

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE.
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE.**



**UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA 1.
FACULTE DE TECHNOLOGIE.
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE.
LABORATOIRE D'ETUDES ET DE RECHERCHE EN TECHNOLOGIE
INDUSTRIELLE.**

Projet de Fin d'Études Pour l'obtention du Diplôme de Master en
Fabrication Mécanique et Productique.

THEME :

**SIMULATION NUMERIQUE DE L'INSTABILITE
D'UN ECOULEMENT D'UN NANOFLUIDE AUTOUR
D'UN CYLINDRE EN REGIME LAMINAIRE**

Proposés et encadrés par :

Ph. ALLALI Abderrazak.

Co-Promoteur ROUBI Abdelhak

Réalisés par :

HAMOULLI Abderraouf

MATAR Mohamed Bouziane

ANNEE UNIVERSITAIRE : 2020/2021.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciement

Nous tenons à remercier tout d'abord Dieu qui nous a guidé vers le bon chemin et qui nous a donné le courage et la force de continuer ce travail.

Nos plus sincères remerciements vont à Nos parents qui nous ont toujours encouragé, ainsi que nos familles que Dieu les protège et prenne soin d'eux.

Nous exprimons nos profonds remerciements à PhD. ALLALI Abderrazak et le Co-promoteur ROUBI Abdelhak, Nous avons le grand plaisir de travailler sous son direction et profiter de ses enseignements et ses conseils judicieux et pertinents.

J'adresse mes profondes gratitudeux aux enseignants et responsables du département mécanique.

Enfin, j'exprime mes remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Dédicace :

Je dédie ce modeste travail :

*A mes chers parents (que dieu les garde), Pour leur patience, leur amour, leur soutien et leurs encouragements.

*A mon frère et mes sœurs et à tous mes amis (es).
Particulièrement, Chorouk, et mon Binôme Mohamed,

*A toute la famille du Département de Génie Mécanique.

*Et à tous ceux que je connais de près ou de loin.

Hamouilli Abderraouf

Dédicace :

Je dédie ce modeste travail :

*A mes chers parents (que dieu les garde), Pour leur patience, leur amour, leur soutien et leurs encouragements.

*A Tous mes amis (es). Particulièrement, Abdelhak et Abderraouf.

*A toute la famille du Département de Génie Mécanique.

*Et à tous ceux que je connais de près ou de loin.

MATAR Mohamed Bouziane

Table des Matières

Introduction Générale	1
Chapitre I : Recherche Bibliographique et Notions de base	
I.1 Généralité sur le Transfert de chaleur.....	4
I.1.1 Introduction	4
I.1.2 Rappels de thermodynamique	4
I.1.2.1 Premier principe de la thermodynamique	4
I.1.2.2 Second principe de la thermodynamique	4
I.1.3 Différents Modes de transfert de chaleur	5
I.1.3.1 Conduction	5
I.1.3.2 Convection	5
I.1.3.3 Rayonnement.....	5
I.2 Écoulement autour d'un cylindre.....	6
I.2.1 Introduction	6
I.2.2 Écoulement autour d'un cylindre circulaire	7
I.2.3 Différents régimes de l'écoulement.....	7
I.2.3.1 Régime d'écoulement rampant ($Re < 5$)	7
I.2.3.2 Régime laminaire stationnaire ($5 \leq Re \leq 48$)	7
I.2.3.3 Instationnarités bidimensionnelles ($48 \leq Re \leq 180$)	8
I.2.3.4 Instationnarités tridimensionnelles et apparition de la turbulence ($180 \leq Re \leq 1200$)	8
I.2.3.5 Transition des couches de cisaillement ($1200 \leq Re \leq Rec$)	12
I.2.3.6 Transition turbulente des couches limites ($Re \geq Rec$)	13
I.3 Généralité sur le Nanofluide	14
I.3.1 Introduction	14
I.3.2 Etat d'art sur les nanofluides	14
I.3.3 Définition des nanofluides	16
I.3.4 Les applications des nanofluides	16
I.3.5 Types des nanoparticules	17
I.3.6 Nanoparticules les plus utilisées pour obtenir des nanofluides	17
I.3.6.1 Nanoparticules des oxydes métalliques	17

I.3.6.2	Nanoparticules métalliques	18
I.3.6.3	Nanoparticules non métalliques	18
I.3.6.4	Fluides de base les plus utilisés sont	18
I.3.7	Production des nanofluides et nanoparticules	19
I.3.7.1	Procédé en une étape (one-step method)	20
I.3.7.2	Procédé en deux étapes (two-step method)	20
I.3.8	Avantages des nanofluides	20
I.3.9	Inconvénients des nanofluides	20

Chapitre II : Formulations Mathématiques

II.1	Introduction	22
II.2	Les nombres sans dimensions	22
II.2.1	Dimension d'une grandeur	22
II.2.2	Principe de similitude	23
II.2.3	Nombres sans dimension usuels	24
II.2.3.1	Pour le transfert thermique	24
II.2.3.2	Pour le transfert de matière	26
II.2.3.3	Pour le transfert de mouvement	27
II.2.3.4	Pour les transferts simultanés	30
II.3	Mise en équations du problème	31
II.3.1	La Masse volumique	31
II.3.2	La chaleur spécifique	31
II.3.3	La Conductivité thermique	32
II.3.3.1	Modèle de Maxwell	32
II.3.3.2	Modèle de Hamilton-Crosser	33
II.3.3.3	Modèle de Yu et Choi	34
II.3.4	La viscosité dynamique.....	34
II.3.5	Loi de conservation de la masse	36
II.3.6	Loi de conservation de la quantité de mouvement.....	36
II.3.7	Loi de conservation de l'énergie	37
II.3.8	Système d'équations :	38
II.3.9	Équations de Navier- Stokes	38
II.3.9.1	Formulation différentielle.....	39
II.3.9.2	Expression en coordonnées cartésiennes.....	40

II.3.9.3	Fluide newtonien, hypothèse de Stokes	40
II.3.10	Les équations de Reynolds.....	41
II.3.10.1	Décomposition statique	41
II.3.10.2	Règles de Reynolds	42
II.3.10.3	Tensions de Reynolds.....	42
II.3.11	Modèle (k- ϵ)	42
II.3.11.1	Concept de Boussinesq	43
II.3.11.2	Equation modélisée de k	43
II.3.11.3	Equation modélisée de ϵ	44
II.3.11.4	Calages des constantes	44

Chapitre III: Simulations numériques

III.1	Introduction	46
III.2	Présentation du logiciel de calcul	47
III.3	Notions générales sur la méthode des volumes finis	48
III.4	Le choix des nanoparticules	49
III.4.1	Nnoparticules de cuivre	49
III.4.2	Propriété thermophysiques de nanofluide (eau + cuivre)	49
III.5	Matériel utilisé dans la simulation	52
III.6	Les étapes de simulation sur le fluent	52
III.6.1	Géométrie	53
III.6.2	Maillage	54
III.6.3	Configuration et la solution	56

Chapitre IV : Résultats et discussions

VI.1	Introduction	61
VI.2	Variation de la longueur du sillage avec Re	61
VI.3	Variation de l'angle de séparation avec Re	62
VI.4	Distribution du coefficient de pression	63
VI.5	Effet du chargement en nanoparticules sur les forces du cylindre	65
VI.6	Effet des nanoparticules sur les caractéristiques de l'écoulement	65
VI.7	Variation du nombre de Nusselt local sur la surface du cylindre	67
VI.8	Variation du nombre de Nusselt moyen sur la paroi du cylindre	69
	Conclusion Générale	70
	REFERENCES	71

Liste des figures

Figure I-1 : Iustration du phénomène de transfert de chaleur se produisant une chambre fermée.	6
Figure I-2 : Différents régimes d'écoulement autour d'un cylindre en fonction du nombre de Reynolds Re . Photographies : S. Taneda (Photo a et b), T. Corke et H. Nagib (photo c et d), extraites de Van Dyke [1].	8
Figure I-3 : Illustrations des différents types d'écoulement en fonction du nombre de Reynolds.	10
Figure I-4 : Variation du nombre de Strouhal en fonction du nombre de Reynolds, apparition des effets tridimensionnels autour de $Re \approx 180$ (Zdravkovich [8]) (écoulement parallèle en traits continus et oblique en points).	11
Figure I-5 : Phénomène de dislocations à $Re = 220$; Braza et al. (2001) [6].	12
Figure I-6 : Diminution de la zone de formation tourbillonnaire pour $3000 < Re < 8000$, Norberg [9].	12
Figure I-7 : (a) : Mise en évidence du mouvement tridimensionnel des tourbillons de Bloor- Gerrard. (b) : Evolution temporelle des structures de type Kelvin-Helmholtz, d'après [11].	13
Figure I-8 : Synthèse des transitions en aval d'un cylindre en régime isotherme.	13
Figure I-9 : Nanoparticules sphériques - Nanotube de Carbone	17
Figure III-1 : Schéma du domaine de calcul et du système de coordonnées.	46
Figure III-2 : Volume de contrôle autour du point P.	48
Figure III-3 : Démarrer notre première simulation sur le fluent.	52
Figure III-4 : Dessins de la géométrie 2D sur le fluent.	53
Figure III-5 : a) Maillage sur le fluent. b) Image agrandie montrant les détails de maillage.	54
Figure III-6 : Indications des propriété thermophysiques de nanofluide.	56
Figure III-7 : Indications de vitesse de débit et la température de nanofluide et le cylindre.	56
Figure III- 8 : Indications de valeur de convergence.	57
Figure III-9 : Initialisations de calcul.	57

Figure III-10 : Choix des paramètres	58
Figure III-11 : Démarrer le calcul	58
Figure III-12 : Convergence de solution	59
Figure IV-1 : Variation de la longueur du sillage avec Re pour différentes fractions volumiques solides ϕ .	61
Figure IV-2 : Variation de l'angle de séparation avec Re pour différentes fractions volumiques solides ϕ .	62
Figure IV-3 : Distribution du coefficient de pression autour de la surface du cylindre pour différentes fractions volumiques solides ϕ à a) Re = 10, b) Re = 20, c) Re = 30, d) Re = 40.	64
Figure IV-4 : Lignes de courant, la vorticité et les contours isothermes autour du cylindre, (fluide clair (moitié inférieure) et eau/Cu 3 % (moitié supérieure) à a) Re 20, b) Re 40, c) et d).	65
Figure IV-5 : Variation du nombre de Nusselt local sur la surface du cylindre avec différentes fractions volumiques solides ϕ à a) Re = 10, b) Re = 20, c) Re = 30, d) Re = 40.	68
Figure IV-6 : Variation du nombre de Nusselt moyen sur la paroi du cylindre en fonction du nombre de Reynolds pour différentes fractions volumiques solides, ϕ .	69

Liste des tableaux

Tableau I-1 : Conductivité thermique des différents fluides et matériaux usuels à température 300K [4].	19
Tableau II-1 : Exemple de grandeur et leur dimension.	23
Tableau II-2 : Constantes du modèle $k - \varepsilon$.	44
Tableau III-1 : Propriétés thermophysiques de l'eau + cuivre.	49
Tableau III-2 : les propriétés thermophysiques de nanofluide (Eau + Cu).	51
Tableau III-3 : Dimensions de domaine de calcul.	53
Tableau III-4 : Conditions aux limites.	54
Tableau III-5 : Statistiques de Maillage.	55

Nomenclature

C_D	coefficient of drag, [-]
D	cylinder diameter, [m]
k	thermal conductivity, [$Wm^{-1} K^{-1}$]
P	non-dimensional pressure, [-]
Pr	Prandtl number, ($= \nu/a$), [-]
Re	Reynolds number, ($= \rho U_\infty D/\mu$), [-]
T	non-dimensional temperature
$U_r U_\theta$	non-dimensional velocity components, [-]
r, θ	non-dimensional coordinates, [-]
<i>Greek symbols</i>	
μ	dynamic viscosity, [$kgm^{-1} s^{-1}$]
ρ	density, [kgm^{-3}]
ν	kinematic viscosity, [$m^{-2} s^{-1}$]
α	separation angle [°]
<i>Subscripts</i>	
∞	free stream
w	wall
ave	average
f	fluid
p	solid
nf	nanofluid
s	separation of flow
0	stagnation point

ملخص

الهدف من هذا العمل هو دراسة تأثير عدم استقرار تدفق مائع نانوي حول أسطوانة في نظام رقائقي. العلاقات التي تعطي الحرارة النوعية والكثافة المستخدمة في العمل الحالي مستخلصة من قوانين الديناميكا الحرارية. تتم مقارنة المائع النانوي المستخدم مع السائل الحامل وحده.

سنحل مشكلة استخدام السوائل النانوية في أنظمة الحمل القسري بغرض تحسين التبادل الحراري. ويطور نموذجًا عدديًا لدراسة خصائص التدفق وانتقال الحرارة حول أسطوانة دائرية ثابتة.

الكلمات المفتاحية: الموائع النانوية ، الجسيمات النانوية ، التدفق ، عدم الاستقرار ، انتقال الحرارة.

Résumé

L'Objective de ce travail est d'étudier l'influence de l'instabilité d'un écoulement d'un nanofluide autour d'un cylindre en régime laminaire. Les relations donnant la chaleur spécifique et la masse volumique, utilisées dans le présent travail, déduites à partir des lois de la thermodynamique. Le nanofluide utilisé est comparé à celui d'un fluide porteur seul.

On soulèvera le problème d'utilisation de nanofluides en régimes de convections forcée à des fins d'amélioration des échanges thermiques. Et élabore une modélisation numérique pour étudier les caractéristiques de l'écoulement et le transfert de chaleur autour d'un cylindre circulaire fixe.

Mots Clés : Nanofluides, Nanoparticules, Ecoulement, Instabilité, Transfert de chaleur.

Abstract

The objective of this work is to study the influence of the instability of a flow of a nanofluid around a cylinder in a laminar regime. The relations giving the specific heat and the density, used in the present work, deduced from the laws of thermodynamics. The nanofluid used is compared to that of a carrier fluid alone.

We will solve the problem of using nanofluids in forced convection regimes for the purpose of improving heat exchange. And develops a numerical model to study the characteristics of the flow and the heat transfer around a fixed circular cylinder.

Keywords: Nanofluids, Nanoparticles, Flow, Instability, Heat transfer.

Introduction Générale :

Le développement des nanotechnologies constitue un challenge pour les années à venir. Les nanosciences étudient la structure de la matière au niveau moléculaire donc à l'échelle nanométrique dans le but d'innover dans de nombreux domaines tels que : l'environnement, la production et le stockage de l'énergie, le refroidissement des composants électroniques, la biologie, le diagnostic médical, le traitement de l'eau, etc....

En ce qui concerne les applications dans le domaine du transfert de chaleur, des études menées depuis une dizaine d'années ont montré que dans certaines conditions, l'ajout de particules nanométriques dans un fluide (appelé alors nanofluide) pouvaient augmenter le transfert de chaleur par rapport au cas du corps pur (eau), en modifiant de manière significative les propriétés thermophysiques du fluide porteur.

La nanofluidique est une miniaturisation ultime des laboratoires sur puces, et correspond au contrôle d'écoulements dans des dispositifs nanométriques. Le nanofluide est compatible avec des éléments électroniques et présente une conductivité thermique améliorée lui permettant une utilisation dans le refroidissement d'éléments électroniques etc.

Les Nanofluides sont des solutions colloïdales composées de particules de taille nanométrique en suspension dans un liquide. Leurs propriétés thermiques étonnantes en ont fait l'objet d'intenses investigations durant la dernière décennie.

On propose dans ce travail d'étudier l'influence de l'instabilité d'un écoulement d'un nanofluide autour d'un cylindre en régime laminaire. Les relations donnant la chaleur spécifique et la masse volumique, utilisées dans le présent travail, déduites à partir des lois de la thermodynamique. Le nanofluide utilisé est comparé à celui d'un fluide porteur seul.

On soulèvera le problème d'utilisation de nanofluides en régimes de convections forcée à des fins d'amélioration des échanges thermiques. Et élabore une modélisation numérique pour étudier les caractéristiques de l'écoulement et le transfert de chaleur autour d'un cylindre circulaire fixe. Le nombre de Reynolds est de l'ordre de : $10 < Re < 40$. Ce travail s'accroît principalement sur l'étude numérique des équations qui régissent les écoulements externes, et en particulier l'influence de la fraction volumique des nanoparticules sur les mécanismes de transfert de chaleur entre un cylindre chauffé et le nanofluide.

Dans cette étude, on rapport les résultats de simulation numériques avec le code de calcul Fluent. L'étude s'organise à quatre chapitre présentes dans la suite :

Introduction générale

- ❖ Le premier chapitre s'attardera sur un état de l'art non exhaustif des recherches menées sur le thème d'instabilité des écoulements autour d'un cylindre fixe et des notions de base sur le transfert de chaleurs et les différents types d'écoulements.
- ❖ Le Deuxième chapitre est réservé à l'étude théorique du phénomène physique d'un nanofluide autour d'un obstacle et les formulations mathématiques des écoulements convectif dans le nanofluide.
- ❖ La simulations numériques et l'interprétations des résultats sont tous présenté dans le troisième chapitre.
- ❖ Dans le quatrième chapitre, on va analyser et discuter les résultats finals de cette étude.
- ❖ Enfin, ce mémoire se terminera par une conclusion générale et perspectives.

CHAPITRE I :

Recherche bibliographique et Notions de base

I.1 Généralité sur le Transfert de chaleur :

I.1.1 Introduction :

Le transfert de chaleur est l'un des modes les plus communs d'échange d'Énergie. Il intervient naturellement entre deux systèmes dès qu'existe entre eux une différence de température et cela quel que soit le milieu même vide qui les sépare. A la base de l'étude des transferts thermiques se trouvent les principes de quantité de chaleur et de différence de température définis par la thermodynamique dans ses principes mêmes. Toutefois, la thermodynamique classique traite de l'état des systèmes sous l'angle macroscopique et ne fait aucune hypothèse concernant la structure de la matière. Ainsi, elle s'attache aux états d'équilibre et néglige les différents mécanismes qui y conduisent.

I.1.2 Rappels de thermodynamique :

I.1.2.1 Premier principe de la thermodynamique :

Le premier principe est fondamentalement un principe de conservation. Il régit les transformations mutuelles du travail et de la chaleur en établissant un bilan. Il peut s'énoncer comme suit :

" Lorsqu'un système isolé subit une série de transformations qui le ramènent à un état d'équilibre final (2) identique à l'état d'équilibre initial (1) et au cours desquelles il n'échange avec l'extérieur que du travail et de la chaleur, le rapport du travail à cette quantité de chaleur est constant"

$$[W + Q]_1^2 = \text{Constante}$$

Où :

W : Travail échangé entre le système et le milieu extérieur.

Q : Chaleur échangée entre le système et le milieu extérieur.

I.1.2.2 Second principe de la thermodynamique :

Le premier principe de la thermodynamique permet de faire le bilan des échanges d'Énergie d'un système matériel subissant des transformations quelconques, mais il ne fait aucune différence entre les diverses formes sous lesquelles cette Énergie se trouve fournie

au milieu extérieur. Or, il n'est pas indifférent de recueillir la diminution d'énergie d'un système sous forme de travail ou de chaleur comme il n'est pas non plus sans importance que la quantité de chaleur éventuellement fournie le soit à une température faible ou à une température élevée.

Le second principe permet de calculer la quantité de travail susceptible d'être recueillie dans une transformation déterminée. Il permet aussi de préciser le sens dans lequel tendent réellement à évoluer les systèmes (alors que le premier principe qui est essentiellement un principe d'équivalence, ne nous indique rien sur le sens des systèmes (alors que le premier principe qui est essentiellement un principe d'équivalence ne nous indique rien sur le sens de la transformation)).

I.1.3 Différents Modes de transfert de chaleur :

Le transfert de chaleur peut être défini comme la transmission de l'énergie d'une région à une autre sous l'influence d'une différence de température. Il est régi par une combinaison de lois physiques.

La littérature traitant du transfert de chaleur reconnaît essentiellement trois modes de transmission de la chaleur : la conduction, la convection et le rayonnement.

I.1.3.1 Conduction :

La conduction est définie comme étant le mode de transmission de la chaleur provoquée par la différence de température entre deux régions d'un milieu solide, liquide ou gazeux ou encore entre deux milieux en contact physique.

I.1.3.2 Convection :

Les phénomènes de convection interviennent dans la transmission de la chaleur chaque fois qu'un fluide se déplace par rapport à des éléments fixes. Lorsque se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de densité résultant des gradients de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre, si le mouvement du fluide est provoqué par une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé convection forcée.

I.1.3.3 Rayonnement :

Le rayonnement est le mécanisme par lequel la chaleur se transmet d'un milieu à haute température vers un autre à basse température lorsque ces milieux sont séparés dans l'espace. Ce mode de transfert ne nécessite pas de support matériel et peut donc s'effectuer dans le

vide. En général, les sources de rayonnement sont des solides et le rayonnement se fait par la surface.

La plupart des phénomènes étudiés font apparaître l'intervention des trois modes de transmission de la chaleur en même temps. Afin d'explicitier ceci, prenons le cas d'une chambre (cf. figure I-1)

En effet, les trois modes de transfert de chaleur interviennent dans ce cas et sont représentés par :

- ❖ La conduction à travers les murs, le parquet et le toit de la chambre,
- ❖ La convection qui prend place grâce au mouvement de l'air à l'extérieur et à l'intérieur de la chambre,
- ❖ Le rayonnement de la lampe éclairant la chambre.

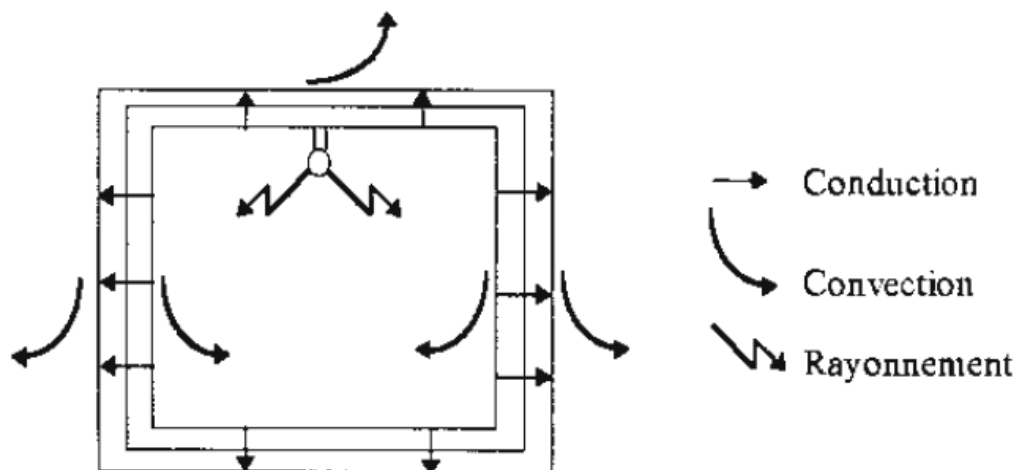


Figure I-1 : lustration du phénomène de transfert de chaleur se produisant une chambre fermée.1

I.2 Écoulement autour d'un cylindre :

I.2.1 Introduction :

Le champ d'écoulement derrière un cylindre circulaire infini a été largement étudié dans le passé. Ce champ d'écoulement est une phénoménologie importante pour de nombreux domaines techniques et physiques, car le développement des vortex alternés dans le sillage proche, provoque des forces de pression qui génèrent des vibrations structurelles, des bruits acoustiques et des phénomènes de résonance.

Nous présentons dans ce chapitre, une étude bibliographique des différentes classes d'écoulement pouvant être rencontrées sur un cylindre.

I.2.2 Écoulement autour d'un cylindre circulaire :

L'écoulement d'un fluide à faible nombre de Mach ($Ma \leq 0.3$), est considéré incompressible. L'adimensionnalisation des équations régissent cet écoulement dépend du nombre de Reynolds et des conditions aux limites et initiales. Dans ces conditions, l'écoulement autour du cylindre dépend uniquement du nombre de Reynolds défini comme : $Re = \frac{\rho \cdot U_{\infty} \cdot D}{\mu}$

Où : U_{∞} est la vitesse en amont, D le diamètre du cylindre et μ la viscosité dynamique du fluide considéré. Ce nombre adimensionnel caractérise le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses.

I.2.3 Différents régimes de l'écoulement :

Sur la base de ces différents travaux on peut citer les différents régimes d'écoulement en fonction du nombre de Reynolds comme suite :

I.2.3.1 Régime d'écoulement rampant ($Re < 5$) :

Les effets visqueux sont dominants par rapport aux effets de l'inertie, l'écoulement est symétrique entre l'amont et l'aval et également par rapport à l'axe longitudinal du courant. Le fluide est attaché au cylindre et aucun décollement n'apparaît, et aucune instabilité ne se déclenche.

I.2.3.2 Régime laminaire stationnaire ($5 \leq Re \leq 48$) :

Les forces d'inertie augmentent et l'effet visqueux n'est plus assez grand, un décollement de la couche limite apparaît dans cette région. Il se forme, en aval du cylindre deux zones de recirculation contrarotatives symétriques comme le montre la figure 1. Le point de rattachement s'éloigne du cylindre quand le nombre de Reynolds augmente. L'écoulement est stable, stationnaire et reste symétrique par rapport à l'axe longitudinal.

NB : Le point de rattachement défini comme le lieu d'annulation de la vitesse longitudinale sur l'axe longitudinal

I.2.3.3 Instationnarités bidimensionnelles ($48 \leq Re \leq 180$) :

L'écoulement autour du cylindre est instationnaire. Les deux tourbillons perdent leur symétrie et l'écoulement devient instable. Les différentes sources de perturbations ne peuvent plus être amorties qui conduisent au déclenchement de l'instabilité de Von- Kármán, cette instabilité est de nature bi-dimensionnelle. Le sillage est périodique et l'écoulement demeure entièrement laminaire. Le paramètre adimensionnel relatif à la fréquence du lâcher tourbillonnaire est le nombre de Strouhal : $St = \frac{f \cdot D}{U_\infty}$. Sur l'intervalle U_∞ de valeurs du nombre de Reynolds considéré, le nombre de Strouhal augmente avec le nombre de Reynolds, figure 1.2.

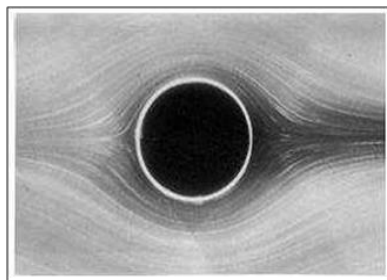
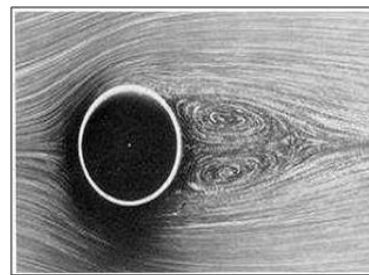
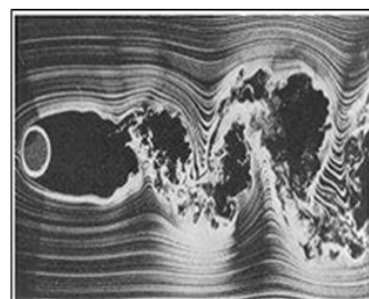
a) $Re = 0.16$ b) $Re = 26$ c) $Re = 140$ d) $Re = 10000$

Figure I-2 : Différents régimes d'écoulement autour d'un cylindre en fonction du nombre de Reynolds Re . Photographies : S. Taneda (Photo a et b), T. Corke et H. Nagib (photo c et d), extraites de Van Dyke [1].

I.2.3.4 Instationnarités tridimensionnelles et apparition de la turbulence ($180 \leq Re \leq 1200$) :

Pour $180 \leq Re \leq 300$, commence la transition vers le régime turbulent et l'écoulement dévient tridimensionnel. Un phénomène correspond au développement de l'instabilité secondaire présentée par la naissance de tourbillons longitudinaux ainsi qu'une ondulation des rouleaux de Von-Kármán dans le sens de l'envergure du cylindre. En fonction de la longueur d'onde de l'ondulation transversale des rouleaux, deux topologies tridimensionnelles distinctes dans le sillage, illustrées sur la figure 1.3.

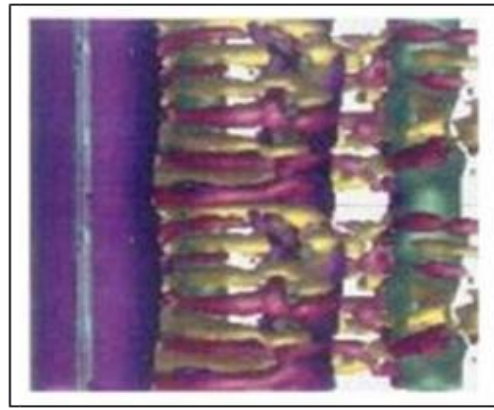
Le premier mode instable 3D est le mode A (**voir figure 1.3 (a)**). Il a notamment été observé expérimentalement par Williamson [2]. Le nombre de Reynolds critique de ce mode correspondant à son seuil d'apparition se situe entre 150 et 190. Cette incertitude est sans doute due au fait que la transition est sous critique, et nécessite une amplitude minimum pour apparaître.

Des précisions furent apportées par Barkley et al. [3]. Ils montrent à l'aide d'une analyse de Floquet que le nombre de Reynolds critique d'apparition du mode A est en fait : $Re = 188.5 \pm 1.0$. Elle est caractérisée par une longueur d'onde adimensionnée par le diamètre du cylindre $\lambda/D = 3.96 \pm 0.02$ qui est en accord avec les expériences et simulations numériques effectuées.

De plus d'après Williamson [2]. Lorsque le nombre de Reynolds dépasse 230, un second mode, appelé mode B apparaît (**voir figure 1.3 (b)**). Ce mode avait également été prédit par l'analyse de Floquet effectuée par Barkley . Il avait pu prédire le nombre de Reynolds critique $Re \approx 259$ et la longueur d'onde adimensionnée $\lambda/D \approx 0.82$ (longueur d'onde presque 4 fois plus petite que la longueur d'onde du mode A). Leweke et al. [4] montrent que le mode A et le mode B présentent des symétries différentes. En effet, les vortex longitudinaux tournent dans la direction opposée à chaque demi longueur d'onde pour le mode A. Pour le mode B, elles tournent dans la même direction. De plus le mode B est supercritique (Henderson [5]), c'est-à-dire qu'il apparaît à partir d'un certain nombre de Reynolds critique pour toute amplitude de perturbation appliquée à l'écoulement. Le mode B est présent avec le mode A jusqu'à $Re = 260$ et prédomine devant le mode A par la suite.



(a) Ondulation des tourbillons de Von Karman pour le mode A, $Re = 220$, Braza et al. [6].



(b) Ondulation des tourbillons de Von Karman pour le mode A, $Re = 220$, Braza et al. [6].

Figure I-3 : Illustrations des différents types d'écoulement en fonction du nombre de Reynolds.

La discontinuité du nombre de Strouhal dans son évolution en fonction du nombre de Reynolds est présentée dans la **figure I.4**. Persillon et Braza [7] retrouvent cette discontinuité par simulation numérique directe de l'écoulement autour d'un cylindre. Pour des nombres de Reynolds proches du mode B, on observe l'apparition du phénomène de dislocations des tourbillons primaires qui marquent le début de la transition vers la turbulence. Le passage d'une dislocation est associé à de fortes variations de vitesse et à une diminution du nombre de Strouhal.

Pour les nombres de Reynolds plus élevés ($Re > 300$), la transition à la turbulence est due à un état saturé non linéaire d'un mode d'instabilité absolue de l'écoulement. L'apparition de turbulence se matérialise par la multiplication des structures de petites échelles désordonnées, même si le sillage reste largement dominé par les structures de l'allée de Kármán.

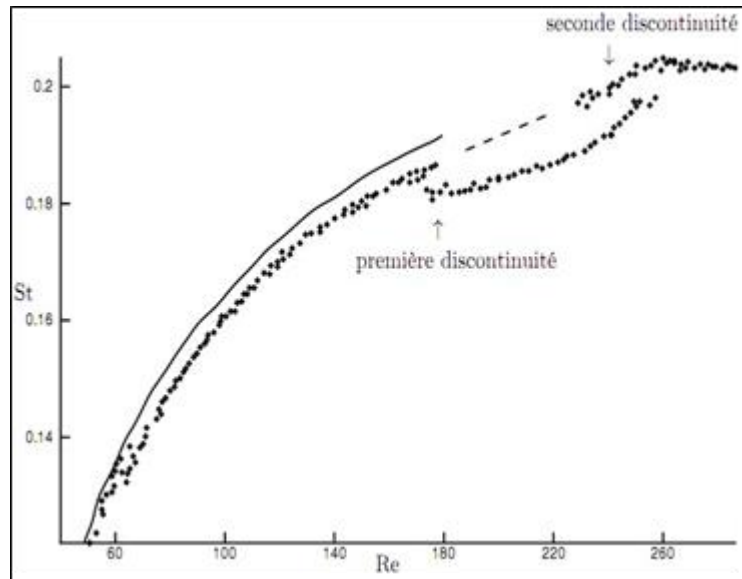


Figure I-4 : Variation du nombre de Strouhal en fonction du nombre de Reynolds, apparition des effets tridimensionnels autour de $Re \approx 180$ (Zdravkovich [8]) (écoulement parallèle en traits continus et oblique en points).

Dans ces conditions, l'écoulement est caractérisé par une longueur de transition, en aval du cylindre, très faible (définie comme étant la distance nécessaire aux instabilités pour s'amplifier et former des structures de taille variables), de l'ordre du diamètre du cylindre. L'étude de cette zone fait ressortir deux propriétés importantes :

- ❖ Les instabilités qui produisent les allées de Von Kármán sont uniquement 2D.
- ❖ Des oscillations basses fréquences à bas nombre de Reynolds présentes dans la zone de transition sont associées au caractère tridimensionnel du sillage et sont à la base de l'apparition de la turbulence.

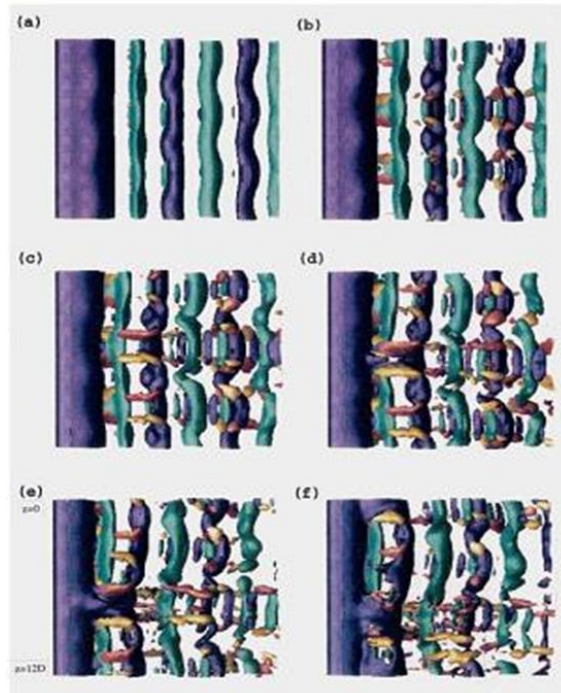


Figure I-5 : Phénomène de dislocations à $Re = 220$; Braza et al. (2001) [6].

I.2.3.5 Transition des couches de cisaillement ($1200 \leq Re \leq Re_c$) :

La zone de ce régime peut varier de $Re_c = 2.105$ à $Re_c = 1.106$. Cette variation s'explique par la grande sensibilité de l'écoulement à la rugosité du cylindre ainsi qu'à la turbulence du fluide. L'écoulement dévient turbulent dans le sillage mais la couche limite en amont du point de décollement reste laminaire. Pour Re entre 1000 - 2600, de petits tourbillons secondaires se développent de part et d'autre de l'allée tourbillonnaire suite à l'amplification de l'instabilité locale de Kelvin-Helmholtz dans les zones de cisaillement autour du cylindre. Lorsque le nombre de Reynolds augmente ($Re \approx 2600$), cette instabilité est plus prononcée et couvre une région importante de la zone de mélange.

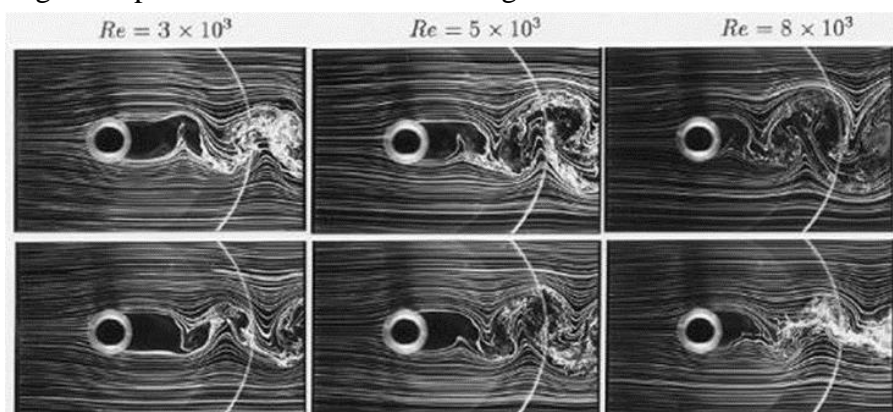


Figure I-6 : Diminution de la zone de formation tourbillonnaire pour $3000 < Re < 8000$, Norberg [9].

I.2.3.6 Transition turbulente des couches limites ($Re \geq Re_c$) :

La valeur du nombre de Reynolds critique varie fortement selon les différentes études expérimentales, du fait de la grande sensibilité de l'écoulement aux différents paramètres tels que la rugosité du cylindre, l'intensité turbulente de l'écoulement....

Lorsque l'écoulement atteint la valeur critique Re_c , le régime de l'écoulement est dit critique et supercritique au-delà. Cette étape est caractérisée par le passage de la couche limite laminaire à turbulente. Le point de décollement est repoussé vers l'aval sur le cylindre et le coefficient de traînée diminue du fait d'une largeur de sillage plus restreinte, devenue inférieure au diamètre du cylindre. Une étude détaillée de ce régime a été fournie par Roshko [10].

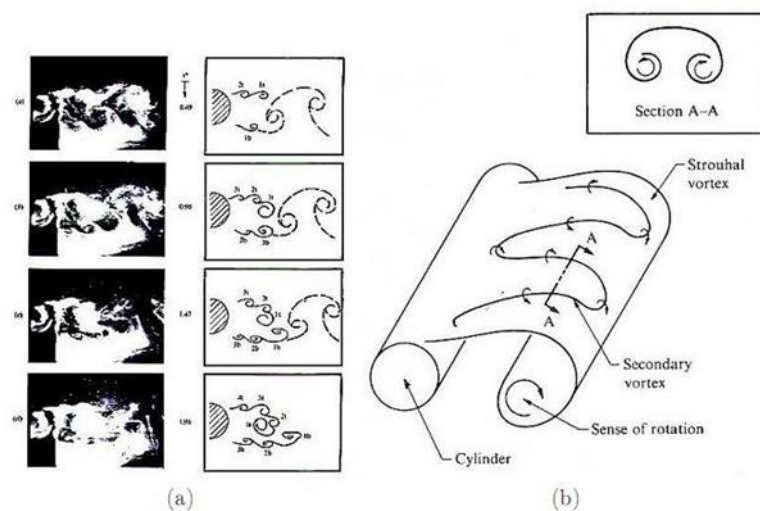


Figure I-7 : (a) : Mise en évidence du mouvement tridimensionnel des tourbillons de Bloor-Gerrard. (b) : Evolution temporelle des structures de type Kelvin-Helmholtz, d'après [11].

Nous pouvons résumer schématiquement les phénomènes observés dans la figure ci-dessous qui présente les principales transitions observées.

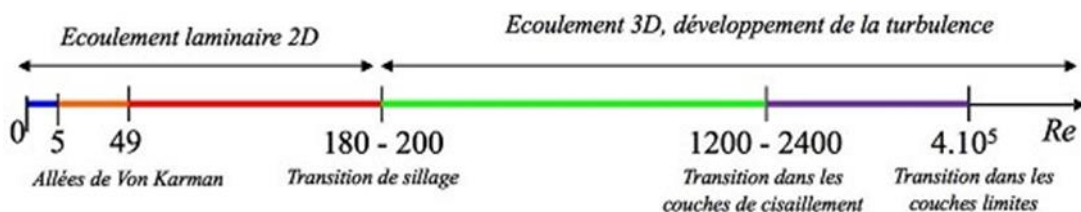


Figure 1-8 : Synthèse des transitions en aval d'un cylindre en régime isotherme.

I.3 Généralité sur le Nanofluide :

I.3.1 Introduction :

Les propriétés thermiques des liquides jouent un rôle important dans le chauffage ainsi que dans les applications de refroidissement dans les procédés industriels. La conductivité thermique d'un liquide est une propriété physique importante qui décide de ses performances de transfert de chaleur. Les fluides de transfert de chaleur classiques ont une conductivité thermique faible qui les rend inadéquats pour des certaines applications de refroidissement. Les chercheurs ont essayé d'améliorer la conductivité thermique intrinsèquement médiocre de ces fluides de transfert de chaleur classiques en utilisant des additifs solides suivant la théorie classique de (Maxwell, 1873). Un ajustement précis des dimensions de ces suspensions solides aux gammes millimétrique et micrométrique pour améliorer les performances de transfert de chaleur a échoué en raison des inconvénients tels que la faible conductivité thermique, la sédimentation des particules, la corrosion des composants des machines, le colmatage des particules, la chute de pression excessive, etc.

La réduction de la taille des particules a continué dans la recherche de nouveaux types de suspensions de fluide ayant des propriétés thermiques améliorées ainsi que des performances de transfert de chaleur. La nanotechnologie moderne offre des voies physiques et chimiques pour préparer des particules de taille nanométrique ou des matériaux nanostructures conçus sur les échelles atomiques ou moléculaires avec des propriétés thermodynamiques améliorées. Des suspensions de nanoparticules-fluides sont appelées nanofluides.

I.3.2 Etat d'art sur les nanofluides :

Nous présentons ici les différentes études expérimentales et numériques disponibles dans la littérature, qui représentent les propriétés principales des nanofluides et leur impact sur le transfert de chaleur tel que la conductivité thermique, la chaleur spécifique et la viscosité dynamique. Diverses corrélations ont été proposées avec les expressions classiques.

Les premiers travaux traitant le transfert de chaleur en présence des nanoparticules ont pratiquement commencé en 1995 avec l'étude de :

Choi [12] pour désigner la suspension des nanoparticules solides dans un liquide de base. Il a trouvé que la conductivité thermique effective du mélange eau- Al_2O_3 augmente de 20% pour une concentration en volume entre 1% et 5% d' Al_2O_3 .

De plus l'adjonction dans un liquide de certains types de nanoparticules, même en très faible concentration (1% en volume), permet d'augmenter la conductivité thermique de ce dernier de 150% dans le cas de nanotubes de carbone Choi et al. [13], et de 40% pour des nanoparticules d'oxyde de cuivre [14] et plus de 20% pour des oxydes d'aluminium [12].

De nombreuses recherches ont été menées depuis 2001 sur cette nouvelle classe de nanofluides afin de permettre une meilleure compréhension des mécanismes mis en jeu, et mettre ainsi au point des fluides caloporteurs plus performants. La forte conductivité thermique des nanofluides les désigne en effet comme des candidats potentiels pour le remplacement des fluides porteurs utilisés dans les échangeurs thermiques en vue d'améliorer leurs performances Keblinski et al.[15].

Certaines limitations susceptibles de réduire les performances des nanofluides utilisées à la place des fluides caloporteurs purs, ont été étudiées.

L'utilisation des nanofluides comme fluide caloporteur dans les échangeurs a montré que l'addition de nanoparticules dans un liquide augmente sa viscosité et de ce fait les pertes de charge Yang [16]. De plus, le manque de stabilité dans le temps de certains nanofluides peut entraîner l'agglomération des nanoparticules et une modification de leur propriété de conduction thermique. Néanmoins, en l'état actuel des recherches, ces deux effets restent moins importants lors de l'utilisation de nanofluides que dans le cas de suspension de microparticules classiques Daungthongsuk et al. [17].

En dehors des applications industrielles possibles, l'étude des nanofluides présente un intérêt scientifique pour la compréhension des phénomènes mis en jeu aux échelles nanométriques. Les propriétés thermiques des nanofluides ne concordent pas avec les prévisions fournies par les théories classiques décrivant les suspensions de particules solides dans un liquide. Selon Vadasz [18], malgré le nombre élevé d'études publiées sur le sujet ces dernières années, aucune théorie ne parvient à décrire convenablement les résultats expérimentaux obtenus sur les nanofluides. Il est à noter, que les résultats expérimentaux obtenus varient énormément d'une publication à une autre ce qui ne facilite pas la comparaison entre ces derniers et les théories proposées. Des recherches complémentaires sont nécessaires pour valider ou infirmer les différentes théories proposées pour décrire les propriétés thermiques des nanofluides.

Maiga et al. [19] ont proposé une formulation numérique pour l'étude de transfert thermique par convection forcée (Eau, Al_2O_3) d'un fluide à l'intérieur d'un tube chauffé : le

modèle monophasique. Ce dernier a été utilisé pour la simulation et les résultats ont montré que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation des fractions de volume.

Namburu et al. [20] ont aussi présenté un modèle monophasique pour étudier les caractéristiques de transfert de chaleur d'un nanofluide dans un tube circulaire où l'écoulement est en régime turbulent. Ils ont trouvé que pour un petit diamètre la viscosité et le nombre de Nusselt est plus grand.

D'autres chercheurs ont pensé à d'autres modèles et c'est à cet effet que Behzadmehr et al. [2] et Mirmasoumi et al. [3] ont utilisé le modèle diphasique d'un nanofluide dans un tube en régime de convection forcée.

I.3.3 Définition des nanofluides :

Les fluides contenant des nanoparticules (dont le diamètre est typiquement inférieur à 100 nm) en suspension, appelés nanofluides, présentent une conductivité thermique plus élevée que les fluides conventionnels.

I.3.4 Applications des nanofluides :

Les dispersions de nanoparticules trouvent déjà de nombreux domaines d'applications pour leurs propriétés magnétiques (paliers magnétiques à ferrofluides, agents de contraste en imagerie médicale), pour leurs propriétés électriques (dépôt conducteur électromouillage pour lentilles liquides), et de marquage de cellules ou de contrefaçon avec des nanoparticules fonctionnalisées. En thermique, les nanofluides peuvent être utilisés partout où des flux de chaleur importants doivent être évacués par des boucles liquides fermées : refroidissement de composants électriques et électroniques, radars, automobile...etc.). Les nanofluides pourraient apporter une solution intéressante dans le refroidissement des miroirs, cibles et filtres des lasers et rayons X de forte puissance, ainsi que des Micro Electro Mechanical Systems.

Autre Applications :

- ❖ L'échangeur de chaleur
- ❖ Le refroidissement d'éléments électroniques (produire un nanofluide stable qui est compatible avec des circuits et des composants électroniques)
- ❖ Nanoparticules pour l'efficacité des réfrigérateurs (formulations de lubrifiants et liquides de refroidissement mélangés avec des nanoparticules pourraient entraîner une augmentation de l'efficacité énergétique des réfrigérateurs)
- ❖ Aéronautique et spatial.

- ❖ Refroidissement des systèmes nucléaire.
- ❖ Transport (gestion de refroidissement / véhicule moteur thermique).
- ❖ Autres applications (caloducs, piles à combustible, le chauffage solaire d'eau, forage, stockage thermique).

I.3.5 Types des nanoparticules :

La production de nouveaux nanomatériaux (nanoparticules) constitue un champ de recherche en pleine expansion, aussi seules les nanoparticules les plus couramment utilisées dans les applications liées aux transferts thermiques sont ici brièvement mentionnées.

D'une manière générale, les nanoparticules peuvent être classées selon leur forme en deux grandes catégories (**Voir figure I-9**) :

- ❖ **Nanoparticules sphériques** : pour lesquelles plusieurs types de matériaux peuvent être utilisés pour leur fabrication. Ces nanoparticules sphériques peuvent être à base de métaux (Cuivre Cu, fer Fe, or Au, argent Ag...) ou (Oxydes de cuivre CuO, oxyde d'aluminium Al₂O₃, oxyde de titane TiO₂...).
- ❖ **Nanotubes** : (les nanotubes de carbone NTC, les nanotubes de titane TiO₂, Nanotube de silicium...)

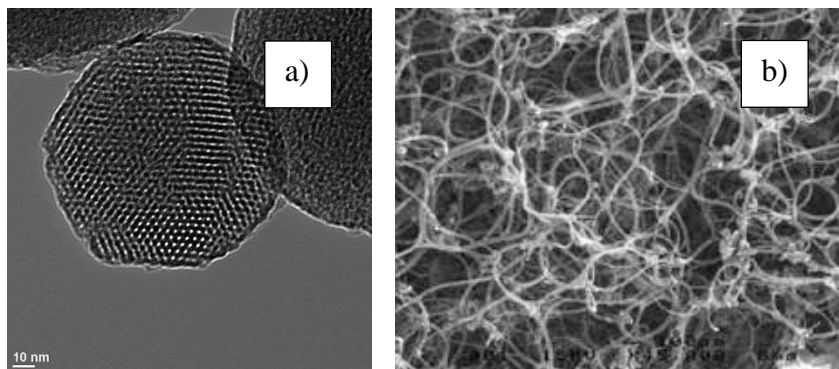


Figure I-9 : a) Nanoparticules sphériques ; b) Nanotube de Carbone.

I.3.6 Les nanoparticules les plus utilisées pour obtenir des nanofluides :

I.3.6.1 Nanoparticules des oxydes métalliques :

- L'oxyde d'aluminium, Al₂O₃.
- L'oxyde de cuivre, CuO.
- L'oxyde de silicium, SiO₂.

- L'oxyde de titane, TiO₂.

I.3.6.2 Nanoparticules métalliques :

- L'aluminium, Al.
- Le cuivre, Cu.
- L'or, Au.
- L'argent, Ag.
- La silice, Si.

I.3.6.3 Nanoparticules non métalliques :

- Les nanotubes de carbone, CNT.
- Le diamant, C.

I.3.6.4 Fluides de base les plus utilisés sont :

- L'eau.
- L'éthylène-glycol, EG.
- Les huiles.
- Le Toluène.
- Les fluides de réfrigération (R12.R22.....).

Le choix des liquides de base est primordial pour un nanofluide, il permet d'assurer la stabilité de la suspension dans le temps et d'éviter tous phénomènes d'aggrégations, la sélection d'un telle fluide se fera en fonction de la nature de nanoparticule.

Tableau I-1 : Conductivité thermique des différents fluides et matériaux usuels à température 300K [4].

Les Matériaux	Les formes	Conductivité thermique [W/mK]
Solides métalliques	Cuivre (<i>Cu</i>)	401
	Aluminium (<i>Al</i>)	237
	Argent (<i>Ag</i>)	429
	Fer (<i>Fe</i>)	79
	Nickel (<i>Ni</i>)	158
	Or (<i>Au</i>)	317
	Oxyde d'aluminium (Al_2O_3)	40
Oxydes métalliques	Oxyde de Titane (TiO_2)	8.9538
	Oxyde de Cuivre (CuO)	17
	Brique rouge	60
	Nanotube de carbone	2000-3000
Les Carbones	Diamant	2300
	Graphite	110-190
	Fullerènes	0.4
Liquides métalliques	Sodium	72.3
	Eau	0.613
Liquides non métalliques	Éthylène glycol	0.253
	Huile de moteur	0.145
	Glycérol	0.289

I.3.7 Production des nanofluides et nanoparticules :

Les procédés de fabrication de nanoparticules sont nombreux. Ils peuvent être classés en deux catégories [25],[26] :

- Les procédés physiques, comme le broyage mécanique.
- Les procédés chimiques, comme la pyrolyse ou la précipitation chimique.

I.3.7.1 Procédé en une étape (one-step method) :

Consiste à la dispersion des nanoparticules directement dans un fluide de base (synthèse direct dans un fluide de base) et de prévenir l'oxydation des particules de métal pur.

I.3.7.2 Procédé en deux étapes (two-step method) :

La première étape consiste à fabriquer les nanoparticules et dans la seconde étape les nanoparticules sont disperser dans un fluide de base.

I.3.8 Avantages des nanofluides :

- ✓ Une grande surface de transfert de chaleur entre les particules et les fluides.
- ✓ Haute dispersion et stabilité avec prédominante mouvement brownien des particules.
- ✓ Réduit par rapport au liquide pur pour obtenir équivalent intensification de transfert de chaleur.
- ✓ Particules réduites de colmatage par rapport aux conventionnelles boues, favorisant ainsi la miniaturisation du système.
- ✓ Propriétés ajustables, dont la conductivité thermique et la mouillabilité de la surface, en faisant varier les concentrations de particules en fonction de différentes applications.

I.3.9 Inconvénients des nanofluides :

- ✓ Fortes pertes de charge.
- ✓ Erosion .
- ✓ Sédimentation.
- ✓ Bouchons dans les écoulements.
- ✓ Le coût élevé des nanofluides.
- ✓ Difficultés dans le processus de production.

CHAPITRE II :

Formulations mathématiques

II.1 Introduction :

Le problème qui nous intéresse est la modélisation de l'écoulement d'un fluide Newtonien et incompressible, autour d'un cylindre circulaire à température constante. D'une manière générale, la formulation mathématique d'un tel problème s'obtient en écrivant les théorèmes généraux de la mécanique des fluides et de la thermodynamique. Ces théorèmes traduisent la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie au sein du fluide. Dans ce chapitre, nous allons établir les équations qui nous permettront de modéliser le problème d'écoulement externe, en se servant de la formulation intégrale des lois de conservation. Les conditions aux limites, les hypothèses simplificatrices et conditions initiales permettant le calcul des solutions seront présentées.

II.2 Nombres sans dimensions.[28] :

Les nombres sans dimension sont obtenus par le rapport de grandeurs ayant une même dimension. Ainsi la densité d'une substance, étant le rapport de la masse volumique de cette substance sur la masse volumique de l'eau, est un nombre sans dimension.

Ils sont d'un usage très courant dans la description des phénomènes thermiques ou hydrauliques. Le plus emblématique d'entre eux est sans doute le nombre de Reynolds. Ils sont utilisés pour caractériser un état physique indépendamment de la taille de l'espace sur lequel il est observé. Ceci est particulièrement utile pour extrapoler les observations faites sur maquettes.

Les nombres sans dimension ne doivent pas être confondus avec des constantes.

Étant sans dimension, ils sont par conséquent aussi sans unité, ce qui fait que leur valeur reste inchangée quel que soit le système d'unité utilisé. Attention cependant il est important que numérateur et dénominateur de l'expression du nombre sans dimension soient dans le même système d'unité.

II.2.1 Dimension d'une grandeur :

La dimension d'une grandeur physique exprime le type d'information à laquelle il se rapporte. Ce peut être une longueur, une masse, un temps, une vitesse, une pression, ...

La grandeur physique elle-même est constituée d'une valeur et d'une unité. (Exemple : 2 mètres, 30 secondes, 100 grammes, ...).

Certaines dimensions sont la combinaison d'autres dimensions ; une vitesse est une longueur divisée par un temps.

Il existe sept (07) dimensions de base à partir desquelles on peut définir toutes les dimensions des grandeurs physiques :

- ❖ Longueur (L)
- ❖ Masse (M)
- ❖ Temps, durée (T)
- ❖ Intensité électrique (I)
- ❖ Température (Θ)
- ❖ Quantité de matière (N)
- ❖ Intensité lumineuse (J)

La dimension d'une grandeur peut toujours être exprimée sous la forme :

$$\text{Dim} = L^a \cdot M^b \cdot T^c \cdot I^d \cdot \Theta^e \cdot N^f \cdot J^g$$

Tableau II-1 : Exemple de grandeur et leur dimension.

Grandeur	Unité SI	Dimension
Vitesse	m/s	LT^{-1}
Accélération (γ)	m/s ²	LT^{-2}
Surface (S)	m ²	L^2
Volume	m ³	L^3
Force (F=m. γ)	N	MLT^{-2}
Pression (P=F/S)	Pa	$ML^{-1}T^{-2}$
Viscosité dynamique	Pa.s	$ML^{-1}T^{-1}$
Énergie	J	ML^2T^{-2}

II.2.2 Principe de similitude :

La transposition d'un phénomène physique d'un milieu à un autre est une préoccupation ancienne puisqu' Aristote quelques 300 ans avant JC énonçait déjà des règles pour transposer la vitesse de chute d'un corps dans l'eau ou l'air.

Pour que les informations tirées d'un équipement à une échelle réduite (maquette) soient extrapolables, celui-ci doit être "similaire" à l'équipement réel, c'est-à-dire respecter des règles de similitude.

Les types de similitude :

- ❖ Similitude géométrique : mêmes rapports de dimensions homologues pour l'équipement réel et l'équipement modèle.
- ❖ Similitude cinématique (vitesse, accélération, ...) : mêmes rapports de vitesses pour les points homologues des équipements réel et modèle.
- ❖ Similitude dynamique (forces d'inertie, forces motrices, ...) : même rapport des forces appliquées à des éléments homologues.
- ❖ Similitude thermique : même rapport de gradient de température.
- ❖ Similitude chimique : même rapport de gradient de concentration.
- ❖ Similitude lumineuse : dans les réacteurs photochimiques.
- ❖ Similitude électrique : dans les réacteurs électrochimiques.

Dès 1890 Aimé Vaschy montrait que le nombre de paramètres à prendre en compte peut être réduit en les regroupant sous forme de nombres sans dimension. La similitude entre maquette et équipement réel est alors assurée si les nombres adimensionnels sélectionnés sont égaux.

En pratique, le respect simultané de tous les critères de similitude est rarement possible. Les critères les moins critiques doivent donc être abandonnés.

II.2.3 Nombres sans dimension usuels :

Part du phénomène de turbulence dans le mécanisme de transfert est la plus difficile à modéliser et c'est pourquoi de nombreuses corrélations expérimentales obtenues en laboratoire, sur des maquettes, sont proposées pour représenter l'efficacité de ces transferts. Elles sont basées sur des nombres sans dimension.

II.2.3.1 Pour le transfert thermique :

Nusselt (Nu) : En hommage au physicien allemand Ernst Kraft Wilhelm Nusselt pour ses travaux sur le transfert thermique par convection. Le nombre de Nusselt, caractérise l'intensité d'un transfert thermique par convection. C'est le rapport de la densité de flux thermique effectif ($h \cdot \Delta T$) à ce qu'elle serait en conduction pure ($\lambda \cdot \Delta T / L$).

Sa valeur est donc de 1 au minimum (conduction seule). Des valeurs proches de 1 sont représentatives d'un écoulement laminaire du fluide, tandis que des valeurs de 100 à 1000 peuvent être obtenues en écoulement turbulent.

De nombreux auteurs ont proposé des corrélations prédisant le nombre de Nusselt en fonction des nombres de Reynolds, de Prandtl ou de Grashof. Le nombre de Nusselt n'est pas directement utilisable. Seul le coefficient de film (h), calculé à partir du nombre de Nusselt, est d'une utilité pratique.

Nombre de Nusselt :

$$Nu = h \frac{L_c}{\lambda} \quad (\text{II.1})$$

Avec :

h : coefficient de film.

L_c : longueur caractéristique dans l'expression des nombres sans dimension.

λ : conductivité thermique du fluide.

Péclet thermique (Peth) :

Le nombre de Péclet thermique correspond au rapport du transfert thermique par convection ($v \cdot \rho \cdot Cp \cdot \Delta T$) sur le transfert thermique par conduction ($\lambda \cdot \Delta T / L$).

Les termes de vitesse locale du fluide (v) et de longueur (L) de la couche limite n'étant pas connus, ils sont remplacés par convention respectivement par la vitesse moyenne du fluide (U) et par une longueur caractéristique de l'équipement.

Nombre de Peclet thermique :

$$Pe_{th} = \frac{U L_c \rho Cp}{\lambda} \quad (\text{II.2})$$

Avec :

U : vitesse du fluide.

ρ : masse volumique du fluide.

Cp : capacité calorifique du fluide.

Stanton thermique (St_{th}) :

Le nombre de Stanton thermique (St_{th}) correspond au rapport du transfert thermique total ($h \cdot \Delta T$) sur le transfert thermique par convection ($v \cdot \rho \cdot Cp \cdot \Delta T$).

Nombre de Stanton thermique:

$$St_{th} = \frac{h}{U \rho Cp} \quad (\text{II.3})$$

II.2.3.2 Pour le transfert de matière :**Sherwood (S_h) :**

Le nombre de Sherwood correspond au rapport du transfert de matière total ($k \cdot \Delta C$) sur le transfert de matière par diffusion ($D_{ab} \cdot \Delta C / L$).

Le nombre de Sherwood est l'équivalent du nombre de Nusselt pour le transfert de matière.

Nombre de Sherwood :

$$S_h = \frac{K L_c}{D_{ab}} \quad (\text{II.4})$$

Avec :

K : coefficient global de transfert de matière.

D_{ab} : diffusivité de a dans b.

Péclet matière (Pe_{mat}) :

Le nombre de Péclet matériel correspond au rapport du transfert matériel par convection ($v \cdot \Delta C$) sur le transfert matériel par diffusion ($D_{ab} \cdot \Delta C / L$).

Les termes de vitesse locale du fluide (v) et de longueur (L) de la couche limite n'étant pas connus, ils sont remplacés par convention respectivement par la vitesse moyenne du fluide (U) et par une longueur caractéristique de l'équipement.

Nombres de Peclet matière :

$$Pe_{mat} = \frac{U L_c}{D_{ab}} \quad (\text{II.5})$$

Stanton matière (St_{mat}) :

Le nombre de Stanton matière (St_{mat}) correspond au rapport du transfert massique total ($k \cdot \Delta C$) sur le transfert massique par convection ($v \cdot \Delta C$).

Nombre de Stanton matière :

$$St_{mat} = \frac{k}{U} \quad (\text{II.6})$$

II.2.3.3 Pour le transfert de mouvement :

Reynolds (Re) :

Le nombre de Reynolds (Re) compare les forces d'inertie et les forces de viscosité qu'il faut vaincre pour mettre un fluide en mouvement. C'est le rapport des quantités de mouvement transférées par inertie sur celle transférée par viscosité. Le nombre de Reynolds est largement utilisé pour prédire le comportement d'un fluide en écoulement. Par exemple à l'intérieur d'une conduite :

- ❖ Si $Re < 1600$ le régime d'écoulement est dit **laminaire** ; la perte de charge générée est proportionnelle au débit.
- ❖ Si $Re > 2300$, le régime d'écoulement est dit **turbulent** ; la perte de charge générée est proportionnelle au carré du débit.

Nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu} \quad (\text{II.7})$$

Avec :

μ : viscosité dynamique du fluide.

D : diamètre de la tuyauterie ou bien diamètre hydraulique équivalent = $4A/C$

Froude (Fr) :

Ainsi nommé en hommage à William Froude pour ses travaux sur la relation entre la longueur des navires et la résistance à leur avancement dans l'eau.

Le nombre de Froude compare les forces d'inertie et les forces gravitationnelles. Il caractérise l'importance relative des forces liées à la vitesse par rapport à la force de pesanteur.

Il est principalement utilisé pour caractériser les écoulements à surface libre (écoulement en caniveau par exemple) ou les écoulements en milieu agité.

Dans les canaux ouverts, avec L_c représentant la profondeur du flux, le régime est qualifié de "fluvial" si $Fr > 1$ et de "torrentiel" si $Fr < 1$.

Dans les milieux agités, avec N représentant la vitesse de rotation de l'agitateur, et D son diamètre, Fr doit être plus grand que 1 pour générer des mouvements de convection dans le milieu.

Nombre de Froude :

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gL_c}} \quad (\text{II.9})$$

$$Fr = \frac{N^2 D}{g} \quad (\text{II.10})$$

Avec :

g : accélération due à la pesanteur.

N : vitesse de rotation.

Grashof (Gr) :

Le nombre de Grashof est le rapport de l'effet de flottation dû à la poussée d'Archimède sur l'effet de la résistance à l'écoulement. Il est utilisé pour les modélisations de phénomènes impliquant une convection naturelle générée par une variation de température du fluide.

Le mouvement du fluide dépend de sa densité, sa viscosité, son coefficient de dilatation, la dimension de la paroi et le gradient de température. L'écoulement est laminaire si $Gr < 10^9$

Le nombre de Grashof :

$$Gr = \frac{\beta g (T_p - T_f) \rho^2 L^3}{\mu^2} \quad (\text{II.11})$$

Avec :

β : coefficient de dilatation cubique du fluide.

T_p, T_f : température du fluide ou de la paroi.

Mach (Ma) :

Le nombre de Mach exprime le rapport entre les forces d'inertie et les forces élastiques. En pratique le nombre de Mach est le rapport de la vitesse locale d'un fluide sur la vitesse du son dans ce fluide. Le nombre de Mach est important pour les écoulements de fluides compressibles à haute vitesse. Pour :

- ❖ $Ma > 1$ L'écoulement est dit supersonique.
- ❖ $Ma < 1$ L'écoulement est dit subsonique.
- ❖ $Ma < 0,3$ L'écoulement peut être assimilé à celui d'un fluide incompressible. Le nombre de Reynolds (Re) doit alors être pris en compte.

Le nombre de Mach :

$$Ma = \frac{F}{A} \frac{1}{P} \sqrt{\frac{zRT}{\gamma M_w}} = \frac{V}{A} \quad (\text{II.12})$$

Avec :

F : débit du fluide.

A : section de passage.

γ : C_p/C_v : rapport des capacités calorifiques à pression constante (C_p) et à volume constant (C_v).

II.2.3.4 Pour les transferts simultanés :**Prandtl (Pr) :**

En hommage au physicien allemand Ludwig Prandtl. Le nombre de Prandtl (Pr) compare la diffusivité du mouvement (μ / ρ) et la diffusivité thermique ($\lambda / Cp \cdot \rho$) au sein d'un fluide.

C'est une caractéristique intrinsèque d'un fluide. Un fluide peu visqueux et conducteur de la chaleur présentera un Pr faible, tandis qu'au contraire un fluide visqueux et peu conducteur présentera un Pr élevé. Les gaz présentent un Pr proche de 0,75.

Nombre de Prandtl :

$$Pr = \frac{\mu Cp}{\lambda} \quad (\text{II.13})$$

Schmidt (Sc) :

Du nom de l'ingénieur allemand Ernst Heinrich Wilhelm Schmidt. Le nombre de Schmidt est l'équivalent du nombre de Prandtl pour le transfert matière. Le nombre de Schmidt (Sc) compare la diffusivité du mouvement (μ / ρ) et la diffusivité moléculaire (D_{ab}) d'une espèce au sein d'un fluide.

Nombre de Schmidt :

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D_{ab}} \quad (\text{II.14})$$

Lewis (Le) :

Le nombre de Lewis (Le) est le rapport de la diffusivité thermique ($\alpha = \lambda / \rho \cdot Cp$) sur la diffusivité de moléculaire (D_{ab}).

Nombre de Lewis :

$$Le = \frac{\lambda}{\rho \cdot Cp \cdot D_{ab}} \quad (\text{II.15})$$

II.3 Mise en équations du problème :

Il existe plusieurs méthodes pour obtenir les équations fondamentales de la mécanique des fluides. Nous considérons un volume de contrôle élémentaire pour analyser les variations au cours du temps, de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Cette méthode qui consiste à faire un bilan des quantités transportées et produites au cours du temps.

Tout d'abord, nous allons introduire quelques notations et rappeler brièvement les outils nécessaires à l'établissement des équations.

II.3.1 Masse volumique :

En utilisant des formules classiques dérivées pour un mélange en deux phases, la densité du nanofluide en fonction de la concentration volumique des particules et des propriétés individuelles peut être calculée à l'aide des étapes suivantes [27] :

$$\rho_{nf} = \left(\frac{m}{V}\right)_{nf} = \frac{m_f + m_s}{V_f + V_s} = \frac{\rho_f V_f + \rho_s V_s}{V_f + V_s} \quad (\text{II.16})$$

La fraction volumique des nanoparticules, notée φ désigne le rapport du volume des nanoparticules sur le volume total (Fluide + solide).

$$\varphi = \frac{\text{Volume Solide}}{\text{Volume totale de nanofluide}} = \frac{V_s}{V_s + V_f} \quad (\text{II.17})$$

On déduit alors la masse volumique du nanofluide :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (\text{II.18})$$

Où :

ρ_{nf} : Masse volumique du nanofluide.

ρ_f : Masse volumique du fluide de base.

ρ_s : Masse volumique des nanoparticules solides.

II.3.2 Chaleur spécifique :

L'équation suivante a été représentée par Xuan et Roetzel [21] pour calculer la chaleur spécifique du nanofluide :

$$(\rho \overline{C_p})_{nf} = (1 - \varphi)(\rho \overline{C_p})_f + \varphi(\rho \overline{C_p})_s \quad (\text{II.19})$$

On peut démontrer cette relation comme suite :

$$\begin{aligned} (\rho \overline{C_p})_{nf} &= (\rho)_{nf} (\overline{C_p})_{nf} = \rho_{nf} \frac{Q_f + Q_s}{(m_f + m_s)\Delta T} \\ &= \rho_{nf} \frac{(m \overline{C_p})_f \Delta T + (m \overline{C_p})_s \Delta T}{(m_f + m_s)\Delta T} = \rho_{nf} \frac{(\rho V \overline{C_p})_f + (\rho V \overline{C_p})_s}{\rho_f V_f + \rho_s V_s} \\ &= \left(\frac{\rho_f V_f + \rho_s V_s}{V_f + V_s} \right) \frac{(\rho V \overline{C_p})_f + (\rho V \overline{C_p})_s}{\rho_f V_f + \rho_s V_s} = \rho_f (\overline{C_p})_f \frac{V_f}{V_f + V_s} + \rho_s (\overline{C_p})_s \frac{V_s}{V_f + V_s} \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

Avec : $(\overline{C_p})_{nf}$, $(\overline{C_p})_f$, $(\overline{C_p})_s$ désignent respectivement les chaleurs spécifiques du nanofluide, du fluide de base et des nanoparticules. Certains autres dont Pak et Cho ont utilisé :

$$(\overline{C_p})_{nf} = (1 - \varphi)(\overline{C_p})_f + \varphi(\overline{C_p})_s \quad (\text{II.21})$$

II.3.3 Conductivité thermique :

Un large éventail d'études expérimentales et théoriques ont été menées dans la littérature pour modéliser la conductivité thermique des nanofluides. Les résultats existants étaient généralement basés sur la définition de la conductivité thermique efficace d'un mélange à deux composants. Le modèle Maxwell (1881) était l'un des premiers modèles proposés pour le mélange solide-liquide avec des particules relativement grandes. Il était basé sur la solution de l'équation de conduction de chaleur par une suspension aléatoire stationnaire de sphères.

II.3.3.1 Modèle de Maxwell :

Maxwell à dériver une formule pour calculer la conductivité thermique effective de mixture solide liquide avec des particules sphériques (Maxwell, 1873) : Le modèle de Maxwell et ses dérivés sont probablement les plus largement utilisés dans la littérature. Ce modèle de base suppose que le fluide renferme plusieurs particules sphériques de même diamètre d_p et sont dispersées en faible concentration. La formule de Maxwell est donnée par :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f + 2\varphi(k_s - k_f)}{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_s - k_f)} \quad (\text{II.22})$$

Où : k_{nf} , k_f , k_s indiquent respectivement les conductivités thermiques du nanofluide, du fluide de base et des particules solides. Remarque : dans la relation (II.21), l'effet de la taille et la forme des particules n'est pas inclus dans l'analyse. Il convient aussi de noter que l'interaction entre les particules a été également négligée dans le calcul. Hasselman et Johnson ont adapté le modèle de Maxwell en tenant compte de la résistance de Kapitza (R_k) :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s(1 + 2\beta_1) + 2k_f + 2\varphi [k_s(1 - \beta_1) - k_f]}{k_s(1 + 2\beta_1) + 2k_f + \varphi [k_s(1 - \beta_1) - k_f]} \quad (\text{II.23})$$

Avec : $\beta_1 = \frac{2R_k k_f}{d_s}$

Où :

d_s : Diamètre moyen d'une nanoparticule solide

R_k : Résistance de Kapitza

k_f : Conductivité thermique du fluide de base

D'après Wilson et al, la résistance de Kapitza entre les nanoparticules et le fluide de base est égale à $7.7 \times 10^{-9} [Km^2W^{-1}]$

II.3.3.2 Modèle de Hamilton-Crosser :

Ce modèle d'après Hamilton et Crosser, est dérivé de celui de Maxwell, incorpore un facteur de forme n pour prendre en compte la forme non-sphérique des particules. Ce facteur de forme empirique donné par : $n = \frac{3}{\psi}$. Tel que (ψ) est un facteur géométrique appelé sphéricité.

Ce coefficient est défini comme étant le rapport de la surface de la sphère ayant le même volume que les nanoparticules sur la surface d'une nanoparticule.

La conductivité thermique apparente du milieu est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + (n - 1)k_f - (n - 1)(k_f - k_s)\varphi}{k_s + (n - 1)k_f + (k_f - k_s)\varphi} \quad (\text{II.24})$$

Quand $n = 3$ on retrouve le cas des particules sphériques. Le cas $n = 6$ correspond à des particules cylindriques.

II.3.3.3 Modèle de Yu et Choi :

Yu et Choi ont proposé un modèle modifié plus complexe que le modèle de Hamilton-Crosser, qui tient compte de l'effet d'interface entre les particules et le fluide de base.

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f + 2(k_s - k_f)(1 + \beta_2)^3 \varphi}{k_s + 2k_f - (k_s - k_f)(1 + \beta_2)^3 \varphi} \quad (\text{II.25})$$

Où : β_2 est le rapport de l'épaisseur de la couche nanométrique sur le rayon des particules.

Ce modèle n'est valable que pour les particules de forme sphérique.

III.3.3.4 Modèle de Bruggeman :

Bruggeman, a proposé un modèle implicite qui permet de prévoir la conductivité thermique des nanofluides sans limitation sur la concentration volumique. Ce modèle suppose des particules de forme sphérique. Ce modèle a un bon accord avec certains résultats expérimentaux.

$$k_{nf} = \frac{1}{4} [(3\varphi - 1)k_s + (2 - 3\varphi)k_f] + \frac{k_f}{4} \sqrt{\Delta} \quad (\text{II.26})$$

$$\text{Avec : } \Delta = \left[(3\varphi - 1)^2 (k_s/k_f)^2 (2 - 3\varphi)^2 + 2(2 + 9\varphi - 9\varphi^2)(k_s/k_f) \right]$$

Ce modèle ne tient pas compte ni de la taille des particules ni leur forme.

II.3.4 Viscosité dynamique :

Par rapport aux études expérimentales sur la conductivité thermique des nanofluides, il existe des études rhéologiques limitées dans la littérature pour la viscosité. Différents modèles de viscosité ont été utilisés par les chercheurs pour modéliser la viscosité effective du nanofluide en fonction de la fraction volumique. Einstein a été le premier qui a étudié l'évolution de la viscosité d'une suspension diluée en fonction de la fraction volumique de solide. La viscosité dynamique d'un nanofluide donné par Einstein pour un mélange contenant des suspensions diluées de particules fines sphériques et rigides est la suivante :

$$\mu_{nf} = \mu_f(1 + 2.5\varphi) \quad (\text{II.27})$$

Tel que :

μ_{nf} : Viscosité dynamique du nanofluide.

μ_f : Viscosité dynamique du fluide de base.

φ : Fraction volumique des nanoparticules.

Il est important de mentionner que presque toutes les formules existantes sont dérivées du travail fondamental d'Einstein (1906). Basé sur l'hypothèse que l'énergie a une dépendance linéaire avec la viscosité. Cette relation n'est valable que pour $\varphi < 0.03$. Plusieurs travaux théoriques ont été consacrés à l'obtention d'une correction à la formule d'Einstein. Un bref aperçu est donné par la suite : Brinkman a étendu la formule d'Einstein pour arriver à une concentration près 4 %. Sa formule est la suivante :

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad (\text{II.28})$$

Les relations précédentes n'intègrent pas les effets du mouvement Brownien ni ceux de la taille des particules. La viscosité n'est pas seulement une fonction linéaire de φ , comme l'indique la relation d'Einstein mais une fonction non linéaire de φ avec la présence d'un terme en φ^2 . Batchelor a considéré l'effet du mouvement brownien des particules sphériques en suspension isotropique de particules en proposant :

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2.5\varphi + k_2\varphi^2) \quad (\text{II.29})$$

Avec k_2 compris entre 5,2 et 6,2.

A partir des formules ci-dessus, il est évident que la viscosité effective d'un fluide visqueux qui contient des particules en suspension est fonction de la viscosité du fluide de base et du volume de la fraction des particules. En principe, toutes ces formules peuvent être utilisées pour la détermination de la viscosité du nanofluide en assumant que la dépendance de la viscosité est linéaire.

La viscosité dynamique effective du nanofluide pourrait être calculée par les équations suivantes (Corcione) :

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - 34.87(d_s/d_f)^{-0.3} \times \varphi^{1.03}} \quad (\text{II.30})$$

$$d_f = \left(\frac{6M}{N\pi\rho_{f0}} \right)^{1/3}$$

Où d_s et d_f représentaient le diamètre moyen des nanoparticules et le diamètre équivalent d'une molécule de fluide de base, respectivement ; M représentait le poids moléculaire ; N représentait le nombre d'Avogadro = $6.0229 \ 10^{23} \ mol^{-1}$; et ρ_{f0} est la densité du fluide de base trouvé à la température = 293 K.

II.3.5 Loi de conservation de la masse :

Cette loi traduit le fait qu'il n'y a ni création, ni disparition de matière dans un volume de contrôle D_v au cours de son mouvement, on peut donc écrire :

$$\frac{d}{dt} \int_{D_v} \rho(\vec{X}, t) dV = 0 \quad (\text{II.31})$$

Où : $\frac{d}{dt}$: désigne ici la dérivée particulaire, c.à.d. la dérivée obtenue lorsque l'on suit le domaine D_v de fluide dans son mouvement.

$$\frac{d}{dt} \int_{D_v} \rho dV = \int_{D_v} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_S \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dS \quad (\text{II.32})$$

En utilisant le théorème de Green-Ostrogradsky (Théorème de la divergence), pour transformer le dernier terme de l'équation précédente en intégrale de volume, on obtient l'équation locale :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (\text{II.33})$$

Cette équation traduit la conservation de la masse au cours du temps dans le volume de contrôle D_v . Cette équation est également appelée : Equation de continuité.

Dans le cas où le fluide est isovolume, $\rho(\vec{X}, t) = cste, \forall X$ et $\forall t$, alors (2.18) s'écrit :

$$\nabla \cdot V = 0$$

II.3.6 Loi de conservation de la quantité de mouvement :

C'est la deuxième loi de Newton, encore appelée principe fondamental de la dynamique ; La quantité de mouvement du fluide contenu dans un volume de contrôle D_v est :

$$\int_{D_v} \rho \vec{V} dV \quad (\text{II.34})$$

La dérivée particulaire de la quantité de mouvement du fluide contenu dans D_v est égale à la somme de toutes les forces extérieures appliquées sur D_v :

$$\frac{d}{dt} \int_{D_v} \rho \vec{V} dV = \int_{D_v} \vec{f} dV + \int_S \vec{T} dS \quad (\text{II.35})$$

Dans le cas de notre problème, $f = \rho g = -\rho g k$ et $T = \sigma \cdot n$ et pour simplifier les écritures, nous faisons donc l'hypothèse que μ est constante dans les équations, on arrive à :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla}P + (\gamma + \mu)\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (\text{II.36})$$

Pour le cas d'un fluide incompressible : $\frac{d\rho}{dt} = 0 \Leftrightarrow \nabla \cdot V = 0$.

On obtient la forme suivante de l'équation de Navier-Stokes que nous utiliserons dans la suite de ce travail :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla}P + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (\text{II.37})$$

II.3.7 Loi de conservation de l'énergie :

Pour établir l'équation de conservation de l'énergie, on utilise le premier principe de la thermodynamique, appliqué au fluide contenu dans D_v . Ce premier principe est énoncé de la façon suivante :

A chaque instant, la dérivée de la somme de l'énergie cinétique E_c et de l'énergie interne E_i d'un domaine fluide D_v que l'on suit dans son mouvement, est égale à la somme de la puissance mécanique P_e fournie à D_v par les forces extérieures et de la puissance calorifique \dot{Q} (Taux de chaleur) fournie à D_v par l'extérieur :

$$\frac{d(E_c + E_i)}{dt} = P_e + \dot{Q} \quad (\text{II.38})$$

Comme précédemment, en utilisant le théorème de la divergence, on obtient l'équation locale suivante :

$$\rho \frac{de}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q} + r - P\vec{\nabla} \cdot \vec{V} + (\tau : \vec{\nabla}\vec{V}) \quad (\text{II.39})$$

Avec e : Représente l'enthalpie massique. La loi de Fourier traduit une relation linéaire entre le flux de chaleur par conduction q et le Gradient de température, le coefficient de proportionnalité étant la conductivité thermique k du fluide :

$$q = -k\nabla T$$

Quant à r , il représente la somme des puissances calorifiques dissipées par l'ensemble des sources de chaleur présentes au sein du fluide. Ces sources d'énergie peuvent être de nature

radiative, nucléaire, électromagnétique, etc. Dans notre problème on supposera r est négligeable.

Dans l'équation de l'énergie (II.39), la puissance volumique liée aux variations de pression et la dissipation visqueuse ($\tau: \vec{\nabla} \vec{V}$) sont négligeables devant le flux de chaleur diffusé par conduction ($\nabla \cdot (k \nabla T)$).

$$\rho \frac{de}{dt} = \nabla \cdot k \nabla T \quad (\text{II.40})$$

A partir de la relation d'enthalpie massique, on peut exprimer e . On obtient finalement l'équation de conservation de l'énergie d'un fluide incompressible sous la forme générale :

$$\rho \bar{C}_p \frac{dT}{dt} = \nabla \cdot k \nabla T \quad (\text{II.41})$$

II.3.8 Système d'équations :

Les équations générales qui régissent la convection sont celles de la mécanique des fluides sous l'hypothèse de fluide incompressible.

Les équations de départ ont donc :

$$\begin{cases} \nabla \cdot V = 0 \\ \rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla} P + \mu \nabla^2 \vec{V} \\ \rho \bar{C}_p \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) T = k \Delta T \end{cases} \quad (\text{II.42})$$

II.3.9 Équations de Navier- Stokes :

En mécanique des fluides, les équations de Navier-Stokes sont des équations aux dérivées partielles non-linéaires qui décrivent le mouvement des fluides dans l'approximation des milieux continus. Elles gouvernent par exemple les mouvements de l'air de l'atmosphère, les courants océaniques, l'écoulement de l'eau dans un tuyau, et de nombreux autres phénomènes d'écoulement de fluides. Elles sont nommées d'après deux physiciens du XIXe siècle, Claude Navier et George Stokes.[29]. Pour un gaz peu dense, il est possible de démontrer ces équations à partir de l'équation de Boltzmann.

II.3.9.1 Formulation différentielle :

Il existe bien des formes des équations de Navier-Stokes.[30]. Nous n'en présenterons que certaines. Ces formes dépendent aussi des notations utilisées. Ainsi, il existe plusieurs façons équivalentes d'exprimer les opérateurs différentiels.

La formulation différentielle de ces équations est la suivante :

- Equation de continuité (ou équation de bilan de la masse)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (\text{II.43})$$

- Équation de bilan de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} + \rho \vec{f} \quad (\text{II.44})$$

- Equation de bilan de l'énergie

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [(\rho e + p)\vec{v}] = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{v}) + \rho \vec{f} \cdot \vec{v} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q} + r \quad (\text{II.45})$$

Dans ces équations:

- t Représente le temps (S)
- ρ Désigne la masse volumique du fluide ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$) ;
- $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ Désigne la vitesse eulérienne d'une particule fluide ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) ;
- p Désigne la pression (Pa) ;
- $\vec{\tau} = (\tau_{i,j})_{i,j}$ Est le tenseur des contraintes visqueuses (Pa) ;
- \vec{f} Désigne la résultante des forces massiques s'exerçant dans le fluide (Nkg^{-1}) ;
- e Est l'énergie totale par unité de masse ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$) ;
- \vec{q} Est le flux de chaleur perdu par conduction thermique ($\text{J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) ;
- r Représente la perte de chaleur volumique due au rayonnement ($\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$) ;

Remarques:

- L'énergie totale peut se décomposer en énergie interne u et en énergie cinétique selon

$$e = u + \frac{1}{2} \vec{v} \cdot \vec{v} = u + \frac{1}{2} v^2$$

- L'opérateur nabla,

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right)$$

En coordonnées cartésiennes, est un opérateur de dérivation spatiale du 1^{er} ordre. Les opérateurs **gradient**, **divergence** et **laplacien** peuvent s'écrire à l'aide de cet opérateur :

- $\text{div } \vec{a} = \vec{\nabla} \cdot \vec{a}$
- $\overrightarrow{\text{grad}} A = \vec{\nabla} A$
- $\Delta A = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} A) = \nabla^2 A$

II.3.9.2 Expression en coordonnées cartésiennes :

En coordonnées cartésiennes (x_1, x_2, x_3) , les équations de Navier-Stokes s'écrivent :
Équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0 \quad (\text{II.46})$$

Équation de bilan de la quantité de mouvement ($j = 1, 2, 3$) :

$$\frac{\partial (\rho v_j)}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i v_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \tau_{i,j}}{\partial x_i} + \rho f_j \quad (\text{II.47})$$

Équation de bilan de l'énergie :

$$\frac{\partial (\rho e)}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} [(\rho e + p) v_i] = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} (\tau_{i,j} v_j) + \sum_{i=1}^3 \rho f_i v_i - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \dot{q}_i}{\partial x_i} + r \quad (\text{II.48})$$

II.3.9.3 Fluide Newtonien, hypothèse de Stokes :

En première approximation, pour de nombreux fluides usuels comme l'eau et l'air, le tenseur des contraintes visqueuses est proportionnel à la partie symétrique du tenseur des taux de déformation (hypothèse de Newton) et le flux de chaleur est proportionnel au gradient de la température (loi de Fourier), c'est-à-dire :

$$\vec{\tau} = \mu [(\vec{\nabla} \otimes \vec{v}) + (\vec{\nabla} \otimes \vec{v})^t] + \eta (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \vec{I} \quad (\text{II.49})$$

$$\vec{q} = -\lambda \vec{\nabla} T \quad (\text{II.50})$$

où:

- μ Désigne la viscosité dynamique du fluide (unité SI : Po (Poiseuille), $1\text{Po} = 1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$);
- η Désigne la viscosité de volume du fluide (unité SI: Po) $\rightarrow \vec{J}$ désigne le tenseur unité ;
- λ Désigne la conductivité thermique du fluide (unité SI: $\text{W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$);
- T Désigne la température (unité SI : K).

L'ensemble des fluides pour lesquels cette hypothèse est vérifiée sont appelés fluides newtoniens. On leur adjoint généralement l'hypothèse de Stokes :

$$3\eta + 2\mu = 0$$

Cette hypothèse se révèle totalement fautive mais est couramment utilisée dans l'aéronautique

Remarque :

De nombreux fluides, tels que les polymères, les hydrocarbures lourds, le miel, ou encore la pâte de dentifrice, ne vérifient pas ces hypothèses. La science chargée d'étudier les relations entre contrainte et déformation pour de tels fluides s'appelle la rhéologie.

II.3.10 Equations de Reynolds :

II.3.10.1 Décomposition statique :

Pour résoudre ce système une approche statistique est utilisée. Les grandeurs caractéristiques instantanées de l'écoulement turbulent seront décomposées selon les règles de Reynolds comme suit :

$$\begin{aligned} U &= \bar{U}_i + u'_i \\ P &= \bar{P} + p'; \quad \bar{p}' = 0 \\ t_p &= T + t'_p \end{aligned} \quad \text{(II.51)}$$

En général, la quantité $f(x, t)$ est décomposée en deux parties distinctes :

$$f = \bar{f} + f'$$

\bar{f} est la partie moyenne.

f' est la partie fluctuante.

Remarque : la partie fluctuante est centrée $\bar{f}' = 0$.

II.3.10.2 Règles de Reynolds :

En utilisant les règles dites "règles de Reynolds", Hinze (1975) et qui sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{\phi'} = 0 \\ \overline{\phi} = \bar{\phi} \\ \overline{f\phi} = \bar{f} \cdot \bar{\phi} \\ \overline{f+g} = \bar{f} + \bar{g} \\ \overline{f \cdot \phi} = \bar{f}\bar{\phi} + \overline{\phi' \cdot f'} \\ \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} \end{array} \right. \quad (\text{II.52})$$

II.3.10.3 Tensions de Reynolds :

Le formalisme des règles de Reynolds conduit en prenant la moyenne de chaque équation aux équations de Reynolds.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{U}_i + u'_i) + (\bar{U}_j + u'_j) \frac{\partial}{\partial x} (\bar{U}_i + u'_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\bar{P} + p') + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial}{\partial x} (\bar{U}_i + u'_i) \right) \quad (\text{II.53})$$

On moyenne ensuite ces équations et après réarrangement, on retrouve l'équation de moyennées suivantes :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.54})$$

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_i \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(v \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \underbrace{\overline{u'_i u'_j}} \right) \quad (\text{II.55})$$

"Terme de Reynolds"

$$\frac{\partial (T)}{\partial t} + \frac{\partial (U_j T)}{\partial x_j} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{u'_j t'_p}) \quad (\text{II.56})$$

II.3.11 Modèle (k-ε) :

C'est un modèle à deux équations de transport pour deux paramètres de turbulence proposé par Jones et Launder qui se base sur le concept Boussinesq (1877) [22] utilisant l'analogie entre l'échange de quantité de mouvement par interaction moléculaire à l'échelle microscopique (contraintes visqueuses) et l'échange de quantité de mouvement par la turbulence à l'échelle macroscopique (contraintes de Reynolds).

II.3.11.1 Concept de Boussinesq :

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\overline{U'_i}}{\partial x_j} + \frac{\overline{U'_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \tag{II.57}$$

Où la viscosité turbulente est donnée par la relation suivante :

$\nu_t = C_\mu \left(\frac{k^2}{\varepsilon} \right)$ avec $\mu_t = \rho \nu_t$ viscosité dynamique turbulente.

C_μ : Constante empirique ; k : est l'énergie cinétique de turbulence défini par :

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i'^2} = \frac{1}{2} (\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2}) \tag{II.58}$$

ε : Le taux de dissipation de l'énergie de turbulence k donné par la relation suivante :

$$\varepsilon = \overline{v \left(\frac{\partial u'}{\partial x_j} \right)^2}$$

Ce terme de dissipation qui apparaît dans l'équation de l'énergie de turbulence reste à déterminer. L'échelle typique de longueur des grosses structures de la turbulence L est déduite de :

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{L} \tag{II.59}$$

II.3.11.2 Equation modélisée de k :

L'équation modélisée de l'énergie cinétique de turbulence s'écrit sous la forme semi empirique suivante :

$$\underbrace{\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial k}{\partial x_j}}_1 = \underbrace{\nu_t \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j}}_2 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\frac{\nu}{\sigma_{K,L}} + \frac{\nu_t}{\sigma_{K,t}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right)}_3 - \underbrace{\varepsilon}_4 \tag{II.60}$$

Les termes de l'équation (II.60) sont dénommés comme suit :

- ❖ (1) représente le taux de variation de l'énergie cinétique k .
- ❖ (2) représente le transport par diffusion de l'énergie cinétique.
- ❖ (3) représente la production par cisaillement de l'énergie cinétique turbulente.
- ❖ (4) représente la dissipation de l'énergie cinétique turbulente k .

II.3.11.3 Equation modélisée de ε :

La forme modélisée de l'équation de transport du taux de dissipation de l'énergie cinétique s'exprime :

$$\underbrace{\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}}_A = \underbrace{C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon^2}{k} v_t \left(\frac{\partial \bar{U}_l}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_l} \right) \frac{\partial \bar{U}_l}{\partial x_j}}_B + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\frac{\nu}{\sigma_{\varepsilon, L}} + \frac{\nu_t}{\sigma_{\varepsilon, t}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right)}_C - \underbrace{C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}}_D \quad (\text{II.61})$$

Les termes (a, b, c et d) de l'équation (II.61) sont :

- ❖ Représente le taux de variation de ε .
- ❖ Représente le taux de production (source) de ε .
- ❖ Représente le transport par diffusion de la dissipation de l'énergie turbulente.
- ❖ Représente la dissipation (puits) de ε .

Ces deux équations donnent k et ε qui permettent à leur tour de calculer la viscosité turbulente μ_t . Connaissant μ_t , on peut déduire le tenseur des contraintes de Reynolds.

Les termes diffusifs sont du type gradient. $\sigma_{\varepsilon, L}$ et $\sigma_{\varepsilon, t}$ étant les nombres de Prandtl laminaire et turbulent associés à ε .

En effet, les sources et puits de k sont multipliés par $\frac{k}{\varepsilon}$ pour corriger l'unité et des constantes sont injectées et ajustées empiriquement pour satisfaire des conditions d'écoulements turbulents de base.

II.3.11.4 Calages des constantes :

Pour rendre le système d'équations opérationnel on adopte les constants standards du modèle donné par Launder et Spalding (1974). Elles sont réunies dans le tableau suivant :

Tableau II-2 : Constantes du modèle $k - \varepsilon$.					
$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	C_μ	σ_K	σ_ε	σ_t
1.44	1.92	0.09	1.0	1.3	0.9

Il est à noter que le modèle $k - \varepsilon$ tel que présenté ici, applicable aux écoulements à nombre de Reynolds élevé, ne peut être utilisé dans des régions à faible nombre de Reynolds. A ce stade, il est utile de citer le comportement des écoulements turbulents dans la zone près de la paroi.

Chapitre III

Simulation numérique et solutions de problème

III.1 Introduction :

Le présent travail étudie un problème bidimensionnel d'un cylindre circulaire immergé dans un écoulement entrant. Le cylindre a un diamètre D et sa surface est maintenue à une température constante T_w qui est supérieure à la température du flux libre entrant, T_∞ .

Ceci assure un transfert de chaleur unidirectionnel de la surface du cylindre vers le flux d'écoulement. L'écoulement loin du cylindre et à l'entrée est supposé uniforme avec une vitesse d'écoulement libre U_∞ . Les simulations numériques sont effectuées pour deux fractions volumiques de nanoparticules φ différentes. Le nombre de Reynolds est calculé en utilisant la section de l'inlet comme longueur caractéristique.

La valeur minimale du nombre Re a commencé à partir de 10, et afin de garder la physique de l'écoulement essentiellement dans le régime bidimensionnel stable, le nombre maximal de Reynolds dans cette étude a été limité à 40.

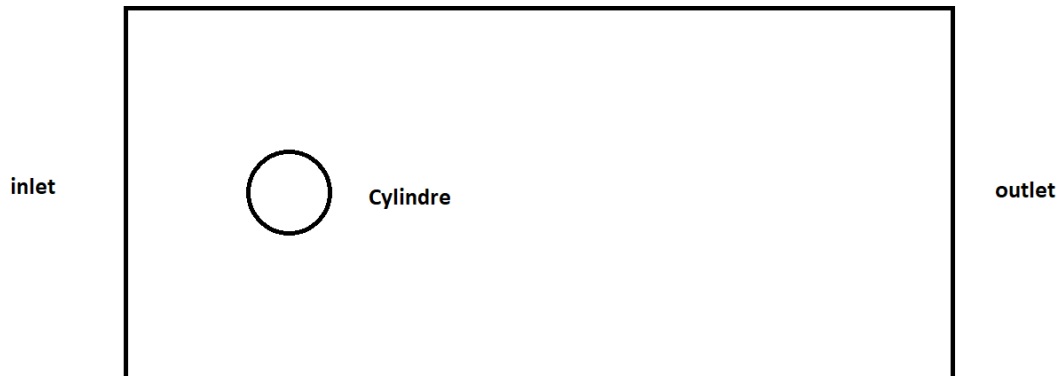


Figure III-0 : Schéma du domaine de calcul et du système de coordonnées.

III.2 Présentation du logiciel de calcul :

ANSYS est un logiciel de simulation numérique FEM leader de son marché utilisé dans le développement de produits industriels. Il couvre toutes les étapes nécessaires à une simulation : le traitement géométrique, le maillage, la résolution, le traitement de résultats et l'optimisation. ANSYS offre une plateforme de calcul multi-physique intégrant la mécanique des fluides et des structures, l'électromagnétisme, la thermique ainsi que la simulation de systèmes et de circuits.

Les utilisateurs ANSYS sont de domaines industriels différents telles que la construction de machines, les secteurs de l'énergie, l'automobile, le ferroviaire, l'aérospatial, le médical, la microtechnique, la micro-électronique ou encore les biens de consommation.

L'application des modèles, présentés dans le chapitre précédent, s'est effectuée à l'aide du solveur Fluent qui est un code d'aérodynamique sur ANSYS en formulation volumes finis. Cette méthode sera présentée suite à une concise présentation du Fluent.

"Fluent" est un code de calcul pour modéliser les écoulements des fluides et les transferts thermiques dans des géométries complexes. Il peut résoudre des problèmes d'écoulement avec des mailles non structurées, qui peuvent être produites pour des géométries complexes, avec une facilité relative. Les types de mailles supportées sont des mailles, en 2D, triangulaires ou quadrilatérales, ou en 3D tétraédriques/hexaédriques/pyramidales, et les mailles (hybrides) mélangées. "Fluent" est écrit en langage de programmation C et utilise pleinement la flexibilité et la puissance offertes par ce langage (allocation de la mémoire dynamique). En outre, il utilise une architecture qui lui permet de s'exécuter en tant que plusieurs processus simultanés sur le même poste de travail ou sur des postes séparés, pour une exécution plus efficace.

"Fluent" s'utilise à travers une interface graphique. L'utilisateur avancé peut adapter ou augmenter aux besoins l'interface en écrivant des macros et des fonctions de menu, afin d'automatiser certaines procédures.

Ainsi, à titre non exhaustif, il a les capacités de modélisation suivantes :

- ❖ Ecoulements 2D ou 3D.
- ❖ Etats permanents ou transitoires.
- ❖ Ecoulements incompressibles ou compressibles incluant toute vitesse de régimes (subsoniques, transsoniques, supersoniques et hypersoniques).
- ❖ Ecoulements non visqueux, laminaires ou turbulents.

- ❖ Ecoulements Newtonien ou non.
- ❖ Transfert de chaleur forcé, par conduction, par convection ou radiatif.

Ce code de calcul emploie la méthode des volumes finis comme procédé de discrétisation, comme il sera présenté au paragraphe suivant.

III.3 Notions générales sur la méthode des volumes finis :

La méthode des volumes finis est une technique de discrétisation qui convertit les équations de Navier-Stokes et de l'énergie ainsi que les équations de transport de contraintes de Reynolds et du taux de dissipation aux dérivées partielles en équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement. Le principe consiste en la discrétisation du domaine de calcul en mailles aux dimensions idéalement réduites. Les équations sont alors intégrées du centre d'une maille au centre de la maille adjacente . Si l'on désigne par P le point à l'interface des deux mailles, par W et E les points respectivement à l'Ouest et à l'Est de P, et par w et e les mailles comprises respectivement en entre W et P et entre P et E, comme sur la Figure 3.1, la taille de la zone d'intégration est :

$$\Delta x = \frac{(\delta x)_w + (\delta x)_e}{2}$$

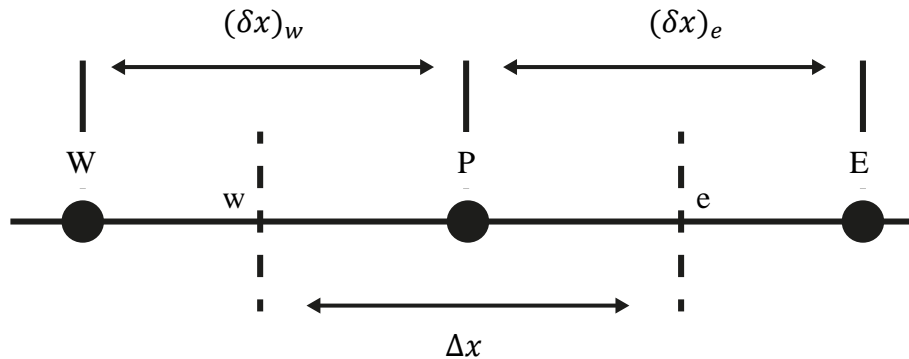


Figure III-2 : Volume de contrôle autour du point P.

Ainsi pour une équation convection/diffusion, de transport de ϕ , en 1D de la forme :

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)$$

L'écoulement doit satisfaire l'équation de continuité (conservation de la masse) :

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = 0 \Rightarrow \rho u = \text{cste.}$$

III.4 Choix des nanoparticules :

Dans cette étude, nous avons choisi l'eau comme un fluide de base tandis que le cuivre (Cu) serait la nanoparticule de ce nanofluide, Nous avons donc le nanofluide (eau+ + cuivre).

III.4.1 Nanoparticules de cuivre :

Les nanoparticules métalliques ont des conductivités thermiques plus grandes que celles des oxydes métalliques correspondants. On devrait s'attendre à trouver des valeurs de conductivité thermique du même ordre que celle obtenues avec les oxydes métalliques correspondants mais avec des fractions volumiques en nanoparticules métalliques beaucoup plus faibles. La conductivité thermique du cuivre à la température ambiante est environ 700 fois plus grande que celle d'eau et environ 3000 fois plus grande que celui d'huile du moteur. Xuan et Li [23] ont présenté une étude prouvant que la conductivité thermique augmente avec l'augmentation de la fraction volumique. Le rapport de la conductivité thermique du nanofluide (Eau + Cu) sur le fluide de base augmente 75% et de 45% pour le nanofluide (Huile + Cu), quand la fraction volumique des nanoparticules varie entre 2.5% à 7.5%.

En 1997 Eastman et al. [24] ont été observé une amélioration de 45% de la conductivité thermique par l'ajout de moins de 0.055% en volume des nanoparticules de cuivre de 35nm dans l'huile. Aussi en 2001 [20], ils ont trouvé une amélioration de 40% de la conductivité thermique pour le nanofluide (Cu + éthylène glycol) contenant moins de 0.3% en volume de nanoparticules inférieur à 10nm.

III.4.2 Propriété thermophysiques de nanofluide (eau + cuivre) :

Dans ce tableau nous représentons les propriété thermophysiques (masse volumique ρ , Chaleur Spécifique C_p , Conductivité thermique γ et la viscosité dynamique μ) de notre nanofluide (eau + cuivre). Pour nos travaille nous prenons le volume fraction $\varphi = 0.03$.

Tableau III-1 : Propriétés thermophysiques de l'eau + cuivre.

	Masse Volumique (ρ) [k][Kg m ³]		Chaleur Spécifique (Cp) [J Kg ⁻¹ K ⁻¹]		Conductivité (γ) [k][W m ⁻¹ K ⁻¹]		Viscosité (μ) [K] [Pa S]. 10 ⁻³	
L'eau	273	900	Gaz	1850	273	2.20	273	1.753
	293	997.1	Liquide	4179	293	0.613	293	1.003
	373	970	Solid	2060	373	0.67	373	0.277
Cuivre	8933		385		401			

La masse volumique de nanofluide :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s$$

$$\rho_{nf} = (1 - 0.03) * 9971 + 0.03 * 8933$$

$$\rho_{nf} = 1235.177 \text{ kg/m}^3$$

La chaleur spécifique de nanofluide :

$$Cp_{nf} = (1 - \varphi)Cp_f + \varphi Cp_s$$

$$Cp_{nf} = (1 - 0.03)4197 + 0.03 * 385$$

$$Cp_{nf} = 4065.18 \text{ j/kg K}$$

La conductivité thermique :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f + 2\varphi(k_s - k_f)}{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_s - k_f)} \quad (\text{model de Maxwell})$$

$$k_{nf} = \frac{k_s + 2k_f + 2\varphi(k_s - k_f)}{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_s - k_f)} k_f$$

$$k_{nf} = \frac{401 + 2 * 0.613 + 2 * 0.03 (401 - 0.613)}{401 + 2 * 0.613 - 2 * 0.03 (401 - 0.613)} * 0.613$$

$$k_{nf} = 0.6908 \text{ w/m K}$$

La viscosité dynamique :

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}}$$

$$\mu_{nf} = \frac{1.003 \cdot 10^{-3}}{(1-0.03)^{2.5}}$$

$$\mu_{nf} = 1.0823 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.S}$$

Le tableau ci-dessous représente les propriétés thermophysiques qu'on va utiliser dans notre simulation sur le fluide :

Tableau III-2 : les propriétés thermophysiques de nanofluide (Eau + Cu).

	Masse Volumique (ρ) [k][Kg m ³]	Chaleur Spécifique (Cp) [J Kg ⁻¹ K ⁻¹]	Conductivité (γ) [k] [W m ⁻¹ K ⁻¹]	Viscosité (μ) [K] [Pa S]. 10 ⁻³
Nanofluide (Eau + Cu)	1235.177	4065.18	0.6908	1.08235

La vitesse de débit :

Dans notre travaille nous allons faire la simulation dans le régime laminaire avec différentes valeurs de nombre de Reynold ($Re = 10, Re = 20, Re = 40$), à cause de cette variation des valeurs on se trouve 3 valeurs de vitesse différente dépend de Nombre de Reynold.

On a :

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu_{nf}}; \text{Telque } D = 0.01 \text{ m}$$

$$\text{Alors : } U = \frac{Re \mu_{nf}}{\rho D}$$

Quand $Re = 10$:

$$U = \frac{10 * 1.08235 * 10^{-3}}{1235.177 * 0.01}$$

$$U = 0.9762 * 10^{-3} \text{ m/s}$$

Quand $Re = 20$:

$$U = \frac{20 * 1.08235 * 10^{-3}}{1235.177 * 0.01}$$

$$U = 1.7519 * 10^{-3} \text{ m/s}$$

Quand $Re = 40$:

$$U = \frac{40 * 1.08235 * 10^{-3}}{1235.177 * 0.01}$$

$$U = 3.5039 * 10^{-3} \text{ m/s}$$

Afin de calculer tous les paramètres thermophysiques et les vitesses de débit de chaque nombre de Reynolds nous serons capable de commencer la simulation avec le fluent.

III.5 Matériel utilisé dans la simulation :

Nos simulations numériques ont été accomplies grâce aux exécutions faites par le logiciel fluent sur un micro-ordinateur personnel « LENOVO THINKPAD T440P » avec type de processeur « Intel(R) HD graphiques (core i5) », de RAM 6GB, disque dur de type SSD 256GB + 700 GB HDD, carte graphique interne « Intel(R) HD graphiques 4600 ».

III.6 Etapes de simulation sur le fluent :

Pour démarrer une simulation dans le fluent on devient d'abord sélectionnée Notre système d'analyse au niveau de fenêtre s'appelle « Boite à Outils ». Notre système d'analyse c'est « Mécanique des fluides (fluent) ».

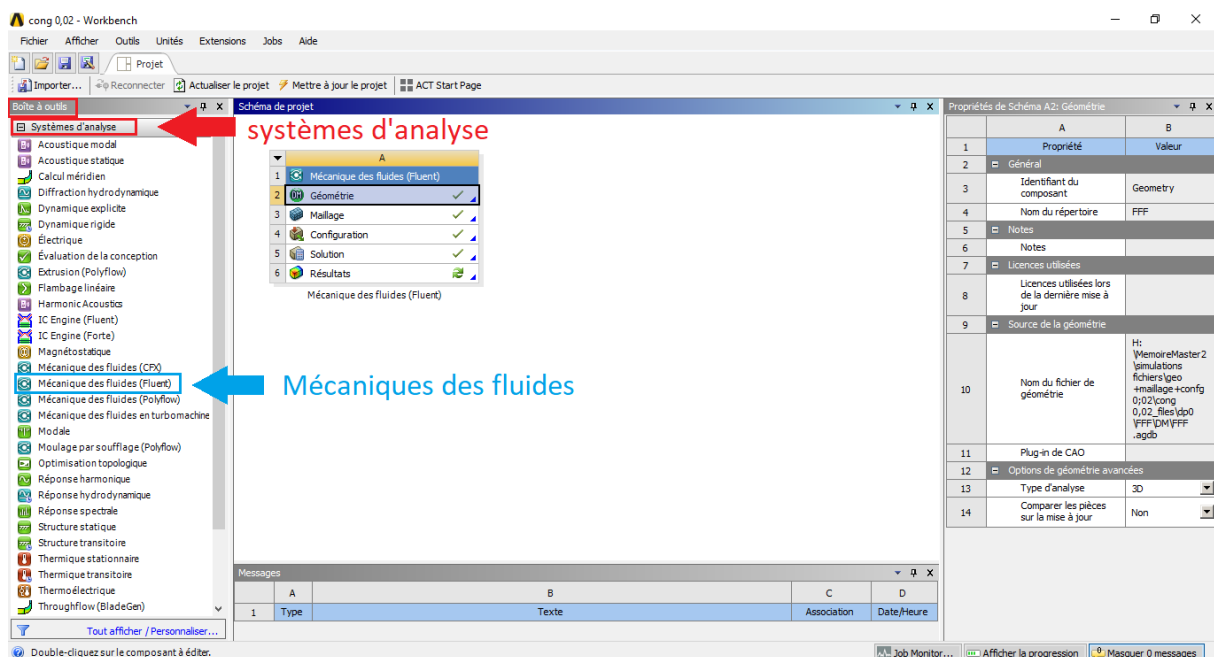


Figure III-3 : Démarrer notre première simulation sur le fluent.

La simulation dans le fluent passe à 4 étapes essentiels (La Géométrie, Le Maillage, La Configuration et la Solution, la Résultat). Lesquels nous allons parler maintenant.

III.6.1 Géométrie :

C'est la première étape de commencer la simulation, au ce niveau-là on va dessiner la géomètre de notre système en 2D avec les dimensions réelles.

Tableau III-3 : Dimensions de domaine de calcul.

V1	0.25m
V2	0.25m
H3	0.25m
H4	0.75m
D5	0.001m

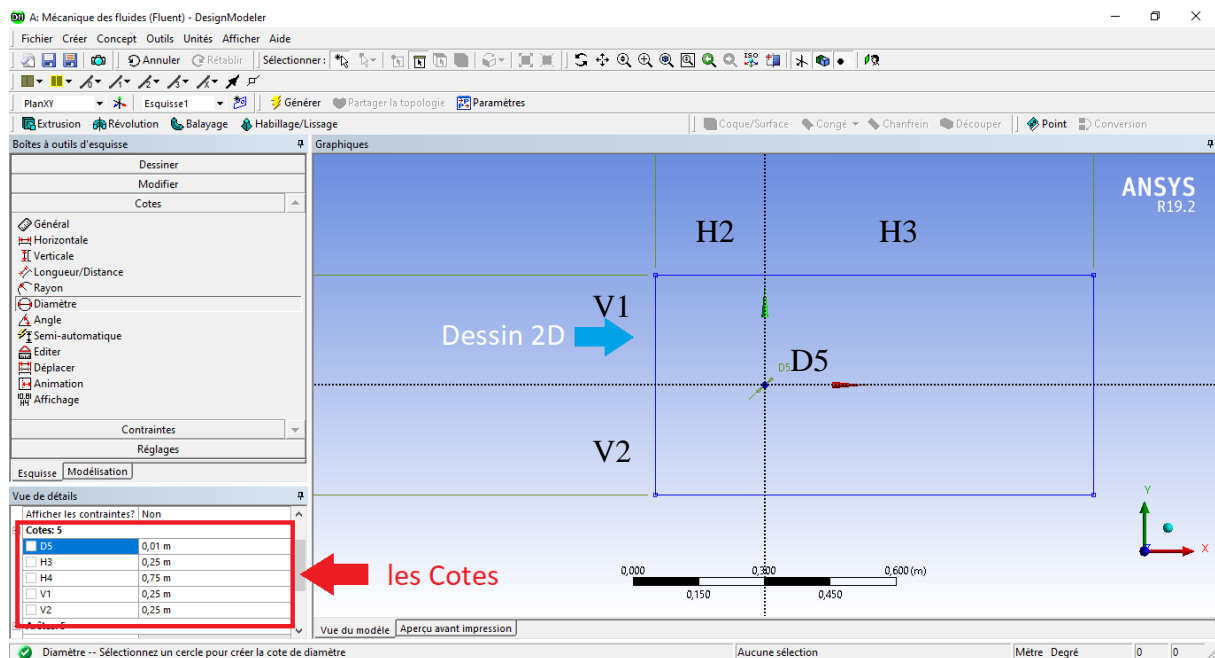


Figure III-4 : Dessins de la géométrie 2D sur le fluent.

Afin de finaliser notre dessin 2D de notre système, nous passons à une autre étape principale -le maillage-.

III.6.2 Maillage :

Le choix du maillage est une étape cruciale de la simulation numérique. Il est donc important de bien choisir un maillage s'adaptant mieux aux problèmes considérés. Pour avoir une meilleure précision des résultats par le solveur FLUENT nécessite un maillage suffisamment raffiné de sorte que la solution soit indépendante du maillage.

Tableau III-4 : Conditions aux limites.

Cylindre	Température	302 K	
	Diamètre	0.001 m	
Inlet	Vitesse	Re = 10	$0.8762 \cdot 10^{-3}$ m/s
		Re = 20	$1.7519 \cdot 10^{-3}$ m/s
		Re = 30	$3.5039 \cdot 10^{-3}$ m/s
	Température	300 K	

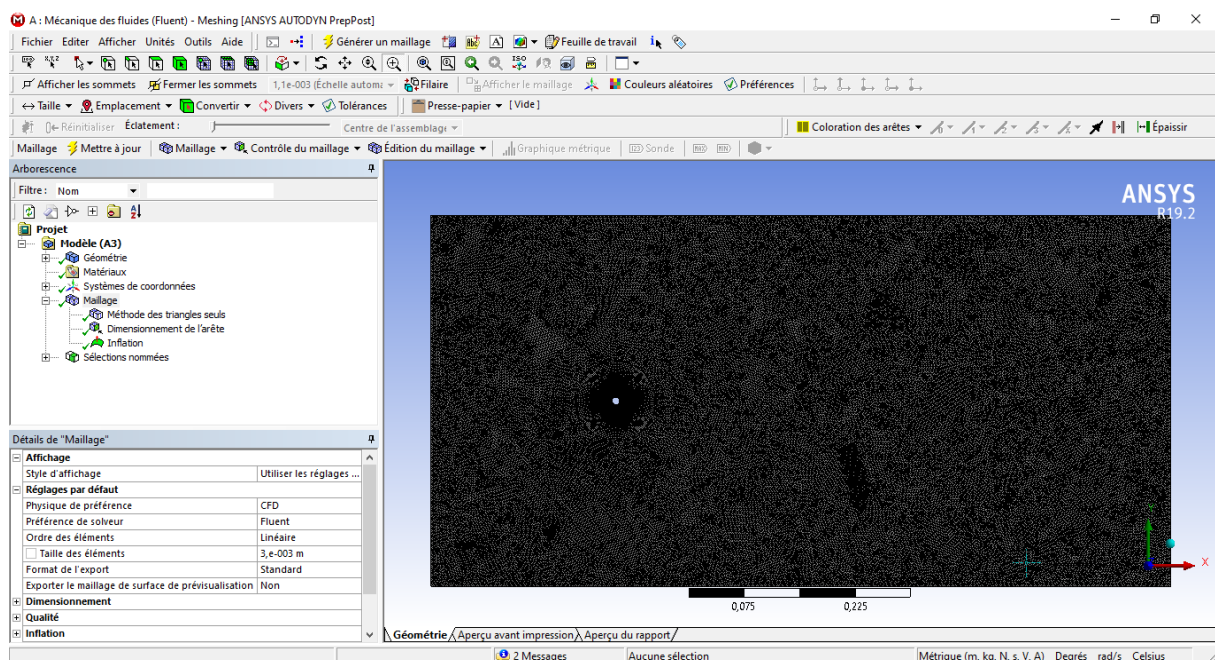


Figure III-5 : a) Maillage sur le fluent.

Tableau III-5 : Statistiques de Maillage.

Nombre des éléments	124047
Taille des éléments	0.0002 m
Nombre des Nœuds	67312
Nombre d'Interactions	1010
Temps	

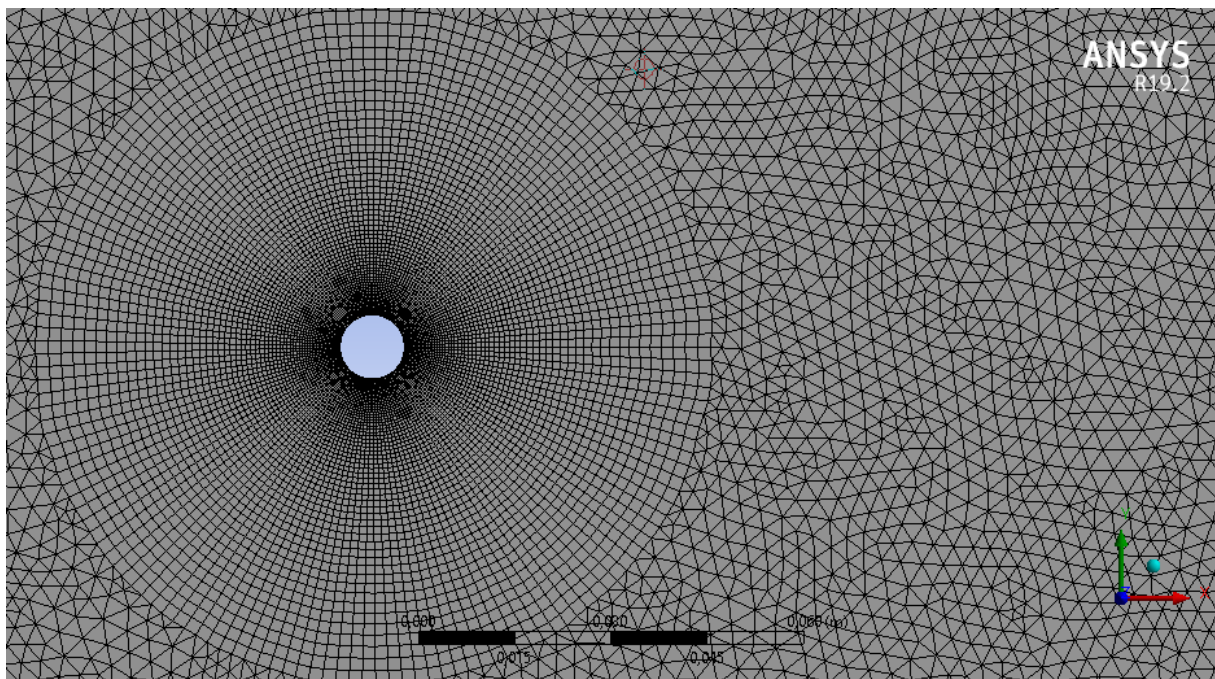


Figure III-5 : b) Image agrandie montrant les détails de maillage.

III.6.3 Configuration et Solution :

Cette étape contient plusieurs parties

- A. Indication des paramètres thermo-physique de notre nanofluide (la chaleur spécifique, la masse volumique, la viscosité dynamique). Voir la figure ci-dessus.

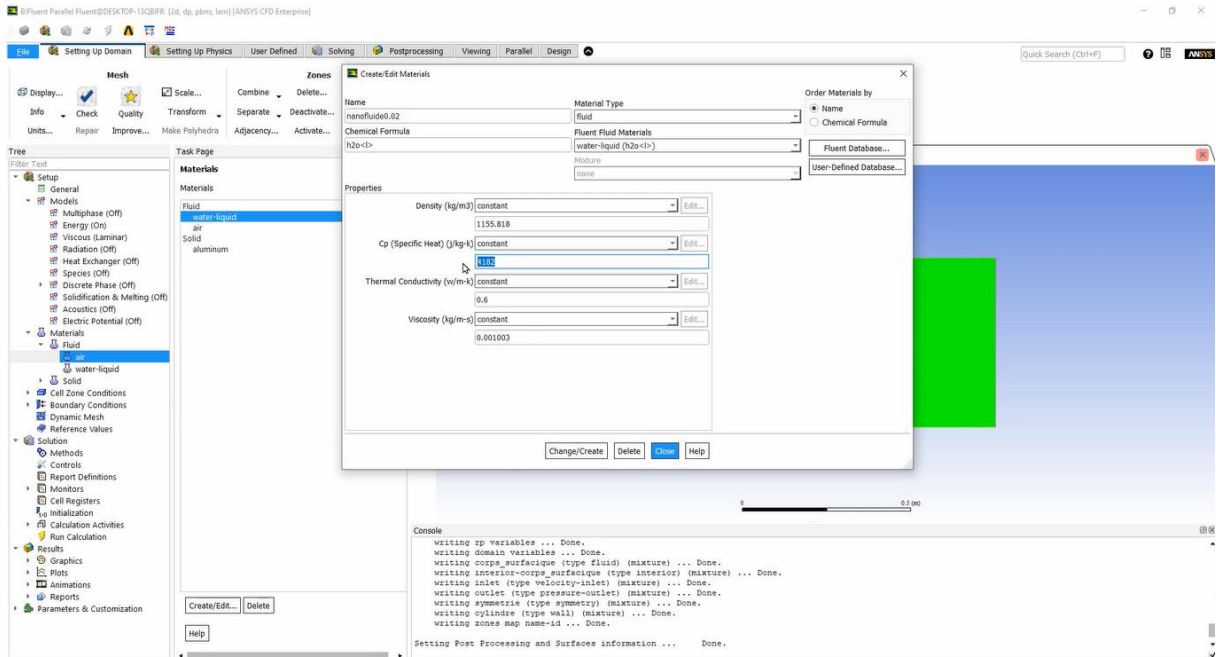


Figure III-6 : Indications des propriétés thermophysiques de nanofluide .

- B. Saisir la vitesse de débit (inlet) et la température de notre nanofluide (eau Cu) et la température de cylindre.

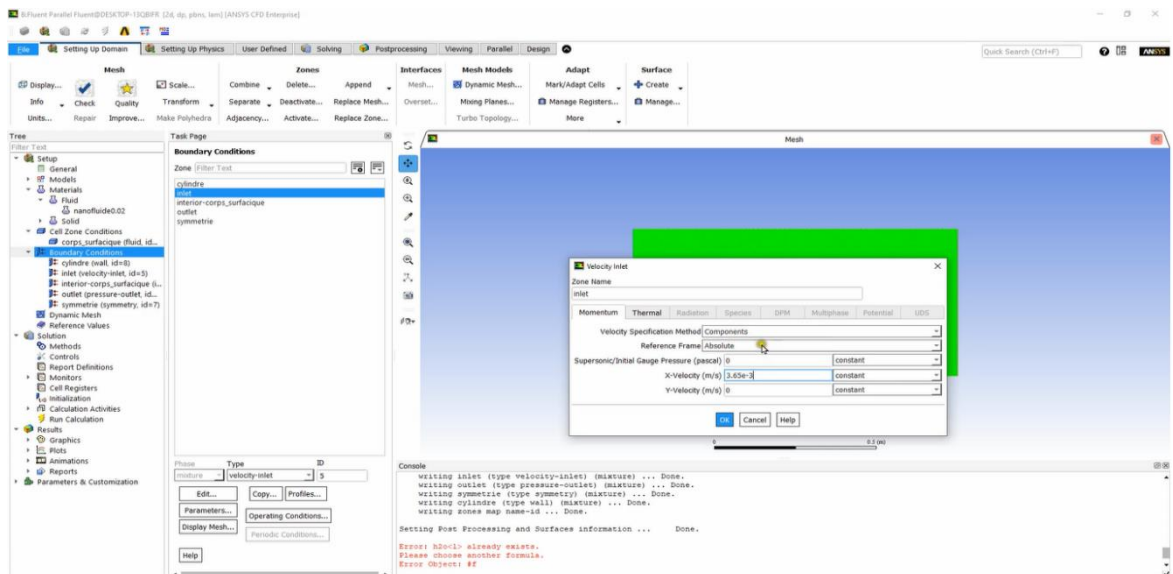


Figure III-7 : Indications de vitesse de débit et la température de nanofluide et le cylindre.

C. Saisir la valeur de critère de convergence (10^{-5}) et faire l'initialisation de notre calcul. Le critère de convergence qui doit être vérifiés pour que les calculs seront stoppés.

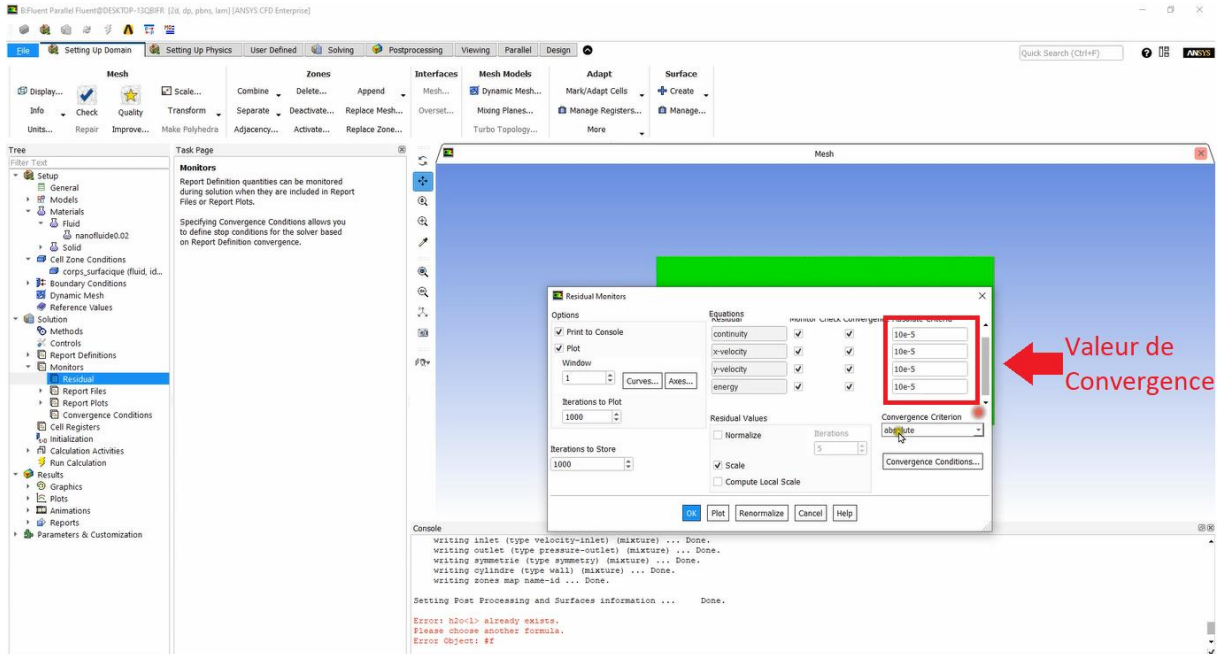


Figure III-8 : Indications de valeur de convergence.

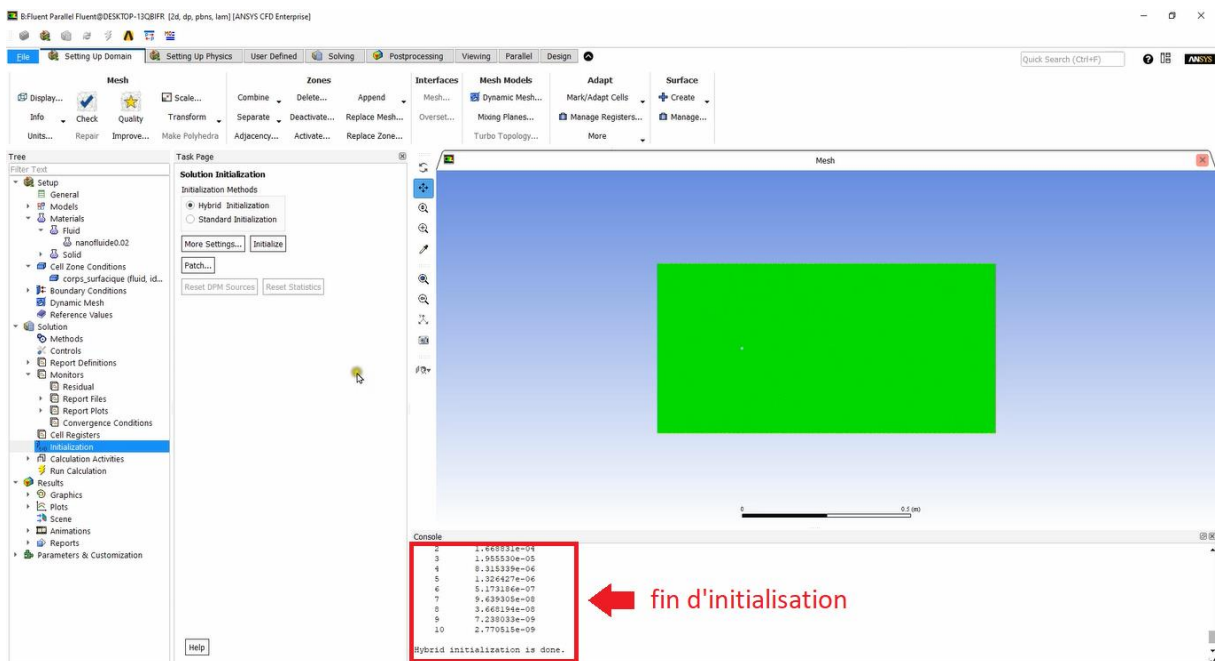


Figure III-9 : Initialisations de calcul.

D. Choisir les paramètres que nous voulons calculer dont on a choisi (09) paramètres a calculés (Static pressure, Pressure coefficient, Velocity magnitude, Stream function, Velocity angle, Surface Nusselt Number, Surface Stanton Number, Skin friction coefficient).

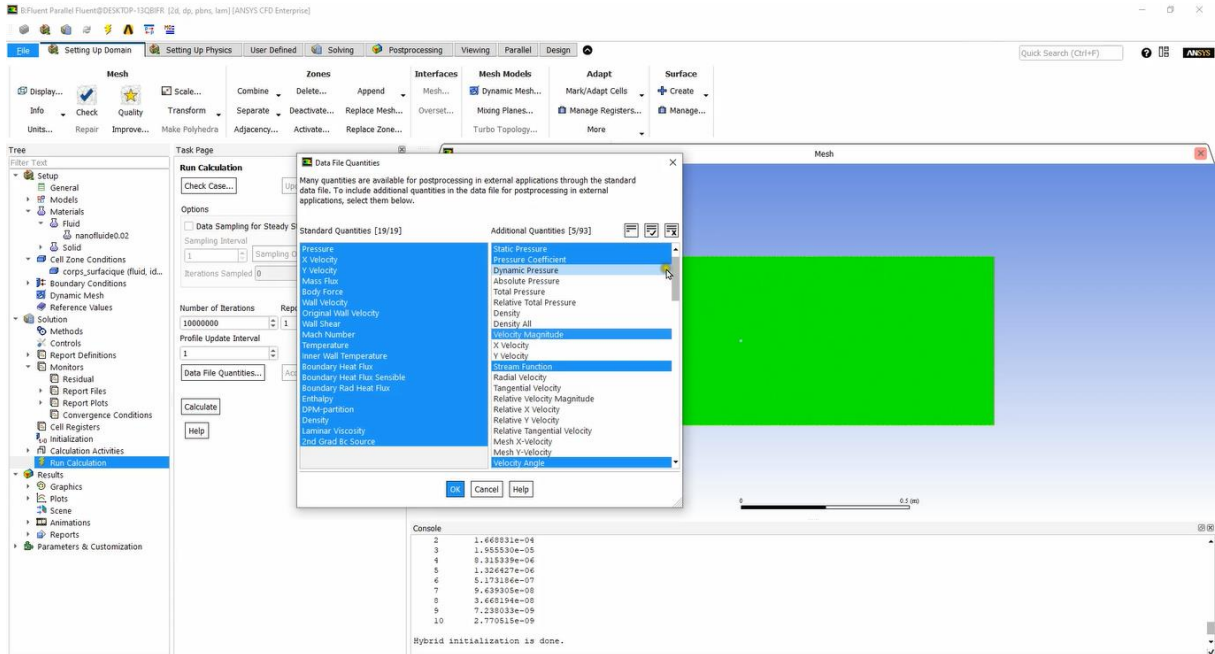


Figure III-10 : Choix des paramètres.

E. Démarrer le calcul de solution avec un nombre d'interaction égale 10 millions interaction, afin de compter le « cd » Drag Coefficient.

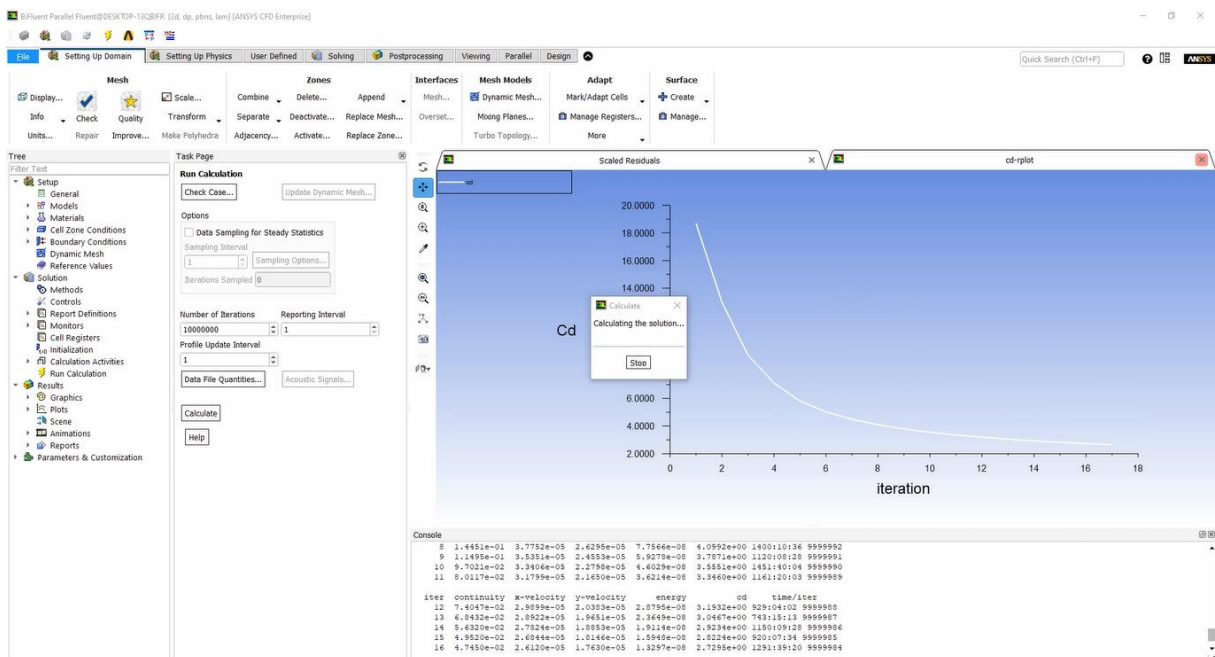


Figure III-11 : démarrer le calcul.

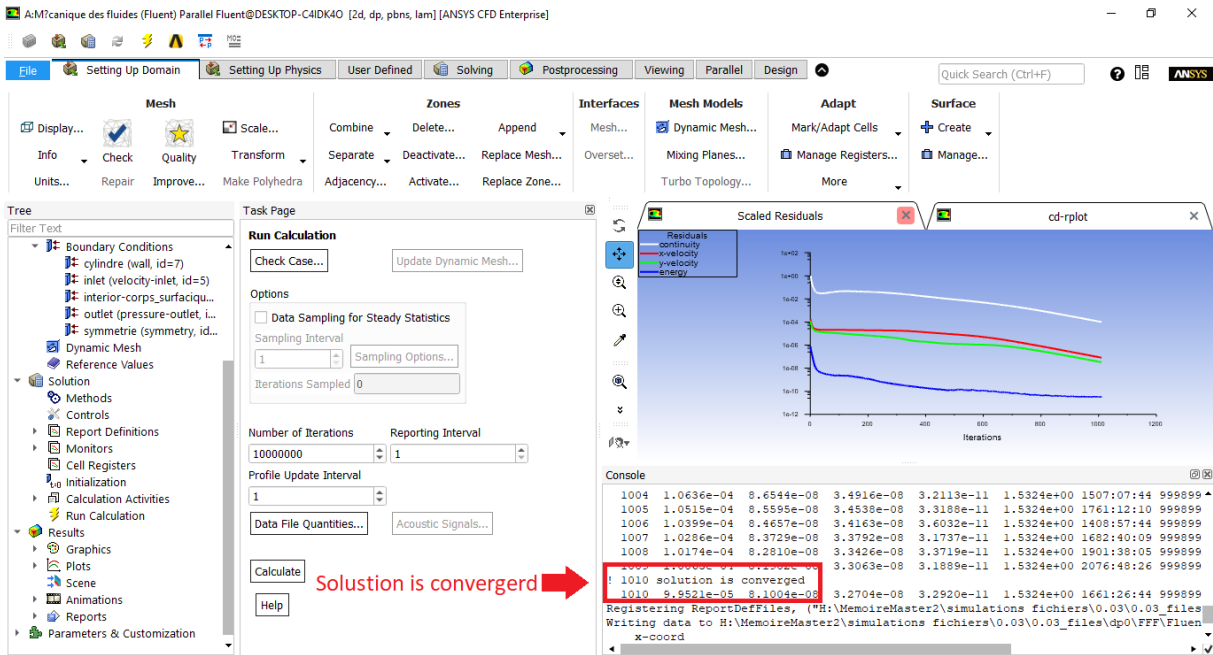


Figure III-12 : Convergence de solution.

Après avoir toutes les étapes de simulations (géométrie, maillage, configuration et solution). Nous allons maintenant passer à l'étape de discussion des résultats représentés dans les valeurs et les courbes que nous avons obtenues après avoir utilisé Fluent et commençons à les discuter dans la prochaine et le dernier chapitre.

Chapitre IV

Résultats et discussions

IV.1 Introduction :

Nous présentons dans ce chapitre les résultats de la simulation numérique obtenus par le code de calcul Fluent. Le problème consiste, comme il a été mentionné au paravent, à la simulation numérique de l'instabilité d'un écoulement d'un nanofluide autour d'un cylindre en régime laminaire.

L'objectif principale est de solver le problème d'utilisation des nanofluides en régimes de convection forcée à des fins d'amélioration des échanges thermiques. On a élaboré dans cette étude une modélisation numérique pour étudier les caractéristiques de l'écoulement et le transfert de chaleur autour d'un cylindre circulaire fixe. Le nombre de Reynolds est de $10 < Re < 40$.

IV.2 Variation de la longueur du sillage avec Re :

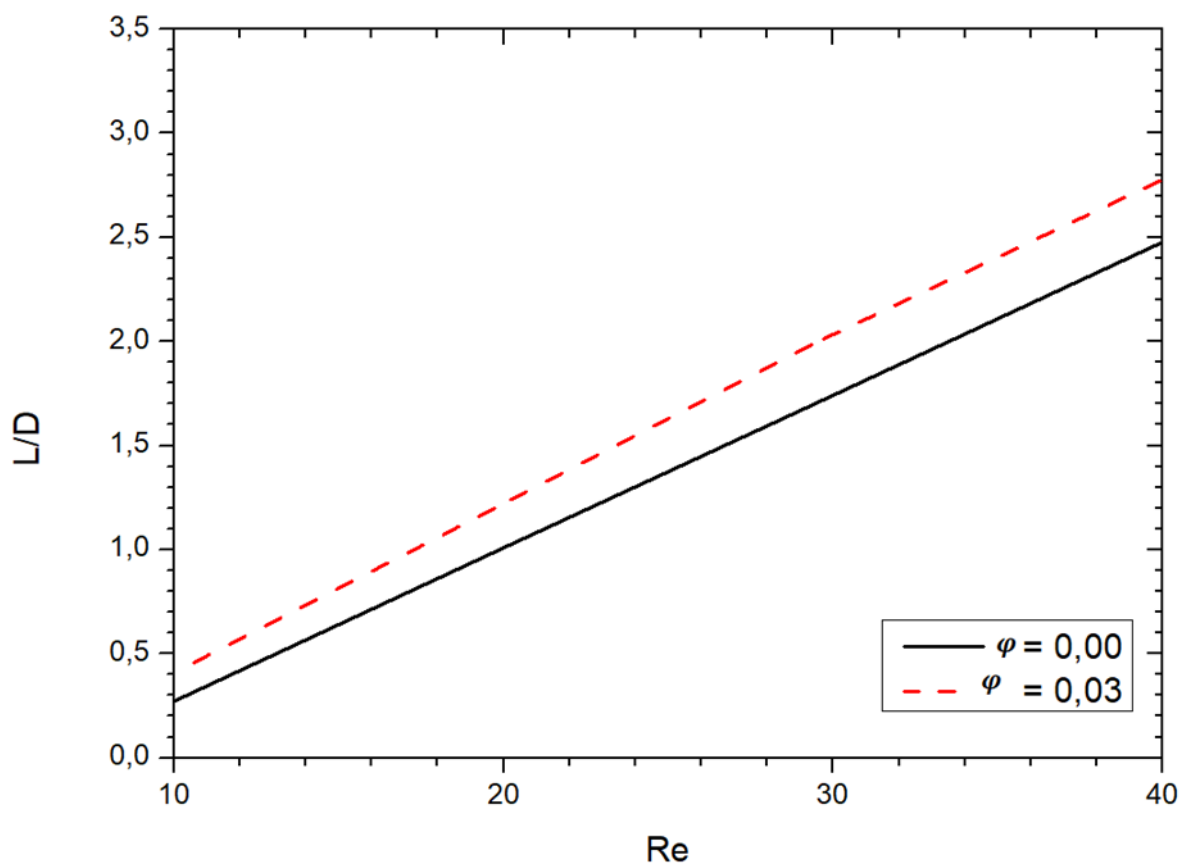


Figure IV-1 : Variation de la longueur du sillage avec Re pour différentes fractions volumiques solides ϕ .

Comme on le voit, la longueur du sillage augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds. En outre, la longueur du sillage augmente avec l'augmentation de la fraction volumique solide parce que la séparation de l'écoulement se produit plus tôt dans le nanofluide par rapport au fluide clair. Dans le nanofluide, le point de séparation se déplace vers l'amont en augmentant la fraction de volume solide.

La séparation de l'écoulement se produit lorsque les lignes de courant ne restent plus attachées au corps et provoquent des sillages près de la surface. La position angulaire du point de séparation est une fonction du nombre de Reynolds. La figure 4 montre la relation entre α et Re. Il est clair que le point de séparation se déplace vers l'amont avec l'augmentation de Re.

IV.3 Variation de l'angle de séparation avec Re :

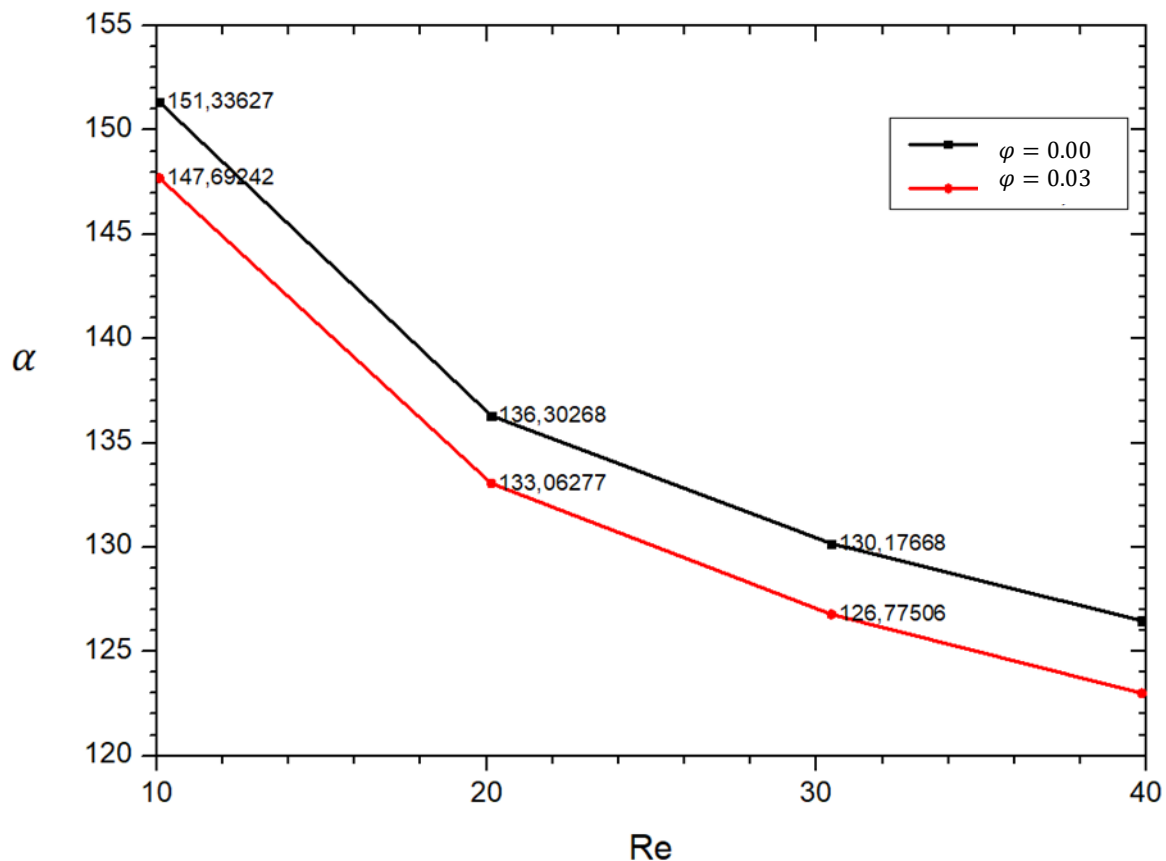
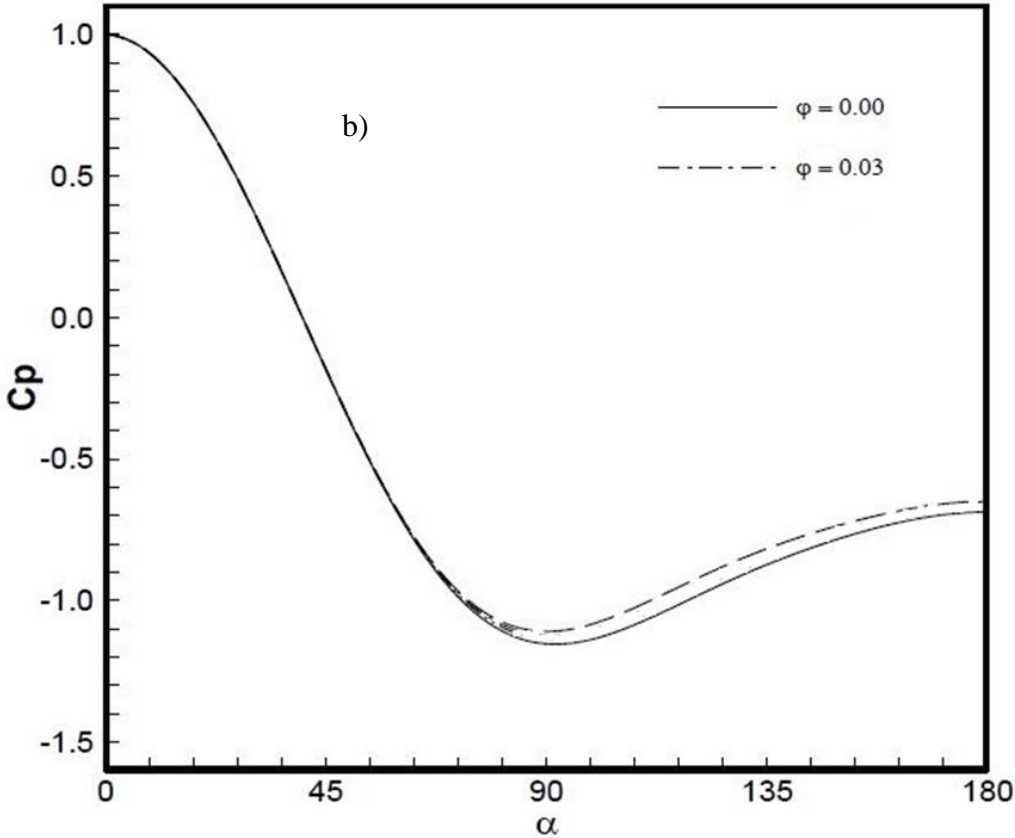
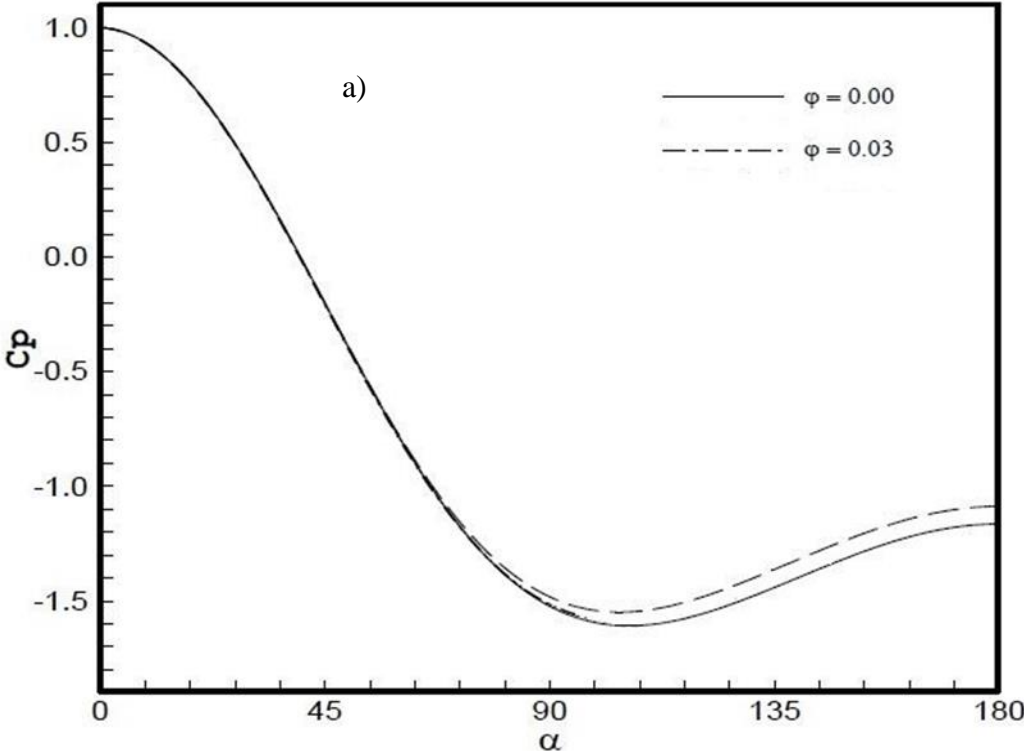


Figure VI-2 : Variation de l'angle de séparation avec Re pour différentes fractions volumiques solides φ .

IV.4 Distribution du coefficient de pression :



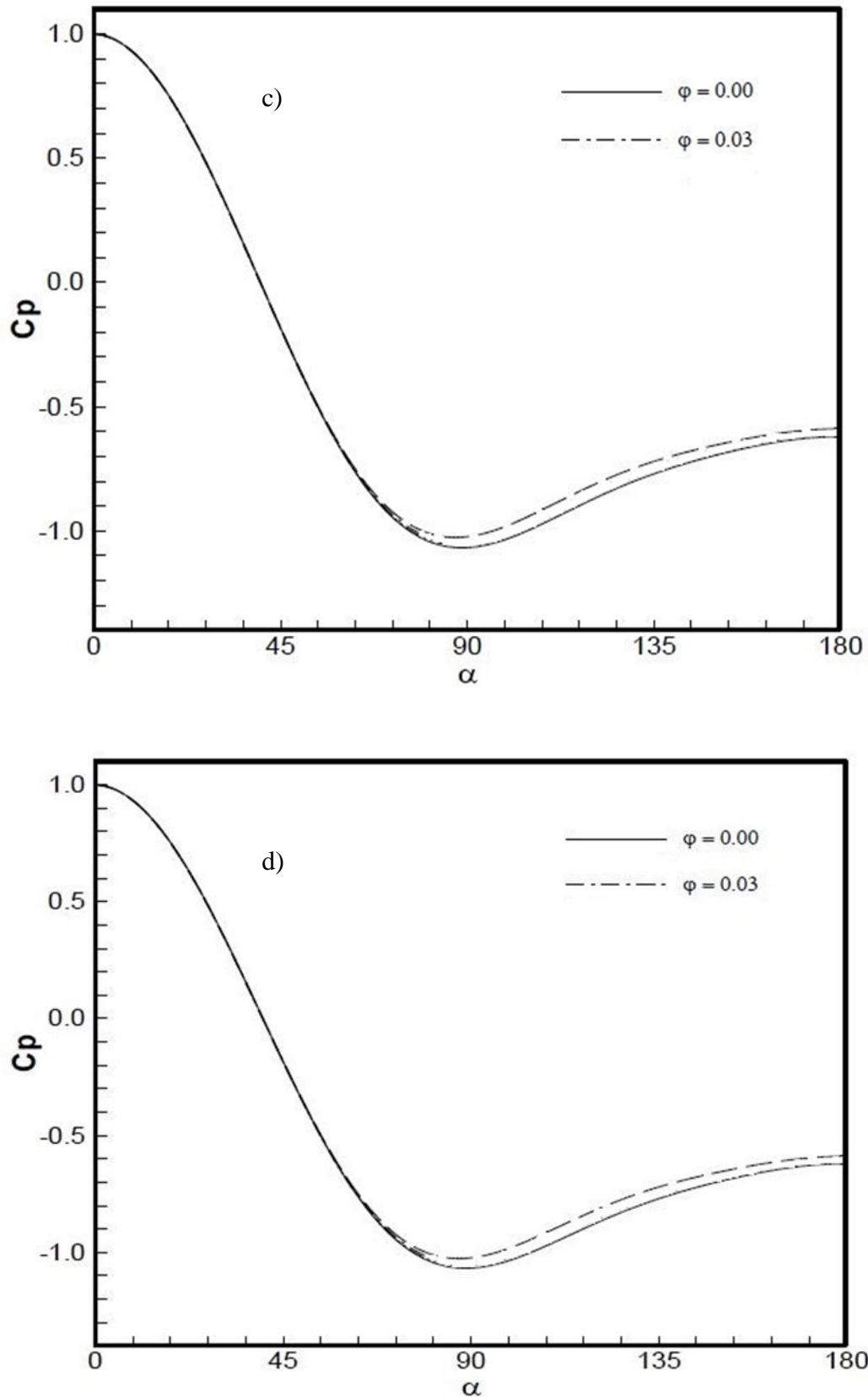


Figure VI-3 : Distribution du coefficient de pression autour de la surface du cylindre pour différentes fractions volumiques solides ϕ à a) $Re = 10$, b) $Re = 20$, c) $Re = 30$, d) $Re = 40$.

IV.5 Effet du chargement en nanoparticules sur les forces du cylindre :

La présence de nanoparticules dans le fluide influence les distributions de pression sur la surface du cylindre (**Figure IV-3**). La valeur du coefficient de pression augmente dans la région de gradient de pression défavorable car les forces d'inertie, l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique et la viscosité augmentent avec les valeurs croissantes de la fraction volumique solide. Le coefficient de pression est défini par :

$$C_p = \frac{P - P_0 + \rho \mu_\infty^2}{\rho \mu_\infty^2}$$

IV.6 Effet des nanoparticules sur les caractéristiques de l'écoulement :

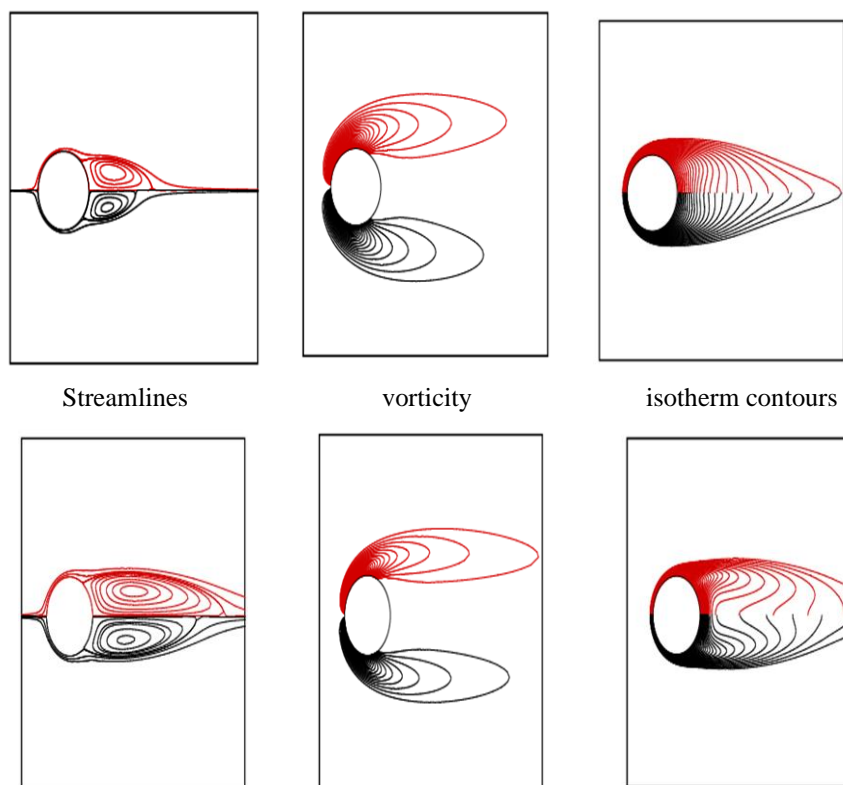


Figure IV-4 : Lignes de courant, la vorticité et les contours isothermes autour du cylindre, (fluide clair (moitié inférieure) et eau/Cu 3 % (moitié supérieure)   a) Re 20, b) Re 40, c) et d).

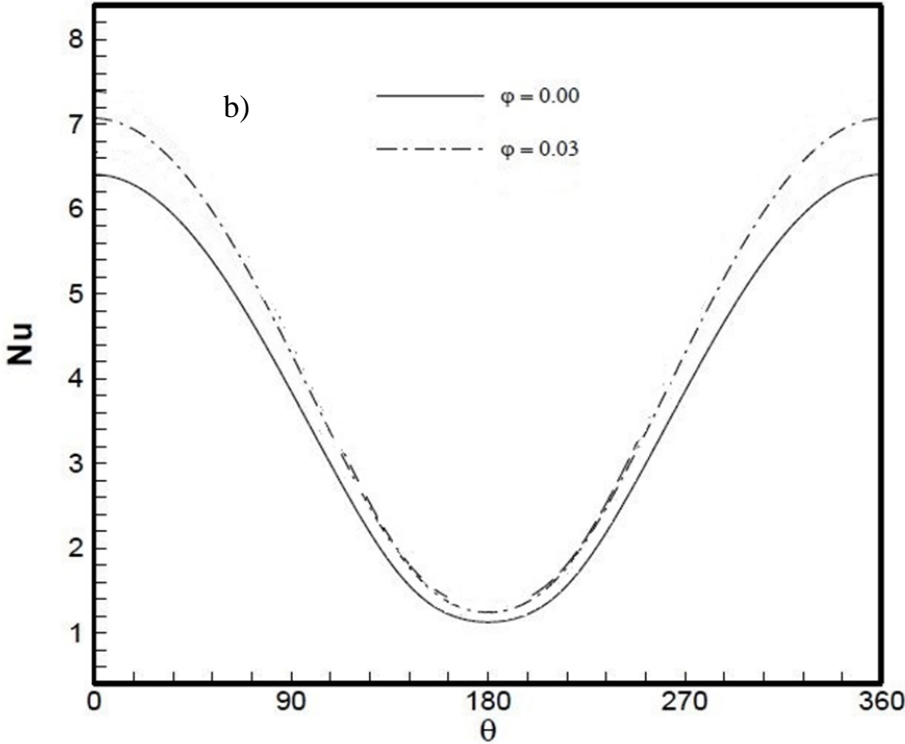
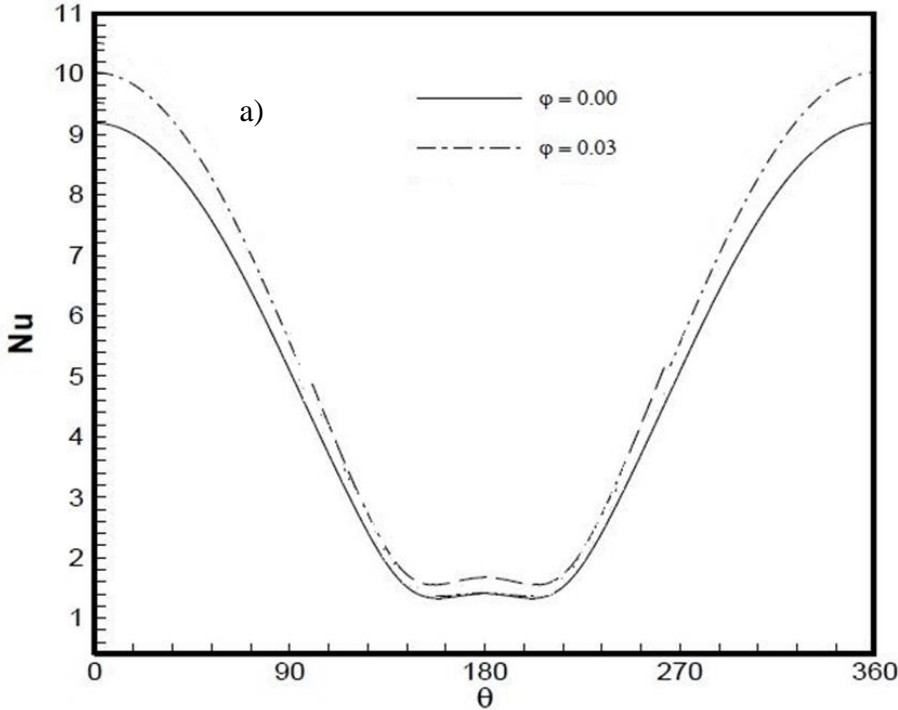
Les lignes de courant, la vorticité et les contours isothermes autour du cylindre sont comparés entre le fluide clair et le nanofluide ($\phi = 0,03$) dans la **Figure IV-4**, pour un nombre de Reynolds de 10, 20, 30 et 40. On peut voir que la longueur de recirculation augmente lorsque le nombre de Reynolds augmente à la fois dans le fluide clair et le nanofluide. Cependant, dans le nanofluide, le centre du sillage est légèrement décalé de la surface du cylindre par rapport au fluide clair.

La force de la vorticité est augmentée en comparaison avec le nanofluide. Pour les contours de distribution de température, on peut conclure que les contours de température sont plus raides dans la région proche du sillage avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Cela signifie qu'un nombre de Reynolds plus élevé définit un gradient de température plus élevé. On peut également voir que le nanofluide présente un taux de transfert de chaleur du cylindre plus élevé que le fluide clair.

Le nombre de Nusselt moyen en surface de la couche limite thermique entièrement développée est défini comme suit :

$$\bar{N}_u = \frac{1}{S} \int_S N_u ds$$

IV.7 Variation du nombre de Nusselt local sur la surface du cylindre



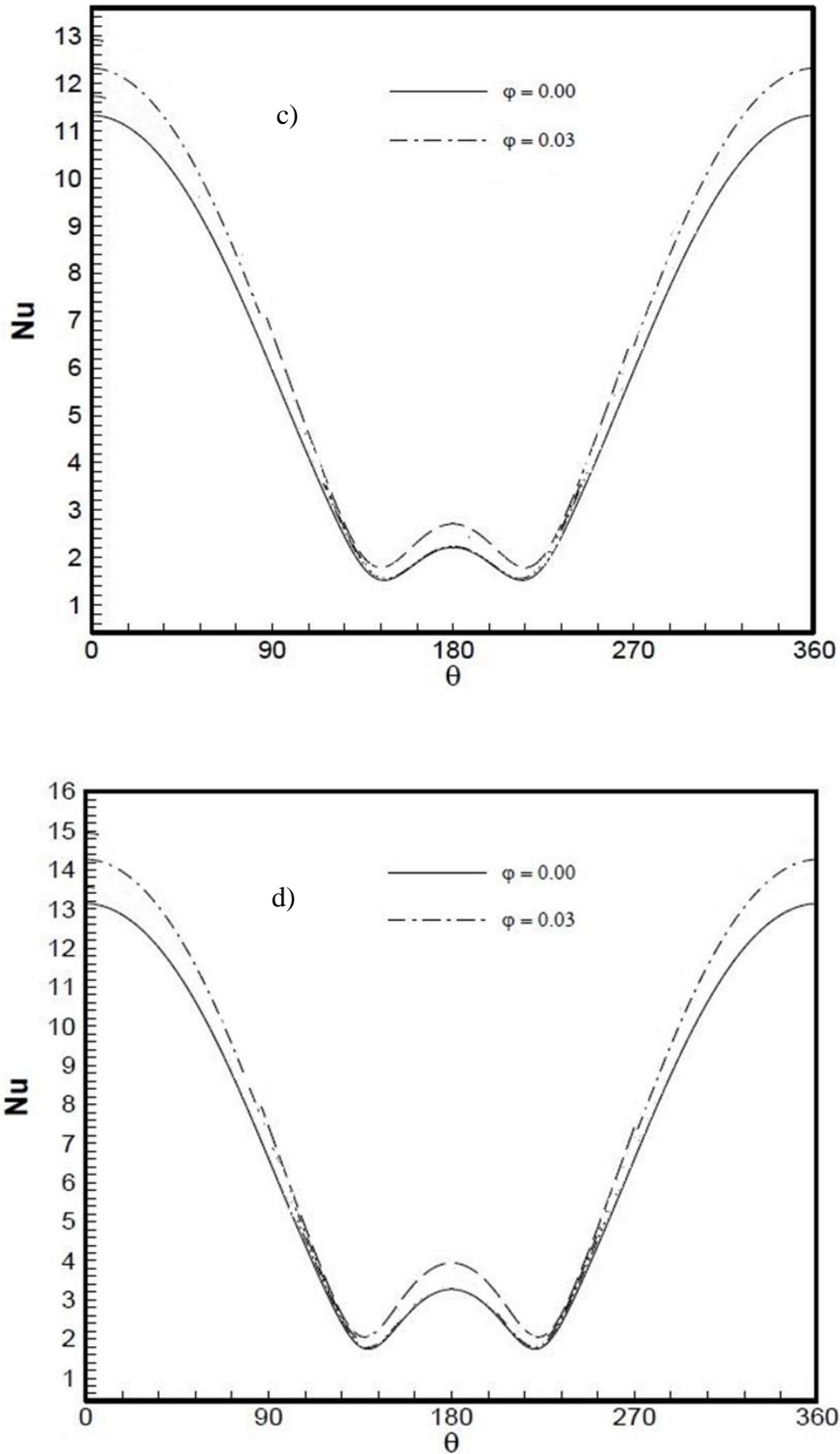


Figure IV-5 : Variation du nombre de Nusselt local sur la surface du cylindre avec différentes fractions volumiques solides ϕ à a) $Re = 10$, b) $Re = 20$, c) $Re = 30$, d) $Re = 40$.

IV.8 Variation du nombre de Nusselt moyen sur la paroi du cylindre :

Une comparaison entre les nombres de Nusselt locaux le long du cylindre pour différentes fractions de volume solide et le nombre de Reynolds a été montrée dans la Figure 7. On peut voir que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de la fraction solide et du nombre de Reynolds. Cependant, la raison de cette augmentation dans les deux cas est entièrement différente. La variation du nombre de Nusselt moyen pour différentes valeurs du nombre de Reynolds et de la fraction solide est montrée dans la Figure 8 et la Figure 9, respectivement. Ces figures montrent que l'augmentation du nombre de Reynolds et de la fraction volumique solide augmente le nombre de Nusselt moyen. Une des raisons principales de ce comportement est :

- le mouvement des nanoparticules qui transportent l'énergie thermique.
- la micro-convection du fluide entourant les nano-particules.

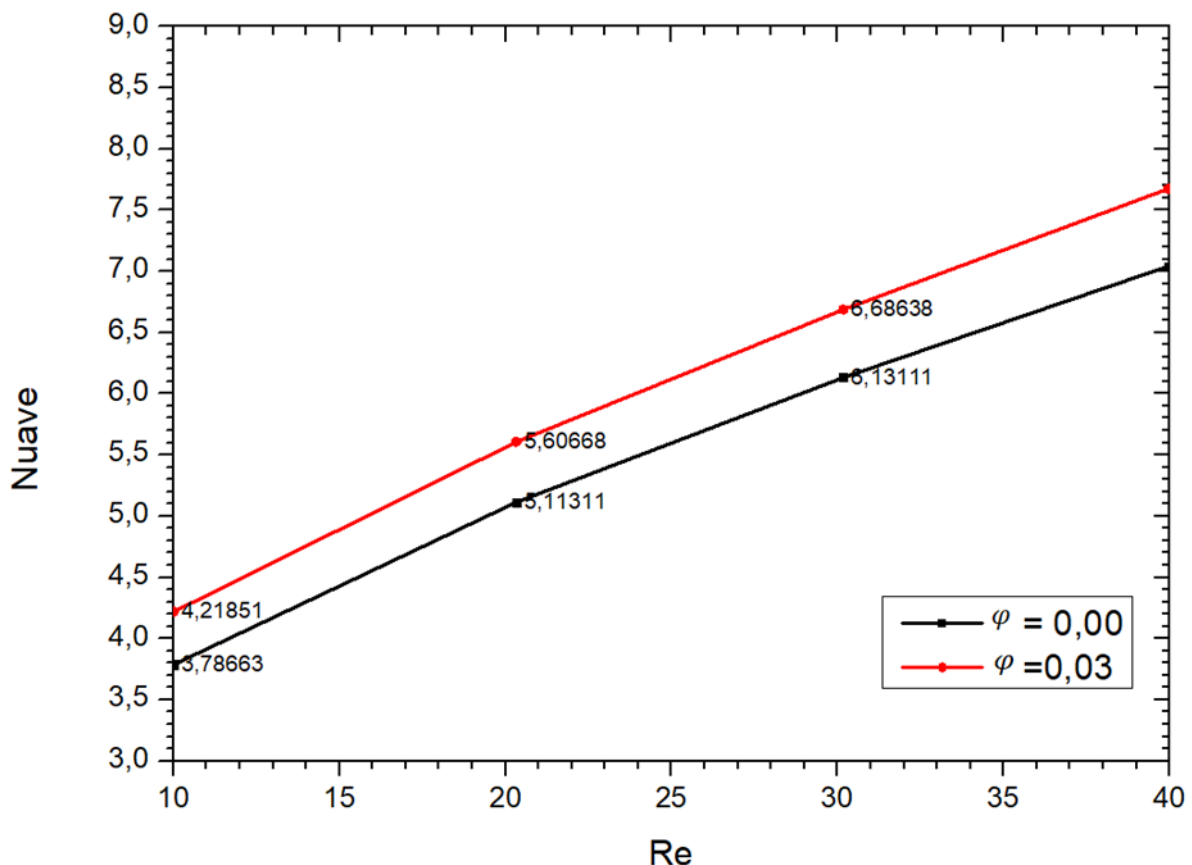


Figure IV-6 : Variation du nombre de Nusselt moyen sur la paroi du cylindre en fonction du nombre de Reynolds pour différentes fractions volumiques solides, φ .

Conclusion Générale :

Dans ce travail de thèse nous avons mené une étude théorique et numérique de l'instabilité d'un écoulement d'un nanofluide au tour d'un cylindre circulaire fixe.

Nous avons utilisé un nanofluide de type (Eau + Cu). Nous avons supposé que le nanofluide peut être assimilés à un fluide homogène. Il est vrai que l'addition de nanoparticules dans l'eau pure augmente sa conductivité thermique et donc améliore le transfert de chaleur par conduction dans les nanofluides comparé au transfert de chaleur par conduction dans le fluide de base.

La structure de sillage derrière un cylindre circulaire avec la présence des nanoparticules a été calculée pour un écoulement bidimensionnel, en utilisant le logiciel Fluent. Des calculs ont été effectués pour des nombres de Reynolds compris entre 10 et 40 couvrant un seul régime d'écoulement (régime laminaire).

L'écoulement laminaire régulier derrière un cylindre circulaire a fait l'objet de nombreuses études expérimentales et computationnelles. L'un des changements les plus importants de la structure de l'écoulement a lieu au voisinage de $Re < 40$. En dessous de ce nombre de Reynolds, l'écoulement est caractérisé par la présence d'une paire symétrique de bulles de séparation fermées. Au-delà de $Re = 40$, l'écoulement devient instable et asymétrique, et la séparation tourbillonnaire alternatif commence.

Dans cette étude, le point d'investigation était d'évaluer l'effet des nanoparticules sur le transfert de chaleur convectif et les caractéristiques de l'écoulement.

- ❖ Il est observé que la vorticité, le coefficient de pression, la longueur de recirculation (L) sont augmentés par l'ajout de nanoparticules dans le fluide clair.
- ❖ De plus, les nombres de Nusselt local et moyen sont améliorés par l'ajout de nanoparticules dans le fluide de base.
- ❖ Les nombres de Nusselt local et moyen sont améliorés par l'ajout de nanoparticules dans le fluide de base.
- ❖ La présence de nanoparticules dans le fluide de base de base améliore le taux de transfert de chaleur et les de température.
- ❖ Le fluide de travail cuivre-eau présente le transfert de chaleur le plus élevé. Transfert de chaleur.

REFERENCES

- [1] M. Van Dyke : An Album of Fluid Motion. Parabolic Press, 1982.
- [2] Williamson, C. H. K., 1996. Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annual Review of Fluid Mechanics* 28, 477–539.
- [3] Barkley D, Henderson RD. 1996. Floquet stability analysis of the periodic wake of a circular cylinder. *J. Fluid Mech.* 322:215– 41
- [4] Leweke T. and Williamson C. H. K. Three - dimensional instabilities in wake transition *Eur. J. Mech. B/Fluids* ,17:571–586,1998.
- [5] R. Henderson. Nonlinear dynamics and pattern formation in turbulent wake transition. *J. Fluid Mech.*, 352:65–112,1997.
- [6] M. Braza, D. Faghani, and H. Persillon, Successive stages and the role of natural vortex dislocations in three-dimensional wake transition. *J. Fluid Mech.*, 439:1– 41, 2001.
- [7] H. Persillon and M. Braza, Physical analysis of the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder by three-dimensional Navier-Stokes simulation. *J. Fluid Mech.*, 365 : 23– 88, 1998.
- [8] Zdravkovich, M. M., 1996, “Different Modes of Vortex Shedding: An Overview”, *Journal of fluids and Structures* Vol. 10, pp. 427-437.
- [9] Norberg, C. An experimental investigation of the flow around a circular cylinder: influence of aspect ratio. *Fluid Mech.*, 258287-316,(1994).
- [10] Roshko, A. 1954 On the drag and shedding frequency of bluff cylinders. *Nut. Adv. Comm. Aero., Wash., Tech. Note* 3169.

Références

- [11] Wei T. & Smith C.R. & Kelvin H. 1986 The presence of secondary vortices in the wake of circular cylinders. *J. Fluid Mech.* 169, 513-533.
- [12] S. Kang and H. Choi, Laminar flow past a rotating cylinder, *Physics of Fluids*, 11, 3312–3320, 1999.
- [13] S. Kang and H. Choi, Laminar flow past a rotating cylinder, *Physics of Fluids*, 11, 3312–3320, 1999.
- [14] Eastman, J.A., Choi, S., Li, S., Yu, W., Thompson, L. 2001 Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles *Applied Physic Letter* 78-6 718-720
- [15] Hamilton, R.L., Crosser, O.K. 1962 Thermal conductivity of heterogeneous two-components systems *I&EC Fundam* 1 182-191.
- [16] Keblinski, P., Phillpot, S.R., Choi, S., Eastman, J.A. 2002 Mechanisms of heat flow in suspensions of nano-sized particles (nanofluids) *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45 855-863
- [17] Pak, B.C., Cho, Y.L. 1998 Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles *Experimental heat transfer* 11 151-170
- [18] Vadasz P: "Heat conduction in nanofluid suspensions". *J Heat Transfer* 2006, 128: 465–477. 10.1115/1.2175149
- [19] Maïga, S.E.B., et al., Heat transfer enhancement by using nanofluids in forced convection flows. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2005. 26(4): p. 530-546.
- [20] Namburu, P.K., et al.: Numerical study of turbulent flow and heat transfer characteristics of nanofluids considering variable properties. *Int. J. Therm. Sci.* 48(2), 290–302 (2009)

Références

- [21] Xuan, Y., Roetzel, W., Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 2000, 43: 3701–3707.
- [22] J. Boussinesq, ‘Théorie des écoulements tourbillonnaires’, *CRAS T.23*, 1877.
- [23] Xuan, Y., Roetzel, W., Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 2000, 43: 3701–3707.
- [24] Eastman, J. A., Choi, S. U. S., Li, S., Yu, W., and Thompson, L. J. Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles. *Applied Physics Letters*, 78, no. 6, 718–720 (2001).
- [25] Ali, N., Teixeira, J. A., & Addali, A. (2018). A review on nanofluids: fabrication, stability, and thermophysical properties. *Journal of Nanomaterials*, 2018.
- [26] Yu, W., & Xie, H. (2012). A review on nanofluids: preparation, stability mechanisms, and applications. *Journal of nanomaterials*, 2012.
- [27] GHADBANE Abdelouahab, ‘Etude numérique de l’écoulement avec transfert de chaleur d’un nanofluide dans un échangeur de chaleur’, Université de M’sila, 2019.
- [28] Jaegle, J., Morillon, R., Et Maraval, L. Dimensionless Numbers for Calculating Flow of a Compressible Fluid-Application in Design of Injectors, For Diffusion Flame Burners, And Sonic Throats. *Revue Generale De Thermique*, 1972, Vol. 11, No 121, P. 19-&.
- [29] A. Bonnet et J. Luneau, *Aérodynamique : Théories de la Dynamique des Fluides*, Éditions Cépaduès, septembre 1989, 544 p.
- [30] E. Guyon, J.-P. Hulin et L. Petit, *Hydrodynamique Physique*, CNRS Editions Juin 2001 673p.