

UNIVERSITE SAAD DAHLEB BLIDA 1

Institut d'Aéronautique et des Études Spatiales

THESE DE DOCTORAT

Spécialité : Aéronautique

DÉTECTION ADAPTATIVE DE CIBLES DE COLLISION PAR UN RADAR FMCW
AEROPORTÉ

Par

Abdallah BOUIBA

devant le jury composé de :

S. BOUKRAA	Professeur, U. Blida	Président
M. HAMADOUCHE	Professeur, U. Boumerdes	Directeur de thèse
M. LAGHA	Professeur, U. Blida	Co-Directeur de thèse
F. OTMANE	MCA, U. Blida	Examineur
T. BOUKABA	MCA, ESTA	Examineur
Z. HAMOUDA	MCA, ESTA	Examineur
M. N. EL KORSO	Professeur, U. Paris 10	Invité

Blida, Novembre 2020

ملخص

يعتمد مفهوم رادار ذات المعالجة بواسطة شبكة هوائية على التنوع الزاوي عند الاستقبال ، مما مكن الأنظمة الحديثة من تحسين أداء المعالجة بشكل كبير ، وذلك بفضل التقدم المحرز في هذا المجال. استناداً إلى نموذج شبكة هوائية مستوية ، نقترح في هذه الأطروحة تحسين أداء أجهزة الكشف التكميلية لرادار من نوع FMCW في سياق غاوسي مركب ، ولا سيما في حالة وجود الضجيج في الخلايا الثانوية. لهذا نقترح جهازين للكشف التكميلي AMSD-ICMLE و ANMSD-ICMLE ، بناءً على تقدير اتجاهات الإشارة بواسطة خوارزمية ICMLE. تتيح هذه المعالجة المتعددة الأهداف تقدير معلمات الضوضاء في الخلية قيد الاختبار ، دون الحاجة إلى استخدام الخلايا الثانوية.

RÉSUMÉ

Le concept du radar à traitement d'antenne est basé sur la diversité spatiale à la réception, ce qui a permis aux systèmes modernes, une augmentation importante des performances de traitement, grâce aux avancées effectuées dans ce domaine. En se basant sur un modèle à réseau d'antenne plan, nous proposons dans cette thèse d'améliorer dans un contexte Gaussien-Composé, les performances des détecteurs adaptatifs pour un radar de type FMCW (frequency modulated continuous wave), en particulier dans le cas de présence des cibles de contamination dans les cellules secondaires. Pour cela nous proposons deux détecteurs adaptatifs (ANMSD-ICMLE et AMSD-ICMLE), basés sur l'estimation des directions d'arrivée par l'algorithme ICMLE. Ce traitement multi-cibles permet d'estimer les paramètres du bruit sur la cellule sous test, sans avoir à utiliser les cellules secondaires.

ABSTRACT

The concept of radar antenna processing is based on spatial diversity at reception, which has allowed modern systems a significant increase in processing performance, thanks to the advances made in this field. Based on a planar antenna array model, we propose in this thesis to improve in a Gaussian-Composite context, the performance of adaptive detectors for a FMCW (frequency modulated continues wave) radar, especially in the case of presence of contamination targets in secondary cells. For this we propose two adaptive detectors (ANMSD-ICMLE and AMSD-ICMLE), based on the estimation of arrival directions by the ICMLE algorithm. This multi-target processing allows to estimate the noise parameters on the cell under test, without having to use the secondary cells.

REMERCIEMENT

La présentation des résultats d'un travail est souvent un heureux événement non seulement parce que ça représente l'aboutissement de plusieurs années de labeur, mais également parce que c'est l'occasion de manifester la reconnaissance du candidat envers tous ceux qui ont contribué à sa réussite. Aussi je saisis cette opportunité pour remercier tous ceux qui ont permis à cette formation d'aboutir.

Pour avoir effectué ce travail au sein du laboratoire des science aéronautique de l'institut de l'aéronautique et de l'espace à l'université Blida1, je tiens avant tout à saluer toutes les personnes faisant partie de ce laboratoire et de cette institut.

Mes vifs remerciements vont à monsieur HAMADOUCHE M'hamed professeur à l'université de Boumerdes et encadreur de ce travail, qui m'a attribué toute sa confiance, grâce à son parrainage par de précieux conseils et un soutien permanent.

C'est avec toute ma sympathie et toute ma considération que je m'adresse à Monsieur LAGHA Mohand Professeur à l'université de blida et Co-encadreur, pour exprimé mes remerciements pour son soutien permanent.

Je tiens à remercier tout particulièrement les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux et pour m'avoir fait l'honneur de participer à ma soutenance de thèse : BOUKRAA Salah, président du jury, OTMANE Fadila, BOUKABA Toufik et HAMOUDA Zahir, examinateurs.

Il m'est difficilement possible de trouver les mots pour témoigner mes ressentiments et ma reconnaissance envers Mr EL-KORSO Mohammed Nabil qui m'a accueillis, encadrer et formé pendant et en dehors de mon séjour à l'IUT de Ville d'Avray à Paris, dans le laboratoire Énergétique Mécanique Électromagnétisme (LEME). Aussi mes remerciements vont vers Messieurs BRELOY Arnaud et FORSTER Philippe pour leurs orientations et conseils précieux.

Mes remerciements vont également à tous ceux qui ont œuvré pour me donner la chance de vivre cette expérience, peut être tout simplement leur dire : *Merci.*

DÉDICACE

Je dédie cet événement marquant de ma vie à la mémoire de mon père disparut trop tôt. J'espère que, du monde qui est sien, il apprécie cet humble geste comme preuve de reconnaissance. Puisse dieu, le tout puissant, l'avoir en sa sainte miséricorde.

À ma chère mère. Aucune dédicace ne saurait être assez éloquente pour exprimer ce que tu mérites pour tous les sacrifices que tu n'as cessé de me donner depuis ma naissance, durant mon enfance et même à l'âge adulte. Puisse Dieu, le tout puissant, te préserver et t'accorder santé, longue vie et bonheur.

À ma très chère épouse, pour la patience et le soutien dont elle a fait preuve pendant toute la durée de cette thèse. Pour tout l'encouragement, le respect et l'amour que tu m'as offert, Je te dédis ce travail, qui n'aurait pas pu être achevé sans ton éternel soutien et optimisme.

À mes prunelles Yasmine Nour et Naila.

À mes frères et sœurs, Salika, Kamel, Amina, Djamel, Samira et Nesma.

À ma belle famille " OMARJI " Abdelkrim, Fatma-zohra, Caryel, Sabrina et Sarah.

Table des matières

RÉSUMÉ	ii
ABSTRACT	iii
INTRODUCTION	1
1 MODÈLE DU RADAR FMCW ET TRAITEMENT D'ANTENNE	4
1.1 Introduction	4
1.2 Généralités sur les systèmes radar	4
1.3 Le concept du radar FMCW full-deramp	6
1.4 Mesure de distance par un radar FMCW	7
1.4.1 Transformation de Fourier du signal de battement	7
1.4.2 Résolution et Ambiguïté en distance	8
1.4.3 Transformations de Fourier sur plusieurs cycles	8
1.4.4 Expression discrète de la TF du signal de battement	9
1.4.5 Traitement sur une case distance	12
1.4.6 Sources de bruit des radars FMCW	12
1.5 Traitement spatial des signaux reçus	13
1.5.1 Réseaux d'antenne	13
1.5.2 Modélisation spatiale	13
1.6 Conclusion	15
2 ÉTAT DE L'ART DE LA DÉTECTION RADAR : CAS D'UNE SEULE CIBLE	17
2.1 Introduction	17
2.2 Principe général de la détection radar	17
2.2.1 Vraisemblance des données	17
2.2.2 Critère de Neyman-Pearson	18
2.2.3 Rapport de Vraisemblance Généralisé	20
2.3 Détection non adaptative sous un fouillis C.G	21
2.3.1 Détecteur optimal et le cas OGD	21
2.3.2 Détecteur sous optimal NMF	22
2.4 Estimation de la matrice de covariance	24
2.4.1 Estimateur SCM	25
2.4.2 NSCM	26
2.4.3 Estimateur du point fixe	26
2.5 Détection adaptative	26
2.5.1 L'AMF	27
2.5.2 L'ANMF	27
2.6 Conclusion	33

3	ESTIMATION DES DIRECTIONS D'ARRIVÉES DE PLUSIEURS CIBLES	34
3.1	Introduction	34
3.2	Configuration du modèle	35
3.3	Méthodes à sous-espaces	36
3.3.1	MUSIC	37
3.3.2	MUSIC Robuste	38
3.3.3	Autres versions MUSIC robustes	38
3.4	Méthodes basées sur le maximum de vraisemblance	39
3.4.1	ICMLE	40
3.4.2	IJMLE	43
3.4.3	Estimation séquentielle de ζ et \mathcal{S} avec l'ICMLE	48
3.5	Résultats et simulations	52
3.6	Conclusion	56
4	DÉTECTION ADAPTATIVE SANS DONNÉES SECONDAIRES	58
4.1	Introduction	58
4.2	Traitement multi-cible	58
4.3	Détecteurs multi-cibles non adaptatifs	60
4.3.1	MSD(Matched Subspace Detector)	60
4.3.2	NMSD(Normalized Matched Subspace Detector)	60
4.4	Détection adaptative multi-cible avec données secondaires	61
4.4.1	AMSD-CMLEP (Adaptive Matched Subspace Detector- Conditional Maximum Likelihood Estimator Procedure)	61
4.4.2	ANMSD(Adaptive Normalized Matched Subspace Detector)	62
4.4.3	Caractéristiques CFAR-texture et CFAR-matrice	62
4.5	Détection adaptative sans données secondaires	64
4.5.1	ANMSD-ICMLE	65
4.5.2	AMSD-ICMLE	65
4.6	Simulations et étude des performances	65
4.7	Conclusion	70
	CONCLUSION	71

Table des figures

1.1	Signal émis et signal reçu.	6
1.2	Fréquence du signal émis et du signal reçu.	6
1.3	Récepteur homodyne.	7
1.4	Le gain FFT en fonction de la distance de la cible	12
1.5	Réseau d'antenne plan	13
1.6	Configuration réseau d'antenne plan avec une cible	14
2.1	Les erreurs de détection	19
2.2	Propriétés CFAR-texture des détecteur NMF	23
2.3	Performances de l'OGD et du NMF-G pour le cas Gaussien, avec Σ parfaitement connue	23
2.4	Performances de l'OGD et du NMF-G pour le cas Gaussien, avec Σ connue à un facteur près	24
2.5	Les données radar durant le CPI	25
2.6	Mise à mal du AMF dans un milieu Gaussien partiellement homogène	27
2.7	Performances du ANMF dans les milieux Gaussiens homogène et partiellement homogène	28
2.8	Propriétés CFAR-texture du détecteur ANMF-SCM	29
2.9	Propriétés CFAR-texture du détecteur ANMF-NSCM	29
2.10	Propriétés CFAR-matrice du détecteur ANMF-NSCM	30
2.11	Propriétés CFAR-texture du détecteur ANMF-PF	31
2.12	Propriétés CFAR-matrice du détecteur ANMF-PF	31
2.13	Performances du ANMF dans un milieu Student-t avec $N = 2$	32
2.14	Performances du ANMF dans un milieu Student-t avec $N = 4$	32
3.1	Configuration réseau d'antenne plan avec plusieurs cibles	35
3.2	EQM-RSB pour l'angle θ_1	53
3.3	EQM-RSB pour l'angle φ_1	53
3.4	EQM-RSB pour l'angle θ_1	54
3.5	EQM-RSB pour l'angle φ_1	54
3.6	EQM-RSB de l'EM-ICMLE pour l'angle θ_1	55
3.7	EQM-RSB de l'EM-ICMLE pour l'angle θ_1	55
3.8	EQM-RSB de l'EM-ICMLE pour l'angle θ_1	56
3.9	EQM-RSB de l'EM-ICMLE pour l'angle θ_1	56
4.1	Propriétés CFAR-texture des détecteurs ANMSD-SCM, ANMSD-NSCM et ANMSD-PF	63
4.2	Propriétés CFAR-matrice des détecteurs ANMSD-SCM, ANMSD-NSCM et ANMSD-PF	63
4.3	P_d -RSB pour $M = 90$, $N = 4$ sans cible de contamination	66

4.4	EQM-RSB sur l'estimation de θ_1 pour $M = 90$	67
4.5	EQM-RSB sur l'estimation de φ_1 pour $M = 90$	67
4.6	P_d -RSB pour $M = 90, N = 4$ avec une cible de contamination de $-20dB$	68
4.7	Caractéristique ROC sans cible de contamination	68
4.8	Caractéristique ROC avec une cible de contamination de $RS_{CB} = -25dB$	69
4.9	Caractéristique ROC avec une cible de contamination de $RS_{CB} = -20dB$	69

Liste des tableaux

2.1	Les erreurs de détection	18
4.1	Propriétés CFAR-texture et CFAR-matrice	64

INTRODUCTION

L'objectif des systèmes radar (RAdio Detection And Ranging) est de détecter et localiser des objets présentant un intérêt opérationnel. Ces systèmes émettent des ondes radio dans l'espace, qui sont reflétés par des obstacles. Les échos reçus sont analysés pour une prise de décision sur la présence ou non d'une cible d'intérêt. Par ailleurs une mesure de la vitesse radiale de ces cibles peut être également effectuée en exploitant l'effet Doppler subi. En comparaison avec les systèmes optiques (LIDAR ou autres), les radars opèrent dans des conditions météorologiques défavorables, ce qui les rend plus fiables pour diverses applications (radar de veille, d'approche, aéroportés, etc. . .).

La problématique majeure du système de prise-de-décision (détecteur radar), est de statuer à partir du signal reçu, sur la présence ou non d'échos réfléchis par des cibles. Ce signal est pollué par des perturbations causées par le radar lui-même et par son environnement. En effet, ces perturbations, également appelées bruit total, proviennent de l'électronique du radar et de l'environnement extérieur (brouilleur, échos de sol ou de mer, environnement urbain, interférences...). Dans ce cadre, le bruit électronique est, à juste titre, modélisé par un processus Gaussien centré blanc, tandis que le bruit environnemental peut être modélisé par différents processus aléatoires qui se superposent au bruit thermique. C'est cette superposition que l'on nomme en radar "fouillis" [1].

L'hypothèse du bruit Gaussien complexe a été admise pendant longtemps dans l'étude des détecteurs radar pour modéliser le fouillis. Cette hypothèse a été établie afin de simuler l'écho environnemental provoqué par un très grand nombre de réflecteurs élémentaires en invoquant le théorème central limite. Ce modèle, associé au Test du Rapport de Vraisemblance Généralisé (GLRT) [2], a permis de développer des détecteurs appropriés aux radars classiques à basse résolution. Ces derniers se résument au détecteur optimal pour le cas Gaussien (OGD) également appelé matched filter detector (MFD) [2–4], pour une matrice de covariance du bruit totalement connue et au détecteur normalisé (NMF) [5–9] pour certains cas où la matrice de covariance n'est connue qu'à un facteur de puissance.

Ces détecteurs souffrent cependant du problème de la non connaissance de la matrice de covariance du fouillis. Pour remédier à ça, des versions adaptatives basées sur l'estimation empirique de cette matrice, appelée SCM (Sample Covariance Matrix) [2, 10], permettent d'obtenir des performances asymptotiquement optimales pour le cas Gaussien. Les détecteurs adaptatifs obtenus sont le filtre adapté adaptatif (AMF) [11] et le filtre adapté adaptatif normalisé (ANMF) [12]. L'estimation de la matrice de covariance se fait à partir des données (cellules) secondaires supposées ne contenir que du bruit, de même nature que celui de la cellule à tester.

En pratique, le modèle de l'environnement Gaussien n'est pas applicable pour les radars à haute résolution, en particulier en incidence rasante. En effet, dans ces cas, de nombreux

travaux ont montré que le fouillis s'éloigne de la statistique Gaussienne [13–15], donnant lieu à une statistique à caractère impulsionnel non-Gaussien, dépendante du milieu considéré. Ainsi, cette modélisation génère pour un détecteur classique, un taux de fausses alarmes très élevé, qui lorsqu'il doit être réduit, dégrade fortement les performances de détection.

Pour faire face à ce problème, différents modèles de bruit non-Gaussiens ont été développés, parmi lesquels le modèle Gaussien Composé (C.G : Compound Gaussian), largement utilisé par la communauté des radaristes [5, 16–19], pour sa conformité au modèle Gaussien ainsi que pour le fait qu'il peut couvrir la plus part des distributions non-Gaussiennes, à queue longue (impulsionnelle). Celles-ci sont typiquement utilisées pour modéliser les bruits impulsionnels, notamment le fouillis [13], tel que Student's, Cauchy, Weibull, K-, Laplace, inverse Gaussian compound-Gaussian, pour ne citer que quelques uns [14]. Ce modèle a été validé sur des données radars réelles en bande L [20] et en bande X [21, 22].

La distribution C.G est formulée par le produit de deux composantes : une variable aléatoire scalaire positive nommée texture, qui détermine la variation locale de la puissance du fouillis, et un vecteur aléatoire Gaussien complexe de moyenne nulle nommé speckle qui caractérise les propriétés de cohérence. Cette distribution sera de ce fait entièrement définie par les paramètres de la texture et par la matrice de covariance du speckle. Les détecteurs adaptatifs conçus pour ce modèle sont quand à eux, basés sur l'estimation de la matrice de covariance du speckle, sans tenir compte de la texture, ce qui a contribué à s'affranchir de la méconnaissance de la statistique des perturbations.

Le traitement d'antenne appliqué aux radars constitue le deuxième volet de notre travail. Dans ce domaine, le radar à balayage électronique (phased-array radar en anglais) [23] utilise un réseau d'antennes formé généralement par un très grand nombre d'éléments sur une surface plane. Le déphasage entre chacune des ouvertures permet de recréer électroniquement par formation de faisceaux conventionnelle (FFC) [24] un diagramme directionnel similaire à celui d'une antenne parabolique. En variant le déphasage à la sortie de chaque élément d'antenne, on change la direction sondée et on peut ainsi balayer selon la verticale et l'horizontale sans avoir à faire bouger l'antenne. Ce balayage électronique, peut donc se faire beaucoup plus rapidement qu'avec un système mécanique, ce qui explique l'intérêt de la recherche pour ce type d'application radar.

L'utilisation des données brutes sur le réseau d'antenne sans recourir à la FFC, permettra un multiplexage temporel en localisant sur la même cellule de test plusieurs cibles à la fois, chaque cible ayant une direction d'arrivée différente. Nous verrons en suite que cela va nous permettre d'estimer la statistique des perturbations de la cellule sous test, et d'éviter ainsi les erreurs d'estimation sur les cellules secondaires, dues aux cibles de contaminations et à la non homogénéité de l'environnement.

Notre problématique "Contribution à l'estimation des directions d'arrivée et à la détection radar", sera donc présentée au cours des quatre chapitres qui constituent cette thèse. Tout d'abord, Le premier chapitre introduira le modèle radar dans le contexte de notre configuration, en se basant sur l'exemple du signal radar FMCW (frequency modulated continuous wave) [25, 26], le traitement de ce signal à la réception et la configuration du réseau d'antenne plan qui permettra une couverture spatiale à deux (2) dimensions. L'objectif de ce chapitre est d'obtenir un modèle mathématique représentatif de la configuration

visée. Le deuxième chapitre présente l'état de l'art de la détection radar et l'évolution des travaux sur les détecteurs parfaitement connus puis les détecteurs adaptatifs, en se basant sur l'estimation de la matrice de covariance sur les cellules secondaires. Au cours du troisième chapitre nous présentons, dans un contexte de fouillis Gaussien composé, les principaux estimateurs d'angles d'arrivées à sous-espaces, ainsi que les estimateurs itératifs ICMLE et IJMLE (Iterative Conditional Maximum Likelihood Estimator et Iterative Joint Maximum Likelihood Estimator) [27, 28], basés respectivement sur la maximisation de la vraisemblance conditionnelle et jointe. Une version accélérée de l'ICMLE, noté EM-ICMLE (EM : Expectation Maximization) est proposée pour réduire le coût calculatoire de l'optimisation multidimensionnelle. Nous verrons que ces algorithmes permettent d'estimer de plus, la matrice de covariance du bruit, les réalisations de la texture ainsi que les signaux cibles.

Le quatrième chapitre sera consacré à l'étude des détecteurs multi-cibles, non-adaptatifs NMSD et MSD (Normalized Matched Subspace Detector et Matched Subspace Detector), et adaptatifs ANMSD et AMSD (Adaptive Normalized Matched Subspace Detector et Adaptive Matched Subspace Detector) avec et sans cellules secondaires. Notez que la détection sans cellules secondaires est possible grâce aux estimations obtenues par l'algorithme ICMLE. On propose aussi, l'étude du détecteur adaptatif AMSD-CMLEP (Adaptive Matched Subspace Detector-Conditional Maximum Likelihood Estimator Procedure) avec estimation des réalisations de la texture sur les cellule sous test, et de la matrice de covariance sur les cellules secondaires. Pour finir nous présentons les conclusions de ce travail de thèse ainsi que les perspectives d'étude suggérées pour le futur.

Chapitre 1

MODÈLE DU RADAR FMCW ET TRAITEMENT D'ANTENNE

1.1 Introduction

Ce premier chapitre présente le développement du modèle mathématique à partir du radar à onde continue FMCW (Frequency Modulated Continuous Wave). L'utilisation de plus en plus croissante de ce type de radar nous a poussé à étudier le traitement effectué sur cette forme d'onde, qui par ces avantages par rapport au radar à impulsion : faible cout, simplicité d'implémentation, consommation réduite en énergie électrique, ...etc, suscite de l'intérêt pour des applications à portées de plus en plus grandes.

A l'issue de ce chapitre, il sera établi un modèle mathématique des signaux reçus par un réseau d'antenne plan. Pour cela nous abordons les détails de la réception homodyne et de la transformation de fourrier discrète, qui permettront l'obtention de signaux temporels avec des pics indiquant la présence des cibles. Ensuite nous statuerons sur l'organisation des données radar pour le modèle à réseau d'antenne plan.

1.2 Généralités sur les systèmes radar

De nos jours, le terme radar est assez fréquent dans le langage quotidien. Il est familièrement utilisé pour désigner une méthode de mesure de vitesse d'un objet en mouvement, en ce sens il est d'ailleurs considéré souvent comme une source de tracas. En réalité ce mot est l'acronyme de "Radio Detection and Ranging" utilisé pour désigner un système de détection des objets pas forcément coopératifs, de déterminer leur direction, leur altitude ou leur vitesse en utilisant l'énergie électromagnétique transmise par le radar, et réfléchi par les cibles. Les fréquences utilisées dans les systèmes radar sont telles que cette énergie permet la détection d'objets invisibles à l'oeil nu à cause de la distance, de l'obscurité ou des conditions météorologiques. Bien que les principes généraux du radar soient connus depuis longtemps, la conception des premiers systèmes utilisables a nécessité énormément d'avancées en électronique.

Les applications radar les plus en vue sont d'ordre militaire ou spatial. Durant les conflits le radar a joué un rôle très important, il a modifié progressivement les caractéristiques de la guerre en supprimant presque complètement l'effet de surprise dans le déroulement des opérations. En effet, il permet de détecter et de localiser à grande distance, les objectifs mobiles (navires, avions, bateaux ...etc.), de suivre leurs routes de jour comme de nuit et dans des conditions météorologiques sévères. Grâce à lui l'alerte peut être déclenchée avec préavis, et les moyens de réaction sont dirigés vers les agresseurs.

Dans le domaine spatial, les radars dédiés à l'observation de la terre ou de l'espace sont embarqués à bords de satellites et lancés régulièrement en orbite. Ils transmettent des données acquises au dessus des continents pour le suivi des ressources et des états de surface. Les équipements radar spatiaux ont connu un tel essor qu'ils fournissent des informations à une échelle permettant de contrôler assez facilement les sites observés avec une agilité de système importante.

Dans le domaine civil, les applications radar sont devenues nombreuses et importantes, tel que le contrôle des limitations de vitesse et de la circulation aérienne, l'atterrissage dans des conditions de visibilité très réduite, ...etc.

Le mot radar s'applique donc à une très vaste gamme d'utilisateur, allant des équipements des bords, de volume et poids réduits, à de très gros ensembles servis par plusieurs personnes. Cependant en dépit de cette extrême diversité d'aspects et d'emplois, les mêmes principes de base se retrouvent sur tous les types de radars.

Pour détecter et localiser un objectif auquel on s'intéresse, le radar émet des ondes électromagnétiques puissantes dans une direction ou dans une zone déterminée, là où l'objectif intéressant est supposé se trouver ; si c'est le cas, une partie de l'énergie transmise est réfléchi vers l'antenne réceptrice, puis orientée vers un récepteur. Le signal ainsi capté, appelé écho, va donc signaler la présence de l'objectif qui constitue la cible.

La localisation de la cible en direction est assurée à partir de l'antenne : si celle-ci rayonne un faisceau d'ouverture angulaire très fine, l'écho ne sera reçu que si l'antenne est dirigée vers la cible. Par cet effet, la direction de rayonnement de l'antenne indique la direction de la cible avec une certaine précision qui dépend de l'ouverture angulaire.

Du point de vue du signal émis, les radars peuvent être globalement classés en deux catégories :

- Les radars à impulsions (pulse radar), où le radar émet une impulsion courte et attend le retour pour déterminer la position de la cible.
- Les radars à ondes continues (CW : Continuous Wave radar), où le radar émet continuellement à partir d'une antenne et reçoit à l'aide d'une seconde antenne le signal écho réfléchi.

Les premiers sont les plus répandus, ils permettent de déceler l'existence d'un objectif et de le localiser avec une grande précision. Ce type de radar nécessite une puissance d'émission très élevée, ce qui entraîne une électronique hyperfréquence coûteuse. Les seconds se subdivisent en deux sous-catégorie : Les radars à ondes continues non modulé, qui utilisent l'effet doppler ; ils décèlent aussi l'existence d'objectifs mais sans pouvoir les localiser, par contre ils indiquent naturellement la vitesse de déplacement radiale de l'objectif. La deuxième sous-catégorie est le radars à onde continue modulée en fréquence FMCW ou plus précisément LFM CW (Linear Frequency Modulated Continuous Wave), dont la fréquence varie linéairement en fonction du temps. Ce type de signal permet de mesurer avec précision la distance et la vitesse des cibles. La puissance d'émission de ce type de radar est particulièrement réduite, grâce au principe de diffusion de l'énergie dans le temps, ce qui permet une électronique hyperfréquence peut être moins coûteuse par rapport aux radars à impulsions.

1.3 Le concept du radar FMCW full-deramp

Le principe du radar FMCW [25, 26] consiste à transmettre à une fréquence d'émission f_0 un signal $s_e(t)$, communément appelé Chirp, de puissance V pendant un temps T , sur lequel la fréquence d'émission varie linéairement sur la bande B .

$$s_e(t) = \sqrt{V} e^{j2\pi[f_0 t + \frac{B}{2T} t^2]} \text{ avec } 0 < t < T$$

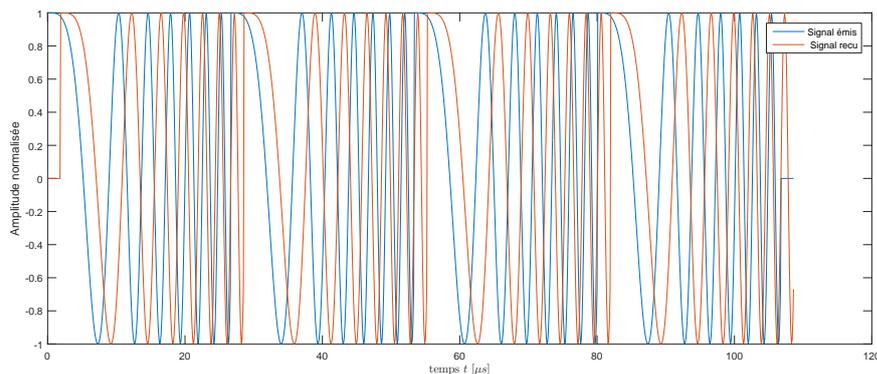


Figure 1.1 – Signal émis et signal reçu.

Le signal écho réfléchi $s_r(t)$ par une cible potentielle, aura la même forme du signal émis, affaibli par un facteur de puissance U et retardé d'un temps ι , qui définit la distance de la cible par la relation $R = \frac{c\iota}{2}$.

$$s_r(t) = \sqrt{U} s_e(t - \iota) = \sqrt{UV} e^{j2\pi[f_0(t-\iota) + \frac{B}{2T}(t-\iota)^2]}$$

De ce fait, le choix du temps de répétition des signaux Chirp, est lié à la distance maximale de travail du radar (R_{max}) par la relation $T = \frac{2R_{max}}{c}$. A titre d'exemple pour $R_{max} = 4000m$, le temps de répétition est de $T = \frac{2R_{max}}{c} = 26,67 \mu s$.

Le retard entre les signaux émis et reçus se traduit par une différence de fréquence constante sur l'intervalle $[\iota, T]$, cette fréquence est appelée fréquence de battement f_b .

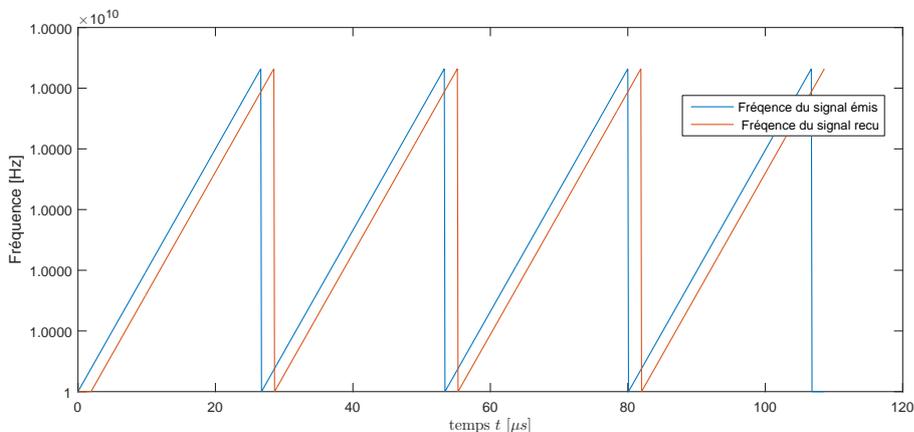


Figure 1.2 – Fréquence du signal émis et du signal reçu.

En se basant sur cette propriété, le concept full-deramp consiste à mélanger le signal reçu avec une réplique du signal transmis, afin d'obtenir une sinusoïde de fréquence f_b (figure 1.2), qui servira à mesurer la distance de la cible au lieu d'avoir à mesurer le retard ι . Cette étape de mixage joue également le rôle de récepteur homodyne, présenté sur la figure 1.3

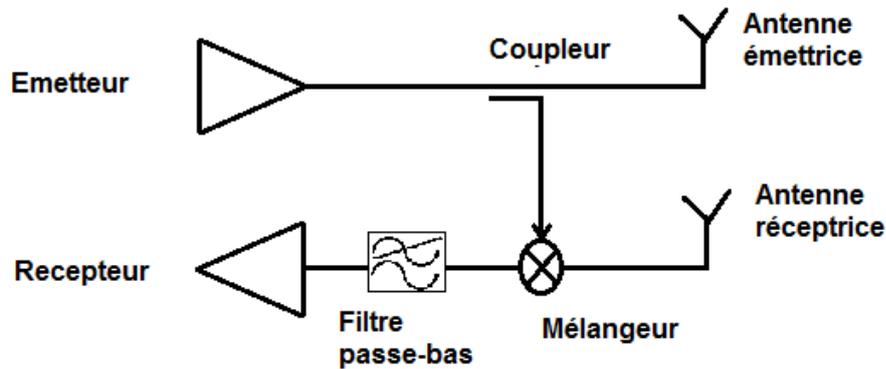


Figure 1.3 – Récepteur homodyne.

Le signal de battement en sortie du mélangeur après le filtrage passe bas s'écrit,

$$s_b(t) = s_r^*(t) \times s_e(t) = \sqrt{UV} e^{j2\pi[f_0\iota + \frac{B}{2T}\iota^2 + \frac{B}{T}\iota t]}$$

où $\{.\}^*$ représente l'opérateur complexe conjugué. Après simplification on obtient

$$s_b(t) = \sqrt{UV} e^{j2\pi\phi_0} e^{j2\pi f_b t} \quad \text{avec } \iota < t < T$$

Le signal de battement est donc sur l'intervalle $[\iota, T]$ une exponentielle pure de fréquence f_b et d'une phase constante ϕ_0 , qui sont toutes les deux fonctions de ι :

$$f_b = \frac{B}{T}\iota$$

$$\phi_0 = f_0\iota + \frac{B}{2T}\iota^2$$

1.4 Mesure de distance par un radar FMCW

1.4.1 Transformation de Fourier du signal de battement

La mesure de la distance de la cible se fait dans le domaine fréquentiel en calculant la transformée de Fourier du signal de battement $S_{f_b}(f)$.

$$S_{f_b}(f) = TF[s_b(t)] = \int_{\iota}^T s_b(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

$$S_{f_b}(f) = \sqrt{UV} e^{j2\pi\phi_0} \int_{\iota}^T e^{j2\pi(f_b - f)t} dt$$

$$S_{f_b}(f) = \sqrt{UV}(T - \iota) e^{j2\pi\phi_0} \text{sinc}(\pi(f - f_b)(T - \iota))$$

où sinc représente la fonction sinus cardinal. Cette transformée de Fourier nous donne un pic à la fréquence de battement f_b , correspondant à la distance de la cible R_{cib} par la relation :

$$f_b = \frac{R_{cib}}{cT} 2B$$

En pratique on fixe une distance minimale R_{min} , qui correspond à un retard ι_{min} , de l'ordre de $T \times 10\%$. Les cibles détectables se situeront à une distance comprise entre $[R_{min} R_{max}]$. Cet intervalle de distance correspond à l'intervalle temporel $[\iota_{min} T]$.

1.4.2 Résolution et Ambiguïté en distance

La résolution en distance est définie comme la plus petite distance entre deux cibles pouvant être séparées par le traitement. Elle est fonction de la largeur du lobe principale de la transformée de Fourier du signal de battement ($S_{f_b}(f)$) :

$$\Delta R = \frac{cT}{2B} \Delta f_b \quad \text{avec} \quad \Delta f_b = \frac{1}{T - \iota}$$

D'autre part, Le radar ne peut faire la différence entre les échos provenant d'une distance $R_{cib} = \frac{c\iota}{2}$ et d'une distance $R_{cib} = \frac{c(\iota+T)}{2}$. On dit qu'il y a ambiguïté en distance.

1.4.3 Transformations de Fourier sur plusieurs cycles

La mobilité des cibles induit un déphasage entre cycles caractérisant l'effet Doppler, qui est proportionnel à la vitesse. De ce fait, La distance de la cible R change de cycle en cycle et sera indexée par m , qui indique le numéro de cycle

$$R(m) = R_1 + v_{rad}mT$$

où R_1 indique la distance au premier cycle correspondant au retard ι_1 . En conséquence, le retard ι sur le temps court sera aussi indexé par m ,

$$\begin{aligned} \iota(m) &= \frac{2R(m)}{c} \\ &= \frac{2R_1}{c} + \frac{2v_{rad}mT}{c} \\ &= \iota_1 + \frac{2v_{rad}mT}{c} \end{aligned}$$

On a vu que pour un seul cycle le signal de battement s'écrit :

$$s_b(t) = s_e^* s_r = \sqrt{UV} e^{j2\pi[f_0\iota + \frac{B}{2T}\iota^2 + \frac{B}{T}\iota t]}$$

Ce signal changeant de cycle en cycle devient :

$$s_b(t_c, m) = \sqrt{UV} e^{j2\pi[f_0(\iota_1 + \frac{2v_{rad}mT}{c}) + \frac{B}{2T}(\iota_1 + \frac{2v_{rad}mT}{c})^2 + \frac{B}{T}(\iota_1 + \frac{2v_{rad}mT}{c})t_c]} \quad (1.1)$$

Où t_c représente le temps court pour chaque récurrence. Ce temps varie dans l'intervalle $[\iota_{min} T]$.

Découplage Doppler/Battement :

La fréquence de battement f_b évolue de cycle en cycle :

$$f_b(m) = f_{b1} + \frac{2mBv_{rad}}{c} \quad (1.2)$$

où $f_{b1} = \frac{B}{T}t_1$ représente la fréquence de battement au premier cycle.

En supposant qu'au cycle m l'inéquation $Tmv_{rad} < \Delta R$ est vérifié, alors le déplacement de la cible durant le temps d'observation Tm est inférieur à la dimension d'une case distance et la cible apparait constamment sur cette case. D'autre part, la résolution en distance est définie par :

$$\begin{aligned} \Delta R &= \frac{c}{2B} \frac{T}{T - \iota} \\ &< \frac{c}{2B} \end{aligned}$$

alors

$$\begin{aligned} Tmv_{rad} &< \Delta R < \frac{c}{2B} \\ \frac{2mBv_{rad}}{c} &< \frac{1}{T} \end{aligned}$$

Dans ces conditions on peut supposer que la fréquence de battement est constante durant les m cycles. Le signal de battement $s_b(t_c, m)$ est par conséquent, approximé par

$$s_b(t_c, m) = \sqrt{UV} e^{j2\pi\phi_0} e^{j2\pi f_b t_c} e^{j2\pi f_D m T} \text{ avec } \phi_0, \text{ un dephasage constant}$$

On définit le nombre de cycles maximum M pour que la cible reste sur la même case distance :

$$M = \frac{c}{2Bv_{rad}T}$$

L'intervalle de temps MT , est appelé intervalle de traitement cohérent ou plus communément CPI (de l'anglais coherent processing interval).

cas pratique :

- Fréquence radar $f_0 = 10^{10} Hz$
- Fréquence de répétition $1/T = 4 \times 10^4 Hz$
- Largeur de bande $B = 50 MHz$
- Vitesse radiale $v_{rad} = 100 m/s$

Le nombre de cycles maximum pour que la cible reste sur la même case distance :

$$M < 1200$$

1.4.4 Expression discrète de la TF du signal de battement

On a vu que sur plusieurs cycles, l'expression du signal de battement d'une cible se trouvant à une distance R s'écrit

$$s_b(t_c, m) = \sqrt{UV} e^{j2\pi\phi_0} e^{j2\pi f_b t_c} e^{j2\pi f_D m T} \quad (1.3)$$

Afin de respecter le théorème de Shannon, on échantillonne pour chaque cycle m le signal temporel de battement $s_b(t_c, m)$ sur l'intervalle $[\iota_{min} T]$ à une fréquence d'échantillonnage f_s au moins deux fois supérieure à la fréquence de battement maximale f_{bmax} , donnée par

$$f_{bmax} = \frac{R_{max}}{cT} 2B$$

et

$$\begin{aligned} f_s = 1/t_s &> 2f_{bmax} \\ &> 2B \end{aligned}$$

En suite on calcule la transformée de Fourier discrète du signal de battement échantillonné, par un algorithme de calcul rapide tel que la FFT (Fast Fourier Transform) [29].

On disposera, sur le temps court, de $L = \mathbb{E}\left(\frac{T - \iota_{min} + t_s}{t_s}\right)$ échantillons du signal de battement sur l'intervalle $[\iota_{min} T]$, avec $\mathbb{E}(\cdot)$ décrivant la partie entière.

Le signal de battement discret $s_b(l, m)$ s'écrit :

$$s_b(l, m) = \sqrt{UV} e^{j2\pi\phi_0} e^{j2\pi f_b l t_s} e^{j2\pi f_D m T} \text{ avec } \begin{cases} l = [\mathbb{E}\left(\frac{\iota_{min}}{t_s}\right) \dots \mathbb{E}\left(\frac{T}{t_s}\right)]; \\ m = [1 \dots M]. \end{cases}$$

La transformée de Fourier discrète du signal de battement numérisées, pour chaque cycle m , nous donne une fonction sinus cardinal dont le pic se situe à la fréquence de battement f_b nous indiquant la distance $R(m)$ de la cible, pour le cycle m . La condition $TMv_{rad} < \Delta R$ nous assure que la cible apparaîtra sur la même case distance pour tous les cycles.

$$S_{f_b}(f, m) = TFD\{s_b(l, m)\} = \sum_{l=\mathbb{E}\left(\frac{\iota_{min}}{t_s}\right)}^{\mathbb{E}\left(\frac{T}{t_s}\right)} s_b(l, m) e^{-j2\pi l t_s f} \quad (1.4)$$

Pour une cible se trouvant à une distance R_{cib} (correspondant à un retard ι_{cib}), le signal de battement apparaîtra dans l'intervalle de temps $[\iota_{cib} T]$.

$$\begin{aligned} S_{f_b}(f, m) &= \sqrt{UV} e^{j2\pi f_D m T} e^{j2\pi\phi_0} \sum_{l=\mathbb{E}\left(\frac{\iota_{cib}}{t_s}\right)}^{\mathbb{E}\left(\frac{T}{t_s}\right)} e^{j2\pi l t_s (f_b - f)} \\ &= \sqrt{UV} e^{j2\pi f_D m T} e^{j2\pi\phi_0} e^{j2\pi \iota_{cib} (f_b - f)} \sum_{l=0}^{\mathbb{E}\left(\frac{T - \iota_{cib}}{t_s}\right)} e^{j2\pi l t_s (f_b - f)} \\ &= \sqrt{UV} e^{j2\pi f_D m T} e^{j2\pi\phi_0} e^{j2\pi \iota_{cib} (f_b - f)} \left(\frac{1 - e^{j2\pi t_s (f_b - f) L_{cib}}}{1 - e^{j2\pi t_s (f_b - f)}} \right) \end{aligned}$$

Avec : $L_{cib} = \frac{T - \iota_{cib} + t_s}{t_s}$: le nombre d'échantillons du signal de battement pour une cible se trouvant à un retard ι_{cib} .

$$\begin{aligned}
S_{f_b}(f, m) &= \sqrt{UV} e^{j2\pi f_D m T} e^{j2\pi\phi_0} e^{j2\pi\iota_{cib}(f_b-f)} \\
&\times \left(\frac{e^{-j2\pi t_s(f_b-f)L_{cib}} - e^{j2\pi t_s(f_b-f)L_{cib}}}{e^{-j2\pi t_s(f_b-f)} - e^{j2\pi t_s(f_b-f)}} \right) \times \left(\frac{e^{j2\pi t_s(f_b-f)L_{cib}}}{e^{j2\pi t_s(f_b-f)}} \right) \\
&= \sqrt{UV} e^{j2\pi f_D m T} e^{j2\pi\phi_0} e^{j2\pi\iota_{cib}(f_b-f)} \\
&\times L_{cib} \left(\frac{\sin(\pi t_s(f_b-f)L_{cib})}{L_{cib} \sin(\pi t_s(f_b-f))} \right) \times \left(e^{j2\pi t_s(f_b-f) \frac{L_{cib}-1}{2}} \right) \\
&= \sqrt{UV} L_{cib} e^{j2\pi f_D m T} e^{j2\pi\phi_0} e^{j2\pi\iota_{cib}(f_b-f)} e^{j2\pi t_s(f_b-f) \frac{L_{cib}-1}{2}} \\
&\times \left(\text{sinc} \left(L_{cib} t_s (f_b - f) \right) \right)
\end{aligned}$$

$$S_{f_b}(f, m) = \sqrt{UV} L_{cib} e^{j2\pi f_D m T} e^{j2\pi\phi_0} e^{j\pi(f_b-f)(T+\iota_{cib})} \left(\text{sinc} \left(L_{cib} t_s (f_b - f) \right) \right) \quad (1.5)$$

- Le terme $e^{j\pi(f_b-f)(T+\iota_{cib})}$ représente le déphasage dû à la translation temporelle.
- A chaque cycle, cette transformée de Fourier est caractérisée par un pic à la fréquence f égale à la fréquence de battement f_b .
- Le terme L_{cib} représente le gain FFT
- Le terme $L_{cib} t_s = 1/(\Delta f_b)$ représente l'inverse de la résolution de la fréquence de battement.

cas pratique :

La puissance du signal d'une cible qui apparait sur une case distance est amplifiée par le gain FFT $G_{FFT} = L_{cib}$. Ce gain dépend de la distance de la cible R_{cib} . solution de la fréquence de battement

$$\left. \begin{aligned}
L_{cib} &= \frac{(T - \iota_{cib})}{t_s} + 1 \\
T &= 2R_{max}/c \\
\iota_{cib} &= 2R_{cib}/c \\
\text{On met } t_s &= (1/2B)
\end{aligned} \right\} G_{FFT} = \left(\frac{2R_{max}}{c} - \frac{2R_{cib}}{c} \right) 2B + 1$$

$$G_{FFT} = \frac{4B}{c} (R_{max} - R_{cib}) + 1$$

Pour :

$$\left. \begin{aligned}
B &= 10^7 \text{ Hz} \\
R_{max} &= 4000 \text{ m} \\
400 \text{ m} &< R_{cib} < 3250 \text{ m}
\end{aligned} \right\} G_{FFT} > 10^2 (20 \text{ dB})$$

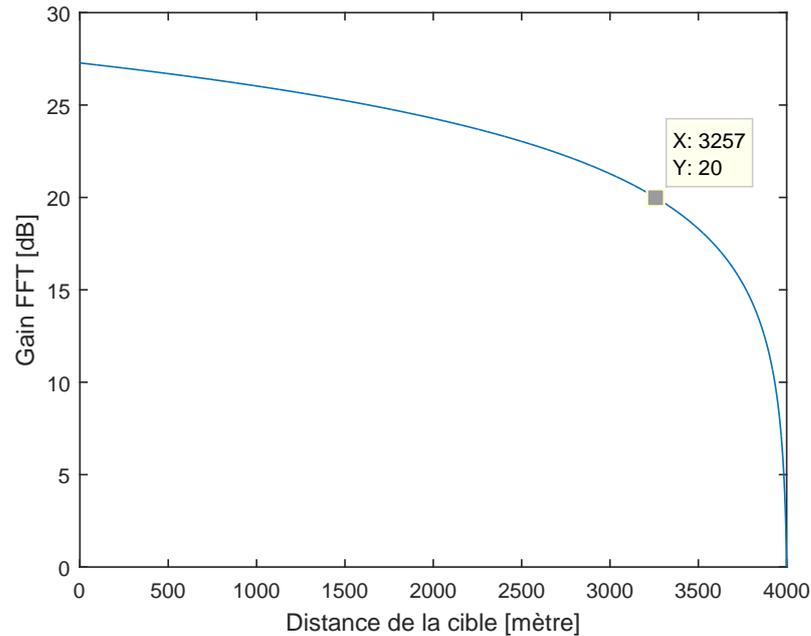


Figure 1.4 – Le gain FFT en fonction de la distance de la cible

1.4.5 Traitement sur une case distance

A partir de l'équation 1.5, on peut déduire qu'en présence d'une cible sur la case distance traitée, c.a.d. $f = f_b$, le signal de la cible sur cette case pour chaque récurrence s'écrit

$$s(m) = \sqrt{UV} L_{cib} e^{j2\pi\phi_0} e^{j2\pi f_D m T} \quad (1.6)$$

Où ϕ_0 est un déphasage constant et f_D est la fréquence doppler. Sur cette expression U représente la surfaces équivalentes radar (SER) de la cible, V la puissance d'émission et L_{cib} le gain FFT.

1.4.6 Sources de bruit des radars FMCW

Les parasites affectant le radar FMCW peuvent être répertoriés en quatre principaux types :

- Le bruit thermique ;
- Le bruit environnemental ;
- La fuite d'émission ;
- La non-linéarité du chirp.

Nous supposons dans notre travail que l'antenne d'émission est physiquement séparé du réseau d'antennes de réception et que la forme d'onde du signal FMCW est parfaite. De ce fait, seul le bruit thermique et le bruit environnemental perturbs les données radar, et l'ensemble de ces deux bruits constitue le fouillis que nous noterons bruit additif total .

1.5 Traitement spatial des signaux reçus

1.5.1 Réseaux d'antenne

On considère l'utilisation d'un réseau d'antenne plan contenant Q capteurs verticaux et P capteurs horizontaux, recevant les signaux échos à partir des cibles situées dans le champ lointain. le vecteur d'observation pour chaque récurrence $\mathbf{y}(m)$, empile les observations des P sous-réseaux verticaux (chaque sous réseau contenant Q capteurs) dans un vecteur de dimension $QP \times 1$.

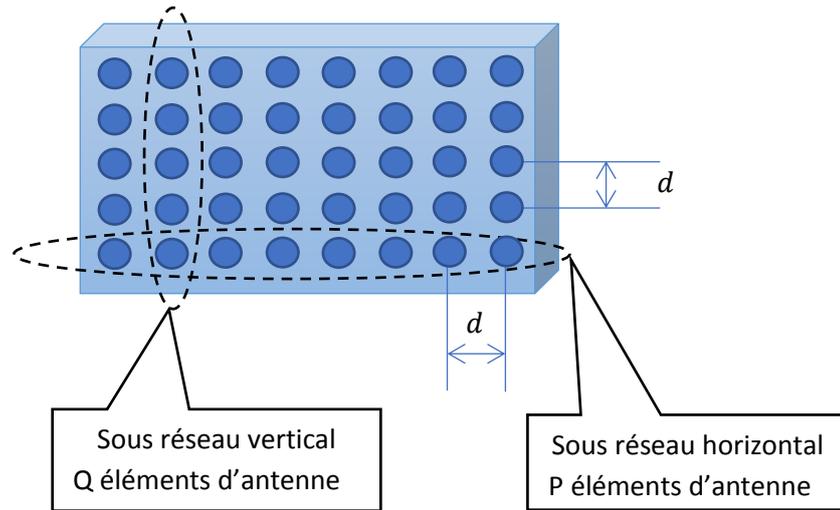


Figure 1.5 – Réseau d'antenne plan

1.5.2 Modélisation spatiale

Nous avons vu que le signal écho d'une cible après la FFT s'écrit comme suit

$$S_{f_b}(f, m) = \sqrt{UV} L_{cib} e^{j2\pi f_D m T} e^{j2\pi \phi_0} e^{j\pi (f_b - f)(T + \tau_{cib})} \left(\text{sinc} \left(L_{cib} t_s (f_b - f) \right) \right)$$

Donc, en traitant une case distance contenant une cible ($f_b = f$), nous obtenons pour chaque récurrence m la forme d'onde

$$S_{f_b}(f = f_b, m) = \sqrt{UV} L_{cib} e^{j2\pi f_D m T} e^{j2\pi \phi_0}$$

Où ϕ_0 est un déphasage constant et f_D est la fréquence doppler. Sur cette expression V représente la puissance d'émission, U la dépend de la SER de la cible et L_{cib} indique le gain FFT. Notez que l'expression $\sqrt{UV} L_{cib}$ représente l'amplitude du signal reçu.

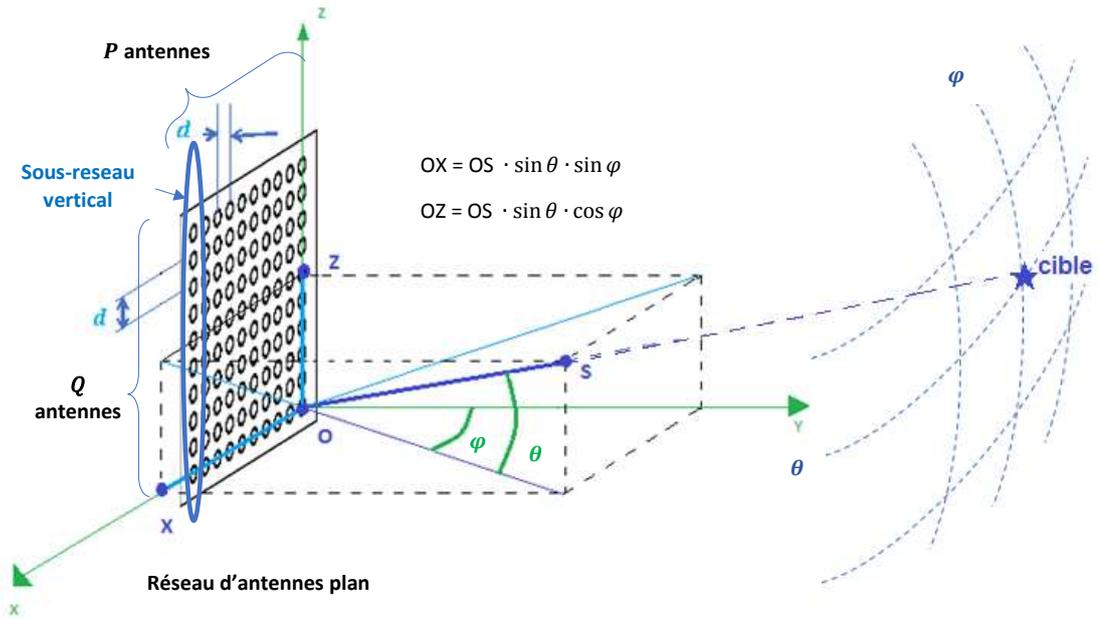


Figure 1.6 – Configuration réseau d'antenne plan avec une cible

Considérons la configuration du réseau d'antenne plan (figure 1.6), constitué de P sous réseaux verticaux. Chaque sous réseau est constitué à son tour de Q antennes.

Avant d'établir le modèle mathématique de cette configuration, il est bon de définir les notations de forme matricielle, vectorielle ou scalaire des différents signaux à traiter. Ces formes doivent respecter les conventions usuelles en traitement d'antennes :

- Les matrices sont notées en gras par une lettre majuscule ;
- Les vecteurs sont notés en gras par une lettre minuscule ;
- Les scalaires sont notés par une lettre minuscule ;
- Les dimensions des matrices et vecteurs respectent la notation dans l'ordre standard par le nombre de lignes suivie du nombre de colonnes ;
- Au niveau des opérations sur les vecteurs et les matrices, on note la transposition, la conjugaison, la transposition-conjugaison, la matrice diagonale et la trace d'une matrice carré respectivement par les symboles $\{\cdot\}^T$, $\{\cdot\}^*$, $\{\cdot\}^H$, $\text{diag}[\cdot]$ et $\text{Tr}\{\cdot\}$.

En présence d'une cible de direction d'arrivée en élévation et en azimut θ et φ , le vecteur d'observation reçu pour chaque récurrence $\mathbf{y}(m)$, est obtenue en empilant les données de tous les sous réseaux verticaux en un seul vecteur de dimension $QP \times 1$

$$\mathbf{y}(m) = \mathbf{a}(\theta, \varphi) s(m) + \mathbf{b}(m), \quad m = 1, \dots, M \quad (1.7)$$

avec

$$\mathbf{a}(\theta, \varphi) = (\mathbf{a}_\varphi(\theta, \varphi) \otimes \mathbf{I}_Q) \times \mathbf{a}_\theta(\theta, \varphi)$$

représente le vecteur directionnel de la cible, où \otimes désigne le produit de Kronecker et

$$\mathbf{a}_\theta(\theta, \varphi) = \left[1, e^{j \frac{2\pi \sin(\theta) \cos(\varphi)}{\lambda} d}, \dots, e^{j \frac{2\pi \sin(\theta) \cos(\varphi)}{\lambda} (Q-1)d} \right]^T$$

et

$$\mathbf{a}_\varphi(\theta, \varphi) = \left[1, e^{j\frac{2\pi\sin(\theta)\sin(\varphi)}{\lambda}d}, \dots, e^{j\frac{2\pi\sin(\theta)\sin(\varphi)}{\lambda}(P-1)d} \right]^T$$

décrivent les vecteurs directionnel des sous réseaux horizontaux et verticaux, dans les quels d représente la distance entre éléments d'antenne, λ la longueur d'onde. D'autre part, la forme d'onde du signal reçue $s(m)$ est principalement liée à la fréquence Doppler f_D et au déphasage ϕ_0 de la cible

$$s(m) = e^{j2\pi f_D m T} e^{j2\pi\phi_0}. \quad (1.8)$$

Nous avons omis ici l'expression $\sqrt{UV}L_{cib}$, pour la considération qu'elle sera représentée dans le rapport signal sur bruit.

A cette étape, il est important de souligner que les équations présentées plus haut, sont valides uniquement pour le front d'onde plan. Pour cela il faut s'assurer que la source est suffisamment loin du réseau. Aussi, il est à noter que la distance inter-élément d ne doit pas être plus grande que $\lambda/2$, afin d'éviter le sous-échantillonnage spatial, et de respecter ainsi le théorème de Nyquist.

Finalement, le vecteur fouillis qui représente le bruit additionnel total est noté de manière générique bruit $\mathbf{b}(m)$, il sera modélisé par un processus Gaussien Composé. Ce modèle, devient de plus-en-plus prisé par la communauté des radaristes, pour sa capacité à représenter une multitude de bruits impulsionsnels, tels que Student, K- et Weibul, tout-en incluant l'environnement Gaussien [30].

Ce vecteur ($\mathbf{b}(m)$; $m = 1..M$) est formulé donc, par le produit de deux composantes statistiquement indépendantes :

$$\mathbf{b}(m) = \sqrt{\tau(m)}\mathbf{x}(m) \quad m = 1..M \quad (1.9)$$

où $\mathbf{x}(m)$ représente le speckle, un vecteur Gaussien complexe de moyenne zéro et de matrice de covariance Σ inconnue de dimension $QP \times QP$, d'autre part la texture $\tau(m)$ est une variable aléatoire positive indépendante et identiquement distribuée (i.i.d.). Pour des raisons d'identifiabilité concernant la texture et le speckle, nous supposons que

$$\text{Tr}\{\Sigma\} = QP$$

La statistique Gaussienne-Composée du bruit $\mathbf{b}(m)$, dépend principalement de la distribution de la texture $\tau(m)$, puisque dans tous les cas, le speckle est un vecteur Gaussien complexe de moyenne zéro et de matrice de covariance Σ . A titre d'exemple une texture de distribution invrse-gamma ($\tau(m) \sim \text{inv-gamma}$), engendre un processus non-Gaussien student-t, à caractère impulsionsnel. Ce type de statistique est caractérisée par une densité de probabilité à queue longue.

1.6 Conclusion

Après une bref définition des radars, nous avons présenté dans ce chapitre les éléments théoriques nécessaires à la compréhension du modèle mathématique des données radar à partir du signal d'émission FMCW, le traitement FFT sur plusieurs cycles à la réception et l'organisation des données radar sur un réseaux d'antenne plan. Cette étape est essentielle,

dans la mesure où elle fait le lien entre l'aspect physique et mathématique de notre problématique. Elle nous permettra ainsi de simuler des situations aussi proches que possible du réel. Le modèle déduit servira dans la suite à l'évaluation des détecteurs proposés par rapport à l'état de l'art.

Chapitre 2

ÉTAT DE L'ART DE LA DÉTECTION RADAR : CAS D'UNE SEULE CIBLE

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons l'état de l'art de la détection radar et le développement théorique en présence d'une seule cible (figure 1.6). Dans ce cadre, nous aborderons les détecteurs supposant un environnement Gaussien-Composé. Nous entamons ensuite, une revue des principaux détecteurs clairvoyants, avec une matrice de covariance du bruit connue, ainsi que leurs versions adaptatives avec estimation à partir des données secondaires. Différentes illustration sont présenté afin d'analyser et comparer les performances théoriques des détecteurs étudiés.

2.2 Principe général de la détection radar

Le modèle obtenu à la fin du chapitre 1, équation (1.7), représente le vecteur d'observation de la m^{eme} récurrence $\mathbf{y}(m)$, correspondant à une case distance choisie au préalable. Ce vecteur peut contenir en plus du bruit additif $\mathbf{b}(m)$, le signal écho d'une cible de direction inconnue.

En opérant un balayage en azimut φ et en élévation θ pour tester la présence ou non de cette cible, le problème de détection se réduira au test d'hypothèses binaire suivant :

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_0 : \mathbf{y}(m) &= \mathbf{b}(m); \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{y}(m) &= \mathbf{a}(\theta, \varphi)s(m) + \mathbf{b}(m).\end{aligned}\tag{2.1}$$

Dans cette équation, le terme $\mathbf{a}(\theta, \varphi) = (\mathbf{a}_\varphi(\theta, \varphi) \otimes \mathbf{I}_Q) \times \mathbf{a}_\theta(\theta, \varphi)$ représente le vecteur directionnel de la cible et $s(m)$ le signal écho de la cible.

\mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 définissent les hypothèses d'absence et de présence de la cible. Sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 , le signal reçu par le radar est supposé ne contenir que du fouillis alors que sous l'hypothèse \mathcal{H}_1 , le signal écho de la cible est présent, noyé dans des échos parasites de même distribution que sous \mathcal{H}_0 .

2.2.1 Vraisemblance des données

En considérant une détection sur l'intervalle de traitement cohérent (CPI : Coherent Processing Interval) [31], l'observation sur une seule récurrence m sera étendue à une matrice d'observation notée \mathbf{Y} , englobant toutes les récurrences de la CPI. Soient $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(1), \dots, \mathbf{y}(M)]$, $\mathbf{s} = [s(1), \dots, s(M)]$ et $\boldsymbol{\tau} = [\tau(1), \dots, \tau(M)]^T$ dénotent respectivement toutes les récurrences de la matrice d'observations sur la CPI, le vecteur du signal

écho de la cible et le vecteur des réalisations de la texture.

D'autre part, en supposant τ comme déterministe inconnu, c.à.d. comme les réalisations de la statistique de la texture au lieu de la statistique elle-même, nous obtenons la fonction de vraisemblance conditionnelle (VC) [27, 28] de la m^{eme} observation sous les deux hypothèse \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 ,

$$p(\mathbf{y}(m) | \tau(m); \mathcal{H}_i) = \frac{1}{\pi^{QP} |\Sigma| \tau(m)} \times \exp \left\{ -\frac{(\mathbf{y}(m) - \mathbf{a}(\theta, \varphi) s_{\mathcal{H}_i}(m))^H \Sigma^{-1} (\mathbf{y}(m) - \mathbf{a}(\theta, \varphi) s_{\mathcal{H}_i}(m))}{\tau(m)} \right\}, \quad (2.2)$$

et on déduit ainsi pour la récurrence m la fonction LogVraisemblance conditionnelle

$$\Lambda_{\mathbf{y}|\mathcal{H}_i}(m) = -QP \log(\pi) - \log(|\Sigma|) - QP \log(\tau(m)) - \frac{(\mathbf{y}(m) - \mathbf{a}(\theta, \varphi) s_{\mathcal{H}_i}(m))^H \Sigma^{-1} (\mathbf{y}(m) - \mathbf{a}(\theta, \varphi) s_{\mathcal{H}_i}(m))}{\tau(m)}, \quad (2.3)$$

Le terme $s_{\mathcal{H}_i}(m)$ dans les équations (2.2) et (2.3) représente le signal écho de la cible sous l'hypothèse \mathcal{H}_i . Ce ci, nous permet de réécrire le test d'hypothèse binaire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} s_{\mathcal{H}_1}(m) = s(m) \neq 0; \\ s_{\mathcal{H}_0}(m) = 0. \end{cases} \quad (2.4)$$

Pour toutes les récurrences de la CPI, la fonction de vraisemblance conditionnelle et de Logarithme de la vraisemblance conditionnelle, noté LogVraisemblance conditionnelle, sont définie par :

$$p(\mathbf{Y} | \tau; \mathcal{H}_i) = \prod_{m=1}^M \frac{1}{\pi^{QP} |\Sigma| \tau(m)} \times \exp \left\{ -\frac{(\mathbf{y}(m) - \mathbf{a}(\theta, \varphi) s_{\mathcal{H}_i}(m))^H \Sigma^{-1} (\mathbf{y}(m) - \mathbf{a}(\theta, \varphi) s_{\mathcal{H}_i}(m))}{\tau(m)} \right\}, \quad (2.5)$$

$$\Lambda_{\mathbf{Y}|\mathcal{H}_i} = -MQP \log(\pi) - M \log(|\Sigma|) - QP \sum_{m=1}^M \log(\tau(m)) - \sum_{m=1}^M \frac{(\mathbf{y}(m) - \mathbf{a}(\theta, \varphi) s_{\mathcal{H}_i}(m))^H \Sigma^{-1} (\mathbf{y}(m) - \mathbf{a}(\theta, \varphi) s_{\mathcal{H}_i}(m))}{\tau(m)}. \quad (2.6)$$

2.2.2 Critère de Neyman-Pearson

La détection consiste à déterminer laquelle des deux hypothèses est la plus vraisemblable, tout en minimisant les erreurs possibles. Ces erreurs sont de la forme :

- décider \mathcal{H}_0 alors que \mathcal{H}_1 est vraie. Dans ce cas, on parle de *non-détection*, avec la probabilité $P_{nd} = P(\mathcal{H}_0 | \mathcal{H}_1) = 1 - P(\mathcal{H}_1 | \mathcal{H}_1) = 1 - P_d$, avec P_d désignant la probabilité de détection ;
- décider \mathcal{H}_1 alors que \mathcal{H}_0 est vraie. Dans ce cas, on parle de *fausse alarme*, avec la probabilité $P_{fa} = P(\mathcal{H}_1 | \mathcal{H}_0)$.

Ces erreurs peuvent être représentées sous la forme du tableau 2.1 :

		Hypothèses vraie	
		\mathcal{H}_0	\mathcal{H}_1
Décision	\mathcal{H}_0	Pas d'erreur	Non-détection
	\mathcal{H}_1	Fausse alarme	Pas d'erreur

Table 2.1 – Les erreurs de détection

Dans la pratique, il est très difficile de s'affranchir totalement de ces erreurs. Un bon compromis est donné par le critère de Neymann-Pearson qui vise à maximiser la probabilité de détection P_d pour un taux de fausses alarmes $P_{fa} = \alpha$ fixée (dans la pratique la plus faible possible). cette optimisation se résous facilement par la méthode des multiplicateurs de Lagrange en maximisant la fonction $L = P_d + \lambda_L(P_{fa} - \alpha)$, ou α est la valeur désirée de la probabilité de fausse alarme et λ_L est le multiplicateur de Lagrange. La solution de se problème nous mène au test du rapport de vraisemblance (RV) :

$$\text{RV}(\mathbf{Y}) = \frac{p(\mathbf{Y}|\boldsymbol{\tau}; \mathcal{H}_1)}{p(\mathbf{Y}|\boldsymbol{\tau}; \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \eta. \quad (2.7)$$

On distingue sur la figure 2.1, les deux régions de décisions D_0 et D_1 , pour illustrer l'ensemble des valeurs que peut prendre l'échantillon du signal radar en absence et en présence d'une cible, ainsi que les erreurs de détections possibles.

Le seuil de détection η , peut être calculé analytiquement par les équations 2.8 et 2.9, pour obtenir une $P_{fa} = \alpha$ fixée par l'opérateur

$$P_{fa} = \int_{\eta}^{+\infty} p(\mathbf{Y}|\boldsymbol{\tau}; \mathcal{H}_0) dY \quad (2.8)$$

$$P_{fa} = p(\text{RV}(\mathbf{Y}; \mathcal{H}_0) > \eta). \quad (2.9)$$

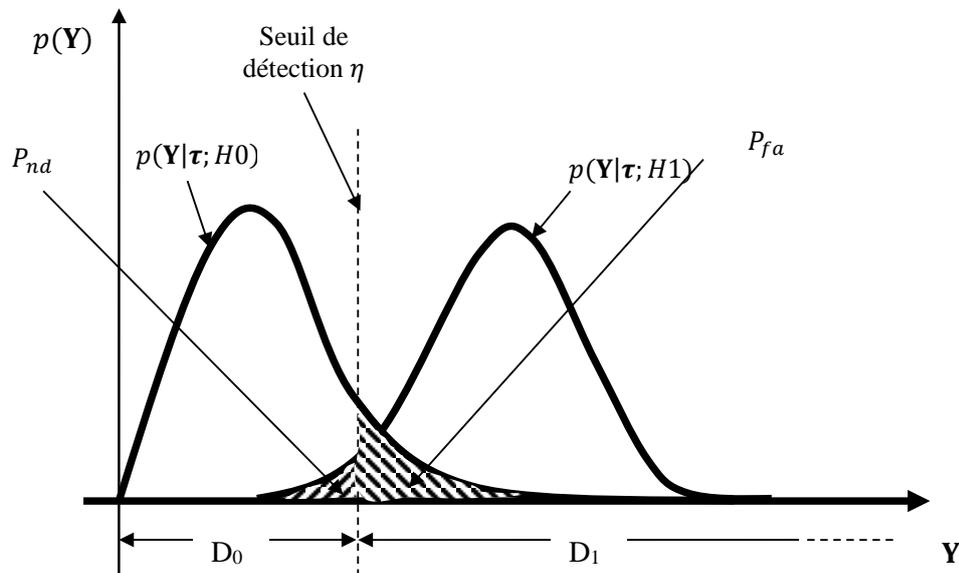


Figure 2.1 – Les erreurs de détection

Pour certaines situations, la solution analytique de ces équations n'est pas évidente. Résoudre l'équation 2.9, par simulation Monte Carlo, devient une alternative plausible pour le calcul du seuil de détection.

L'algorithme 1 illustre la procédure de ce calcul. Elle consiste à générer un très grand nombre \mathcal{B} de données radar ($\mathcal{B} > \frac{100}{P_{fa}}$) sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 , calculer le rapport de vraisemblance pour chaque jeu de donnée et faire un tri décroissant dans un tableau indexé.

- Étape 1** : Generation de \mathcal{B} données radar $[\mathbf{Y}_1, \dots, \mathbf{Y}_B]$ sous l'hypothèse \mathcal{H}_0
- Étape 2** : Calcul du rapport de vraisemblance pour chaque jeu de donnée :
 $[\text{RV}(\mathbf{Y}_1; \mathcal{H}_0), \dots, \text{RV}(\mathbf{Y}_B; \mathcal{H}_0)]$
- Étape 3** : Faire un tri décroissant dans un tableau indexé
 $\text{RV}_t(1) > \text{RV}_t(2) > \dots > \text{RV}_t(\mathcal{B})$
- Étape 4** : Estimation du seuil de détection $\eta = \text{RV}_t(q)$ avec $q = \mathcal{B} \times \alpha$

Algorithm 1: Calcul du seuil par Monte carlo

L'estimation du seuil de détection η sera défini par l'amplitude de la vraisemblance indexé par $q = \mathcal{B} \times \alpha$.

Une fois le seuil η déterminé, les performances de détection sont évaluées analytiquement par les équations 2.10 et 2.11, ou par simulation Monte Carlo, selon la procédure décrite dans l'algorithme 2.

$$P_d = \int_{\eta}^{+\infty} p(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\tau}; \mathcal{H}_1) dY \quad (2.10)$$

$$P_d = p(\text{RV}(\mathbf{Y}; \mathcal{H}_1) > \eta). \quad (2.11)$$

- Étape 1** : Generation de \mathcal{B} données radar $[\mathbf{Y}_1, \dots, \mathbf{Y}_B]$ sous l'hypothèse \mathcal{H}_1
- Étape 2** : Calcul du rapport de vraisemblance pour chaque jeu de donnée :
 $[\text{RV}(\mathbf{Y}_1; \mathcal{H}_1), \dots, \text{RV}(\mathbf{Y}_B; \mathcal{H}_1)]$
- Étape 3** : Compter le nombre de situation \mathcal{D} ou l'amplitude du rapport de vraisemblance dépasse le seuil η
- Étape 4** : Calcul de la probabilité de détection $P_d = \frac{\mathcal{D}}{\mathcal{B}}$

Algorithm 2: Performance de détection par Monte carlo

2.2.3 Rapport de Vraisemblance Généralisé

Dans le domaine des radars, le signal écho de la cible sous l'hypothèse \mathcal{H}_1 $s_{\mathcal{H}_1}(m)$ est un paramètre qui ne peut être connu. De ce fait le test du rapport de Vraisemblance (équation 2.7) n'est pas applicable. Pour contourner ce problème, la solution du test de rapport de vraisemblance généralisé (TRVG) plus connu sous le nom anglais GLRT (Generalized Likelihood Ratio Test) a été envisagé [2, 4], elle consiste à remplacer ce terme ($s_{\mathcal{H}_1}(m)$) par son estimé au sens du Maximum de Vraisemblance $\hat{s}_{\mathcal{H}_1}(m)$. c.à.d. par maximisation de la fonction LogVraisemblance conditionnelle des données (équation 2.6) ,

$$\hat{s}_{\mathcal{H}_1}(m) = \underset{s_{\mathcal{H}_1}(m)}{\text{argmax}} (\Lambda_{\mathbf{y}|\mathcal{H}_1}(m))$$

La solution analytique de cette optimisation est obtenue par la résolution de l'équation $\frac{\partial \Lambda_{\mathbf{y}|\mathcal{H}_1}(m)}{\partial s_{\mathcal{H}_1}(m)} = 0$, nous obtenons :

$$\hat{s}_{\mathcal{H}_1}(m) = (\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{a}(\theta, \varphi))^{-1} \mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{y}_{\mathcal{H}_1}(m) \quad (2.12)$$

ou le terme $\mathbf{y}_{\mathcal{H}_1}(m)$ représente les données radar sous l'hypothèse \mathcal{H}_1 .

On note $\hat{\mathbf{s}}_{\mathcal{H}_1}$ le vecteur du signal écho de la cible, estimé pour toutes les récurrences de la CPI. Cette approche permet la construction test du RVG

$$\text{RVG}(\mathbf{Y}) = \frac{p(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\tau}; \hat{\mathbf{s}}_{\mathcal{H}_1}; \mathcal{H}_1)}{p(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\tau}; \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \eta_G \quad (2.13)$$

La forme générale de ce test s'écrit :

$$\text{RVG}(\mathbf{Y}) = \frac{p(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\tau}; \hat{\boldsymbol{\xi}}_1; \mathcal{H}_1)}{p(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\tau}; \hat{\boldsymbol{\xi}}_0; \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \eta_G \quad (2.14)$$

ou $\hat{\boldsymbol{\xi}}_i$ représente l'estimation de l'ensemble des paramètres inconnus en dehors de $\boldsymbol{\tau}$, sous l'hypothèses \mathcal{H}_i .

2.3 Détection non adaptative sous un fouillis C.G

La solution au problème de détection (équation 2.13) peut être obtenue par deux méthodes différentes [32] décrites ci-dessous. Ces méthodes conduisent au détecteur optimal, qui est réduit à l'OGD (Optimum Gaussian Detector) pour le cas Gaussien [2–4], et au détecteur sous-optimal NMF, largement utilisé dans la littérature [17, 33, 34].

Dans le cadre général de bruit C.G, un balayage électronique est réalisé pour tester la présence d'une cible sur toutes les directions d'arrivée θ et φ alors que la matrice de covariance doit être connue ou estimée.

2.3.1 Détecteur optimal et le cas OGD

La première méthode consiste à introduire le logarithme du rapport de vraisemblance généralisé LRVG, pour aboutir après quelques calculs au détecteur clairvoyant optimal pour l'environnement C.G, qu'on notera Λ_{OCGD}

$$\Lambda_{\text{OCGD}} = \sum_{m=1}^M \frac{|\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{y}(m)|^2}{\tau(m) (\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{a}(\theta, \varphi))} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{\text{OCGD}}. \quad (2.15)$$

En plus de la connaissance parfaite de la matrice de covariance du speckle ainsi que la direction d'arrivée de la cible. Ce détecteur doit aussi connaître les réalisations de la texture.

Dans le cas Gaussien ($\tau(m) = 1; \forall m$) et avec une matrice de covariance parfaitement déterminée, ce test clairvoyant est connu sous le nom d'OGD ou MFD, pour Optimum Gaussian Detector ou Matched Filter Detector.

$$\Lambda_{\text{OGD}} = \sum_{m=1}^M \frac{|\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{y}(m)|^2}{\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{a}(\theta, \varphi)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{\text{OGD}}. \quad (2.16)$$

2.3.2 Détecteur sous optimal NMF

La deuxième méthode consiste à remplacer la valeur inconnue de la texture $\tau(m)$ dans le rapport de vraisemblance généralisé (équation 2.13), par son estimé $\hat{\tau}(m)$ obtenu par la maximisation de la fonction de LogVraisemblance conditionnel (LVC) (équation 2.3) sous les deux hypothèse \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 [2, 33].

On note $\hat{\tau}_i(m)$, l'estimation de la texture sous l'hypothèse \mathcal{H}_i , obtenue par l'optimisation

$$\hat{\tau}_i(m) = \underset{\tau(m)}{\operatorname{argmax}} (\Lambda_{\mathbf{y}|\mathcal{H}_i}(m))$$

équivalente à la solution analytique de l'équation $\frac{\partial \Lambda_{\mathbf{y}|\mathcal{H}_1}(m)}{\partial \tau(m)} = 0$:

$$\hat{\tau}_i(m) = \frac{(\mathbf{y}(m) - \mathbf{a}(\theta, \varphi) s_{\mathcal{H}_i}(m))^H \Sigma^{-1} (\mathbf{y}(m) - \mathbf{a}(\theta, \varphi) s_{\mathcal{H}_i}(m))}{QP}. \quad (2.17)$$

A l'issue de quelques calculs, le test du Rapport de Vraisemblance Généralisé aura la forme suivante :

$$\prod_{m=1}^M \left(\frac{\hat{\tau}_0(m)}{\hat{\tau}_1(m)} \right)^{QP} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \eta_G. \quad (2.18)$$

Il a été montré dans [33] que ce test abouti au détecteur nommé NMF (Normalized Matched Filter). Représenté pour toutes les récurrences de la CPI par le test d'hypothèse binaire suivant :

$$\Lambda_{\text{NMF}} = \prod_{m=1}^M \frac{|\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \Sigma^{-1} \mathbf{y}(m)|^2}{(\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \Sigma^{-1} \mathbf{a}(\theta, \varphi)) (\mathbf{y}(m)^H \Sigma^{-1} \mathbf{y}(m))} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \eta_{\text{NMF}}. \quad (2.19)$$

Ce détecteur, sujet de plusieurs études [5–9], ne dépend pas de la loi de la texture τ , ce qu'il lui vaut la propriété CFAR-texture ou TFAC-texture (figure 2.2). Toutefois il est qualifié de détecteur sous optimal [35].

Cette sous-optimalité peut être constatée dans le cas Gaussien, pour une matrice de covariance parfaitement connue, où l'OGD dépasse le NMF en performance de détection (figure 2.3). En contre partie, dans le cas où la matrice de covariance est connue à un facteur d'échelle près, c.à.d. $\Sigma = \sigma^2 \Xi$, où Ξ définit la nouvelle matrice de covariance parfaitement connue, et σ^2 le facteur de puissance inconnu. Ainsi, il est clair que le détecteur NMF peut être réduit au détecteur noté NMF-G, insensible au facteur d'échelle sur la puissance du bruit (figure 2.4).

$$\Lambda_{\text{NMF-G}} = \prod_{m=1}^M \frac{|\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \Xi^{-1} \mathbf{y}(m)|^2}{(\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \Xi^{-1} \mathbf{a}(\theta, \varphi)) (\mathbf{y}(m)^H \Xi^{-1} \mathbf{y}(m))} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \eta_{\text{NMF-G}}. \quad (2.20)$$

Pour les besoins des simulations, la matrice de covariance Ξ est générée par $[\Xi]_{u,v} = \rho^{|uv|} e^{j\frac{\pi}{2}(uv)}$ [28], où ρ peut prendre les valeur comprise entre 0 et 1.

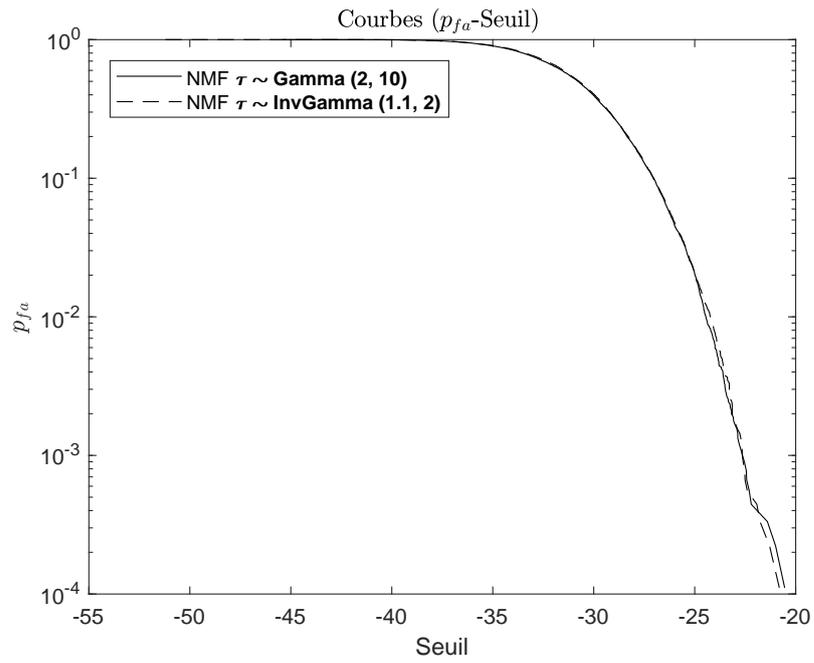


Figure 2.2 – Propriétés CFAR-texture des détecteur NMF

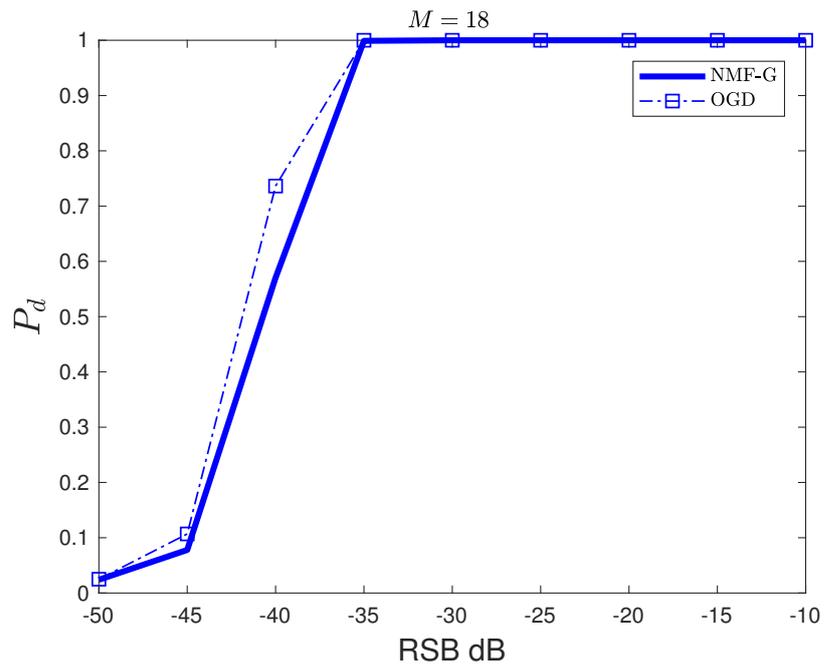


Figure 2.3 – Performances de l'OGD et du NMF-G pour le cas Gaussien, avec Σ parfaitement connue

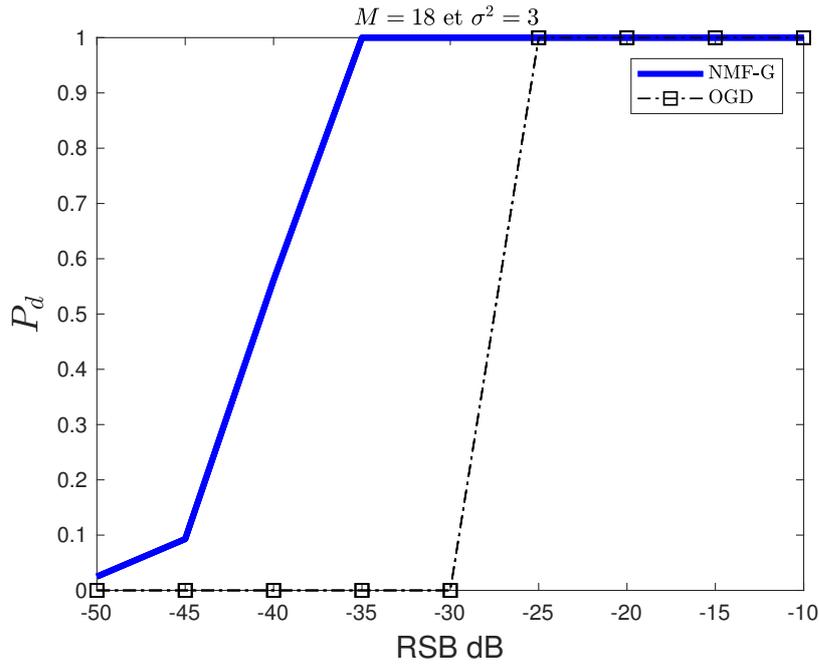


Figure 2.4 – Performances de l'OGD et du NMF-G pour le cas Gaussien, avec Σ connue à un facteur près

2.4 Estimation de la matrice de covariance

Dans la pratique, la matrice covariance du bruit Σ est inconnue et les détecteur non-adaptatifs ne peuvent être mis en place. Nous devons rechercher un estimateur de cette matrice afin de l'injecter dans les différents détecteurs utilisés pour donner des versions dites adaptatives.

Pour obtenir l'estimé $\hat{\Sigma}$, nous supposons avoir à notre disposition des données secondaires ne contenant pas le signal cible. Cet échantillon de données sera prélevé dans les cases distance situées de part et d'autre de la cellule testée pour toutes les récurrences de la CPI (figure 2.5), sa taille N devra être suffisante pour estimer correctement les propriétés du bruit, mais limitée pour tenir compte de la non stationnarité du bruit.

Le nouveau problème de détection s'écrit sous la forme

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 : \mathbf{y}(m) &= \mathbf{b}(m) & \mathbf{y}_n(m) &= \mathbf{b}_n(m) \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{y}(m) &= \mathbf{a}(\theta, \varphi)s(m) + \mathbf{b}(m) & \mathbf{y}_n(m) &= \mathbf{b}_n(m) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} n = 1, \dots, N \\ m = 1, \dots, M \end{array} \right. \quad (2.21)$$

Dans ce problème, on définit pour chaque cellule de référence n , le vecteur d'observation secondaire de la $m^{\text{ème}}$ récurrence $\mathbf{y}_n(m)$. Il est établi que ces cellules contiennent pour les deux hypothèses du bruit noté $\mathbf{b}_n(m)$ de même distribution que $\mathbf{b}(m)$.

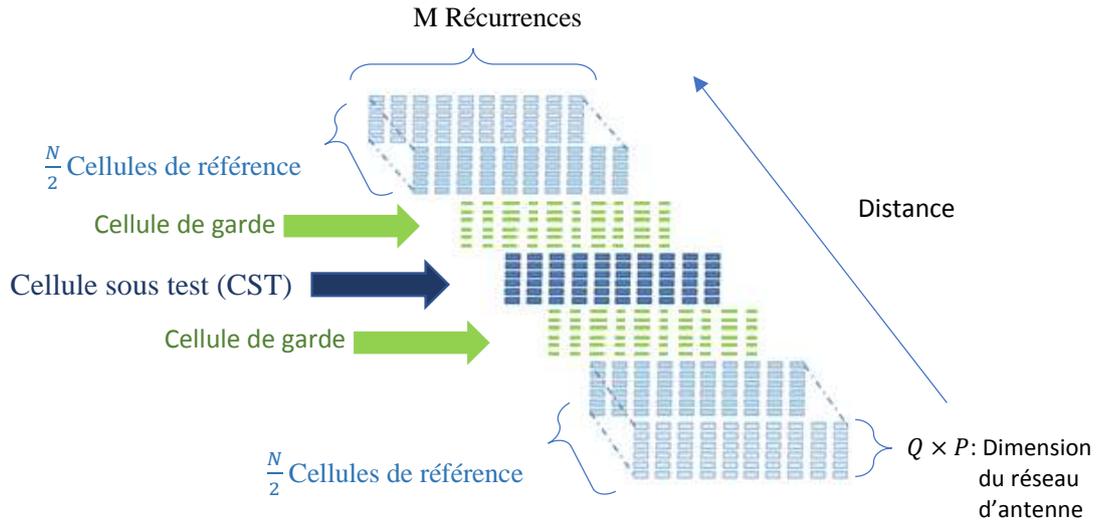


Figure 2.5 – Les données radar durant le CPI

La fonction de vraisemblance conditionnelle de $\mathbf{y}_n(m)$, noté $p_{\mathbf{b}}(\mathbf{y}_n(m) | \tau_n(m))$ s'écrit

$$p_{\mathbf{b}}(\mathbf{y}_n(m) | \tau_n(m)) = \frac{1}{\pi^{QP} |\tau_n(m) \Sigma|} \exp \left\{ \frac{-\mathbf{b}_n(m)^H \Sigma^{-1} \mathbf{b}_n(m)}{\tau_n(m)} \right\}, \quad (2.22)$$

Pour toutes les cellules de référence, la fonction de vraisemblance et de LogVraisemblance conditionnelle des données secondaires, incluant toutes les récurrences de la CPI, sont notées

$$p_{\mathbf{b}}(\mathbf{Y}_N | \tau_N) = \prod_{n=1}^N \prod_{m=1}^M \frac{1}{\pi^{QP} |\tau_n(m) \Sigma|} \exp \left\{ \frac{-\mathbf{b}_n(m)^H \Sigma^{-1} \mathbf{b}_n(m)}{\tau_n(m)} \right\} \quad (2.23)$$

et

$$\Lambda_{\mathbf{b}_N} = -MNQP \log(\pi) - MN \log(|\Sigma|) - QP \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \log(\tau_n(m)) - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{(\mathbf{b}_n(m))^H \Sigma^{-1} (\mathbf{b}_n(m))}{\tau_n(m)}. \quad (2.24)$$

On note $\hat{\Sigma}$, l'estimation de la matrice de covariance obtenue par l'optimisation

$$\hat{\Sigma} = \underset{\Sigma}{\operatorname{argmax}} (\Lambda_{\mathbf{b}_N}), \quad (2.25)$$

équivalente à la solution analytique de l'équation

$$\frac{\partial \Lambda_{\mathbf{b}_N}}{\partial \Sigma} = 0. \quad (2.26)$$

2.4.1 Estimateur SCM

Dans le cas particulier Gaussien ($\tau_n(m) = 1 \forall n$ et m), l'optimisation donnée par les équations 2.25 et 2.26 mène à l'estimateur empirique de la matrice de covariance appelé SCM (Sample Covariance Matrix), noté

$$\hat{\Sigma}_{\text{SCM}} = \frac{1}{MN} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \mathbf{y}_n(m) \mathbf{y}_n(m)^H \quad (2.27)$$

Cet estimateur, considéré comme référence, est simple à mettre en œuvre, consistant et non-biaisé pour le cas Gaussien.

2.4.2 NSCM

Le cadre général de notre modèle, consiste à considérer le bruit C.G. Pour ce modèle l'estimateur NSCM (Normalized Structured Covariance Matrix), introduit par [36] est construit en normalisant chaque vecteur des données secondaires $\mathbf{y}_n(m)$ par l'estimation de sa puissance $\mathbf{y}_n(m)^H \mathbf{y}_n(m)$

$$\hat{\Sigma}_{\text{NSCM}} = \frac{QP}{MN} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{\mathbf{y}_n(m) \mathbf{y}_n(m)^H}{\mathbf{y}_n(m)^H \mathbf{y}_n(m)} \quad (2.28)$$

On peut facilement vérifier que le NSCM ne dépend pas de la texture, en contre partie, il est biaisé et par conséquent non-consistant. De ce fait, cet estimateur a été rapidement écarté de la liste des estimateurs potentiels de la matrice de covariance dans le contexte C.G.

2.4.3 Estimateur du point fixe

Cet estimateur a été obtenu par [37] en optimisant la fonction LogVraisemblance conditionnelle des données secondaires (équation 2.24). Cette optimisation décrite par l'équation 2.26, avec la considération d'une texture déterministe et inconnue, nous conduit à l'estimateur du point fixe [34, 37], noté

$$\hat{\Sigma}_{\text{PF}} = \frac{QP}{MN} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{\mathbf{y}_n(m) \mathbf{y}_n(m)^H}{\mathbf{y}_n(m)^H \hat{\Sigma}_{\text{PF}}^{-1} \mathbf{y}_n(m)}.$$

Cette équation peut être solutionnée itérativement, avec initialisation par la matrice identité de dimension $QP \times QP$, notée \mathbf{I}_{QP}

$$\hat{\Sigma}_{\text{PF}}^{(i+1)} = \frac{QP}{MN} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{\mathbf{y}_n(m) \mathbf{y}_n(m)^H}{\mathbf{y}_n(m)^H (\hat{\Sigma}_{\text{PF}}^{-1})^{(i)} \mathbf{y}_n(m)}. \quad (2.29)$$

L'existence, l'unicité et la consistance de cet estimateur, ont été montrées lorsque $NM > QP$ [34]. D'autre part, nous avons besoin de normaliser la matrice $\hat{\Sigma}$, pour lever l'ambiguïté entre la texture et le speckle.

$$\hat{\Sigma}_{\text{PF}}^{(i+1)} = QP \frac{\hat{\Sigma}_{\text{PF}}^{(i+1)}}{\text{Tr}\{\hat{\Sigma}_{\text{PF}}^{(i+1)}\}} \quad (2.30)$$

2.5 Détection adaptative

On a vu que les principaux détecteurs non-adaptatifs traités dans la littérature nécessitent la connaissance de la matrice de covariance, chose qui n'est pas évidente dans la réalité. Afin de contourner ce problème, la procédure dite "plug-in" est utilisée pour obtenir un détecteur à deux étapes : estimation de la matrice de covariance, notée de manière générique $\hat{\Sigma}$, puis, substituer cet estimé dans les différents détecteurs utilisés pour en donner des versions dite adaptatives.

Pour les besoins des simulations, la matrice de covariance des données secondaires Σ est générée par $[\Sigma]_{u,v} = \rho_{\text{SEC}}^{|uv|} e^{j\frac{\pi}{2}(uv)}$ [28], où ρ_{SEC} peut prendre des valeurs comprises entre 0 et 1.

2.5.1 L'AMF

Le détecteur AMF (Adaptive Matched Filter) [11] est obtenu en injectant l'estimé $\hat{\Sigma}_{SCM}$ dans le détecteur OGD (conçu pour le cas Gaussien), pour aboutir au test

$$\Lambda_{AMF} = \sum_{m=1}^M \frac{|\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \hat{\Sigma}_{SCM}^{-1} \mathbf{y}(m)|^2}{(\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \hat{\Sigma}_{SCM}^{-1} \mathbf{a}(\theta, \varphi))} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{AMF}. \quad (2.31)$$

Les propriétés de ce détecteur sont sévèrement mises à mal lorsque le niveau de puissance du bruit dans la cellule sous test est supérieur à celui des cellules d'observation. Ce qui représente un sérieux inconvénient dans de nombreuses applications radar dans des milieux partiellement homogènes, traduit par une variation de puissance entre la cellule de test et les cellules secondaires. La figure 2.6, illustre la dégradation des caractéristiques du détecteur AMF pour ces cas.

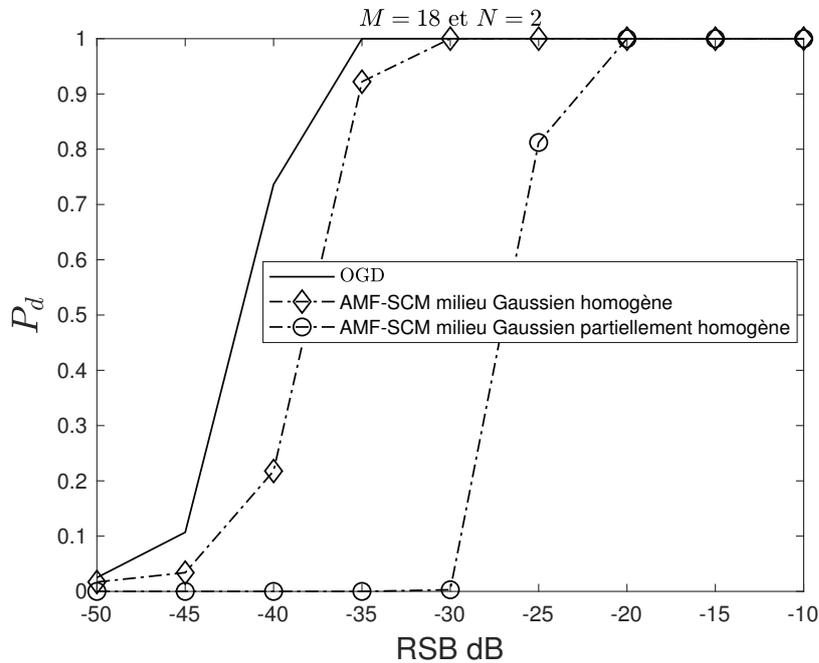


Figure 2.6 – Mise à mal du AMF dans un milieu Gaussien partiellement homogène

2.5.2 L'ANMF

Le détecteur ANMF (Adaptive Normalized Matched Filter) [38] est obtenu en injectant l'estimé $\hat{\Sigma}$ dans le détecteur sous optimal NMF, pour aboutir au test

$$\Lambda_{ANMF} = \prod_{m=1}^M \frac{|\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \hat{\Sigma}^{-1} \mathbf{y}(m)|^2}{(\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \hat{\Sigma}^{-1} \mathbf{a}(\theta, \varphi)) (\mathbf{y}(m)^H \hat{\Sigma}^{-1} \mathbf{y}(m))} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \eta_{ANMF}. \quad (2.32)$$

Deux cas de figures s'offre à nous, le cas Gaussien et le cas Gaussien-Composé :

Le cas Gaussien

Dans ce cas, il convient d'utiliser l'estimé $\hat{\Sigma}_{SCM}$, menant au détecteur noté ANMF-SCM (équation 2.33).

$$\Lambda_{ANMF-SCM} = \prod_{m=1}^M \frac{|\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \hat{\Sigma}_{SCM}^{-1} \mathbf{y}(m)|^2}{(\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \hat{\Sigma}_{SCM}^{-1} \mathbf{a}(\theta, \varphi)) (\mathbf{y}(m)^H \hat{\Sigma}_{SCM}^{-1} \mathbf{y}(m))} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \eta_{ANMF-SCM}. \quad (2.33)$$

Ce détecteur a été proposé dans [12], pour surmonter le problème de mise à l'échelle de l'AMF. Nous pouvons constater sur la figure 2.7 la robustesse du ANMF face à ce problème.

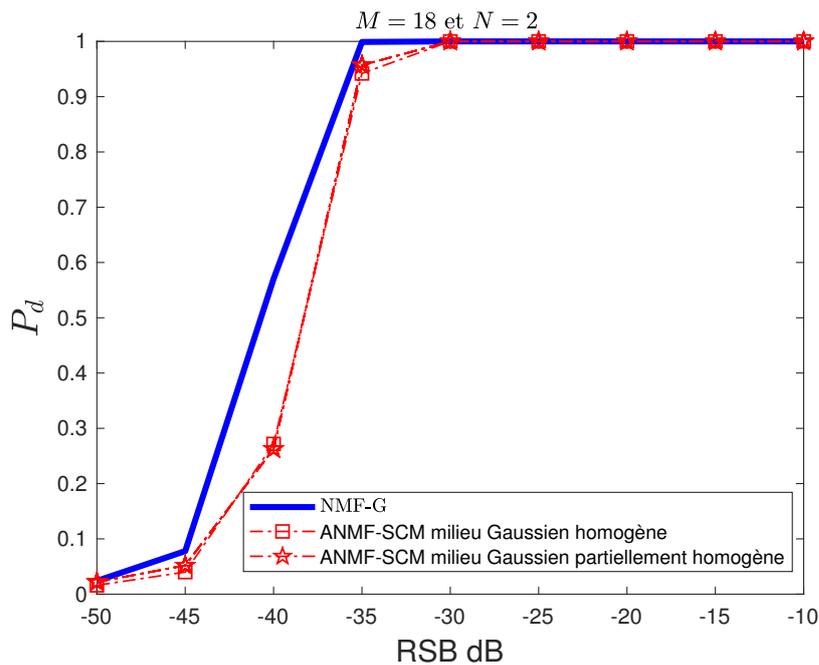


Figure 2.7 – Performances du ANMF dans les milieux Gaussiens homogène et partiellement homogène

Le cas Gaussien Composé

Pour un bruit de nature non Gaussienne, la substitution de l'estimé $\hat{\Sigma}_{SCM}$ dans le détecteur ANMF, induirait une dépendance du niveau de seuil sur les statistiques de la texture. Comme cela peut être facilement vérifié par substitution directe de l'équation 2.27 dans l'équation 2.32, tout en rappelant que $\mathbf{y}_n(m)$ est de distribution Gaussienne composée. De ce fait, le détecteur ANMF-SCM n'est pas TFAC-texture (figure 2.8). D'autre part La substitution de l'estimé $\hat{\Sigma}_{NSCM}$, conduit à la propriété TFAC-texture (figure 2.9), mais fait perdre la propriété matrice-TFAC (figure 2.10). On dénote le détecteur obtenu par ANMF-NSCM (équation 2.34).

$$\Lambda_{ANMF-NSCM} = \prod_{m=1}^M \frac{|\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \hat{\Sigma}_{NSCM}^{-1} \mathbf{y}(m)|^2}{(\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \hat{\Sigma}_{NSCM}^{-1} \mathbf{a}(\theta, \varphi)) (\mathbf{y}(m)^H \hat{\Sigma}_{NSCM}^{-1} \mathbf{y}(m))} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \eta_{ANMF-NSCM}. \quad (2.34)$$

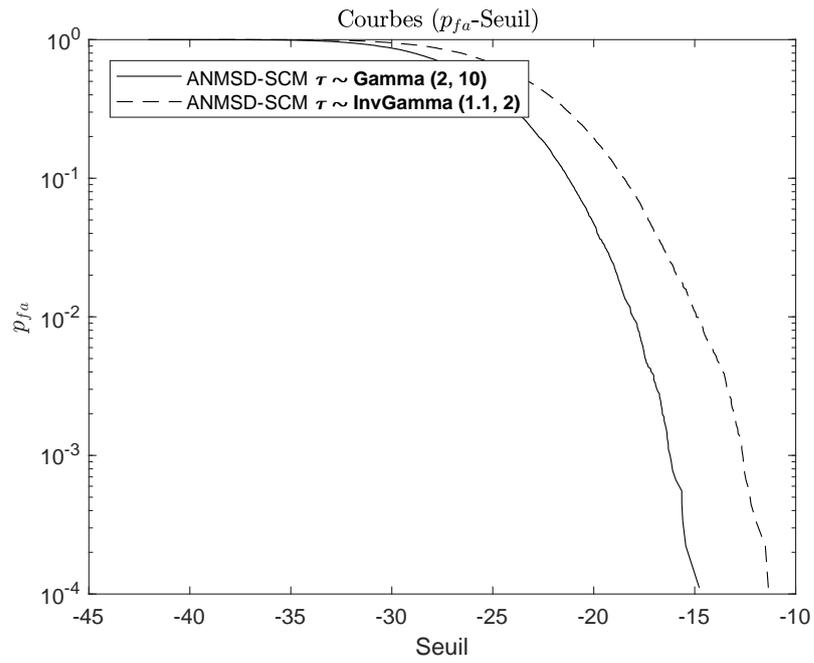


Figure 2.8 – Propriétés CFAR-texture du détecteur ANMF-SCM

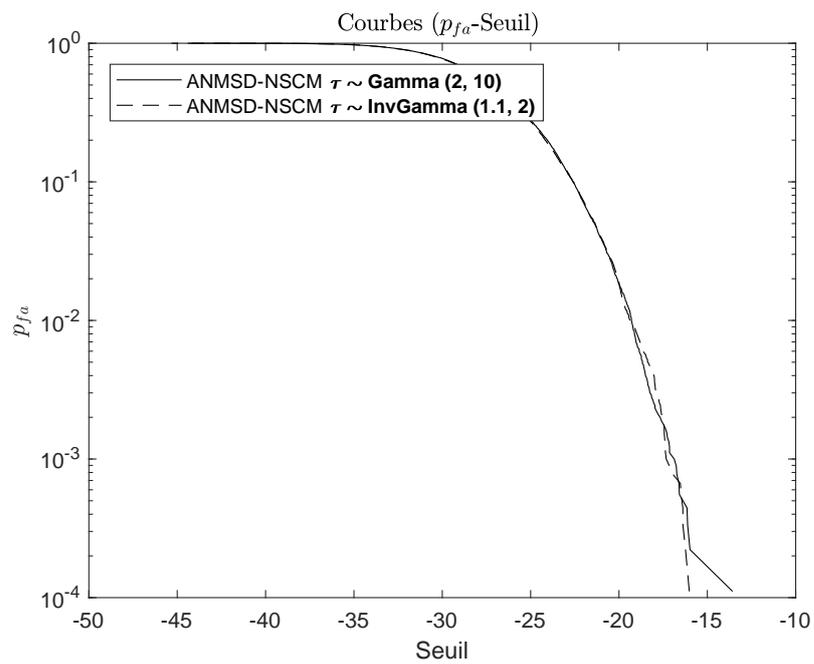


Figure 2.9 – Propriétés CFAR-texture du détecteur ANMF-NSCM

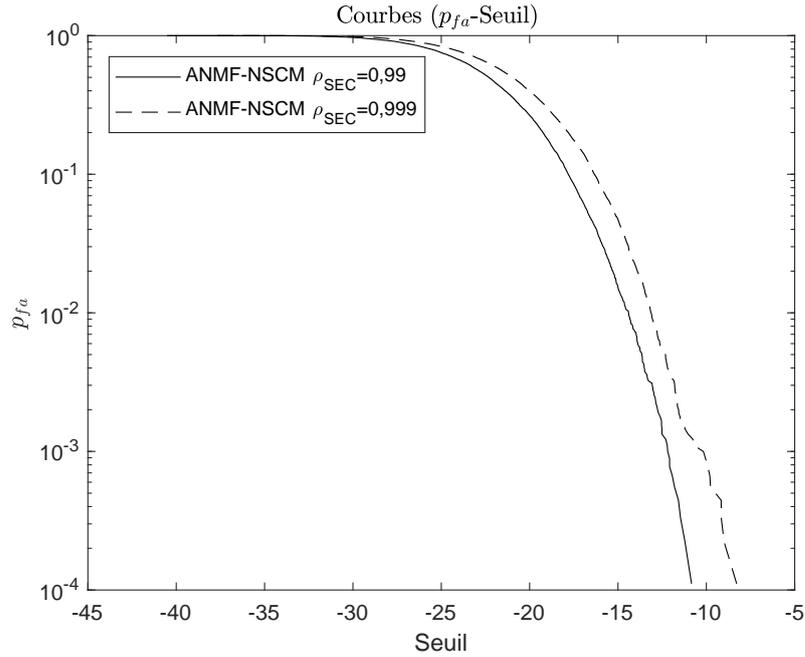


Figure 2.10 – Propriétés CFAR-matrice du détecteur ANMF-NSCM

L'utilisation de la matrice estimée par la méthode du point fixe $\hat{\Sigma}_{PF}$ [34] permet d'obtenir une version adaptative en environnement non-Gaussien ANMF-PF avec deux caractéristiques importantes, TFAC-texture et matrice-TFAC (figures 2.11 et 2.12). Ces deux propriétés nous garantissent une régulation constante de la fausse alarme quel que soit le milieu d'estimation de la matrice de covariance et dans un environnement hétérogène, c.à.d., où les données secondaires n'ont pas toutes la même matrice de covariance, ce qui est souvent le cas en pratique.

$$\Lambda_{ANMF-PF} = \prod_{m=1}^M \frac{|\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \hat{\Sigma}_{PF}^{-1} \mathbf{y}(m)|^2}{(\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \hat{\Sigma}_{PF}^{-1} \mathbf{a}(\theta, \varphi)) (\mathbf{y}(m)^H \hat{\Sigma}_{PF}^{-1} \mathbf{y}(m))} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \eta_{ANMF-PF}. \quad (2.35)$$

Les figures 2.13 et 2.14, illustrent pour $N = 2$ et $N = 4$, les bonnes caractéristiques du détecteur ANMF-PF en comparaison avec le ANMF-NSCM et le ANMF-SCM dans le cas du bruit C.G. Nous avons pris pour l'exemple une texture inv-Gamma donnant lieu à un bruit Student-t.

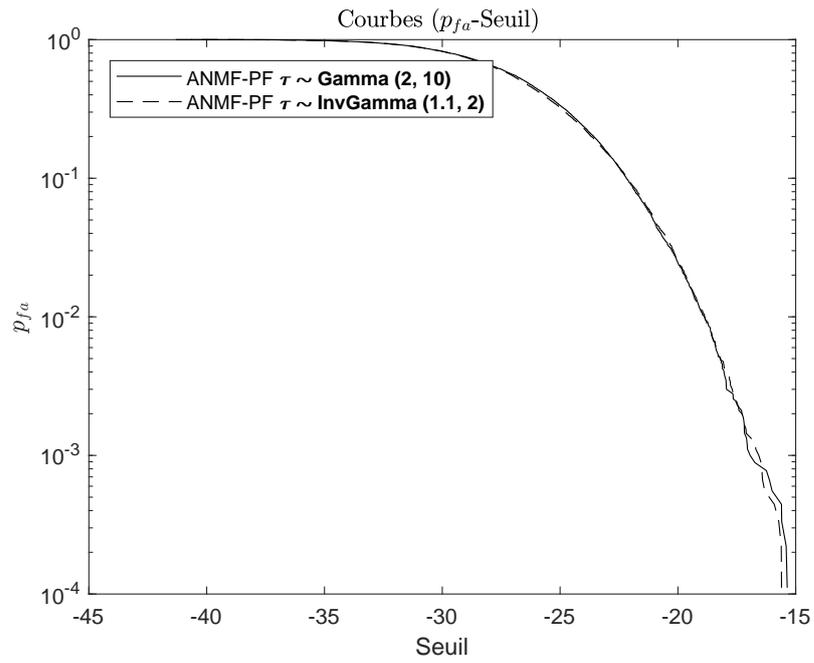


Figure 2.11 – Propriétés CFAR-texture du détecteur ANMF-PF

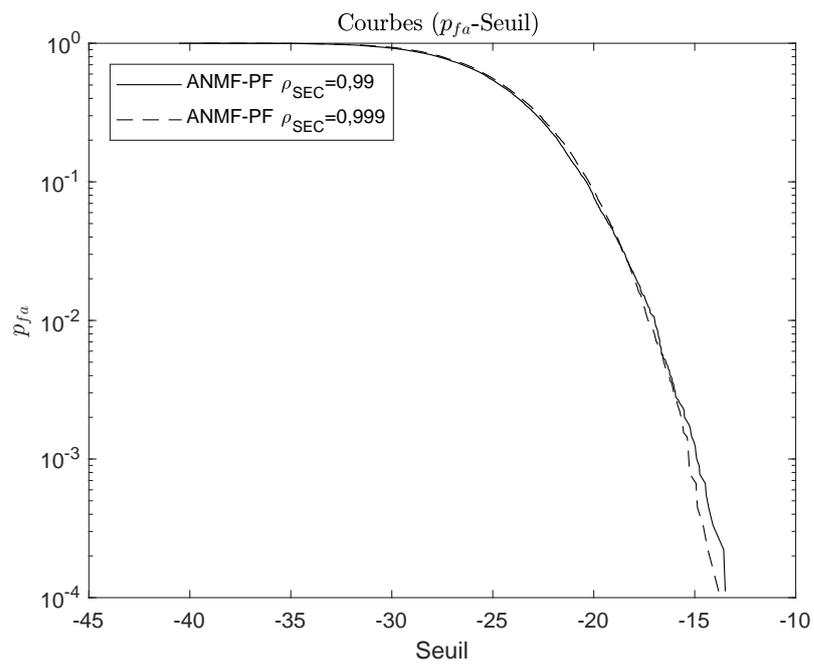


Figure 2.12 – Propriétés CFAR-matrice du détecteur ANMF-PF

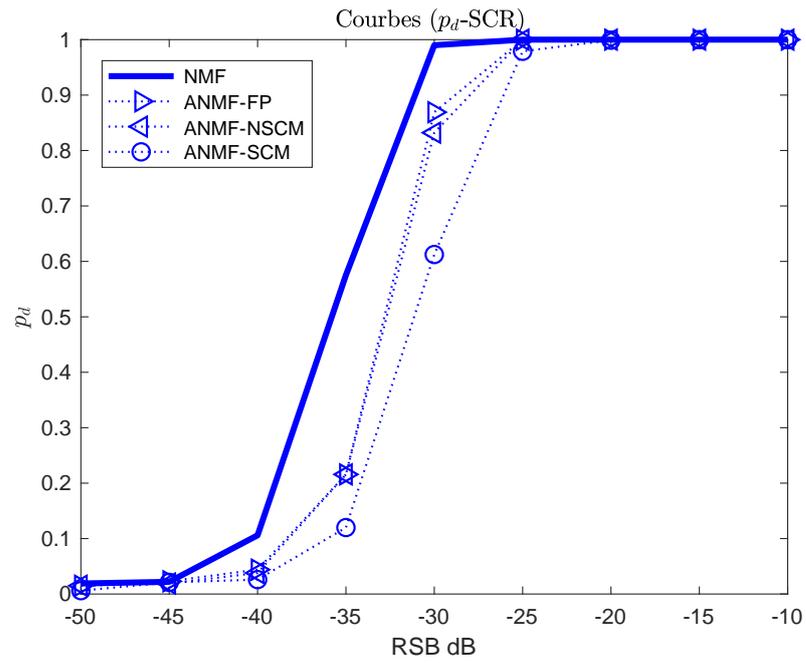


Figure 2.13 – Performances du ANMF dans un milieu Student-t avec $N = 2$

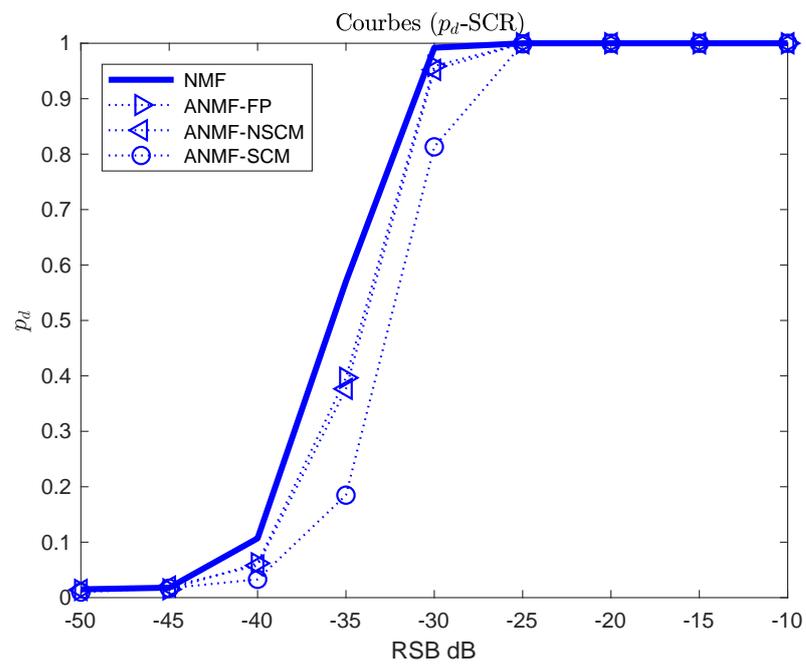


Figure 2.14 – Performances du ANMF dans un milieu Student-t avec $N = 4$

2.6 Conclusion

Nous avons établi dans ce chapitre l'état de l'art de la détection radar, en présence d'une seule cible avec la revue des détecteurs non-adaptatifs dans un environnement Gaussien-Composé, et des détecteurs adaptatifs avec estimation de la matrice de covariance du bruit. Chaque détecteur a été étudié sur la base des courbes de performance avec des comparaisons illustratives.

Cependant la présence de cibles supplémentaires dans la cellule sous test ou dans les cellules secondaires entraîne une erreur dans la modélisation qui suppose une seule cible, ainsi qu'une mauvaise estimation de la matrice de covariance, dû à la contamination en question. Nous proposons dans le chapitre qui suit, d'établir un modèle multi-cibles et la conception d'un estimateur capable de définir les directions d'arrivée. Cela permettra par la suite, d'estimer les paramètres du bruit, en particulier de la matrice de covariance, à partir de la cellule sous test et ainsi éliminer le problème de contamination.

Chapitre 3

ESTIMATION DES DIRECTIONS D'ARRIVÉES DE PLUSIEURS CIBLES

3.1 Introduction

L'estimation des directions d'arrivée (DOA) est un domaine d'intérêt attrayant avec plusieurs applications à la clé, notamment dans le traitement d'antenne radar [39–41]. Les études menées dans cet axe de recherche a donné naissance à plusieurs méthodes d'estimation qui peuvent être classés en deux catégories, les technique à sous-espaces telles que MUSIC (multiple signal classification) ou ESPRIT [42–46], et les méthodes basées sur le maximum de vraisemblance (MV) [47–49].

Comme il est mentionné dans le chapitre 1 de cette thèse, le milieu considéré est de nature non Gaussienne, plus précisément Gaussienne-Composée. Récemment, des méthodes à sous-espaces robustes ont émergés, telles que R-MUSIC, RG-MUSIC [39], ℓ_p -MUSIC [50] et ROC-MUSIC [51], fonder sur une modélisation non Gaussienne. Ces techniques, toutes issues de la version classique MUSIC [42–44], conçue pour le cas Gaussien, bénéficient d'une complexité de calcul réduite, mais avec le désavantage d'une dégradation des performances, en particulier à de faibles valeurs du RSB. En contre partie l'estimation par maximum de vraisemblance fournissent de meilleures performances en termes de précision mais souffrent d'un cout calculatoire lourd.

Dans ce chapitre, nous passons en revue les principales techniques permettant l'estimation des directions d'arrivée 2D de plusieurs cibles radar, en utilisant un réseau d'antenne plan déjà décrit dans le chapitre 1. Pour cela nous abordons d'abord, les principales méthodes à sous-espaces dérivées de MUSIC, en suite nous proposons deux algorithmes (ICMLE et IJMLE) basés sur la vraisemblance, qui permettrons d'estimer, en plus des directions d'arrivée, la matrice de covariance du bruit ainsi que les réalisations de la texture à partir de la cellule sous test. En dernier lieu nous proposons une version accélérée de l'ICMLE (EM-ICMLE), en employant l'algorithme espérance maximisation, plus connu sous le nom anglais Expectation Maximization (EM).

3.2 Configuration du modèle

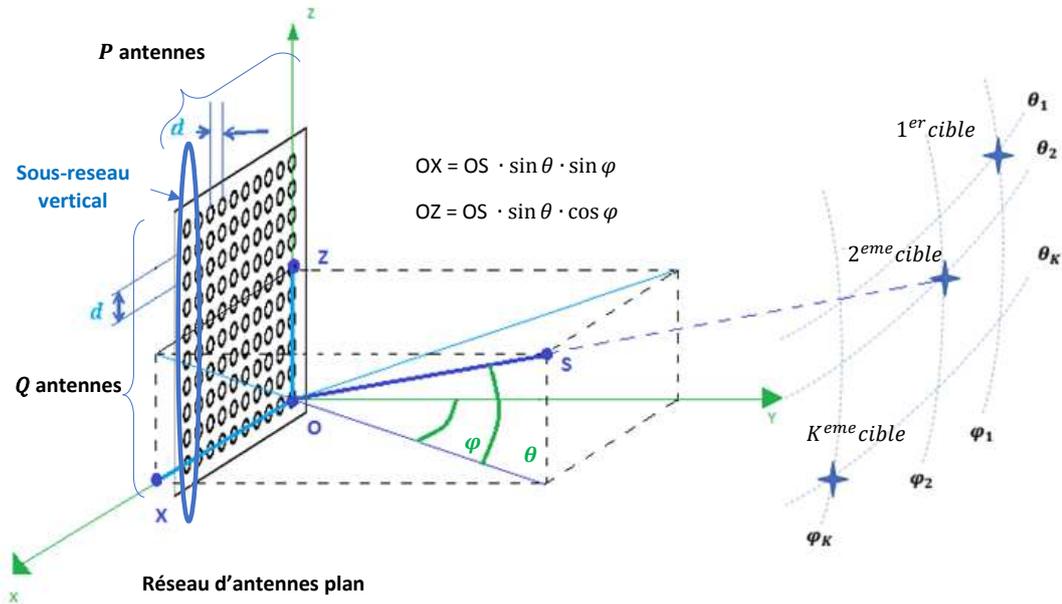


Figure 3.1 – Configuration réseau d'antenne plan avec plusieurs cibles

En considérant le même réseau d'antennes plan décrit dans les chapitres 1 et 2, avec la présence dans la cellule sous test des signaux réfléchis par plusieurs (K) cibles, de différentes directions d'arrivée (figure 3.1). Le vecteur d'observation $\mathbf{y}(m)$ pour chaque récurrence m s'écrit

$$\mathbf{y}(m) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k) s_k(m) + \mathbf{b}(m), \quad m = 1, \dots, M \quad (3.1)$$

ou

$$\mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k) = (\mathbf{a}_{\varphi_k}(\theta_k, \varphi_k) \otimes \mathbf{I}_Q) \times \mathbf{a}_{\theta_k}(\theta_k, \varphi_k)$$

représente le vecteur directionnel de la k^{eme} cible, avec

$$\mathbf{a}_{\theta_k}(\theta_k, \varphi_k) = \left[1, e^{j \frac{2\pi \sin(\theta_k) \cos(\varphi_k)}{\lambda} d}, \dots, e^{j \frac{2\pi \sin(\theta_k) \cos(\varphi_k)}{\lambda} (Q-1)d} \right]^T$$

et

$$\mathbf{a}_{\varphi_k}(\theta_k, \varphi_k) = \left[1, e^{j \frac{2\pi \sin(\theta_k) \sin(\varphi_k)}{\lambda} d}, \dots, e^{j \frac{2\pi \sin(\theta_k) \sin(\varphi_k)}{\lambda} (P-1)d} \right]^T$$

décrivent les vecteurs directionnelle des sous réseaux horizontaux et verticaux, ou le couple (θ_k, φ_k) , désigne les angles d'arrivée en élévation et en azimut. D'autre part, la forme d'onde du k^{eme} signal reçue $s_k(m)$ est principalement liée à la fréquence Doppler f_{Dk} et au déphasage ϕ_{0k} de chaque cible k

$$s_k(m) = e^{j2\pi f_{Dk} m T} e^{j2\pi \phi_{0k}}. \quad (3.2)$$

L'expression $\sqrt{UV_k}L_{cib}$ est omise, pour la considération que nous supposons des cibles de surfaces équivalentes radar (SER) égales, ce qui permet la représentation de cette expression dans le rapport signal sur bruit.

Le vecteur fouillis noté de manière générique bruit $\mathbf{b}(m)$ avec $m = 1..M$, est modélisé par un bruit C.G (équation 1.9) déjà formulé dans le paragraphe 1.5.2.

3.3 Méthodes à sous-espaces

Les méthodes à sous-espaces sont fondées sur les propriétés de la matrice de covariance des observations initialement mises en évidence par Pisarenko [52], elles font appel à la décomposition en valeurs propres (EVD) ou en valeurs singulières (SVD) de cette matrice dans le but d'établir les sous-espaces signal et bruit. Ces méthodes stipules qu'à partir de l'équation 3.1, on peut noter que si les K vecteurs directionnels $\mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k)$ sont linéairement indépendants, l'observation $\mathbf{y}(m)$ en absence du bruit appartient à un espace vectoriel de dimension K . Cette remarque fondamentale est à l'origine du développement de ces méthodes, qui reposent sur une décomposition de la matrice de covariance des observations \mathbf{R} , définit initialement par :

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}[\mathbf{y}(m)\mathbf{y}(m)^H] \quad (3.3)$$

où l'opérateur $\mathbf{E}[\cdot]$ désigne l'espérance mathématique.

Dans cette perspective, on réécrit sous forme matricielle l'équation 3.1 :

$$\mathbf{y}(m) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\zeta})\mathbf{s}(m) + \mathbf{b}(m), \quad m = 1, \dots, M \quad (3.4)$$

où le vecteur $\boldsymbol{\zeta} = [\theta_1, \varphi_1, \dots, \theta_K, \varphi_K]$ contient les $2K$ directions d'arrivée en élévation et en azimut inconnues, $\mathbf{A}(\boldsymbol{\zeta}) = [\mathbf{a}_1(\theta_1, \varphi_1), \dots, \mathbf{a}_K(\theta_K, \varphi_K)]$ représente la matrice directionnelle de dimension $QP \times K$ et $\mathbf{s}(m)$ est un vecteur de dimension $K \times 1$ contenant l'ensemble des signaux échos cibles de la $m^{\text{ème}}$ récurrence, communément appelés signaux sources, dans le domaine du traitement d'antenne.

En présence du bruit, la matrice de covariance des observations \mathbf{R} , de dimension $QP \times QP$ s'écrit

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}[\mathbf{y}(m)\mathbf{y}(m)^H] = \mathbf{A}(\boldsymbol{\zeta})\mathbf{R}_s\mathbf{A}(\boldsymbol{\zeta})^H + \mathbf{R}_b \quad (3.5)$$

où $\mathbf{R}_s = \mathbf{E}[\mathbf{s}(m)\mathbf{s}(m)^H]$ est la matrice de covariance des signaux sources de dimension $K \times K$ et $\mathbf{R}_b = \mathbf{E}[\mathbf{b}(m)\mathbf{b}(m)^H]$ est la matrice de covariance du bruit de dimension $QP \times QP$.

La décomposition de la matrice \mathbf{R} en éléments propres, afin de séparer le sous espace signal du sous-espace bruit, peut être exprimée sous la forme suivante :

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{U}^H = \sum_{i=1}^{QP} \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H = \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Lambda}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_b \boldsymbol{\Lambda}_b \mathbf{U}_b^H \quad (3.6)$$

où $\mathbf{\Lambda}$ est la matrice diagonale des valeurs propres de la matrice \mathbf{R} , classées par ordre décroissant et définit par :

$$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}[\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_K > \lambda_{K+1} > \dots > \lambda_{QP}] \quad (3.7)$$

\mathbf{U} est la matrice formée par les vecteurs propres de la matrice \mathbf{R} , notée :

$$\mathbf{U} = [\mathbf{U}_s \ \mathbf{U}_b] \quad (3.8)$$

avec $\mathbf{U}_s = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \dots \ \mathbf{u}_K]$ et $\mathbf{U}_b = [\mathbf{u}_{K+1} \ \mathbf{u}_{K+2} \ \dots \ \mathbf{u}_{QP}]$ représentent les matrices formées par les vecteurs propres, associées respectivement au sous-espace signal et au sous-espace bruit. Notez que les deux sous-espaces engendrés sont orthogonaux l'un à l'autre.

Les méthodes à sous-espaces communément appelées méthode haute résolution, présentent des performances asymptotiquement illimitées et indépendantes du rapport signal sur bruit à condition que la matrice de covariance du bruit soit parfaitement connue.

3.3.1 MUSIC

MUSIC (MULTiple Signal Classification) [42–44] est une méthode simple et efficace qui a suscité un grand intérêt de la part des chercheurs dans le domaine d'estimation des directions d'arrivée. Elle est basée sur la propriété d'orthogonalité entre le sous-espaces bruit engendré par les vecteurs propres du bruit et le sous-espace signal engendré par les vecteurs directionnels des cibles $\mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k)$. Ces vecteurs sont obtenus par la décomposition de la matrice de covariance des observations, dans nôtres cas \mathbf{R} , en éléments propres.

Dans la pratique, cette matrice n'est pas disponible et les algorithmes basés sur les sous-espaces doivent utiliser son estimé $\hat{\mathbf{R}}$, principalement obtenue par l'estimateur empirique SCM. En utilisant les données de toutes les récurrences (M) de la CPI, $\hat{\mathbf{R}}_{\text{SCM}}$ est calculée à partir de l'équation 3.9 :

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{SCM}} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{y}(m)\mathbf{y}(m)^H. \quad (3.9)$$

De ce fait, le principe d'orthogonalité n'est vérifié qu'approximativement, mais permettra tout de même d'élaborer un algorithme MUSIC, noté MUSIC-SCM, capable d'estimer à un certain degré d'erreur, les directions d'arrivée des signaux sources.

Notons par $\hat{\mathbf{U}}_{b\text{-SCM}}$, la matrice des vecteurs propres estimée du sous-espace bruit de dimension $QP \times (QP - K)$, calculée après la décomposition de $\hat{\mathbf{R}}_{\text{SCM}}$. Pour mesurer le degré d'orthogonalité entre le sous-espace bruit et le sous-espace signal engendrés par les vecteurs sources $\mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k)$, nous calculons la fonction de localisation $\mathcal{P}_{\text{MUSIC-SCM}}$ pour toutes les directions d'arrivée possibles. Le tracé de cette fonction permet d'obtenir une courbe présentant des pics dont le nombre et la position sont respectivement le nombre et les directions d'arrivée des K sources recherchées.

$$\mathcal{P}_{\text{MUSIC-SCM}} = \frac{1}{\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \hat{\mathbf{U}}_{b\text{-SCM}} \hat{\mathbf{U}}_{b\text{-SCM}}^H \mathbf{a}(\theta, \varphi)}, \quad (3.10)$$

3.3.2 MUSIC Robuste

La méthode MUSIC-SCM a fait l'objet d'un intérêt majeur dans le domaine d'estimation des directions d'arrivée, du fait que l'estimateur SCM de la matrice de covariance, pour des données Gaussiennes, est obtenu de façon optimale par la méthode du maximum de vraisemblance. Lorsque ces données ne sont pas Gaussienne, la SCM en tant qu'approximation de cette matrice de covariance peut cependant fonctionner très mal. Cela a été particulièrement reconnu dans le traitement adaptatif des radars et sonars, où les signaux étudiés sont caractérisés par un bruit impulsionnel.

Les estimateurs robuste visent à résoudre ce problème et se sont imposés comme une alternative intéressante au SCM. En premier lieu, on peut citer l'estimateurs du point fixe, noter ici $\widehat{\mathbf{R}}_{\text{PF}}$, qui est défini comme la solution implicite de l'équation 3.11. Cet estimateur permet une amélioration considérable des performance de l'algorithme MUSIC, dans un environnement non Gaussien.

$$\widehat{\mathbf{R}}_{\text{PF}} = \frac{QP}{M} \frac{\sum_{m=1}^M \mathbf{y}(m)\mathbf{y}(m)^H}{\sum_{m=1}^M \mathbf{y}(m)^H \widehat{\mathbf{R}}_{\text{PF}}^{-1} \mathbf{y}(m)} \quad (3.11)$$

La fonction de localisation de l'estimateur noté R-MUSIC dans ce cas $\mathcal{P}_{\text{R-MUSIC}}$ s'écrit :

$$\mathcal{P}_{\text{R-MUSIC}} = \frac{1}{\mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \widehat{\mathbf{U}}_{\text{b-PF}} \widehat{\mathbf{U}}_{\text{b-PF}}^H \mathbf{a}(\theta, \varphi)}, \quad (3.12)$$

où $\widehat{\mathbf{U}}_{\text{b-PF}}$ représente la matrice des vecteurs propres estimée du sous-espace bruit de dimension $QP \times (QP - K)$, calculée après la décomposition de $\widehat{\mathbf{R}}_{\text{PF}}$.

3.3.3 Autres versions MUSIC robustes

D'autres versions robustes de l'algorithme MUSIC existent, telles que RG-MUSIC, ROC-MUSIC et ℓ_p -MUSIC dont les descriptions sont présentées ci dessous :

- RG-MUSIC est un algorithme basé sur la version robuste R-MUSIC, conçu en s'appuyant sur la théorie des matrices aléatoires. Par conséquent, cet algorithme fonctionne bien dans un scénario dans lequel le nombre de capteurs et le nombre de récurrences tendent tous les deux vers l'infini, avec un ratio fixe. Ce qui n'est pas le cas dans notre étude.
- L'algorithme ℓ_p -MUSIC utilise la norme ℓ_p au lieu de la norme ℓ_2 , faisant une estimation robuste dans le sens où les DOA estimés sont insensibles aux valeurs aberrantes extrêmes, mais il n'est pas efficace dans notre contexte (c'est-à-dire dans le cas d'une présence possible de fluctuations de puissance locales).
- Enfin, concernant ROC-MUSIC qui est basé sur la covariation, il a besoin de plus de clichés pour être plus performant (puisque il est basé sur la méthode des moments pour calculer la covariation). En plus de cela, la distribution du bruit considérée dans notre thèse n'est pas une classe de la distribution alpha-stable sur laquelle ROC-MUSIC a été conçu.

Il convient de mentionner que le mérite de certains des algorithmes susmentionnés (en particulier RG-MUSIC et R-MUSIC dans le cas non-Gaussien) réside dans leur faible coût de calcul. Par conséquent, pour certaines applications, il peuvent être considérés comme un bon compromis entre précision et coût de calcul.

3.4 Méthodes basées sur le maximum de vraisemblance

Réécrivons les équations du modèle des données radar en présence de plusieurs cibles (équation 3.1) et celle qui définit le vecteur bruit $\mathbf{b}(m)$, $m = 1, \dots, M$ (équation 1.9), Gaussien-Composé, indépendant et identiquement distribué (i.i.d.) [53] :

$$\mathbf{y}(m) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k) s_k(m) + \mathbf{b}(m), \quad m = 1, \dots, M$$

$$\mathbf{b}(m) = \sqrt{\tau(m)} \mathbf{x}(m) \quad m = 1..M$$

Suite à cette considération, on peut mettre en évidence la vraisemblance conditionnelle des données \mathbf{Y} notée $p(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\tau}; \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{S}, \boldsymbol{\zeta})$, c.à.d. conditionnée à la texture $\boldsymbol{\tau}$, supposée déterministe inconnue.

$$p(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\tau}; \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{S}, \boldsymbol{\zeta}) = \prod_{m=1}^M \frac{1}{\pi^{QP} |\tau(m)\boldsymbol{\Sigma}|}$$

$$\times \exp \left\{ - \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k) s_k(m) \right)^H (\tau(m)\boldsymbol{\Sigma})^{-1} \right.$$

$$\left. \times \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k) s_k(m) \right) \right\}. \quad (3.13)$$

Dans cette fonction de vraisemblance, les paramètres inconnus sont le vecteur texture $\boldsymbol{\tau}$, la matrice de covariance $\boldsymbol{\Sigma}$, les signaux sources $s_k(m)$ avec $k = 1..K$ et $m = 1..M$, aussi représentés par la matrice \mathbf{S} , de dimension $M \times K$, et les directions d'arrivée θ_k et φ_k , notées également $\boldsymbol{\zeta}$.

D'autre part, dans le cas où la densité de probabilité de la texture $p(\boldsymbol{\tau}; a, b)$ est connue, on peut obtenir la vraisemblance jointe entre \mathbf{Y} et $\boldsymbol{\tau}$ en utilisant la règle de Bayes

$$p(\mathbf{Y}, \boldsymbol{\tau}; \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{S}, \boldsymbol{\zeta}) = p(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\tau}; \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{S}) p(\boldsymbol{\tau}; a, b) \quad (3.14)$$

ou similairement

$$p(\mathbf{Y}, \boldsymbol{\tau}; \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{S}, \boldsymbol{\zeta}) = \prod_{m=1}^M \frac{1}{\pi^{QP} |\tau(m)\boldsymbol{\Sigma}|}$$

$$\times \exp \left\{ - \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k) s_k(m) \right)^H (\tau(m)\boldsymbol{\Sigma})^{-1} \right.$$

$$\left. \times \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k) s_k(m) \right) \right\} p(\boldsymbol{\tau}; a, b). \quad (3.15)$$

Cette information supplémentaire constitue un plus, qui contribue à l'amélioration des performances d'estimation, basées sur la vraisemblance jointe, comparée à celles basées sur la vraisemblance conditionnelle.

De façon générale, la méthode du maximum de vraisemblance consiste, comme son nom l'indique, à rechercher les valeurs les plus vraisemblables des paramètres inconnus, c.à.d., qui maximisent la fonction de vraisemblance (jointe ou conditionnelle).

Dans ce qui suit, nous proposons deux algorithmes pour estimer cet ensemble de paramètres, en particulier :

- L'estimateur du maximum de la vraisemblance conditionnelle (CMLE), dans lequel les textures sont supposées être déterministes inconnues. Ce dernier est obtenu en maximisant la fonction de vraisemblance conditionnelle (équation 3.13). L'avantage de cet estimateur est d'être robuste à diverses distributions de texture.
- L'estimateur du maximum de la vraisemblance jointe (JMLE), dans lequel la distribution de la texture est supposée connue. Ce dernier est obtenu en maximisant la fonction de la vraisemblance jointe (équation 3.15). Cet estimateur a l'avantage d'être précis lorsque la densité de probabilité de la texture est correctement spécifiée.

Toute fois, la maximisation des équations 3.13 et 3.15 par rapport aux paramètres inconnus τ , Σ , S et ζ , est une question complexe, qui peut être résolue par une approche numérique par itération [54, 55] afin de réduire la charge de calcul. Cela conduit à deux algorithmes itératifs, nommés respectivement ICMLE (Iterative Conditional Maximum Likelihood Estimator) et IJMLE (Iterative Joint Maximum Likelihood Estimator).

3.4.1 ICMLE

Aperçu

L'algorithme ICMLE est basé sur la maximisation de la vraisemblance conditionnelle par rapport à ζ en utilisant la fonction objective (équation 3.13). Notez que maximiser la vraisemblance est équivalent à maximiser le logarithme de la vraisemblance par le fait que l'opérateur logarithmique est une fonction strictement monotone.

Après l'introduction du logarithme sur la fonction de vraisemblance conditionnelle, on obtient la fonction Log-Vraisemblance conditionnelle Λ_c , dont la forme permet une détermination analytique de tous les paramètres, sauf pour les directions d'arrivée θ_k et φ_k qui doivent être estimés par une recherche multidimensionnelle.

$$\Lambda_c = -QPM \log(\pi) - M \log(|\Sigma|) - QP \sum_{m=1}^M \log(\tau(m)) - \sum_{m=1}^M \frac{1}{\tau(m)} \left\{ \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k) s_k(m) \right)^H \Sigma^{-1} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k) s_k(m) \right) \right\}, \quad (3.16)$$

Le principe de l'algorithme ICMLE est de maximiser la fonction Log-Vraisemblance (équation 3.16) par rapport à ζ , par une procédure d'optimisation cyclique. Il consiste donc à initialiser Σ et τ puis à estimer itérativement tous les paramètres inconnus jusqu'à la convergence du paramètre d'intérêt. Sans connaissance préalable, la matrice de covariance du speckle est initialisée par la matrice identité $\Sigma^{[0]} = \mathbf{I}$ et la réalisation de la texture par le vecteur $\tau^{[0]} = \mathbf{1}$.

Les étapes de l'ICMLE sont décrites ci-dessous dans l'algorithme 3. Noter que les paramètres Σ , τ et $s_k(m)$ peuvent être estimés analytiquement, alors que l'estimation de ζ doit être effectuée numériquement .

Estimation de la texture

Le paramètre de texture estimé, $\hat{\tau}(m)$, est donné par

$$\hat{\tau}(m) = \underset{\tau(m)}{\operatorname{argmax}}(\Lambda_c)$$

menant à l'actualisation

$$\hat{\tau}(m) = \frac{1}{QP} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k \left(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k \right) \hat{s}_k(m) \right)^H \Sigma^{-1} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k \left(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k \right) \hat{s}_k(m) \right) \quad (3.17)$$

où $\hat{\theta}_k$, $\hat{\varphi}_k$ et $\hat{s}_k(m)$ représentent respectivement θ_k , φ_k et $s_k(m)$ précédemment estimés.

Estimation de la covariance

L'expression de la matrice de covariance du speckle Σ est obtenue de la même manière par :

$$\hat{\Sigma} = \underset{\Sigma}{\operatorname{argmax}}(\Lambda_c)$$

menant à l'actualisation

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{1}{\tau(m)} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k \left(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k \right) \hat{s}_k(m) \right) \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k \left(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k \right) \hat{s}_k(m) \right)^H . \quad (3.18)$$

En insérant l'équation 3.17 dans l'équation 3.18, l'estimation de la matrice de covariance est définie comme la solution implicite de l'équation 3.19 connu sous le nom de méthode du point fixe.

$$\hat{\Sigma} = \frac{QP}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k \left(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k \right) \hat{s}_k(m) \right) \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k \left(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k \right) \hat{s}_k(m) \right)^H}{\left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k \left(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k \right) \hat{s}_k(m) \right)^H \hat{\Sigma}^{-1} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k \left(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k \right) \hat{s}_k(m) \right)} . \quad (3.19)$$

Cette étape est suivie systématiquement d'une normalisation pour lever l'ambiguïté, c'est à dire,

$$\hat{\Sigma} = QP \frac{\hat{\Sigma}}{\operatorname{Tr}(\hat{\Sigma})} \quad (3.20)$$

Estimation du Signal Source

L'estimation de la m^{eme} récurrence du signal source $\hat{\mathbf{s}}(m)$ est obtenue par la résolution de l'équation

$$\hat{\mathbf{s}}(m) = \underset{\mathbf{s}(m)}{\operatorname{argmax}}(\Lambda_c)$$

où

$$\hat{\mathbf{s}}(m) = \begin{bmatrix} \hat{s}_1(m) \\ \vdots \\ \hat{s}_K(m) \end{bmatrix}$$

menant à

$$\hat{\mathbf{s}}(m) = \left(\mathbf{A}^H(\hat{\zeta}) \hat{\Sigma}^{-1} \mathbf{A}(\hat{\zeta}) \right)^{-1} \mathbf{A}^H(\hat{\zeta}) \hat{\Sigma}^{-1} \mathbf{y}(m) \quad (3.21)$$

ou similairement

$$\hat{\mathbf{s}}(m) = \left(\tilde{\mathbf{A}}^H(\hat{\zeta}) \tilde{\mathbf{A}}(\hat{\zeta}) \right)^{-1} \tilde{\mathbf{A}}^H(\hat{\zeta}) \tilde{\mathbf{y}}(m) \quad (3.22)$$

où $\tilde{\mathbf{A}}(\hat{\zeta}) = \hat{\Sigma}^{1/2} \mathbf{A}(\hat{\zeta})$ et $\tilde{\mathbf{y}}(m) = \hat{\Sigma}^{1/2} \mathbf{y}(m)$, dans lesquelles $\tilde{\mathbf{A}}(\hat{\zeta})$ et $\mathbf{y}(m)$ représentent respectivement, la matrice directionnelle estimée et le vecteur d'observation de la m^{me} récurrence de la CPI, les deux, spatialement blanchis par la racine carrée de l'inverse de l'estimé de la matrice de covariance du speckle.

Estimation des directions d'arrivée

Finalement, le paramètre d'intérêt est évalué par

$$\hat{\zeta} = \underset{\zeta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{m=1}^M \frac{1}{\tau(m)} \left\| P_{\tilde{\mathbf{A}}(\zeta)} \tilde{\mathbf{y}}(m) \right\|^2 \right\} \quad (3.23)$$

où $\|\cdot\|$ dénote la norme Euclidienne et $P_{\tilde{\mathbf{A}}(\zeta)}$ la projection orthogonale dans l'espace généré par les colonnes de la matrice directionnelle $\tilde{\mathbf{A}}(\zeta)$.

Étape 1 : initialisation

$$i = 0; \hat{\Sigma}^{[0]} = \mathbf{I}; \hat{\tau}^{[0]} = \mathbf{1};$$

Étape 2 :

calcul de $\hat{\zeta}^{[i]}$: à partir de l'équation 3.23 en utilisant $(\hat{\Sigma}^{[i]}, \hat{\tau}^{[i]})$

calcul de $\hat{\mathbf{s}}^{[i]}$: à partir de l'équation 3.21 en utilisant $(\hat{\Sigma}^{[i]}, \hat{\zeta}^{[i]})$

calcul de $\hat{\Sigma}^{[i+1]}$: par la résolution de l'équation 3.19 via procédure du point fixe en utilisant $(\hat{\Sigma}^{[i]}, \hat{\mathbf{s}}^{[i]}, \hat{\zeta}^{[i]})$

normalisation de $\hat{\Sigma}^{[i+1]}$: à partir de l'équation 3.20

calcul de $\hat{\tau}^{[i+1]}$: à partir de l'équation 3.17 en utilisant $(\hat{\Sigma}^{[i+1]}, \hat{\mathbf{s}}^{[i]}, \hat{\zeta}^{[i]})$

if $(i = 0) \vee \left(\left\| \hat{\zeta}^{[i]} - \hat{\zeta}^{[i-1]} \right\| > \epsilon \wedge i < i_{\max} \right)$ **then**

$$i = i + 1$$

aller à **étape 2**

else

$$\mathbf{return} \quad \hat{\zeta}_{\text{CMLE}} = \hat{\zeta}^{[i]}$$

end if

Algorithm 3: ICMLE

3.4.2 IJMLE

Aperçue

L'ICMLE est un estimateur qui suppose que la texture τ est déterministe inconnue et de fonction de densité de probabilité également inconnue. Néanmoins, si nous disposons de cette information (fonction de densité de probabilité), nous pourrions l'exploiter pour une meilleure estimation des réalisations de la texture τ , en maximisant la fonction de vraisemblance jointe donnée par l'équation 3.15. Ceci constitue le principe de l'IJMLE.

Considérons la fonction LogVraisemblance jointe Λ_j comme étant la fonction objective

$$\Lambda_j = \Lambda_c + \sum_{m=1}^M \log(p(\tau(m); \boldsymbol{\nu})) \quad (3.24)$$

où Λ_c est donnée par l'équation (3.16).

L'expression de la fonction LogVraisemblance jointe Λ_j (équation 3.24), dépend de $p(\tau(m); \boldsymbol{\nu})$ qui décrit la densité de probabilité de la texture, où $\boldsymbol{\nu}$ dénote le vecteur de paramètres qui caractérise cette distribution (par exemple, les paramètres d'échelle et de forme pour la distribution K). Dans ce qui suit, nous étudierons différentes distributions de la famille C.G, obtenues avec différents aprioris de la texture. Ensuite, l'algorithme IJMLE correspondant est déduit. On note que la principale différence avec l'ICMLE réside dans l'estimation de $\tau(m)$, dont l'expression dépend de l'apriori de la texture. De ce fait, l'expression de l'estimateur de la matrice de covariance Σ prend une nouvelle forme, tandis que $s_k(m)$ et ζ reste estimé de la même manière que dans les équations (3.21) et (3.23).

Estimation de la texture

L'estimation de la texture est obtenue par

$$\hat{\tau}_{JMLE}(m) = \underset{\tau(m)}{\operatorname{argmax}}(\Lambda_j). \quad (3.25)$$

Il est clair que cette maximisation dépend de la distribution de la texture. De ce fait, nous obtenons une expression différente pour chaque apriori.

D'autre part, les paramètres de la texture $\boldsymbol{\nu}$ sont estimés par la maximisation

$$\hat{\boldsymbol{\nu}} = \underset{\boldsymbol{\nu}}{\operatorname{argmax}}(\Lambda_j). \quad (3.26)$$

Estimation de la matrice de covariance

L'estimation de la matrice de covariance du speckle, se fait identiquement à l'estimation faite dans l'algorithme ICML, car $\frac{\partial \Lambda_L}{\partial \Sigma} = \frac{\partial \Lambda_j}{\partial \Sigma}$, On obtient la solution donnée par l'équation(3.18) où le terme $\tau(m)$ intervient. En remplaçant ce terme par la solution de l'équation (3.25), nous obtenons l'actualisation Σ estimé à partir de sa précédente estimation.

Estimation du Signal Source et des directions d'arrivée

Le signal source $s_k(m)$ et les directions d'arrivée ζ sont obtenus similairement aux équations (3.21) et (3.23).

cas particuliers

Pour plus de clarification, nous étudions dans ce qui suit, quelques distributions de la famille C.G obtenues avec différentes a priori de la texture. En suite, nous déduisons les estimateurs de ν , τ et Σ qui correspondent.

La distribution Student-t La distribution de la texture menant à la statistique de bruit Student-t, avec les paramètres de forme et d'échelle, a and b , est la distribution inverse-gamma [56], notée par $\tau(m) \sim Inv - Gamma(a, b)$. Les paramètres ν de la texture sont représentés par a et b et caractérisent la densité de probabilité de la texture, qui s'écrit

$$p(\tau(m); a, b) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} \tau(m)^{-a-1} \exp \left\{ -\frac{b}{\tau(m)} \right\}. \quad (3.27)$$

Où $\Gamma(\cdot)$ désigne la fonction gamma, dans ce cas, l'expression de la LogVraisemblance jointe Λ_j s'écrit

$$\Lambda_j = \Lambda_c - M \log(\Gamma(a)) + M a \log(b) - (a+1) \sum_{m=1}^M \log(\tau(m)) - b \sum_{m=1}^M \frac{1}{\tau(m)}. \quad (3.28)$$

Ainsi, l'actualisation de la texture est obtenue par l'optimisation de cette fonction objective, conformément à l'équation (3.25)

$$\hat{\tau}_{JMLE}(m) = \frac{\left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k) \hat{s}_k(m) \right)^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k) \hat{s}_k(m) \right) + \hat{b}}{(\hat{a} + QP + 1)} \quad (3.29)$$

où \hat{a} et \hat{b} sont les solutions de l'équation (3.26), ce qui nous donne

$$\begin{cases} -M\Psi(\hat{a}) + M\log(\hat{b}) - \sum_{m=1}^M \log(\hat{\tau}_{JMLE}(m)) = 0 \\ \hat{b} - \frac{M\hat{a}}{\sum_{m=1}^M \frac{1}{\hat{\tau}_{JMLE}(m)}} = 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

La notation $\Psi(\cdot)$ représente la fonction digamma, c.à.d., $\Psi(x) = \frac{\partial(\ln \Gamma(x))}{\partial x}$. La solution analytique de l'équation (3.30) n'existe pas. Néanmoins, une simple procédure d'optimisation numérique mono-dimensionnelle, permet de résoudre cette équation.

En remplaçant l'équation (3.29) dans l'équation (3.18), nous obtenons

$$\widehat{\Sigma} = \frac{\widehat{a} + QP + 1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right) \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right)^H}{\widehat{b} + \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right)^H \widehat{\Sigma} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right)}. \quad (3.31)$$

La distribution Cauchy En utilisant la distribution inverse-gamma comme apriori de la texture (équation 3.27) avec $a = 1$ mène au modèle de bruit complexe Cauchy. C'est un cas particulier de la distribution Student-t où $\widehat{a} = 1$ dans l'équation (3.30).

La distribution K La statistique du fouillis est dite de distribution K multivariée avec les paramètres de forme et d'échelle a et b , si elle est représentée par un processus C.G (équation 1.9), où $\tau(m) \sim \text{Gamma}(a, b)$. Les paramètres de la texture dans $\boldsymbol{\nu}$, représentés par a et b , caractérisent la texture de distribution gamma, dont la densité de probabilité s'écrit

$$p(\tau(m); a, b) = \frac{1}{\Gamma(a)b^a} \tau(m)^{a-1} \exp \left\{ -\frac{\tau(m)}{b} \right\}. \quad (3.32)$$

L'utilisation de la densité de probabilité de la texture, apriori de distribution gamma, mène à

$$\Lambda_j = \Lambda_c - M \log(\Gamma(a)) - M a \log(b) + (a-1) \sum_{m=1}^M \log(\tau(m)) - \frac{\sum_{m=1}^M \tau(m)}{b}. \quad (3.33)$$

En suivant la même procédure du cas Student-t, on obtient les équations suivantes

$$\widehat{\tau}_{JMLE}(m) = \frac{1}{2} \left((\widehat{a} - QP - 1) \widehat{b} + \left((\widehat{a} - QP - 1)^2 (\widehat{b})^2 + 4 \widehat{b} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right)^H \widehat{\Sigma}^{-1} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right) \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (3.34)$$

avec \widehat{a} et \widehat{b} , obtenus par la solution de l'équation (3.26), menant à

$$\begin{cases} -M\Psi(\widehat{a}) - M\log(\widehat{b}) + \sum_{m=1}^M \log(\widehat{\tau}_{JMLE}(m)) = 0 \\ \widehat{b} - \frac{\sum_{m=1}^M \widehat{\tau}_{JMLE}(m)}{M\widehat{a}} = 0 \end{cases} \quad (3.35)$$

En remplaçant l'équation (3.34) dans l'équation (3.18), nous obtenons

$$\begin{aligned} \widehat{\Sigma} = & \frac{2}{M} \sum_{m=1}^M \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right) \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right)^H \\ & \times \left(\widehat{b}(\widehat{a} - QP - 1) \right. \\ & \left. + \left((4\widehat{b}) \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right)^H \widehat{\Sigma}^{-1} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + (\widehat{b})^2 (\widehat{a} - QP - 1)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (3.36)$$

La distribution Laplace La distribution de la texture menant à la statistique Laplace est la distribution exponentielle, c.à.d.,

$$p(\tau(m); \lambda_t) = \lambda_t \exp(-\lambda_t \tau(m)) \quad (3.37)$$

où le paramètre de proportion λ_t caractérise la texture.

en conséquence, La LogVraisemblance jointe, les réalisations estimées de la texture et l'estimation du paramètre de proportion sont données respectivement par,

$$\Lambda_j = \Lambda_c + M \log(\lambda_t) - \lambda_t \sum_{m=1}^M \tau(m) \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} \widehat{\tau}_{JMLE}(m) = & \frac{1}{2\widehat{\lambda}_t} \left(\left((QP)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + 4\widehat{\lambda}_t \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right)^H \widehat{\Sigma}^{-1} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right) \right)^{\frac{1}{2}} \right. \\ & \left. - QP \right) \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\widehat{\lambda}_t = \frac{M}{\sum_{m=1}^M \widehat{\tau}_{JMLE}(m)}. \quad (3.40)$$

En remplaçant l'équation (3.39) dans l'équation (3.18), on obtient

$$\begin{aligned} \widehat{\Sigma} = & \frac{2\widehat{\lambda}_t}{M} \sum_{m=1}^M \\ & \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right) \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right)^H \\ & \times \left(\left((QP)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + 4\widehat{\lambda}_t \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right)^H \widehat{\Sigma}^{-1} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\widehat{\theta}_k, \widehat{\varphi}_k) \widehat{s}_k(m) \right) \right)^{\frac{1}{2}} \right. \\ & \left. - QP \right)^{-1} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Distribution Inverse-Gaussienne Gaussienne-Composée (IG-CG) Cette dernière distribution est obtenue dans le cas où la texture est modélisée par une distribution Inverse-Gaussienne, nommée aussi la distribution Wald, avec un paramètre de forme λ_t supposé de moyenne unitaire [30]. Donc, sa fonction de densité de probabilité prend la forme

$$p(\tau(m); \lambda_t) = \left(\frac{\lambda_t}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} (\tau(m))^{-\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{-\lambda_t(\tau(m) - 1)^2}{2\tau(m)}\right). \quad (3.42)$$

D'où, l'expressions de la LogVraisemblance jointe, les réalisations estimées de la texture, l'estimation du paramètre de forme et de la matrice de covariance sont données respectivement par,

$$\Lambda_j = \Lambda_c + \frac{M}{2} \log\left(\frac{\lambda_t}{2\pi}\right) - \frac{3}{2} \sum_{m=1}^M \log(\tau(m)) - \frac{\lambda_t}{2} \sum_{m=1}^M \frac{(\tau(m) - 1)^2}{\tau(m)} \quad (3.43)$$

et

$$\begin{aligned} \hat{\tau}_{JMLE}(m) = \frac{1}{\hat{\lambda}_t} & \left(\left((QP + \frac{3}{2})^2 + \hat{\lambda}_t^2 \right. \right. \\ & \left. \left. - 2\hat{\lambda}_t \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k) \hat{s}_k(m) \right)^H \hat{\Sigma}^{-1} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k) \hat{s}_k(m) \right) \right)^{\frac{1}{2}} \right. \\ & \left. - QP - \frac{3}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.44)$$

et

$$\hat{\lambda}_t = \frac{M}{\sum_{m=1}^M \frac{(\hat{\tau}_{JMLE}(m) - 1)^2}{\hat{\tau}_{JMLE}(m)}}. \quad (3.45)$$

En remplaçant l'équation (3.44) dans l'équation (3.18), nous obtenons

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma} = \frac{\hat{\lambda}_t}{M} \sum_{m=1}^M & \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k) \hat{s}_k(m) \right) \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k) \hat{s}_k(m) \right)^H \\ & \times \left(\left((QP + \frac{3}{2})^2 + \hat{\lambda}_t^2 \right. \right. \\ & \left. \left. - 2\hat{\lambda}_t \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k) \hat{s}_k(m) \right)^H \hat{\Sigma}^{-1} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k) \hat{s}_k(m) \right) \right)^{\frac{1}{2}} \right. \\ & \left. \left. - (QP + \frac{3}{2}) \right)^{-1} \end{aligned} \quad (3.46)$$

L'algorithme IJMLE

L'IJMLE proposé est formulé par une initialisation et une première étape d'actualisation des paramètres similaire à l'approche ICMLE, puis suivi d'une étape itérative où les paramètres sont estimés par l'approche du maximum de vraisemblance jointe. Cette dernière étape doit être adaptée à la densité de probabilité a priori de la texture telle que représentée

dans l'algorithme ci-dessous.

```

Step 1 : initialisation
 $i = 0$ ;  $\widehat{\Sigma}^{[0]} = \mathbf{I}$ ;  $\widehat{\tau}^{[0]} = \mathbf{1}$ ;
Step 2 :
calcul de  $\widehat{\zeta}^{[i]}$  : à partir de l'équation (3.23) en utilisant  $(\widehat{\Sigma}^{[i]}, \widehat{\tau}^{[i]})$ 
calcul de  $\widehat{S}^{[i]}$  : à partir de l'équation (3.21) en utilisant  $(\widehat{\Sigma}^{[i]}, \widehat{\zeta}^{[i]})$ 
  if  $i = 0$  then
    calcul de  $\widehat{\Sigma}^{[i+1]}$  : par la résolution de l'équation (3.19) via procédure du point
      fixe en utilisant  $(\widehat{\Sigma}^{[i]}, \widehat{S}^{[i]}, \widehat{\zeta}^{[i]})$ 
    normalisation de  $\widehat{\Sigma}^{[i+1]}$  : à partir de l'équation (3.20)
    calcul de  $\widehat{\tau}^{[i+1]}$  : à partir de l'équation (3.19) en utilisant  $(\widehat{\Sigma}^{[i+1]}, \widehat{S}^{[i]}, \widehat{\zeta}^{[i]})$ 
  else
    calcul de  $(\widehat{a}^{[i]}, \widehat{b}^{[i]})$  or  $\widehat{\lambda}_t^{[i]}$  : à partir de l'équation (3.30) ou (3.35) ou (3.40)
      ou (3.45) en utilisant  $(\widehat{\tau}^{[i]})$ 
    calcul de  $\widehat{\Sigma}^{[i+1]}$  : par la méthode du point fixe (selon le
      scénario) (3.31) ou (3.36) ou (3.41) ou (3.46)
      en utilisant  $(\widehat{\Sigma}^{[i]}, \widehat{S}^{[i]}, \widehat{\zeta}^{[i]}, (\widehat{a}^{[i]}, \widehat{b}^{[i]})$  ou  $\widehat{\lambda}_t^{[i]})$ 
    normalisation de  $\widehat{\Sigma}^{[i+1]}$  : à partir de (3.20)
    calcul de  $\widehat{\tau}^{[i+1]}$  : à partir de (3.29) ou (3.34) ou (3.39) ou (3.44)
      en utilisant  $(\widehat{\Sigma}^{[i+1]}, \widehat{S}^{[i]}, \widehat{\zeta}^{[i]}, (\widehat{a}^{[i]}, \widehat{b}^{[i]})$  ou  $\widehat{\lambda}_t^{[i]})$ 
  end if

  if  $(i = 0) \vee (\|\widehat{\zeta}^{[i]} - \widehat{\zeta}^{[i-1]}\| > \epsilon \wedge i < i_{\max})$  then
     $i = i + 1$ 
    go to step 2
  else
    return  $\widehat{\zeta}_{\text{JMLE}} = \widehat{\zeta}^{[i]}$ 
  end if

```

Algorithm 4: IJMLE

3.4.3 Estimation séquentielle de ζ et S avec l'ICMLE

Aperçue

L'estimation de ζ dans l'algorithme 3 (ICMLE) peut prendre un temps de calcul assez élevé, en particulier pour un grand nombre de sources. Dans ce qui suit, nous proposons l'utilisation de l'algorithme EM [57, 58] pour surmonter ce problème. Cet algorithme noté FONCTION-EM (6), peut remplacer l'estimation de $\widehat{\zeta}^{[i]}$ et $\widehat{S}^{[i]}$ obtenus à partir de la deuxième étape de l'ICMLE. Nous obtenons au final l'algorithme 5 noté EM-ICMLE.

L'algorithme EM pour l'actualisation de ζ et S

L'algorithme EM consiste à générer à partir des données observées $\mathbf{y}(m)$, que nous allons appeler données incomplètes, un ensemble de K données dites complètes, qu'on notera $\mathbf{z}_k(m)$, $k = 1..K$. De ce fait on obtiendra pour chaque direction d'arrivée une fonction de vraisemblance propre à elle. Ceci nous permettra d'optimiser séquentiellement la direction d'arrivée de plusieurs sources en maximisant indépendamment chaque une des

vraisemblances des données complètes sur une seule dimension. Notons les données dites complètes, $\mathbf{z}(m)$, pour chaque récurrence m , par

$$\mathbf{z}(m) = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(m) \\ \vdots \\ \mathbf{z}_K(m) \end{bmatrix}$$

avec

$$\begin{cases} \mathbf{z}_k(m) = \mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k) s_k(m) + \mathbf{n}_k(m) \\ \mathbf{n}(m) = \sum_{k=1}^K \mathbf{n}_k(m) \end{cases}$$

Cela obtenu par

$$\mathbf{y}(m) = \mathbf{H}\mathbf{z}(m), \text{ où } \mathbf{H} = \left[\underbrace{\mathbf{I}_{QP \times QP} \cdots \mathbf{I}_{QP \times QP}}_{K \text{ termes}} \right]$$

Par conséquent, la densité de probabilité des données complètes s'écrit

$$p(\mathbf{z}(m); \boldsymbol{\zeta}) = \frac{\exp - \{ \boldsymbol{\rho}(m)^H (\tau(m) \boldsymbol{\Lambda})^{-1} \boldsymbol{\rho}(m) \}}{(\pi)^{QP K} |\tau(m) \boldsymbol{\Lambda}|} \quad (3.47)$$

$$\text{où } \begin{cases} \boldsymbol{\rho}(m) = \mathbf{z}(m) - \boldsymbol{\mu}_c(\boldsymbol{\zeta}, \mathbf{s}(m)) \\ \boldsymbol{\mu}_c(\boldsymbol{\zeta}, \mathbf{s}(m)) = \left[\mathbf{a}_1(\boldsymbol{\zeta}_1) s_1(m), \dots, \mathbf{a}_K(\boldsymbol{\zeta}_K) s_K(m) \right]^T \\ \boldsymbol{\zeta}_k = [\theta_k, \varphi_k] \\ \boldsymbol{\Lambda} = \text{bdiag}\{\boldsymbol{\Sigma}_1, \dots, \boldsymbol{\Sigma}_K\} \end{cases}$$

L'expression $\text{bdiag}\{.\}$ dénote l'opérateur bloc-diagonal. En outre, on note $\boldsymbol{\Sigma}_k = \boldsymbol{\Sigma}/K$.

Par conséquent, en utilisant [58], nous obtenons

$$E \left\{ \log \left(p \left(\mathbf{z}(m) \mid \mathbf{y}(m), \hat{\boldsymbol{\zeta}}^{[n]} \right) \right) \mid \mathbf{y}(m), \hat{\boldsymbol{\zeta}}^{[n-1]} \right\} = C - \sum_{m=1}^M \frac{\hat{\boldsymbol{\rho}}(m)^H \boldsymbol{\Lambda}^{-1} \hat{\boldsymbol{\rho}}(m)}{\hat{\tau}(m)} \quad (3.48)$$

où C est une constante indépendante de $\boldsymbol{\zeta}$ et

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}(m) = \hat{\mathbf{z}}(m) - \hat{\boldsymbol{\mu}}_c \left(\hat{\boldsymbol{\zeta}}^{[n]}, \hat{\mathbf{s}}(m) \right).$$

L'espérance conditionnelle des données complètes notée

$$\hat{\mathbf{z}}(m) = E \left\{ \mathbf{z}(m) \mid \mathbf{y}(m), \hat{\boldsymbol{\zeta}}^{[n-1]} \right\}$$

est obtenue de même que [59] par,

$$\hat{\mathbf{z}}(m) = \hat{\boldsymbol{\mu}}_c \left(\hat{\boldsymbol{\zeta}}^{[n-1]}, \hat{\mathbf{s}}(m) \right) + \hat{\tau}^2(m) \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{H} \left(\mathbf{H} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{H}^H \right)^{-1} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k \left(\hat{\boldsymbol{\zeta}}_k^{[n-1]} \right) \hat{s}_k(m) \right).$$

Par conséquent, l'équation (3.48) peut être réécrit,

$$E \left\{ \log \left(p \left(\mathbf{z}(m) | \mathbf{y}(m), \hat{\boldsymbol{\zeta}}^{[n]} \right) \right) \middle| \mathbf{y}(m), \hat{\boldsymbol{\zeta}}^{[n-1]} \right\} = C - \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \frac{\hat{\boldsymbol{\rho}}_k(m)^H \boldsymbol{\Sigma}_k^{-1} \hat{\boldsymbol{\rho}}_k(m)}{\hat{\tau}(m)} \quad (3.49)$$

où

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}_k(m) = \hat{\mathbf{z}}_k(m) - \mathbf{a}_k(\hat{\boldsymbol{\zeta}}_k^{[n]}) \hat{s}_k(m)$$

dans la quelle

$$\hat{\mathbf{z}}_k(m) = \mathbf{a}_k(\hat{\boldsymbol{\zeta}}_k^{[n-1]}) \hat{s}_k(m) + \frac{1}{K} \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\hat{\boldsymbol{\zeta}}_k^{[n-1]}) \hat{s}_k(m) \right). \quad (3.50)$$

Comme obtenu plus haut, l'estimation de chaque direction d'arrivée est calculée par

$$\hat{\boldsymbol{\zeta}}_k^{[n]} = \underset{\boldsymbol{\zeta}_k}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{m=1}^M \frac{1}{\hat{\tau}(m)} \left\| P_{\mathbf{a}_k(\boldsymbol{\zeta}_k)} \hat{\mathbf{z}}_k(m) \right\|^2 \right\} \quad (3.51)$$

avec

$$\mathbf{a}_k(\boldsymbol{\zeta}_k) = \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_k^{-\frac{1}{2}} \mathbf{a}_k(\boldsymbol{\zeta}_k) \quad (3.52)$$

et

$$\hat{\mathbf{z}}_k(m) = \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_k^{-\frac{1}{2}} \hat{\mathbf{z}}_k(m) \quad (3.53)$$

et de même, le signal source est donné par

$$\hat{s}_k(m) = \left(\mathbf{a}_k^H(\boldsymbol{\zeta}_k) \mathbf{a}_k(\boldsymbol{\zeta}_k) \right)^{-1} \mathbf{a}_k^H(\boldsymbol{\zeta}_k) \hat{\mathbf{z}}_k(m). \quad (3.54)$$

Fait intéressant, l'approche EM permet une mise à jour séquentielle des paramètres d'intérêt. Cela allège considérablement la charge de calcul car un problème non convexe K fois 2-dimensionnel (plutôt qu'un $2K$ -dimensionnel) doit être résolu pour obtenir l'actualisation.

Step 1 : initialisation $i = 0$; $\widehat{\Sigma}^{[0]} = \mathbf{I}$; $\widehat{\tau}^{[0]} = \mathbf{1}$;
 $\widehat{\zeta}^{[0]}$ initialisation par des valeurs arbitraires ;
Step 2 :
calcul de $\widehat{\zeta}^{[i+1]}$ et $\widehat{S}^{[i]}$ par l'algorithme 6 (EM-FUNCTION)
calcul de $\widehat{\Sigma}^{[i+1]}$: par la résolution de l'équation (3.19) via procédure du point fixe
en utilisant $(\widehat{\Sigma}^{[i]}, \widehat{S}^{[i]}, \widehat{\zeta}^{[i]})$
normalisation de $\widehat{\Sigma}^{[i+1]}$: à partir de l'équation (3.20)
calcul de $\widehat{\tau}^{[i+1]}$: à partir de l'équation (3.17) en utilisant $(\widehat{\Sigma}^{[i+1]}, \widehat{S}^{[i]}, \widehat{\zeta}^{[i+1]})$
if $(i = 0) \vee (\|\widehat{\zeta}^{[i]} - \widehat{\zeta}^{[i-1]}\| > \epsilon \wedge i < i_{\max})$ **then**
 $i = i + 1$
 go to step 2
else
 return $\widehat{\zeta}_{\text{EM-ICMLE}} = \widehat{\zeta}^{[i]}$
end if

Algorithm 5: EM-ICMLE

Step 1 : initialisation
 $n = 0$
for $k = 1..K$ **do**
 $\widehat{\zeta}_k^{[i+1,0]} = \widehat{\zeta}_k^{[i]}$
 $\widehat{S}_k^{[i,0]} = \mathbf{1}$
 $\widehat{\Sigma}_k = \frac{1}{K} \widehat{\Sigma}^{[i]}$
end for
Step 2 : Expectation
 $n = n + 1$
for $k = 1..K$ **do**
 for $m = 1..M$ **do**
 calcul de $\widehat{\mathbf{z}}_k(m)$: à partir de l'équation (3.50)
 en utilisant $(\widehat{\zeta}_k^{[i+1,n-1]}, \widehat{s}_k^{[i,n-1]}(m))$
 end for
end for
Step 3 : Maximization
for $k = 1..K$ **do**
 calcul de $\widehat{\zeta}_k^{[i+1,n]}$: à partir de l'équation (3.51) en utilisant $(\widehat{\tau}^{[i]}, \widehat{\Sigma}_k)$
 calcul de $\widehat{s}_k^{[i,n]}$: à partir de l'équation (3.54) en utilisant $(\widehat{\zeta}_k^{[i+1,n]}, \widehat{\Sigma}_k)$
end for
if $n < n_{\max}$ **then**
 go to step 2
end if
 $\widehat{\zeta}^{[i+1]} \leftarrow \widehat{\zeta}_k^{[i+1,n_{\max}]}$
 $\widehat{S}^{[i]} \leftarrow \widehat{s}_k^{[i,n_{\max}]}$
return $\widehat{\zeta}^{[i+1]}$ et $\widehat{S}^{[i]}$

Algorithm 6: FONCTION-EM

Extension à l'EM-IJMLE

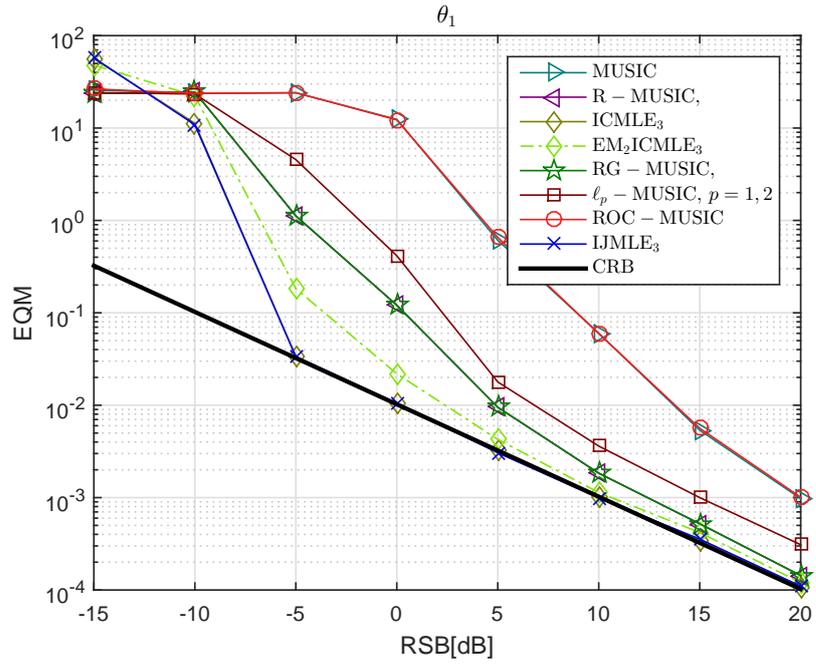
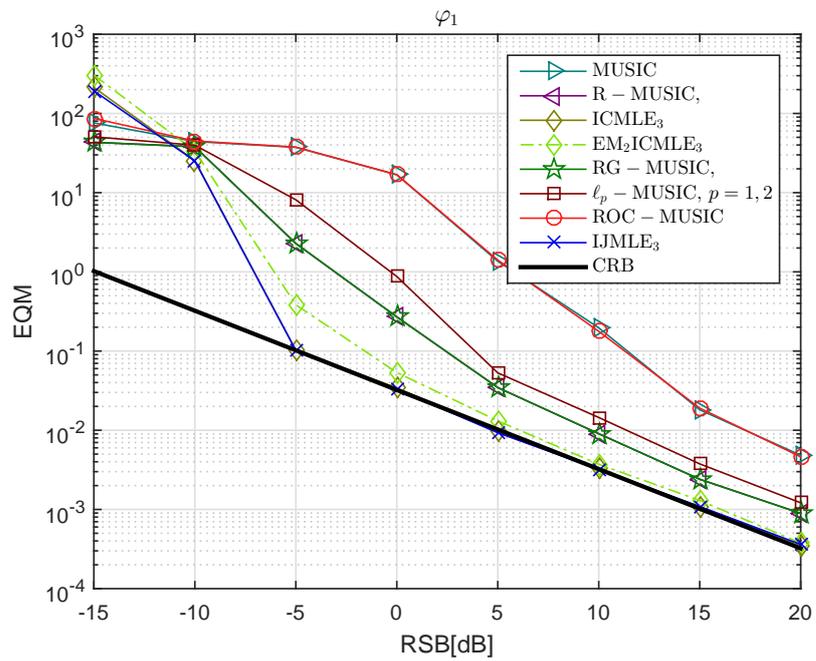
Il est à noter que la fonction FONCTION-EM proposée est uniquement adaptée à l'algorithme ICMLE. La conception d'un algorithme EM adapté pour l'IJMLE nécessite d'intégrer la densité de probabilité de la texture dans la vraisemblance, ce qui conduit à des expressions de forme non-analytique. Les résultats complexes qui en résultent pourraient être évalués à l'aide de simulations de Monte Carlo lourdes, mais dans ce cas, l'objectif d'alléger la charge de calcul ne serait pas atteint. Néanmoins, nous pouvons proposer une relaxation pratique, où l'EM-FUNCTION est appelée pour remplacer l'estimation de $\hat{\zeta}^{[i]}$ et $\hat{\mathbf{S}}^{[i]}$ dans la 2^{ème} étape de l'algorithme 4 (IJMLE). L'estimateur résultant n'est pas l'EM exact du problème considéré. Cependant, les simulations numériques suggèrent que cette relaxation numérique offre une alternative intéressante.

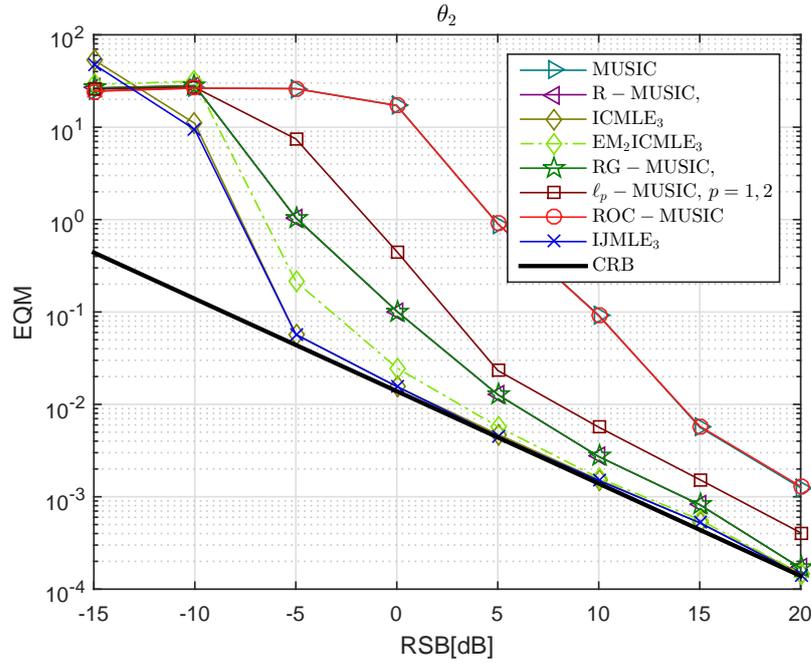
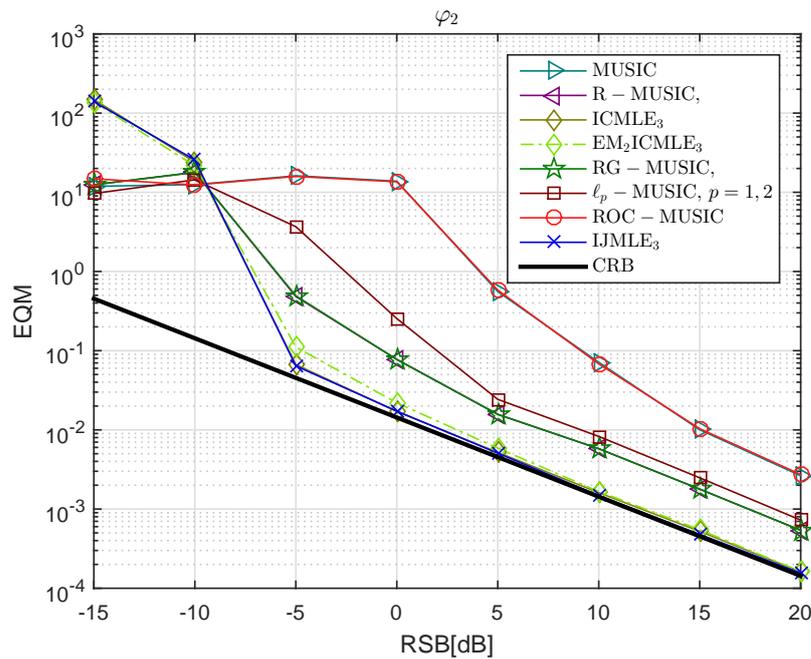
3.5 Résultats et simulations

Considérons la configuration du réseau d'antenne plan (figure 1.6) avec des éléments isotropes, constitué de $P = 3$ sous réseaux verticaux, chaque sous réseau est constitué à son tour de $Q = 3$ antennes. Le nombre total d'éléments d'antenne du réseau est alors $QP = 9$. On considère un espacement horizontal et vertical uniforme avec une demi-longueur d'onde entre les éléments. Le réseau d'antennes reçoit deux sources à bande étroite de puissances égales, situées dans les directions d'arrivée en élévation et en azimut respectivement θ et φ , de sorte que la première source se trouve à $(\theta_1 = 20^\circ$ et $\varphi_1 = 30^\circ)$ alors que la deuxième source se trouve à $(\theta_2 = 30^\circ$ et $\varphi_2 = 20^\circ)$. En outre, $M = 90$ et nous considérons une texture de loi inverse-Gamma avec les paramètres de forme et d'échelle, $a = 1, 1$ et $b = 2$. Par conséquent, le bruit suit une distribution Student-t. La matrice de covariance du speckle est générée en utilisant $[\Sigma]_{u,v} = 0, 9|uv| e^{j\frac{\pi}{2}(uv)}$ [28] et le nombre d'essais Monte-Carlo est de 500. Le rapport signal sur bruit (RSB) est défini comme :

$$\text{RSB} = \frac{\sum_{m=1}^M \|\mathbf{s}(m)\|^2}{ME \{ \tau(m) \} \text{Tr} \{ \Sigma \}}. \quad (3.55)$$

Sur les figures 3.2, 3.3, 3.4 et 3.5, on trace l'erreur quadratique moyenne (EQM) d'estimation des angles $\theta_1, \varphi_1, \theta_2$ et φ_2 sous un bruit Student-t par rapport au RSB en implémentant l'ICMLE et IJMLE avec 3 itérations ainsi que la version accélérée de l'ICMLE, c'est-à-dire EM-ICMLE en utilisant 2 itérations EM. Il est à noter que les algorithmes proposés restent robustes dans le cas classique du bruit Gaussien, puisque la distribution Gaussienne appartient à la famille Gaussienne composée. A titre de comparaison, nous ajoutons les méthodes d'estimateurs basés sur les sous-espaces MUSIC, ROC-MUSIC, R-MUSIC, RG-MUSIC, ℓ_p -MUSIC et la borne de Cramer-Rao [60]. À partir de ces Simulations, on peut clairement voir que l'ICMLE et l'IJMLE conduisent à des performances nettement supérieures par rapport aux estimateurs basés sur les sous-espaces, en plus nous pouvons remarquer les bonnes performances de la version accélérée, EM-ICMLE.

Figure 3.2 – EQM-RSB pour l'angle θ_1 Figure 3.3 – EQM-RSB pour l'angle φ_1

Figure 3.4 – EQM-RSB pour l'angle θ_1 Figure 3.5 – EQM-RSB pour l'angle ϕ_1

Sur les figures 3.6, 3.7, 3.8 et 3.9 on trace l'EQM d'estimation des angles θ_1 , ϕ_1 , θ_2 et ϕ_2 sous un bruit Student-t, pour différentes valeurs du RSB, et en implémentant l'ICMLE et l'IJMLE avec 2 itérations et l'estimateurs EM-ICMLE avec 2 et 3 itérations EM. De plus, pour attester de l'utilisabilité de la fonction FONCTION-EM pour l'IJMLE, nous ajoutons l'algorithme de relaxation EM-IJMLE avec le même nombre d'itérations, et enfin, tous les graphes sont comparés à la borne de Cramer-Rao. A partir de ces figures on peut observer la convergence de l'EM-ICMLE vers l'ICMLE, avec deux itérations seulement, de plus, on

observe également l'adaptabilité de la fonction EM à l'IJMLE.

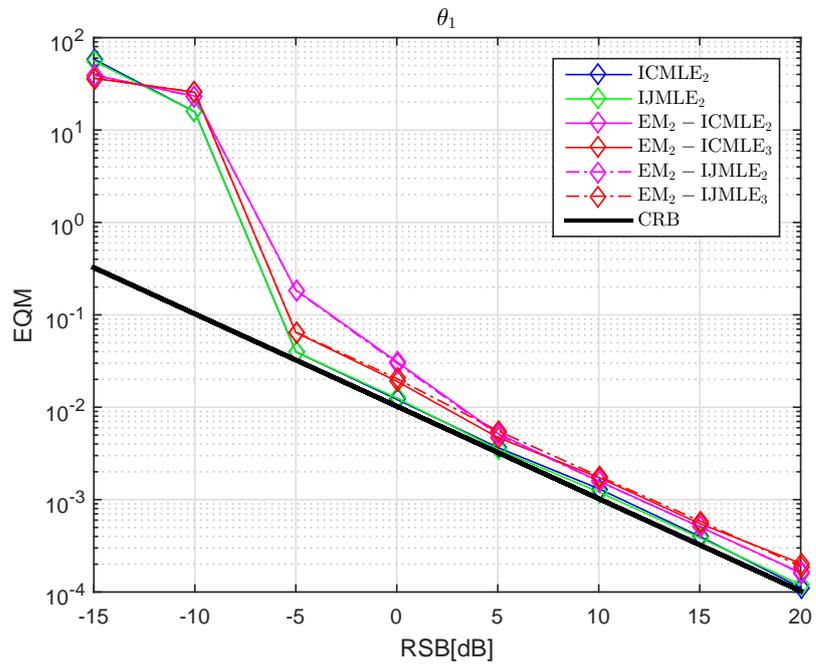


Figure 3.6 – EQM-RSB de l'EM-ICMLE pour l'angle θ_1

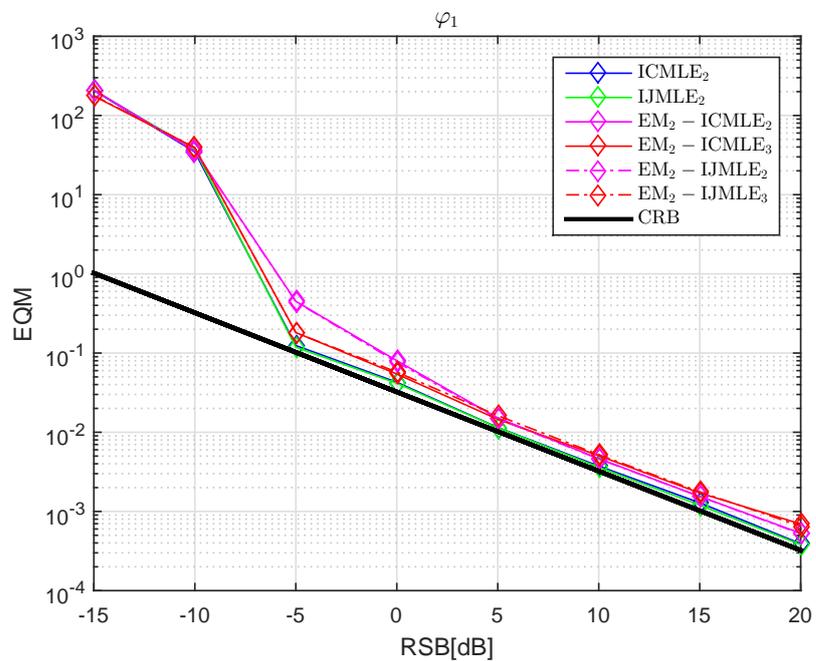
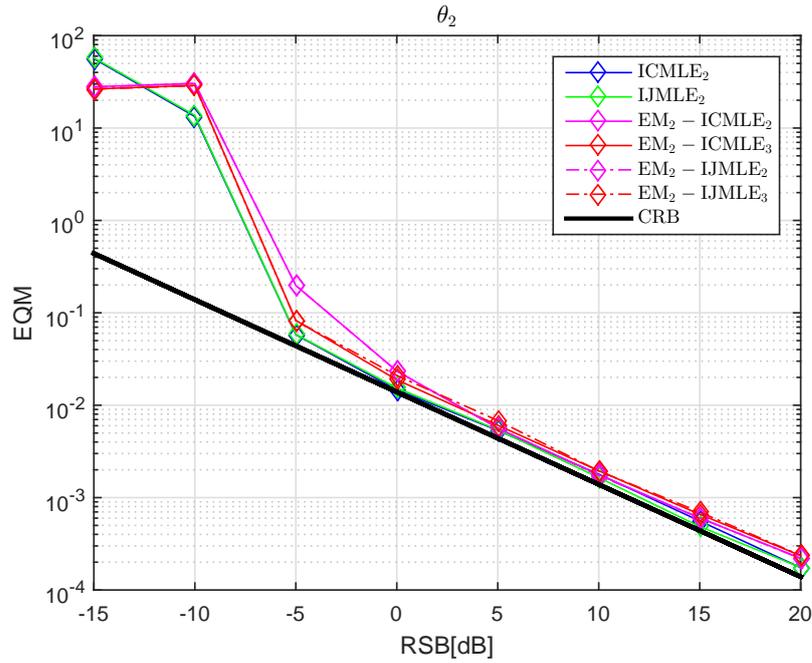
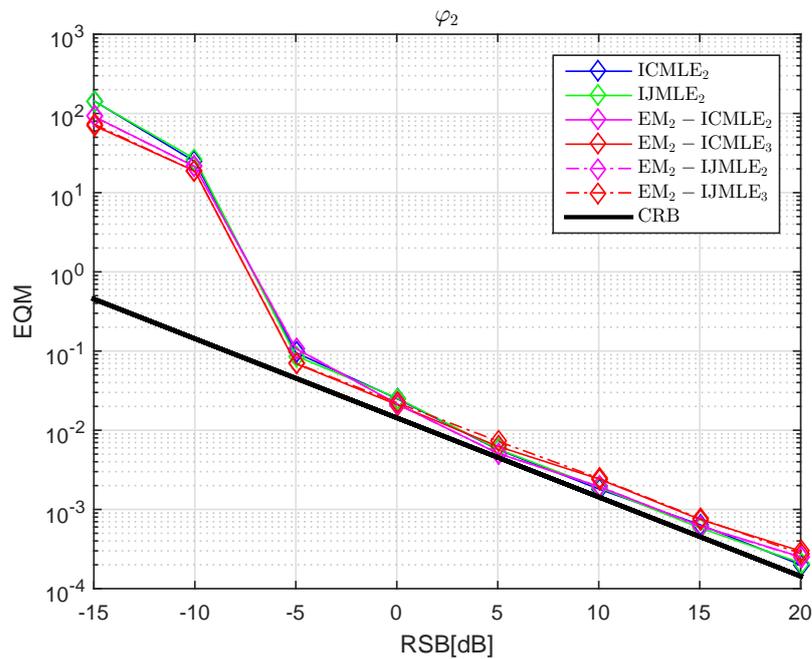


Figure 3.7 – EQM-RSB de l'EM-ICMLE pour l'angle θ_1

Figure 3.8 – EQM-RSB de l'EM-ICMLE pour l'angle θ_1 Figure 3.9 – EQM-RSB de l'EM-ICMLE pour l'angle θ_1

3.6 Conclusion

Au cours de ce chapitre nous avons présenté, dans un contexte de fouillis Gaussien-Composé et pour un modèle multi-cibles, les principaux estimateurs des directions d'arrivés à sous-espaces, particulièrement du type MUSIC. Ainsi que les estimateurs itératifs ICMLE et IJMLE basés sur la vraisemblance, qui offrent des performances nettement meilleurs. En

suite nous avons proposé les versions séquentielles des deux estimateurs à vraisemblance, établis sur la base de l'algorithme EM (EM-ICMLE et EM-IJMLE). Cela nous a permis de réduire considérablement le temps de calcul, en présence d'un nombre relativement important de cibles [27]. Notez que ces estimateurs, utilisent uniquement la cellule sous test, sur plusieurs récurrences de la CPI.

En plus de l'avantage lié à la précision, les estimateurs basés sur la vraisemblance, permettent aussi d'estimer la matrice de covariance à partir de la cellule sous test, sans avoir recours aux données secondaires. Cette caractéristique nous offre l'opportunité d'éliminer le problème de contamination, rencontré dans les détecteur adaptatif classique ANMF. En outre, les réalisations de la texture obtenues par ces estimateurs, nous mènera à proposer pour le détecteur OCGD (équation 2.15), deux versions de détection adaptatives à sous-espaces qui seront étudiées dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

DÉTECTION ADAPTATIVE SANS DONNÉES SECONDAIRES

4.1 Introduction

Les algorithmes, basés sur la vraisemblance, dont les descriptions sont données dans le chapitre précédent, permettent à la fois l'estimation des directions d'arrivées, de la matrice de covariance du bruit et des réalisations de la texture, à partir de la cellule sous test seulement. Toutefois, l'estimation des directions d'arrivée des cibles ne permet pas de statuer avec un critère bien déterminé, tel que celui de Neymann-Pearson, sur la présence effective ou non de ces cibles. Introduire un détecteur multi-cibles (à sous-espaces) et aborder l'aspect probabiliste de détection radar devient une nécessité.

Dans ce chapitre, nous étudions la possibilité d'utiliser les estimations ICMLE, afin d'établir des détecteurs adaptatives du sous-espace signal, capables de s'affranchir des données secondaires. Dans cette perspective, il est important de signaler que le nombre de cibles présentes sur la cellule sous test (CUT) doit être connu. Dans le cas contraire, il existe dans la littérature des méthodes d'estimation du nombre de sources, qui peuvent être utilisés [61–63], cependant ce traitement n'entre pas dans le cadre de notre étude.

Nous débutons notre étude par le développement des détecteurs à sous-espaces (multi-cibles) non-adaptatifs, MSD et NMSD (Matched Subspace Detector et Normalized Matched Subspace Detector). Ensuite, dans le but d'exploiter les bonnes performances du détecteur optimal MSD, nous proposons, dans un premier temps, une version adaptative notée AMSD-CMLEP. Ce détecteur adaptatif estime la matrice de covariance à partir des données secondaires, par la méthode du point fixe, et la texture à partir de la cellule sous test, par une procédure que nous noterons CMLEP. D'autre part, nous présenterons les principaux détecteurs adaptatifs ANMSD (Adaptive Normalized Matched Subspace Detector), avec analyse des différentes méthodes d'estimations de la matrice de covariance.

Nous finirons par introduire les détecteurs sans cellules secondaires (AMSD-ICMLE et ANMSD-ICMLE), en exploitant le traitement ICMLE (algorithme 3) sur la cellule sous test pour estimer la matrice de covariance et les réalisations de la texture. Des simulations seront réalisées pour établir les caractéristiques de chaque détecteur avec des comparaisons illustratives.

4.2 Traitement multi-cible

L'avantage principal du traitement simultané de toutes les cibles (au nombre de K), présentes sur la CUT, est de permettre une possible estimation des paramètres bruit, exis-

tant précisément sur cette case. Contrairement aux détecteurs classiques où l'estimation est effectuée uniquement sur des cellules secondaires adjacentes à la cellule testée.

En considérant la configuration présentée dans la figure 3.1, c.a.d., en présence d'une multitude de cibles sur la même case distance (la CUT), l'étude des performances de détection des K cibles se fait sous le test d'hypothèse suivant

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 : \mathbf{y}(m) &= \mathbf{b}(m) & \mathbf{y}_n(m) &= \mathbf{b}_n(m) \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{y}(m) &= \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k) s_k(m) + \mathbf{b}(m) & \mathbf{y}_n(m) &= \mathbf{b}_n(m) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} n = 1, \dots, N \\ m = 1, \dots, M \end{array} \right. \quad (4.1)$$

En supposant que la texture τ est déterministe inconnue, nous obtenons la fonction de vraisemblance conditionnelle (VC) de la $m^{\text{ème}}$ observation sous les deux hypothèses \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 ,

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}(m) | \tau(m); \mathcal{H}_i) &= \frac{1}{\pi^{QP} |\tau(m) \Sigma|} \\ &\times \exp \left\{ -\frac{(\mathbf{y}(m) - \mathbf{A}(\zeta) \mathbf{s}_{\mathcal{H}_i}(m))^H \Sigma^{-1} (\mathbf{y}(m) - \mathbf{A}(\zeta) \mathbf{s}_{\mathcal{H}_i}(m))}{\tau(m)} \right\}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

où le vecteur $\zeta = [\theta_1, \varphi_1, \dots, \theta_K, \varphi_K]$ contient les $2K$ directions d'arrivée en élévation et en azimut des cibles, $\mathbf{A}(\zeta) = [\mathbf{a}_1(\theta_1, \varphi_1), \dots, \mathbf{a}_K(\theta_K, \varphi_K)]$ représente la matrice directionnelle de dimension $QP \times K$ et $\mathbf{s}_{\mathcal{H}_i}(m)$ est un vecteur de dimension $K \times 1$ contenant l'ensemble des signaux échos cibles de la $m^{\text{ème}}$ récurrence pour l'hypothèse \mathcal{H}_i , On déduit ainsi pour la récurrence m la fonction LogVraisemblance conditionnel

$$\begin{aligned} \Lambda_{\mathbf{y}|\mathcal{H}_i}(m) &= -QP \log(\pi) - \log(|\Sigma|) - QP \log(\tau(m)) \\ &- \frac{(\mathbf{y}(m) - \mathbf{A}(\zeta) \mathbf{s}_{\mathcal{H}_i}(m))^H \Sigma^{-1} (\mathbf{y}(m) - \mathbf{A}(\zeta) \mathbf{s}_{\mathcal{H}_i}(m))}{\tau(m)}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

Le test d'hypothèse binaire est réécrit sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{s}_{\mathcal{H}_1}(m) = \mathbf{s}(m) \neq 0; \\ \mathbf{s}_{\mathcal{H}_0}(m) = 0. \end{array} \right. \quad (4.4)$$

Pour toutes les récurrences de la CPI, les fonctions de Vraisemblance conditionnelle et de LogVraisemblance conditionnelle sont définies par :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{Y} | \tau; \mathcal{H}_i) &= \prod_{m=1}^M \frac{1}{\pi^{QP} |\tau(m) \Sigma|} \\ &\times \exp \left\{ -\frac{(\mathbf{y}(m) - \mathbf{A}(\zeta) \mathbf{s}_{\mathcal{H}_i}(m))^H \Sigma^{-1} (\mathbf{y}(m) - \mathbf{A}(\zeta) \mathbf{s}_{\mathcal{H}_i}(m))}{\tau(m)} \right\}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_{\mathbf{Y}|\mathcal{H}_i} &= -MQP \log(\pi) - M \log(|\Sigma|) - QP \sum_{m=1}^M \log(\tau(m)) \\ &- \sum_{m=1}^M \frac{(\mathbf{y}(m) - \mathbf{A}(\zeta) \mathbf{s}_{\mathcal{H}_i}(m))^H \Sigma^{-1} (\mathbf{y}(m) - \mathbf{A}(\zeta) \mathbf{s}_{\mathcal{H}_i}(m))}{\tau(m)}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Le rapport de vraisemblance généralisé s'écrit :

$$\text{RVG}(\mathbf{Y}) = \frac{p(\mathbf{Y} | \tau; \hat{\mathbf{S}}_{\mathcal{H}_1}; \mathcal{H}_1)}{p(\mathbf{Y} | \tau; \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \eta_G \quad (4.7)$$

où

$$\hat{\mathbf{S}}_{\mathcal{H}_1} = [\hat{\mathbf{s}}_{\mathcal{H}_1}(1), \hat{\mathbf{s}}_{\mathcal{H}_1}(2), \dots, \hat{\mathbf{s}}_{\mathcal{H}_1}(M)] \quad (4.8)$$

et

$$\hat{\mathbf{s}}_{\mathcal{H}_1}(m) = \left(\mathbf{A}(\zeta)^H \Sigma^{-1} \mathbf{A}(\zeta) \right)^{-1} \mathbf{A}(\zeta)^H \Sigma^{-1} \mathbf{y}_{\mathcal{H}_1}(m) \quad (4.9)$$

4.3 Détecteurs multi-cibles non adaptatifs

En présence de plusieurs cibles (K), les détecteurs non adaptatifs du signal cible de rang 1, OCGD et NMF, sont remplacés par les détecteurs du sous-espace signal, de rang K [33], nommé MSD (Matched Subspace Detector) et NMSD (Normalized Matched Subspace Detector). Ces détecteurs consistent à tester la présence simultanée des K cibles, chacune d'elles ayant une direction d'arrivée donnée, par une recherche multidimensionnelle.

4.3.1 MSD(Matched Subspace Detector)

Le MSD consiste à introduire le logarithme du rapport de vraisemblance généralisé (équation 4.7), pour aboutir au détecteur clairvoyant optimal pour l'environnement C.G, qu'on notera Λ_{MSD} . Ce détecteur représente la forme générale de l'OCGD.

$$\Lambda_{\text{MSD}} = \sum_{m=1}^M \frac{\mathbf{y}(m)^H \mathcal{Q} \mathbf{y}(m)}{\tau(m)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{\text{MSD}}. \quad (4.10)$$

où la matrice \mathcal{Q} est donnée par

$$\mathcal{Q} = \Sigma^{-1} \mathbf{A}(\zeta) \left(\mathbf{A}(\zeta)^H \Sigma^{-1} \mathbf{A}(\zeta) \right)^{-1} \mathbf{A}(\zeta)^H \Sigma^{-1} \quad (4.11)$$

et $\mathbf{A}(\zeta)$ représente la matrice directionnelle de dimension $QP \times K$, obtenue par un balayage électronique multidimensionnel pour tester la présence simultanée des cibles sur toutes les directions d'arrivée θ et φ .

4.3.2 NMSD(Normalized Matched Subspace Detector)

La forme générale du détecteur NMF nommée NMSD, est obtenue en remplaçant la valeur inconnue de la texture $\tau(m)$ dans le rapport de vraisemblance généralisé (équation 4.7), par son estimé $\hat{\tau}(m)$. Celui-ci est calculé par l'optimisation de la fonction de LogVraisemblance conditionnelle (LVC) (équation 4.3) sous les deux hypothèses \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 [2, 33].

On note $\hat{\tau}_i(m)$, l'estimation de la texture sous l'hypothèse \mathcal{H}_i , obtenue par l'optimisation

$$\hat{\tau}_i(m) = \underset{\tau(m)}{\operatorname{argmax}} (\Lambda_{\mathbf{y}|\mathcal{H}_i}(m))$$

équivalente à la solution analytique de l'équation $\frac{\partial \Lambda_{\mathbf{y}|\mathcal{H}_i}(m)}{\partial \tau(m)} = 0$:

$$\hat{\tau}_i(m) = \frac{(\mathbf{y}(m) - \mathbf{A}(\zeta) \mathbf{s}_{\mathcal{H}_i}(m))^H \Sigma^{-1} (\mathbf{y}(m) - \mathbf{A}(\zeta) \mathbf{s}_{\mathcal{H}_i}(m))}{QP}. \quad (4.12)$$

À l'issue de quelques calculs, le test du Rapport de Vraisemblance Généralisé aura la forme suivante :

$$\prod_{m=1}^M \left(\frac{\hat{\tau}_0(m)}{\hat{\tau}_1(m)} \right)^{QP} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \eta_G. \quad (4.13)$$

Il a été montré dans [33] que ce test abouti au détecteur NMSD

$$\Lambda_{\text{NMSD}} = \prod_{m=1}^M \frac{\mathbf{y}(m)^H \mathcal{Q} \mathbf{y}(m)}{\mathbf{y}(m)^H \Sigma^{-1} \mathbf{y}(m)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{\text{NMSD}}. \quad (4.14)$$

où la matrice \mathcal{Q} est donnée par l'équation 4.11.

4.4 Détection adaptative multi-cible avec données secondaires

Nous présentons ci dessous les versions adaptative des détecteur MSD et NMSD, notés AMSD-CMLEP et ANMSD avec utilisation des données secondaires. Notez que le détecteur AMSD-CMLEP nécessite l'estimation des réalisations de la texture, qui ne peut être effectué que sur les cellules sous test.

4.4.1 AMSD-CMLEP (Adaptive Matched Subspace Detector-Conditional Maximum Likelihood Estimator Procedure)

Sur cette version, on exploite les données secondaires pour estimer, par la méthode du point fixe, la matrice de covariance à partir des équations 2.29 et 2.30 :

$$\hat{\Sigma} = \hat{\Sigma}_{\text{PF}}$$

On procède ensuite à l'estimation des réalisations de la texture pour chaque ensemble d'angles d'arrivée par la procédure 7.

Notons que sur cette procédure, l'estimation de la texture est obtenue par l'équation 3.17. Le remplacement du signal source estimé $\hat{\mathbf{s}}(m)$ par l'expression 3.21 nous mène à l'équation suivante :

$$\hat{\tau}_{\text{CMLEP}}(m) = \frac{1}{QP} \left\| P_{\tilde{\mathbf{A}}(\zeta)}^{\perp} \tilde{\mathbf{y}}(m) \right\|^2 \quad (4.15)$$

où les notations $\|\cdot\|$, $\tilde{\mathbf{A}}(\zeta)$, $\tilde{\mathbf{y}}$ et $P_{\tilde{\mathbf{A}}(\zeta)}^{\perp}$ sont déjà définis dans le paragraphe 3.4.1.

$\hat{\Sigma} = \hat{\Sigma}_{\text{PF}}$: à partir des cellules secondaires par la résolution des équations (2.29 et 2.30)

Calcul de $\hat{\tau}_{\text{CMLEP}}(m)$; $m = 1..M$: à partir de l'équation (4.15) en utilisant $\hat{\Sigma}$ pour chaque ζ

return $\hat{\tau}_{\text{CMLEP}}$

Algorithm 7: CMLEP

A l'issue de la procédure CMLEP nous disposerons de l'estimé de la matrice de covariance $\hat{\Sigma}_{\text{PF}}$ et des réalisations de la texture $\hat{\tau}_{\text{CMLEP}}$. L'insertion de ces estimations dans le MSD, mène au détecteur adaptatif noté AMSD-CMLEP

$$\Lambda_{\text{AMSD-CMLEP}} = \prod_{m=1}^M \frac{\mathbf{y}(m)^H \hat{\mathcal{Q}}_{\text{PF}} \mathbf{y}(m)}{\tau_{\text{CMLEP}}(m)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{\text{AMSD-CMLEP}}. \quad (4.16)$$

où la matrice $\hat{\mathcal{Q}}_{\text{PF}}$ est donnée par

$$\hat{\mathcal{Q}}_{\text{PF}} = \hat{\Sigma}_{\text{PF}}^{-1} \mathbf{A}(\zeta) \left(\mathbf{A}(\zeta)^H \hat{\Sigma}_{\text{PF}}^{-1} \mathbf{A}(\zeta) \right)^{-1} \mathbf{A}(\zeta)^H \hat{\Sigma}_{\text{PF}}^{-1} \quad (4.17)$$

Le processus de détection sera organisé de la manière suivante :

- 1- Estimation approximative du nombre de cibles présentes sur la case distance testée ;
- 2- Estimation sur les données secondaires et par la méthode du point fixe, de la matrice de covariance $\hat{\Sigma}_{PF}$;
- 3- En procédant par un balayage multidimensionnel sur ζ , faire :
 - a) Une estimation par l'algorithme CMLEP (7) des réalisations de la texture ;
 - b) La procédure de détection (AMSD-CMLEP).

4.4.2 ANMSD(Adaptive Normalized Matched Subspace Detector)

Le détecteur ANMSD est obtenu en injectant l'estimé $\hat{\Sigma}$ dans le NMSD (équation 4.14), pour aboutir au test

$$\Lambda_{ANMSD} = \prod_{m=1}^M \frac{\mathbf{y}(m)^H \hat{\mathcal{Q}} \mathbf{y}(m)}{\mathbf{y}(m)^H \hat{\Sigma}^{-1} \mathbf{y}(m)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma_{ANMSD}. \quad (4.18)$$

où la matrice $\hat{\mathcal{Q}}$ est donnée par

$$\hat{\mathcal{Q}} = \hat{\Sigma}^{-1} \mathbf{A}(\zeta) \left(\mathbf{A}(\zeta)^H \hat{\Sigma}^{-1} \mathbf{A}(\zeta) \right)^{-1} \mathbf{A}(\zeta)^H \hat{\Sigma}^{-1} \quad (4.19)$$

D'autre part, l'estimé de la matrice de covariance $\hat{\Sigma}$ peut être calculée par SCM (équation 2.27), NSCM (équation 2.28) ou par la méthode du point fixe (équation 2.29), conduisant aux détecteurs respectifs

$$\Lambda_{ANMSD-SCM} = \prod_{m=1}^M \frac{\mathbf{y}(m)^H \hat{\mathcal{Q}}_{SCM} \mathbf{y}(m)}{\mathbf{y}(m)^H \hat{\Sigma}_{SCM}^{-1} \mathbf{y}(m)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma_{ANMSD-SCM}, \quad (4.20)$$

$$\Lambda_{ANMSD-NSCM} = \prod_{m=1}^M \frac{\mathbf{y}(m)^H \hat{\mathcal{Q}}_{NSCM} \mathbf{y}(m)}{\mathbf{y}(m)^H \hat{\Sigma}_{NSCM}^{-1} \mathbf{y}(m)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma_{ANMSD-NSCM}, \quad (4.21)$$

et

$$\Lambda_{ANMSD-PF} = \prod_{m=1}^M \frac{\mathbf{y}(m)^H \hat{\mathcal{Q}}_{PF} \mathbf{y}(m)}{\mathbf{y}(m)^H \hat{\Sigma}_{PF}^{-1} \mathbf{y}(m)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma_{ANMSD-PF}. \quad (4.22)$$

où

$$\hat{\mathcal{Q}}_{SCM} = \hat{\Sigma}_{SCM}^{-1} \mathbf{A}(\zeta) \left(\mathbf{A}(\zeta)^H \hat{\Sigma}_{SCM}^{-1} \mathbf{A}(\zeta) \right)^{-1} \mathbf{A}(\zeta)^H \hat{\Sigma}_{SCM}^{-1}, \quad (4.23)$$

et

$$\hat{\mathcal{Q}}_{NSCM} = \hat{\Sigma}_{NSCM}^{-1} \mathbf{A}(\zeta) \left(\mathbf{A}(\zeta)^H \hat{\Sigma}_{NSCM}^{-1} \mathbf{A}(\zeta) \right)^{-1} \mathbf{A}(\zeta)^H \hat{\Sigma}_{NSCM}^{-1}. \quad (4.24)$$

4.4.3 Caractéristiques CFAR-texture et CFAR-matrice

L'étude des propriétés texture-CFAR et matrice-CFAR des détecteurs adaptatifs sont d'un intérêt pratique majeur, car elle permet d'avoir une p_{fa} régulée pour des données radar hétérogènes, où le bruit peut changer entre la CUT et les cellules de références. Il est constaté d'après l'étude des caractéristiques CFAR-texture (figure 4.1) que le détecteur ANMSD-SCM ne permet pas la stabilité de la p_{fa} en milieu C.G tandis que le ANMSD-NSCM et le ANMSD-PF assure une bonne régulation de la fausse alarme. D'autre part, la

caractéristique matrice-CFAR des détecteurs ANMSD-SCM et ANMSD-PF, illustré sur la figure 4.2, assure une certaine régulation de la fausse alarme, pour différentes matrices de covariance. Par contre, Il est constaté que le détecteur ANMSD-SCM ne permet pas cette régulation.

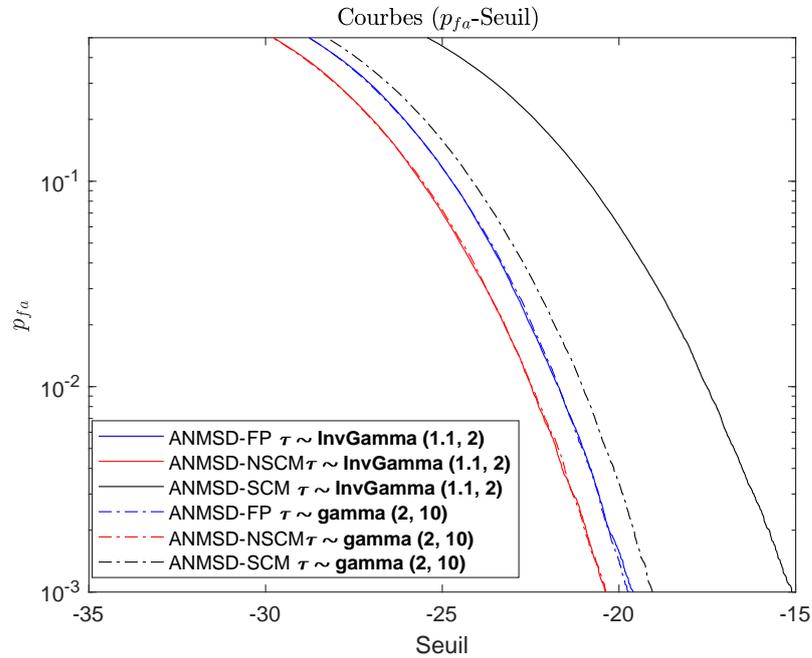


Figure 4.1 – Propriétés CFAR-texture des détecteurs ANMSD-SCM, ANMSD-NSCM et ANMSD-PF

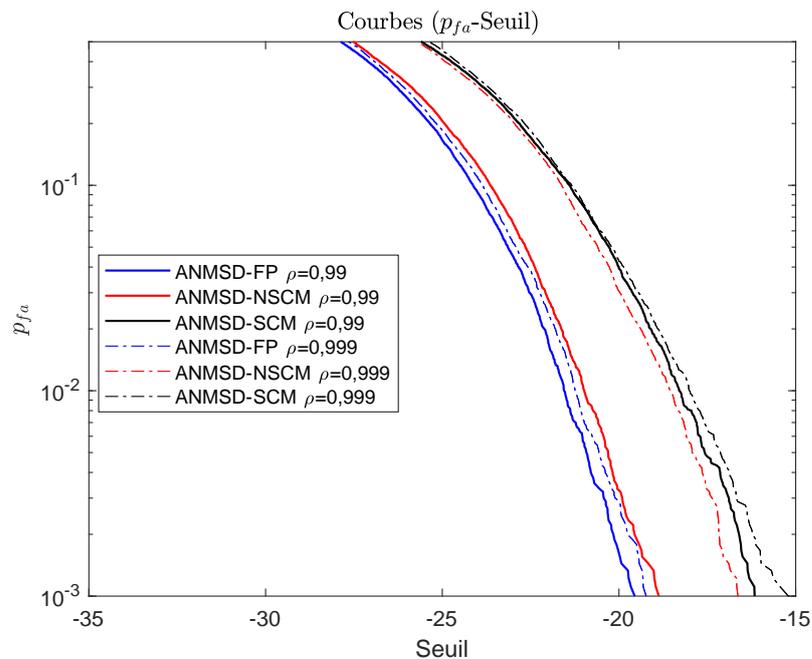


Figure 4.2 – Propriétés CFAR-matrice des détecteurs ANMSD-SCM, ANMSD-NSCM et ANMSD-PF

Les propriétés CFAR-texture et CFAR-matrice des détecteurs construits avec les estimateurs SCM, NSCM et FP sont synthétisées sous la forme du tableau 4.1 :

	SCM	NSCM	PF
Propriete CFAR-texture	Non	Oui	Oui
Propriete CFAR-matrice	Oui	Non	Oui

Table 4.1 – Propriétés CFAR-texture et CFAR-matrice

D'un point de vue opérationnel, on constate que l'estimateur du point fixe FP est le plus intéressant des trois. En effet, les deux propriétés CFAR sont satisfaites, ce qui permet l'indépendance du détecteur ANMSD-PF de la texture et de la matrice de covariance des données.

4.5 Détection adaptative sans données secondaires

Comme il a été déjà noté dans le chapitre 2, on définit dans le problème de détection (équation 2.21), réécrit pour le cas multi-cibles dans (équation 4.1), pour chaque cellule de référence n , le vecteur d'observation de la $m^{\text{ème}}$ récurrence $\mathbf{y}_n(m)$. Ces cellules contiennent pour les deux hypothèses du bruit noté $\mathbf{b}_n(m)$ de même distribution que $\mathbf{b}(m)$. Cette homogénéité est une supposition qui peut ne pas être respectée dans la réalité, principalement en présence d'une ou plusieurs cibles contaminantes dans les cellules secondaires. Le modèle devient ainsi incorrect et les performances de détection sont mis à défaut.

Les algorithmes basés sur la vraisemblance (particulièrement l'ICMLE), nous offrent l'opportunité d'estimer sur la cellule sous test les paramètres du bruit (Σ et τ). Cela va nous permettre d'établir des détecteurs adaptatifs sans cellules secondaires, notés ANMSD-ICMLE et AMSD-ICMLE. Ces détecteurs représentent respectivement, les versions adaptatives des détecteurs NMSD et MSD, où la matrice de covariance Σ et les réalisations de la texture τ sont estimés par l'ICMLE.

Le problème de détection est réécrit sous la forme

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 : \mathbf{y}(m) &= \mathbf{b}(m) \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{y}(m) &= \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k) s_k(m) + \mathbf{b}(m), m = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (4.25)$$

ou bien, sous la notation matricielle

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 : \mathbf{y}(m) &= \mathbf{b}(m) \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{y}(m) &= \mathbf{A}(\zeta) \mathbf{s}(m) + \mathbf{b}(m), m = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (4.26)$$

Où $\mathbf{s}(m)$ représente le vecteur des signaux échos des cibles pour la $M^{\text{ème}}$ récurrence de la CPI. A partir de cette formulation, Le processus de détection sera organisé de la manière suivante :

- 1- Estimation approximative du nombre de cibles présentes sur la case distance testée ;
- 2- Estimation par l'algorithme ICMLE des réalisations de la texture $\hat{\tau}_{\text{ICMLE}}$ et de la matrice de covariance $\hat{\Sigma}_{\text{ICMLE}}$;
- 3- Procédure de détection, pour les directions d'arrivée estimées $\hat{\zeta}_{\text{ICMLE}}$.

Notez qu'une correction empirique est effectuée sur l'estimation des signaux écho $s_k(m)$ pour chaque itération de l'algorithme ICMLE, ce qui nous permettra d'améliorer considérablement les performances globales d'estimation.

4.5.1 ANMSD-ICMLE

L'estimation des directions d'arrivée et de la matrice de covariance par l'algorithme ICMLE, permettra d'établir le détecteur ANMSD sans cellules secondaires, noté ANMSD-ICMLE

$$\Lambda_{\text{ANMSD-ICMLE}} = \prod_{m=1}^M \frac{\mathbf{y}(m)^H \widehat{\mathbf{Q}}_{\text{ICMLE}} \mathbf{y}(m)}{\mathbf{y}(m)^H \widehat{\Sigma}_{\text{ICMLE}}^{-1} \mathbf{y}(m)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{\text{ANMSD-ICMLE}}, \quad (4.27)$$

où la matrice $\widehat{\mathbf{Q}}_{\text{ICMLE}}$ est donnée par

$$\widehat{\mathbf{Q}}_{\text{ICMLE}} = \widehat{\Sigma}_{\text{ICMLE}}^{-1} \widehat{\mathbf{A}}(\widehat{\zeta}_{\text{ICMLE}}) \left(\widehat{\mathbf{A}}(\widehat{\zeta}_{\text{ICMLE}})^H \widehat{\Sigma}_{\text{ICMLE}}^{-1} \widehat{\mathbf{A}}(\widehat{\zeta}_{\text{ICMLE}}) \right)^{-1} \widehat{\mathbf{A}}(\widehat{\zeta}_{\text{ICMLE}})^H \widehat{\Sigma}_{\text{ICMLE}}^{-1}. \quad (4.28)$$

avec $\widehat{\Sigma}_{\text{ICMLE}}$ et $\widehat{\mathbf{A}}(\widehat{\zeta}_{\text{ICMLE}})$ sont les l'estimations par l'algorithme ICMLE 3 de la matrice de covariance et de la matrice directionnelle de dimension $QP \times K$, obtenue en utilisant uniquement la cellule CUT.

4.5.2 AMSD-ICMLE

La version adaptative du détecteur optimal pour le bruit Gaussien composé MSD (équation 4.10), peut être mise en œuvre en utilisant les estimations des réalisations de texture ainsi que de la matrice de covariance, obtenues par l'ICMLE. Cela nous conduit au détecteur AMSD sans cellules secondaires, noté AMSD-ICMLE

$$\Lambda_{\text{AMSD-ICMLE}} = \sum_{m=1}^M \frac{\mathbf{y}(m)^H \widehat{\mathbf{Q}}_{\text{ICMLE}} \mathbf{y}(m)}{\widehat{\tau}_{\text{ICMLE}}(m)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_{\text{AMSD-ICMLE}}. \quad (4.29)$$

où la matrice $\widehat{\mathbf{Q}}_{\text{ICMLE}}$ est donnée par l'équation (4.28) et $\widehat{\tau}_{\text{ICMLE}}(m)$ est l'estimé ICMLE de la $m^{\text{ème}}$ réalisation de la texture.

4.6 Simulations et étude des performances

Sous la même configuration considéré dans la section 3.5, nous procédons par simulation Monte-Carlo (algorithmes 1 et 2), en fixant la P_{fa} à 10^{-2} pour obtenir les performances des détecteurs proposés (AMSD-CMLEP, ANMSD-ICMLE et AMSD-ICMLE), en les comparant aux détecteurs à sous-espaces, non-adaptatifs et adaptatif basé sur l'estimation par la méthode du point fixe (MSD, NMSD et ANMSD-PF). D'autre part nous traçons les performances d'estimation des directions d'arrivée de la 1^{ère} cible en utilisant l'algorithme ICMLE, augmenté d'une étape de correction empirique des signaux écho estimé $\widehat{s}_k(m)$. Cette correction permettra de repousser le décrochage de la courbe de performance EQM-RSB à un RSB plus faible.

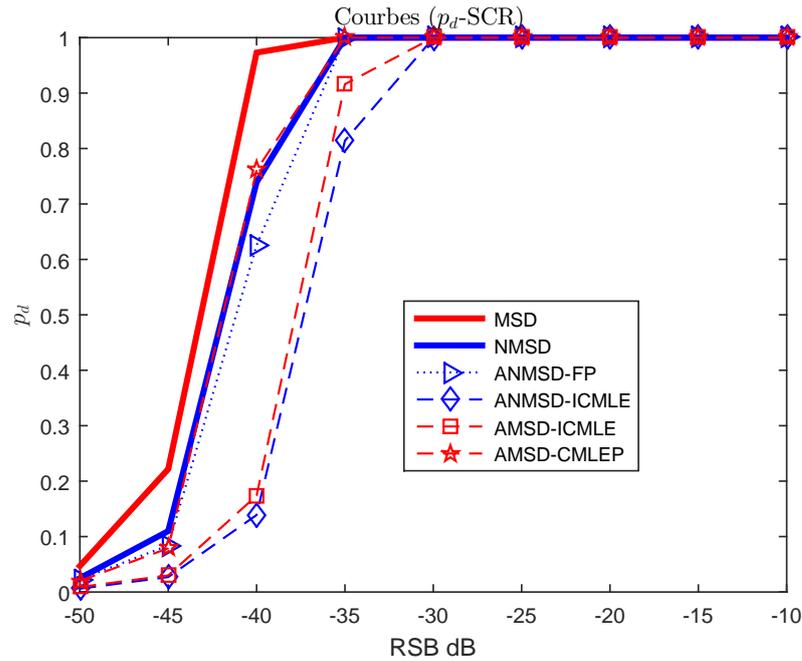


Figure 4.3 – P_d -RSB pour $M = 90$, $N = 4$ sans cible de contamination

Sur la figure 4.3 on trace la probabilité de détection en fonction du RSB, du NMSD et du ANMSD-PF, en utilisant deux cellules secondaires de chaque côté des cellules testées, conduisant à $N \times M = 360$ données secondaires. Notez que ces cellules ne contiennent pas de cibles de contamination. Nous ajoutons ensuite, les courbes de détecteurs proposés AMSD-CMLEP, ANMSD-ICMLE et AMSD-ICMLE.

On peut clairement voir à partir de ces figures que dans le cas clairvoyant les performances du détecteur optimal MSD, sont nettement supérieures à celles du détecteur sous optimal NMSD. Aussi, en absence de contamination, même la version adaptative AMSD-CMLEP dépasse en performances le détecteur clairvoyant NMSD. En deuxième lieu, on peut remarquer que les performances des détecteurs sans cellules secondaires restent inférieures au détecteur adaptatif ANMSD-PF.

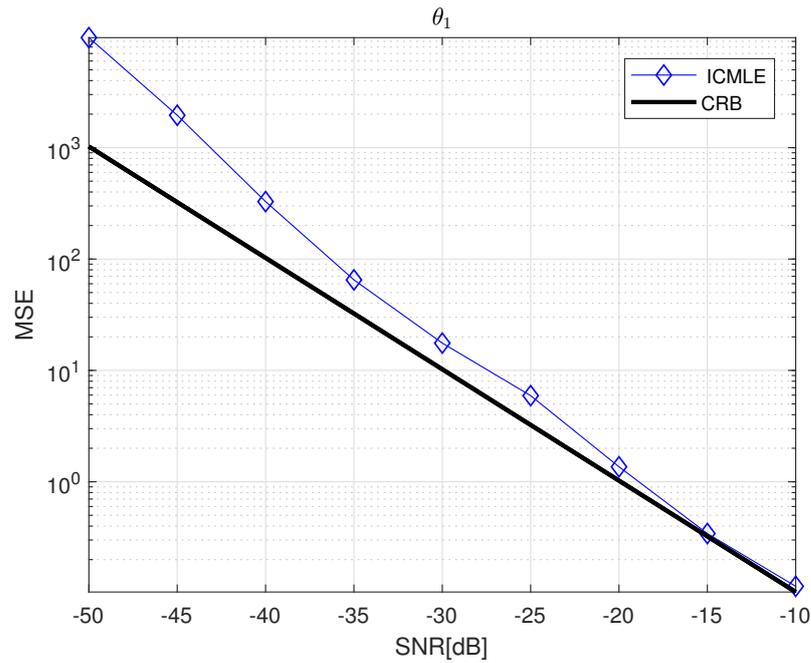


Figure 4.4 – EQM-RSB sur l'estimation de θ_1 pour $M = 90$

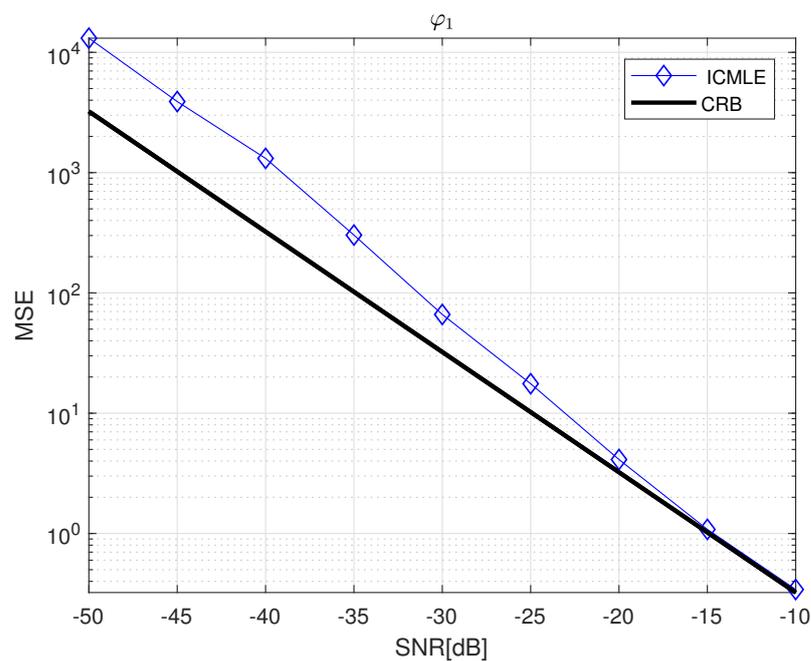


Figure 4.5 – EQM-RSB sur l'estimation de φ_1 pour $M = 90$

Sur les figures 4.4 et 4.5, nous traçons les bornes d'estimation de Cramer-Rao (CRB) ainsi que l'erreur quadratique moyenne commise lors de l'estimation des angles θ_1 et φ_1 par l'algorithme ICMLC corrigé. Une nette amélioration des performances d'estimation est observée, par rapport à l'ICMLC sans correction (figures 3.3 et 3.2).

Pour illustrer l'intérêt des estimateurs sans cellules secondaires, en présence d'une cible de contamination forte ($RS_{CB} = -20dB$, où RS_{CB} représente le rapport signal de conta-

mination sur bruit), Nous présentons sur la figure 4.6 les performances des détecteurs sans cellules secondaires proposés, comparer au détecteurs avec cellules secondaires. Effectivement dans ce cas nous remarquons la dégradation net des détecteurs adaptatifs classiques ANMSD-PF et du détecteur AMSD-CMLEP, contre une très bonne robustesse des détecteurs sans données secondaires ANMSD-ICMLE et AMSD-ICMLE.

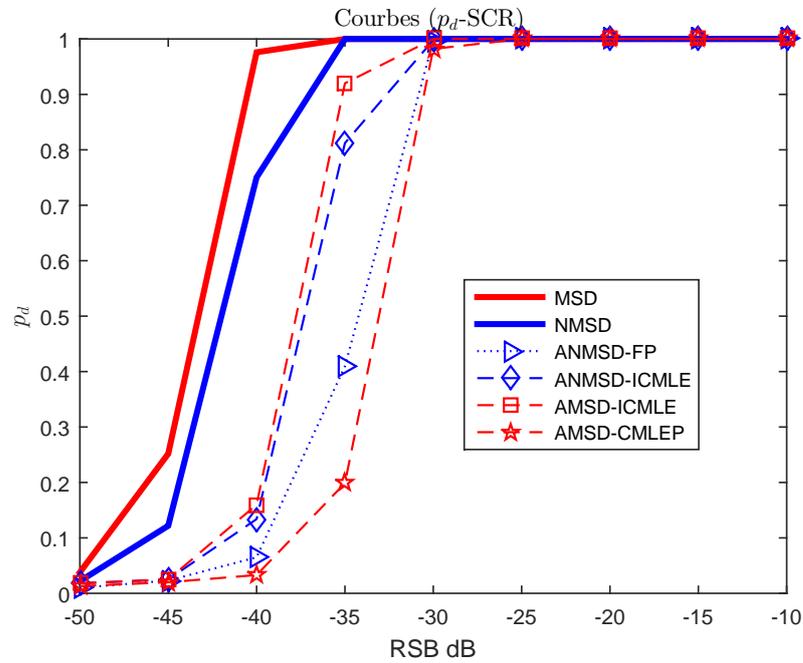


Figure 4.6 – P_d -RSB pour $M = 90$, $N = 4$ avec une cible de contamination de $-20dB$

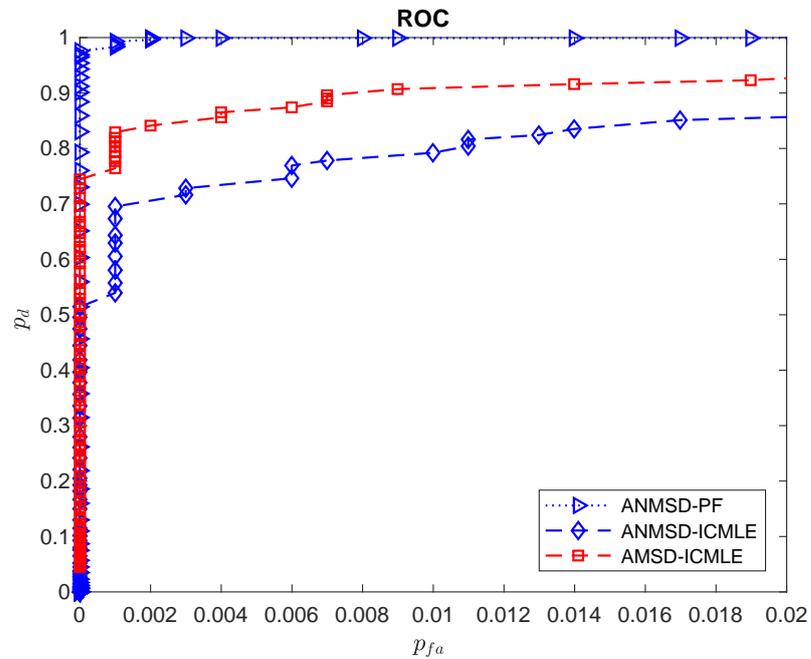


Figure 4.7 – Caractéristique ROC sans cible de contamination

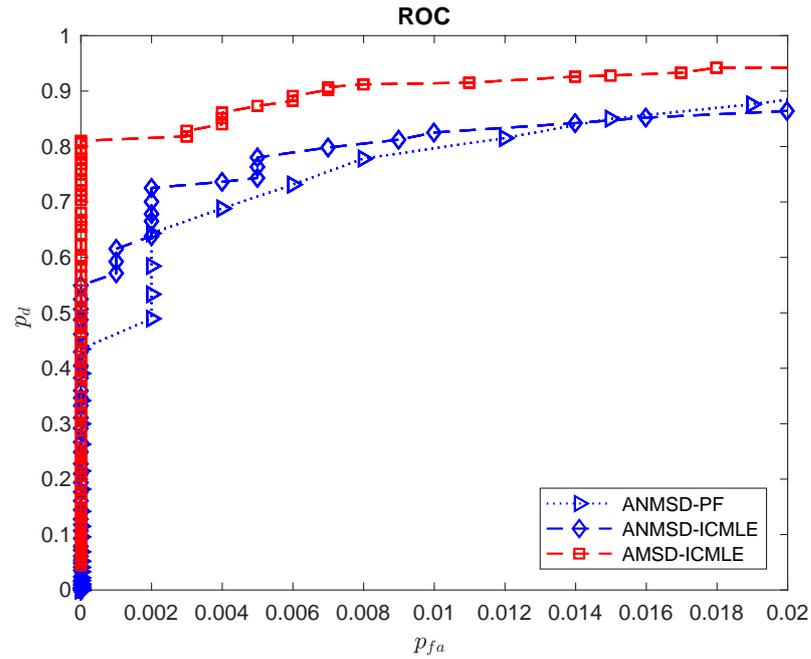


Figure 4.8 – Caractéristique ROC avec une cible de contamination de $RS_{CB} = -25dB$

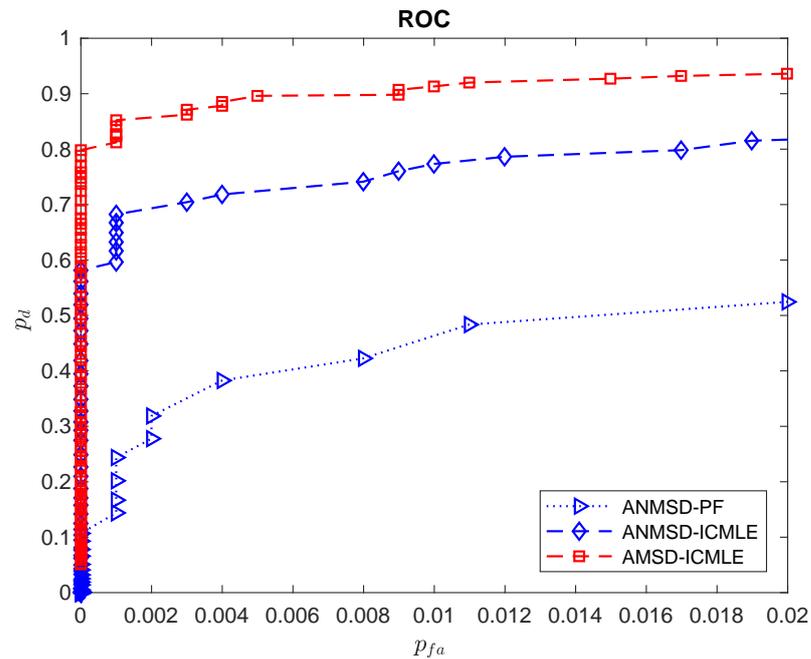


Figure 4.9 – Caractéristique ROC avec une cible de contamination de $RS_{CB} = -20dB$

Nous traçons sur les figures 4.7, 4.8 et 4.9, en fixant le rapport signal sur bruit $RSB = -35dB$, les caractéristique de fonctionnement du récepteur (ROC) des détecteurs adaptatifs ANMSD-PF, ANMSD-ICMLE et AMSD-ICMLE, pour trois cas :

- Sans présence de cible de contamination ;
- Avec une cible de contamination de $RS_{CB} = -25dB$;
- Avec une cible de contamination de $RS_{CB} = -20dB$.

Ces courbes illustrent la dégradation des détecteurs adaptatif classique en présence d'une cible contaminante, contre une très bonne robustesse des détecteurs adaptatifs sans cellules secondaires ANMSD-ICMLE et AMSD-ICMLE.

4.7 Conclusion

A travers ce chapitre, nous avons abordé le principe de la détection multi-cibles non adaptative, puis adaptative, sous un modèle Gaussien-Composé. En suite, nous avons étudié les caractéristiques CFAR-texture et CFAR-matrice, des détecteurs adaptatives ANMSD avec cellules secondaires, pour les trois principaux estimateurs (SCM, NSCM et PF). Cette étude nous a permis de statuer que l'estimateur du point fixe, permet une meilleur détection adaptatif ANMSD, indépendante de la texture, et de la matrice de covariance des données.

D'autre part, afin de lutter contre le problème de présence des cibles contaminantes dans les cellules secondaires, nous avons proposé d'exploiter l'algorithme ICMLE pour estimer la matrice de covariance et les réalisations de la texture sur la cellule sous test. Les simulations présentées témoigne de l'intérêt des détecteurs adaptatifs ANMSD-ICMLE et AMSD-ICMLE en milieu fortement contaminé.

IL a été aussi constaté que dans le cas de non-contamination, les caractéristiques du détecteur AMSD-CMLEP, utilisant à la fois les cellules secondaires et les cellules sous test, donne des résultats nettement meilleur que le ANMSD-PF. Même que ces performance dépasse dans ce cas, celles du détecteur clairvoyant NMSD, mais se dégrade rapidement par rapport au détecteurs sans cellules secondaires en cas de contamination.

CONCLUSION

L'objectif de cette thèse est de contribuer à l'amélioration des performances des systèmes radar à réseau d'antennes, dans un contexte Gaussien-Composé et en présence de cibles contaminantes dans les cellules secondaires. Dès le début de ces travaux, nous avons opté pour l'étude du traitement du signal radar FMCW. Ce choix est dû à l'intérêt croissant pour ce type de signal dans les applications radar à courte et moyenne portée. Nous avons ensuite établis le modèle des données radar à partir de ce type de signal, pour une configuration MISO (Multiples Input Single Output) avec un réseau d'antenne plan.

Sous cette considération, un état de l'art de la détection radar est effectué avec des simulations basées sur un modèle à une seule cible. En premier lieu, nous avons présenté le développement théorique des système de détection suivi d'une revue des principaux détecteurs clairvoyants, adapté au modèle Gaussien-Composé et au cas particulier Gaussien. La matrice de covariance du bruit étant connue, nous a permis l'établissement des performances optimales pour chaque détecteur. Ensuite nous avons entamer l'étude des versions adaptatives avec estimation de cette matrice à partir des données secondaires. Pour cela on a mis en évidence les principales méthodes (SCM, NSCM et PF) de la littérature, conçu pour le cas Gaussien et Gaussien-Composé. Différentes simulations ont été réalisées dans le contexte du modèle à une seule cible. L'analyse des performances théorique, nous ont permis de statuer sur la pertinence du détecteur adaptatif ANMF-PF.

La présence des cibles de contaminations dans les cellules secondaires, constitue une source de nuisance à la détection adaptative. A cette égard, nous avons étudié la possibilité d'estimer les paramètres du bruit, en particulier la matrice de covariance, sans avoir à utiliser ces cellules. Pour cela la possibilité d'exploiter les données de la cellule sous test, pouvant contenir plus d'une cible, est explorée. Dans ces conditions, connaître ou estimer les directions d'arrivée et les signaux écho réfléchis de chaque cible est devenu une nécessité, afin de les soustraire aux données radar et ainsi estimer les paramètres du bruit.

Les directions d'arrivée des cibles dans la cellule sous test sont à priori inconnus. Elles peuvent être estimer par plusieurs méthodes classées en deux catégories, les technique à sous-espaces et les méthodes basées sur le maximum de vraisemblance. Nous avons proposer pour notre étude deux algorithmes (ICMLE et IJMLE) basés sur la vraisemblance, qui permettrons d'estimer à partir de la cellule sous test, les directions d'arrivée, les signaux écho de chaque cible, la matrice de covariance du bruit ainsi que les réalisations de la texture. En suite une version accélérée de l'ICMLE (EM-ICMLE) est élaborée, en employant l'algorithme espérance maximisation. Notons que ces estimations, en particulier l'estimation des directions d'arrivée, n'obéissent pas a un critère de détection probabiliste. Cela nous a amenée à tester pour l'estimateur ICMLE, les détecteurs sans cellules secondaires, notés, ANMSD-ICMLE et AMSD-ICMLE.

En finalité, Nous avons pu constater l'intérêt des détecteurs adaptatifs à sous espaces ANMSD-ICMLE et AMSD-ICMLE, dont tout les paramètres inconnus sont estimés par l'algorithme ICMLE, donc à partir de la cellule sous test. Pour cela, nous avons effectué des simulations numériques Monte-Carlo pour comparer les performances des détecteurs proposés avec celles des méthodes classiques, particulièrement le ANMSD-PF, version à sous-espaces de l'ANMF-PF. Suite à ces simulations, nous avons montré que les détecteurs proposé sont naturellement robuste, contrairement au détecteurs classiques dont les performances sont considérablement dégradées en cas de forte contamination. En contre partie, en absence des contaminations, les détecteurs proposé reste inférieurs en performance par rapport au détecteurs classiques. Par ailleurs, nous avons proposé une version adaptatif au détecteur AMSD (généralisation multi-cibles de l'OCGD), noté AMSD-CMLEP, dont les performances sont supérieur au détecteur ANMSD-PF, dans le cas de non contamination. Malheureusement ce détecteur n'est pas robuste au contaminations, à cause du fait qu'il utilise les données secondaire comme support d'estimation de la matrice de covariance.

Les perspectives des travaux présentés dans ce manuscrit sont liées aux résultats très encourageants obtenus par l'utilisation des algorithmes itérative ICMLE. Il serai intéressant de tester la version accélérée EM-ICMLE comme estimateur, afin de réduire le temps de calcul. La suite naturel de ces travaux de recherche, selon notre vision, serai d'améliorer la correction empirique des signaux source par une approche paramétrique tel que EXIP (EXtended Invariance Principle) pour accroître encore les performances globale d'estimation. De même, il est très intéressant de réorganiser cette étude autour d'une configuration MIMO (Multiples Input Multiples Output). Nous suggérerons enfin pour les recherches futures d'effectuer la validation des algorithmes et des détecteurs développés dans le cadre de cette étude en utilisant des signaux issus d'enregistrements effectués dans un environnement réel. Cette liste non exhaustive, nous permet d'avoir une visibilité à court et moyen terme sur nos travaux futurs.

APPENDICE A LISTE DES SYMBOLES

s_e	Signal FMCW émis
s_r	Signal FMCW reçu
f_0	Fréquence d'émission
t	Indice de temps
ι	Temps de retard
T	Temps de répétition
B	Largeur de bande
c	Vitesse de la lumière
R_{max}	Distance maximale de travail du radar
s_b	Signal de battement
ϕ_0	Déphasage constant
f_b	Fréquence de battement
sinc	Fonction sinus cardinal
f_D	Fréquence Doppler
v_{rad}	Vitesse radial de la cible
m	Indice du cycle
M	Nombre total de cycle
$\mathbf{y}(m)$	Vecteur de la $m^{\text{ème}}$ données radar
\mathbf{Y}	Matrice des données radar pour toutes les CPI
$\tau(m)$	$m^{\text{ème}}$ réalisation de la texture
$\boldsymbol{\tau}$	Les M réalisations de la texture dans la CPI
$\boldsymbol{\Sigma}$	Matrice de covariance du spekle
$s(m)$	$m^{\text{ème}}$ signal écho dans le cas d'une seule cible
$s_{\mathcal{H}_i}(m)$	$m^{\text{ème}}$ Signal écho pour la $i^{\text{ème}}$ hypothèse
$\mathbf{b}(m)$	$m^{\text{ème}}$ Vecteur bruit
$\mathbf{a}(\theta, \varphi)$	Vecteur directionnel de la cible
θ	Angle d'azimut
φ	Angle d'élévation
\mathcal{H}_0	Hypothèses d'absence de la cible
\mathcal{H}_1	Hypothèses de présence de la cible
d	Distance entre éléments d'antenne
λ	Longueur d'onde.
λ_L	Multiplicateur de Lagrange
P_{fa}	Probabilité de fausse alarme
P_d	Probabilité de détection
\sim	Distribué comme
\otimes	Produit de Kronecker
$\hat{(\cdot)}$	Estimé d'un paramètre
$\hat{(\cdot)}^{[i,n]}$	Estimé d'un paramètre a la $i^{\text{ème}}$ itération

	ICMLE et $n^{\text{ème}}$ itération EM
$(\cdot)^{[i]}$	Estimé d'un paramètre a la $i^{\text{ème}}$ itération
$(\cdot)^T$	Transpose d'une matrice
$(\cdot)^H$	Conjugué transposé d'une matrice
$[\cdot]_{i,j}$	$(i; j)^{\text{th}}$ Éléments d'une matrice
$\ \cdot\ $	La norme Euclidienne
$\text{Tr}\{\cdot\}$	Trace d'une matrice.
$\underset{x}{\text{argmax}}(f(x))$	Valeur de x qui maximise $f(x)$
$P_{\mathbf{X}}$	La projection orthogonale dans l'espace générer par les colonnes de la matrice \mathbf{X} .
K	Nombre de cible radar
M	Nombre de récurrence dans la CPI
Q	Nombre de capteur vertical
P	Nombre de capteur horizontal
QP	Dimension du vecteur de données après empilement.
$\mathbf{1}$	Vecteur unité de dimension L
$\mathbf{s}(m)$	Vecteur des signaux échos des K cibles pour la $M^{\text{ème}}$ CPI
$s_k(m)$	Scalaire du k^{me} signal écho cibles pour la $M^{\text{ème}}$ CPI
$\Gamma(\cdot)$	Fonction gamma
$\Psi(\cdot)$	Fonction digamma
$\boldsymbol{\nu}$	Vecteur des paramètres de la texture
a	Paramètres de forme de la texture
b	Paramètres d'échelle de la texture
λ_t	Paramètre de proportion de la texture
Λ_j	Fonction LogVraisemblance jointe
Λ_c	Fonction LogVraisemblance conditionnelle
ζ_k	Vecteur des deux directions d'arrivées en élévation et en azimut de la k^{me} cible
$\mathbf{a}_k(\theta_k, \varphi_k)$ et $\mathbf{a}_k(\zeta_k)$	Vecteur directionnelle de la $k^{\text{ème}}$ cible
ζ	Vecteur des $2K$ directions d'arrivées en élévation et en azimut
$\mathbf{A}(\zeta)$	Matrice directionnelle de dimension $QP \times K$
$\mathbf{z}(m)$	Données radar complètes de dimension $QPK \times 1$
$E\{\cdot\}$	Espérance mathématique
$\mathbf{y}_n(m)$	Vecteur d'observation secondaire de la $m^{\text{ème}}$ récurrence et la $n^{\text{ème}}$ cellule secondaire

APPENDICE B LISTE DES ABRÉVIATION

AMF	Adaptive Matched Filter
AMSD	Adaptive Matched Subspace Detector
ANMF	Adaptive Normalized Matched Filter
ANMSD	Adaptive Normalized Matched Subspace Detector
CFAR	Constant False Alarm Rate
CPI	Coherent Processing Interval
CRB	Cramér-Rao Bound
CW	Continues Wave
DOA	Direction Of Arrival
EM	Expectation Maximisation
EM-ICMLE	Expectation Maximisation-Iterative Conditional Maximum Likelihood Estimator
EM-IJMLE	Expectation Maximisation-Iterative Joint Maximum Likelihood Estimator
EQM	Écart Quadratique Moyen
ESPRIT	Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique
EVD	Eigen Value Decomposition
FFC	Formation de Faisceaux Conventionnelle
FFT	Fast Fourier Transform
FMCW	Frequency Modulated Continues Wave
GC	Gaussien Composé
GLRT	Generalized Likelihood Ratio Test
ICMLE	Iterative Conditional Maximum Likelihood Estimator
IG-CG	Inverse-Gaussian Compound-Gaussian
IJMLE	Iterative Joint Maximum Likelihood Estimator
LFMCW	Linear Frequency Modulated Continues Wave
LVC	Logarithme de la Vraisemblance Conditionnelle
MFD	Matched Filter Detector
MIMO	Multiple Input Multiple Output
MISO	Multiple Input Single Output
MSD	Matched Subspace Detector
MUSIC	MULTiple Signal Classification
NMF	Normalized Matched Filter
NMSD	Normalized Matched Subspace Detector
NSCM	Normalized Structured Covariance Matrix
OCGD	Optimum Compound Gaussian Detector
OGD	Optimum Gaussian Detector
PF	Point Fixe

R-MUSIC	Robuste Multiple Signal Classification
ROC-MUSIC	RObust Covariation-based MUltiple Signal Classification
RSB	Rapport Signal sur Bruit
RV	Rapport de Vraisemblance
RVG	Rapport de Vraisemblance Généraliser
SCM	Sample Covariance Matrix
SVD	Singular Value Decomposition
TFAC	Taux de Fausse Alarme Constant
TF	Transformer de Fourier
TFD	Transformer de Fourier Discrète

APPENDICE C
LISTE DES ALGORITHMES

1	Calcul du seuil par Monte carlo	20
2	Performance de détection par Monte carlo	20
3	ICMLE	42
4	IJMLE	48
5	EM-ICMLE	51
6	FONCTION-EM	51
7	CMLEP	61

Bibliographie

- [1] G. Pailloux, "Estimation structurée de la covariance du bruit en détection adaptative," Ph.D. dissertation, University of Paris Ouest Nanterre La Défense, 2010.
- [2] L. L. Scharf, Statistical Signal Processing : Detection, Estimation, and Time Series Analysis. Reading : Addison Wesley, 1991.
- [3] E. Jay, "Détection en environnement non-Gaussien," Ph.D. dissertation, Université de Cergy Pontoise, 2002.
- [4] S. Kay, Fundamentals of statistical signal processing - Detection theory - Vol.2. PTR : Prentice Hall, 1998.
- [5] E. Conte, M. Lops, , and G. Ricci, "Asymptotically optimum radar detection in compound-Gaussian clutter," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 31, no. 2, pp. 617–625, 1995.
- [6] E. Conte and G. Ricci, "Sensitivity study of GLRT detection in compound-Gaussian clutter," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 34, no. 1, pp. 308–316, 1998.
- [7] F. Gini, M. Greco, M. Diani, and L. Verrazzanii, "Performance analysis of two adaptive radar detectors against non-Gaussian real sea clutter data," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 36, no. 4, pp. 1429–1439, 2000.
- [8] E. Jay, J.-P. Ovarlez, D. Declercq, and P. Duvaut, "BORD : Bayesian optimum radar detector," Signal Processing, vol. 83, no. 6, pp. 1151–1162, Jun. 2003.
- [9] S. Kraut, L. Scharf, and L. M. Whorter, "Adaptive subspace detectors," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 49, no. 1, pp. 1–16, 1994.
- [10] S. Bidon, "Estimation et détection en milieu non-homogene, application au traitement spatio-temporel adaptatif," Ph.D. dissertation, 2008.
- [11] F. C. Robey, D. R. Fuhrmann, E. J. Kelly, and R. Nitzberg, "A cfar adaptive matched filter detector," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 28, no. 1, pp. 208–216, 1992.
- [12] L. T. McWhorte, L. L. Scharf, and L. J. Griffiths, "Adaptive coherence estimation for radar signal processing," in Proc. of Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Nov. 1996.
- [13] P. Billingsley, Convergence of Probability Measures. New York : Wiley, 1999.
- [14] J. B. Billingsley, "Ground clutter measurements for surface-sited radar," Massachusetts Inst. Technol., Cambridge, MA, vol. Tech. Rep. 780, Feb. 1993.
- [15] F. Gini and A. Farina, "Vector subspace detection in compound-Gaussian clutter. Part I : survey and new results," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 38, pp. 1295–1311, Apr. 2002.
- [16] K. J. Sangston, F. Gini, M. V. Greco, and A. Farina, "Structures for radar detection in compound Gaussian clutter," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 35, no. 2, pp. 445–458, 1999.

- [17] K. J. Sangston, F. Gini, and M. S. Greco, "Coherent radar target detection in heavy-tailed compound-Gaussian clutter," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 48, no. 1, pp. 64–77, 2012.
- [18] F. Gini and M. Greco, "Suboptimum approach to adaptive coherent radar detection in compound-Gaussian clutter," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 35, no. 3, pp. 1095–1104, 1999.
- [19] X. Shang and H. Song, "Radar detection based on compound-gaussian model with inverse gamma texture," IET radar, sonar & navigation, vol. 5, no. 3, pp. 315–321, 2011.
- [20] E. Conte, A. De Maio, and A. Farina, "Statistical tests for higher order analysis of radar clutter : their application to L-band measured data," IEEE transactions on aerospace and electronic systems, vol. 41, no. 1, pp. 205–218, 2005.
- [21] J. B. Billingsley, A. Farina, F. Gini, M. V. Greco, and L. Verrazzani, "Statistical analyses of measured radar ground clutter data," IEEE Transactions on Aerospace and electronic Systems, vol. 35, no. 2, pp. 579–593, 1999.
- [22] E. Conte, A. De Maio, and C. Galdi, "Statistical analysis of real clutter at different range resolutions," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 40, no. 3, pp. 903–918, 2004.
- [23] A. J. Fenn, D. H. Temme, W. P. Delaney, and W. E. Courtney, "The development of phased-array radar technology," Lincoln Laboratory Journal, vol. 12, no. 2, pp. 321–340, 2000.
- [24] A. K. Agrawal and E. L. Holzman, "Beamformer architectures for active phased-array radar antennas," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 47, no. 3, pp. 432–442, 1999.
- [25] A. G. Stove, "Linear fmcw radar techniques," in IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing), vol. 139, no. 5. IET, 1992, pp. 343–350.
- [26] P. Goy, "Détection d'obstacles et de cibles de collision par un radar fmcw aéroporté," Ph.D. dissertation, 2012, thèse de doctorat dirigée par Tournet, Jean-Yves et Vincent, François Signal, image, Acoustique, Optimisation (SIAO Toulouse, INPT 2012. [Online]. Available : <http://www.theses.fr/2012INPT0156>
- [27] A. Bouiba, M. N. E. Korso, A. Breloy, P. Forster, M. Hamadouche, and M. Lagha, "Two-dimensional robust source localization under non-gaussian noise," Circuits, Systems, and Signal Processing, vol. 39, pp. 4740–4761, 2020.
- [28] X. Zhang, M. N. El Korso, and M. Pesavento, "Mimo radar target localization and performance evaluation under sirp clutter," Signal Processing, vol. 130, pp. 217–232, 2017.
- [29] H. J. Nussbaumer, "The fast fourier transform," in Fast Fourier Transform and Convolution Algorithms. Springer, 1981, pp. 80–111.
- [30] E. Ollila, D. E. Tyler, V. Koivunen, and H. V. Poor, "Complex elliptically symmetric distributions : Survey, new results and applications," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 60, no. 11, pp. 5597–5625, Nov 2012.
- [31] J. Ward, "Space-time adaptive processing for airborne radar," 1998.
- [32] L. L. Scharf and L. T. McWhorter, "Adaptive matched subspace detectors and adaptive coherence estimators," in Conference Record of The Thirtieth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 1996, pp. 1114–1117 vol.2.

- [33] L. L. Scharf and B. Friedlander, "Matched subspace detectors," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 42, no. 8, pp. 2146–2157, Aug. 1994.
- [34] F. Pascal, "Détection et estimation en environnement non-gaussien," Ph.D. dissertation, University of Paris Ouest Nanterre La Défense, 2006.
- [35] M. Weiner, 'Adaptive Antennas and Receivers. Florida : Prentice Hall International, CRCPress, Boca Raton, 2006.
- [36] E. Conte and G. Ricci, "Performance prediction in compound-Gaussian clutter."
- [37] F. Gini and M. V. Greco, "Covariance matrix estimation for CFAR detection in correlated heavy tailed clutter," Signal Processing, vol. 82, pp. 1847–1859, Dec. 2002.
- [38] S. Kraut and L. Scharf, "The cfar adaptive subspace detector is a scale-invariant GLRT," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 47, no. 9, pp. 2538–2541, 1999.
- [39] R. Couillet, "Robust spiked random matrices and a robust G-MUSIC estimator," Journal of Multivariate Analysis, vol. 140, pp. 139–161, 2015.
- [40] J. Li and X. Zhang, "Unitary subspace-based method for angle estimation in bistatic mimo radar," Circuits, Systems, and Signal Processing, vol. 33, no. 2, pp. 501–513, 2014.
- [41] W.-D. Wirth, Radar techniques using array antennas. IET, 2001, no. 10.
- [42] R. O. Schmidt, "A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation," Ph.D. dissertation, Stanford University, Stanford, CA, Nov. 1981.
- [43] G. Bienvenu and L. Kopp, "Principe de la goniométrie passive adaptative," in Proceedings GRETSI, Nice, FR, 1979, pp. 106–110.
- [44] ———, "Optimality of high resolution array processing using the eigensystem approach," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 31, no. 5, pp. 1235–1247, Oct. 1983.
- [45] A. Paulraj, R. Roy, and T. Kailath, "A subspace rotation approach to signal parameter estimation," Proceeding of the IEEE, pp. 1044–1045, Jul. 1986.
- [46] R. Roy, A. Paulraj, and T. Kailath, "ESPRIT a subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 34, pp. 1340–1342, 1986.
- [47] P. Stoica and A. Nehorai, "MUSIC, maximum likelihood and the Cramér Rao bound," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 37, pp. 720–741, May 1989.
- [48] A. Renaux, P. Forster, E. Chaumette, and P. Larzabal, "On the high SNR conditional maximum-likelihood estimator full statistical characterization," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 12, no. 54, pp. 4840–4843, Dec. 2006.
- [49] B. Ottersten, M. Viberg, P. Stoica, and A. Nehorai, "Exact and large sample maximum likelihood techniques for parameter estimation and detection in array processing," in Radar Array Processing, S. Haykin, J. Litva, and T. J. Shepherd, Eds. Berlin : Springer-Verlag, 1993, ch. 4, pp. 99–151.
- [50] W.-J. Zeng, H.-C. So, and L. Huang, " ℓ_p -music : Robust direction-of-arrival estimator for impulsive noise environments," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 61, no. 17, pp. 4296–4308, 2013.
- [51] P. Tsakalides and C. L. Nikias, "The robust covariation-based MUSIC (ROC-MUSIC) algorithm for bearing estimation in impulsive noise environments," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 44, no. 7, pp. 1623–1633, 1996.

- [52] V. F. Pisarenko, "The retrieval of harmonics from a covariance function," Geophysical Journal International, vol. 33, no. 3, pp. 347–366, 1973.
- [53] K. Yao, "A representation theorem and its applications to spherically-invariant random processes," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 19, no. 5, pp. 600–608, 1973.
- [54] M. Pesavento and A. Gershman, "Maximum-likelihood direction-of-arrival estimation in the presence of unknown nonuniform noise," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 49, pp. 1310–1324, Jul. 2001.
- [55] S. Vorobyov, A. Gershman, and K. M. Wong, "Maximum likelihood direction-of-arrival estimation in unknown noise fields using sparse sensor arrays," Signal Processing, IEEE Transactions on, vol. 53, no. 1, pp. 34–43, Jan 2005.
- [56] N. Xi, Q. Guobing, X. Xianbing, Z. Kai, and Z. Kesheng, "A 2-D DOA estimation algorithm for closely spaced sources with L-shaped array," Circuits, Systems, and Signal Processing, vol. 36, no. 11, pp. 4498–4511, 2017.
- [57] A. P. Dempster, N. M. Laird, and D. B. Rubin, "Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm," Journal of the Royal Statistical Society : Series B (Methodological), vol. 39, no. 1, pp. 1–22, 1977.
- [58] M. Feder and E. Weinstein, "Parameter estimation of superimposed signals using the em algorithm," IEEE Transactions on acoustics, speech, and signal processing, vol. 36, no. 4, pp. 477–489, 1988.
- [59] T. W. Anderson, "An introduction to multivariate statistical analysis," Wiley New York, Tech. Rep., 1962.
- [60] O. Besson and Y. I. Abramovich, "On the Fisher information matrix for multivariate elliptically contoured distributions," IEEE Signal Process. Lett., vol. 20, pp. 1130–1133, Nov. 2013.
- [61] A. Paraschiv-Ionescu, C. Jutten, and A. Ionescu, "Estimation of the source number using array discrete wavelet transform," in IEEE 2002 28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society. IECON 02, vol. 2. IEEE, 2002, pp. 1520–1525.
- [62] W. Wu, X. Su, X. Chen, and G. Hou, "Source number estimation based on wavelet packet and singular value decomposition," in 2010 IEEE International Conference on Intelligent Computing and Intelligent Systems, vol. 1. IEEE, 2010, pp. 540–544.
- [63] T. B.-h. X. Sheng-li, "Underdetermined blind separation based on source signals' number estimation [J]," Journal of Electronics & Information Technology, vol. 4, 2008.