

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE BLIDA-01



051/07  
EXA

INSTITUT D'AERONAUTIQUE ET DES ETUDES SPATIALES

Département de navigation aérienne

## Mémoire

Présentée pour obtenir le diplôme de  
MASTER en aéronautique (CNS/ATM)

THEME

**La détection CA et OS-CFAR en espace et les règles de fusion floue**

**Réalisé par:**

Mr. SEGHIR Abderrezak

Mr . Mr. ABDELJEBBAR Nasredine

**Dirigé par:**

Mme: Doudou Fatima Zohra

**Promotion : 2017**

## *Nomenclature*

### *Acronymes*

ECI	Earth-centered inertial.
GAS	Globalement asymptotiquement stable (GAS).
GPS	Global Positioning System.
HALE	Haute Altitude et Longue Endurance.
HBVS	Homography Based Visual Servoing.
IBVS	Image Based Visual Servoing.
INS	Inertial Navigation System.
IRS	Inertial Reference System.
LQ	Linéaire Quadratique.
LQR	Linear-Quadratic Regulator.
LTI	Linéaire à Temps Invariant.
MALE	Moyenne Altitude et Longue Endurance.
MAV	Micro Aerial Vehicle.
MEMS	MicroElectroMechanical Systems.
MFI	Micromechanical Flying Insect.
MPC	Model Predictive Control.
PID	Proportionnel - Intégral - Dérivé).
PBVS	Position Based Visual Servoing.
RHC	Receding Horizon Control.
SISO	Single Input - Single Output.
TUAV	Tactical unmanned Aerial Vehicles
UAV	Unmanned Aerial Vehicle.
2D	2 Dimensions.

3D

3 Dimensions.

*Ensembles et notations*

$\{B\}$	Repère mobile (body).
$\cos x$	Cosinus de la variable $x$ .
$\det (A)$	Déterminant de la matrice $A$ .
$e$	Erreur de poursuite
$g$	Accélération de la pesanteur
$I_n$	Matrice identité de dimension $n \times n$ .
$\{I\}$	Repère inertiel (ECI).
$J$	Matrice d'inertie.
$k_i, k_\phi, k_e, k_{z_e}$	Des coefficients.
$l$	Le bras de levier
$M$	Matrice de masse du véhicule.
$m$	La masse du véhicule.
$P$	Poids du véhicule.
$p$	L'origine du repère $\{B\}$ .
$p_d$	Trajectoire désirée.
$R$	Ensemble des nombres réels.
$S(x)$	Matrice antisymétrique (skew matrix).
$\sin x$	Sinus de la variable $x$ .
$\tan x$	Tangente de la variable $x$ .
$u$	Vecteur de commande d'entrée
$\dot{u}$ et $\ddot{u}$	Première et seconde dérivée temporelle du vecteur $u$ .
$\acute{u}$	Vecteur transposé du vecteur $u$ .
$\ u\ $	Norme euclidienne usuelle du vecteur $u$ .
$V$	La fonction de Lypunov

$\dot{V}$	Dérivée de la fonction de Lyapunov
$v$	La vitesse linéaire du véhicule.
$x, y, z$	Les coordonnées cartésiennes de C.G du véhicule sous-actionné
$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$	Vitesses de translation
$\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$	Accélération de translation
$\omega$	La vitesse angulaire du véhicule.
$\beta$	Matrice à plein rang.
$\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}$	Les éléments du vecteur vitesse angulaire.
$\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$	Les vitesses des 4 pales d'hélice du quadrotors.

## *Résumé*

La contribution de ce projet réside dans la synthèse d'une commande non linéaire pour résoudre le problème de poursuite de la trajectoire d'un drone en mouvement 2D et 3D. En se basant sur la méthode élaborée dans [3], on a proposé un contrôleur de poursuite non linéaire pour une catégorie générale de véhicules sous-actionnés répondant à certains critères, qui exprime une stabilité globale et une convergence exponentielle de la poursuite de l'erreur de position au voisinage de l'origine et qui peut être rendue arbitrairement petite. La trajectoire désirée n'a pas besoin de suivre une forme précise, en fait elle peut être n'importe quelle courbe bornée et suffisamment lisse paramétrées par le temps. L'algorithme de contrôle a proposé des méthodes basées sur des techniques de Lyapunov. Pour illustrer son potentiel, nous décrivons deux applications de contrôle de poursuite : un aéroglisseur (mouvant en 2D) et un quadrotors (mouvant en 3D). Des résultats de simulation sont présentés et discutés.

## *Abstract*

The contribution of this project lies in the synthesis of non linear controller to solve the problem of position tracking for underactuated autonomous vehicles moving in either two or three-dimensional space While basing itself on the method elaborate in the article of Antonio Pedro Aguiar. A nonlinear tracking controller is proposed for a general class of vehicles that yields global stability and exponential convergence of the position tracking error to a neighborhood of the origin that can be made arbitrarily small. The desired trajectory does not need to be of a particular type (trimming trajectories) and in fact can be any sufficiently smooth bounded curve parameterized by time. The control algorithm proposed builds upon Lyapunov techniques. To illustrate its potential, we describe two vehicles control applications: an hovercraft (moving on a planar surface) and a quadrotors vehicle (moving in threedimensional space). Simulation results are presented and discussed.

## *ملخص*

مساهمة هذا المشروع تكمن في توليف قيادة غير الخطية لحل مشكلة استمرار مسار طائرة بدون طيار في الحركة. واستناداً إلى الطريقة التي تم وضعها في [3]، اقترح وحدة تحكم غير خطية تتبع لفئة عامة من المركبات التي تعمل بالطاقة المنخفضة التي تستوفي معايير معينة، والتي تعبر عن الاستقرار العام والتقارب الآسي في السعي لتحقيق خطأ الموضع في محيط المنشأ والتي يمكن أن تكون صغيرة بشكل اعتباطي. المسار المطلوب لا تحتاج إلى اتباع شكل دقيق، في الواقع يمكن أن يكون أي منحنى محصورة وسلس بما فيه الكفاية المعلمة حسب الوقت. اقترحت خوارزمية التحكم أساليب تعتمد على تقنيات ليابونوف. لتوضيح إمكاناتها، ونحن تصف اثنين من تطبيقات مراقبة تتبع: الحوامات تتحرك في بعدين، و كوادروتورس تتحرك في ثلاثة أبعاد. يتم عرض النتائج المحاكاة ومناقشتها.



## SOMMAIRE

Remerciement	
Résumé	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Nomenclature	
Introduction générale .....	1
I . GENERALITES SUR LES VEHICULES AUTONOMES UAV .....	4
I.1. LES DRONES UAV .....	4
I.2. LES CATEGORIES DE DRONE .....	4
I.2.1. Les drones HALE .....	5
I.2.2. Les drones MALE .....	5
I.2.3. Les drones TUAV.....	5
I.2.4. Les Mini UAV .....	6
I.2.5. Les Micro UAV .....	6
I.3. LES TECHNOLOGIES DE CAPTEURS POUR LA LOCALISATION DES DRONES ..	7
I.3.1. Les capteurs proprioceptifs.....	7
I.3.1.1. Les accéléromètres.....	7
I.3.1.2. Les gyroscopes .....	9
I.3.2. Les capteurs extéroceptifs .....	10
I.3.2.1. Les systèmes de positionnement par satellites.....	10
I.3.2.2. Les altimètres barométriques .....	12
I.3.2.3. Les compas .....	13
I.3.2.4. Les caméras .....	15
I.3.2.5. Les centrales inertielles .....	16
I.4. LES EQUATIONS DE MOUVEMENT .....	17
I.4.1. Les repères .....	17
I.4.1.1. Repère inertiel (ECI) I .....	17
I.4.1.2. Repère mobile (body)B.....	17
I.4.1.3. Représentation d'attitude.....	18
I.4.1.4. Dérivées des matrices de passage .....	20
I.4.2. Les équations de mouvement.....	21
I.5. LES ARCHITECTURES DE COMMANDE DES DRONES .....	22
I.5.1. Les méthodes pour le guidage et le pilotage.....	22
I.5.1.1 Approches linéaires .....	23
I.5.1.2. Approches non linéaires .....	29

I.5.2. Les méthodes pour la navigation .....	38
I.5.2.1. La navigation par suivi de terrain .....	39
I.5.2.2. La navigation par points de passage .....	39
I.5.2.3. L'évitement des obstacles .....	40
I.6. Conclusion .....	41
II . LA TECHNIQUE BACKSTEPPING.....	42
II.1. THEORIE DE LYAPUNOV .....	42
II.1.1. La stabilité de Lyapunov .....	42
II.2. LA SYNTHESE DE COMMANDE PAR LA METHODE DIRECTE DE LYAPUNOV.....	44
II.3. TECHNIQUE DE LA COMMANDE BACKSTEPPING .....	45
II.3.1 Algorithme de base.....	45
II.3.2. Cas des systèmes d'ordre n .....	48
II.4. CONCLUSION .....	49
III . LA CONCEPTION DU CONTROLEUR DE POURSUITE DES VEHICULES UAV .....	50
III.1. CONCEPTION DU CONTROLEUR.....	50
III.2. ANALYSE DE STABILITE.....	53
III.3. CONCLUSION .....	55
IV. EXEMPLES D'ILLUSTRATION .....	56
IV.1. LA POURSUITE DE POSITION D'UN AEROGLISEUR :.....	56
IV.1.1. Dynamique de l'aérogliasseur : .....	56
IV.1.2. Application du backstepping sur le modèle mathématique : .....	57
IV.1.3. résultats de simulation : .....	58
IV.2. LA POURSUITE DE POSITION D'UN QUADROTORS : .....	61
IV.2.1. Dynamique du quadrotors :.....	61
IV.2.1.1. Bilan des forces et moments agissant sur le quadri-rotor: .....	62
IV.2.1.2. Développement du modèle mathématique selon Newton-Euler: .....	65
IV.2.2. La synthèse de loi de commande par Backstepping pour le quadrotors:.....	71
IV.2.3. Simulation des résultats : .....	73
IV-3-Conclusion :.....	77
Conclusion générale et perspectives .....	78
Références bibliographie .....	79

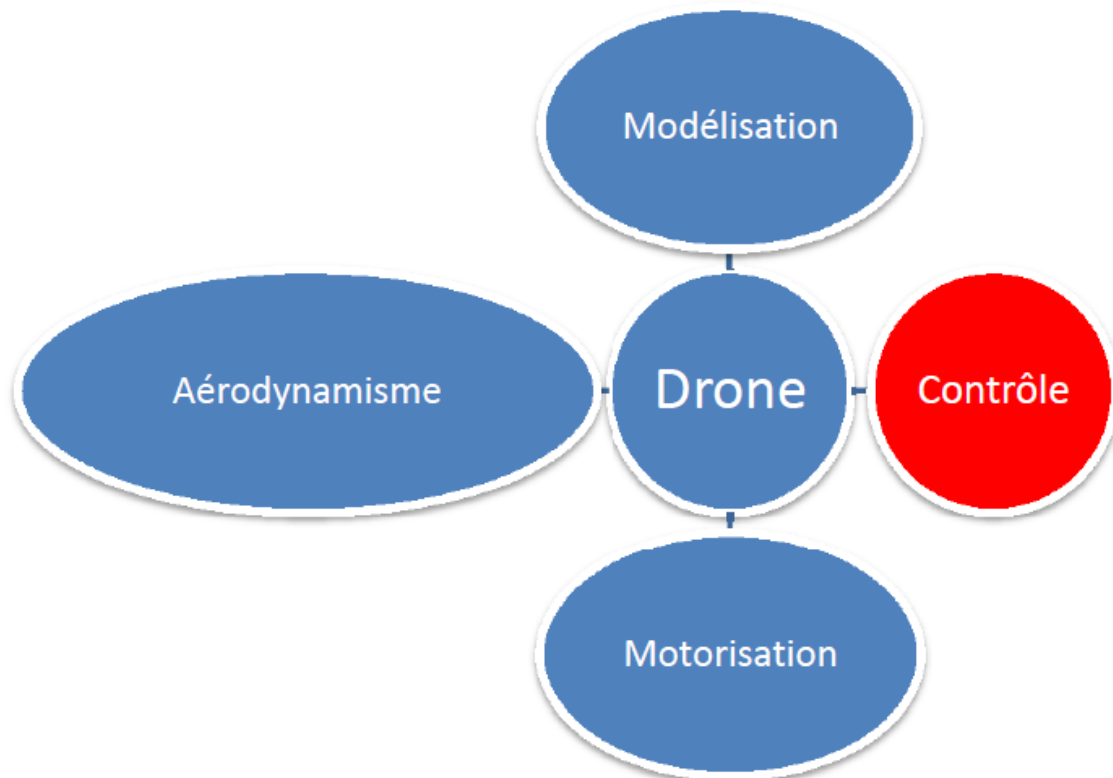


## *Introduction générale*

Dans la langue française, le mot drone est utilisé pour décrire tout véhicule terrestre, aérien, marin ou sous-marin doté d'une certaine autonomie.

La première utilisation de drones dans l'histoire remonterait à juillet 1849, lorsque l'armée autrichienne envoya plusieurs ballons sans pilote munis de bombes à retardement au-dessus de la ville de Venise. Cet événement, qui passa presque inaperçu à l'époque, marqua pourtant un véritable tournant dans la façon de mener une guerre. Malgré quelques apparitions durant les Première et Seconde Guerres Mondiales, ce n'est qu'à partir de la première guerre du Golfe en 1990 que l'intérêt pour les véhicules aériens autonomes prit de l'ampleur. De nos jours, grâce aux nombreuses avancées techniques et technologiques, les drones sont de plus en plus performants et permettent de réaliser diverses missions, aussi bien civiles que militaires. Avoir un drone fonctionnel demande plusieurs étapes de fabrication et plusieurs domaines d'ingénierie. Les différentes étapes de la fabrication (Figure 0.1) sont l'aérodynamisme, la motorisation, le contrôle, et la modélisation.

Toutefois, un seul de ces domaines va constituer le directeur de cette thèse, mais cet unique domaine fait intervenir tous les autres : la commande.



*Figure 0.1- Différentes étapes pour la fabrication d'un drone*

Donc ce mémoire traite la commande de vol d'un drone avec une méthode développée dans [3], qui peut être appliquée à tout véhicule sous-actionné dont sa dynamique suit un modèle mathématique précis. Pour contrôler un drone, il faut avoir une bonne connaissance de la modélisation de celui-ci. Notamment, un système non linéaire régit par des équations mathématiques. Contrôler le drone demande de résoudre ces équations en actionnant les paramètres de guidage.

Quelle technique utiliser pour contrôler le modèle non linéaire d'un drone ?

De nombreuses techniques de contrôle existent. Une bonne technique doit éliminer tout risque d'instabilité et améliorer les performances du drone afin d'obtenir la convergence la plus rapide possible.

Pendant les deux dernières décennies, il y a eu un considérable effort de recherche dans ce secteur. Les problèmes de poursuite de trajectoires des véhicules autonomes sous-actionnés concernent principalement les lois de commande qui forcent le véhicule à suivre une trajectoire en fonction du temps. Le degré de difficulté impliqué pour résoudre ce problème dépend fortement de la configuration du véhicule. Les problèmes de poursuite pour ces systèmes totalement sous-actionnés, sont mieux compris [9], [2], [16]

Pour les systèmes sous-actionnés ayant un nombre d'entrées inférieures par au nombre de coordonnées généralisées indépendantes, la poursuite de leurs trajectoires est toujours un domaine de recherche actif [7], [12].

L'étude de ces systèmes est motivée par le fait qu'il est habituellement coûteux et souvent même pas pratique (dû au poids, fiabilité, complexité et des considérations efficaces) pour rendre ces véhicules entièrement autonomes.

Les exemples typiques de ces systèmes sous-actionnés incluent des manipulateurs en robotiques. Nous citons les robots à roues, vaisseau spatial, avions, hélicoptères, missiles, navires et sous-marin. Le problème de poursuite pour ces véhicules sous-actionnés est particulièrement remis en question parce que la plupart de ces systèmes ne sont pas entièrement linéarisés par rétroaction et montrent des contraintes non holonomes. Donc des outils standard utilisés au système de contrôle non linéaire, comme linéarisation par rétroaction et l'intégrateur backstepping sont appelés mais ne sont pas directement appliqués. Voir [13] pour une expertise de ces concepts et [6] dans le cadre d'étude de la contrôlabilité et la conception des algorithmes de mouvement des systèmes Lagrangiens sous-actionnés dans le groupe de Lie [14].

Les approches classiques pour la poursuite de trajectoire des véhicules sous-actionnés se basent sur linéarisation locale ou le découplage du modèle multi-variable pour conduire à avoir le même nombre de degrés de liberté que d'entrées de control, ce qui peut être fait par une des méthodes de control linéaires (non linéaire) standard.

Les approches alternatives incluent la linéarisation de la dynamique d'erreur du véhicule pour des trajectoires qui mènent à un système linéaire à temps invariable combiné avec un séquençement de gain et/ou des méthodologies à paramètre linéaire variable LPV [11], [10], [17]. L'inconvénient de ces approches et leur stabilité qui est assurée qu'au voisinage des points opérationnels sélectionnés.

Les conceptions non linéaires basées sur Lyapunov peuvent surmonter les limitations citées ci-dessus, comme la technique du backstepping qui peut toutefois assurer une stabilité globale du système.

Ce mémoire est organisé comme suit:

- **Le chapitre 1** est une introduction générale sur les drones. Dans un premier temps, nous parlons des familles de drones. Ensuite, nous citons certains capteurs et systèmes leur permettant de se localiser. Enfin, nous présentons les différentes stratégies de commande existées dans la littérature.
- **Le chapitre 2** présente la théorie de Backstepping en détaillant la technique de commande et les propriétés importantes pour assurer une stabilité globale.
- **Le chapitre 3** est consacré aux détails de conception de l'approche de contrôle développée dans l'article [3] pour la poursuite des véhicules UAV.
- **Le chapitre 4** porte sur l'analyse et la discussion des résultats de simulation obtenus pour différents exemples d'illustration programmés sous Matlab/Simulink.
- Enfin, une conclusion générale résume les principaux apports et ouvre quelques perspectives à ce travail. Finalement, une bibliographie clôture ce mémoire.

Dans ce chapitre, nous exposons dans un premier temps les membres les plus représentatifs de la grande famille des drones. Ensuite, nous étudions les différentes technologies de capteurs permettant au drone de se positionner et de s'orienter dans l'espace. Enfin une dernière partie est consacrée à la présentation générale des architectures de commande et des stratégies de pilotage rencontrées classiquement dans la littérature pour rendre ces véhicules plus ou moins autonome.

## **I.1. LES DRONES UAV**

Les drones aériens ou UAV (de l'anglais Unmanned Aerial Vehicles) sont des engins volants sans pilote capables de mener à bien une mission de façon plus ou moins autonome. Le monde militaire a commencé à les utiliser il y a un siècle et le monde civil a commencé il y a une décennie.

Il en existe de toutes les tailles et de toutes les formes. La fonction principale de ces véhicules aériens est d'étendre la vision humaine au-delà de l'horizon naturel afin d'accomplir des travaux à risques ou dans des environnements hostiles. Les premières applications ont d'ailleurs été mises en œuvre par les militaires pour des missions de surveillance ou de reconnaissance, sans risque de pertes humaines. Plus récemment, des applications civiles ont fait leur apparition comme la prévention des feux de forêts, l'inspection des ouvrages d'art, la surveillance du trafic autoroutier ou la collecte de données météorologiques. Cependant, l'utilisation des drones civils reste limitée car les drones non militaires ne sont pas encore totalement intégrés dans l'espace aérien civil. En fonction des capacités opérationnelles recherchées, la taille des drones varie sur une échelle allant de quelques centimètres à plusieurs dizaines de mètres, tandis que leur masse fluctue entre quelques grammes pour les plus légers et jusqu'à plusieurs tonnes pour les plus lourds.

## **I.2. LES CATEGORIES DE DRONES**

La classification des drones dépend de nombreux paramètres comme l'autonomie en vol, l'altitude de vol, la charge utile embarquée, les dimensions ou la masse du drone. La classification présentée dans ce mémoire repose sur celle proposée par l'Armée de l'Air des Etats-Unis d'Amérique qui répartit les drones en cinq catégories [1].

### I.2.1. Les drones HALE

Les drones HALE (High Altitude, Long Endurance) sont des drones ayant une autonomie de plusieurs jours pour certains et évoluant à plus de 20 000 mètres d'altitude. La figure I.1 représente le Hawk, construit par Northrop Grumman, et le RQ-170 Sentinel, développé par Lockheed Martin.



(a) *RQ-4B Global Hawk*



(b) *RQ-170 Sentinel*

*Figure I.1- Exemples de drones HAL*

### I.2.2. Les drones MALE

Les drones MALE (Medium Altitude, Long Endurance) ont une autonomie d'une trentaine d'heures et évoluent entre 5 000 et 15 000 mètres d'altitude. La Figure 1.2 présente les drones MQ-9 Reaper et MQ-1C Gray Eagle, tous les deux développés par General Atomics.



(a) *MQ-9 Reaper*



(b) *MQ-1C Gray Eagle*

*Figure I.2 - Exemples de drones MALE*

### I.2.3. Les drones TUAV

Les drones TUAV (Tactical Unmanned Aerial Vehicles) ont une autonomie d'une dizaine d'heures et évoluent à moins de 5 000 mètres d'altitude. La Figure I.3 présente les drones Hermes 450, construit par Elbit Systems, et RQ-7 Shadow, développé par AAI Corporation.



(a) *Hermes 450*



(b) *RQ-7 Shadow*

*Figure I.3 Exemples de drones TUAV*

#### **I.2.4. Les Mini UAV**

Ce type de drones a une autonomie de quelques heures et de dimensions de l'ordre du mètre. La Figure I.4 présente les drones Bayraktar, construit par Baykar Makina, et Hovereye, développé par Bertin Technologies.



(a) *Bayraktar*



(b) *Hovereye*

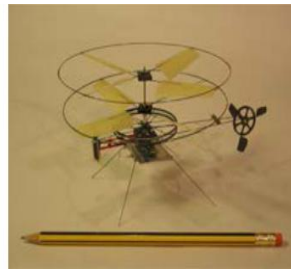
*Figure I.4 - Exemples de mini drones*

#### **I.2.5. Les Micro UAV**

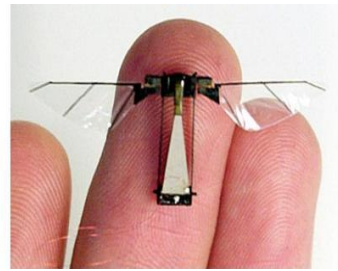
Les micro drones ont une autonomie d'une trentaine de minutes, une masse inférieure à 500 grammes et peuvent être contenu dans une sphère de 30 centimètres de diamètre. La Figure I.5 présente un bref aperçu de ce qui peut être fait en terme de miniaturisation des véhicules aériens, à savoir le drone Wasp, développé par AeroVironment, un drone de la gamme Proxflyer et un drone de type MFI (Micromechanical Flying Insect).



(a) Wasp



(b) Drone Proxyer



(c) Drone MFI

*Figure I.5 - Exemples de micro drones*

### **I.3. LES TECHNOLOGIES DE CAPTEURS POUR LA LOCALISATION DES DRONES**

Tous les capteurs utilisés dans le domaine de la robotique mobile fournissent des informations appartenant à l'une des deux grandes catégories d'informations : les informations proprioceptives et les informations extéroceptives.

Les informations proprioceptives renseignent sur le déplacement d'un véhicule dans l'espace. Elles sont obtenues par la mesure d'informations relatives aux mouvements de l'appareil par rapport à son état de référence. Elles constituent une source d'informations simples de manipulation ne dépendant pas des conditions environnementales dans lesquelles évolue l'engin. Elles sont donc d'une importance capitale pour la navigation autonome des drones. Cependant, la précision de ces informations se dégrade continuellement au cours du temps, les rendant inutilisables comme seules références à long terme. Il est alors indispensable de leur associer un système permettant de recalibrer périodiquement la position absolue du véhicule.

Les informations extéroceptives, quant à elles, renseignent sur la position absolue d'un véhicule dans l'environnement. Elles sont obtenues par l'observation de points de repère naturels ou artificiels dont la situation est connue dans un référentiel attaché à l'environnement.

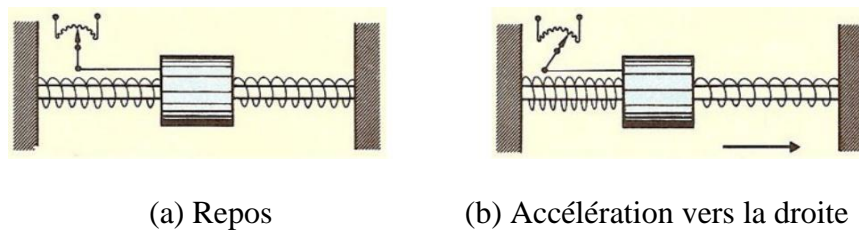
Ces informations sont indépendantes des déplacements du robot et pourront donc être acquises quelle que soit l'erreur accumulée par les données proprioceptives. De plus, la reconnaissance des amers n'est pas soumise à une erreur cumulative, ce qui rend les informations extéroceptives utilisables comme références à long terme.

### I.3.1. Les capteurs proprioceptifs

#### I.3.1.1. Les accéléromètres

Par définition, un accéléromètre est un capteur qui est fixé à un mobile ou à tout autre objet et permet de mesurer l'accélération linéaire de ce dernier selon un axe. Par conséquent, trois accéléromètres sont nécessaires pour déterminer les trois accélérations linéaires selon les trois axes orthogonaux de l'espace. Il est cependant important de noter que les accéléromètres ne permettent pas de dissocier l'accélération due au poids de celle due aux mouvements de l'objet. Ils fournissent alors une mesure de l'accélération projetée sur leur axe de sensibilité à laquelle il faut soustraire l'accélération de la pesanteur. De plus, bien que l'accélération linéaire soit définie en  $m.s^{-2}$ , d'après les unités du système international, la plupart des documentations sur ces capteurs expriment l'accélération en g (l'accélération causée par la gravitation terrestre, soit environ  $9.81 m.s^{-2}$ ).

La structure physique d'un accéléromètre consiste en une masse d'épreuve, c'est-à-dire un objet dont la masse et la forme sont précisément connues, suspendue par des ressorts à un cadre rigide. Au repos ou lorsque l'objet se déplace à vitesse constante, la masse demeure immobile comme le montre la Figure I.6(a). En revanche, lors de l'accélération ou du ralentissement de l'objet, la masse soumise à cette variation d'accélération et à la tension des ressorts tend à se déplacer. Ce déplacement est alors mesuré et l'accélération de l'objet en est déduite. Dans la Figure I.6 (b), l'objet subit une accélération vers la droite. Dans ce cas, le ressort situé à l'arrière est comprimé tandis que le ressort situé à l'avant est étiré.



**Figure I.6 -Principe physique d'un accéléromètre**

Il existe deux grandes familles d'accéléromètres : les accéléromètres à asservissement (boucle fermée) et les accéléromètres non asservis (boucle ouverte). Les premiers, plus chers, ont pour objectif de maintenir la masse d'épreuve à sa position d'équilibre quelle que soit l'accélération subie par l'objet. Pour y parvenir, une force de



rappel électromagnétique ou électrostatique est générée par un actionneur commandé en courant. Le courant nécessaire à la génération de la force de rappel est alors mesuré et donne la mesure de l'accélération.

Pour les accéléromètres non asservis, la mesure de l'accélération est donnée directement par le déplacement de la masse d'épreuve généré par les mouvements de l'objet. Dans ce cas, les capteurs utilisés sont généralement à effet piézoélectrique<sup>1</sup>, piézorésistif<sup>2</sup> ou capacitif<sup>3</sup>. En effet, leurs très faibles dimensions, leur très grande résistance aux chocs et leur coût réduit, caractéristiques rendues possible grâce à la technologie MEMS (Micro Electro Mechanical Systems), font de ces capteurs des candidats idéaux pour diverses applications. Cependant, leurs mesures ne sont pas encore suffisamment précises pour être utilisées seules en navigation.

### **I.3.1.2. Les gyroscopes**

Par définition, un gyroscope est un appareil qui est fixé à un mobile ou à tout autre objet et permet d'effectuer une mesure de la rotation absolue de ce dernier autour d'un axe. Par conséquent, trois gyroscopes sont nécessaires pour déterminer les trois rotations selon les trois axes orthogonaux de l'espace. Le fonctionnement de ces capteurs repose sur des effets mécanique, piézoélectrique ou encore optique.

Les gyroscopes à éléments rotatifs (voir Figure I.7(a)) exploitent le principe de la conservation du moment angulaire, ou effet gyroscopique, afin de mesurer l'orientation absolue d'un objet. La notion d'effet gyroscopique se matérialise en observant une simple toupie en rotation. Tant que la toupie est en rotation, elle reste parfaitement droite, en équilibre autour de son axe de rotation, et tend à résister aux changements d'inclinaison du support sur lequel elle est fixée. Cette variation de résistance est alors proportionnelle à l'inclinaison du support et donc à l'orientation de l'objet.

Les gyroscopes à oscillateur piézoélectrique (voir Figure I.7 (b)) sont équipés d'une multitude d'éléments vibrants émettant des signaux sinusoïdaux. Lorsque l'objet est au repos, ces signaux sont identiques et d'amplitude constante. En revanche, lorsque l'objet est animé d'un mouvement de rotation, il apparaît entre les signaux une différence d'amplitude proportionnelle à la vitesse de rotation. Cette variation d'amplitude est induite par la force de Coriolis.

---

<sup>1</sup>*Génération d'une variation de courant électrique proportionnelle à l'accélération.*

<sup>2</sup>*Génération d'une variation de résistivité proportionnelle à l'accélération.*

<sup>3</sup>*Génération d'une variation de capacité proportionnelle à l'accélération.*

Les gyroscopes à fibre optique (voir Figure 1.7(c)), plus chers, reposent sur l'asymétrie de la vitesse relative de signaux lumineux parcourant en sens inverse la circonférence d'un disque en rotation (effet Sagnac). Leur fonctionnement est basé sur deux faisceaux de lumière laser d'intensité équivalente, obtenus grâce à un séparateur, parcourant en sens opposé une bobine de fibre optique. Lorsque cet enroulement est soumis à un mouvement de rotation, les signaux lumineux le parcourant subissent des accélérations opposées. Le faisceau parcourant la fibre dans le sens de la rotation a alors un temps de propagation supérieur à celui qui la parcourt dans le sens inverse. Un détecteur photosensible mesure alors le déphasage entre les deux signaux permettant l'évaluation de la vitesse de rotation de l'objet. La sensibilité de ce gyroscope est proportionnelle à la longueur de la fibre optique utilisée. Sachant qu'il est dorénavant possible de réaliser des enroulements compacts de fibres optiques de plusieurs centaines de mètres, ses performances s'en retrouvent accrues.

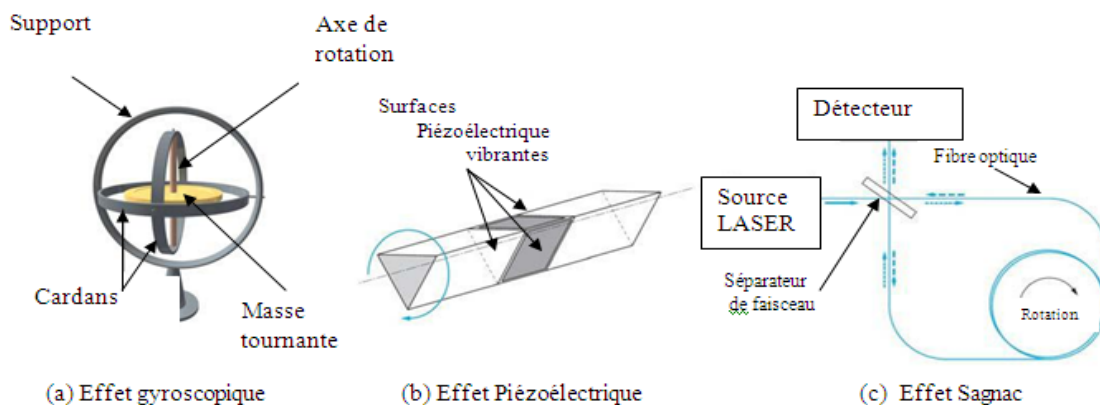


Figure 1.7- Exemples de gyroscopes

Les informations issues des accéléromètres et des gyroscopes sont donc essentielles pour la navigation autonome des véhicules aériens. Pourtant, la précision de ces informations se détériorent au 1 du temps, les rendant inexploitable pour de longues durées de vol. Cette dégradation continue provient des bruits et surtout des biais de mesure dont souffrent tous les capteurs. Ces éléments, via le processus d'intégration temporelle dont l'objectif est d'estimer le déplacement et l'orientation, conduisent inévitablement à une déviation croissante des mesures. Il est alors impératif de tenir compte de cette dérive des mesures au cours du temps et d'effectuer régulièrement des recalages absolus grâce à des mesures extéroceptives.

## I.3.2. Les capteurs extéroceptifs

### I.3.2.1. Les systèmes de positionnement par satellites

Un système de positionnement par satellites permet de déterminer, grâce à des signaux émis par une constellation de satellites prévue à cet effet, la position absolue d'un objet sur Terre. Cette position est donnée en termes de latitude, de longitude et d'altitude, avec une précision d'une dizaine de mètres pour les systèmes standards, et peut donc être représentée physiquement sur une carte. C'est pourquoi ils sont principalement utilisés pour localiser des véhicules, des navires, des avions, des missiles et même des satellites évoluant en orbite basse.

Le système de positionnement par satellites le plus connu et le plus répandu est certainement le système GPS (Global Positioning System) qui est développé et contrôlé par les Etats-Unis d'Amérique. Il est composé de trois parties distinctes, appelées segments : le segment spatial, le segment de commande et le segment utilisateur. Le segment spatial est constitué d'un ensemble de 24 satellites tournant autour de la Terre à une altitude de 20 000 kilomètres et répartis sur six plans orbitaux (voir Figure I.8). Ce maillage est conçu de manière à ce qu'il y ait toujours au moins quatre satellites détectables par les navigateurs GPS. Le segment de commande est formé de plusieurs stations au sol dont l'objectif est de piloter et de surveiller le système. Leur rôle est de mettre à jour les informations transmises par les satellites et de contrôler leur bon fonctionnement. Enfin, le segment utilisateur réunit l'ensemble des usagers, civils ou militaires, recevant et exploitant les signaux émis par les satellites.



(a) La constellation GPS



(b) Un satellite GPS



(c) Un autre satellite GPS

**Figure I.8- Le système GPS**

Afin de déterminer la position absolue d'un récepteur, chaque satellite transmet en continu un signal contenant sa position et l'instant exact d'émission déterminé par une horloge atomique embarquée à son bord. En utilisant son horloge interne, le récepteur

détermine le temps de propagation du signal et, sachant que le signal se déplace à la vitesse de la lumière, détermine la distance entre le satellite et lui-même. Chaque mesure de distance place alors le récepteur sur une sphère centrée sur le satellite qui a émis le signal. En utilisant au moins trois satellites émetteurs, la position absolue du récepteur est donnée par l'intersection des trois sphères. Ce principe relativement simple est cependant contrarié par la difficulté à synchroniser l'horloge du récepteur avec celle du satellite. Un décalage d'une microseconde engendrant une erreur de plus de 300 mètres. Pour remédier à ce problème de non-synchronisation des horloges, un quatrième satellite vient compléter le processus de mesure.

Les erreurs les plus importantes dans le positionnement absolu d'un objet sont dues à la différence de vitesse de propagation des signaux dans les différentes couches de l'atmosphère et à leur réverbération. Pour atténuer ces erreurs, une méthode de positionnement relatif à été mis en place : le DGPS (Differential Global Positioning System). Ce système, utilisé par le service EGNOS (European Geostationary Navigation Overlay Service), est bâti sur un ensemble de stations fixes, dont la position est connue exactement, recevant les mêmes signaux que les récepteurs présents dans leur zone d'action. Il détermine alors en permanence l'erreur locale de positionnement en comparant la position calculée avec la position réelle de chaque station. Cette information est ensuite transmise aux différents récepteurs par radiodiffusion ou par satellite.

### **I.3.2.2. Les altimètres barométriques**

Un altimètre barométrique est un instrument de mesure pouvant déterminer la hauteur à laquelle il se trouve par rapport à un niveau de référence, généralement le niveau de la mer. En réalité, il mesure la différence de pression atmosphérique entre son niveau actuel et celui de référence en se basant ainsi sur le fait que la pression atmosphérique diminue lorsque l'altitude augmente.

De nos jours, plusieurs types de baromètres peuvent être utilisés, notamment le baromètre à mercure, le baromètre à eau ou le baromètre à gaz. Le plus répandu reste cependant le baromètre anéroïde dont le composant principal est une capsule, en acier ou en béryllium, où le vide a été réalisé. Sous l'effet de la pression atmosphérique, cette capsule, dite capsule de Vidi, se déforme de façon élastique permettant alors la mesure de la pression. Le baromètre anéroïde est toutefois moins précis que le baromètre à mercure mais il permet de développer des instruments compacts, plus robustes et facilement transportables surtout en aéronautique.

La mesure indiquée par un baromètre est donc fortement liée aux conditions météorologiques de l'environnement dans lequel il évolue. Ainsi, un simple changement de pression (anticyclone ou dépression) ou une faible variation de température peuvent engendrer de larges incertitudes de mesure. De plus, il est important de savoir qu'un altimètre barométrique est étalonné pour des conditions atmosphériques, dites normales, de 15 degrés Celsius à 1013 hectopascals. Si ces conditions environnementales ne sont pas réalisées, ce qui est généralement le cas, les estimations d'altitude sont faussées. Par conséquent, il est fortement recommandé d'utiliser ces instruments, surtout ceux basés sur la technologie MEMS, pour des applications en atmosphère maîtrisée plutôt qu'en extérieur.

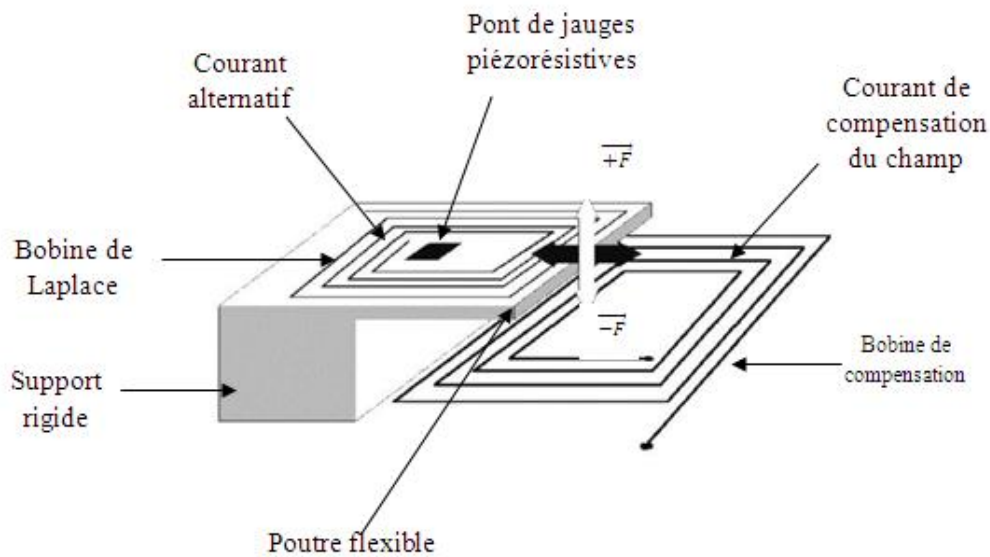
### **I.3.2.3. Les compas**

Un compas est un instrument de navigation qui donne une direction de référence (généralement le nord) sur le plan horizontal et permet ainsi la mesure d'angles horizontaux par rapport à cette direction. Il est gradué de 0 degré (la référence) à 359 degrés dans le sens rétrograde, c'est-à-dire le sens des aiguilles d'une montre.

Plusieurs technologies de compas existent comme les compas magnétiques, aussi appelés magnétomètres, qui indiquent la direction du nord magnétique. Tout comme la boussole, leur fonctionnement repose sur l'orientation d'une aiguille aimantée dans le champ magnétique terrestre. Ce phénomène naturel ne nécessite aucune source d'énergie et permet donc aux compas magnétiques de ne pas tomber en panne. Néanmoins, la direction du nord magnétique ne coïncide pas avec la direction du nord géographique, c'est le phénomène de déclinaison magnétique. Cette déclinaison doit alors être compensée en permanence pour que le compas délivre une mesure absolue du cap par rapport à la direction du nord géographique. La principale lacune de ces capteurs est leur grande sensibilité aux masses magnétiques environnantes, ainsi qu'aux champs magnétiques parasites. Cette sensibilité peut cependant être diminuée, voire éliminée, en qualifiant et en quantifiant de manière statique les différents écarts de mesure liés à ces éléments magnétiques.

Les compas électroniques, quant à eux, déterminent la direction du nord magnétique à partir des propriétés électroniques de certains matériaux lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique. Les principales technologies utilisées dans ce type d'instrument sont le flux gate, l'effet Hall, la magnéto induction et la magnéto résistivité.

Le principe de fonctionnement d'un compas électronique magnéto résistif est présenté dans la Figure I.9.



**Figure I.9 - Principe physique d'un compas électronique magnéto-résistif**

Un tel capteur est constitué d'une poutre flexible encastrée dans un support rigide sur laquelle on a construit un pont de jauges piézorésistives. En présence d'un champ magnétique  $\vec{B}$ , une force magnétique  $\vec{F}$ , appelée la force de Laplace, s'exerce sur la poutre entraînant sa déformation mécanique dont l'amplitude est mesurée par les jauges. Une bobine auxiliaire, appelée bobine de compensation, permet par le pilotage du courant qui la parcourt de neutraliser un champ parasite éventuel ou un effet d'offset qui s'appliquerait au niveau du pont de jauges. Ce dispositif, d'un encombrement très réduit, permet de mesurer un champ magnétique avec une très grande précision.

Les compas gyroscopiques, basés sur l'effet gyroscopique, s'affranchissent de ces difficultés dues aux phénomènes magnétiques. La direction du nord est alors indiquée par l'axe de rotation de la toupie du compas qui est aligné sur l'axe des pôles. Cependant, il demeure toujours une erreur angulaire entre la direction du nord géographique et la direction donnée par le compas, c'est la variation gyroscopique. Cette variation est généralement faible, de l'ordre du degré, et peut se mesurer en observant la position de points de référence (astres, amers ...). L'inconvénient de ces capteurs est qu'ils nécessitent un entretien régulier et qu'ils dépendent d'une source d'alimentation électrique, les rendant sensibles aux pannes de courant. Dans ce cas, le temps de stabilisation après une remise en

service est très long, de l'ordre de quelques heures. De plus, ces instruments ne sont pas suffisamment miniaturisés pour pouvoir être embarqués sur des drones de petite taille.

La dernière catégorie de compas rassemble les compas dits satellitaires. Ces systèmes se composent de deux antennes placées dans l'axe longitudinal du véhicule et regroupées dans un radôme, d'un récepteur GPS pour chaque antenne ainsi que d'un calculateur traitant les informations issues des deux récepteurs. Les compas satellitaires exploitent alors la différence des signaux reçus par les deux antennes pour déterminer avec une très grande précision, de l'ordre du dixième de degré, la direction du segment liant les deux antennes. Ces instruments ont l'avantage de ne pas être influencés par les champs magnétiques et, contrairement aux compas magnétiques et gyroscopiques, de ne pas nécessiter de compensation de mesure. De plus, ils sont totalement opérationnels dans les minutes suivant leur mise en service. Toutefois, ces appareils restent dépendants de la couverture du système de positionnement par satellite, et comme tout appareil électronique, ils présentent le risque de ne plus fonctionner en cas d'avarie électrique. Actuellement, la taille des radômes, pouvant aller jusqu'à un mètre, ne permet pas d'utiliser les compas satellitaires pour des drones de petite taille.

#### **I.3.2.4. Les caméras**

La caméra est certainement le capteur le plus polyvalent pour la restitution d'informations concernant un objet et son environnement. Elle permet en effet d'obtenir des renseignements fiables sur la position et l'orientation de l'objet par rapport à une cible à observer. Cet outil possède néanmoins de nombreuses lacunes dont les ressources nécessaires pour le traitement d'image et la sensibilité à la lumière de l'information visuelle ciblée. Cette dernière limitation peut néanmoins être atténuée par des systèmes de vision nocturne ou thermique. Pour des applications sur des véhicules aériens autonomes, ces informations peuvent être utilisées en lieu et place des mesures issues du système de positionnement par satellites.

Il existe plusieurs stratégies pour tirer parti des informations visuelles issues de ces capteurs. Une première application, basée sur une approche biomimétique, utilise une seule caméra pour déterminer le flux optique, c'est-à-dire le déplacement apparent d'un objet causé par le mouvement relatif entre la caméra et l'environnement. Cette technique peut alors être utilisée pour le décollage, la navigation, la stabilisation du vol ou l'atterrissage, problèmes sur lesquels la robotique contemporaine bute encore. La seconde stratégie consiste à utiliser plusieurs caméras et la cartographie des données visuelles qui

en provient. Par exemple, une paire de caméras va fonctionner de la même façon que les yeux humains pour l'estimation de la position et de l'orientation en trois dimensions d'un objet dans l'espace. Il est important de remarquer que la précision de cette estimation de pose est proportionnelle à la distance entre les deux caméras, ce qui est un problème majeur pour les drones de petite taille.

#### **I.3.2.5. Les centrales inertielles**

Les centrales inertielles, ou IMU (Inertial Measurement Unit), sont des systèmes de navigation composés de trois accéléromètres et de trois gyroscopes permettant de mesurer l'accélération non gravitationnelle d'un véhicule ainsi que sa vitesse de rotation. Par intégration de ces six mesures, ces instruments sont théoriquement capables de déterminer la vitesse linéaire, la position et l'orientation d'un mobile, relativement à une situation initiale. La plupart des véhicules terrestres, marins et aériens en sont donc équipés en complément du système de positionnement par satellites. Deux architectures de centrales inertielles existent dans la littérature : les centrales à plateforme stabilisée, ou INS (Inertial Navigation System), et les centrales à plateforme liée, ou IRS (Inertial Reference System). Dans les centrales à plateforme stabilisée, les accéléromètres sont asservis en position par les gyroscopes, ce qui permet de les maintenir alignés avec les axes orthogonaux de l'espace. En revanche, dans les centrales à plateforme liée, les accéléromètres sont fixes par rapport au véhicule, les informations obtenues avec les gyroscopes permettent alors d'effectuer un changement de repères.

En pratique, ce fonctionnement théorique est altéré par des défauts qui affectent les mesures des accélérations et des rotations (bruits, biais, facteurs d'échelle, non linéarités ...). Ces défauts engendrent alors des dérives temporelles au niveau des estimations de la position, de la vitesse et de l'orientation du véhicule. Pour un avion de ligne équipé avec une telle centrale, la dérive de l'estimation de position est typiquement de deux kilomètres par heure. Il est toutefois possible d'obtenir une meilleure précision de mesure. La première technique consiste à mettre en œuvre des accéléromètres et des gyroscopes dont les erreurs n'excèdent pas quelques micro  $g$  et quelques centièmes de degré par heure, respectivement. De plus, les mesures doivent être faites à une cadence de plusieurs centaines de hertz.

La seconde solution repose sur l'utilisation d'algorithmes hybrides combinant les informations issues des capteurs proprioceptifs avec celles provenant de capteurs extéroceptifs. L'algorithme de fusion de données le plus répandu dans les systèmes



aéronautiques et spatiaux est certainement le filtre de Kalman. Ce filtre permet en effet, à partir de mesures données par un système de positionnement par satellites, de déterminer la position, la vitesse et l'orientation d'un véhicule ainsi que les biais des accéléromètres et des gyroscopes. Cette méthode assure donc à tout moment la conservation d'une bonne connaissance de l'état du véhicule.

## 1.4. LES EQUATIONS DE MOUVEMENT

Les données obtenues par les capteurs cités ci-dessus sont exprimés dans de différents repères. La transformation entre ces derniers est nécessaire pour rendre les équations plus valables.

### 1.4.1. Les repères

Pour décrire la position et l'orientation d'un véhicule sous-actionné, nous avons besoin de deux repères définis ci-dessous.

#### 1.4.1.1. Repère inertiel (ECI) $\{I\}$

Le repère inertiel est un système dans lequel les lois de Newton sont valables. Dans un tel système, un corps au repos ou en mouvement rectiligne uniforme restera dans cet état tant qu'aucune force ne lui soit appliquée.

Le repère ECI (Earth Centred Inertial) est défini par :

- Origine : le centre de la terre
- Axe z : parallèle à l'axe moyen de rotation de la terre
- Axe x : pointant dans une direction fixe (étoile)
- Axe y : complète le trièdre

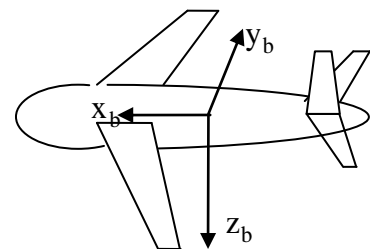
Un point sera représenté par les coordonnées  $[x_i, y_i, z_i]^T$

#### 1.4.1.2. Repère mobile (body) $\{B\}$

le repère mobile est un repère lié au véhicule. Il est défini par :

- Origine : le centre de gravité du véhicule
- Axe z : axe de lacet dirigé vers le bas
- Axe x : axe de roulis dirigé vers l'avant
- Axe y : axe de tangage dirigé vers la droite

Un point sera représenté par les coordonnées  $[x_b, y_b, z_b]^T$



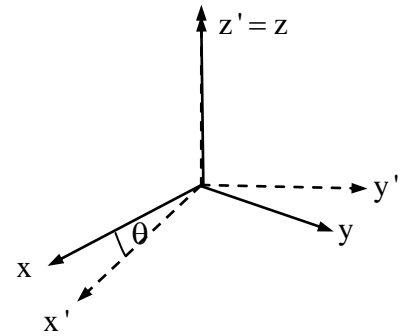
### 1.4.1.3. Représentation d'attitude

Il existe différentes méthodes pour représenter l'orientation d'un repère par rapport à un autre.

- **Matrice des cosinus directeurs DCM**

Ses colonnes sont les projections (cosinus) des vecteurs unitaires de la base a de départ dans la base b d'arrivée. C'est une matrice unitaire orthonormale donnée par :

$$C_a^b = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{x'x}) & \cos(\theta_{x'y}) & \cos(\theta_{x'z}) \\ \cos(\theta_{y'x}) & \cos(\theta_{y'y}) & \cos(\theta_{y'z}) \\ \cos(\theta_{z'x}) & \cos(\theta_{z'y}) & \cos(\theta_{z'z}) \end{bmatrix}$$



La matrice de rotation respecte les propriétés suivantes :

- son déterminant est toujours :  $\det[C_a^b] = 1$
- elle est orthogonale ç-à-d :  $[C_a^b]^T C_a^b = I \Rightarrow [C_a^b]^{-1} = [C_a^b]^T = C_b^a$
- la norme de chacune de ses colonnes est unitaire

si  $C_a^b = [c_1 \ c_2 \ c_3]$  alors  $\|c_1\| = \|c_2\| = \|c_3\| = 1$

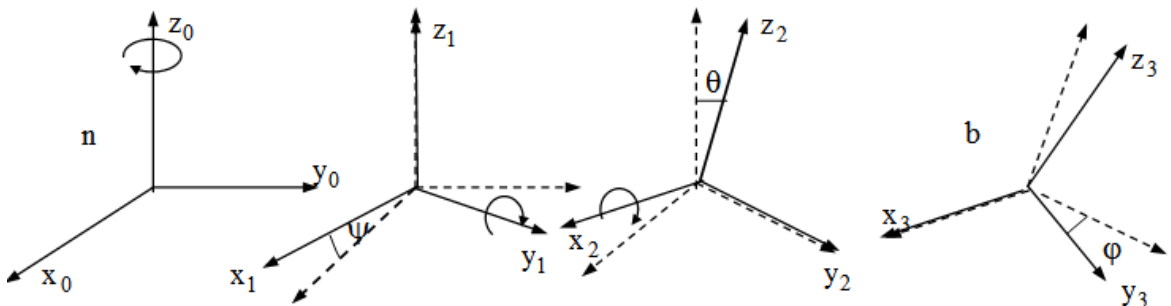
$$\vec{v}^b = C_a^b \vec{v}^a \quad \vec{v}^a = C_b^a \vec{v}^b$$

$$v^b = C_a^b v^a \quad \text{et} \quad v^c = C_b^c v^b \Rightarrow v^c = C_b^c C_a^b v^a \Rightarrow C_a^c = C_b^c C_a^b$$

- **Angles d'Euler**

On utilise les angles d'Euler pour décrire l'orientation d'un repère par rapport à un autre. En aéronautique, pour représenter l'orientation du repère lié à l'avion et la terre, on utilise  $\phi$  (roulis),  $\theta$  (tangage) et  $\psi$  (lacet ou cap).

Pour superposer les deux repères, on a besoin de trois rotations successives. Il y a 12 possibilités. En aéronautique, on utilise la combinaison ZYX :



$$C_1 = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} C_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

$$C_n^b = C_3 C_2 C_1 = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ -c\varphi s\psi + s\varphi s\theta c\psi & c\varphi c\psi + s\varphi s\theta s\psi & s\varphi c\theta \\ s\varphi s\psi + c\varphi s\theta c\psi & -s\varphi c\psi + c\varphi s\theta s\psi & c\varphi c\theta \end{bmatrix}$$

$$\text{On a } C_b^n = C_1(-\psi)C_2(-\theta)C_3(-\varphi) = [C_n^b]^T$$

On peut obtenir ces angles à partir de la matrice de rotation comme suit :

$$\varphi = \text{Arctg} \left( \frac{C_n^b(2,3)}{C_n^b(3,3)} \right) \quad \theta = \text{Arcsin} \left( -C_n^b(1,3) \right) \quad \psi = \text{Arctg} \left( \frac{C_n^b(1,2)}{C_n^b(1,1)} \right) \quad \varphi, \theta \text{ et } \psi \neq 90^\circ$$

### • Quaternions

Euler a montré que les combinaisons de rotations, aussi complexes soient elles pouvaient s'obtenir au moyen d'une rotation unique mettant en jeu un axe unique  $\vec{u}$  et un angle de rotation  $\alpha$  autour de cet axe.

C'est le principe des quaternions (Hamilton). Une rotation quelconque sera représentée par le quaternion  $q = (\alpha, \vec{u})$  Où  $u$  est un vecteur unitaire et donc on a :

$$q = \alpha + u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k}$$

Correspondant à :

$$q = [a, b, c, d]^T = \left[ \frac{\cos \alpha}{2}, \frac{\sin \alpha}{2} u_x, \frac{\sin \alpha}{2} u_y, \frac{\sin \alpha}{2} u_z \right]^T$$

Le quaternion inverse est donné par :  $q^{-1} = q^* = [a, -b, -c, -d]$

La seule contrainte sur le quaternion est que :

$$|q| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2} = 1$$

– Le produit de deux quaternions est donné par :

$$qq' = \begin{bmatrix} a & -b & -c & -d \\ b & a & -d & c \\ c & d & a & -b \\ d & -c & b & a \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a' \\ b' \\ c' \\ d' \end{bmatrix}$$

– La composition d'une rotation  $q_1$  suivie de  $q_2$  :  $q = q_2 q_1$

– Le changement de coordonnées avec les quaternions s'effectue de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\bar{r}^b &= qvq^* \quad \text{avec } v = [0, \bar{r}^a]^T \\ &= C_a^b \bar{r}^a\end{aligned}$$

avec

$$C_n^b = \begin{bmatrix} a^2 + b^2 - c^2 - d^2 & 2(bc+ad) & 2(bd-ac) \\ 2(bc-ad) & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 & 2(cd+ab) \\ 2(bd+ac) & 2(cd-ab) & a^2 - b^2 - c^2 + d^2 \end{bmatrix}$$

– La relation qui relie le quaternion aux angles d'Euler est donnée par :

$$q = \begin{bmatrix} c_{\varphi/2}c_{\theta/2}c_{\psi/2} + s_{\varphi/2}s_{\theta/2}s_{\psi/2} \\ s_{\varphi/2}c_{\theta/2}c_{\psi/2} - c_{\varphi/2}s_{\theta/2}s_{\psi/2} \\ c_{\varphi/2}s_{\theta/2}c_{\psi/2} + s_{\varphi/2}c_{\theta/2}s_{\psi/2} \\ c_{\varphi/2}c_{\theta/2}s_{\psi/2} + s_{\varphi/2}s_{\theta/2}c_{\psi/2} \end{bmatrix}$$

#### 1.4.1.4. Dérivées des matrices de passage

- **Définition de la matrice antisymétrique (skew matrix)**

Le produit vectoriel  $\bar{u} \times \bar{v} = (u_2v_3 - u_3v_2, u_3v_1 - u_1v_3, u_1v_2 - u_2v_1)^T$  peut s'écrire :

$$\bar{u} \times \bar{v} = \begin{bmatrix} 0 & -u_3 & u_2 \\ u_3 & 0 & -u_1 \\ u_2 & u_1 & 0 \end{bmatrix} \bar{v} = S_{\bar{u}} \bar{v}$$

et  $S_{\bar{u}}$  est appelé la matrice antisymétrique.

- **Dérivée de la matrice DCM**

Soit  $C_a^b$ , la matrice de passage du repère a au repère b et  $\omega_{ba}^a = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$  la vitesse de rotation de a par rapport à b. Alors, on a :

$$\dot{C}_a^b = C_a^b \omega_{ba}^a \times = C_a^b \Omega_{ba}^a = \Omega_{ba}^b C_a^b$$

$$\text{où } \Omega_{ba}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \text{ est la matrice antisymétrique du vecteur } \omega.$$

Le changement de repères se fait comme suit :  $\Omega_{ba}^d = C_c^d \Omega_{ba}^c C_d^c$

- **Dérivée d'un quaternion**

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \Omega_q q \quad \text{avec} \quad \Omega_q = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 \\ \omega_1 & 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_3 & \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix}$$

### 1.4.2. Les équations de mouvement

Considérons un UAV comme un corps rigide sujet à des forces et des moment externes .  $\{I\}$  est le repère inertiel et  $\{B\}$  est le repère mobile, ou body, lié au véhicule dont l'origine est le centre de gravité de ce dernier. La configuration  $(R, p)$  du véhicule est un élément du groupe euclidien spécial  $SE(3) := SO(3) \times \mathbb{R}^3$  d'où  $R \in SO(3) := \{R \in \mathbb{R}^{3 \times 3} : R\dot{R} = I_3, \det(R) = +1\}$  est la matrice de rotation du véhicule du repère mobile au repère inertiel,  $p \in \mathbb{R}^3$  est l'origine du repère  $\{B\}$  exprimé en  $\{I\}$ . Posons  $S: \mathbb{R}^3 \rightarrow so(3) := \{M \in \mathbb{R}^{3 \times 3} : \dot{M} = -M\}$  est l'assignation à un vecteur  $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$  à la matrice antisymétrique de dimensions  $3 \times 3$

$$S(x) = \begin{bmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Notant les vitesses linéaires et angulaires du véhicule dans le repère mobile  $\{B\}$  exprimées dans le repère inertiel  $\{I\}$  où  $v \in \mathbb{R}^3$  et  $\omega \in \mathbb{R}^3$ . En appliquant les relations cinématiques respectivement:

$$\dot{p} = Rv \quad \text{Eq (I-1a)}$$

$$\dot{R} = RS(\omega) \quad \text{Eq (I-1b)}$$

Les équations dynamiques du modèle du véhicule sous actionné sont comme suit :

$$M\dot{v} = -S(\omega)Mv + f_v(v, \omega, R) + g_1u_1 \quad \text{Eq (I-2a)}$$

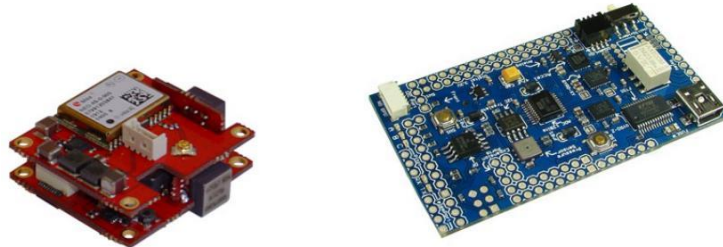
$$J\dot{\omega} = -S(v)Mv - S(\omega)J\omega + f_\omega(v, \omega, R) + G_2u_2 \quad \text{Eq (I-2b)}$$

où:

- $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  et  $J \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  sont des matrices symétriques positives et constantes de masse et d'inertie respectivement.
- $u_1 \in \mathbb{R}$ ,  $u_2 \in \mathbb{R}^3$  sont les entrées de control, qui agissent sur le système par un vecteur constant différent de zéro  $g_1 \in \mathbb{R}^3$  et une matrice singulière constante  $G_2 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ .
- $f_v(v, \omega, R)$ ,  $f_\omega(v, \omega, R)$  sont respectivement l'ensemble des forces et des moments restants qui agissent sur le véhicules sous actionné.

## 1.5. LES ARCHITECTURES DE COMMANDE DES DRONES

Les différents capteurs et algorithmes de fusion de données présentés dans cette section représentent les organes sensoriels du véhicule lui permettant de se localiser dans l'environnement. Tous ces éléments sont alors placés sur des circuits imprimés qui, au final, ressemblent à ceux présentés dans la Figure I.10.



*Figure I.10 - Exemple de centrales inertielles*

Il s'agit maintenant de concevoir l'intelligence du drone, c'est-à-dire la partie qui va lui permettre d'utiliser les informations des centrales inertielles pour réaliser des missions spécifiques. C'est cet aspect qui est à présent abordé dans cette partie en faisant un tour d'horizon des différentes méthodes de commande permettant à un véhicule de naviguer de façon autonome.

Les drones possèdent quelques caractéristiques spécifiques qui rendent difficile la conception d'algorithmes de commande. En effet, ces appareils, sont des systèmes sous-actionnés, sensibles aux perturbations aérodynamiques et dont la dynamique est fortement non linéaire. Le développement des stratégies de commande des véhicules aériens autonomes a fait l'objet de plusieurs centaines, voire plusieurs milliers de publications au cours des dernières décennies. Par conséquent, un examen complet de la littérature à ce sujet serait une tâche monumentale en soi. Cette section est destinée à présenter les architectures de commande les plus employées dans les applications de robotique aérienne.

### 1.5.1. Les méthodes pour le guidage et le pilotage

L'enjeu de la fonction de guidage est de définir les signaux de commande à envoyer aux différents actionneurs pour permettre à un véhicule d'adopter un comportement désiré. La fonction de pilotage sert quant à elle à concrétiser, via les actionneurs, les consignes exprimées par le guidage pour stabiliser l'appareil. Ces deux fonctions se placent donc entre l'humain et le système en interprétant à la fois les

consignes issues d'un utilisateur et les informations issues des différents capteurs dans le but de garantir un comportement en boucle fermée performant.

De manière générale, les différentes stratégies de commande sont classées comme étant linéaires ou non linéaires. Cette classification repose sur la représentation mathématique du véhicule qui est utilisée par la synthèse du système de commande [14]. Les commandes dites linéaires sont très populaires car leur conception et leur exécution sont relativement simples, ce qui fait qu'elles ont été intégrées sur la majorité des véhicules aériens autonomes. A l'inverse, l'implémentation des commandes dites non linéaires sur les drones est assez limitée mais elles sont très appréciées pour leur contribution théorique.

#### **1.5.1.1 Approches linéaires**

Dans le cadre de la théorie des systèmes linéaires, la synthèse de la commande est basée sur une approximation linéaire du modèle dynamique du véhicule. Cette approche permet de découpler cette dynamique en quatre boucles de type SISO (Single Input - Single Output) associée à une seule entrée de commande. Généralement, les quatre boucles décrivent la position ou la vitesse longitudinale du drone, sa position ou sa vitesse latérale, sa position ou sa vitesse verticale et son orientation autour de son axe vertical. De plus, il est habituellement fait l'hypothèse que les vitesses de translation et d'orientation sont faibles, ce qui permet de négliger les phénomènes aérodynamiques indésirables. Chaque boucle de régulation est alors conçue en utilisant des outils classiques de la théorie de la commande. L'approche linéaire facilite l'étude de la stabilité de chaque boucle dans le sens où il existe certains indicateurs comme la marge de gain et la marge de phase. Ces marges déterminent la quantité admissible de gain et de phase pouvant être injectée par la commande tout en conservant la stabilité de la boucle. Plusieurs architectures de commande linéaire sont maintenant présentées.

##### **a. La commande par PID**

La stratégie de commande par PID (Proportionnel - Intégral - Dérivé) est certainement l'approche la plus intuitive et la plus simple à embarquer sur un processeur. Elle permet de comprendre facilement le rôle physique de chacun des termes de la commande ce qui permet de régler les gains en conséquence.

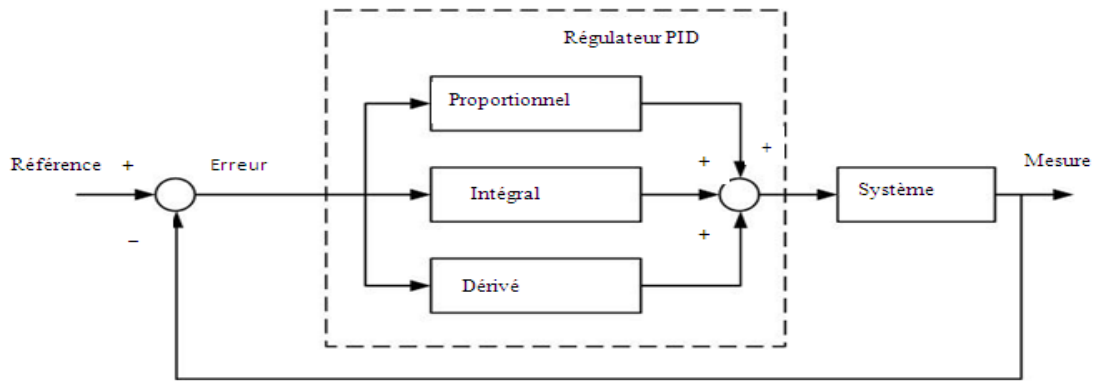


Figure I.11 - Principe de la commande par PID

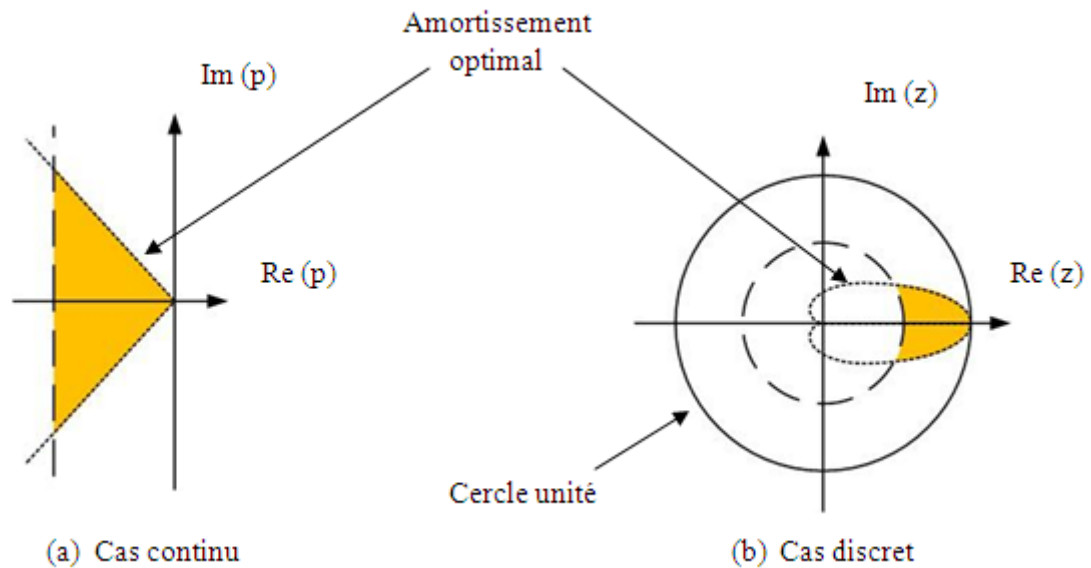
Comme le montre la Figure I.11, cette structure délivre un signal de commande à partir de l'erreur existante entre la référence et la mesure de son intégrale et de sa dérivée. Bien que l'analyse d'un système piloté avec un régulateur PID soit simple, sa conception peut être difficile car il n'existe pas de méthode unique pour déterminer les gains intervenant dans le processus. Il est alors nécessaire de trouver des compromis entre la durée du régime transitoire, le dépassement, l'erreur statique, la stabilité et la robustesse. Les méthodes de réglage les plus utilisées en théorie sont la méthode de Ziegler-Nichols, la méthode de Naslin (polynômes normaux à amortissement réglable) et la méthode du lieu de Nyquist inverse. En pratique, la méthode de Broïda et celle par approches successives sont les plus répandues.

L'architecture de la commande par PID pour le cas spécifique des drones est constituée de plusieurs régulateurs installés en cascade. En fonction des références en position, un premier PID génère les consignes en orientation permettant la stabilisation et les déplacements horizontaux. Le suivi de ces consignes en roulis, en tangage et en lacet sont alors à la charge d'un second PID. Enfin, un troisième PID s'occupe de définir la poussée pour garantir les déplacements verticaux.

### **b. La commande par placement de pôles**

La commande par placement de pôles est une méthode qui consiste à déterminer une matrice de gains qui place les valeurs propres du système en boucle fermée en des positions prédéfinies.





**Figure I.12- Zone idéale de placement des pôles de la boucle fermée**

L'objectif de cette approche est de garantir un comportement convenable du système en boucle fermée par un choix pertinent de ses valeurs propres. En effet, la position de ces dernières est étroitement liée au comportement temporel et fréquentiel du système, notamment en termes de stabilité et de performances. Ainsi, pour que la commande assure la stabilité du système en boucle fermée, les valeurs propres doivent impérativement être choisies avec une partie réelle strictement négative. Cependant, cette partie réelle ne doit pas être trop négative sinon le système sera doté d'une large bande passante ce qui induira une amplification des bruits de mesure. Les valeurs propres du système en boucle fermée ne doivent pas être loin de celles du système en boucle ouverte non plus sinon les besoins en commande seront très élevés. Enfin, pour que la commande soit physiquement réalisable, les valeurs propres doivent être choisies réelles ou complexes conjuguées deux à deux. En outre, il est impératif que la totalité du vecteur d'état soit accessible à la mesure. C'est cette architecture de commande qui a été sélectionnée pour le pilotage d'un hélicoptère, d'un quadrotor et d'un drone à voilure fixe, respectivement. Il est intéressant de remarquer que, pour les systèmes mono variables, le choix des valeurs propres fixe de manière unique les gains de la matrice de commande. En revanche, pour les systèmes multi-variables, la structure de cette matrice n'est pas unique et certaines solutions peuvent altérer les caractéristiques de la commande notamment en termes de robustesse. Une possibilité est alors de déterminer une solution de façon optimale en utilisant les outils de la théorie de la commande linéaire quadratique.

### **c. La commande linéaire quadratique**

La commande linéaire quadratique, dite commande LQ, est une méthode de synthèse qui permet de déterminer la commande optimale d'un système qui minimise (ou maximise) un critère de performance. Ce critère de performance est quadratique en l'état du système et en sa commande. La conception d'une telle commande consiste donc à choisir habilement des matrices de pondérations intervenant dans le critère de manière à obtenir le comportement souhaité du système en boucle fermée. Une fois les matrices de pondération déterminées, les gains optimaux s'obtiennent en résolvant une équation algébrique de Riccati. L'avantage de la commande linéaire quadratique est qu'elle possède intrinsèquement de très bonnes propriétés de robustesse. Toutefois, une telle stabilité n'est assurée que dans l'hypothèse où le modèle est parfaitement connu, où la totalité de l'état est disponible et où les signaux ne sont pas bruités. Cette approche a tout de même été implémentée avec succès sur plusieurs plateformes expérimentales comme les hélicoptères et les drones à rotors coaxiaux.

### **d. La commande $H_\infty$**

L'approche  $H_\infty$  est certainement la structure de commande qui a été la plus appliquée pour le pilotage des véhicules aériens autonomes. En effet, ses performances sont supérieures à celles obtenues avec la commande LQG car elle intègre des éléments de robustesse directement dans sa synthèse. De manière générale, la commande  $H_\infty$  consiste à modéliser le transfert de boucle de telle sorte qu'il présente un bon compromis entre performance et robustesse.

Ce modelage est réalisé par des filtres qui sont ajoutés dans la boucle de régulation autour de la fonction de transfert du système. Ces filtres sont choisis tels que les valeurs singulières de procédé présentent un gain élevé en basses fréquences, une atténuation en hautes fréquences et une certaine fréquence de coupure. Le gain en basses fréquences assure le suivi de consigne ainsi que le rejet des perturbations constantes. Le gain en hautes fréquences procure de la robustesse vis-à-vis des dynamiques négligées dans la modélisation et des bruits dans le système. La fréquence de coupure définit quant à elle la bande passante souhaitée et donc le domaine de fonctionnement du système. Un correcteur, le plus souvent d'ordre minimum, est ensuite développé pour maximiser les marges de stabilité du système.

### **e. La commande prédictive**

L'idée de la commande prédictive, ou commande MPC (Model Predictive Control) est d'utiliser un modèle dynamique du système au sein de la commande dans le but d'anticiper le comportement du procédé sur un intervalle de temps donné, l'horizon de prédiction. Il devient alors possible de générer, sur cet horizon, la séquence de commande qui optimise cette prédiction de comportement vis-à-vis de la consigne. Comme pour la commande LQ, la séquence de commande est déterminée grâce à un algorithme de programmation quadratique qui minimise une fonction de coût en prenant en considération les différentes contraintes sur les variables concernées. La première valeur de la séquence de commande est alors appliquée au système, l'horizon de prédiction est ensuite décalé et tout le processus de prédiction est reproduit. En raison du décalage de la fenêtre temporelle, la commande prédictive est également appelée commande à horizon fuyant, ou commande RHC (Receding Horizon Control).

En résumé, la commande prédictive correspond à la résolution d'un problème de commande optimale effectué à chaque période d'échantillonnage. Cette méthode, séduisante en théorie, souffre cependant de sévères limitations pratiques notamment au niveau de l'influence des temps de calculs. En effet, si les temps de calculs de la commande, qui sont par ailleurs variables, ne sont pas négligeables par rapport à la période d'échantillonnage, une instabilité pourra apparaître dans le schéma de commande. Il faut alors s'assurer que les temps de calculs soient minimes devant la période d'échantillonnage, elle-même devant être faible vis-à-vis des constantes de temps du système (théorème de Nyquist-Shannon). C'est pourquoi la commande prédictive ne peut s'appliquer qu'à des systèmes dont la dynamique est suffisamment lente ou dont les capacités de calculs sont suffisamment élevées. Malgré ces limitations, des techniques utilisant la commande prédictive ont été mises en œuvre pour des hélicoptères, pour des drones à rotors coaxiaux et pour des drones convertibles.

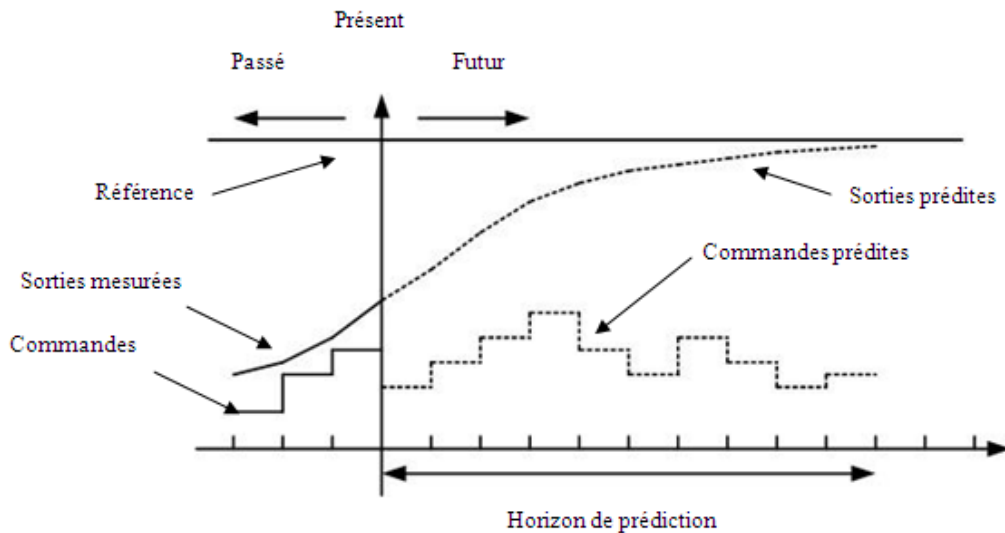


Figure I.13 - Principe de la commande prédictive

#### f. La commande par séquençement de gains

La commande par séquençement de gains représente certainement la transition parfaite entre les approches linéaires et non linéaires. En effet, l'idée de cette approche est de commander un système non linéaire en pilotant une famille de  $N$  systèmes LTI (Linéaire à Temps Invariant) le représentant de façon satisfaisante en un certain nombre de points de fonctionnement. A chaque point de fonctionnement correspond alors une boucle de régulation composée d'un modèle linéaire et de sa commande. Finalement, en fonction de certaines variables, appelées variables de séquençement, la commande globale sélectionne la boucle de régulation adéquate. Ces variables peuvent aussi bien être des variables d'état que des variables exogènes, mais elles doivent absolument représenter les conditions de fonctionnement du système. L'avantage majeur de ce type de commande est sa capacité à intégrer des méthodes de commande linéaire robuste dans des conceptions de commandes non linéaires.

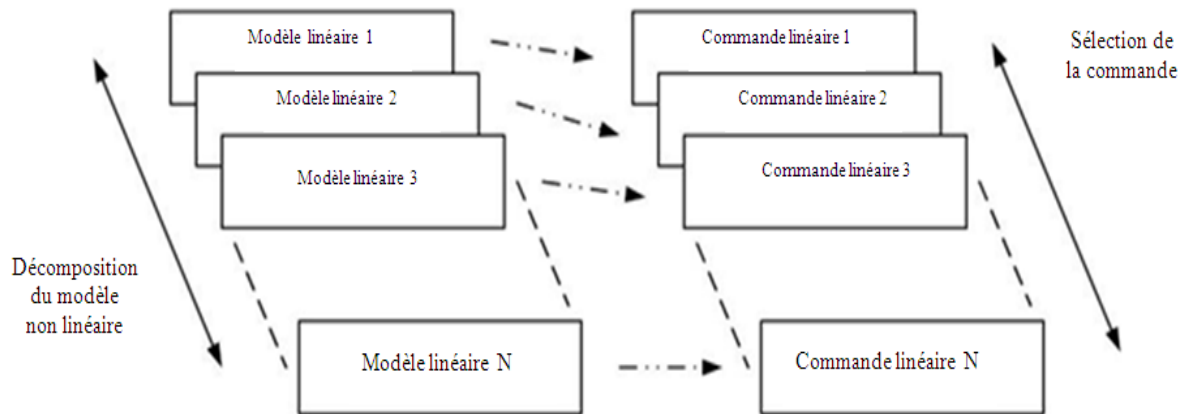


Figure I.14 - Principe de la commande par séquençage de gain

### Synthèse des approches linéaires

Les approches linéaires présentées précédemment sont très intéressantes car elles permettent de déterminer avec précision la stabilité, la performance et la robustesse de la boucle fermée.

Cependant, ces techniques se fondent sur le fait que le système est linéaire, ce qui n'est vrai que sur une partie de l'espace d'état autour d'un point de fonctionnement particulier. Par conséquent, la preuve de stabilité n'est pas garantie si le véhicule s'écarte de ce point de fonctionnement. Des algorithmes de commande particuliers doivent alors être développés pour élargir le domaine d'opérationnalité du véhicule aérien.

#### 1.5.1.2. Approches non linéaires

Dans la plupart des applications, la commande embarquée est basée sur un modèle linéarisé de la dynamique du véhicule considéré. Cependant ces dernières années, de plus en plus de recherches se sont orientées vers des commandes basées sur une représentation non linéaire de la dynamique des véhicules aériens. Ces approches non linéaires apportent une contribution théorique certaine mais leur application, de par la complexité des modèles et des algorithmes de commande, reste toutefois limitée. Les architectures de commande non linéaires les plus utilisées pour le pilotage et le guidage des drones sont maintenant présentées.

##### a. La commande par linéarisation entrée - sortie

Les premières architectures de commandes non linéaires sont pour la plupart basées sur le concept de la linéarisation entrée - sortie. Le principe de cette approche est de

transformer la dynamique non linéaire du système en une dynamique linéaire équivalente au moyen d'un changement de variables et d'un choix approprié d'entrées de commande. La linéarisation entrée-sortie signifie donc la création d'une relation différentielle linéaire entre la sortie du système et sa nouvelle entrée. La méthode d'obtention d'un système linéarisé est simple car il suffit de dériver la sortie choisie par rapport au temps jusqu'à ce que les entrées de commande apparaissent. Il est donc indispensable que le modèle du système soit parfaitement connu ce qui est très difficile à garantir en pratique. Une seconde difficulté, beaucoup plus critique, concerne l'inobservabilité d'une partie de la dynamique du système induite par le processus de linéarisation. Cette dynamique interne non mesurable correspond à la dynamique des zéros. Si cette dynamique est instable, le système est dit à non minimum de phase et la commande en boucle fermée sera également instable. Or il a été montré que la dynamique de la plupart des véhicules aériens est à phase strictement non minimale. Il est alors nécessaire d'utiliser une procédure de linéarisation entrée-sortie basée sur un modèle approximatif de la dynamique des drones. Cette approximation consiste à ignorer les termes de couplage existants entre les forces et les moments générés par le mécanisme de propulsion du véhicule.

### **b. La commande par backstepping**

La structure résultante de cette approximation a également la forme adaptée pour la commande dite par backstepping. La commande par backstepping, construite via un algorithme itératif, permet de résoudre certains problèmes de conception avec des conditions moins restrictives que celles imposées dans d'autres approches. Toutefois, dans le cas des véhicules aériens, la détermination des entrées de commande est complexifiée dans la mesure où la dynamique de translation est sous actionnée. Tout comme pour la commande par linéarisation entrée-sortie, la solution la plus couramment utilisée pour remédier à cette situation est d'effectuer une extension dynamique de la poussée verticale. De ce fait, la poussée verticale et sa première dérivée temporelle sont considérées comme des états internes à la commande. L'expression des signaux de commande qui résulte de cette opération sont alors complexes et ardues à implémenter. De plus, la fréquence de mesure de la translation est bien souvent inférieure à celle de la rotation et les deux approches évoquées ne prennent pas en compte ces différentes cadences. Or, le calcul des signaux de commande se fait sur la base de la fréquence la plus lente, ce qui est incompatible avec les besoins nécessaires à la stabilisation des drones. Une méthode de

commande permettant la séparation des échelles de temps, telle que la commande hiérarchique, est donc plus appropriée.

### **c. La commande hiérarchique**

Le principe de la commande hiérarchique consiste à séparer la commande en translation de la commande en rotation, rejoignant ainsi l'architecture en cascade classique des algorithmes de pilotage. De nombreuses variantes existent pour les quadrotors et pour les drones à rotors coaxiaux, mais toutes sont basées sur la même théorie. En effet, dans tous les cas, une première loi de commande détermine la poussée verticale et l'orientation nécessaire à la stabilisation de la dynamique de translation. Cette orientation est ensuite considérée comme la référence que doit suivre une seconde loi de commande pour stabiliser la dynamique de rotation. Ainsi, les sorties de la commande de haut niveau servent de consignes pour la commande de bas niveau, d'où la notion de commande hiérarchique. Il est intéressant de noter que chaque loi de commande peut être développée séparément. La principale difficulté de cette structure de commande est alors de démontrer la stabilité du système global en boucle fermée, d'assurer la non saturation des actionneurs et de garantir de bonnes performances ainsi qu'un comportement robuste vis-à-vis des perturbations.

### **d. La commande par saturations imbriquées**

Les techniques de saturations imbriquées sont un excellent artifice pour concevoir des algorithmes de commande robuste pour le pilotage de véhicules aériens en présence d'incertitudes. C'est cette méthode qui a été utilisée pour traiter le problème de suivi de trajectoires pour des hélicoptères et des drones à rotors coaxiaux. La commande de la boucle interne, liée à l'orientation du véhicule, est alors réalisée par PID tandis que celle de la boucle externe, liée à la position du drone, utilise les propriétés de la commande par saturations imbriquées. Les avantages de cette architecture de commande sont surtout liés au caractère borné des entrées de commande, notamment des termes intégraux, et à la robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques. En effet, ces incertitudes relatives à la masse du véhicule, à sa matrice d'inertie et aux différents coefficients aérodynamiques sont compensées par les intégrateurs. Cependant, la robustesse à l'égard de perturbations aérodynamiques n'est abordée ni dans la conception de la commande ni dans l'analyse de stabilité associée. La présence des intégrateurs peut toutefois offrir un certain niveau de robustesse envers ces perturbations aérodynamiques.

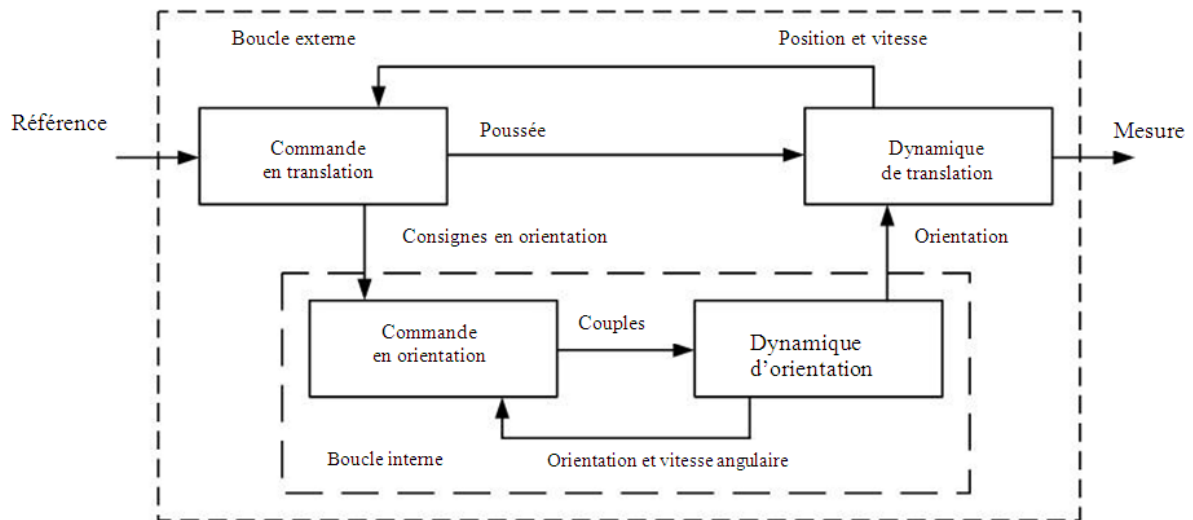


Figure I.15 - Schéma structurel de la commande hiérarchique

### e. La commande par modes glissants

Une stratégie de commande alternative très efficace concernant la sensibilité aux incertitudes paramétriques est la commande par modes glissants, de la famille des commandes à structure variable. Cette méthode consiste à modifier la dynamique d'un système non linéaire en lui appliquant un signal de commutation haute fréquence le forçant à rejoindre, puis à rester sur une surface. Cette surface, appelée surface de glissement, aura préalablement été choisie en fonction des objectifs de commande. Cette approche de commande n'est donc pas une fonction continue du temps. Au lieu de cela, elle passe d'une structure continue à une autre en fonction de la position actuelle dans l'espace d'état. Le fait que la commande soit discontinue est un élément important car elle permet ainsi de stabiliser des systèmes qui ne le seraient pas avec des signaux continus.

Cependant, la commande par modes glissants doit être appliquée avec soin car la robustesse vis-à-vis des incertitudes n'est pas garantie pendant la période précédant le glissement, appelée phase d'accrochage. Une solution consiste alors à éliminer cette phase d'accrochage en forçant le système à suivre le régime glissant à tout instant, c'est la commande par mode glissant intégral. Le problème de robustesse lors de la phase d'accrochage n'est toutefois pas le seul inconvénient de cette stratégie de commande. En effet, en raison d'imperfections au niveau des actionneurs, l'application stricte de la commande par modes glissants peut entraîner un phénomène de vibrations conduisant à l'excitation des dynamiques non modélisées et à des dommages sur le système. Afin d'atténuer ce phénomène de vibrations, plusieurs techniques ont été proposées dans la littérature comme la commande dite par logique floue.



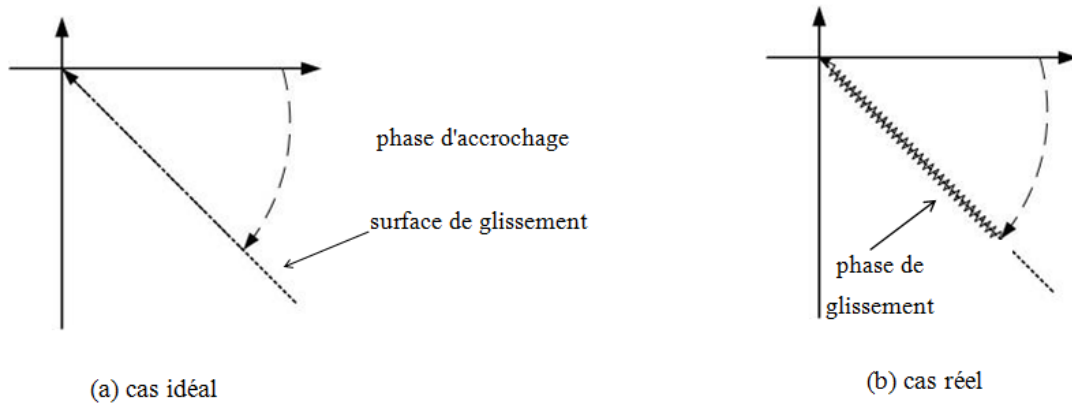


Figure I.16 - Fonctionnement de la commande par mode glissant

#### f. La commande par logique floue

L'idée de la commande par la logique floue est de se rapprocher dans une certaine mesure de la flexibilité du raisonnement humain quant au pilotage d'un système. Elle introduit ainsi la notion de graduation lors de la commutation du signal de commande d'une structure à une autre. De cette façon, il est permis que la commande soit dans un état intermédiaire autre que celui imposé par les structures de commande définies par la commande par mode glissant. L'approche par la logique floue confère ainsi une souplesse de commande très appréciable ce qui rend possible la prise en compte des incertitudes paramétriques et l'atténuation du phénomène de vibrations précédemment cité, bien que le réglage d'une telle commande soit délicat surtout dans le cas de contraintes de performances élevées. L'architecture de commande par la logique floue d'un quadrotor est complétée par un mécanisme d'adaptation permettant de prendre en compte les perturbations externes liées au vent.

#### g. La commande adaptative

Comme son nom l'indique, la commande adaptative est une technique où les paramètres de commande varient en temps réel pour s'adapter à des changements dans la dynamique du système. Ces changements peuvent être dus à des erreurs de modélisation, à des incertitudes paramétriques ou à des perturbations externes. L'intérêt de cette méthode réside également dans le fait qu'il n'est pas toujours nécessaire d'appliquer la même complexité de traitement à toutes les données pour produire un signal de commande correct. Généralement, la structure de la commande adaptative est constituée en associant un estimateur, qui fournit une estimation de la valeur des paramètres inconnus, avec une architecture de commande. Les formes que peut prendre l'estimateur sont diverses puisqu'elles regroupent les simples filtres adaptatifs, les observateurs d'état et les réseaux

de neurones. L'utilisation des réseaux de neurones reste cependant modérée car elle accroît de façon significative l'ordre de la commande. En conséquence, au lieu d'être synthétisés sur la base du modèle non linéaire de la dynamique du véhicule, ces algorithmes de commande sont conçus sur des modèles linéarisés autour du vol stationnaire.

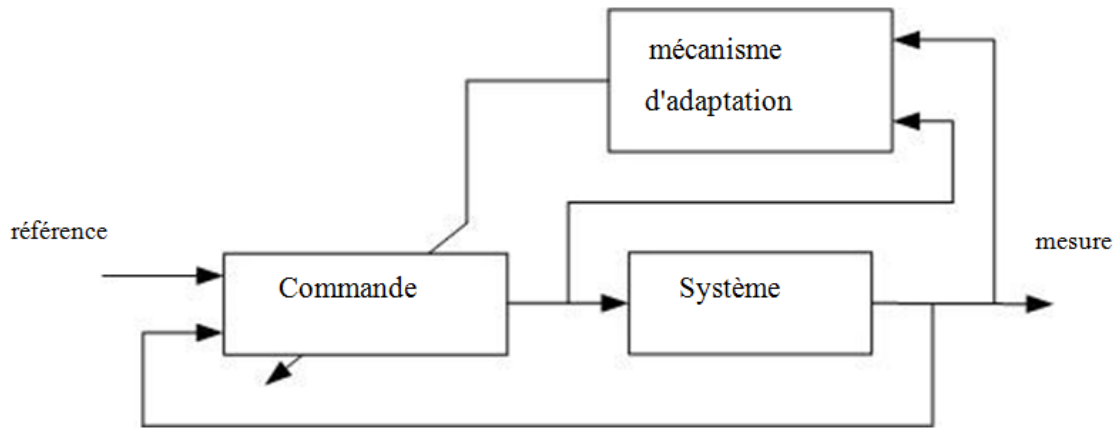


Figure I.17 -Principe de la commande adaptative

#### h. La commande tolérante aux défauts

Les erreurs de modélisation, les incertitudes paramétriques et les perturbations externes ne sont pas les seuls effets néfastes auxquels doit faire face un algorithme de commande. En effet, les actionneurs et les capteurs embarqués à bord du véhicule peuvent également subir des pannes et il faut alors pouvoir garantir l'efficacité de l'appareil en présence de ces défaillances. C'est là tout l'enjeu de la commande tolérante aux défauts. Cependant, il est important de souligner que lorsqu'un défaut apparaît, que ce soit au niveau des actionneurs ou des capteurs, les caractéristiques de l'ensemble du système peuvent subir des dommages conséquents. Ainsi, les actionneurs peuvent ne plus fournir suffisamment de puissance motrice, tandis que les capteurs peuvent ne plus renvoyer de mesures fiables. Il est alors évident que cette approche n'a pas la capacité d'offrir des performances optimales quant au fonctionnement du système. Elle a toutefois la faculté d'atténuer les effets des défaillances des différents composants du système sans totalement compromettre la réalisation de la mission. La philosophie de cette stratégie de commande est donc d'accepter une diminution sensible des performances du système pour maintenir la disponibilité de l'installation. Son fonctionnement se décompose en deux étapes successives. La première étape consiste à détecter, à localiser et à identifier une panne affectant le système. Puis en fonction de la sévérité de la panne, une commande alternative est mise en œuvre via un mécanisme de supervision en adaptant les paramètres de la

commande initiale ou en mettant en place une nouvelle structure de commande. Ces systèmes de commande, faisant intervenir explicitement et simultanément des phénomènes continus et événementiels, sont appelés des systèmes hybrides.

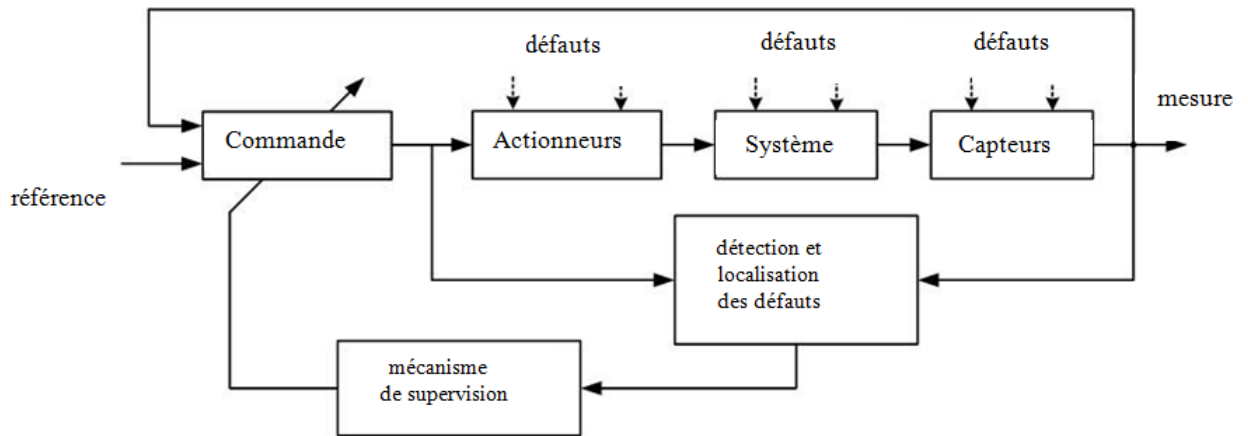


Figure I.18 - Principe de la commande tolérante aux défauts

#### i. La commande par platitude

Un système est dit plat s'il existe une sortie, appelée sortie plate, telle que tous les états et toutes les entrées du système puissent être explicitement exprimés en fonction de la sortie plate et de ses dérivées successives. Cette approche de commande permet donc d'exprimer relativement et facilement les entrées de commande à appliquer au système en fonction des trajectoires désirées. A ce jour, il n'existe aucune caractérisation formelle des systèmes plats dans la littérature et la recherche d'une sortie plate est souvent difficile. Cependant, les systèmes non linéaires, dont la linéarisation entrée-sortie est possible au moyen d'un certain changement de variables, sont également différentiellement plats. Le concept de platitude externe décrit les systèmes pouvant être séparés en deux sous-systèmes interconnectés : un sous-système externe plat et un sous-système interne qui ne l'est pas. Ce concept rappelle alors la notion de structure hiérarchique précédemment présentée.

#### j. La commande $H_\infty$ non linéaire

Les bonnes performances de la commande  $H_\infty$  dans le cas linéaire ont poussé les chercheurs à essayer d'étendre ses caractéristiques au cas non linéaire. Cette approche était possible sous réserve de pouvoir calculer la solution d'une équation aux dérivées partielles de Hamilton - Jacobi - Bellman - Isaacs. Cependant, la résolution analytique de cette

équation est impossible dans le cas général et très difficile pour des systèmes non linéaires spécifiques. Par conséquent, plusieurs méthodes numériques ont été proposées pour approximer la solution de cette équation aux dérivées partielles. Les auteurs ont proposé une amélioration de l'approche par approximation polynomiale basée sur les séries de Taylor. D'autres travaux utilisent la méthode d'approximation de Galerkin afin de générer une commande stabilisatrice dans une région définie de l'espace. Malgré la difficulté de synthèse précédemment évoquée, la commande  $H_\infty$  non linéaire a été implémentée pour le pilotage des hélicoptères et plus récemment pour celui des quadrotors. Les simulations réalisées en présence de perturbations aérodynamiques, d'incertitudes structurelles et paramétriques démontrent l'efficacité et la robustesse de cette stratégie de commande.

#### **k. La commande prédictive non linéaire**

Le principe de la commande prédictive non linéaire est exactement le même que celui de la commande prédictive définie précédemment, sauf que le modèle dynamique utilisé pour la prédiction du comportement du système est non linéaire. Lorsque ce modèle est linéaire, la solution analytique globale du problème d'optimisation existe et est relativement simple à déterminer. Mais lorsque ce modèle est non linéaire, il n'est pas certain que l'algorithme d'optimisation converge vers la solution analytique globale et si une solution est trouvée, il n'est pas sûr qu'elle le soit suffisamment rapidement. En effet, l'utilisation d'un modèle non linéaire implique la résolution d'un problème d'optimisation non linéaire dont la complexité est liée au degré de précision du modèle. Plusieurs techniques numériques ont alors été développées afin de garantir la convergence de l'algorithme d'optimisation vers une approximation de l'optimum global. Si certaines de ces méthodes, comme la méthode d'Aliénor, ont prouvé leur efficacité, elles ne sont cependant pas appropriées à la commande des drones du fait de leur temps de calcul conséquent. Parmi les techniques pouvant être embarquées à bord des véhicules est utilisée, entre autres, la méthode du gradient, la méthode par programmation quadratique séquentielle ou la méthode par essaim de particules.

#### **l. La commande par asservissement visuel**

Si la plupart des véhicules aériens autonomes sont équipés de systèmes de vision pour la réalisation de missions d'observation, peu d'entre eux les utilisent comme source d'informations pour la commande. Pourtant, ces systèmes permettent d'obtenir des renseignements complémentaires non seulement sur la position et l'orientation du véhicule, mais également sur la position de la cible à atteindre. De plus, l'asservissement

visuel représente une alternative intéressante lorsque les informations de position et de vitesse absolue données par le système de positionnement par satellites sont altérées ou indisponibles. Le principe de la commande par asservissement visuel consiste alors à utiliser les informations issues du système de vision dans la boucle de pilotage du drone. Plusieurs méthodes de traitement d'images ont ainsi été développées pour extraire les données utiles à l'algorithme de commande et peuvent être regroupées selon trois catégories. Les premières méthodes, appelées asservissements 3D ou PBVS (Position Based Visual Servoing), consistent à estimer la position et l'orientation en trois dimensions de la caméra par rapport à l'objet de référence à partir d'une image de ce dernier. Ces techniques d'estimation reposent sur la connaissance à priori d'un modèle en trois dimensions de l'objet et des paramètres intrinsèques de la caméra. L'enjeu de la commande est alors d'amener progressivement la caméra, et donc le véhicule, à sa position désirée par rapport à l'objet d'intérêt. La qualité de la réponse du système en boucle fermée dépend donc directement de la qualité de l'estimation réalisée ce qui rend la commande très sensible aux erreurs de modélisation de l'objet et d'étalonnage de la caméra. Les secondes méthodes, appelées asservissements 2D ou IBVS (Image Based Visual Servoing), utilisent, quant à elles, directement les informations visuelles extraites de l'image. Toute la phase d'estimation pouvant impliquer des incertitudes est ainsi supprimée, rendant cette approche fondamentalement plus robuste. La commande est alors conçue pour piloter les caractéristiques de l'image vers une configuration de référence. Le principal inconvénient de ces deux méthodes est qu'aucun contrôle véritable de l'image n'est effectué. Par conséquent, il se peut que l'objet de référence sorte du champ de vision de la caméra au cours de ses déplacements, entraînant l'arrêt de la commande. Il est toutefois possible de faire en sorte que l'objet reste visible, mais cela imposerait alors des mouvements inadéquats, voire impossibles, de la caméra. Les troisièmes méthodes, appelées asservissements 2D 1/2 ou HBVS (Homography Based Visual Servoing), combinent les deux approches précédemment présentées. Ainsi, les données utilisées par la commande sont, pour certaines, exprimées dans le repère de la caméra et, pour les autres, exprimées directement dans l'image. Cette approche originale permet de séparer les boucles d'asservissement en translation et en rotation et de ce fait, de conserver en permanence l'objet dans le champ de vision de la caméra. Cette stratégie de commande est donc très intéressante car elle ne présente pas les inconvénients des approches précédemment présentées. Chacune de ces trois méthodes de commande a été

expérimentée avec succès pour le pilotage des drones. Il est cependant important de rappeler que les systèmes de vision ne sont pas aussi capables que les autres capteurs car ils sont très sensibles aux changements de luminosité.

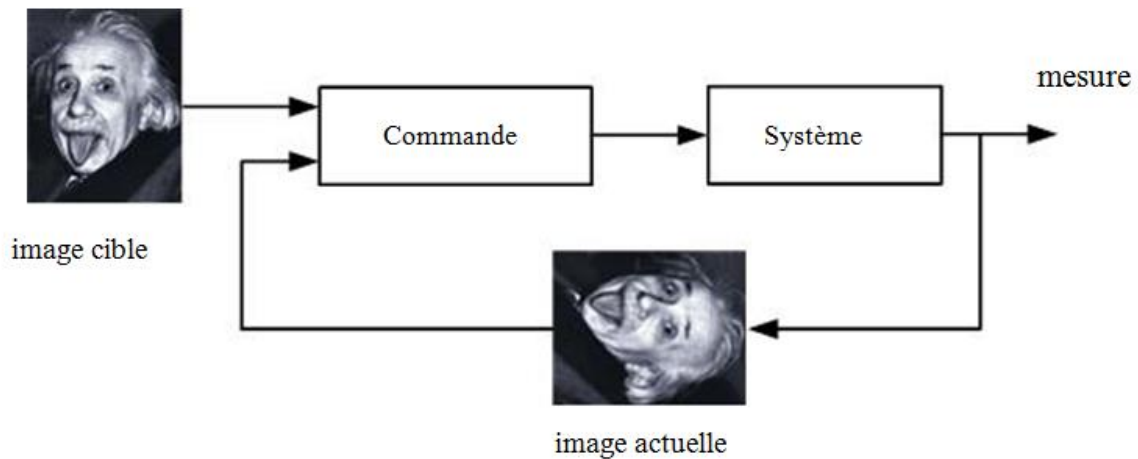


Figure I.19 -Principe de la commande par asservissement 2D

### Synthèse des approches non linéaires

Les différentes stratégies de commande présentées dans cette section sont intéressantes car elles permettent de répondre efficacement à de nombreuses situations pouvant émerger lors du vol d'un drone. De plus, il est tout à fait possible de combiner certaines propriétés de ces approches en une seule commande afin d'améliorer les performances du véhicule. Il est cependant important de noter que l'inventaire réalisé n'est pas exhaustif et que d'autres structures de commande sont en cours de développement. Parmi elles, l'architecture la plus prometteuse est certainement la commande d'ordre fractionnaire car ses propriétés ne peuvent être remplacées par un quelconque autre système. En quelques mots, l'analyse fractionnaire est une branche de l'analyse qui étudie la possibilité qu'un opérateur différentiel puisse être élevé à un ordre non entier. Ce procédé permet alors la définition de dérivées ou d'intégrales fractionnaires. L'utilisation de cette approche de commande pour les véhicules autonomes reste à ce jour très limitée, ou ne sert qu'à piloter une certaine partie de l'appareil.

### I.5.2. Les méthodes pour la navigation

Les fonctions de guidage et de pilotage présentées antérieurement regroupent les méthodes permettant au véhicule de modifier sa position et son orientation. La fonction de navigation, quant à elle, est constituée de l'ensemble des techniques localisant le véhicule dans son environnement, lui permettant alors de maîtriser ses déplacements. Elle est donc

d'une importance capitale quant au bon déroulement et à la réussite d'une mission. Plusieurs approches de navigation autonomes peuvent alors être employées.

### **I.5.2.1. La navigation par suivi de terrain**

L'objectif de cette approche consiste à maintenir un appareil à une altitude constante par rapport au sol tout au long de sa mission. Cet axe a suscité de nombreuses recherches notamment dans le domaine militaire pour le vol de missiles ou de chasseurs de combat devant opérer à très basse altitude pour se situer sous la couverture radar de l'adversaire. Dans la majorité des cas, un RADAR hyperfréquence est embarqué à bord du véhicule ce qui lui permet de suivre le relief au plus près ou de reconnaître le terrain pour une mission de bombardement. Ainsi, lorsque la durée de l'intervalle de temps entre l'émission du signal RADAR et la réception de son écho varie en raison d'un mouvement de terrain, le véhicule adapte son altitude pour s'ajuster au relief. Pour les véhicules de plus petite taille, le RADAR est généralement remplacé par une caméra et ce sont les informations issues du flux optique qui permettent de détecter les variations de distance par rapport au sol.



*Figure I.20 - Navigation par suivi de terrain par flux optique*

### **I.5.2.2. La navigation par points de passage**

L'objectif de cette approche consiste à faire passer un appareil par une succession de points de référence dont la position a été définie a priori par un opérateur. C'est la méthode de navigation la plus souvent utilisée car elle permet de fixer des consignes de position dans les trois dimensions. Contrairement aux véhicules à voilure fixe, ceux munis de voilure tournante peuvent si nécessaire s'immobiliser à un ou plusieurs points de passage avant de rejoindre le point suivant. Dans tous les cas, pour rallier un point de passage, l'algorithme de commande se base sur l'état actuel du véhicule fourni par les capteurs embarqués et sur la position du point de passage cible.

Une extension à cette approche, également très utilisée par les véhicules aériens autonomes, est la navigation par suivi de trajectoires. Dans ce cas, il ne s'agit plus de simplement atteindre une certaine position mais de contraindre l'appareil à suivre un chemin particulier pour rallier cette position. Ce problème peut être vu comme un problème de navigation par points de passage avec un nombre infini de points

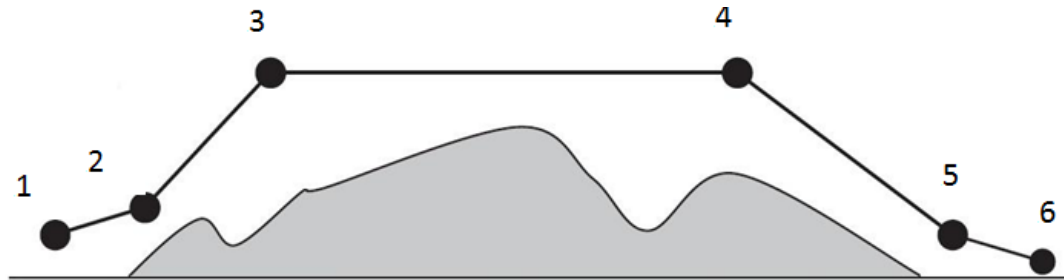
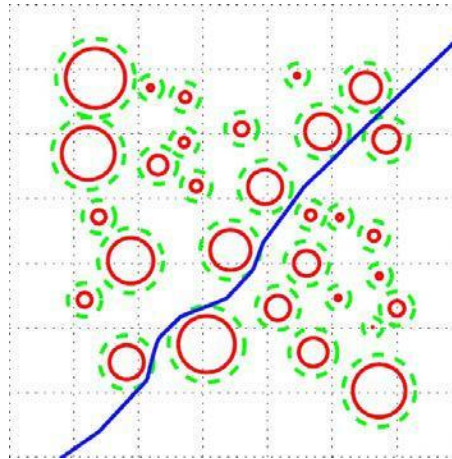


Figure I.21- Navigation par points de passage

### I.5.2.3. L'évitement des obstacles

En navigation autonome, la présence d'un mécanisme de détection et d'évitement des obstacles à bord des véhicules est indispensable afin d'éviter toute collision. Historiquement, les premières stratégies de navigation tiraient parti de la liberté de mouvement le long de l'axe vertical pour prévenir les risques de collision. En effet, pour les avions et les premiers drones volant à haute ou moyenne altitude, la modification de l'altitude de croisière suffisait pour éviter un obstacle. Cependant, avec l'évolution des besoins et l'apparition de nouveaux théâtres d'opérations, les ingénieurs se sont intéressés à des stratégies de contournement dans le plan horizontal. Dans cette optique, une première solution consiste à définir un ensemble de zones convexes où le véhicule ne doit pas pénétrer. Il s'agit alors de déterminer la trajectoire optimale à suivre pour rallier la cible en contournant ces zones d'exclusion. Cette stratégie de navigation est particulièrement efficace si la position des zones interdites est parfaitement connue et si aucun obstacle imprévu ne se dresse sur la trajectoire du drone. Dans le cas d'un espace encombré, comme les milieux urbains, les véhicules autonomes doivent de surcroît posséder des capacités de détection et de réaction en temps réel afin de se comporter de façon appropriée vis-à-vis d'un obstacle inopiné. Le mécanisme de détection peut alors être composé de capteurs ou bien d'un dispositif optique.





*Figure I.22 - Génération de trajectoire par contournement des obstacles*

Ces développements se sont constamment dirigés vers la création de nouvelles stratégies de commande pour répondre à des besoins civils ou militaires toujours plus exigeants. En effet, les drones doivent pouvoir accomplir des missions malgré de nombreuses perturbations pouvant les affecter telles que les conditions environnementales, les défaillances de capteurs et les pannes d'actionneurs. Les structures présentées dans cette section matérialisent donc l'intelligence des drones, sans laquelle ils ne pourraient être autonomes.

## **I.6.CONCLUSION**

Ce premier chapitre dresse un inventaire des différentes techniques existantes dans le domaine des véhicules aériens autonomes en général. Il ne se veut certainement pas exhaustif mais il illustre toute l'ingéniosité et la diversité des technologies de capteurs et des stratégies de commande pouvant être utilisées. Ce chapitre permet donc de bien appréhender ces deux éléments fondamentaux de la chaîne de pilotage d'un appareil autonome. Par ailleurs, il présente les enjeux, les limitations et les problèmes inhérents à la modélisation et à la commande de ces véhicules sous actionnés. En résumé, le choix de la structure mécanique du drone, des capteurs à embarquer et de son intelligence n'est pas anodin et doit impérativement correspondre aux missions pour lesquelles il sera employé ainsi qu'aux degrés de performances recherchés.

La théorie de commande non linéaire a été le sujet de développements intenses pendant les dernières décennies. Les outils développés dans ce secteur sont appliqués à l'étape de la conception et à l'exécution des unités de commande dans les systèmes non linéaires. Comparativement aux anciens outils, actuellement ces derniers sont devenus plus structurés et mieux développés. L'un des outils les plus connus est la technique Backstepping. Cette méthode donne un outil pour la conception récursive de la loi de commande basée sur la théorie de Lyapunov.

La méthodologie Backstepping peut se définir comme une façon d'organiser un système en plusieurs sous-systèmes en cascade. L'exploitation de la méthodologie de conception sur un plan général aboutit à la mise en place d'une loi de commande par rétroaction associée systématiquement à une fonction de Lyapunov ou l'équivalent [4].

La théorie de Lyapunov a été pendant longtemps un outil important dans les systèmes linéaires aussi bien que dans la commande non linéaire. Cependant, son utilisation dans la commande non linéaire a été entravée par les difficultés pour trouver une fonction de Lyapunov pour un système donné. L'invention des outils constructifs pour la conception de commande non linéaire basée sur la théorie de Lyapunov, comme le Backstepping, a été donc reçue à bras ouverts par la communauté de commande. Ici, une loi de commande stabilisant le système est dérivée avec une fonction de Lyapunov pour prouver la stabilité.

Les propriétés importantes de la stabilité globale ou de chaque sous-système s'obtiennent en définissant une fonction stabilisatrice à chaque étape de représentation du modèle en sous-systèmes en cascade. Un des avantages que procure la méthode Backstepping est celui de garder les propriétés du système initial dans la loi de commande obtenue. Ceci constitue en quelque sorte la particularité du Backstepping par rapport à d'autres méthodes.

## II.1. THEORIE DE LYAPUNOV

La condition de base sur un système commandé est qu'il doit converger vers un état que nous déterminons. Formalisons cette condition en termes de propriétés de l'équilibre désiré.

### II.1.1. La stabilité de Lyapunov

**Définition 1 :** Considérons le système de temps invariable suivant :

$$\dot{x} = f(x) \tag{Eq(II-1)}$$

Commençons à l'état initial  $x(0)$ . Supposons que  $x_e$  est un point d'équilibre du système, c-à-d :  $f(x_e) = 0$ . Nous disons que le point d'équilibre est :

- stable, si pour chaque  $\varepsilon > 0$  il existe  $\delta(\varepsilon) > 0$  tel que :

$$\|x(0) - x_e\| < \delta \Rightarrow \|x(t) - x_e\| < \varepsilon \text{ pour tout } t \geq 0.$$

- instable, s'il n'est pas stable
- asymptotiquement stable, s'il est stable et en plus il existe  $r > 0$  tels que :

$$\|x(0) - x_e\| < \delta \Rightarrow x(t) \rightarrow x_e \text{ lorsque } t \rightarrow \infty$$

- Globalement asymptotiquement stable (GAS), s'il est asymptotiquement stable pour tous les états initiaux.

GAS est le type de stabilité que nous tâcherons d'obtenir dans notre conception de commande.

Les définitions ci-dessus concernent  $x(t)$ , la solution explicite de l'équation (II-1), qui en général ne peut pas être trouvée analytiquement. Heureusement, il y a d'autres manières de prouver la stabilité.

Le mathématicien et l'ingénieur russe A.M. Lyapunov a proposé l'idée d'incorporer le vecteur d'état  $x(t)$  dans une fonction scalaire  $V(x)$  afin de quantifier la distance entre  $x(t)$  et le point d'équilibre du système. La fonction  $V(x)$  peut être considérée comme une représentation de l'énergie contenue dans le système. S'il est possible de montrer que  $V(x)$  est continue et strictement décroissante selon  $t$ , alors le système lui-même doit se déplacer vers l'équilibre. Cette approche pour montrer la stabilité s'appelle la méthode directe de Lyapunov.

On s'intéresse par la méthode directe de Lyapunov car la commande par backstepping est basée sur cette méthode.

**Définition 2:** Une fonction scalaire  $V(x)$  est :

- définie positive si  $V(0) = 0$  et  $V(x) > 0, x \neq 0$ .
- définie semi-positive si  $V(0) = 0$  et  $V(x) \geq 0, x \neq 0$ .
- définie semi-négative si le  $-V(x)$  est définie semi-positive.
- radialement illimité si  $V(x) \rightarrow \infty$  Comme  $\|x\| \rightarrow \infty$ .

Le théorème principal pour prouver la stabilité sera établi par la suite.

**Théorème 1:** (LaSalle-Yoshizawa)

Posons que  $x = 0$  est un point d'équilibre pour l'équation (II-1),  $V(0) = 0$  et  $V(x)$  est une fonction scalaire continue et différentiable en  $x$  définie tel que :

- $V(x)$  est définie positive.
- $V(x)$  est radialement illimité.
- $\dot{V}(x) = \nabla V(x) f(x) \leq -W(x)$ .

Si  $W(x)$  est définie semi-positive alors toutes les solutions de l'équation (II-1) sont stables. De plus, si  $W(x)$  est définie positive avec le point d'équilibre  $x = 0$  alors ce point d'équilibre est GAS.

Pour montrer la stabilité quand  $\dot{V}(x)$  est seulement définie semi-négative, le corollaire de LaSalle est utilisé.

**Corollaire 1:** (Stabilité asymptotique)

Posons que  $x=0$  est un point d'équilibre pour (II-1),  $V(0)=0$  et  $V(x)$  est une fonction scalaire continue et différentiable en  $x$  définie tel que :

- $V(x)$  est définie positive.
- $V(x)$  est radialement illimité.
- $\dot{V}(x)$  est définie semi-négative.

Admettons que  $E = \{x : V(x) = 0\}$  et supposons qu'aucune solution que  $x(t) = 0$  peut rester toujours en  $E$ . alors  $x=0$  est asymptotiquement globalement stable.

Notons que ces résultats sont non-constructifs dans le sens qu'ils ne donnent aucun indice au sujet de la façon de trouver un  $V(x)$  satisfaisant les conditions nécessaires pour conclure globalement asymptotiquement stable (GAS). Toutefois nous nous référerons à une fonction  $V(x)$  satisfaisant les conditions spécifiées dans le théorème 2-1 comme fonction de Lyapunov pour le système.

**II.2. LA SYNTHÈSE DE LA COMMANDE PAR LA METHODE DIRECTE DE LYAPUNOV**

Dans les paragraphes précédents, nous avons étudié la stabilité des systèmes où nous avons supposé implicitement que la loi de commande a été choisie et notre but était

de vérifier la stabilité du système avec cette loi de commande, mais le problème dans cette synthèse est comment trouver cette commande qui stabilisera le système ?

Nous allons présenter une méthodologie qui combine entre la recherche de la fonction de Lyapunov et la loi stabilisante. En général, il existe deux concepts pour l'application de la méthode directe de Lyapunov pour la synthèse d'une commande stable :

**1<sup>ère</sup> concept** : On suppose que la loi de commande existe et on cherche la fonction de Lyapunov.

**2<sup>ème</sup> concept** : Cette fois si, on fait un choix sur la fonction candidate de Lyapunov  $V(x)$  et on cherche la loi de commande qui rend cette fonction réelle.

Dans la plupart des théorèmes et des lemmes de la stabilité au sens de Lyapunov, l'existence de la fonction de Lyapunov était assumée et l'objectif était de déterminer la stabilité de ces systèmes. Mais dans la plupart des cas, la recherche de cette fonction est très difficile. Dans ce qui suit, nous allons présenter la notion du « **backstepping** » qui nous offre une solution à ce problème.

## II.3. TECHNIQUE DE LA COMMANDE BACKSTEPPING

### II.3.1 Algorithme de base

Afin d'illustrer le principe de la méthode backstepping, on considère le cas des systèmes non linéaires de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \\ \dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1, x_2, x_3)u \end{cases} \quad \text{Eq (II-2)}$$

où,  $g_i$  et  $f_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) sont des fonctions non linéaires connues tel que  $f_i(0) = 0$  et  $g_i(x) \neq 0, \forall (x_1, x_2, x_3) \in R^3$ . On désire faire suivre à la sortie  $y = x_1$  le signal de référence  $y_r$ , où  $y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r$  et  $\ddot{\ddot{y}}_r$  sont supposées connues et uniformément bornées. Le système étant du troisième ordre. Le concept s'effectue en trois étapes.

#### Etape 1:

On considère d'abord le premier sous-système suivant :

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \quad \text{Eq(II-3)}$$

La variable d'état  $x_2$  est traitée comme une commande et l'on définit la première valeur désirée :

$$(x_1)_d \triangleq \alpha_0 = y_r \quad \text{Eq(II-4)}$$

La première variable d'erreur se définit par :

$$e_1 = x_1 - \alpha_0 \quad \text{Eq(II-5)}$$

Sa dérivée est donnée comme suit :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{\alpha}_0 = f_1 + g_1 x_2 - \dot{\alpha}_0 \quad \text{Eq(II-6)}$$

Pour un tel système, la fonction quadratique est donnée par :

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2} e_1^2 \quad \text{Eq(II-7)}$$

Sa dérivée est donnée comme suit :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 [f_1 + g_1 x_2 - \dot{\alpha}_0] \quad \text{Eq(II-8)}$$

Un choix judicieux de  $x_2$  rend  $\dot{V}_1$  négative et assure la stabilité de l'origine du sous-système décrit par (II-3). Ce choix est donné comme suit :

$$(x_2)_d \triangleq \alpha_1 = \frac{1}{g_1} [-k_1 e_1 - f_1 + \dot{\alpha}_0] \quad \text{Eq (II-9)}$$

où  $k_1 > 0$  est un paramètre du concept.

Par conséquent, l'équation (II-8) devient :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 \leq 0 \quad \text{Eq (II-10)}$$

### Étape 2:

On considère dans ce cas les deux premiers sous-systèmes suivants :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \end{cases} \quad \text{Eq (II-11)}$$

Et on définit la nouvelle variable d'erreur :

$$e_2 = x_2 - \alpha_1 \quad \text{Eq (II-12)}$$

La dynamique des erreurs  $(e_1, e_2)$  s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = f_1 + g_1(e_2 + \alpha_1) - \dot{\alpha}_0 \\ \dot{e}_2 = f_2 + g_2x_3 - \dot{\alpha}_1 \end{cases} \quad \text{Eq (II-13)}$$

pour lequel on choisit comme fonction de Lyapunov :

$$V_2(e_1, e_2) = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2 \quad \text{Eq (II-14)}$$

Cette fonction de Lyapunov a pour dérivée :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e_1, e_2) &= \dot{V}_1 + e_2\dot{e}_2 = e_1[f_1 + g_1(e_2 + \alpha_1) - \dot{\alpha}_0] + e_2[f_2 + g_2x_3 - \dot{\alpha}_1] \\ &= -k_1e_1^2 + e_2[f_2 + g_1e_1 + g_2x_3 - \dot{\alpha}_1] \end{aligned} \quad \text{Eq (II-15)}$$

On prend  $x_3$  comme une deuxième commande virtuelle, sa valeur est donnée par :

$$(x_3)_d \triangleq \alpha_2 = \frac{1}{g_2}[\dot{\alpha}_1 - g_1e_1 - f_2 - k_2e_2] \quad \text{Eq (II-16)}$$

où  $k_2 > 0$ , avec  $\dot{\alpha}_1$  calculée analytiquement par :

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r \quad \text{Eq (II-17)}$$

Un tel choix permet de réduire la dérivée à :

$$\dot{V}_2 \leq -k_1e_1^2 - k_2e_2^2 \leq 0 \quad \text{Eq (II-18)}$$

### Etape 3:

Le système (II-2) est maintenant considéré dans sa globalité.

La nouvelle variable d'erreur est:

$$e_3 = x_3 - \alpha_2 \quad \text{Eq (II-19)}$$

Ce qui permet d'écrire la dynamique des erreurs  $(e_1, e_2, e_3)$  de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = f_1 + g_1(e_2 + \alpha_1) - \dot{\alpha}_0 \\ \dot{e}_2 = f_2 + g_2(e_3 + \alpha_2) - \dot{\alpha}_1 \\ \dot{e}_3 = f_3 + g_3u - \dot{\alpha}_2 \end{cases} \quad \text{Eq(II-20)}$$

On prend comme fonction de Lyapunov :

$$V_3(e_1, e_2, e_3) = V_2 + \frac{1}{2}e_3^2 \quad \text{Eq(II-21)}$$

Sa dérivée s'écrit sous la forme :

$$\dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) = \dot{V}_2 + e_3\dot{e}_3 = -k_1e_1^2 - k_2e_2^2 + e_3[g_3u + g_2e_2 + f_3 - \dot{\alpha}_2] \quad \text{Eq(II-22)}$$

Le choix approprié de la vraie commande  $u$  est donné par :

$$u = \frac{1}{g_3} [\dot{\alpha}_2 - g_2 e_2 - f_3 - k_3 e_3] \quad \text{Eq(II-23)}$$

où  $k_3 > 0$  et  $\dot{\alpha}_2$  est également calculée analytiquement :

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \ddot{y}_r} \ddot{\ddot{y}}_r \quad \text{Eq(II-24)}$$

Avec ce choix, on trouve :

$$\dot{V}_3 \leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 \leq 0 \quad \text{Eq (II-25)}$$

D'où la stabilité en boucle fermée du système original (II-2) et la régulation à zéro de l'erreur de poursuite ( $y - y_r$ ). Les deux principaux objectifs du concept (la stabilité et la poursuite) sont alors atteints.

### II.3.2. Cas des systèmes d'ordre $n$

L'extension de la procédure récursive de conception de la commande par backstepping à un système d'ordre  $n$  est :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = f_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})x_n \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n)u \end{array} \right. \quad \text{Eq (II-26)}$$

qui donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} (x_1)_d \triangleq \alpha_0 = y_r \\ (x_{i+1})_d \triangleq \alpha_i = \frac{1}{g_i} [\varphi_i - g_{i-1} e_{i-1} - \omega_i - k_i e_i] \\ \vdots \\ u = \frac{1}{g_n} [\varphi_{n-1} - g_{n-1} e_{n-1} - \omega_n - k_n e_n] \end{array} \right. \quad \text{Eq (II-27)}$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} e_i = x_i - \alpha_{i-1} \\ \varphi_i = \sum_{k=1}^i \left( \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} g_k x_{k+1} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}} y_r^{(k)} \right) - \omega_i, \quad i = 1, \dots, n \\ \omega_i = f_i - \sum_{k=1}^i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} f_k \end{array} \right. \quad \text{Eq (II-28)}$$



Les différentes fonctions de Lyapunov sont données par :

$$V_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i [x_j - \alpha_{j-1}]^2 \quad \text{Eq (II-29)}$$

## **II.4. CONCLUSION**

Dans ce chapitre, nous avons présenté la technique backstepping basée sur le théorème de Lyapunov. L'application de cette technique pour la conception du contrôleur de poursuite sera abordée dans le chapitre III.

Ce chapitre traite la conception d'un contrôleur non linéaire de poursuite développé dans l'article [3] basé sur la méthode backstepping pour une certaine catégorie d'UAV répondant à une dynamique précise suivant la forme des équations vues dans le chapitre I, des hypothèses sont posées avant le développement de la méthode de conception.

Soit pour tout véhicule sous-actionné dont les équations de mouvement peuvent être mises sous la forme Eq (I-1) et Eq (I-2), et  $p_d: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^3$

**Hypothèse 1:** La fonction  $f_v(v, \omega, R)$  est affiniée dans  $\omega$

$$f_v(v, \omega, R) = f_{v_1}(v, R) + f_{v_2}(v, R)\omega \quad \forall v, \omega \in \mathbb{R}^3, R \in SO(3)$$

**Hypothèse 2:** Il existe un vecteur  $\delta \in \mathbb{R}^3$  tel que pour  $t \geq 0, v \in \mathbb{R}^3, R \in SO(3)$ , la matrice suivante est de plein rang.

$$\beta(R, v, p_d, \delta) := [g_1 \quad S(M\delta) + \Gamma(R, v, p_d)] \in \mathbb{R}^{3 \times 4} \quad \text{Eq(III-1)}$$

où

$$\Gamma(R, v, p_d) := S(M\dot{R}p_d) - MS(\dot{R}p_d) + f_{v_2}(v, R) \quad \text{Eq(III-2)}$$

Ces hypothèses semblent répondre à un large model de dynamique des véhicules sous-actionnés dont on cite l'aéroglesseur, le quadrotor, les véhicules sous-marins ...ect.

### III.1. CONCEPTION DU CONTROLEUR

En ce qui suit, nous passons à la conception du contrôleur non linéaire pour résoudre le problème de poursuite. Les fonctions de Lyapunov de contrôle présentées aux techniques backstepping sont périodiquement introduites.

#### Etape 1 : Transformation spécifique

Considérons la transformation spécifique difféomorphique suivante :

$$e := \dot{R}(p - p_d) \quad \text{Eq(III-3)}$$

qui exprime l'erreur de poursuite  $p - p_d$  dans le repère mobile. L'équation dynamique de l'erreur de poursuite  $e$  est donné par :

$$e = -s(\omega)\dot{e} + v - \dot{R}p_d \quad \text{Eq(III-4)}$$

### Etape 2 : Convergence de $e$

On commence par définir la fonction de Lyapunov de control suivante :

$$V_1 := \frac{1}{2}\dot{e}e \quad \text{Eq(III-5)}$$

En calculant sa dérivé en temps, on obtient :

$$\dot{V}_1 = \dot{e}[v - \dot{R}p_d] \quad \text{Eq (III-6)}$$

On peut considérer  $v$  comme un control virtuel qu'on voudrait utiliser pour rendre  $\dot{V}_1$  négative. Ceci pourrait être réalisé si on pourrait mettre  $v$  égale à  $\dot{R}p_d - k_e M^{-1}e$  pour une certaine constante positive  $k_e$ . Pour réaliser ceci, on fait intervenir la variable d'erreur suivante :

$$z_1 := v - \dot{R}p_d + k_e M^{-1}e \quad \text{Eq (III-7)}$$

qu'on voudrait la mettre à zéro; et on réécrit l'équation Eq (III,6) comme suit :

$$\dot{V}_1 = -k_e \dot{e}M^{-1}e + \dot{e}z_1 \quad \text{Eq(III-8)}$$

### Etape 3: Backstepping pour $z_1$

Après une simple opération algébrique, on déduit que l'erreur  $z_1$  peut être écrite comme suit :

$$M\dot{z}_1 = s(Mz_1)\omega + \Gamma(R, v, \dot{p}_d)\omega + g_1 u_1 + h(e, R, v, z_1, \ddot{p}_d) \quad \text{Eq(III-9)}$$

où

- $\Gamma$  est défini dans Eq(III-2).
- $h(e, R, v, z_1, \ddot{p}_d) = f_{v1}(v, R) - M\dot{R}\ddot{p}_d + k_e z_1 - k_e^2 M^{-1}e$ .

Il s'avère qu'il ne sera pas toujours possible de ramener  $z_1$  à zero. Au lieu de cela, on ramène  $z_1$  à une constante  $\delta$  dans l'hypothèse 2. Pour réaliser ceci, on définit  $\varphi = z_1 - \delta$  comme une nouvelle variable d'erreur qu'on va ramener à zero et on considère la fonction de Lyapunov augmentée suivante :

$$V_2 := \frac{1}{2}\dot{e}e + \frac{1}{2}\dot{\phi}M^2\varphi = V_1 + \frac{1}{2}\dot{\phi}M^2\varphi \quad \text{Eq(III-10)}$$

La dérivée en temps de  $V_2$  peut-être écrite comme suit :

$$\dot{V}_2 = -k_e\dot{e}M^{-1}e + \dot{e}\delta + \dot{\phi}(M\beta(R, v, p_d, \delta)\mu + Mh(e, R, v, z_1, \ddot{p}_d) + e) \quad \text{Eq(III-11)}$$

où

- $\beta$  est définie par l'équation Eq(III-1)
- $\mu := [u_1 \dot{\omega}]' \in \mathbb{R}^4$
- on peut maintenant considérer  $\mu$  comme un control virtuel (En réalité sa première composante est un control réel) qu'on voudrait utiliser pour rendre  $\dot{V}_2$  négative; et ceci peut être réalisé si on pourrait mettre  $\mu$  égale à<sup>1</sup>.

$$\alpha := \dot{\beta}(\beta\dot{\beta})^{-1}(-h(e, R, v, z_1, \ddot{p}_d) - M^{-1}e - M^{-1}K_\varphi\varphi)$$

Pour que  $K_\varphi \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  soit une matrice définie positive, on mettra  $u_1$  égale à l'entrée  $\alpha$ .

$$u_1 = [1 \ 0_{1 \times 3}] \alpha \quad \text{Eq(III-12)}$$

On introduit la variable d'erreur  $z_2 := \omega - [0_{3 \times 1} \ I_{3 \times 3}] \alpha$  qu'on voudrait ramener à zéro, et on réécrit Eq(III-11), avec  $u_1$  donné par Eq(III-12), comme suit :

$$V_2 = -k_e\dot{e}M^{-1}e + \dot{e}\delta - \dot{\phi}M\beta_b(R, v, p_d, \delta)z_2$$

Où :

$$\begin{aligned} \beta_b \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \text{ dénote la sous matrice constituée par les trois dernières colonnes de } \beta \\ \beta_b(R, v, p_d, \delta) := S(M\delta) + \Gamma(R, v, p_d) \in \mathbb{R}^{3 \times 4} \end{aligned} \quad \text{Eq(III-13)}$$

#### Etape 4 : Backstepping pour $z_2$

On considère maintenant la troisième fonction de Lyapunov de control donnée par :

$$V_3 := \frac{1}{2}\dot{e}e + \frac{1}{2}\dot{\phi}M^2\varphi + \frac{1}{2}z_2'Jz_2 = V_2 + \frac{1}{2}z_2'Jz_2 \quad \text{Eq(III-14)}$$

---

<sup>1</sup> $\beta\dot{\beta}$  est non singulière selon l'hypothèse 2 du chapitre I

Sa dérivation en temps donne :

$$\dot{V}_3 := k_e \dot{e} M^{-1} e + \dot{e} \delta - \dot{\phi} K_\phi + \dot{z}_2 (G_2 u_2 - S(v) M_v - S(\omega) M_\omega - S(\omega) J_\omega + f_\omega(v, \omega, R) - [0_{3 \times 1} \ J] \dot{\alpha} - \beta_b(R, v, \dot{p}_d, \delta) M \varphi) \quad \text{Eq(III-15)}$$

Pour simplifier, on ne va pas développer la dérivée de  $\alpha$ . On choisit donc :

$$u_2 = G_2^{-1} \left( (S(v) M_v) + S(\omega) J_\omega - f_\omega(v, \omega, R) + [0_{3 \times 1} \ J] \dot{\alpha} - \beta_b(R, v, \dot{p}_d, \delta) M \varphi - K_{z_2} z_2 \right) \quad \text{Eq(III-16)}$$

La dérivée de  $V_3$  devient :

$$\dot{V}_3 = -k_e \dot{e} M^{-1} e + \dot{e} \delta - \dot{\phi} K_\phi \varphi - \dot{z}_2 K_{z_2} z_2 \quad \text{Eq(III-17)}$$

Cependant que  $\dot{V}_3$  ne soit pas nécessairement toujours négatif, ce sera suffisant pour réaliser la stabilité pratique.

## III.2. ANALYSE DE STABILITE

Dans ce qui suit, nous montrons que les signaux de commande définis ci-dessus sont bien définis et bornés, et l'erreur de poursuite converge exponentiellement au voisinage de l'origine.

**Théorème 1:** Soit  $p_d$  la trajectoire désirée supposée différentiable dans le temps et bornée avec  $p_d: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^3$ , Considérons le système  $\Sigma$  en boucle fermée constitué des équations Eq(I-1) et Eq(I-2) et le contrôleur feedback Eq(III-12) et Eq(III-16).

- a) Pour toute condition initiale, la solution du système d'équations Eq(I-1) et Eq(I-2) existe globalement, tous les signaux à boucle fermée sont bornés et l'erreur de poursuite vérifie :

$$\|p(t) - p_d(t)\| \leq e^{-\lambda t} c_0 + \varepsilon \quad \text{Eq(III-18)}$$

où

$\lambda, c_0, \varepsilon$  sont des constantes positives. De cela, seul  $c_0$  qui dépend des conditions initiales.

- b) Par un choix approprié des paramètres de contrôle  $k_e, k_\phi, k_{z_2}$ , toute valeur désirée de  $\varepsilon$  et  $\lambda$  dans l'équation Eq (III,4) sont possibles.

**Preuve:** Pour prouver "a" nous utilisons les inégalités de Young pour conclure que pour tout  $\gamma > 0$  nous avons :

$$\dot{V}_3 \leq -e' \left( k_e M^{-1} - \frac{\gamma}{2} I \right) e - \varphi K_\varphi \varphi - z_2' K_{z_2} z_2 + \frac{1}{2\gamma} \|\delta\|^2 \quad \text{Eq (III-19)}$$

Supposons maintenant que nous choisissons  $\gamma$  suffisamment petit, donc la matrice  $k_e M^{-1} - \frac{\gamma}{2} I$  est définie positive. Dans ce cas, nous concluons qu'il y a un  $\lambda$  positif et suffisamment petit tel que :

$$\dot{V}_3 \leq -\lambda v_3 + \frac{1}{2\gamma} \|\delta\|^2 \quad \text{Eq(III-20)}$$

Et donc il est simple de conclure à partir du lemme de comparaison que

$$V_3(t) \leq e^{-\lambda t} V_3(0) + \frac{1}{2\lambda\gamma} \|\delta\|^2 \quad \text{Eq(III-21)}$$

tout au long des solutions du système  $\Sigma$ . D'ici, nous concluons que tous les signaux restent bornés et donc la solution existe globalement. D'ailleurs  $V_3$  converge vers  $\frac{1}{2\lambda\gamma} \|\delta\|^2$  et donc  $\|e\|$  converge vers une boule de rayon  $\frac{\|\delta\|}{\sqrt{\lambda\gamma}}$  grâce à l'équation Eq(III-14).

Pour prouver "b", nous démontrons que nous pouvons réellement rendre le rayon  $\frac{\|\delta\|}{\sqrt{\lambda\gamma}}$  aussi petit que nous voulons en choisissant convenablement les paramètres de contrôleur. A cet effet, supposons une sélection d'un rayon désiré  $\varepsilon$  et un taux de convergence  $\lambda > 0$ . Nous pouvons alors définir  $\gamma := \frac{\|\delta\|^2}{\varepsilon^2 \lambda}$  à condition que nous choisissons  $k_e$  suffisamment large de sorte que :

$$k_e M^{-1} - \frac{\gamma}{2} I = k_e M^{-1} - \frac{\|\delta\|^2}{2\varepsilon^2 \lambda} I \geq \frac{\lambda}{2} > 0. \quad \text{Eq(III-22)}$$

Si nous choisissons  $K_\varphi := \frac{\lambda}{2} M^2, K_{z_2} := \frac{\lambda}{2} J$ , nous concluons à partir de Eq(III-14) que l'équation Eq (III-19) est vérifiée pour un choix prés-spécifié de  $\lambda$  pour laquelle Eq(III-21) s'achèvera. Cependant, le choix des paramètres ci-dessus conduisent vers ce rayon désiré.

### **III.3. CONCLUSION**

Ce chapitre a développé la conception du contrôleur non linéaire de poursuite développé par Antonio Pedro Aguiar [3] basée sur les techniques de Lyapunov. Cette technique est validée en la projetant sur la poursuite de deux types précis d'UAV. Une étude de leurs dynamiques et les résultats de simulation sont la meilleure preuve de sa fiabilité, C'est ce qui va être fait dans le chapitre IV.

Ce chapitre illustre les techniques de conceptions et les résultats de stabilité présentés antérieurement. Nous décrivons deux applications de contrôle de véhicule : un aéroglisseur en 2D et un quadrotors en 3D. Avant de faire la simulation ; une étude dynamique de leurs mouvements est indispensable, les résultats de simulation sont présentés et discutés par la suite.

## IV.1. LA POURSUITE DE POSITION D'UN AEROGLISSEUR

Considérons un véhicule sous-actionné, composé d'une plateforme montée sur trois roulettes omnidirectionnelles à faible frottement ; et sur laquelle est monté deux hélices à hautes performances. Figure IV-1



Figure IV.1. L'aéroglisseur Creamean

### IV.1.1. Dynamique de l'aéroglisseur :

$p = (x, y) \in \mathbb{R}^2$  Sont les coordonnées cartésiennes du centre de masse du véhicule et  $\theta \in S^1$  est son orientation. Supposons que nous modélisons les forces et les moments de frottement par un frottement visqueux ; les équations de mouvement sont [3]:

$$m\ddot{x} = d_v\dot{x} + (F_s + F_p) \cos \theta \quad \text{Eq(IV-1)}$$

$$m\ddot{y} = d_v\dot{y} + (F_s + F_p) \sin \theta \quad \text{Eq(IV-2)}$$

$$j\ddot{\theta} = d_\omega\dot{\theta} + (F_s - F_p) \quad \text{Eq(IV-3)}$$

Où:

- $m = 5,5 \text{ kg}$  est le poids du véhicule



- $J=0,047 \text{ Kgm}^2$  son moment d'inertie
- $F_s$  et  $F_p$  sont les forces de droite et de gauche respectivement.
- $l$  est le bras de levier des forces lorsque le centre de géométrie et le centre de masse se coïncident.
- $d_v$  est le coefficient de viscosité du frottement est 4.5
- $d_\omega$  est le coefficient de frottement de rotation égale à 0.41

L'expression des équations de mouvement exprimées dans le repère mobile lié au véhicule est donnée comme suit :

$$\dot{p} = R(\theta)v \quad \text{Eq(IV-4)}$$

$$\dot{\theta} = \omega \quad \text{Eq(IV-5)}$$

$$M\dot{v} = S(\omega)Mv - D_v v + g_1 u_1 \quad \text{Eq(IV-6)}$$

$$j\dot{\omega} = -d_\omega \omega + u_2 \quad \text{Eq(IV-7)}$$

Où :

- $v = (u, v)'$  décrit les vitesses linéaires lié au corps du véhicule
- $S(\omega) = \begin{pmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{pmatrix}$
- $R_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$
- $M = \text{diag}\{m, m\}$
- $D_v = \text{diag}\{d_v, d_v\}$
- $g_1 = (1, 0)'$
- $u_1 = F_s + F_p$
- $u_2 = l(F_s - F_p)$

### IV.1.2. Application du backstepping sur le modèle mathématique

Quand  $M = ml$ ,  $\Gamma$  donné par l'équation (III-2) est nul. Notons aussi que  $D_v > 0$ . Ceci sera peu utilisé. Suivant l'approche présentée antérieurement (chapitre III), la dérivée en temps de  $V_2$  est donnée par :

$$\dot{V}_2 = \frac{k_e}{m} \|e\|^2 + e' \delta - \varphi' M D_v \varphi + \varphi' [M B \mu + e + M h(\cdot)] \quad \text{Eq(IV-8)}$$

Où:

- $\delta = (\delta_1, \delta_2)' \in \mathbb{R}^2$
- $\varphi = z_I - \delta$
- $z_I = v - R'(\Theta)\dot{p}_d + \frac{k_e}{m}e$
- $\beta = \begin{pmatrix} 1 - m\delta_2 \\ 0 & m\delta_1 \end{pmatrix}$ ,
- $\mu = (u_1, \omega)$
- $h(.) = -D_v \left[ \delta + R'\dot{p}_d - \frac{k_e}{m}e \right] - MR'\ddot{p}_d + k_e z_I - \frac{k_e^2}{m}e$

Il est nettement claire que la matrice  $\beta$  est non singulière pour chaque  $\delta_1$  différent de zéro. Nous choisissons donc

- $\alpha = -\beta^{-1}[M^{-1}e + h(.) + M^{-1}K_\varphi]$
- $\mu_1 = [1,0]\alpha$
- $z_2 = \omega - [1,0]\alpha$
- $\mu_2 = -\beta_b M\varphi + d_\omega \alpha_2 + j\alpha_2 - k_{z_2} z_2$

Quand :

- La matrice symétrique  $2 \times 2$   $K_\varphi$  est définie positive
- $\beta_b$  désigne la deuxième colonne de  $\beta$

On aura :

$$\dot{V}_3 = -\frac{k_e}{m}\|e\|^2 + \dot{e}\delta - \dot{\varphi}D_v M\varphi - d_\omega z_2^2 - k_{z_2} z_2^2 \quad \text{Eq(IV-9)}$$

Ce qui suffit pour assurer la stabilité pratique

### IV.1.3. résultats de simulation :

Maintenant nous allons illustrer les performances du schéma de control proposé via Matlab. L'objectif est de forcer l'aéroglesseur à suivre la cinématique uni-cycle virtuelle.

- $\dot{x}_d = u_d \cos \theta_d \quad \dot{y}_d = u_d \sin \theta_d \quad \dot{\theta}_d = \omega_d$

Commençons par poser :

$$x_d(t_0) = y_d(t_0) = \theta_d(t_0) = 0$$

Et déplaçant avec les vitesses :

- $u_d(t) = 0.2 \text{ m/s}$  et  $\omega_d(t) = 0.1 \text{ rad/s}$

Les conditions initiales de l'aéroglesseur sont

- $(x, y, \theta, u, v, \omega) = (-0.2\text{m}, -1\text{m}, 0, 0, 0, 0)$ .

Les paramètres de control sont sélectionnés comme suit :

$$k_e = 0.4; k_\varphi = 2I, k_{z_2} = 2 \text{ et } \delta = (-0.05, 0)'$$

Le modèle Simulink de la commande backstepping de l'aéroglesseur est illustré dans la figure ci-dessous:

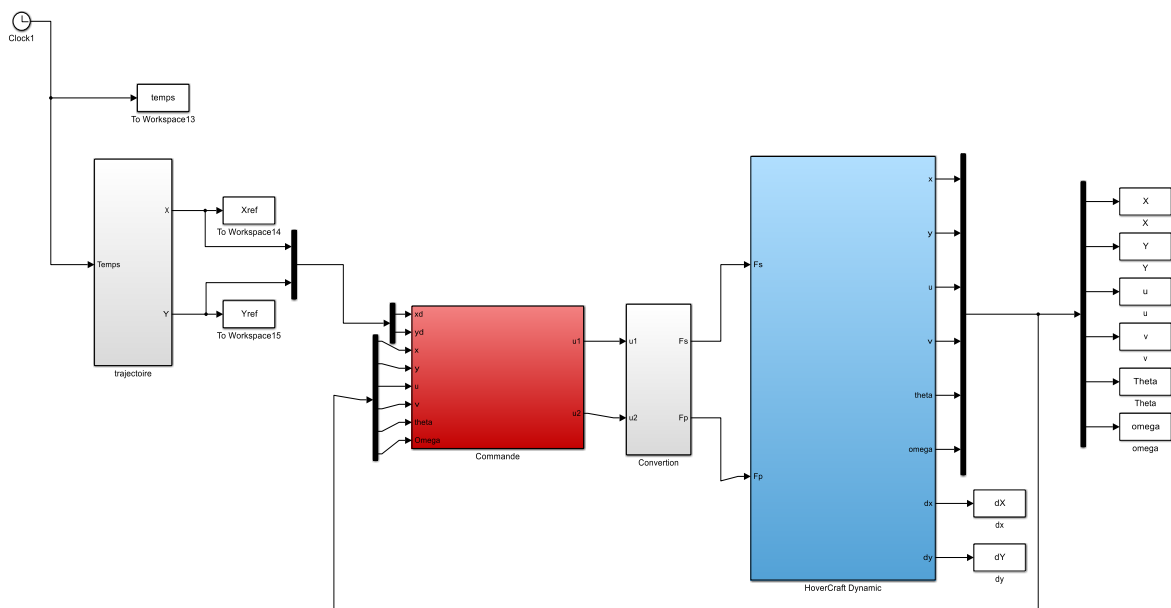
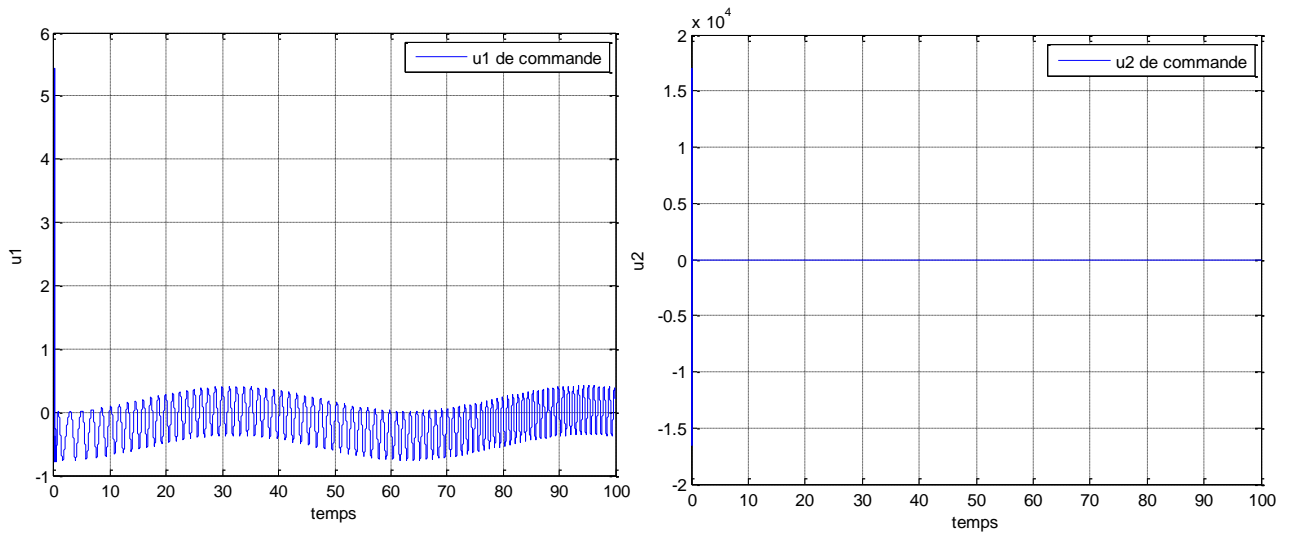


Figure IV-2. Modèle Simulink de la commande Backstepping pour l'aéroglesseur

Les figures suivantes présentent l'évolution des signaux de commande pour la commande :

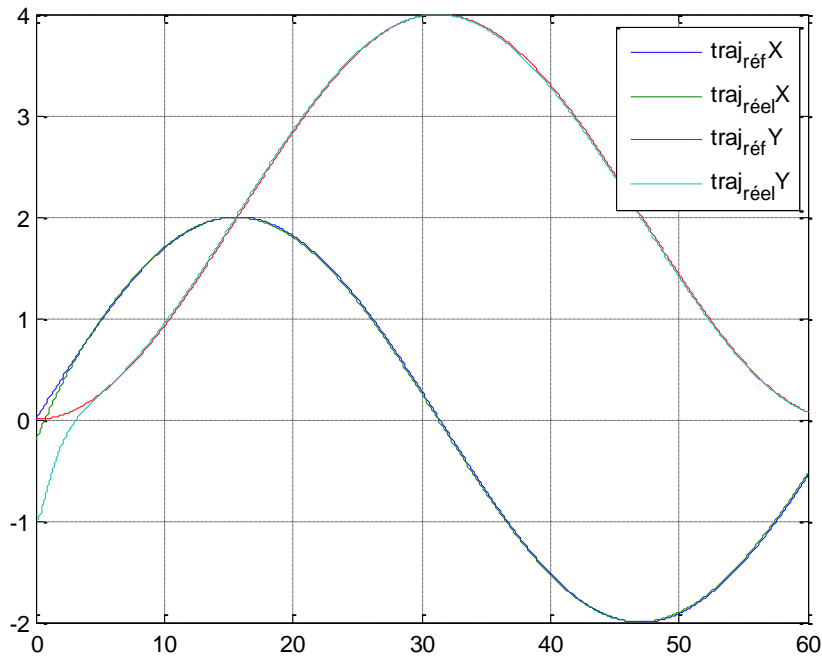


a. Evolution de la commande U1

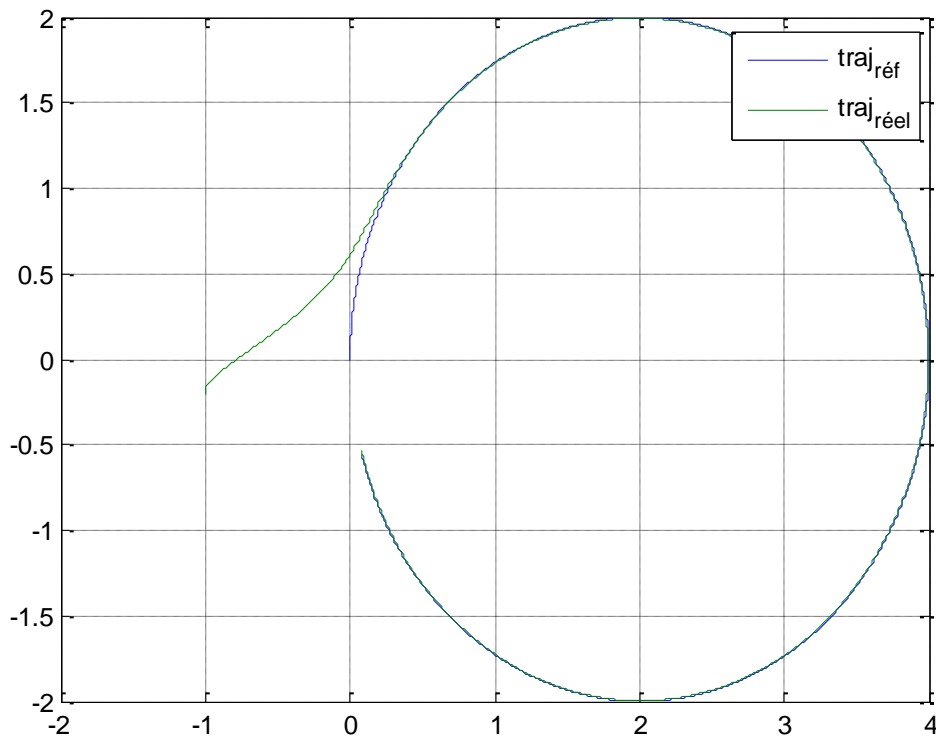
b. Evolution de la commande U2.

**Figure IV-3: Evolution des signaux de commande de la commande Backstepping de l'aéroglesseur**

Les résultats de simulation de la commande Backstepping sont présentés dans les figures suivantes:



**Figure IV-4. Résultats de simulation de la position.**



*Figure IV-5. Résultat de simulation d'une trajectoire.*

On remarque que l'aéroglesseur suit parfaitement la trajectoire de référence

## **IV.2. LA POURSUITE DE POSITION D'UN QUADROTORS :**

### **IV.2.1. Dynamique du quadrotors :**

Le modèle du quadri-rotor est très complexe suite à sa dynamique qui est non linéaire et pleinement couplée, ce qui rend l'obtention du modèle mathématique de ce robot volant une tâche très délicate.

En se basant sur le formalisme de Newton-Euler pour exprimer la dynamique du quadri-rotor à six degrés de liberté. Un certain nombre d'hypothèses est nécessaire avant de définir les différentes équations de mouvement du modèle dans le but de faciliter leur étude dynamique. Donc, le modèle doit vérifier les suppositions suivantes:

- La structure du quadri-rotor est supposée rigide et symétrique, ce qui induit que la matrice d'inertie sera supposée diagonale.
- Les hélices sont supposées rigides pour pouvoir négliger l'effet de leur déformation lors de la rotation.
- Le centre de gravité est confondu avec l'origine du repère fixe lié au corps.
- Les forces de portance et de traînée sont proportionnelles au carré de la vitesse angulaire des hélices.

Dans un premier temps, nous donnons la définition de toutes les grandeurs physiques nécessaire à la modélisation avec le bilan des forces et moments agissant sur le modèle. Nous développons ensuite le modèle mathématique basé sur le formalisme de Newton-Euler pour avoir le modèle complet du quadri-rotor. Pour finir, nous allons faire la représentation d'état du système et les valeurs des paramètres du quadri-rotor utilisés nécessaires à l'implémentation des algorithmes de contrôle.

La position du quadri-rotor est définie par  $p = [x \ y \ z]'$ . Ainsi, l'expression de la vitesse linéaire :  $V = [u \ v \ w]'$ .

Les forces et les moments appliqués au centre de masse du quadri-rotor, exprimés dans le repère du quadri-rotor, sont respectivement  $F = [F_x \ F_y \ F_z]^T$  et  $M = [M_x \ M_y \ M_z]^T$ .

La vitesse angulaire est donnée par :

$$\Omega = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]' \quad \text{Eq(IV-10)}$$

Les vitesses linéaires  $v_x^l, v_y^l, v_z^l$  dans le repère fixe en fonction des vitesses linéaires  $v_x^b, v_y^b, v_z^b$  dans le repère mobile sont exprimées par la relation suivante:

$$v = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]' = [v_x^l, v_y^l, v_z^l]' = R \cdot [v_x^b, v_y^b, v_z^b]' \quad \text{Eq(IV-11)}$$

#### IV.2.1.1. Bilan des forces et moments agissant sur le quadri-rotor:

**a. Les forces:** Les forces extérieures agissant sur le quadri-rotor sont [18]:

- **Le poids du quadri-rotor:** Il est donné par:

$$P = mg \quad \text{Eq(IV-12)}$$

Ou: m est la masse totale et g la gravité.

- **Les forces de poussée:** qui sont provoquées par la rotation des moteurs, elles sont perpendiculaire sur le plan des hélices et dirigées vers le haut, c'est-à-dire qu'elles ont tendance à faire élever le quadri-rotor. Ces forces sont proportionnelles au carrée de la vitesse de rotation des moteurs, elles sont données par:

$$F_i = b\omega_i^2 \quad \text{Eq(IV-13)}$$

Avec:  $i = 1, \dots, 4$ , et b est le coefficient de portance, il dépend de la forme et du nombre des pales et de la densité de l'air.

$$F = b (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \quad \text{Eq(IV-14)}$$

- **Les forces de traînée:** la force de traînée est le couplage entre une force de pression et la force de frottement visqueux, dans ce cas on a deux forces de traînée agissant sur le système, elles sont :

- La traînée dans les hélices: elle agisse sur les pales, elle est proportionnelle à la densité de l'air, à la forme des pales et au carré de la vitesse de rotation de l'hélice, elle est donnée par la relation suivante :

$$T_h = d \omega^2 \quad \text{Eq(IV-15)}$$

Avec: d est le coefficient de traînée il dépend de la fabrication de l'hélice.

- La traînée selon les axes (x, y, z): elle est due au mouvement du corps du quadri-rotor, elle donnée par la relation suivante:

$$F_t = K_{ft} v \quad \text{Eq(IV-16)}$$

Avec:  $K_{ft}$  est le coefficient de traînée et v la vitesse linéaire.

**b. Les moments:**

Il existe plusieurs moments appliqués dans le fonctionnement du quadri-rotor, ces moments sont dus aux forces de poussée et de traînée et aux effets gyroscopiques.

- **Moments dus aux forces de poussée:**

- La rotation autour de l'axe  $x$  : elle est due au moment créé par la différence entre les forces de portance des rotors 2 et 4, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_x = l (F_4 - F_2) = lb (\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad \text{Eq (IV-17)}$$

Avec:  $l$  est la longueur du bras entre le rotor et le centre de gravité du quadri-rotor.

- La rotation autour de l'axe  $y$  : elle est due au moment créé par la différence entre les forces de portance des rotors 1 et 3, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_y = l (F_3 - F_1) = lb (\omega_3^2 - \omega_1^2) \quad \text{Eq (IV-18)}$$

- **Moments dus aux forces de traînée:**

- La rotation autour de l'axe  $z$  : elle est due à un couple réactif provoqué par les couples de traînée dans chaque hélice, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_z = d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad \text{Eq (IV-19)}$$

- Moment résultant des frottements aérodynamique, il est donnée par:

$$M_a = K_{fa} \Omega^2 \quad \text{Eq (IV-20)}$$

Avec:  $K_{fa}$  est le coefficient des frottements aérodynamiques et  $\Omega$  la vitesse angulaire.

- **Effet gyroscopique:** L'effet gyroscopique se définit comme la difficulté de modifier la position ou l'orientation du plan de rotation d'une masse tournante. Il



prend son nom en référence au mode de fonctionnement du gyroscope ; appareil de contrôle de mouvement utilisé dans l'aviation.

Dans notre cas, il y a deux moments gyroscopiques, le premier est le moment gyroscopique des hélices, et l'autre est le moment gyroscopique dû aux mouvements du quadri-rotor.

➤ **Moment gyroscopique des hélices:** Il est donné par la relation suivante:

$$M_{gh} = \sum_1^4 \Omega \wedge J_r [0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \omega_i]^T \quad \text{Eq (IV-21)}$$

Avec:  $J_r$  est l'inertie des rotors.

➤ **Moment gyroscopique dû aux mouvements de quadri-rotor :** il est donné par la relation suivante :

$$M_{gm} = \Omega \wedge J \Omega \quad \text{Eq (IV-22)}$$

Avec:  $J$  est l'inertie du système.

#### IV.2.1.2. Développement du modèle mathématique selon Newton-Euler:

En utilisant la formulation de Newton-Euler, le système d'équations qui exprime la dynamique du quadri-rotor est décrite sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{p} = v \\ m\ddot{p} = F_f + F_t + F_g \\ \dot{R} = R.S(\Omega) \\ J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega + M_f - M_a - M_{gh} \end{cases} \quad \text{Eq (IV-23)}$$

Avec:

$p$ : Le vecteur position du quadri-rotor.

$m$ : La masse totale du quadri-rotor.

$\Omega$ : La vitesse angulaire exprimée dans le repère fixe.

$R$ : La matrice de rotation.

$\wedge$ : Le produit vectoriel.

$J$ : La matrice d'inertie symétrique de dimension (**3x3**), La structure du quadri-rotor est supposée rigide et parfaitement symétrique selon l'hypothèse exprimée au début, ce qui implique que la matrice d'inertie est diagonale :

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad \text{Eq (IV-24)}$$

$S(\Omega)$ : est la matrice antisymétrique; pour un vecteur de vélocité  $\Omega = [\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3]^T$ , elle est donnée par:

$$S(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Eq (IV-25)}$$

$F_f$ : est la force totale générée par les quatre rotors, elle est donnée par :

$$F_f = R \times [0 \quad 0 \quad \sum_{i=1}^4 F_i]^T \quad \text{Eq (IV-26)}$$

$$F_i = b\omega_i^2 \quad \text{Eq (IV-27)}$$

$F_t$ : La force de traînée selon les axes (x, y, z), elle est donnée par :

$$F_t = \begin{bmatrix} -K_{ftx} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{fty} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{ftz} \end{bmatrix} \dot{E} \quad \text{Eq (IV-28)}$$

$K_{ftx}, K_{fty}, K_{ftz}$ : Les coefficients de traînée de translation.

$F_g$ : force de gravité, elle est donnée par :

$$F_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \quad \text{Eq (IV-29)}$$

$M_f$ : moment provoqué par les forces de poussée et de traînée:

$$M_f = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_3 - F_1) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bl(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ bl(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad \text{Eq(IV-30)}$$

$M_a$  : moment résultant des frottements aérodynamiques, il est donnée par :

$$M_a = \begin{bmatrix} K_{fax} \dot{\phi}^2 \\ K_{fay} \dot{\theta}^2 \\ K_{faz} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} \quad \text{Eq(IV-31)}$$

$K_{fax}$ ,  $K_{fay}$ ,  $K_{faz}$ : Les coefficients des frottements aérodynamiques.

### a. Equations de mouvement de translation:

D'après la deuxième loi de la dynamique de Newton:

$$\frac{d(mv)}{dt} = \sum F_{ext} \quad \text{Eq (IV-32)}$$

On a:

$$m\ddot{E} = F_f + F_t + F_g \quad \text{Eq (IV-33)}$$

On remplace chaque force par sa formule, on trouve :

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi \\ c\phi s\theta s\psi - s\phi s\psi \\ c\phi c\theta \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i - \begin{bmatrix} K_{ftx} \dot{x} \\ K_{fity} \dot{y} \\ K_{ftz} \dot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad \text{Eq (IV-34)}$$

On obtient alors les équations différentielles qui définissent le mouvement de translation :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} (c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi) (\sum_{i=1}^4 F_i) - \frac{K_{ftx}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} (c\phi s\theta s\psi - s\phi s\psi) (\sum_{i=1}^4 F_i) - \frac{K_{fity}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} (c\phi c\theta) (\sum_{i=1}^4 F_i) - \frac{K_{ftz}}{m} \dot{z} - g \end{cases} \quad \text{Eq (IV-35)}$$

**b. Equations de mouvement de rotation:**

D'après la deuxième loi de la dynamique de Newton:

$$\frac{d(J\Omega)}{dt} = \sum M_{ext} \quad \text{Eq (IV-36)}$$

On a:

$$J\dot{\Omega} = -M_{gm} - M_{gh} - M_a + M_f \quad \text{Eq (IV-37)}$$

$$J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega - \sum_1^4 \Omega \wedge J_r [0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \omega_i]^T - M_a + M_f \quad \text{Eq (IV-38)}$$

On remplace chaque moment par la formule correspondante, on trouve :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} &= \left( - \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} J_r \bar{\Omega}_r \dot{\theta} \\ -J_r \bar{\Omega}_r \dot{\phi} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} K_{fax} \dot{\phi}^2 \\ K_{fay} \dot{\theta}^2 \\ K_{faz} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \text{Eq (IV-39)}$$

On obtient alors les équations différentielles définissant le mouvement de rotation :

$$\begin{cases} I_x \ddot{\phi} = -\dot{\theta} \dot{\psi} (I_z - I_y) - J_r \bar{\Omega}_r \dot{\theta} - K_{fax} \dot{\phi}^2 + lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ I_y \ddot{\theta} = -\dot{\phi} \dot{\psi} (I_z - I_x) - J_r \bar{\Omega}_r \dot{\phi} - K_{fay} \dot{\theta}^2 + lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ I_z \ddot{\psi} = -\dot{\phi} \dot{\theta} (I_y - I_x) - K_{faz} \dot{\psi}^2 + d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad \text{Eq (IV-40)}$$

Avec :

$$\bar{\Omega}_r = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4 \quad \text{Eq (IV-41)}$$

**c. Modèle dynamique complet du quadri-rotor:**

En combinant les équations de mouvement de translation avec celles de mouvement de rotation, on arrivera au modèle dynamique complet qui régit le quadri-rotor qui est le suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\phi} = -\dot{\theta}\dot{\psi} \frac{(I_z - I_y)}{I_x} - \frac{J_r}{I_x} \bar{\Omega}_r \dot{\theta} - \frac{K_{fax}}{I_x} \dot{\phi}^2 + \frac{l}{I_x} u_2 \\ \ddot{\theta} = -\dot{\phi}\dot{\psi} \frac{(I_z - I_x)}{I_y} - \frac{J_r}{I_y} \bar{\Omega}_r \dot{\phi} - \frac{K_{fay}}{I_y} \dot{\theta}^2 + \frac{l}{I_y} u_3 \\ \ddot{\psi} = -\dot{\phi}\dot{\theta} \frac{(I_y - I_x)}{I_z} - \frac{K_{faz}}{I_z} \dot{\psi}^2 + \frac{1}{I_z} u_4 \\ \ddot{x} = -\frac{K_{ftx}}{m} \dot{x} + \frac{1}{m} u_x u_1 \\ \ddot{y} = -\frac{K_{fty}}{m} \dot{y} + \frac{1}{m} u_y u_1 \\ \ddot{z} = -\frac{K_{ftz}}{m} \dot{z} - g + \frac{\cos \phi \cos \theta}{m} u_1 \end{array} \right. \quad \text{Eq (IV-42)}$$

Avec:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_x = (c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi) \\ u_y = (c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi) \end{array} \right. \quad \text{Eq (IV-43)}$$

Les entrées de commande sont les suivantes:

$$\left[ \begin{array}{l} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cccc} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{array} \right] \left[ \begin{array}{l} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{array} \right] \quad \text{Eq (IV-44)}$$

A partir de l'équation (IV-43), on trouve:

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_d = \sin^{-1}(u_x \sin(\psi_d) - u_y \cos(\psi_d)) \\ \theta_d = \sin^{-1}\left(\frac{(u_x \cos(\psi_d) + u_y \sin(\psi_d))}{\cos(\phi_d)}\right) \end{array} \right. \quad \text{Eq (IV-45)}$$

**d. La représentation d'état du système:**

Pour un système physique il existe une multitude de représentations d'état, dans notre cas on choisit le vecteur d'état comme suit :

$$\begin{aligned} X &= [\phi \ \dot{\phi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\psi} \ x \ \dot{x} \ y \ \dot{y} \ z \ \dot{z}]^T \\ &= [x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 x_9 x_{10} x_{11} x_{12}]^T \end{aligned}$$

On obtient la représentation d'état suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega}_r x_2 + b_2 u_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 u_4 \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = a_9 x_8 + \frac{1}{m} u_x u_1 \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = a_{10} x_{10} + \frac{1}{m} u_y u_1 \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = a_{11} x_{12} + \frac{\cos(\phi) \cos(\theta)}{m} u_1 - g \end{array} \right. \quad \text{Eq (IV-46)}$$

Avec:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = \frac{(I_y - I_z)}{I_x}, a_2 = -\frac{K_{fax}}{I_x}, a_3 = -\frac{J_r}{I_x}, a_4 = \frac{(I_z - I_x)}{I_y}, a_5 = -\frac{K_{fay}}{I_y}, a_6 = \frac{J_r}{I_y} \\ a_7 = \frac{(I_x - I_y)}{I_z}, a_8 = -\frac{K_{faz}}{I_z}, a_9 = -\frac{K_{ftx}}{m}, a_{10} = -\frac{K_{f ty}}{m}, a_{11} = -\frac{K_{ftz}}{m} \\ b_1 = \frac{l}{I_x}, b_2 = \frac{l}{I_y}, b_3 = \frac{l}{I_z} \end{array} \right. \quad \text{Eq (IV-47)}$$

#### e. Les valeurs des paramètres du quadri-rotor utilisé:

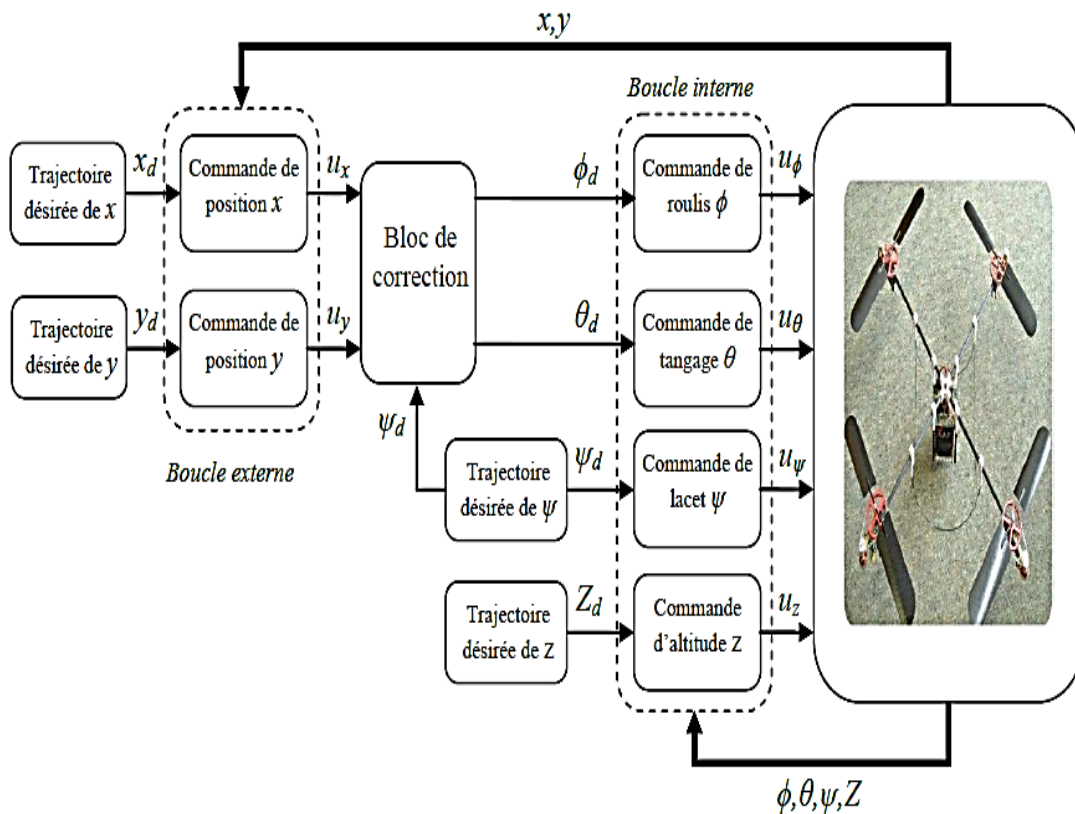
Les paramètres du modèle du quadri-rotor à commander sont présentés dans le tableau suivant:

Paramètre	Valeur	Paramètre	Valeur
$m$	0,486 kg	$K_{fax}$	$5,5670 \cdot 10^{-4}$ N/rad/s
$g$	$9,806 \text{ m/s}^2$	$K_{fay}$	$5,5670 \cdot 10^{-4}$ N/rad/s
$l$	0,25 m	$K_{faz}$	$6,3540 \cdot 10^{-4}$ N/rad/s
$b$	$2,9842 \cdot 10^{-5}$ N/rad/s	$K_{ftx}$	0,0320 N/m/s
$d$	$3.2320 \cdot 10^{-7}$ Nm/rad/s	$K_{f ty}$	0,0320 N/m/s
$J_r$	$2,8385 \cdot 10^{-5}$ kg.m <sup>2</sup>	$K_{ftz}$	0,0480 N/m/s
$I_x = I_y$	$3,8278 \cdot 10^{-3}$ kg.m <sup>2</sup>	$I_z$	$7,1345 \cdot 10^{-3}$ kg.m <sup>2</sup>

Tableau IV-1 . Paramètres utilisées pour le modèle du quadri-rotor.

**IV.2.2. La synthèse de loi de commande par Backstepping pour le quadrotors:**

Nous proposons, dans cette section, une stratégie de commande basée principalement sur deux boucles (boucle interne et boucle externe). La boucle interne contient les quatre lois de commande : commande de roulis ( $\phi$ ), commande de tangage ( $\theta$ ), commande de lacet ( $\psi$ ) et commande d'altitude ( $Z$ ). La boucle externe inclut deux lois de commande de positions  $x$  et  $y$ . La boucle de commande externe génère les deux angles désirés pour le roulis ( $\phi_d$ ) et le tangage ( $\theta_d$ ) en passant par le bloc de correction qui s'appelle aussi: bloc des contraintes non holonomes. Ce bloc corrige la rotation de roulis et de tangage en fonction de l'angle désiré de lacet ( $\psi_d$ ). Le schéma ci-dessous représente la stratégie de commande adoptée:



*Figure IV-6. Illustration de la structure de commande du quadri-rotor.*

Dans ce qui suit, nous allons présenter les étapes à suivre pour extraire les différentes lois de commande du quadri-rotor en se basant sur l'algorithme du Backstepping.

**Etape 1:**

On commence par le premier sous-système qui est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 \end{cases} \quad \text{Eq (IV-48)}$$

On définit la variable d'erreur comme suit:

$$e_1 = \phi_d - x_1 \quad \text{Eq (IV-49)}$$

La fonction de Lyapunov est donnée par:

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \quad \text{Eq (IV-50)}$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 (\dot{\phi}_d - x_2) \quad \text{Eq (IV-51)}$$

La stabilisation de  $e_1$  peut être garantie par l'introduction d'une nouvelle entrée de commande virtuelle  $x_2$  :

$$(x_2)_d = \dot{\phi}_d + k_1 e_1 \quad \text{Eq (IV-52)}$$

Et l'équation (IV-51) devient:

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 \leq 0 \quad \text{Eq (IV-53)}$$

**Etape 2:**

On considère la deuxième variable d'erreur et la deuxième fonction de Lyapunov :

$$\begin{cases} e_2 = \dot{\phi}_d + k_1 e_1 - x_2 \\ V_2 = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 \end{cases} \quad \text{Eq (IV-54)}$$



La dérivée de la nouvelle fonction de Lyapunov est :

$$\dot{V}_2 = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 = e_1(-k_1 e_1 + e_2) + e_2(\ddot{\phi}_d + k_1 \dot{e}_1 - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega}_r x_4 - b_1 u_2) \quad \text{Eq (IV-55)}$$

Alors la loi de commande  $u_2$  est déduite en satisfaisant  $\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 \leq 0$ :

$$u_2 = \frac{1}{b_1} (-a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + \ddot{\phi}_d + k_1(-k_1 e_1 + e_2) + k_2 e_2 + e_1) \quad \text{Eq (IV-56)}$$

Les mêmes étapes sont reprises afin d'extraire  $u_3, u_4, u_x, u_y$  et  $u_1$ :

$$\text{Eq (IV-57)}$$

Tel que:

$$e_i = \begin{cases} x_{id} - x_i & i \in [3,5,7,9,11] \\ \dot{x}_{(i-1)d} + k_{i-1} e_{i-1} - x_i & i \in [4,6,8,10,12] \end{cases} \quad \text{Eq (IV-58)}$$

$$k_i > 0, \quad i \in [2, \dots, 12]$$

Les fonctions de Lyapunov prennent la forme suivante :

$$V_i = \begin{cases} \frac{1}{2} e_i^2 & i \in [3,5,7,9,11] \\ V_{i-1} + \frac{1}{2} e_i^2 & i \in [4,6,8,10,12] \end{cases} \quad \text{Eq (IV-59)}$$

### IV.2.3. Simulation des résultats :

La théorie de la commande par Backstepping est maintenant appliquée au quadri-rotor.

Dans ce qui suit, nous allons présenter les résultats de cette commande avec les interprétations nécessaires.

Le modèle Simulink de la commande backstepping du quadrotors est illustré dans la figure ci-dessous:

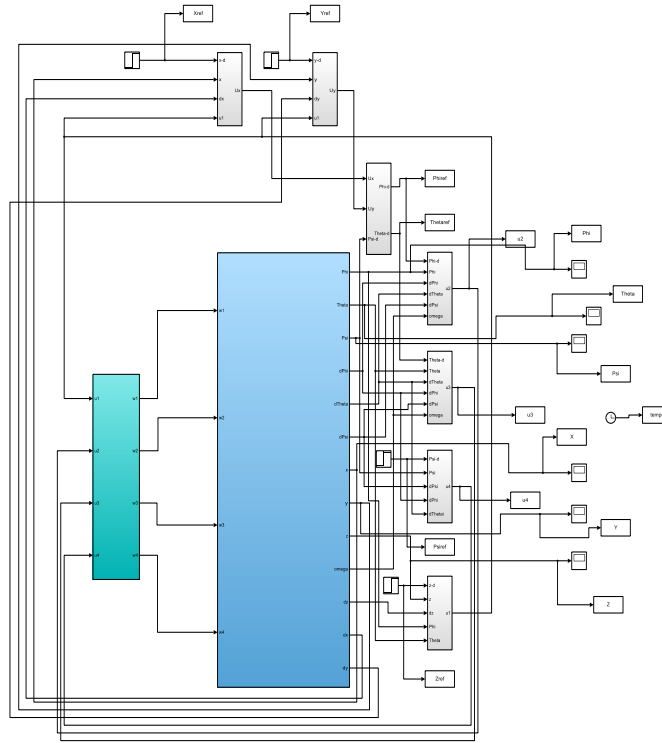
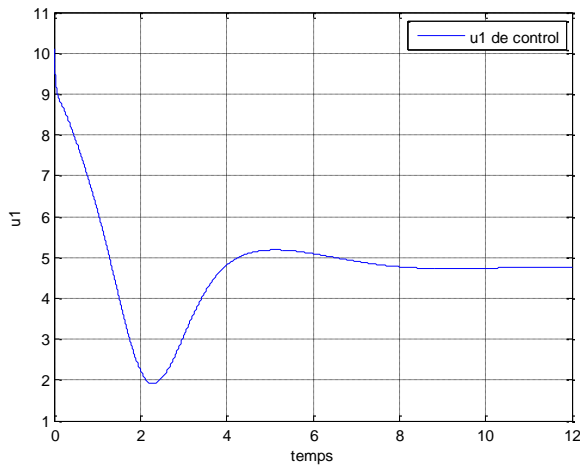
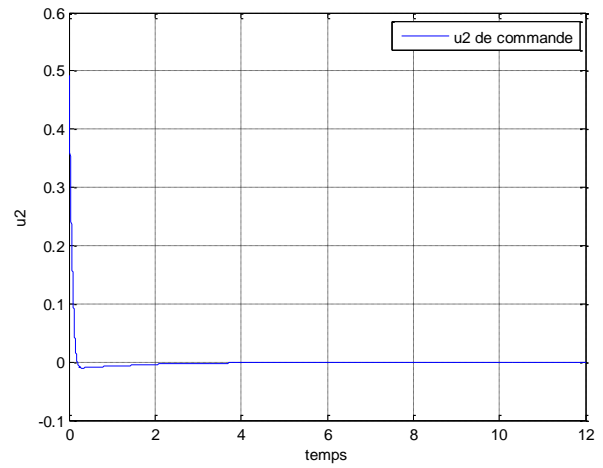


Figure IV-7. Modèle Simulink de la commande Backstepping pour le quadrotors

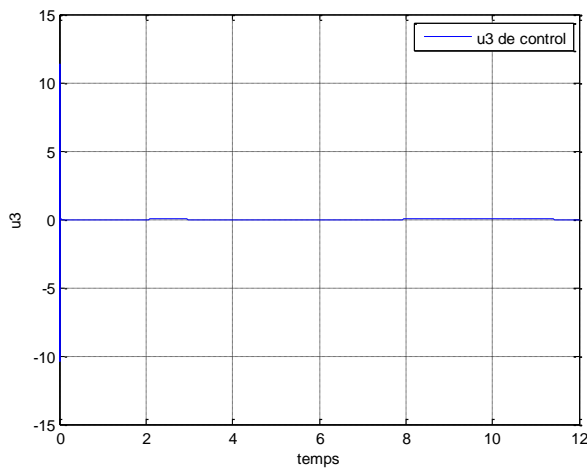
Les figures suivantes présentent l'évolution des signaux de commande :



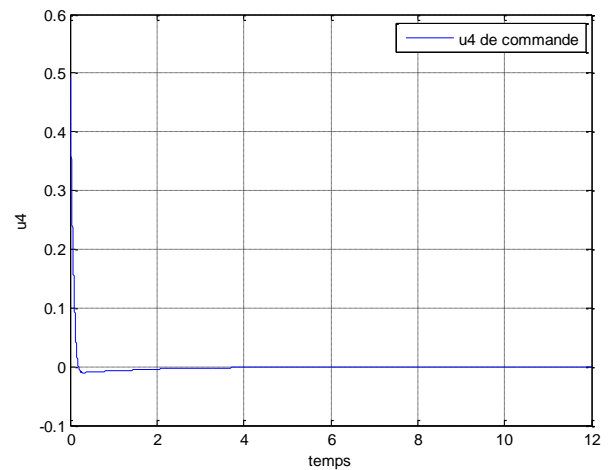
a. Evolution de la commande U1



b. Evolution de la commande U2.



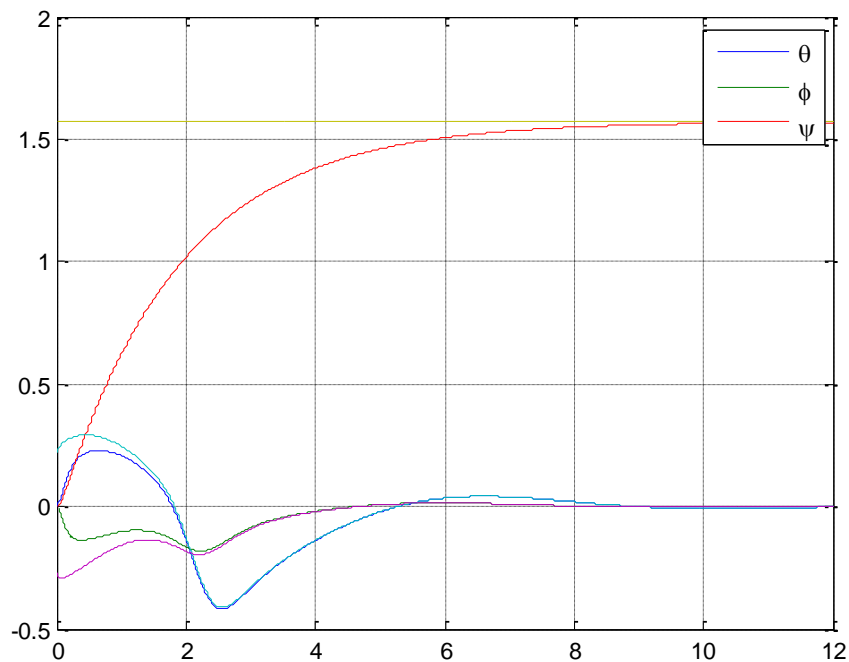
c. Evolution de la commande U3



d. Evolution de la commande U4

**Figure IV-8. Evolution des signaux de commande de la commande Backstepping.**

Les résultats de simulation de la commande Backstepping sur le quadrotors sont présentés dans les figures suivantes



**Figure IV-9. Résultats de simulation des angles d'attitude.**

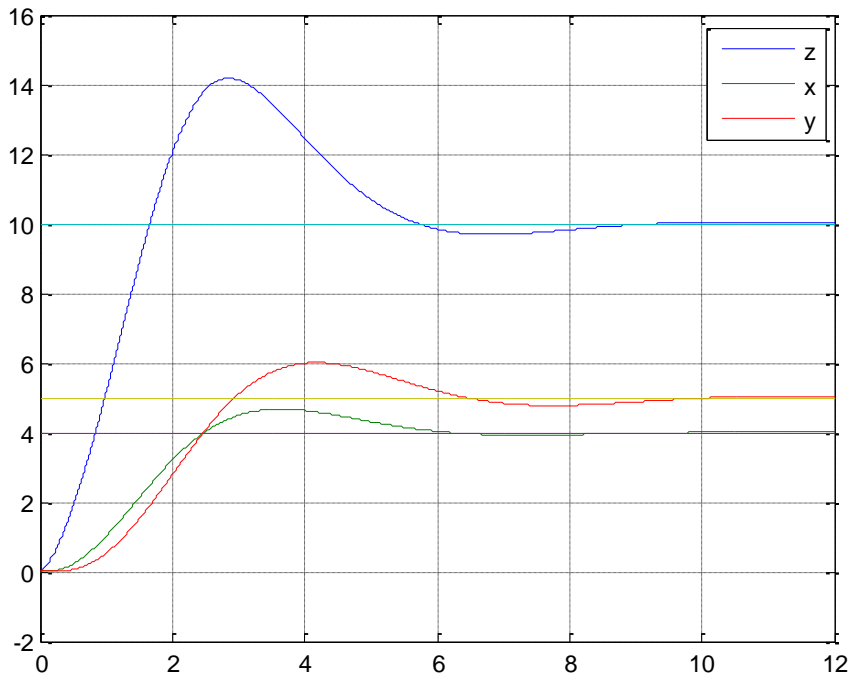


Figure IV-10. Résultats de simulation de la position.

Les valeurs désirées de la simulation sont:

$$X_d = 4 \text{ [m]}; Y_d = 5 \text{ [m]}; Z_d = 10 \text{ [m]}; \Psi_d = \frac{\pi}{2}.$$

L'équation de la trajectoire hélicoïdale utilisée avec la commande de Backstepping est la suivante:

$$\begin{cases} x = A_{xy} \times \sin(B_{xy} \times t) \\ y = A_{xy} \times [\cos(B_{xy} \times t) - 1] \\ z = A_z \times t \\ \Psi = \cos(A_{\Psi} \times t) \end{cases}$$

Les gains de la commande de backstepping (les  $k_i$  avec  $i=1, \dots, 12$ ) sont les suivants:

$$k_1 = 1; k_2 = 10 \rightarrow \Phi$$

$$k_3 = 1; k_4 = 10 \rightarrow \Theta$$

$$k_5 = 1; k_6 = 10 \rightarrow \Psi$$

$$k_7 = 0.1; k_8 = 1 \rightarrow X$$

$$k_9 = 0.1; k_{10} = 1 \rightarrow Y$$

$$k_{11} = 0.1; k_{12} = 1 \rightarrow Z$$

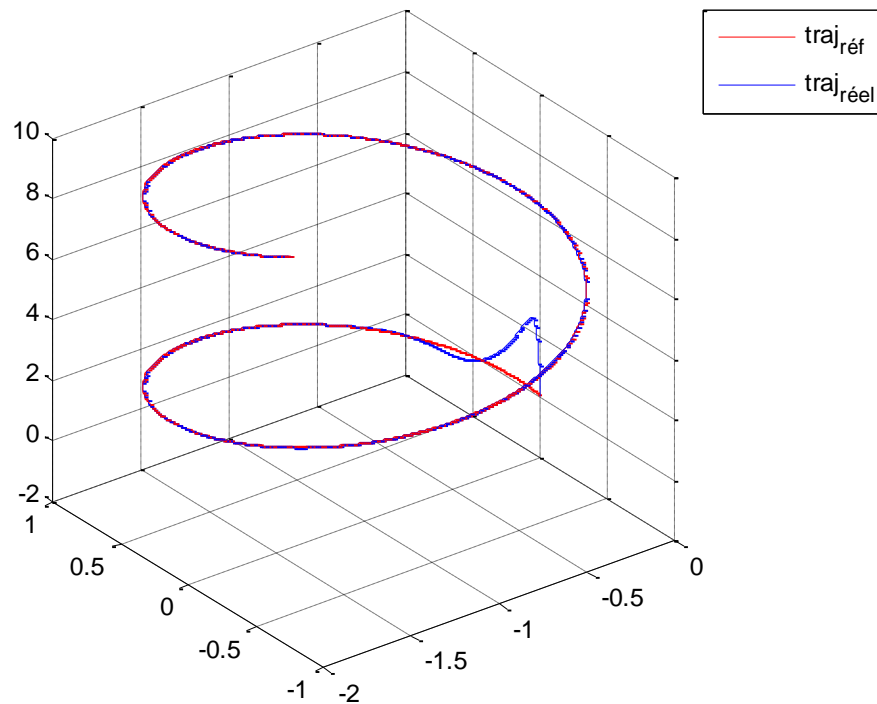


Figure IV-11. Résultat de simulation d'une trajectoire.

### IV.3. Conclusion :

On remarque que les réponses du système suivent les consignes désirées mais avec des dépassements importants quand peut les éliminer en travaillant plus sur le réglage des paramètres de commande (les  $k_i$  avec  $i=1, \dots, 12$ ),

Au niveau de la poursuite d'une trajectoire, on remarque que le quadri-rotor suit la trajectoire de référence d'une manière parfaite.

## *Conclusion générale et perspectives*

Le modèle de contrôle présenté dans cette thèse a proposé une solution au problème de poursuite de position des véhicules autonomes sous-actionnés en mouvement 2D et 3D. L'algorithme de contrôle est basé sur les techniques de Lyapunov qui ont montrées une grande stabilité et une convergence exponentielle de l'erreur de poursuite de position vers un voisinage très près de l'origine. La trajectoire désirée n'a pas besoin d'avoir une forme particulière (par exemple ébarbage des trajectoires). En effet elle peut être n'importe quelle courbe suffisamment lisse et bornée paramétrée par le temps.

Pour illustrer les résultats présentés, nous avons décrit deux applications de contrôle de véhicule : un aéroglisseur (en mouvement 2D) et un quadrotors (en mouvement 3D). Les résultats de simulation montrent que les objectifs de ce modèle de contrôle sont achevés.

Le travail abordé dans ce mémoire n'est qu'une initiation à la recherche dans le domaine des plateformes volantes et ouvre la porte à plusieurs recommandations pour les travaux futurs :

- Adresseront peut être l'extension de ces résultats à une plus grande classe de modèles de drones en détendant des conditions imposées par les hypothèses 1 et 2.
- Un autre problème non résolu qui ouvre la porte à d'autres recherches dans les systèmes de contrôle non linéaire des véhicules sous actionnés avec bruit et d'autres éventuels problèmes issus des variations de paramètres ou de la dynamique négligée.
- Le souhait principal à la fin de toute simulation est l'implémentation expérimentale de ces lois de commande sur un prototype réel afin de pouvoir valider les résultats de simulation pour voir le véritable comportement de ce système dans la réalité. Malheureusement et par un manque de matériel et de temps nous n'avons pas pu implémenter ces lois de commande dans un modèle réel.