



UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA 1
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

Projet de Fin d'Etudes
Pour l'obtention du Diplôme de Master en
Construction Mécanique

Titre

Calcul du facteur d'intensité de contrainte K_{III}
pour une section elliptique fissurée par la
méthode de collocation de frontière

Proposé et encadré par :
Pr. FERDJANI Hicheme

Réalisé par :
CHAOUATI Imene
MOATES Chahinez

Année universitaire 2020/2021

Remerciement

الحمد والشكر لله الذي كان عوننا لنا لإنهاء هذا العمل وسخر لنا القوة لإتمامه، فكل التوفيق منه وحده وكل سهو أو خطأ فمننا ومن الشيطان.

Nous tenons, en premier lieu à remercier le bon dieu pour le courage, la volonté et la patience qu'il nous a donné afin de mener ce travail à terme.

*Au début, nous souhaitons adresser nos remerciements les plus sincères à notre promoteur « **Pr FERDJANI Hicheme** » pour l'appui scientifique et pour sa disponibilité le long de notre travail, nous lui sommes infiniment reconnaissantes de la bienveillance dont il a fait preuve à notre égard, de ses encouragements incessants et de la confiance dont il nous a témoigné.*

*Nous remercions également à tous les membres de département de Génie Mécanique spécialement le chef de département « **Mr TEMMAR** » pour sa grande disponibilité et son inconditionnel soutien durant ces années, et le responsable de Master Construction Mécanique « **Mr Meghatria** », et à mes chères enseignants « **Mr Tiberkak** », « **Mme Melzi** » pour leurs merveilleux efforts de nous orienter vers le bon chemin.*

Nos vifs remerciements vont aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont manifesté, en acceptant de juger notre humble travail, et de l'enrichir par leurs propositions.

Enfin, Nos remerciements les plus dévoués à nos chers parents qui n'ont jamais cessé de nous soutenir et qui ont toujours été présents pour nous, à nos frères et sœurs et notre famille et nos ami(e)s qui ont été à notre côté durant la réalisation de ce travail et qui nous ont soutenu dans les moments difficiles et d'encouragement.

Dédicace

Du profond de mon cœur, je dédie ce travail à tous ceux qui me sont chers :

A MA CHERE MERE

Aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect, mon amour éternel et ma considération pour les sacrifices que vous avez consenti pour mon instruction et mon bien être.

Je vous remercie pour tout le soutien et l'amour que vous me portez depuis mon enfance et j'espère que votre bénédiction m'accompagne toujours.

Que ce modeste travail soit l'exaucement de vœux tant formulés, le fruit de vos innombrables sacrifices. Puisse Dieu, le Très haut, vous accorder santé, bonheur et longue vie.

A MON CHERE PERE

Mon père, qui peut être fier et trouver ici le résultat de longues années de sacrifices et de privations pour m'aider à avancer dans la vie. Puisse Dieu faire en sorte que ce travail porte son fruit, merci beaucoup pour les valeurs nobles, l'éducation et le soutien permanent venu de toi mon cher papa.

A MON FRERE MOHAMED CHERIF ET MA TRES CHERE TANTE ZAHIA

Merci d'être toujours à mes côtés, par votre présence, par votre amour dévoué et votre tendresse, pour donner du gout et du sens à ma vie. En témoignage de mon amour et de ma grande affection, je vous prie de trouver dans ce travail l'expression de mon estime et mon sincère attachement. Je prie Dieu, le tout puissant, pour qu'il vous donne bonheur et prospérité.

A MA BINOME CHAHINEZ

Ma meilleure amie que je la prends non seulement pour amie mais pour la sœur d'âme, avec laquelle j'ai vécu les meilleurs souvenirs.

A tous ceux qui m'ont toujours aidé et encouragé, qui sont toujours à mes côtés, et qui m'ont accompagné durant mes études supérieures, mes aimables amis et collègues d'étude, les familles CHAOUATI et MOATES.

Chaouati Imene

Dédicace

Je dédie ce modeste mémoire à :

A MA CHERE MERE

Ma mère, qui a ouvert pour ma réussite, de par son amour, son soutien, tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son assistance et sa présence dans ma vie, reçois à travers ce travail aussi modeste soit-il, l'expression de mes sentiments et de mon éternelle reconnaissance.

A MON CHERE PERE

Ce travail est dédié à mon père Mohamed, décédé trop tôt, qui m'a toujours poussé et motivé dans mes études. J'espère que, du monde qui est sien maintenant, il apprécie cet humble geste comme preuve de reconnaissance de la part d'une fille qui a toujours priée pour le salut de son âme. Puisse dieu, le tout puissant, l'avoir en sa sainte miséricorde.

A MON FRERE YOUNES ET MA PETITE SŒUR LINA

Merci d'être toujours à mes côtés, par votre présence, par votre amour, pour donner du gout et du sens à notre vie de famille. Que ce travail vous témoigne de ma sincère affection.

A MA BINOME IMENE

Ma meilleure amie que je la prends non seulement pour amie mais pour la sœur d'âme, avec laquelle j'ai vécu les meilleurs souvenirs

Ceux que j'ai eu la chance de connaître, dans les meilleurs et pires moments de ma vie, à mes amis les plus fidèles et collègues d'étude, merci pour leurs amours et leurs encouragements. À toute les familles MOATES et CHAOUATI je dédie ce modeste travail.

Moates Chahinez

Liste des matières

Liste des figures	i
Liste des tableaux	iii
Liste des annexes	iv
Liste des abréviations	v

Introduction Générale	01
-----------------------------	----

Chapitre I : Rappels Théorique

I.1.Introduction	04
I.2.Mécanique de la rupture fragile	04
I.2.1 Matériaux ductiles et fragiles	04
I.2.2. Différent modes de rupture	05
I.2.3. Facteur d'intensité des contraintes FIC	06
I.3. Rappel d'élasticité anti-plane	08
I.4. Méthodes de calcul du facteur d'intensité de contraintes	09
I.5 Système mal-conditionné	09
I.6. Résolution de systèmes d'équations linéaires	10
I.6.1 Introduction	10
I.6.2 Méthode SVD	10
I.6.3 Méthode d'inversion matricielle	12
Conclusion	13

Chapitre II : Méthode de collocation de frontière

II.1. Introduction	14
II.2. Développement des contraintes en série infinie	14

Liste des matières

II.3. Expressions asymptotiques des contraintes (en mode III)	16
II.4. Méthode de collocation de frontière	16
Conclusion	18

Chapitre III : Section elliptique avec fissure centrale

III.1. Introduction	19
III.2. Modélisation du problème	19
III.2.1. Résultats par la méthode SVD	22
III.2.2. Résultats par la méthode d'inversion matricielle	27
III.2.3. Comparaison entre les deux méthodes	32

Chapitre IV : Section elliptique avec fissure non centrale

IV.1. Introduction	34
IV.2. Modélisation du problème	34
IV.2.1. Résultats par la méthode SVD	38
IV.2.2. Résultats par la méthode d'inversion matricielle	46
IV.2.3. Comparaison entre les deux méthodes	54
Conclusion Générale	56

Références bibliographiques

Annexes

Liste des figures

Figure I-1 : Différence entre matériau fragile et ductile	05
Figure I-2 : les trois modes de rupture	06
Figure I-3 : État de contrainte dans un solide fissuré	07
Figure II-1 : Champs de contraintes en mode III et coordonnées polaires	14
Figure II-2 : section fissurée et points de collocation	18
Figure III-1 : Fissure centrale sous chargement tangentiel dans une section elliptique	20
Figure III-2 : Points de collocation	21
Figure III-3 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=1.06$) avec la méthode SVD	24
Figure III-4 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=2.81$) avec la méthode SVD	26
Figure III-5 : la courbe de K_{III} en fonction de a/b avec la méthode SVD	27
Figure III-6 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=1.06$) avec la méthode d'inversion matricielle	29
Figure III-7 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=2.4$) avec la méthode d'inversion matricielle	31
Figure III-8 : la courbe de K_{III} en fonction de a/b avec la méthode d'inversion matricielle	32
Figure IV-1 : Section elliptique avec une fissure non centrale sous chargement tangentiel	35
Figure IV-2 : Points de collocation	37
Figure IV-3 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.7$) avec la méthode SVD	40

Liste des figures

Figure IV-4 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.9$) avec la méthode SVD	42
Figure IV-5 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.1$) avec la méthode SVD	44
Figure IV-6 : la courbe de K_{III} en fonction de f avec la méthode SVD	46
Figure IV -7 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.7$) avec la méthode d'inversion matricielle	48
Figure IV -8 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.9$) avec la méthode d'inversion matricielle	50
Figure IV -9 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.1$) avec la méthode d'inversion matricielle	52
Figure IV-10 : la courbe de K_{III} en fonction de f avec la méthode d'inversion matricielle ...	54

Liste des tableaux

Tableau III-1 : K_{III} en fonction de p ($a/b=1.06$) avec la méthode SVD	23
Tableau III-2 : K_{III} en fonction de p ($a/b=2.81$) avec la méthode SVD	25
Tableau III-3 : valeur de K_{III} pour différentes valeurs de a/b avec la méthode SVD	26
Tableau III-4 : K_{III} en fonction de p ($a/b=1.06$) avec la méthode d'inversion matricielle ...	28
Tableau III-5 : K_{III} en fonction de p ($a/b=2.4$) avec la méthode d'inversion matricielle	30
Tableau III-6 : valeur de K_{III} pour différentes valeurs de a/b avec la méthode d'inversion.	32
Tableau III-7 : paliers de convergence pour les deux méthodes	33
Tableau IV-1 : K_{III} en fonction de p ($f=0.7$) avec la méthode SVD	39
Tableau IV-2 : K_{III} en fonction de p ($f=1.9$) avec la méthode SVD	41
Tableau IV-3 : K_{III} en fonction de p ($f=0.1$) avec la méthode SVD	43
Tableau IV-4 : valeur de K_{III} pour différentes valeurs de f avec la méthode SVD	45
Tableau IV-5 : K_{III} en fonction de p ($f=0.7$) avec la méthode d'inversion matricielle	47
Tableau IV-6 : K_{III} en fonction de p ($f=1.9$) avec la méthode d'inversion matricielle	49
Tableau IV-7 : K_{III} en fonction de p ($f=0.1$) avec la méthode d'inversion matricielle	51
Tableau IV-8 : valeur de K_{III} pour différentes valeurs de f avec la méthode d'inversion matricielle	53
Tableau IV-9 : Comparaison entre les paliers de convergence des deux méthodes	55

Liste des annexes

Annexe 1 : Les programmes de calcul du FIC Pour fissure centrale et non centrale (SVD).

Annexe 2 : Les programmes de calcul du FIC Pour fissure centrale et non centrale (INV).

Annexe 3 : Résultats pour le cas d'une fissure centrale dans une section elliptique avec la méthode SVD.

Annexe 4 : Résultats pour le cas d'une fissure centrale dans une section elliptique avec la méthode d'inversion matricielle.

Annexe 5 : Résultats pour le cas d'une fissure non centrale dans une section elliptique avec la méthode SVD.

Annexe 6 : Résultats pour le cas d'une fissure non centrale dans une section elliptique avec la méthode d'inversion matricielle.

Liste des abréviations

FIC : Facteur d'intensité des contraintes.

K : Le facteur d'intensité des contraintes dépendant du chargement et de la géométrie de la pièce.

K_I, K_{II}, K_{III} : Facteur d'intensité de contrainte respectivement en mode 1,2,3.

σ_{ij} : Champ des contraintes.

f_{ij} : Une fonction adimensionnelle dépendant du mode de chargement de la géométrie de la pièce.

r, θ : Les coordonnées du système de repère polaires.

x_1, x_2 : Composantes de repère cartésien.

U_i : Champ de déplacement.

ε_{ij} : Champ déformation.

μ : Module de cisaillement.

Z : Nombre complexe.

i : Nombre imaginaire.

Re : Partie réelle.

Im : Partie imaginaire.

C : Coefficient complexe.

P : Nombre de termes.

T_3 : Composante de vecteur contrainte dans la direction x_3 .

n_1, n_2 : Les composantes de la normale unitaire suivant x_1 et x_2 .

A_N, B_N : Coefficient réels.

m : Nombre de points de collocation.

a, b : rayons (axes) de la section elliptique.

f : Longueur de la fissure.

Introduction Générale

Introduction Générale

La mécanique de la rupture fragile s'intéresse à la rupture des matériaux fragiles, c'est-à-dire aux matériaux ayant un comportement élastique obéissant à la loi de Hooke jusqu'à la rupture. Elle est très largement utilisée par les ingénieurs. Le Facteur d'Intensité des Contraintes (FIC) est un paramètre permettant de quantifier la dangerosité des fissures.

Il existe plusieurs méthodes numériques pour calculer le FIC. Sous la direction du Professeur Ferdjani, plusieurs travaux ont été effectués dans ce domaine :

- En mode III, Mezouani [5] a calculé le FIC pour une section circulaire avec une fissure centrale en utilisant « la méthode de collocation de frontière ». Il a utilisé deux méthodes de résolution : avec et sans les moindres carrés. Il a constaté qu'avec un nombre de termes suffisant, les deux méthodes convergent vers la même valeur. Il a également étudié l'influence de la répartition des points de collocation sur la frontière, en comparant les résultats obtenus avec des répartitions sur une partie de la frontière et avec une répartition sur toute la frontière. En comparant avec la valeur obtenue par A. Zhender [11], il a conclu qu'il faut utiliser toute la frontière. La valeur adimensionnelle obtenue est de 2,1278.
- En mode III, pour une section circulaire avec fissure centrale avec la méthode de collocation de frontière, Izza et Benatallah [15] ont étudié l'influence d'une répartition non uniforme des points de collocation sur la frontière. Ils sont arrivés à la conclusion que pour assurer la convergence, il faut que la répartition soit uniforme. Ils ont également calculé le FIC pour une section rectangulaire avec une fissure latérale.
- En mode I, Ould Ahmed et Saidi [12] ont utilisé la méthode des éléments finis (logiciel ABAQUS) pour le calcul du FIC d'une fissure centrale et d'une fissure latérale dans une plaque. Les deux calculs ont été effectués avec et sans l'utilisation des éléments singuliers. Les résultats ont montré une convergence plus rapide dans deuxième cas. Une comparaison avec les formules théoriques du FIC donnés dans la littérature, montre que les valeurs obtenues sont plus proches dans le cas des éléments singuliers.
- En mode I, et en utilisant la méthode de collocation de frontière, Bouras et Bouza [13] ont calculé le FIC pour une section circulaire sous chargement radial dans les cas d'une fissure centrale et non centrale. Dans le cas de la fissure centrale, deux cas

Introduction Générale

de chargement ont été considérés : uniforme et non uniforme. Dans le cas de la fissure non centrale, seulement le chargement uniforme a été considéré.

- En mode I, Benkrira [4] a utilisé la méthode des éléments finis (logiciel ABAQUS) pour le calcul du FIC de sections fissurées circulaire et elliptique avec chargement normal uniforme. Dans le premier cas, plusieurs longueurs de fissure ont été considérées. Dans le second cas, plusieurs rapports « grand axe/petit axe » de l'ellipse ont été considérés. Dans les deux cas, une fonction donnant le FIC a été proposée. Les fonctions ont été validées par une comparaison avec les résultats obtenus. Le résultat adimensionnel pour une section circulaire avec fissure centrale est identique à celui de Bouras et Bouza [13] (5,622).
- En mode I, et en utilisant la méthode de collocation de frontière, Belhadj et Mekkaoui [2] ont calculé le FIC pour une section elliptique sous chargement normal dans les cas d'une fissure centrale et non centrale. Des expressions analytiques pour le FIC ont été proposées et validées.
- En mode III, et en utilisant la méthode de collocation de frontière, Serghini et Tefiani [14] ont calculé le FIC d'une section circulaire avec une fissure centrale et non centrale, ainsi que pour une section carrée avec une fissure centrale. Des expressions analytiques pour le FIC ont été déduites et validées par comparaison avec les résultats obtenus.

Dans tous les travaux précédents utilisant la « méthode de collocation de frontière », les systèmes linéaires obtenus ont été résolus par les méthodes classiques, à savoir « Méthode d'inversion matricielle » et « Cholesky ». Or ces méthodes ne sont pas précises dans le cas d'un système mal-conditionné (matrice presque-singulière). En effet les travaux précédents ont montré que dès que la fissure est trop petite ou trop grande, le système le devient et les calculs ne convergent pas. Les résultats obtenus ne sont donc valides que pour un intervalle limité de longueurs de fissures. Afin d'agrandir le domaine de convergence, une des solutions possibles est l'utilisation de la méthode de décomposition en valeurs singulières ou « SVD ». Cette méthode peut être mise en œuvre de deux manières distinctes :

- Une première mise en œuvre (ou programmation) valable pour les matrices régulières. Ce cas sera appelé dans la suite du mémoire *SVD-régulière*.
- Une seconde mise en œuvre valable pour les matrices presque-singulières. Ce cas sera appelé dans la suite du mémoire *SVD-singulière*.

Introduction Générale

Slamani et Ouansa [1] ont utilisé la « méthode de collocation de frontière » pour calculer le FIC d'une section circulaire dans le cas d'une fissure centrale et non centrale. La méthode de résolution utilisée est la SVD-régulière. Cette méthode a permis de calculer le FIC pour un intervalle de longueurs de fissures plus grand que celui de Serghini et Tefiani [14].

Notre travail est la continuation de celui de Slamani et Ouansa [1]. En effet, nous calculons en mode III à l'aide de la méthode de collocation de frontière, et en utilisant la méthode SVD-régulière et la méthode d'inversion matricielle, le FIC pour une section elliptique fissurée avec plusieurs longueurs de fissure, ainsi que plusieurs valeurs du rapport « grand axe/petit axe » de l'ellipse. Nous comparons également les résultats obtenus.

Pour présenter notre travail, notre mémoire a été divisé en quatre chapitres :

- Le premier chapitre présente les bases théoriques du travail : les principaux concepts de la mécanique de la rupture fragile, de l'élasticité anti-plane, de la méthode SVD, ainsi que la méthode d'inversion matricielle.
- Le second chapitre sera consacré au développement des contraintes en série infinie pour une fissure droite en mode III, et à la présentation de la méthode de collocation de frontière en mode III.
- Dans le troisième chapitre, nous considérons le cas d'une fissure centrale. Nous calculons le FIC K_{III} pour plusieurs valeurs du rapport « grand axe/petit axe » de l'ellipse par les deux méthodes (SVD-régulière et inversion matricielle). Puis nous comparons les résultats obtenus.
- Dans le quatrième chapitre, nous calculons le FIC K_{III} pour une section elliptique fissurée pour plusieurs longueurs de fissure par les deux méthodes (SVD-régulière et inversion matricielle). Ensuite nous comparons les résultats obtenus.

Nous terminons par une conclusion générale résumant les résultats obtenus et dégageant les principales perspectives.

Chapitre I

Rappels Théorique

I.1. Introduction :

Dans ce chapitre, nous présentons les bases théoriques et méthodologiques de notre travail. Ils se divisent en cinq volets :

- Dans le premier, nous visitons quelques notions de la mécanique de la rupture fragile. On insistera sur la notion de Facteur d'Intensité de contrainte (FIC).
- Le second volet est un rappel sur l'élasticité anti-plane.
- Dans le troisième volet, on présentera les différentes méthodes de calcul du FIC.
- Le quatrième volet est une présentation de la méthode SVD.
- Le dernier volet est une présentation de la méthode d'inversion matricielle.

I.2. Mécanique de la rupture fragile :

La rupture désigne la séparation d'un corps en plusieurs parties sous l'action d'une contrainte de nature statique ou dynamique. Les deux types de rupture des matériaux à usage industriel sont la rupture ductile et la rupture fragile [1]. La première concerne les matériaux ductiles, et la seconde les matériaux fragiles.

I.2.1 Matériaux ductiles et fragiles :

Une telle classification repose sur la capacité d'un matériau à subir une déformation plastique. Un matériau ductile subit une déformation plastique importante avant la rupture. Un matériau fragile subit une très faible déformation plastique avant la rupture. Le comportement lié au rapport entre la contrainte de traction et la déformation à ces deux types de matériaux est illustré par la figure (I-1) [1].

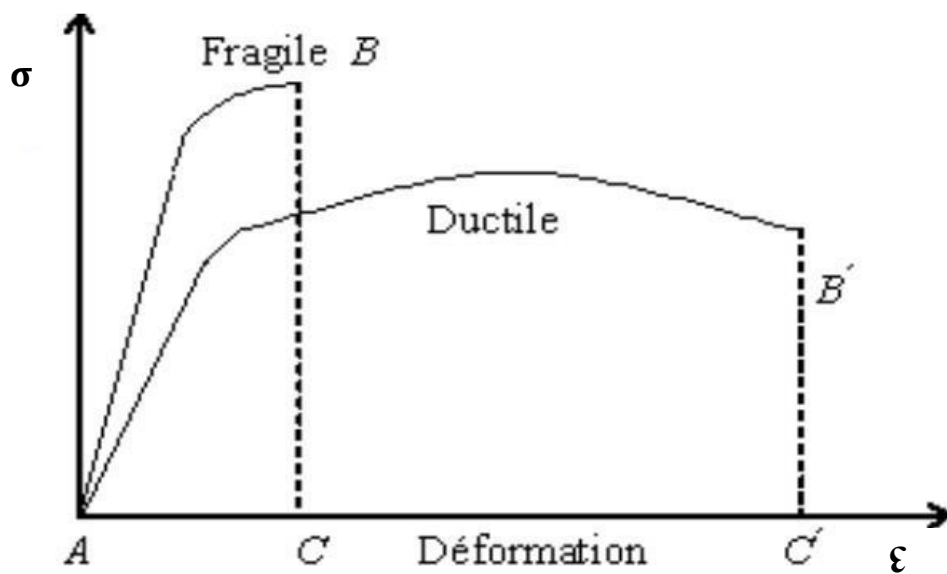


Figure I-1 : Différence entre matériau fragile et ductile [1].

I.2.2. Différent modes de rupture [1] :

Le champ des déplacements est discontinu à travers la surface d'une fissure. Les trois composantes vectorielles de cette discontinuité forment les trois modes de rupture (Figure I-2) [2] :

- Le mode I : Mode d'ouverture. (Contrainte de traction appliquée perpendiculairement au plan de la fissure).
- Le mode II : Mode glissement plan (scission dans le plan de la fissure et appliquée perpendiculairement au front de la fissure).
- Le mode III : Cisaillement anti-plan (scission dans le plan de la fissure et appliquée parallèlement au front de la fissure).

Remarque :

Notons que dans le cas des modes II et III, les lèvres de la fissure restent en contact et entraînent donc des frottements qui diminuent l'énergie disponible pour la propagation de fissure. Ces deux modes sont ainsi généralement moins dangereux que le mode I.

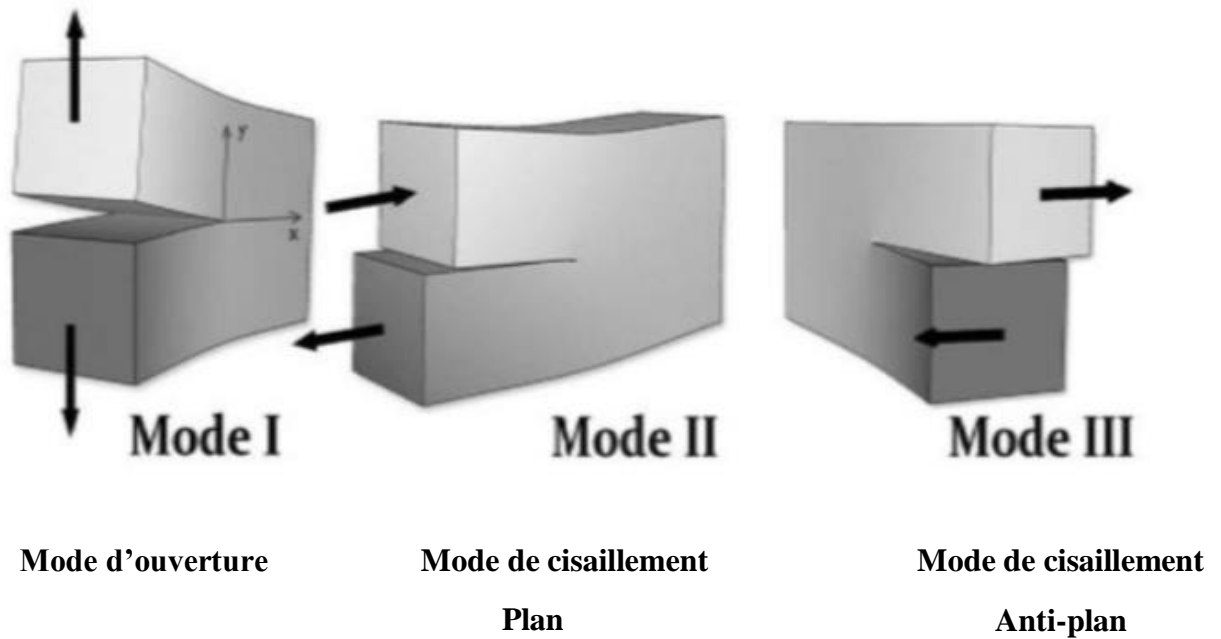


Figure I-2 : les trois modes de rupture [3].

I.2.3. Facteur d'intensité des contraintes FIC [1] :

Dans la zone singulière, le champ de contraintes présente une singularité en $r^{-1/2}$ à la pointe de fissure. L'intensité de la singularité est caractérisée par les paramètres appelés facteurs d'intensité de contraintes, notés KI, KII et KIII pour chacun des modes élémentaires. A l'aide de la théorie de l'élasticité, Irwin a montré que les contraintes σ_{ij} dans cette zone singulière peuvent être exprimées en fonction des facteurs d'intensité de contraintes [1]. En effet, dans un matériau élastique linéaire, la forme générale du champ des contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure est de la forme :

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \text{termes non singuliers} \quad (\text{I-1})$$

Où :

σ_{ij} : Tenseur des contraintes.

r et θ : Le rayon et l'angle en coordonnées polaires (Figure I-3).

K : Le facteur d'intensité des contraintes dépendant du chargement et de la géométrie de la pièce.

$f_{ij}(\theta)$: Une fonction adimensionnelle dépendant du mode de chargement.

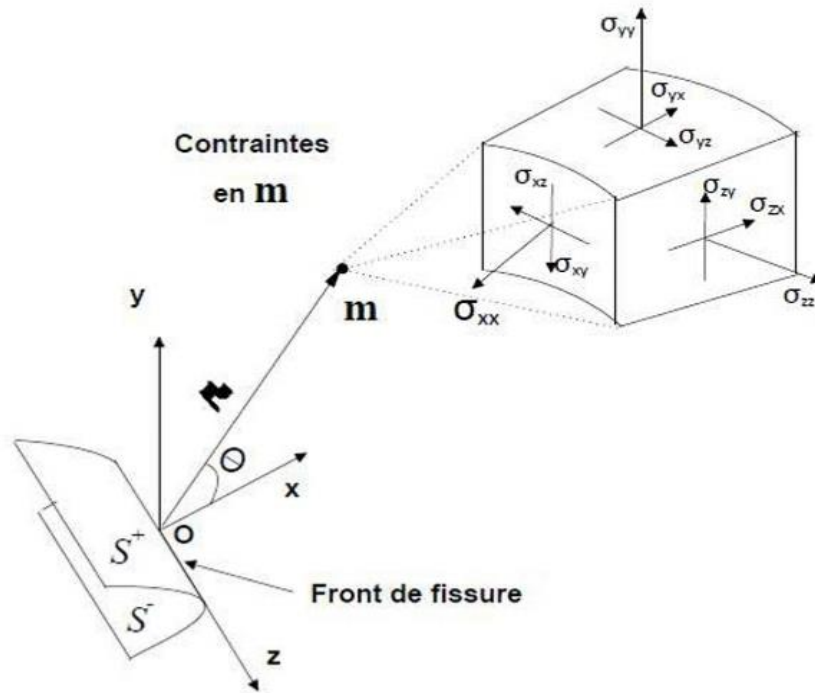


Figure I-3 : État de contrainte dans un solide fissuré [4].

Quand $r \rightarrow 0$, et qu'on s'approche de la pointe de la fissure, le premier terme de l'équation (I-1) tend vers l'infini. Les autres termes restent constants ou tendent à s'annuler [4]. Le premier terme de l'équation décrit alors une singularité de type $\frac{1}{\sqrt{r}}$. L'état des contraintes aux alentours de la pointe de la fissure est alors décrit par l'équation (I-2).

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (\text{I-2})$$

En mode I, II et III, l'équation (I-2) devient :

$$\text{Mode I : } \begin{cases} \sigma_{11} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{12} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{cases} \quad (\text{I-3})$$

$$\text{Mode II : } \begin{cases} \sigma_{11} = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{22} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \sigma_{12} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{cases} \quad (\text{I-4})$$

$$\text{Mode III : } \begin{cases} \sigma_{13} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \\ \sigma_{23} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad (\text{I-5})$$

Dans les formules précédentes $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}$ sont les composants du tenseur des contraintes. Les FIC **KI**, **KII** et **KIII** s'expriment en $\text{MPa}\sqrt{m}$ [5].

I.3. Rappel d'élasticité anti-plane [1] :

Le problème qui sera traité dans ce travail est un problème de fissure en mode III.

Le mode III existe dans le cadre de l'élasticité anti-plane. Nous présentons ci-dessous les équations correspondantes.

On est en situation anti-plane, dans le plan (x_1, x_2) , si le champ de déplacement $\vec{U}(x)$ de composantes (U_1, U_2, U_3) est de la forme :

$$\begin{cases} U_1 = 0 \\ U_2 = 0 \\ U_3 = U_3(x_1, x_2) \end{cases} \quad (\text{I-6})$$

Le champ des petites déformations se déduit de (I-6), on obtient :

$$\begin{cases} \epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_{33} = \epsilon_{12} = 0 \\ \epsilon_{13} = \frac{1}{2} U_{3,1} = \frac{1}{2} \frac{\partial U_3}{\partial x_1} \\ \epsilon_{23} = \frac{1}{2} U_{3,2} = \frac{1}{2} \frac{\partial U_3}{\partial x_2} \end{cases} \quad (\text{I-7})$$

La loi de comportement élastique donne le champ de contrainte suivant :

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{12} = 0 \\ \sigma_{13} = \mu U_{3,1} = \mu \frac{\partial U_3}{\partial x_1} \\ \sigma_{23} = \mu U_{3,2} = \mu \frac{\partial U_3}{\partial x_2} \end{cases} \quad (\text{I-8})$$

Où μ est le module de cisaillement.

Les équations d'équilibre, sans forces de volume, se réduisent à :

$$\sigma_{31,1} + \sigma_{32,2} = \mu \left(\frac{\partial^2 U_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_2^2} \right) = 0 \leftrightarrow \Delta U_3 = 0 \quad (\text{I-9})$$

Où Δ est l'opérateur Laplacien. Cela veut dire que $U_3(x_1, x_2)$ est une fonction harmonique [1]. Elle peut donc être prise comme la partie réelle d'une fonction holomorphe $F(z)$ ($z = x_1 + ix_2$) :

$$\mu U_3 = \operatorname{Re} F(z) \quad (\text{I-10})$$

En utilisant (I-8) et les relations de Cauchy-Riemann, on peut montrer la relation suivante [6]:

$$\sigma_{31} - i\sigma_{32} = F'(z) \quad (\text{I-11})$$

I.4. Méthodes de calcul du facteur d'intensité de contraintes [1] :

Il existe plusieurs techniques pour calculer le facteur d'intensité des contraintes, parmi les plus utilisées, on peut citer :

- La méthode du principe de superposition.
- La méthode d'extrapolation des déplacements.
- La méthode de collocation de frontière.
- La méthode des éléments finis.

I.5 Système mal-conditionné [1] :

Lorsqu'on étudie la résolution des systèmes linéaires d'un point de vue purement théorique, on distingue le cas où la matrice est régulière, qui conduit à une solution unique, et le cas où la matrice est singulière, d'où aucune solution ou une infinité de solutions. Lorsqu'il s'agit de résolution numérique, un cas supplémentaire doit être envisagé : la matrice peut être "presque singulière" (déterminant presque nul). Un tel système est dit « mal-conditionné ».

À titre d'exemple, considérons deux systèmes ayant des seconds membres très peu différents et une matrice « presque singulière » (déterminant = 0,01) :

$$\begin{pmatrix} +0.200 & +0.500 \\ -0.200 & -0.550 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +0.700 \\ -0.780 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 1.6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} +0.200 & +0.500 \\ -0.200 & -0.550 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +0.700 \\ -0.700 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

On observe que de très petites différences dans les seconds membres conduisent à des solutions très différentes. On voit qu'un tel système est très sensible à de petites variations du second-membre. Le plus souvent, la cause de ce mauvais conditionnement réside dans une maladresse lors de la mise en équations du problème physique. S'il n'est pas possible de l'éviter, parce que le problème est intrinsèquement instable, il faudra utiliser une méthode de résolution plus stable et plus coûteuse. Cette méthode s'appelle la méthode de décomposition en valeur singulière (SVD).

I.6. Résolution de systèmes d'équations linéaires [7] :

La rédaction de ce paragraphe est très largement inspirée de [7]. Certaines parties sont des reprises directes de la référence citée.

I.6.1 Introduction :

Soit le système suivant :

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{B}$$

Où la matrice \mathbf{A} et le vecteur \mathbf{B} sont connus. La résolution du système consiste à calculer le vecteur des inconnues \mathbf{x} . Il existe plusieurs méthodes directes pour la résolution numérique des systèmes linéaires. Nous présentons, dans ce paragraphe, deux de ces méthodes :

- La méthode de décomposition selon les valeurs singulières, ou méthode SVD pour les deux cas : SVD-régulière et SVD-singulière.
- La méthode d'inversion matricielle.

I.6.2 Méthode SVD :

Pour une matrice \mathbf{A} quelconque, on appelle *valeur singulière* et *vecteurs singuliers* correspondants, un scalaire non négatif s et deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} tels que :

$$\mathbf{A}\vec{v} = s\vec{u}$$

$$\mathbf{A}^T\vec{u} = s\vec{v}$$

On regroupe les vecteurs singuliers \vec{u} et \vec{v} en deux matrices \mathbf{U} et \mathbf{V} et les valeurs singulières s , par ordre décroissant, en une matrice diagonale \mathbf{S} . On obtient :

$$\mathbf{AV} = \mathbf{US}$$

$$\mathbf{A}^T\mathbf{U} = \mathbf{VS}$$

Il s'ensuit :

$$\mathbf{A} = \mathbf{USV}^T$$

Cas des matrices carrées :

Pour résoudre le système :

$$Ax = B$$

Où A est une matrice carrée. On calcule les matrices U , S et V . Le système devient :

$$USV^T x = B$$

On définit les vecteurs auxiliaires :

$$y = V^T x$$

$$z = Sy$$

La matrice U étant orthogonale, le système peut être résolu en résolvant successivement :

$$Uz = B \Rightarrow z = U^T B$$

Puis :

$$y = S^{-1}z$$

Pour l'inversion de la matrice S , on distingue deux cas : SVD-régulière et SVD-singulière.

SVD-régulière :

Dans le cas où la matrice A est régulière, aucune des valeurs de S n'est trop petite par rapport aux autres et l'on a :

$$S_{kk}^{-1} = \frac{1}{S_{kk}}$$

SVD-singulière :

Si la matrice A est presque-singulière, alors les dernières valeurs singulières, stockées au bas de la diagonale de la matrice S sont très petites par rapport à la plus grande. Pour déterminer chaque composante y_k du vecteur y , on doit diviser la composante z_k du vecteur z par la valeur singulière correspondante S_{kk} , ce qui donnerait un résultat démesuré si celle-ci est très petite. On a alors recours à l'astuce suivante : on met à zéro la composante y_k qui sans cela serait démesurée, résultant d'une division par une valeur singulière très petite. Le calcul de la matrice S^{-1} s'effectue de la manière suivante :

Pour k de 1 à n

Si $S(k)$ plus grand que $\epsilon \cdot S(1)$

$$y(k) = z(k)/S(k)$$

Sinon

$$y(k) = 0$$

Fin Si

Fin

Il peut sembler choquant de remplacer l'inverse d'un nombre très petit par zéro. En fait, c'est cette manière de faire qui donne les résultats les plus raisonnables.

Après le calcul de \mathbf{S}^{-1} et de \mathbf{y} . On obtient le vecteur inconnu \mathbf{x} de la manière suivante.

$$\mathbf{V}^T \mathbf{x} = \mathbf{y} \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{V} \mathbf{y}$$

I.6.3 Méthode d'inversion matricielle [8] :

La rédaction de ce paragraphe est une reprise de [8]. Si le déterminant d'une matrice A est non nul, la matrice carrée A admet une matrice inverse A^{-1} .

Le système sous la forme matricielle $A\mathbf{X}=\mathbf{B}$ peut être pré-multiplié par A^{-1} afin d'obtenir la solution :

$$A\mathbf{X}=\mathbf{B} \rightarrow A^{-1}A\mathbf{X} = A^{-1}\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{X} = A^{-1}\mathbf{B}$$

La détermination de \mathbf{X} passe par le calcul de $A^{-1} = \frac{\text{com}(A)^t}{|A|}$

Exemple :

Résolution du système :

$$\begin{cases} x + 3y + 4z = 50 \\ 3x + 5y - 4z = 2 \\ 4x + 7y - 2z = 31 \end{cases}$$

La matrice A du système étant $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & -4 \\ 4 & 7 & -2 \end{pmatrix}$

Calculons A^{-1} par la formule $A^{-1} = \frac{\text{com}(A)^t}{|A|}$, sachant que $|A| = -8$ et

$$\text{com}(A) = \begin{pmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{13} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & \Delta_{23} \\ \Delta_{31} & \Delta_{32} & \Delta_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & -10 & 1 \\ 34 & -18 & 5 \\ -32 & 16 & -4 \end{pmatrix} \text{ où } \Delta_{ij} = (-1)^{i+j} |M_{ij}|$$

$$A^{-1} = \frac{\text{com}(A)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 18 & 34 & -32 \\ -10 & -18 & 16 \\ 1 & 5 & -4 \end{pmatrix}}{-8}$$

$$\mathbf{X} = A^{-1}\mathbf{B} = -\frac{1}{8} \begin{pmatrix} 18 & 34 & -32 \\ -10 & -18 & 16 \\ 1 & 5 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 50 \\ 2 \\ 31 \end{pmatrix} = -\frac{1}{8} \begin{pmatrix} -24 \\ -40 \\ -64 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Conclusion :

Ce chapitre a présenté les principales notions de la théorie de la mécanique de la rupture, dont le facteur d'intensité de contrainte K . Nous avons également présenté la méthode SVD et la méthode d'inversion matricielle. Nous présentons dans le prochain chapitre la méthode de collocation de frontière.

Chapitre II

Méthode de collocation de frontière

II.1. Introduction :

Ce chapitre est consacré à la présentation de la méthode de collocation de frontière en mode III. Nous présentons tout d'abord le développement des contraintes en série infinie pour une fissure droite en mode III.

II.2. Développement des contraintes en série infinie [1] :

En mode III, on est dans le cas de l'élasticité anti-plane. Nous rappelons que dans ce cas, toutes les contraintes sont nulles sauf σ_{31} et σ_{32} [1]. Considérons une structure quelconque avec une fissure droite (Figure II-1). Isolons une partie entourant la pointe afin d'y déterminer la forme générale des contraintes.

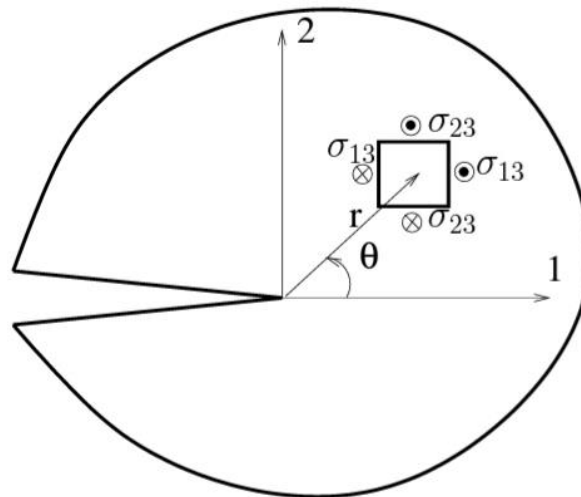


Figure II-1 : Champs de contraintes en mode III et coordonnées polaires [6].

Nous reprenons la formule (I-11) avec :

$$\mathbf{F}(\mathbf{Z}) = \mathbf{C} \mathbf{Z}^{\alpha+1} \quad (\text{II-1})$$

Où \mathbf{C} est un nombre complexe, et α un coefficient réel.

Et $\mathbf{Z} = \mathbf{r}e^{i\theta}$ avec \mathbf{r} et θ les coordonnées polaires.

En dérivant $\mathbf{F}(\mathbf{z})$ on obtient :

$$\mathbf{F}'(\mathbf{Z}) = (\alpha + 1) \mathbf{C} \mathbf{Z}^{\alpha} \quad (\text{II-2})$$

En remplaçant $C=B_\alpha + iA_\alpha$ et $Z= re^{i\theta}$ dans (II-2), on obtient :

$$F'(Z) = (\alpha + 1) (B_\alpha + iA_\alpha)r^\alpha(\cos(\alpha\theta) + i \sin(\alpha\theta))$$

En séparant les parties réelle et imaginaire :

$$F'(Z) = (\alpha + 1) r^\alpha [B_\alpha \cos(\alpha\theta) - A_\alpha \sin(\alpha\theta)] + i (\alpha + 1) r^\alpha [B_\alpha \sin(\alpha\theta) + A_\alpha \cos(\alpha\theta)] \quad (\text{II-3})$$

En identifiant avec (I-11), on aura :

$$\begin{cases} \sigma_{31} = \Re F'(Z) = (\alpha + 1)[B_\alpha \cos(\alpha\theta) - A_\alpha \sin(\alpha\theta)]r^\alpha \\ \sigma_{32} = -\Im F'(Z) = -(\alpha + 1)[B_\alpha \sin(\alpha\theta) + A_\alpha \cos(\alpha\theta)]r^\alpha \end{cases}$$

Pour satisfaire les conditions aux limites sur les lèvres de la fissure (Figure II-1), il vient :

$$\sigma_{32} = 0 \text{ pour } \theta = \pm\pi.$$

En supposant $\alpha \neq -1$, on en déduit les deux équations à deux inconnues suivantes :

$$B_\alpha \sin(\alpha\pi) + A_\alpha \cos(\alpha\pi) = 0$$

$$-B_\alpha \sin(\alpha\pi) + A_\alpha \cos(\alpha\pi) = 0$$

Qui peuvent être réécrites de la manière suivante :

$$\begin{cases} B_\alpha \sin(\alpha\pi) = 0 \\ A_\alpha \cos(\alpha\pi) = 0 \end{cases}$$

Si α n'est ni entier ni demi-entier, $\sin(\alpha\theta) \neq 0$ et $\cos(\alpha\theta) \neq 0$ d'où $A_\alpha = B_\alpha = 0$. La solution obtenue est triviale sans intérêt[6]. Nous devons considérer les cas où α est entier ou demi-entier [9]:

$$\begin{cases} \text{Si } \alpha \text{ entier, } \sin(\alpha\theta) = 0, \text{ donc } A_\alpha = 0 \text{ et } B_\alpha \text{ quelconque.} \\ \text{Si } \alpha \text{ demi-entier, } \cos(\alpha\theta) = 0, \text{ donc } B_\alpha = 0 \text{ et } A_\alpha \text{ quelconque.} \end{cases} \quad (\text{II-4})$$

En se basant sur l'hypothèse de l'énergie élastique finie, on peut montrer que $\alpha > -1$ [10].

Puisque α est entier ou demi-entier, nous devons avoir $\alpha \geq -\frac{1}{2}$. Ce qui justifie l'hypothèse précédente ($\alpha \neq -1$).

Puisque toutes les valeurs de $\alpha \geq -\frac{1}{2}$ entières ou demi-entières sont admissibles, les contraintes peuvent être écrites comme des sommes infinies de termes, chaque terme correspondant à une valeur de α [9]:

$$\begin{cases} \sigma_{31} = \sum_{\alpha=-\frac{1}{2}}^{+\infty} r^{\alpha} (\alpha + 1) [B_{\alpha} \cos(\alpha\theta) - A_{\alpha} \sin(\alpha\theta)] \\ \sigma_{32} = \sum_{\alpha=-\frac{1}{2}}^{+\infty} -r^{\alpha} (\alpha + 1) [B_{\alpha} \sin(\alpha\theta) + A_{\alpha} \cos(\alpha\theta)] \end{cases} \quad (\text{II-5})$$

Avec :

- Le coefficient α est soit entier soit demi-entier.
- Les constantes A_{α} et B_{α} , sont reliées par les relations (II-4).

II.3. Expressions asymptotiques des contraintes (en mode III) [6] :

Lorsque $r \rightarrow 0$, le terme proportionnel à $r^{-\frac{1}{2}}$ devient dominant par rapport aux autres. Donc l'expression des contraintes (II-5) peut se réduire au terme proportionnel à $r^{-\frac{1}{2}}$ (les autres termes sont négligés). L'expression obtenue est appelée expression asymptotique des contraintes.

On prend $\alpha = -\frac{1}{2}$ et en posant $A_{-\frac{1}{2}} = -\frac{2K_{III}}{\sqrt{2\pi}}$ on obtient :

$$\begin{cases} \sigma_{31} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \sigma_{32} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{cases} \quad (\text{II-6})$$

Le coefficient K_{III} est appelé Facteur d'intensité de contrainte en mode III.

II.4. Méthode de collocation de frontière [9]:

La méthode de collocation de frontière est une méthode de calcul du facteur d'intensité de contrainte basée sur le développement des contraintes en série infinie (II-5).

L'idée générale est qu'étant donné les conditions aux limites en contraintes pour un problème, on exprime les contraintes en un nombre fini de positions sur la frontière, appelés points de collocation. Nous obtenons un système d'équations dont les inconnues sont les constantes contenues dans le développement des contraintes. Après résolution, la valeur du coefficient correspondant au terme $r^{-\frac{1}{2}}$ est le facteur d'intensité de contrainte recherché. Nous détaillons, ci-dessous, la procédure pour le cas de l'élasticité anti-plane.

On commence par remplacer l'indice réel α par l'indice entier $N \geq 1$:

$$\begin{cases} \text{Si } \alpha \text{ est entier, on pose } \alpha = N - 1 \\ \text{Si } \alpha \text{ est demi-entier, on pose } \alpha = N - \frac{3}{2} \end{cases} \quad (\text{II-7})$$

En reportant (II-7) dans (II-5), en regroupant les cas entier et demi-entier pour chaque valeur de N, on obtient les expressions suivantes des contraintes :

$$\begin{cases} \sigma_{31} = \sum_{N=1}^{+\infty} [-(N - 1/2)r^{(N-3/2)}A_N \sin((N - 3/2)\theta) + Nr^{(N-1)}B_N \cos((N - 1)\theta)] \\ \sigma_{32} = -\sum_{N=1}^{+\infty} [(N - 1/2)r^{(N-3/2)}A_N \cos((N - 3/2)\theta) + Nr^{(N-1)}B_N \sin((N - 1)\theta)] \end{cases} \quad (\text{II-8})$$

Au lieu des séries infinies (II-8), on utilise les séries tronquées suivantes :

$$\begin{cases} \sigma_{31} \approx \sum_{N=1}^P [-(N - 1/2)r^{(N-3/2)}A_N \sin((N - 3/2)\theta) + Nr^{(N-1)}B_N \cos((N - 1)\theta)] \\ \sigma_{32} \approx -\sum_{N=1}^P [(N - 1/2)r^{(N-3/2)}A_N \cos((N - 3/2)\theta) + Nr^{(N-1)}B_N \sin((N - 1)\theta)] \end{cases} \quad (\text{II-9})$$

Où P est appelé nombre de termes.

En prenant N=1 dans (II-8), et en identifiant le terme en $r^{-\frac{1}{2}}$ avec l'expression asymptotique (II-6) on obtient :

$$K_{III} = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} A_1 \quad (\text{II-10})$$

En élasticité anti-plane, le vecteur contrainte possède une seule composante selon x_3 :

$$\mathbf{T}_3 = \sigma_{31}\mathbf{n}_1 + \sigma_{32}\mathbf{n}_2 \quad (\text{II-11})$$

Où \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2 sont les composantes de la normale unitaire suivant x_1 et x_2 .

Soit une section quelconque fissurée dont la frontière est soumise à un chargement connu.

On choisit m points de collocation sur la frontière (Figure II-2) où :

- \vec{T}^q Représente le vecteur contrainte en q.
- \vec{n}^q Représente la normale extérieure unitaire en q.
- (r_q, θ_q) Représentent les coordonnées polaires du point q.

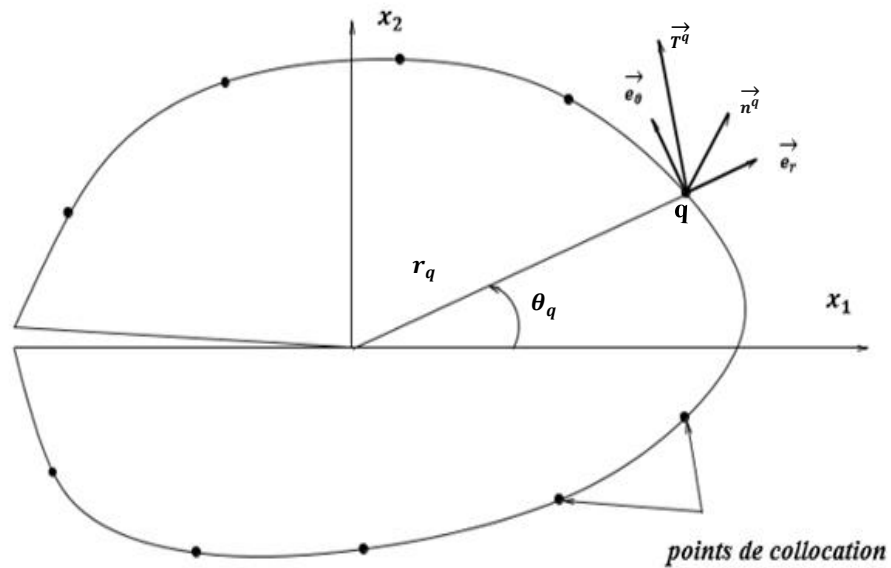


Figure II-2 : section fissurée et points de collocation.[9].

On remplace (II-9) dans (II-11) on aura :

$$\mathbf{T}_3^q = \sum_{N=1}^p (-\mathbf{A}_N \mathbf{r}^{(N-3/2)} (N-1/2) [\sin((N-3/2)\theta) \mathbf{n}_1^q + \cos((N-3/2)\theta) \mathbf{n}_2^q] + \mathbf{B}_N \mathbf{r}^{(N-1)} N [\cos((N-1)\theta) \mathbf{n}_1^q - \sin((N-1)\theta) \mathbf{n}_2^q]) \quad (\text{II-12})$$

$q = 1 \dots m$

Où m est le nombre de points de collocation. En prenant $m = 2p$ dans (II-12), on obtient un système de $2p$ équations à $2p$ inconnues $A_1, B_1, \dots, A_N, B_N$. Après résolution, K_{III} est donné par l'équation (II-10).

Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthode de collocation de frontière. Dans les prochains chapitres, on présentera les problèmes traités.

Chapitre III

Section elliptique avec
fissure centrale

III.1. Introduction :

Dans ce chapitre, nous appliquons la méthode de collocation de frontière au calcul du FIC K_{III} dans le cas d'une fissure centrale dans une section elliptique. Nous calculons K_{III} pour plusieurs valeurs du rapport a/b (grand axe/petit axe) de l'ellipse en gardant la même aire. Nous effectuons les calculs avec la méthode SVD-régulière et la méthode d'inversion matricielle, puis nous comparons les résultats obtenus. Pour alléger la rédaction nous omettrons dans la suite de ce chapitre la mention « régulière » pour la méthode SVD, et nous l'appellerons simplement SVD.

III.2. Modélisation du problème :

On considère une section elliptique, avec a et b le grand axe et le petit axe respectivement. La section contient une fissure centrale de longueur a . La frontière de l'ellipse est soumise à un chargement tangentiel dans la direction x_3 , $T_3 = T \sin \theta$ (Figure III-1). Nous effectuons le calcul pour plusieurs valeurs de a et b , tout en maintenant l'aire de l'ellipse constante.

Adimensionnalisation :

On définit les nouvelles variables adimensionnelles suivantes :

$$a' = \frac{a}{\sqrt{\frac{A}{0.6\pi}}}, \quad b' = \frac{b}{\sqrt{\frac{A}{0.6\pi}}}, \quad T' = \frac{T}{T} = 1$$

Où $A = \pi.a.b$ aire de l'ellipse. On aura :

$$A' = \pi.a'.b' = 0.6\pi \text{ (aire adimensionnalisée).}$$

Le rayon de l'ellipse (Figure III-2) est donné par :

$$r = 1 / \sqrt{(\cos(\theta)/a)^2 + (\sin(\theta)/b)^2}$$

En y injectant les expressions de a' et b' , on obtient, le nouveau rayon adimensionnel suivant :

$$r' = r \sqrt{\frac{0.6\pi}{A}}$$

Nous reprenons l'équation (II-11) :

$$\sigma_{31}n_1 + \sigma_{32}n_2 = T$$

Cette équation est adimensionnalisée en la divisant par T :

$$\frac{\sigma_{31}}{T} n_1 + \frac{\sigma_{32}}{T} n_2 = \frac{T}{T} = 1$$

L'équation précédente nous permet de définir les contraintes adimensionnelles :

$$\sigma'_{31} = \frac{\sigma_{31}}{T} \quad , \quad \sigma'_{32} = \frac{\sigma_{32}}{T}$$

En définissant la contrainte adimensionnelle asymptotique et en y injectant l'expression de r', on obtient :

$$\sigma'_{32} = \frac{\sigma_{32}}{T} = \frac{K_{III} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(\frac{0.6\pi}{A}\right)^{1/4} \frac{1}{T}}{\sqrt{2\pi r'}} = \frac{K'_{III}}{\sqrt{2\pi r'}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

L'expression précédente permet de définir le FIC adimensionnel K'_{III} :

$$K'_{III} = K_{III} \left(\frac{0.6\pi}{A}\right)^{1/4} \cdot \frac{1}{T}$$

Dans la suite du mémoire, on travaillera avec les quantités adimensionnelles : a', b' et K'_{III} . Pour simplifier la rédaction, l'indice (') sera omis ainsi que la mention « adimensionnel ».

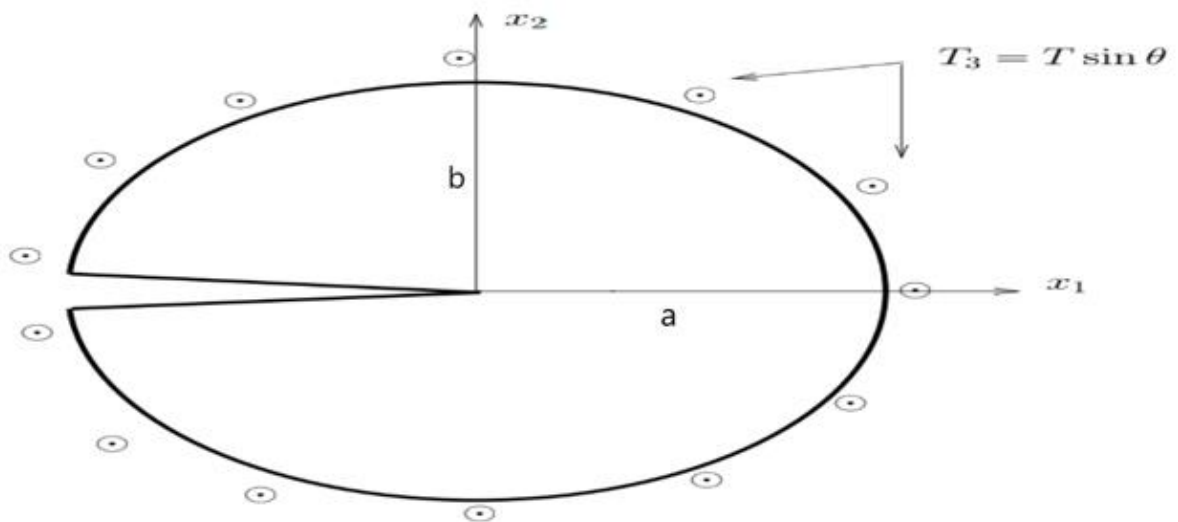


Figure III-1 : Fissure centrale sous chargement tangentiel dans une section elliptique.

Nous considérons des points de collocation répartis uniformément sur la frontière de l'ellipse (Figure III-2). Pour chaque point q, l'angle θ_q sera calculé par la formule suivante :

$$\theta_q = \frac{2 \cdot \pi \cdot q}{2p+1} - \pi \quad q = 1 \text{ à } 2p \quad (\text{III-1})$$

Où P est le nombre de termes défini dans (II-9) .

On observe dans (III-1) que $-\pi < \theta_q < \pi$. Les angles $-\pi$ et $+\pi$ sont évités car ce sont des points anguleux où la normale n'est pas définie.

La coordonnée radiale du point q est donnée par :

$$r_q = 1 / \sqrt{(\cos(\theta_q)/a)^2 + (\sin(\theta_q)/b)^2} \quad (\text{III-2})$$

Les composantes radiales et tangentielles de la normale n^q sont données par :

$$n_r^q = \frac{f(r_q, \theta_q)}{\sqrt{f(r_q, \theta_q)^2 + g(r_q, \theta_q)^2}} \quad , \quad n_\theta^q = \frac{g(r_q, \theta_q)}{\sqrt{f(r_q, \theta_q)^2 + g(r_q, \theta_q)^2}} \quad (\text{III-3})$$

Avec :

- $f(r_q, \theta_q) = 2r_q \left(\frac{\cos(\theta_q)^2}{a^2} + \frac{\sin(\theta_q)^2}{b^2} \right)$
- $g(r_q, \theta_q) = r_q \sin(2\theta_q) \left(-\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)$

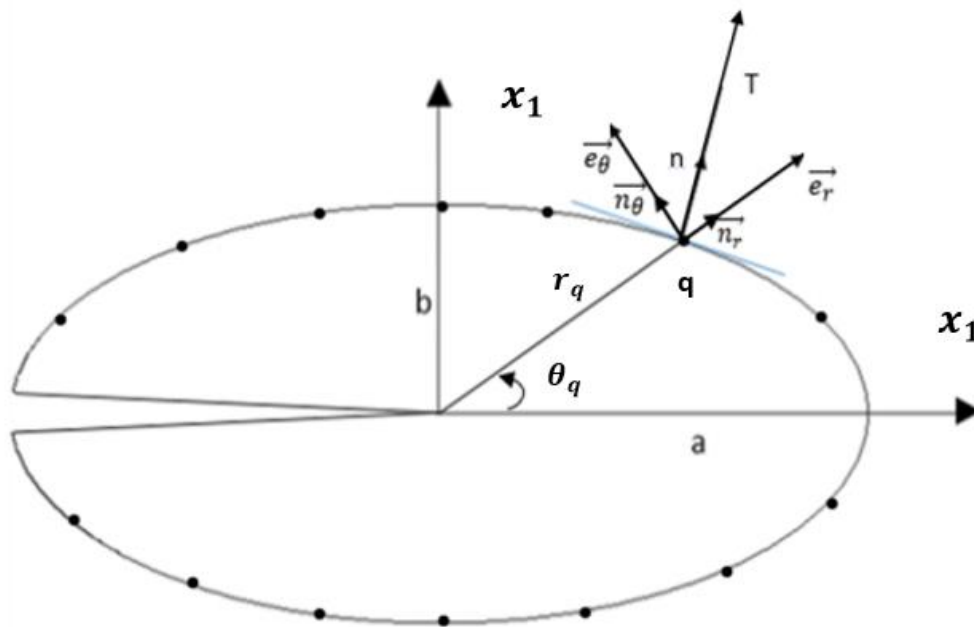


Figure III-2 : Points de collocation.

Nous reprenons le système d'équation (II-12) :

$$\mathbf{T}_3^q = \sum_{N=1}^P \left(-\mathbf{A}_N \mathbf{r}^{(N-3/2)} (N-1/2) [\sin((N-3/2)\theta_q) \mathbf{n}_1^q + \cos((N-3/2)\theta_q) \mathbf{n}_2^q] + \mathbf{B}_N \mathbf{r}^{(N-1)} N [\cos((N-1)\theta_q) \mathbf{n}_1^q - \sin((N-1)\theta_q) \mathbf{n}_2^q] \right), \quad q = 1..2p \quad (\text{III-4})$$

On introduit dans (III-4) :

$$\begin{cases} \mathbf{T}_3^q = \sin \theta_q \\ \mathbf{r}_q = 1 / \sqrt{(\cos(\theta_q)/a)^2 + (\sin(\theta_q)/b)^2} \\ \mathbf{n}_1^q = \mathbf{n}_r^q \cos \theta_q - \mathbf{n}_\theta^q \sin \theta_q \\ \mathbf{n}_2^q = \mathbf{n}_r^q \sin \theta_q + \mathbf{n}_\theta^q \cos \theta_q \end{cases} \quad (\text{III-5})$$

Où \mathbf{n}_1^q et \mathbf{n}_2^q sont les composantes cartésiennes de la normale \mathbf{n}^q .

La résolution du système (III-4) en tenant compte de (III-5), permet d'obtenir les \mathbf{A}_N et \mathbf{B}_N .

Le FIC est donné par : $\mathbf{K}_{III} = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} \mathbf{A}_1$.

Nous effectuons les calculs pour $0.82 \leq a \leq 1.1$ et $0.86 \leq b \leq 0.55$ avec $A = \pi ab = 0.6\pi$, ou bien $ab = 0.6$. Ce qui donne : $0.82 \leq \frac{a}{b} \leq 1.35$. Les valeurs de \mathbf{K}_{III} sont arrondies à trois chiffres après la virgule.

Remarque :

Nous avons fait les calculs pour cet intervalle car au-delà de ces valeurs les calculs ne convergent pas.

III.2.1. Résultats par la méthode SVD :

En utilisant la méthode SVD, le système d'équations (III-4) est résolu numériquement à l'aide du logiciel Matlab. Le programme correspondant est présenté dans l'Annexe 1. Nous procédons de la manière suivante : nous augmentons à chaque fois le nombre de termes P à partir de 1, et nous calculons à chaque fois le FIC correspondant. Nous arrêtons lorsque la valeur du FIC se stabilise (convergence).

Nous présentons les résultats en fonction du rapport a/b. A titre d'exemple, nous donnons, ci-dessous, les résultats détaillés pour a/b=1.06 (pour les autres valeurs de a/b, voir Annexe 3).

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	3.4695	26	1.8494	51	1.8469	76	1.8464
2	2.4253	27	1.8491	52	1.8469	77	1.8464
3	1.9822	28	1.8489	53	1.8468	78	1.8464
4	1.9492	29	1.8487	54	1.8468	79	1.8464
5	1.9206	30	1.8485	55	1.8468	80	1.8464
6	1.8996	31	1.8484	56	1.8467	81	1.8464
7	1.8864	32	1.8482	57	1.8467	82	1.8464
8	1.8776	33	1.8481	58	1.8467	83	1.8463
9	1.8714	34	1.8480	59	1.8467	84	1.8463
10	1.8669	35	1.8479	60	1.8467	85	1.8463
11	1.8634	36	1.8478	61	1.8466	86	1.8463
12	1.8608	37	1.8477	62	1.8466	87	1.8463
13	1.8587	38	1.8476	63	1.8466	88	1.8463
14	1.8570	39	1.8475	64	1.8466	89	1.8463
15	1.8557	40	1.8474	65	1.8466	90	1.8463
16	1.8546	41	1.8474	66	1.8465	91	1.8463
17	1.8536	42	1.8473	67	1.8465	92	1.8463
18	1.8528	43	1.8473	68	1.8465	93	1.8463
19	1.8521	44	1.8472	69	1.8465	94	1.8463
20	1.8516	45	1.8471	70	1.8465	95	1.8463
21	1.8511	46	1.8471	71	1.8465	96	1.8463
22	1.8506	47	1.8471	72	1.8465	97	1.8463
23	1.8503	48	1.8470	73	1.8464	98	1.8463
24	1.8499	49	1.8470	74	1.8464	99	1.8462
25	1.8496	50	1.8469	75	1.8464	100	1.8462

Tableau III-1 : K_{III} en fonction de p (a/b=1.06) avec la méthode SVD.

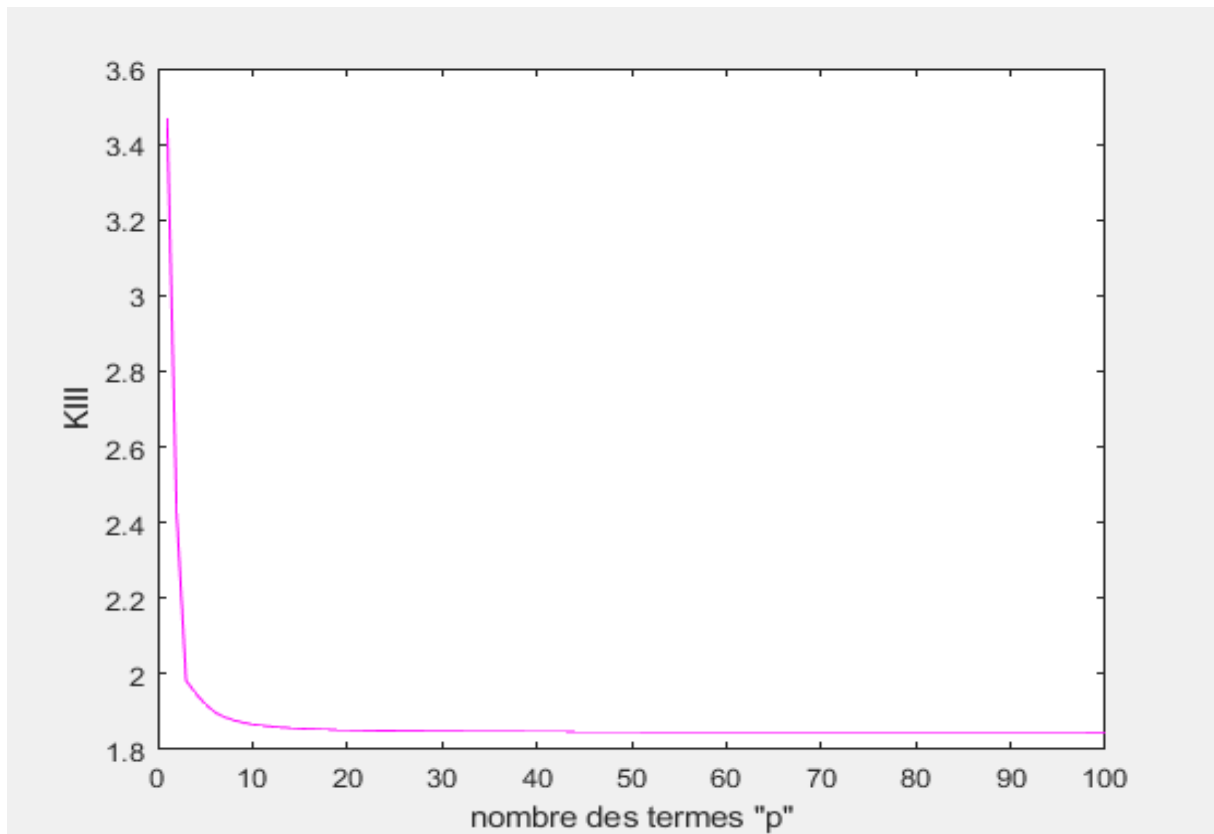


Figure III-3 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=1.06$) avec la méthode SVD.

Nous observons dans le Tableau III-1 que la valeur de K_{III} converge vers 1.846 à partir de $p=73$.

A titre d'exemple, nous présentons, ci-dessous, les résultats détaillés pour $a/b=2.81$ (pas de convergence).

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	1.8956	26	71.6886	51	2.1202	76	2.1004
2	4.1891	27	1.9930	52	2.7539	77	2.4972
3	1.7775	28	81.8387	53	2.5874	78	2.0387
4	-12.1095	29	1.9918	54	2.4028	79	2.0304
5	1.8815	30	78.6125	55	2.0398	80	2.4350
6	7.2568	31	1.9969	56	2.2909	81	2.0865
7	1.9523	32	12.9193	57	2.3994	82	2.2212
8	-50.9534	33	2.0027	58	2.3138	83	2.6523
9	1.9505	34	1.9463	59	2.2525	84	2.3347
10	13.9407	35	2.8630	60	2.1223	85	1.9120
11	1.9768	36	1.9650	61	2.2644	86	1.9265
12	149.3902	37	1.2394	62	2.3079	87	1.8926
13	1.9732	38	2.9538	63	2.1870	88	2.7442
14	25.1040	39	2.1577	64	2.4686	89	2.3458
15	1.9843	40	2.3863	65	2.1573	90	2.0104
16	71.1276	41	2.9775	66	2.1493	91	2.5051
17	1.9834	42	2.8806	67	2.2461	92	2.4805
18	39.8723	43	2.2744	68	1.8104	93	2.3779
19	1.9884	44	2.1052	69	1.9871	94	2.3838
20	67.2471	45	2.5197	70	2.0134	95	2.4338
21	1.9887	46	2.3937	71	2.1354	96	2.5505
22	55.8886	47	2.3674	72	2.1657	97	2.6614
23	1.9911	48	2.6836	73	2.1455	98	2.7984
24	72.6158	49	2.2751	74	2.0403	99	2.7634
25	1.9916	50	2.0439	75	2.1348	100	2.8472

Tableau III-2 : K_{III} en fonction de p (a/b=2.81) avec la méthode SVD.

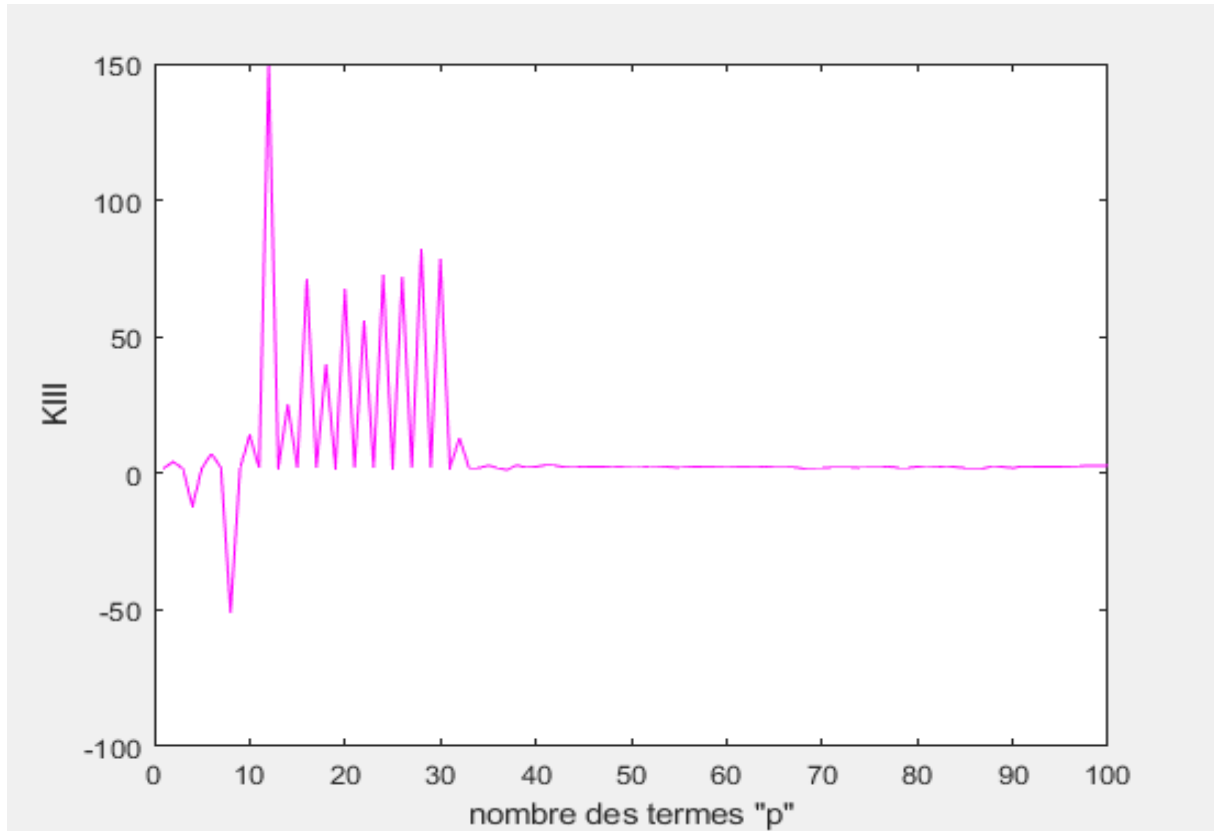


Figure III-4 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=2.81$) avec la méthode SVD.

Nous observons dans le Tableau III-2 et dans la Figure III-4, une absence de convergence des valeurs de K_{III} .

Nous présentons dans le Tableau III-3 ci-dessous, les valeurs de K_{III} pour toutes les valeurs de $0.82 \leq \frac{a}{b} \leq 1.35$.

a / b	K_{III}
0.82	1.994
1	1.873
1.06	1.846
1.35	1.791

Tableau III-3 : valeur de K_{III} pour différentes valeurs de a/b avec la méthode SVD.

Nous présentons sur la Figure III-5 ci-dessous, la courbe du K_{III} pour toutes les valeurs de a/b .

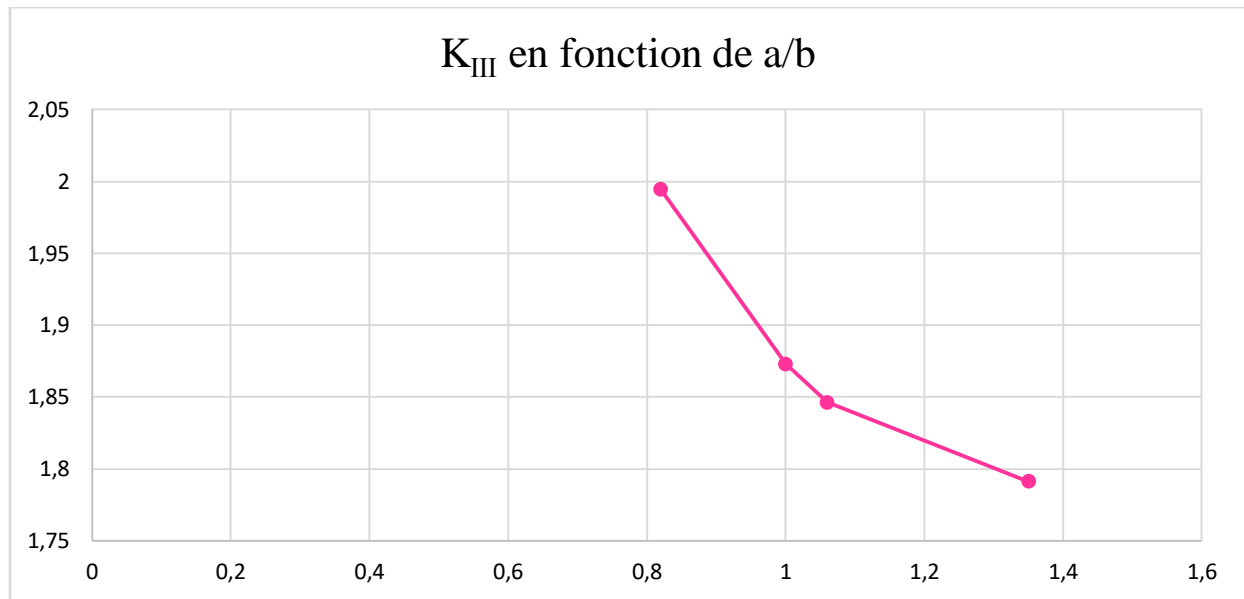


Figure III-5 : la courbe de K_{III} en fonction de a/b avec la méthode SVD.

Discussion des résultats :

D'après la figure III-5 et le Tableau III-3, nous remarquons que K_{III} diminue quand a/b augmente. Ceci peut s'expliquer que lorsqu'on augmente a , le ligament (la partie saine de la structure dans le prolongement de la fissure), dont la longueur est égale à a , devient plus important. Par conséquent la dangerosité de la fissure diminue ainsi que le K_{III} .

III.2.2. Résultats par la méthode d'inversion matricielle :

En utilisant la méthode d'inversion matricielle, le système d'équation (III-4) est résolu numériquement à l'aide du logiciel Matlab. Le programme correspondant est présenté dans l'Annexe 2. Nous augmentons à chaque fois le nombre de termes p à partir de 1, et nous calculons le FIC correspondant. Nous nous arrêtons lorsque la valeur du FIC se stabilise (convergence).

Nous présentons les résultats en fonction du rapport a/b . A titre d'exemple, nous présentons, ci-dessous, les résultats détaillés pour $a/b=1.06$ (pour les autres valeurs de a/b , voir Annexe 4).

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	3.4695	26	1.8494	51	1.8469	76	1.8464
2	2.4253	27	1.8491	52	1.8469	77	1.8464
3	1.9822	28	1.8489	53	1.8468	78	1.8464
4	1.9492	29	1.8487	54	1.8468	79	1.8464
5	1.9206	30	1.8485	55	1.8468	80	1.8464
6	1.8996	31	1.8484	56	1.8467	81	1.8464
7	1.8864	32	1.8482	57	1.8467	82	1.8464
8	1.8776	33	1.8481	58	1.8467	83	1.8463
9	1.8714	34	1.8480	59	1.8467	84	1.8463
10	1.8669	35	1.8479	60	1.8467	85	1.8463
11	1.8634	36	1.8478	61	1.8466	86	1.8463
12	1.8608	37	1.8477	62	1.8466	87	1.8463
13	1.8587	38	1.8476	63	1.8466	88	1.8463
14	1.8570	39	1.8475	64	1.8466	89	1.8463
15	1.8557	40	1.8474	65	1.8466	90	1.8463
16	1.8546	41	1.8474	66	1.8465	91	1.8463
17	1.8536	42	1.8473	67	1.8465	92	1.8463
18	1.8528	43	1.8473	68	1.8465	93	1.8463
19	1.8521	44	1.8472	69	1.8465	94	1.8463
20	1.8516	45	1.8471	70	1.8465	95	1.8463
21	1.8511	46	1.8471	71	1.8465	96	1.8463
22	1.8506	47	1.8471	72	1.8465	97	1.8463
23	1.8503	48	1.8470	73	1.8464	98	1.8463
24	1.8499	49	1.8470	74	1.8464	99	1.8462
25	1.8496	50	1.8469	75	1.8464	100	1.8462

Tableau III-4 : K_{III} en fonction de p (a/b=1.06) avec la méthode d'inversion matricielle.

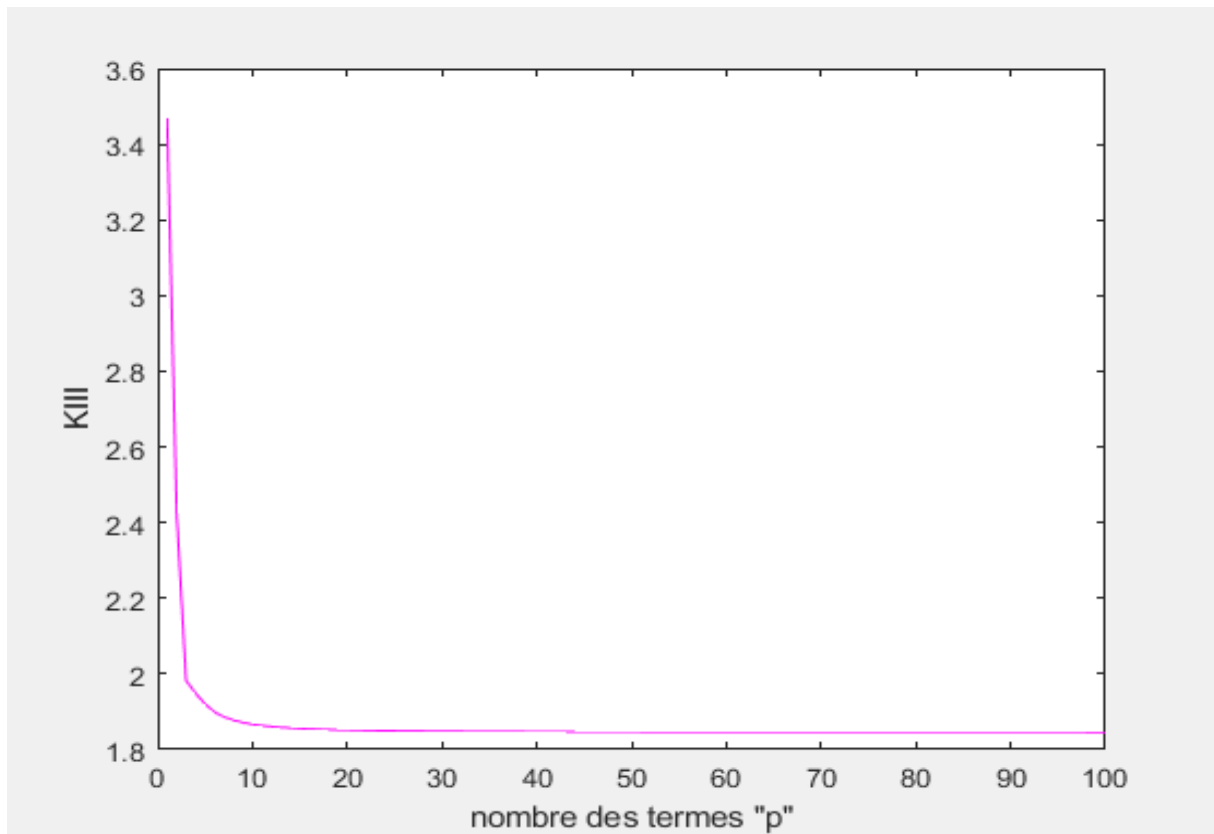


Figure III-6 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=1.06$) avec la méthode d'inversion matricielle.

Nous observons dans le Tableau III-4 que la valeur de K_{III} converge vers 1.846 à partir de $p=73$.

A titre d'exemple, nous présentons, ci-dessous, les résultats détaillés pour $a/b=2.4$ (pas de convergence). Nous avons également constaté un message signalant que la matrice est presque-singulière (Capture d'écran 1).

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	2.0034	26	11.4523	51	43602.7176	76	1.0379
2	4.0465	27	2.3039	52	-2.1798	77	0.7010
3	4.0273	28	-12.4599	53	1.6414	78	54.9118
4	-2.0293	29	2.1622	54	-1.4503	79	-4.6080
5	2.0058	30	14.4180	55	-0.0378	80	3.0623
6	4.5131	31	2.2788	56	3.5540	81	-1.5370
7	2.9608	32	-17.6747	57	0.9740	82	5.1080
8	-2.1533	33	2.1744	58	-1.6514	83	-16.8526
9	2.0597	34	18.3069	59	-4.5980	84	-5.0471
10	5.2497	35	2.2613	60	1.3480	85	2.0183
11	2.6452	36	-25.1916	61	1.7473	86	2.7715
12	-3.0031	37	2.1851	62	4.1301	87	3.2358
13	2.0874	38	23.4269	63	-36.4135	88	0.6503
14	6.2188	39	2.2479	64	-1.1052	89	7.4533
15	2.4869	40	-38.1292	65	4.3171	90	5.6778
16	-4.3158	41	2.2077	66	-21.8029	91	-101.268
17	2.1101	42	26.3249	67	-40.3318	92	-2.8549
18	7.5025	43	2.2651	68	2.0730	93	3.3628
19	2.3967	44	-59.3169	69	22.3595	94	-0.3688
20	-6.1786	45	2.1297	70	2.7701	95	2.9363
21	2.1301	46	-0.9231	71	2.2828	96	4.2018
22	9.2031	47	41.0033	72	1.7955	97	-0.3757
23	2.3407	48	3.2751	73	-23.6464	98	-0.9703
24	-8.7891	49	0.2083	74	0.7540	99	3.4800
25	2.1475	50	2.8877	75	-7.8701	100	6.5446

Tableau III-5 : K_{III} en fonction de p (a/b=2.4) avec la méthode d'inversion matricielle.

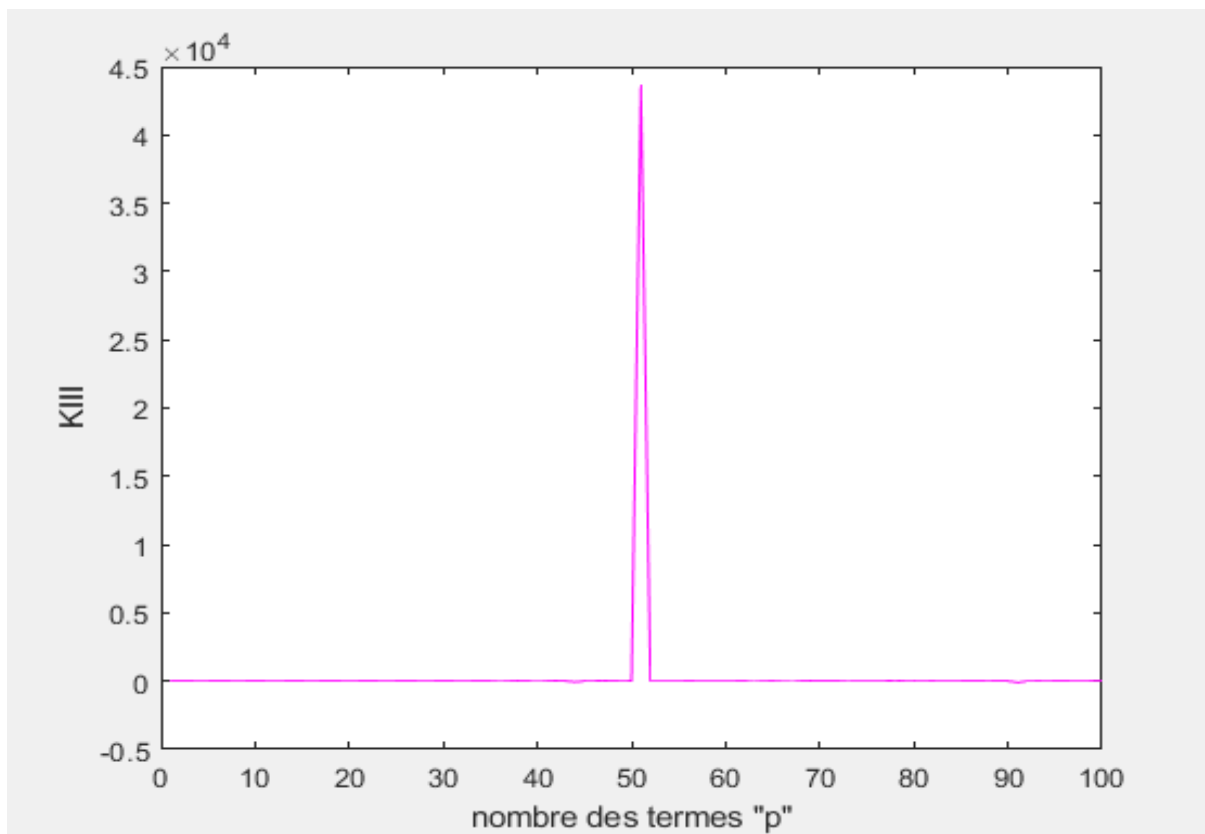


Figure III-7 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=2.4$) avec la méthode d'inversion matricielle.

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 5.652768e-30.

Capture d'écran III-1 : système est mal conditionné pour $a/b = 2.4$.

Nous observons dans le Tableau III-5 et dans la Figure III-7, une absence de convergence des valeurs de K_{III} .

Nous présentons dans le Tableau III-6 ci-dessous, les valeurs de K_{III} pour toutes les valeurs de $0.82 \leq \frac{a}{b} \leq 1.35$.

a / b	K_{III}
0.82	1.994
1	1.873
1.06	1.846
1.35	1.791

Tableau III-6 : valeur de K_{III} pour différentes valeurs de a/b avec la méthode d'inversion matricielle.

Nous présentons sur la Figure III-8 ci-dessous, la courbe du K_{III} pour toutes les valeurs de a/b.

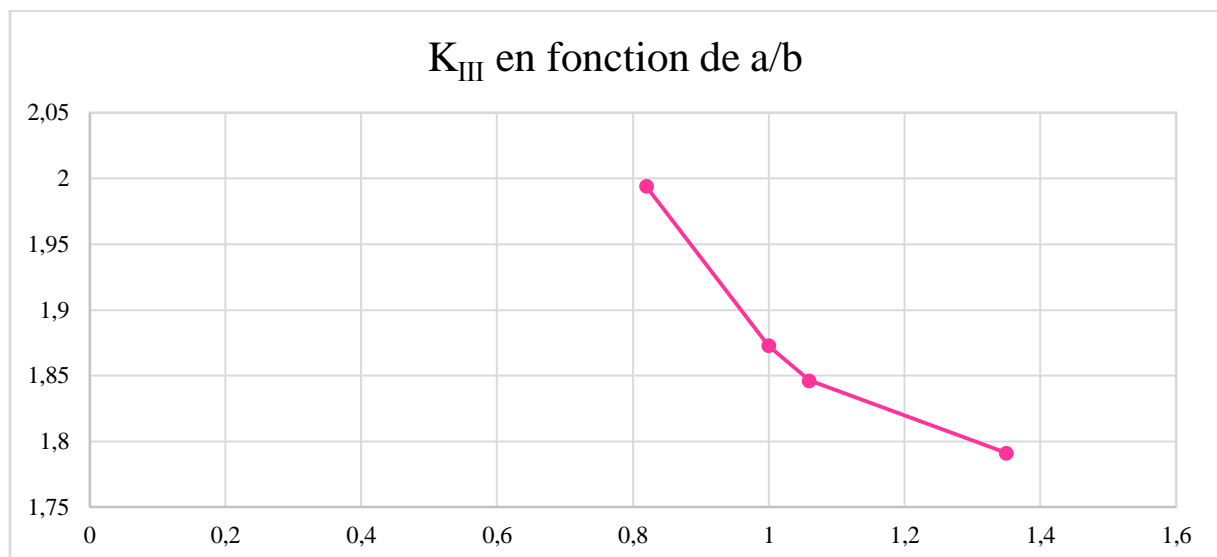


Figure III-8 : la courbe de K_{III} en fonction de a/b avec la méthode d'inversion matricielle.

Discussion des résultats :

Les résultats sont les mêmes que dans le paragraphe précédent. La discussion est également la même.

III.2.3. Comparaison entre les deux méthodes :

- En comparant les résultats des Tableaux (III-3) et (III-6), nous constatons que les résultats sont identiques. Ceci constitue une confirmation de la validité de la programmation de la méthode SVD effectuée par Slamani et Ouansa [1] et utilisée dans notre travail.

- Avec la méthode d'inversion matricielle, le logiciel Matlab nous signale que le système est mal-conditionné.
- En comparant les résultats détaillés dans les Annexes 3 et 4, nous constatons que les paliers de convergence sont identiques (Tableau III-7).

a/b	Début et fin du palier (SVD)	Début et fin du palier (Inversion matricielle)
0,82	P=76-100	P=76-100
1	P=52-100	P=52-100
1,06	P=73-100	P=73-100
1,35	P=68-100	P=68-100

Tableau III-7 : paliers de convergence pour les deux méthodes.

En conclusion, nous pouvons dire que les deux méthodes sont équivalentes.

Chapitre IV

Section elliptique avec
fissure non centrale

IV.1. Introduction :

Dans ce chapitre, nous appliquons la méthode de collocation de frontière au calcul du FIC K_{III} dans le cas d'une fissure non centrale dans une section elliptique. Nous calculons K_{III} pour plusieurs valeurs de f . Nous effectuons les calculs avec la méthode SVD-régulière et la méthode d'inversion matricielle, puis nous comparons les résultats obtenus. Pour alléger la rédaction nous omettrons dans la suite de ce chapitre la mention « régulière » pour la méthode SVD, et nous l'appellerons simplement SVD.

IV.2. Modélisation du problème :

On considère une section elliptique. La section contient une fissure non centrale de longueur f et dans la direction du grand axe a . La frontière de l'ellipse est soumise à un chargement tangentiel dans la direction x_3 , $T_3 = T \sin \theta$ (Figure IV-1). Nous effectuons le calcul pour plusieurs valeurs de f .

Adimensionnalisation :

On définit les nouvelles variables adimensionnelles suivantes :

$$a' = \frac{a}{a} = 1 \quad , \quad b' = \frac{b}{a} \quad , \quad T' = \frac{T}{T} = 1 \quad , \quad f' = \frac{f}{a}$$

La coordonnées radiale d'un point de la frontière de l'ellipse (Figure IV-2) est donnée par :

$$r_q = \sqrt{a - f + R_q * \cos(\theta_q^0)^2 + R_q * \sin(\theta_q^0)^2}$$

Où R_q est le rayon de l'ellipse donné par :

$$R_q = 1 / \sqrt{(\cos(\theta_q^0)/a)^2 + (\sin(\theta_q^0)/b)^2}$$

En injectant les expressions de a' et b', f' , dans les formules de r_q et R_q , on obtient le rayon adimensionnel suivant :

$$r' = \frac{r}{a}$$

Nous reprenons l'équation (II-11) :

$$\sigma_{31} \mathbf{n}_1 + \sigma_{32} \mathbf{n}_2 = \mathbf{T}$$

Cette équation est adimensionnalisée en la divisant par T :

$$\frac{\sigma_{31}}{T} n_1 + \frac{\sigma_{32}}{T} n_2 = \frac{T}{T} = 1$$

L'équation précédente nous permet de définir les contraintes adimensionnelles :

$$\sigma'_{31} = \frac{\sigma_{31}}{T} \quad , \quad \sigma'_{32} = \frac{\sigma_{32}}{T}$$

En définissant la contrainte adimensionnelle asymptotique et en y injectant l'expression de r', on obtient :

$$\sigma'_{32} = \frac{\sigma_{32}}{T} = \frac{K_{III} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \frac{1}{T}}{\sqrt{2\pi r'} \cdot \sqrt{a}} = \frac{K'_{III}}{\sqrt{2\pi r'}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

L'expression précédente permet de définir le FIC adimensionnel K'_{III} :

$$K'_{III} = \frac{K_{III}}{\sqrt{a}} \cdot \frac{1}{T}$$

Dans la suite du mémoire, on travaillera avec les quantités adimensionnelles : f', a', b' et K'_{III} .
 Pour simplifier la rédaction, l'indice (') sera omis ainsi que la mention « adimensionnel ».

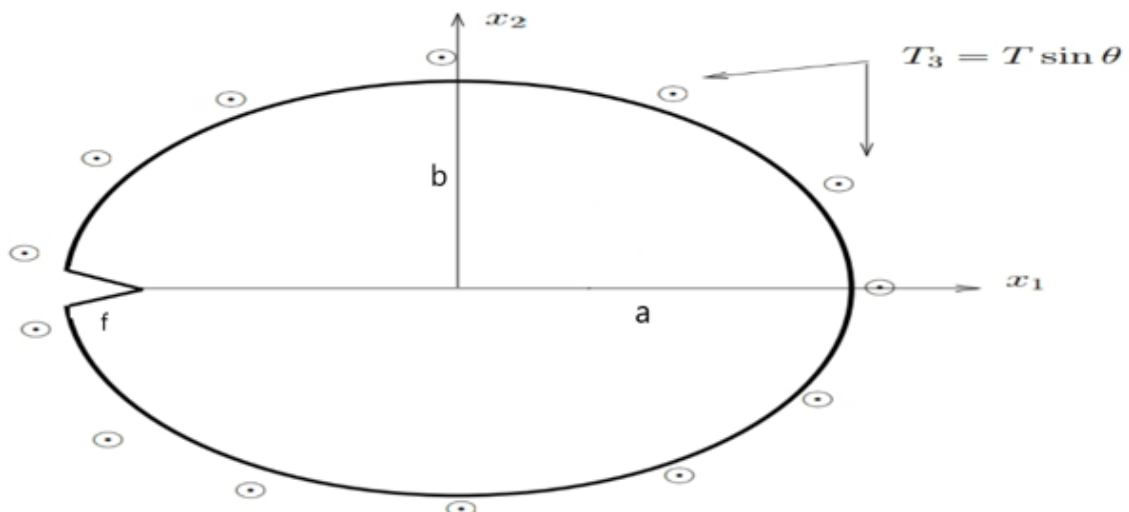


Figure IV-1 : Section elliptique avec une fissure non centrale sous chargement tangentiel.

Nous considérons des points de collocation répartis uniformément sur la frontière de l'ellipse (Figure IV-2). Pour chaque point q , l'angle θ_q^0 sera calculé par la formule suivante :

$$\theta_q^0 = \frac{2\pi q}{2p+1} - \pi \quad q = 1 \text{ à } 2p \quad (\text{IV-1})$$

Où P est le nombre de termes défini dans (II-9).

Le rayon de l'ellipse R_q en q est donné par :

$$R_q = 1 / \sqrt{(\cos(\theta_q^0)/a)^2 + (\sin(\theta_q^0)/b)^2} \quad (\text{IV-2})$$

La coordonnées radiale du point q est donnée par :

$$r_q = \sqrt{a - f + R_q * \cos(\theta_q^0)^2 + R_q * \sin(\theta_q^0)^2} \quad (\text{IV-3})$$

L'angle θ_q est calculé par l'expression suivante :

$$\theta_q = \text{atan2}(R_q \sin \theta_q^0, a - f + R_q \cos \theta_q^0) \quad (\text{IV-4})$$

Les composantes radiales et tangentiels de la normale n^q sont données par :

$$n_r^q = \frac{ff(r_q, \theta_q)}{\sqrt{ff(r_q, \theta_q)^2 + gg(r_q, \theta_q)^2}}, \quad n_\theta^q = \frac{gg(r_q, \theta_q)}{\sqrt{ff(r_q, \theta_q)^2 + gg(r_q, \theta_q)^2}} \quad (\text{IV-5})$$

Avec :

- $ff(r_q, \theta_q) = \frac{2\cos(\theta_q)(r_q \cos(\theta_q) - a + f)}{a^2} + \frac{2r_q \sin^2(\theta_q)}{b^2}$
- $gg(r_q, \theta_q) = \frac{-2\sin(\theta_q)(r_q \cos(\theta_q) - a + f)}{a^2} + \frac{r_q \sin(2\theta_q)}{b^2}$

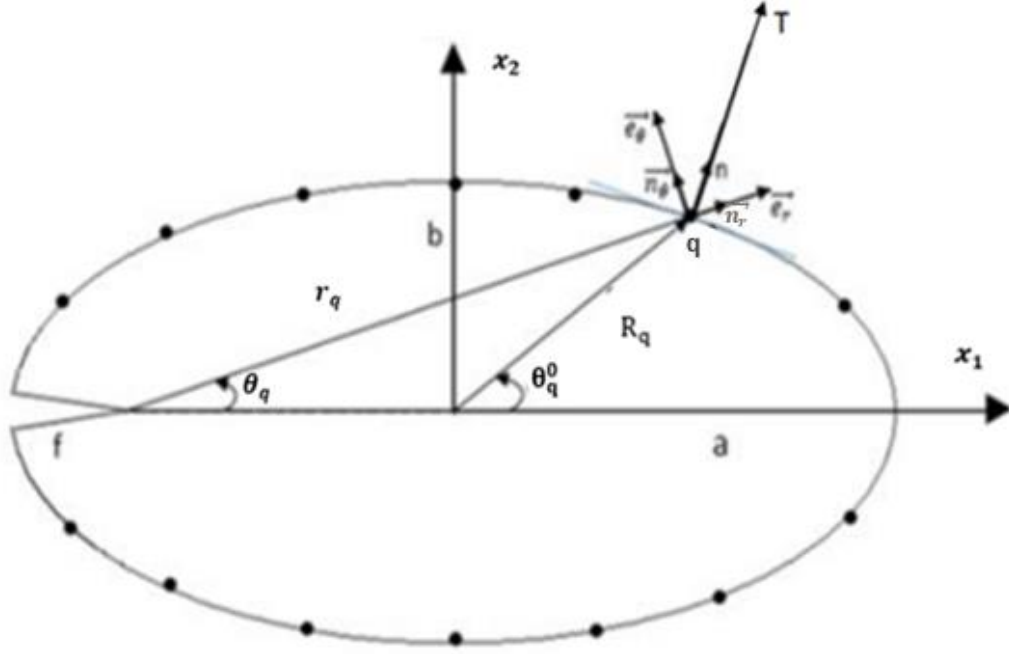


Figure IV-2 : Points de collocation.

Nous reprenons le système d'équation (II-12) :

$$\mathbf{T}_3^q = \sum_{N=1}^p \left(-\mathbf{A}_N r^{(N-3/2)} (N-1/2) [\sin((N-3/2)\theta_q) \mathbf{n}_1^q + \cos((N-3/2)\theta_q) \mathbf{n}_2^q] + \right. \\ \left. \mathbf{B}_N r^{(N-1)} N [\cos((N-1)\theta_q) \mathbf{n}_1^q - \sin((N-1)\theta_q) \mathbf{n}_2^q] \right), q = 1..2p \quad (\text{IV-6})$$

On introduit dans (IV-6) :

$$\begin{cases} \mathbf{T}_3^q = \sin \theta_q \\ r_q = \sqrt{a - f + R_q * \cos(\theta_q^0)^2 + R_q * \sin(\theta_q^0)^2} \\ \mathbf{n}_1^q = \mathbf{n}_r^q \cos \theta_q - \mathbf{n}_\theta^q \sin \theta_q \\ \mathbf{n}_2^q = \mathbf{n}_r^q \sin \theta_q + \mathbf{n}_\theta^q \cos \theta_q \end{cases} \quad (\text{IV-7})$$

Où \mathbf{n}_1^q et \mathbf{n}_2^q sont les composantes cartésiennes de la normale \mathbf{n}^q .

La résolution du système (IV-6) en tenant compte de (IV-7), permet d'obtenir les \mathbf{A}_N et \mathbf{B}_N .

Le FIC est donné par : $\mathbf{K}_{III} = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} \mathbf{A}_1$.

Les calculs seront effectués pour $a=1$ et $b=1.2$ et $0.2 \leq f \leq 1.7$.

Remarque :

Nous avons fait les calculs pour $0.2 \leq f \leq 1.7$, car au-delà de ces valeurs les calculs ne convergent pas.

Nous présentons ci-dessous les résultats obtenus avec les deux méthodes (SVD et inversion matricielle). Les valeurs obtenues sont arrondies à trois chiffres après la virgule.

IV.2.1. Résultats par la méthode SVD :

En utilisant la méthode SVD, le système d'équations (IV-6) est résolu numériquement à l'aide du logiciel Matlab. Le programme correspondant est présenté dans l'Annexe 1. Nous procédons de la manière suivante : nous augmentons à chaque fois le nombre de termes P à partir de 1, et nous calculons à chaque fois le FIC correspondant. Nous arrêtons lorsque la valeur du FIC se stabilise (convergence).

A titre d'exemple, nous donnons, ci-dessous, les résultats détaillés pour $f=0.7$ (pour les autres valeurs de f , voir Annexe 5).

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.6869	26	1.8516	51	1.8486	76	1.8481
2	2.1793	27	1.8513	52	1.8486	77	1.8481
3	2.3499	28	1.8511	53	1.8486	78	1.8481
4	2.0442	29	1.8508	54	1.8486	79	1.8481
5	1.9767	30	1.8506	55	1.8485	80	1.8481
6	1.9286	31	1.8504	56	1.8485	81	1.8481
7	1.9061	32	1.8503	57	1.8485	82	1.8481
8	1.8911	33	1.8501	58	1.8485	83	1.8481
9	1.8816	34	1.8500	59	1.8484	84	1.8481
10	1.8749	35	1.8498	60	1.8484	85	1.8481
11	1.8701	36	1.8497	61	1.8484	86	1.8481
12	1.8664	37	1.8496	62	1.8484	87	1.8481
13	1.8636	38	1.8495	63	1.8483	88	1.8481
14	1.8614	39	1.8494	64	1.8483	89	1.8481
15	1.8596	40	1.8493	65	1.8483	90	1.8482
16	1.8581	41	1.8492	66	1.8482	91	1.8481
17	1.8569	42	1.8492	67	1.8482	92	1.8481
18	1.8559	43	1.8491	68	1.8482	93	1.8482
19	1.8551	44	1.8490	69	1.8482	94	1.8377
20	1.8544	45	1.8490	70	1.8482	95	1.8482
21	1.8537	46	1.8489	71	1.8481	96	1.8482
22	1.8532	47	1.8489	72	1.8481	97	1.8483
23	1.8527	48	1.8488	73	1.8481	98	1.8481
24	1.8523	49	1.8488	74	1.8481	99	1.8482
25	1.8519	50	1.8487	75	1.8481	100	1.8482

Tableau IV-1 : K_{III} en fonction de p (f=0.7) avec la méthode SVD.

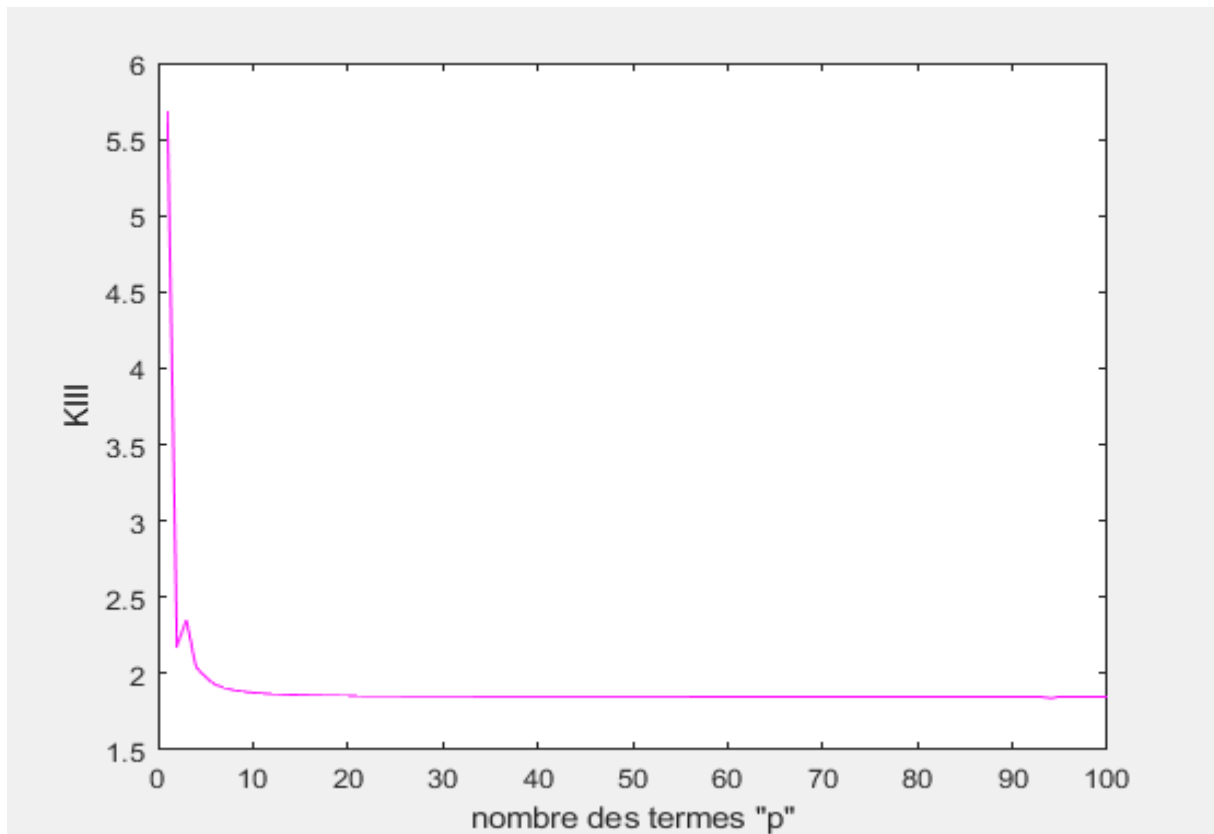


Figure IV-3 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.7$) avec la méthode SVD.

Nous observons dans le Tableau IV-1 que la valeur de K_{III} converge vers 1.848 à partir de $p=59$.

A titre d'exemples, nous présentons, ci-dessous, les résultats détaillés pour $f = 1.9$ et $f = 0.1$ (pas de convergence).

Résultats pour $f = 1.9$ ($f > 1.7$) :

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	-31.7271	26	7.9736	51	2.0253	76	0.0000
2	5.1939	27	8.4556	52	1.7449	77	0.0000
3	22.4996	28	8.0196	53	1.0605	78	0.0000
4	5.6597	29	8.4006	54	0.4287	79	0.0000
5	16.9710	30	8.1777	55	0.2105	80	0.0000
6	6.2366	31	8.1480	56	0.1126	81	0.0000
7	13.3311	32	8.1940	57	0.0547	82	0.0000
8	6.5812	33	8.1486	58	0.0278	83	0.0000
9	11.7172	34	8.1015	59	0.0145	84	0.0000
10	6.9013	35	8.1111	60	0.0077	85	0.0000
11	10.6482	36	8.0460	61	0.0039	86	0.0000
12	7.1456	37	8.1198	62	0.0020	87	0.0000
13	9.9661	38	8.0848	63	0.0010	88	0.0000
14	7.3493	39	8.0436	64	0.0005	89	0.0000
15	9.4944	40	8.0001	65	0.0002	90	0.0000
16	7.5137	41	7.9496	66	0.0001	91	0.0000
17	9.1643	42	7.8722	67	0.0000	92	0.0000
18	7.6480	43	7.6632	68	0.0000	93	0.0000
19	8.9268	44	7.0290	69	0.0000	94	0.0000
20	7.7569	45	6.7616	70	0.0000	95	0.0000
21	8.7533	46	6.3854	71	0.0000	96	0.0000
22	7.8451	47	5.9661	72	0.0000	97	0.0000
23	8.6248	48	4.3298	73	0.0000	98	0.0000
24	7.9163	49	3.7241	74	0.0000	99	0.0000
25	8.5286	50	2.9000	75	0.0000	100	0.0000

Tableau IV-2 : K_{III} en fonction de p (f=1.9) avec la méthode SVD.

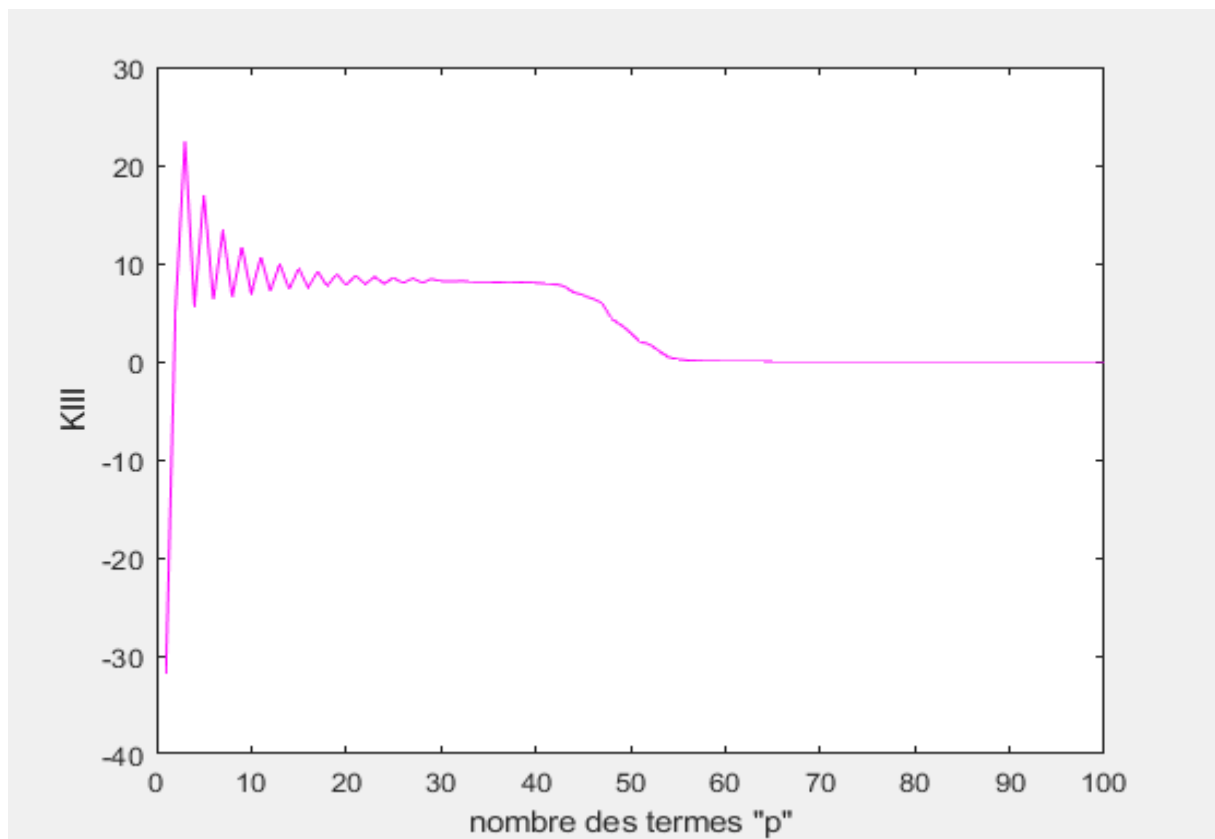


Figure IV-4 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.9$) avec la méthode SVD.

Résultats pour $f = 0.1$ ($f < 0.2$) :

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.2567	26	0.6993	51	0.8777	76	0.0000
2	1.7639	27	0.6961	52	0.8074	77	0.0000
3	2.0204	28	0.6933	53	0.8009	78	0.0000
4	1.4696	29	0.6908	54	0.2350	79	0.0000
5	1.2926	30	0.6889	55	0.0957	80	0.0000
6	1.1504	31	0.6871	56	0.0357	81	0.0000
7	1.0614	32	0.6853	57	0.0096	82	0.0000
8	0.9933	33	0.6862	58	0.0057	83	0.0000
9	0.9418	34	0.6844	59	0.0023	84	0.0000
10	0.9009	35	0.6849	60	0.0011	85	0.0000
11	0.8679	36	0.6848	61	0.0006	86	0.0000
12	0.8407	37	0.6850	62	0.0003	87	0.0000
13	0.8181	38	0.6861	63	0.0001	88	0.0000
14	0.7990	39	0.6872	64	0.0002	89	0.0000
15	0.7827	40	0.6891	65	0.0000	90	0.0000
16	0.7689	41	0.6881	66	0.0000	91	0.0000
17	0.7569	42	0.6888	67	0.0000	92	0.0000
18	0.7466	43	0.6992	68	0.0000	93	0.0000
19	0.7376	44	0.7033	69	0.0000	94	0.0000
20	0.7298	45	0.7055	70	0.0000	95	0.0000
21	0.7230	46	0.7066	71	0.0000	96	0.0000
22	0.7170	47	0.7212	72	0.0000	97	0.0000
23	0.7117	48	0.7176	73	0.0000	98	0.0000
24	0.7071	49	0.9668	74	0.0000	99	0.0000
25	0.7030	50	1.0215	75	0.0000	100	0.0000

Tableau IV-3 : K_{III} en fonction de p (f=0.1) avec la méthode SVD.

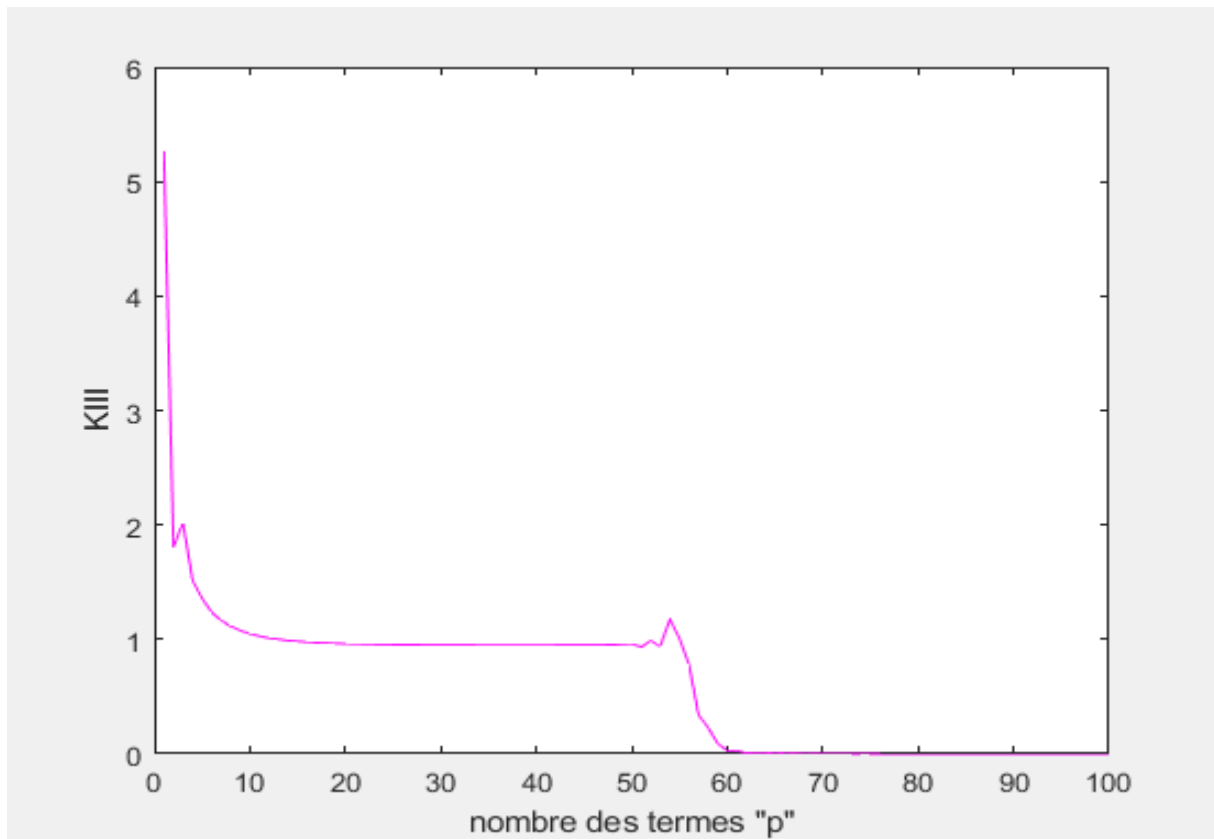


Figure IV-5 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.1$) avec la méthode SVD.

Nous observons dans les Tableaux IV-2 et IV-3 et dans les Figures IV-4 et IV-5, une absence de convergence des valeurs de K_{III} . La valeur 0 n'est pas acceptable, car elle correspond à un chargement nul ou à l'absence de fissure, ce qui n'est pas notre cas.

Nous présentons dans le Tableau IV-4 ci-dessous, les valeurs de K_{III} pour toutes les valeurs de $0.2 \leq f \leq 1.7$.

f	K_{III}
0.2	0.950
0.3	1.165
0.4	1.352
0.5	1.524
0.6	1.688
0.7	1.848
0.8	2.010
0.9	2.177
1	2.354
1.1	2.545
1.2	2.757
1.3	3.000
1.4	3.286
1.5	3.640
1.6	4.100
1.7	4.755

Tableau IV-4 : valeur de K_{III} pour différentes valeurs de f avec la méthode SVD.

Nous présentons sur la Figure III-6 ci-dessous, la courbe de variation du K_{III} en fonction de f.

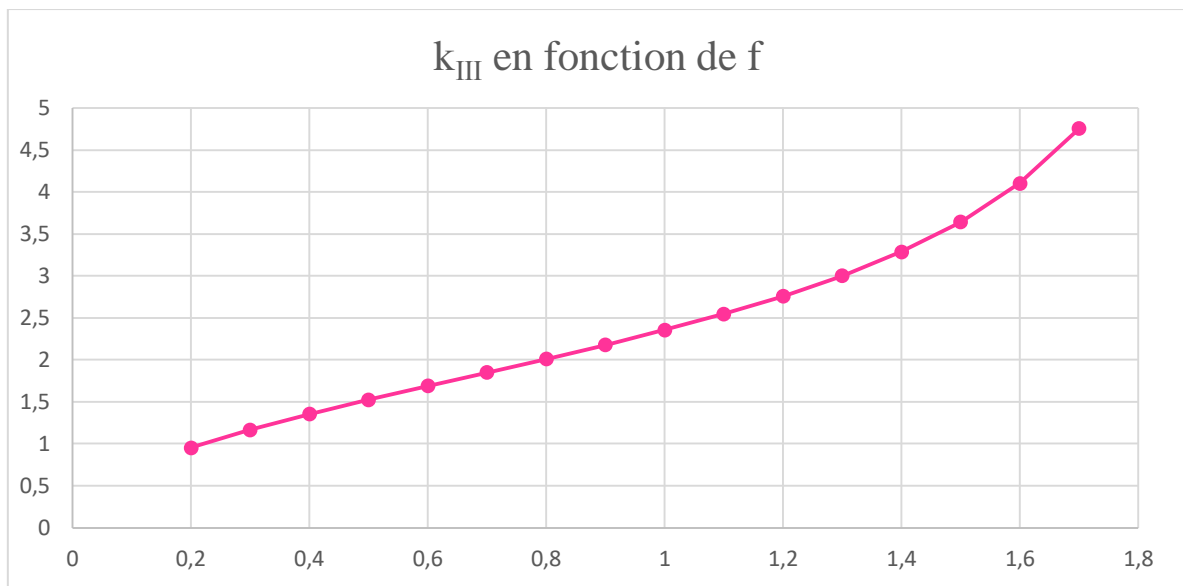


Figure IV-6 : la courbe de K_{III} en fonction de f avec la méthode SVD.

Discussion des résultats :

D'après la figure IV-6 et le Tableau IV-4, nous remarquons que K_{III} est une fonction croissante de la longueur de la fissure f sur tout le domaine de f . Ces résultats sont logiques, car plus une fissure est longue plus elle est dangereuse. Nous constatons que la courbe est d'abord légèrement convexe pour les faibles longueurs de fissure ($f \in [0.2 - 0.6]$). Ensuite, elle est pratiquement linéaire pour les longueurs moyennes ($f \in [0.7 - 1.1]$). Elle finit par devenir concave pour les grandes longueurs ($f \in [1.2 - 1.7]$). Cela traduit le fait que la fissure en grandissant devient de plus en plus dangereuse.

IV.2.2. Résultats par la méthode d'inversion matricielle :

En utilisant la méthode d'inversion matricielle, le système d'équation (IV-6) est résolu numériquement à l'aide du logiciel Matlab. Le programme correspondant est présenté dans l'Annexe 2. Nous augmentons à chaque fois le nombre de termes P à partir de 1 et nous calculons à chaque fois le FIC correspondant. Nous arrêtons lorsque la valeur du FIC se stabilise (convergence).

A titre d'exemple, nous présentons, ci-dessous, les résultats détaillés pour $f=0.7$ (pour les autres valeurs de f , voir Annexe 6).

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.6869	26	1.8516	51	1.8487	76	1.8481
2	2.1793	27	1.8513	52	1.8486	77	1.8481
3	2.3499	28	1.8511	53	1.8486	78	1.8481
4	2.0442	29	1.8508	54	1.8486	79	1.8481
5	1.9767	30	1.8506	55	1.8485	80	1.8481
6	1.9286	31	1.8504	56	1.8485	81	1.8481
7	1.9061	32	1.8503	57	1.8485	82	1.8481
8	1.8911	33	1.8501	58	1.8485	83	1.8481
9	1.8816	34	1.8500	59	1.8484	84	1.8480
10	1.8749	35	1.8498	60	1.8484	85	1.8480
11	1.8701	36	1.8497	61	1.8484	86	1.8480
12	1.8664	37	1.8496	62	1.8484	87	1.8480
13	1.8636	38	1.8495	63	1.8483	88	1.8479
14	1.8614	39	1.8494	64	1.8483	89	1.8480
15	1.8596	40	1.8493	65	1.8483	90	1.8481
16	1.8581	41	1.8492	66	1.8483	91	1.8479
17	1.8569	42	1.8492	67	1.8483	92	1.8479
18	1.8559	43	1.8491	68	1.8482	93	1.8479
19	1.8551	44	1.8490	69	1.8482	94	1.8481
20	1.8544	45	1.8490	70	1.8482	95	1.8476
21	1.8537	46	1.8489	71	1.8482	96	1.8478
22	1.8532	47	1.8489	72	1.8482	97	1.8485
23	1.8527	48	1.8488	73	1.8482	98	1.8508
24	1.8523	49	1.8488	74	1.8481	99	1.8472
25	1.8519	50	1.8487	75	1.8481	100	1.8475

Tableau IV-5 : K_{III} en fonction de p (f=0.7) avec la méthode d'inversion matricielle.

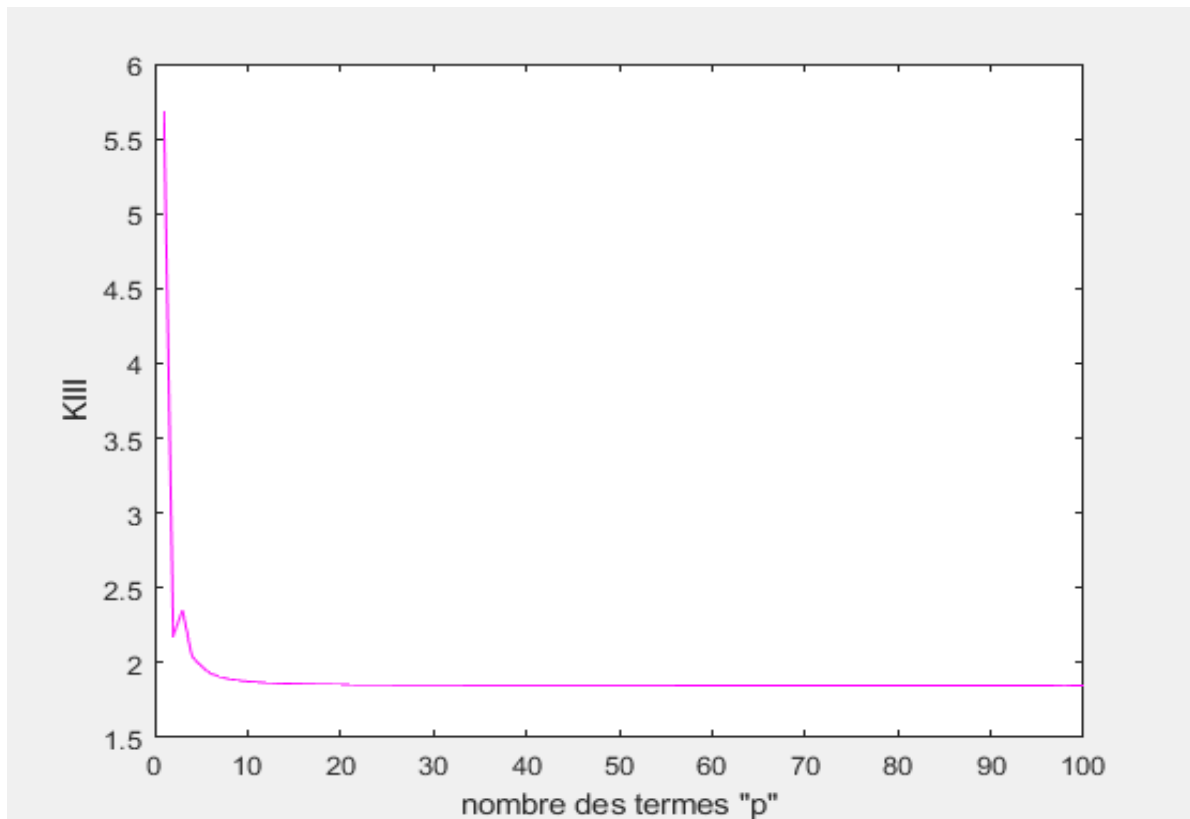


Figure IV -7 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.7$) avec la méthode d'inversion matricielle.

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 1.894085e-22.

Capture d'écran IV-1 : système est mal conditionné pour $f=0.7$.

Nous observons dans le Tableau IV-5 que la valeur de K_{III} converge vers 1.848 à partir de $p=59$. Nous constatons que la valeur de K_{III} diverge pour deux valeurs du palier $p=98$ et 99 .

Nous avons également constaté un message signalant que la matrice est presque-singulière (Capture d'écran IV-1).

A titre d'exemples, nous présentons, ci-dessous, les résultats détaillés pour $f=1.9$ et $f=0.1$ (pas de convergence). Nous avons également constaté deux messages signalant que la matrice est presque-singulière (Capture d'écran IV-2 et IV-3).

Résultats pour $f=1.9$ ($f > 1.7$) :

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	-31.7271	26	7.9735	51	-6.3949	76	1.2596
2	5.1939	27	8.4557	52	2.9431	77	-0.6332
3	22.4996	28	8.0195	53	9.4052	78	-5.2356
4	5.6597	29	8.4001	54	-18.8732	79	8.6357
5	16.9710	30	8.0565	55	5.9446	80	7.1165
6	6.2366	31	8.3573	56	7.6806	81	10.3437
7	13.3311	32	8.0856	57	-1.6361	82	9.1801
8	6.5812	33	8.3249	58	13.8741	83	7.3868
9	11.7172	34	8.1059	59	6.8108	84	3.5483
10	6.9013	35	8.2983	60	-22.0421	85	-29.0736
11	10.6482	36	8.1032	61	29.8330	86	6.8616
12	7.1456	37	8.3779	62	7.3880	87	-157.0650
13	9.9661	38	8.0790	63	5.3185	88	3.1954
14	7.3493	39	6.0120	64	7.5983	89	14.6320
15	9.4944	40	8.1337	65	-35.0233	90	0.9544
16	7.5137	41	11.2838	66	4.3823	91	13.0631
17	9.1643	42	72.2770	67	10.2308	92	8.1094
18	7.6480	43	1.6160	68	5.7723	93	1.8839
19	8.9268	44	7.7578	69	-0.5442	94	-16.2820
20	7.7569	45	2.0483	70	7.7190	95	2.6755
21	8.7533	46	1.1316	71	25.1155	96	9.7783
22	7.8451	47	-21.6062	72	3.8290	97	10.3637
23	8.6248	48	10.1146	73	12.2158	98	12.0281
24	7.9163	49	10.1039	74	-2.5663	99	15.5302
25	8.5286	50	-38.7205	75	4.5576	100	3.8191

Tableau IV-6 : K_{III} en fonction de p (f=1.9) avec la méthode d'inversion matricielle.

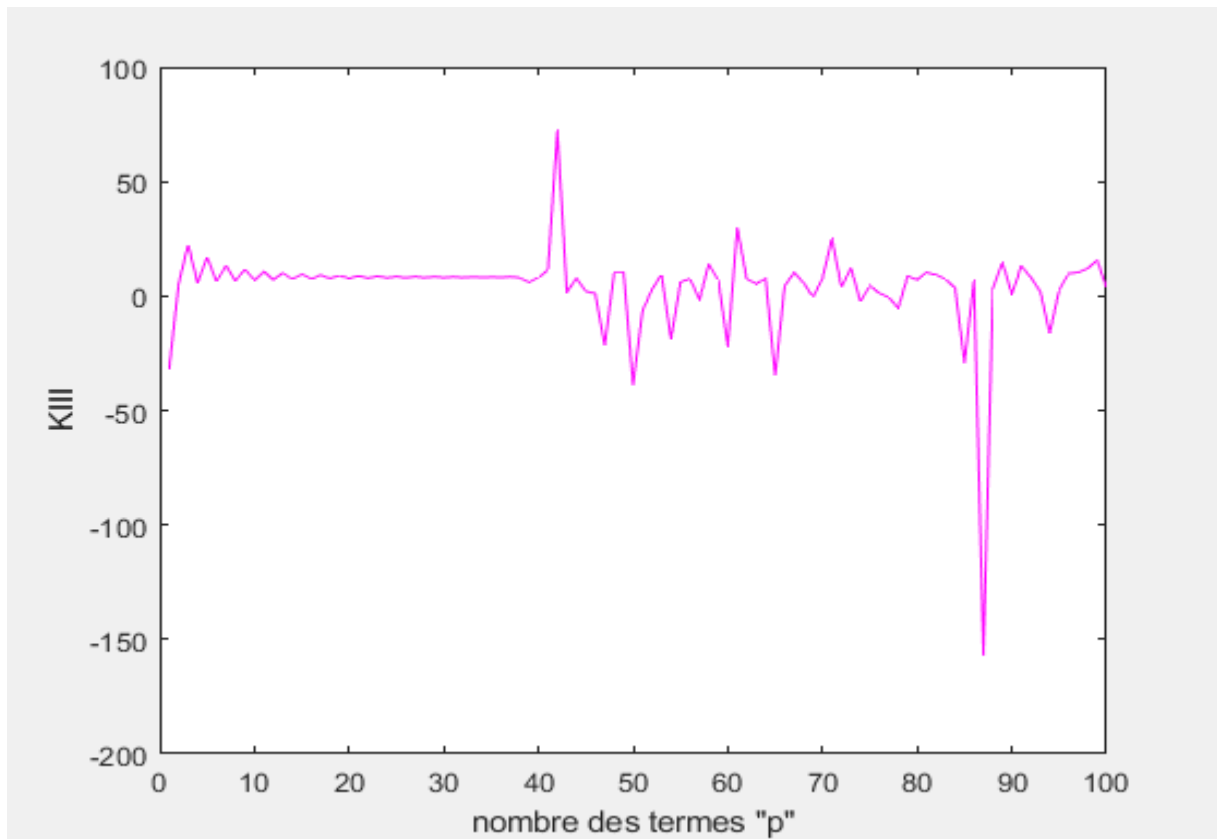


Figure IV -8 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.9$) avec la méthode d'inversion matricielle.

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 1.275598e-39.

Capture d'écran IV-2 : système est mal conditionné pour $f=1.9$.

Résultats pour $f = 0.1$ ($f < 0.2$):

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.2567	26	0.6994	51	0.6694	76	0.6724
2	1.7639	27	0.6962	52	0.5767	77	0.6605
3	2.0205	28	0.6934	53	0.6652	78	0.7013
4	1.4696	29	0.6908	54	0.6750	79	0.6622
5	1.2926	30	0.6886	55	0.6750	80	0.6762
6	1.1504	31	0.6866	56	0.6729	81	0.7227
7	1.0615	32	0.6848	57	0.6058	82	0.6760
8	0.9933	33	0.6832	58	0.6704	83	0.6705
9	0.9419	34	0.6818	59	0.6378	84	0.8725
10	0.9010	35	0.6806	60	0.6667	85	0.6743
11	0.8680	36	0.6794	61	0.6456	86	0.6674
12	0.8408	37	0.6784	62	0.6636	87	0.6732
13	0.8181	38	0.6775	63	0.6593	88	0.6106
14	0.7990	39	0.6766	64	0.6615	89	0.6996
15	0.7828	40	0.6762	65	0.6648	90	0.6782
16	0.7689	41	0.6753	66	0.6760	91	0.6667
17	0.7570	42	0.6746	67	0.6701	92	0.6639
18	0.7466	43	0.6743	68	0.6760	93	0.6767
19	0.7377	44	0.6833	69	0.6723	94	0.6489
20	0.7298	45	0.6679	70	0.6308	95	0.7737
21	0.7230	46	0.6712	71	0.6686	96	0.6407
22	0.7170	47	0.6736	72	0.6556	97	0.6361
23	0.7117	48	0.6726	73	0.6752	98	0.0175
24	0.7071	49	0.6789	74	0.6610	99	0.6839
25	0.7030	50	0.6655	75	0.7332	100	-0.8724

Tableau IV-7 : K_{III} en fonction de p (f=0.1) avec la méthode d'inversion matricielle.

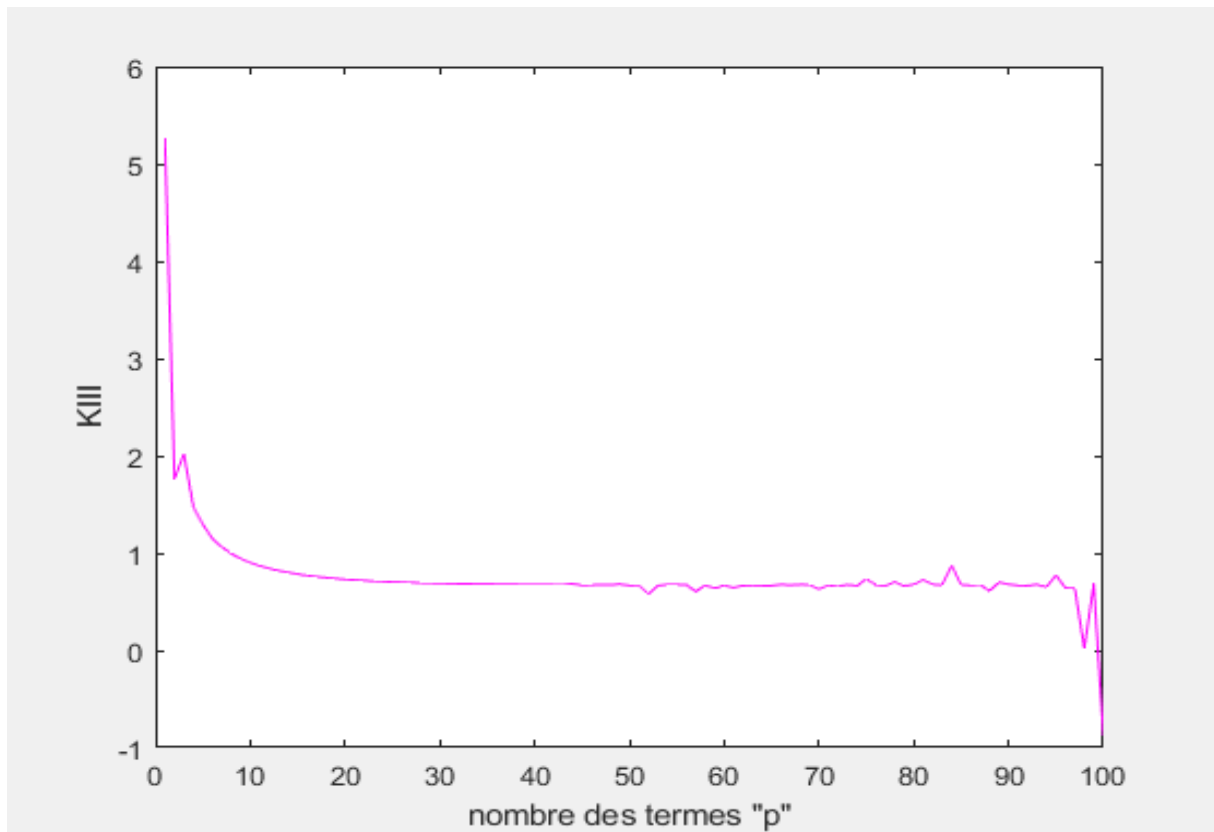


Figure IV -9 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.1$) avec la méthode d'inversion matricielle.

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 1.177674e-39.

Capture d'écran IV-3 : le système est mal conditionné $f=0.1$.

Nous observons dans les Tableaux IV-6 et IV-7 et dans les Figures IV-8 et IV-9, une absence de convergence des valeurs de K_{III} .

Nous présentons dans le Tableau IV-8 ci-dessous, les valeurs de K_{III} pour toutes les valeurs de $0.2 \leq f \leq 1.7$.

f	K_{III}
0.2	0.948
0.3	1.165
0.4	1.352
0.5	1.524
0.6	1.687
0.7	1.848
0.8	2.010
0.9	2.177
1	2.354
1.1	2.545
1.2	2.757
1.3	3.000
1.4	3.286
1.5	3.640
1.6	4.100
1.7	4.755

Tableau IV-8 : valeur de K_{III} pour différentes valeurs de f avec la méthode d'inversion matricielle.

Nous présentons sur la Figure IV-10 ci-dessous, la courbe de variation du K_{III} en fonction de f.

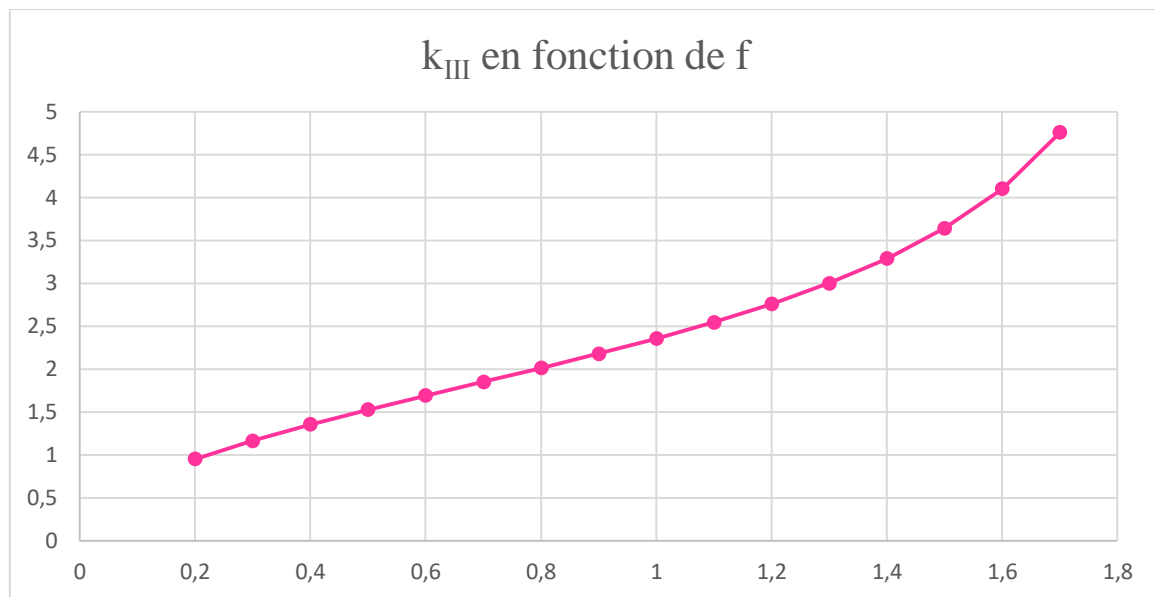


Figure IV-10 : la courbe de K_{III} en fonction de f avec la méthode d'inversion matricielle.

Discussion des résultats :

Les résultats sont les mêmes que dans le paragraphe précédent. La discussion est également la même.

IV.2.3. Comparaison entre les deux méthodes :

Nous comparons d'abord les résultats des Tableaux (IV-4) et (IV-8). Ensuite, nous comparons les calculs détaillés dans les Annexes pour les deux méthodes :

- La comparaison entre les Tableaux (IV-4) et (IV-8) montre que les deux méthodes donnent des résultats identiques. Ceci est une autre confirmation de la programmation de la méthode SVD appliquée par Slamani et Ouansa [1] et utilisé dans notre travail.
- Les résultats dans les Annexes 5 (SVD) et 6 (inversion matricielle) montre que les paliers de convergence sont de même ordre pour $0,2 \leq f \leq 1,3$ et $f = 1,7$ (Tableau IV-9). Pour $f = 1,4, 1,5$, et $1,6$ le palier de la méthode d'inversion matricielle est plus grand que celui de la méthode SVD. On peut en conclure que la méthode d'inversion matricielle est légèrement plus stable dans le cas de la fissure non centrale.

f	Début et fin du palier (SVD)	Début et fin du palier (Inversion matricielle)
0.2	P=32-44	P=42-47
0.3	P=37-49	P=37-46
0.4	P=43-54	P=43-63
0.5	P=43-67	P=43-64
0.6	P=41-79	P=65-78
0.7	P = 59-100	P = 59-100
0.8	P = 58-100	P = 60-100
0.9	P = 70-100	P = 74-100
1	P = 56-100	P = 57-100
1.1	P = 63-100	P = 65-100
1.2	P = 74-100	P = 79-100
1.3	P = 49-100	P = 50-100
1.4	P = 57-80	P = 59-100
1.5	P = 39-55	P = 57-100
1.6	P = 50-56	P = 51-100
1.7	P=42-49	P=43-56

Tableau IV-9 : Comparaison entre les paliers de convergence des deux méthodes.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Ce travail est une application de la méthode de collocation de frontière en élasticité anti-plane au cas d'une section elliptique fissurée sous chargement tangentielle. Deux cas en été considérés : fissure centrale et non centrale. Nous avons utilisé deux méthodes de résolution des systèmes :

- La méthode SVD-régulière.
- la méthode d'inversion matricielle.

Les principaux résultats de ce travail sont les suivants :

- Dans le cas de la fissure centrale, nous avons calculé le FIC (K_{III}) pour plusieurs valeurs du rapport a/b (grand axe/petit axe $\in [0.82, 1.35]$) en gardant la même aire. Puis nous avons comparé les résultats obtenus avec les deux méthodes de résolution. Nous avons constaté que les résultats sont identiques et que les deux méthodes sont équivalentes.
- Dans le cas de la fissure non centrale, nous avons calculé le FIC (K_{III}) pour plusieurs longueurs de fissure $f \in [0.2, 1.7]$. Puis nous avons comparé les résultats obtenus avec les deux méthodes de résolution. Nous avons constaté que les deux méthodes sont à peu près équivalentes avec un léger avantage, au niveau de la stabilité, pour la méthode d'inversion matricielle.
- Dans les deux cas, les deux méthodes ont donné le même domaine de convergence.

Par conséquent, l'utilisation de la méthode SVD-régulière n'a pas permis d'étendre le domaine de convergence. Elle a même donné des résultats moins stables que la méthode d'inversion matricielle dans le deuxième cas. Il faut donc essayer avec la méthode SVD-singulière. Ceci fera l'objet d'un prochain travail.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] : Slamani et Ouansa « Calcul de K_{III} pour une section circulaire fissurée par la méthode de collocation de frontière en utilisant la méthode SVD » mémoire de master département de génie mécanique, université Saad Dahleb Blida (2019 / 2020).
- [2] : Belhadj et Mekkaoui « Calcul de K_I pour une section elliptique fissurée par la méthode de collocation de frontière» mémoire de master département de génie mécanique, université Saad Dahleb Blida (2019).
- [3] : Mr Rahmani Abdallah Yacine « Contribution à la modélisation de la fissuration dans les structures en béton par la méthode X-FEM » mémoire de magistère département de génie civil, université Abou Bakr belkaid-Tlemcen.
- [4] : Benkrira Sarra « Calcul du facteur d'intensité de contrainte pour des sections fissurées circulaire et elliptique avec ABAQUS » mémoire de master département de génie mécanique, université Saad Dahleb Blida (2017 / 2018).
- [5] : Mezouani Yassine « Application de la méthode de collocation de frontière au calcul du facteur d'intensité de contrainte en mode III » mémoire de master département de génie mécanique, université Saad Dahleb Blida (2013/2014).
- [6] : Pr. Hicheme Ferdjani. Cours mécanique de la rupture fragile. Université Blida 1, USDB (2021).
- [7] : Jean-marc blanc « Résolution des systèmes linéaires » site (<http://jmblanc.developpez.com/>),2008).
- [8] : André Warin-1999 implémenteur technique : SEMM, Service Multimédia Université Lille1-2009.
- [9] : Pr. Hicheme Ferdjani. Introduction à la mécanique de la rupture fragile. Université Blida 1, USDB (25/05/2021).
- [10] : J.-B. Leblond « Mécanique de la rupture fragile et ductile » hermes, Lavoisier 2003.
- [11] : A. Zehnder « Lecture Notes on Fracture Mechanics », Cornell University, 2009.
- [12] : Ould Ahmed, Saidi « Calcul du facteur d'intensité de contrainte par ABAQUS pour une fissure centrale et une fissure débouchante » PFE Master, USDB 2016.
- [13] : Bouras, Bouza « Application de la méthode de collocation de frontière au calcul du facteur D'intensité de contrainte en mode I » PFE Master, USDB 2017.
- [14] : Serghini, Tefiani « Calcul de K_{III} pour une section circulaire et carrée fissurée par la méthode de collocation de frontière », PFE Master, USDB 2019.

Références bibliographiques

[15] : Sofiane BENTTALAH et Wahid IZA « Exemple de calcul du facteur d'intensité de contrainte en mode III avec la méthode de collocation de frontière » mémoire d'ingénieur d'état en génie mécanique ECOLE MILITAIRE POLYTECHNIQUE (2015).

Annexe 1

Les programmes de
calcul du FIC Pour
fissure centrale et non
centrale (SVD)

Programme pour la fissure centrale SVD

```
clear
%fissure centrale
%converge pour b=0.6/a et 0.82<=a<=1.1
syms H
a=0.82;b=0.6/a;
pmax=input('nombre de termes maximal=');
for p=1:pmax
m=2*p;
for q=1:m
teta(q)=(2*pi*q)/(m+1)-pi;
T(q)=sin(teta(q));
r=1/sqrt((cos(teta(q))/a)^2+(sin(teta(q))/b)^2);
fr=2*r*((cos(teta(q))/a)^2+(sin(teta(q))/b)^2);
ft=r*sin(2*teta(q))*(-1/a^2+1/b^2);
gr=sqrt(fr^2+ft^2);
nr=fr/gr;
nt=ft/gr;
nx=nr*cos(teta(q))-nt*sin(teta(q));
ny=nr*sin(teta(q))+nt*cos(teta(q));
for N=1:p
u(q,N)=-r^(-3/2+N)*(N-1/2)*((cos((-3/2+N)*teta(q)))*ny+sin((
3/2+N)*teta(q))*nx);
e(q,N)=r^(N-1)*N*(-sin((N-1)*teta(q))*ny+cos((N-1)*teta(q))*nx);
H=[u,e];
end
end
% resolution systeme lineaire par la methode directe(svd)
[U,S,V]=svd(H);
% calcul inv(S)=S1
[A,B]=size(H);
for i=1:B
for j=1:A
if i~=j
S1(i,j)=0;
end
end
S1(i,i)=1/S(i,i);
end
S1;
Y=S1*U'*T';
C=V*Y;
% calcul le FIC
fic(p)=-C(1)*sqrt(pi/2);
end
fic;
p=1:pmax;
figure
plot(p,fic(p),'m')
xlabel('nombre des termes "p"')
ylabel('KIII')
```

Programme pour la fissure non centrale SVD

```
clear
%fissure non centrale
%converge pour b=1.2 et 0.2<=f<=1.7
a=1;b=1.2;
pmax=100;
f=input('donne la longueur de la fissure f=');
for p=1:pmax
m=2*p;
for q=1:m
teta0=(2*pi*q)/(m+1)-pi;
T(q)=sin(teta0);
R=1/sqrt((cos(teta0)/a)^2+(sin(teta0)/b)^2);
x=a-f+R*cos(teta0);y=R*sin(teta0);
r=sqrt(power(x,2)+power(y,2));
teta=atan2(y,x);
fr=2*cos(teta)*(r*cos(teta)-a+f)/a^2+2*r*(sin(teta)/b)^2;
ft=-2*sin(teta)*(r*cos(teta)-a+f)/a^2+r*sin(2*teta)/b^2;
grad=sqrt(fr^2+ft^2);
nr=fr/grad;
nt=ft/grad;
nx=nr*cos(teta)-nt*sin(teta);
ny=nr*sin(teta)+nt*cos(teta);
for N=1:p
u(q,N)=-r^(-3/2+N)*(N-1/2)*((cos((-3/2+N)*teta))*ny+sin((-3/2+N)*teta)*nx);
e(q,N)=r^(N-1)*N*(-sin((N-1)*teta)*ny+cos((N-1)*teta)*nx);
H=[u,e];
end
end
% resolution systeme lineaire par la methode directe(svd)
[U,S,V]=svd(H);
% calcul inv(S)=S1
[A,B]=size(H);
for i=1:B
for j=1:A
if i~=j
S1(i,j)=0;
end
end
S1(i,i)=1/S(i,i);
end
S1;
Y=S1*U'*T';
C=V*Y;
% calcul le FIC
fic(p)=-C(1)*sqrt(pi/2);
end
fic;
p=1:pmax;
figure
plot(p,fic(p),'m')
xlabel('nombre des termes "p"')
ylabel('KIII')
```

Annexe 2

Les programmes de
calcul du FIC Pour
fissure centrale et non
centrale (INV)

Programme pour la fissure centrale INV

```
clear
%fissure centrale
%converge pour b=0.6/a et 0.82<=a<=1.1
syms H
a=0.82;b=0.6/a;
pmax=input('nombre de termes maximal=');
for p=1:pmax
m=2*p;
for q=1:m
teta(q)=(2*pi*q)/(m+1)-pi;
T(q)=sin(teta(q));
r=1/sqrt((cos(teta(q))/a)^2+(sin(teta(q))/b)^2);
fr=2*r*((cos(teta(q))/a)^2+(sin(teta(q))/b)^2);
ft=r*sin(2*teta(q))*(-1/a^2+1/b^2);
gr=sqrt(fr^2+ft^2);
nr=fr/gr;
nt=ft/gr;
nx=nr*cos(teta(q))-nt*sin(teta(q));
ny=nr*sin(teta(q))+nt*cos(teta(q));
for N=1:p
u(q,N)=-r^(-3/2+N)*(N-1/2)*((cos((-3/2+N)*teta(q)))*ny+sin((-3/2+N)*teta(q))*nx);
e(q,N)=r^(N-1)*N*(-sin((N-1)*teta(q))*ny+cos((N-1)*teta(q))*nx);
H=[u,e];
end
end
% resolution systeme lineaire par la methode d'inversion matricielle
C=inv(H)*T';
% calcul le FIC
fic(p)=-C(1)*sqrt(pi/2);
end
fic;
p=1:pmax;
figure
plot(p,fic(p),'m')
xlabel('nombre des termes "p"')
ylabel('KIII')
```

Programme pour fissure non centrale INV

```
clear
%fissure non centrale
%converge pour b=1.2 et 0.2<=f<=1.7
a=1;b=1.2;
pmax=100;
f=input('donne la longueur de la fissure f=');
for p=1:pmax
m=2*p;
for q=1:m
teta0=(2*pi*q)/(m+1)-pi;
T(q)=sin(teta0);
R=1/sqrt((cos(teta0)/a)^2+(sin(teta0)/b)^2);
x=a-f+R*cos(teta0);y=R*sin(teta0);
r=sqrt(power(x,2)+power(y,2));
teta=atan2(y,x);
fr=2*cos(teta)*(r*cos(teta)-a+f)/a^2+2*r*(sin(teta)/b)^2;
ft=-2*sin(teta)*(r*cos(teta)-a+f)/a^2+r*sin(2*teta)/b^2;
grad=sqrt(fr^2+ft^2);
nr=fr/grad;
nt=ft/grad;
nx=nr*cos(teta)-nt*sin(teta);
ny=nr*sin(teta)+nt*cos(teta);
for N=1:p
u(q,N)=-r^(-3/2+N)*(N-1/2)*((cos((-3/2+N)*teta))*ny+sin((-3/2+N)*teta)*nx);
e(q,N)=r^(N-1)*N*(-sin((N-1)*teta)*ny+cos((N-1)*teta)*nx);
H=[u,e];
end
end
% resolution systeme lineaire par la methode d'inversion matricielle
C= inv(H)*T';
% calcul le FIC
fic(p)=-C(1)*sqrt(pi/2);
end
fic;
p=1:pmax;
figure
plot(p,fic(p),'m')
xlabel('nombre des termes "p"')
ylabel('KIII')
```

Annexe 3

Résultats pour le cas d'une
fissure centrale dans une
section elliptique avec la
méthode SVD

Résultats pour $a/b=0.82$:

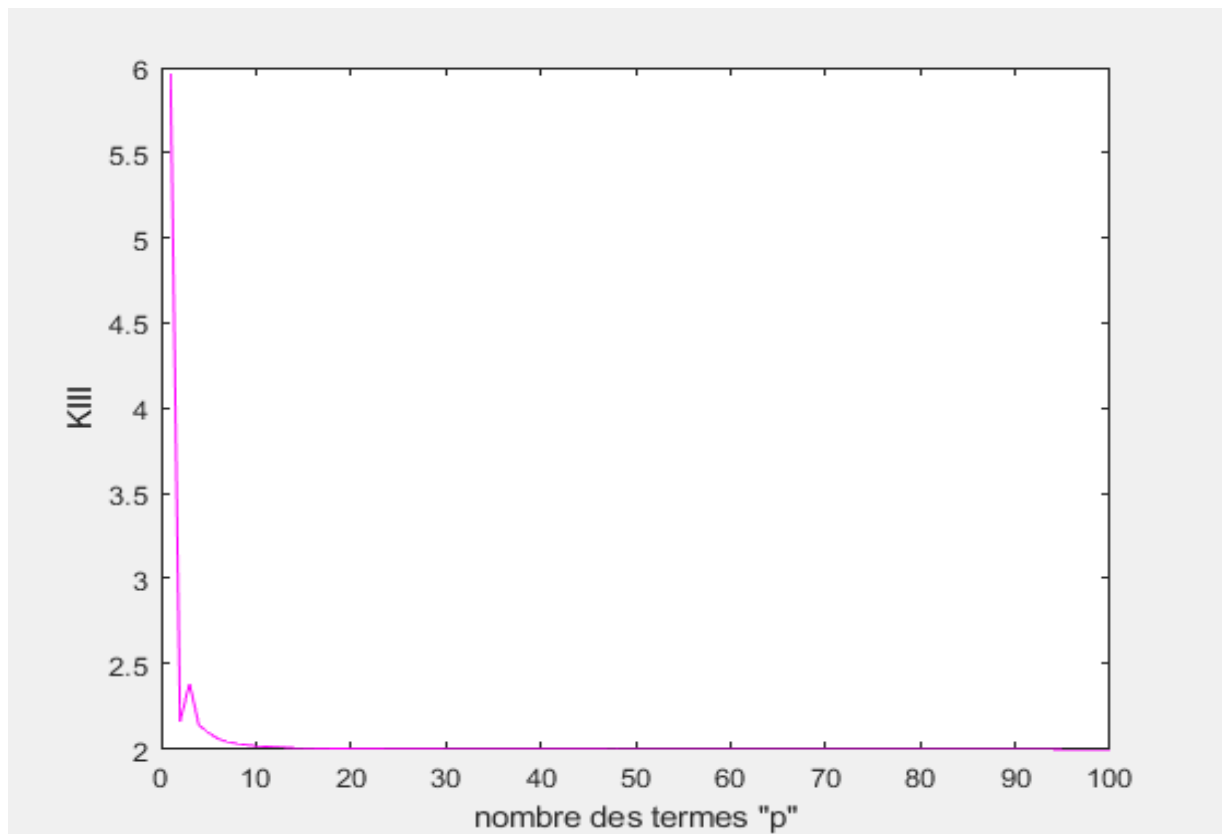


Figure A3-1 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=0.82$).

Remarque : le palier démarre à $p=76$ (Tableau A3-1).

La valeur de K_{III} est égale à **1.994**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.9585	26	1.9972	51	1.9949	76	1.9944
2	2.1587	27	1.9970	52	1.9949	77	1.9944
3	2.3814	28	1.9968	53	1.9948	78	1.9944
4	2.1355	29	1.9966	54	1.9948	79	1.9944
5	2.0949	30	1.9964	55	1.9948	80	1.9944
6	2.0570	31	1.9963	56	1.9948	81	1.9944
7	2.0404	32	1.9962	57	1.9947	82	1.9944
8	2.0286	33	1.9960	58	1.9947	83	1.9944
9	2.0212	34	1.9959	59	1.9947	84	1.9944
10	2.0159	35	1.9958	60	1.9947	85	1.9944
11	2.0120	36	1.9957	61	1.9947	86	1.9944
12	2.0091	37	1.9956	62	1.9946	87	1.9944
13	2.0068	38	1.9955	63	1.9946	88	1.9944
14	2.0050	39	1.9955	64	1.9946	89	1.9943
15	2.0036	40	1.9954	65	1.9946	90	1.9943
16	2.0024	41	1.9953	66	1.9946	91	1.9943
17	2.0015	42	1.9953	67	1.9946	92	1.9943
18	2.0007	43	1.9952	68	1.9945	93	1.9943
19	2.0000	44	1.9952	69	1.9945	94	1.9943
20	1.9994	45	1.9951	70	1.9945	95	1.9943
21	1.9989	46	1.9951	71	1.9945	96	1.9943
22	1.9985	47	1.9950	72	1.9945	97	1.9943
23	1.9981	48	1.9950	73	1.9945	98	1.9943
24	1.9978	49	1.9950	74	1.9945	99	1.9943
25	1.9975	50	1.9949	75	1.9945	100	1.9943

Tableau A3-1 : K_{III} en fonction de p (a/b=0.82).

Résultats pour $a/b=1$:

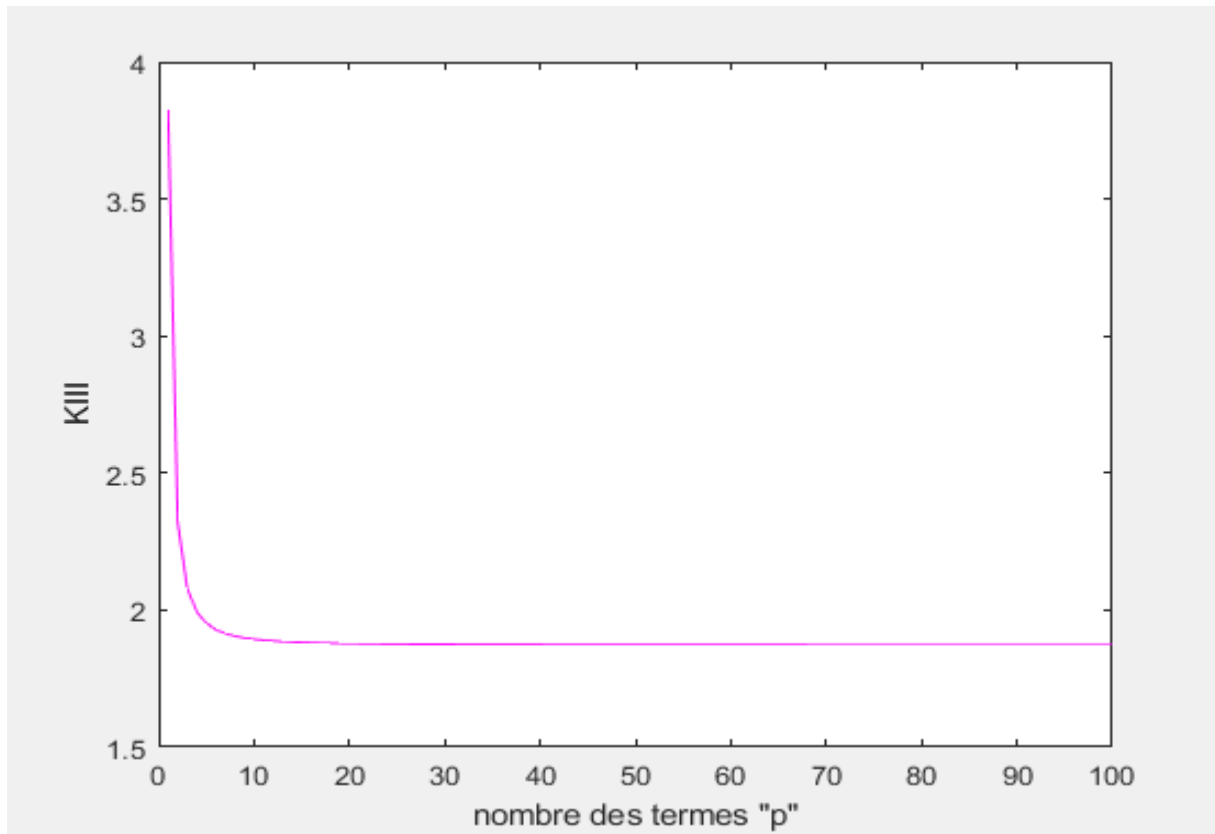


Figure A3-2 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=1$).

Remarque : le palier démarre à $p= 52$ (Tableau A3-2).

La valeur de K_{III} est égale à **1.873**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	3.8211	26	1.8759	51	1.8735	76	1.8730
2	2.3196	27	1.8757	52	1.8734	77	1.8730
3	2.0795	28	1.8755	53	1.8734	78	1.8730
4	1.9932	29	1.8753	54	1.8734	79	1.8730
5	1.9518	30	1.8751	55	1.8734	80	1.8730
6	1.9287	31	1.8749	56	1.8733	81	1.8730
7	1.9145	32	1.8748	57	1.8733	82	1.8729
8	1.9051	33	1.8747	58	1.8733	83	1.8729
9	1.8985	34	1.8745	59	1.8733	84	1.8729
10	1.8938	35	1.8744	60	1.8732	85	1.8729
11	1.8902	36	1.8743	61	1.8732	86	1.8729
12	1.8875	37	1.8743	62	1.8732	87	1.8729
13	1.8854	38	1.8742	63	1.8732	88	1.8729
14	1.8837	39	1.8741	64	1.8732	89	1.8729
15	1.8823	40	1.8740	65	1.8731	90	1.8729
16	1.8811	41	1.8739	66	1.8731	91	1.8729
17	1.8802	42	1.8739	67	1.8731	92	1.8729
18	1.8794	43	1.8738	68	1.8731	93	1.8729
19	1.8787	44	1.8738	69	1.8731	94	1.8729
20	1.8781	45	1.8737	70	1.8731	95	1.8729
21	1.8776	46	1.8737	71	1.8731	96	1.8729
22	1.8772	47	1.8736	72	1.8730	97	1.8728
23	1.8768	48	1.8736	73	1.8730	98	1.8728
24	1.8765	49	1.8736	74	1.8730	99	1.8728
25	1.8762	50	1.8735	75	1.8730	100	1.8728

Tableau A3-2 : K_{III} en fonction de p (a/b=1).

Résultats pour $a/b=1.06$:

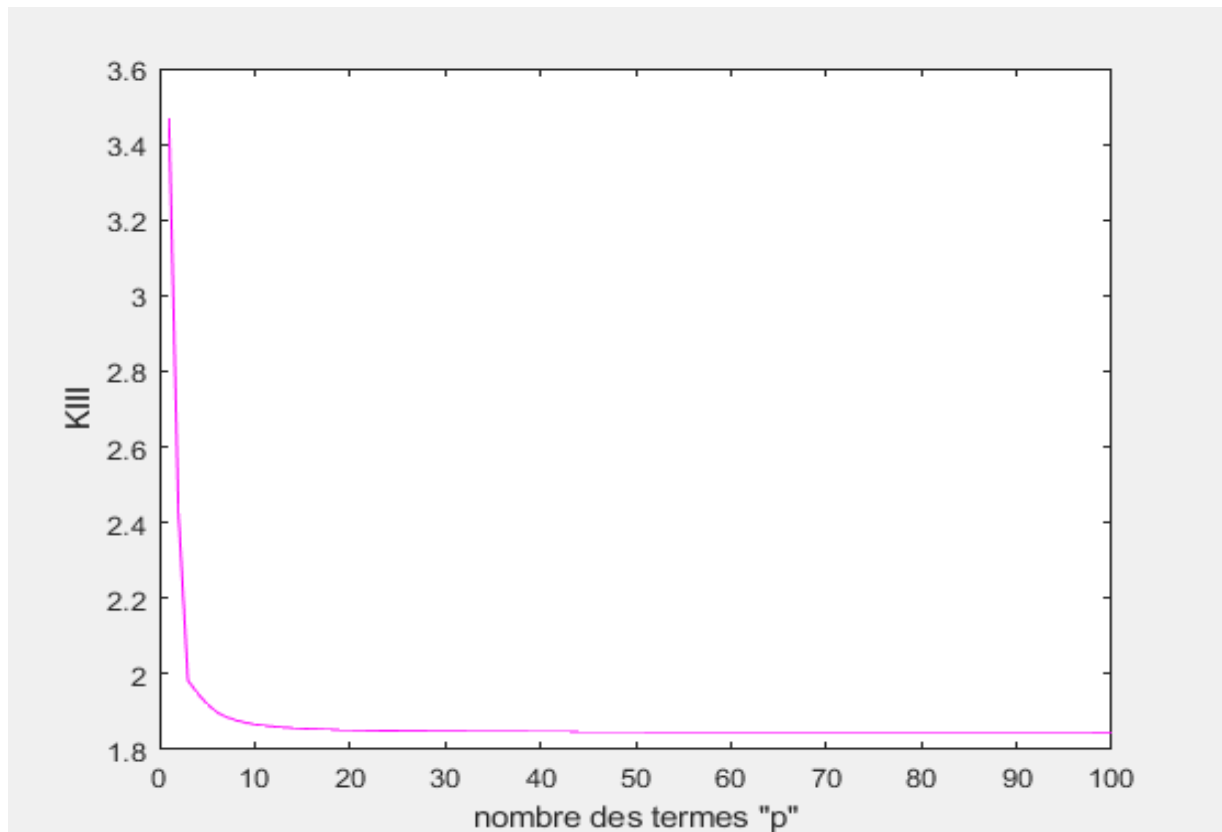


Figure A3-3 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=1.06$).

Remarque : le palier démarre à $p=73$ (Tableau A3-3).

La valeur de K_{III} est égale à **1.846**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	3.4695	26	1.8494	51	1.8469	76	1.8464
2	2.4253	27	1.8491	52	1.8469	77	1.8464
3	1.9822	28	1.8489	53	1.8468	78	1.8464
4	1.9492	29	1.8487	54	1.8468	79	1.8464
5	1.9206	30	1.8485	55	1.8468	80	1.8464
6	1.8996	31	1.8484	56	1.8467	81	1.8464
7	1.8864	32	1.8482	57	1.8467	82	1.8464
8	1.8776	33	1.8481	58	1.8467	83	1.8463
9	1.8714	34	1.8480	59	1.8467	84	1.8463
10	1.8669	35	1.8479	60	1.8467	85	1.8463
11	1.8634	36	1.8478	61	1.8466	86	1.8463
12	1.8608	37	1.8477	62	1.8466	87	1.8463
13	1.8587	38	1.8476	63	1.8466	88	1.8463
14	1.8570	39	1.8475	64	1.8466	89	1.8463
15	1.8557	40	1.8474	65	1.8466	90	1.8463
16	1.8546	41	1.8474	66	1.8465	91	1.8463
17	1.8536	42	1.8473	67	1.8465	92	1.8463
18	1.8528	43	1.8473	68	1.8465	93	1.8463
19	1.8521	44	1.8472	69	1.8465	94	1.8463
20	1.8516	45	1.8471	70	1.8465	95	1.8463
21	1.8511	46	1.8471	71	1.8465	96	1.8463
22	1.8506	47	1.8471	72	1.8465	97	1.8463
23	1.8503	48	1.8470	73	1.8464	98	1.8463
24	1.8499	49	1.8470	74	1.8464	99	1.8462
25	1.8496	50	1.8469	75	1.8464	100	1.8462

Tableau A3-3 : K_{III} en fonction de p (a/b=1.06).

Résultats pour $a/b=1.35$:

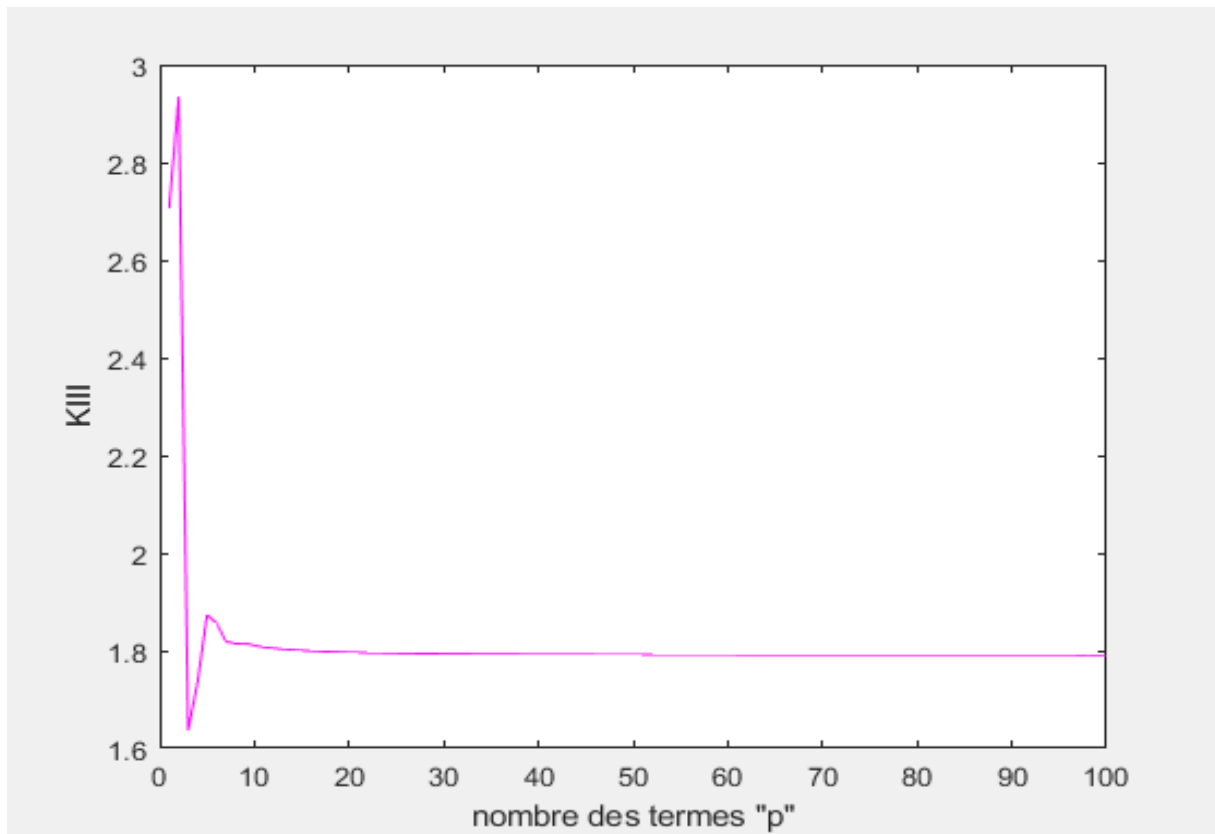


Figure A3-4 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=1.35$).

Remarque : le palier démarre à $p= 68$ (Tableau A3-4).

La valeur de K_{III} est égale à **1.791**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	2.7073	26	1.7944	51	1.7919	76	1.7913
2	2.9325	27	1.7941	52	1.7918	77	1.7913
3	1.6366	28	1.7939	53	1.7918	78	1.7913
4	1.7354	29	1.7937	54	1.7918	79	1.7913
5	1.8740	30	1.7936	55	1.7917	80	1.7913
6	1.8560	31	1.7934	56	1.7917	81	1.7913
7	1.8184	32	1.7933	57	1.7917	82	1.7913
8	1.8144	33	1.7931	58	1.7916	83	1.7913
9	1.8147	34	1.7930	59	1.7916	84	1.7913
10	1.8108	35	1.7929	60	1.7916	85	1.7912
11	1.8070	36	1.7928	61	1.7916	86	1.7912
12	1.8048	37	1.7927	62	1.7916	87	1.7912
13	1.8032	38	1.7926	63	1.7915	88	1.7912
14	1.8017	39	1.7925	64	1.7915	89	1.7912
15	1.8004	40	1.7924	65	1.7915	90	1.7912
16	1.7994	41	1.7924	66	1.7915	91	1.7912
17	1.7985	42	1.7923	67	1.7915	92	1.7911
18	1.7978	43	1.7922	68	1.7914	93	1.7913
19	1.7971	44	1.7922	69	1.7914	94	1.7912
20	1.7966	45	1.7921	70	1.7914	95	1.7912
21	1.7961	46	1.7921	71	1.7914	96	1.7914
22	1.7957	47	1.7920	72	1.7914	97	1.7909
23	1.7953	48	1.7920	73	1.7914	98	1.7911
24	1.7949	49	1.7919	74	1.7914	99	1.7910
25	1.7946	50	1.7919	75	1.7913	100	1.7911

Tableau A3-4 : K_{III} en fonction de p (a/b=1.35).

Annexe 4

Résultats pour le cas d'une
fissure centrale dans une
section elliptique avec la
méthode d'inversion
matricielle

Résultats pour $a/b=0.82$:

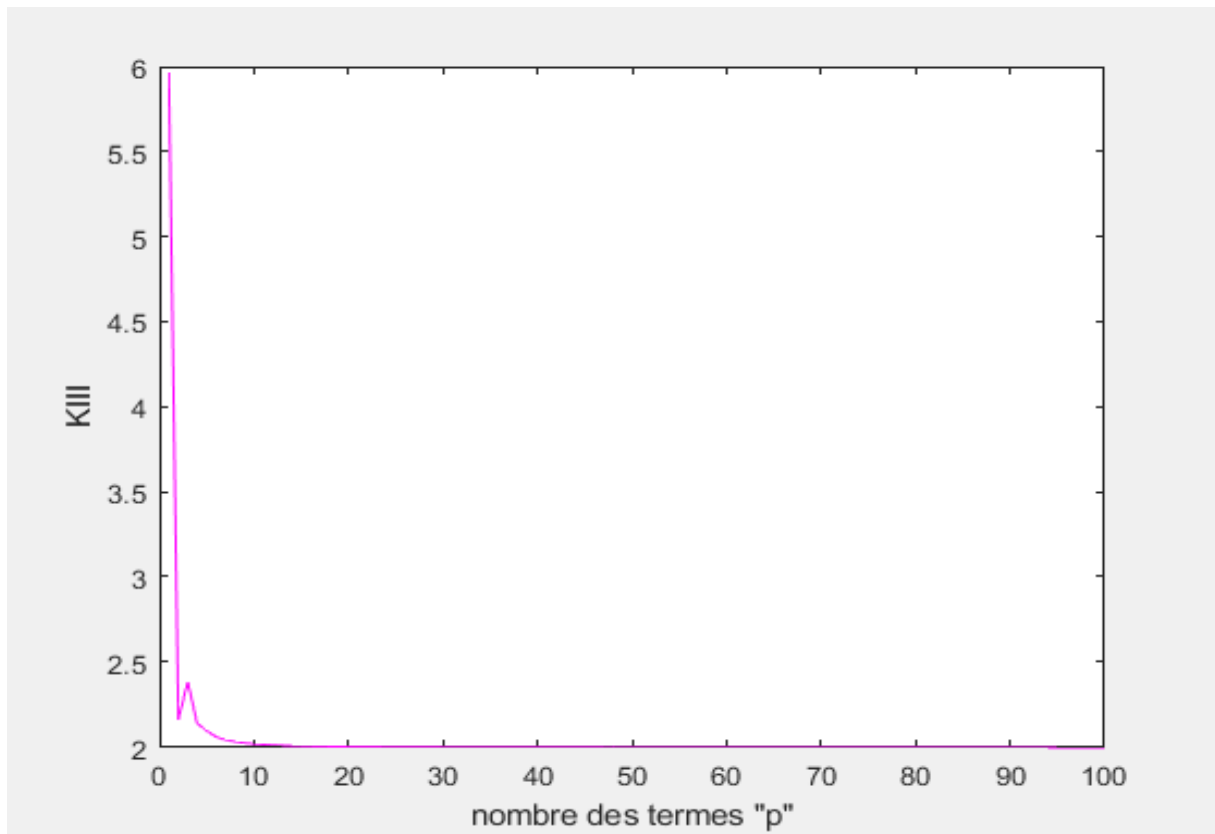


Figure A4-1 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=0.82$).

Remarque : le palier démarre à $p=76$ (Tableau A4-1).

La valeur de K_{III} est égale à **1.994**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.9585	26	1.9972	51	1.9949	76	1.9944
2	2.1587	27	1.9970	52	1.9949	77	1.9944
3	2.3814	28	1.9968	53	1.9948	78	1.9944
4	2.1355	29	1.9966	54	1.9948	79	1.9944
5	2.0949	30	1.9964	55	1.9948	80	1.9944
6	2.0570	31	1.9963	56	1.9948	81	1.9944
7	2.0404	32	1.9962	57	1.9947	82	1.9944
8	2.0286	33	1.9960	58	1.9947	83	1.9944
9	2.0212	34	1.9959	59	1.9947	84	1.9944
10	2.0159	35	1.9958	60	1.9947	85	1.9944
11	2.0120	36	1.9957	61	1.9947	86	1.9944
12	2.0091	37	1.9956	62	1.9946	87	1.9944
13	2.0068	38	1.9955	63	1.9946	88	1.9944
14	2.0050	39	1.9955	64	1.9946	89	1.9943
15	2.0036	40	1.9954	65	1.9946	90	1.9943
16	2.0024	41	1.9953	66	1.9946	91	1.9943
17	2.0015	42	1.9953	67	1.9946	92	1.9943
18	2.0007	43	1.9952	68	1.9945	93	1.9943
19	2.0000	44	1.9952	69	1.9945	94	1.9943
20	1.9994	45	1.9951	70	1.9945	95	1.9943
21	1.9989	46	1.9951	71	1.9945	96	1.9943
22	1.9985	47	1.9950	72	1.9945	97	1.9943
23	1.9981	48	1.9950	73	1.9945	98	1.9943
24	1.9978	49	1.9950	74	1.9945	99	1.9943
25	1.9975	50	1.9949	75	1.9945	100	1.9943

Tableau A4-1 : K_{III} en fonction de p (a/b=0.82).

Résultats pour $a/b=1$:

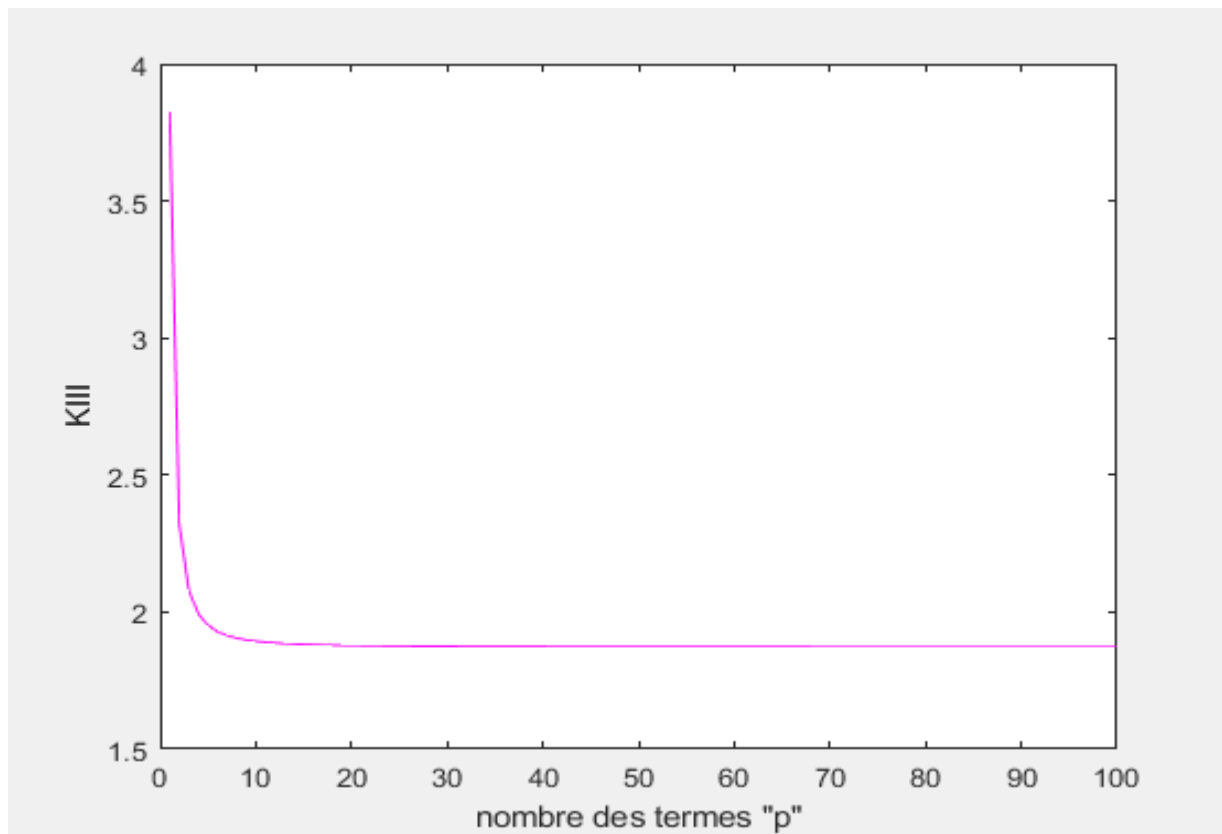


Figure A4-2 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=1$).

Remarque : le palier démarre à $p= 52$ (Tableau A4-2).

La valeur d K_{III} est égale à **1.873**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	3.8211	26	1.8759	51	1.8735	76	1.8730
2	2.3196	27	1.8757	52	1.8734	77	1.8730
3	2.0795	28	1.8755	53	1.8734	78	1.8730
4	1.9932	29	1.8753	54	1.8734	79	1.8730
5	1.9518	30	1.8751	55	1.8734	80	1.8730
6	1.9287	31	1.8749	56	1.8733	81	1.8730
7	1.9145	32	1.8748	57	1.8733	82	1.8729
8	1.9051	33	1.8747	58	1.8733	83	1.8729
9	1.8985	34	1.8745	59	1.8733	84	1.8729
10	1.8938	35	1.8744	60	1.8732	85	1.8729
11	1.8902	36	1.8743	61	1.8732	86	1.8729
12	1.8875	37	1.8743	62	1.8732	87	1.8729
13	1.8854	38	1.8742	63	1.8732	88	1.8729
14	1.8837	39	1.8741	64	1.8732	89	1.8729
15	1.8823	40	1.8740	65	1.8731	90	1.8729
16	1.8811	41	1.8739	66	1.8731	91	1.8729
17	1.8802	42	1.8739	67	1.8731	92	1.8729
18	1.8794	43	1.8738	68	1.8731	93	1.8729
19	1.8787	44	1.8738	69	1.8731	94	1.8729
20	1.8781	45	1.8737	70	1.8731	95	1.8729
21	1.8776	46	1.8737	71	1.8731	96	1.8729
22	1.8772	47	1.8736	72	1.8730	97	1.8728
23	1.8768	48	1.8736	73	1.8730	98	1.8728
24	1.8765	49	1.8736	74	1.8730	99	1.8728
25	1.8762	50	1.8735	75	1.8730	100	1.8728

Tableau A4-2 : K_{III} en fonction de p (a/b=1).

Résultats pour $a/b=1.06$:

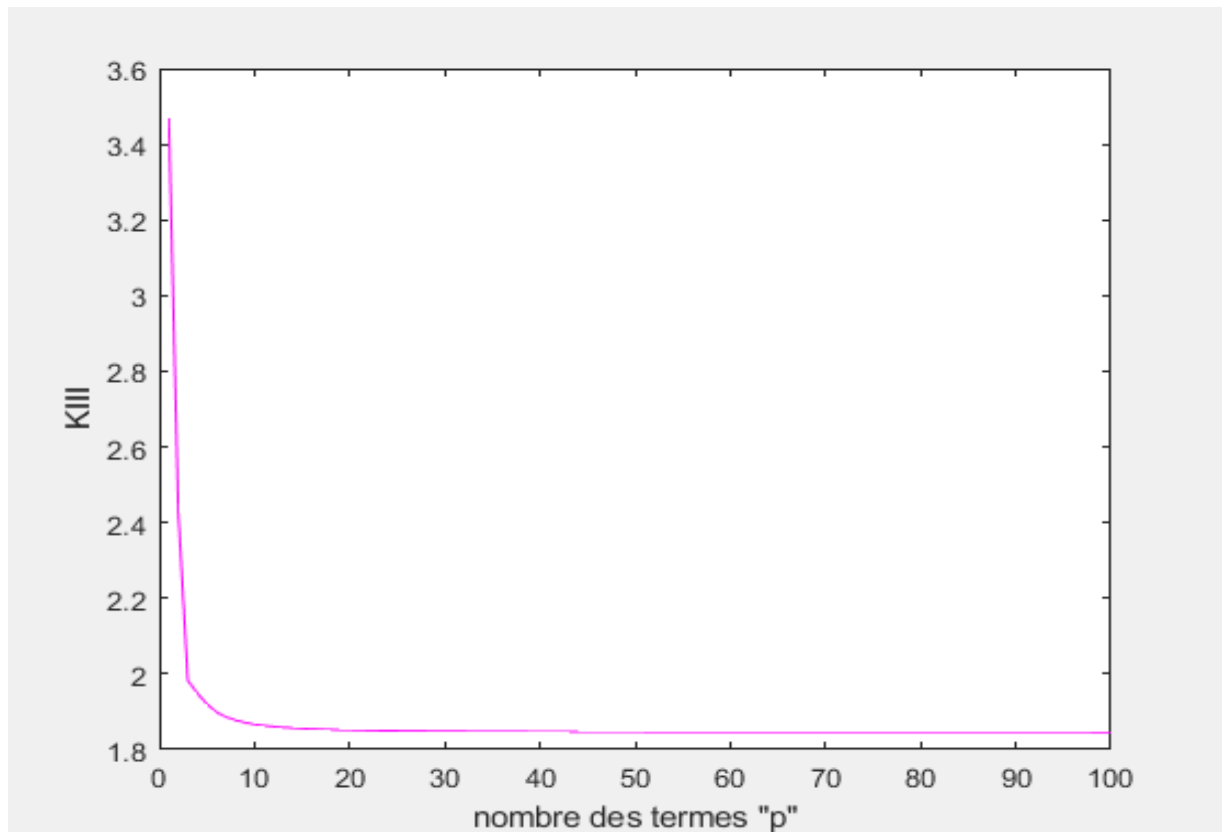


Figure A4-3 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=1.06$).

Remarque : le palier démarre à $p=73$ (Tableau A4-3).

La valeur de K_{III} est égale à **1.846**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	3.4695	26	1.8494	51	1.8469	76	1.8464
2	2.4253	27	1.8491	52	1.8469	77	1.8464
3	1.9822	28	1.8489	53	1.8468	78	1.8464
4	1.9492	29	1.8487	54	1.8468	79	1.8464
5	1.9206	30	1.8485	55	1.8468	80	1.8464
6	1.8996	31	1.8484	56	1.8467	81	1.8464
7	1.8864	32	1.8482	57	1.8467	82	1.8464
8	1.8776	33	1.8481	58	1.8467	83	1.8463
9	1.8714	34	1.8480	59	1.8467	84	1.8463
10	1.8669	35	1.8479	60	1.8467	85	1.8463
11	1.8634	36	1.8478	61	1.8466	86	1.8463
12	1.8608	37	1.8477	62	1.8466	87	1.8463
13	1.8587	38	1.8476	63	1.8466	88	1.8463
14	1.8570	39	1.8475	64	1.8466	89	1.8463
15	1.8557	40	1.8474	65	1.8466	90	1.8463
16	1.8546	41	1.8474	66	1.8465	91	1.8463
17	1.8536	42	1.8473	67	1.8465	92	1.8463
18	1.8528	43	1.8473	68	1.8465	93	1.8463
19	1.8521	44	1.8472	69	1.8465	94	1.8463
20	1.8516	45	1.8471	70	1.8465	95	1.8463
21	1.8511	46	1.8471	71	1.8465	96	1.8463
22	1.8506	47	1.8471	72	1.8465	97	1.8463
23	1.8503	48	1.8470	73	1.8464	98	1.8463
24	1.8499	49	1.8470	74	1.8464	99	1.8462
25	1.8496	50	1.8469	75	1.8464	100	1.8462

Tableau A4-3 : K_{III} en fonction de p (a/b=1.06).

Résultats pour $a/b=1.35$:

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 1.046194e-17.

Capture d'écran : le système est mal conditionné $a/b=1.35$.

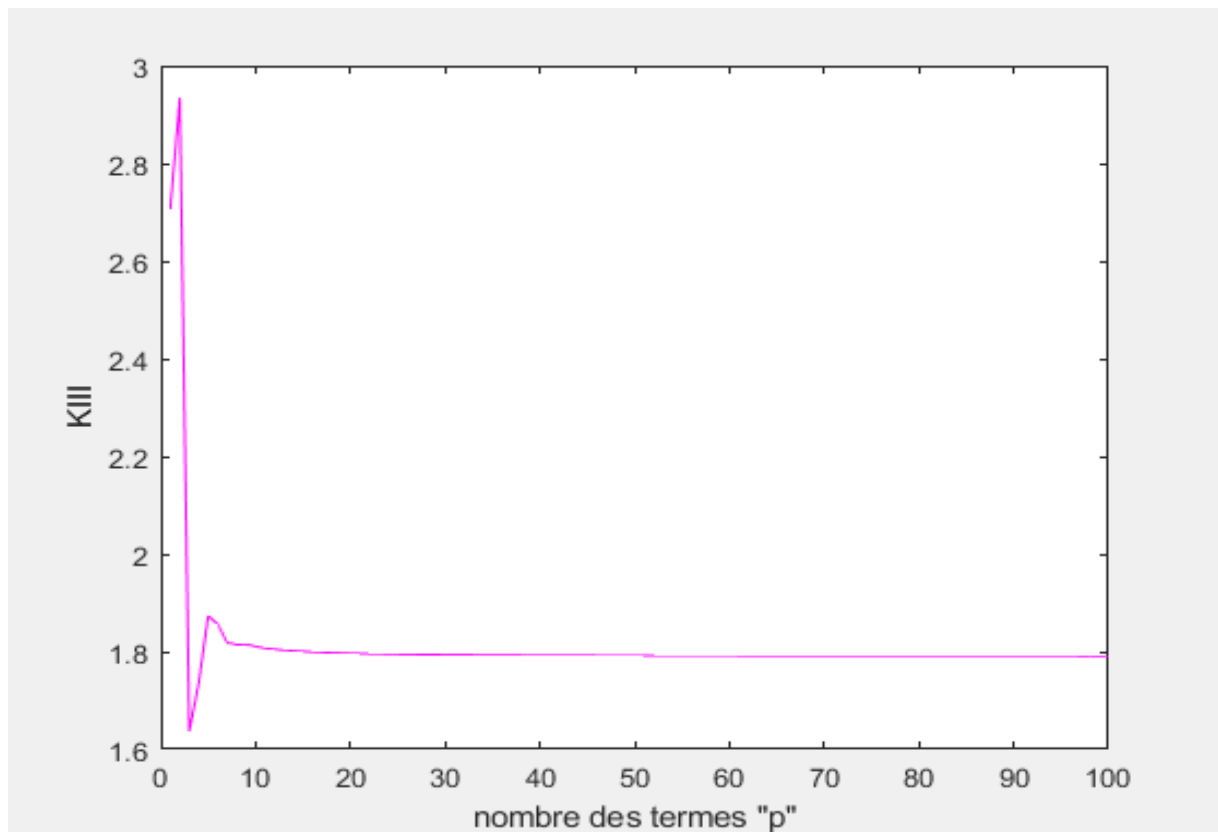


Figure A4-4 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($a/b=1.35$).

Remarque : le palier démarre à $p=68$ (Tableau A4-4).

La valeur de K_{III} est égale à **1.791**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	2.7073	26	1.7944	51	1.7919	76	1.7913
2	2.9325	27	1.7941	52	1.7918	77	1.7913
3	1.6366	28	1.7939	53	1.7918	78	1.7913
4	1.7354	29	1.7937	54	1.7918	79	1.7913
5	1.8740	30	1.7936	55	1.7917	80	1.7913
6	1.8560	31	1.7934	56	1.7917	81	1.7913
7	1.8184	32	1.7933	57	1.7917	82	1.7913
8	1.8144	33	1.7931	58	1.7916	83	1.7913
9	1.8147	34	1.7930	59	1.7916	84	1.7913
10	1.8108	35	1.7929	60	1.7916	85	1.7912
11	1.8070	36	1.7928	61	1.7916	86	1.7912
12	1.8048	37	1.7927	62	1.7916	87	1.7912
13	1.8032	38	1.7926	63	1.7915	88	1.7912
14	1.8017	39	1.7925	64	1.7915	89	1.7912
15	1.8004	40	1.7924	65	1.7915	90	1.7912
16	1.7994	41	1.7924	66	1.7915	91	1.7912
17	1.7985	42	1.7923	67	1.7915	92	1.7911
18	1.7978	43	1.7922	68	1.7914	93	1.7912
19	1.7971	44	1.7922	69	1.7914	94	1.7911
20	1.7966	45	1.7921	70	1.7914	95	1.7912
21	1.7961	46	1.7921	71	1.7914	96	1.7912
22	1.7957	47	1.7920	72	1.7914	97	1.7911
23	1.7953	48	1.7920	73	1.7914	98	1.7910
24	1.7949	49	1.7919	74	1.7914	99	1.7910
25	1.7946	50	1.7919	75	1.7913	100	1.7907

Tableau A4-4 : K_{III} en fonction de p (a/b=1.35).

Annexe 5

Résultats pour le cas d'une
fissure non centrale dans
une section elliptique avec
la méthode SVD

Résultats pour $f = 0.2$:

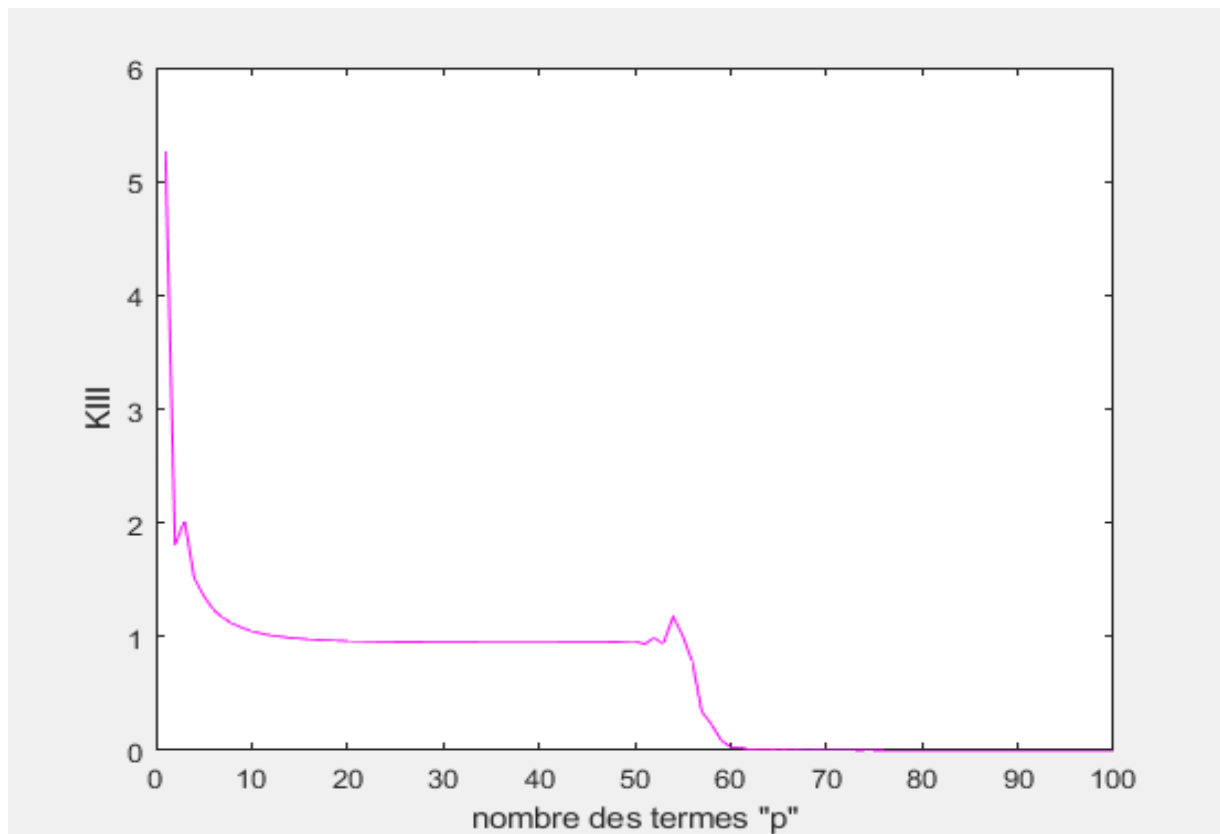


Figure A5-1 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.2$).

Remarque : le palier démarre de $p=32$ jusqu'à $p=44$ (Tableau A5-1).

La valeur de K_{III} est égale à **0.950**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.2663	26	0.9535	51	0.9331	76	0.0000
2	1.8059	27	0.9528	52	0.9878	77	0.0000
3	2.0180	28	0.9522	53	0.9379	78	0.0000
4	1.5161	29	0.9516	54	1.1751	79	0.0000
5	1.3580	30	0.9511	55	1.0094	80	0.0000
6	1.2374	31	0.9507	56	0.7815	81	0.0000
7	1.1655	32	0.9504	57	0.3405	82	0.0000
8	1.1134	33	0.9501	58	0.2307	83	0.0000
9	1.0764	34	0.9499	59	0.0916	84	0.0000
10	1.0489	35	0.9497	60	0.0289	85	0.0000
11	1.0281	36	0.9497	61	0.0280	86	0.0000
12	1.0122	37	0.9496	62	0.0066	87	0.0000
13	0.9998	38	0.9497	63	0.0047	88	0.0000
14	0.9902	39	0.9496	64	0.0041	89	0.0000
15	0.9826	40	0.9497	65	0.0168	90	0.0000
16	0.9765	41	0.9499	66	0.0017	91	0.0000
17	0.9716	42	0.9500	67	0.0049	92	0.0000
18	0.9677	43	0.9504	68	0.0007	93	0.0000
19	0.9646	44	0.9501	69	0.0017	94	0.0000
20	0.9620	45	0.9506	70	0.0001	95	0.0000
21	0.9599	46	0.9511	71	0.0005	96	0.0000
22	0.9581	47	0.9522	72	0.0002	97	0.0000
23	0.9566	48	0.9523	73	0.0001	98	0.0000
24	0.9554	49	0.9573	74	0.0000	99	0.0000
25	0.9544	50	0.9597	75	0.0000	100	0.0000

Tableau A5-1 : K_{III} en fonction de p (f=0.2).

Résultats pour $f = 0.3$:

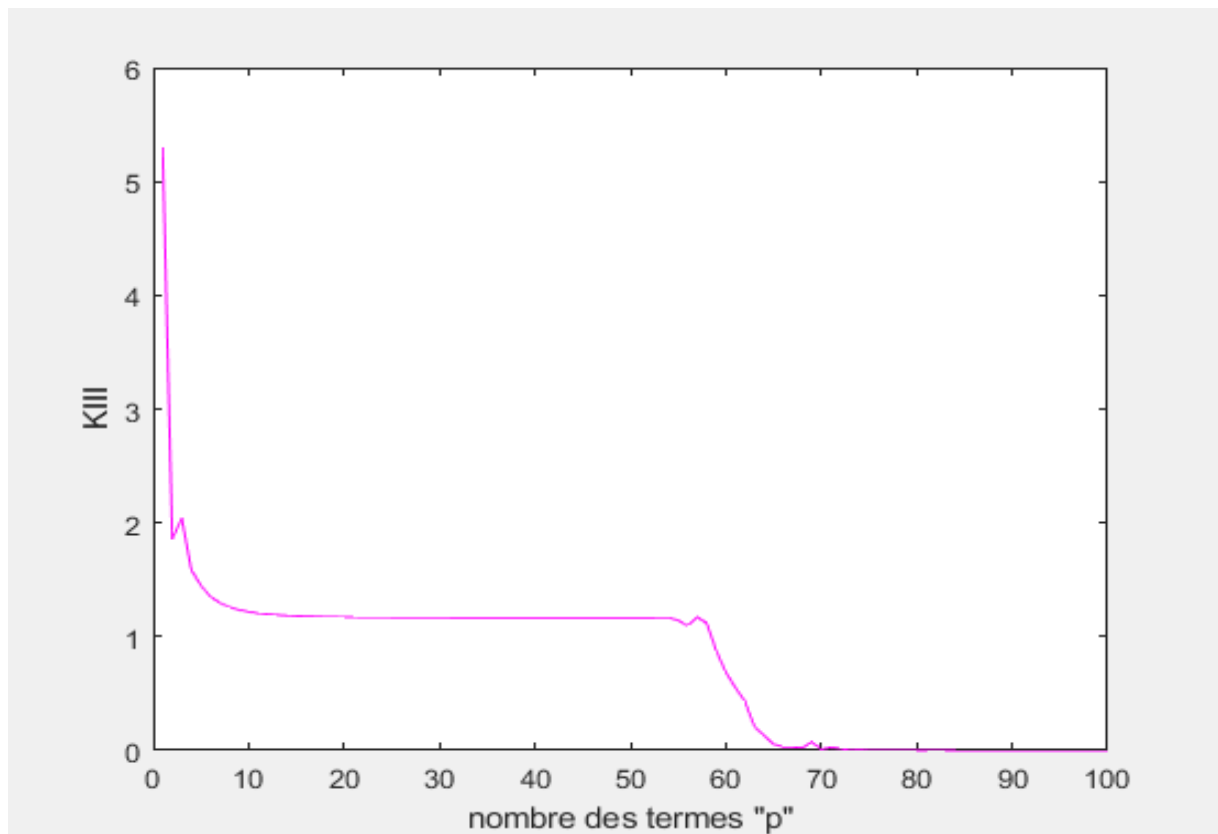


Figure A5-2 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.3$).

Remarque : le palier démarre de $p=37$ jusqu'à $p=49$ (Tableau A5-2).

La valeur de K_{III} est égale à **1.165**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.2924	26	1.1681	51	1.1658	76	0.0003
2	1.8569	27	1.1677	52	1.1660	77	0.0009
3	2.0391	28	1.1673	53	1.1671	78	0.0001
4	1.5853	29	1.1670	54	1.1666	79	0.0003
5	1.4496	30	1.1667	55	1.1420	80	0.0000
6	1.3512	31	1.1665	56	1.0959	81	0.0000
7	1.2967	32	1.1662	57	1.1720	82	0.0000
8	1.2596	33	1.1660	58	1.1189	83	0.0000
9	1.2350	34	1.1658	59	0.8736	84	0.0000
10	1.2179	35	1.1657	60	0.6877	85	0.0000
11	1.2057	36	1.1655	61	0.5517	86	0.0000
12	1.1969	37	1.1654	62	0.4320	87	0.0000
13	1.1904	38	1.1652	63	0.2105	88	0.0000
14	1.1856	39	1.1652	64	0.1288	89	0.0000
15	1.1819	40	1.1652	65	0.0550	90	0.0000
16	1.1790	41	1.1651	66	0.0313	91	0.0000
17	1.1767	42	1.1651	67	0.0294	92	0.0000
18	1.1749	43	1.1651	68	0.0218	93	0.0000
19	1.1735	44	1.1651	69	0.0726	94	0.0000
20	1.1723	45	1.1652	70	0.0103	95	0.0000
21	1.1713	46	1.1652	71	0.0263	96	0.0000
22	1.1704	47	1.1653	72	0.0173	97	0.0000
23	1.1697	48	1.1652	73	0.0020	98	0.0000
24	1.1691	49	1.1653	74	0.0046	99	0.0000
25	1.1686	50	1.1655	75	0.0005	100	0.0000

Tableau A5-2 : K_{III} en fonction de p (f=0.3).

Résultats pour $f = 0.4$:

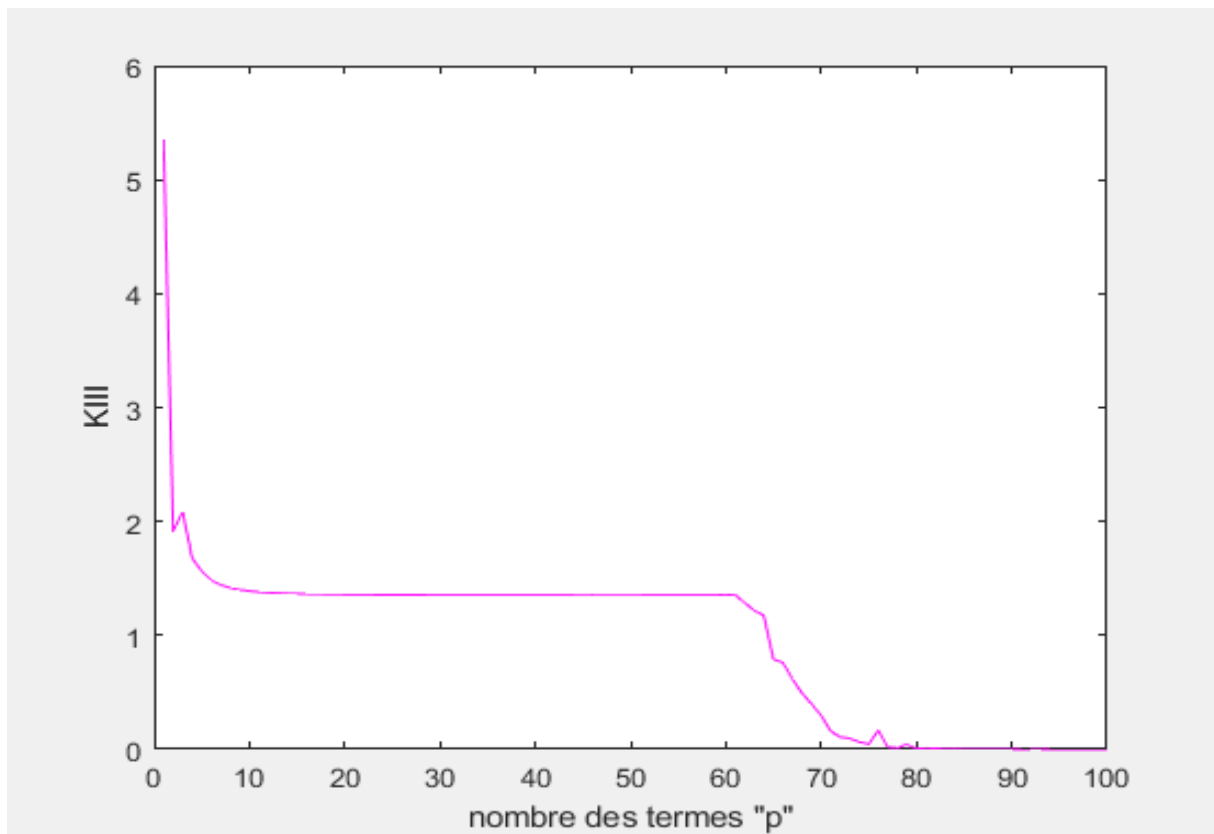


Figure A5-3 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.4$).

Remarque : le palier démarre de $p= 43$ jusqu'à $p= 54$ (Tableau A5-3).

La valeur de K_{III} est égale à **1.352**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.3398	26	1.3554	51	1.3524	76	0.1670
2	1.9183	27	1.3550	52	1.3524	77	0.0186
3	2.0837	28	1.3547	53	1.3523	78	0.0131
4	1.6757	29	1.3544	54	1.3524	79	0.0419
5	1.5625	30	1.3542	55	1.3525	80	0.0059
6	1.4836	31	1.3540	56	1.3526	81	0.0137
7	1.4430	32	1.3538	57	1.3528	82	0.0078
8	1.4165	33	1.3536	58	1.3530	83	0.0012
9	1.3998	34	1.3534	59	1.3528	84	0.0036
10	1.3886	35	1.3532	60	1.3577	85	0.0004
11	1.3808	36	1.3531	61	1.3535	86	0.0002
12	1.3751	37	1.3530	62	1.2850	87	0.0001
13	1.3710	38	1.3528	63	1.2168	88	0.0001
14	1.3679	39	1.3527	64	1.1730	89	0.0000
15	1.3654	40	1.3526	65	0.7907	90	0.0000
16	1.3635	41	1.3526	66	0.7596	91	0.0000
17	1.3620	42	1.3525	67	0.6153	92	0.0000
18	1.3607	43	1.3524	68	0.4915	93	0.0000
19	1.3596	44	1.3524	69	0.3963	94	0.0000
20	1.3587	45	1.3523	70	0.2965	95	0.0000
21	1.3579	46	1.3523	71	0.1610	96	0.0000
22	1.3573	47	1.3523	72	0.1074	97	0.0000
23	1.3567	48	1.3523	73	0.0961	98	0.0000
24	1.3562	49	1.3523	74	0.0631	99	0.0000
25	1.3558	50	1.3523	75	0.0467	100	0.0000

Tableau A5-3 : K_{III} en fonction de p (f=0.4).

Résultats pour $f = 0.5$:

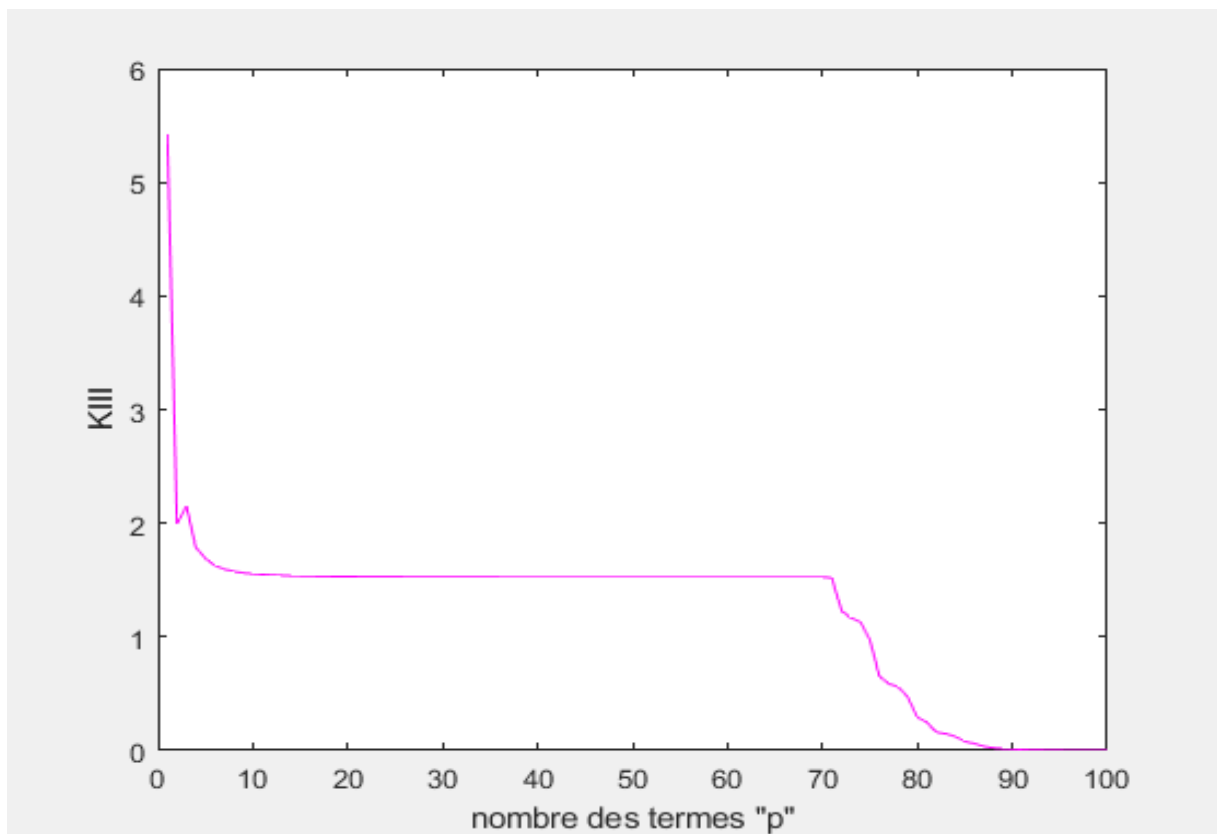


Figure A5-4 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.5$).

Remarque : le palier démarre de $p=43$ jusqu'à $p=67$ (Tableau A5-4).

La valeur de K_{III} est égale à **1.524**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.4149	26	1.5272	51	1.5240	76	0.6521
2	1.9917	27	1.5269	52	1.5240	77	0.5882
3	2.1513	28	1.5266	53	1.5240	78	0.5568
4	1.7843	29	1.5263	54	1.5240	79	0.4693
5	1.6907	30	1.5261	55	1.5240	80	0.2907
6	1.6266	31	1.5259	56	1.5239	81	0.2479
7	1.5954	32	1.5257	57	1.5240	82	0.1606
8	1.5752	33	1.5255	58	1.5240	83	0.1477
9	1.5628	34	1.5254	59	1.5241	84	0.1219
10	1.5543	35	1.5252	60	1.5241	85	0.0799
11	1.5483	36	1.5251	61	1.5240	86	0.0615
12	1.5440	37	1.5250	62	1.5241	87	0.0366
13	1.5407	38	1.5248	63	1.5241	88	0.0222
14	1.5381	39	1.5247	64	1.5241	89	0.0166
15	1.5361	40	1.5246	65	1.5241	90	0.0122
16	1.5344	41	1.5246	66	1.5242	91	0.0081
17	1.5331	42	1.5245	67	1.5243	92	0.0045
18	1.5320	43	1.5244	68	1.5245	93	0.0035
19	1.5310	44	1.5243	69	1.5247	94	0.0026
20	1.5302	45	1.5243	70	1.5246	95	0.0012
21	1.5295	46	1.5242	71	1.5195	96	0.0008
22	1.5289	47	1.5241	72	1.2294	97	0.0006
23	1.5284	48	1.5241	73	1.1660	98	0.0004
24	1.5279	49	1.5240	74	1.1304	99	0.0002
25	1.5275	50	1.5240	75	0.9717	100	0.0001

Tableau A5-4 : K_{III} en fonction de p (f=0.5).

Résultats pour $f = 0.6$:

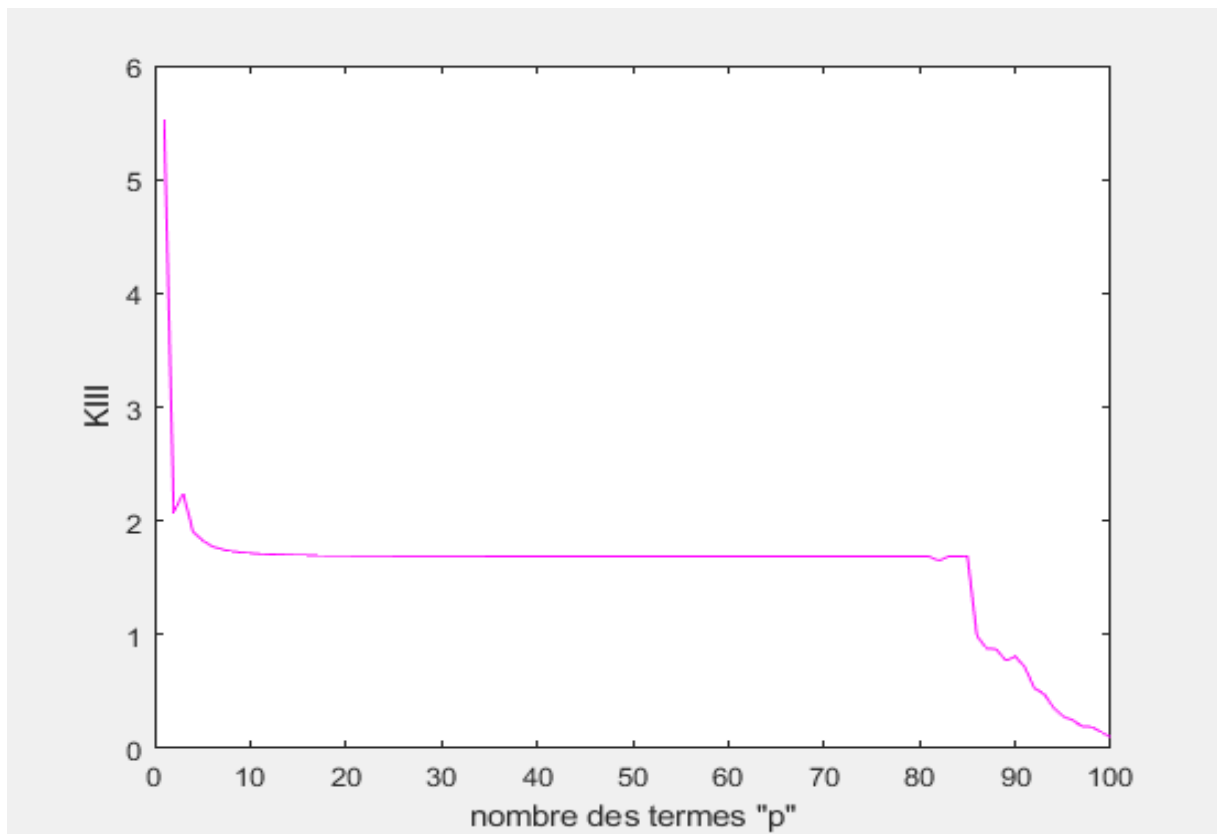


Figure A5-5 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.6$).

Remarque : le palier démarre de $p = 41$ jusqu'à $p = 79$ (Tableau A5-5).

La valeur de K_{III} est égale à **1.688**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.5265	26	1.6909	51	1.6878	76	1.6877
2	2.0784	27	1.6906	52	1.6878	77	1.6876
3	2.2405	28	1.6903	53	1.6877	78	1.6877
4	1.9080	29	1.6900	54	1.6877	79	1.6877
5	1.8296	30	1.6898	55	1.6877	80	1.6887
6	1.7755	31	1.6896	56	1.6876	81	1.6879
7	1.7498	32	1.6895	57	1.6876	82	1.6504
8	1.7331	33	1.6893	58	1.6876	83	1.6881
9	1.7227	34	1.6891	59	1.6876	84	1.6880
10	1.7154	35	1.6890	60	1.6876	85	1.6899
11	1.7102	36	1.6889	61	1.6875	86	0.9883
12	1.7064	37	1.6888	62	1.6875	87	0.8787
13	1.7034	38	1.6887	63	1.6875	88	0.8731
14	1.7011	39	1.6886	64	1.6875	89	0.7732
15	1.6992	40	1.6885	65	1.6875	90	0.8073
16	1.6977	41	1.6884	66	1.6875	91	0.7161
17	1.6964	42	1.6883	67	1.6875	92	0.5283
18	1.6954	43	1.6882	68	1.6875	93	0.4803
19	1.6945	44	1.6882	69	1.6875	94	0.3598
20	1.6937	45	1.6881	70	1.6875	95	0.2825
21	1.6931	46	1.6880	71	1.6876	96	0.2487
22	1.6925	47	1.6880	72	1.6876	97	0.1932
23	1.6920	48	1.6879	73	1.6876	98	0.1909
24	1.6916	49	1.6879	74	1.6876	99	0.1413
25	1.6912	50	1.6878	75	1.6876	100	0.1018

Tableau A5-5 : K_{III} en fonction de p (f=0.6).

Résultats pour $f = 0.7$:

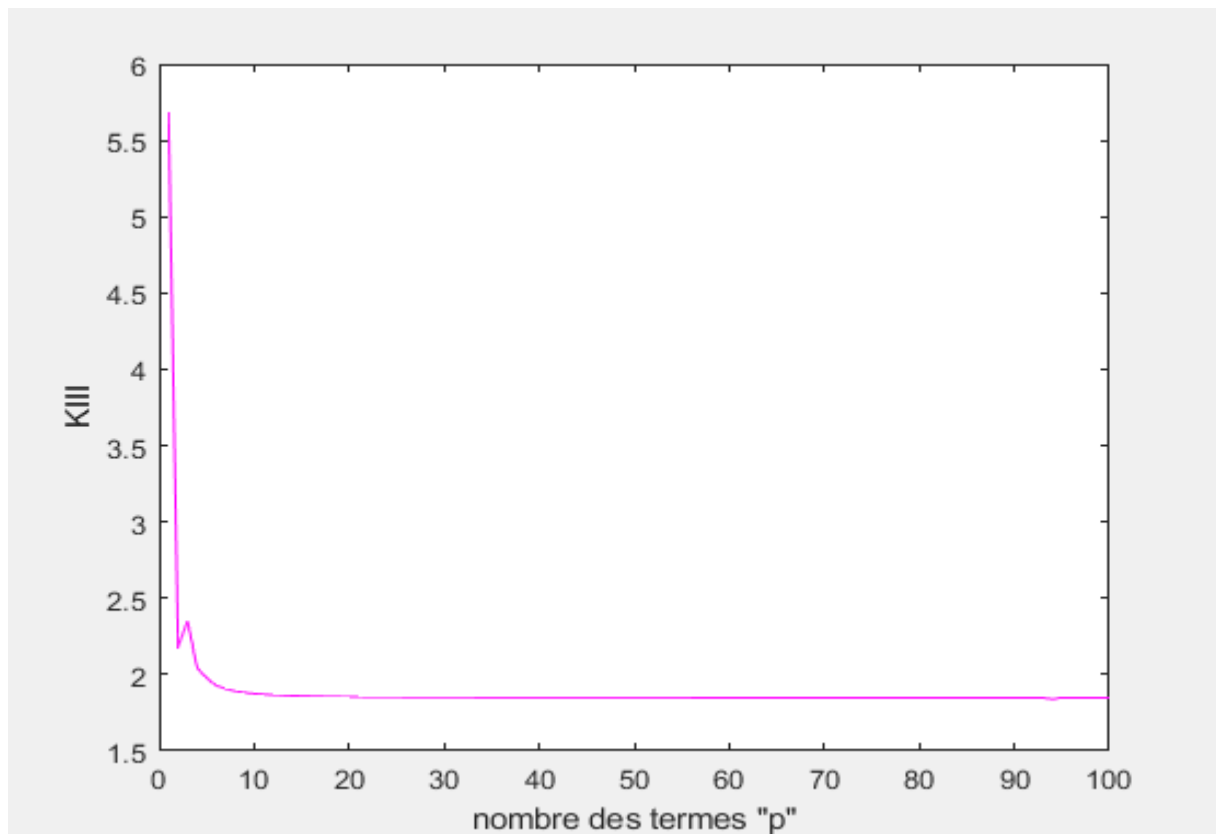


Figure A5-6 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.7$).

Remarque : le palier démarre à $p=59$ (Tableau A5-6).

La valeur de K_{III} est égale à **1.848**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.6869	26	1.8516	51	1.8486	76	1.8481
2	2.1793	27	1.8513	52	1.8486	77	1.8481
3	2.3499	28	1.8511	53	1.8486	78	1.8481
4	2.0442	29	1.8508	54	1.8486	79	1.8481
5	1.9767	30	1.8506	55	1.8485	80	1.8481
6	1.9286	31	1.8504	56	1.8485	81	1.8481
7	1.9061	32	1.8503	57	1.8485	82	1.8481
8	1.8911	33	1.8501	58	1.8485	83	1.8481
9	1.8816	34	1.8500	59	1.8484	84	1.8481
10	1.8749	35	1.8498	60	1.8484	85	1.8481
11	1.8701	36	1.8497	61	1.8484	86	1.8481
12	1.8664	37	1.8496	62	1.8484	87	1.8481
13	1.8636	38	1.8495	63	1.8483	88	1.8481
14	1.8614	39	1.8494	64	1.8483	89	1.8481
15	1.8596	40	1.8493	65	1.8483	90	1.8482
16	1.8581	41	1.8492	66	1.8482	91	1.8481
17	1.8569	42	1.8492	67	1.8482	92	1.8481
18	1.8559	43	1.8491	68	1.8482	93	1.8482
19	1.8551	44	1.8490	69	1.8482	94	1.8377
20	1.8544	45	1.8490	70	1.8482	95	1.8482
21	1.8537	46	1.8489	71	1.8481	96	1.8482
22	1.8532	47	1.8489	72	1.8481	97	1.8483
23	1.8527	48	1.8488	73	1.8481	98	1.8481
24	1.8523	49	1.8488	74	1.8481	99	1.8482
25	1.8519	50	1.8487	75	1.8481	100	1.8482

Tableau A5-6 : K_{III} en fonction de p (f=0.7).

Résultats pour $f = 0.8$:

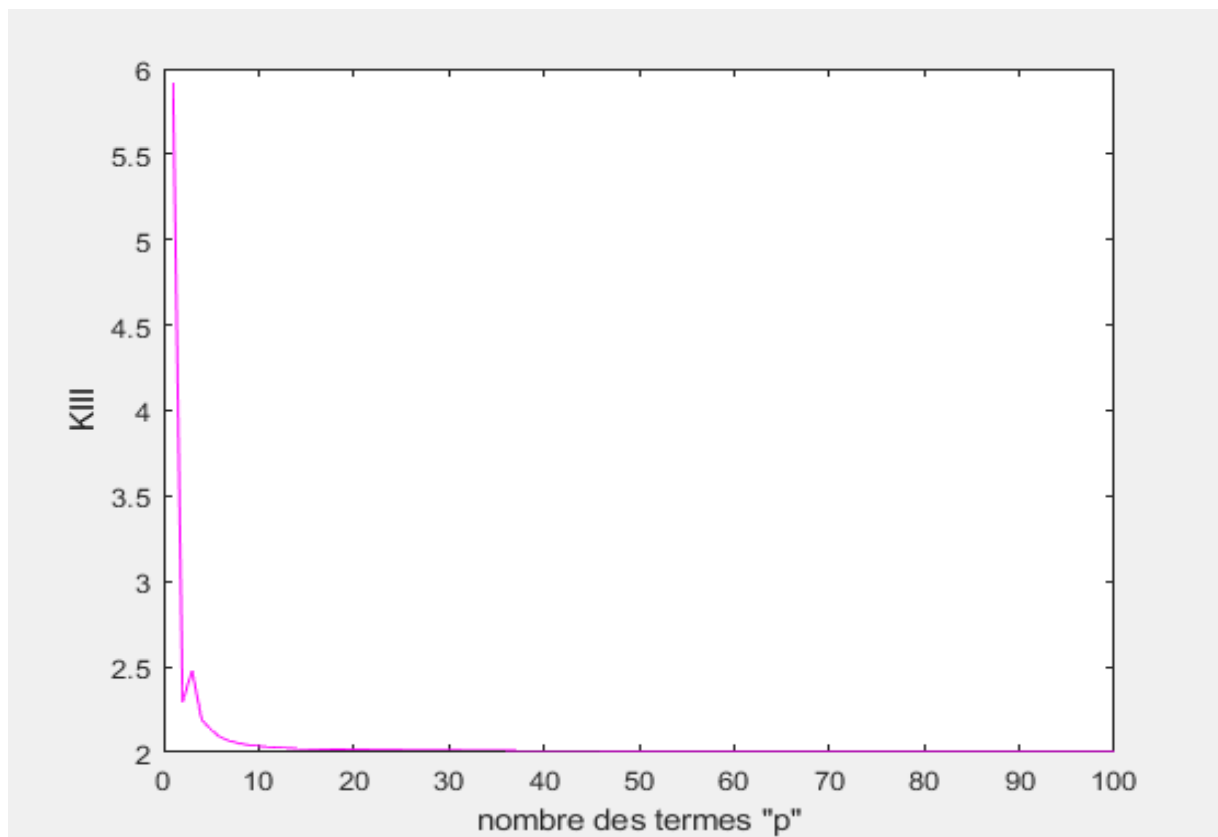


Figure A5-7 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.8$).

Remarque : le palier démarre à $p= 58$ (Tableau A5- 7).

La valeur de K_{III} est égale à **2.010**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.9141	26	2.0135	51	2.0107	76	2.0101
2	2.2947	27	2.0132	52	2.0106	77	2.0101
3	2.4787	28	2.0130	53	2.0106	78	2.0101
4	2.1914	29	2.0128	54	2.0106	79	2.0101
5	2.1312	30	2.0126	55	2.0105	80	2.0101
6	2.0867	31	2.0124	56	2.0105	81	2.0101
7	2.0658	32	2.0122	57	2.0105	82	2.0101
8	2.0516	33	2.0121	58	2.0104	83	2.0101
9	2.0426	34	2.0119	59	2.0104	84	2.0100
10	2.0362	35	2.0118	60	2.0104	85	2.0100
11	2.0315	36	2.0117	61	2.0104	86	2.0100
12	2.0280	37	2.0116	62	2.0104	87	2.0100
13	2.0252	38	2.0115	63	2.0103	88	2.0100
14	2.0231	39	2.0114	64	2.0103	89	2.0100
15	2.0213	40	2.0113	65	2.0103	90	2.0100
16	2.0199	41	2.0112	66	2.0103	91	2.0100
17	2.0187	42	2.0111	67	2.0103	92	2.0100
18	2.0178	43	2.0111	68	2.0102	93	2.0100
19	2.0169	44	2.0110	69	2.0102	94	2.0100
20	2.0162	45	2.0110	70	2.0102	95	2.0100
21	2.0156	46	2.0109	71	2.0102	96	2.0100
22	2.0151	47	2.0109	72	2.0102	97	2.0100
23	2.0146	48	2.0108	73	2.0102	98	2.0100
24	2.0142	49	2.0108	74	2.0102	99	2.0100
25	2.0139	50	2.0107	75	2.0101	100	2.0100

Tableau A5-7 : K_{III} en fonction de p (f=0.8).

Résultats pour $f=0.9$:

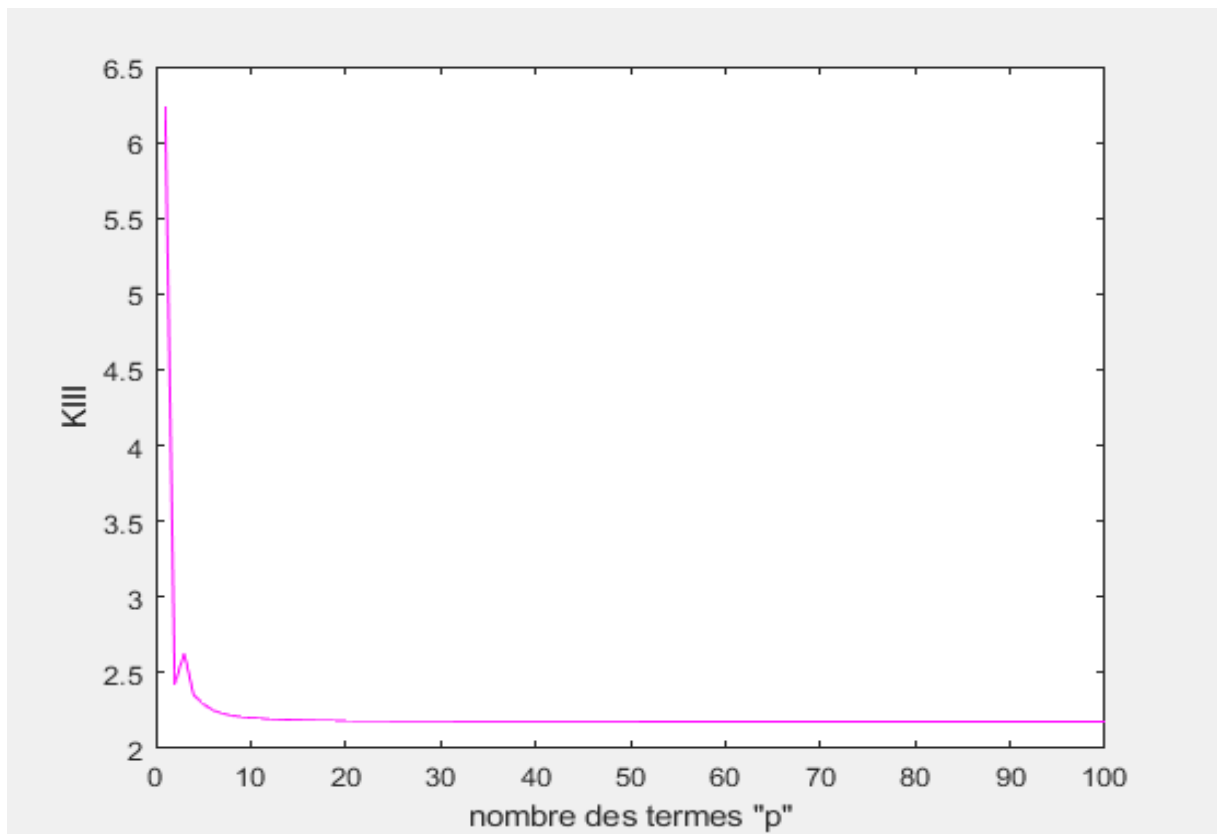


Figure A5-8 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.9$).

Remarque : le palier démarre à $p=70$ (Tableau A5- 8).

La valeur de K_{III} est égale à **2.177**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	6.2347	26	2.1807	51	2.1779	76	2.1774
2	2.4247	27	2.1804	52	2.1779	77	2.1774
3	2.6271	28	2.1802	53	2.1778	78	2.1773
4	2.3499	29	2.1800	54	2.1778	79	2.1773
5	2.2948	30	2.1798	55	2.1778	80	2.1773
6	2.2519	31	2.1796	56	2.1777	81	2.1773
7	2.2318	32	2.1794	57	2.1777	82	2.1773
8	2.2181	33	2.1793	58	2.1777	83	2.1773
9	2.2092	34	2.1791	59	2.1777	84	2.1773
10	2.2029	35	2.1790	60	2.1776	85	2.1773
11	2.1983	36	2.1789	61	2.1776	86	2.1773
12	2.1949	37	2.1788	62	2.1776	87	2.1773
13	2.1922	38	2.1787	63	2.1776	88	2.1773
14	2.1901	39	2.1786	64	2.1776	89	2.1773
15	2.1883	40	2.1785	65	2.1775	90	2.1772
16	2.1870	41	2.1784	66	2.1775	91	2.1772
17	2.1858	42	2.1784	67	2.1775	92	2.1772
18	2.1848	43	2.1783	68	2.1775	93	2.1772
19	2.1840	44	2.1782	69	2.1775	94	2.1772
20	2.1833	45	2.1782	70	2.1774	95	2.1772
21	2.1827	46	2.1781	71	2.1774	96	2.1772
22	2.1822	47	2.1781	72	2.1774	97	2.1772
23	2.1818	48	2.1780	73	2.1774	98	2.1772
24	2.1814	49	2.1780	74	2.1774	99	2.1772
25	2.1810	50	2.1779	75	2.1774	100	2.1772

Tableau A5-8 : K_{III} en fonction de p (f=0.9).

Résultats pour $f=1$:

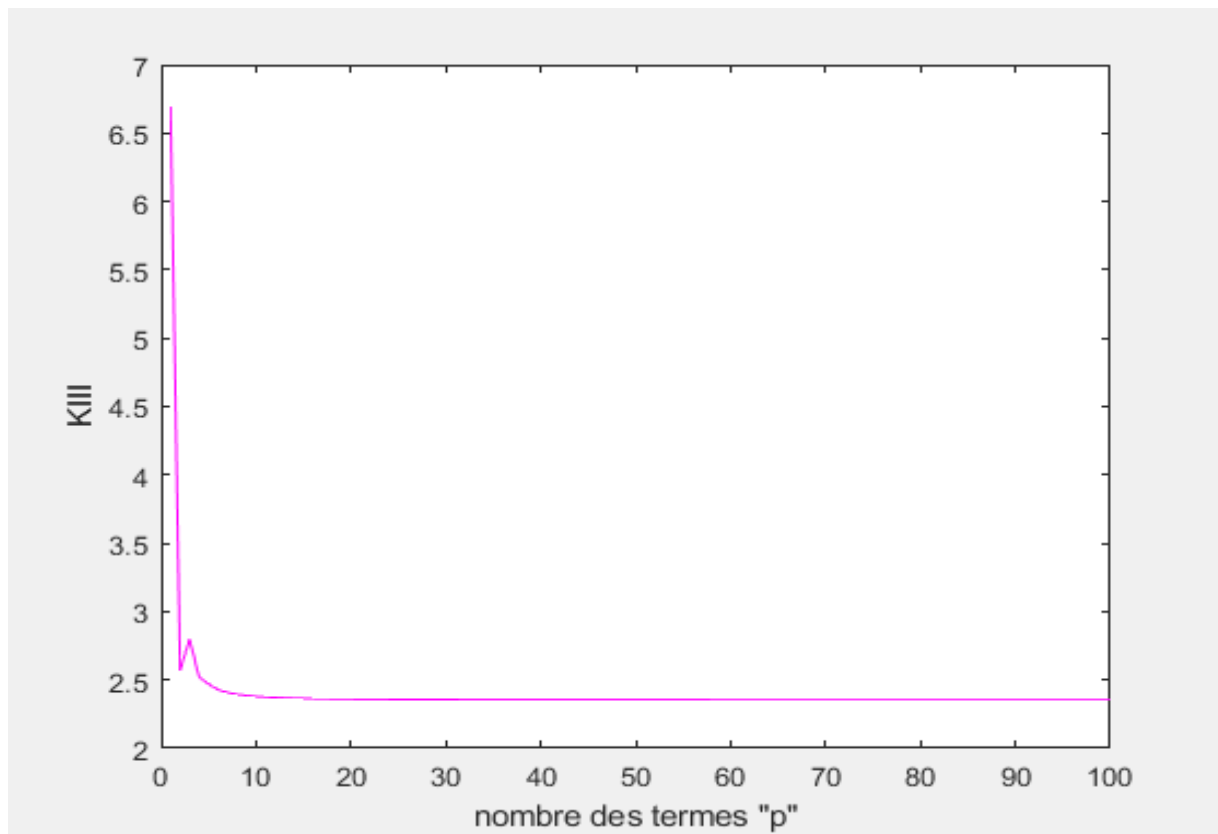


Figure A5-9 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1$).

Remarque : le palier démarre à $p= 56$ (Tableau A5- 9).

La valeur de K_{III} est égale à **2.354**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	6.6902	26	2.3574	51	2.3546	76	2.3541
2	2.5692	27	2.3571	52	2.3546	77	2.3540
3	2.7976	28	2.3569	53	2.3545	78	2.3540
4	2.5213	29	2.3566	54	2.3545	79	2.3540
5	2.4705	30	2.3564	55	2.3545	80	2.3540
6	2.4278	31	2.3563	56	2.3544	81	2.3540
7	2.4082	32	2.3561	57	2.3544	82	2.3540
8	2.3945	33	2.3559	58	2.3544	83	2.3540
9	2.3857	34	2.3558	59	2.3543	84	2.3540
10	2.3795	35	2.3557	60	2.3543	85	2.3540
11	2.3749	36	2.3556	61	2.3543	86	2.3540
12	2.3715	37	2.3555	62	2.3543	87	2.3540
13	2.3688	38	2.3554	63	2.3543	88	2.3539
14	2.3667	39	2.3553	64	2.3542	89	2.3539
15	2.3650	40	2.3552	65	2.3542	90	2.3539
16	2.3636	41	2.3551	66	2.3542	91	2.3539
17	2.3624	42	2.3551	67	2.3542	92	2.3539
18	2.3615	43	2.3550	68	2.3542	93	2.3539
19	2.3607	44	2.3549	69	2.3542	94	2.3539
20	2.3600	45	2.3549	70	2.3541	95	2.3539
21	2.3594	46	2.3548	71	2.3541	96	2.3539
22	2.3589	47	2.3548	72	2.3541	97	2.3539
23	2.3584	48	2.3547	73	2.3541	98	2.3539
24	2.3580	49	2.3547	74	2.3541	99	2.3539
25	2.3577	50	2.3546	75	2.3541	100	2.3539

Tableau A5-9 : K_{III} en fonction de p (f=1).

Résultats pour $f=1.1$:

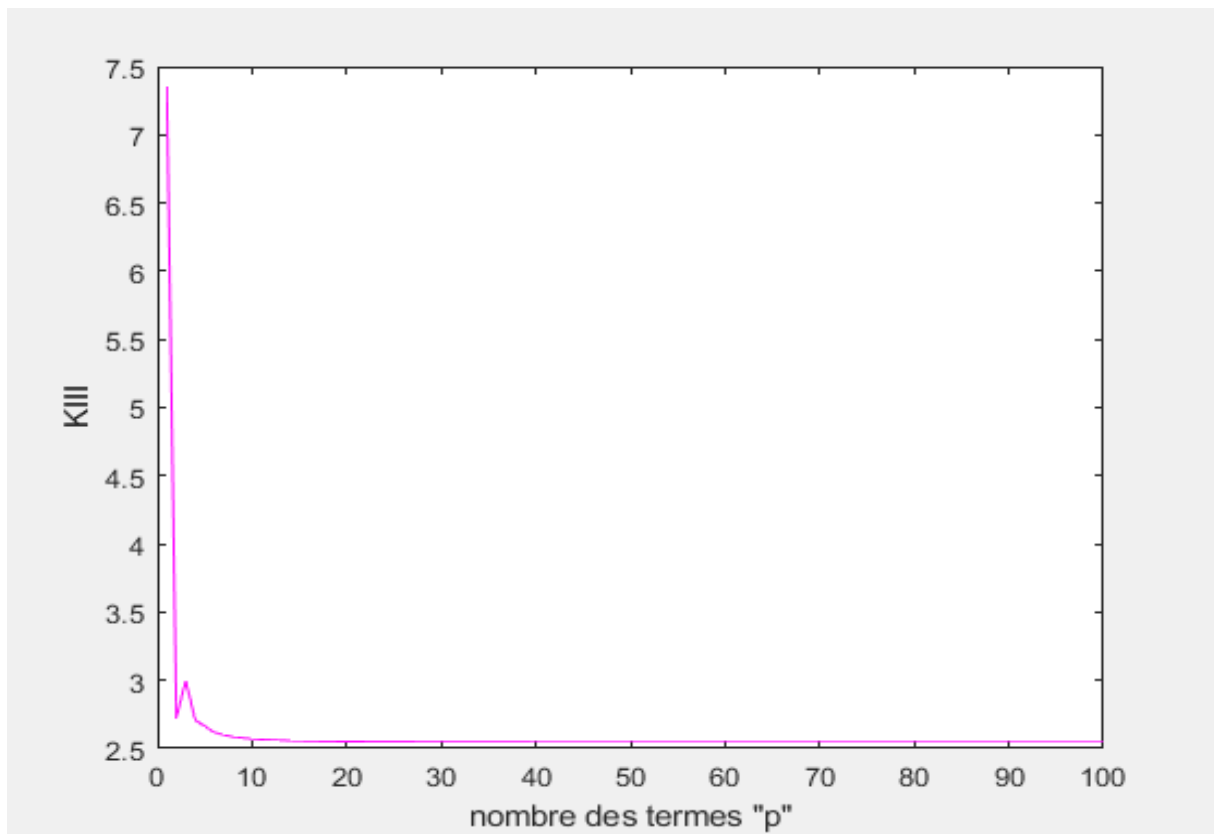


Figure A5-10 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.1$).

Remarque : le palier démarre à $p= 63$ (Tableau A5- 10).

La valeur de K_{III} est égale à **2.545**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	7.347	26	2.5486	51	2.5458	76	2.5452
2	2.7279	27	2.5483	52	2.5457	77	2.5452
3	2.9957	28	2.5480	53	2.5457	78	2.5452
4	2.7083	29	2.5478	54	2.5457	79	2.5452
5	2.6632	30	2.5476	55	2.5456	80	2.5452
6	2.6190	31	2.5474	56	2.5456	81	2.5452
7	2.5998	32	2.5473	57	2.5456	82	2.5452
8	2.5859	33	2.5471	58	2.5455	83	2.5452
9	2.5771	34	2.5470	59	2.5455	84	2.5452
10	2.5708	35	2.5469	60	2.5455	85	2.5451
11	2.5662	36	2.5468	61	2.5455	86	2.5451
12	2.5627	37	2.5467	62	2.5455	87	2.5451
13	2.5600	38	2.5466	63	2.5454	88	2.5451
14	2.5579	39	2.5465	64	2.5454	89	2.5451
15	2.5562	40	2.5464	65	2.5454	90	2.5451
16	2.5548	41	2.5463	66	2.5454	91	2.5451
17	2.5537	42	2.5462	67	2.5454	92	2.5451
18	2.5527	43	2.5462	68	2.5453	93	2.5451
19	2.5519	44	2.5461	69	2.5453	94	2.5451
20	2.5512	45	2.5461	70	2.5453	95	2.5451
21	2.5506	46	2.5460	71	2.5453	96	2.5451
22	2.5501	47	2.5459	72	2.5453	97	2.5451
23	2.5496	48	2.5459	73	2.5453	98	2.5451
24	2.5492	49	2.5459	74	2.5453	99	2.5451
25	2.5489	50	2.5458	75	2.5452	100	2.5450

Tableau A5-10 : K_{III} en fonction de p (f=1.1).

Résultats pour f=1.2 :

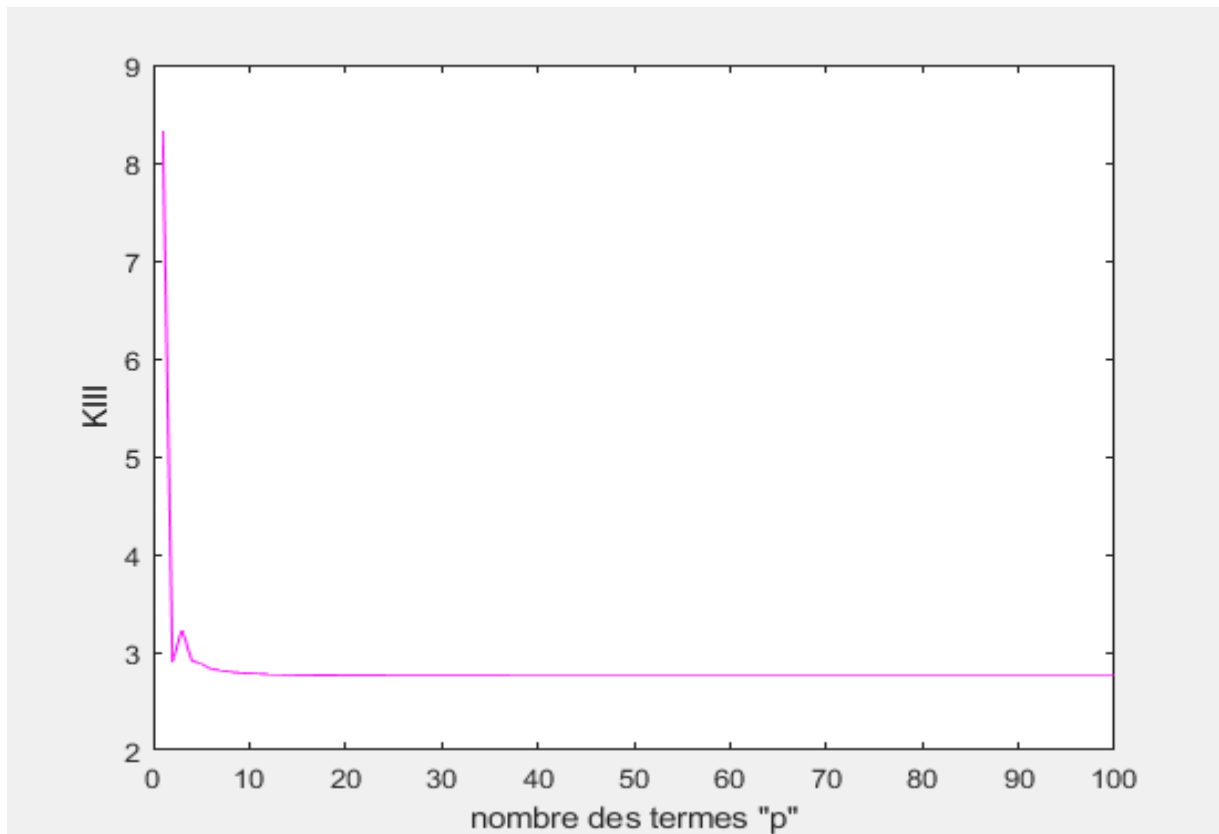


Figure A5-11 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p (f=1.2).

Remarque : le palier démarre à $p= 74$ (Tableau A5- 11).

La valeur de K_{III} est égale à **2.757**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	8.3221	26	2.7608	51	2.7580	76	2.7574
2	2.9016	27	2.7605	52	2.7579	77	2.7574
3	3.2318	28	2.7603	53	2.7579	78	2.7574
4	2.9146	29	2.7601	54	2.7579	79	2.7574
5	2.8802	30	2.7599	55	2.7578	80	2.7574
6	2.8313	31	2.7597	56	2.7578	81	2.7574
7	2.8133	32	2.7595	57	2.7578	82	2.7574
8	2.7986	33	2.7594	58	2.7577	83	2.7574
9	2.7899	34	2.7592	59	2.7577	84	2.7573
10	2.7834	35	2.7591	60	2.7577	85	2.7573
11	2.7788	36	2.7590	61	2.7577	86	2.7573
12	2.7752	37	2.7589	62	2.7576	87	2.7573
13	2.7725	38	2.7588	63	2.7576	88	2.7573
14	2.7703	39	2.7587	64	2.7576	89	2.7573
15	2.7686	40	2.7586	65	2.7576	90	2.7573
16	2.7672	41	2.7585	66	2.7576	91	2.7573
17	2.7660	42	2.7584	67	2.7576	92	2.7573
18	2.7650	43	2.7584	68	2.7575	93	2.7573
19	2.7642	44	2.7583	69	2.7575	94	2.7573
20	2.7635	45	2.7583	70	2.7575	95	2.7573
21	2.7629	46	2.7582	71	2.7575	96	2.7573
22	2.7623	47	2.7581	72	2.7575	97	2.7573
23	2.7619	48	2.7581	73	2.7575	98	2.7572
24	2.7615	49	2.7581	74	2.7574	99	2.7572
25	2.7611	50	2.7580	75	2.7574	100	2.7572

Tableau A5-11 : K_{III} en fonction de p (f=1.2).

Résultats pour $f=1.3$

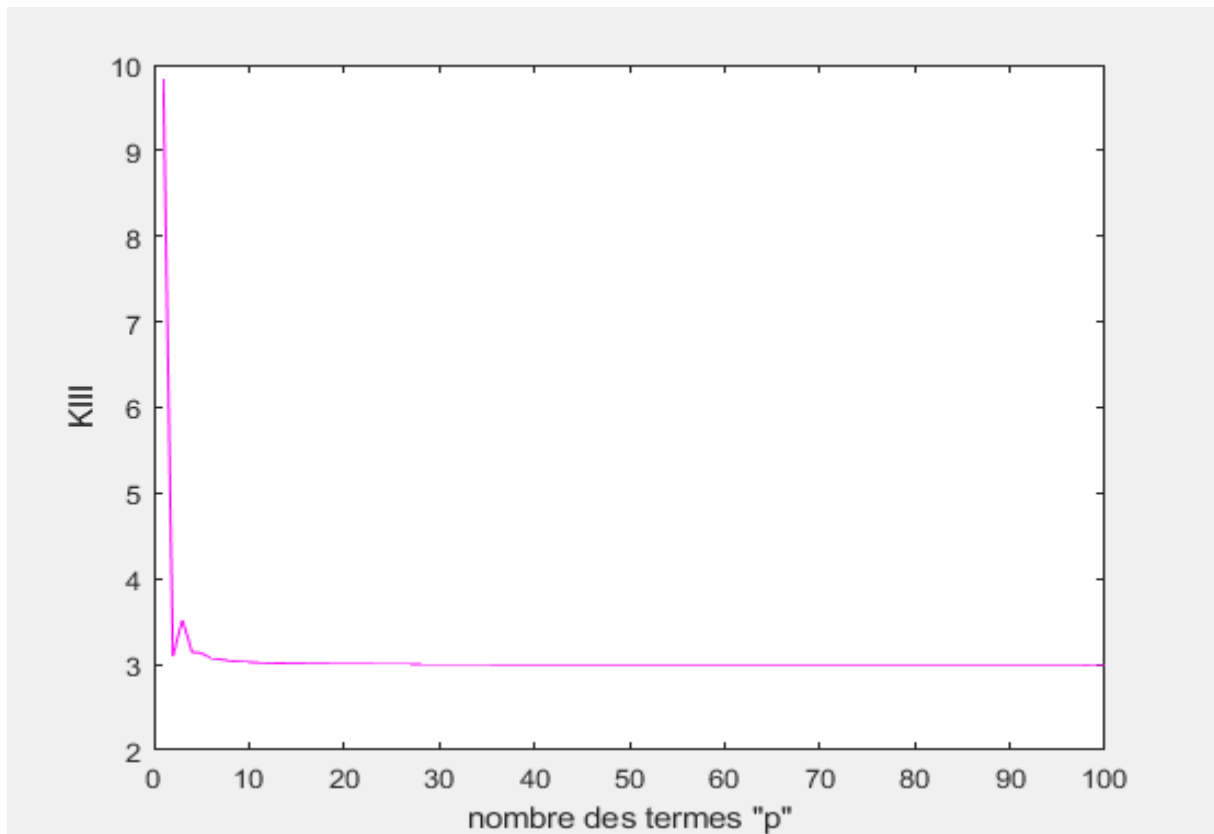


Figure A5-12 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.3$).

Remarque : le palier démarre à $p= 49$ (Tableau A5- 12).

La valeur de K_{III} est égale à **3**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	9.8319	26	3.0033	51	3.0003	76	2.9998
2	3.0924	27	3.0030	52	3.0003	77	2.9998
3	3.5251	28	3.0027	53	3.0003	78	2.9997
4	3.1443	29	3.0025	54	3.0002	79	2.9997
5	3.1337	30	3.0023	55	3.0002	80	2.9997
6	3.0727	31	3.0021	56	3.0002	81	2.9997
7	3.0586	32	3.0019	57	3.0001	82	2.9997
8	3.0416	33	3.0018	58	3.0001	83	2.9997
9	3.0334	34	3.0016	59	3.0001	84	2.9997
10	3.0264	35	3.0015	60	3.0000	85	2.9997
11	3.0218	36	3.0014	61	3.0000	86	2.9997
12	3.0181	37	3.0013	62	3.0000	87	2.9997
13	3.0153	38	3.0012	63	3.0000	88	2.9997
14	3.0130	39	3.0011	64	3.0000	89	2.9996
15	3.0113	40	3.0010	65	2.9999	90	2.9996
16	3.0098	41	3.0009	66	2.9999	91	2.9996
17	3.0086	42	3.0008	67	2.9999	92	2.9995
18	3.0076	43	3.0007	68	2.9999	93	2.9996
19	3.0067	44	3.0007	69	2.9999	94	2.9994
20	3.0060	45	3.0006	70	2.9998	95	2.9996
21	3.0054	46	3.0006	71	2.9998	96	2.9996
22	3.0048	47	3.0005	72	2.9998	97	2.9997
23	3.0044	48	3.0005	73	2.9998	98	2.9976
24	3.0039	49	3.0004	74	2.9998	99	2.9997
25	3.0036	50	3.0004	75	2.9998	100	2.9998

Tableau A5-12 : K_{III} en fonction de p (f=1.3).

Résultats pour $f=1.4$

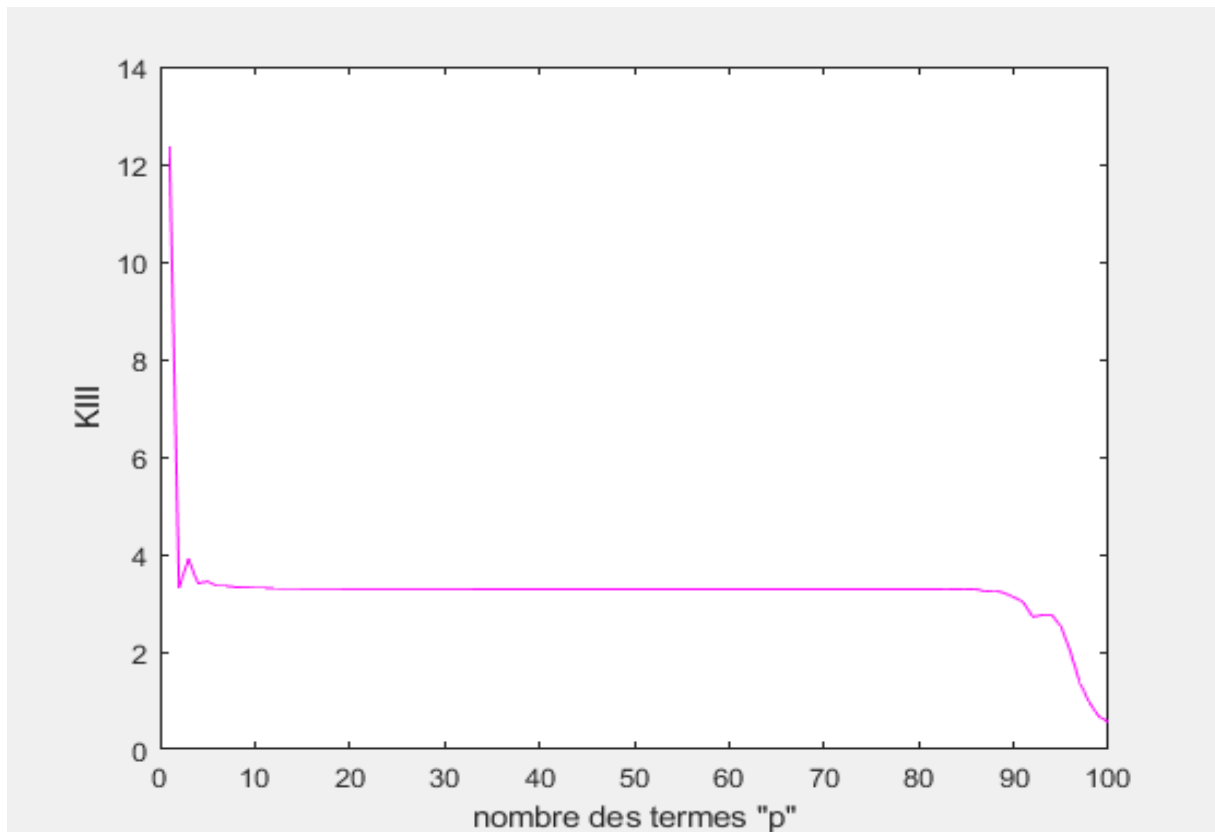


Figure A5-13 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.4$).

Remarque : le palier démarre de $p= 57$ jusqu'à $p= 80$ (Tableau A5- 13).

La valeur de K_{III} est égale à **3.286**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	12.34	26	3.2897	51	3.2867	76	3.2859
2	3.3055	27	3.2894	52	3.2866	77	3.2861
3	3.9117	28	3.2891	53	3.2866	78	3.2861
4	3.4021	29	3.2889	54	3.2865	79	3.2856
5	3.4447	30	3.2887	55	3.2865	80	3.2860
6	3.3536	31	3.2885	56	3.2865	81	3.2849
7	3.3519	32	3.2883	57	3.2864	82	3.2857
8	3.3275	33	3.2881	58	3.2864	83	3.2816
9	3.3223	34	3.2880	59	3.2864	84	3.2873
10	3.3133	35	3.2879	60	3.2864	85	3.2805
11	3.3093	36	3.2877	61	3.2863	86	3.2914
12	3.3050	37	3.2876	62	3.2863	87	3.2354
13	3.3023	38	3.2875	63	3.2863	88	3.2622
14	3.2999	39	3.2874	64	3.2863	89	3.2063
15	3.2981	40	3.2873	65	3.2863	90	3.1295
16	3.2965	41	3.2872	66	3.2862	91	3.0205
17	3.2953	42	3.2872	67	3.2862	92	2.7183
18	3.2942	43	3.2871	68	3.2862	93	2.7566
19	3.2933	44	3.2870	69	3.2862	94	2.7636
20	3.2926	45	3.2870	70	3.2862	95	2.5141
21	3.2919	46	3.2869	71	3.2861	96	1.9913
22	3.2914	47	3.2868	72	3.2861	97	1.3535
23	3.2909	48	3.2868	73	3.2862	98	0.9534
24	3.2904	49	3.2867	74	3.2861	99	0.6690
25	3.2901	50	3.2867	75	3.2862	100	0.5657

Tableau A5-13 : K_{III} en fonction de p (f=1.4).

Résultats pour $f=1.5$:

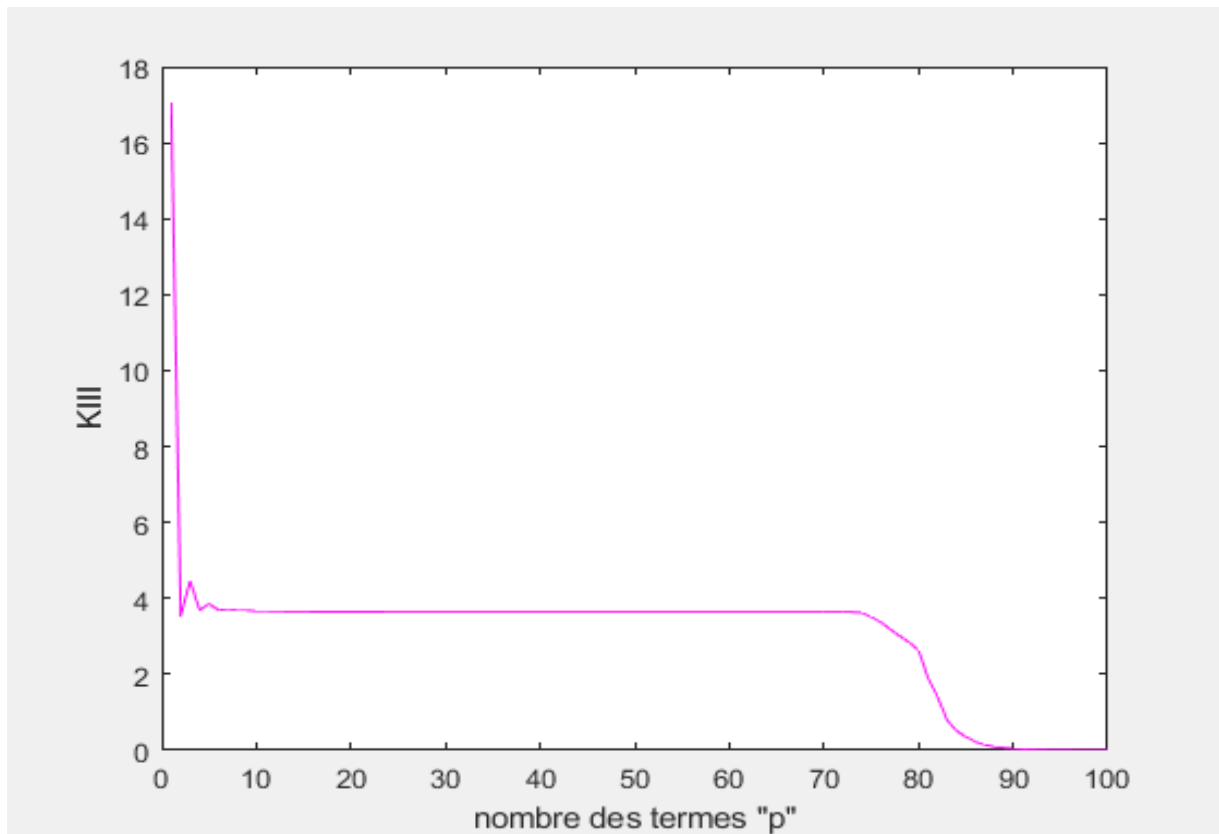


Figure A5-14 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.5$).

Remarque : le palier démarre de $p= 39$ jusqu'à $p= 55$ (Tableau A5- 14).

La valeur de K_{III} est égale à **3.640**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	17.0457	26	3.6429	51	3.6396	76	3.3817
2	3.5501	27	3.6425	52	3.6396	77	3.1890
3	4.4646	28	3.6423	53	3.6395	78	3.0150
4	3.6930	29	3.6420	54	3.6395	79	2.8412
5	3.8552	30	3.6418	55	3.6395	80	2.6360
6	3.6872	31	3.6416	56	3.6394	81	1.9100
7	3.7230	32	3.6414	57	3.6394	82	1.4228
8	3.6751	33	3.6412	58	3.6394	83	0.8013
9	3.6820	34	3.6410	59	3.6393	84	0.5203
10	3.6654	35	3.6409	60	3.6393	85	0.3534
11	3.6651	36	3.6408	61	3.6392	86	0.2242
12	3.6583	37	3.6406	62	3.6394	87	0.1467
13	3.6567	38	3.6405	63	3.6393	88	0.0967
14	3.6534	39	3.6404	64	3.6392	89	0.0643
15	3.6519	40	3.6403	65	3.6387	90	0.0466
16	3.6500	41	3.6402	66	3.6396	91	0.0301
17	3.6488	42	3.6402	67	3.6397	92	0.0183
18	3.6476	43	3.6401	68	3.6395	93	0.0125
19	3.6467	44	3.6400	69	3.6404	94	0.0084
20	3.6459	45	3.6399	70	3.6372	95	0.0053
21	3.6452	46	3.6399	71	3.6390	96	0.0034
22	3.6446	47	3.6398	72	3.6372	97	0.0022
23	3.6441	48	3.6398	73	3.6393	98	0.0015
24	3.6436	49	3.6397	74	3.6195	99	0.0010
25	3.6432	50	3.6397	75	3.5059	100	0.0006

Tableau A5-14 : K_{III} en fonction de p (f=1.5).

Résultats pour $f=1.6$:

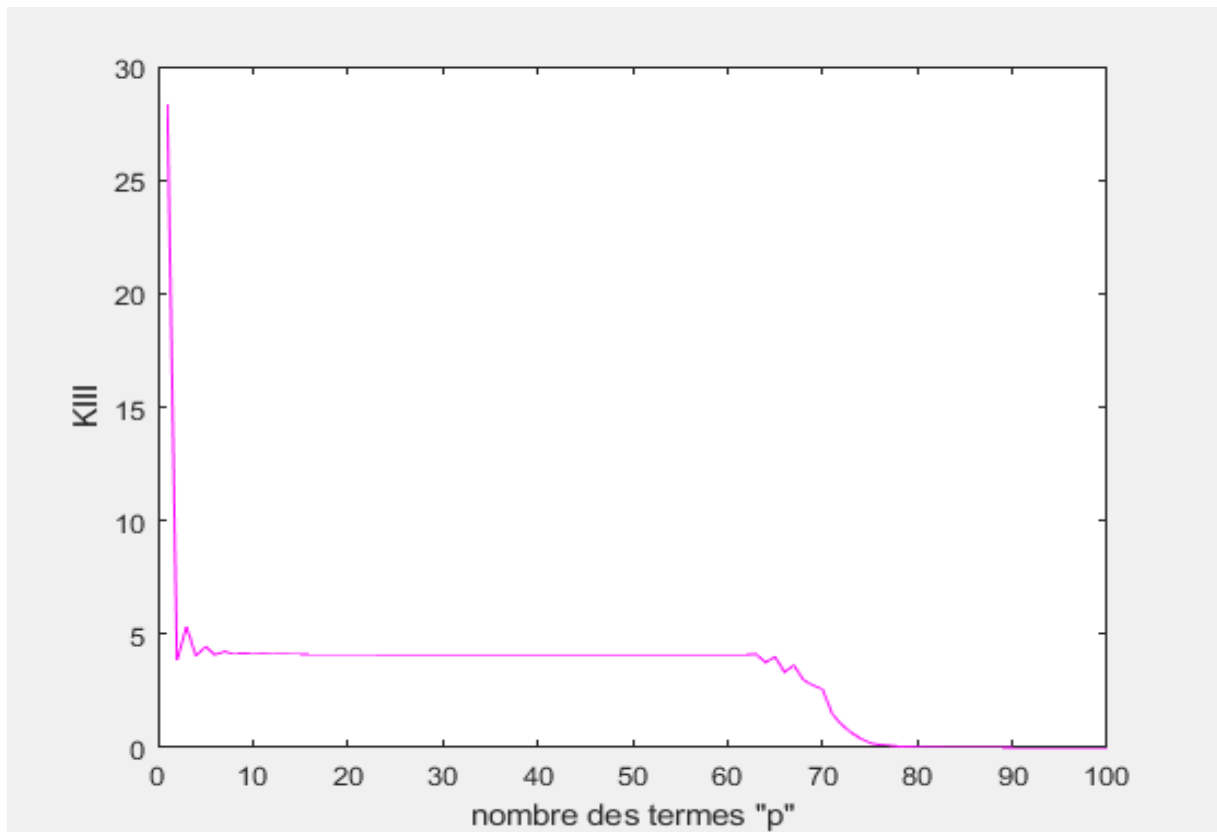


Figure A5-15 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.6$).

Remarque : le palier démarre de $p= 50$ jusqu'à $p= 56$ (Tableau A5- 15).

La valeur de K_{III} est égale à **4.100**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	28.2712	26	4.1039	51	4.1004	76	0.1286
2	3.8406	27	4.1036	52	4.1003	77	0.09501
3	5.3441	28	4.1032	53	4.1003	78	0.0538
4	4.0257	29	4.1030	54	4.1001	79	0.0326
5	4.4603	30	4.1027	55	4.1001	80	0.0195
6	4.0906	31	4.1025	56	4.0999	81	0.0132
7	4.2372	32	4.1023	57	4.1005	82	0.0083
8	4.1113	33	4.1021	58	4.0988	83	0.0043
9	4.1652	34	4.1019	59	4.0974	84	0.0027
10	4.1169	35	4.1018	60	4.0976	85	0.0017
11	4.1356	36	4.1016	61	4.0998	86	0.0017
12	4.1160	37	4.1015	62	4.0975	87	0.0006
13	4.1220	38	4.1014	63	4.1159	88	0.0004
14	4.1134	39	4.1012	64	3.7540	89	0.0002
15	4.1149	40	4.1011	65	4.0022	90	0.0001
16	4.1109	41	4.1010	66	3.3279	91	0.0000
17	4.1109	42	4.1010	67	3.6132	92	0.0000
18	4.1088	43	4.1009	68	2.9806	93	0.0000
19	4.1083	44	4.1008	69	2.7399	94	0.0000
20	4.1071	45	4.1007	70	2.5894	95	0.0000
21	4.1065	46	4.1006	71	1.4995	96	0.0000
22	4.1057	47	4.1006	72	1.0173	97	0.0000
23	4.1053	48	4.1005	73	0.6772	98	0.0000
24	4.1047	49	4.1005	74	0.4106	99	0.0000
25	4.1043	50	4.1004	75	0.2011	100	0.0000

Tableau A5-15 : K_{III} en fonction de p (f=1.6).

Résultats pour $f=1.7$:

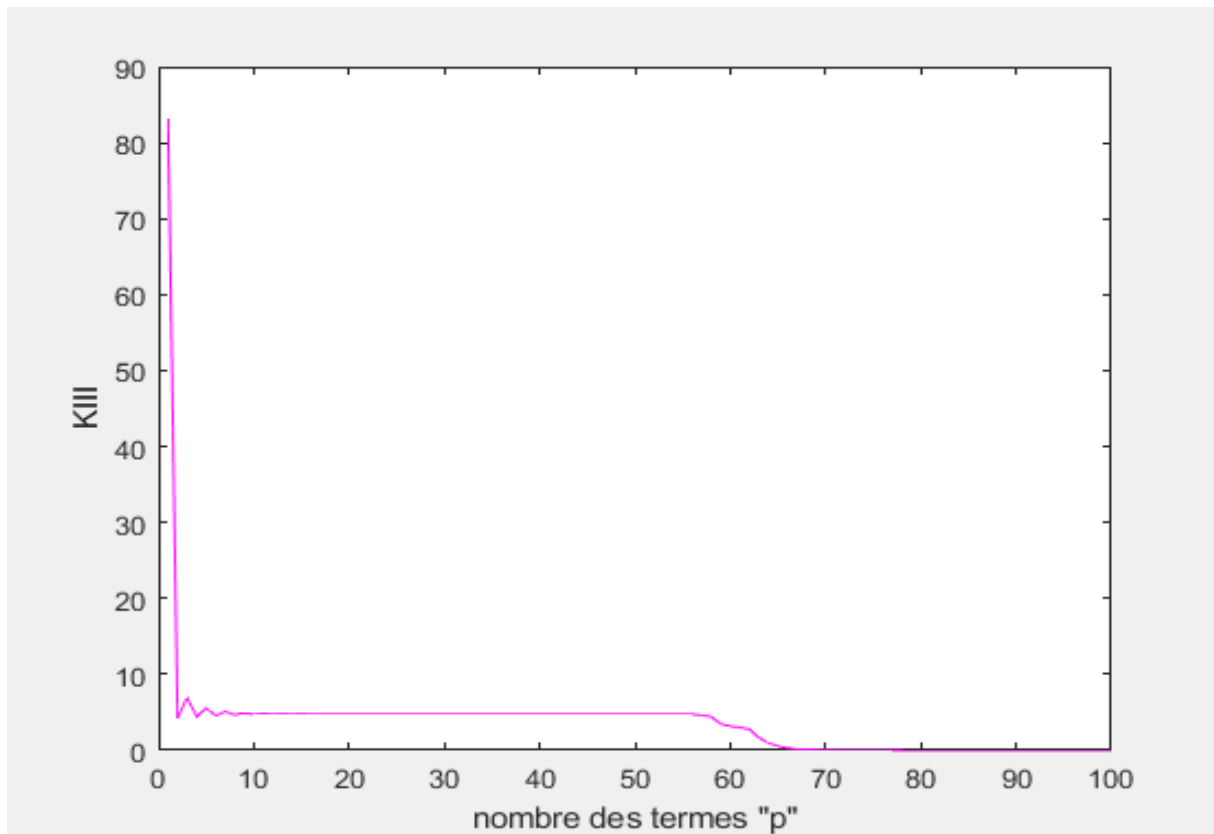


Figure A5-16 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.7$).

Remarque : le palier démarre de $p= 42$ jusqu'à $p= 49$ (Tableau A5-16).

La valeur de K_{III} est égale à **4.755**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	83.1629	26	4.7585	51	4.7533	76	0.0017
2	4.1967	27	4.7585	52	4.7453	77	0.0007
3	6.9519	28	4.7578	53	4.7466	78	0.0004
4	4.4203	29	4.7578	54	4.7569	79	0.0002
5	5.5175	30	4.7573	55	4.7657	80	0.0001
6	4.5889	31	4.7572	56	4.7481	81	0.0000
7	5.0686	32	4.7569	57	4.6357	82	0.0000
8	4.6745	33	4.7567	58	4.4087	83	0.0000
9	4.9070	34	4.7565	59	3.4507	84	0.0000
10	4.7230	35	4.7563	60	3.1785	85	0.0000
11	4.8339	36	4.7562	61	3.0083	86	0.0000
12	4.7455	37	4.7560	62	2.7525	87	0.0000
13	4.7992	38	4.7559	63	1.6738	88	0.0000
14	4.7555	39	4.7557	64	0.9731	89	0.0000
15	4.7814	40	4.7556	65	0.5397	90	0.0000
16	4.7594	41	4.7555	66	0.2968	91	0.0000
17	4.7718	42	4.7554	67	0.1698	92	0.0000
18	4.7605	43	4.7554	68	0.1036	93	0.0000
19	4.7664	44	4.7552	69	0.0577	94	0.0000
20	4.7604	45	4.7551	70	0.0339	95	0.0000
21	4.7631	46	4.7551	71	0.0194	96	0.0000
22	4.7598	47	4.7551	72	0.0118	97	0.0000
23	4.7610	48	4.7547	73	0.0070	98	0.0000
24	4.7591	49	4.7548	74	0.0041	99	0.0000
25	4.7595	50	4.7556	75	0.0022	100	0.0000

Tableau A5-16 : K_{III} en fonction de p (f=1.7).

Annexe 6

Résultats pour le cas d'une
fissure non centrale dans
une section elliptique avec
la méthode d'inversion
matricielle

Résultats pour $f = 0.2$:

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 5.381383e-38.

Capture d'écran : le système est mal conditionné $f=0.2$.

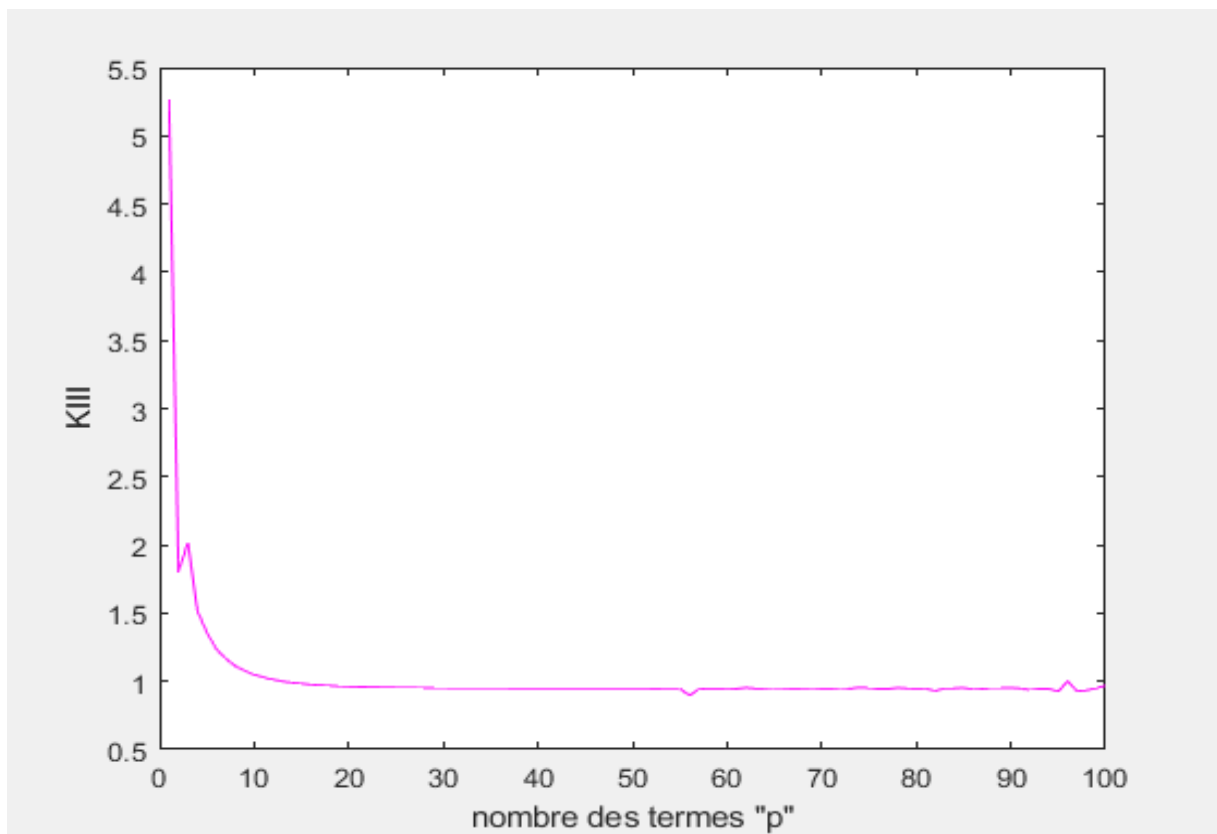


Figure A6-1 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.2$).

Remarque : le palier démarre de $p= 42$ jusqu'à $p= 47$ (Tableau A6-1).

La valeur de K_{III} est égale à **0.948**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.2663	26	0.9536	51	0.9481	76	0.9450
2	1.8060	27	0.9529	52	0.9473	77	0.9445
3	2.0181	28	0.9522	53	0.9473	78	0.9522
4	1.5161	29	0.9517	54	0.9478	79	0.9486
5	1.3580	30	0.9512	55	0.9479	80	0.9454
6	1.2374	31	0.9508	56	0.8963	81	0.9482
7	1.1656	32	0.9504	57	0.9416	82	0.9285
8	1.1135	33	0.9501	58	0.9471	83	0.9484
9	1.0765	34	0.9498	59	0.9463	84	0.9485
10	1.0489	35	0.9496	60	0.9484	85	0.9527
11	1.0282	36	0.9493	61	0.9455	86	0.9392
12	1.0122	37	0.9491	62	0.9532	87	0.9443
13	0.9999	38	0.9489	63	0.9458	88	0.9517
14	0.9902	39	0.9488	64	0.9479	89	0.9516
15	0.9826	40	0.9486	65	0.9514	90	0.9520
16	0.9765	41	0.9485	66	0.9485	91	0.9483
17	0.9717	42	0.9483	67	0.9462	92	0.9373
18	0.9678	43	0.9482	68	0.9479	93	0.9440
19	0.9646	44	0.9481	69	0.9501	94	0.9455
20	0.9620	45	0.9480	70	0.9470	95	0.9242
21	0.9599	46	0.9480	71	0.9462	96	1.0023
22	0.9582	47	0.9476	72	0.9515	97	0.9268
23	0.9567	48	0.9492	73	0.9466	98	0.9347
24	0.9555	49	0.9476	74	0.9551	99	0.9496
25	0.9545	50	0.9478	75	0.9507	100	0.9705

Tableau A6-1: K_{III} en fonction de p (f=0.2).

Résultats pour $f = 0.3$:

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 2.091927e-35.

Capture d'écran : le système est mal conditionné $f=0.3$.

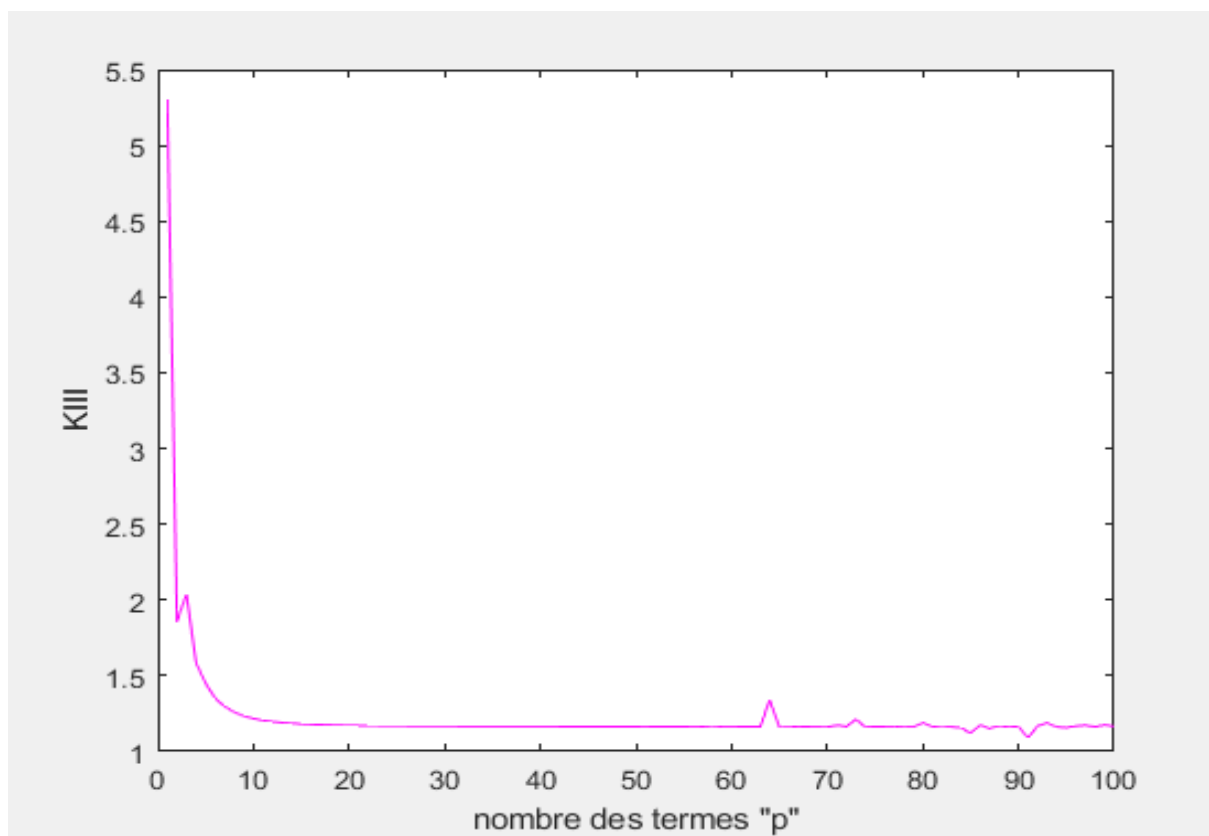


Figure A6-2 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.3$).

Remarque : le palier démarre de $p= 37$ jusqu'à $p= 46$ (Tableau A6-2).

La valeur de K_{III} est égale à **1.165**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.2925	26	1.1682	51	1.1651	76	1.1646
2	1.8569	27	1.1678	52	1.1644	77	1.1667
3	2.0391	28	1.1674	53	1.1639	78	1.1607
4	1.5853	29	1.1671	54	1.1640	79	1.1637
5	1.4497	30	1.1668	55	1.1636	80	1.1895
6	1.3513	31	1.1665	56	1.1658	81	1.1620
7	1.2968	32	1.1663	57	1.1642	82	1.1694
8	1.2596	33	1.1661	58	1.1689	83	1.1624
9	1.2350	34	1.1659	59	1.1532	84	1.1560
10	1.2179	35	1.1657	60	1.1619	85	1.1219
11	1.2058	36	1.1655	61	1.1641	86	1.1742
12	1.1970	37	1.1654	62	1.1635	87	1.1523
13	1.1905	38	1.1653	63	1.1649	88	1.1698
14	1.1856	39	1.1651	64	1.3402	89	1.1614
15	1.1819	40	1.1650	65	1.1596	90	1.1656
16	1.1791	41	1.1649	66	1.1603	91	1.0888
17	1.1768	42	1.1648	67	1.1654	92	1.1693
18	1.1750	43	1.1647	68	1.1638	93	1.1871
19	1.1735	44	1.1646	69	1.1620	94	1.1623
20	1.1723	45	1.1645	70	1.1605	95	1.1567
21	1.1713	46	1.1646	71	1.1737	96	1.1676
22	1.1705	47	1.1644	72	1.1640	97	1.1739
23	1.1698	48	1.1643	73	1.2119	98	1.1633
24	1.1692	49	1.1643	74	1.1611	99	1.1756
25	1.1686	50	1.1646	75	1.1636	100	1.1656

Tableau A6-2 : K_{III} en fonction de p (f=0.3).

Résultats pour $f = 0.4$:

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 6.402084e-32.

Capture d'écran : le système est mal conditionné $f=0.4$.

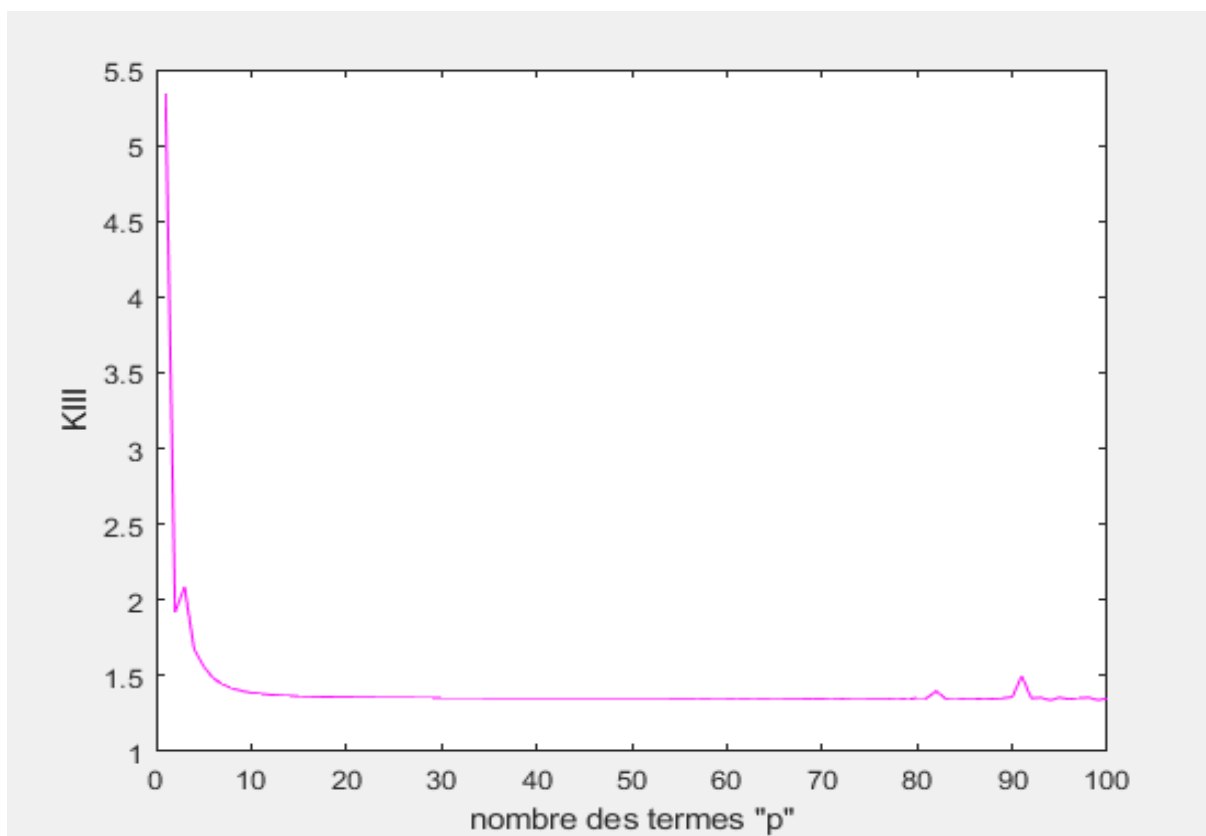


Figure A6-3 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.4$).

Remarque : le palier démarre de $p=43$ jusqu'à $p=63$ (Tableau A6-3).

La valeur de K_{III} est égale à 1.352.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.3399	26	1.3554	51	1.3519	76	1.3508
2	1.9184	27	1.3551	52	1.3519	77	1.3500
3	2.0838	28	1.3548	53	1.3518	78	1.3531
4	1.6757	29	1.3545	54	1.3518	79	1.3413
5	1.5625	30	1.3542	55	1.3516	80	1.3542
6	1.4836	31	1.3540	56	1.3516	81	1.3531
7	1.4430	32	1.3538	57	1.3518	82	1.3981
8	1.4165	33	1.3536	58	1.3516	83	1.3498
9	1.3999	34	1.3534	59	1.3526	84	1.3537
10	1.3886	35	1.3533	60	1.3515	85	1.3447
11	1.3808	36	1.3531	61	1.3518	86	1.3444
12	1.3752	37	1.3530	62	1.3516	87	1.3512
13	1.3711	38	1.3529	63	1.3520	88	1.3483
14	1.3679	39	1.3528	64	1.3509	89	1.3521
15	1.3655	40	1.3527	65	1.3525	90	1.3602
16	1.3636	41	1.3526	66	1.3517	91	1.4980
17	1.3620	42	1.3525	67	1.3517	92	1.3518
18	1.3607	43	1.3524	68	1.3499	93	1.3556
19	1.3597	44	1.3523	69	1.3502	94	1.3385
20	1.3588	45	1.3523	70	1.3497	95	1.3557
21	1.3580	46	1.3522	71	1.3522	96	1.3460
22	1.3573	47	1.3521	72	1.3496	97	1.3537
23	1.3568	48	1.3521	73	1.3516	98	1.3559
24	1.3563	49	1.3520	74	1.3532	99	1.3401
25	1.3558	50	1.3519	75	1.3512	100	1.3486

Tableau A6-3 : K_{III} en fonction de p (f=0.4).

Résultats pour $f = 0.5$:

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 1.819029e-28.

Capture d'écran : le système est mal conditionné $f=0.5$.

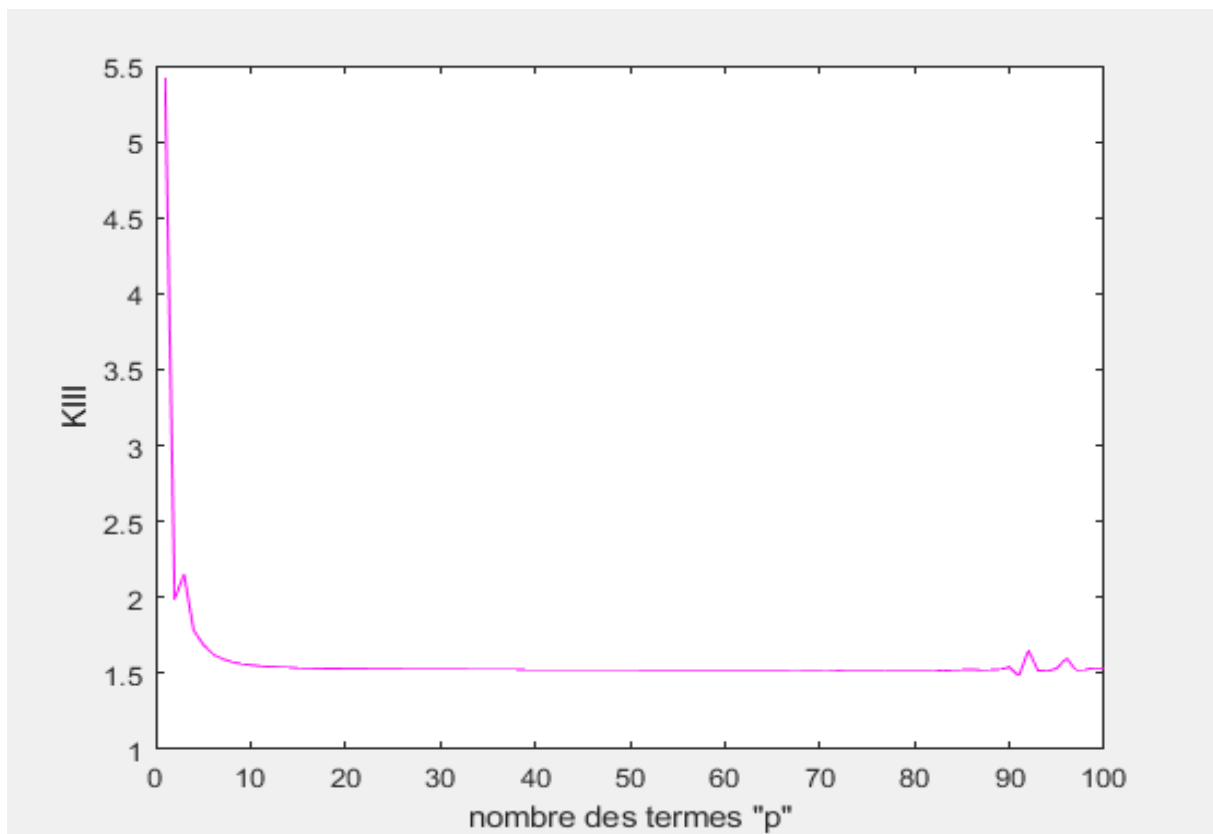


Figure A6-4 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.5$).

Remarque : le palier démarre de $p= 43$ jusqu'à $p= 64$ (Tableau A6-4).

La valeur de K_{III} est égale à **1.524**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.4150	26	1.5272	51	1.5240	76	1.5234
2	1.9918	27	1.5269	52	1.5239	77	1.5240
3	2.1514	28	1.5266	53	1.5239	78	1.5230
4	1.7844	29	1.5264	54	1.5239	79	1.5236
5	1.6908	30	1.5261	55	1.5238	80	1.5232
6	1.6266	31	1.5259	56	1.5238	81	1.5227
7	1.5954	32	1.5257	57	1.5237	82	1.5243
8	1.5753	33	1.5256	58	1.5237	83	1.5155
9	1.5628	34	1.5254	59	1.5237	84	1.5225
10	1.5543	35	1.5253	60	1.5237	85	1.5240
11	1.5484	36	1.5251	61	1.5237	86	1.5251
12	1.5440	37	1.5250	62	1.5236	87	1.5221
13	1.5407	38	1.5249	63	1.5237	88	1.5242
14	1.5382	39	1.5248	64	1.5239	89	1.5259
15	1.5361	40	1.5247	65	1.5234	90	1.5401
16	1.5345	41	1.5246	66	1.5226	91	1.4829
17	1.5331	42	1.5245	67	1.5240	92	1.6518
18	1.5320	43	1.5244	68	1.5240	93	1.5200
19	1.5311	44	1.5244	69	1.5234	94	1.5133
20	1.5303	45	1.5243	70	1.5238	95	1.5326
21	1.5296	46	1.5242	71	1.5244	96	1.6002
22	1.5290	47	1.5242	72	1.5206	97	1.5215
23	1.5284	48	1.5241	73	1.5237	98	1.5247
24	1.5280	49	1.5241	74	1.5233	99	1.5347
25	1.5276	50	1.5240	75	1.5233	100	1.5349

Tableau A6-4 : K_{III} en fonction de p (f=0.5).

Résultats pour $f = 0.6$:

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 3.450991e-26.

Capture d'écran : le système est mal conditionné $f=0.6$.

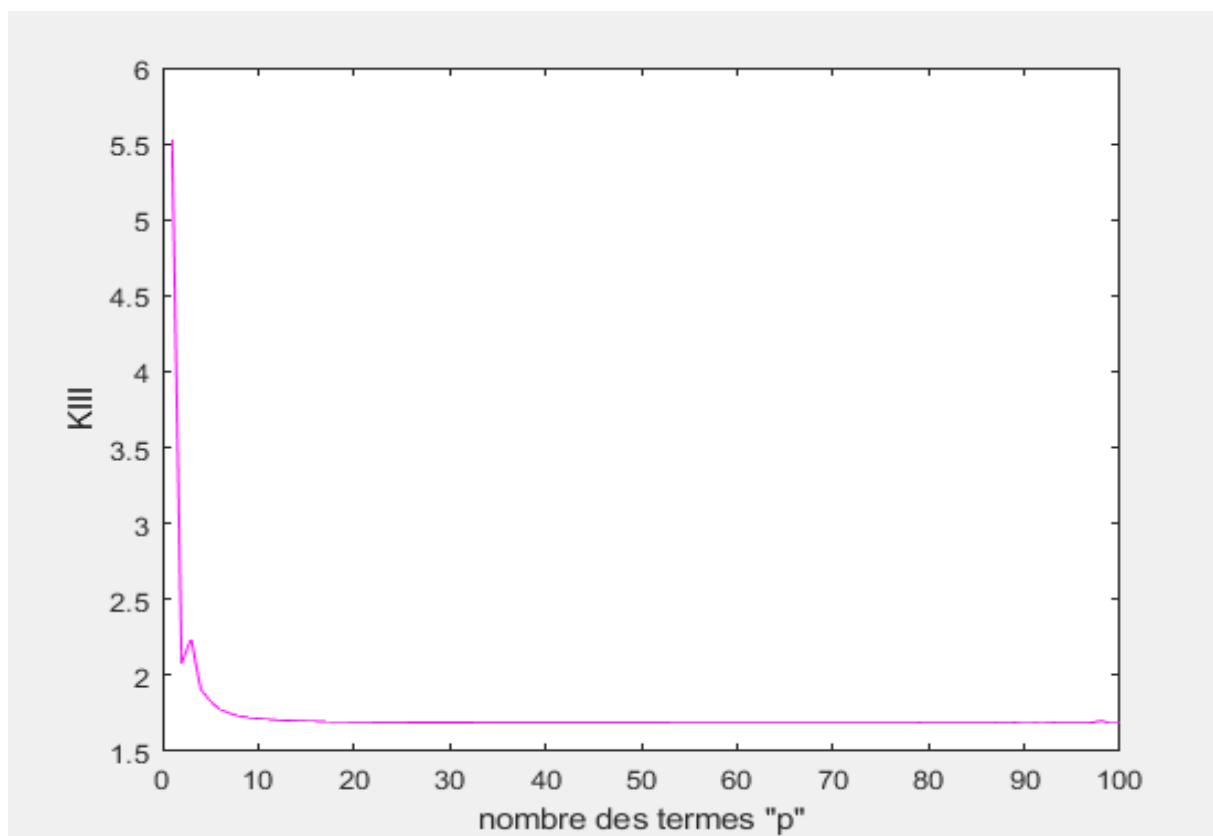


Figure A6-5 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.6$).

Remarque : le palier démarre de $p= 65$ jusqu'à $p= 78$ (Tableau A6-5).

La valeur de K_{III} est égale à **1.687**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.5265	26	1.6909	51	1.6879	76	1.6871
2	2.0784	27	1.6906	52	1.6878	77	1.6872
3	2.2405	28	1.6903	53	1.6878	78	1.6874
4	1.9081	29	1.6901	54	1.6877	79	1.6879
5	1.8297	30	1.6899	55	1.6877	80	1.6868
6	1.7755	31	1.6897	56	1.6877	81	1.6862
7	1.7499	32	1.6895	57	1.6876	82	1.6868
8	1.7332	33	1.6893	58	1.6876	83	1.6871
9	1.7227	34	1.6892	59	1.6876	84	1.6876
10	1.7155	35	1.6891	60	1.6876	85	1.6876
11	1.7103	36	1.6889	61	1.6875	86	1.6869
12	1.7064	37	1.6888	62	1.6875	87	1.6880
13	1.7034	38	1.6887	63	1.6875	88	1.6863
14	1.7011	39	1.6886	64	1.6875	89	1.6882
15	1.6992	40	1.6885	65	1.6874	90	1.6850
16	1.6977	41	1.6884	66	1.6874	91	1.6865
17	1.6965	42	1.6884	67	1.6874	92	1.6858
18	1.6954	43	1.6883	68	1.6874	93	1.6878
19	1.6945	44	1.6882	69	1.6874	94	1.6875
20	1.6938	45	1.6882	70	1.6874	95	1.6867
21	1.6931	46	1.6881	71	1.6874	96	1.6871
22	1.6925	47	1.6880	72	1.6873	97	1.6880
23	1.6921	48	1.6880	73	1.6873	98	1.7007
24	1.6916	49	1.6879	74	1.6871	99	1.6844
25	1.6912	50	1.6879	75	1.6872	100	1.6867

Tableau A6-5 : K_{III} en fonction de p (f=0.6).

Résultats pour $f = 0.7$:

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 1.894085e-22.

Capture d'écran : le système est mal conditionné $f=0.7$.

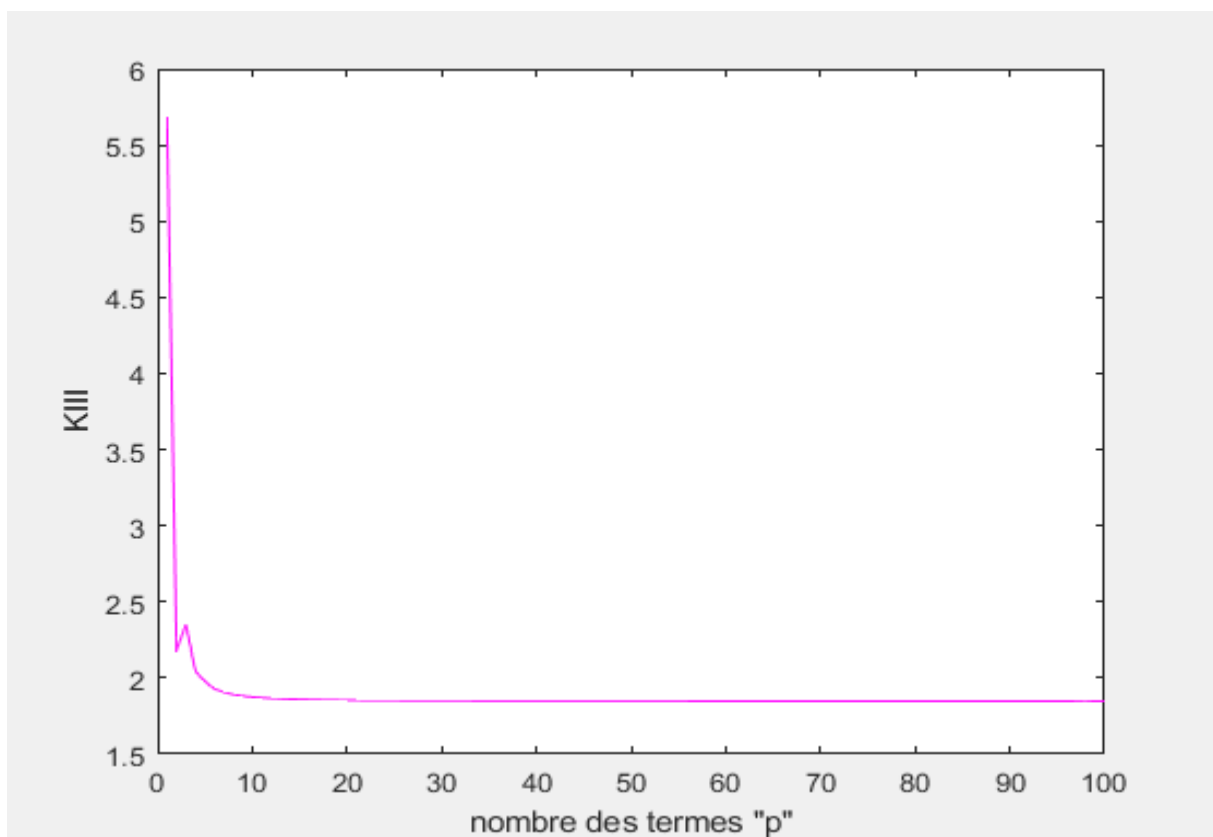


Figure A6-6 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.7$).

Remarque : le palier démarre à $p=59$ (Tableau A6-6).

La valeur de K_{III} est égale à **1.848**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.6869	26	1.8516	51	1.8487	76	1.8481
2	2.1793	27	1.8513	52	1.8486	77	1.8481
3	2.3499	28	1.8511	53	1.8486	78	1.8481
4	2.0442	29	1.8508	54	1.8486	79	1.8481
5	1.9767	30	1.8506	55	1.8485	80	1.8481
6	1.9286	31	1.8504	56	1.8485	81	1.8481
7	1.9061	32	1.8503	57	1.8485	82	1.8481
8	1.8911	33	1.8501	58	1.8485	83	1.8481
9	1.8816	34	1.8500	59	1.8484	84	1.8480
10	1.8749	35	1.8498	60	1.8484	85	1.8480
11	1.8701	36	1.8497	61	1.8484	86	1.8480
12	1.8664	37	1.8496	62	1.8484	87	1.8480
13	1.8636	38	1.8495	63	1.8483	88	1.8479
14	1.8614	39	1.8494	64	1.8483	89	1.8480
15	1.8596	40	1.8493	65	1.8483	90	1.8481
16	1.8581	41	1.8492	66	1.8483	91	1.8479
17	1.8569	42	1.8492	67	1.8483	92	1.8479
18	1.8559	43	1.8491	68	1.8482	93	1.8479
19	1.8551	44	1.8490	69	1.8482	94	1.8481
20	1.8544	45	1.8490	70	1.8482	95	1.8476
21	1.8537	46	1.8489	71	1.8482	96	1.8478
22	1.8532	47	1.8489	72	1.8482	97	1.8485
23	1.8527	48	1.8488	73	1.8482	98	1.8508
24	1.8523	49	1.8488	74	1.8481	99	1.8472
25	1.8519	50	1.8487	75	1.8481	100	1.8475

Tableau A6- 6 : K_{III} en fonction de p (f=0.7).

Résultats pour $f = 0.8$:

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 1.272446e-18.

Capture d'écran : le système est mal conditionné $f=0.8$.

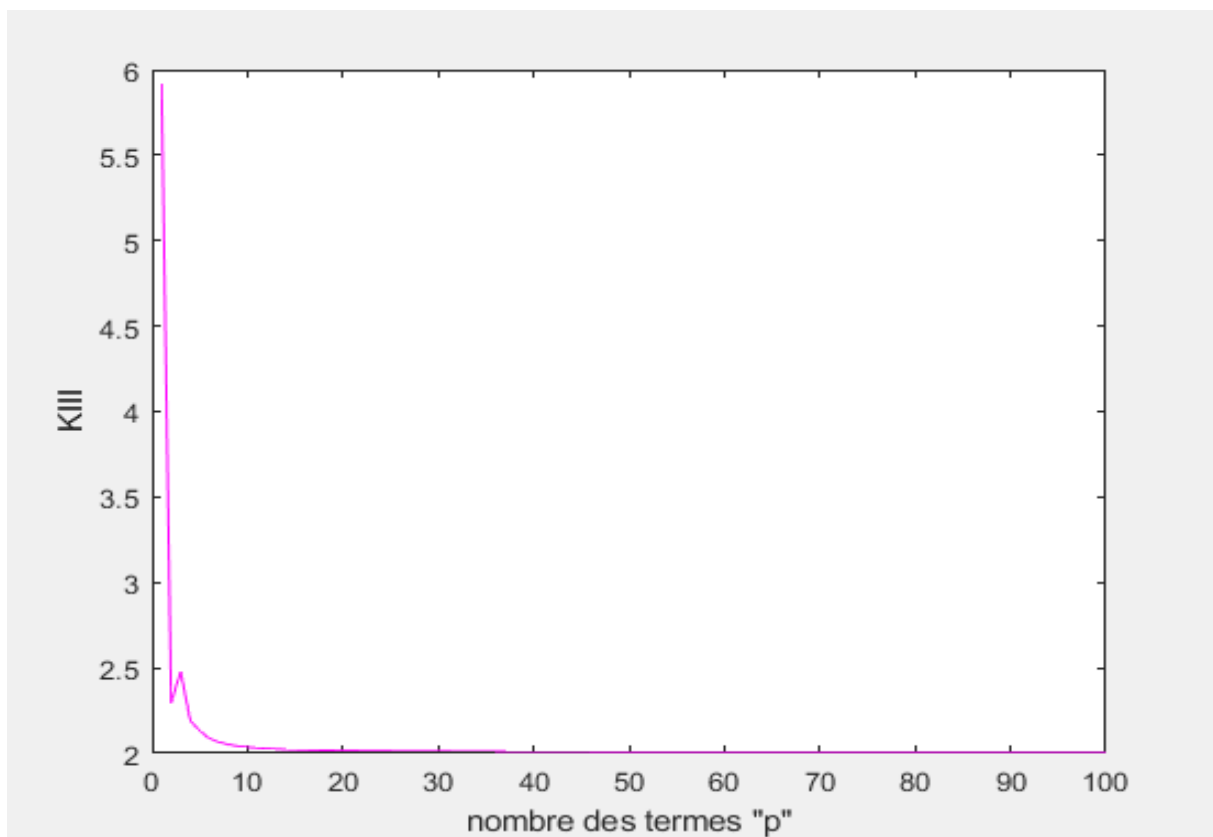


Figure A6-7 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.8$).

Remarque : le palier démarre à $p=60$ (Tableau A6-7).

La valeur de K_{III} est égale à **2.010**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	5.9141	26	2.0136	51	2.0107	76	2.0102
2	2.2947	27	2.0133	52	2.0107	77	2.0102
3	2.4787	28	2.0130	53	2.0107	78	2.0102
4	2.1914	29	2.0128	54	2.0106	79	2.0101
5	2.1312	30	2.0126	55	2.0106	80	2.0101
6	2.0867	31	2.0124	56	2.0106	81	2.0101
7	2.0658	32	2.0123	57	2.0105	82	2.0101
8	2.0516	33	2.0121	58	2.0105	83	2.0101
9	2.0426	34	2.0120	59	2.0105	84	2.0100
10	2.0362	35	2.0118	60	2.0104	85	2.0100
11	2.0315	36	2.0117	61	2.0104	86	2.0100
12	2.0280	37	2.0116	62	2.0104	87	2.0100
13	2.0252	38	2.0115	63	2.0104	88	2.0100
14	2.0231	39	2.0114	64	2.0104	89	2.0100
15	2.0213	40	2.0113	65	2.0103	90	2.0100
16	2.0199	41	2.0113	66	2.0103	91	2.0100
17	2.0187	42	2.0112	67	2.0103	92	2.0100
18	2.0178	43	2.0111	68	2.0103	93	2.0100
19	2.0169	44	2.0111	69	2.0103	94	2.0100
20	2.0162	45	2.0110	70	2.0103	95	2.0100
21	2.0156	46	2.0110	71	2.0102	96	2.0100
22	2.0151	47	2.0109	72	2.0102	97	2.0100
23	2.0146	48	2.0109	73	2.0102	98	2.0099
24	2.0142	49	2.0108	74	2.0102	99	2.0099
25	2.0139	50	2.0108	75	2.0102	100	2.0099

Tableau A6- 7 : K_{III} en fonction de p (f=0.8).

Résultats pour $f = 0.9$:

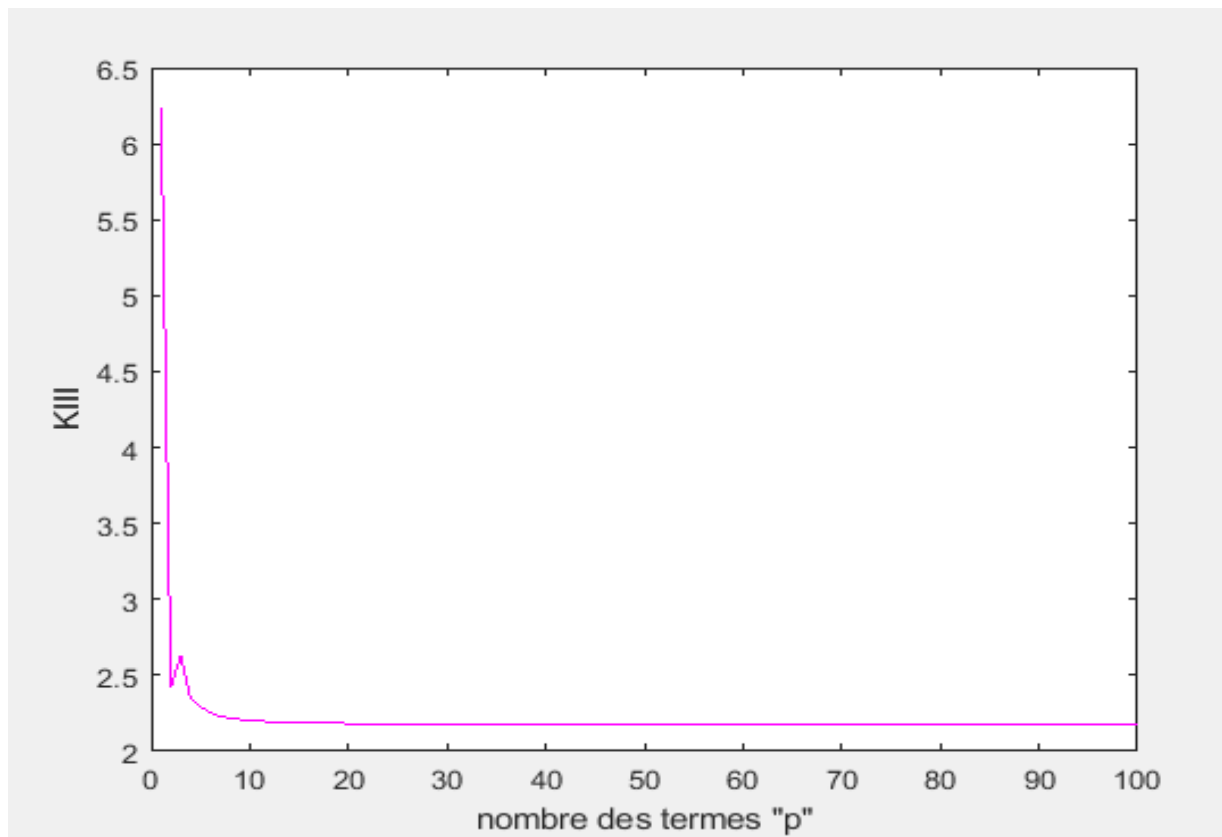


Figure A6-8 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=0.9$).

Remarque : le palier démarre à $p=74$ (Tableau A6-8).

La valeur de K_{III} est égale à **2.177**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	6.2348	26	2.1808	51	2.1780	76	2.1774
2	2.4248	27	2.1805	52	2.1779	77	2.1774
3	2.6271	28	2.1802	53	2.1779	78	2.1774
4	2.3499	29	2.1800	54	2.1779	79	2.1774
5	2.2949	30	2.1798	55	2.1778	80	2.1774
6	2.2520	31	2.1796	56	2.1778	81	2.1774
7	2.2319	32	2.1795	57	2.1778	82	2.1774
8	2.2181	33	2.1793	58	2.1777	83	2.1773
9	2.2093	34	2.1792	59	2.1777	84	2.1773
10	2.2030	35	2.1791	60	2.1777	85	2.1773
11	2.1984	36	2.1789	61	2.1777	86	2.1773
12	2.1949	37	2.1788	62	2.1776	87	2.1773
13	2.1922	38	2.1787	63	2.1776	88	2.1773
14	2.1901	39	2.1787	64	2.1776	89	2.1773
15	2.1884	40	2.1786	65	2.1776	90	2.1773
16	2.1870	41	2.1785	66	2.1776	91	2.1773
17	2.1858	42	2.1784	67	2.1775	92	2.1773
18	2.1849	43	2.1784	68	2.1775	93	2.1773
19	2.1841	44	2.1783	69	2.1775	94	2.1773
20	2.1834	45	2.1782	70	2.1775	95	2.1773
21	2.1828	46	2.1782	71	2.1775	96	2.1773
22	2.1823	47	2.1781	72	2.1775	97	2.1772
23	2.1818	48	2.1781	73	2.1775	98	2.1772
24	2.1814	49	2.1780	74	2.1774	99	2.1772
25	2.1811	50	2.1780	75	2.1774	100	2.1772

Tableau A6-8 : K_{III} en fonction de p (f=0.9).

Résultats pour f = 1 :

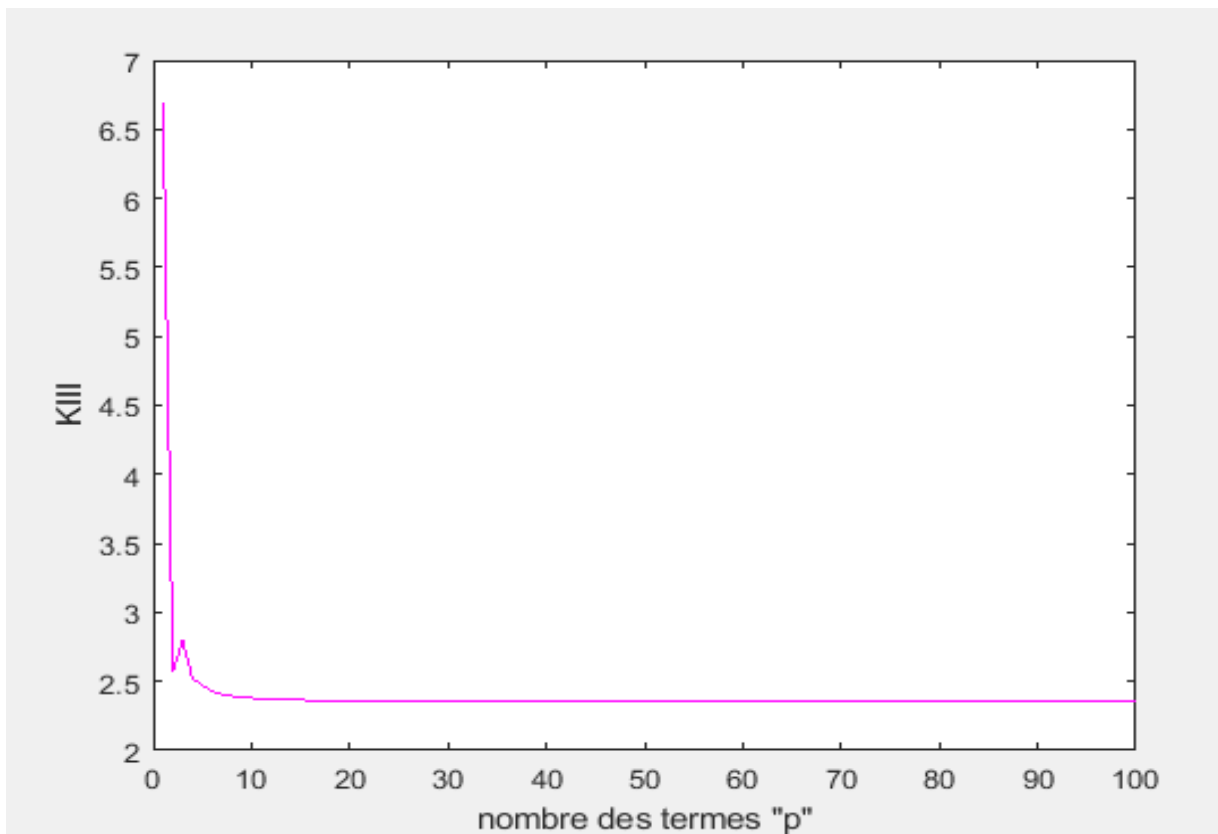


Figure A6-9 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1$).

Remarque : le palier démarre à $p= 57$ (Tableau A6-9).

La valeur de K_{III} est égale à **2.354**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	6.6903	26	2.3574	51	2.3546	76	2.3541
2	2.5692	27	2.3572	52	2.3546	77	2.3541
3	2.7977	28	2.3569	53	2.3546	78	2.3541
4	2.5213	29	2.3567	54	2.3545	79	2.3541
5	2.4706	30	2.3565	55	2.3545	80	2.3541
6	2.4279	31	2.3563	56	2.3545	81	2.3541
7	2.4082	32	2.3561	57	2.3544	82	2.3540
8	2.3946	33	2.3560	58	2.3544	83	2.3540
9	2.3858	34	2.3559	59	2.3544	84	2.3540
10	2.3795	35	2.3557	60	2.3544	85	2.3540
11	2.3750	36	2.3556	61	2.3543	86	2.3540
12	2.3715	37	2.3555	62	2.3543	87	2.3540
13	2.3688	38	2.3554	63	2.3543	88	2.3540
14	2.3667	39	2.3553	64	2.3543	89	2.3540
15	2.3650	40	2.3553	65	2.3543	90	2.3540
16	2.3636	41	2.3552	66	2.3543	91	2.3540
17	2.3625	42	2.3551	67	2.3542	92	2.3540
18	2.3615	43	2.3550	68	2.3542	93	2.3540
19	2.3607	44	2.3550	69	2.3542	94	2.3540
20	2.3600	45	2.3549	70	2.3542	95	2.3540
21	2.3594	46	2.3549	71	2.3542	96	2.3539
22	2.3589	47	2.3548	72	2.3542	97	2.3539
23	2.3585	48	2.3548	73	2.3541	98	2.3539
24	2.3581	49	2.3547	74	2.3541	99	2.3539
25	2.3577	50	2.3547	75	2.3541	100	2.3539

Tableau A6-9 : K_{III} en fonction de p (f=1).

Résultats pour $f = 1.1$:

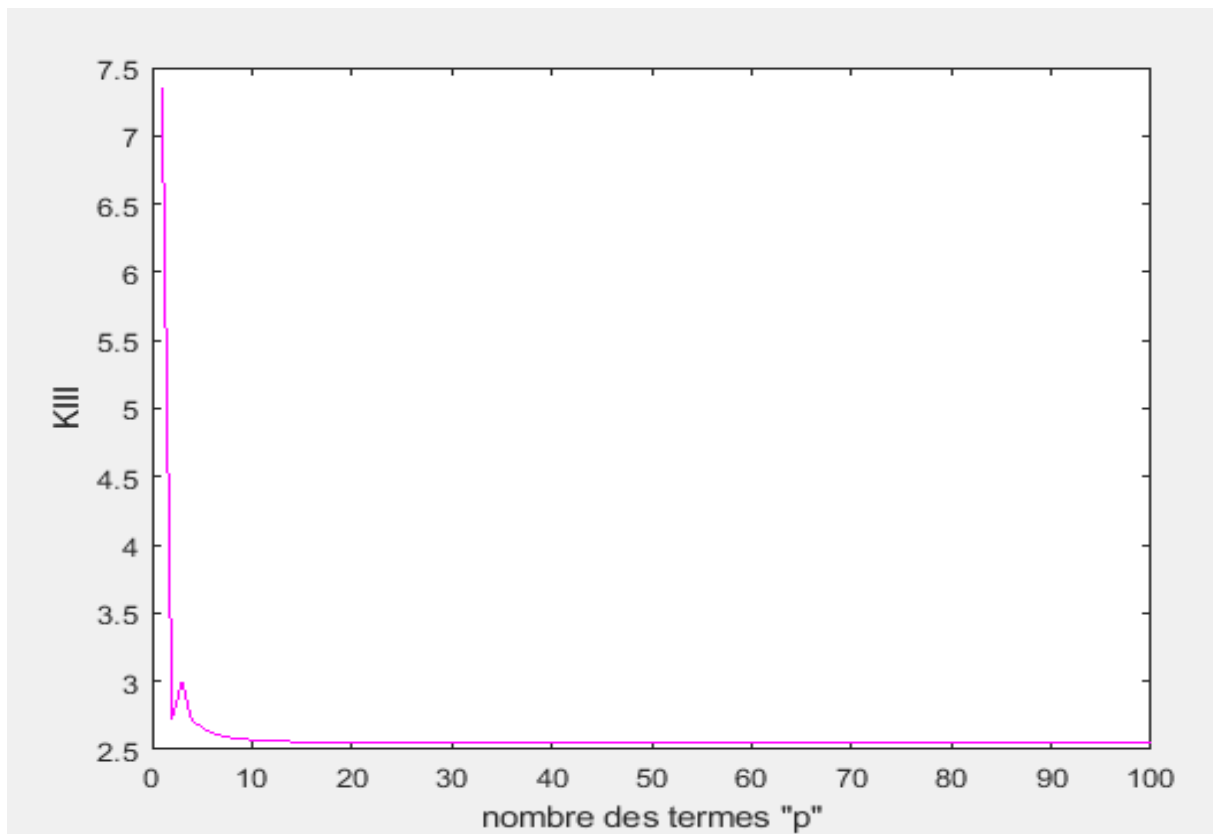


Figure A6-10 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.1$).

Remarque : le palier démarre à $p= 65$ (Tableau A6-10).

La valeur de K_{III} est égale à **2.545**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	7.3475	26	2.5486	51	2.5458	76	2.5453
2	2.7280	27	2.5483	52	2.5458	77	2.5453
3	2.9958	28	2.5481	53	2.5457	78	2.5453
4	2.7083	29	2.5479	54	2.5457	79	2.5453
5	2.6632	30	2.5477	55	2.5457	80	2.5452
6	2.6190	31	2.5475	56	2.5457	81	2.5452
7	2.5998	32	2.5473	57	2.5456	82	2.5452
8	2.5859	33	2.5472	58	2.5456	83	2.5452
9	2.5772	34	2.5470	59	2.5456	84	2.5452
10	2.5708	35	2.5469	60	2.5455	85	2.5452
11	2.5663	36	2.5468	61	2.5455	86	2.5452
12	2.5628	37	2.5467	62	2.5455	87	2.5452
13	2.5601	38	2.5466	63	2.5455	88	2.5452
14	2.5580	39	2.5465	64	2.5455	89	2.5452
15	2.5563	40	2.5464	65	2.5454	90	2.5452
16	2.5549	41	2.5464	66	2.5454	91	2.5452
17	2.5537	42	2.5463	67	2.5454	92	2.5451
18	2.5528	43	2.5462	68	2.5454	93	2.5451
19	2.5519	44	2.5462	69	2.5454	94	2.5451
20	2.5512	45	2.5461	70	2.5454	95	2.5451
21	2.5506	46	2.5460	71	2.5453	96	2.5451
22	2.5501	47	2.5460	72	2.5453	97	2.5451
23	2.5497	48	2.5459	73	2.5453	98	2.5451
24	2.5493	49	2.5459	74	2.5453	99	2.5451
25	2.5489	50	2.5459	75	2.5453	100	2.5451

Tableau A6-10 : K_{III} en fonction de p (f=1.1).

Résultats pour $f = 1.2$:

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 1.046206e-18.

Capture d'écran : le système est mal conditionné $f=1.2$.

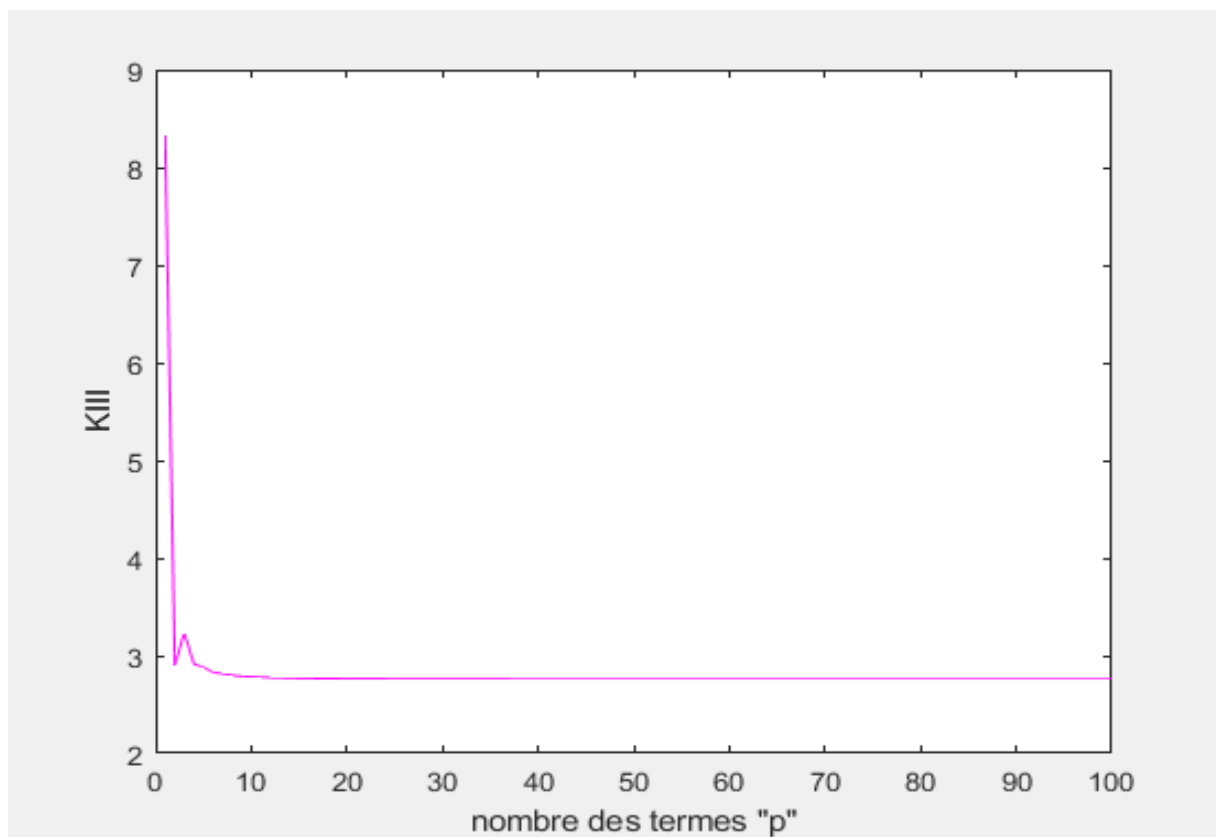


Figure A6-11 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.2$).

Remarque : le palier démarre à $p=79$ (Tableau A6-11).

La valeur de K_{III} est égale à **2.757**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	8.3221	26	2.7609	51	2.7580	76	2.7575
2	2.9016	27	2.7606	52	2.7580	77	2.7575
3	3.2319	28	2.7603	53	2.7579	78	2.7575
4	2.9146	29	2.7601	54	2.7579	79	2.7574
5	2.8803	30	2.7599	55	2.7579	80	2.7574
6	2.8314	31	2.7597	56	2.7579	81	2.7574
7	2.8133	32	2.7596	57	2.7578	82	2.7574
8	2.7987	33	2.7595	58	2.7578	83	2.7574
9	2.7899	34	2.7593	59	2.7578	84	2.7574
10	2.7834	35	2.7591	60	2.7577	85	2.7574
11	2.7788	36	2.7590	61	2.7577	86	2.7574
12	2.7753	37	2.7589	62	2.7577	87	2.7574
13	2.7725	38	2.7588	63	2.7577	88	2.7574
14	2.7704	39	2.7587	64	2.7577	89	2.7574
15	2.7686	40	2.7586	65	2.7576	90	2.7573
16	2.7672	41	2.7586	66	2.7576	91	2.7573
17	2.7660	42	2.7585	67	2.7576	92	2.7573
18	2.7651	43	2.7584	68	2.7576	93	2.7573
19	2.7642	44	2.7584	69	2.7576	94	2.7573
20	2.7635	45	2.7583	70	2.7576	95	2.7573
21	2.7629	46	2.7582	71	2.7575	96	2.7573
22	2.7624	47	2.7582	72	2.7575	97	2.7573
23	2.7619	48	2.7581	73	2.7575	98	2.7573
24	2.7615	49	2.7581	74	2.7575	99	2.7573
25	2.7612	50	2.7581	75	2.7575	100	2.7573

Tableau A6-11 : K_{III} en fonction de p (f=1.2).

Résultats pour $f = 1.3$:

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 4.838023e-22.

Capture d'écran : le système est mal conditionné $f=1.3$.

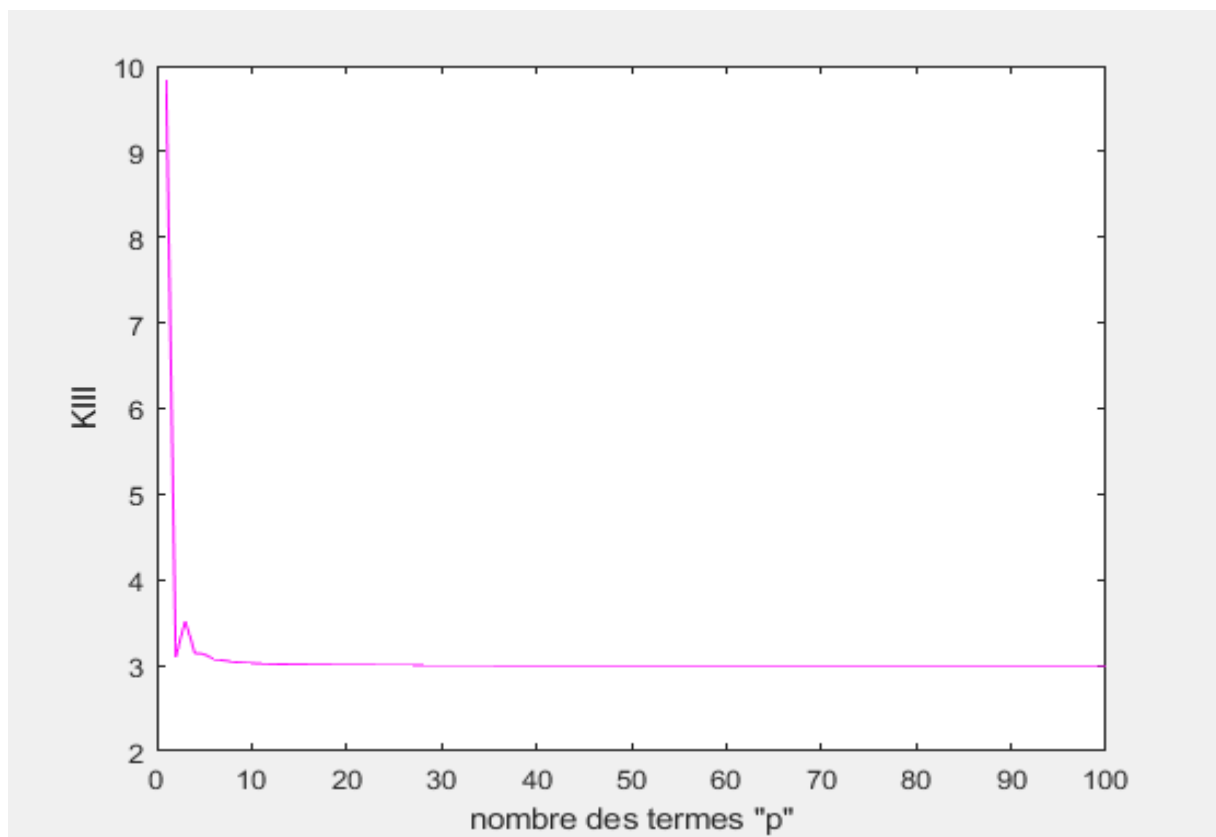


Figure A6-12 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.3$).

Remarque : le palier démarre à $p= 50$ (Tableau A6-12).

La valeur de K_{III} est égale à 3.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	9.8320	26	3.0033	51	3.0004	76	2.9998
2	3.0925	27	3.0030	52	3.0003	77	2.9998
3	3.5251	28	3.0028	53	3.0003	78	2.9998
4	3.1444	29	3.0025	54	3.0003	79	2.9998
5	3.1337	30	3.0023	55	3.0002	80	2.9998
6	3.0728	31	3.0021	56	3.0002	81	2.9998
7	3.0586	32	3.0020	57	3.0002	82	2.9998
8	3.0416	33	3.0018	58	3.0001	83	2.9997
9	3.0335	34	3.0017	59	3.0001	84	2.9997
10	3.0264	35	3.0015	60	3.0001	85	2.9997
11	3.0218	36	3.0014	61	3.0001	86	2.9997
12	3.0181	37	3.0013	62	3.0000	87	2.9997
13	3.0153	38	3.0012	63	3.0000	88	2.9997
14	3.0131	39	3.0011	64	3.0000	89	2.9997
15	3.0113	40	3.0010	65	3.0000	90	2.9997
16	3.0098	41	3.0009	66	3.0000	91	2.9997
17	3.0086	42	3.0009	67	2.9999	92	2.9997
18	3.0076	43	3.0008	68	2.9999	93	2.9996
19	3.0068	44	3.0007	69	2.9999	94	2.9997
20	3.0060	45	3.0007	70	2.9999	95	2.9997
21	3.0054	46	3.0006	71	2.9999	96	2.9997
22	3.0049	47	3.0006	72	2.9999	97	2.9997
23	3.0044	48	3.0005	73	2.9999	98	2.9997
24	3.0040	49	3.0005	74	2.9998	99	2.9996
25	3.0036	50	3.0004	75	2.9998	100	2.9996

Tableau A6-12 : K_{III} en fonction de p (f=1.3).

Résultats pour $f = 1.4$:

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 5.413882e-27.

Capture d'écran : le système est mal conditionné $f=1.4$.

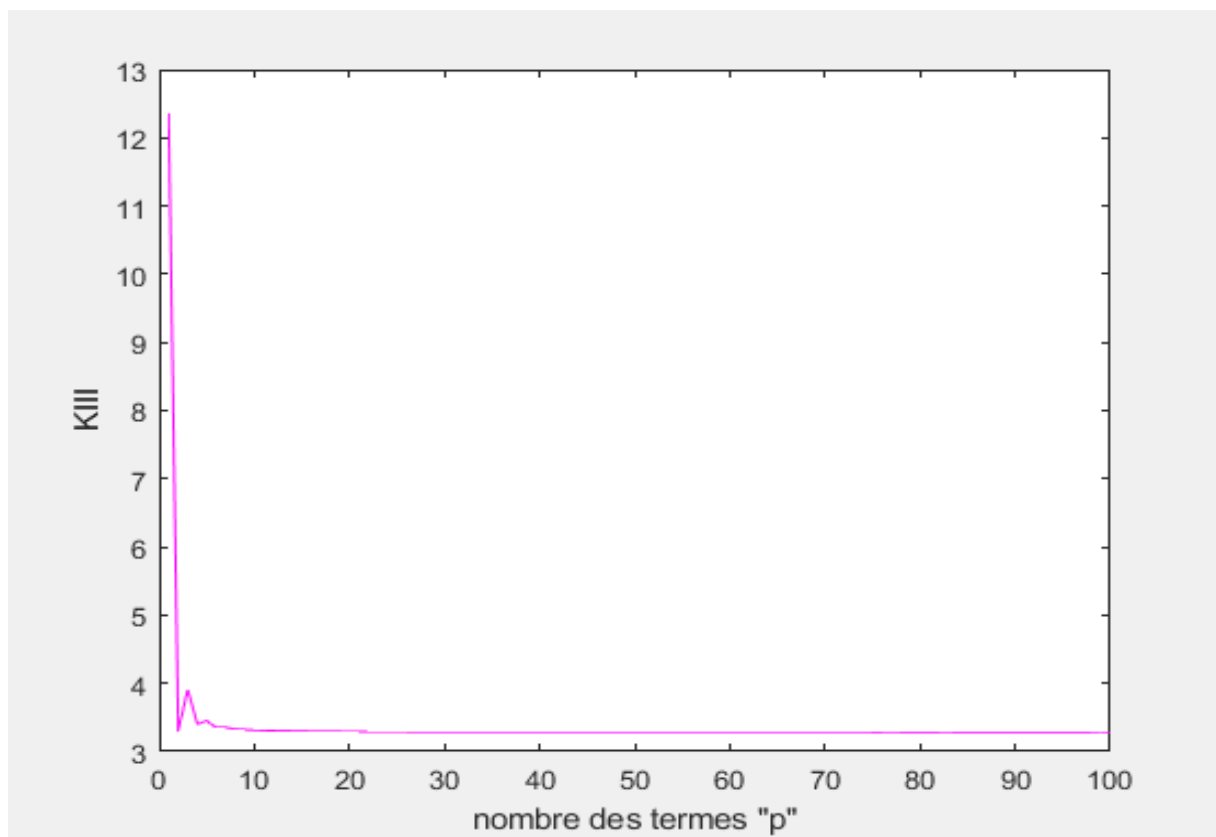


Figure A6-13 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.4$).

Remarque : le palier démarre à $p=59$ (Tableau A6-13).

La valeur de K_{III} est égale à **3.286**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	12.3411	26	3.2898	51	3.2867	76	3.2861
2	3.3056	27	3.2895	52	3.2867	77	3.2860
3	3.9118	28	3.2892	53	3.2866	78	3.2861
4	3.4021	29	3.2890	54	3.2866	79	3.2861
5	3.4447	30	3.2887	55	3.2866	80	3.2861
6	3.3536	31	3.2885	56	3.2865	81	3.2861
7	3.3519	32	3.2884	57	3.2865	82	3.2861
8	3.3276	33	3.2882	58	3.2865	83	3.2862
9	3.3224	34	3.2880	59	3.2864	84	3.2860
10	3.3134	35	3.2879	60	3.2864	85	3.2861
11	3.3093	36	3.2878	61	3.2864	86	3.2860
12	3.3051	37	3.2877	62	3.2864	87	3.2861
13	3.3024	38	3.2876	63	3.2863	88	3.2860
14	3.2999	39	3.2875	64	3.2863	89	3.2860
15	3.2981	40	3.2874	65	3.2863	90	3.2860
16	3.2966	41	3.2873	66	3.2863	91	3.2861
17	3.2953	42	3.2872	67	3.2863	92	3.2860
18	3.2943	43	3.2871	68	3.2862	93	3.2860
19	3.2934	44	3.2871	69	3.2862	94	3.2860
20	3.2926	45	3.2870	70	3.2862	95	3.2859
21	3.2920	46	3.2870	71	3.2862	96	3.2853
22	3.2914	47	3.2869	72	3.2862	97	3.2859
23	3.2909	48	3.2868	73	3.2862	98	3.2860
24	3.2905	49	3.2868	74	3.2861	99	3.2905
25	3.2901	50	3.2867	75	3.2862	100	3.2859

Tableau A6-13 : K_{III} en fonction de p (f=1.4).

Résultats pour $f = 1.5$:

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 3.525981e-30.

Capture d'écran : le système est mal conditionné $f=1.5$.

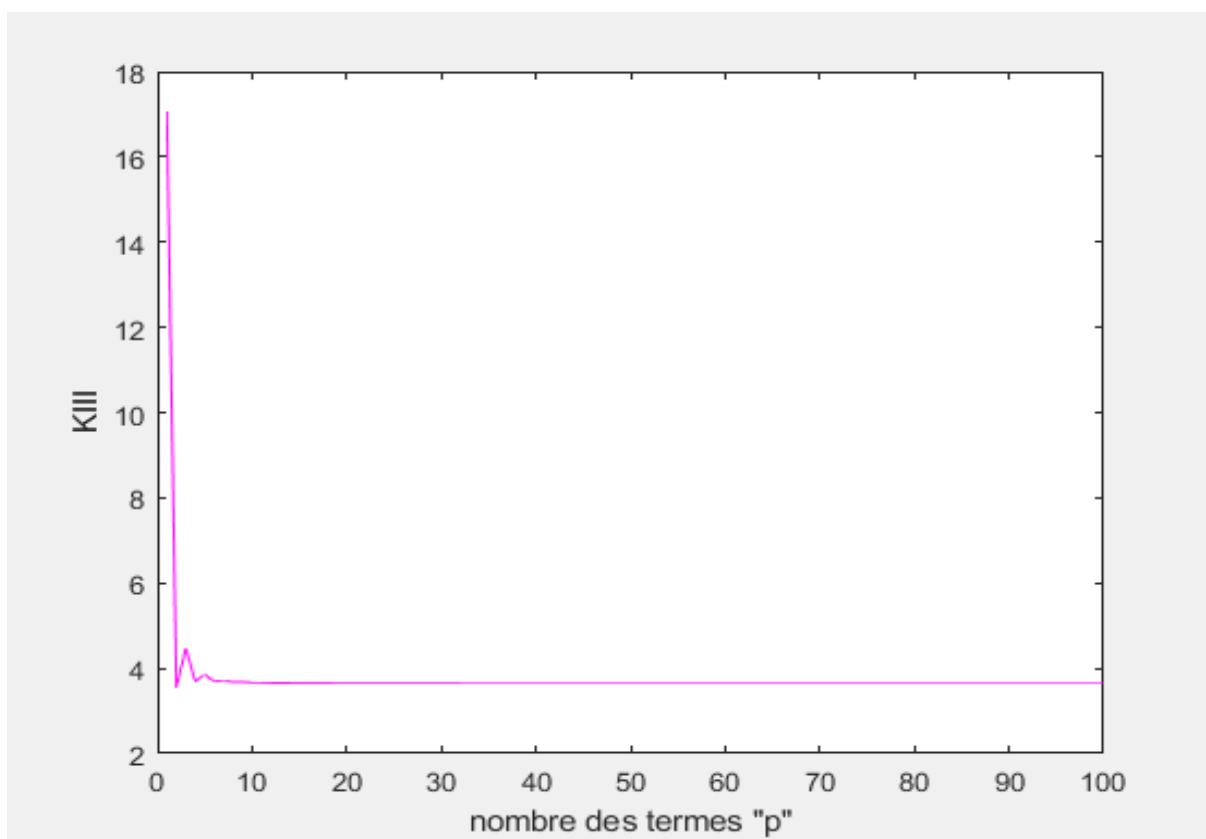


Figure A6-14 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.5$).

Remarque : le palier démarre à $p=57$ (Tableau A6-14).

La valeur de K_{III} est égale à **3.639**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	17.0458	26	3.6429	51	3.6397	76	3.6391
2	3.5501	27	3.6426	52	3.6396	77	3.6391
3	4.4647	28	3.6423	53	3.6396	78	3.6390
4	3.6931	29	3.6421	54	3.6395	79	3.6392
5	3.8552	30	3.6418	55	3.6395	80	3.6390
6	3.6872	31	3.6416	56	3.6395	81	3.6389
7	3.7231	32	3.6414	57	3.6394	82	3.6390
8	3.6751	33	3.6412	58	3.6394	83	3.6390
9	3.6821	34	3.6411	59	3.6394	84	3.6390
10	3.6655	35	3.6409	60	3.6393	85	3.6390
11	3.6651	36	3.6408	61	3.6393	86	3.6390
12	3.6584	37	3.6407	62	3.6389	87	3.6386
13	3.6568	38	3.6406	63	3.6393	88	3.6390
14	3.6535	39	3.6405	64	3.6392	89	3.6386
15	3.6519	40	3.6404	65	3.6392	90	3.6389
16	3.6501	41	3.6403	66	3.6392	91	3.6384
17	3.6489	42	3.6402	67	3.6392	92	3.6389
18	3.6477	43	3.6401	68	3.6390	93	3.6392
19	3.6468	44	3.6401	69	3.6392	94	3.6389
20	3.6459	45	3.6400	70	3.6391	95	3.6390
21	3.6453	46	3.6399	71	3.6390	96	3.6390
22	3.6447	47	3.6399	72	3.6392	97	3.6389
23	3.6441	48	3.6398	73	3.6391	98	3.6387
24	3.6437	49	3.6398	74	3.6390	99	3.6388
25	3.6433	50	3.6397	75	3.6391	100	3.6386

Tableau A6-14 : K_{III} en fonction de p (f=1.5).

Résultats pour $f = 1.6$:

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 1.740003e-32.

Capture d'écran : le système est mal conditionné $f=1.6$.

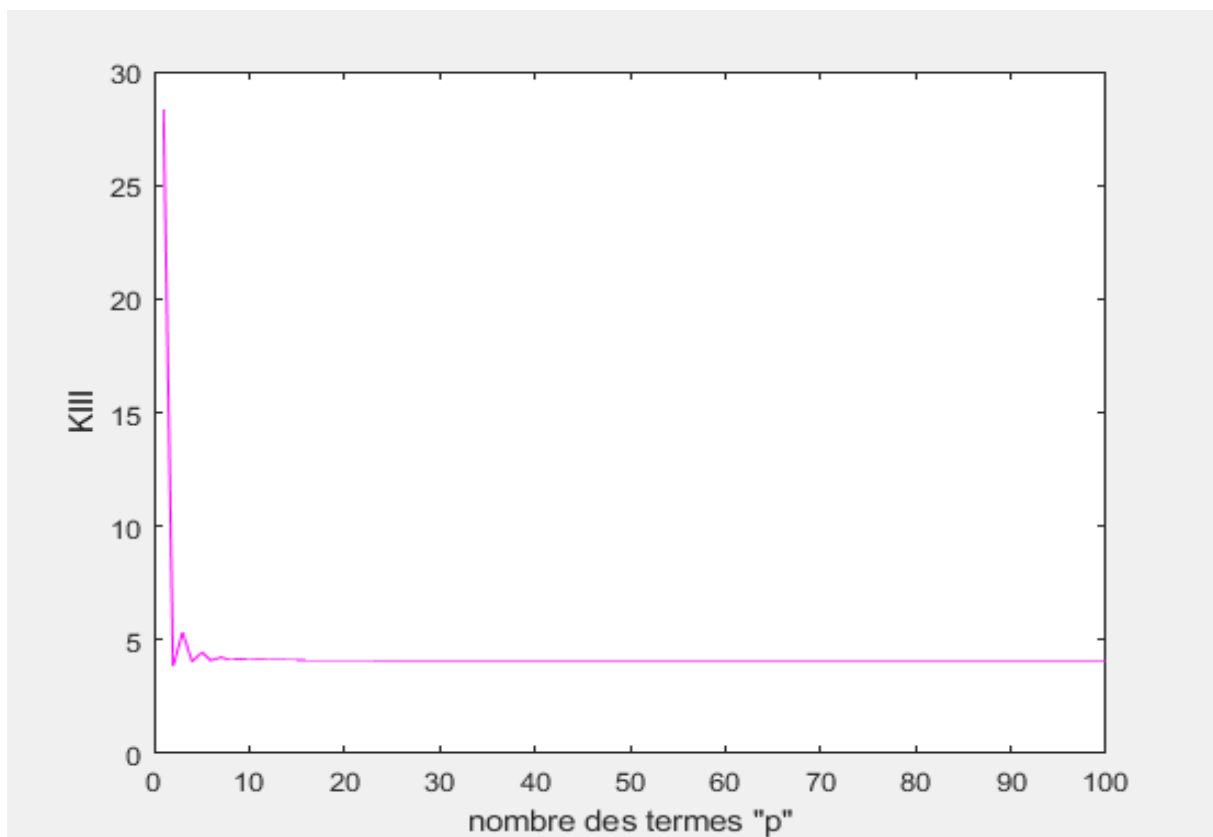


Figure A6-15 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.6$).

Remarque : le palier démarre à $p= 51$ (Tableau A6-15).

La valeur de K_{III} est égale à **4.100**.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	28.2712	26	4.1039	51	4.1004	76	4.0998
2	3.8406	27	4.1036	52	4.1004	77	4.0997
3	5.3441	28	4.1033	53	4.1003	78	4.0998
4	4.0257	29	4.1030	54	4.1003	79	4.0999
5	4.4603	30	4.1028	55	4.1002	80	4.0998
6	4.0907	31	4.1025	56	4.1002	81	4.0997
7	4.2373	32	4.1023	57	4.1002	82	4.0996
8	4.1113	33	4.1021	58	4.1002	83	4.0997
9	4.1652	34	4.1020	59	4.1003	84	4.0996
10	4.1170	35	4.1018	60	4.1003	85	4.0995
11	4.1356	36	4.1017	61	4.1000	86	4.0996
12	4.1160	37	4.1015	62	4.1000	87	4.0998
13	4.1220	38	4.1014	63	4.1001	88	4.1000
14	4.1135	39	4.1013	64	4.1000	89	4.0994
15	4.1150	40	4.1012	65	4.1000	90	4.0995
16	4.1110	41	4.1011	66	4.1000	91	4.0995
17	4.1109	42	4.1010	67	4.1006	92	4.0995
18	4.1088	43	4.1009	68	4.0998	93	4.0999
19	4.1083	44	4.1008	69	4.0999	94	4.0996
20	4.1071	45	4.1008	70	4.1001	95	4.0995
21	4.1066	46	4.1007	71	4.1001	96	4.0996
22	4.1058	47	4.1006	72	4.0998	97	4.0996
23	4.1053	48	4.1006	73	4.1009	98	4.0972
24	4.1048	49	4.1005	74	4.1000	99	4.0994
25	4.1043	50	4.1005	75	4.0998	100	4.0999

Tableau A6- 15 : K_{III} en fonction de p (f=1.6).

Résultats pour $f = 1.7$:

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 1.025901e-35.

Capture d'écran : le système est mal conditionné $f=1.7$.

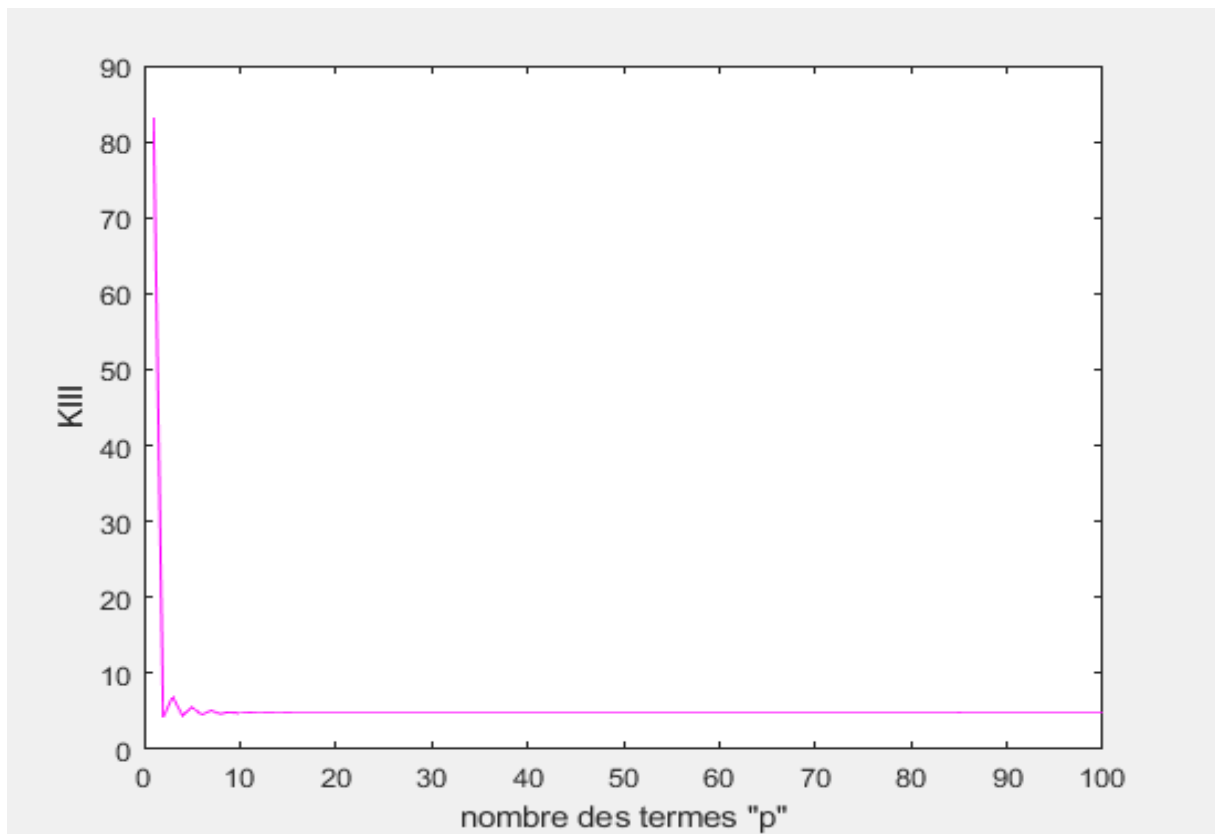


Figure A6-16 : facteur d'intensité de contrainte K_{III} en fonction de p ($f=1.7$).

Remarque : le palier démarre de $p=43$ jusqu'à $p=56$ (Tableau A6-16).

La valeur de K_{III} est égale à 4.755.

P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}	P	K _{III}
1	83.1629	26	4.7585	51	4.7549	76	4.7545
2	4.1968	27	4.7586	52	4.7547	77	4.7539
3	6.9520	28	4.7579	53	4.7549	78	4.7542
4	4.4203	29	4.7578	54	4.7547	79	4.7544
5	5.5176	30	4.7574	55	4.7547	80	4.7541
6	4.5890	31	4.7572	56	4.7547	81	4.7569
7	5.0687	32	4.7569	57	4.7556	82	4.7538
8	4.6745	33	4.7568	58	4.7545	83	4.7535
9	4.9071	34	4.7565	59	4.7544	84	4.7527
10	4.7231	35	4.7564	60	4.7545	85	4.7797
11	4.8340	36	4.7562	61	4.7543	86	4.7541
12	4.7455	37	4.7561	62	4.7544	87	4.7539
13	4.7993	38	4.7559	63	4.7543	88	4.7542
14	4.7556	39	4.7558	64	4.7544	89	4.7537
15	4.7815	40	4.7557	65	4.7544	90	4.7537
16	4.7594	41	4.7556	66	4.7552	91	4.7536
17	4.7719	42	4.7555	67	4.7541	92	4.7544
18	4.7605	43	4.7554	68	4.7546	93	4.7539
19	4.7664	44	4.7553	69	4.7545	94	4.7539
20	4.7604	45	4.7552	70	4.7539	95	4.7519
21	4.7631	46	4.7551	71	4.7543	96	4.7538
22	4.7599	47	4.7550	72	4.7547	97	4.7539
23	4.7610	48	4.7550	73	4.7544	98	4.7538
24	4.7592	49	4.7551	74	4.7541	99	4.7539
25	4.7596	50	4.7548	75	4.7535	100	4.7538

Tableau A6-16 : K_{III} en fonction de p (f=1.7).