

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA

Faculté des sciences de l'ingénieur

Département d'Aéronautique



PROJET DE FIN D'ETUDE

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT EN
AERONAUTIQUE

Filière : Construction Aéronautique

Option : Propulsion

THEME

MODELISATION DES STRUCTURES AERONAUTIQUES

Présenté par :

CHAKKOUR Mustapha

MOHAMMEDI Ibrahim

Encadré par :

M^r. TAHI Ali

Promotion: 2007-2008

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES	X
LISTE DES TABLEAUX	XIII
INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE I - Généralités sur les structures aéronautiques	
I.1. Généralités sur l'avion	4
I.1.1. Présentation	4
I.1.2. Principes du vol	4
I.1.2.1. Portance	4
I.1.2.2. Traînée	5
I.2. Types d'avions et applications	5
I.2.1. Les avions à usage civil	5
I.2.1.1. Avions de sport et de loisirs généralement désignés par aviation légère	5
I.2.1.2. Avions commerciaux	6
I.2.1.3. Avions de tourisme	6
I.2.2. Les avions à usage militaire	6
I.3. Structure des Avions	7
I.3.1. Fuselage	8
I.3.1.1. Les différents fuselages	8
I.3.1.2. Construction du fuselage	8
I.3.1.2.1. Cadres ou couples	9
I.3.1.2.2. Lisses	9
I.3.1.2.3. Revêtement travaillant	10
I.3.1.2.4. Fuselage coque	10
I.3.1.2.5. Fuselage semi-monocoque	10
I.3.1.2.6. Planchers	10
I.3.1.2.7. Portes	11
I.3.2. Aile	11
I.3.2.1. Les différentes ailes	12
I.3.2.2. Construction de l'aile	12
I.3.2.2.1. Longerons	13
I.3.2.2.2. Nervures	14
I.3.2.2.3. Revêtement travaillant	15
I.3.2.2.4. Types de voilure	16
I.3.3. Pare-brise et hublots	18

I.3.3.1. Pare-brise	18
I.3.3.2. Hublots	19
I.3.4. Empennages	19
I.3.4.1. Les différents empennages	20
I.3.4.2. Empennage vertical	20
I.3.4.3. Empennage horizontal	20
I.3.4.4. Mode de construction	21
I.3.5. Train d'atterrissage	21
I.3.5.1. Les différents types de trains d'atterrissage	22
I.3.5.2. Constitution d'un atterrisseur	22
I.4. Commandes et instruments	22
I.4.1. Commandes	22
I.4.2. Instruments	23
I.5. Le système propulsif	23
I.5.1. L'hélice	23
I.5.2. Les turbomachines	24
I.5.2.1. Le turboréacteur	24
I.5.2.2. Turbo propulseur	24
I.5.2.3. Statoréacteur	25
I.6. Matériaux de construction aéronautique	25
I 6.1. Choix des matériaux	26

CHAPITRE II - Modélisation mathématique des structures aéronautiques

II.1. Introduction	30
II.2. Domaines à couvrir	30
II.2.1. Comportement statique linéaire	30
II.2.2. Comportement dynamique	32
II.2.3. Flambage	32
II.3. Modélisation des structures isogrid	34
III.3.1. Introduction	34
III.3.2. La loi de Hooke pour la structure isogrid	35
II.4. Modélisation d'une structure à matériau composite	38
II.4.1. Introduction	39
II.4.2. Loi de Hooke généralisée	40
II.4.3. Modélisation d'une structure à matériau composite en nid d'abeille	42
II.4.3.1. Introduction	42
II.4.3.2. Plaque sandwich NIDA	43
II.4.3.3. Instabilités particulières aux sandwichs NIDA	44
II.5. Modélisation des Structures à raidissage	45

II.5.1. Résistance après flambage des panneaux raidis en tôle mince largeur équivalente	45
II.5.2. Résistance après flambage par cisaillement	48
II.5.2.1. Traction diagonale	48
II.5.2.2. Sollicitations supplémentaires des borures	49
II.5.3. Stabilité des plaques renforcées par des raidisseurs (structure à raidissage rapporté)	50
II.5.3.1. Wrinkling	50
II.5.3.2. Crippling	52
II.5.3.3. Flambage de poutre des raidisseurs	54
II.5.4. Calcul des structures coques	54
II.6. CAO et méthode des Éléments Finis	56
II.6.1. Méthode des éléments finis	56
II.6.2. descriptions des modèles utilisés	57
II.6.3. Application à la statique	58
II.6.4. Application en dynamique	58
II.6.5. Définition des conditions aux limites et chargements	59

CHAPITRE III -Description des moyens

III.1. Introduction	61
III.1.1. Intérêt de la simulation	61
III.1.2. CAO	61
III.2. Moyens utilisés	62
III.2.1. Moyens informatiques	62
III.2.2. Moyens logiciels	62
III.2.2.1. MSC/PATRAN	62
III.2.2.1.1 Compatibilité avec l'univers NASTRAN	62
III.2.2.1.2 Performance	63
III.2.2.1.3 Composites	63
III.2.2.1.4 Caractéristiques de NEiNastran	63
III.3. Analyse par éléments finis	65
III.3.1. Grandes lignes de l'analyse par éléments finis	65

CHAPITRE IV - Application aux structures aéronautiques et analyse des résultats

IV..1. Applications sur quelques structures utilisées dans la construction aérospatiale	68
---	----

IV..2.1. Structure triangulaires isogrid	69
IV.2.1.1. Géométrie et maillage	69
IV.2.1.2. Conditions aux limites et types de chargements	69
IV.2.1.3. Propriétés mécaniques des matériaux	70
IV.2.1.4. Analyse et résultats	71
IV.2.2. Tronçon de fuselage avec un plancher	75
IV.2.2.1. Géométrie et maillage	75
IV.2.2.2. Conditions aux limites et types de chargements	75
IV.2.2.3. Analyse et résultats	75
IV.2.3. Raidissage	78
IV.2.3.1. Plaque raidi courbet	78
IV.2.3.2. Plaque raidi plat	78
IV.2.3.1.2. Conditions aux limites et types de chargements	78
IV.2.3.1.3. Analyse et résultats	78
IV.2.3.2. Plaque raidi plat	81
IV.2.3.2.1. Géométrie et maillage	81
IV.2.3.2.2. Conditions aux limites et types de chargements	81
IV.2.3.2.3. Analyse et résultats	82
Conclusion générale	88

Introduction générale

L'analyse mathématique et le calcul scientifique constituent un support important à la compréhension et la modélisation physique. La perception du calcul numérique par les industriels a évolué très fortement ces dernières décennies. En effet, il y a seulement une quinzaine d'années, les calculs par éléments finis étaient le plus souvent dédiés à la vérification d'hypothèses concernant le comportement d'une structure à partir d'une conception donnée ou bien comme moyen d'expertise en cas de problème.

Le développement des méthodes de calcul (éléments finis, techniques de résolution et de discrétisation) associé à l'efficacité croissante des moyens informatiques permettent à l'aide d'investissements relativement modestes de simuler le comportement de structures industrielles dans des conditions générales de sollicitations, de déformation ou autres.

La simulation numérique est devenue un outil utilisé systématiquement en phase de conception de composants industriels. Elle permet notamment aux concepteurs d'évaluer les performances de plusieurs variantes d'un même produit avant d'en fabriquer le premier prototype. Les ingénieurs de conception sont amenés à étudier des structures de plus en plus complexes afin de satisfaire à des prescriptions de plus en plus sévères (provenant soit de l'imposition de normes nationales ou internationales, soit d'exigences d'utilisateurs, soit d'impératifs de réduction de coût).

L'objectif de la simulation est de prévoir le comportement des structures pendant les différentes phases du processus de réalisation, c'est-à-dire avant leur réalisation physique. La simulation contribue à l'amélioration de la qualité et à la réduction des coûts et des délais.

La démarche d'analyse du comportement mécanique d'une structure à l'aide d'approches de type Eléments Finis (EF) représente actuellement une activité couramment réalisée au cours du processus de conception d'un avion. Dans ce contexte, les concepts de maquette numérique, de conception intégrée, d'ingénierie concourante, font de plus en plus largement appel à des représentations numériques des informations mises en œuvre au cours d'un processus de conception. Ainsi les données fournies en entrée d'un processus conduisant à la génération d'un modèle d'analyse sont communément des données géométriques issues d'environnements Conception Assistée par Ordinateur (C.A.O.). Mais les spécificités de l'analyse (précision recherchée, hypothèses sur le comportement, étude multi-physique ...) conduisent généralement à générer plusieurs modélisations d'un même cas d'étude.

L'objectif principal de ce mémoire est de présenter les différents modèles mathématiques de quelques structures composant un avion, ainsi que d'en présenter des techniques classiques et modernes de formalisation et solution.

Le problème qui nous intéresse ici est crucial dans beaucoup d'applications dans le domaine de l'aéronautique il s'agit :

- ✦ De trouver une forme de la structure qui réalise le meilleur compromis entre sa résistance et son poids soumis à une ou plusieurs sollicitations, tout en respectant une contrainte mécanique. Dans ce sens, on a été amené à choisir des structures très répandues dans la construction aéronautique, tels que : les structures isograds et à raidissage.

- ✦ De minimiser le coût de réalisation de structure.

Dans cette étude, le premier chapitre est consacré à des généralités sur les structures aéronautiques, les différents types d'avions et leurs utilisations, les différentes parties constitutives ainsi que les matériaux utilisés.

Le chapitre 2 concerne la modélisation des structures aéronautiques; il s'agit dans ce volet de décrire les modèles mathématiques qui régissent certaines structures importante rentrant dans la conception des avions à savoir les structures isogrid, la modélisation mécanique de composites, les structures à raidissage et ceci tient compte de différentes types de sollicitations. Dans ce chapitre on a mis en lumière, la méthode des éléments finis qui est un outil numérique couramment utilisé pour calculer la résistance mécanique des pièces, structure ou assemblages complexes soumis à un large éventail de chargements.

Le chapitre 3 concerne la description des moyens à utilisés dans le dernier chapitre tel que C.A.O , MSC/NASTRAN et la méthode des éléments finis .

Le dernier chapitre est consacré à la partie simulation et analyse par éléments finis en utilisant les logiciels d'analyses MSC/PATRAN et MSC/NASTRAN.

On a envisagé d'étudier plusieurs types de structures que nous jugeons importantes dans le domaine de l'aéronautique à savoir:

- ✦ Les structures triangulaires isogrid,
- ✦ Les structures à raidissage,
- ✦ Tronçons de fuselage.

Le calcul de résistance mécanique et l'étude du comportement aux vibrations sont traités sur ces structures dans le cas où divers matériaux sont utilisés.

Chapitre I

Généralités sur les structures aéronautiques

l'incidence afin de compenser le supplément de portance dû à l'accroissement de la vitesse de l'appareil.

Lorsque le pilote se prépare à atterrir, il fait perdre de l'altitude à son appareil et réduit sa vitesse. Cette diminution de la vitesse provoque une chute importante de portance, que le pilote compense en augmentant la surface de l'aile et son angle d'incidence. Pour cela, il déploie les volets de l'avion, qui sont des dispositifs hypersustentateurs escamotables, situés à l'arrière des ailes (bord de fuite), et qui augmentent le coefficient de portance à incidence constante. Ces volets sont normalement repliés pendant le vol en vitesse de croisière. Il existe également des dispositifs semblables à l'avant des ailes (bord d'attaque) : il s'agit des becs, que le pilote peut ouvrir lorsqu'il souhaite augmenter l'incidence de décrochage [1].

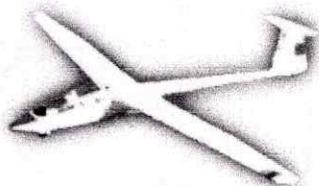
I.1.2.2. Traînée :

La traînée représente la force engendrée par la résistance de l'air, qui tend à freiner le mouvement de l'avion dans l'atmosphère. Elle doit être équilibrée par la poussée du moteur et peut être réduite en profilant l'appareil. Définie de la même façon que la portance, elle est proportionnelle au coefficient de traînée qui dépend en grande partie de la forme géométrique de l'aile. Les concepteurs d'avions tentent de concevoir des appareils avec une finesse (rapport portance / traînée), aussi élevée que possible, mais se trouvent limités par des facteurs tels que la vitesse ou le poids de l'avion. De plus, lorsqu'un avion vole à vitesse supersonique, une traînée supplémentaire apparaît, due à une modification radicale de l'écoulement de l'air autour de l'aile, ce qui diminue considérablement la finesse [1].

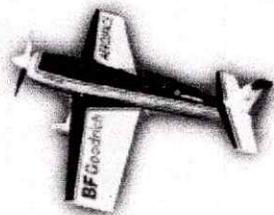
I.2. Types d'avions et applications :

I.2.1. Les avions à usage civil :

I.2.1.1. Avions de sport et de loisirs généralement désignés par aviation légère :



Planeur : appareil plus lourd que l'air dépourvu de moteur, volant en utilisant les courants atmosphériques. Il est utilisé pour pratiquer le vol à voile.



Acrobatie aérienne : appareils conçus spécifiquement pour cet usage, capables de supporter des facteurs de charge élevés et de voler sur le dos.

I.2.1.2. Avions commerciaux :



Passagers: spécialement conçus pour le transport des passagers. Certains appareils sont mixtes avec une cabine « passager » et une cabine « fret » au-dessus du plancher.



Fret ou cargo : très peu d'appareils développés spécifiquement pour cet usage. Les avions de transport de fret utilisés par l'industrie civile sont en général des avions de transport de passagers modifiés. Le plancher est renforcé et une porte de chargement est ajoutée sur le côté. Le fret est généralement transporté sous forme de palette et nécessite d'importants moyens de levage pour être amené dans la soute ou sur le plancher. Ils ne se distinguent d'un avion de transport de passager que par la dimension des portes de chargement et éventuellement l'occultation des hublots.



Avions d'affaire : appareils semblables au "haut de gamme" de l'aviation de tourisme ou au "bas de gamme" de l'aviation commerciale. Ils sont obligatoirement multi moteurs pour être aptes au vol sans visibilité. Un avion d'affaire permet de transporter quelques passagers, de l'ordre d'une dizaine ou moins. Les conditions de confort sont parfois luxueuses.

I.2.1.3. Avions de tourisme :



Cette catégorie recouvre les avions monomoteurs à pistons, mono ou biplaces permettant d'accueillir éventuellement deux passagers. Ils sont utilisés pour le tourisme aérien et ne sont donc pas équipés pour voler par mauvais temps.

I.2.2. Les avions à usage militaire :



Bombardiers lourds : morphologie souvent semblable aux avions de transport commerciaux de passagers.



Bombardiers légers / attaque au sol : souvent multi rôles avec des emports spécifiques à une mission particulière.



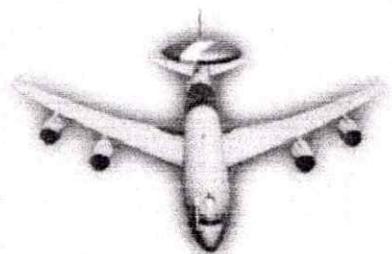
Intercepteurs / chasseurs : souvent multi rôles avec des emports spécifiques à une mission particulière.



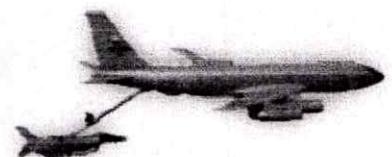
Transport de troupe ou de fret : avions conçus pour un chargement/déchargement rapide, l'utilisation de terrains courts et apte au parachutage/largage. Les avions militaires de transport de fret ont un diamètre et une longueur de

fuselage permettant d'accueillir certains éléments des troupes de débarquement (par exemple : 2 chars). Ils sont munis d'une rampe de chargement à l'arrière et parfois d'un nez ouvrant ou basculant pour disposer une seconde rampe de chargement avant. Cette disposition permet le chargement sans moyen de levage, par simple roulement, et éventuellement le déchargement sans faire de marche arrière.

Avions d'entraînement : les avions école sont souvent des dérivés de l'aviation de tourisme pour l'apprentissage initial. L'entraînement au pilotage des avions intercepteurs/ chasseurs/ attaque au sol est fait sur des appareils spécifiques.



Avions de surveillance aérienne : appareils spécifiques en particulier pour la surveillance maritime ou dérivés d'appareils de transport civils ou militaires.



Avions de ravitaillement : dérivés d'appareils de transport civils ou militaires.

I.3. Structure des Avions :

La structure d'un avion classique se compose de quatre éléments : le fuselage, les ailes, l'empennage et le train d'atterrissage [4].

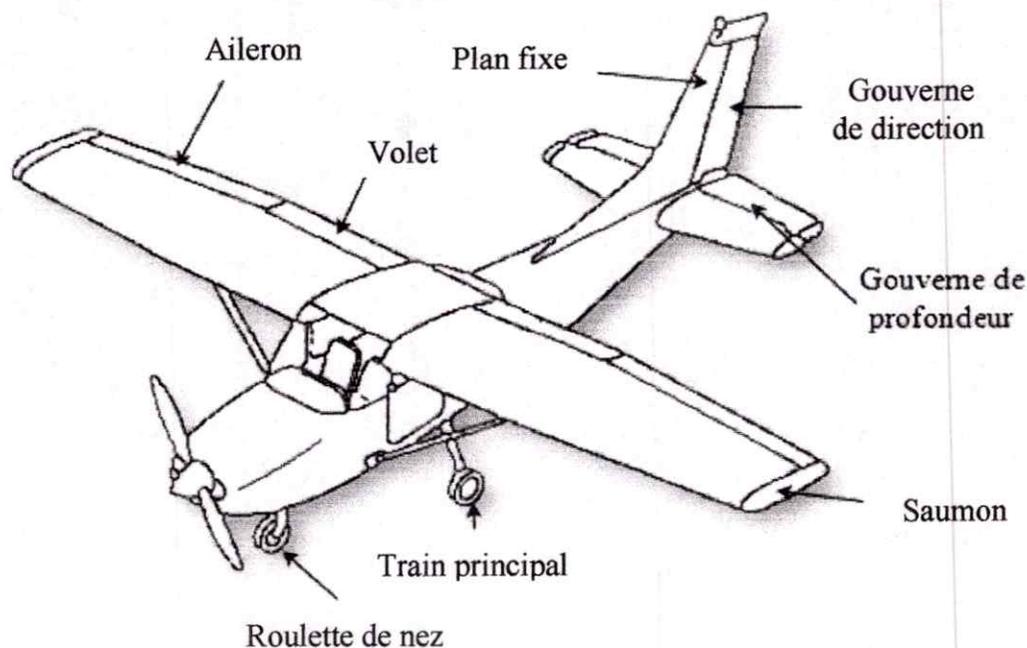


Figure 1.1 : Constitution d'un avion.

I.3.1. Fuselage :

Le fuselage constitue l'habitacle de l'avion. Il subit de très fortes interactions avec les ailes : au sol, c'est lui qui supporte tout le poids de la voilure, tandis qu'en vol, il est au contraire porté par celle-ci. Il a en général la forme d'un fuseau monocoque, nécessaire dans le cas des avions à cabine pressurisée, pour les vols à haute altitude. On peut aussi adopter un fuselage composé de cadres en forme d'anneaux, fixés aux panneaux de revêtement [2].

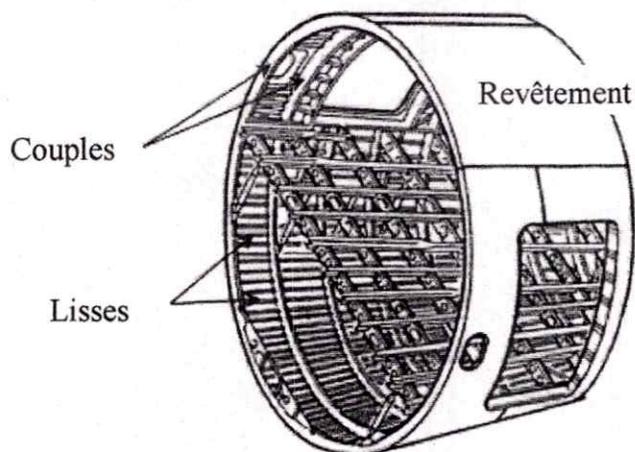
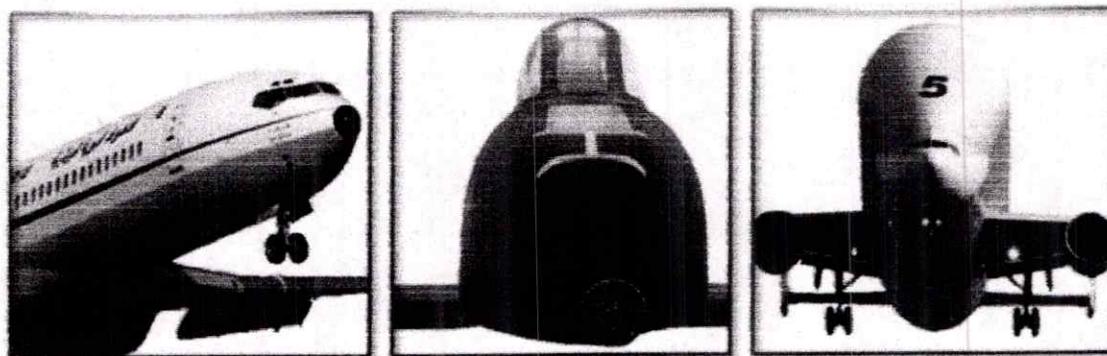


Figure 1.2 : Constitution d'un fuselage.

I.3.1.1. Les différents fuselages :

L'utilisation de plus en plus courante des matériaux composites fait apparaître de plus en plus souvent des fuselages aux formes compliquées. Voici quelques exemples :



Fuselage cylindrique

Fuselage Carré

Fuselage en 8

Figure 1.3 : Trois différents fuselages.

I.3.1.2. Construction du fuselage :

Les éléments principaux constitutifs d'un fuselage sont :

- les cadres ou coupes ;
- les lisses ;
- le revêtement travaillant.

I.3.1.2.1. Cadres ou couples :

– Eléments transversaux de formes différentes, ils assurent la rigidité transversale, le maintien du profil et supportent les efforts localisés importants.

– En construction, on utilise deux types de cadres :

- ✦ Les cadres courants, constitués d'une ou plusieurs tôles pliées d'alliage léger (QU4G1).

Ils assurent la rigidité transversale, car en permanence par les forces dues à la ΔP transmises par le revêtement (contrainte transversales) et donnent la forme au profil.

- ✦ Les cadres forts fabriqués par usinage.

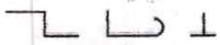
Ils encaissent tous les efforts localisés et concentrés pour les répartir dans la structure. On trouve :

- aux points de fixation voilure, empennages, GTR, trains d'atterrissage ;
- aux parties avant et arrière de chaque tronçon → assemblage ;
- aux limites de la zone pressurisée (couple étanches) pour reprendre les efforts longitudinaux dus à la ΔP (traction lisses et revêtement).

I.3.1.2.2. Lisses :

– Eléments longitudinaux raidisseurs du revêtement qui absorbent les contraintes :

- ✦ Alternées de traction – compression dues aux flexions longitudinales M_y et latérales M_z ;
- ✦ De traction dues à la ΔP et aux empennages ;
- ✦ De compression dues à la fixation des GTR.

– Elles sont formées par de simples tôles d'alliage léger pliées en forme de  Fixées au revêtement par collage (faibles contraintes) ou rivetage (fortes contraintes → ventre).

– L'alliage utilisé est de la position :

- ✦ AU4G1 partie dorsale ;
- ✦ AZ5GU partie ventrale.

– Les lisses sont rivetées aux couples par des éclisses (Airbus) ou traversent les cadres échancrés (Boeing) ce qui évite les discontinuités.

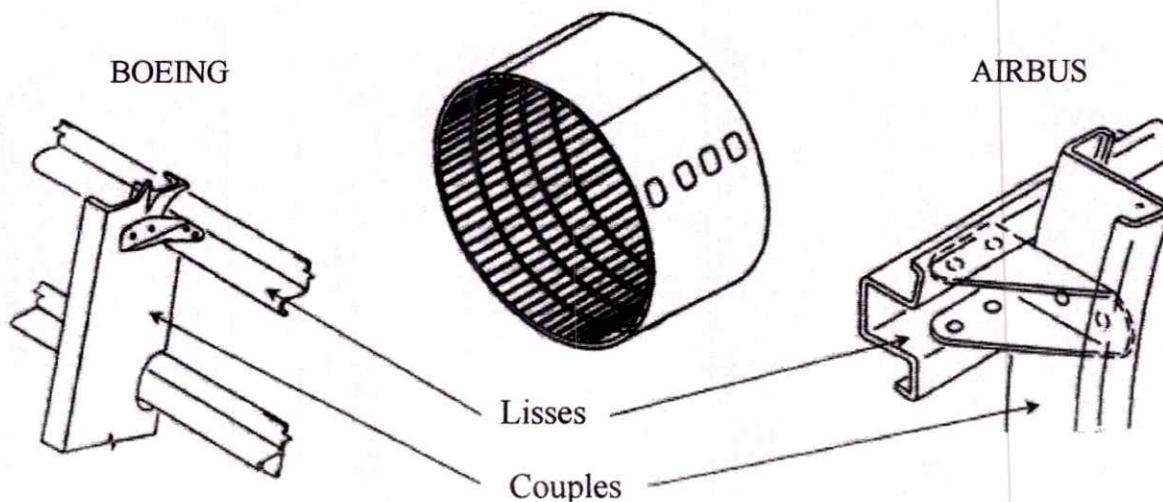


Figure 1.4 : Lisses et couples chez deux différents constructeurs.

I.3.1.2.3. Revêtement travaillant :

- Constitué par un assemblage de panneaux rivetés, collés ou soudés sur les couples. Ces panneaux sont raidis par les lisses ou taillés dans la masse, (revêtement intégral), et assemblés entre eux par rivetage. Le recouvrement d'un panneau sur l'autre se fait dans le sens longitudinal par soyage (emboutissage) ou lamage (fraisage), et dans le sens transversal par enture.
- il encaisse comme les lisses les contraintes de traction – compression, ainsi que celles de cisaillement vertical T_z , Périphérique M_x , et transversal T_y .
- Les matériaux utilisés :
 - ✦ AU4G1 partie supérieure ;
 - ✦ AZ5GU partie inférieure avec une épaisseur plus importante ;
 - ✦ Titane en renfort dans les zones de fortes contraintes.

I.3.1.2.4. Fuselage coque :

- C'est le type de fabrication que nous étudie, c'est également le plus utilisé, il est comparable à la structure caisson le l'aile.
- Les cadres fixés au revêtement travaillant fortement raidi, encaissent la totalité des efforts répartis de flexion et torsion.
- Les cadres forts sont situés sur les zones où les efforts localisés sont très importants.

I.3.1.2.5. Fuselage semi-monocoque :

- Composé de longerons, couples et revêtement travaillant, qui transmet les différents efforts entre tous les autres éléments.
- Les longerons encaissent la totalité des efforts de flexion. Les couples encaissent la totalité des efforts de torsion.

I.3.1.2.6. Planchers :

Ce sont des structures constituées de poutres transversales fixées aux couples par des rivets. Des bielles répartissent les charges et assurent le raidissement.

Les planchers sont perméables, l'air circule de la cabine vers les soutes avant d'être évacué. Il ne sont donc soumis à aucune ΔP , ils supportent les charges marchandes et sont tendus par les couples qui subissent les contraintes les contraintes transversales dues à la pressurisation.

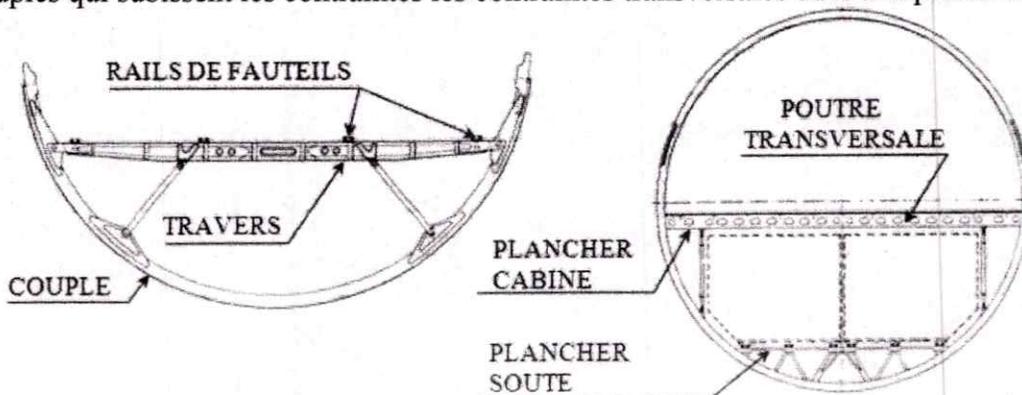


Figure 1.5 : Les Planchers.

I.3.2.1. Les différentes ailes :

Les ailes des avions peuvent prendre des formes très différentes en fonction des performances demandées à l'aéronef : vitesse de croisière, altitude de croisière, masse de l'appareil,...

Leur rôle reste toujours le même : assurer la sustentation de l'appareil.

Voici les exemples les plus classiques de formes d'ailes [6]:

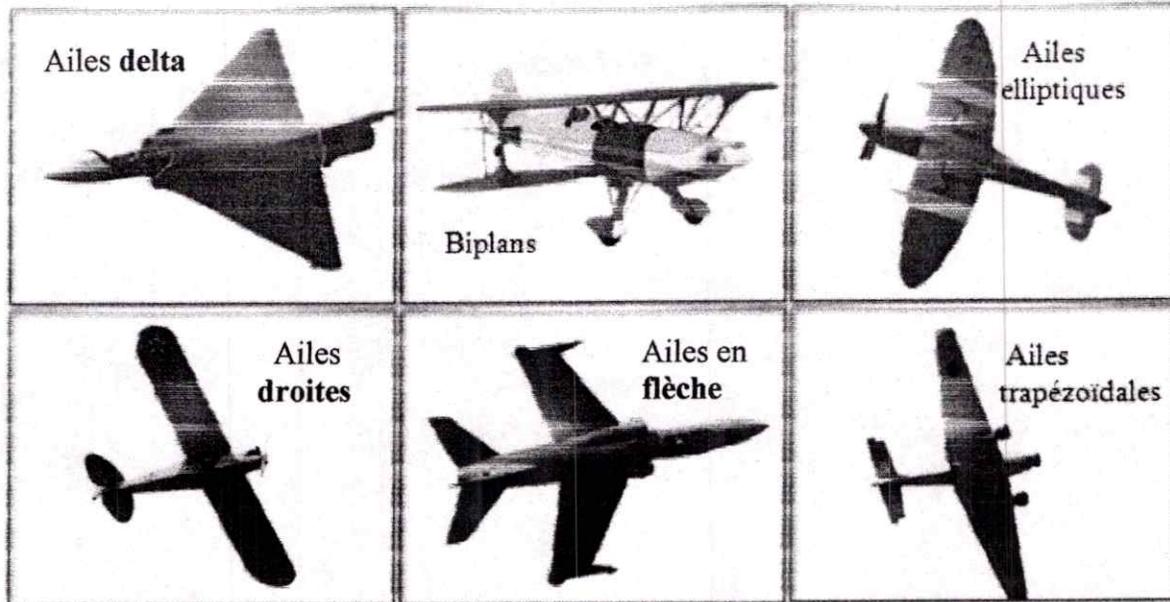


Figure 1.7 : Formes classiques des ailes.

Pour pouvoir s'adapter à des plages de vitesse très larges d'environ 200 à plus de 2000 Km/h, certains avions de combat sont munis d'une voilure à géométrie variable.

Les ailes peuvent aussi être calculées différemment par rapport au plan horizontal. On parle du dièdre des ailes. Il s'agit de l'angle entre le plan horizontal et le plan d'une aile. Il est positif si le plan de l'aile est au-dessus de l'horizontale et négatif dans le cas contraire.

Les ailes peuvent également être disposées différemment par rapport au fuselage.

Elles peuvent être en position haute, médiane ou basse [6].

I.3.2.2. Construction de l'aile :

Les éléments principaux constitutifs d'une aile sont [2]:

- les longerons ;
- les nervures ;
- le revêtement travaillant.

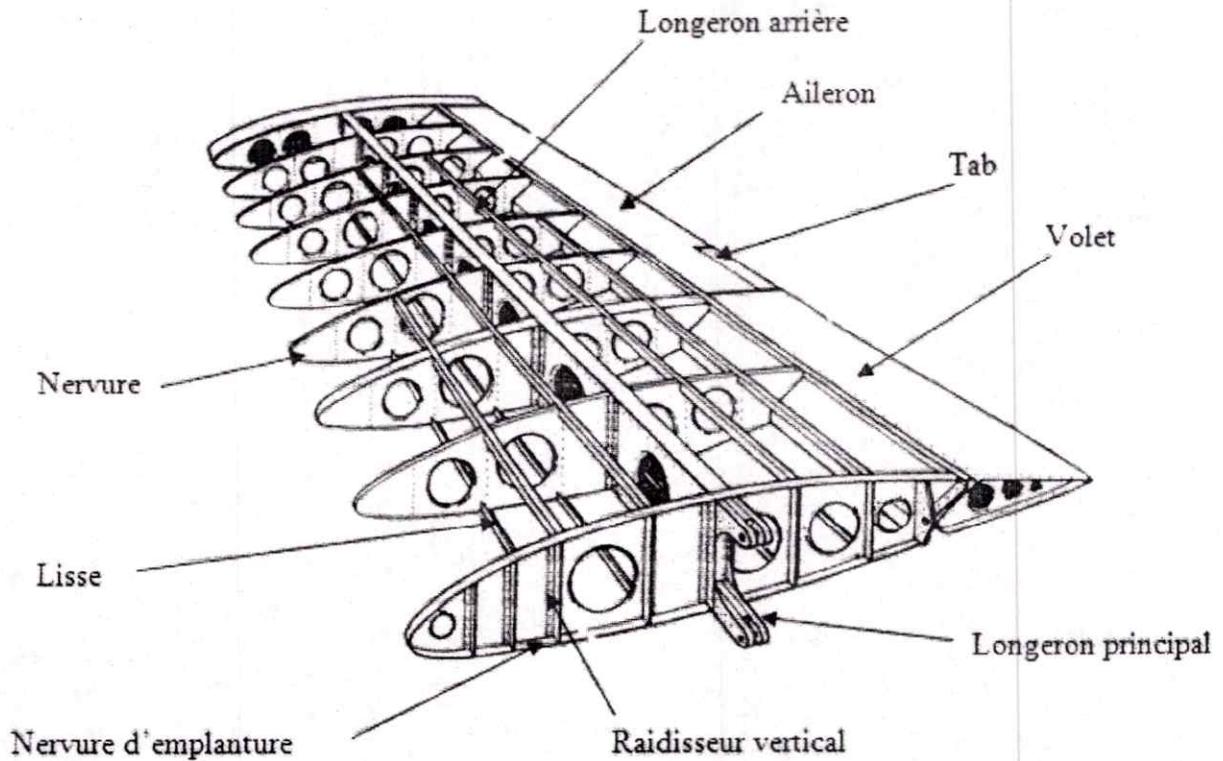


Figure 1.8 : Structure d'aile.

I.3.2.2.1. Longerons :

De formes multiples et de constructions différentes, ils constituent les éléments longitudinaux de l'aile.

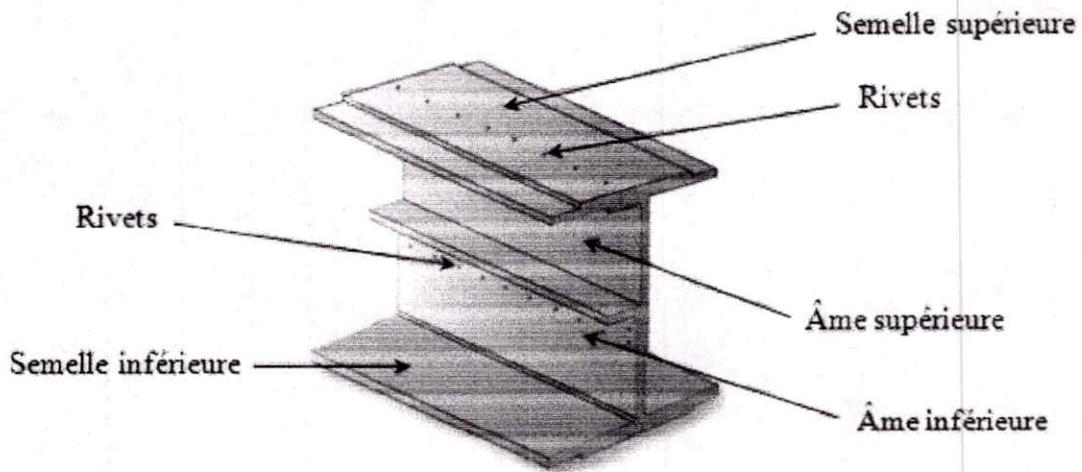


Figure 1.9 : Constitution d'un longeron.



Figure 1.10 : Longeron monobloc

- Le longeron est constitué :
 - ✦ de deux semelles qui absorbent principalement les contraintes de traction et de compression ;
 - ✦ d'une ou deux âmes résistent au cisaillement.
 - Les alliages légers (Dural et Zicral) sont très utilisés pour leur réalisation qui peut être monobloc, ou en plusieurs éléments.
- En raison de contraintes qui augmentent vers l'emplanture, la section de longerons va croître du saumon vers le fuselage.
- Une aile peut comporter un ou plusieurs longerons.

1.3.2.2. Nervures :

- Eléments transversaux de l'aile, constituées d'une âme et de semelles, elles donnent la forme au profil et transmettent aux longerons les efforts encaissés par le revêtement [2].
- En construction, on utilise trois types de nervures :
 - ✦ Nervures courantes :
Assurent le maintien du profil et la rigidité générale, elles sont réalisées en alliage léger par des tôles raidies et ajourées.

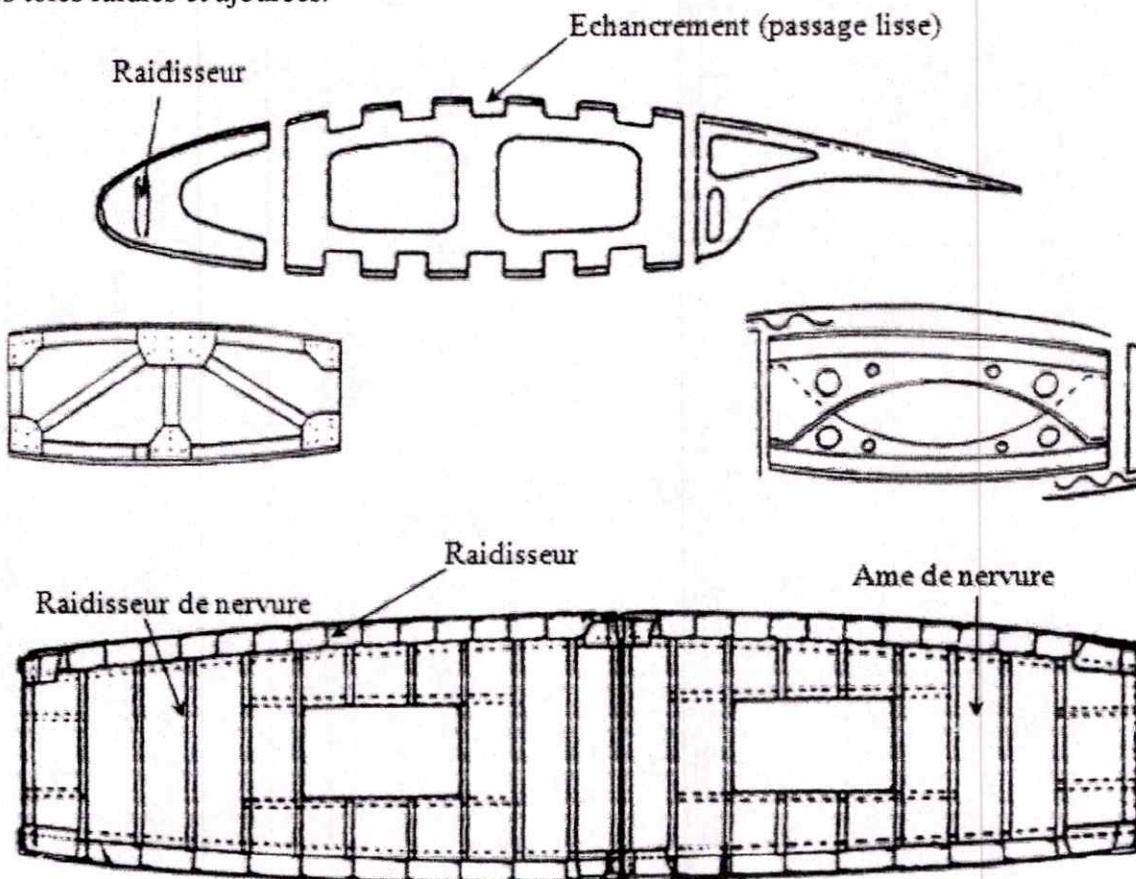


Figure 1.11 : Quelques nervures courantes.

✦ Nervures fortes :

Placées sur la section soumises à fortes contraintes localisées, fixation GTR, ailerons, spoilers, volets, train d'atterrissage, emplanture ; etc.
 Réalisées sous forme de poutres en treillis, ou pièces monobloc forgée et usinée.



Figure 1.12 : Quelques nervures fortes.

✦ Nervures étanches : Situées à chaque extrémité des réservoirs structuraux de l'aile

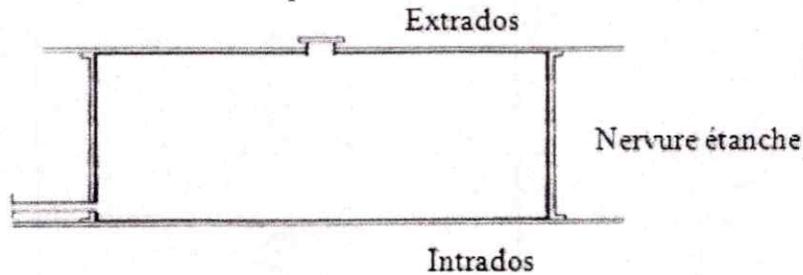


Figure 1.13 : Nervure étanche.

I.3.2.2.3. Revêtement travaillant :

- Sur les structures modernes, il encaisse la plus grande partie de contraintes, torsion, flexion → compression ou traction. Son raidissement est obligatoire, particulièrement dans le sens longitudinal de l'aile.
- Cette rigidité est obtenu soit :
 - ✦ par fixation (rivetage, collage ou soudage) de raidisseurs (lisses ou listons) sur la face interne du revêtement ;



Figure 1.14 : Revêtement obtenu par fixation.

✦ par le revêtement intégral, qui est réalisé par usinage dans la masse ou part usinage chimique (A300).

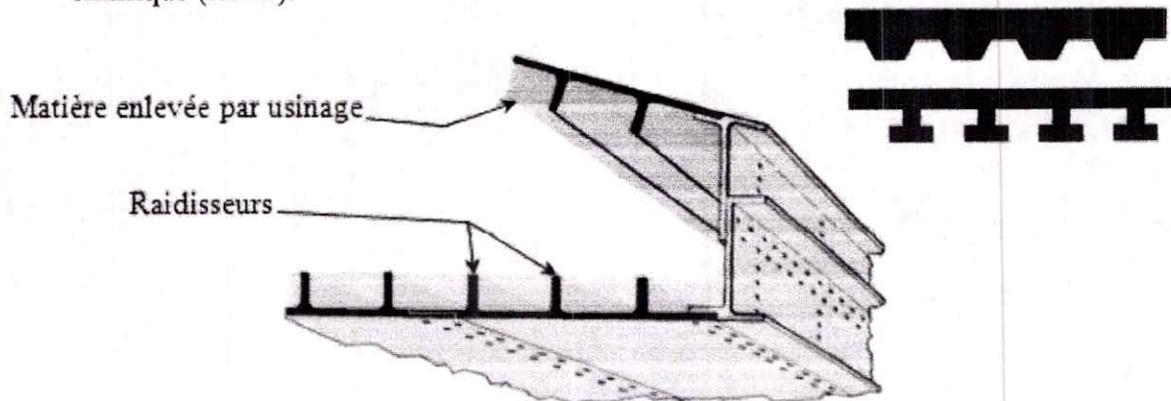


Figure 1.15 : Revêtement obtenu par usinage.

I.3.2.2.4. Types de voilure :

✦ Structure multilongérons :

- Un, deux ou trois longerons constituent avec les nervures et le revêtement fortement raidi (lisses ou revêtement intégral) un caisson.
- La flexion verticale est encaissée par le revêtement et les semelles des longerons (traction - compression).
- La torsion est encaissée par l'ensemble du caisson (cisaillement).

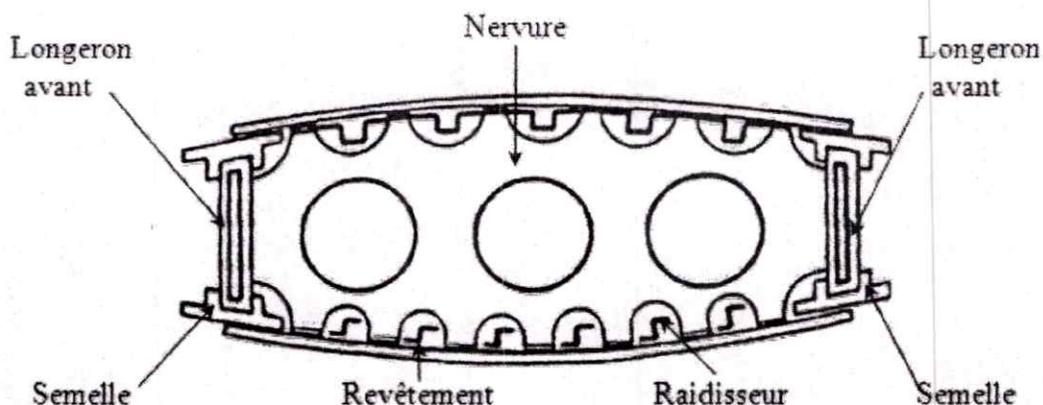
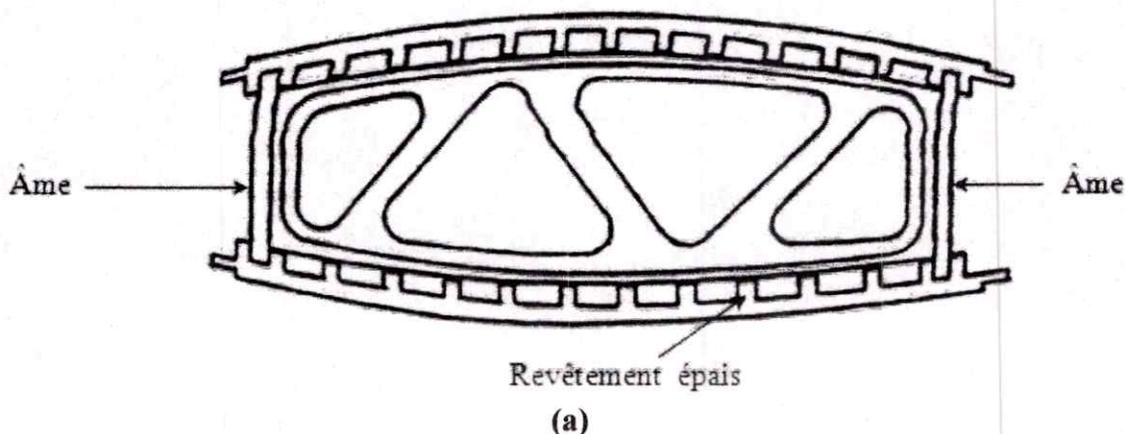


Figure 1.16 : Structure multilongérons.

✦ Structure caisson :

En augmentant considérablement l'épaisseur et la rigidité du revêtement, celui-ci fait office de semelle, le longeron est réduit à une âme simple.

- Toutes les contraintes sont encaissées par le revêtement ; cette structure comporte presque toute la matière à la périphérie du profil, ce qui lui confère une grande inertie, donc une grande rigidité, Par contre, il faut limiter les ouvertures pratiquées dans le revêtement ou bien les renforcer, et de même pour les efforts localisés qui sont mal supportés.



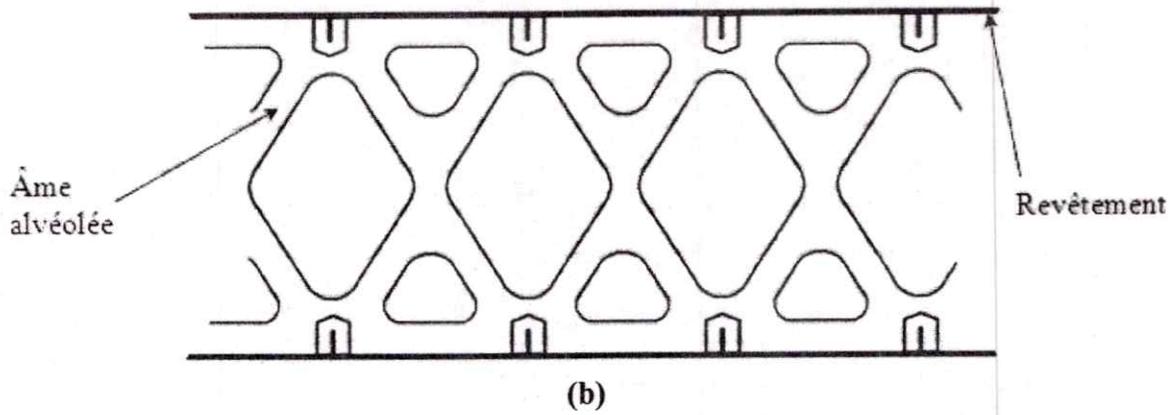


Figure 1.17 : Structures caisson.

✦ Structure supersonique :

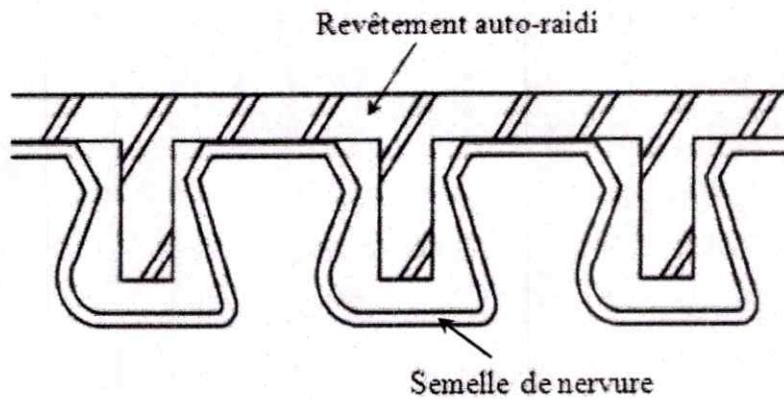


Figure 1.18 : Structure supersonique.

– Elle est soumise proportionnellement aux mêmes contraintes qu’une structure subsonique avec en plus l’effet de la température d’impact $T_t = T_s (1 + 0,2 M^2)$ qui engendre une contrainte thermique donc «au fluage».

– L’échauffement cinétique provoque :

- ✦ La diminution des caractéristiques mécaniques des matériaux ;
- ✦ Un échauffement superficiel plus rapide que l’échauffement interne qui entraîne des dilatations différentielles ;
- ✦ Du fluage sur les points d’assemblage.

–En conséquence :

- ✦ Les matériaux utilisés doivent résister à la température soutenue;
- ✦ Des conceptions structurales différentes sont appliquées dans la fabrication pour permettre la dilatation, exemple : structures triangulées anticulées, conception d’éléments de grandes dimensions pour réduire les points d’assemblage, etc...

I.3.3. Pare-brise et hublots :

I.3.3.1. Pare-brise :

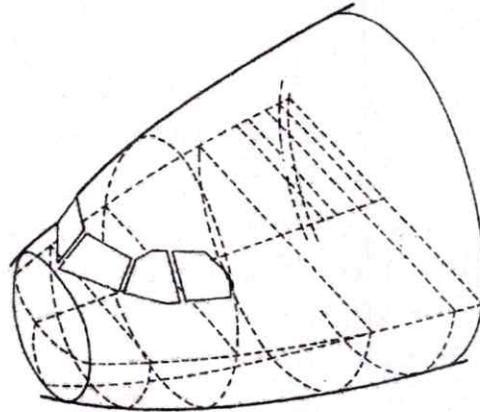


Figure 1.19 : Pare-brise.

Assure aux pilotes une bonne visibilité frontale et latérale.

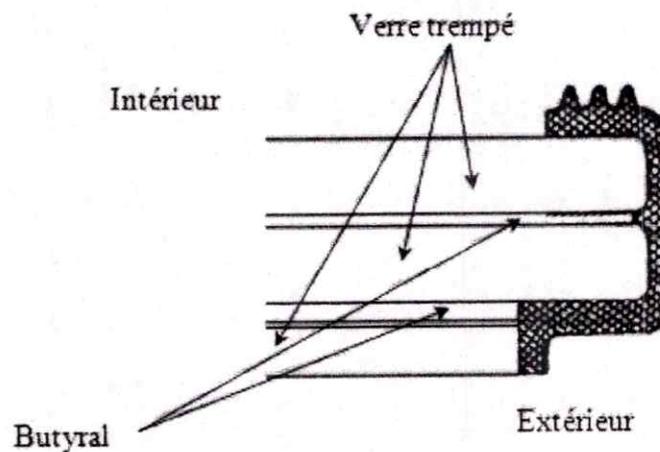


Figure 1.20 : Constitution du pare-brise.

Le pare-brise est composé de plusieurs éléments [2]:

- trois panneaux (généralement) de verre trempé ;
- deux couches de plastique transparent «butyral» qui augmentent la solidité des panneaux de verre ;
- un joint périphérique qui assure :
 - ✦ Imperméabilité à l'eau ;
 - ✦ Le raccordement aérodynamique ;
- un élément dégivrant :
 - ✦ Résistances pour les pare-brise latéraux ;
 - ✦ Film de platine ou autre matériau pour les frontaux.

I.3.3.2. Hublots :

Ils assurent aux passagers la visibilité vers l'extérieur, ils sont indispensables. Chaque hublot est composé de plusieurs éléments [2]:

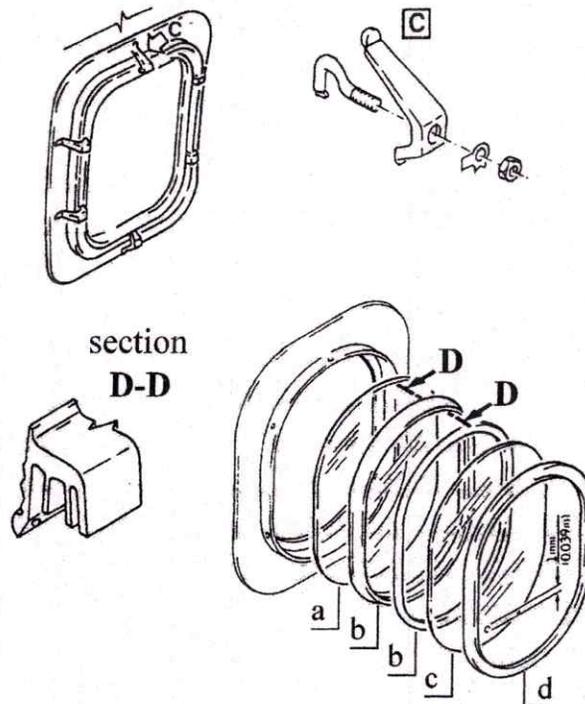


Figure 1.21 : Constitution des hublots.

- un panneau extérieur en plexiglas (a), l'épaisseur varie entre 7 et 10 mm ;
- un panneau intérieur en plexiglas (c), épaisseur 4 et 5 mm, percé à sa partie inférieure ;
- un joint périphérique (b) de forme spécifique qui ménage un espace entre les deux panneaux et assure l'étanchéité ;
- un panneau de protection (d) de faible épaisseur (2 à 3 mm) fixé sur le revêtement cabine.

I.3.4. Empennages :

Les empennages d'un avion représentent les structures stabilisatrices situées derrière les ailes. Ils se composent de parties mobiles contribuant au contrôle de l'avion et de parties fixes qui assurent la stabilité de l'appareil. Généralement, un avion possède un empennage horizontal et un empennage vertical. La partie avant de l'empennage horizontal est appelée stabilisateur horizontal, et la partie arrière, mobile, gouverne de profondeur. L'empennage horizontal stabilise le tangage de l'avion. La partie fixe de l'empennage vertical est appelée dérive, et la partie mobile, gouverne de direction. L'empennage vertical assure l'équilibre de l'appareil en lacet [6].

I.3.4.1. Les différents empennages :

Voici les principaux types d'empennage :

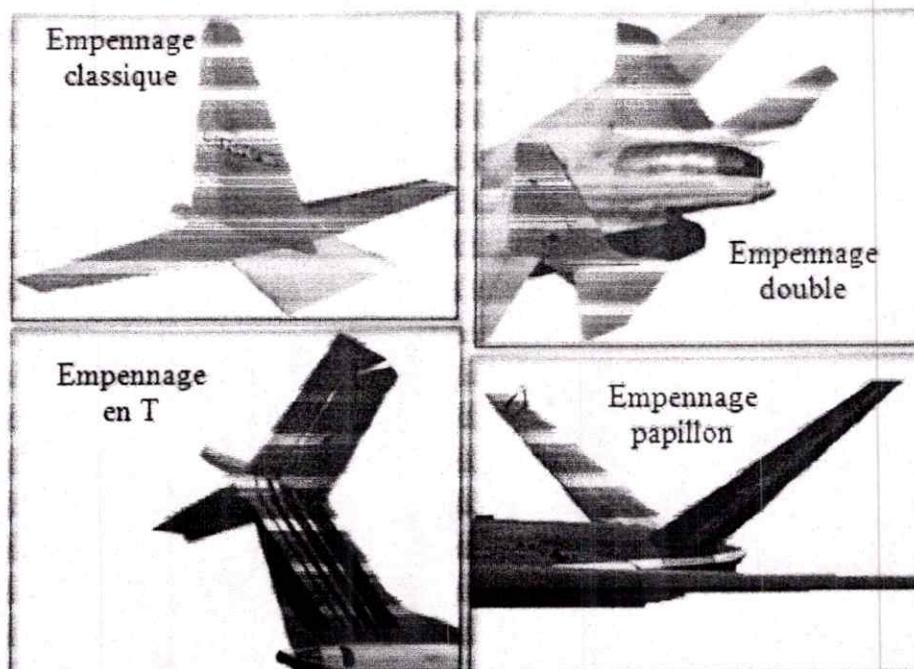


Figure 1.22 : Principaux types d'empennage.

I.3.4.2. Empennage vertical :

Il est constitué :

- d'une partie fixe nommée «dérive» qui assure la stabilité de route ;
- d'une partie mobile appelée «gouverne de direction» qui permet d'effectuer les manœuvres autour de l'axe de lacet.

I.3.4.3. Empennage horizontal :

Il est constitué :

- d'une partie mobile qui assure la stabilité et la compensation de régime, c'est le «plan horizontal réglable» ou «stabilisateur».
- Sur les avions légers ou d'ancienne génération ; cette partie est fixe et ne sert qu'à la stabilité.
- de deux ou plusieurs parties mobiles situées au bord de fuite, ce sont les «gouvernes de profondeur» qui permettent d'effectuer les manoeuvres autour de l'axe de tangage.

I.3.4.4. Mode de construction :

✦ Empennages classiques :

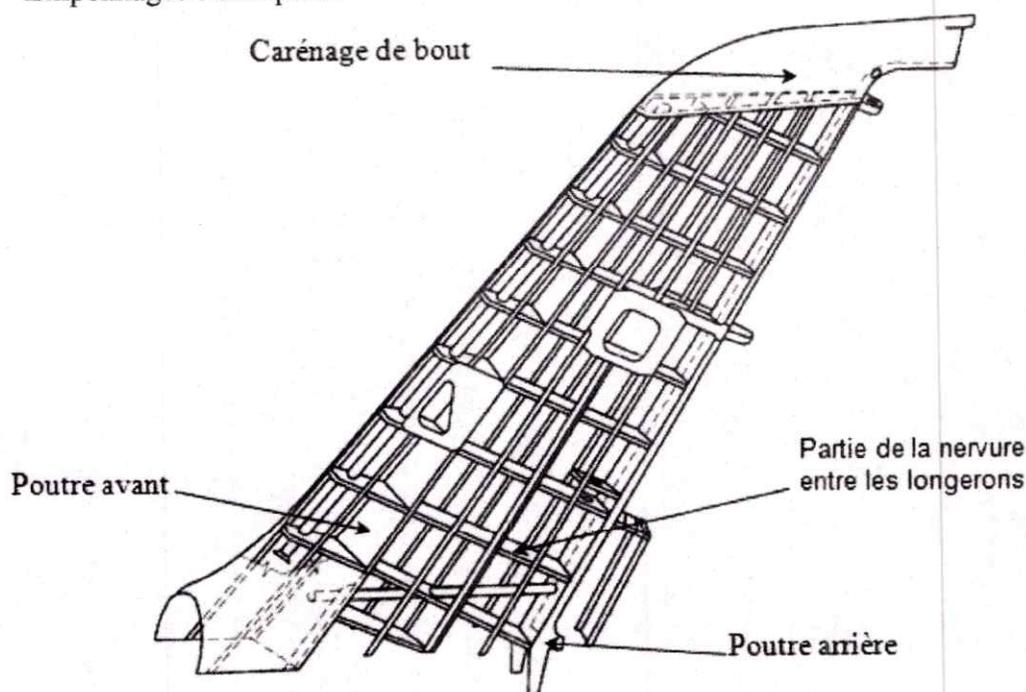


Figure 1.23 : Dérive.

Les éléments sont réalisés en alliages légers comme dans la voilure. Les structures généralement (multilongérons) sont reliées aux principaux du fuselage par des ferrures de fixation. Les gouvernes sont fixées sur les empennages par des ferrures d'articulation.

✦ Empennages nouvelle génération :

Les éléments sont réalisés en matériaux composites :

- la partie centrale formant le caisson constitué par les longerons avant et arrière, des nervures ou renforts et le revêtement, est fabriquée en structure monolithique.
- les parties avant (bord d'attaque) et arrière (bord de fuite) sont élaborées en structure sandwich.

✦ Gouvernes :

Sur la plus part des avions actuels, toutes les surfaces mobiles et notamment les gouvernes sont réalisées en matériaux composites, structure sandwich de type « monolongeron ».

I.3.5. Train d'atterrissage :

Le train d'atterrissage est destiné à permettre les manoeuvres au sol (roulage) et à assurer le décollage et l'atterrissage.

Une fois en vol, le train d'atterrissage constitue une gêne car il augmente la traînée de l'appareil (résistance dans l'air). Sur les avions rapides le train peut s'escamoter dans le fuselage ou dans les ailes. On parle de train rentrant. Dans le cas contraire, il est qualifié de fixe.

I.3.5.1. Les différents types de trains d'atterrissage:

✦ Les trains classiques :

Ils sont constitués de deux jambes principales et d'une roulette de queue. Lorsqu'il est au sol l'avion est incliné en arrière.

Les avions possédant ce type d'atterrisseurs sont plus difficiles à poser.

✦ Les trains tricycles :

Ils sont constitués de deux jambes de train principales et d'une roulette de nez.

Ce type de train est très courant. Aussi bien pour les petits que les gros avions. Lorsqu'il est au sol, l'avion est à l'horizontale. Cela facilite nettement les manoeuvres car la visibilité vers l'avant est dégagée.

Pour certaines applications particulières, le train d'atterrissage peut être muni de flotteurs ou de skis [4].

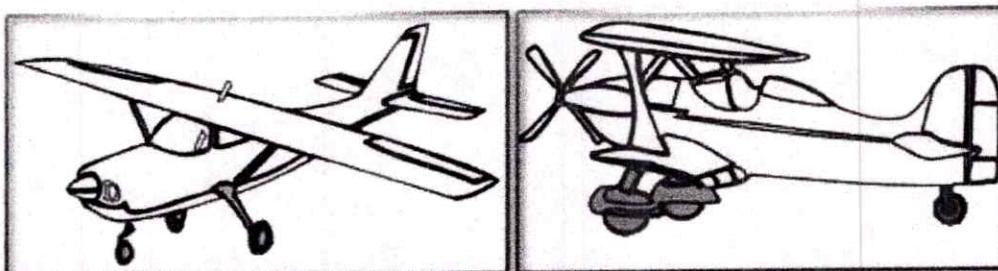


Figure 1.24 : Les principaux trains d'atterrissage.

I.3.5.2. Constitution d'un atterrisseur :

D'une manière générale, un train d'atterrissage est constitué d'un train auxiliaire (roulette de queue pour les modèles classiques ou train avant pour les modèles tricycles) et d'un train principal (gauche et droit).

L'empattement est la distance entre le train principal et le train auxiliaire.

La voie est la distance entre les deux jambes du train principal.

Lorsque le train ne possède qu'une seule roue, on parle de train simple; s'il en comprend 2, on parle de diabolos et s'il en comprend 4 ou 6 on parle de boggie [2].

I. 4. Commandes et instruments :

I. 4.1. Commandes :

L'orientation d'un avion est régie par trois dispositifs de contrôle, qui déterminent chacun le mouvement de l'appareil autour d'un axe différent. Ces trois dispositifs sont la gouverne de profondeur, la gouverne de direction et les parties mobiles du bord de fuite de l'aile, qui sont les ailerons ou gouvernes latérales. Le pilote peut actionner ces trois gouvernes depuis le poste de pilotage (cockpit) au moyen de deux commandes : le manche qui agit sur les ailerons et la gouverne de profondeur, et le palonnier qui agit sur la gouverne de direction. Une modification de chacune de ces surfaces crée une force aérodynamique et un moment résultant qui feront incliner l'avion sur l'un de ses trois axes : tangage, roulis ou lacet.

La gouverne de profondeur agit sur le mouvement de tangage autour de l'axe transversal. Ainsi, un déplacement du manche vers l'arrière élève la gouverne de profondeur, ce qui

provoque un cabrage de l'avion (soulèvement de son nez). En revanche, une poussée du manche vers l'avant produit l'effet inverse, faisant piquer l'appareil.

Les ailerons, habituellement placés sur la partie la plus éloignée de l'aile, contrôlent le mouvement de roulis autour de l'axe longitudinal. Par exemple, un mouvement du manche vers la droite soulève l'aileron droit et abaisse le gauche, ce qui provoque une dissymétrie de la portance et par conséquent l'inclinaison de l'avion sur la droite.

La gouverne de direction assure le mouvement de rotation autour de l'axe vertical ou axe de lacet. En enfonçant la pédale droite du palonnier, le pilote fait pivoter l'avion vers la droite autour de cet axe et inversement.

Un certain nombre de commandes secondaires ont été conçues pour assurer une manipulation plus facile et plus sûre du contrôle de l'appareil. Ces commandes permettent d'actionner les becs, les volets et les spoilers qui sont des volets destinés à détruire la portance et à freiner l'avion lors de l'atterrissage [1].

I. 4.2. Instruments :

Les informations nécessaires au bon déroulement du vol sont fournies par divers types d'appareils, qui peuvent être répartis en quatre grandes catégories : les instruments de contrôle des moteurs, les instruments de vol, les instruments d'aide à l'atterrissage et les instruments d'aide à la navigation. Les instruments de contrôle des moteurs comprennent les tachymètres, qui affichent le nombre de tours par minute de chaque moteur, plusieurs indicateurs de température et de pression. Les instruments de vol renseignent le pilote sur la vitesse de l'appareil, sur la direction grâce au compas magnétique et au gyrocompas, et sur son altitude à l'aide de l'altimètre. Plusieurs de ces instruments de vol, en particulier le pilote automatique, utilisent le principe du gyroscope.

Les instruments d'aide à l'atterrissage, nécessaires en cas de mauvaise visibilité, sont de deux types. Certains fournissent directement au pilote des signaux lui permettant d'atterrir en toute sécurité, d'autres consistent en des équipements radar au sol, qui le guident en lui communiquant des informations par radio [1].

I. 5. Le système propulsif :

Le système propulsif est le dispositif permettant à l'avion d'acquérir sa vitesse et de vaincre la traînée aérodynamique [5].

I. 5.1. L'hélice :

D'une symétrie parfaite, appareil de propulsion (quand elle est en position avant), de traction (quand elle est en position arrière), l'hélice peut être à 2, 3, 4 ou 5 pales (au-delà, des phénomènes complexes nuisent à son utilisation); ces pales sont en bois pour les petits avions, métallique ou, maintenant, en matériaux composites, plus léger, diminuant les vibrations et le bruit. En rotation continue, l'hélice provoque un mouvement d'avancement au sein de l'air (ou de l'eau) à la manière d'une vis dans un écrou. Lorsque l'hélice est placée dans un carénage, on peut alors en

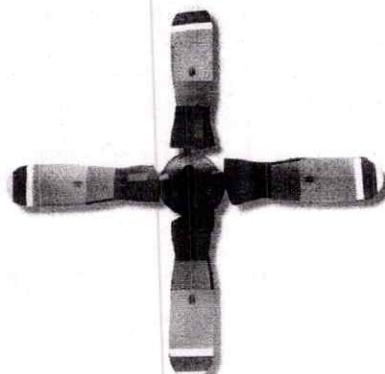


Figure 1.25 : Hélice à 4 pales.

diminuer la taille, le bruit provoqué tout en augmentant le rendement. L'hélice, d'une façon générale est d'un excellent rendement [5].

I. 5.2. Les turbomachines :

On trouve dans cette catégorie les turboréacteurs, les turbopropulseurs et les turbomoteurs.

I. 5.2.1. Le turboréacteur :

Les gaz éjectés servent à faire tourner une turbine qui n'entraîne que le compresseur, ils ne sont donc que peu ralentis.

Une poussée apparaît :

Poussée = vitesse des gaz x masse des gaz

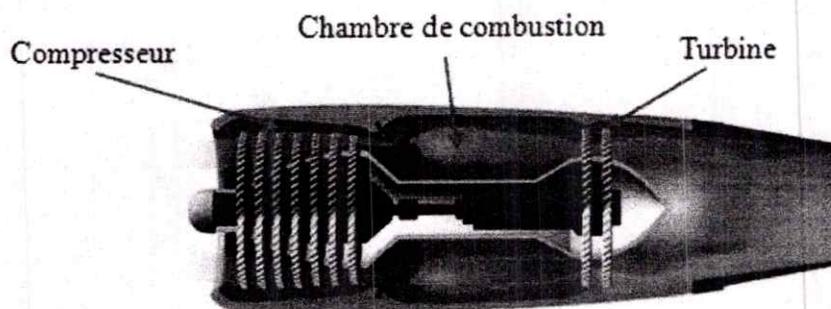


Figure 1.26 : Turboréacteur à simple flux.

Avec le réacteur double flux, on augmente la masse de gaz éjectés en créant une circulation d'air autour du réacteur.

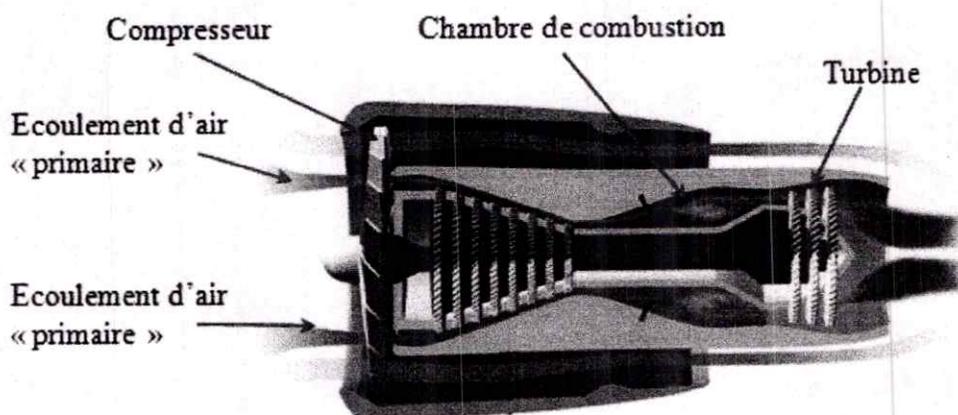


Figure 1.27 : Turboréacteur à double flux.

I. 5.2.2. Turbo propulseur :

Les gaz servent à faire tourner une turbine qui entraîne le compresseur et une l'hélice.

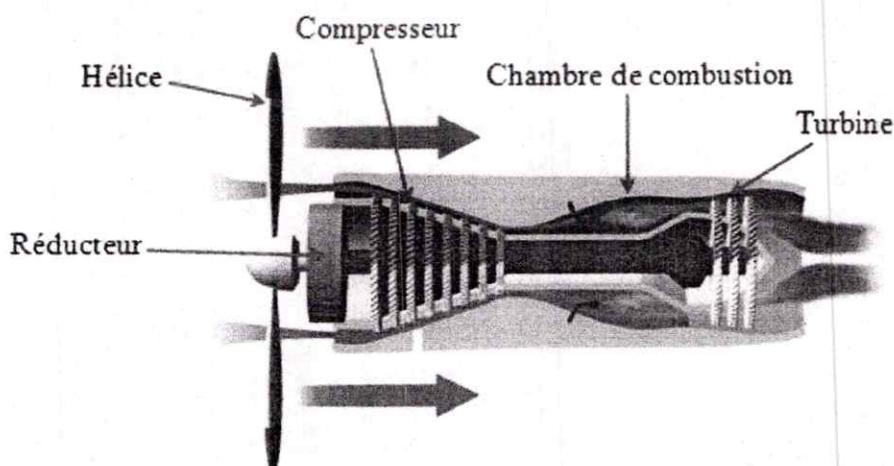


Figure 1.28 : Turbo propulseur.

I. 5.2.3. Statoréacteur :

C'est un réacteur qui ne peut fonctionner que quand la vitesse est suffisamment importante pour que l'air soit comprimé par son entrée dans le réacteur.

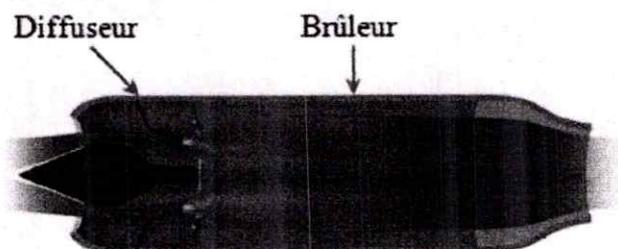


Figure 1.29 : Statoréacteur.

I. 6. Matériaux de construction aéronautique :

Cette section est consacrée aux performances qu'il est nécessaire d'avoir des masses de structures aussi réduites que possible. Selon la destination des pièces, ferrures, cadres, lisses, etc.

L'avion peut avoir une variété de formes et de tailles et les matériaux utilisés dépendent des besoins en performance et des budgets d'exécution. Cependant, l'avion peut être largement classé par catégorie dans quatre groupes [9] :

- 1- Avion léger : Les matériaux pour ces avions ont des conditions moins exigeantes et leur coût doit être minimum. Les matériaux typiques incluent l'acier et l'aluminium.
- 2- les avions affaires: Le coût du matériau est moins important pour ces avions et des matériaux de rendement plus élevé (tels que des composites en fibre de carbone) sont employés.
- 3- le transport civil: Les matériaux typiques utilisés sont l'aluminium et les composites.

- 4- l'avion militaire : Le décollage et les phases opérationnelles ont des besoins en matériaux exigeants. Ainsi que les performances des matérielle utilisées sont critiques et les budgets alloués sont importants. Les matériaux composites sont employés intensivement dans le fuselage.

L'allègement des véhicules est une composante essentielle de l'amélioration de l'efficacité énergétique des systèmes de transport, avec l'optimisation des moteurs, des trajectoires et des flux de véhicules.

Cet allègement sera obtenu en adoptant une approche structurée selon trois axes principaux :

- ✦ nouveaux matériaux : l'aluminium, les alliages d'aluminium ou de magnésium, le titane, les matériaux composites (voir Figure I.30) et autres polymères représentent des matériaux de choix du point de vue de l'allègement. En réaction, les aciers ont connu des avancées importantes. Celles-ci concernent d'une part leur utilisation sous forme de mousses ou de matériaux sandwich, et d'autre part la mise au point de nouvelles nuances à très haute résistance ;
- ✦ méthodes de conception innovantes : les outils de CAO et de simulation permettent de dimensionner les structures au plus juste, sans engager de coûts rédhibitoires. Ces techniques permettent notamment de diminuer les épaisseurs de matériaux aux endroits les moins critiques ;
- ✦ assemblage des matériaux : le collage ou le soudage par friction permettent des gains de masse par rapport aux techniques conventionnelles d'assemblage ;
- ✦ à plus long terme, des architectures de véhicules différentes de celles qui nous sont familières aujourd'hui peuvent être envisagées.

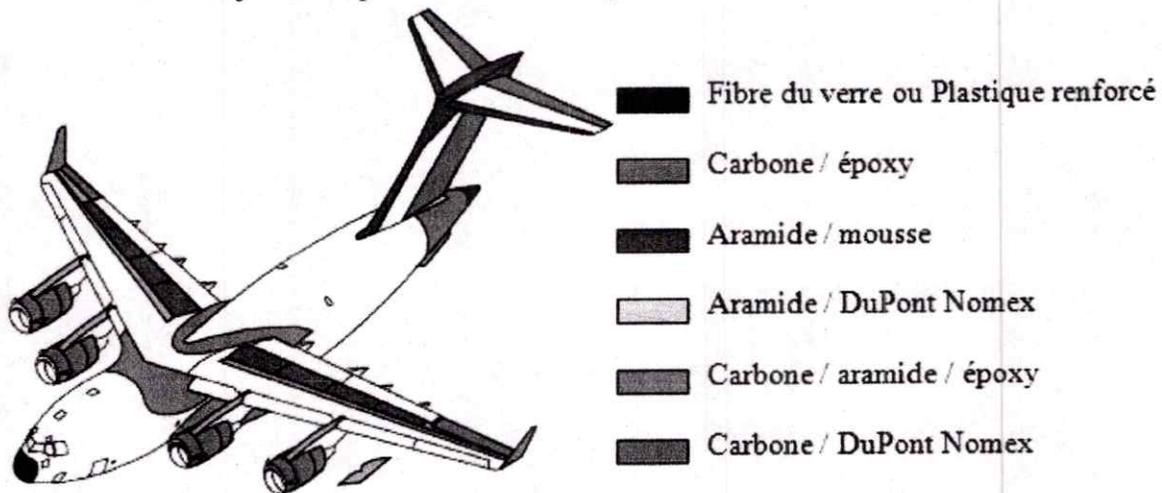


Figure I.30 : Utilisation des matériaux composites.

I.6.1. Choix des matériaux :

Les matériaux sont choisis à partir des critères suivants :

- ✦ Pièces massives (σ/ρ) maximum
- ✦ Flambage de poutre (raidisseurs) (\sqrt{E}/ρ) maximum
- ✦ Flambage de panneau $(\sqrt[3]{E}/\rho)$ maximum
- ✦ Tenue acoustique (E/ρ) maximum

Avec :

E : Module de Young du matériau/ σ : Contrainte à limite élastique, ou à rupture du matériau/ ρ : Masse volumique du matériau.

MATERIAUX	ρ (kg/m ³)	σ_R (MPa)	E (MPa)	σ_R/ρ (10 ³)	\sqrt{E}/ρ (10 ³)	$\sqrt[3]{E}/\rho$ (10 ³)	E/ ρ
Alliage de magnésium	1800	230	42000	128	114	19	23
Alliage de titane	4500	920	115000	204	75	11	25
Alliage d'aluminium	2800	400	72000	143	96	15	26
Aciers alliés	7800	1050 1800	205000	135 231	58	7,5	26
Fibres de Kevlar 49/résine époxy (unidirectionnel)	1370	1600*	85000	1168	213	32	62
Fibre de carbone HR/résine époxy (unidirectionnel)	1560	1400*	130000	897	231	32	83
Fibre de carbone HM/résine époxy (unidirectionnel)	1660	1100*	250000	663	301	38	150

Tableau I.1 : Tableau comparatif des principaux matériaux utilisés dans l'aéronautique.

Avec :

σ_R : Contrainte à rupture / HR : Haute résistance /HM : Haut module / * : Valeur en traction

MATERIAU	TRAITEMENT THERMIQUE		$\sigma_{0.2}$ (MPa)	σ_R (MPa)	E (MPa)	ρ (kg/m ³)	A%
AU4GI (2024) ¹	RECUIT	0	100	200	74000	2800	20
	TREMPE-MURI	T 4	300	460			18
AU4SG (2014) ¹	RECUIT	0	100	200	74000	2800	20
	TREMPE-MURI	T 4	280	420			18
	TREMPE-REVENU	T 6	430	490			12
AZ5G (7020)	TREMPE-REVENU	T 6	300	360	72500	2800	15
AZ5GU (7075) ²	RECUIT	0	120	230	72500	2800	18
	TREMPE-REVENU	T 6	500	580			10
AU2GN(2618)	TREMPE-REVENU	T 6	290	420	75000	2800	10
AU6MT (2219)	TREMPE- ECROUISSAGE- REVENU	T 8	350	440	70000	2800	10
Aluminium lithium 2091*	TREMPE- ECROUISSAGE- REVENU	T 8	410	490	78000	2600	13

Tableau I.2 : Les caractéristiques mécaniques des principaux alliages d'aluminium utilisés dans l'aérospatiale

1 : Duralumin / 2 : Zical / * : Ces alliages étant en développement, ces valeurs sont données à titre indicatif.

NUANCES (soudables)	TRAITEMENT THERMIQUE	$\sigma_{0.2}$ (MPa)	σ_R (MPa)	E (MPa)	ρ (kg/m ³)	A %
TA6V (forgés-tôles)	RECUIT	900	1000	115000	4500	12
	APRES-DURCISSEMENT	1050	1200			6
TA5E (carters-bridés)	RECUIT	800	900	115000	4500	15

Tableau I.3 : Les caractéristiques mécaniques des principaux alliages de titane.

	Unidirectionnel fibres/époxy Taux : 60% de fibres en volume			Fibres de bore Taux : 50 %	
	Verre	Kevlar	Carbone	Epoxy	Aluminium
$E_{x \text{ longt}}$ (MPa)	4500	85000	134000	21000	220000
$E_{y \text{ trans}}$ (MPa)	12000	56000	7000	12000	140000
G_{xy} (MPa)	4500	2100	4200	-	7500
ν_{xy} (MPa)	0.3	0.34	0.25	-	-
$\sigma_c \text{ longt}$ (MPa)	600	280	1130	2600	3000
$\sigma_t \text{ longt}$ (MPa)	1250	1410	1270	1400	1400
$\sigma_c \text{ trans}$ (MPa)	141	141	141	-	-
$\sigma_t \text{ trans}$ (MPa)	35	28	42	80	120
t_{xy} dans le plan (MPa)	63	45	63	-	-
t interlaminaire (MPa)	80	60	90	-	-
Masse volumique (kg/m ³)	2080	1350	1530	1950	2650

Tableau I.4 : Les caractéristiques de différents composites sous forme de pli unidirectionnel.

avec

σ_c : Contrainte de compression.

σ_t : Contrainte de traction.

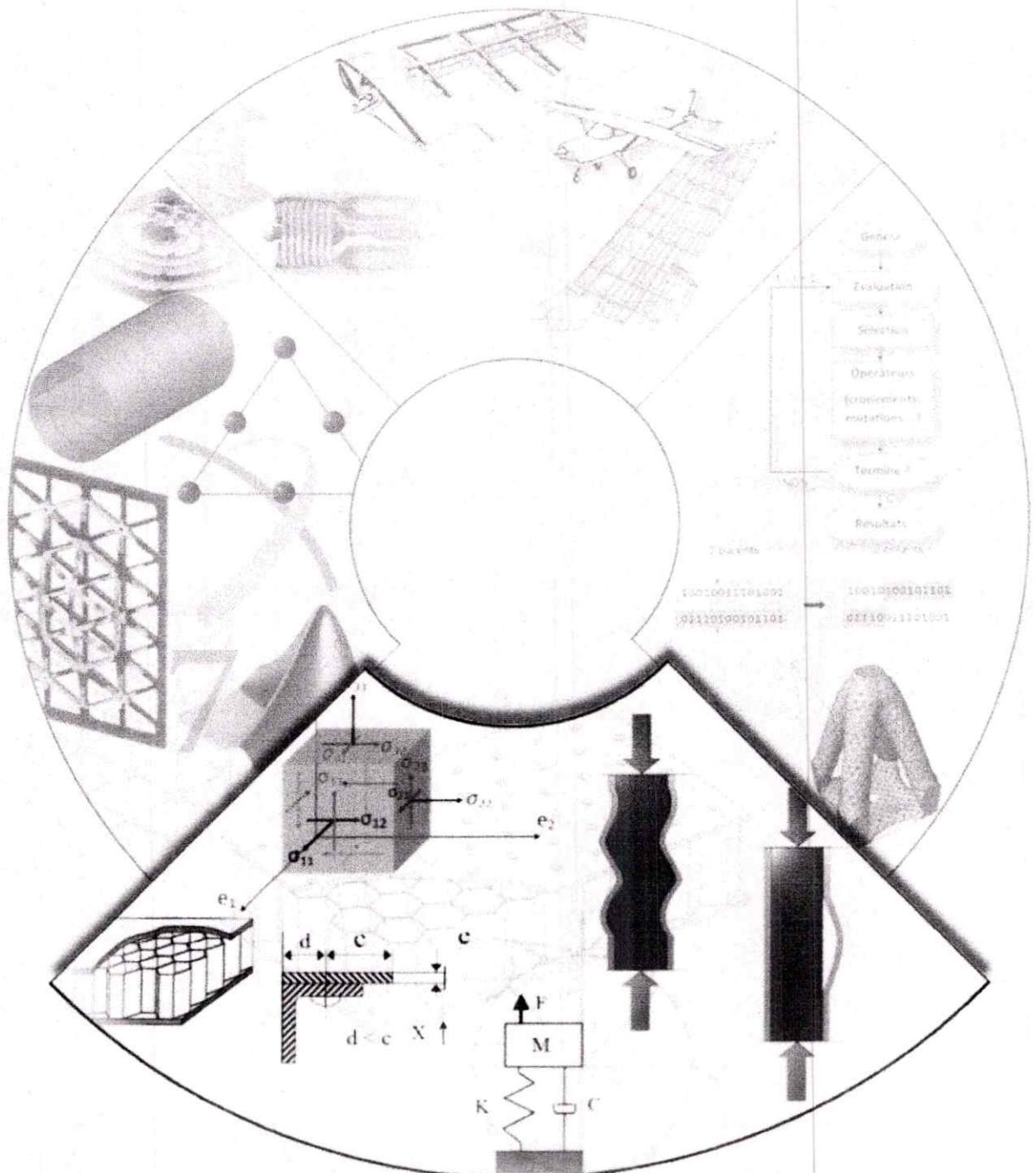
t : contrainte de cisaillement.

G : Module de Coulomb.

ν : Coefficient de Poisson.

Chapitre II

Modélisation mathématique des structures aéronautiques



II.1. Introduction

Le calcul des structures est un domaine de recherches et d'applications industrielles en perpétuel développement. Il s'agit de la modélisation et de la simulation numérique des comportements, en espace et en temps, des structures interagissant avec un environnement passif ou actif. Du fait de la croissance rapide des performances des ordinateurs, des problèmes autrefois inabordables sont maintenant étudiés : variabilité, problèmes multi-physiques, multi-échelles.

Au début d'un projet, il est nécessaire d'effectuer une analyse structurale préliminaire pour s'assurer rapidement de la faisabilité de la conception. Cette étape relève de l'Art de l'Ingénieur et son jugement technique représentera un élément important dans le choix d'une bonne ou d'une mauvaise orientation.

Cette première analyse fera en général appel à des outils simples, directement issus du domaine de la résistance des matériaux ou encore faisant appel aux conclusions d'études menées sur le comportement d'éléments simples de structure tels que les poutres, les plaques etc.

Après cette étape préliminaire, nous pourrons passer à des études approfondies qui feront appel à des outils sophistiqués tels que les modèles éléments finis pour réaliser des analyses structurales complètes. Ces deux étapes sont complémentaires.

Dans chacune des deux analyses, il faudra déterminer les contraintes critiques ou admissibles, en fonction des critères de ruine retenus pour la structure, et les comparer aux contraintes réelles dans le but de calculer les marges de sécurité .

II.2. Domaines à couvrir

En regardant la composition d'une structure d'un avion, nous pouvons remarquer les éléments de base qui la compose : barre, poutres, plaques (planes, rectangulaires, circulaires, annulaires), coques cylindriques ou coniques (lisses, raidies par lignes ou anneaux, ondulées), réservoirs...). Ces différents éléments et de leurs composants va guider les axes privilégiés que nous allons donner aux techniques de pré-dimensionnement rapide en recentrant les règles important à utiliser.

Les domaines à couvrir sont soit du type dimensionnement statique (en résistance ou en stabilité-flambage), soit du type dimensionnement dynamique.

II.2.1 Comportement statique linéaire

Les éléments les plus courants que nous rencontrons dans les structures aéronautiques sont caractérisés par le matériau utilisé (module d'Young E et coefficient de Poisson ν) et les paramètres de section : inertie I et section A pour les poutres, épaisseur h et coefficient de

raideur $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ pour les plaques. L'utilisation des règles de résistance des matériaux

nous permet d'obtenir facilement le comportement statique d'éléments simples [12].

Le matériau intact ou non doit bien sûr suivre une loi de comportement. Cette condition rhéologique constitutive relie la vitesse de contrainte $[\sigma_{ij}]$ à la vitesse du gradient de déformation $[\epsilon_{ij}]$. Les composantes de ces deux tenseurs étant écrites dans les axes (e_1, e_2, e_3) .

Le champ de contraintes en un point d'un solide est un tenseur de rang 2 symétrie donné par :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (\text{II.1})$$

Comme σ est symétrique, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ pour tout $i \neq j$.

Dans le cas des petites déformations on définit les équations suivantes :

$$\epsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \epsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}, \epsilon_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial x_3}, \epsilon_{12} = \epsilon_{21} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right), \quad (\text{II.2.a})$$

$$\epsilon_{31} = \epsilon_{13} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right), \epsilon_{23} = \epsilon_{32} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \quad (\text{II.2.b})$$

Avec $\epsilon_{11}, \dots, \epsilon_{33}$ sont les déformations, u_1, u_2, u_3 sont les déplacements.

Les équations de compatibilité sont données par:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \epsilon_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_{22}}{\partial x_1^2} &= 2 \frac{\partial^2 \epsilon_{22}}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 \epsilon_{22}}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_{33}}{\partial x_2^2} &= 2 \frac{\partial^2 \epsilon_{23}}{\partial x_2 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 \epsilon_{33}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_{11}}{\partial x_3^2} &= 2 \frac{\partial^2 \epsilon_{13}}{\partial x_1 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 \epsilon_{11}}{\partial x_2 \partial x_3} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left(-\frac{\partial \epsilon_{23}}{\partial x_1} + \frac{\partial \epsilon_{13}}{\partial x_2} + \frac{\partial \epsilon_{12}}{\partial x_3} \right) \\ \frac{\partial^2 \epsilon_{22}}{\partial x_1 \partial x_3} &= \frac{\partial}{\partial x_2} \left(-\frac{\partial \epsilon_{13}}{\partial x_2} + \frac{\partial \epsilon_{12}}{\partial x_3} + \frac{\partial \epsilon_{23}}{\partial x_1} \right) \\ \frac{\partial^2 \epsilon_{33}}{\partial x_1 \partial x_2} &= \frac{\partial}{\partial x_3} \left(-\frac{\partial \epsilon_{12}}{\partial x_3} + \frac{\partial \epsilon_{23}}{\partial x_1} + \frac{\partial \epsilon_{13}}{\partial x_2} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

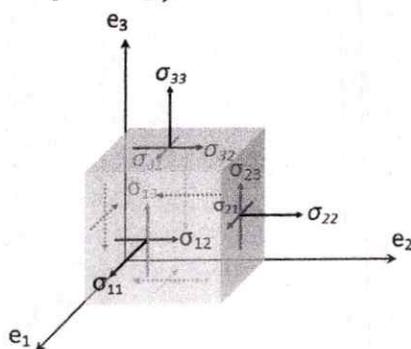


Figure II.1: Représentation des contraintes sur les faces d'un cube élémentaire.

II.2.2 Comportement dynamique

L'approche la plus simple pour appréhender le comportement dynamique d'une structure est celle du système masse-ressort amorti (figure II.2).

L'équation du mouvement s'écrit :

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \tag{II.4}$$

Avec M : masse, C : coefficient d'amortissement, K : constante de raideur.

ou dans le domaine fréquentiel, en prenant :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad \text{et} \quad \xi_1 = \frac{C}{2\sqrt{KM}}$$

$$X = \frac{F(\omega)}{K} * \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} + 2i\xi_1 \frac{\omega}{\omega_1}} \tag{II.5}$$

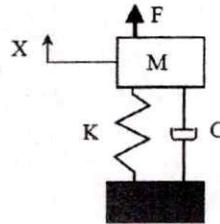


Figure II.2: Système masse-ressort amorti.

Le pic d'amplification se situe à la pulsation ω_1 (résonance) et a pour valeur $\frac{F(\omega)}{K} \cdot \frac{1}{2\xi_1}$

Le terme $\frac{1}{2\xi_1}$ est appelé facteur d'amplification et est en général noté Q. Il correspond à l'amplification que l'on aurait par rapport à la réponse statique. Il est ici directement lié à l'amortissement modal ξ_1 du système

Les structures plus complexes auront des réponses basées sur le même principe mais avec plusieurs « résonances ». Dans ce cas, les pics correspondent à l'influence de plusieurs modes et on ne pourra plus déduire directement les amortissements par mesure des surtensions [12].

II.2.3. Flambage

Le flambage correspond à une instabilité géométrique de la structure lorsqu'elle est soumise à une charge. La déformation liée à la charge introduit une rigidité géométrique K_d qui se combine à la raideur K d'origine. En statique, la nouvelle raideur du système est donnée par :

$$K - \lambda K_d \tag{II.6}$$

Qui peut admettre des instabilités pour certaines valeurs de λ : les modes de flambage. Ces valeurs multipliées par l'effort d'origine donnent les charges critiques de flambage. Pour les structures élancées (figure II.3), ces charges seront données par les formules d'Euler.

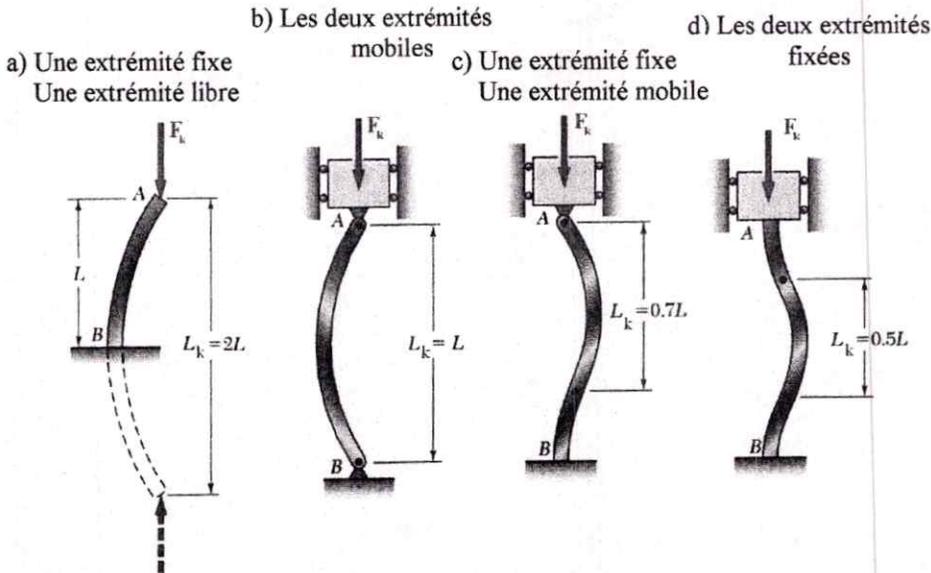


Figure II.3: Flambage des structures élancées.

$L_k = 2L$	$L_k = L$	$L_k = \frac{L}{\sqrt{2}}$	$L_k = 0.5L$	
$F_k = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$	$F_k = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$	$F_k = \frac{2\pi^2 EI}{L^2}$	$F_k = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$	(II.7)

Dans le cas de flambage des plaques travaillant en compression, cisaillement et sous charges combinées, la contrainte critique est de la forme :

$$\sigma_{cr}^* = \frac{\pi^2 K_c E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \tag{II.8}$$

avec :

E, ν : constantes élastiques du matériau

t : épaisseur de la plaque

b : dimension du plus petit côté de la plaque ou du côté chargé

K_c : coefficient qui dépend des conditions aux limites des côtes et du facteur de forme (a/b).

Un cas particulier d'une plaque rectangulaire simplement supportée sur deux côtés et chargée sur les deux autres comme montre la figure II.4

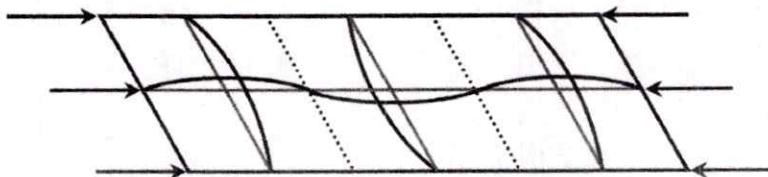


Figure II.4: Configuration de la plaque.

Le coefficient K_c pour cette configuration est donné par la figure II.5.

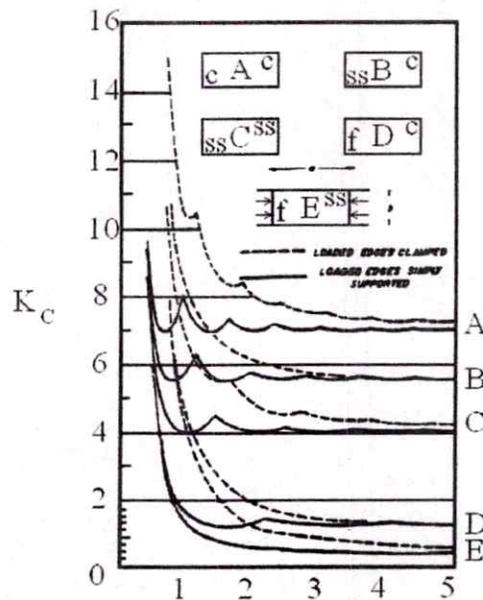


Figure II.5 : Coefficient de flambage dans le cas de compression d'une plaque rectangulaire

II.3. Modélisation des structures isogrid

II.3.1 Introduction

Isogrid emploie un réseau de forme triangulaire équilatéral et creux pour augmenter la rigidité par poids d'une structure (voir figure II.6). Le modèle peut être fabriqué en usinant un panneau métallique, ou il peut être construit en utilisant les matériaux composites.

Le concept a commencé au début des années 60 en utilisant des structures en métal, et le développement continue aujourd'hui, et la recherche se concentrant principalement sur des applications de matériaux composites.

Les nervures grilles de la structure d'isogrid sont analysées par la théorie d'homogénéisation, par la moyenne, ou par la prise des valeurs moyennes des propriétés de la grille de sorte que le maillage soit considéré comme une feuille de matériau continue pleine avec les propriétés élastiques appropriées.

Il est montré que si on suppose un état uni axial de contrainte dans les barres, les constantes élastiques de la technique d'homogénéisation sont identiques à ceux d'un matériel isotrope dans la contrainte plane.

Quand des nervures et la peau sont combinées, la construction composée est traitée comme matériel isotrope composé de couches, avec des constantes élastiques appropriées pour chaque couche, à savoir, nervure-grille et peau.

L'élément clef de l'analyse est la déformation dans la construction. Les déformations internes dans la construction de composite sont déterminées par les résultantes et les couples de contrainte dans la construction de composite. Ces relations possèdent un caractère isotopique. A partir des déformations de composite, les efforts dans les éléments des différentes couches peuvent être déterminés. Pour les barres, ceux-ci dépendent de l'orientation de barre. Pour la peau, ils dépendent de l'orientation de la normale du plan sur lequel on assume que les efforts agissent [9].

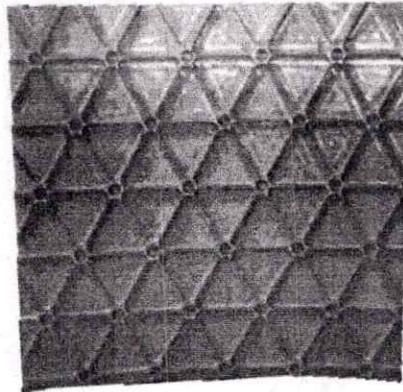


Fig. II. 6: structures isogrid

II.3.2 La loi de Hooke pour la structure isogrid

Le modèle de nervure d'isogrid se compose d'un réseau des triangles équilatéral (de 60 degrés). Les relations de la loi du Hooke sont développées en isolant un élément du maillage et en supposant que les différentes barres sont dans un état de contrainte uni axial.

La loi de la transformation de déformation est donnée par:

$$e_i = e_x \cos^2 \theta_i + \gamma_{xy} \sin \theta_i \cos \theta_i + e_y \sin^2 \theta_i \tag{II.9}$$

On obtient la relation entre les déformations uni axiales de la barre, e_i , et le x, y les coordonnées de la grille de déformations e_x, e_y et γ_{xy} .

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{3} & 3 \\ 1 & -\sqrt{3} & 3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_x \\ \gamma_{xy} \\ e_y \end{pmatrix} \tag{II.10}$$

Les paramètres définissant la géométrie d'isogrid sont montrés dans le tableau II.1 ainsi dans la figure II.7.

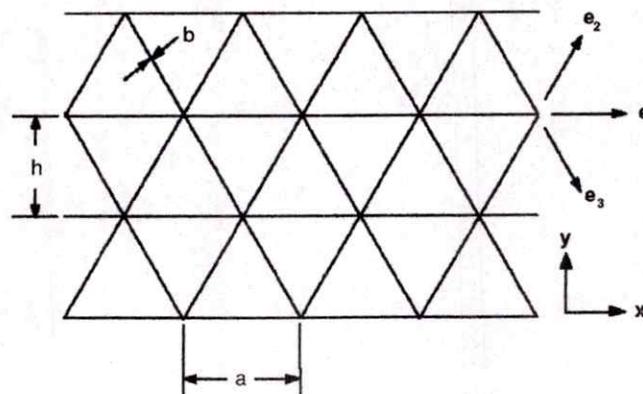


Fig. II. 7: géométrie d'isogrid

Nous expliquons d'abord la théorie et les hypothèses d'isogrid pour présenter la méthode employée pour l'analyse préliminaire. Nous commençons en examinant un élément de la structure et on supposant qu'il est dans un état d'effort uni axial. On assume que seulement un des principaux efforts dans chaque membre est de non nulle, donc, la barre uni axiale tend, e_1 , e_2 , et e_3 , sont définis comme contraintes longitudinales des déformations dans les trois directions correspondantes. L'application de la loi de transformation de contrainte rapporte le rapport suivant entre les contraintes uni axiales de barre et les contraintes de coordonnée de grille:

Paramètres	Définition
t	L'épaisseur de la peau
b	La largeur de l'élément du triangle
h	La hauteur du triangle
a	Distance entre les centres de nœuds
d	La profondeur de l'élément
\bar{E}	Module de Young équivalent

Tableau II.1: Paramètres définissant la géométrie d'isogrid.

$$\begin{pmatrix} e_x \\ \gamma_{xy} \\ e_y \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2\sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} \tag{II.11}$$

Les contraintes dans la barre uni axiale par unité d'épaisseur P_i , sont définies en rappelant la forme généralisée de la loi de Hooke comme suit:

$$P_i = bEe_i \tag{II.12}$$

Nous cherchons maintenant à développer la loi de Hooke pour la membrane entière. Pour une première approximation, les changements de la courbure et les contraintes en flexion correspondantes sont négligés. On assume qu'également le coefficient de Poisson est de 1/3. Les résultantes d'effort de membrane, N_x , N_{xy} , et N_y , peuvent déterminer soit en utilisant la solution des contraintes plane (Sous l'hypothèse des contraintes planes) ou on emploie les états d'équilibre. Les rapports entre les résultantes d'effort et les contraintes de grille sont comme suit:

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_{xy} \\ N_y \end{pmatrix} = K \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_x \\ \gamma_{xy} \\ e_y \end{pmatrix} \tag{II.13}$$

avec K la rigidité extensionnelle, est donné par l'expression suivante :

$$K = \frac{9}{8} Et(1 + \alpha) \tag{II.14}$$

Le paramètre adimensionnel α est calculé en utilisant le rapport suivant :

$$\alpha = \frac{bd}{th} \tag{II.15}$$

La solution de l'équation (II.18) pour la déformation de la grille exprimée en fonction de la contrainte est donnée par :

$$\begin{pmatrix} e_x \\ e_y \end{pmatrix} = \frac{1}{E.t.(1+\alpha)} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \end{pmatrix} \tag{II.16}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{8}{3} \frac{N_{xy}}{E.t.(1+\alpha)} \tag{II.17}$$

Nous cherchons maintenant les équations de la contrainte de peau en utilisant les relations dérivées en employant la loi de Hooke et substituer dans les équations ci-dessus. La forme généralisée de la loi de Hooke pour des problèmes planaires de l'analyse des contraintes est donnée par l'équation suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \end{pmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \end{pmatrix} \tag{II.18}$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} \tag{II.19}$$

Les contraintes de peau sont déterminées en substituant les équations (II.16) et (II.17) dans les équations (II.18) et (II.19):

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \sigma_y \end{pmatrix} = \frac{1}{t(1+\alpha)} \begin{pmatrix} N_x \\ N_{xy} \\ N_y \end{pmatrix} \tag{II.20}$$

Nous déterminant maintenant les équations de contraintes de nervure en utilisant les dérivations ci-dessus. Les efforts de nervure sont les efforts normaux calculés le long des trois directions de nervure. Par conséquent, les contraintes de nervure sont trouvés des équations (II.11) et (II.12) comme :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{P_1}{b} = Ee_x \\ \sigma_2 &= \frac{P_2}{b} = \frac{E}{4} (e_x + \sqrt{3}\gamma_{xy} + 3e_y) \\ \sigma_3 &= \frac{P_3}{b} = \frac{E}{4} (e_x - \sqrt{3}\gamma_{xy} + 3e_y) \end{aligned} \tag{II.21}$$

Nous formulons les équations de contraintes de nervure par la substitution des équations (II.16) et (II.17) dans l'équation (II.22) et on obtient :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{1}{3t(1+\alpha)} (3N_x - N_y) \\ \sigma_2 &= \frac{2}{3t(1+\alpha)} (N_y + \sqrt{3}N_{xy}) \\ \sigma_3 &= \frac{2}{3t(1+\alpha)} (N_y - \sqrt{3}N_{xy}) \end{aligned} \tag{II.22}$$

Nous choisissons l'épaisseur de la peau, t égale à zéro pour simplifier l'analyse et pour créer un cas défavorable de condition de charge. Nous substituons l'équation (II.15) dans l'équation (II.22) et établissons l'état zéro d'épaisseur de peau et on obtient :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{h}{3bd} (3N_x - N_y) \\ \sigma_2 &= \frac{2h}{3bd} (N_y + \sqrt{3}N_{xy}) \\ \sigma_3 &= \frac{2h}{3bd} (N_y - \sqrt{3}N_{xy}) \end{aligned} \tag{II.23}$$

En raison de la nature isotrope de l'isogrid il est possible de relier les paramètres de rigidité d'extensionnelle et les équations de déformation de nervure à une plaque monocoque. Dans ce cas-ci, l'isogrid ouvert est modélisé comme étant une plaque pleine d'épaisseur égale et de rigidité réduite. Nous modélisons la rigidité réduite en employant un module de Young équivalent, E , qui est basé sur la réduction de la rigidité due à la géométrie de grille. Cette formulation réduit à ce qui suit :

$$\bar{E} = E \frac{b}{h} \tag{II.24}$$

avec E est le module de Young du matériel d'isogrid. Ainsi, il est possible de créer une plaque monocoque qui représente le panneau équivalent d'isogrid.

Dans le cas du comportement en cisaillement d'un isogrid avec des âmes ouvertes, la méthode d'optimisation suppose que l'instabilité et dans le plan du flambage Euler des nervures sont également probable, voir la (figure II.8). Dans ces suppositions le poids, l'épaisseur de la plaque, le d , et le rapport, $\beta = \frac{a}{b}$ = largeur/grille de espacement de la nervure, sont déterminés.

Considérer une plaque rectangulaire de longueur f , de largeur C et de l'épaisseur d .

En l'instabilité général pour le flambage brute de plaque l'épaisseur d est donnée par :

$$d = 0.943 \left[\frac{N_{xy} K_c^{1/2}}{E.C K_s^{3/2}} \right]^{1/4} . C \tag{II.25}$$

avec :

k_s est le coefficient de flambage de la plaque qui dépend de c/f et des conditions aux limites.
 k_c est le type de configuration de la colonne dans la plan du flambage.
 E : module de young.

Le rapport β est déterminée par :

$$\beta = \frac{d}{C} \sqrt{1.34 \cdot \frac{K_s}{K_c}} \tag{II.26}$$

Une fois C est donné, on déterminera tous les paramètres de la géométrie d'isogrid.

L'épaisseur équivalente de poids \bar{t} , est donnée par :

$$\bar{t} = 2\sqrt{3}\beta d \tag{II.27}$$

Les poids relatifs sont,

$$\gamma = \frac{\bar{t}}{\sqrt[3]{\frac{N_{xy} C^2}{0.924 K_s E}}} \tag{II.28}$$

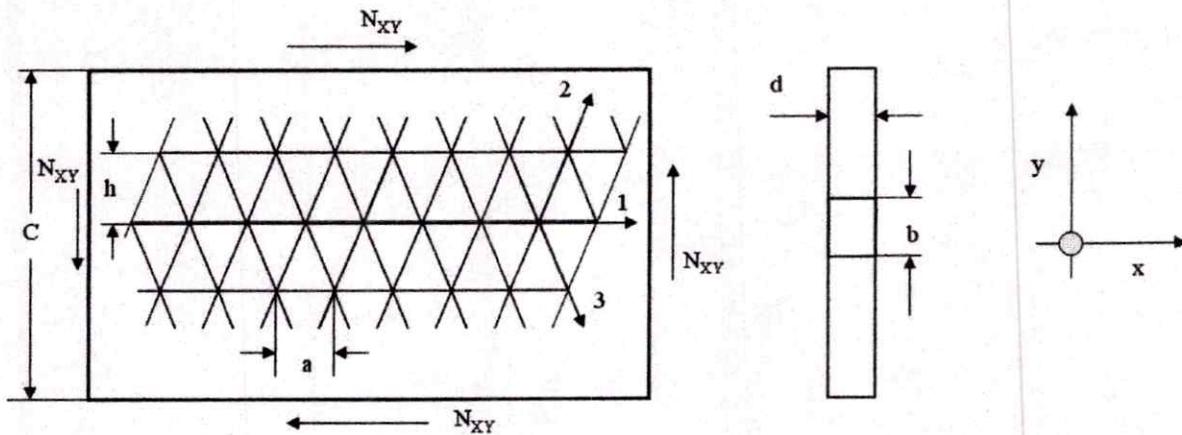


Figure II.8: Plaque en Cisaillement

II.4. Modélisation d'une structure à matériau composite

II.4.1 Introduction

Classiquement, les matériaux composites sont définis comme la constitution de l'assemblage de deux matériaux de nature différente, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément .

D'une manière générale on distingue deux phases : une phase continue appelée la matrice et une phase discontinue appelée le renfort ou matériau renforçant.

L'étude du comportement mécanique d'un matériau composite passe généralement par l'utilisation du concept d'homogénéisation. Ce concept permet de contourner les problèmes liés aux hétérogénéités. L'hypothèse essentielle est celle de la continuité. On idéalise la constitution réelle du matériau en le considérant continu. Les propriétés ponctuelles du matériau varient de manières discontinues aux interfaces de passage entre les diverses phases, en supposant, comme explicité auparavant chaque phase homogène et isotrope. Dans le cas de matériaux composites où l'une des deux phases est dispersée dans l'autre, il existe souvent une dimension caractéristique de l'hétérogénéité qui, dans le cas des composites à fibres, est la distance moyenne entre les fibres. Il existe aussi une échelle de dimension δh à partir de laquelle les propriétés du matériau peuvent être estimées sous forme de moyennes avec une bonne approximation. Cela revient à considérer que la mesure d'une propriété sur un échantillon de cette dimension δh est indépendante de la localisation spatiale de ce dernier dans le matériau. On parle alors d'homogénéité macroscopique ou d'homogénéité statistique. Le volume de dimension δh est nommé volume élémentaire représentatif (V.E.R) du matériau. La définition de la contrainte moyenne et de la déformation moyenne sur le V.E.R nous donne la possibilité d'expliciter les constantes de rigidité et de souplesse. La difficulté majeure réside dans le fait qu'il faut trouver au préalable les solutions exactes des champs de contraintes et de déformations en chaque point du matériau hétérogène.

L'homogénéisation peut s'effectuer sous différentes formes que sont les méthodes empiriques, analytiques, numériques, statistiques ou une combinaison de ces dernières appliquées aux théories d'élasticité, de viscoélasticité, de plasticité, de la rupture ou autres. Les études scientifiques, sur les matériaux composites à renforts fibreux cellulosiques ou autres, couvrent toutes ces approches qui sont plus ou moins complexes.

II.4.2 Loi de Hooke généralisée

Dans le cas des problèmes élastiques linéaires, la relation entre contraintes et déformation peut être caractérisée par:

$$\sigma(M) = C(M)\epsilon(M) \tag{II.29}$$

Avec $\sigma(M)$: champ de contraintes au point M d'un solide

Soit :

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix}_R = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{31} & C_{41} & C_{51} & C_{61} \\ C_{12} & C_{22} & C_{32} & C_{42} & C_{52} & C_{62} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{43} & C_{53} & C_{63} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{54} & C_{64} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{65} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{pmatrix}_R \tag{II.30}$$

Ou bien

$$\varepsilon(M) = S(M)\sigma(M) \tag{II.31}$$

soit :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix}_R = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{21} & S_{31} & S_{41} & S_{51} & S_{61} \\ S_{12} & S_{22} & S_{32} & S_{42} & S_{52} & S_{62} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{43} & S_{53} & S_{63} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{54} & S_{64} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} & S_{65} \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & S_{46} & S_{56} & S_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix}_R \tag{II.32}$$

C est la matrice de rigidité ; S la matrice de souplesse. C et S sont des matrices symétriques : Il y a donc 21 constantes de rigidité C_{ij} ou constantes de souplesse S_{ij} . Ces relations sont exprimées dans le repère R de vecteurs de base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)_R$.

On peut exprimer les matrices de rigidité ou de souplesse de différentes manières selon la base choisie.

Dans le cas d'un matériau orthotrope la loi de Hooke se résume à l'expression suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix}_{R_{ortho}} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}_{R_{ortho}} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix}_R \tag{II.33}$$

avec : R_{ortho} : repère d'orthotropie

les matrices de souplesse et de rigidité dans ce cas deviennent alors :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix}_{R_{ortho}} = \begin{pmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_1 & -\nu_{13}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{12}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{23}/E_1 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{pmatrix}_{R_{ortho}} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix}_{R_{ortho}} \tag{II.34}$$

Les constantes de rigidité sont déduites en inversant la matrice de souplesse :

$$C_{11} = \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta}, \quad C_{22} = \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_2 \Delta}, \quad C_{33} = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta}, \quad C_{12} = \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{E_2 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_2 \Delta},$$

$$C_{13} = \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{E_1 E_2 \Delta}, \quad C_{23} = \frac{\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{E_1 E_2 \Delta}, \quad C_{44} = C_{23}, \quad C_{55} = C_{13},$$

$$C_{66} = C_{12},$$

avec $\Delta = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_2 E_3}$

Dans le cas d'un matériau unidirectionnel est orthotrope, la matrice de rigidité s'écrit :

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{22} - C_{23}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}_{R_{ortho}} \quad (II.35)$$

De même pour un matériau isotrope :

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} \end{pmatrix}_{R_{ortho}} \quad (II.36)$$

avec :

$$C_{11} = \frac{E(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad C_{12} = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad \frac{C_{11} - C_{12}}{2} = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

II.4.3 Modélisation d'une structure à matériau composite en nid d'abeille

II.4.3.1 Introduction

Dans le cas des matériaux sandwichs sont composés de deux semelles (ou peaux) de grande rigidité et de faible épaisseur enveloppant une âme (ou cœur) de forte épaisseur et faible résistance. L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une grande légèreté en flexion et c'est un excellent isolant thermique [10].

Des constructions en nid d'abeille sont comparables à ceux de structures métalliques de type IPN. Les peaux des panneaux sandwich correspondent aux brides, qui prennent la charge de flexion (traction et pression). Le noyau de nid d'abeille correspond à la traverse, qui absorbe comme une âme les efforts et évite quasiment la flexion des couches comme montre la figure II.9.

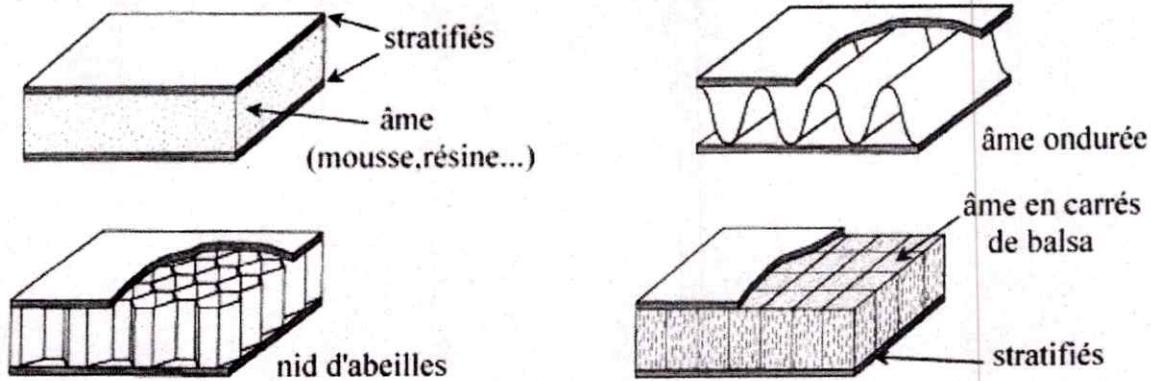


Figure II.9: Types de structures sandwichs le plus utilisées.

Une construction basée sur une structure sandwich en matériaux composites de haute technologie permet d'avoir une coque avec un rapport poids/volume optimal pour une efficacité maximum [10].

II.4.3.2 Plaque sandwich NIDA

Cette définition est naturelle pour les plaques composées de matériau monolithique, pour les plaques sandwich NIDA (ou autres), il faut avoir recours à des équivalences pour pouvoir en étudier simplement le comportement.

Ces équivalences sont déterminées en identifiant les comportements en membrane et en flexion, comme indiqué dans le tableau II.2.

	Plaque sandwich NIDA	Plaque isotrope équivalente
Rigidité en membrane	$\frac{2Et}{1 - \nu^2}$	$\frac{E_{eq} t_{eq}}{1 - \nu^2}$
Rigidité en flexion	$\frac{Eth^2}{2(1 - \nu^2)}$	$\frac{E_{eq} t_{eq}^3}{12(1 - \nu^2)}$

Tableau II. 2 : équivalence des matériaux sandwich NIDA

D'où

$$t_{eq} = (3h^2)^{\frac{1}{2}} \quad (II.37)$$

$$E_{eq} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{t}{h} \cdot E \quad (II.38)$$

Les contraintes de flexion réelles s'obtiennent en écrivant l'équivalence des moments de flexion entre les deux représentations et soit :

$$\sigma = \frac{h}{2t} \sigma_{eq} \quad (II.39)$$

La rigidité en flexion est essentiellement assurée par les semelles, le remplissage assurant la rigidité en cisaillement. (Désignation anglo-saxonnes : semelles (facing), remplissage (core), nid d'abeilles (honeycomb), foam (mousse)).

La rigidité en flexion s'exprime par :

$$\bar{D} = \frac{E e_1 e_2 h^2}{(1-\nu^2)(e_1 + e_2)} \quad (II.40)$$

Avec:

- e_1, e_2 épaisseur des semelles
- E Module d'Young des semelles
- h distance entre semelles
- ν Coefficient de Poisson des semelles

La rigidité en traction est donnée par :

$$\bar{E} = \frac{E}{(1-\nu^2)} (e_1 + e_2) \quad (II.41)$$

La rigidité en cisaillement sera :

$$\bar{G} = G_{xz} \frac{h^2}{h - \frac{e_1 + e_2}{2}} \quad (II.42)$$

avec G_{xz} module de cisaillement du remplissage.

La rigidité de cisaillement d'un nid d'abeilles dépend de la surface et de l'épaisseur de chaque alvéole ainsi que du sens long ou travers (la rigidité en cisaillement est environ deux fois plus grande dans le sens du ruban). Pour un nid d'abeilles hexagonal la théorie des cloisons minces conduit à prendre pour un cisaillement dans le sens le plus favorable :

$$G_c = 1.5 \frac{e}{d} G \quad (II.43)$$

G étant le module de cisaillement du matériau massif et G_c le module de cisaillement du nid d'abeilles.

Pour un matériau homogène expansé (Klégécél, (sorte de mousse) par exemple) G_c sera égal au module de cisaillement du matériau.
 Le module de Young E_c sera rapporté à la section totale du nid d'abeille, dans le rapport des densités (nid d'abeilles/matériau massif).

II.4.3.3 Instabilités particulières aux sandwichs NIDA

Les plaques sandwich sont susceptibles de rencontrer trois types d'instabilités locales (voir figure II.10) :

- le flambage «intra-cellulaire», où les peaux cloquent à l'intérieur des cellules du NIDA
- le plissage des peaux où l'instabilité couvre plusieurs cellules du NIDA, avec comportement symétrique de peaux ou anti-symétrique.
- L'ondulation liée au cisaillement.

Donc les structures sandwich doivent être vérifiées en flambage général et en instabilité locale.

C'est en généralement par ce dernier mode de rupture que périt ce type de structure.

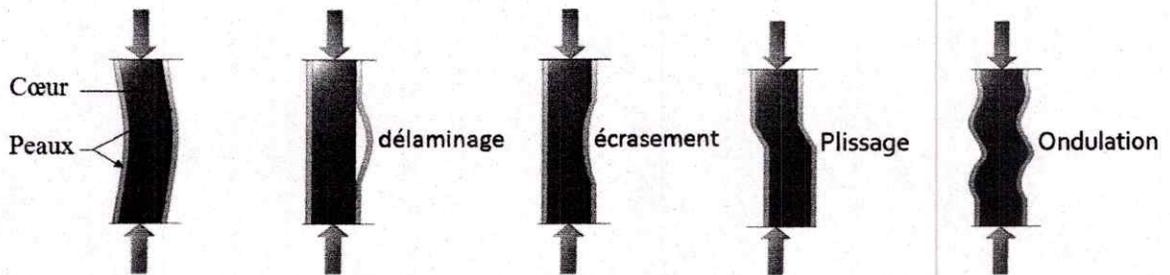


Figure II.10: Principaux modes de rupture des coques sandwich.

II.5 Modélisation des Structures à raidissage

Pour résoudre les problèmes liés à des parois épaisses, les nervures sont un moyen efficace d'augmenter la rigidité. De plus, elles permettent de réduire l'épaisseur de paroi. Etant donné que l'emploi de nervures est très fréquemment adopté pour améliorer la rigidité structurelle et réduire le poids ainsi que le coût des pièces .

II.5.1 Résistance après flambage des panneaux raidis en tôle mince largeur équivalente

Jusqu'à la contrainte critique σ_c du panneau la contrainte de compression est la même en tout points. Puis, au dessus de cette contrainte critique, on s'aperçoit que la tôle continue en son milieu à supporter σ_c mais qu'elle se décharge sur les raidisseurs. Les raidisseurs et la tôle ayant le même raccourcissement ils ont également la même contrainte σ_c . En intégrant σ de m à n , soit de $-b/2$ à $b/2$, la force F aura pour valeur :

$$F = 2e \int_0^{\sigma_r} x d\sigma + S_r \sigma_r = 2e \sigma_r c + S_r \sigma_r \tag{II.44}$$

Avec e épaisseur de la tôle et S_r surface de la section du raidisseur.
 C désigne l'ordonnée moyenne telle que la surface du rectangle $2c \sigma_r$ soit égale a la surface comprise entre la courbe et l'axe des x .

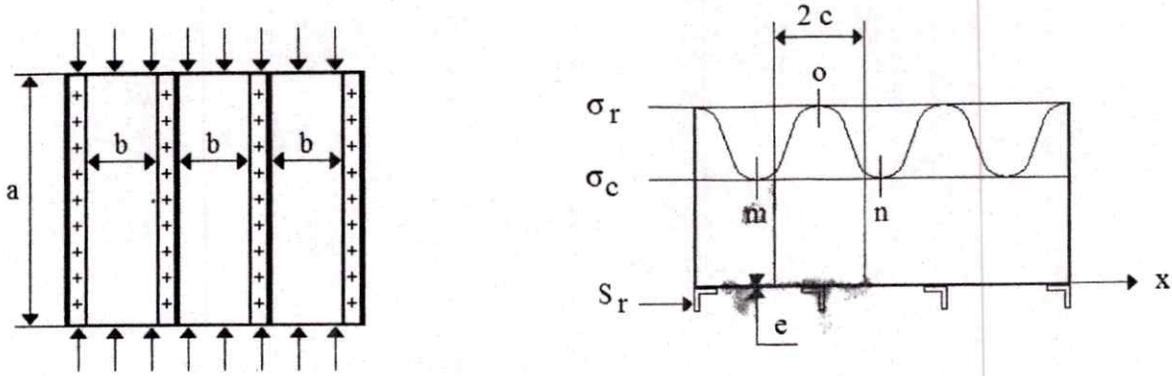


Figure II.11 : Panneaux raidis en tôle mince soumis à une compression.

La largeur équivalente est donc la largeur fictive de tôle $2c$ qui travaille au même taux que le raidisseur, et supporte la même charge que la tôle réelle affectée à ce raidisseur.

La seule contrainte à considérer est donc :

$$\sigma = \frac{F}{S_r + S_t} \quad \text{Avec } S_r = 2ce \quad (\text{surface de tôle à considérer}) \quad (\text{II.45})$$

La formule de Kaman, utilisable pour les tôles épaisses avec les raidisseurs rapprochés, s'exprime par :

$$c = 0,5b \sqrt{\frac{\sigma_c}{\sigma_r}} \quad (\text{II.46})$$

qui avec

$$\sigma_c = 3,64E \left(\frac{e}{b}\right)^2 \quad (\text{II.47})$$

conduit à

$$c = 0,95e \sqrt{\frac{E}{\sigma_r}}$$

pour les tôles minces, avec des raidisseurs éloignés, on aura une meilleure approche avec la formule Marguerre, soit :

$$c = \frac{b}{2} \sqrt[3]{\frac{\sigma_c}{\sigma_r}} \quad (\text{II.48})$$

si la contrainte appliquée est supérieure à σ_c , la tôle flambe surcharge le raidisseur. On aura

par définition :

$$\sigma_r = \frac{F}{2ce + S_t} \quad (\text{II.49})$$

On voit, que la vérification de la tenue du raidisseur exige la connaissance de la largeur équivalente c . Or, cette valeur dépend de σ_r . on est alors obligé d'effectuer un calcul par approximations successives.

En pratique, en première approximation, en adoptant la formule de Karman on a, pour L'AU4G ($\sigma_c = \sigma_{0,2} = 280 \text{ MPA}$, $K=3,64$ et $E=70000 \text{ MPA}$) : $C=15e$.

Dans le cas où le panneau présente une courbure (supposée cylindrique) la largeur équivalente pourra s'exprimer par :

$$2c = (2c)_p + \frac{\sigma_{cyl}}{\sigma_r} [b - (2c)_p] \tag{II.50}$$

Avec

$$\sigma_{cyl} = 0,3E \frac{e}{R}$$

ou après dépassement de la limite élastique :

$$\sigma_{cyl} = 0,3\sqrt{E.E_R} \frac{e}{R}$$

E_R étant le module réduit.

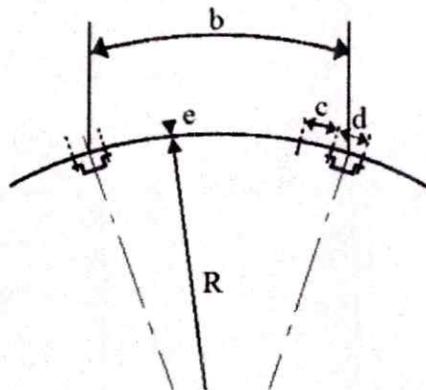


Figure II.12: panneau cylindrique.

La largeur équivalente de plaque plane s'exprime, pour des raidisseurs fermés par :

$$(2c)_p = k.e \sqrt{\frac{E}{\sigma_r + \sigma_{cyl}}} + 0,14(b - d) + d \tag{II.51}$$

avec $K=2,15$

Pour des raidisseurs ouverts (raidisseurs en Z, par exemple) aura : $K=1,63$ et $d=0$. Dans ce cas, il y a un risque de déversement si ces derniers sont trop hauts.

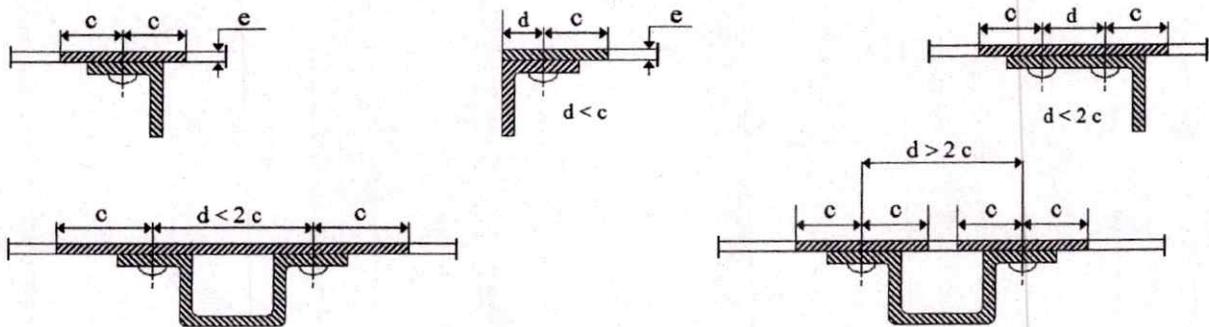


Figure II.13: Largeurs équivalentes de quelques configurations types. (Les parties hachurées représentent les sections équivalentes à prendre en compte)

• Flambage entre rivets

Si un début de flambage entre rivets se produit, un cloquage apparaît qui risque de s'étendre à toute la largeur du panneau, surchargeant alors les raidisseurs et entraînant leur effondrement (la largeur travaillante de tôle est nulle dans ce cas). Pour calculer le pas nécessaire, on applique la formule d'Euler à la bande de tôle de largeur $2c$, et de longueur p (pas entre rivets), supposée encastree au niveau des rivets ; d'où la formule de Howland :

$$p \leq 1,814e \sqrt{\frac{E}{\sigma_r}} \tag{II.52}$$

II.5.2 Résistance après flambage par cisaillement

II.5.2.1 Traction diagonale

Nous avons vu que pour une contrainte critique σ_c , ou t_c , il y a flambage de tôle. En fait, la tôle flambe toujours par compression. considérons la figure II.14, les forces F introduisent dans les bordures des efforts de cisaillement que l'on retrouve dans la tôle.

Isolant l'élément AMBN. Il est clair que pour que cet élément soit en équilibre, il doit passer un effort tranchant $T = tb$. La tôle travaille donc en cisaillement pur.

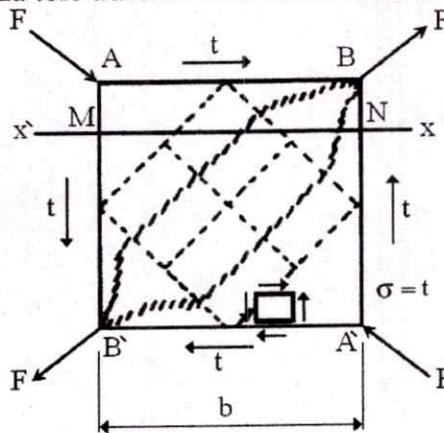


Figure II.14: les forces F introduisent dans les bordures des efforts de cisaillement que l'on retrouve dans la tôle.

Au-delà d'une certaine valeur de F on atteint la contrainte critique de cisaillement de la tôle qui flambe en compression selon AA' , et l'effort passe en traction diagonale selon BB' .

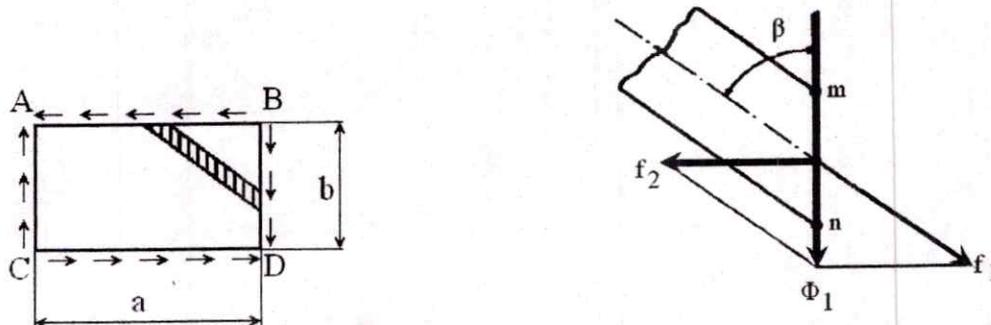


Figure II.15: Bonde isolée

Isolons une bande de tôle m, n, p, q, qui intercepte sur le coté BD un segment mn de longueur unité.

Cette bande est sollicitée par un flux tangentiel :

$$\Phi_1 = \Phi - \Phi_c = t_1 e \tag{II.53}$$

Avec Φ_c flux critique de cisaillement

Nous aurons alors un flux suivant la bande $F_1 = \frac{\Phi_1}{\cos \beta}$

et normalement au coté $F_2 = \Phi_1 \operatorname{tg} \beta$

La section droite de la bande ayant pour valeur e. sin β , la contrainte de traction sera :

$$\sigma = \frac{\Phi_1}{e \sin \beta \cos \beta} \tag{II.54}$$

$$\text{Or } \frac{\Phi_1}{e} = t_1 \quad \text{et} \quad \sin \beta \cos \beta = \frac{\sin 2\beta}{2}$$

D'où :

$$\sigma = \frac{2t_1}{\sin 2\beta} = 2 \frac{t - t_c}{\sin 2\beta} \tag{II.55}$$

Qui représente la traction diagonale pure due au supplément de contrainte t_1 au-delà de la contrainte critique.

Notons que pour $\pi/2$ on a :

$$\sigma_{t_1} = 2t_1 = 2(t - t_c) \tag{II.56}$$

A cette contrainte il convient d'ajouter la contrainte de traction due au cisaillement pur.

On a donc, selon la direction des plis, une contrainte de traction totale :

$$\sigma_t = t_c + 2 \frac{(t - t_c)}{\sin 2\beta} \tag{II.57}$$

Soit pour $\beta = \pi/2$ (valeur toujours très proche de la réalité) :

$$\sigma_t = 2t - t_c \tag{II.58}$$

II.5.2.2 Sollicitations supplémentaires des borures

Les cotés AC et BD ainsi que les cotés AB et CD sont soumis à des sollicitations uniformément réparties.

Pour les AC et BD, on a

$$f_2 = (\Phi - \Phi_c) \operatorname{tg} \beta = (\Phi - \Phi_c) \tag{II.59}$$

sur AB et CD, on a :

$$f'_2 = (\Phi - \Phi_c) \operatorname{cotg} \beta = (\Phi - \Phi_c) = f_2 \tag{II.60}$$

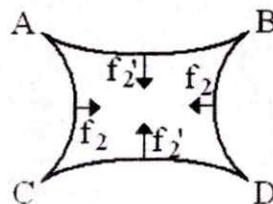


Figure II.16: Sollicitations supplémentaires des borures.

Conséquence : avant plissement les bordures étaient sollicitées uniquement par le flux de cisaillement, après plissement les bordures sont sollicitées en plus vers l'intérieur. Notons que les bordures prennent appuis les unes sur les autres et que le système est en équilibre .

Les côtés AC et BD subissent un effort de compression $N = \frac{f_2 a}{2}$ soit :

$$N = \frac{a}{2}(\Phi - \Phi_c) \tag{II.61}$$

et un moment de flexion (côtés articulés) :

$$M_f = \frac{b^2}{8}(\Phi - \Phi_c) \tag{II.62}$$

De même, les côtés AB et CD subissent :

$$N = \frac{b}{2}(\Phi - \Phi_c) \tag{II.63}$$

et

$$M_f = \frac{a^2}{8}(\Phi - \Phi_c)$$

II.5.3 Stabilité des plaques renforcées par des raidisseurs (structure à raidissage rapporté)

Pour des conditions de fixation déterminées et un rapport a/b donné on peut faire croître σ_c en augmentant l'épaisseur ou en diminuant la largeur b entre raidisseurs. La dernière solution conduit toujours à une masse beaucoup plus faible .

II.5.3.1 Wrinkling

Si l'espacement des rivets est relativement grand, il aura un flambage entre rivets et effondrement de la structure. Si au contraire, l'espacement est tel que le flambage entre rivets ne se produit pas il peut alors y avoir un « pliage général »des raidisseurs et de la tôle, « wrinkling ».

La contrainte critique de wrinkling, qui est donnée par

$$\sigma_w = \frac{K_w \pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{e_s}{b_s} \right)^2 \tag{II.64}$$

Se déterminera à partir des abaques des figures II.18 et II.19.

La surface « raidisseurs+peau »doit être considérée pour évaluer a contrainte appliquée.

La contrainte appliquée σ_a est due d'une part aux efforts généraux et d'autre part au moment occasionnée par le nom alignement de la fibre neutre, de l'ensemble « peau -raidisseur », avec l'introduction des charges.

On aura :

$$\sigma_a = \frac{M_t}{\left(\frac{I}{V} \right)} + \frac{f}{S_t} \tag{II.65}$$

Avec :

- I/V : module d'inertie « peau + raidisseur »
- ST : section « peau + raidisseur »
- $Mt > f \cdot d_0$
- e_s : épaisseur de la peau
- b_w : hauteur des raidisseurs
- b_s : pas des raidisseurs
- p : pas des rivets
- d : diamètre des rivets
- b_0 : position des rivets
- e_w : épaisseur des raidisseurs

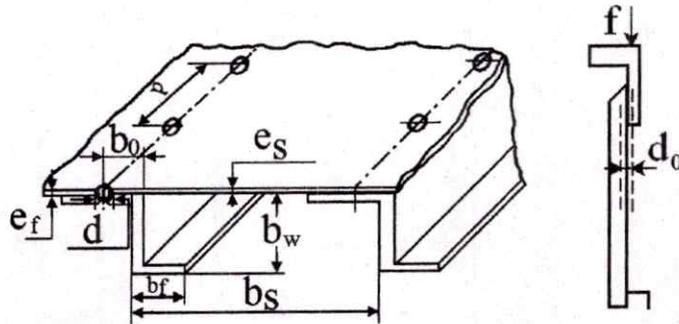


Figure II.17: Plaque renforcée par des raidisseurs.

On respectera a priori les critères suivants :

- ✦ $e_f/e_s \geq 0.5$ évitera le crippling général.
- ✦ $0.4 < b_f/b_w < 0.5$ évitera le flambage local.
- ✦ $p/d \leq 8$ évitera le wrinkling de panneau.
- ✦ rendre b_0 aussi petit que possible.
- ✦ $p/b_s < 0.5$ évitera le flambage entre les rivets.

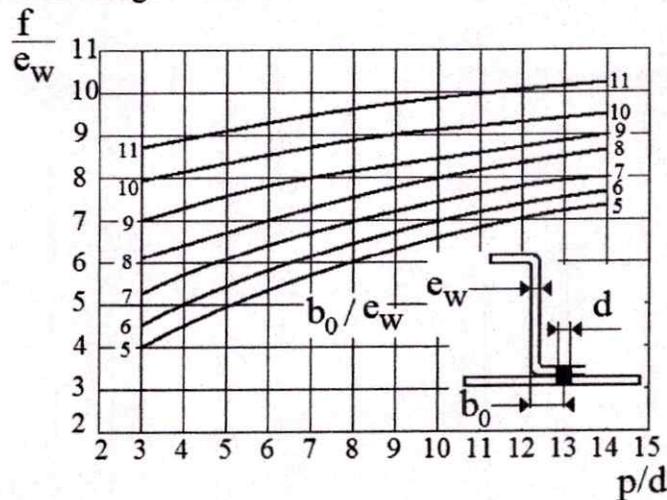


Figure II.18: Stabilité des plaques renforcées par des raidisseurs (1)

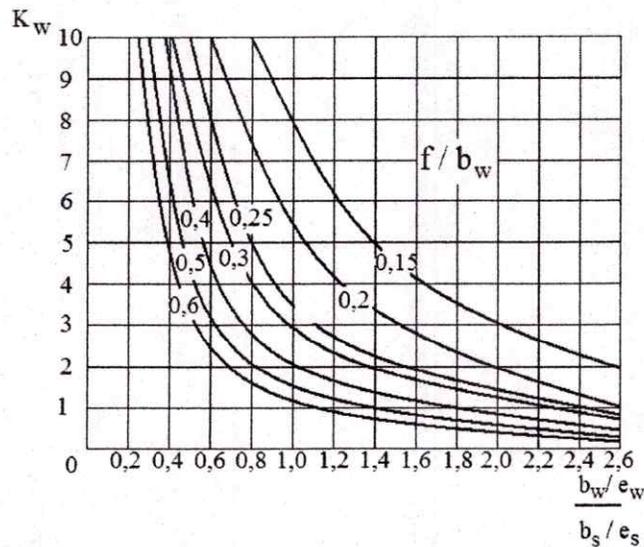


Figure II.19: Stabilité des plaques renforcées par des raidisseurs (2)

II.5.3.2 Crippling

Une plaque plane est inefficace pour transmettre de la compression car elle flambe pour des valeurs faibles de la charge.

On améliore fortement la tenue en format des angles, plus rigides, à l'aide des profilés. En pratique, on admet que les plaques constituent les raidisseurs flambant et que la charge passe par les angles, conformément au schéma ci-dessous (voir figure II.20).

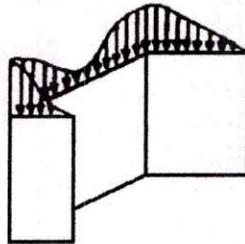


Figure II.20: Plaque soumise à une compression.

Le flambage des plaques, constituant les raidisseurs, n'entraîne pas la rupture car la charge est alors reprise par les angles. La rupture n'apparaîtra que lorsque l'on dépassera la valeur de contraintes admissible au crippling (flambage local des raidisseurs par écrasement).

Concédons le raidisseur de la figure II.22, son épaisseur moyenne s'exprimera par :

$$e = \frac{\sum b_i e_i}{\sum b_i} \tag{II.66}$$

La méthode de « Gérard » fait alors intervenir un terme g caractéristique du type de raidissage, qui est définie à partir du nombre de cotés de la section du raidisseur et du nombre de coupures.

Ayant déterminé le nombre de coupures et de cotés, on les additionne pour obtenir g. Ainsi pour le raidisseur de la figure II.21, et sa peau associée, on a : 5 coupures et 12 cotés, d'où g=17

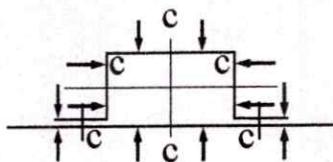


Figure II.21: Raidisseur et sa peau associée.

Ensuite, on détermine la contrainte critique de crippling à l'aide de l'expression suivante :

$$\sigma_{cc} = 0,56\sigma_{0,2} \left[\frac{ge^2}{A} \left(\frac{E}{\sigma_{0,2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{0,85} \tag{II.67}$$

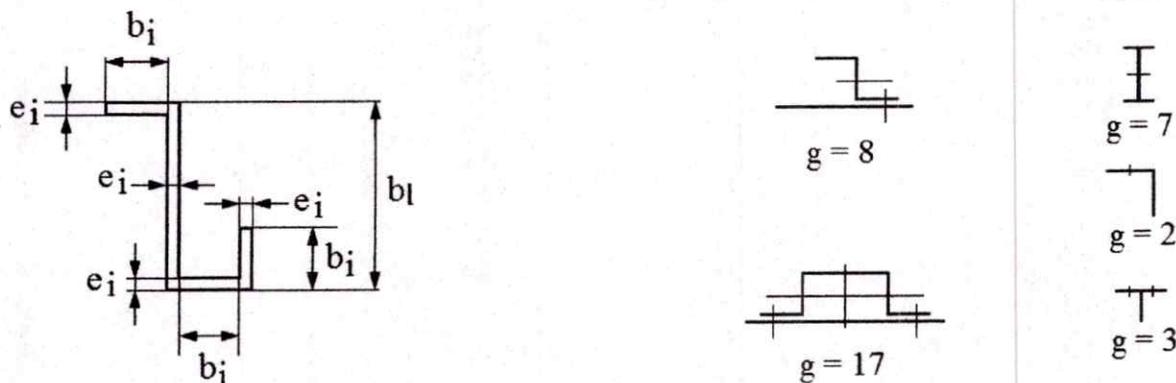


Figure II.22: Classification des raidisseurs selon la méthode de Gerard.

« A » étant la section du raidisseur et de sa peau associée et $\sigma_{0,2}$ la contrainte admissible à la limite élastique.

Dans tous les cas la contrainte critique de crippling ne devra pas excéder : $\sigma_{cc} = 0,8 \sigma_{0,2}$.

On notera que le crippling est indépendant de la largeur du raidisseur. Il s'agit en effet d'un écrasement du raidisseur. La contrainte appliquée σ_a se calculera comme pour le wrinkling, avec prise en compte de l'effort axial et du moment de déport. On doit alors vérifier la tenue des angles les plus chargés. La méthode de Nedham se prête alors mieux à ce type de problème. On a, dans ce cas :

$$\frac{\sigma_{cc}}{\sqrt{\sigma_{0,2} \cdot E}} = \frac{0,316}{\left(\frac{b'}{e} \right)^{0,75}} \quad \text{avec} \quad b' = \frac{a+b}{2} \tag{II.68}$$

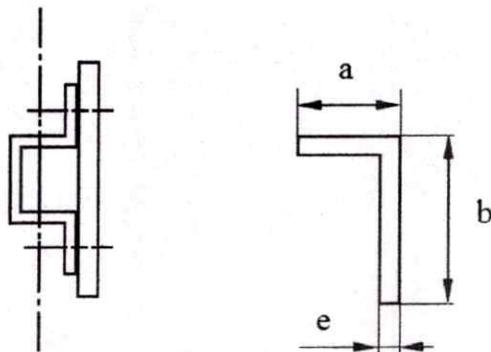


Figure II.23: Dimensions d'un raidisseur.

• Coques cylindriques à raidissage intégré continue :

Se sont des coques à raidissage intégré continu obtenu par usinage chimique ou fraisage (tôle épaisses).

Le risque, dans ce cas, est le flambage entre raidisseur. On choisira le pas des raidisseurs de façon telle que le cloquage de peau se produise après le flambage général .

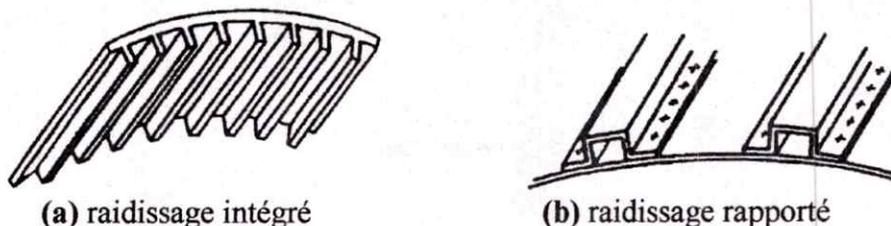


Figure II.26: Structure à raidissage.

La valeur de la contrainte critique de flambage local s'exprime par :

$$\sigma_c = \frac{K_s \pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{e_s}{b_s} \right)^2 \tag{II.72}$$

La valeur de ks sera obtenue à partir des abaques des figures II.27 et II.28

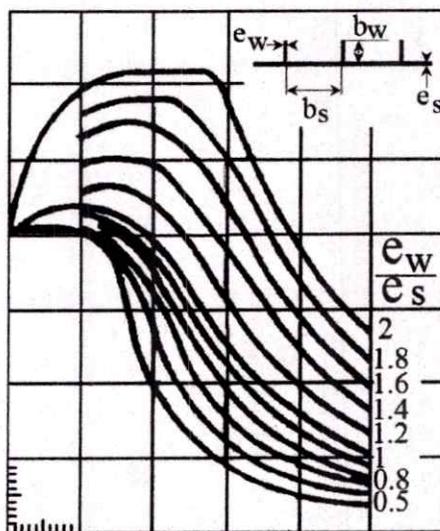


Figure II.27: Coefficient de flambage d'une plaque raidie infiniment large (0.5 < ew/es < 2).

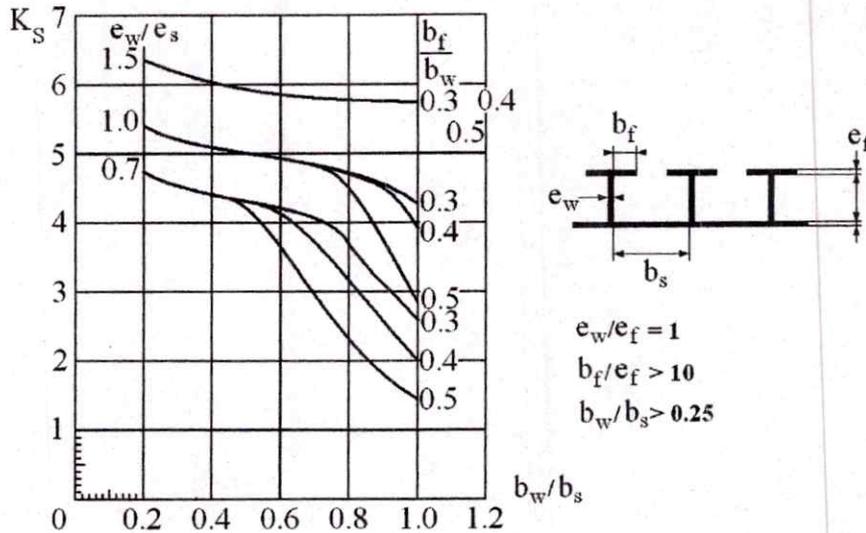


Figure II.28 : Coefficient de flambage d'une autre plaque aussi raidie.

II.6 CAO et méthode des Éléments Finis

Dans le déroulement de tout projet, il est nécessaire d'effectuer un certain nombre d'analyses structurales qui permettront de faire les choix de concept, de les confirmer et de faire le dimensionnement effectif des structures retenues. La phase finale sera de prédire le comportement de la structure en développement durant toutes les phases de sa vie, en tenant compte des éléments influents (structures voisines, environnement extérieur).

Cette tâche fait intervenir les outils les plus simples de la mécanique jusqu'aux outils les plus sophistiqués tels que la méthode des éléments finis.

Les calculs de structure font presque tous appel à la méthode des éléments finis, qui présente l'avantage d'une quasi-universalité d'application. Elle fait partie des outils de Conception Assistée par Ordinateur (CAO) les plus utilisés par les ingénieurs, tant au niveau de la conception que de l'analyse de systèmes mécaniques. Cette technique consiste à discrétiser la structure mécanique à étudier par des éléments simples (triangles, parallélépipèdes, ...) qui épousent les formes géométriques de la structure. La résolution des équations issues des modèles Éléments Finis ne peut être réalisée que sur ordinateur compte tenu de la complexité et de la taille des problèmes ainsi générés. Des logiciels de calcul de structure, souvent appelés "codes de calculs", ont été développés dans les années 60/70 et ont connu un réel essor dans le monde industriel dans les années 80.

L'utilisation de la CAO s'étend aujourd'hui à toutes les fonctions de conception d'un avion, ce qui conduit à une intégration importante de l'ensemble des outils d'ingénierie.

II.6.1 Méthode des éléments finis

Les analyses que nous aurons à effectuer utiliseront, dans leur principe, les relations d'équilibre local de la mécanique des solides:

$$\{\text{div}[\sigma]^T\} + \{f_v\} = \rho\{\ddot{x}\} \tag{II.73}$$

que l'on pourrait exprimer différemment en disant que le champ des contraintes σ dans le solide est lié aux efforts f_v qu'il subit ainsi qu'aux efforts d'inertie (second membre de l'équation).

Cette relation se retrouve sous forme variationnelle dans le principe des travaux virtuels (P.V.T).

$$\int_V \langle u^* \rangle (\{\text{div}[\sigma]^T\} + \{f_v\} - \rho\{\ddot{x}\}) dV = 0 \tag{II.74}$$

Si ces équations se résolvent facilement sur quelques cas analytiques simples, elles se révèlent tout à fait inapplicables pour une structure réelle. Donc on fait appel à la méthode des éléments finis.

II.6.2 descriptions des modèles utilisés

Après manipulation de la forme variationnelle, les équations descriptives du comportement des structures se ramènent à :

$$[M]\ddot{q}(t) + [C]\dot{q}(t) + [K]q(t) = F(t) \tag{II.75}$$

avec :

- q(t) : vecteur des degrés de liberté, en général déplacement des nœuds
- [M] : matrice de masse
- [C] : matrice des amortissements
- [K] : matrice de raideur
- F(t) : vecteur des excitations nodales.

Lorsque l'excitation ne dépend pas du temps, le problème se ramène à une application statique avec une équation à résoudre de la forme :

$$[k]q = F \tag{II.76}$$

L'organigramme simplifié de la méthode des éléments finis est illustré par la figure II.29.

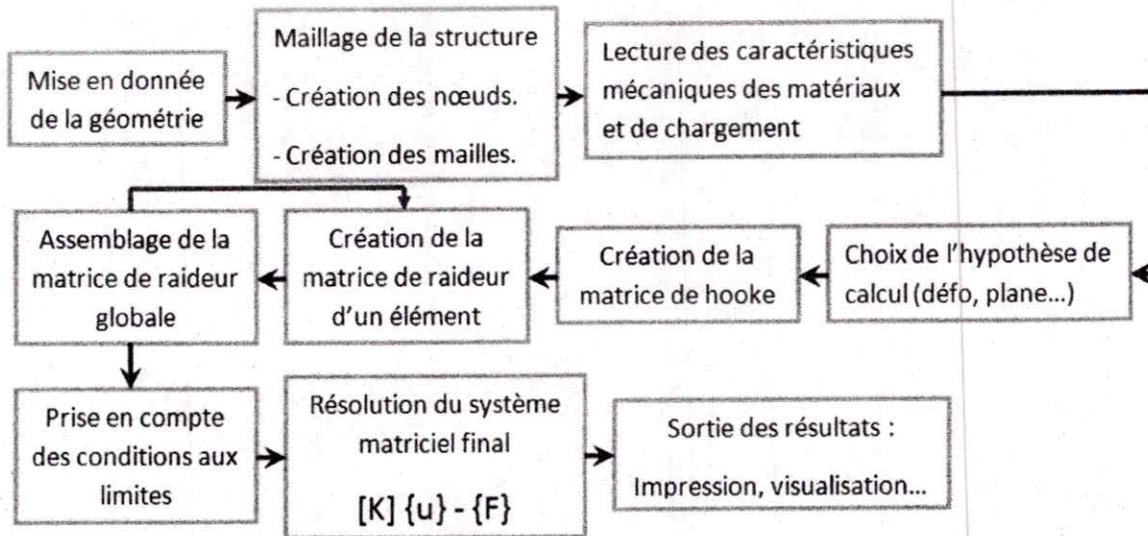


Figure II.29: Schématisation de la méthode MEF.

II.6.3 Application à la statique

Par dérivation du champ de déplacements sur les éléments (interpolé à partir des déplacements nodaux, on obtient le champ des déformations ϵ puis directement, par application des relations de Hooke ($\sigma = [D]\epsilon$, $[D]$ étant la matrice de Hooke ou matrice d'élasticité), les contraintes à l'intérieur des éléments, en des points particuliers choisis pour le calcul (en général, le centre des éléments et/ou les points utilisés pour l'intégration numérique des matrices de masse et raideur élémentaires dits points de Gauss).

II.6.4 Application en dynamique

L'équation de la dynamique de la structure peut se résoudre soit par intégration directe, soit par résolution par projection sur une base modale, ce qui a l'avantage de réduire la taille du système et, moyennant quelques hypothèses, de fournir des équations découplées.

Le système homogène sans amortissement associé à l'équation de la dynamique est de la forme :

$$[M]\ddot{q} + [K]q = 0 \tag{II.77}$$

En considérant un déplacement harmonique de pulsation ω , on obtient :

$$\ddot{q} = -\omega^2 q \tag{II.78}$$

et le système se transforme en

$$([K] - \omega^2[M])q = 0 \tag{II.79}$$

qui est l'équation aux valeurs propre associée au problème, dont les solutions sont les couples

(ω, ϕ) , pulsation et forme modale pour chaque mode de la structure. En utilisant ces informations dans le système d'origine et en écrivant que chaque déformée de la structure est une combinaison linéaire des formes modales

$q = [\phi]\eta$, celui-ci devient

$$[\phi]^T [M][\phi]\ddot{q}(t) + [\phi]^T [C][\phi]\dot{q}(t) + [\phi]^T [K][\phi]q(t) = [\phi]^T F(t) \quad (II.80)$$

$[\phi]^T [M][\phi]$ et $[\phi]^T [K][\phi]$ sont les matrices diagonales de masses et raideurs généralisées.

En utilisant les hypothèses dites de Basile (modes propres suffisamment découplés et petits amortissement), on peut ne considérer que la diagonale de $[\phi]^T [C][\phi]$ (on montre que cela correspond à une prise en compte de l'amortissement au premier ordre), ce qui permet d'obtenir un système d'équation découplées sur les coordonnées modales :

$$m_i \ddot{\eta}(t) + c_i \dot{\eta}(t) + k_i \eta(t) = f_i(t) \quad (II.81)$$

La résolution de ce système permet de remonter facilement au comportement dynamique de la structure sous excitation transitoire, harmonique ou aléatoire, de calculer les accélérations internes à la structure (aux points d'accrochage des équipements par exemple), aux efforts internes et aux contraintes.

II.6.5 Définition des conditions aux limites et chargements

Les différents types de chargements et de conditions aux limites doivent être rassemblés en des ensembles de conditions aux limites qui définiront les calculs réalisés, chaque calcul étant déterminé par un unique ensemble de conditions aux limites regroupant des charges mécaniques et thermiques, nous citons :

- ✦ Conditions de déplacements imposés
- ✦ Chargements de type force
- ✦ Pressions
- ✦ Gravité
- ✦ Accélération
- ✦ Température.

III.1.1. Intérêt de la simulation :

La simulation permet d'une part de comprendre les phénomènes internes en accédant aux mécanismes internes qui les régissent et d'autre part d'appliquer les connaissances des structures dans des nouvelles configurations. La simulation est un outil qui non seulement remplace des expériences qui seraient lentes et fatigantes au banc d'essai mais encore élargit le champ d'action du constructeur en découplant des variables qui sont indissolublement liées dans les structures.

III.1.2. CAO :

C.A.O. est l'acronyme de Conception Assistée par Ordinateur. C'est un ensemble de logiciels et de techniques permettant de concevoir et de réaliser des outils et des produits manufacturables. Cette technique est l'équivalent informatique de la table à dessin de l'ingénieur ou de l'architecte. Elle permet de prendre en compte automatiquement un grand nombre de contraintes (résistance des matériaux, capacité d'assemblage, fabrication etc.) pendant la phase de conception d'un ensemble. Les logiciels correspondants sont utilisés pour une ou plusieurs phases du développement.

Ces logiciels permettent par exemple de créer des pièces mécaniques, d'en préparer la fabrication, de les assembler et de simuler leur comportement. Ils permettent également la conception de bâtiments puis d'en tirer les plans facilement ou de créer une maquette numérique en trois dimensions. Ces maquettes numériques résultent de l'assemblage d'un nombre très importants de pièces élémentaires, liées entre elles par des contraintes spatiales ou mécaniques.

En partant d'une modélisation en 3D solide (ou volumique), ces logiciels permettent de réaliser une mise en plan souvent appelée 2D. C'est sur cette mise en plan que vont apparaître toutes les informations tel que cotation, état de surface, tolérancement géométrique, spécification, etc.

La CAO permet aussi de concevoir des systèmes dont la complexité dépasse la capacité de l'être humain comme par exemple en micro-électronique. En effet la miniaturisation (composants dont la taille est de l'ordre du micromètre) et le nombre toujours plus important de composant intégrés à une même puce rendent impossible la conception de tels systèmes sans l'aide de la CAO.

La CAO décolla dans les années 75-90, lorsque le coût de mise en place d'un poste se rapprocha du coût annuel d'un dessinateur. La mise en place fut un peu pénible au début en raison d'une nécessité de reprendre les plans existants. On s'aperçu à cette occasion que statistiquement près de 10% des cotations sur les plans existants étaient inexactes, que des références de plans existaient en double, qu'une référence unique pouvait correspondre à plusieurs plans légèrement différents, etc. Au bout du compte, le gain de fiabilité de l'information se révéla constituer un argument supplémentaire important décidant à généraliser la CAO.

La C.A.O est appliquée dans le domaine de la Mécanique des matériaux, des structures et fiabilité. L'objectif de la recherche est la modélisation pour la simulation numérique et expérimentale du comportement des matériaux et des structures en vue de la conception optimale d'un produit industriel.

Exemple: un organe de machine, une structure. Les activités de recherche correspondantes mettent en œuvre les techniques de calculs de structures notamment par éléments finis,

l'analyse du comportement des matériaux nouveaux, la méthodologie de conception par la fiabilité en mécanique, la validation expérimentale. Les actions dans ce domaine sont :

- ✦ Caractérisation des matériaux (Approches micromécaniques et contrôle non destructif par ultrasons)
- ✦ Outils d'aide à la conception (calcul des structures par éléments finis)
- ✦ Validations expérimentales (mesures sans contact : corrélation d'images, interférométrie Speckle, infrarouge....)
- ✦ Fiabilité en mécanique (fatigue, approches probabilistes)

III.2. Moyens utilisés :

III.2.1. Moyens informatiques :

La méthode des éléments finis nécessite l'utilisation intensive des ordinateurs. Pendant la durée de cette étude, 3 types d'ordinateurs différents ont été mis à notre disposition :

- ✦ un poste de travail HP, processeur Intel Pentium 4, CPU 3,14 GHz, 1 Go de RAM, carte graphique NVIDIA Geforce Mx2 64 Mo et un DD 120 Go.
- ✦ Un ordinateur portable Toshiba, processeur Intel Pentium M, CPU 1,6 GHz, 1 Go de RAM,, carte graphique SIS 760 128 Mo, et 80 Go de DD.

Les étapes de pré et post traitement ont été faites en parallèle sur les trois types d'ordinateurs. Seule l'analyse s'est faite sur le poste de travail HP 3,14 GHz.

III.2.2. Moyens logiciels :

III.2.2.1. MSC/PATRAN-NASTRAN(NEi Nastran):

Le solveur NEi Nastran est un logiciel d'analyse par éléments finis généraliste, utilisé pour les calculs statiques de contraintes, déformations, les calculs dynamiques, et thermiques, pour tout type de structure et composant mécanique. NEi Nastran intègre les dernières évolutions techniques en matière de FEA, avec un des solveurs les plus rapides du marché, des résultats fiables et précis. NEi Nastran est utilisé depuis plus de 15 ans par de nombreuses sociétés de différents secteurs industriels. NEi Nastran tourne sur des plate-formes Windows 32 et 64 bits, Linux, et Unix.

III.2.2.1.1 Compatibilité avec l'univers NASTRAN

NEi Nastran est compatible avec les principaux systèmes de CAO 3D du marché tels que SolidWorks, Solid Edge, Inventor, Pro/Engineer, CATIA, UG, One Space, et avec des modeleurs éléments finis tels que FEMAP, Hypermesh, Ideas, PATRAN, ANSA. La compatibilité est garantie par le format d'entrée standard Nastran Bulk Data File (BDF) et par les format standard de sortie FNO (Femap Neutral Output), OP2 (Nastran Output2) et XDB (Nastran Access Database).

III.2.2.1.2 Performance

NEi Nastran utilise les technologies de solveurs les plus récentes, fournissant des résultats rapides pour les modèles par Eléments Finis complexes et de grandes tailles. Trois solveurs linéaires (PCGLSS, VSS et VIS) et deux solveurs de recherche de valeurs propres (LANCZOS et SUBSPACE) sont inclus. Le solveur PCGLSS (Preconditioned Conjugate Gradient Linear System Solver) est un solveur itératif avancé sous licence de CA&SI, utilisé par de nombreux logiciels leaders du Calcul des Structures. Les solveurs VSS (Vector Sparse Solver) et VIS (Vector Iterative Solver), basés sur une technologie développée par la NASA, ont été améliorés en rapidité et en précision. NEiNastran supporte la technologie Dual Core d'Intel et AMD.

III.2.2.1.3 Composites

NEiNastran a des caractéristiques uniques pour l'analyse des structures constituées de matériaux composites en couches. Outre les critères de rupture classiques (Tsai-Wu, Hill, etc...), NEiNastran possède des critères plus avancés et plus récents tels que LaRC02 et Puck, et il fournit des résultats spécifiques pour les structures sandwich (core buckling, crippling, etc...). A part le calcul du Failure Index, le calcul du facteur de sécurité Safety Factor, plus significatif, est également disponible.

III.2.2.1.4 Caractéristiques de NEiNastran

Librairie d'éléments

- Poutres complexes
- Barres
- Tuyaux
- Plaques de type triangle ou quadrangle, membranes, coques, cisaillement
- Solides : tétra, penta, hexa
- Déformation ou contrainte plane
- Ressorts, masses, amortisseurs
- Câbles
- Eléments de contact
- Surfaces de contact
- Option "soudure" pour les surfaces de contact
- Point de soudure (CWELD)
- Eléments rigides, liens rigides de type barre ou plaque
- Eléments d'interpolation

Propriétés de matériaux

- Isotropique
- Orthotropique 2D et 3D
- Anisotropique
- Dépendant de la température
- Loi déformation - contrainte

- Fluage

Analyse Statique Linéaire

- Contraintes, déformations, amplitudes linéaires
- "Inertial relief"
- Amplitudes et contraintes thermiques
- Précontraintes
- Propriétés massiques

Analyse Statique Non-linéaire

- Analyse Statique Non-linéaire
- Grands déplacements et rotations
- Matériau non-linéaire (non-linéaire élastique, élasto-plastique, thermo-élastique parfaitement plastique, visco-élastique, fluage)
- Eléments de câble et coques en tension seule (tension-only)
- Contacts (avec friction) : saut (gap), glissement sur ligne (slide line), surface/surface

Transfert Thermique Transitoire

- Linéaire et non-linéaire
- Conduction, convection et rayonnement

Transfert Thermique en Régime Permanent

- Linéaire et non-linéaire
- Conduction, convection et rayonnement

Modes Propres

- Fréquences et déformées modales
- Mouvement de corps rigide et flexible
- Facteurs de participation modale, masse effective, poids effectif et forces de réaction
- Précontrainte linéaire et non-linéaire (stiffening)

Réponse Dynamique

- Fréquences et modes propres de vibration
- Réponses dynamiques transitoires et fréquentielles directes
- Réponses dynamiques transitoires et fréquentielles modales
- Analyses spectrales
- "Dynamic Design Analysis method" (DDAM)
- Sommation modale (ABS, SRSS, NRL, CQC)
- Analyses en vibrations aléatoires
- Génération de spectres de réponse

- Valeurs propres complexes
- Excitation à la base ("enforced motion")

Analyse du Flambement

- Charges critiques et déformées modales
- Algorithmes de type Arc-length pour les analyses de post flambage
- Contrainte initiale linéaire et non-linéaire

Caractéristiques générales supportées par toutes les solutions

- Matériaux composites en couches (laminates)
- Matériaux dépendants de la température
- Import et Export direct de matrices (DMIG)
- Réduction de Craig-Bampton et de Guyan
- Mise en oeuvre de super-éléments
- Interpolation des déplacements, charges et températures

III.3. Analyse par éléments finis :

Cette section est consacrée à l'application de la méthode des éléments finis aux différentes structures utilisées dans le domaine de l'aéronautique en tenant compte de deux d'analyses:

- ✦ Analyse statique (calcul des contraintes, etc.)
- ✦ Analyse dynamique: détermination des fréquences propres et modes propres de vibration associés, avec prise en charge de différents efforts.

Grâce au logiciel MSC NASTRAN (code de calcul) / PATRAN (visualisation graphique des résultats), nous avons pu étudier nos différents résultats, obtenus à l'aide des divers cas de charge.

On fait appel à ce genre de logiciel, pour :

- ✦ accélérer le travail de conception,
- ✦ prédire le comportement des structures complexes sans devoir recourir à l'expérimentation (prototypes),
- ✦ réduire le coût des activités de conception.

III.3.1. Grandes lignes de l'analyse par éléments finis :

L'analyse par éléments finis (AEF) implique typiquement les étapes suivantes :

- ✦ Construire la géométrie idéalisée avec de la structure qui doit être analysée. La structure peut être une représentation précise de l'objet ou une représentation simplifiée pour le but de l'analyse.
- ✦ Diviser la structure en éléments finis (voir figure III.1).

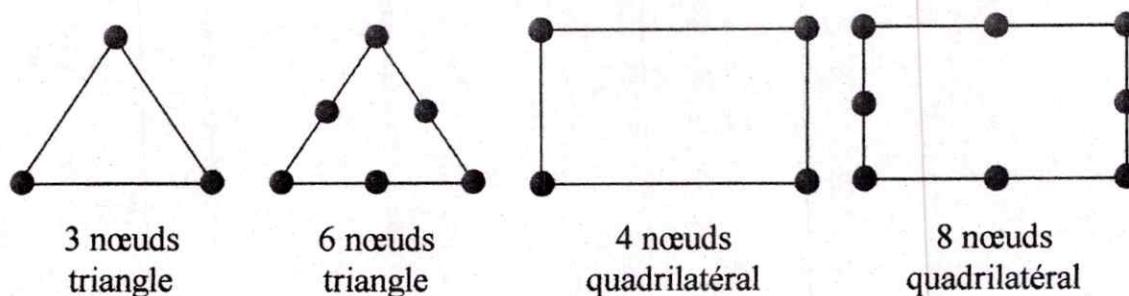


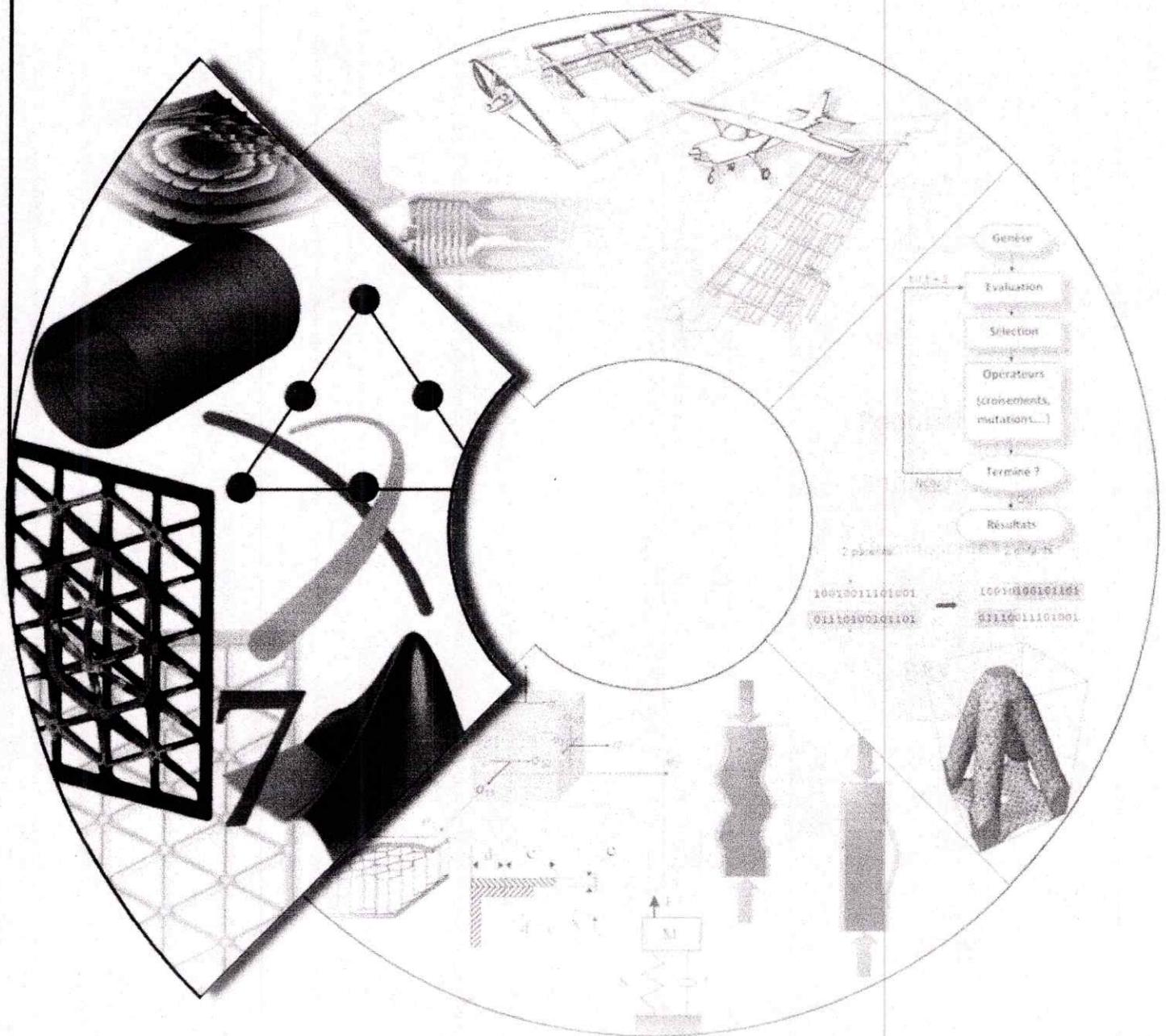
Figure III. 1: Maillage de la structure

Les éléments utilisés dans ce chapitre sont en deux types : H8 et quadrilatérale

- ✦ Appliquer les contraintes connues : forces et/ou moments nodaux dans l'analyse d'effort, flux de la chaleur nodaux dans le transfert thermique.
- ✦ Indiquer comment la structure est soutenue, c'est-à-dire, les déplacements et des températures aux valeurs connues.
- ✦ Définir les caractéristiques du matériau : par exemple pour indiquer le module de Young et le coefficient de Poisson.
- ✦ L'ordinateur peut maintenant être utilisé pour résoudre pour des champs de résultats comme des efforts et des contraintes dans la structure.

Chapitre IV

Application aux structures aéronautiques et analyse des résultats



IV.1. Introduction :

Le but de cette partie est de faire des applications sur des structures utilisées dans le domaine de l'aéronautique, l'intérêt de ces applications est de connaître les différents comportements des structures sous diverses sollicitations. Ces applications font appel à l'ensemble des techniques exposées dans les chapitres précédents : méthode des éléments finis .

IV.2. Applications sur quelques structures utilisées dans la construction aérospatiale:

Les différentes structures choisies pour la simulation sont en trois modèles à savoir

1. Modèle d'une structure isogrid (figure IV.1(b)),
2. Modèle d'un tronçon de fuselage d'un avion (figure IV.1(a)),
3. Modèle d'une structure à raidissage (figure IV.1(c) et (d)),

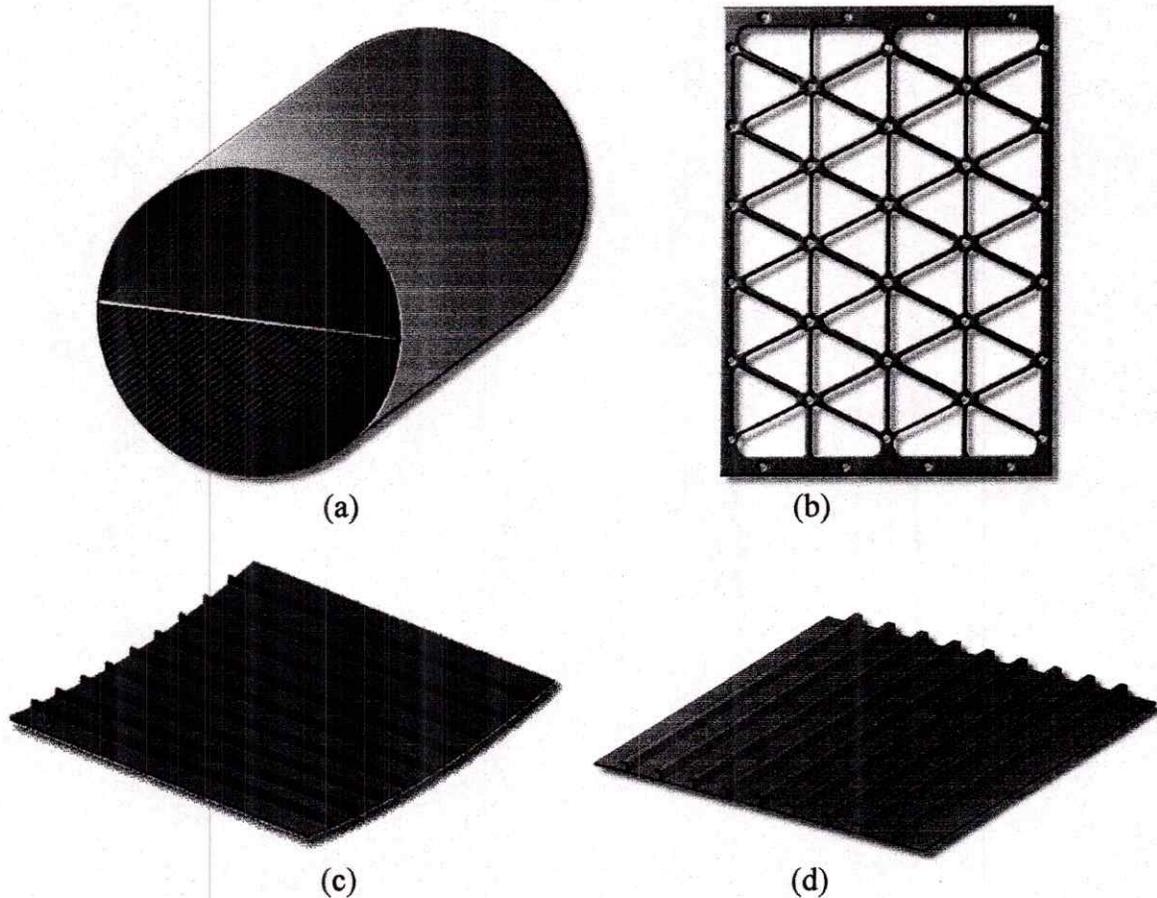


Figure IV.1: Les structures choisies pour la simulation

IV.2.1. Structure triangulaires isogrid :

Les structures (isogrid) sont largement utilisées en mécanique des structures, et tout spécialement pour des applications en aéronautiques, parce qu'elles présentent un rapport raideur/masse très supérieur à celui d'une structure continue de même taille.

IV.2.1.1. Géométrie et maillage :

La géométrie est obtenue à l'aide du logiciel MSC/PATRAN dans le menu **geometry**, par les différentes commandes.

Des opérations de modification élémentaires sont appliquées pour aboutir à la géométrie.

Dans l'objectif de détecter la déformation et les contraintes de l'ensemble de la structure. Un maillage de type **H8** est appliqué uniformément à la géométrie totale de la poutre en utilisant le mailleur **mesh 3D**.

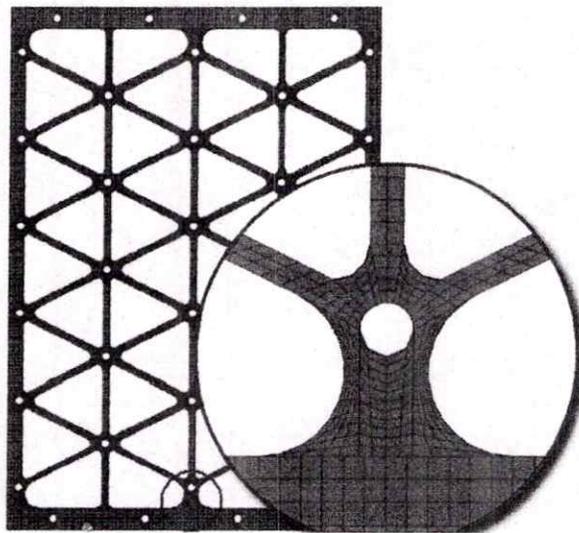


Figure IV.2: Modèle de maillage H8

IV.2.1.2. Conditions aux limites et types de chargements :

Pour notre exemple la plaque est fixée aux extrémités, une force est appliquée au milieu. Plusieurs cas de chargement sont pris en compte : c'est l'application d'une force égale à 170N localisée au milieu de la plaque, et une autre force appliquée dans le même point d'une valeur de 1700N.

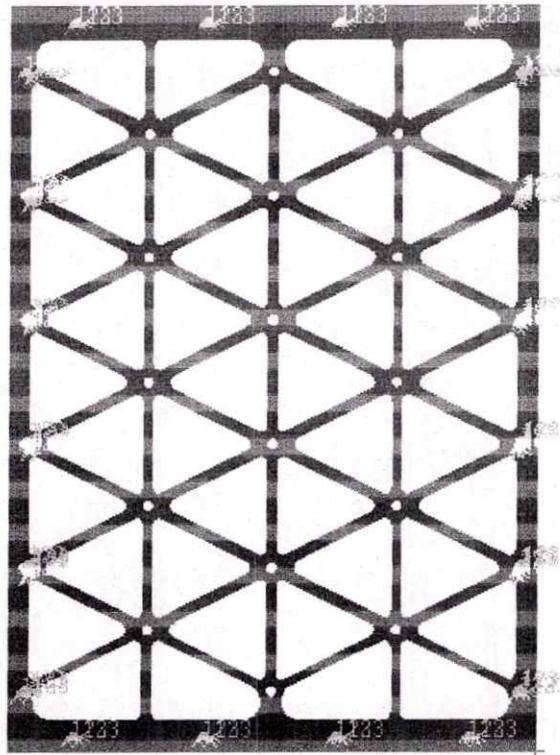


Figure IV.3: Fixation des arrêtes de la plaque isogrid.

IV.2.1.3 Propriétés mécaniques des matériaux :

Le logiciel MSC/PATRAN permet la définition des propriétés des matériaux utilisés. Pour la plaque isogrid, plusieurs matériaux sont pris en compte. Les caractéristiques de ces alliages sont illustrées dans le tableau IV.1 :

Matériau	Coût (\$/kg)	Densité (ρ , Mg/m ³)	Module de Young (E, GPa)	coefficient de Poisson (ν)	Limite élastique (σ_y , MPa)
alliage d'Alluminium (7075-T6)	1.80	2.7	70	0.34	500
alliage de Beryllium	315.0	2.9	245	0.12	360
Acier, inoxydable austenté 304	2.70	7.8	210	0.28	240
Alliage de Titanium (6AL14V)	16.25	4.5	100	0.36	910

Tableau IV.1 : Les caractéristiques des alliages choisis pour notre travaille.

Ces mêmes caractéristiques sont introduites à l'aide d'une boîte de dialogue sous le menu **properties**. Seules les caractéristiques qui intéressent notre étude sont prises en considération.

IV.2.1.4. Analyse et résultats :

Sous l'environnement de MSC/PATRAN plusieurs types d'analyses sont disponibles. Notre étude est effectuée pour deux analyses :

- ✦ Analyse statique : cette analyse donne des résultats concernant les déplacements, la répartition des contraintes, etc.
- ✦ Analyse modale : elle donne l'information sur les modes propres, et le comportement en excitation à ces modes sous différents chargements.

➤ **Déformée de la plaque :**

La masse de la plaque est : $m=1,12$ Kg.

Cas 1 : La force appliquée au milieu est : $F= 110$ N (10 fois le poids).

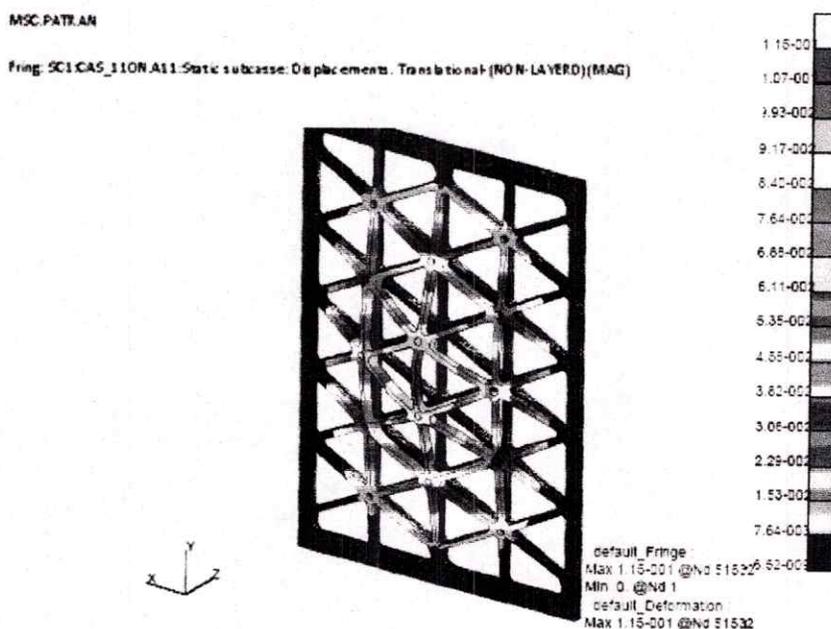


Figure IV.4. Répartition des déplacements sur la plaque

La figure IV.4, représente le vecteur de déplacement, On remarque un déplacement max de l'ordre $1,15 \cdot 10^{-1}$ mm, qui correspond à une contrainte max de l'ordre 188 Mpa (voir figure IV.5), cette dernière est inférieure à la contrainte admissible qui est 500 Mpa, cela signifie que la structure résiste à cet environnement (à ce type de sollicitation), et qui montre que les dimensions et le type de chargement sont bien maîtrisés (bien choisis).

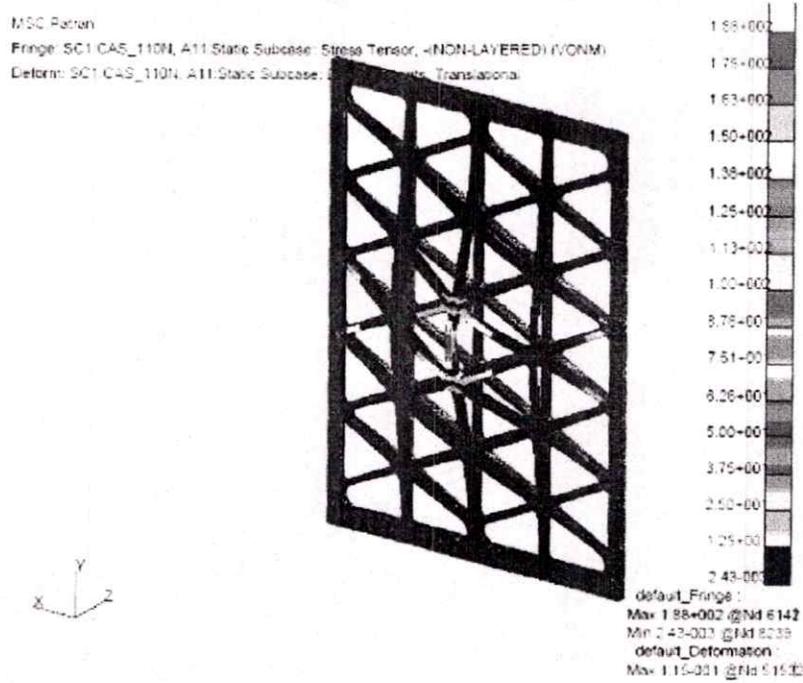


Figure IV.5: Répartition des contraintes sur la plaque.

Cas 2 : La force appliquée au milieu est : $F = 1100 \text{ N}$ (100 fois le poids).
 Lorsque la structure est soumise à des conditions sévères, on remarque dans la figure IV.6, une configuration de rupture, la contrainte maximale est de l'ordre 770 N qui est supérieure à la contrainte admissible (500 N, pour l'aluminium).

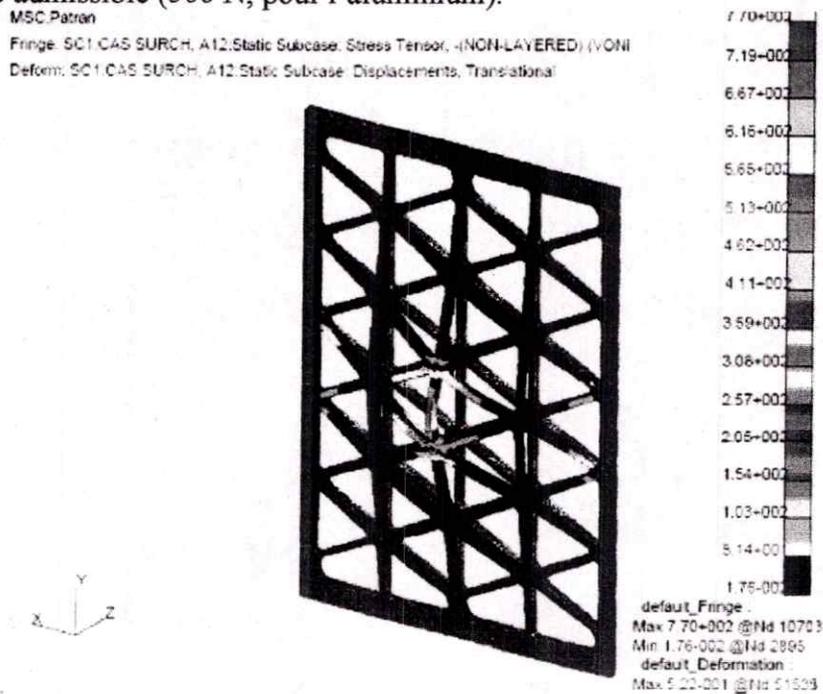


Figure IV.6: Répartitions des contraintes sur la plaque (deuxième cas).

➤ **Analyse modale :**

Les franges colorées donnent l'amplitude du vecteur déplacement décrivant la forme propre de chaque mode. Le nœud de vibration (déplacement nul) correspond à la couleur noir. L'amplitude maximale est donnée par la couleur rouge (figure IV.7).

Ces figures sont les résultats obtenus avec un chargement qui correspond au vol extrême de l'avion, elles montrent les formes modales de la structure.

Ces figures permettent de voir où se font les déformations et quels éléments les plus sollicités, ce qui laisse pressentir qu'ils jouent un rôle particulier le choix du type de matériaux ainsi les dimensions géométrique de la structure

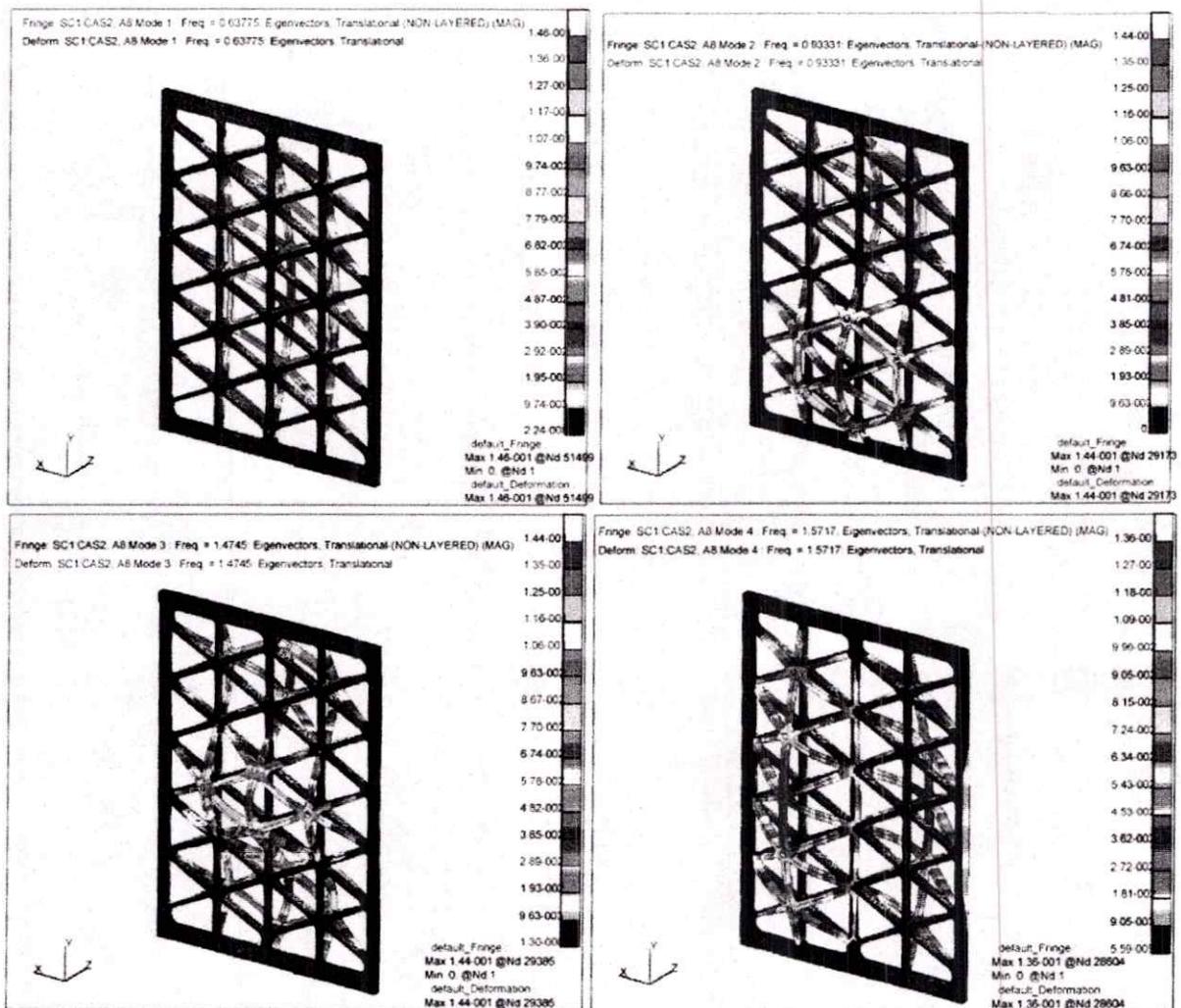


Figure IV.7: Différents modes de la structure d'Isogrid

La masse d'un avion est un paramètre majeur qui influe notablement sur la vitesse d'approche, le gain de masse permet d'accroître de façon déterminante les capacités opérationnelles de l'avion dans le cadre de son utilisation, donc un choix entre d'avoir une première fréquence modale plus élevée qui représente la robustesse de la structure (Figure IV.8) et entre le coût engendré par un tel choix (Figure IV.9).

Les critères techniques pour le choix des matériaux sont variés et spécifiques à chaque structure, il faut tenir en compte de plusieurs caractéristiques notamment :

Chapitre 4 *Application aux structures aéronautiques et analyse des résultats*

- ✦ les tenues mécaniques statiques et en fatigue.
- ✦ le module d'élasticité.
- ✦ les gains de masse à tenue équivalente et, par conséquent, l'amélioration des performances ;
- ✦ la tenue à la corrosion ;
- ✦ la tenue en température ;
- ✦ le comportement électrique et électromagnétique ;
- ✦ l'environnement et les éléments avec lesquels il est assemblé ;
- ✦ la facilité de mise en œuvre et d'industrialisation.

C'est la maîtrise de toutes ces caractéristiques, liée au respect des contraintes calendaires, qui permet de justifier les choix qui ont été faits en matière de technologie et de matériaux.

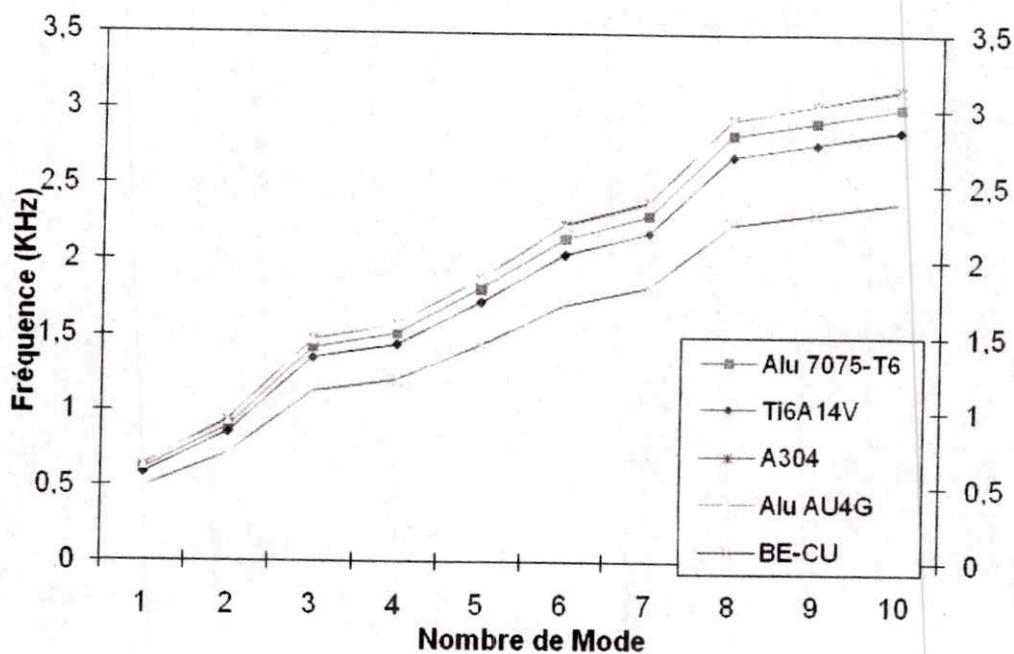


Figure IV.8: La variation de la fréquence en fonction du mode propre

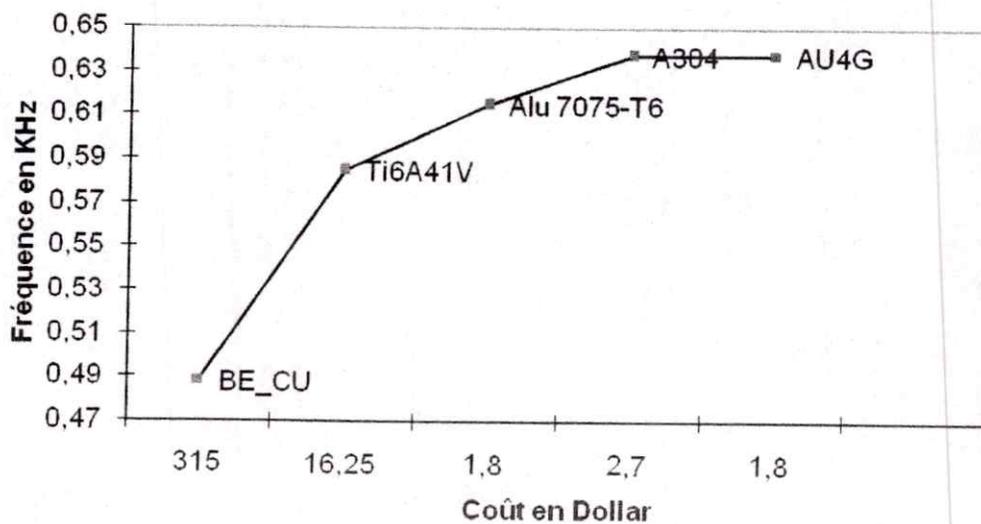


Figure IV.9: La variation de la fréquence en fonction du coût du matériau.

Ces résultats montrent donc qu'il est parfaitement possible de concevoir une structure isogrid pour les structures aéronautiques afin de réduire la masse totale et de gagner en terme de coût.

IV.2.2. Tronçon de fuselage avec un plancher :

IV.2.2.1. Géométrie et maillage : obtenue à l'aide du logiciel MSC/PATRAN dans le menu *geometry*.

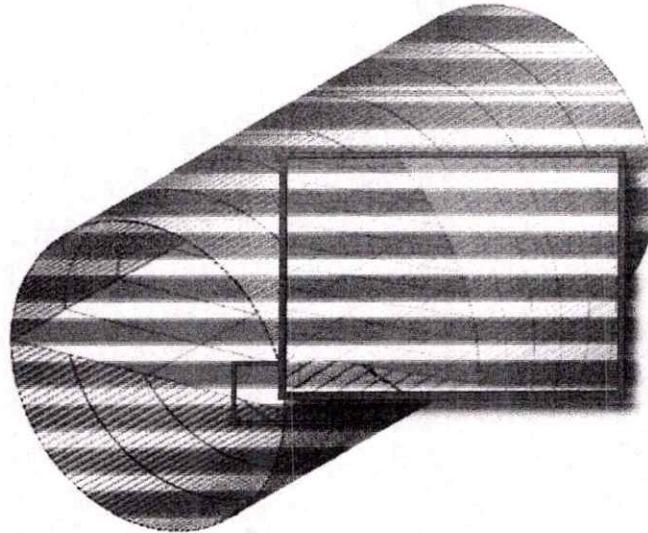


Figure IV.10 : Géométrie et maillage du fuselage.

IV.2.2.2. Conditions aux limites et types de chargements :

Le fuselage est soumis à 2 forces (poids + pression), et posé sur deux appuis.

IV.2.2.3. Analyse et résultats :

➤ Analyse modale :

On s'intéresse dans cette application à l'analyse dynamique, dans le cas où l'avion est au sol, on remarque la présence de diverses configurations et de combinaison de phénomènes à savoir:

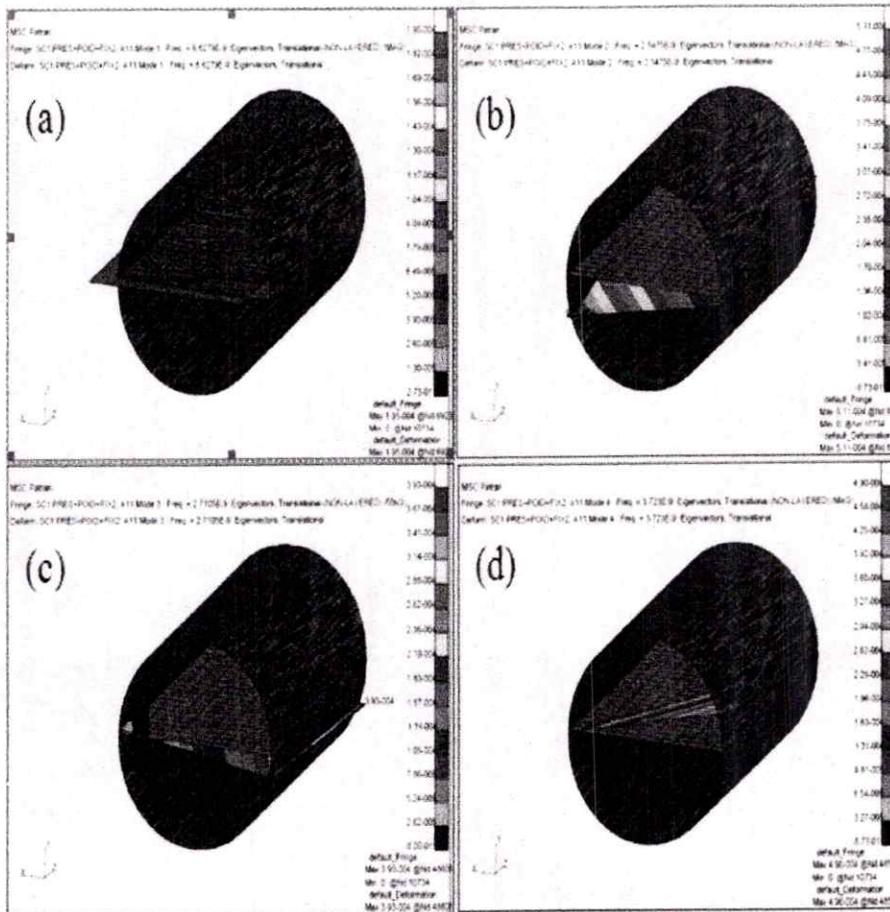
- Figure IV.11 (a) : cisaillement au niveau du plancher.
- Figure IV.11 (b) : Torsion au niveau du plancher.
- Figure IV.11 (c) : Flexion au niveau du plancher.
- Figure IV.11 (d) : Torsion au niveau du plancher.
- Figure IV.11 (e) : cisaillement au niveau du plancher.
- Figure IV.11 (f) : Flexion au niveau du plancher.
- Figure IV.11 (g) : Compression au niveau du fuselage.
- Figure IV.11 (h) : Flexion au niveau du plancher.
- Figure IV.11 (i) : Compression+Torsion au niveau du fuselage.
- Figure IV.11 (j) : Compression au niveau du fuselage.

Chapitre 4 *Application aux structures aéronautiques et analyse des résultats*

On voit que la structure du fuselage est une structure à raidissage, ce qui permet au fuselage de mieux encaisser les efforts. Ce raidissement est fait par des lisses qui sont elles fixées sur les couples. Le rôle d'une telle structure d'encaisser les efforts dûs à la pressurisation, assurer la forme du fuselage, sa rigidité et les contraintes inéluçables (flexion, torsion), que se soit en configuration de vol ou au sol.

On note que le fuselage d'un avion est soumis au cours du vol à de multiples et nombreux efforts:

- ✦ efforts de flexion (verticale et horizontale)
- ✦ efforts de torsion
- ✦ efforts de résistance à la pressurisation
- ✦ efforts localisés (impact à l'atterrissage)



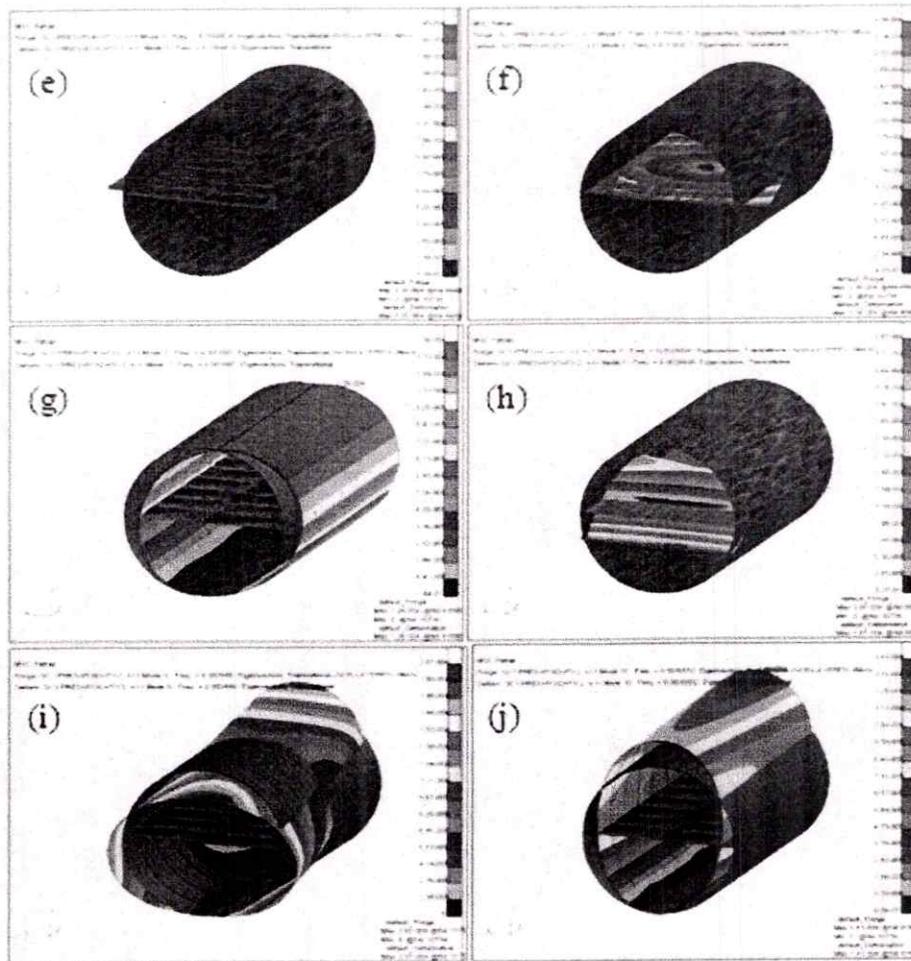


Figure IV.11: Différents modes du fuselage.

IV.2.3. Raidissage :

IV.2.3.1. Plaque raidi courbet:

IV.2.3.1.1. Géométrie et maillage :

Obtenu à l'aide du logiciel MSC/PATRAN dans le menu **geometry**.

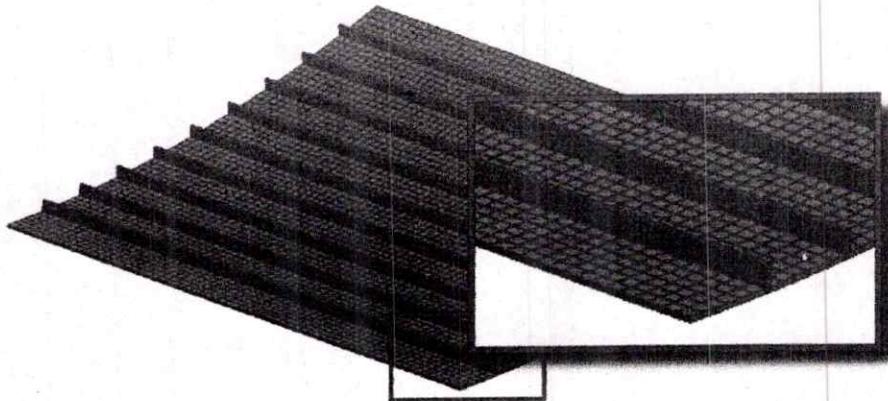


Figure IV.12: Géométrie et maillage de la plaque raidi (courbet).

IV.2.3.1.2. Conditions aux limites et types de chargements :

La plaque est fixée de deux extrémités et soumise à une force due au poids.

IV.2.3.1.3. Analyse et résultats :

➤ Analyse statique :

Les franges colorées donnent l'amplitude du vecteur déplacement décrivant la forme propre de chaque mode. Le nœud de la structure (déplacement nul) correspond à la couleur noir. L'amplitude maximale est donnée par la couleur rouge (figure IV.13).

Ces figures permettent de voir où se font les déformations et quels éléments les plus sollicités, ce qui laisse pressentir qu'ils jouent un rôle particulier le choix du type de matériaux ainsi les dimensions géométrique de la structure

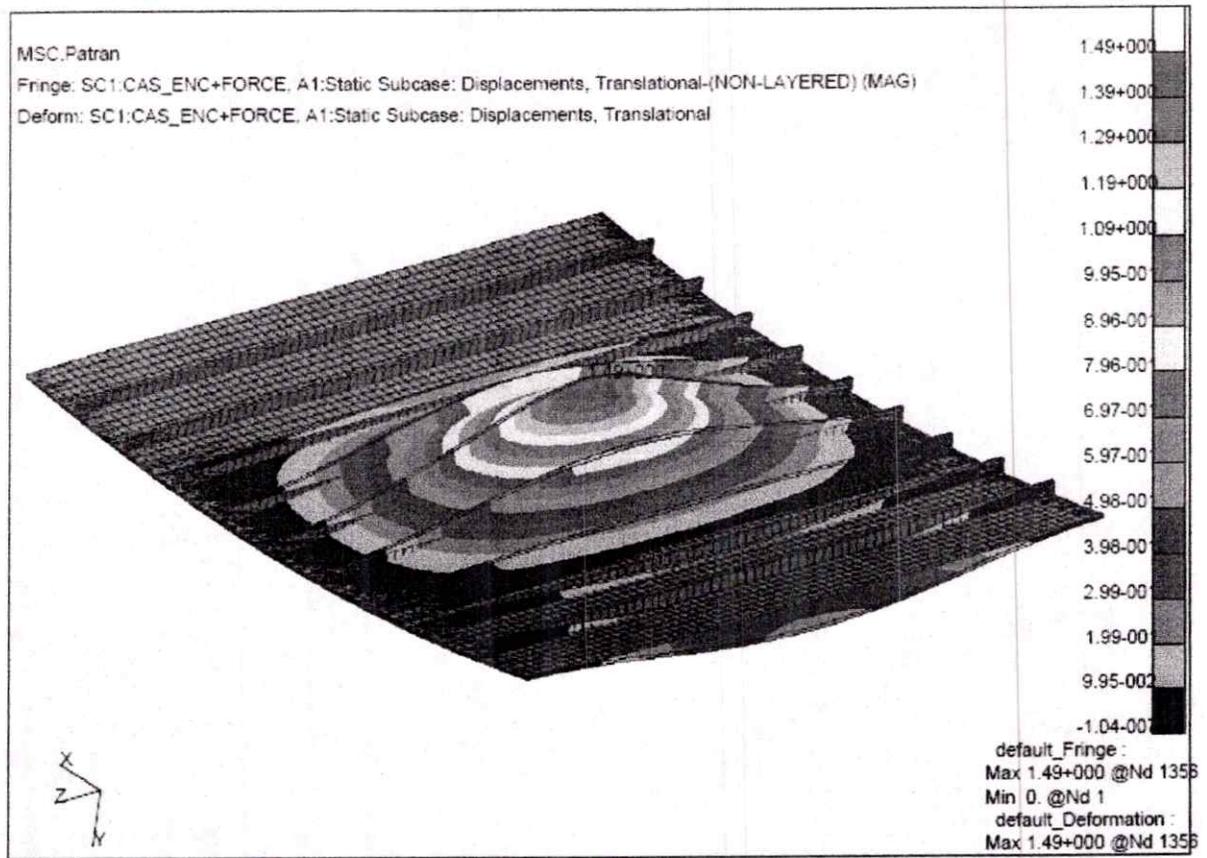
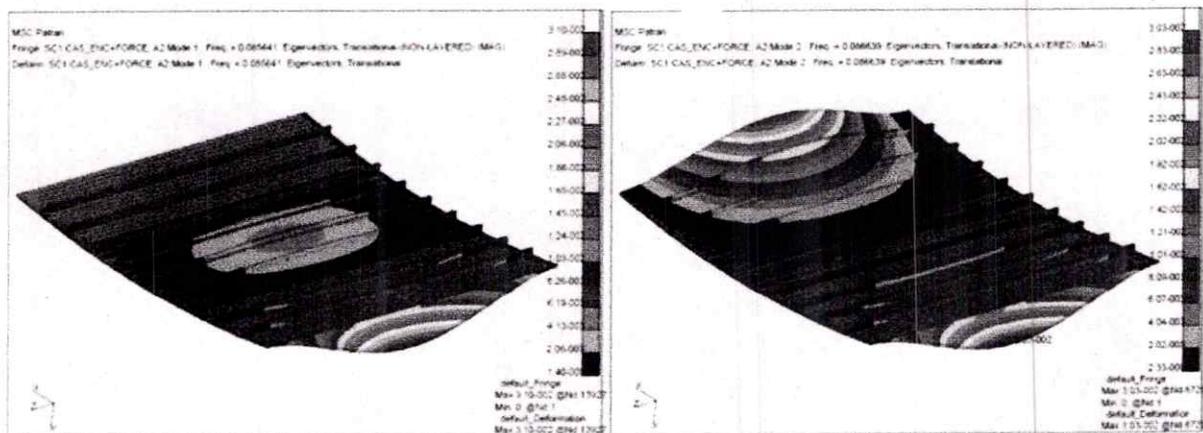


Figure IV.13: Répartition des déplacements sur la plaque raidie (courbet).

➤ Analyse modale :



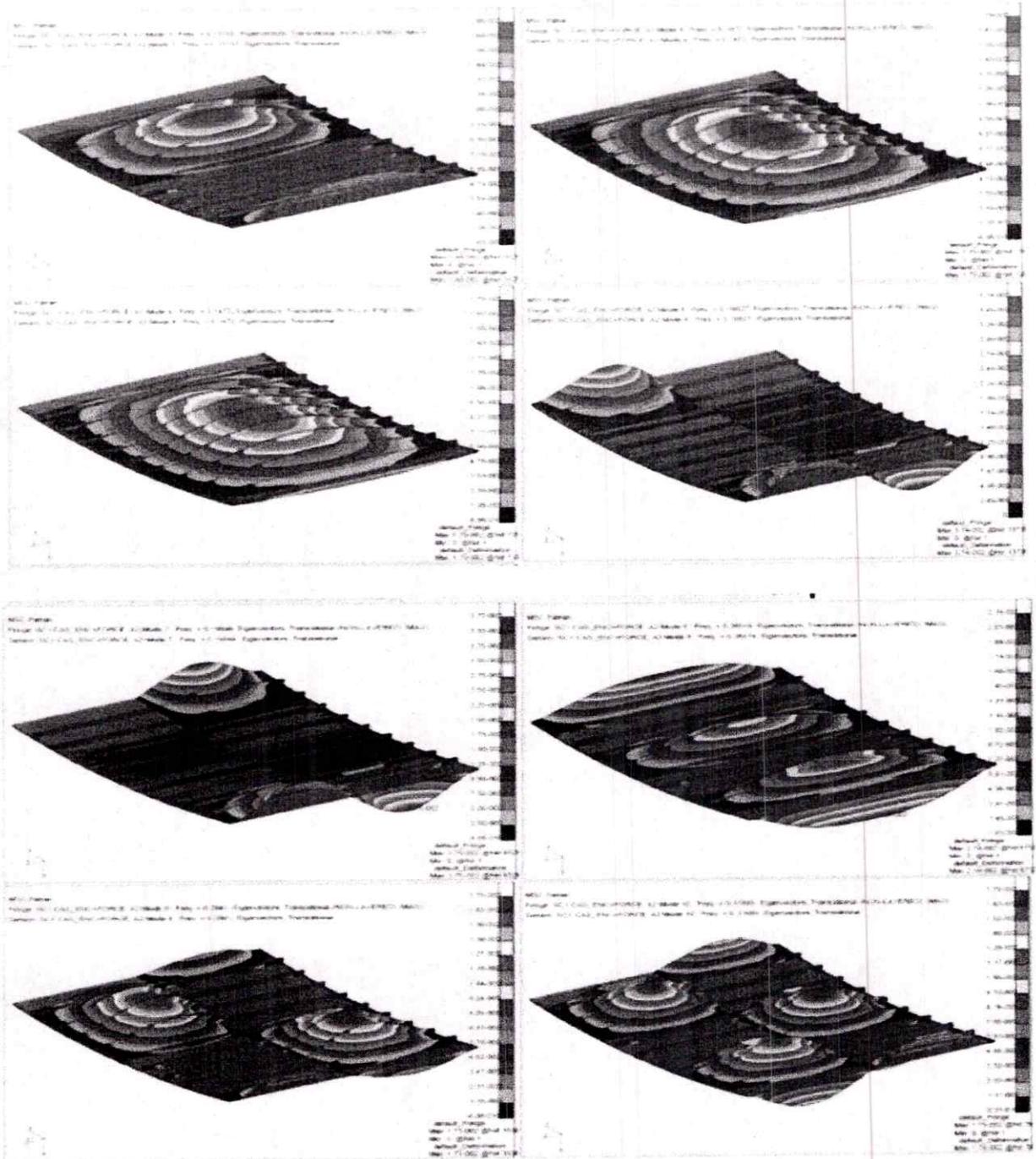


Figure IV.14: Différents modes de la plaque auto-raidi courbet.

IV.2.3.2. Plaque raidi plat:

IV.2.3.2.1. Géométrie et maillage : obtenue à l'aide du logiciel MSC/PATRAN dans le menu geometry.

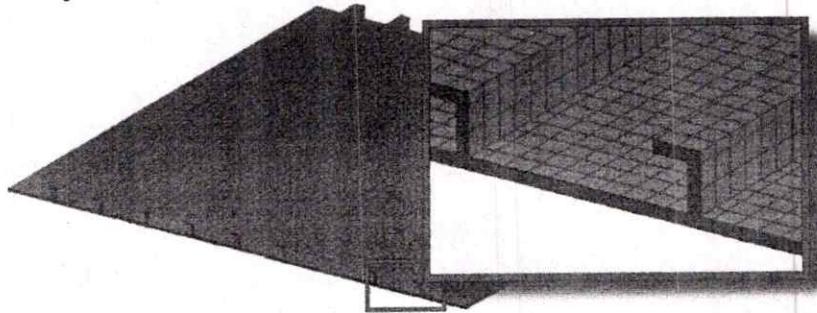


Figure IV.15 : Géométrie et maillage de la plaque raidi (plate).

IV.2.3.2.2. Conditions aux limites et types de chargements :

La plaque est soumise aux quatre forces et une pression ambiante.

1. Chargement dans le plan:

- Compression longitudinale
- Compression transversale
- gradient longitudinal d'effort dans le plan
- Charge de cisaillement
- Combinaisons

2. charges hors plan :

- Pression distribuée
- Charge latérale concentrée
- Combinaisons avec 1.

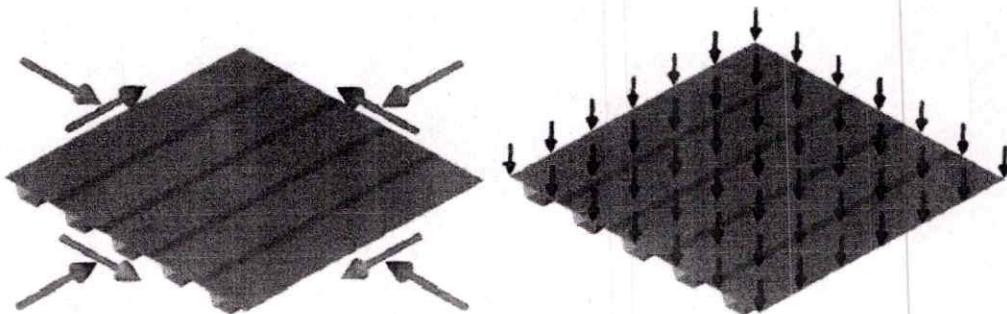


Figure IV.16 : Conditions aux limites et types de chargements.

IV.2.3.2.3. Analyse et résultats :

➤ **Analyse statique**

Dans cette application, on a fait varier le type de chargement, pour détecter les zones les plus sollicitées.

- Dans le cas d'une force $F=160$ N (10 fois le poids), On remarque un déplacement max de l'ordre 13 mm, qui correspond à une contrainte max de l'ordre 10,9 Mpa (voir figure IV.17 et IV.18) cette dernière est inférieure à la contrainte admissible qui est 500 Mpa, cela signifie que la structure résiste à ce type de sollicitation.
- Dans le cas où $F=1600$ N (100 fois le poids), les déplacements et les contraintes sont dans les normes de sécurité (pas de rupture) (voir figure IV.19 et IV.20).
- Dans le cas d'une force $F=16000$ N, on remarque une configuration de rupture (figure IV.23), la contrainte maximale est de l'ordre 1230 N qui est supérieure à la contrainte admissible.

Cas 1 : Normal

❖ $F=160$ N

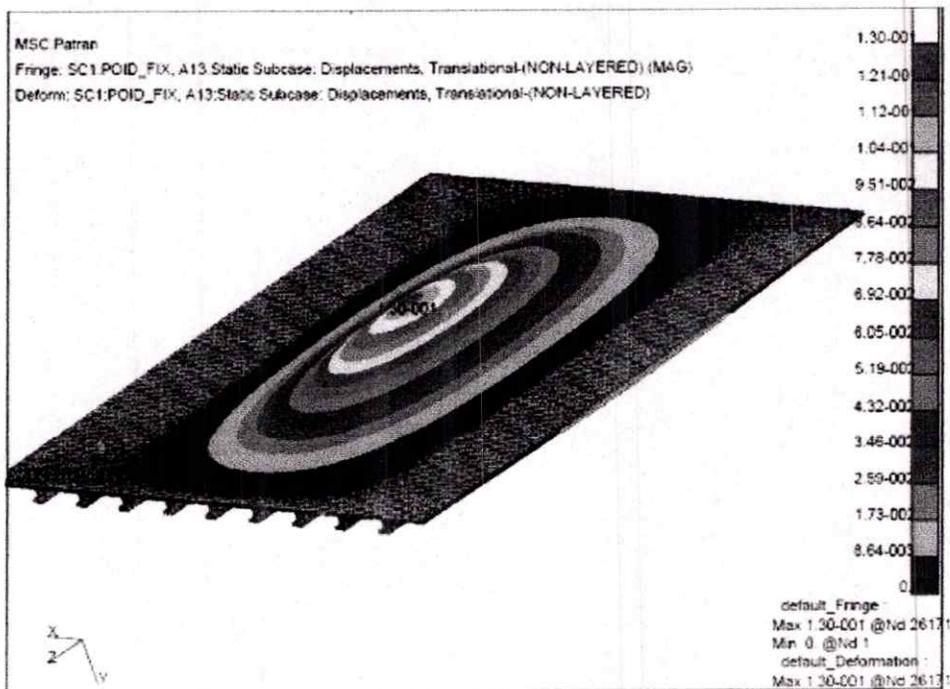


Figure IV.17 : Répartition des déplacements sur la plaque raidi ($F=160$ N).

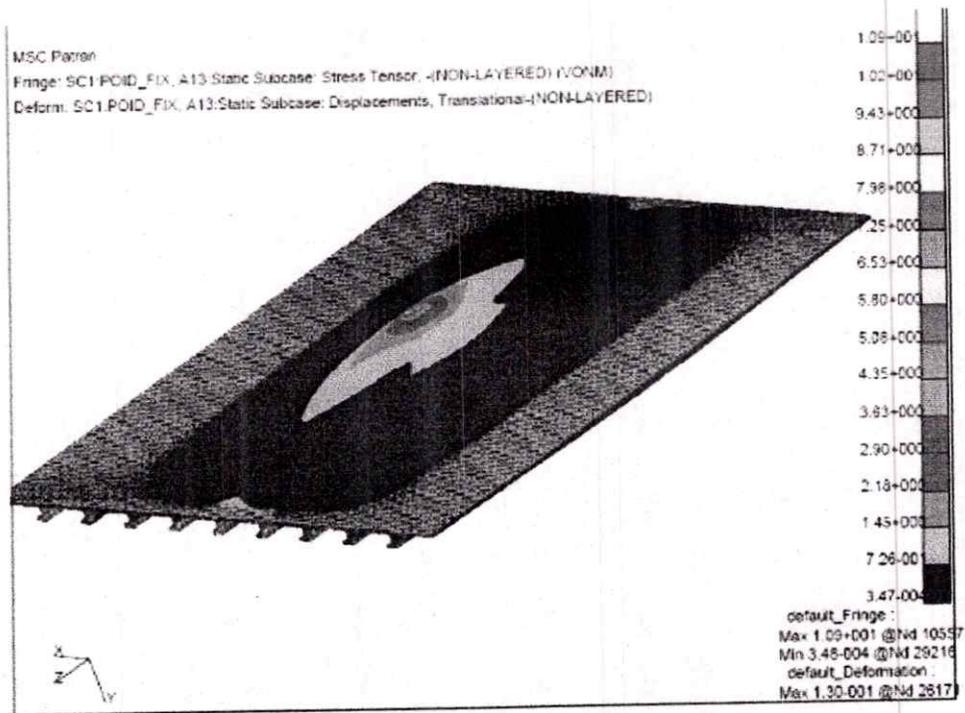


Figure IV.18: Répartition des contraintes sur la plaque raidi (F=160 N).

❖ F= 1600N

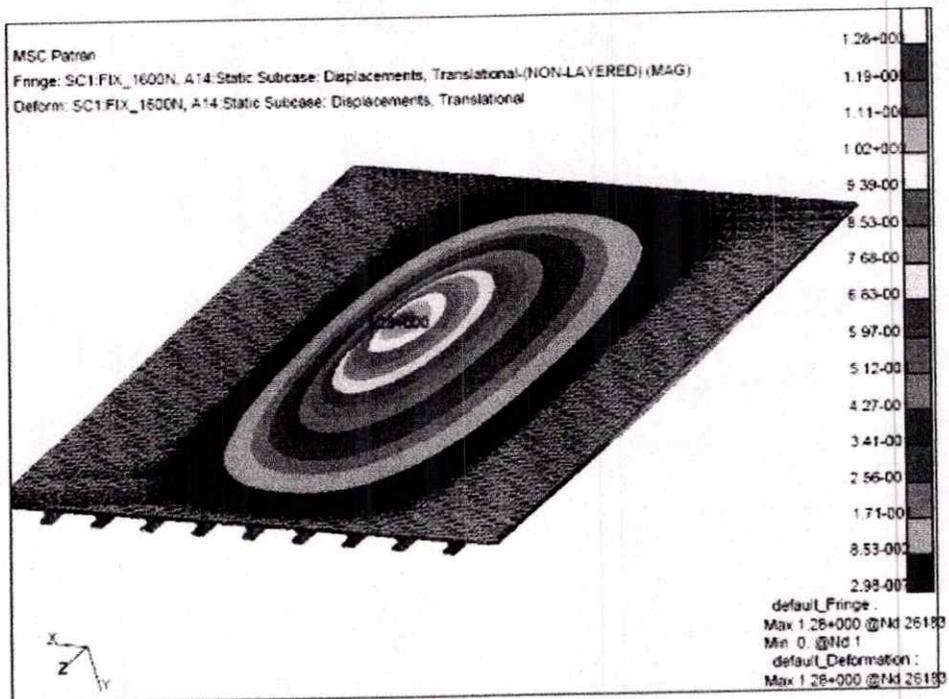


Figure IV.19: Répartition des déplacements sur la plaque raidi (F=1600 N).

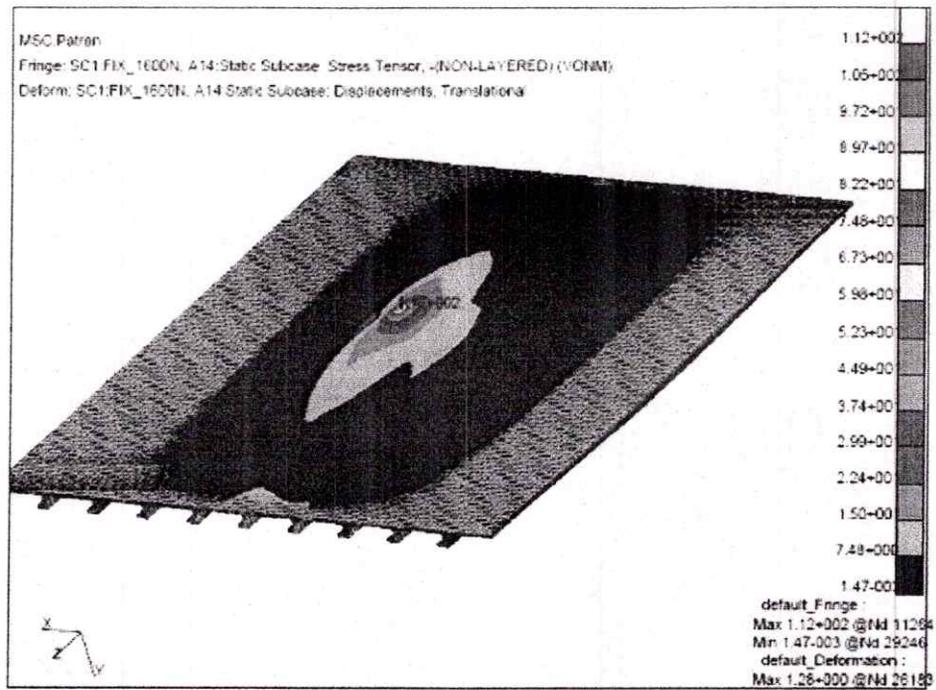


Figure IV.20 : Répartition des contraintes sur la plaque raidi (F=1600 N).

Cas 2 : Rupture.

❖ F= 16000N

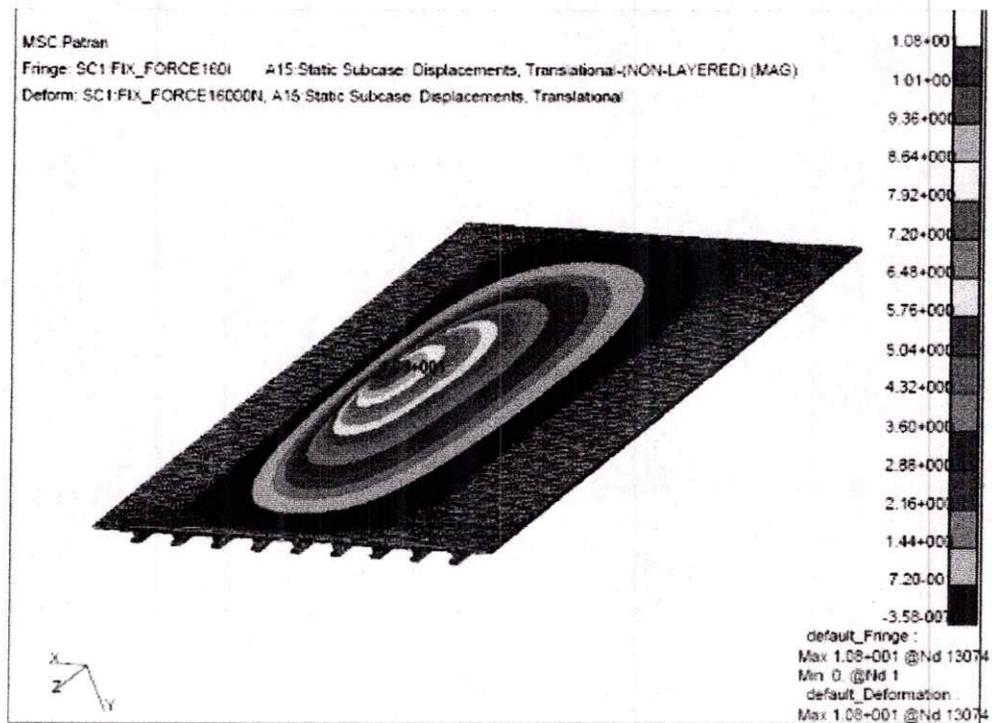


Figure IV.21: Répartition des déplacements sur la plaque raidi (F=16000 N).

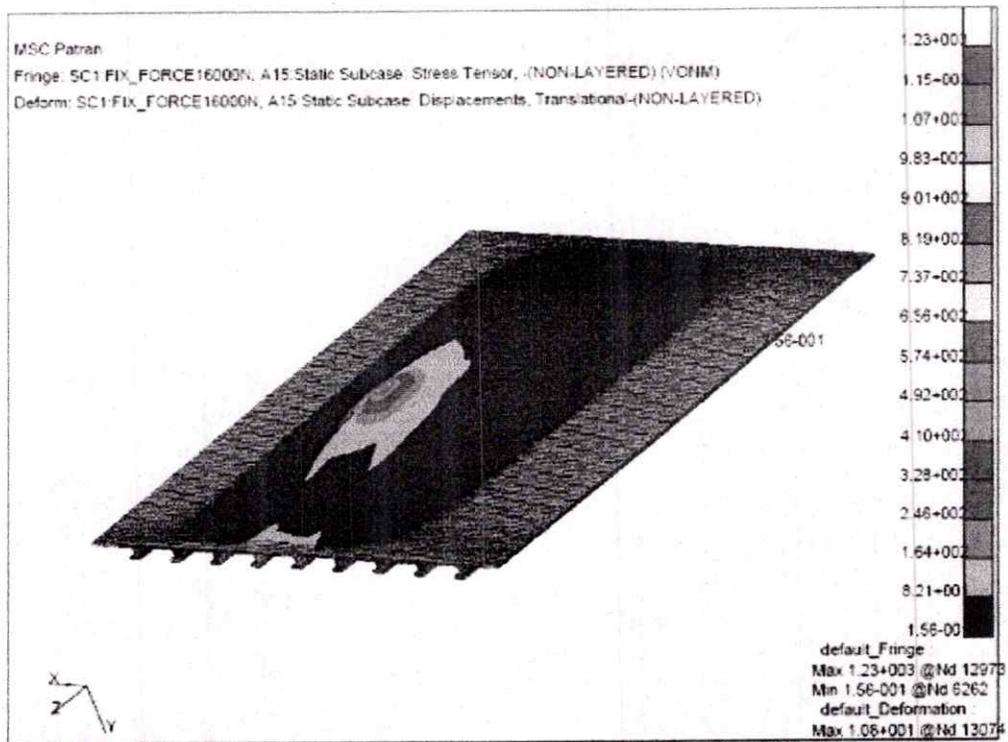


Figure IV.22: Répartition des contraintes sur la plaque raidi (F=16000 N).

➤ Analyse modale :

Dans le cas d'une structure à raidissage ou à nervure est soumise à des charges importantes, cela peut induire des contraintes à la base des nervures. Si cette zone ne comporte pas de rayon, il se produit de fortes concentrations de contraintes (qui entraînent souvent des fissurations et la rupture de la structure. La solution consiste à utiliser un rayon suffisamment important permettant une meilleure répartition des contraintes à la base des nervures (voir figure IV.23).

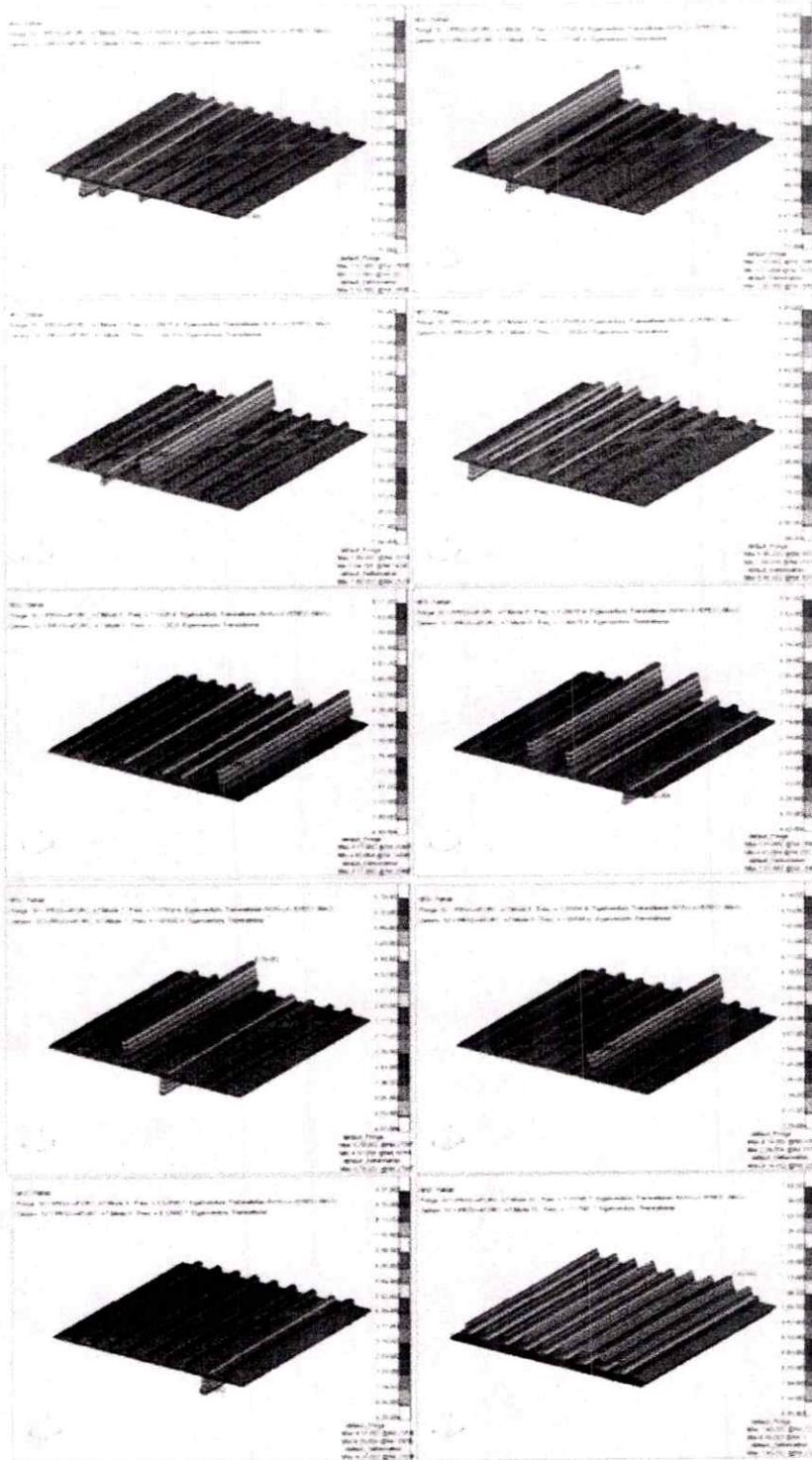


Figure IV.23: Les différents modes de la plaque auto-raïdi plat.

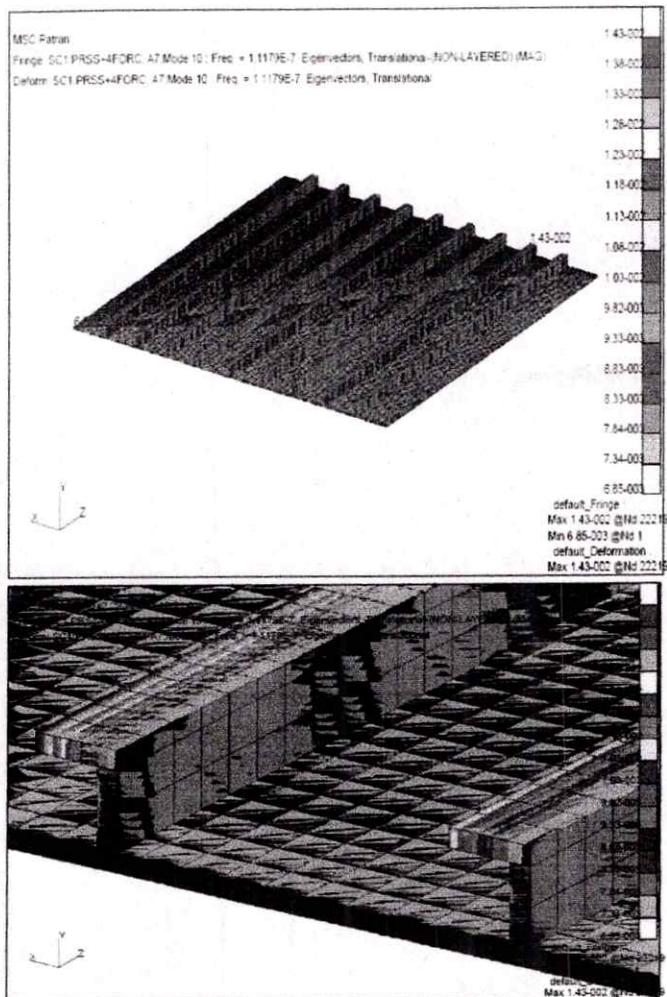


Figure IV.24: mode 10 de la plaque auto raidi plat avec une échelle vraie.

Conclusion

L'analyse statique ou dynamique des structures a de multiples applications dans la technologie pour diverses branches de l'industrie comme, par exemple, le génie aéronautique, la construction automobile, la construction navale, la technologie nucléaire. L'industrie fait appel de plus en plus souvent à la modélisation numérique pour réduire le temps nécessaire aux études, diminuer le nombre d'essais expérimentaux, coûteux par rapport aux simulations, et pour optimiser les procédés de fabrication. La modélisation est devenue désormais une étape incontournable dans les phases de conception et de développement de nouveaux produits.

Conclusion générale

La simulation est un outil puissant d'analyse des systèmes. C'est aussi un outil qui facilite la compréhension du fonctionnement de ceux-ci, au travers de l'activité de modélisation.

L'objectif de cette étude est la modélisation des structures aéronautiques. La conception, au niveau mécanique, d'un avion doit incorporer beaucoup d'aspects dont les éléments les plus importants (modélisation, CAO, analyse, ..) sont présentés dans ce mémoire.

L'analyse préliminaire d'une conception de structures est nécessaire pour détecter les défauts potentiels dans le système. La détection de différents modes de défaillances avant la réalisation empêche des dépenses inutiles et du retard. L'analyse par éléments finis (AEF) utilisant le logiciel MSC Patran/Nastran est une technique puissante employée intensivement pour détecter de tels défauts.

L'exactitude de l'analyse par éléments finis (AEF) peut varier en fonction des différentes étapes de conception. Des conceptions préliminaires de configuration peuvent être efficacement rejetées sans nécessairement faire une analyse complexe et difficile. Une analyse fine par la méthode des éléments finis peut être réalisée en faisant une analyse plus précise des nœuds et au niveau du maillage.

L'outil de CAO s'est avéré essentiel dans la réalisation des structures, les différents résultats obtenus dans ce mémoire prouvent que la conception par CAO est incontournable. Grâce au CAO, on peut réduire la période du dessin, gagner dans la précision et arriver à une plus grande flexibilité dans la phase de la conception, qui est traduite, finalement, par de meilleures périodes d'accomplissement des projets, d'une rentabilité de plus haute qualité.

Un facteur important qui doit être considéré dans la conception d'une structure pour une application aéronautique est le choix du type de matériaux de la structure et ceci à travers les analyses statiques et dynamiques. Le choix des matériaux appropriés fournira l'environnement opérationnel optimal pour la structure.

Il est important de souligner par la suite de notre étude, l'importance de la simulation numérique dans le cadre de l'analyse des structures par éléments finis. Ce projet nous a permis d'approfondir nos connaissances sur la modélisation numérique en utilisant des outils d'analyse plus sophistiqués en calcul de structures et ceci à travers des logiciels MSC/PATRAN et NASTRAN.

Il ressort de la revue des résultats obtenus dans le cadre de modélisation des structures aéronautiques, que pour mener à bien un projet en aéronautique, il faut tenir compte de plusieurs paramètres ainsi que les interactions et la variabilité entre les différents sous-systèmes composant l'engin aéronautique.

Cette étude apporte une aide précieuse dans le cadre de la modélisation de l'analyse des structures aéronautiques, il permet de comprendre comment la performance de tout ou d'une partie d'une structure contribue à la performance globale de l'avion.



Bibliographie

- [1] Encarta 2007.
- [2] Mermoz J. 1999, « 020-Connaissance aéronefs JAR-FCL Cellule et Systèmes CPL-ATPL_Tome1 ».
- [3] VODOCHODY. Octobre 2002, « Cellule et propulseur L39 za ».
- [4] www.Volez.net.
- [5] www.Aviationpassion.org.
- [6] Fr.Wikipédia.org
- [7] www.chez.com/aerodynamique.
- [8] Boudjemai A. 2006.a, « Modélisation et analyse du comportement mécanique des structures d'un petit satellite d'observation de la terre », mémoire de magister en génie mécanique.
- [9] Gay D. 1997, « Matériaux composites », 3^e édition, Editions Hermès, ISBN 2-86601-586-X.
- [10] Berthelot J.M. 1992, « Matériaux composites : comportement mécanique et analyse des structures », Edition Masson.
- [11] www.mathworks.com.
- [12] Merad L. Juin 2005, « Modélisation et optimisation de réseaux d'antennes imprimées par les réseaux de neurones », thèse de Doctorat.