systèmes linéaires, contrôlables et découplés [25], [26].

8. La Commande par Vision : cette technique est basée sur la commande visuelle utilisant soit une caméra miniature embarquée à bord du quadrirotor, ou une caméra externe [27].

D'autres techniques de commande ont été implémentées pour la commande des quadrirotor parmi lesquelles on peut citer : Feedback Linearization, la logique floue, les réseaux de neurones[Dunfied, 2004], et l'apprentissage par renforcement dans la stabilisation et la navigation du quadrirotor [25].

I.6. Instrumentation et Capteurs

Afin de mettre en œuvre la commande d'un système donné, les états et les propriétés de son environnement interne et externe doivent être connus. En d'autres termes, les paramètres importants pour la commande doivent être surveillés et rétroagis au système. Pour établir ces exigences, des capteurs spécifiques pour différents environnements d'observation doivent être utilisés,

Par exemple, pour la navigation d'un aéronef, une connaissance précise de son orientation et sa position est nécessaire. Ces informations peuvent être délivrées par une unité de mesure inertielle et un GPS. L'unité de mesure inertielle est composée d'accéléromètres, Gyroscopes et Magnétomètres à trois axes. Les Gyroscopes sont utilisés pour mesurer le taux de variation sur la rotation autour d'un axe alors que les accéléromètres sont utilisés pour mesurer des accélérations linéaires du système.

A cet ensemble de capteurs s'ajoutent d'autres types de capteurs pour la détection du champ magnétique terrestre qui sert au calcul de la direction et d'attitude.

Comme capteur de proximité, les sonars et les altimètres sont largement utilisés en plus des infrarouges. Cet ensemble de capteurs donne l'information sur la proximité d'un obstacle ainsi que la position d'une cible.

Les Caméras et tout autre capteur de vision sont utilisés essentiellement pour estimer les positions relatives des cibles, comme les sites au sol et les véhicules terrestres. Cependant, les systèmes de vision ne sont pas aussi rapides ni aussi fiables que d'autres capteurs et nécessitent un temps de calcul plus important et ils sont très sensibles au changement d'éclairage.

I.7. Conclusion

Ce chapitre permet au lecteur d'avoir des concepts préliminaires sur les robots volants et leur principe de fonctionnement. Le quadrirotor est l'un des robots volants qui sont en investigation ces dernières années. Ce système est constitué de quatre rotors, deux de ces rotors tournent dans un sens et les deux autres dans le sens inverse. En variant les vitesses de rotation de ces rotors, le quadrirotor peut faire des mouvements différents aussi bien en translation qu'en rotation.

Nous constatons que la configuration « Quadrirotor » adoptée dans ce travail a connu une grande considération dans cette dernière décennie, non seulement à l'échelle scientifique mais aussi à celle commerciale. Cela est essentiellement dû aux avancées croissantes des technologies d'instrumentation et des calculateurs et aux avantages qu'offre le Quadrirotor par rapport aux autres modèles d'UAV.

Cependant, les chercheurs sont toujours contraints à respecter les difficultés et les contraintes imposées par les phénomènes atmosphériques et les effets aérodynamiques qui sont généralement difficiles à estimer et à modéliser.

Chapitre II : Modélisation dynamique du quadrirotor

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation dynamique en vue de la commande du système quadrirotor. Après avoir donné la description de ce système, la structure générale et le principe de vol en premier chapitre ; nous mettons en évidence le modèle d'état adopté à ce système.

II.1. Introduction

Un système est un ensemble d'objets ou de phénomènes liés entre eux et isolés artificiellement du monde extérieur. La modélisation regroupe un ensemble de techniques permettant de disposer d'une représentation mathématique du système à étudier.

La modélisation théorique requiert une connaissance précise des phénomènes intervenant dans le système et une aptitude à les représenter par des équations mathématiques. Les systèmes physiques sont souvent complexes et difficilement exploitables, notamment pour la commande et l'observation des systèmes.

Les grands soucis de la modélisation sont : la précision et la fidélité du modèle vis-à-vis du processus réel et l'adéquation de ce modèle à une forme mathématiquement exploitable.

Afin de concevoir un contrôleur de vol, on doit d'abord comprendre profondément les mouvements de l'avion, sa dynamique et par conséquent ses équations dynamiques. Cette compréhension est nécessaire pas simplement pour la conception du contrôleur, mais afin de s'assurer que les simulations du véhicule dépendront un comportement aussi proche que possible de la réalité quand la commande est appliquée.

Beaucoup de tentatives de modélisation du drone (Quadrirotor) sont enregistrées dans la littérature, tel que celle établie par Lozano [22] par la méthode d'Euler-Lagrange et celle de Bouabdallah [29], ou encore une modélisation basée sur les méthodes évolutionnaires dans [30]. Le modèle présenté par Hamel [31,8] basé sur le formalisme de Newton a été obtenu à partir de la dynamique d'un corps rigide associé au fuselage auquel sont ajoutées les forces aérodynamiques générées par les rotors. Ce modèle en plus intègre la dynamique des actionneurs.

Notre approche de modélisation est basée sur le formalisme de Newton.

II.2. Modèle dynamique du quadrirotor

La modélisation des robots volants est une tâche délicate puisque la dynamique du système est fortement non linéaire et pleinement couplée.

En réalité, un grand nombre d'effets physiques ont lieu sur les robots volants. Malgré tout, il est nécessaire dans un premier temps d'effectuer des hypothèses afin d'éliminer ceux de plus faible importance :

- La structure est supposée rigide,

- Le drone possède une structure parfaitement symétrique ce qui induit que la matrice d'inertie sera supposée diagonale,
- La portance et la traînée de chaque moteur sont proportionnelles au carré de la vitesse, ce qui est une approximation très proche du comportement aérodynamique [32].

Pour évaluer le modèle mathématique du quadrirotor on utilise deux repères, un repère fixe lié à la terre R^b et un autre mobile R^m fixé au centre de masse de l'objet volant. Le passage entre le repère mobile et le repère fixe est donné par une matrice dite matrice de transformation T qui contient l'orientation et la position de repère mobile par rapport au repère fixe.

On choisit la convention d'axes suivante:

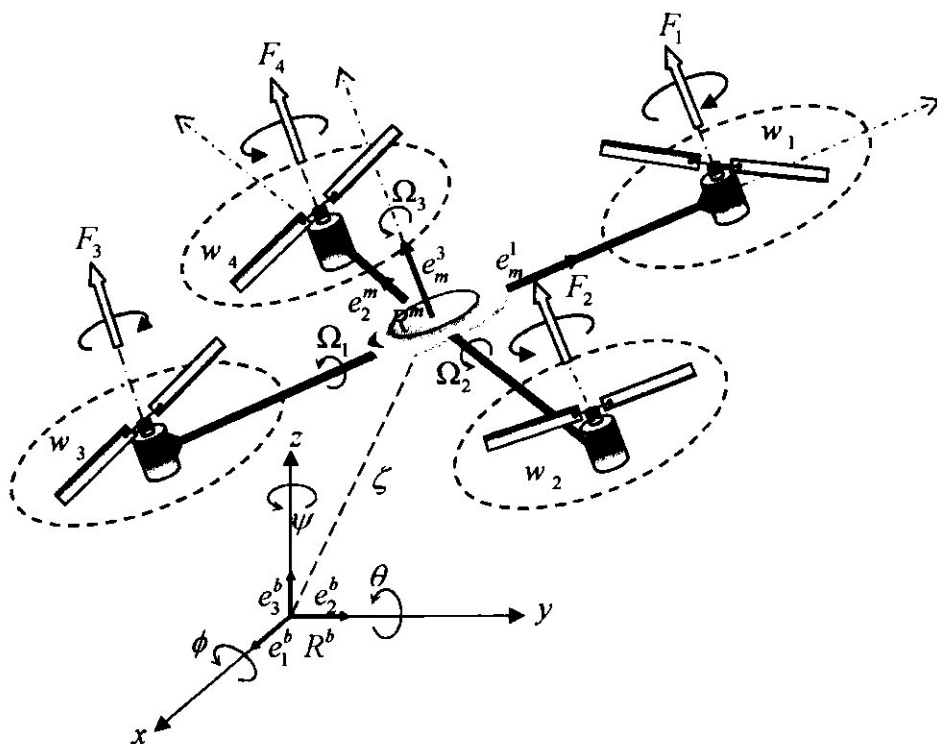


Figure II.1 : Géométrie du quadrirotor

$$T = \begin{bmatrix} R & \zeta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (II.1)$$

avec R la matrice de rotation (décrit l'orientation de l'objet mobile) ; ζ est le vecteur de position, $\zeta = [x \ y \ z]^T$. Pour déterminer les éléments de la matrice de rotation R , on utilise les angles d'Euler.

II.2.1. Angles d'Euler

Au début le repère mobile coïncide avec le repère fixe, après le repère mobile fait un mouvement de rotation autour de l'axe x d'un angle ϕ (roulis), suivi d'une rotation autour de l'axe y d'un angle θ (tangage), suivi d'une rotation autour de l'axe z d'angle ψ (lacet).

Donc on a la formule de la matrice de rotation R :

$$R = Rot_z(\psi) \times Rot_y(\theta) \times Rot_x(\phi) \quad (II.2)$$

$$R = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

$$R = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\phi s\theta c\psi - s\psi c\phi & c\phi s\theta c\psi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\phi s\theta s\psi + c\psi c\phi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

Avec :

$$c = \cos$$

$$s = \sin$$

II.2.2. Vitesses angulaires

Les vitesses de rotations $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ dans le repère fixe sont exprimées en fonction des vitesses de rotations $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ dans le repère mobile, on a :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + Rot_x(\phi)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + (Rot_y(\theta) Rot_x(\phi))^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

En effet, la rotation en roulis a lieu lorsque les repères sont encore confondus. Puis, en ce qui concerne le tangage, le vecteur représentant la rotation doit être exprimé dans le repère fixe: il est donc multiplié par $Rot_x(\phi)^{-1}$. De même, le vecteur représentant la rotation en lacet doit être exprimé dans le repère fixe qui a déjà subites deux rotations. On arrive ainsi à:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} c\phi \\ -\dot{\theta} s\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{\psi} s\theta \\ \dot{\psi} s\phi c\theta \\ \dot{\psi} c\phi c\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} s\theta \\ \dot{\theta} c\phi + \dot{\psi} s\phi c\theta \\ \dot{\psi} c\phi c\theta - \dot{\theta} s\phi \end{bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & c\phi c\theta \\ 0 & -s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

Quand le quadrirotor fait des petites rotations, on peut faire les approximations suivantes:

$$\begin{cases} c\phi = c\theta = c\psi = 1 \\ s\phi = s\theta = s\psi = 0 \end{cases}$$

Donc la vitesse angulaire sera:

$$\Omega = [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T \quad (\text{II.8})$$

II.2.3. Vitesses linéaires

Les vitesses linéaires v_x^b, v_y^b, v_z^b dans le repère fixe en fonction des vitesses linéaires v_x^m, v_y^m, v_z^m dans le repère mobile sont données par :

$$v = \begin{bmatrix} v_x^b \\ v_y^b \\ v_z^b \end{bmatrix} = R \times \begin{bmatrix} v_x^m \\ v_y^m \\ v_z^m \end{bmatrix} \quad (\text{II.9})$$

II.2.4. Effets physiques agissants sur le quadrirotor

A. Les forces

Les forces agissant sur le système sont:

- **Le poids du quadrirotor** : il est donné par $P = mg$, où : m est la masse totale et g la gravité.
- **Les forces de poussées** : qui sont des forces provoquées par la rotation des moteurs, elles sont perpendiculaires sur le plan des hélices. Ces forces sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation des moteurs :

$$F_i = b\omega_i^2 \quad (\text{II.10})$$

Avec $i = \overline{1:4}$, et b est le coefficient de portance, il dépend de la forme et le nombre des pales et la densité de l'air.

- **Les forces de traînée** : la force de traînée est le couplage entre une force de pression et la force de frottement visqueux, dans ce cas on a deux forces de traînée agissant sur le système qui sont :
 - ✓ La traînée dans les hélices : elle agit sur les pales, elle est proportionnelle à la densité de l'air, à la forme des pales et au carré de la vitesse de rotation de l'hélice, elle est donnée par la relation suivante :

$$T_h = d\omega^2 \quad (\text{II.11})$$

Avec d est le coefficient de drag il dépend de la fabrication de l'hélice.

- ✓ La traînée selon les axes (x, y, z) : elle est due au mouvement du corps du quadrirotor

$$F_t = K_f v \quad (\text{II.12})$$

Avec : K_f le coefficient de traînée de translation et v la vitesse linéaire.

B. Les moments

Il y a plusieurs moments agissants sur le quadrirotor, ces moments sont dus aux forces de poussée et de traînée et aux effets gyroscopiques.

- **Moments dus aux forces de poussées :**

- ✓ La rotation autour de l'axe x : elle est due au moment créé par la différence entre les forces de portance des rotors 2 et 4, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_x = l(F_4 - F_2) = ld(\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad (\text{II.13})$$

Avec l est la longueur du bras entre le rotor et le centre de gravité du quadrirotor.

- ✓ La rotation autour de l'axe y : elle est due au moment créé par la différence entre les forces de portance des rotors 1 et 3, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_y = l(F_3 - F_1) = ld(\omega_3^2 - \omega_1^2) \quad (\text{II.14})$$

- **Moments dus aux forces de traînée :**

- ✓ La rotation autour de l'axe z : elle est due à un couple réactif provoqué par les couples entraînés dans chaque hélice, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_z = d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad (\text{II.15})$$

- ✓ Moment résultant des frottements aérodynamiques, il est donné par :

$$M_a = K_{fa} \Omega^2 \quad (\text{II.16})$$

Avec :

K_{fa} : Le coefficient des frottements aérodynamiques et Ω est la vitesse angulaire.

C. Effet gyroscopique

L'effet gyroscopique se définit comme la difficulté de modifier la position ou l'orientation du plan de rotation d'une masse tournante[12]. L'effet gyroscopique est ainsi nommé en référence au mode de fonctionnement du gyroscope, appareil de contrôle de mouvement utilisé dans l'aviation (du grec *gyro* qui signifie rotation et *scope*, observer).

Physiquement, l'effet gyroscopique est une conséquence directe de l'énergie cinétique de rotation, cette grandeur étant proportionnelle à la masse, au carré de son rayon et au carré de sa vitesse de rotation. Pour faire simple, on peut comparer l'énergie cinétique d'une masse en rotation avec l'énergie cinétique d'une masse en translation et la difficulté de modifier l'orientation du plan de rotation avec la difficulté d'arrêter une masse en mouvement.

L'effet gyroscopique peut être mis en évidence en tenant une roue de vélo à bout de bras : on constate qu'il est plus facile de modifier le plan de rotation de la roue si celle-ci ne tourne pas. Inversement, plus la roue tourne vite, plus il est difficile d'opérer cette modification. La même observation serait faite si on augmentait la masse de la roue.

Dans notre cas il y a deux moments gyroscopiques, le premier est dans le moment gyroscopique des hélices et l'autre le moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor.

- Moment gyroscopique des hélices : il est donné par la relation suivante :

$$M_{gh} = \sum_1^4 \Omega \wedge J_r \left[0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \omega_i \right]^T \quad (\text{II.17})$$

Avec J_r est l'inertie des rotors.

- Moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor : il est donné par la relation suivante :

$$M_{gm} = \Omega \wedge J \cdot \Omega \quad (\text{II.18})$$

avec J est l'inertie du système.

II.2.5. Développement du Modèle mathématique selon Newton-Euler

En utilisant la formulation de Newton-Euler, les équations sont écrites sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \\ m\ddot{\zeta} = F_f + F_i + F_g \\ \dot{R} = RS(\Omega) \\ J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega + M_f - M_a - M_{gh} \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

Avec :

ζ : est le vecteur de position du quadrirotor,

m : la masse totale du quadrirotor,

J : matrice d'inertie symétrique de dimension (3x3), elle est donnée par :

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}, \quad (\text{II.20})$$

Ω : La vitesse angulaire exprimée dans le repère fixe,

R : La matrice de rotation,

\wedge : Le produit vectoriel,

$S(\Omega)$: est la matrice antisymétrique; pour un vecteur de vitesse $\Omega = [\Omega_1 \quad \Omega_2 \quad \Omega_3]^T$, elle est donnée par:

$$S(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{II .21})$$

F_f : est la force totale générée par les quatre rotors, elle est donnée par :

$$F_f = R \times \left[0 \quad 0 \quad \sum_{i=1}^4 F_i \right]^T \quad (\text{II .22})$$

$$F_i = b\omega_i^2 \quad (\text{II .23})$$

F_t : la force de traînée selon les axes (x, y, z) , elle est donnée par :

$$F_t = \begin{bmatrix} -K_{fx} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{fy} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{fz} \end{bmatrix} \dot{\zeta} \quad (\text{II .24})$$

K_{fx}, K_{fy}, K_{fz} : Les coefficients de traînée de translation,

F_g : force de gravité, elle est donnée par :

$$F_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix}, \quad (\text{II .25})$$

M_f : moment provoqué par les forces de poussée et de traînée.

$$M_f = \begin{bmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_3 - F_1) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (\text{II .26})$$

M_a : moment résultant des frottements aérodynamiques, elle est donnée par :

$$M_a = \begin{bmatrix} K_{fax} \dot{\phi}^2 \\ K_{fay} \dot{\theta}^2 \\ K_{faz} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II .27})$$

$K_{f_{ax}}, K_{f_{ay}}, K_{f_{az}}$: Les coefficients des frottements aérodynamiques.

A. Equations de mouvement de translation

On a :

$$m\ddot{\zeta} = F_f + F_t + F_g \quad (\text{II .28})$$

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi \\ c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ c\phi c\theta \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i - \begin{bmatrix} K_{f_{ax}} \dot{x} \\ K_{f_{ay}} \dot{y} \\ K_{f_{az}} \dot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (\text{II .29})$$

on obtient alors les équations différentielles qui définissent le mouvement de translation :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} (c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi) \left(\sum_{i=1}^4 F_i \right) - \frac{K_{f_{ax}}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} (c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi) \left(\sum_{i=1}^4 F_i \right) - \frac{K_{f_{ay}}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} (c\phi c\theta) \left(\sum_{i=1}^4 F_i \right) - \frac{K_{f_{az}}}{m} \dot{z} - g \end{cases} \quad (\text{II .30})$$

B. Equations de mouvement de rotation

On a :

$$J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega + M_f - M_a - M_{gh} \quad (\text{II .31})$$

On remplace par les équations (I.8), (I.17), (I.19), (I.25) et (I.26), on trouve :

$$\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \wedge \left(\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} K_{f_{ax}} \dot{\phi}^2 \\ K_{f_{ay}} \dot{\theta}^2 \\ K_{f_{az}} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} J_r \Omega_r \dot{\theta} \\ -J_r \Omega_r \dot{\phi} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II .32})$$

Ça conduit aux équations différentielles définissant le mouvement de rotation :

$$\begin{cases} I_x \ddot{\phi} = -\dot{\theta}\dot{\psi}(I_z - I_y) - K_{f\alpha}\dot{\phi}^2 - J_r \Omega_r \dot{\theta} + lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ I_y \ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x) - K_{f\alpha}\dot{\theta}^2 + J_r \Omega_r \dot{\phi} + lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ I_z \ddot{\psi} = -\dot{\phi}\dot{\theta}(I_y - I_x) - K_{f\alpha}\dot{\psi}^2 + d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

Avec :

$$\Omega_r = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4 \quad (\text{II.34})$$

Selon les équations qui définissent la translation et la rotation du système on peut décrire la dynamique du quadrirotor comme suite :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \dot{\theta}\dot{\psi} - \frac{J_r}{I_x} \Omega_r \dot{\theta} - \frac{K_{f\alpha}}{I_x} \dot{\phi}^2 + \frac{l}{I_x} u_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \dot{\phi}\dot{\psi} + \frac{J_r}{I_y} \Omega_r \dot{\phi} - \frac{K_{f\alpha}}{I_y} \dot{\theta}^2 + \frac{l}{I_y} u_3 \\ \ddot{\psi} = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \dot{\theta}\dot{\phi} - \frac{K_{f\alpha}}{I_z} \dot{\psi}^2 + \frac{1}{I_z} u_4 \\ \ddot{x} = -\frac{K_{f\alpha}}{m} \dot{x} + \frac{1}{m} u_x u_1 \\ \ddot{y} = -\frac{K_{f\alpha}}{m} \dot{y} + \frac{1}{m} u_y u_1 \\ \ddot{z} = -\frac{K_{f\alpha}}{m} \dot{z} - g + \frac{1}{m} u_z u_1 \end{cases} \quad (\text{II.35})$$

Avec :

$$\begin{aligned} u_x &= (c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi) \\ u_y &= (c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi) \\ u_z &= (c\phi c\theta) \end{aligned} \quad (\text{II.36})$$

Et :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -b & 0 & b \\ -b & 0 & b & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.37})$$

II.2.6. La représentation d'état du système

Pour un système physique il existe une multitude de représentations d'état, dans notre cas on choisit le vecteur d'état comme suit :

$$X = [\phi \ \dot{\phi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\psi} \ x \ \dot{x} \ y \ \dot{y} \ z \ \dot{z}]^T$$

$$= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12}]^T$$

On obtient la représentation d'état suivante :

$$\dot{X} = f(X, U) \quad (\text{II.38})$$

Avec :

$$f(X, U) = \begin{pmatrix} x_2 \\ \frac{(I_y - I_z)}{I_x} x_4 x_6 - \frac{J_r}{I_x} \Omega_r x_4 - \frac{K_{fax}}{I_x} x_2^2 + \frac{l}{I_x} u_2 \\ x_4 \\ \frac{(I_z - I_x)}{I_y} x_2 x_6 + \frac{J_r}{I_y} \Omega_r x_2 - \frac{K_{fay}}{I_y} x_4^2 + \frac{l}{I_y} u_3 \\ x_6 \\ \frac{(I_x - I_y)}{I_z} x_2 x_4 - \frac{K_{faz}}{I_z} x_6^2 + \frac{1}{I_z} u_4 \\ x_8 \\ -\frac{K_{fzx}}{m} x_8 + \frac{1}{m} u_x u_1 \\ x_{10} \\ -\frac{K_{fzy}}{m} x_{10} + \frac{1}{m} u_y u_1 \\ x_{12} \\ -\frac{K_{fz}}{m} x_{12} - g + \frac{1}{m} u_z u_1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.39})$$

II.2.7. La dynamique des moteurs

Généralement les moteurs utilisés dans les quadrirotors sont des moteurs à courant continu. La dynamique d'un moteur à courant continu est donnée par les équations différentielles suivantes [13] :

$$J_r \dot{\omega}_i = \tau_i - Q_i \quad , i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (\text{II.40})$$

Avec : $Q_i = k \omega_i^2$ et τ_i est le couple d'entrée.

Pour atteindre les objectifs de la commande d'un quadrirotor, une boucle d'asservissement en vitesse est souvent nécessaire. D'abord, nous avons besoin de déterminer les vitesses désirées $\omega_{d,i}$ correspondantes aux valeurs des commandes fournies par le contrôleur. Les vitesses $\omega_{d,i}$ peuvent être calculées comme suit :

$$\varpi_d = M^{-1}U \quad (\text{II.41})$$

Avec :

$$\varpi_d = (\omega_{d1}^2, \omega_{d2}^2, \omega_{d3}^2, \omega_{d4}^2)$$

$$U = (u_1, u_2, u_3, u_4)$$

$$M = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -b & 0 & b \\ -b & 0 & b & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix}$$

Pour un choix du couple d'entrée τ_i comme suit

$$\tau_i = Q_i + J_r \dot{\omega}_{d,i} - k_i \tilde{\omega}_i \quad (\text{II.42})$$

avec k_i , $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, des gains positifs, et $\tilde{\omega}_i = \omega_i - \omega_{d,i}$ l'erreur résultante, et si on remplace (II.42) dans (II.40), on trouve :

$$\dot{\tilde{\omega}}_i = -\frac{k_i}{J_r} \tilde{\omega}_i \quad (\text{II.43})$$

Cette relation représente la dynamique de l'erreur et qui nous montre la convergence exponentielle de ω_i vers $\omega_{d,i}$.

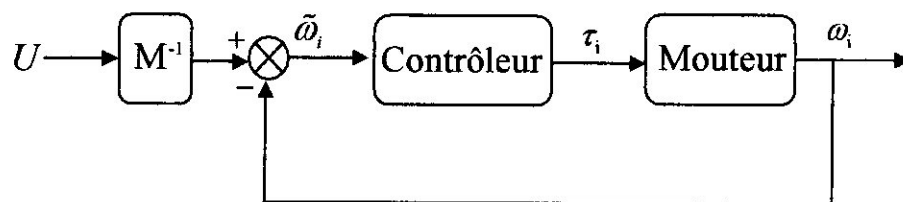


Figure II.2 : Dynamique des moteurs

II.3. Simulation en boucle ouverte

Dans cette partie on va faire une simulation en boucle ouverte sur le quadrirotor, en injectant directement aux entrées du système les vitesses de rotation.

Pour illustrer le comportement dynamique du système et l'effet des vitesses de rotations sur les mouvements du quadrirotor, on prend les quatre cas suivants :

1^{er} cas : pour $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = 200$ (rad / sec)

2^{ème} cas : pour $\omega_1 = \omega_3 = 250$ (rad / sec), et $\omega_2 = \omega_4 = 150$ (rad / sec)

3^{ème} cas : pour $\omega_1 = 150$ (rad / sec), $\omega_3 = 250$ et $\omega_2 = \omega_4 = 200$ (rad / sec)

4^{ème} cas : pour $\omega_2 = 150$ (rad / sec), $\omega_4 = 250$ (rad / sec) et $\omega_1 = \omega_3 = 200$ (rad / sec)

Les paramètres du modèle du quadrirotor utilisé dans la simulation sont présentés dans le tableau suivant :

Paramètres	Valeurs	Paramètres	Valeurs	Paramètres	Valeurs
I_x	$3.8278 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$	b	2.9842×10^{-5}	K_{fay}	5.5670×10^{-4}
I_y	$3.8288 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$	d	3.2320×10^{-7}	K_{faz}	6.3540×10^{-4}
I_z	$7.6566 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$	J_r	$2.8385 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^2$	K_{fzx}	5.5670×10^{-4}
m	0.486 kg	k	3.2×10^{-7}	K_{fyz}	5.5670×10^{-4}
g	9.806 m/s^2	k_i	$20 \times J_r$	K_{fzx}	6.3540×10^{-4}
l	0.25 m	K_{fax}	5.5670×10^{-4}	V_{\max}	300 rad/sec

Tableau II.1 : Paramètres du modèle du quadrirotor utilisé

Les figures (II.3), (II.4), (II.5) et (II.6), représentent les sorties du système pour ces quatre cas.

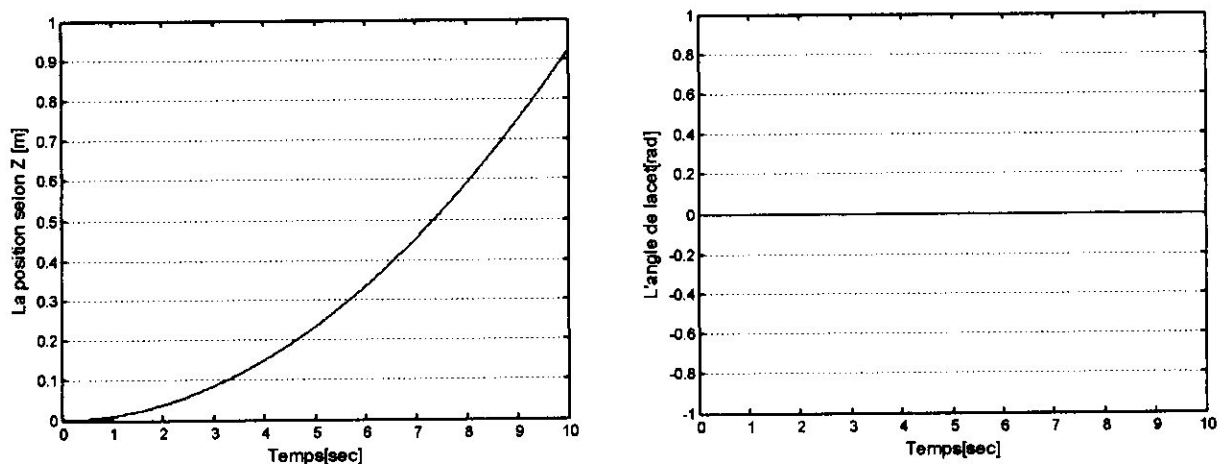


Figure II.3 : 1^{er} Cas (mouvement vertical selon z)

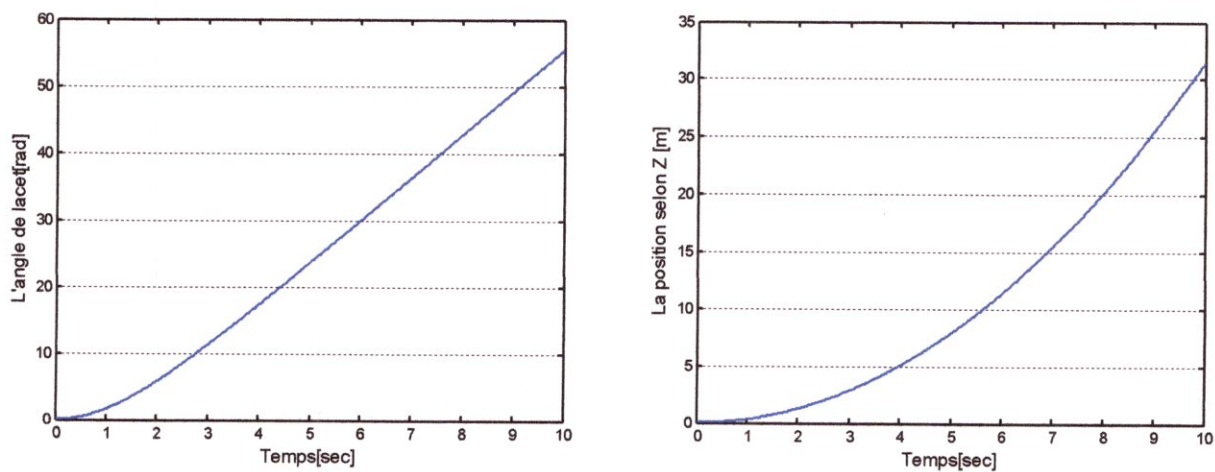


Figure II.4 :2ème Cas (mouvement de lacet)

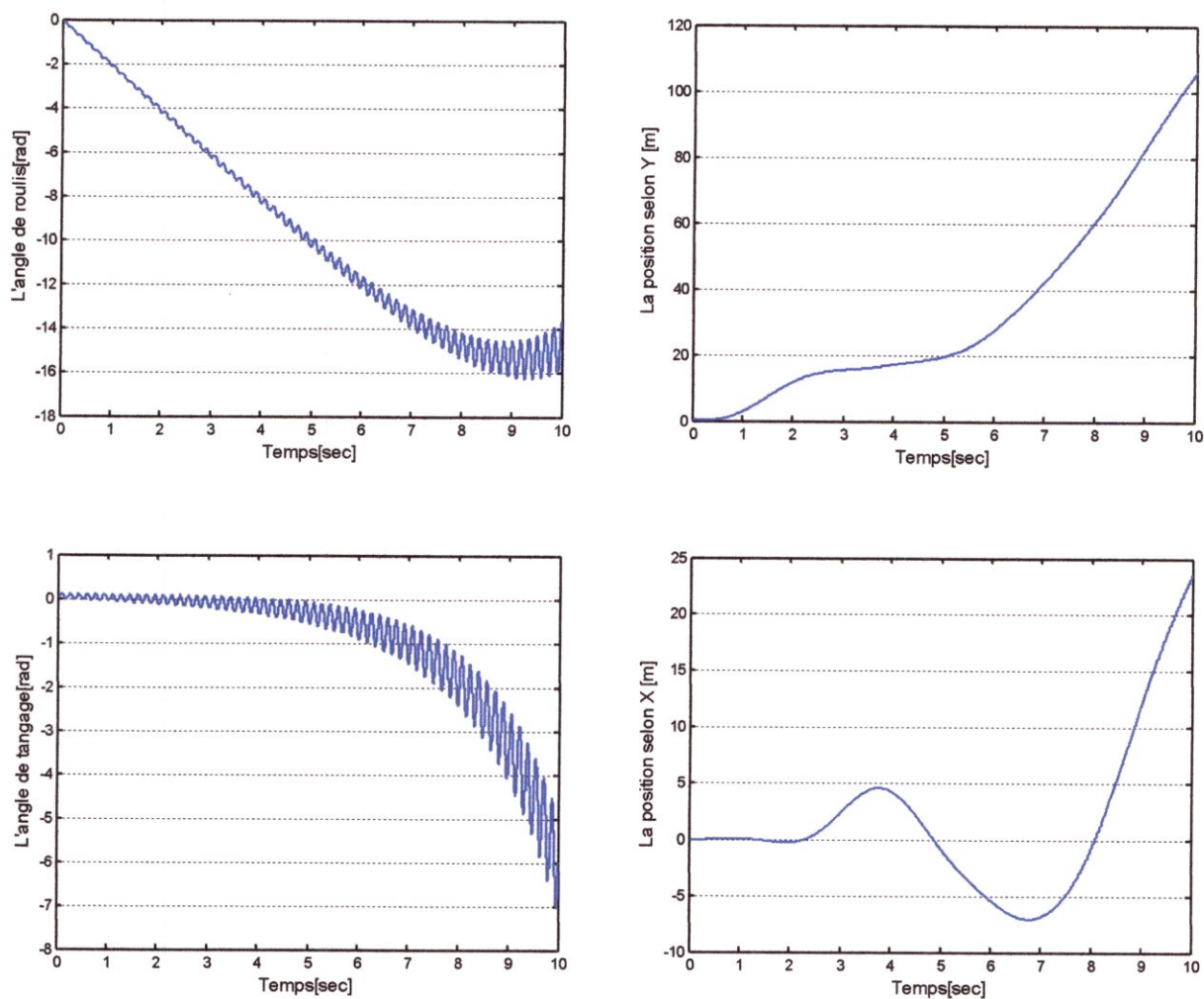


Figure II.5 :3ème Cas (mouvement de roulis)

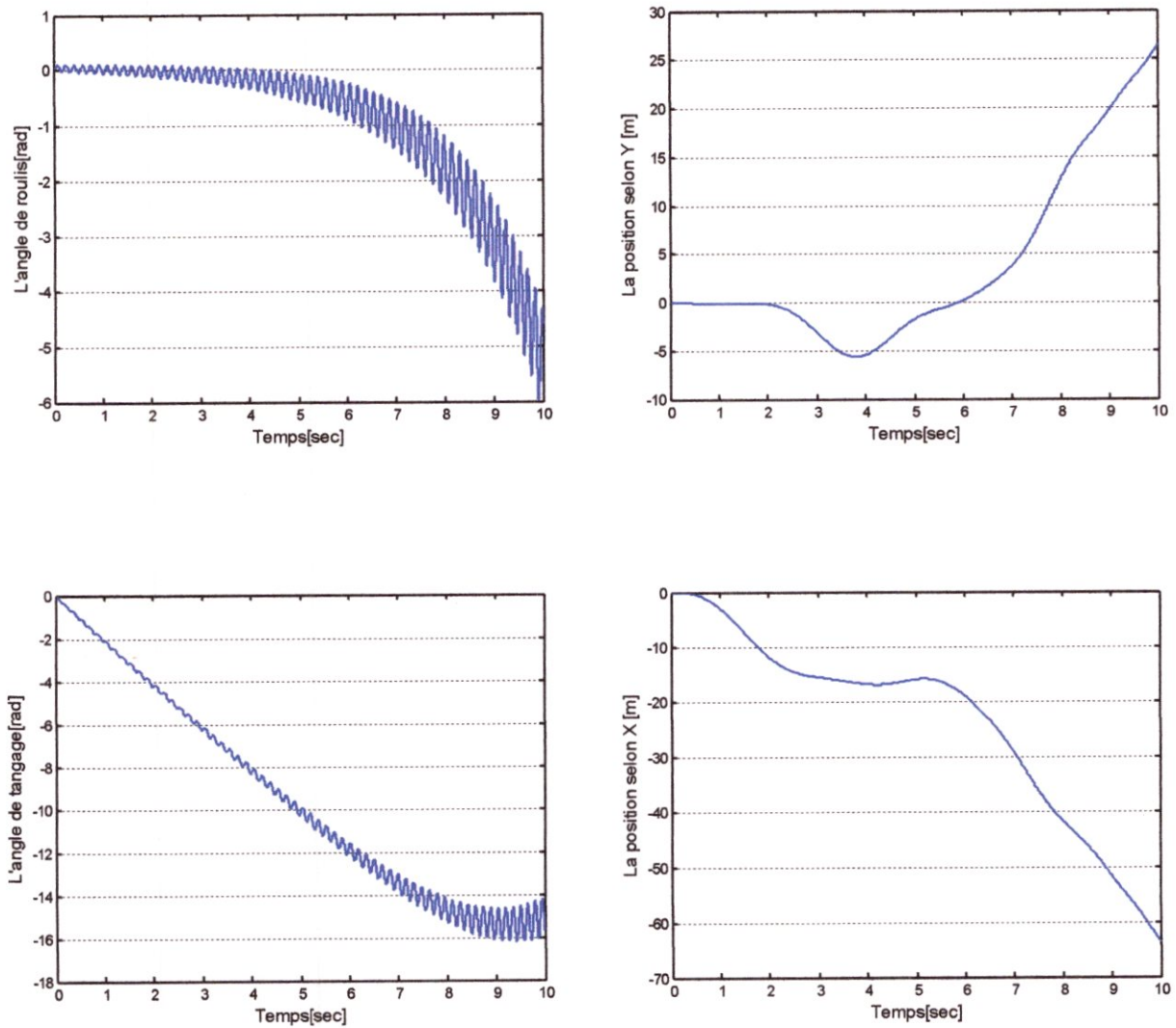


Figure II.6 : 4^{ème} Cas (mouvement de tangage)

II.3.1. Commentaires sur les résultats

Pour le premier cas :

On remarque que le quadrirotor fait une translation verticale due aux forces de portance créées par la commande u_1 (figure II.3). On remarque aussi, que la translation suivant l'axe x et y est nulle car la rotation autour de ces deux axes est nulle.

Donc on peut dire que la translation selon l'axe z est provoquée par l'action u_1 .

Pour le deuxième cas :

Selon la figure (II.4), on peut remarquer que le quadrirotor fait une rotation autour de l'axe z (lacet), ce mouvement est provoqué par la variation des vitesses de rotation des rotors avant et arrière par rapport aux rotors latéraux.

Alors la rotation autour de l'axe z est due à l'action u_4 .

Pour le troisième cas :

D'après la figure (II.5), le quadrirotor fait une rotation autour de l'axe y (tangage), cette rotation provoque une translation selon x . Il existe aussi un mouvement de rotation autour de l'axe x dû aux différents effets agissants sur le quadrirotor et une translation verticale parce que la force de portance est supérieure au poids du système.

Donc la translation selon l'axe x est due à la rotation autour de l'axe y qui est provoquée par l'action u_3 .

Pour le quatrième cas :

Selon la figure (II.6), on remarque que le quadrirotor effectue une rotation autour de l'axe x (roulis), ce mouvement donne une translation selon l'axe y . On a aussi un mouvement de rotation autour de l'axe y et une translation verticale.

Donc la translation selon l'axe y est due à la rotation autour de l'axe x qui est provoquée par l'action u_2 .

II.4. Conclusion

L'utilisation du formalisme de Newton-Euler nous a permis d'établir le modèle dynamique du quadrirotor. À partir du modèle obtenu, nous concluons que le quadrirotor est un système sous actionné. De plus, la complexité du modèle, la non-linéarité, l'interaction entre les états du système, peuvent se voir clairement. Les simulations faites en boucle ouverte sur un modèle du quadrirotor mettent en évidence l'instabilité du système en boucle ouverte et la nécessité d'un régulateur performant en boucle fermée. Dans le chapitre suivant, nous présenterons la synthèse des lois de commandes linéaires (PID, retour d'état), et les lois de commandes non linéaires (mode glissant et Backstepping)

Chapitre III : Commande linéaire du Quadrotor

Le troisième chapitre est consacré à la synthèse des lois de commande linéaire qui permettent la stabilisation de l'attitude du Quadrotor. Le travail demandé se scinde alors en deux parties la première est la commande routeur d'état ou feedback et la deuxième c'est la commande PID.

III.1 Introduction :

Les UAVs et les aéronefs autonomes de n'importe quelle famille doivent être capables de stabiliser leur attitude avant qu'une commande de vol n'intervienne. La stabilisation d'attitude est la partie la plus importante dans la commande des robots volants qui sont de nature instable, et les rendre manœuvrables reste toujours un défi.

Le contrôle d'attitude n'est pas limité uniquement aux aéronefs, il est de même pour tous corps rigide et plusieurs projets de recherche portent sur ce problème et se font sur des robots mobiles, volants ou sous-marins. La commande de vol d'un Quadrotor sans l'utilisation d'une boucle de commande, est pratiquement impossible.

III.2 Systèmes linéaires

Une très grande classe de systèmes physiques, biologiques, économiques, etc. qui nous entourent peuvent être décrits par une équation différentielle du type :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = g(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Sous l'hypothèse que le temps t dans lequel évolue le système est continu (c'est-à-dire appartient à \mathbb{R}). Le vecteur $u(t)$ est l'entrée (ou la commande) du système. Sa valeur peut être choisie arbitrairement pour tout t . Le vecteur $y(t)$ est la sortie du système et peut être mesuré avec une certaine précision. Le vecteur $x(t)$ est appelé état du système, il représente la mémoire du système, c'est-à-dire, l'ensemble des informations dont le système a besoin pour prédire son propre avenir, pour une entrée $u(t)$ connue. La première des deux équations de (III.1) s'appelle équation d'évolution. Il s'agit d'une équation différentielle qui permet de savoir vers où va se diriger l'état $x(t)$ sachant sa valeur à l'instant présent t et la commande $u(t)$ que nous sommes en train d'exercer. La deuxième équation s'appelle équation d'observation. Elle permet de calculer le vecteur de sortie $y(t)$, connaissant l'état et la commande à l'instant t . Attention, contrairement à l'équation d'évolution, cette équation n'est pas une équation différentielle car elle ne fait pas intervenir les dérivées des signaux. Les équations (I.1) forment la représentation d'état du système.

Dans le cas d'un système physique linéaire les fonctions f et g sont des fonctions linéaires, et donc la représentation d'état devient :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

Les matrices A, B, C, D sont appelées matrices d'évolution, de commande, d'observation et directe, respectivement.

III.2.1 Stabilité

Le problème de la stabilité des systèmes dynamiques est un sujet de préoccupation majeur du travail des mathématiciens, des physiciens et des ingénieurs depuis le siècle dernier. Beaucoup de livres ont été écrits dans ce domaine [19], [20], [21] à la fois sur le plan

théorique et sur le plan pratique. Deux types d'études complémentaires peuvent être considérées : la conception de test pour savoir si un système est stable ou non, l'étude des lois de contre-réaction (retour d'état) qui permettent de rendre stable un système instable.

Les critères d'analyse de stabilité peuvent être classés en deux catégories : les critères fréquentiels (à partir des diagrammes de Bode ou de Nyquist, ...) et les critères temporels (cercles de Gerschgorin, deuxième méthode de Lyapunov, ...). Si un système est linéaire, invariant par rapport au temps, il est facile d'étudier la stabilité avec la plupart des critères existant dans la littérature (Nyquist, Hurwitz, ...). Mais le nombre de critères pouvant aisément être mis en œuvre se réduit fortement si le système linéaire est à paramètres incertains. Dans ce paragraphe, nous présentons quelques critères de stabilité qui peuvent être utilisés pour analyser les systèmes linéaires ou non linéaires. D'une façon générale, les systèmes non linéaires sont les plus difficiles à étudier parce qu'il est délicat d'en faire l'étude dans le domaine fréquentiel (fonction de transfert difficile à exploiter).

Il est alors préférable d'avoir un critère utilisant le modèle du système dans le domaine temporel. Pour étudier ce problème, nous avons retenu les méthodes de Lyapunov.

Définition III.1 :

Un système est localement stable, si la stabilité peut être garantie autour d'une valeur particulière x_e d'état.

Bien sûr, si l'équilibre x_e est stable, il existe un petit domaine autour de ce point où le système est stable ; mais la taille de ce domaine est inconnue et nous n'avons pas prouvé la stabilité du domaine autour de l'état x_e .

Définition III.2 :

Une valeur particulière x_e de l'état d'un système, appelée état d'équilibre, est asymptotiquement stable si :

- il est stable,
- il existe $r > 0$ tel que

$$\text{si } \|x_0\| < r \text{ alors } \lim_{t \rightarrow \infty} \|x\| \rightarrow 0$$

Au contraire de la stabilité locale, la taille du sous-ensemble est connue et tout le sous-ensemble est stable.

Définition III.3 :

Si un système est asymptotiquement stable pour n'importe quelle condition initiale dans l'espace d'état, on dira que le point d'équilibre x_e est asymptotiquement stable au sens large. On dira aussi qu'il est globalement stable.

Maintenant, nous allons présenter quelques critères de stabilité. Comme la plupart des critères présentes sont bien connus, nous ne donnons pas les preuves et renvoyons le lecteur aux références bibliographiques.

III.2.2 Commande des systèmes linéaires

Dans cette partie nous présentons la conception de régulateurs pour les systèmes donnés par des équations d'états linéaires. Tout d'abord, nous allons supposer que l'état x est accessible à la mesure, bien que cette hypothèse ne soit généralement pas vérifiée, elle nous permettra d'établir les principes de la commande par retour d'états.

Considérons donc le système linéaire suivant

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Remarque III.1

Nous avons ici supposé, dans un but de simplification que la matrice directe D intervenant dans l'équation d'observation (I.2) était nulle. C'est souvent le cas en pratique.

III.2.2.1 Commandabilité

Il existe de multiples définitions équivalentes pour la commandabilité des systèmes linéaires, une définition simple pour la commandabilité est la suivante.

- Un système est commandable en x_1 , s'il existe une commande qui permet de ramener le système de l'état x_0 à l'état x_1 en un temps fini.
- Un système est complètement commandable s'il est commandable à tous les points de l'espace d'état.

III.2.2.2 Critère de commandabilité de Kalman

Un système est complètement commandable si et seulement si la matrice de commandabilité

$$Q_c = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (\text{III.4})$$

Est régulière (de rang plein, $\text{rang}(Q_c) = n$ ou $\det(Q_c) \neq 0$)

Remarque I.2

Si la matrice A est diagonale, le système est complètement commandable si tous les éléments (les lignes) de la matrice B ne sont pas nuls.

III.2.2.3 Commande par retour d'états

On considère le système supposé commandable $\dot{x} = Ax + Bu$ et on cherche un régulateur pour ce système de la forme $u = w - Kx$, où w est la consigne. Cela suppose que x soit accessible.

Les équations d'état du système bouclé s'écrivent :

$$\dot{x} = Ax + B(w - Kx) = (A - BK)x + Bw \quad (\text{III.5})$$

Il est légitime de vouloir choisir la matrice de régulation K de façon à imposer les pôles du système bouclé. Ce problème est équivalent à imposer le polynôme caractéristique du système. Soit $P_{com}(s)$ le polynôme désiré, que l'on supposera bien sûr de degré n . Il nous faut résoudre l'équation polynomiale

$$\det (sI - A + BK) = P_{com} (s) \quad (\text{III.6})$$

dite de placement de pôles. Cette équation peut se traduire en n équations scalaires. Rappelons en effet que deux polynômes de degré n et unitaires $s^n + a_{n-1}s + \dots + a_0$ et $s^n + b_{n-1}s + \dots + b_0$ sont égaux si et seulement si leurs coefficients sont tous égaux, c'est-à-dire si $a_{n-1} = b_{n-1}, \dots, a_0 = b_0$. Notre système de n équations possède $m \times n$ inconnues qui sont les coefficients $k_{ij}, i \in \{1, \dots, m\}, j \in \{1, \dots, n\}$. En fait, une seule matrice solution K nous suffit. L'instruction *place* de *Matlab* permet de résoudre l'équation (I.12).

Cette commande est utilisable pour un problème de stabilisation (c'est-à-dire $w = 0$), pour un problème de poursuite (consigne variable $w \neq 0$), il faut ajouter un pré-compensateur.

III.2.2.4 Insertion d'un pré-compensateur

La commande *place* de *Matlab* nous permet de synthétiser un régulateur assure que si le vecteur de consigne w est nul, l'état du système x va converger vers 0 avec une dynamique déterminée par les pôles placés. Lorsque w n'est plus nul, l'état converge vers une valeur qui n'est plus forcément nulle. Un pré-compensateur est une matrice carrée P_w , que l'on place juste après le vecteur de consigne, comme sur la figure (I.1).

Ce pré-compensateur ne change pas les pôles du système bouclé. Il permet de mettre en correspondance certaines composantes de la consigne avec certaines variables d'état préalablement choisies (sorties). Dans ce cas la loi de commande sera :

$$u(t) = -Kx(t) + P_w w(t) \quad (\text{III.7})$$

Le système en boucle fermé est donnée par :

$$\dot{x} = Ax + B(P_w w - Kx) = (A - BK)x + BP_w w \quad (\text{III.8})$$

III.2.2.5 Calcul de la matrice de pré-compensateur

Les équations d'état et de sortie en régime statique (permanant) s'écrivent :

$$\begin{cases} 0 = (A - BK)x(t) + BP_w w(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

Alors :

$$\begin{cases} x(t) = -(A - BK)^{-1} BP_w w(t) \\ y(t) = -C(A - BK)^{-1} BP_w w(t) \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

Donc pour que la sortie suive la consigne $y(t) = w(t)$ il faut :

$$P_w = -\left(C(A - BK)^{-1} B\right)^{-1} \quad (\text{III.11})$$

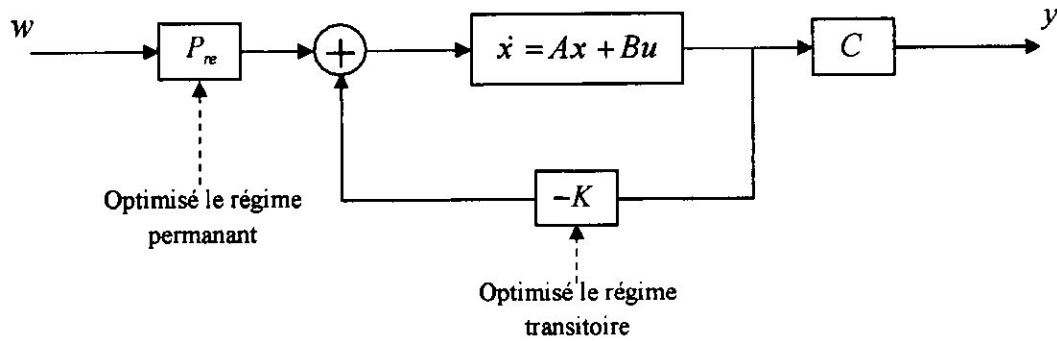


Figure III.1 Insertion d'un pré-compensateur

III.2.2.6 Rajout d'un effet intégral

Le rôle de l'action intégral est d'annulé l'erreur statique entre la consigne et la sortie du système. Un régulateur par retour d'état avec effet intégral est de la forme :

$$u(t) = -Kx(t) - K_i \int_0^t e(t) dt + P_r w(t) \tag{III.12}$$

Le système augmenté est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ \dot{z} = e = w - Cx \\ u = P_r w - Kx - K_i z \end{cases} \tag{III.13}$$

En remplace l'entrée u par sa valeur on obtient le système augmenter :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & -BK_i \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} BP_r \\ 1 \end{bmatrix} w \tag{III.14}$$

III.3 Linéarisation du système autour d'un point

Dans ce cas, on suppose disposer d'un modèle mathématique non linéaire du processus physique qu'on linéarise autour d'un point de fonctionnement judicieusement choisis. Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) \\ y(t) = G(x(t), u(t)) \end{cases} \tag{III.15}$$

Le comportement du système non linéaire autour d'un point de fonctionnement (x_0, u_0) , peut être approximé par un système linéaire invariant dans le temps (LTI). En utilisant le développement de Taylor du premier ordre, on obtient :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(x(t) - x_0) + B(u(t) - u_0) + F(x_0, u_0) \\ y(t) = C(x(t) - x_0) + D(u(t) - u_0) + G(x_0, u_0) \end{cases} \tag{III.16}$$

Que l'on peut réécrire sous la forme

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + N \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

Avec :

$$A = \left. \frac{\partial F(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}}, \quad B = \left. \frac{\partial F(x, u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}}, \quad E = F(x_0, u_0) - Ax_0 - Bu_0$$

$$C = \left. \frac{\partial G(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}}, \quad D = \left. \frac{\partial G(x, u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}}, \quad N = G(x_0, u_0) - Cx_0 - Du_0$$

D'un point de vue mathématique, ceci correspond à approximer les fonctions $F(x(t), u(t))$ et $G(x(t), u(t))$ par son plan tangent au point (x_0, u_0) .

III.4 Commande linéaire du Quadrotor

III.4.1 Commande par retour d'état

Avant d'aller à l'étape de synthèse des lois de commande, nous présentons le modèle linéaire qui représente la dynamique de l'attitude du Quadrotor et qui sera utilisé pour synthétiser les lois de commande stabilisantes.

Le modèle de l'attitude du Quadrotor est donné par :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{1}{I_x} \left((I_y - I_z) \dot{\theta} \dot{\psi} - I_r \Omega_r \dot{\theta} - K_{\text{afx}} \dot{\phi} + u_2 \right) \\ \ddot{\theta} = \frac{1}{I_y} \left((I_z - I_x) \dot{\phi} \dot{\psi} + I_r \Omega_r \dot{\phi} - K_{\text{afy}} \dot{\theta} + u_3 \right) \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} \left((I_x - I_y) \dot{\theta} \dot{\phi} - K_{\text{afz}} \dot{\psi} + u_4 \right) \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

Le modèle linéaire correspondant est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

Les matrices A, B, C sont

$$A_t = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & a_2 \dot{\psi} + a_3 & 0 & a_2 \dot{\theta} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_4 \dot{\psi} + a_5 & 0 & a_6 & 0 & a_4 \dot{\phi} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_7 \dot{\theta} & 0 & a_7 \dot{\phi} & 0 & a_8 \end{bmatrix} \quad (\text{III.20})$$

systeme, et un pre-compensateur pour assure la pour suite des variables de references en cas de poursuite de trajectoire. La commande par retour d'état qui assure la stabilisation du Quadrotor est donnée par :

$$u(t) = -Kx(t) - K_i \int_0^t e(t) dt \quad (\text{III.23})$$

La matrice K est :

$$K = \begin{bmatrix} 2.0512 & 0.2918 & -0.1367 & -0.0088 & -0.0004 & -0.0001 \\ -0.1424 & -0.0092 & 1.7039 & 0.2696 & 0.0002 & 0.000 \\ -0.381 & -0.0257 & 0.138 & 0.0094 & 0.1855 & 0.0769 \end{bmatrix}$$

$$K_i = \begin{bmatrix} -0.1308 & 0.078 & -0.7906 & -0.6994 & 0 & 0 \\ 0.4588 & 0.5015 & 0.1367 & 0.0813 & -0 & 0 \\ 0.1144 & 0.0735 & 0.3225 & 0.2048 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

III.4.1.1 Résultat de simulation :

Les valeurs initiales des angles de roulis, de tangage, et de lacet sont prises égales à 20° , -20° , 30° respectivement. Les résultats obtenus pour la stabilisation d'attitude du Quadrotor par la commande par retour d'état sont donnés sur les figures suivantes :

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_7 \end{bmatrix} \quad (\text{III.21})$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = -\frac{K_{f\alpha}}{I_x} \\ a_2 = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \\ a_3 = -\frac{J_r \Omega_r}{I_x} \\ a_4 = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} a_5 = \frac{J_r \Omega_r}{I_y} \\ a_6 = -\frac{K_{f\omega}}{I_y} \\ a_7 = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \\ a_8 = -\frac{K_{f\alpha}}{I_z} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} b_1 = -\frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} C_2 + \frac{1}{I_x} \\ b_2 = -\frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} C_3 \\ b_3 = -\frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} C_4 \\ b_4 = \frac{J_r}{I_y} \dot{\phi} C_2 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} b_5 = -\frac{J_r}{I_y} \dot{\phi} C_3 + \frac{1}{I_y} \\ b_6 = -\frac{J_r}{I_y} \dot{\phi} C_4 \\ b_7 = \frac{1}{I_z} \end{array} \right\}$$

$$C_2 = \frac{d\Omega_r}{du_2}, C_3 = \frac{d\Omega_r}{du_3}, C_4 = \frac{d\Omega_r}{du_4}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.22})$$

Après l'ajout d'un intégrateur pour éliminer l'erreur statique entre la consigne et la sortie du système, et un pré-compensateur pour assurer la poursuite des variables de références en cas de poursuite de trajectoire. La commande par retour d'état qui assure la stabilisation du Quadrotor est donnée par :

$$u(t) = -Kx(t) - K_i \int e(t) dt \quad (\text{III.23})$$

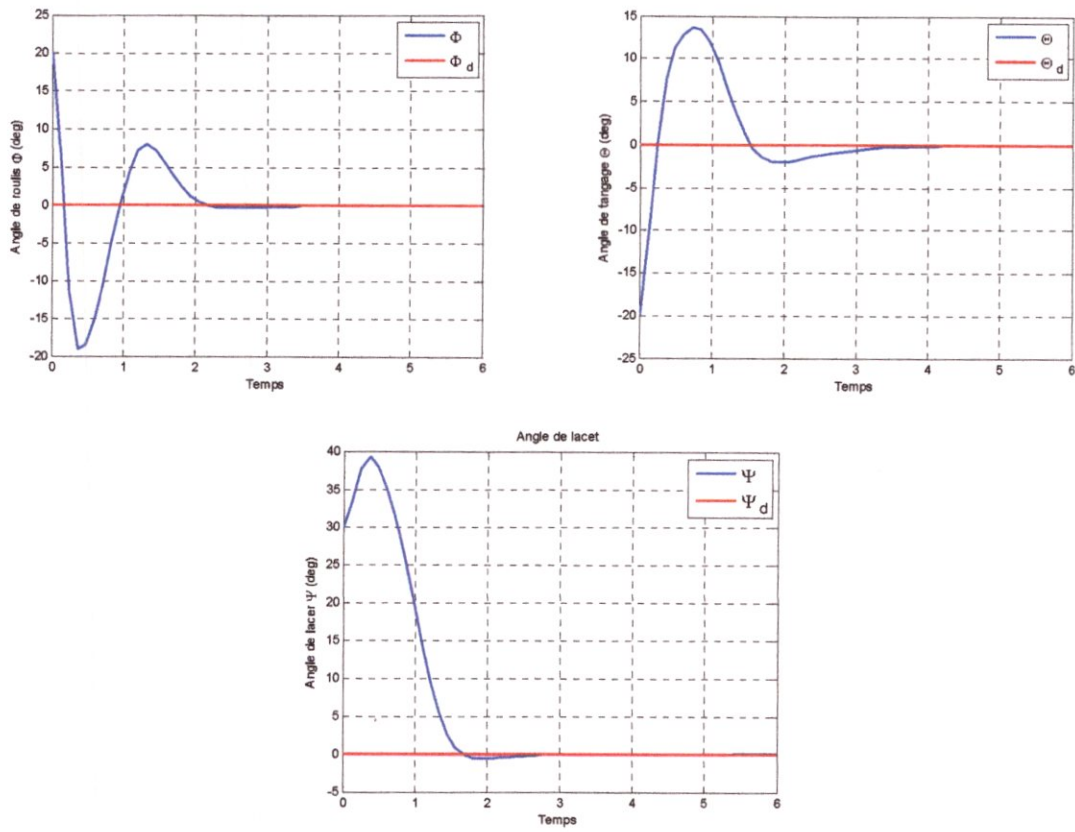


Figure III.2 Attitude du Quadrotor : roulis, tangage et lacet

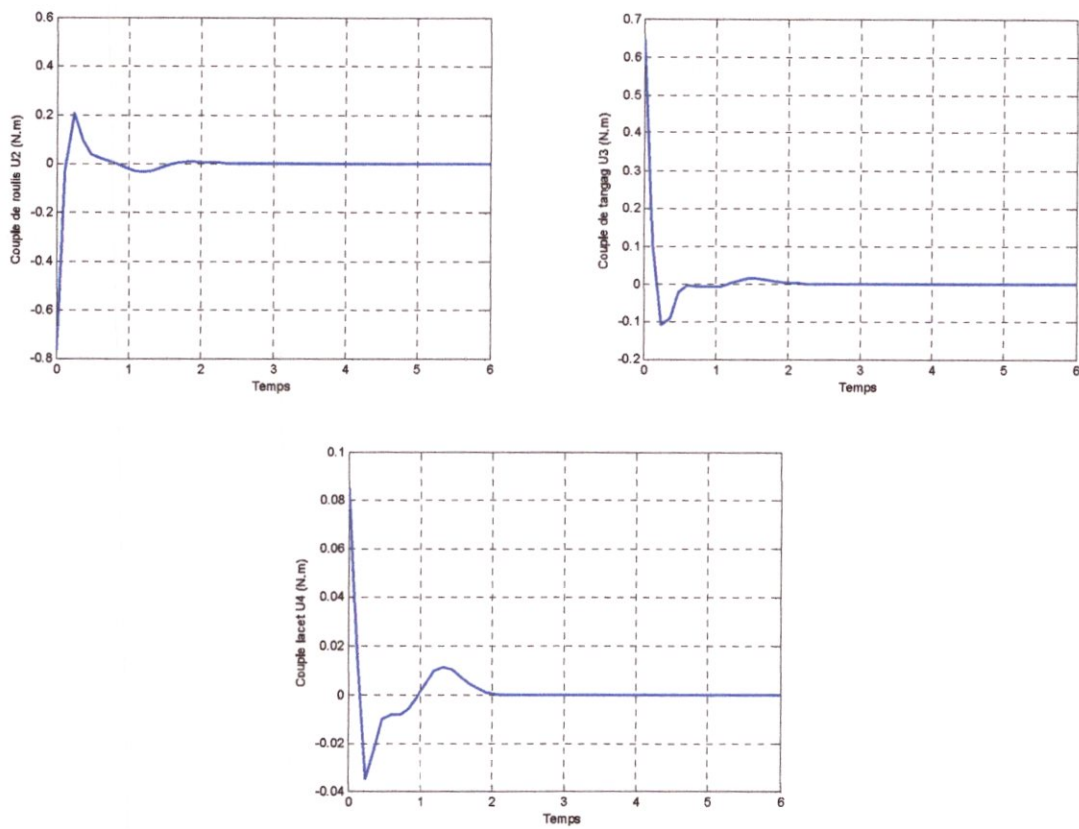


Figure III.3 Commandes de stabilisation u_2, u_3, u_4

La figure III.3 montre que la commande assure la convergence des angles vers zéros, avec la présence des dépassements, ces derniers sont dû à un placement de pôles arbitraires (pas spécifique), elle assure que la partie réelle des pôles en boucle fermée soit négative.

III.4.2 Commande PID

Le PID est une stratégie de commande très populaire dans l'industrie, car elle possède une structure simple, un réglage simple, un coût bas et des performances très acceptables. La composante proportionnelle P du correcteur PID produit un signal qui est directement proportionnel à l'erreur. L'action intégrale I produit une action qui est proportionnelle à la somme du signal d'erreur dans le temps, alors que l'action dérivée D elle répond au taux de variation auquel la variable commandée approche le but [18].

III.4.2.1 Action proportionnelle

Dans le cas d'un contrôle proportionnel, l'erreur est virtuellement amplifiée d'un certain gain constant qu'il conviendra de déterminer en fonction du système.

$$P = k_p e(t) \quad (\text{III.24})$$

L'idée étant d'augmenter l'effet de l'erreur $e(t)$ sur le système afin que celui-ci réagisse plus rapidement aux changements de consignes. Plus la valeur de k_p est grande plus la réponse l'est aussi. En revanche, la stabilité du système s'en trouve détériorée et dans le cas d'un k_p démesuré, le système peut même diverger.

III.4.2.2 Action intégral

Au contrôle proportionnel, nous pouvons ajouter l'intégration de l'erreur. Dans ce cas nous obtenons une régulation PI (proportionnelle et intégrée). L'erreur entre la consigne et la mesure est ici intégrée par rapport au temps et multipliée par une constante qu'il faudra aussi déterminer en fonction du système.

$$PI = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (\text{III.25})$$

Pourquoi au-ton besoin de rajouter cette fonctionnalité à notre organe de contrôle ?

Lors d'un simple contrôle proportionnel, le système subsiste une erreur statique. Le terme intégral permet de compenser l'erreur statique et fournit par conséquent un système plus stable en régime permanent. Plus k_i est élevé, plus l'erreur statique est corrigée.

III.4.2.3 Action dérivée

Pour obtenir un contrôle en PID, il nous faut encore rajouter un terme. Celui-ci consiste à dériver l'erreur entre la consigne et la mesure par rapport au temps et a le multiplier lui aussi par une constante.

Pourquoi pouvons-nous avoir besoin d'un terme dérivé ?

Le contrôle PI peut amener à un dépassement de la consigne, ce qui n'est pas toujours très souhaitable (exemple d'inversion de polarité dans le cas de moteurs électriques). Le terme dérivé permet de limiter cela. Lorsque le système s'approche de la consigne, ce terme freine le

système en appliquant une action dans le sens opposé et permet ainsi une stabilisation plus rapide.

Un arbitrage entre rapidité, précision et stabilité est impératif : il consiste à trouver un compromis satisfaisant en procédant à des ajustements raisonnés.

Dans ce cas la commande PID appliquée sur le Quadrotor est donnée par :

$$PID = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (\text{III.26})$$

Avec k_p , k_i , k_d sont respectivement le gain proportionnel, le gain intégral et le gain dérivée.

III.4.2.4 Résultats de simulation

Pour la commande PID nous effectuons la simulation par les mêmes conditions appliquées sur les commandes précédentes.

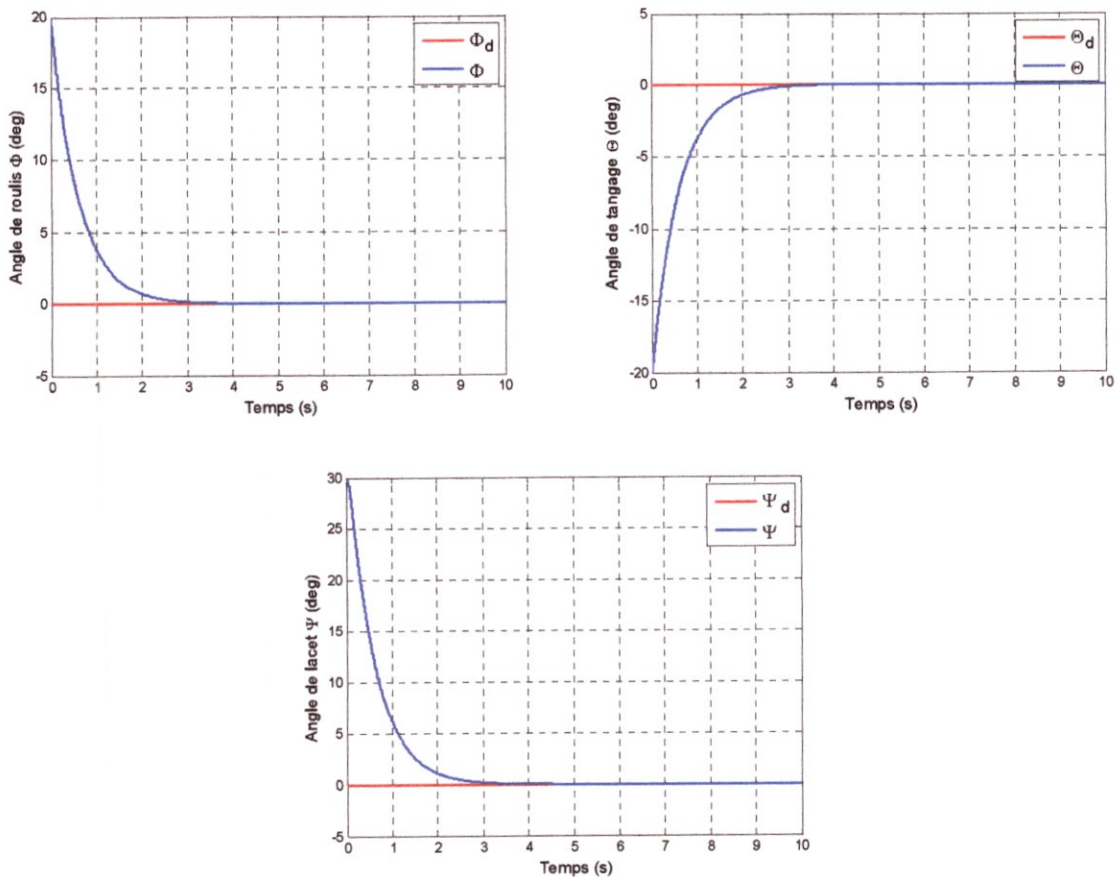


Figure III.4 Attitude du Quadrotor

La figure (II.11) montre l'évolution de l'attitude du quadrotor, on remarque que le régulateur PID arrive à stabiliser l'attitude du quadrotor. La figure (II.12) montre l'évolution des lois de commande.

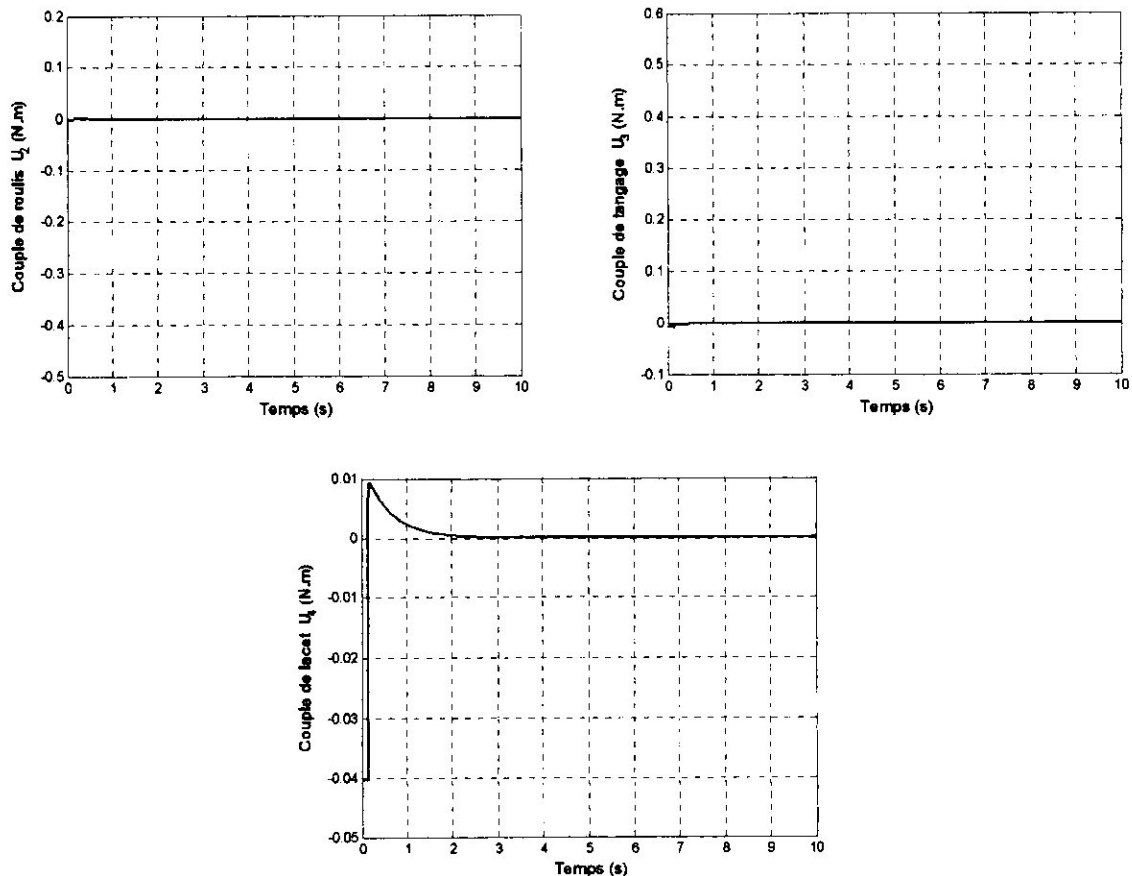


Figure III.5 Entrées de commande

Les gains de cette commande sont représentés dans le tableau suivant :

gaines	k_p	k_i	k_d
roulis	1	0	0.5
tangage	1	0	0.5
lacet	0.8	0	0.5

TABLEAU III.1 Gains PID de la commande

III.5 Conclusion

Le travail présenté dans ce chapitre porte sur la stabilisation de l'attitude du Quadrotor. Des différentes commandes ont été élaborées en utilisant les deux méthodes telles que le retour d'état, et le régulateur PID. L'objectif de la loi de commande est de maximiser l'efficacité des actionneurs sans prendre de risque dans la stabilité du système. Nous avons montré de plus que les deux approches permettent d'obtenir de bonnes performances en respectant des contraintes de vitesse angulaire.

Les résultats de simulation effectuée sur un modèle du Quadrotor, montrent que ces structures de commande donnent des résultats acceptables en termes de stabilisation et performance. Mais ces commandes restent limitées par rapport à d'autres techniques de commande, l'avantage principal des commandes appliquées est la simplicité. Pour améliorer les performances de ces commandes nous appelons aux techniques de commande non-linéaires telles que le mode glissant et le backstepping.

Chapitre IV : Commande non linéaire du Quadrotor

Dans ce présent chapitre, on présente les fondements et les aspects théoriques de deux techniques de commande, la première, est la commande par mode de glissement, la seconde est la commande par backstepping. Puis, on valide les approches exposées sur le modèle du Quadrotor.

IV.1. Introduction

Avec la complexité des nouvelles installations industrielles, les correcteurs classiques deviennent impuissants et donnent souvent des résultats moins performants. Pour surmonter ce problème, la tendance des recherches actuelle est vers les commandes non linéaires robustes qui donnent des résultats acceptables dans de larges domaines de fonctionnement. Parmi ces techniques, on trouve la commande par mode de glissement qui, depuis longtemps, fait l'objet de plusieurs travaux de recherche; seule ou en hybridation avec d'autres techniques de commande [10] [37]. La commande par Backstepping, est une autre technique de commande non linéaire qui est aussi jugée robuste, la synthèse d'une telle commande se fait de manière systématique et basée sur l'approche de Lyapunov.

IV.2. Commande par mode de glissant (SMC)

La théorie des systèmes à structure variable (SSV) et les modes glissants associés a fait l'objet d'études détaillées au cours des trente dernières années , aussi bien par les chercheurs soviétiques, que par les chercheurs de pays différents. La discussion qui a eu lieu en 1960 entre Neimark et Philipov a été concluante dans la mesure où un nouveau problème sur la théorie des modes glissants a été posé.

La technique de commande par mode de glissement consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement [38].

IV.2.1. Principe de la commande par mode de glissement (SMC)

La commande par mode glissant est apparue dans les années soixante à partir des travaux sur les commandes à structure variable, c'est-à-dire des commandes commutant entre plusieurs lois de commande différentes (en général linéaires) en fonction de certains critères. De ce point de vue, une commande par modes glissants se distingue par sa simplicité : le critère de commutation est une surface de glissement divisant l'espace d'état en deux, et les lois de commande dans chaque demi-espace sont des constantes. Cette loi de commande est définie de manière à forcer le système à atteindre un voisinage de la surface de glissement et à y rester, pour tous les modèles de la classe d'incertitudes considérée. En résumé, la commande par mode glissant se compose de deux termes, une commande discontinue en fonction du signe de la surface de glissement et une commande dite équivalente caractérisant la dynamique du système sur la surface de glissement. [38]

$$u = u_{gliss} + u_{eq} \quad (IV.1)$$

U_{gliss} : Le glissement est utile pour compenser les incertitudes du modèle. Il est constitué de la fonction signe « sign » de la surface de glissement s , multipliée par une constante K_{gliss} . La surface de glissement est définie dans l'espace d'état des erreurs afin de garantir la convergence des états.

U_{eq} : La commande équivalente ou nominale est déterminée par le modèle du système, dans ce cas il s'agit d'un modèle en immersion linéaire ou non linéaire. Elle décrit un mouvement

idéal de glissement, c'est-à-dire sans la prise en considération des incertitudes et perturbations du système. Physiquement, elle peut être vue comme la valeur moyenne de la commande réelle. Elle est obtenue grâce aux conditions d'invariance de la surface de glissement :

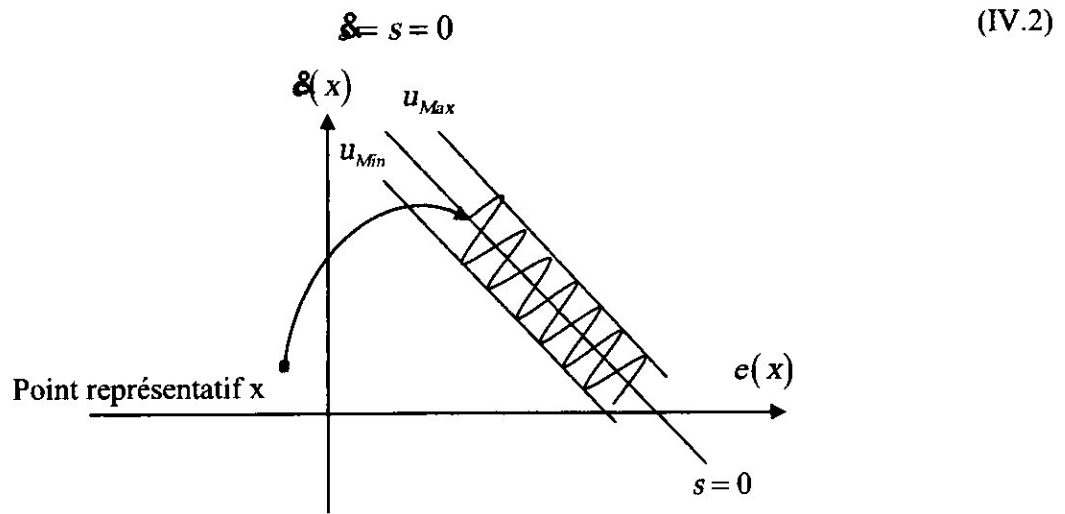


Figure IV.1 Mode de glissement

IV.2.2. Notions de base de la commande SMC

Soit le système donné par :

$$\dot{\mathbf{x}} = f(x) + g(x)u \quad (\text{IV.3})$$

où $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in X$ une variété différentiable, u représente la commande du système, f et g sont des champs de vecteur, définis sur X .

IV.2.2.1. Surface de glissement

Pour des raisons de stabilisation et de définition d'une dynamique désirée du système dans le mode de glissement, la surface de glissement $s(x)$ peut être choisie en générale comme étant un hyperplan passant par l'origine de l'espace.

La surface s est donnée par :

$$s_i = \mathbf{s}_i + \lambda_i e_i \quad (\text{IV.4})$$

Avec :

$$e_i = x_i - x_{d_i} \quad (\text{IV.5})$$

λ_i : Paramètre de la surface de glissement.

x_i : État du système.

x_{d_i} : État désiré.

IV.2.2.2. Régime glissant idéal

Ce régime correspond à une oscillation de fréquence infinie et d'amplitude nulle, d'où le point représentatif du mouvement du système glisse parfaitement sur l'hyperplan de commutation ($s(x) = 0$).

IV.2.2.3. Régime glissant réel

La trajectoire d'état dans ce régime reste autour de l'hyperplan de glissement ($s(x) = 0$) jusqu'à au point d'équilibre.

IV.2.2.4. Condition d'existence et d'unicité du régime glissant

Un régime glissant existe sur une surface de glissement si et seulement si, dans un voisinage de la surface de glissement toutes les trajectoires du système sont dirigées vers elle. En d'autres termes :

$$\lim_{s \rightarrow 0^-} \mathfrak{S}(x) > 0 \quad \text{et} \quad \lim_{s \rightarrow 0^+} \mathfrak{S}(x) < 0 \quad (\text{IV.6})$$

IV.2.2.5. Phénomène de réticence

La commande des systèmes à structure variable peut être commutée d'une valeur à une autre suivant le signe d'une fonction de commutation, avec une fréquence infinie. Cependant, dans les systèmes réels, il est impossible de réaliser une telle commutation de la commande pour des raisons technologiques telles que : l'hystérésis, la présence de retard, limitation des actionneurs. La commande discontinue engendre des oscillations du vecteur d'état et de la commande à une fréquence finie. Ce phénomène est appelé « *le phénomène de réticence* ».

Afin de réduire ce phénomène indésirable, plusieurs techniques ont été proposées ; ce sont des techniques de limitation ou de saturation, servant à définir une zone autour de la surface S où à l'intérieur du quelle une condition de glissement moins stricte est appliquée à la place de la fonction « signe ». Parmi ses fonctions on trouve:

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \frac{s}{\Phi} & \text{si } |s| \leq \Phi \\ \text{sign}(s) & \text{si } |s| > \Phi \end{cases} \quad (\text{IV.7})$$

$$\tanh(s/\varepsilon) = \frac{e^{s/\varepsilon} - e^{-s/\varepsilon}}{e^{s/\varepsilon} + e^{-s/\varepsilon}} \quad (\text{IV.8})$$

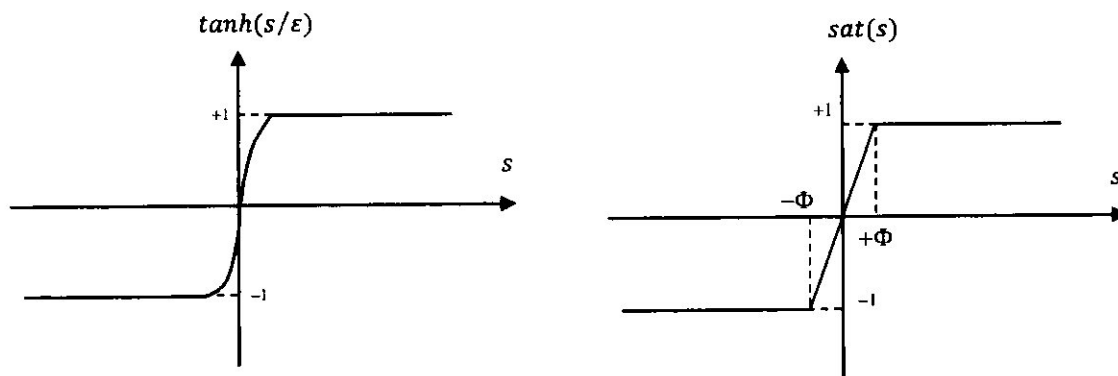


Figure IV.2 Fonction $\text{sat}(s)$ et $\tanh(s)$

IV.2.3. Synthèse des lois de commande pour le quadrotor

Dans cette section, une structure de commande pour le quadrotor basée sur la commande par mode de glissement sera présentée. L'objectif est la stabilisation de l'attitude du quadrotor ainsi que translation verticale suivant l'axe z .

La dynamique de l'angle de roulis est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} x_4 x_6 - \frac{J_r}{I_x} \Omega_r x_4 - \frac{K_{\text{fax}}}{I_x} x_2^2 + \frac{1}{I_x} u_2 \end{cases} \quad (\text{IV.9})$$

Pour le sous-système (II.9), le degré relatif est $r = 2$, pour cela nous choisissons la surface de glissement comme suit :

$$s_2 = \mathbf{x}_2 + \lambda_2 e_2 \quad (\text{IV.10})$$

Avec : $\lambda_2 > 0$, $e_2 = \phi - \phi_d$, l'erreur entre l'angle de roulis ϕ et celle désirée, et \mathbf{x}_2 sa dérivée.

En utilisant la théorie de la commande par mode de glissement, la loi de commande est la suivante :

$$u_2 = u_{2\text{gliss}} + u_{2\text{eq}} \quad (\text{IV.11})$$

Avec $u_{2\text{gliss}}$ est le terme de correction défini par :

$$u_{2\text{gliss}} = -k_2 \text{sign}(s_2), \quad k_2 > 0 \quad (\text{IV.12})$$

Et $u_{2\text{eq}}$ la commande équivalente calculée lorsque :

$$\begin{cases} s_2 = 0 \\ \text{et} \\ \dot{s}_2 = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.13})$$

La dérivée temporelle de s_2 est \dot{s}_2 , telle que

$$\dot{s}_2 = \dot{\mathbf{x}}_2 + \lambda_2 \mathbf{x}_2 \quad (\text{IV.14})$$

À partir de (IV.13) et (IV.14), on a :

$$\dot{s}_2 = 0 \Leftrightarrow \dot{\mathbf{x}}_2 + \lambda_2 \mathbf{x}_2 = 0 \quad (\text{IV.15})$$

En remplaçant $\dot{\mathbf{x}}_2$ et \mathbf{x}_2 dans (IV.15), on trouve :

$$\dot{\mathbf{x}}_2 - \dot{\mathbf{x}}_{2d} + \lambda_2 (x_2 - \mathbf{x}_{2d}) = 0 \quad (\text{IV.16})$$

En utilisant (IV.9), l'équation (IV.16) devient :

$$\frac{1}{I_x} u_{2\text{eq}} + \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) x_4 x_6 - \frac{J_r}{I_x} \Omega_r x_4 - \frac{K_{\text{fax}}}{I_x} x_2^2 - \dot{\mathbf{x}}_{2d} + \lambda_2 (x_2 - \mathbf{x}_{2d}) = 0 \quad (\text{IV.17})$$

Donc la commande équivalente est :

$$u_{2eq} = \frac{I_x}{I} \left(\ddot{\phi}_d - \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) x_4 x_6 + \frac{J_r}{I_x} \Omega_r x_4 + \frac{K_{fax}}{I_x} x_2^2 - \lambda_2 (x_2 - \dot{\phi}_d) \right) \quad (IV.18)$$

Par conséquent :

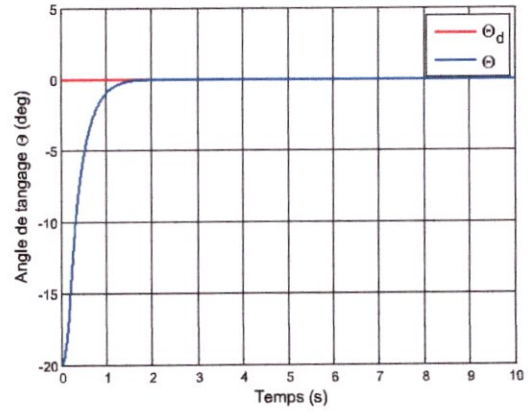
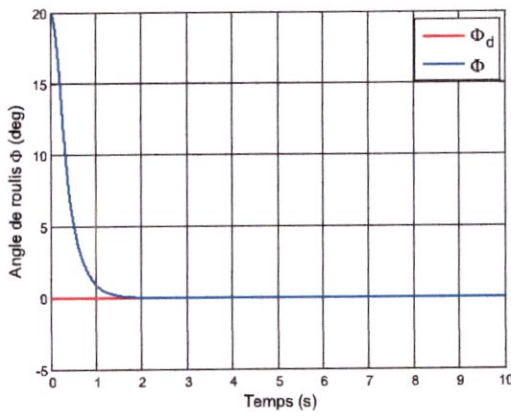
$$u_2 = \frac{I_x}{I} \left(\ddot{\phi}_d - \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) x_4 x_6 + \frac{J_r}{I_x} \Omega_r x_4 + \frac{K_{fax}}{I_x} x_2^2 - \lambda_2 (x_2 - \dot{\phi}_d) \right) - k_2 \text{sign}(s_2) \quad (IV.19)$$

En appliquant la même procédure, on trouve les autres commandes :

$$\begin{cases} u_2 = \frac{I_x}{I} \left(\ddot{\phi}_d - \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) x_4 x_6 + \frac{J_r}{I_x} \Omega_r x_4 + \frac{K_{fax}}{I_x} x_2^2 - \lambda_2 (x_2 - \dot{\phi}_d) \right) - k_2 \text{sign}(s_2) \\ u_3 = \frac{I_y}{I} \left(\ddot{\theta}_d - \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) x_2 x_6 - \frac{J_r}{I_y} \Omega_r x_2 + \frac{K_{fay}}{I_y} x_4^2 - \lambda_3 (x_4 - \dot{\theta}_d) \right) - k_3 \text{sign}(s_3) \\ u_4 = I_z \left(\ddot{\psi}_d - \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) x_2 x_4 + \frac{K_{faz}}{I_z} x_6^2 - \lambda_4 (x_6 - \dot{\psi}_d) \right) - k_4 \text{sign}(s_4) \end{cases} \quad (IV.20)$$

IV.2.3.1. Résultats de simulation

Dans cette partie, nous avons appliqué la commande SMC proposée dans la partie précédente pour stabiliser l'attitude d'un quadrotor dont le modèle dynamique développé dans le chapitre I. Les valeurs initiales des angles de roulis, de tangage, et de lacet sont prises égales à 20° , -20° , 30° respectivement. Les résultats obtenus pour la stabilisation d'attitude du quadrotor sont donnés sur les figures suivantes.



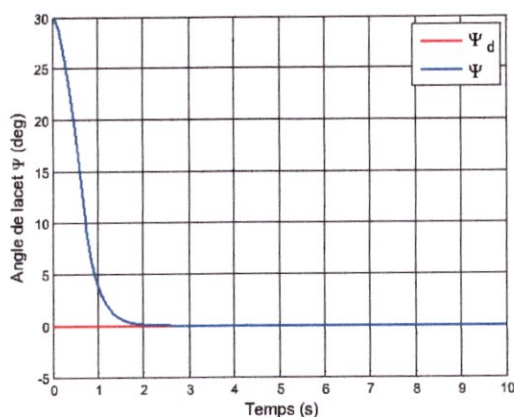


Figure IV.3 Attitude du quadrotor

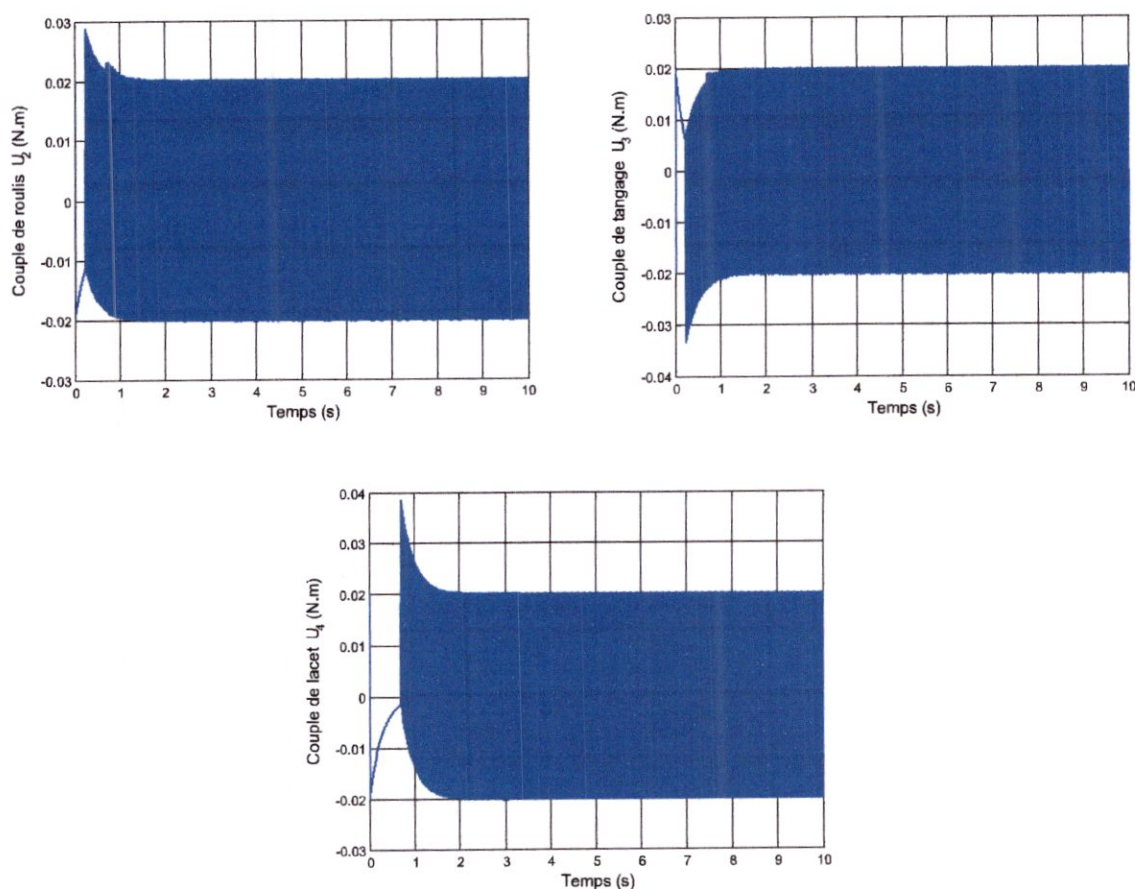


Figure IV.4 Entrées de commande

En se référant aux résultats de simulation montrés dans les figures (IV.3, et IV.4) on conclut qu'on a une stabilisation d'attitude satisfaisante avec des erreurs et des temps de réponse acceptables. Cependant, l'allure temporelle des commandes montrées sur la figure (IV.4), illustre bien que ces commandes présentent une oscillation de hautes fréquences, ce qui peut, d'une part, exciter la dynamique modélisée du système, de l'autre part, ça peut nuire au bon fonctionnement des moteurs du quadrotor. Dans le cas où on a utilisé la fonction « *tanh* » et d'après la figure IV.5, nous remarquons que l'effet du phénomène de réticence est exclu. Par conséquent, on a une amélioration au niveau des commandes, elles sont devenues lisses.

IV.2.3.2. Annulation du phénomène de réticence

Pour annuler le phénomène de réticence nous utilisons la fonction « \tanh », à la place de la fonction « signe ». On obtient les résultats suivants :

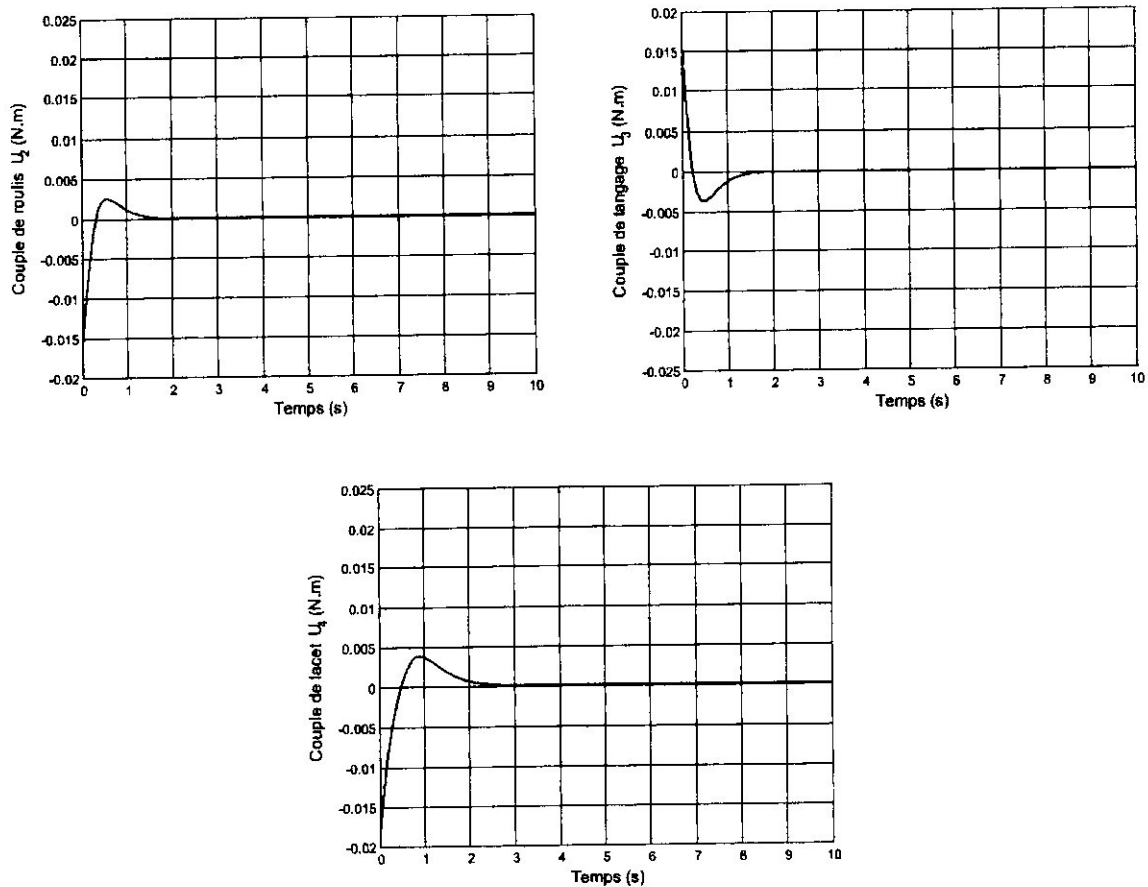


Figure IV.5 Entrées de commande et Vitesses des moteurs

IV.3. Commande Par le Backstepping

La technique de commande backstepping a été développée par « Kanellakopoulos » en 1991. Cette technique offre une méthode systématique pour effectuer la conception d'un contrôleur pour les systèmes non linéaires, l'idée consiste à calculer une loi de commande afin de garantir pour une certaine fonction (Lyapunov) définie positive que sa dérivée soit toujours négative. [39]

IV.3.1. Méthodes d'analyse de la stabilité des systèmes

L'étude de la stabilité des systèmes non linéaire est très complexe. L'approche de Lyapunov est l'approche la plus utilisée pour étudier ce problème. Cette approche a été introduite au 19^{ième} siècle par le mathématicien russe **Alexandre Mikhailovich Lyapunov** dans son travail intitulé « *The général problem of the motion stability* ».

On distingue deux méthodes de Lyapunov pour l'analyse de la stabilité :

- La méthode de linéarisation,
- La méthode directe.

IV.3.4. Synthèse des lois de commande

Dans cette section, nous synthétisons les quatre commandes du quadrotor en utilisant l'algorithme du backstepping. Donc l'objectif est de stabiliser de l'attitude du quadrotor ainsi que l'altitude.

La dynamique de l'altitude est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} x_4 x_6 - \frac{J_r}{I_x} \Omega_r x_4 - \frac{K_{thx}}{I_x} x_2^2 + \frac{1}{I_x} u_2 \end{cases} \quad (IV.22)$$

Pour synthétiser la loi de commande backstepping stabilisante, nous procéderons en 2 étapes :

Etape 1 :

On définit l'erreur e_1 entre x et x_d par et sa dérivée :

$$e_1 = x_1 - x_{1d} \quad (IV.23)$$

$$\dot{e}_1 = x_2 - \dot{x}_{1d} \quad (IV.24)$$

La fonction de Lyapunov candidate est choisi de la forme suivante :

$$V(e_1) = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (IV.25)$$

$$\dot{V}(e_1) = e_1 \dot{e}_1 = e_1 (x_2 - \dot{x}_{1d}) \quad (IV.26)$$

Pour assurer la stabilité de e_1 il faut que $\dot{V}(e_1) = -c_1 e_1^2 \leq 0$, pour cela on prend comme commande virtuelle \dot{x}_2 :

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_{1d} - c_1 e_1, \quad c_1 > 0 \quad (IV.27)$$

Etape 2 :

Comme la commande virtuelle ne peut pas prendre instantanément sa valeur désirée, on cherche dans ce qui suit à stabiliser l'erreur entre la commande virtuelle et la fonction stabilisante. La nouvelle variable d'erreur, est donnée par :

$$e_2 = x_2 - \dot{x}_2 = x_2 - \dot{x}_{1d} + c_1 e_1 \quad (IV.28)$$

En utilisant (IV.24) et (IV.28), on trouve :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - c_1 e_1 \\ \dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} + c_1 (e_2 - c_1 e_1) \end{cases} \quad (IV.29)$$

La nouvelle fonction de Lyapunov et sa dérivée est définie comme suit:

$$V(e_1, e_2) = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 \quad (IV.30)$$

$$\dot{V}(e_1, e_2) = e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 \quad (IV.31)$$

Le choix de la loi de commande doit mener à une dérivée négative de la fonction de Lyapunov $\dot{V}(e_1, e_2) = -c_{11}e_{11}^2 - c_{12}e_{12}^2 \leq 0$:

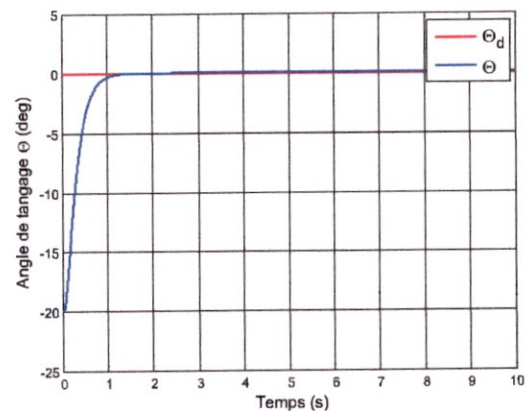
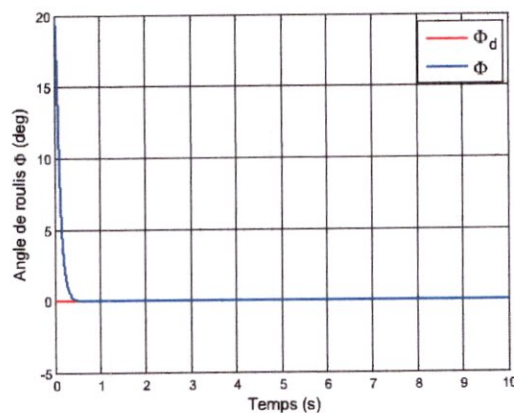
$$u_2 = I_x \left(\ddot{\phi}_d - e_1 - c_1(e_2 - c_1e_1) - c_2e_2 - \frac{(I_y - I_z)}{I_x}x_4x_6 + \frac{J_r}{I_x}\Omega_r x_4 + \frac{K_{f\ddot{a}x}}{I_x}x_2^2 \right) \quad (IV.32)$$

En appliquant la même méthode, on trouve les autres commandes :

$$\begin{cases} u_2 = I_x \left(\ddot{\phi}_d - e_1 - c_1(e_2 - c_1e_1) - c_2e_2 - \frac{(I_y - I_z)}{I_x}x_4x_6 + \frac{J_r}{I_x}\Omega_r x_4 + \frac{K_{f\ddot{a}x}}{I_x}x_2^2 \right) \\ u_3 = I_y \left(\ddot{\theta}_d - e_3 - c_3(e_4 - c_3e_3) - c_4e_4 - \frac{(I_z - I_x)}{I_y}x_2x_6 - \frac{J_r}{I_y}\Omega_r x_2 + \frac{K_{f\ddot{a}y}}{I_y}x_4^2 \right) \\ u_4 = I_z \left(\ddot{\psi}_d - e_5 - c_5(e_6 - c_5e_5) - c_6e_6 - \frac{(I_x - I_y)}{I_z}x_2x_4 + \frac{K_{f\ddot{a}z}}{I_z}x_6^2 \right) \end{cases} \quad (IV.33)$$

IV.3.5. Résultats de simulation

Les valeurs initiales des angles de roulis, de tangage, et de lacet sont prises égales à 20°, -20°, 30° respectivement. Les résultats obtenus sont donnés sur les figures suivantes.



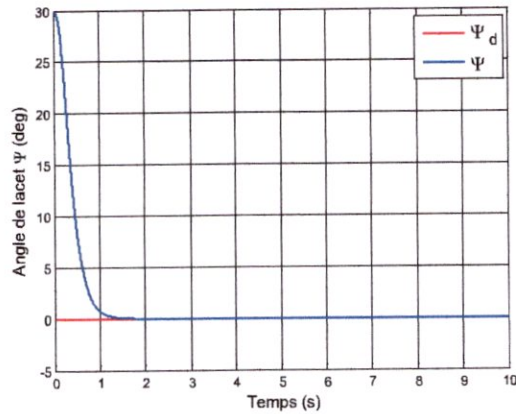


Figure IV.7 Attitude du quadrotor

La figures (IV.7) montre la convergence de l'attitude de quadrotor vers zéro, ainsi que la convergence de l'altitude vers sa valeur désirée, avec un temps de réponse environ 1.5 seconde. Les commandes montrées sur la figure (IV.8) sont lisses et réalisables.

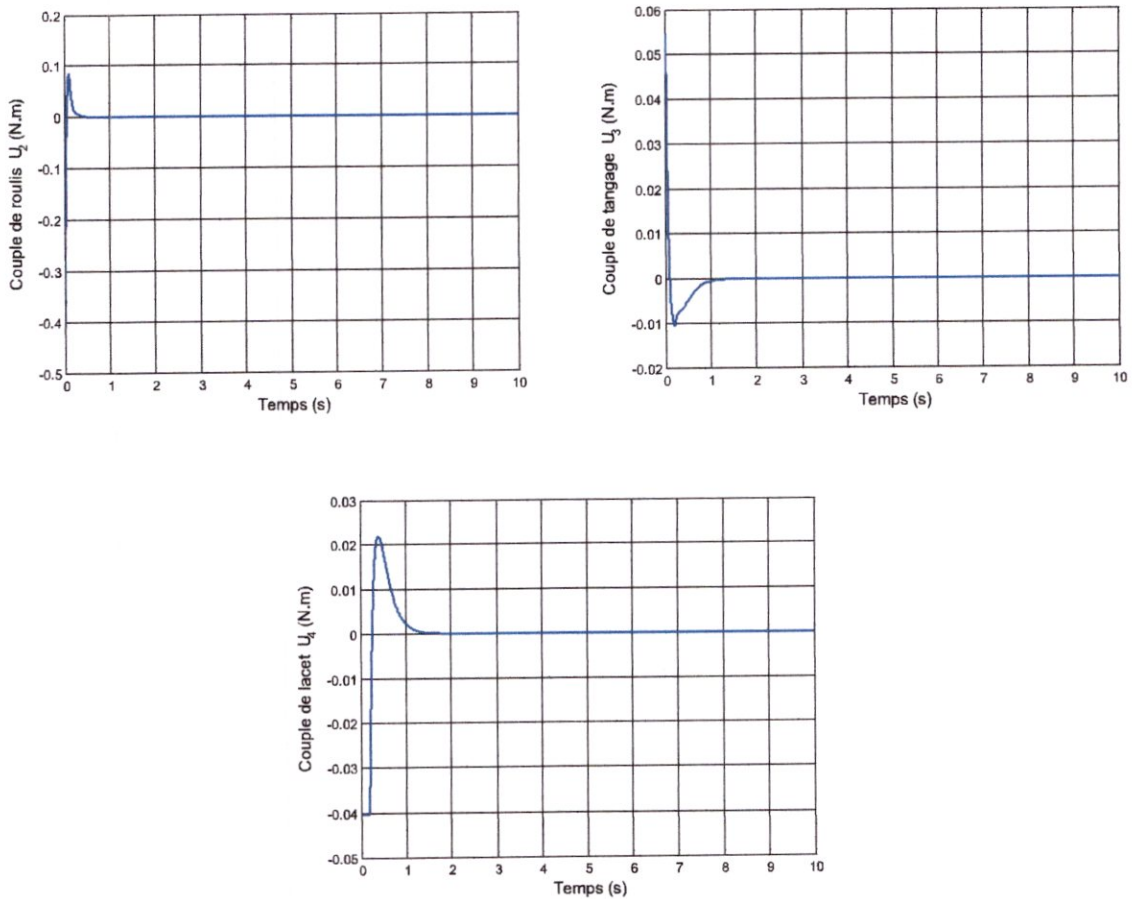


Figure IV.8 Entrées de commande

IV.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux techniques de commande pour le quadrotor : la commande par mode de glissement et la commande par backstepping. Les résultats de la simulation effectuée sur un modèle du quadrotor, montrent que la première technique de commande donne des bons résultats en termes de stabilisation avec des erreurs relativement petites et un temps de réponse satisfaisant. Comme elle a des avantages, cette technique de commande possède aussi des inconvénients tels que le phénomène de broutement (chattering) dû au terme de correction qui contient la fonction « signe », mais on peut remédier à ce problème en appliquant la deuxième technique de commande qui donne des résultats meilleurs en terme de stabilisation avec des commandes lisses.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

La recherche dans le domaine des UAVs connaît un grand essor avec les progrès croissants des différentes technologies, notamment en électronique numérique et en électronique de puissance. Ce développement a donné naissance à des composants et des capteurs miniatures et très précis et des processeurs et microcontrôleurs avec une grande puissance de calcul. Ces progrès intéressent particulièrement la production de ce qu'on appelle systèmes de contrôle embarqués pour des robots autonomes et intelligents, capables d'accomplir les missions accordées avec efficacité et fiabilité.

L'idée de ce projet est née dans ce contexte, l'objectif étant de concevoir des commandes pour le but de stabiliser le quadrirotor.

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés au problème de la commande quadrirotor. En premier temps, une structure de commande basée sur les commandes linéaires retour d'état et PID a été appliquée au quadrirotor. Deuxièmement, la commande par mode de glissement et la commande récurrente backstepping, ont été proposées pour une classe des systèmes non linéaires dont le quadrirotor fait partie, ensuite cette approche a été appliquée au quadrirotor.

Souvent la commande de tels systèmes évoque de près les problèmes de la modélisation dynamique ainsi que le problème de la fidélité du modèle au comportement dynamique du système, dans tous ces modes de vol, chose jusqu'à nos jours impossible à réaliser, dans notre cas le développement du modèle dynamique du quadrirotor était basé sur les travaux des chercheurs de ce domaine.

L'inconvénient majeur de ces deux approches est la nécessité de connaître le modèle dynamique du système à commander. Pour surmonter ce problème, on peut utiliser des autres commandes comme la PID adaptative

Le souhait principal à la fin de toute simulation est l'implémentation expérimentale de ces lois de commande sur un prototype réel, afin de pouvoir valider les résultats de simulation, malheureusement nous n'avons pas eu suffisamment de temps pour implémenter ces lois de commande, néanmoins nous projetons en perspectives l'implémentation d'au moins une technique de commande sur un prototype réel afin de voir le véritable comportement de ce système dans la réalité et de montrer la faisabilité de la chose puisque cela a été déjà l'objet d'un travail de recherche.

- [28] J. Dunfied, M. Tarbouchi, G. Labonte, "Neural Network Based control of a Four Rotor Helicopter", IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT) 2004
- [29] S. Bouabdallah, P. Murrieri and R. Siegwart, "Design and control of an indoor micro quadrotor", IEEE International conference on Robotics and Automation, New Orleans, USA, 2004.
- [30] R.d. Nardi and O.e. Holland, "Co-evolutionary modeling of a miniature rotorcraft", University of Essex, United Kingdom.
- [31] T.Hamel and R.Mahony, "Visual servoing of a class of under-actuated dynamic rigidbody systems", Proceeding of the 39th IEEE Conference on Decision and Control, 2000.
- [32] H. Bouadi, M. Bouchoucha, et M. Tadjine, "Sliding mode control based on backstepping approach for an UAV Type-Quad-rotor", international journal of applied mathematics and computer sciences, vol.4, No.1, pp.12-17, 2007.
- [33] A. M. Lyapunov, "Problème général de la stabilité du mouvement," Ann. Fac. Sci.Toulouse, vol. 9, pp. 203-474, 1907.
- [34] W. Hahn, Stability of motion, Springer-Verlag ed. Berlin, 1967.
- [35] P. C. Parks and V. Hahn, Stabilitäts theorie, Springer-Verlag ed. Berlin, 1981.
- [36] Daniel Ross, Etienne Deguine et Mickaël Camus, "Asservissement par PID," 30 mars 2010.
- [37] M. Onder, "Robust low attitude behavior control of a quadrotor rotorcraft through sliding modes", Mediterranean conference on control and automation, Greece, July 2007.
- [38] M. Manceur, " Commande robuste des systèmes non linéaires complexes " Thèse Magistère, unite de recherche automatique, Ecole Militaire Polytechnique, Alger, Algérie, 2009.
- [39] THESE (PH.D) Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires 2000

- [17] I. Kroo, F. Prinz, «The Mesicopter: A miniature rotorcraft concept –phase ii interim report», Stanford university, USA.
- [18] S. L. Waslander, «Multi-Agent systems design for aerospace applications», a dissertation submitted to the department of aeronautics and astronautics and the committee on graduate studies of Stanford University in partial fulfilment of the requirements for the degree of doctor of philosophy, June 2007
- [19] G. Hoffmann, G.D. Rajnarayan, S. L. Waslander, D. Dostal, J. S. Jang, and Tomlin, C. J., “The Stanford Test bed of Autonomous Rotorcraft for Multi-Agent Control (STARMAC),” 23rd Digital Avionics System Conference, Salt Lake City, UT, November 2004.
- [20] C.A. Patel, «Building a Test Bed for mini Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle with protective Shroud », a thesis submitted to the department of Mechanical Engineering and the faculty of the Graduate School of Wichita State University in partial fulfilment of the requirements for the degree of Master of science, July 2006
- [21] A. Dzul P. Castillo and R. Lozano. Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft. IEEE Transaction on Control System Technology, 12(4):510 – 516, July 2004. 2
- [22] R. Lozano P. Castillo and A. Dzul. Stabilization of a mini rotorcraft having four rotors. Proceedings of 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 2693 – 2698, 2004. 2
- [23] S. Bouabdallah, A. Noth and R. Siegwart, «PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor », Autonomous Systems Laboratory Swiss Federal Institute of Technology Lausanne, Switzerland
- [24] S .J.MC Gilvray, «Attitude stabilization of a quadrotor aircraft », A thesis submitted in partial fulfilment of the requirements for the degree of Master Science, in control Engineering, Lakhead University, Thunder Bay, Ontario, Canada , June 2004
- [25] Tommaso Bresciani, « Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter», Master Thesis, Department of Automatic Control Lund University, October 2008.
- [26] Abdellah Mokhtari and A. Benallegue, « Dynamic Feedback Controller of Euler Angles and Wind parameters estimation for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle », Proceedings of the 2004 IEEE, International Conference on Robotics and Automation, New Orleans, LA. April 2004
- [27] Erdinç Altuğ, «Vision based control of unmanned aerial vehicles with applications to an autonomous four rotor helicopter, quadrotor», A dissertation in Mechanical Engineering and applied Mechanics, presented to the faculties of the University of Pennsylvania, in partial fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, 2003

- [1] P. Brisset, « **Drones civils Perspectives et réalités** », rapport du Projet Paparazzi, Ecole Nationale de l'Aviation Civile Août 2004
- [2] Bouabdallah, 2007, S. Bouabdallah, «**Design and control of quadrotors with application to autonomous flying** », thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, EPFL 2007
- [3] Scott D. Hanford, « **A small semi-autonomous rotary-wing unmanned air vehicle** », The Pennsylvania State University The Graduate School, A Thesis in Aerospace Engineering, 2005
- [4] T. Hamel, L. Eck, F. Chaumette et A. Chriette, « **Rapport final du projet ROBVOLINT (ROBot VOLant d'INTérieur)** », l'ONERADGA, 2006
- [5] H. Bouadi, «**Synthèse de lois de commande. Thèse du Magister, Ecole Militaire Polytechnique, 2007**
- [6] S. J. Mc Gilvray, «**stabilisantes pour un UAV type Quadrotor étude et application** », Thèse de Attitude stabilization of a quadrotor aircraft”, Master Thesis, Lakehead university, Canada, June 2004.
- [7] C. Gablehouse, “**Helicopters and autogiros; a history of rotating-wing and V/STOL aviation**”, Philadelphia 1969.
- [8] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, et J. Ostrowski, “**Dynamic modeling and configuration stabilization for an X4-flyer**”, IFAC world congress, Spain 2002.
- [9] P. Castillo, A. Dzul, et R. Lozano “**Real-time stabilization and tracking of a four rotor mini-rotorcraft**”, Accepted to IEEE, transactions on control systems technology, 2003.
- [10] P. Adigbli, C. Grand, J. B. Mouret, et S. Doncieux “**Nonlinear attitude and position control of a micro quadrotor using sliding mode and backstepping techniques**”, conference and flight competition (EMAV 2007), France, September 2007.
- [11] G. V. Raffo, M. G. Ortega, et F. R. Rubio “**Backstepping/Nonlinear control for path tracking of a quadrotor unmanned aerial vehicle**”, American control conference, USA, June 2008.
- [12] http://Sksbir.free.fr/dossier_quadrirotor.html.
- [13] L. Gautier, B. Hamilton, J. Hazebrouck, et T. Tournette, “**Pilotage d'un quadrirotor Via FPGA**”, Tuteur ESIEE engineering, Journées pédagogiques, 2008
- [14] L. Besnard, “**Control of a quadrotor vehicle using sliding mode disturbance observer**”, Master Thesis, Alabama university, 2006.
- [15] All the world's Rotorcraft, www.aviastar.org
- [16] [EADS, 2008] European Aeronautic Defence and Space Company, EADS N.V. http://www.eads.net/1024/fr/eads/history/airhist/1900-1909/Breguet1_1907.html