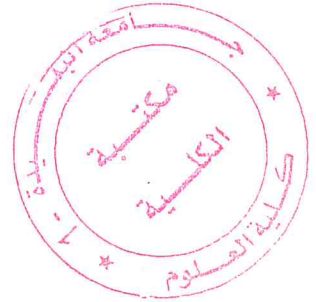


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SIENTIFIQUE  
UNIVERSITE SAAD DAHLAB-BLIDA 1  
FACULTE DES SCIENCES  
DEPARTEMENT D'INFORMATIQUE



*Mémoire de fin d'étude*

*En vue d'obtenir le diplôme de Master en informatique*

*Spécialité : Système Informatique et Réseaux*

*Thème*

**Proposition d'une politique de contrôle d'admission  
dans les réseaux mobiles cellulaires à flux hétérogènes**

**Présenté par :**

- BENAHMED Lamia**
- AOUICHA Amina**

**Soutenu le : 27/10/ 2018, devant :**

MA-004-521-1

ERFERA Sofiane USDB Président.

BOUTOUMI Bachira USDB promotrice de mémoire.

CHARABI Leila E.S.I promotrice de mémoire.

MANCER Yasmine USDB Examinatrice.



## Remerciements

Avant tout, nous remercions ALLAH LE TOUT PUISSANT qui nous a donné le courage, la force et la volonté pour accomplir ce travail.

Nos remerciements s'adressent à l'ensemble de l'équipe de département d'informatique, pour leur accueil chaleureux.

Nous remercions ensuite, Madame Boutoumi Bachira et Madame Charabi Leila nos encadreurs de projet, pour tout le soutien, l'aide, l'orientation durant le stage ainsi que pour leurs précieux conseils et ses encouragements lors de la réalisation du projet.

Nous souhaitons aussi remercier nos parents et nos frères pour leur soutien inconditionnel dès le début. Merci pour le soutien psychologique, moral et matériel. Si nous sommes là c'est grâce à vous !

Nous remercions également toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont participé à l'élaboration de ce travail.

Enfin, Nous remercions nos amis "Houda, Yasmine, Hayet, Salima et Maroua" et nos camarades de promotion SIR pour ces années passées ensemble, dans les meilleurs moments comme dans les pires.



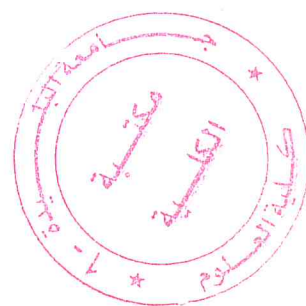
## Résumé :

Un réseau cellulaire n'est qu'un système de communication ayant pour but d'assurer la communication entre les abonnés mobiles services.

Le nombre croissant d'abonnés mobiles obligent les concepteurs de réseaux à penser à une nouvelle approche pour répondre à cette augmentation, une approche prometteuse a été proposée et déployée sous le nom de : réseaux micro -cellulaires.

L'hétérogénéité dans les réseaux cellulaires avec la 3G devient un problème d'actualité .Donc le but de présent travail est d'associer la voix avec la donnée dans le réseau, pour cela nous adoptons une politique de priorité préemptive à flux hétérogène qui consiste à permettre à toutes les demandes de communications de type données d' accéder à tous les canaux disponibles, mais en cas d'indisponibilité d'un canal lors de l'arrivée d'une communication de type voix (plus prioritaire car doit se faire immédiatement) cette dernière a le droit d'interrompre le service d'une communication type donné, nous avons aussi intégré les appels Handover qui sont des appels, qui s'introduisent lors de déplacement entre cellules, ils sont les plus prioritaire.

Cette politique est modélisée à l'aide de réseaux de Petri Stochastique Généralisé (RdPSG), qui sont une méthode formelle puissante, à la fois graphique et mathématique qui a prouvé son efficacité dans la modélisation et l'étude qualitative et quantitative des systèmes complexes. Par ailleurs, il offre un bon moyen de génération automatique de la chaîne de Markov correspondante, pour l'analyse des performances. Cependant, la génération et la résolution de la chaîne de Markov déduite. Après l'analyse de ce dernier un algorithme de construction du générateur infinitésimal (Q), qui est déduit à l'aide de la chaîne de Markov à temps continu (CMTC) pour chacun des deux modèles proposés. Ensuite les formules des principaux indices de performances sont déduites pour l'évaluation des performances d'une microcellule.



### Mots clés:

Flux hétérogène, réseau de Petri stochastiques généralisés, Chaines de Markov à temps continu, Evaluation des performances, réseaux micro-cellulaires, priorité préemptive.

## Abstract:

A cell network is a system of communication, his goal to ensure communication between mobiles clients, also between other services.

The evolution of number of mobiles clients force conceivers of network to think about a new approach for respond this demands. A promising approach suggested under the name « micro cell network ».

Heterogeneity in micro cell network with 3G become a topical problem. So the goal of present work is association of voice with data on network, for that we adapt a model of preemptif priority, wich permit for all demands of data communication to access to all free canals, but when no canal is free, the arrival of voice communication (more prior because obligated to do it immediately) this last has a right to cut the service of data communication, we have also integrate the Handover calls, wich are introduced during of moving between cells, they have more priority.

This system modeled by Generalized Sthocastic Petri Nets (GSPN), wich are a formal and powerful method , in the same time graphic and mathematical wich prove his efficaciousness in modeling and in the study of qualitative and quantitative of complexes systems. Moreover, it offer a good tool for generation an automatic Markov chain, for the analysis of performance. However, the generation of infinitesimal (Q), wich is deducted from continous Markov chains (CMTC) for each model proposed. Then Performance indises are deducted for the evaluation of microcell.

### Key words:

Heterogeneous flow, Generalised Sthochastique Petri Net, Markov Chaines, Evaluation of performances, micro cell network, preemptif priority.

## ملخص:

الشبكة ذات الخلايا هي نظام اتصال من أجل ضمان الاتصال بين مستعملي الهاتف النقال و أيضا بين الخدمات. العدد المتزايد من مستعملي الهاتف أوجب على مصممي الشبكة التفكير في حلول جديدة لإجابة هذه المتطلبات, التقنية الواعدة التي طرحت وانتشرت تحت اسم شبكة ذات الخلايا الصغيرة (شبكة خلايا ميكرو).

اعتمدنا في مذكرتنا للتخرج تقنية ذات أولوية قاطعة بمد غير متجانس والتي تسمح لكل طالبي استعمال الانترنت الأخذ من القنوات الشاغرة ولكن في حالة عدم وجود أي قناة شاغرة و كان هناك طلب مكالمات من طرف المستخدمين (لأن المكالمات لها الأولوي فيجب أن تحدث أنيا) وهذه الأخيرة لها الحق في قطع الاتصال بالانترنت.

هذه التقنية طبقت باستعمال شبكة بيتري العامة العشوائية, و بعد التحليل لهذه الأخيرة استطعنا استنتاج مرصوفة المولد المتناهي الصغر التي استنتجت بدورها من سلسلة ماركوف للزمن المستمر. فيما بعد استنتجنا أهم علامات النتائج القياسية من أجل تقييم الخلية ميكرو.

## الكلمات المفتاحية :

مد غير متجانس, شبكة بيتري العامة العشوائية , سلسلة ماركوف للزمن المستمر, تقييم النتائج القياسية, شبكة ذات الخلايا الصغيرة, أولوية القاطعة

# Table des matières

Remerciements.....	iii
Résumé :.....	iv
Abstract: .....	v
:ملخص .....	vi
Introduction Générale : .....	11
Chapitre 01 .....	14
Généralités sur les réseaux mobiles cellulaires.....	14
1. Introduction :.....	14
2. Concept cellulaire : .....	14
3 Notion de cellule :.....	15
4 Historique des réseaux cellulaire: .....	15
4.1 Première génération :.....	16
4.2 Deuxième génération : .....	16
4.3 Les réseaux 2.5 G :.....	16
4.4 Les réseaux 3G : .....	16
4.5 Les réseaux 4G : .....	18
5 Modèle hexagonal :.....	18
6 Transfert intercellulaire (Handover): .....	19
7 Concept de réseau multi-couche : .....	20
8 Hétérogénéité et Priorité préemptive : .....	21
8.1 L'hétérogénéité.....	21
8.2 Priorité préemptive :.....	21
9 Réseaux micro-cellulaires :.....	22
9.1 Les raisons de déploiement des microcellules :.....	22
9.2 Les défis dans les microcellules :.....	23
10 Conclusion :.....	23
Chapitre 02 .....	24
Chaines de Markov & Réseaux de Petri .....	24
1 Les chaines de Markov : .....	24

1.1	Variable aléatoire : .....	24
1.2	Loi exponentielle : .....	25
1.3	Processus stochastique : .....	25
1.4	Les chaines de Markov à temps discret (CMTD) : .....	26
1.5	Chaînes de Markov à temps continu CMTC : .....	28
2	File d'attente.....	31
3	Les réseaux de Petri : .....	31
3.1	Introduction : .....	31
3.2	Définition de réseau de Petri : .....	32
3.3	Représentation graphique : .....	33
3.4	Représentation matricielle : .....	34
3.5	Dynamique d'un réseau de Pétri : .....	35
3.6	Propriétés des réseaux de Petri : .....	37
3.7	Extensions par arcs inhibiteurs : .....	45
3.8	Réseaux de Petri stochastiques généralisés RdPSG : .....	46
	Conclusion : .....	52
	Chapitre 03 : Modélisation et analyse des réseaux micro-cellulaire : .....	54
1	Introduction : .....	54
2	Les réseaux mobiles cellulaires de troisième génération intégrant la donnée avec la voix avec priorité préemptive: .....	54
2.1	Modélisation et analyse d'une microcellule du modèle 01 : .....	55
2.2	Modélisation et analyse d'une microcellule du modèle Handover : ...	68
2.2.3	Formule générale du nombre d'états de la CMTC .....	74
3	Mise en œuvre, Tests, et Résultats : .....	80
3.1	Présentation de l'application : .....	81
3.2	Fenêtre d'accueil : .....	81
3.3	Fenêtre de saisie des paramètres et résultats du calcul : .....	82
3.4	Etude expérimentale : .....	83
	Conclusion : .....	87
	Conclusion Générale : .....	88
	Bibliographie : .....	89



La liste des figures:

Figure 1:1 évolution de réseau cellulaire. [5] .....	15
Figure 1:2 Modèle hexagonal. [8].....	19
Figure 1.3. Handover.....	19
Figure 1.4. Les types des cellules. [4].....	21
Figure 2.1. Matrice de probabilités de transition. ....	26
Figure 2.2. Diagramme de transition de la CMTD .....	27
Figure 2:3 Diagramme de transition de CMTC. ....	30
Figure 2:4 Représentation graphique d'un réseau de Petri marqué.....	34
Figure 2:5 Graphe des marquages accessibles de RdP. [14] .....	37
Figure 2.6 Réseau de Petri quasi-vivant. [14].....	38
Figure 2:7 Réseau de Petri Non quasi-vivant. [14].....	39
Figure 2:8 Représentation de RdP pseudo-vivant et Non pseudo-vivant.....	40
Figure 2:9 Représentation d'un RdP Non vivant.....	41
Figure 2.10 Représentation d'un RdP vivant.....	41
Figure 2:11 Exemple d'un RdP Non borné.....	42
Figure 2:12 Conflit Structurel. ....	43
Figure 2:13 Exclusion mutuelle (entre T2 et T3). [14].....	44
Figure 2.14. Exemple d'un réseau de Petri Réinitialisable. [17] .....	45
Figure 2:15 Le tir des transitions à arc inhibiteur.....	46
Figure 2.16. Elimination du marquage évanescent.....	50
Figure 2:17 Les étapes d'évaluation en utilisant RdPSG. [30].....	51
Figure 3:1 1RDPSG modélisant le système du modèle 01.....	57
Figure 3:2 La CMTC correspondante au RdPSG du modèle 01. ....	60
Figure 3:3 Graphe des marquages accessible du Modele01 .....	61
Figure 3:4 Algorithme d'obtention du générateur infinitésimal pour le modèle1 .....	64
Figure 3:5 RDPSG modélisant le système du modèle handover.....	70
Figure 3:6 La CMTC correspondante au RdPSG du modèle handover. ....	73
Figure 3:7 Graphe des marquages accessible du Modèle handover. ....	74
Figure 3:8 Algorithme d'obtention du générateur infinitésimal pour le modèle handover.....	77

Figure 3:9 Fenêtre d'accueil de l'application. ....	81
Figure 3:10 Fenêtre aide. ....	82
Figure 3:11 Fenêtre de saisie de paramètres du réseau.....	83
Figure 3:12 Influence de canaux libres sur la fréquence de libérer (voix, donnée).....	84
Figure 3:13 Influence de nombre de canaux libres sur la probabilité de blocage (voix, donnée). ....	85
Figure 3:14 Influence de nombre de canaux gardian sur la fréquence de libérer de donnée.....	86
Figure 3:15 Influence le nombre de canaux gardian sur la probabilité de blocage voix et donnée. ....	87

La liste des tableaux :

Tableau 1: Représentation des taux de transitions entre les états du Modèle 01.63	
Tableau 2 Représentation des taux de transitions entre les états du Modèle Handover. ....	76
Tableau 3 Paramètres en entrée du programme. [14] [31] .....	84
Tableau 4 Paramètres en entrée du programme. [31] [32] .....	85

## Introduction Générale :

Au cours de la dernière décennie, les technologies et systèmes de communication cellulaire ont connu une croissance et un développement sans précédent dans le monde entier. Le besoin de communiquer et les modes de communication ont évolué et sont devenus omniprésents, de plus en plus répandus, à des prix de plus en plus abordables.

L'intégration des services basés sur Internet avec la téléphonie mobile a créé de nouveaux défis, comme la gestion efficace des ressources radios en supportant un trafic hétérogène, et satisfaisant les exigences de la qualité de service des différentes applications.

L'architecture classique des cellules n'est pas capable de satisfaire le trafic d'un nombre d'abonnés mobiles, qui ne cesse de s'accroître ; Ce changement de trafic a poussé les fournisseurs de services à employer des réseaux avec des cellules de plus petite taille (small cell networks), leur principe est basé sur la division de cellules en plus petites cellules (microcellules) afin d'accroître le nombre de communications simultanées, or cette technique rend la gestion de handover plus compliquée, le handover est le mécanisme de transfert automatique intercellulaire qui assure la continuité des appels, il permet ainsi d'éviter les coupures de communication. Les appels handover doivent par conséquent se voir attribués plus de priorité par rapport aux appels ordinaires, la technique la plus utilisée pour garantir cela est les canaux gardiens (Guard Channels), elle consiste à dédier un certain nombre de canaux fréquentiels uniquement pour les appels handover.

En outre, et à partir de la troisième génération, le réseau supporte deux types de communication; à savoir la voix et la donnée, et chacun d'eux a des exigences particulières; l'appel de type voix doit se transférer en temps réel, par contre la donnée peut tolérer un certain délai dans sa transmission mais elle ne tolère pas la perte de paquets, car elle doit arriver intégralement, sinon elle ne va pas être compréhensible. De ce fait, une bonne politique de gestion d'appels doit attribuer une certaine priorité à la voix par rapport à la donnée, dans le sens où à l'arrivée d'une requête de type donnée, un ou plusieurs canaux peuvent lui être attribués, mais dès la présence d'un appel téléphonique, ce dernier interrompt la communication de type donnée tout en lui arrachant un canal (étant donnée que l'appel doit se faire en temps réel et la connexion internet tolère un certain délai), cette dernière n'a qu'à rejoindre la file d'attente pour attendre la libération d'un autre canal. Cette priorité est appelée une priorité préemptive.

Dans le cadre de ce projet de fin d'étude, nous considérons un modèle de contrôle d'admission dans un tel réseau, où nous adoptons une politique de priorité préemptive, où nous avons considéré deux modèles le premier gère les appels ordinaires et les données, tandis que le deuxième gère les appels avec les canaux gardiens en gardant un certain nombre de canaux libres alloués à toutes communications faites dans microcellule.

L'analyse et l'évaluation des performances de ces deux modèles se feront grâce aux réseaux de Petri stochastiques généralisés (RdPSG), qui sont une méthode formelle puissante, à la fois graphique et mathématique qui a prouvé son efficacité dans la modélisation et l'étude qualitative et quantitative des

systèmes, tels que les systèmes de production, les systèmes automatisés, les systèmes informatiques et les protocoles de communication, etc..).

L'analyse qualitative et quantitative d'un RdPSG se fait en construisant un graphe de marquage accessible qui est isomorphe à une chaîne de Markov à temps continu (CMTC). Cette dernière est appelée alors la CMTC sous-jacente au RdPSG.

A partir de cette CMTC, on construit le générateur infinitésimal qui est utilisé pour calculer les probabilités stationnaires. Celles-ci, à leur tour, nous permettent de déduire les indices de performance désirés.

Nous proposons dans notre mémoire une approche algorithmique pour le calcul direct du générateur infinitésimal sans avoir à générer ni le graphe des marquages accessibles ni la chaîne de Markov sous-jacente. En outre, nous développons les probabilités stationnaires ainsi que les formules des principaux indices de performance, mais surtout indépendamment de l'ensemble des marquages accessibles.

### **Organisation du document :**

De façon plus concise, ce mémoire est organisé en trois chapitres, comme suit :

Le premier chapitre est consacré aux réseaux mobiles cellulaires de troisième génération intégrant de la donnée avec la voix; des définitions des explications des différentes notions.

Le deuxième chapitre a pour but d'introduire des notions mathématiques (RdP, RdPSG, et chaîne de Markov).

Et dans le troisième chapitre nous présentons notre approche algorithmique pour la modélisation et l'évaluation des performances et la conception d'un algorithme permettant de calculer le générateur infinitésimal de la chaîne de Markov sous-jacente, et l'algorithme calculant les indices de performance.

Nous terminons par une conclusion générale.



# Chapitre 01

## Généralités sur les réseaux mobiles cellulaires

### 1. Introduction :

Avec le progrès de l'informatique et les codages numériques, une nouvelle révolution se profile. C'est le réseau cellulaire qui devient un service de masse.

Ce type de réseaux utilise la transmission radio qui fut apparu en 1895 grâce aux travaux du physicien italien Guglielmo Marconi, [1]. Les ressources dans de tels réseaux sont limitées, entre autres le spectre hertzien unique qui doit être partagé entre un nombre important d'utilisateurs. En plus de ça, d'autres contraintes sont imposées par ce type de réseau comme la gestion du handover.

Les réseaux cellulaires ont connu une grande évolution en partant de la première génération vers les années 70 jusqu'à nos jours où les chercheurs continuent à développer de nouvelles technologies.

Un réseau cellulaire est un réseau de télécommunications mobile, qui doit répondre aux contraintes imposées par la mobilité de l'abonné dans le réseau, par l'étendue du réseau, et enfin par les ondes radios qui lui sont allouées.

Dans ce chapitre nous allons parler sur les notions de base de concept cellulaire, l'historique des réseaux cellulaire, concept de réseau multi-couche, nous terminons par les microcellules sur lequel nous sommes intéressés.

### 2. Concept cellulaire :

Un réseau cellulaire est un réseau où la communication entre deux terminaux ou plus sans lien filaire.

Le signal, la bande passante, et la fréquence sont les éléments de base d'une transmission sans fil

**2.1. Le signal:** C'est l'élément le plus basique dans la transmission sans fil. Il est défini comme étant une forme d'onde transportant une information qui se propage dans le médium de communication [2].

**2.2. La bande passante:** La bande passante est la capacité de transmission d'une liaison de transmission de données, ou bien c'est l'intervalle de fréquences qui représente la quantité d'informations (en bits/s) qui peut être transmise sur une voie de transmission [3].

**2.3. La fréquence:** C'est la reproduction d'une même onde de signal par seconde durant sa propagation. La fréquence  $f$  est donnée par la formule  $1/T$  où  $T$  est le temps nécessaire pour véhiculer une même forme du signal, elle est mesurée en hertz(Hz) [2].

### 3 Notion de cellule :

Un réseau cellulaire divise la zone à couvrir, généralement un pays entier, en petites zones appelées cellules. Chacune des cellules est desservie par un antenne, qui reçoit une partie des fréquences disponibles. C'est avec cet antenne que communiquent tous les téléphones mobiles actifs se trouvant dans la cellule concernée. Puisque deux communications radio utilisant la même fréquence interfèrent l'une avec l'autre lorsqu'on se trouve entre les deux émetteurs, les mêmes fréquences ne peuvent être utilisées par deux stations de base voisines.

Un antenne se caractérise par sa puissance d'émission qui va définir la taille de sa zone de couverture, elle est caractérisée aussi par la fréquence porteuse utilisée pour l'émission radioélectrique et par le réseau auquel elle est interconnectée. Il faut noter que la variation de taille des cellules dépend du nombre d'utilisateur dans la zone, la configuration du terrain (relief géographique, présence d'immeuble,...), la nature des constructions (maisons, bâtiments, ...) et de la localisation (urbaine, suburbaine et rurale). [4]

### 4 Historique des réseaux cellulaire:

L'évolution des réseaux de téléphonie mobile est très rapide, nous présentons dans cette section les différentes générations qui apparaissent, montrés dans la figure1.1 :

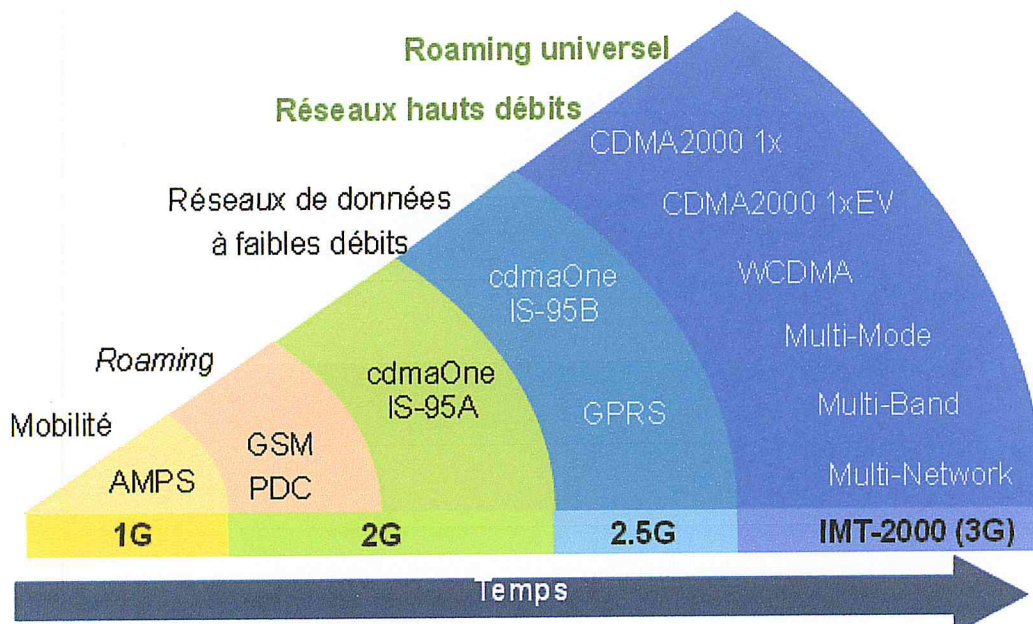


Figure 1:1 évolution de réseau cellulaire. [5]

## 4.1 Première génération :

Ces réseaux utilisent des canaux de trafic analogiques. En 1980, le système le plus répandu en Amérique de nord a été AMPS (Advanced Mobile Phone Service). Deux bandes de 25 MHz sont alloués à l'AMPS. La puissance maximum de mobile est de 3 watt, avec taille de cellule de 2 à 20km, et de débit de transmission de 10kbit/s. [5]

## 4.2 Deuxième génération :

Les réseaux de deuxième génération sont des réseaux numériques. Il existe des standards comme :

### 4.2.1 GSM (Global System for Mobile communication):

Norme numérique de seconde génération, origine d'Europe.

- Fréquence utilisée en Europe: 900 Mhz et 1800 Mhz.
- Fréquence utilisée aux Etats-Unis: 1900 MHz.

**IDEN** : fameux en Amérique et Canada.

**D-AMPS** : fameux en Amérique.

**CDMA-ONE** : fameux en Amérique et une partie d'Asie.

## 4.3 Les réseaux 2.5 G :

La naissance de ces réseaux vient à cause de l'obligation de révision des standards de la téléphonie cellulaire, afin d'augmenter les débits de transmission [5].

Parmi les réseaux 2.5 G qui sont connus, nous citons : [5]

**GPRS** : des améliorations ajoutées à GSM, avec un débit de 80kbit/s.

**EDGE** : évolution de GPRS, avec débit de 230kbit/s.

## 4.4 Les réseaux 3G :

### 4.4.1. Le réseau UMTS (Universel Mobile Télécommunications System):

L'UMTS représente une évolution majeure du réseau mobile de deuxième génération, il reconnaît automatiquement la voix et les données et adapte le débit en fonction de l'information et la qualité de service requise.

L'UMTS repose sur la technique d'accès multiple W-CDMA (Wideband Code Division Multiple Access) et les fréquences allouées pour l'UMTS sont 1885-2025 MHz et 2110-2200 MHz. L'UMTS permet



théoriquement des débits de transfert de 1,920 Mbit/s, mais en pratique, autour de 384 Kbit/s [4]. Le système UMTS devait satisfaire les points suivants:

- La compatibilité avec les systèmes de deuxième génération :

L'UMTS devait assurer une certaine compatibilité avec les systèmes existants, pour permettre aux opérateurs de la technologie GSM d'économiser leurs investissements et d'assurer ainsi aux utilisateurs une continuité de service lors de la migration vers la nouvelle technologie [6].

- Un support multimédia varié :

Par définition le multimédia dans la norme UMTS est la capacité d'accepter (pour un terminal) ou de délivrer (pour le réseau) simultanément des services de natures différentes, par exemple: voix, transfert de fichiers ou navigation sur le Web, ce qui doit être en mesure de proposer une combinaison de plusieurs de ces services, voire d'ajouter ou de supprimer sans perturber le déroulement de l'application en cours de fonctionnement [6].

- Des débits plus élevés :

L'UMTS devait proposer une gamme de débits allant au-delà de l'offre de la 2ème génération. Il a été décidé que l'UMTS serait conçu de manière à assurer les débits suivants:

- a) 144kbit/s en environnement rural extérieur.
- b) 384 kbit/s en environnement urbain extérieur.
- c) 2 Mbit/s pour des faibles distances à l'intérieur d'un bâtiment couvert (c'est-à-dire mobilité réduite) [6].

#### 4.4.1.1 WCDMA (Wide band Code Division Multiple Access) :

La technique d'accès multiple adoptée par l'UMTS est appelée le WCDMA. Le WCDMA est un système d'accès multiple par répartition de codes utilisant large bande garantissant un débit élevé.

Par rapport aux systèmes de la deuxième génération, l'UMTS vient d'apporter quelques avantages, le plus important est d'offrir une plus grande bande passante pour l'utilisateur, ainsi qu'une grande souplesse dans l'allocation des ressources nécessaires déployées dans le réseau. L'orientation du WCDMA vers la transmission de données en mode paquet a permis à l'utilisateur d'établir des communications de bande passante variable, même en cours d'appel.

Une autre contrainte qui est grandement simplifiée est la planification cellulaire, c'est-à-dire le choix des fréquences à mettre en œuvre dans une cellule en tenant compte des cellules voisines est remplacé par les séquences de codage qui différencient les communications [6].

#### 8.4.2. CDMA 2000 :

CDMA2000 est la famille de standards 3G équivalente à l'UMTS, elle ne porte aucune contrainte sur les bandes de fréquences utilisées [7].

## 4.5 Les réseaux 4G :

Les réseaux mobiles de troisième génération actuels s'appuient sur le standard UMTS, dont les performances ont évolué depuis 2002 pour atteindre dans un premier temps des débits moyens de l'ordre de 250 Kbit/s, un débit qui n'est pas suffisant pour le trafic qui connaît un développement sans précédent.

### 4.5.1 LTE (Long Term Evolution) :

Avec la quatrième génération, les industriels et les opérateurs cherchent à faire atteindre des débits proches de ceux disponibles dans le fixe avec la fibre optique, avec la nuance que la bande passante sera mutualisée entre tous les utilisateurs présents simultanément dans la zone considérée. L'état actuel du standard stipule:

- Le support de 200 clients actifs par cellule et par tranche de 5 MHz de spectre.
- Une latence inférieure à 5 millisecondes pour les paquets IP de petit format.
- Taille des cellules de 5 km avec performances optimales, 30 km avec performances [4].

## 5 Modèle hexagonal :

Modèle régulier et homogène de réseau [8]. C'est le modèle idéale pour les réseaux cellulaires, afin que la distance entre une antenne et toutes ces voisines soit la même. Les cellules adjacentes sont à une distance  $\sqrt{3}R$  ou  $R\sqrt{3}$  c'est le rayon du cercle qui circonscrit la cellule.

La grille hexagonale permet de respecter les conditions suivantes :

- Taille de cellules identique, donc couverture homogène et répartition à priori homogène du trafic sur chacune des cellules.
- Meilleure couverture et qualité de service (par exemple, un service Indoor Deep peut être obtenu au centre ville en resserrant les distances inter-site).
- Application d'un motif de réutilisation de fréquences régulier, ceci afin de garantir un meilleur C/I (rapport puissance utile du signal de la station de base sur puissance totale des interférences) en fonction des distances de réutilisation.

Le schéma ci-dessous présente les données géométriques classiques relatives aux sites tri sectoriels. [9]

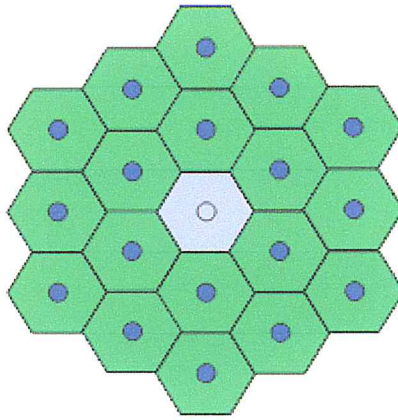


Figure 1:2 Modèle hexagonal. [8]

## 6 Transfert intercellulaire (Handover):

Le handover est un mécanisme de transfert automatique intercellulaire qui assure la continuité de service aux mobiles. Il permet d'éviter les coupures de communication en bordure de cellule en donnant la priorité aux appels Handover par rapport aux nouveaux appels, et il réduit significativement l'interférence créée dans le réseau. [6] Le transfert intercellulaire aussi améliore la qualité de service (QoS) du réseau.

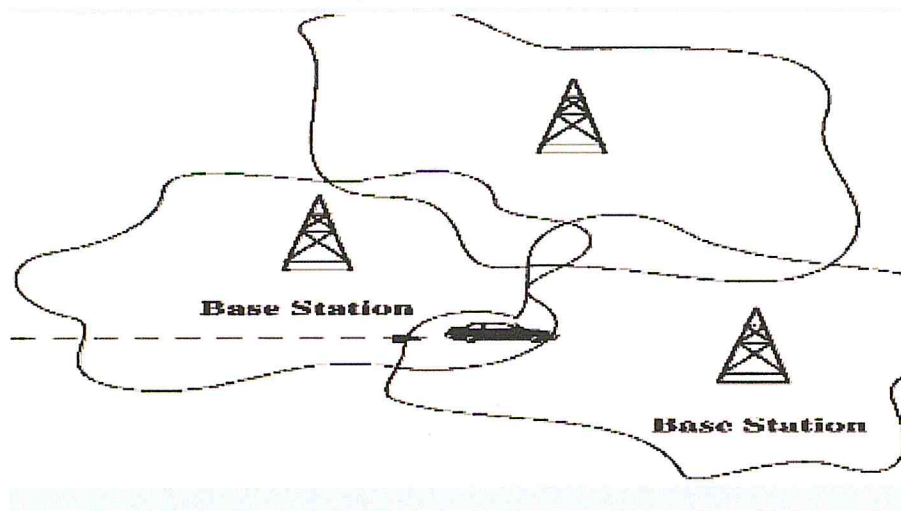


Figure 1.3. Handover.

### Pourquoi le Handover ?

Le déclenchement du Handover s'appuie essentiellement sur :

- La mobilité de l'utilisateur: lorsque le mobile se déplace d'une cellule à l'autre.

- Changement de service: lorsque la cellule rejette la demande d'un mobile pour un service donné, elle lui fait balancer vers une cellule voisine disposant le service demandé. [6]
- Un abonné reçoit les données de canal 1, qui entre en interférence avec canal 2, donc il faut passer vers autre canal.

## 7 Concept de réseau multi-couche :

L'explosion de nombre d'abonnés surtout dans les zones urbaines, a obligé les opérateurs d'utiliser différentes tailles de cellules, selon le besoin de la zone à couvrir.

- **Les picocellules :**

Une picocellule couvre un étage d'un grand bâtiment ou d'un centre commercial (portée maximale 100m), les antennes sont placées au plafond à l'instar d'un détecteur de fumée [3].

Pour couvrir l'intérieur des bâtiments on place des pico-cellules (Figure 1.4).

- **Les microcellules :**

Les microcellules couvrent quelques rues d'un centre ville ou une station de métro (portée maximale de 500m), les antennes sont accrochées aux murs des maisons, à quelques mètres à peine du sol [3].

Dans les zones urbaines denses, l'opérateur utilise des microcellules pour écouler un trafic important par unité de surface (figure 1.4)[4].

- **les macrocellules :**

Les macro cellules sont les plus courantes, responsables de la couverture du réseau. Leur zone d'action s'étend jusqu'à 30 km selon les obstacles rencontrés, les antennes sont généralement montées sur un mât lui-même, et parfois sur le toit d'un haut bâtiment pour atteindre une hauteur moyenne de 30 mètres [3]. Elles sont utilisées dans les zones rurales (faiblement peuplées), dans ces zones, les interférences sont négligeables. Il suffit alors qu'en tout point de la cellule, le signal a une puissance supérieure à la sensibilité du récepteur pour que la qualité des signaux reçus soit acceptable [4].

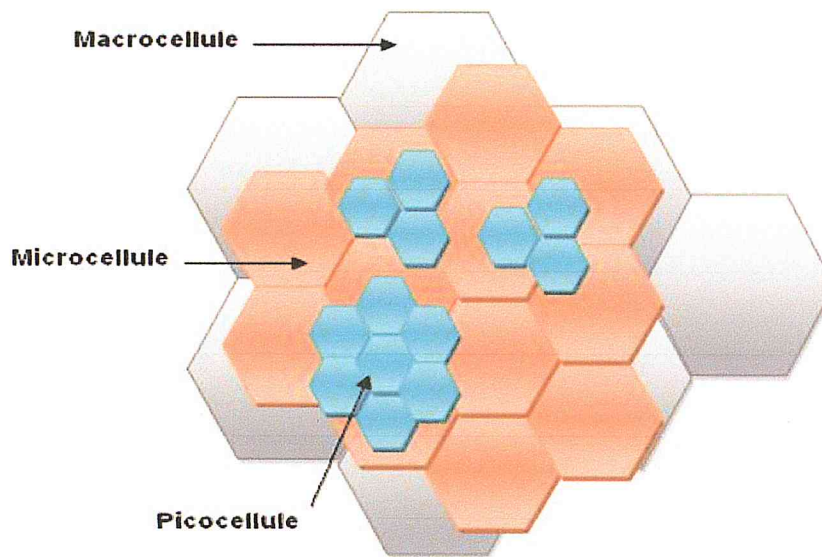


Figure 1.4. Les types des cellules. [4]

## 8 Hétérogénéité et Priorité préemptive :

### 8.1 L'hétérogénéité

Dans les réseaux cellulaires c'est la présence dans le même réseau de deux types de communication; voix et données, à savoir les communications de type voix et celles de type données, ayant chacun des exigences différentes en terme de qualité de service :

- la voix tolère un certain niveau de perte de paquets mais doit être transmise en temps réel.
- par contre la donnée peut tolérer un certain délai dans la transmission mais aucune perte de paquets n'est tolérée).

### 8.2 Priorité préemptive :

La priorité préemptive consiste à pouvoir interrompre à tout moment une tâche (moins prioritaire) en cours d'exécution pour permettre à une autre tâche plus prioritaire de s'exécuter, dans notre contexte, on permet à toutes les demandes de communications de type données, d'accéder à tous les canaux disponibles, mais en cas d'indisponibilité d'un canal lors de l'arrivée d'une communication de type voix (qui est plus prioritaire car doit se faire immédiatement) cette dernière a le droit d'interrompre un service d'une communication de type donnée, en se servant de son canal, cette dernière rejoint la file d'attente, et attend la libération d'un ou d'autres canaux pour reprendre sa connexion.

## 9 Réseaux micro-cellulaires :

Récemment, il y a eu une hausse massive du trafic dans les réseaux mobiles à cause de nouveaux services et applications. Les architectures classiques des réseaux cellulaires ne sont plus capables de gérer de façon satisfaisante ce trafic. Les Réseaux de Petites Cellules (RPC), basées sur un déploiement dense de stations de bases portables, auto-organisées et efficaces en termes d'énergie, apparaissent comme une solution prometteuse à ce problème. Les RPC augmentent la capacité du réseau, réduisent sa consommation énergétique et améliorent sa couverture [9].

### 9.1 Les raisons de déploiement des microcellules :

Les macros cellules ont souvent des trous dans leur couverture, de plus même si toute la surface est couverte, le débit dans les zones entre cellules est souvent le plus médiocre de toute la zone à cause de la faible puissance d'émission. L'installation des antennes microcellules dans ces zones résout ces problèmes [3].

Par ailleurs, les macros cellules peuvent être surchargées par le trafic des services qu'elles fournissent, spécialement pendant les périodes de pic de la journée ou pendant les événements spéciaux (urgences, concerts,..). Une solution possible serait d'augmenter les capacités de la macrocellule par l'ajout de canaux de fréquences. Cependant, cette solution est limitée du fait que le nombre de fréquences est limité. Si une source de trafic important dans la couverture d'une macro cellule est isolée tel qu'un appartement, immeuble officiel ou encore un centre commercial, alors l'installation d'une microcellule pour servir cette zone est une simple manière d'augmenter la capacité [3].

Ainsi, l'avantage d'un réseau de petites cellules comparé à un réseau macro-cellulaire est tout d'abord la diminution du nombre d'utilisateurs connectés à chaque antenne. En effet, lorsque le nombre d'antennes augmente, on diminue le nombre d'utilisateurs par antenne et donc les phénomènes de saturation des cellules radio. Un autre avantage des réseaux microcellules est de s'adapter à de grandes variations de la charge, c'est à dire du nombre d'utilisateurs. Par exemple, à l'échelle d'une rue fréquentée, le nombre d'utilisateurs peut fortement varier en fonction de l'heure. Par conséquent, il est possible de faire varier la puissance d'émission de la cellule ou de la mettre en veille. Ce système de mise en veille permettrait de diminuer grandement la consommation des réseaux mobiles [10].

Plus de capacités pour moins d'argent : Ces réseaux basés sur de microcellules seraient en outre moins onéreux que les réseaux mobiles classiques. En se basant sur l'exemple d'une zone urbaine où le trafic mobile augmenterait chaque année de 70 %, on estime que le recours à des cellules de petite taille peut être jusqu'à 50 % moins cher que la densification de sites macroscopiques.

Couverture exactement où c'est nécessaire : Vu leurs petites tailles, les microcellules peuvent être placées là où on le souhaite (les murs, les réverbères, poteaux) [11].

Améliore la qualité de service(Qos) : Les microcellules rapproche les stations de base des utilisateurs, ce qui offre une bonne qualité de voix, de service et de données, ainsi que des débits plus élevés, et des connexions plus fiables [11].

## 9.2 Les défis dans les microcellules :

L'utilisation de microcellules conduit les clients mobiles à franchir un nombre plus grand de ces dernières durant une communication et augmente ainsi le nombre de transferts intercellulaires (handover) ; alors la gestion du handover fréquent quand les utilisateurs sont en mouvement est le défi majeur.

Avec la taille des microcellules, la gestion du handover devient de plus en plus compliquée, car il y a plus de chance que les utilisateurs changent de cellules. Ainsi, de nouveaux mécanismes et techniques sont indispensables pour gérer le handover [9], comme les canaux gardiens, qui est une technique qui consiste à dédier un certain nombre de canaux uniquement pour les handovers.

Le coût de l'installation de chaque antenne est un autre problème qui intervient. Ce coût représente un investissement non négligeable pour les fournisseurs d'accès mobile. Enfin, la mise en veille et la gestion de la consommation des nœuds du réseau (antennes) est aussi un sujet de préoccupation majeure concernant le déploiement à grande échelle de la technologie de ce type de réseaux [10].

## 10 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté les notions de base des réseaux cellulaires en commençant par les éléments fondamentaux de la transmission sans fils (signal, bande passante, fréquence...), ensuite nous avons abordé le fonctionnement général des réseaux cellulaires, puis nous avons détaillé toutes les évolutions de cette technologie telle que GSM, , 3G, et la 4G. Ensuite nous avons fait une description d'un type de réseaux qui nous intéresse, c'est les micros cellules. Dans le chapitre suivant nous allons entamer deux formalismes mathématiques qui permettent de modéliser, étudier et analyser les systèmes micro-cellulaires.

# Chapitre 02

## Chaines de Markov & Réseaux de Petri

### 1 Les chaines de Markov :

Les chaînes de Markov sont souvent utilisées pour l'analyse des performances des systèmes dans de nombreux domaines, et elles sont souvent obtenues par le biais d'un formalisme de modélisation de haut niveau. Parmi les formalismes couramment utilisés, on se place dans le cadre des algèbres de processus stochastiques.

La principale caractéristique des chaines de Markov est que la connaissance de l'état présent est suffisante pour déterminer l'évolution future du système, indépendamment des états précédents, cette caractéristique est appelée également « sans mémoire ».

Le mathématicien russe Andreï Markov a publié les premiers résultats sur les chaînes de Markov à espace d'états fini en 1906. Une généralisation à un espace d'états infini dénombrable a été publiée par Kolmogorov en 1936.

Une chaîne de Markov peut être à temps discret (CMTD : Chaîne de Markov à Temps Discret), ou bien à temps continu (CMTC).

#### 1.1 Variable aléatoire :

Soit  $\Omega$  un espace fondamental de probabilité, une variable aléatoire est toute application  $X$  de  $\Omega$  vers  $\mathbb{R}$  des nombres réels (ou bien un sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  ou de  $\mathbb{N}$ ), telle que l'inverse de chaque intervalle de  $\mathbb{R}$  soit un événement de  $\Omega$ :

$$X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\omega \rightarrow X(\omega)$$

Elle associe une valeur numérique à chaque résultat possible [13].

Une variable aléatoire est sans mémoire si l'égalité suivante est vérifiée : [14]

$$P [X > t + s \mid X > s] = P [X > t].$$

La variable aléatoire peut être : [15]



- Booléenne; domaine = [vrai, faux].
- Discrète; lorsque l'ensemble de ses valeurs est un ensemble fini, ou infini dénombrable.
- Continue, domaine de nombres réels.

## 1.2 Loi exponentielle :

La loi exponentielle de paramètre  $\lambda \geq 0$ , est une variable aléatoire à temps continu, dont la densité de probabilité est définie par :

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & \text{si } t \geq 0. \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Sa moyenne est égale à  $\lambda^{-1}$  [15].

## 1.3 Processus stochastique :

La théorie des processus stochastiques concerne l'étude mathématique des phénomènes physiques, biologiques ou économiques évoluant dans le temps, et dont l'évolution est de caractère aléatoire, c'est-à-dire non prévisible avec certitude. Ainsi les chaînes de Markov sont un cas particulier des processus stochastiques dans des conditions bien définies et des objectifs précis.

Littéralement les mots processus et stochastique signifient respectivement fonction et aléatoire. En général, les processus stochastiques sont des objets plus généraux, comprenant des suites de variables aléatoires qui ne sont pas indépendantes. En effet, on interprète l'indice numérotant ces variables comme le temps [16].

### Définition formelle :

Soit  $T$  un ensemble d'indices, la collection  $X = \{X(t), t \in T\}$  de variables aléatoires définies sur le même espace de probabilité est appelé processus stochastique. Dans beaucoup d'applications, l'indice  $t$  est utilisé pour modéliser le temps. On appelle espace des états, l'ensemble  $E$  des valeurs prises par l'ensemble des variables aléatoires. Les deux ensembles  $T$  et  $E$  peuvent être discrets ou continus. Un processus aléatoire généralise la notion de variable aléatoire, il représente une évolution, généralement dans le temps. [14]

Nous allons nous focaliser dans les deux sections suivantes sur une classe particulière des processus markoviens, où l'espace des états  $E$  est discret. Ceci caractérise les chaînes de Markov. Selon que l'ensemble  $T$  des intervalles de temps soit discret ou continu, on distingue deux principales catégories: [14]; Les chaînes de Markov à temps discret, si  $T \subseteq \mathbb{N}$  (ou  $T \subseteq \mathbb{Z}$ ), et les chaînes de Markov à temps continu, quand  $T \subseteq \mathbb{R}$ .

## 1.4 Les chaînes de Markov à temps discret (CMTD) :

Un processus stochastique à temps discret et à espace discret  $X_n, n \in \mathbb{N}$  est une chaîne de Markov à temps discret si et seulement si la propriété de Markov suivante est vérifiée :

$$P [ X_{n+1} = j_{n+1} | X_n = j_n, \dots, X_0 = j_0 ] = P[X_{n+1} = j_{n+1} | X_n = j_n], \forall n \in \mathbb{N}, j_k \in E.$$

En d'autres termes, une chaîne de Markov à temps discret (ou CMTD en abrégé) a la propriété que son évolution (passage de  $X_n$  à  $X_{n+1}$ ) ne dépend que de l'état courant  $X_n$ , et non pas de son passé (les états visités aux instants  $0, 1, \dots, n-1$ ) [14].

Cette propriété facilite donc la mise en œuvre informatique d'un tel processus. En particulier, il n'est pas nécessaire de conserver en mémoire tout le passé du processus pour effectuer des calculs de performance. [13]

La probabilité  $P_{ij}(n) = P [X_n = j | X_{n-1} = i]$  s'appelle probabilité de transition, c'est la probabilité que la chaîne se trouve à l'état  $j$  à l'instant  $n$  sachant qu'elle était à l'état  $i$  à l'instant  $(n-1)$ . Lorsque celle-ci est indépendante de  $n$ , la chaîne est dite homogène dans le temps, et on écrit [13] :

$$P_{ij} = P [X_n = j | X_{n-1} = i]$$

La propriété de l'homogénéité assure que l'évolution de la chaîne ne dépend pas de  $n$ , mais seulement des états concernés. Dans les paragraphes qui suivent, on ne s'intéressera qu'aux chaînes de Markov homogènes.

### 1.4.1 Représentation d'une CMTD :

Une CMTD dont le nombre d'états  $|E| = s$ , peut être définie soit par une matrice  $P$  carrée d'ordre  $s$ , dite matrice de probabilités de transition, dont les éléments sont les probabilités de transition  $P_{ij}$ , ou bien par un graphe orienté dit graphe de transition, dont les sommets sont les états ( $e_i$ ) de la chaîne, joints deux à deux par l'arc orienté  $e_i \rightarrow e_j$  et pondéré par la probabilité  $P_{ij}$ , si et seulement si  $P_{ij} > 0$  [17].

#### Exemple :

Considérons une chaîne de Markov à temps discret à quatre états, et soit  $E = \{a, b, c, d\}$ , Supposons la matrice de probabilités de transition de cette chaîne :

$$P = \begin{pmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.3 & 0.6 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \end{pmatrix}$$

Figure 2.1. Matrice de probabilités de transition.

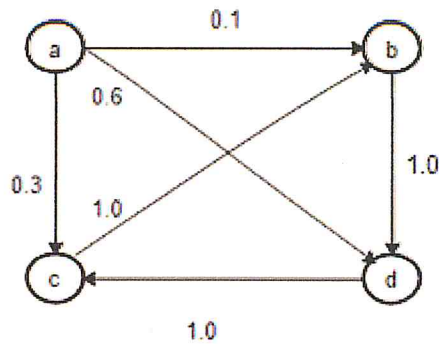


Figure 2.2. Diagramme de transition de la CMTD

Pour décrire l'évolution temporelle d'un système dynamique, la modélisation par chaînes de Markov consiste à définir l'espace d'états dans lequel évolue aléatoirement le système. Ceci permet de calculer les probabilités d'états stationnaires. Elles peuvent également être vues comme la proportion de temps que l'on a passé dans cet état au cours d'une très longue observation du système. [14]

#### 1.4.2 Propriété de chaîne de Markov :

##### 1- Irréductibilité :

- Une CMTD est dite irréductible si de tout état  $i$  on peut atteindre tout état  $j$  (en un nombre fini d'étapes) [18].
- La chaîne est irréductible si tous les états communiquent.

##### 2- Apériodicité :

Si les états  $i$  et  $j$  communiquent alors ils ont la même période.

Un état est dit périodique de période  $k$  ( $k > 1$ ), si on ne peut y revenir (après l'avoir quitté) qu'en un nombre d'étapes multiples de  $k$ .

##### 3- Ergodicité :

Une CMTD finie, apériodique et irréductible est dite ergodique. [19]

##### 4- La distribution initiale, le régime transitoire :

La distribution initiale d'une chaîne de Markov à temps discret désigne l'état dans lequel se trouve le système lors du début de l'analyse, elle est représentée par un vecteur de probabilité :

$\pi^0 = \{ \pi_0^{(0)}, \pi_1^{(0)}, \dots, \pi_s^{(0)} \}$ , où  $\pi_i^{(0)}$  est la probabilité que le système soit dans l'état  $i$  à l'instant initial,  $\pi_i^{(0)} = P[X_0=i]$ . [16]

Quand le système est initialement dans l'état  $i$ , on a  $\pi_i^{(0)} = 1$ , et  $\pi_j^{(0)} = 0, \forall j \neq i$ .

L'étude du régime transitoire d'une CMTD consiste à déterminer les vecteurs stochastiques des probabilités des états aux différents instants  $\pi^{(n)} = \{ \pi_i^{(n)}, i \in E \}$ , où :  $\pi_i^{(n)} = P[X_n=i]$  est la probabilité que le système soit dans l'état  $i$  à l'instant  $n$  [14].

En effet, on a l'égalité suivante :

$$\pi^{(n)} = \pi^{(n-1)}P = \dots = \pi^{(0)} \cdot P^n$$

Quand  $n$  devient très grand ( $n \rightarrow \infty$ ), c.à.d. après l'écoulement d'un temps infini, sous certaines conditions, le vecteur des probabilités des états converge vers un vecteur  $\pi$  [14].

### 5- Distribution stationnaire :

Une CMTD admet une distribution stationnaire si elle est ergodique. Dans ce cas, le vecteur  $\pi = \{ \pi_i, i = 1, \dots, s \}$ , est dit vecteur des probabilités stationnaires, et il est l'unique solution du système d'équations linéaires suivant : [14]

$$\begin{cases} \pi = \pi P \\ \sum_{i \in E} \pi_i = 1 \end{cases}$$

c.à.d. après l'écoulement d'un temps infini, sous certaines conditions, le vecteur des probabilités des états converge vers un vecteur  $\pi$  :

$$\pi = \lim_{n \rightarrow \infty} \pi^n .$$

On dit dans ce cas là, que le régime stationnaire (permanent) est atteint, la distribution probabiliste correspondante reste alors stable tout au long du processus après ce temps là. Ceci nous donne la possibilité de calculer plusieurs paramètres de performance stationnaires du système [14].

### 1.5 Chaînes de Markov à temps continu CMTC :

Les notions définies dans le cas discret sont similaires dans le cas continu. Sauf que le processus stochastique est observé à des instants arbitraires et non pas à des instants particuliers (discrets). [14]

Un processus stochastique  $\{X(t), t \geq 0\}$ , est une chaîne de Markov à temps continu CMTC, si et seulement si, la propriété de Markov suivante est vérifiée:

$P[X(t_{n+1}) = j_{n+1} | X(t_n) = j_n, \dots, X(t_0) = j_0] = P[X(t_{n+1}) = j_{n+1} | X(t_n) = j_n]$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , tout  $(n+2)$ -uplet de réels,  $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n < t_{n+1}$ , et tout  $(n+2)$ -uplet  $(j_0, j_1, \dots, j_n, j_{n+1})$  d'éléments dans  $E$ , les instants d'observation  $t_0, t_1, \dots, t_{n+1}$  peuvent être choisis comme on veut dans le temps, aussi nombreux que l'on veut. Grâce à la propriété de Markov, on n'a pas besoin d'une connaissance détaillée du passé (aux instants  $t_0, t_1, \dots, t_{n+1}$ ) pour prédire l'état du système à l'instant  $t_{n+1}$ , ce dernier ne dépend que de son état à l'instant  $t_n$  choisi à un instant quelconque avant  $t_{n+1}$ . [14]

La probabilité  $P[X(t_{n+1}) = j | X(t_n) = i]$  lorsqu'elle ne dépend pas de  $n$ , mais plutôt de la durée qui sépare les deux instants  $t_n$  et  $t_{n+1}$ , la CMTC correspondante est dite homogène, la probabilité précédente devient : [14]

$$P_{ij}(t) = P[X(s+t) = j | X(s) = i], \text{ pour tout } s \geq 0.$$

### 1.5.1 Représentation d'une CMTC homogène :

Les CMTC peuvent être représentées soit par un graphe de transition d'états, soit par le générateur infinitésimal (matrice de taux de transition).

#### 1- Générateur infinitésimal (matrice de taux de transition) :

Dans les chaînes de Markov à temps continu, en plus des probabilités de transitions  $P_{ij}$  (La probabilité de visiter  $j$  en quittant  $i$ ), on considère ce qu'on appelle des taux de transition  $\mu_{ij}$ . Quand le processus entre dans l'état  $i$ , il y reste une durée aléatoire de distribution exponentielle de paramètre  $\mu_i$ , puis saute instantanément vers l'état  $j \neq i$ , avec la probabilité  $P_{ij}$ , le temps de transition de  $i$  vers  $j$  est exponentiel de paramètre  $\mu_{ij} = \mu_i * P_{ij}$ . Ainsi,  $\mu_{ij}$  est le nombre moyen de transitions de l'état  $i$  vers l'état  $j$  par unité de temps. [14]

Le générateur infinitésimal  $Q$  est une matrice carrée d'ordre  $s = |E|$ , dont les éléments  $q_{ij}$ , ( $i \neq j$ ) correspondent aux taux de transitions  $\mu_{ij}$ ;  $q_{ij} = \mu_{ij}$ , les éléments de la diagonale  $q_{ii}$  sont, par définition, égaux à l'opposé de la somme des autres éléments de la ligne:

$$Q[(i, j), (x, y)] = \begin{cases} \mu_{ij} & \text{si } i \neq j. \\ -\sum_{k=1, k \neq j}^s \mu_{ik} & \text{si } i = j. \end{cases}$$

Ainsi, le générateur infinitésimal  $Q$  d'une CMTC caractérise parfaitement le comportement de cette CMTC, comme dans les CMTD.

#### 2- Diagramme de transition:

On peut également représenter une CMTD homogène par un graphe orienté d'ordre  $s$  où les sommets correspondent aux états de la chaîne et les arcs sont étiquetés par les probabilités de transitions non nulles dans  $P$ . [16]

**Remarque :**

On ne représente jamais de transition entre  $i$  et  $i$ , c.-à-d. il y aura un arc si  $i \neq j$  ( $j$  prochain état).

**Exemple:**

Soit  $E = \{p1, p2, p3\}$  les trois états de la CMTC.

Supposons que le générateur infinitésimal de cette chaîne est:

$$Q = \begin{pmatrix} -0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0 & -0.5 & 0.5 \\ 0.7 & 0.1 & -0.8 \end{pmatrix}$$

Le diagramme de transition de cette CMTC est illustré ci-dessous.

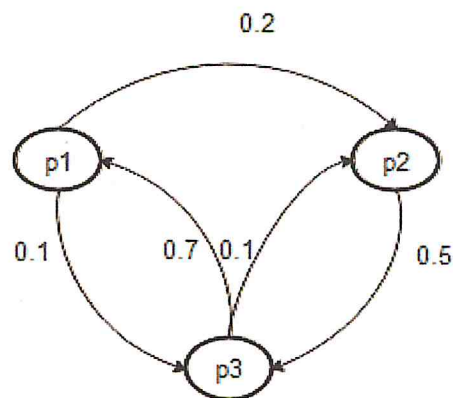


Figure 2:3 Diagramme de transition de CMTC.

**1.5.2 Étude des chaînes de Markov à temps continu:**

Il existe une relation étroite entre les CMTC et les CMTD. En effet, pour chaque CMTC définie par son générateur infinitésimal  $Q = \|q_{ij}\|$ , on peut définir une CMTD dite chaîne de Markov incluse (CMI). Cette dernière est définie par sa matrice de probabilités de transitions  $P = \|p_{ij}\|$ , les termes de la matrice  $P$  sont obtenus comme suit :

On sait que :  $q_{ij} = \mu_{ij} = \mu_i \cdot p_{ij}$ .

On a donc: [20]

$$\left\{ p_{ij} = \frac{\mu_{ij}}{\mu_i} = \frac{\mu_{ij}}{\sum_{k \neq i} \mu_{ik}} = -\frac{q_{ij}}{q_{ii}} \text{ si } (i \neq j), \text{ sinon } p_{ii} = 0. \right.$$

Grâce à ce résultat, l'étude des chaînes de Markov à temps continu est énormément facilitée.

En effet, pour garantir l'existence d'un régime stationnaire, la CMTC doit être irréductible, on a les résultats suivants : [14]

**1- Irréductibilité:** Une CMTC est irréductible si et seulement si sa CMTD incluse est irréductible.

**2-Ergodicité:** Une CMTC finie et irréductible est ergodique.

**3-Stationnarité :** une CMTC finie et irréductible, tend vers une distribution stable  $\pi$  après l'écoulement d'un temps infini. On dit que la chaîne de Markov admet une distribution stationnaire notée généralement  $\pi$ . Le vecteur  $\pi$  est l'unique solution du système d'équations matricielles suivant: [21]

$$\begin{cases} \pi \cdot Q = 0 \\ \sum_{i \in E} \pi_i = 1 \end{cases}$$

Où : E : représente l'ensemble des états de la chaîne de Markov.

## 2 File d'attente

Les origines du formalisme des files d'attente datent du début du XXème siècle et principalement des travaux de deux mathématiciens : le mathématicien danois A.K. Erlang avec ses travaux sur les réseaux téléphoniques et le russe A.A. Markov avec la création des modèles markoviens.

La théorie des files d'attente est une théorie mathématique, elle relève du calcul des probabilités. L'objectif de la modélisation est la recherche des solutions optimales de gestion des files d'attente. [22]

## 3 Les réseaux de Petri :

### 3.1 Introduction :

Les RdP sont bien connus comme étant des modèles puissants pour l'expression de phénomènes de concurrence, de causalité et de non déterminisme. Ils permettent d'associer rigueur mathématique avec expression graphique. [23]

C'est en 1962 dans le cadre de l'étude de la communication automatisée que Carl Adam Petri a introduit pour la première fois les RdP. Ils permettent la modélisation pour l'analyse, et la simulation des processus. [23]

Les réseaux de Petri ont deux caractéristiques principales; d'abord, leur pouvoir de représentation, permettant la modélisation des activités parallèles, concurrentes et synchrones, et l'utilisation d'une représentation graphique simple qui est relativement proche du système modélisé, ensuite leur pouvoir d'analyse, caractérisé par l'existence d'un ensemble de propriétés qui rendent possible une évaluation très détaillée du fonctionnement des systèmes qu'ils modélisent.

**Carl Adam Petri :**

- Né le 12 juillet 1926 à Leipzig et mort le 2 juillet 2010 à Siegburg. [24]
- Mathématicien et Informaticien Allemand. [24]
- Centres d'intérêts : calculs parallèles, calculs distribués, systèmes complexes, workflow, . . .
- 1962 : Thèse intitulée "Communication par les automates". [24]

### 3.2 Définition de réseau de Petri :

Un réseau de pétri (RdP) est composé :

- D'un ensemble de place.
- D'un ensemble de transitions.
- D'un ensemble d'arcs qui associent les places aux transitions, et les transitions aux places.
- De poids (entiers) associés aux arcs.
- L'état d'un réseau est défini par son marquage. Un marquage associe à chaque place un nombre entier positif, que l'on représente graphiquement par des jetons.

Formellement, un réseau de Petri marqué  $G$  est un  $n$ -uplet :

$$G = \langle P, T, \text{Pré}, \text{Post}, M_0 \rangle$$

Où :

- $P$  : est un ensemble fini de places et  $|P| = n$  ;

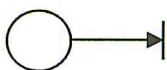
- $T$  est un ensemble fini de transitions et  $|T| = t$  ;

-  $\text{Pré} : P \times T \rightarrow \mathbb{N}$ , est l'application d'incidence avant, correspondant aux arcs directs liant les places aux transitions.

$\text{Pré}(p, t) > 0$ , signifie qu'il existe un arc orienté de  $p$  vers  $t$  et  $\text{Pré}(p, t)$  est la valeur de cet arc.

$\text{Pré}(p, t) = 0$ , indique l'absence d'un arc orienté reliant  $p$  à  $t$ ;

Graphiquement  $\text{pré}(p, t)$  représenté comme suit :



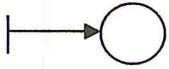


-Post:  $P \times T \rightarrow \mathbb{N}$  est l'application d'incidence arrière, correspondant aux arcs directs liant les transitions aux places.

$\text{Post}(p, t) > 0$ , signifie qu'il existe un arc orienté de  $t$  vers  $p$  et  $\text{Post}(p, t)$  est la valeur de cet arc.

$\text{Post}(p, t) = 0$ , indique l'absence d'un arc orienté reliant  $t$  à  $p$ ;

Graphiquement  $\text{post}(p, t)$  représenté comme suit :



$-M_0: P \rightarrow \mathbb{N}$ , est le marquage initial.

Les applications Pré et Post peuvent être représentées par des matrices ayant autant de lignes (respectivement colonnes) que le nombre de places (respectivement transitions).

### 3.3 Représentation graphique :

Un réseau de Pétri peut être représenté par un graphe orienté où :

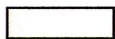
- Les places sont représentées par des ronds (cercle) :

Nom de La Place



- Les transitions sont représentées par des rectangles :

Nom de La Transition



- Les jetons sont représentés par des billes noires à l'intérieur des places :

Nom de La Place



**Exemple :**

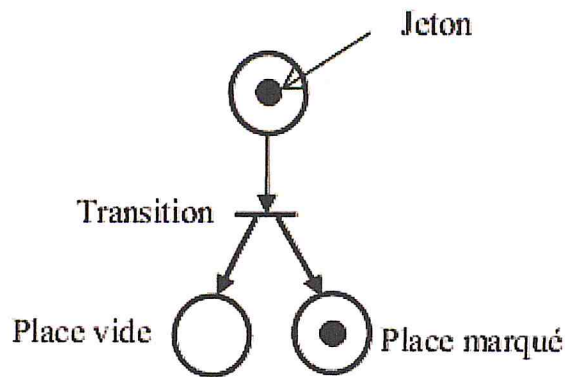


Figure 2:4 Représentation graphique d'un réseau de Petri marqué.

**Remarque :**

Tous les éléments sont reliés par des flèches ( $\rightarrow$ ), mais on ne peut pas relier des transitions entre elles ou des places entre elles.

**3.4 Représentation matricielle :**

Un réseau de Petri est représenté sous forme matricielle par une matrice dite matrice d'incidence :  $W = w^+ - w^-$ , telle que:

$w^-$ : est la matrice d'incidence,

$w^-$ : est la matrice d'incidence avant, qui définit les relations entre les places et les transitions, tel que:  $w^-(p, t) = \text{Pré}(p, t)$ ,

$w^+$ : est la matrice d'incidence arrière, qui définit les relations entre les transitions et les places, tel que:  $w^+(p, t) = \text{Post}(p, t)$ . [25]

**Exemple :**

Soit le réseau de pétri suivant :

$$P = \{P1 ; P2\}$$

$$T = \{t1 ; t2\}$$

$$M_0(P1) = 2 ; M_0(P2) = 0 ;$$

$w^+$	t1	t2
P1	0	1
P2	1	0

$w^-$	t1	t2
P1	1	0
P2	0	1

$w^+$	t1	t2
P1	-1	1
P2	1	-1

### 3.5 Dynamique d'un réseau de Pétri :

L'évolution dynamique d'un réseau de Petri consiste à passer d'un marquage à un autre; étant donné un marquage, une transition est sensibilisée (ou franchissable) si dans chacune de ses place d'entrée il y a au moins le nombre de jetons indiqué par le poids de l'arc correspondant.

Le déclenchement (ou franchissement) d'une transition sensibilisée consomme des jetons de ses places d'entré et ajoute des jetons dans ses places de sortie.

Le nombre de jetons consommés et produits correspond aux poids des arcs. A la suite d'un déclenchement on obtient un nouveau marquage, qui n'a pas forcément le même nombre total de jetons que le précédent. [26]

Etant donné que plusieurs transitions peuvent être sensibilisées dans un même marquage, l'évolution du réseau dépend du choix de la transition à déclencher. [23]

Ainsi, à partir d'un état le réseau peut évoluer selon différents scénarios, en fonction des choix faits à chaque étape. [26]

L'idée et l'intérêt du réseau de Petri est précisément de représenter potentiellement toutes les évolutions possibles d'un système, puis de calculer des propriétés qui restent valables quelle que soit l'évolution. Nous notons : [26]

${}^0t$  : l'ensemble des places d'entrée de la transition  $t \in T$ ;

$t^0$  : L'ensemble des places en sortie de la transition  $t \in T$ ;

${}^0P$  : L'ensemble des transitions en entrée de la place  $p \in P$  ;

$P^0$  : L'ensemble des transitions en sortie de la place  $p \in P$  ; [27]

### 3.5.1 Sensibilisation d'une transition :

Une transition  $t$  est dite sensibilisée (franchissable, tirable ou encore validée) pour un marquage  $M$ , si et seulement si le nombre de jetons dans chacune des places en entrée est supérieur à la pondération des arcs reliant chaque place à cette transition, autrement dit: [14]

$T$  est franchissable pour  $M \iff \forall p \in {}^{\circ}t: M(p) \geq \text{Pré}(p, t)$ .

Cette condition est notée par :  $M[t >$ .

Le franchissement de cette transition provoque alors le passage à un nouveau marquage  $M'$  qui est calculé par l'expression suivante :

$$M'(P) = M(P) - \text{pré}(P, t) + \text{Post}(P, t) \quad \forall p \in P.$$

On dit aussi que  $M'$  est accessible à partir de  $M$  et on note :  $M[t \rangle M'$ .

Une transition source est une transition qui n'a aucune place en entrée. Une telle transition est toujours franchissable et son franchissement est déclenché quand l'évènement correspondant se produit.

Une transition puits est une transition qui n'a aucune place en sortie. Lorsque l'évènement correspondant à une telle transition se produit, le tir a lieu en enlevant des marques de toutes les places en entrée de cette transition.

Le franchissement des transitions et le changement de marquages qu'il entraîne, permettent d'analyser la dynamique du système modélisé. [14]

### 3.5.2 Séquence de franchissements et marquages accessibles:

Une séquence de franchissement à partir d'un marquage  $M_1$  est représentée par la suite des transitions  $S = t_1 t_2 \dots t_i \dots t_k$  telle que le franchissement de chacune d'elles conduit à un marquage qui sensibilise la suivante. Autrement dit : [14]

$$\exists (k+1) \text{ marquages } M_1, M_2, \dots, M_{k+1}: \forall i \in \{1, \dots, k\} M_i[t_i \rangle M_{i+1}$$

Les marquages  $M_2, \dots, M_{k+1}$  sont dits accessibles à partir de  $M_1$ .

L'ensemble de tous les marquages accessibles à partir d'un marquage initial  $M_0$  est appelé ensemble d'accessibilité, il est noté  $A(R, M_0)$ . On a donc : [14]

$$A(R, M_0) = \{ M \in N^p \mid \exists S \in T^*: M_0 [S \rangle M \}$$

**Exemple :**

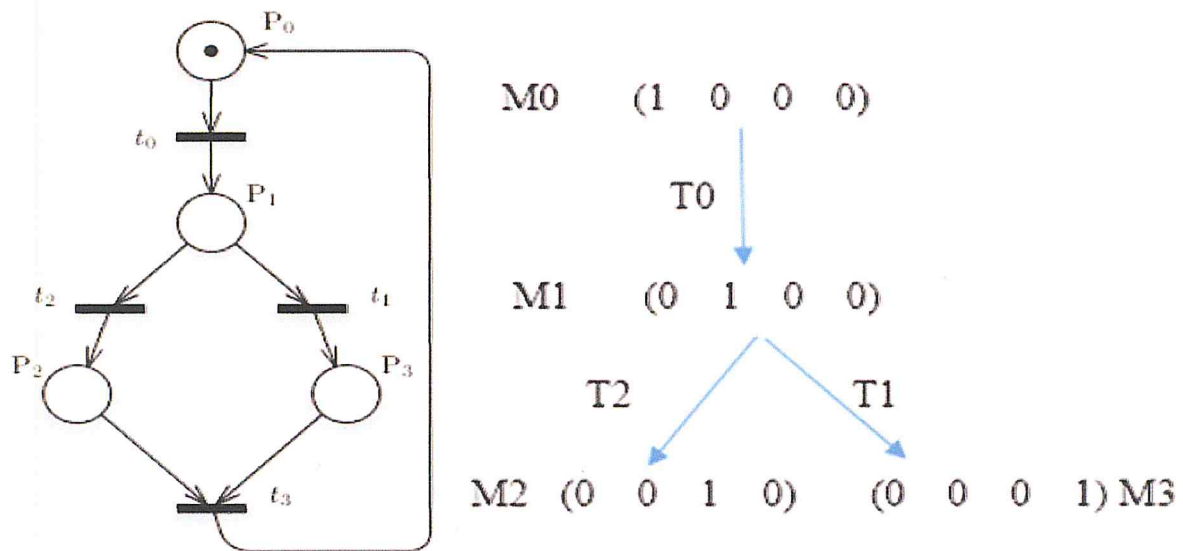


Figure 2:5 Graphe des marquages accessibles de Rdp. [14]

### 3.6 Propriétés des réseaux de Petri :

L'objectif de la modélisation par réseau de Petri est de permettre l'analyse des propriétés qualitatives du système modélisé.

#### 3.6.1 Non Blocage :

Un blocage (marquage mort) est un marquage pour lequel aucune transition n'est franchissable. Un réseau de Petri marqué est dit sans blocage pour un marquage initial  $M_0$ , si aucun marquage accessible n'est un marquage mort. [19]

#### 3.6.2 Vivacité :

Soit  $R$  un réseau de Petri. Une transition  $t$  est quasi-vivante pour un marquage initial  $M_0$ , si elle est franchissable au moins une fois à partir d'un marquage accessible de  $M_0$ . [28]

$t$  quasi-vivante pour  $M_0 \iff \exists M \in A(R, M_0) : M[t \rangle$

$R$  est quasi-vivant si toutes ses transitions le sont.

$R$  est quasi-vivant  $\Leftrightarrow \forall t \in T, \exists M \in A(R, M_0) : M[t\rangle$

**Exemple :**

Dans la figure 2.9 le réseau de Petri est quasi vivant puisque toutes ses transitions ont été franchies au moins une fois ; par contre dans le réseau de Petri de la figure 2.10 (b) la transition  $t_4$  ne sera jamais franchie.

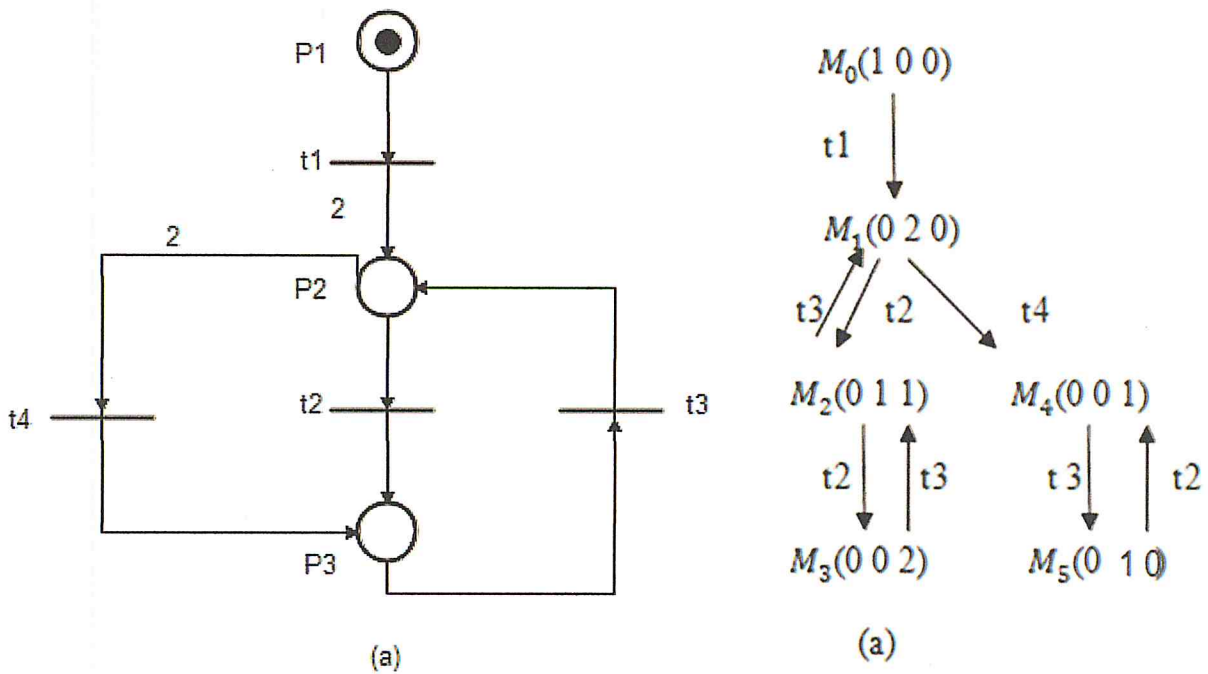


Figure 2.6 Réseau de Petri quasi-vivant. [14]

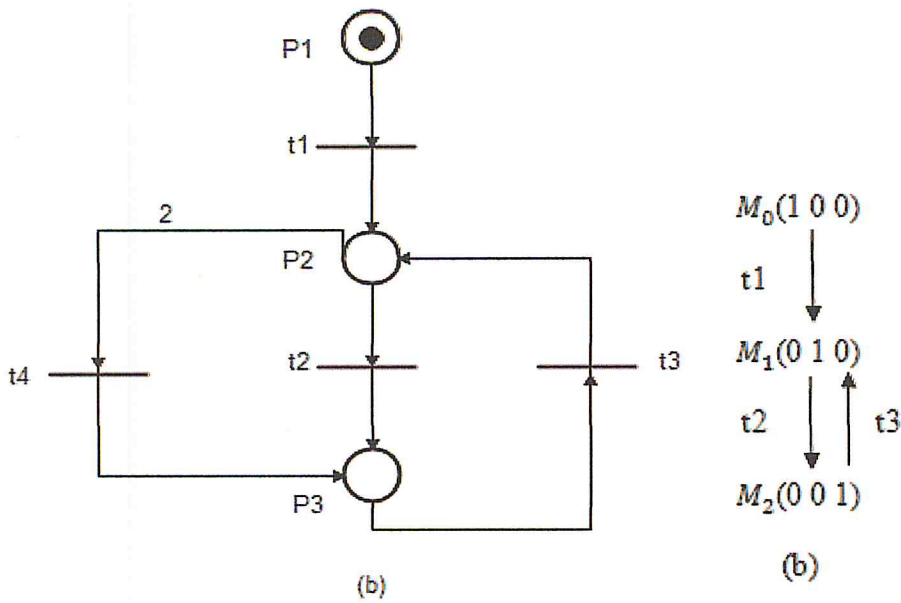


Figure 2:7 Réseau de Petri Non quasi-vivant. [14]

Un réseau de Petri est dit pseudo-vivant pour un marquage initial  $M_0$ , si tout marquage accessible à partir de  $M_0$  admet au moins une transition franchissable, ceci revient à dire que le graphe d'accessibilité n'admet aucun marquage mort (pas de blocage), ou encore que  $R$  est sans blocage. Plus formellement :

$$R \text{ est pseudo-vivant pour un marquage initial } M_0 \iff \forall M \in A(R, M_0), \exists t \in T: M[t \rangle$$

**Exemple :**

Dans l'exemple la figure 2.11 (a) est non pseudo vivant car il existe un blocage (l'état puits), par contre la figure 2.11 (b) et la figure 2.11 (c) le RdP est pseudo vivant car il n'existe pas de blocage au niveau de ces deux réseaux de Petri.

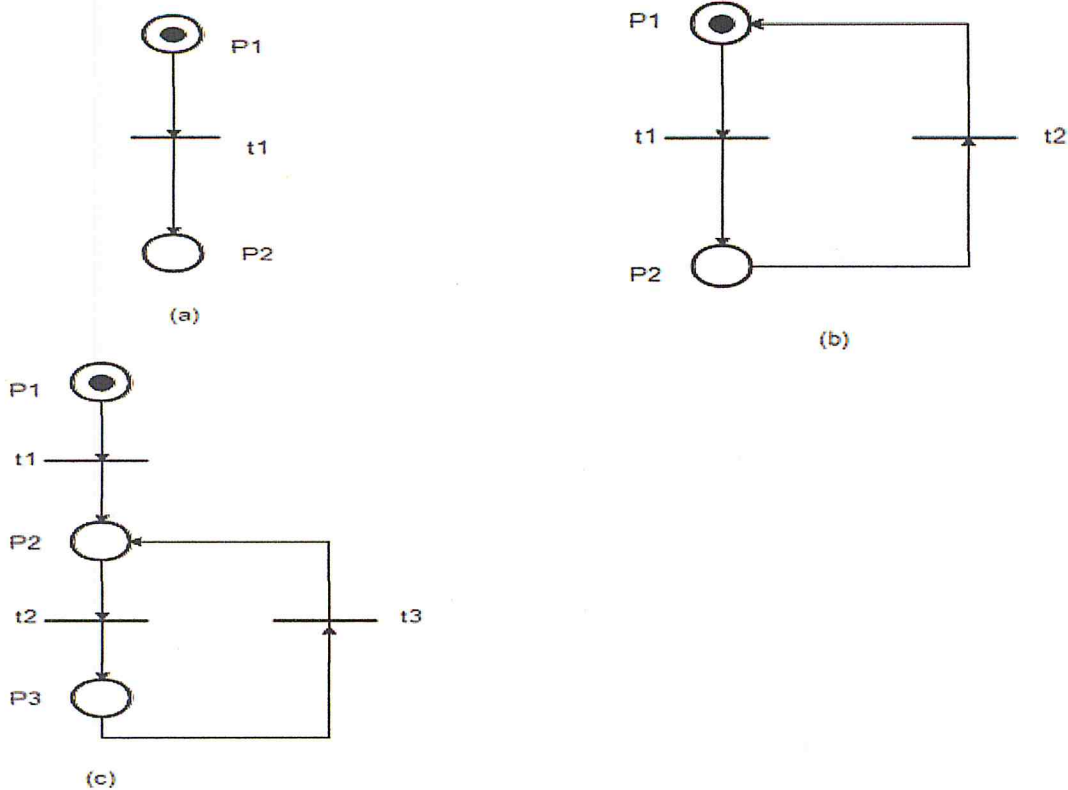


Figure 2:8 Représentation de RDP pseudo-vivant et Non pseudo-vivant.

Une transition  $t$  est vivante pour un marquage initial  $M_0$ , si pour tout marquage  $M_i$  accessible à partir de  $M_0$ , il existe une séquence de franchissement  $S$  qui contient la transition  $t$ , autrement dit, quelque soit l'évolution, il existera toujours une possibilité de franchir  $t$ .

Un réseau de Petri est vivant si toutes ses transitions sont vivantes, c'est-à-dire qu'à partir de tout marquage accessible du marquage initial, toute transition a la possibilité d'être franchie. De façon plus formelle :

$$R \text{ Vivant} \iff \forall M \in A(R, M_0), \forall t \in T, \exists M' \in A(R, M) : M' [t \rangle .$$

**Remarque :**

Un blocage correspond à un marquage où aucune transition n'est validée ; la propriété de vivacité assure donc le non-blocage. [26]

**Exemple :**



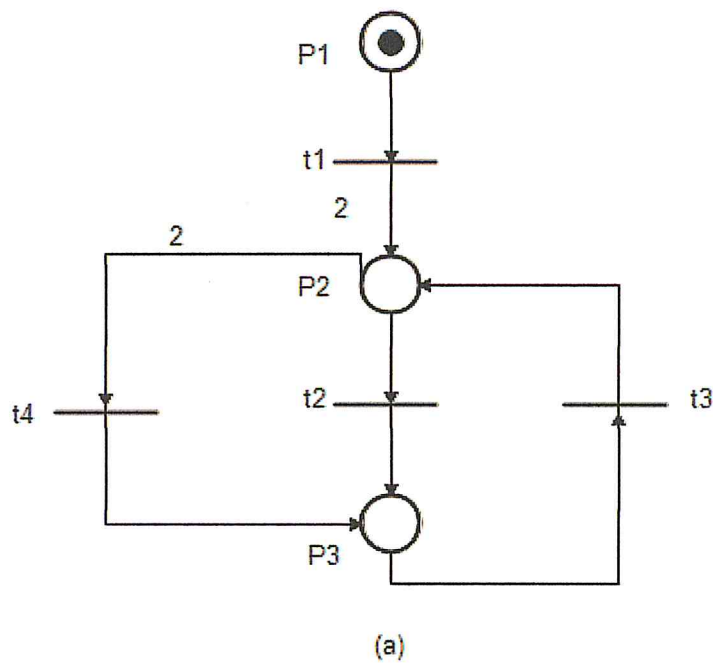


Figure 2:9 Représentation d'un RdP Non vivant.

Le réseau de Petri ci-dessus de la figure 2.12 est pseudo vivant et quasi vivant mais pas vivant ; puisque à partir de n'importe quel marquage on ne trouve pas toujours un chemin qui permet de franchir toutes les transitions du RdP.

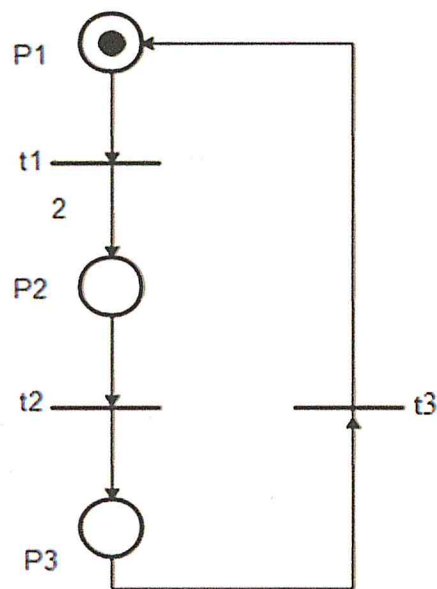


Figure 2.10 Représentation d'un RdP vivant.

Le réseau de Petri ci-dessus 2.13 comporte un réseau de Petri vivant ; car à partir de n'importe quel marquage on peut trouver un chemin qui permet de franchir toutes les transitions du RdP.

### 3.6.3 Bornitude :

Une place  $p_i$  est dite bornée pour un marquage initial  $M_0$  s'il existe un entier naturel  $k$ , tel que pour tout marquage accessible à partir de  $M_0$ , le nombre de jetons dans  $p_i$  est inférieur ou égal à  $k$ . On dit que  $p_i$  est  $k$ -borné. [27]

Le réseau de Petri  $R$  est borné pour le marquage initial  $M_0$ , si toutes ses places le sont. Autrement dit:

$$(R, M_0) \text{ borné} \iff \exists k \in \mathbb{N}, \forall M \in A(R, M_0), \forall p \in P: M(p) \leq k.$$

On dira également que le nombre de marquages accessibles à partir de l'état initial est fini, le graphe d'accessibilité équivalent peut donc être construit.

**Exemple :**

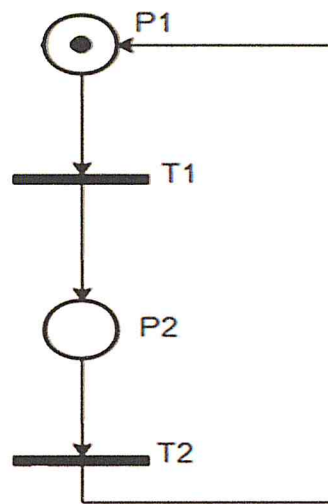


Figure 2:11 Exemple d'un RdP Non borné.

### 3.6.4 Persistance :

On dira que deux transitions sont en conflit structurel si elles ont au moins une place commune en entrée. Le conflit structurel ne dépend pas du marquage. En présence de marquage, le franchissement d'une transition en conflit structurel peut empêcher le franchissement de l'autre, on parle dans ce cas de conflit effectif.

Dans un réseau de Petri à conflit effectif, il est nécessaire de faire un choix de la transition qui va être franchie. Un conflit effectif signifie qu'il y a un non-déterminisme du réseau, donc l'évolution du système décrit présente une partie aléatoire.

On dit qu'un réseau de Petri est simple si toute transition ne peut être concernée que par un conflit au plus.

### Exemple:

Dans la figure 2.16-(a),  $t_1$  et  $t_2$  sont en conflit structurel. Quand les deux places en entrée sont marquées, on parle d'un conflit effectif, 2.16-(b). Par contre, dans la partie 2.16-(c) on n'a pas de conflit effectif car la transition  $t_2$  n'est même pas sensibilisée.

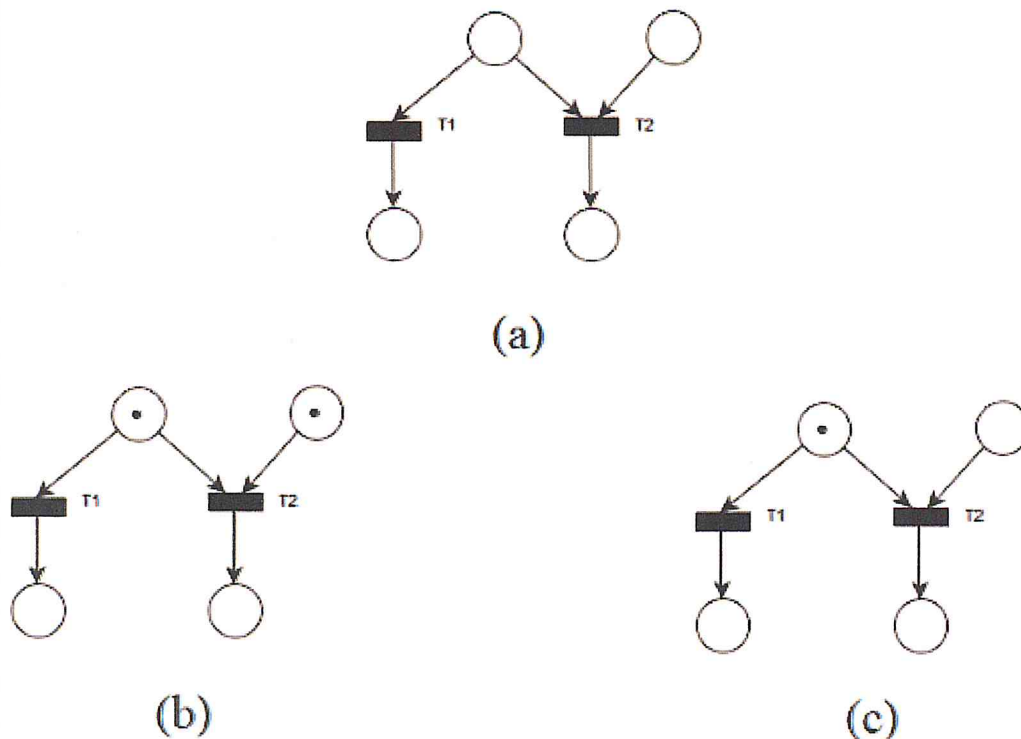


Figure 2:12 Conflit Structurel.

### 3.6.5 Exclusion mutuelle :

L'exclusion mutuelle dans les RdP représente la situation où deux transitions  $t_1$  et  $t_2$  ne peuvent jamais être franchies en même temps dans un même marquage  $M$ . autrement dit,  $t_1$  et  $t_2$  sont mutuellement exclusif si et seulement si : [21]

$$\nexists M \in R (M_0 : t_1 \in E(M) \text{ et } t_2 \in E(M)).$$

Où  $E(M)$  désigne l'ensemble des transitions sensibilisées dans le marquage  $M$ .

$R$  désigne réseau de Petri.

**Exemple :**

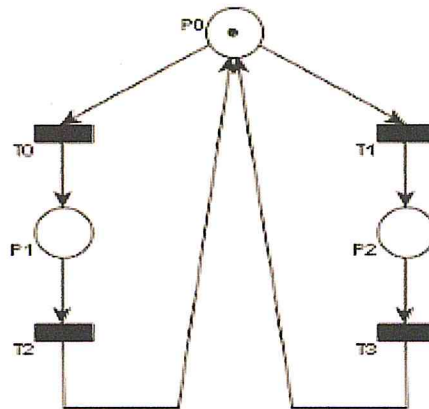


Figure 2:13 Exclusion mutuelle (entre T2 et T3). [14]

### 3.6.6 Réinitialisabilité :

On dit qu'un réseau de Petri  $R$  possède un état d'accueil  $M_a$ , si  $M_a$  est accessible de tous les marquages accessibles du marquage initial  $M_0$ . [14]

$M_a$  est un état d'accueil  $\Leftrightarrow \forall M \in A(R, M_0), \exists S \in T^* : M [S \rangle M_a$ . [14]

Le réseau de Petri est dit réinitialisable (propre) s'il admet  $M_0$  comme état d'accueil. [14]

**Exemple :**

Il est clair que le réseau de Petri de la Figure 2.18 admet  $P_4$  comme états d'accueil, cependant il n'est pas réinitialisable car on ne peut jamais revenir au marquage initial.

L'intérêt pratique des réseaux de Petri réinitialisables est qu'ils peuvent se remettre dans leur état initial eux même, ceci est intéressant dans la reprise automatique après une panne ou une erreur. Contrairement aux réseaux non réinitialisables où une réinitialisation manuelle est nécessaire.

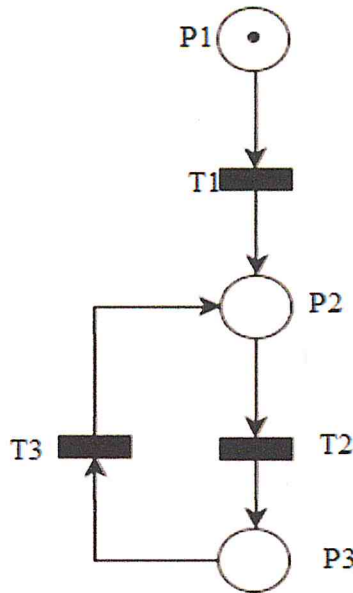


Figure 2.14. Exemple d'un réseau de Petri Réinitialisable. [17]

### 3.7 Extensions par arcs inhibiteurs :

Les réseaux de Petri ordinaires tels qu'ils sont définis s'avèrent, dans certains cas, limités et incapables de modéliser certaines contraintes. Ainsi, d'autres classes de réseaux de Petri ont été définies dans la littérature pour améliorer la capacité des réseaux de Petri afin de modéliser des systèmes plus complexes.

Par exemple, le déclenchement d'une transition est basée sur la présence d'un ou de plusieurs jetons dans les places. S'il n'y a pas de jeton, il n'y a pas de déclenchement. Il est intéressant de disposer d'un mode de déclenchement inverse, selon lequel la transition serait franchissable si la place ne contient aucun jeton. Pour cette raison là, les réseaux de Petri à arcs inhibiteurs ont été introduits.

#### Définition :

L'arc inhibiteur permet de simplifier la représentation graphique d'un RdP. Il s'agit d'un arc orienté qui part d'une place  $P_i$  et arrive à une transition  $t_j$ , et telle que la transition  $t_j$  est valide seulement si la place  $P_i$  est vide.

L'utilisation de cet arc permet de prendre en compte plus aisément des propriétés d'exclusions mutuelles.

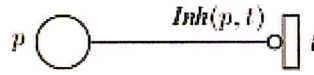
Le réseau de Petri à arc inhibiteur est défini formellement, comme suit : [17]

Un RdP à arcs inhibiteurs est un doublet  $\langle R, \text{Inh} \rangle$  tel que :

- R est un Réseau de Petri.
- $\text{Inh} : P \times T \rightarrow (\mathbb{N} \setminus \{0\})$  est la fonction d'inhibition,  $\text{Inh}(p, t)$  représente alors le poids de l'arc inhibiteur. Graphiquement, un arc inhibiteur est un arc orienté qui part d'une place P pour aboutir à une transition t. Son extrémité est marquée par un petit cercle.

### 3.7.1 Représentation graphique :

La valeur par défaut (1) est omise.



### 3.7.2 Franchissement dans un réseau à arcs inhibiteurs:

Soit  $(R, Inh, M)$ , un réseau de Petri à arcs inhibiteurs marqué, où  $M$  est son marquage,

$t \in T$  est franchissable  $\iff \forall p \in P: M(p) \geq \text{Pré}(p, t)$  et  $M(p) < \text{Inh}(p, t)$ . [29]

Ainsi  $t$  n'est franchissable que si le marquage de chacune des places en entrée est inférieur à la valeur de l'arc inhibiteur reliant cette place à cette transition. Comme montre (b) de la figure 2.19, par contre (a) de la figure 2.19 n'est pas franchissable. [29]

Le franchissement de la transition  $t$  à partir de  $M$  donne naissance au marquage  $M'$  défini comme suit :

$\forall p \in P: M'(p) = M(p) + \text{Post}(p, t) - \text{Pré}(p, t)$ . [29]

**Exemple :**

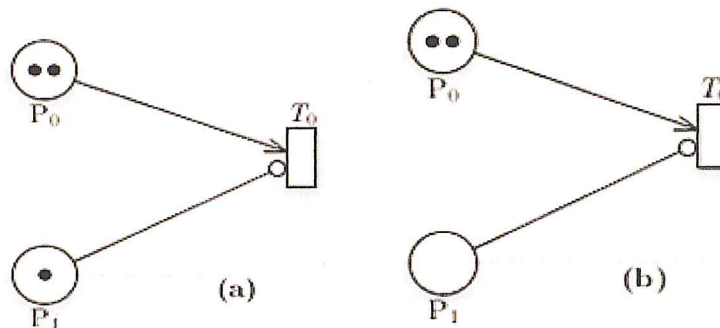


Figure 2:15 Le tir des transitions à arc inhibiteur.

### 3.8 Réseaux de Petri stochastiques généralisés RdPSG :

Plusieurs chercheurs ont proposé d'enrichir les modèles de réseaux de Petri pour que l'analyse quantitative des systèmes modélisés soit possible. L'introduction des spécifications temporelles a eu lieu avec différentes approches... En particulier, les réseaux de Petri stochastiques (RdPS) sont des réseaux de Petri où, à chaque transition est associée une variable aléatoire modélisant le délai de franchissement de cette transition. [14]

Dans la construction de la topologie d'un Réseau RdPS, les durées d'exécution de toutes les actions dans les systèmes modélisés, sont associées à un temps aléatoire, ceci qui n'est pas correct pour toutes les actions d'un système.

Par ailleurs, dans le même modèle, on peut trouver des activités très rapides et d'autres plus lents, et la négligence de cet aspect peut donner un modèle qui est logiquement incorrect [30]. Pour résoudre ces problèmes, une nouvelle classe de RdPS est apparue dans [30] sous le nom de Réseaux de Petri Stochastique Généralisé (RdPSG), proposé par G. Balbo et G Conte.

Informellement, on appelle un RdPSG un RdP contenant les deux types de transition suivants: [30]

**Les transitions temporisées:** elles correspondent à des variables aléatoires déterminant la durée de franchissement.

**Les transitions immédiates:** elles possèdent une durée de franchissement nulle. Ces transitions permettent la présentation des actions logiques qui ne consomment pas de temps, comme elles peuvent aussi être utilisées pour modéliser des événements d'urgence ou des activités de priorité dont les délais associés n'ont aucun impact sur les performances du système [30]:

Formellement, un Réseau de Petri Stochastique Généralisé, RdPSG, est défini par un 8-uplet

$\langle P, T, \text{Pré}, \text{Post}, \text{Inh}, \text{pri}, W, M_0 \rangle$  tel que [21] :

- P est l'ensemble des places;
- T est l'ensemble des transitions (immédiates et temporisées) ;
- Pré:  $P \times T \rightarrow \mathbb{N}$ , est la fonction d'incidence avant;
- Post:  $P \times T \rightarrow \mathbb{N}$ , la fonction d'incidence arrière;
- Inh:  $P \times T \rightarrow \mathbb{N}$ , la fonction d'inhibition;
- pri:  $T \rightarrow \{0,1\}$ , est la fonction de priorité, elle associe à chaque transition temporisée la valeur 0 et à chaque transition immédiate la valeur 1 (la valeur 1 est plus prioritaire que la valeur 0)
- W:  $T \rightarrow R^+$  la fonction qui associe à chaque transition temporisée un délai de franchissement, et à chaque transition immédiate un poids. Les poids sont utilisés dans le calcul des probabilités de franchissement des transitions immédiates et pour la résolution des conflits entre plusieurs transitions immédiates ;
- $M_0: P \rightarrow \mathbb{N}$ , est le marquage initial du réseau.

### 3.8.1 Processus Stochastique associé à un RdPSG :

À cause de la présence de transitions immédiates, l'ensemble des marquages accessibles d'un RdPSG contient deux types de marquages: [14]

- Les marquages tangibles; dans lesquels aucune transition immédiate n'est sensibilisée,

– Les marquages évanescents; où il y a au moins une transition immédiate franchissable.

Les marquages tangibles représentent les états où le système modélisé passe un certain temps, les marquages évanescents, cependant, modélisent les états dans lesquels le temps passé est nul.

Le processus stochastique associé à un RdPSG est un processus stochastique semi-markovien, où la distribution de temps de séjour dans les marquages est une composition de distributions exponentielles négatives et distributions déterministes nulles.

Le temps moyen de séjour dans un marquage évanescent est nul, tandis que, le temps de séjour dans un marquage tangible  $M$  est une variable aléatoire correspondant au minimum des temps de franchissement des transitions sensibilisées par ce marquage, autrement dit, c'est une loi exponentielle avec un paramètre  $\lambda_M$ , qui est la somme de tous les taux de franchissement de ces transitions [14] :

$$\lambda_M = \sum_{t_k \in S(M)} \omega(t_k).$$

Où  $S(M)$  est l'ensemble des transitions franchissables à partir de  $M$ .

Par conséquent, le temps moyen de séjour dans ce marquage est donné par :

$$\left\{ TS_M = \frac{1}{\lambda_M} = \frac{1}{\sum_{t_k \in S(M)} w(t_k)} \right.$$

### 3.8.2 La dynamique des RdPSG :

Tout comme les RdP ordinaires, l'évolution d'un RdPSG se fait par une suite successive de marquages. La fonction de distribution exponentielle négative assure que le développement du processus de marquage n'est plus conditionné par rapport à son passé, le changement de marquage ne dépend que du marquage actuel, les travaux déjà réalisés par les activités interrompues sont perdus. Le seul travail terminé est celui de l'activité qui correspond à la transition qui a provoqué le changement de l'état du système. [14]

Lorsqu'un marquage  $M$  est atteint, on distingue deux scénarios pour passer à un autre marquage selon que ce  $M$  soit tangible ou évanescent. Soit  $S(M)$  l'ensemble de transitions sensibilisées de ce marquage :

Si  $S(M)$  ne contient que des transitions temporisées (marquage tangible), tous les événements associés aux transitions sensibilisées commencent à s'exécuter en parallèle, cependant, le changement de l'état du réseau est provoqué par le déclenchement de la transition ayant le plus petit délai de franchissement.

Cette politique modélise ce que l'on appelle modèle concurrentiel. La probabilité qu'une transition  $t_i \in S(M)$  ait le plus petit délai de franchissement est donnée par la formule suivante:

$$P \{t_i \setminus M\} = \frac{w(t_i)}{\sum_{t_k \in S(M)} w(t_k)}.$$



1. Trouver le GMA (graphe de marquage accessible) comme pour les RdP classiques.
2. Evaluer ce graphe par des taux de franchissement exponentiels lorsqu'il s'agit de transitions temporisées, et par des taux infinis en cas des transitions immédiates.
3. Fusionner les marquages évanescents avec les marquages tangibles qui les succèdent. On obtient ainsi un nouveau graphe dit réduit qui reste isomorphe à une chaîne de Markov à temps continu: c'est la chaîne de Markov incluse réduite.

Cette fusion n'influe pas sur le comportement dynamique du système, car le processus passe un temps nul dans les marquages évanescents. De plus, les marquages évanescents augmentent la taille du générateur infinitésimal, ce qui rend le calcul de la solution plus coûteux en temps et en espace mémoire.

L'élimination des marquages évanescents se fait comme suit :

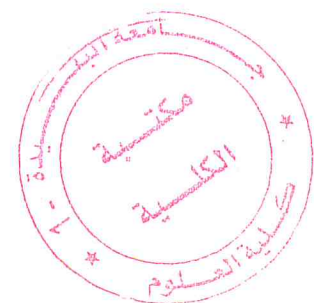
Supposons que  $M_2$  un marquage évanescents, on peut l'éliminer puisque consomme un temps nul donc  $M_1$  sera relié directement à  $M_3$ . La figure 2.20 montre ce principe.



Figure 2.16. Elimination du marquage évanescents.

4. A partir de cette chaîne réduite, qui contient uniquement les marquages tangibles, on construit la matrice des taux de transitions entre états. Cette matrice est utilisée pour calculer les probabilités stationnaires. Celles-ci, à leur tour, nous permettent de déduire les indices de performance désirés.

La figure suivante représente les différentes étapes pour évaluer le RdPSG :



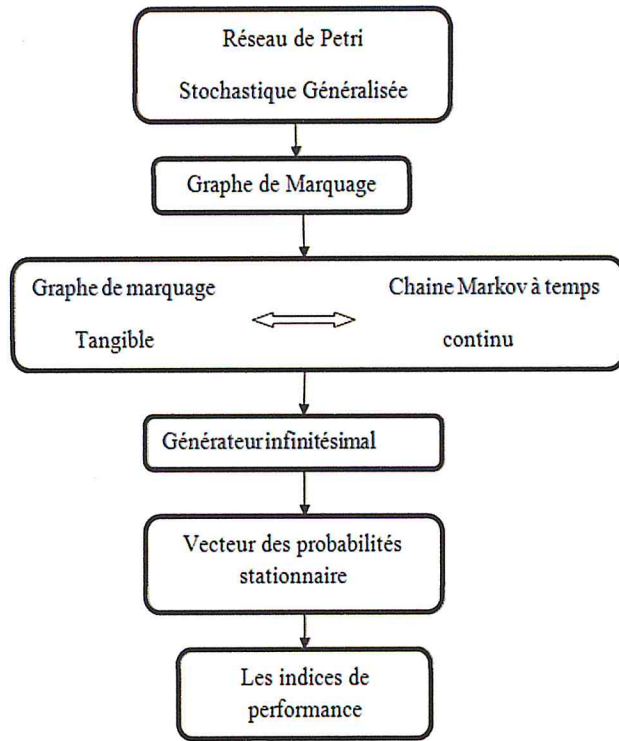


Figure 2:17 Les étapes d'évaluation en utilisant RdPSG. [30]

Nous présentons maintenant les formules de calcul des principaux paramètres quantitatifs. Ces résultats s'expriment en fonction des éléments de base: places, transitions, marquages ainsi que les probabilités stationnaires.

**Fréquence moyenne de franchissement d'une transition :**

Cet indice correspond au nombre moyen de tirs de la transition  $t_i$  en une unité de temps. Il est calculé par : [25]

$$F^*(t_i) = \sum_{M_j \in E(t_i)} \lambda_i(M_j) \cdot \pi_j$$

Où :

$E(t_i)$ : est l'ensemble des marquages où  $t_i$  est franchie.

$\lambda_i(M_j)$ : Est le taux de franchissement de  $t_i$  dans le marquage  $M_j$ .

**Nombre moyen de marques dans une place :**

Le nombre moyen de marques dans une place  $p$  est calculé à l'aide de la formule : [25]

$$N(p_i) = \sum_{M_j \in E} M_j(p_i) \cdot \pi_j$$

Où :

$M_j(p_i)$  est le nombre de jetons dans la place  $p$  pour le marquage  $M_j$ ,

$E$  est l'ensemble des marquages accessibles.

#### **Temps moyen de séjour d'une marque dans un sous-réseau :**

Correspond au délai moyen qu'un jeton passe dans un sous-réseau  $S$  d'un RdPSG. Il peut être calculé en appliquant la formule suivante : [25]

$$E[T] = \frac{E[N]}{E[\gamma]}$$

Où :

$E[N]$  : est le nombre de jetons dans le sous-réseau  $S$ ,

$E[\gamma]$  : est le taux d'arrivée effectif des jetons dans  $S$ .

#### **Probabilité d'un évènement :**

La probabilité d'un évènement particulier  $E$  est égale à la somme des probabilités de tous les marquages dans lesquels la condition correspondante à la définition de l'évènement est vérifiée. Ainsi, elle est calculé par : [25]

$$P\{E\} = \sum_{m_i \in X} \pi_i$$

Où :

$X$  : est l'ensemble des marquages accessibles où la condition  $E$  est vérifiée.

### **Conclusion :**

Au cours de ce chapitre, nous avons entamé, en premier lieu, les concepts fondamentaux des chaînes de Markov à temps discret et à temps continu, nous avons aussi présenté les RdP et les RdPSG, qui sont des modèles formels très puissants pour l'analyse des performances des différents systèmes.

D'une part les RdPSG constituent une alternative très puissante pour la représentation graphique, l'étude, et l'analyse qualitative et quantitative des performances des systèmes, et ceci grâce à leur aptitude à représenter les phénomènes de blocage, les aspects de synchronisation, de concurrence, de parallélisme ainsi que d'autres phénomènes stochastiques dans un même modèle. Ainsi, un intérêt particulier a été accordé aux RdPSG dans le domaine de la fiabilité et de l'évaluation des performances.

Dans le chapitre suivant nous allons aborder notre approche en utilisant le RdPSG et CMTC, le RdPSG pour modéliser notre système et afin de faciliter la compréhension par la représentation graphique, et les CMTC pour calculer les

indices de performance.

# Chapitre 03 : Modélisation et analyse des réseaux micro-cellulaire :

## 1 Introduction :

Des structures de réseaux de Petri prenant en compte la notion de temps sont apparues ; les réseaux de Petri stochastiques (RdPS), et réseaux de Petri stochastiques généralisés (RdPSG).

L'objectif du présent chapitre est de proposer une approche algorithmique basée sur les RdPSG, pour la modélisation ainsi que l'évaluation des performances des réseaux où il y a deux types de communication, les communications de type voix et celles de type données (flux hétérogène) à source finie d'abonnés.

Cette approche permet d'effectuer l'analyse qualitative, ainsi que le calcul des différents indices de performance exacts de ces systèmes, tout en considérant deux modèles: dans le premier modèle, où nous considérons un modèle de contrôle d'admission dans un tel réseau, nous adoptons une politique de priorité préemptive, qui consiste à permettre à toutes les demandes de communications de type données d'accéder à tous les canaux disponibles, mais en cas d'indisponibilité d'un canal lors de l'arrivée d'une communication de type voix (plus prioritaire car doit se faire immédiatement), cette dernière a le droit d'interrompre le service d'une communication type donnée. Pour le deuxième modèle nous adoptons les Handover (abonné en communication).

D'un point de vue d'implémentation, cette technique est optimisée car elle permet d'obtenir directement le générateur infinitésimal  $Q$ , tout en évitant de passer par le graphe d'accessibilité GMA, et de la chaîne de Markov à temps continu réduite.

Nous allons commencer par une description détaillée du modèle en question, puis nous allons présenter notre solution; expliquer la structure et la dynamique du RdPSG équivalent, procéder à son analyse quantitative pour démontrer qu'il est ergodique, tracer la chaîne de Markov réduite sous-jacente, ce qui nous permettra de déduire les taux de transitions constituant le générateur infinitésimal, et finalement développer les formules de calcul des différents indices de performance

## 2 Les réseaux mobiles cellulaires de troisième génération intégrant la donnée avec la voix avec priorité préemptive:

Nous considérons un système à source supposée finie (limitée) d'abonnés hétérogènes de taille  $R$  ( $R < +\infty$ ); avec  $L$  le nombre de canaux libres ; car le nombre d'abonnés qui peuvent se présenter dans une microcellule à un moment donné est limité.

Dans ce réseau un abonné peut être dans l'un des trois états : libre, occupé(en service), ou en attente de service. Les abonnés arrivent selon un processus quasi-aléatoire de taux  $\lambda_1$  pour les abonnés demandant des appels, et  $\lambda_2$  pour celui qui demandent une connexion internet.

Le temps de service suit une distribution exponentielle de taux  $\mu_1$  pour les abonnés demandant des appels, et  $\mu_2$  pour les abonnés qui demandent une connexion internet.

Les abonnés demandant une communication de type voix, sont supposés plus prioritaire que les abonnés de la connexion internet.

Lors de l'arrivée d'un appel, s'il y a au moins un canal libre alors l'abonné sera servi immédiatement.

Cependant, si les canaux sont occupés :

S'il y a des canaux occupés par des abonnés de donnée (connexion internet), un canal occupé de ce dernier va être enlevé pour faire le service de l'appel (plus prioritaire que les abonnés de la connexion internet), là on parle de préemption.

Sinon, les abonnés restent en attente dans un buffer après un temps spécifique et de taux  $\tau_1$ , ils reviennent à l'état libre.

Pour les abonnés demandant de connexion internet s'il ne trouve pas de canaux libres les abonnés attendant dans un buffer, après un temps spécifique et de taux  $\tau_2$ , ils redeviennent libres.

Les temps d'inter-arrivée, les temps de services sont supposés indépendants.

En utilisant les RdPSG, nous allons par la suite expliquer et décrire notre méthode de modélisation et d'analyse de ces deux disciplines de services.

## 2.1 Modélisation et analyse d'une microcellule du modèle 01 :

Dans cette partie, nous allons décrire une microcellule, en utilisant le RdPSG, par la suite, une analyse de ce dernier sera faite pour générer la CMTC du modèle, qui permet l'obtention du générateur infinitésimal. Nous avons choisi de le représenter pour aboutir à une comparaison des différents indices de performance.

### 2.1.1 Description de RDPSG Modèle 01:

Le modèle de RdPSG représenté dans la Figure 3.1 correspond à une microcellule dans laquelle on dispose dans le même réseau deux types de communication (voix et donnée), ce modèle est constitué de :

#### 1. les places :

- *Source* : cette place représente la source des abonnés libres.
- *Abonne\_App* : cette place représente les conditions pour un abonné demandant d'appel, ou dans le cas où l'abonné ne trouve aucun canal libre, il y reste dans cette place (considérer comme buffer).

- *App\_occup* : signifie que le canal est en train de servir un abonné demandant des appels de type voix;
- *Abonne\_Don* : cette place représente les conditions pour un abonné demandant une connexion internet ou dans le cas où l'abonné ne trouve aucun canal libre, il y reste dans cette place.
- *Don\_occup* : signifie que le canal en train de servir un abonné demandant une connexion internet.
- *Canaux\_Lib* : cette place représente le nombre de canaux libres du système pour servir les abonnés hétérogènes.

## 2. Les transitions

- *Arr\_app* : représente l'arrivée d'un abonné demandant une communication de type voix.
- *Deb\_serv\_app* : correspond au début de service d'un abonné demandant une communication de type voix.
- *Fin\_serv\_app* : est associé à la fin d'un service d'un abonné demandant une communication de type voix
- *Liberer\_app* : signifie que l'abonné demandant l'appel revient à l'état libre.
- *Priorite\_app* : gère la priorité entre donnée et appel.
- *Arr\_don* : représente l'arrivée d'un abonné demandant une communication de type donnée.
- *Deb\_serv\_don* : correspond au début de service d'un abonné demandant une communication de type donnée.
- *Fin\_serv\_don* : est associé à la fin d'un service d'un abonné demandant une communication de type donnée.
- *Liberer\_don* : signifie que l'abonné demandant donnée revient à l'état libre.

Initialement tous les abonnés sont libres, tous les canaux sont disponibles.

Ainsi le marquage peut être exprimé comme suit :

$$M_0 = \{M(\text{Source}), M(\text{Abonne\_app}), M(\text{Abonne\_don}), M(\text{App\_occup}), M(\text{Don\_occup}), M(\text{Canaux\_Lib})\}.$$

$$M_0 = \{R, 0, 0, 0, 0, L\}$$

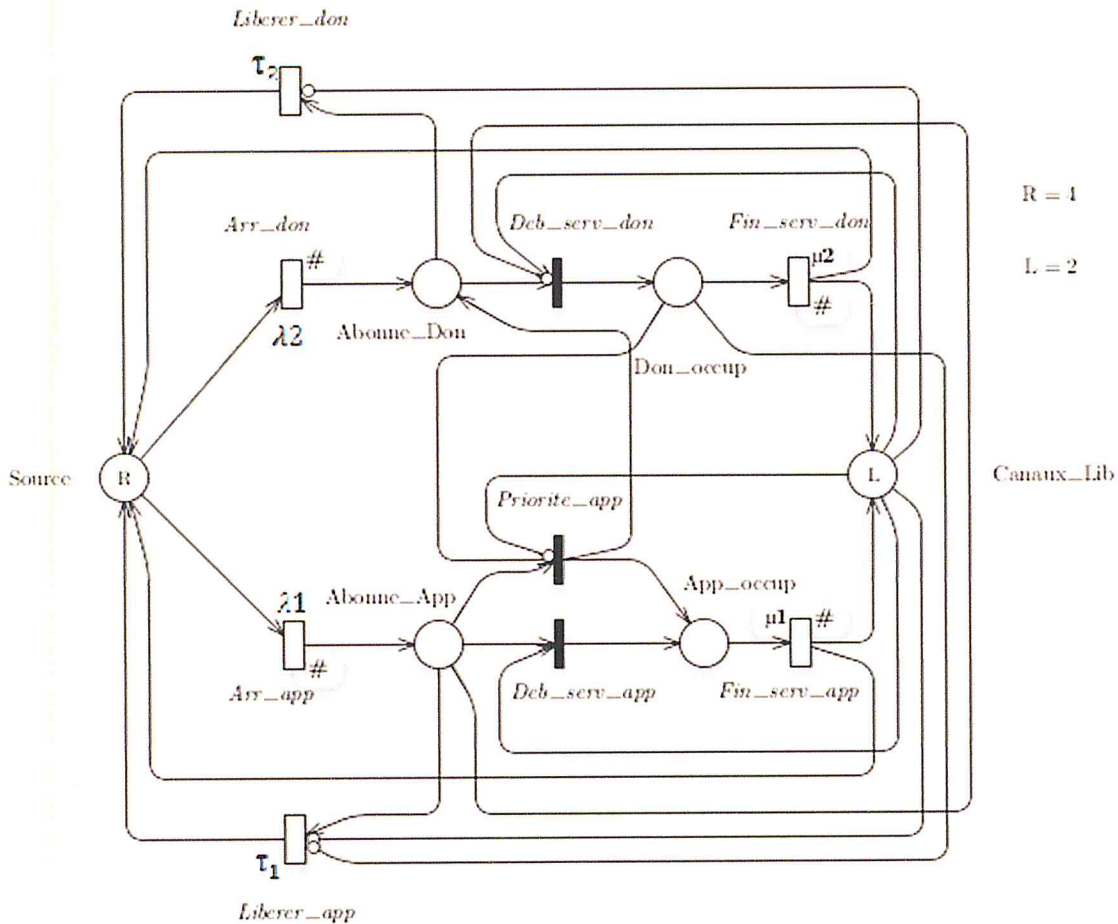


Figure 3:1 1RDPSG modélisant le système du modèle 01.

L'arrivée d'un appel est traduite dans le RdPSG par le franchissement de la transition *Arr\_app*, dont le taux de franchissement est égal à  $\lambda_1$ ,

Le franchissement de «*Arr\_app, Arr\_don*» dépend du nombre de jetons dans la place *Source* ; tous les abonnés dans cette dernière peuvent générer des appels, demander de connexion internet.

Dès l'arrivée d'un appel à la place *Abonne\_app*, qui signifie que l'abonné demande de service, si la place *Canaux\_Lib* contient au moins un jeton, l'abonné sera servi immédiatement de la manière suivante :

- Un jeton sera déplacé quand la transition *Deb\_serv\_app* sera franchissable (qui représente le début de service) à la place *App\_occup*, auquel il y restera jusqu'à ce que la transition *Fin\_serv\_app* soit franchissable.
- quand la transition *Fin\_serv\_app* est tirée, l'abonné qui était en communication retourne à l'état libre (à la place *Source*), un jeton sera déplacé à la place *Canaux\_Lib* pour servir d'autres abonnés.



Cependant, s'il n'y a aucun canal libre (la place *Canaux\_Lib* est vide), deux scénarios se distinguent :

1. s'il trouve au moins un jeton dans la place *Don\_occup*, et puisque les abonnés demandant d'appel sont supposés plus prioritaires, il va prendre un jeton de cette place par la transition *Priorite\_app*, qui sera franchissable s'il y a une demande d'appel et la place des *Canaux\_Lib* est vide, un abonné occupé de donnée (la place *Don\_occup*) sera sorti à la place *Abonne\_don* et libère le canal occupé pour servir l'abonné demandant un appel de type voix, un jeton déposé à la place *Don\_occup* sera déposé pour que la transition *Deb\_serv\_app* soit tirée.
2. sinon, c'est-à-dire qu'il n'y a ni canal libre, ni serveur occupé de donnée, dans ce cas l'abonné reste avec un taux est égal à  $\tau_1$ , si aucun canal est disponible pendant  $\tau_1$  l'abonné appel de type voix sera libéré.

L'arrivée d'un abonné demandant une connexion internet est traduite dans notre réseau par le franchissement de la transition *Arr\_don*, dont le taux de franchissement est égal à  $\lambda_2$ , un jeton sera déplacé par la transition *Arr\_don* à la place *Abonne\_don*.

- si l'abonné trouve au moins un canal libre l'abonné sera servi immédiatement de la manière suivante :  
Un jeton sera déplacé par la transition *Deb\_serv\_don* (qui représente l'établissement de la communication) à la place *Don\_occup*, auquel il y restera jusqu'à ce que la transition *Fin\_serv\_don* soit tirée.  
Quand la transition *Fin\_serv\_don* est tirée, l'abonné qui était en communication retourne à la place *Source*, et un jeton sera déplacé à la place *Canaux\_Lib*.
- Sinon, l'abonné reste avec un taux est égal à  $\tau_2$  et attend une libération d'un canal l'abonné est abandonné (libérer à la place *Source* par la transition *Liberer\_don*).

### 2.1.2 Analyse de RdPSG :

Le modèle de RdPSG proposé est ergodique car il est borné (ensemble de marquages accessibles fini), et il admet l'état initial comme état d'accueil.

En prenant différentes valeurs de la Source R, ainsi que différentes valeurs du nombre de canaux, on remarque que les GMA générés ainsi que les CMTC réduites correspondantes sont de la même structure (triangle), et ils évoluent de la même façon, ce qui nous permet de donner la forme générale de la CMTC réduite dans la figure 3.3, avec un exemple illustré dans la figure 3.2.

Quelque soit la valeur de R et L, le nombre d'abonnés ainsi que le nombre de canaux sont conservés. Ils sont donnés par les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Nombre de canaux libres} = L - (M(\text{Don\_occup}) + M(\text{App\_occup})), \\ \text{Abonnés libres} = R - (M(\text{Abonne\_app}) + M(\text{App\_occup}) + \\ \quad M(\text{Abonne\_don}) + M(\text{Don\_occup})). \end{array} \right. \quad (1)$$

D'autre part, on remarque que l'état du système à l'état stationnaire peut être décrit en définissant quatre variables (i, j, k, l) où :

- i: représente le nombre d'abonné en attente d'un canal libre (dans la place *Abonne\_App*),
- j: représente le nombre d'abonne en attente d'un canal libre (dans la place *Abonne\_Don*),
- k : représente le nombre d'abonnés en communication (type voix) dans la place *App\_occup*,
- l : représente le nombre d'abonnés en communication (type donnée) dans la place *Don\_occup*.

Par ailleurs, en appliquant le système d'équations (1), nous déduisons le marquage dans chaque place, étant donné par:

$$\begin{cases} M(\text{Canaux}_{Lib}) = L - l - k \\ M(\text{Abonne}_{Lib}) = R - (i + k + j + l) \end{cases} \quad (2)$$

En appliquant le système d'équation(2), on peut déduire que :

$$\begin{cases} 0 \leq i \leq R \\ 0 \leq j \leq R \\ 0 \leq k \leq R - L \\ 0 \leq l \leq R - L \end{cases} \quad (3)$$

La CMTC obtenue après cette analyse est représentée dans la figure ci-dessous.

**Exemple :**

$$M_0 = (R = 4, 0, 0, 0, 0, L = 2)$$

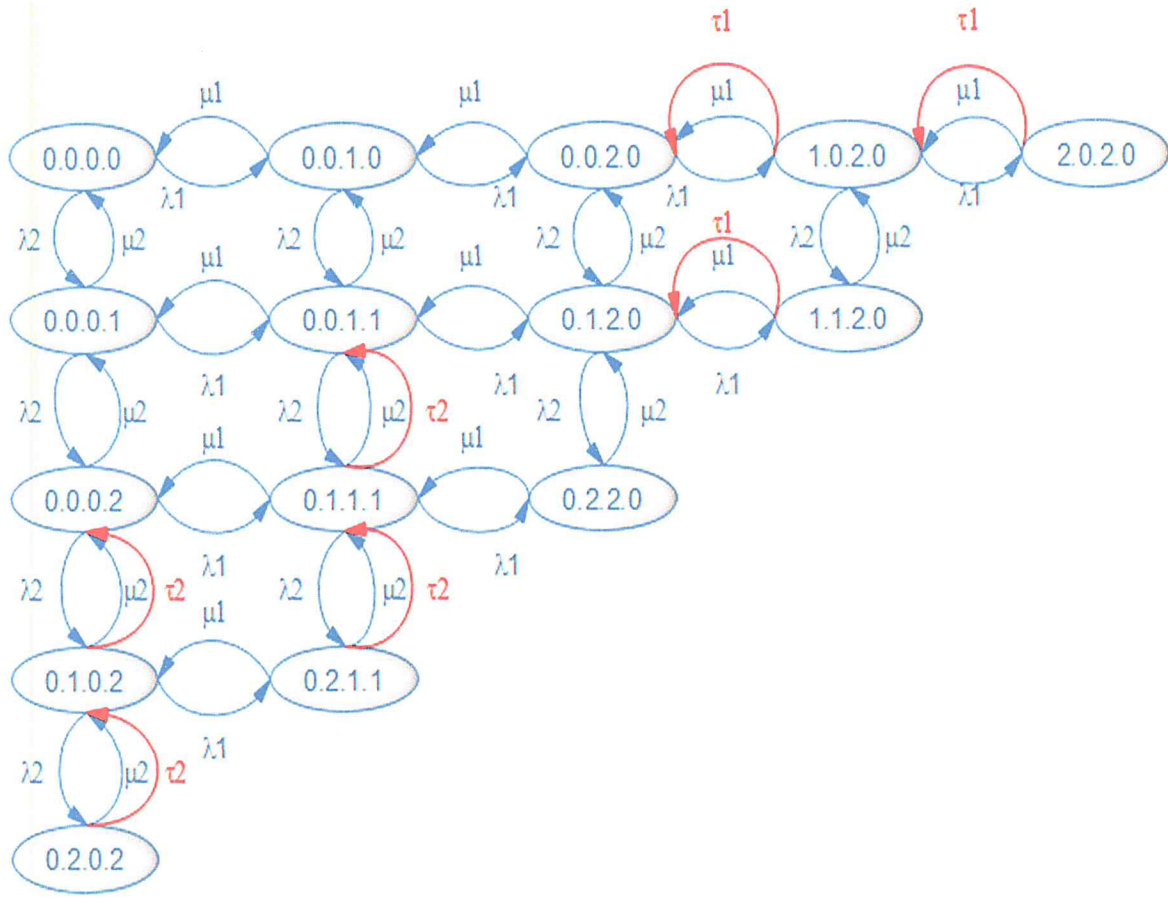


Figure 3:2 La CMTC correspondante au RdPSG du modèle 01.

En enlevant les marquages évanescents dans le graphe, la CMTC est réduite et est représentée par la CMTC dans le cas général.

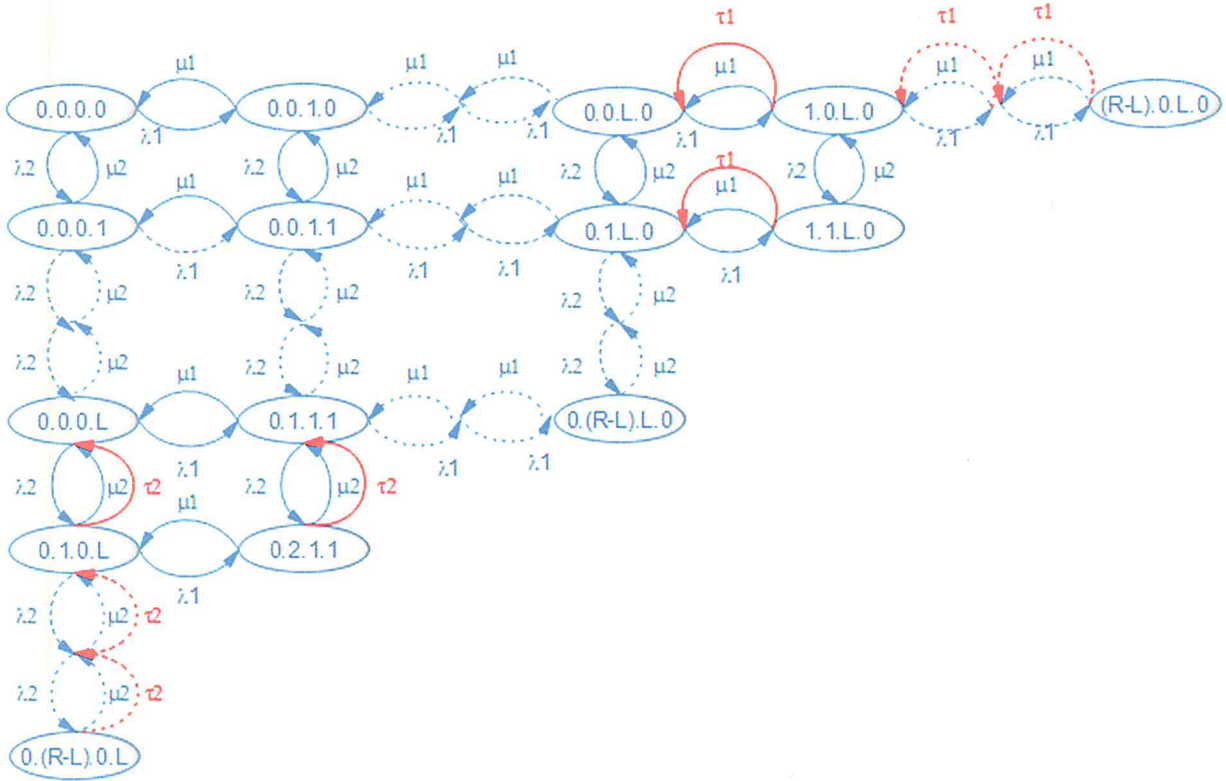


Figure 3:3 Graphe des marquages accessible du Modele01

### 2.1.3 Formule générale du nombre d'états de la CMTC :

Après l'analyse de la CMTC présenté dans la Figure 3.3, nous avons déduit que le nombre des états de la CMTC qui correspond au nombre de marquage tangibles, En fonction de R (nombre d'abonné), nous pouvons déterminer que le nombre des états de la CMTC qui correspond au nombre de marquage tangibles par la formule suivante :

$$N_{\text{nbr-état}} = \sum_{i=1}^{R+1} i$$

### 2.1.4 Algorithme de construction de générateur infinitésimal :

Le générateur infinitésimal est construit de la manière suivante:

$$Q [(i, j, k, l), (x, y, z, w)] = \begin{cases} q[(i, j, k, l), (x, y, z, w)] & \text{si } (i, j, k, l) \neq (x, y, z, w); \\ -\sum_{(i,j;k;l) \neq (x,y;z;w)} q[(i, j, k, l), (x, y, z, w)] & \text{sinon} \end{cases}$$

Les taux  $q [(i, j, k, l), (x, y, z, w)]$  représentent les taux de transition entre l'état  $(i, j, k, l)$  et l'état  $(x, y, z, w)$ .  
Après l'analyse de notre CMTC nous obtenons les transitions suivantes:

Description	Etat sortant	Taux de transition	Etat entrant
$i=0 ; J=0 ;$ $0 \leq k \leq L-1 ;$ $0 \leq l \leq L-k ;$	$(i, j, k, l)$	$\lambda_1$	$(i, j, k+1, l)$
$i=0 ; J=0 ;$ $0 \leq k \leq L-1 ;$ $0 \leq l \leq L-k ;$	$(i, j, k-1, l)$	$\mu_1$	$(i, j, k, l)$
$i=0 ; J=0 ;$ $0 \leq k \leq L-1 ;$ $0 \leq l \leq L-k ;$	$(i, j, k, l)$	$\lambda_2$	$(i, j, k, l+1)$
$i=0 ; J=0 ;$ $0 \leq k \leq L-1 ;$ $0 \leq l \leq L-k ;$	$(i, j, k, l-1)$	$\mu_2$	$(i, j, k, l)$
$i=0 ;$ $0 \leq j \leq R-L ;$ $0 \leq k \leq L-1 ;$ $0 \leq l \leq L-k ;$	$(i, j, k, l)$	$\lambda_1$	$(i, j+1, k+1, l-1)$
$i=0 ;$ $0 \leq j \leq R-L ;$ $0 \leq k \leq L-1 ;$ $0 \leq l \leq L-k ;$	$(i, j-1, k-1, l+1)$	$\mu_1$	$(i, j, k, l)$
$i=0 ;$ $0 \leq j \leq R-L ;$ $0 \leq k \leq L-1 ;$ $1 \leq l \leq L-k ;$	$(i, j, k, l)$	$\lambda_2$	$(i, j+1, k, l)$

$i=0 ;$ $0 \leq j \leq R-L ;$ $0 \leq k \leq L-1 ;$ $1 \leq l \leq L-k ;$	$(i, j-1, k, l)$	$\mu_2, \tau_2$	$(i, j, k, l)$
$0 \leq i \leq R-L ;$ $0 \leq j \leq R-L ;$ $K=L; l=0$	$(i, j, k, l)$	$\lambda_1$	$(i+1, j, k, l)$
$0 \leq i \leq R-L ;$ $0 \leq j \leq R-L ;$ $K=L; l=0$	$(i-1, j, k, l)$	$\mu_1, \tau_1$	$(i, j, k, l)$
$0 \leq i \leq R-L ;$ $0 \leq j \leq R-L ;$ $K=L; l=0$	$(i, j, k, l)$	$\lambda_2$	$(i, j+1, k, l)$
$0 \leq i \leq R-L ;$ $0 \leq j \leq R-L ;$ $K=L; l=0$	$(i, j-1, k, l)$	$\tau_2$	$(i, j, k, l)$

Tableau 1: Représentation des taux de transitions entre les états du Modèle 01.

Ces transitions permettent de construire l'algorithme donné dans le figure ci-dessus pour calculer les valeurs des différents éléments du générateur infinitésimal  $Q$ .

```

debut
i=0;
j=0;
pour k=0 a L-1
  pour l=0 a L-k
    GI[(i,j,k,l),(i,j,k+1,l)]= Y1*(R-(i+j+k+l));
    GI[(i,j,k-1,l),(i,j,k,l)]= μ1*k ;
    GI[(i,j,k,l),(i,j,k,l+1)]= Y2*(R-(i+j+k+l));
    GI[(i,j,k,l-1),(i,j,k,l)]= μ2*l ;
  FinPour;
FinPour;
i=0;
pour j=0 a R-L
  pour k=0 a L-1
    pour l=0 a L-k
      GI[(i,j,k,l),(i,j+1,k+1,l-1)]= Y1*(R-(i+j+k+l));
      GI[(i,j-1,k-1,l+1),(i,j,k,l)]= μ1*k ;
      GI[(i,j,k,l),(i,j+1,k,l)]= Y2*(R-(i+j+k+l)) ;
      GI[(i,j-1,k,l),(i,j,k,l)]= (μ2*l)+(r2*j) ;
    FinPour;
  FinPour;
FinPour;

k=0;
l=0;
pour i=0 a R-L
  pour j=0 a R-L
    GI[(i,j,k,l),(i+1,j,k,l)]= Y1*(R-(i+j+k+l));
    GI[(i-1,j,k,l),(i,j,k,l)]= (μ1*k)+(r1*i) ;
    GI[(i,j,k,l),(i,j+1,k,l)]= y2*(R-(i+j+k+l)) ;
    GI[(i,j-1,k,l),(i,j,k,l)]= r2*j ;
  FinPour;
FinPour;

```

Figure 3:4 Algorithme d'obtention du générateur infinitésimal pour le modèle1

### 2.1.5 Indices de performance:

- Nombre moyen d'abonnés libres :

Il correspond au nombre moyen de jetons dans la place *Source*,

$$\begin{aligned} N_{\text{abonne\_lib}} &= \sum_{i: M_i \in A} M_i(\text{Source}) \cdot \pi_i \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \sum_{k=0}^L \sum_{l=0}^L (R - i - j - k - l) \pi_{i,j,k,l} \end{aligned}$$

- Nombre moyen d'abonnés en attente d'appels de type voix téléphoniques:  
Il correspond au nombre moyen de jetons dans la place *Abonne\_App*,

$$\begin{aligned} N_{\text{att\_app}} &= \sum_{i: M_i \in A} M_i(\text{Abonne\_App}) \cdot \pi_i \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \sum_{k=0}^L \sum_{l=0}^L i \cdot \pi_{i,j,k,l} \end{aligned}$$

- Nombre moyen d'abonnés en attente d'une connexion internet :  
Il correspond au nombre moyen de jetons dans la place *Abonne\_Don*,

$$\begin{aligned} N_{\text{att\_don}} &= \sum_{i: M_i \in A} M_i(\text{Abonne\_Done}) \cdot \pi_i \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \sum_{k=0}^L \sum_{l=0}^L j \cdot \pi_{i,j,k,l} \end{aligned}$$

- Nombre moyen des canaux occupés par des appels téléphonique :  
Il correspond au nombre moyen de jetons dans la place *App\_occup*,

$$\begin{aligned} N_{\text{occip\_app}} &= \sum_{i: M_i \in A} M_i(\text{App\_occup}) \cdot \pi_i \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \sum_{k=0}^L \sum_{l=0}^L k \cdot \pi_{i,j,k,l} \end{aligned}$$

- Nombre moyen des canaux occupés par une connexion internet:  
Il correspond au nombre moyen de jetons dans la place *Don\_occup*,

$$N_{\text{occip\_don}} = \sum_{i: M_i \in A} M_i(\text{Don\_occup}) \cdot \pi_i$$



$$= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \sum_{k=0}^L \sum_{l=0}^L l \cdot \pi_{i,j,k,l}$$

- Nombre moyen des canaux occupés (le nombre moyen d'abonne occupés dans le système) :

$$\begin{aligned} N_{\text{occp}} &= N_{\text{occp\_don}} + N_{\text{occp\_app}} \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \sum_{k=0}^L \sum_{l=0}^L (k + l) \cdot \pi_{i,j,k,l} \end{aligned}$$

- Nombre moyen de Canaux libres:

Il correspond au nombre moyen de jetons dans la place *Canaux\_Lib*,

$$\begin{aligned} N_{\text{can\_lib}} &= \sum_{i: M_i \in A} M_i(\text{Canaux\_Lib}) \cdot \pi_i \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \sum_{k=0}^L \sum_{l=0}^L (L - k - l) \cdot \pi_{i,j,k,l} \end{aligned}$$

- La fréquence d'arrivée d'appels de type voix (taux moyen de génération d'appels primaires) :  
Il correspond au débit de la transition *Arr\_app* :

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_1 &= \sum_{i: M_i \in A} \lambda_1 \cdot M_i(\text{Source}) \cdot \pi_i \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \sum_{k=0}^L \sum_{l=0}^L \lambda_1 \cdot (R - I - J - k - l) \cdot \pi_{i,j,k,l} \\ &= \lambda_1 \cdot N_{\text{abonne\_lib}} \end{aligned}$$

- La fréquence d'arrivée d'appels de type donnée (taux moyen de génération de donnée primaires) :  
Il correspond au débit de la transition *Arr\_don* :

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_2 &= \sum_{i: M_i \in A} \lambda_2 \cdot M_i(\text{Source}) \cdot \pi_i \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \sum_{k=0}^L \sum_{l=0}^L \lambda_2 \cdot (R - I - J - k - l) \cdot \pi_{i,j,k,l} \\ &= \lambda_2 \cdot N_{\text{abonne\_lib}} \end{aligned}$$

- La fréquence de service d'appel :

Elle correspond au débit de la transition  $Fin\_serv\_app$  :

$$\begin{aligned}\bar{\mu}_1 &= \sum_{i:M_i \in A} \mu_1 \cdot M_i(App_{occup}) \cdot \pi_i \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \sum_{k=0}^L \sum_{l=0}^L \mu_1 \cdot k \cdot \pi_{i,j,k,l} \\ &= \mu_1 \cdot N_{occp\_app}\end{aligned}$$

- La fréquence de service de donnée :

Elle correspond au débit de la transition  $Fin\_serv\_don$  :

$$\begin{aligned}\bar{\mu}_2 &= \sum_{i:M_i \in A} \mu_2 \cdot M_i(Don_{occup}) \cdot \pi_i \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \sum_{k=0}^L \sum_{l=0}^L \mu_2 \cdot l \cdot \pi_{i,j,k,l} \\ &= \mu_2 \cdot N_{occp\_don}\end{aligned}$$

- La fréquence totale d'arrive :

$$\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2$$

- La fréquence totale de service :

$$\bar{\mu} = \bar{\mu}_1 + \bar{\mu}_2$$

- La fréquence de Libérer d'appel :

Elle correspond au débit de la transition  $Liberer\_app$ :

$$\begin{aligned}\bar{\tau}_1 &= \sum_{i:M_i \in A} \tau_1 \cdot M_i(Abonne\_App) \cdot \pi_i \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \sum_{k=0}^L \sum_{l=0}^L \tau_1 \cdot i \cdot \pi_{i,j,k,l} \\ &= \tau_1 \cdot N_{att\_app}\end{aligned}$$

- La fréquence de Libérer donnée :

Elle correspond au débit de la transition  $Liberer\_don$ :

$$\begin{aligned}
\bar{\tau}_2 &= \sum_{i: M_i \in A} \tau_2 \cdot M_i(\text{Abonne\_Don}) \cdot \pi_i \\
&= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \sum_{k=0}^L \sum_{l=0}^L \tau_2 \cdot i \cdot \pi_{i,j,k,l} \\
&= \tau_2 \cdot N_{\text{att\_don}}
\end{aligned}$$

- La probabilité de blocage d'un abonne d'appel :

$$P_{b\_app} = \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \pi_{i,j,L,0}$$

- La probabilité de blocage d'un appel de type donnée :

$$P_{b\_don} = \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \sum_{k=0}^L \pi_{i,j,k,L-k}$$

## 2.2 Modélisation et analyse d'une microcellule du modèle Handover :

Dans cette partie, nous allons décrire une microcellule, en utilisant les mêmes étapes du modèle 1, pour aboutir à une comparaison des différents indices de performance.

### 2.2.1 Description de RDPSG Modèle Handover :

Le modèle de RdPSG représenté dans la Figure 3.5 correspond à une microcellule dans laquelle on dispose dans le même réseau deux types de communication (voix et donnée), ce modèle est constitué de :

#### 1. Les places :

- *Source* : cette place représente la source des abonnés libres.

- *Abonne\_hand*: cette place représente les conditions pour un abonné demandant d'appel de type voix handover.
- *Abonne\_App* : cette place représente les conditions pour un abonné demandant d'appel de type voix.
- *App\_occup* : signifie que le canal est en train de servir un abonné demandant des appels de type voix.
- *Abonne\_Don* : cette place représente les conditions pour un abonné demandant une connexion internet ou dans le cas où l'abonné ne trouve aucun canal libre.
- *Don\_occup* : que le canal en train de servir un abonné demandant une connexion internet.
- *Canaux\_Lib* : cette place représente le nombre de canaux libres du système pour servir les abonnés hétérogènes.

## 2. Les transitions :

- *Arr\_hand* : représente l'arrivée d'un abonné demandant une communication de type voix (handover).
- *Deb\_serv\_hand* : correspond au début de service d'un abonné demandant une communication de type voix (handover).
- *Arr\_app* : représente l'arrivée d'un abonné demandant une communication de type voix.
- *Deb\_serv\_app* correspond au début de service d'un abonné demandant une communication de type voix.
- *Fin\_serv\_app* : est associé à la fin d'un service d'un abonné demandant une communication de type voix.
- *Liberer\_hand* : signifie que l'abonné demandant handover revient à l'état libre.
- *Liberer\_app* : signifie que l'abonné demandant l'appel revient à l'état libre.
- *Priorite\_hand*: gère la priorité entre donnée et handover.
- *Priorite\_app*: gère la priorité entre donnée et appel.
- *Arr\_don* : représente l'arrivée d'un abonné demandant une communication de type donnée.
- *Deb\_serv\_don* : correspond au début de service d'un abonné demandant une communication de type donnée.
- *Fin\_serv\_don* : est associé à la fin d'un service d'un abonné demandant une communication de type donnée.
- *Liberer\_don* : signifie que l'abonné demandant donnée revient à l'état libre.

Initialement tous les abonnés sont libres, tous les canaux sont disponibles.

Ainsi le marquage peut être exprimé comme suit :

$$M0 = \{M(\text{source}), M(\text{Abonne\_Hand}), M(\text{Abonne\_App}), M(\text{Abonne\_Don}), M(\text{App\_occup}), M(\text{Don\_occup}), M(\text{Canaux\_Lib})\}$$

$$M0 = \{R, 0, 0, 0, 0, 0, L\}.$$

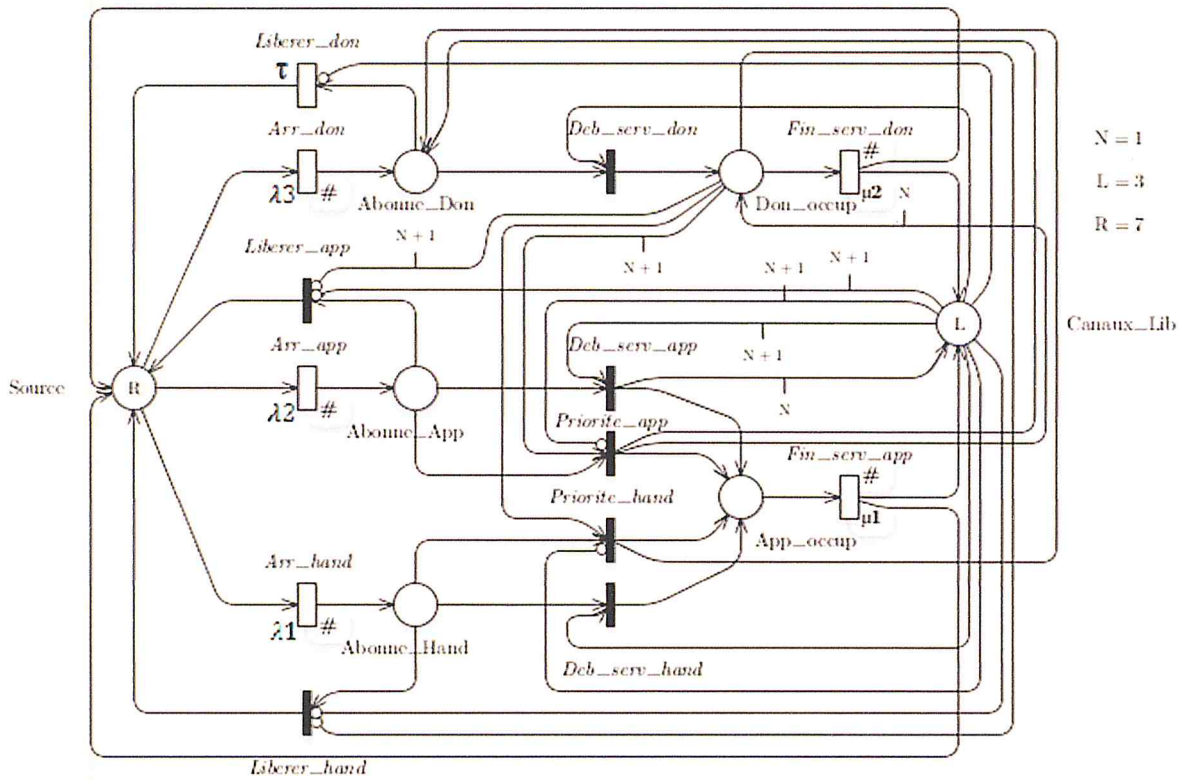


Figure 3:5 RDPSG modélisant le système du modèle handover.

L'arrivée d'un abonné Handover, abonné appel et abonné donnée est traduite dans le RdPSG par le franchissement de la transition *Arr\_hand*, *Arr\_app* et *Arr\_don* respectivement, dont le taux de franchissement est égal à  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$ ,

Le franchissement de «*Arr\_hand*, *Arr\_app* et *Arr\_don* » dépend du nombre de jetons dans la place *Source*, tous les abonnés dans cette dernière peuvent générer des appels, demander connexion internet.

Le franchissement de la transition *Deb\_serv\_app* obéit une condition nécessaire ; il faut le nombre de canaux libres supérieur strictement au nombre des canaux gardiens qui est désigné par N.

Il y a un nombre de canaux limité dédié au Handover (les canaux gardiens).L'abonné demandant une connexion internet peut prendre des canaux libres, puisque à n'importe quel moment nous pouvons les enlever et donner au Handover. Pour donner des canaux à l'appel il faut qu'il trouve la somme de jeton à la place *Don\_occup* plus les jetons qui se trouvent à la place *canaux\_Lib* supérieur strictement à N jetons.

Dés, l'arrivé d'un Handover et l'arrivé d'un appel à la place *Abonne\_hand* et *Abonne\_app* respectivement, qui signifie que l'abonné demande un service, si la place *canaux\_libres* contient au moins  $N+1$  jeton (pas le cas pour Handover), l'abonné sera servi immédiatement de la manière suivante :

- Un jeton sera déplacé par la transition *Deb\_serv\_hand* ou *Deb\_serv\_app* à la place *App\_occup*, auquel il y restera jusqu'à la transition *Fin\_serv\_app* sera franchissable.
- quand la transition *Fin\_serv\_app* est tirée, l'abonné qui était en communication retourne à l'état libre (un jeton sera déplacé à la place *Source*), un jeton sera déplacé à la place *Canaux\_Lib* pour servir d'autres abonnés.

Cependant, s'il n'y a aucun canaux libres, les scénarios suivants peuvent s'introduire :

1. pour l'abonné appel s'il trouve la somme de jeton à la place *Don\_occup* plus les jetons qui se trouvent à la place *canaux\_Lib* supérieur strictement à  $N$ , puisque les abonnés d'Appel sont supposés plus prioritaires que les abonnés de donnée, donc il va prendre un jeton de cette place par la transition *Priorite\_app*, qui sera franchissable s'il y a une demande d'appel et les jetons dans la place *Canaux\_Lib* est inférieur strictement à  $N$ , un abonné occupé de donnée (la place *Don\_occup*) sera sorti à la place *Abonne\_don* et libéré le canal occupé pour servir l'abonné appel. Et faire le même pour abonné Handover s'il trouve un jeton à la place *Don\_occup*, et si les canaux dédiés au Handover (Gardien chenal) sont consommés et la place canaux libres est vide
2. sinon, c'est-à-dire qu'il n'y a ni canaux libres, ni serveur occupé de donnée dans ce cas l'abonné revient à la place *Source* par la transition *Liberer\_app* (*Liberer\_hand*).

L'arrivée d'un abonné demandant une connexion internet est traduite dans notre réseau par le franchissement de la transition *Arr\_don*, dont le taux de franchissement est égal à  $\lambda_3$ .

Si l'abonné trouve au moins un canal libre l'abonné sera servi immédiatement de la manière suivante :

- Un jeton sera déplacé par la transition *Deb\_serv\_don* (qui représente l'établissement de la communication) à la place *donn\_occup*, auquel il y restera jusqu'à la transition *Fin\_serv\_don* sera franchissable.
- quand la transition *Fin\_serv\_don* est tirée, l'abonné qui était en communication retourne à l'état libre (à la place *Source*), un jeton sera déplacé à la place *Canaux\_Lib*.

Sinon, l'abonné reste un taux est égal à  $\tau$  attend une libération d'un canal pour servir l'abonné ; si aucun canal libre pendant  $\tau$  l'abonné est abandonné (libérer à la place *Source* par la transition *Liberer\_don*).

### 2.2.2 Analyse de RdPSG :

Le modèle de RdPSG proposé est ergodique car il est borné (ensemble de marquages accessibles fini), et il admet l'état initial comme état d'accueil.

En prenant différentes valeurs de la Source R, ainsi que différentes valeurs du nombre de canaux, Et différentes valeurs du nombre de canaux gardian(N) on remarque que les GMA générés ainsi que les CMTC réduites correspondante sont de la même structure, et ils évoluent de la même façon, ce qui nous permet de donner la forme générale de la CMTC réduite dans la figure 3.7, avec un exemple illustré dans la figure 3.6.

Quelque soit la valeur de R et L, le nombre d'abonnés ainsi que le nombre de canaux sont conservés. Ils sont donnés par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \text{Nombre de canaux libres} = L - (M(\text{Don\_occup}) + M(\text{App\_occup})). \\ \text{Abonnés libres} = R - (M(\text{App\_occup}) + M(\text{Abonne\_don}) + M(\text{Don\_occup})). \end{cases} \quad (1)$$

D'autre part, on remarque que l'état du système à l'état stationnaire peut être décrit en définissant trois variables (i, j, k) où :

- i: représente le nombre d'abonne en attente d'un canal libre (dans la place *Abonne\_Don*),
- j: représente le nombre d'abonnés en communication (type voix) dans la place *App\_occup*,
- k: représente le nombre d'abonnés en communication (type donnée) dans la place *Don\_occup*.

Par ailleurs, en appliquant le système d'équations (1), nous déduisons le marquage dans chaque place, étant donné par:

$$\begin{cases} M(\text{Canaux}_{Lib}) = L - j - k \\ M(\text{Abonne}_{Lib}) = R - (i + k + j) \end{cases} \quad (2)$$

En appliquant le système d'équation(2), on peut déduire que :

$$\begin{cases} 0 \leq i \leq R \\ 0 \leq j \leq R \\ 0 \leq k \leq R - L \end{cases} \quad (3)$$

La CMTC obtenue après cette analyse est représentée dans la figure ci-dessous.

Exemple :(7, 0, 0, 0, 0, 0, 3) N=2

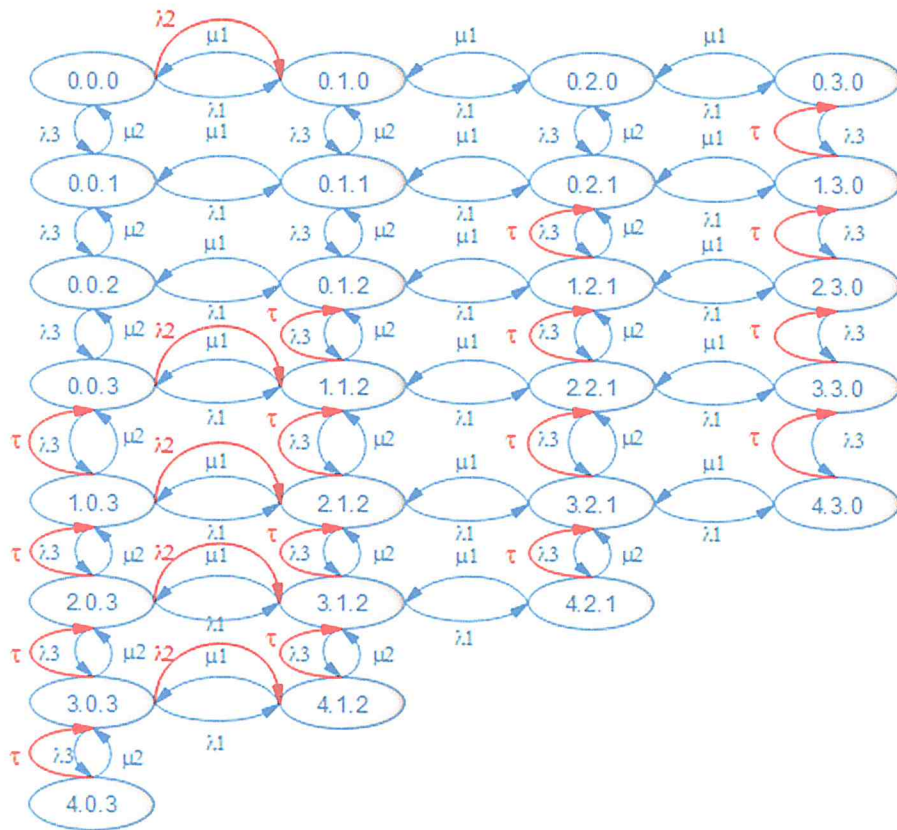


Figure 3:6 La CMTC correspondante au RdPSG du modèle handover.

En enlevant les marquages évanescents dans le graphe, la CMTC est réduite et est représentée par la CMTC dans le cas général.



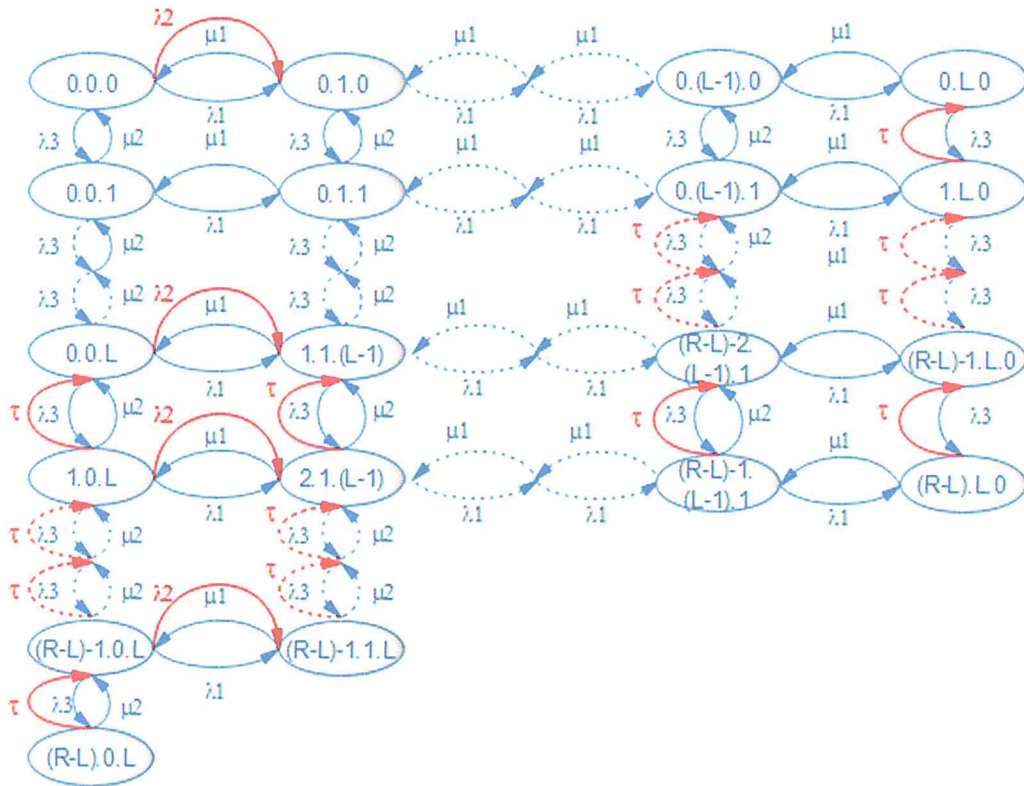


Figure 3:7 Graphe des marquages accessible du Modèle handover.

### 2.2.3 Formule générale du nombre d'états de la CMTC :

Après l'analyse de la CMTC présenté dans la Figure 3.7, nous avons déduit que le nombre des états de la CMTC qui correspond au nombre de marquage tangibles, En fonction de R (nombre d'abonné) et L (nombre de canaux libre), nous pouvons déterminer que le nombre des états de la CMTC qui correspond au nombre de marquage tangibles par la formule suivante :

$$N_{nbr-état} = \sum_{i=1}^{R+1} i - \sum_{j=1}^{R-L} j$$

### 2.2.4 Algorithme de construction de générateur infinitésimal :

Le générateur infinitésimal est construit de la manière suivante:

$$Q[(i, j, k), (x, y, z)] = \begin{cases} q[(i, j, k), (x, y, z)] & \text{si } (i, j, k) \neq (x, y, z); \\ -\sum_{(i,j;k) \neq (x,y;z;w)} q[(i, j, k), (x, y, z)] & \text{sinon} \end{cases}$$

Les taux  $q [(i, j, k), (x, y, z)]$  représentent les taux de transition entre l'état  $(i, j, k)$  et l'état  $(x, y, z)$ . Après l'analyse de notre CMTC nous obtenons les transitions suivantes:

Description	Etat sortant	Taux de transition	Etat entrant
$i=0 ;$ $0 \leq j \leq L-k ;$ $0 \leq k \leq L-j$	$(i, j, k)$	$\lambda_1$	$(i, j+1, k)$
$i=0 ;$ $0 \leq j \leq L-k ;$ $0 \leq k \leq L-j$	$(i, j-1, k)$	$\mu_1$	$(i, j, k)$
$i=0 ;$ $0 \leq j \leq L-k ;$ $0 \leq k \leq L-j$	$(i, j, k)$	$\lambda_3$	$(i, j, k+1)$
$i=0 ;$ $0 \leq j \leq L-k ;$ $0 \leq k \leq L-j$	$(i, j, k-1)$	$\mu_2$	$(i, j, k)$
$i=0 ;$ $0 \leq j \leq L-N ;$ $0 \leq k \leq L-j$	$(i, j, k)$	$\lambda_2$	$(i, j+1, k)$
$0 \leq i \leq R-L ;$ $0 \leq j \leq L-k ;$ $0 \leq k \leq L-j$	$(i, j, k)$	$\lambda_1$	$(i+1, j+1, k-1)$
$0 \leq i \leq R-L ;$ $0 \leq j \leq L-k ;$ $0 \leq k \leq L-j$	$(i-1, j-1, k+1)$	$\mu_1$	$(i, j, k)$
$0 \leq i \leq R-L ;$ $0 \leq j \leq L-k ;$ $0 \leq k \leq L-j$	$(i, j, k)$	$\lambda_3$	$(i+1, j, k)$
$0 \leq i \leq R-L ;$ $0 \leq j \leq L-k ;$ $0 \leq k \leq L-j$	$(i-1, j, k)$	$\mu_2, \tau$	$(i, j, k)$

$0 \leq i \leq R-L;$ $0 \leq j \leq L-N;$ $0 \leq k \leq L$	(i, j, k)	$\lambda_2$	(i+1, j+1, k-1)
---	-----------	-------------	-----------------

Tableau 2 Représentation des taux de transitions entre les états du Modèle Handover.

Ces transitions permettent de construire l'algorithme donné dans le figure ci-dessus pour calculer les valeurs des différents éléments du générateur infinitésimal Q.

```

debut
  i=0;
  pour j=0 a L-k
    pour k=0 a L-j
      GI[(i, j, k), (i, j+1, k)] = y1*(R-(i+j+k)) ;
      GI[(i, j-1, k), (i, j, k)] = mu1*j ;
      GI[(i, j, k), (i, j, k+1)] = y3*(R-(i+j+k)) ;
      GI[(i, j, k-1), (i, j, k)] = mu2*k;
    FinPour;
  FinPour;
  i=0;
  pour j=0 a L-N
    pour k=0 a L-j
      GI[(i, j, k), (i, j+1, k)] = y2*(R-(i+j+k)) ;
    FinPour;
  FinPour;

```

```

pour i=0 a R-L
  pour j=0 a L-k
    pour k=0 a L-j
      GI[(i, j, k), (i+1, j+1, k-1)] = y1*(R-(i+j+k)) ;
      GI[(i-1, j-1, k+1), (i, j, k)] = μ1*j ;
      GI[(i, j, k), (i+1, j, k)] = y3*(R-(i+j+k)) ;
      GI[(i-1, j, k), (i, j, k)] = (μ2*j)+(r*i) ;
    FinPour;
  FinPour;
FinPour;

pour i=0 a R-L
  pour j=0 a L-N
    pour k=0 a L
      GI[(i, j, k), (i+1, j+1, k-1)] = y2*(R-(i+j+k)) ;
    FinPour;
  FinPour;
FinPour;

```

Figure 3:8 Algorithme d'obtention du générateur infinitésimal pour le modèle handover

## 2.2.5 Indices de performance :

- Nombre moyen d'abonnés libres :  
Il correspond au nombre moyen de jetons dans la place *Source*,

$$\begin{aligned}
 N_{\text{abonne\_lib}} &= \sum_{i: M_i \in A} M_i(\text{Source}) \cdot \pi_i \\
 &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^L \sum_{k=0}^L (R - i - j - k) \cdot \pi_{i,j,k}
 \end{aligned}$$

- Nombre moyen d'abonnés en attente d'une connexion internet :  
Il correspond au nombre moyen de jetons dans la place *Abonne\_Don*,

$$\begin{aligned}
 N_{\text{att\_don}} &= \sum_{i: M_i \in A} M_i(\text{Abonne_Done}) \cdot \pi_i \\
 &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^L \sum_{k=0}^L i \cdot \pi_{i,j,k}
 \end{aligned}$$

- Nombre moyen des canaux occupés par des appels téléphonique:  
Il correspond au nombre moyen de jetons dans la place *App\_occup*,

$$\begin{aligned} N_{\text{occp\_app}} &= \sum_{i: M_i \in A} M_i(\text{App\_occup}) \cdot \pi_i \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^L \sum_{k=0}^L j \cdot \pi_{i,j,k} \end{aligned}$$

- Nombre moyen des canaux occupés par une connexion internet:  
Il correspond au nombre moyen de jetons dans la place *Don\_occup*,

$$\begin{aligned} N_{\text{occp\_don}} &= \sum_{i: M_i \in A} M_i(\text{Don\_occup}) \cdot \pi_i \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^L \sum_{k=0}^L k \cdot \pi_{i,j,k} \end{aligned}$$

- Nombre moyen des canaux occupés (le nombre moyen d'abonné occupés dans le système) :

$$\begin{aligned} N_{\text{occp}} &= N_{\text{occp\_don}} + N_{\text{occp\_app}} \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^L \sum_{k=0}^L (j + k) \cdot \pi_{i,j,k} \end{aligned}$$

- Nombre moyen des Canaux libres:  
Il correspond au nombre moyen de jetons dans la place *Canaux\_Lib*,

$$\begin{aligned} N_{\text{can\_lib}} &= \sum_{i: M_i \in A} M_i(\text{Canaux\_Lib}) \cdot \pi_i \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^L \sum_{k=0}^L (L - j - k) \cdot \pi_{i,j,k} \end{aligned}$$

- La fréquence d'arrivée d'appel de type voix Handover (taux moyen de génération de Handover) :  
Il correspond au débit de la transition *Arr\_hand* :

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_1 &= \sum_{i: M_i \in A} \lambda_1 \cdot M_i(\text{Source}) \cdot \pi_i \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^L \sum_{k=0}^L \lambda_1 \cdot (R - i - j - k) \cdot \pi_{i,j,k} \\ &= \lambda_1 \cdot N_{\text{abonne\_lib}} \end{aligned}$$

- La fréquence d'arrivée d'appel de type voix (taux moyen de génération d'appel primaires) :  
Il correspond au débit de la transition *Arr\_app* :

$$\begin{aligned}
\bar{\lambda}_2 &= \sum_{i: M_i \in A} \lambda_2 \cdot M_i(\text{Source}) \cdot \pi_i \\
&= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^L \sum_{k=0}^L \lambda_2 \cdot (R - i - j - k) \cdot \pi_{i,j,k} \\
&= \lambda_2 \cdot N_{\text{abonne\_lib}}
\end{aligned}$$

- La fréquence d'arrivée d'appel de type donnée (taux moyen de génération de donnée primaires) :  
Il correspond au débit de la transition *Arr\_don*:

$$\begin{aligned}
\bar{\lambda}_3 &= \sum_{i: M_i \in A} \lambda_3 \cdot M_i(\text{Source}) \cdot \pi_i \\
&= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^L \sum_{k=0}^L \lambda_3 \cdot (R - i - j - k) \cdot \pi_{i,j,k} \\
&= \lambda_3 \cdot N_{\text{abonne\_lib}}
\end{aligned}$$

- La fréquence de service d'appel :

Elle correspond au débit de la transition *Fin\_serv\_app* :

$$\begin{aligned}
\bar{\mu}_1 &= \sum_{i: M_i \in A} \mu_1 \cdot M_i(\text{App\_occup}) \cdot \pi_i \\
&= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^L \sum_{k=0}^L \mu_1 \cdot j \cdot \pi_{i,j,k} \\
&= \mu_1 \cdot N_{\text{occip\_app}}
\end{aligned}$$

- La fréquence de service de donnée :

Elle correspond au débit de la transition *Fin\_serv\_don* :

$$\begin{aligned}
\bar{\mu}_2 &= \sum_{i: M_i \in A} \mu_2 \cdot M_i(\text{Don\_occup}) \cdot \pi_i \\
&= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^L \sum_{k=0}^L \mu_2 \cdot k \cdot \pi_{i,j,k} \\
&= \mu_2 \cdot N_{\text{occip\_don}}
\end{aligned}$$

- La fréquence totale d'arrive :

$$\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2 + \bar{\lambda}_3$$

- La fréquence totale de service :

$$\bar{\mu} = \bar{\mu}_1 + \bar{\mu}_2$$

- La fréquence de Libérer donnée :

Elle correspond au débit de la transition *Liberer\_don*:

$$\begin{aligned}\bar{\tau} &= \sum_{i: M_i \in A} \tau \cdot M_i(\text{Abonne\_Don}) \cdot \pi_i \\ &= \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^{R-L} \sum_{k=0}^L \tau \cdot i \cdot \pi_{i,j,k}, \\ &= \tau \cdot N_{\text{att\_don}}\end{aligned}$$

- La probabilité de blocage d'un abonne Handover :

$$P_{b\_hand} = \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^L \sum_{k=0}^L \pi_{i,L,k},$$

- La probabilité de blocage d'un abonne d'appel :

$$P_{b\_app} = \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^L \sum_{k=0}^L \pi_{i,j,k}, \text{ si } (j + (L - k)) \leq N$$

- La probabilité de blocage d'un abonne donnée:

$$P_{b\_don} = \sum_{i=0}^{R-L} \sum_{j=0}^L \sum_{k=0}^L \pi_{i,j,L-k}$$

### 3 Mise en œuvre, Tests, et Résultats :

Nous nous intéressons dans cette section, à l'implémentation d'une application qui se charge de calculer les paramètres de performances d'un réseau micro-cellulaire en combinant les deux modèles dont la conception a été présentée dans les sections précédentes.

### 3.1 Présentation de l'application :

L'interface de notre application a été réalisée sous le système Windows, en utilisant l'outil java sur l'IDE Netbeans ; Ce dernier offre les outils et fonctionnalités utiles au développement d'un environnement interactif.

La fenêtre principale de cette application donne la main à l'utilisateur pour saisir les paramètres en entrée du système à analyser, comme la montre la figure 3.9 ci-dessous.

### 3.2 Fenêtre d'accueil :

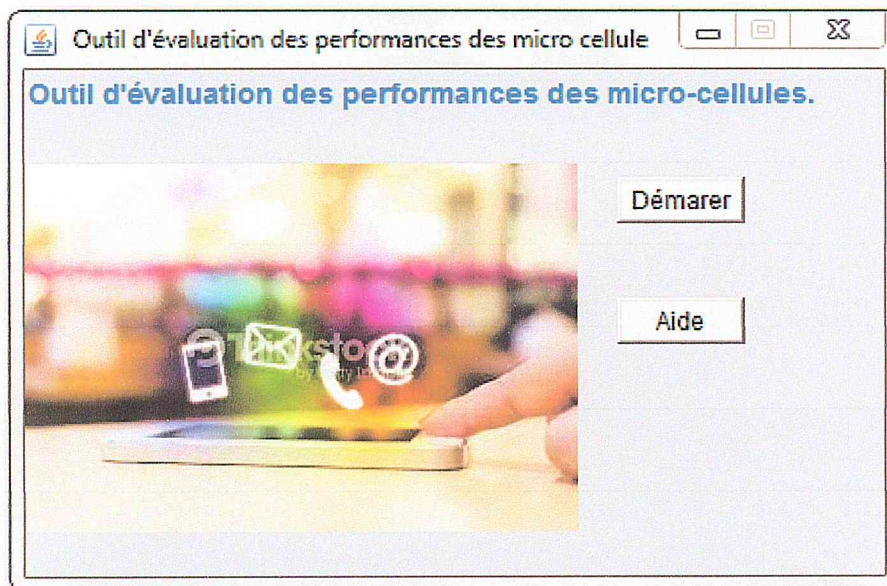


Figure 3:9 Fenêtre d'accueil de l'application.

Lors du lancement d'application, une fenêtre d'accueil s'ouvre qui permet la manipulation du logiciel, la fenêtre de la figure 3.9 contient deux boutons « Aide et Démarrer ».

Bouton aide conduit à une autre fenêtre qui contient aussi deux boutons « aide et précédent », aide permet à l'utilisateur de se familiariser avec l'application, en expliquant comment l'application marche avec les différentes étapes à suivre pour une bonne utilisation du logiciel, donc c'est un guide d'utilisation de l'application.

En cliquant sur ce dernier (aide) la fenêtre de la figure 3.10 s'affiche.



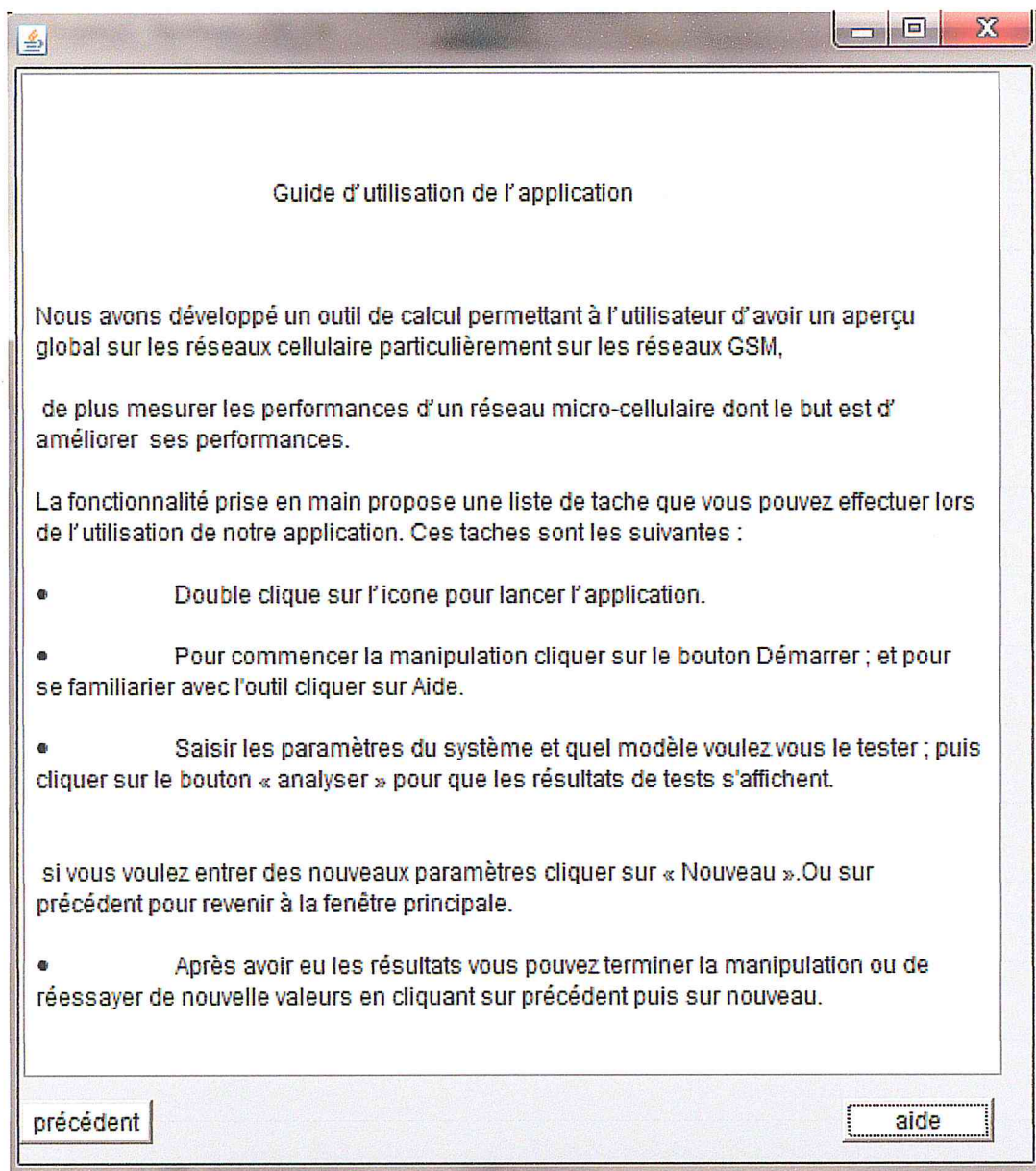


Figure 3:10 Fenêtre aide.

### 3.3 Fenêtre de saisie des paramètres et résultats du calcul :

La fenêtre montrée dans la figure 3.11 permet à l'utilisateur d'introduire les paramètres du réseau pour calculer les indices de performances.

Nombre d'abonnés:

Nombre de canaux:

Analyser

Nouveau

Précédent

Modèle 01

Modèle 02 Handover

**taux**

Inter-arrivée appel

Fin service appel

Attente appel

Inter-arrivée donnée

Fin service donnée

Attente donnée

Inter-arrivée hand

canaux gardien

Nombre d'abonné libre	<input type="text"/>	La fréquence d'arrivée d'ap...	<input type="text"/>
Nombre d'abonnés en attente d'appel	<input type="text"/>	La fréquence d'arrivée de donnée	<input type="text"/>
Nombre d'abonné en attente de donnée	<input type="text"/>	La fréquence de service d'appel	<input type="text"/>
Nombre canaux occupés par appel	<input type="text"/>	La fréquence d'arrivée de service donnée	<input type="text"/>
Nombre de canaux occupés par donnée	<input type="text"/>	La fréquence de libérer appel	<input type="text"/>
Nombre des canaux occupés	<input type="text"/>	La fréquence de libérer donnée	<input type="text"/>
nombre moyen des canaux libres	<input type="text"/>	Le blocage d'un abonné appel	<input type="text"/>
Nombre moyen de canaux occupés total	<input type="text"/>	Le blocage d'un abonné donné	<input type="text"/>
La fréquence d'arrivé Hand	<input type="text"/>	Le bloage Hand	<input type="text"/>

Figure 3:11 Fenêtre de saisie de paramètres du réseau.

Ainsi que les résultats de calcul selon les paramètres introduits par l'utilisateur s'affichent.

L'utilisateur pourrait recommencer l'évaluation en cliquant sur « Précédent » puis sur « Nouveau » qui revient à la fenêtre de saisie des paramètres pour saisir de nouvelles valeurs, ou bien quitter l'application en cliquant sur le bouton « Terminer ».

### 3.4 Etude expérimentale :

Afin de nous assurer des résultats obtenus par notre application, et par conséquent, valider notre approche, Cette étude nous permet d'établir l'effet de la variation des paramètres sur notre système.

Nous présentons dans ce qui suit, une série d'expérimentations qui vise à étudier le comportement de système. Les paramètres utilisés en entrée dans les modèles analysés sont résumés dans le tableau :

	R	L	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\tau_1$	$\tau_2$
Figure 3.12 et Figure 3.13	35	variable	1/40s	1/50s	1/70s	1/90s	1/50s	1/160s

Tableau 3 Paramètres en entrée du programme. [14] [31]

Dans la figure 3.12, nous illustrons l'effet que génère la variation de nombre de canaux libres sur la fréquence de libérer voix et donnée.

Comme nous pouvons constater que la fréquence de libérer voix se croit légèrement jusqu'à que canaux libres atteint 4 le graphe décroît jusqu'à qu'il atteint 0. Pour la fréquence de libérer donnée se décroît légèrement (de 0.18 à 0.15), ce qui reflète la priorité que nous avons donné à la voix par rapport au donnée.

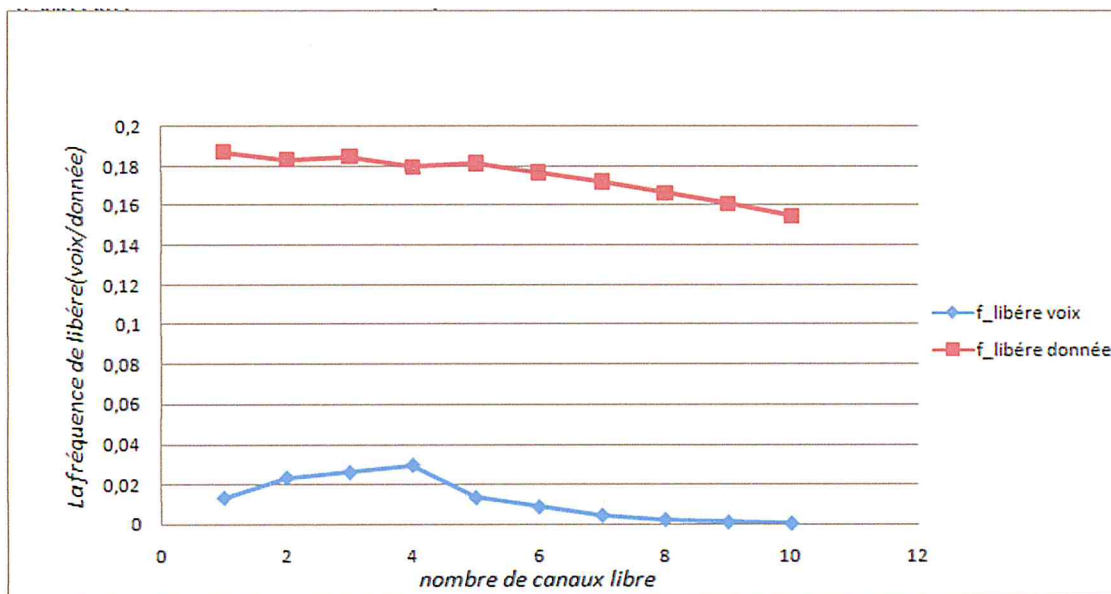


Figure 3:12 Influence de canaux libres sur la fréquence de libérer (voix, donnée).

Le graphe de la figure 3.13 met en évidence l'influence de nombre de canaux libres sur la probabilité de blocage voix et donnée.

En effet, la probabilité de blocage voix se décroît avec l'augmentation du nombre de canaux libres.

Par contre la probabilité de blocage de donnée reste entre 0.9999 et 1, puisque la présence d'appel de type voix c-à-dire la préemption de service de donnée.

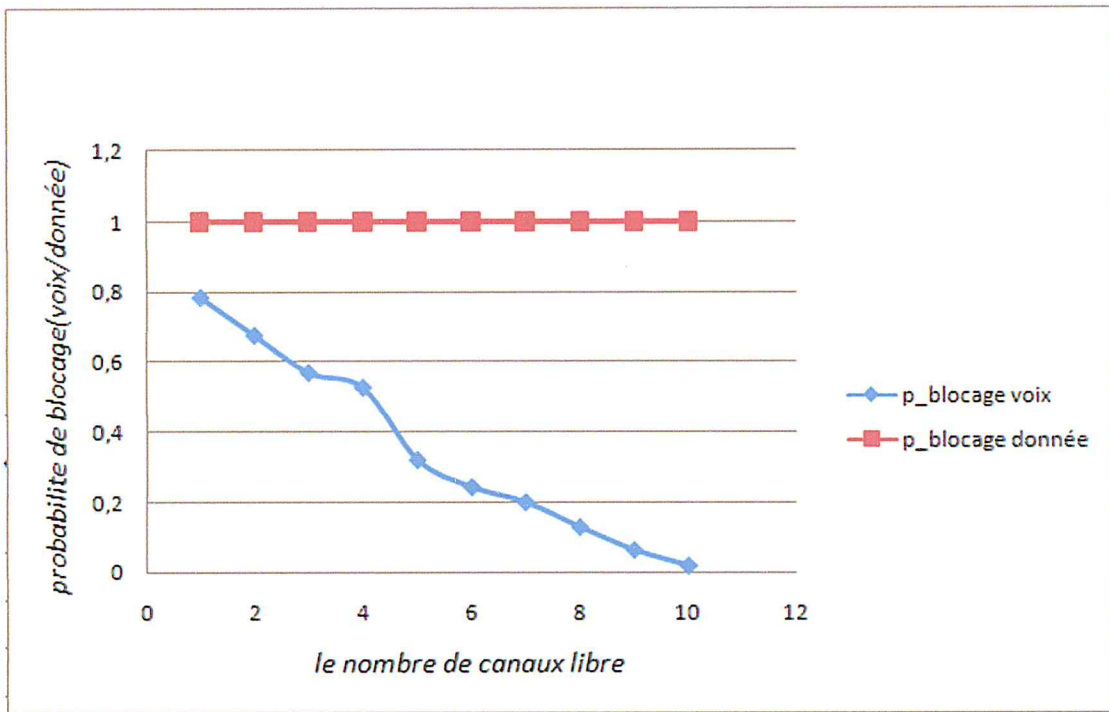


Figure 3:13 Influence de nombre de canaux libres sur la probabilité de blocage (voix, donnée).

Pour le modèle Handover, nous avons effectué ces tests :

	R	L	N	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\tau_1$
Figure3.12 et Figure3.13	35	9	variable	1/60s	1/40s	1/50s	1/70s	1/90s	1/160s

Tableau 4 Paramètres en entrée du programme. [31] [32]

La fréquence de libérer donnée augmente puisque canaux gardiens est 0, mais quand les canaux gardiens augmentent la fréquence de libérer donnée diminue, et quand le nombre de canaux gardiens devient grand (donc le nombre de canaux libres se diminue), par conséquent l'appel ordinaire prend de canal occupés de donnée car plus prioritaires que donnée.

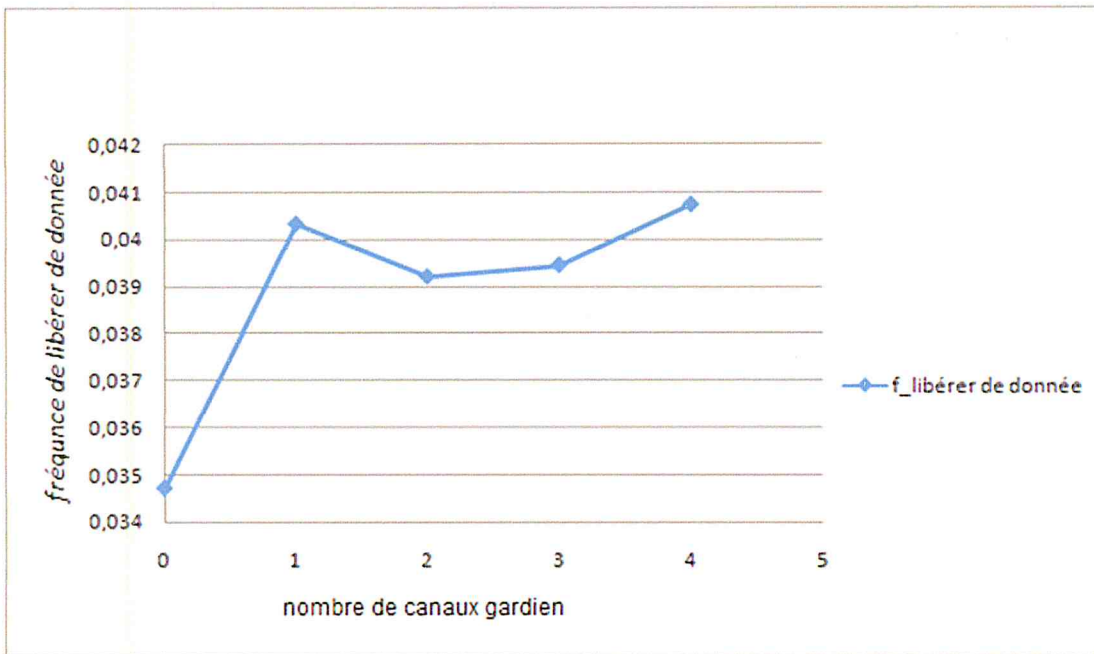


Figure 3:14 Influence de nombre de canaux gardian sur la fréquence de libérer de donnée.

Le graphe de la figure 3.15 représente la probabilité de blocage Handover qui est en augmentation si le nombre de canaux gardiens est zéro, mais lorsque le nombre de canaux gardiens s'augmentent le blocage est diminué presque il atteint le zéro.

Par contre la probabilité de blocage ordinaire augmente quand le nombre de canaux gardiens augmentent, lorsque le nombre de canaux gardiens augmentent le nombre de canaux libres que l'appel ordinaire peut les accéder se diminuent.

Pour la donnée le blocage est grand par rapport l'appel ordinaire et Handover, au début le blocage de donnée augmente, et après l'augmentation de nombre de canaux gardiens il diminue un petit peu, car la donnée prend de canaux gardiens mais sous certaine condition l'appel ordinaire et Handover peuvent prendre des canaux occupés de donnée, ce qui exprime la probabilité de blocage qui est grand par rapport l'appel ordinaire et Handover.

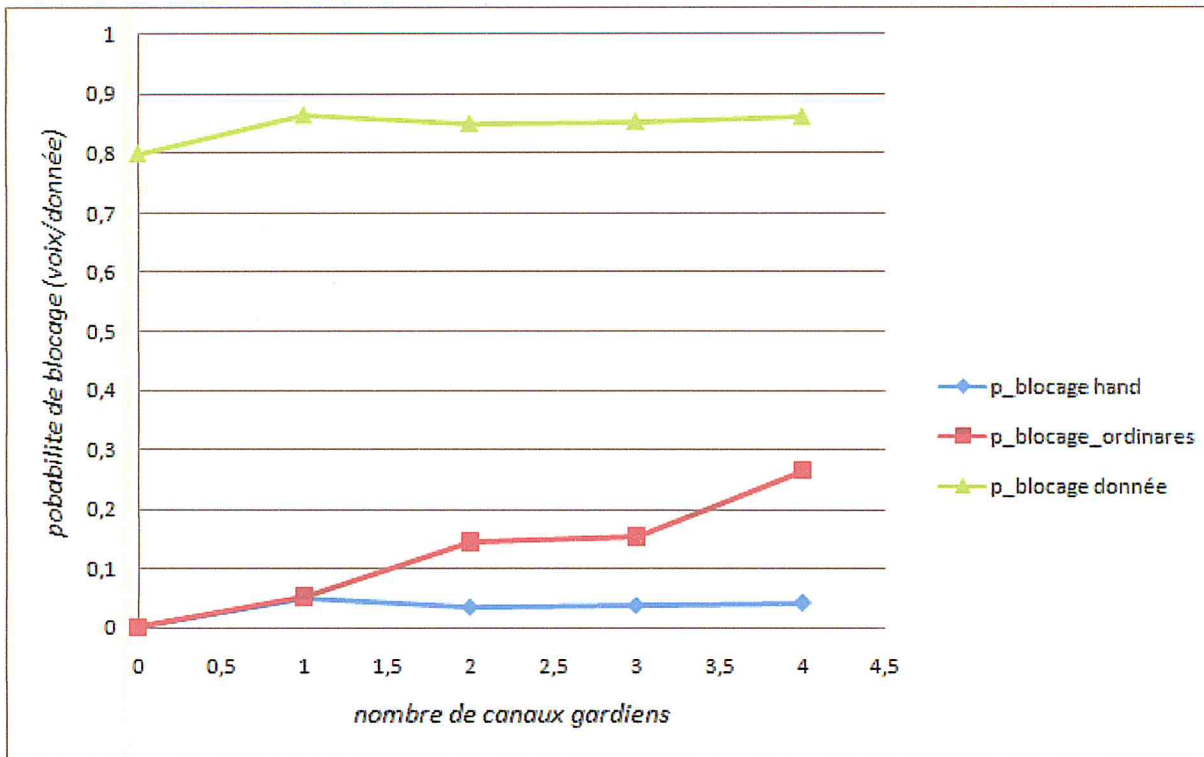


Figure 3:15 Influence le nombre de canaux gardian sur la probabilité de blocage voix et donnée.

## Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté une nouvelle approche algorithmique permettant l'évaluation des performances des réseaux micro-cellulaires incluant un flux hétérogène, de source finie d'abonnés.

La particularité de cette approche réside dans l'automatisation de la construction du générateur infinitésimal sans avoir à générer ni le graphe des marquages accessibles, ni la chaîne de Markov à temps continu à partir du RdPSG correspondant, et grâce à ce formalisme qui permet une analyse de propriétés qualitatives et quantitatives du système modélisé. Ainsi, un autre avantage de l'approche proposée dans ce mémoire est la possibilité d'exprimer les différents indices de performance en fonction des éléments de base du réseau de Petri stochastique, et des probabilités stationnaires.

Nous avons entamé les deux modèles, représentés leurs générateurs infinitésimaux ainsi que les CMTCs correspondantes, par la suite nous avons introduit les différents indices de performances, et nous avons conclu avec les tests.

## Conclusion Générale :

Le nombre d'abonnés ne cesse de s'accroître ce qui nécessite une solution permettant d'éviter la saturation des réseaux et d'augmenter leurs capacités. Pour cela les réseaux micro-cellulaires sont mis en œuvre, et aussi afin de répondre aux besoins des abonnés et garantir le plus possible l'offre d'une bonne qualité de service.

Afin de pouvoir augmenter le nombre de communications simultanées, or l'utilisation de microcellules conduit les clients mobiles à franchir un nombre plus grand de ces dernières durant une communication et augmente ainsi le nombre de transferts intercellulaires (handover).

Etant donné qu'il est plus défavorable, d'un point de vue client, d'avoir une coupure dans une communication, que de ne pas pouvoir en établir une, il est indispensable de donner plus de priorité aux appels handover par rapport aux nouveaux appels. L'utilisation de canaux gardiens (Guard Channels) est la technique la plus utilisée en pratique pour garantir cette priorité.

Nous adoptons une politique de priorité préemptive qui consiste à permettre à toutes les demandes de communications de type données d'accéder à tous les canaux disponibles, mais en cas d'indisponibilité d'un canal lors de l'arrivée d'une communication de type voix (plus prioritaire car doit se faire immédiatement), cette dernière a le droit d'interrompre le service d'une communication type donnée.

En outre, la présence dans le même réseau de deux types de communication, à savoir les communications de type voix et celles de type données, ayant chacun des exigences différentes en terme de qualité de service : la voix tolère un certain niveau de perte de paquets mais doit être transmise en temps réel, par contre la donnée peut tolérer un certain délai dans la transmission mais aucune perte de paquets n'est tolérée, donc ajoute de nouveaux défis à l'analyse de tels systèmes la rendant ainsi plus compliquée.

Nous considérons un modèle de contrôle d'admission dans un tel réseau, où nous adoptons une politique de priorité préemptive.

Ce travail de recherche s'inscrit dans le cadre de l'évaluation des performances d'un modèle de contrôle d'admission dans les réseaux cellulaires à flux hétérogène, où nous adoptons une politique de priorité préemptive. À l'aide des réseaux de Petri Stochastiques Généralisés, nous avons conçu et mis en œuvre une approche algorithmique pour la modélisation et l'évaluation des performances de ces systèmes.

D'après les modèles proposés dans ce projet et les résultats obtenus, nous pouvons constater que la priorité que nous avons donnée aux appels que la donnée diminue le blocage des appels.

Pour le deuxième modèle les canaux gardiens une solution pour assurer la continuation des appels Handovers.

Comme perspective à ce travail, visant à l'enrichir et l'améliorer, de nouvelles voies de recherche peuvent être envisagées ; comme la prise en compte de la non fiabilité des serveurs, qui est plus proche des systèmes réels où les serveurs sont sujets à des pannes et des réparations aléatoires, ou par exemple l'intégration de la vidéo.

## Bibliographie :

- [1] : Ahmed Khaouja. Les fréquences : De la première expérience de transmission radio en 1896 jusqu'à nos jours, 2016.
- [2] : Frédéric Makowski, Bande passante – bandwidth, July 2015.
- [3] : Astel SPRL, Le concept de réseau cellulaire, 23 Décembre 2017.
- [4] : Metrouh Abdellah and Seba Nadhir, Étude de dimensionnement et planification d'un réseau d'accès HSUPA -3G++, 2015.
- [5]: Benchaiba Mahfoud. Cours sur les réseaux mobiles, cours réseaux cellulaires. Réseaux et Systèmes distribués, 2016.
- [6] : Kesir Yassine, Étude de Dimensionnement et Simulation d'un réseau UMTS, 2012.
- [7] : Abdoulaye TALL, Etude détaillée de l'architecture d'un réseau 3G dans le cadre d'une migration depuis un réseau GSM: Cas de TELECEL Faso, 2012.
- [8]: Philippe Godlewski, Philippe Martins and Marceau Coupechoux, Concepts Cellulaires et Paramètres Radio, 2008.
- [9]: Sreenath Ramanath Cell Design and Resource Allocation for Small Cell Networks, 2011.
- [10] : Wikipédia. Small cell, 12 juin 2018.
- [11]: Azfar Aslam and Alistair Urie, Answers to the top 5 questions on metro cell deployment, septembre 2012.
- [12] : Sébastien Loustau, Cours Applications aux files d'attente, Cours Chaînes de Markov et Processus markoviens de sauts, 2009.
- [13] Lipschutz, S. Probabilités. Cours et problèmes. Mac Graw Hill, 1973.
- [14]: Charabi, L. Proposition d'une Approche Numérique pour l'Evaluation des Performances des Systèmes avec Rappel et Serveurs Hétérogènes, 2011.
- [15] : Fareh. Cours Gestion de l'incertain, cours variable aléatoire, 2018.
- [16] : Khorchi Nassim and Zahario Youcef, Un outil d'analyse pour les chaînes de Markov à temps discret, 2016.
- [17] : Amtout Djedjiga, Malek Saliha Application des modèles avec vacance de travail pour la conservation d'énergie des réseaux de capteurs sans fil, 2017.
- [18] : Yanis Korilis, Christian St-Jean, Dave DeBarr, Bob Carpenter, Jennifer Chu-Carroll and plusieurs autres .Processus stochastique, 2018.



- [19]: Marsan, M. A., Balbo, G., Conte, G., Donatelli, S., and Franceschinis, G. Modelling with Generalized Stochastic Petri Nets . John Wiley and Sons, 1995.
- [20]: Hamza, M. Sensibilité de mesures transitoires des chaînes de Markov raides: algorithmes de calcul, 2001.
- [21] : Gharbi, N. Évaluation des performances et de la fiabilité des systèmes multi-classes avec rappel à l'aide des réseaux de Petri stochastiques colorés, 2007.
- [22] : Nawal Arrar Khadija. Problèmes de convergence, optimisation d'algorithmes et analyse stochastique de systèmes de files d'attente avec rappel, 2012.
- [23] : F. Schnitzler, L. Wehenkel. Introduction aux processus stochastiques, support de cours rappel de probabilités, Université de Liège, Février 2010.
- [24] : Etienne Renault, Cours Réseaux de Petri, Cours Petri Nets, Avril 2015.
- [25] : Boufenneche, Y. Influence des messages répétés et des vacances sur les performances et la consommation d'énergie dans les réseaux de capteurs sans fil, 2014.
- [26] : Vânio Murilo SAvi, Conception préliminaire des systèmes de production à l'aide des réseaux de Petri, 2012.
- [27] : Khansa, W. Réseaux de Petri P-temporels : contribution à l'étude des systèmes à événements discrets, 1997.
- [28] : Ladet, P. Réseaux de Petri. Techniques de l'ingénieur, traité Informatique industrielle, 1989.
- [29] : Diaz, M, Les réseaux de Petri - Modèles fondamentaux. Hermès Sciences Publications, Paris, 2001.
- [30] : M. Ajmone Marsan, and G. Balbo, G. Conte, "A Class of Generalized Stochastic Petri Nets for the Performance Analysis of Multiprocessor Systems", ACM Transactions on Computer Systems, Vol. 2, n. 1, May 1984, pp. 93-122.
- [31]: Leila Charabi, Nawel Gharbi, Jalel Ben-Othman, and Lynda Mokdad, Call Admission Control in Small Cell Networks with Retrials and Guard Channels, 2016.
- [32]: Nawel Gharbi, Using GSPNs for Performance Analysis of a New Admission Control Strategy with Retrials and Guard Channels, 2016.

