

République Algérienne Démocratique Et Populaire
Ministère De L'enseignement Supérieur Et De La Recherche
Scientifique
Faculté Des Sciences De L'ingénieur
Université De Blida
Département D'Aéronautique



MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

En Vue De L'obtention Du Diplôme D'ingénieur D'état En Aéronautique

Option : Propulsion

THEME

CONTRIBUTION NUMERIQUE PAR UN
MODELE RECENT DE SOURCE DE
CHALEUR A LA SIMULATION
THERMIQUE DU SOUDAGE T.I.G

Fait par :

- CHAALAL HAYAT
- BESSAAD SAFY

Promoteur :

M^r AISSANI MOULOU

Promotion 2004 - 2005



Remerciement

Nous remercions tout d'abord **DIEU** le tout puissant,
de nous avoir donné le courage et la patience afin
de mener à bien notre projet de fin d'étude.

Nous tenons à exprimer notre profonde reconnaissance et
notre affectueux remerciement à notre illustre promoteur,
MAISSANI MOULOUD, qui a bien voulu diriger ce travail
avec beaucoup de soin et de conscience professionnelle.

Ce travail s'est effectué au niveau du Centre
de recherche scientifique et technique
de Soudage et Contrôle (C.S.C)
de Chéraga, dans le laboratoire
de métallurgie.

Nous tenons à remercier toute l'équipe du C.S.C.,
ainsi que tout le personnel.

Nous tenons à remercier chaleureusement tous
les enseignants du D.A.B, pour le riche
savoir qu'ils nous ont transmis.



Résumé

Le but de ce travail est de procéder à une simulation numérique pour la détermination du champ de température lors du soudage de deux plaques minces rectangulaires, par le procédé de soudage T.I.G, en utilisant la méthode des éléments finis.

Les résultats numériques obtenus, après exécution du programme informatique et le traçage des isothermes, représentent la distribution de la température dans la plaque au cours du temps. Ces résultats seront comparés à des résultats expérimentaux afin de les valider ou non.

Ce travail permettra aussi de délimiter les différentes zones concernées, à savoir les dimensions de la zone fondue (ZF) et de la zone affectée thermiquement (ZAT).

Summary

The aim of this work is to proceed at a numerical simulation for determination of a temperature field through the welding procedure of T.I.G technique for two thin rectangular plates and by using the finite elements method.

The numerical results obtained after an informatical program execution and isotherm tracing, are the temperature distribution in the plate during the time and are obtained during welding time.

These results are compared with experimental results in order to validate them.

This work will also allow to determinate the different zones, especially the dimensions of the Fusion Zone (FZ) and the Heat Affected Zone (HAZ).

Résumé

Introduction Générale	1
CHAPITRE 1 : Généralité sur le soudage	2
1-1 Définition	2
1-2 Différents procédés de soudage	3
1-2.1 Soudure par pression	3
1-2.1 Soudure par fusion.....	3
1-3 Classification des principaux procédés de soudage	3
1-3.1 Soudage par pression	3
1-3.2 Soudage par fusion.....	4
1-4 Soudage à l'arc électrique.....	6
1-4.1 Définition de l'arc.....	6
1-4.2 Principe.....	7
1-4.3 Différents modes de soudage à l'arc	7
1-4.4 Description du phénomène de l'arc.....	10
1-4.5 Caractéristiques principales de l'arc électrique.....	11
1-4.6 Propriétés électriques de l'arc	12
1-4.7 Effet de la variation du courant et de la pression sur la colonne d'arc.....	12
1-4.8 Propriétés énergétiques de l'arc	13
1-5 Phénomène énergétique de soudage.....	14
1-5.1 Energie de l'arc électrique	14
1-5.2 Le rendement énergétique de l'arc.....	16
1-6 Présentation énergétique de l'arc.....	17
1-7 Mode de transfert de la chaleur	19
1-7.1 Transfert de chaleur par conduction.....	19
1-7.2 Transfert de chaleur par convection.....	19
1.7.3 Transfert de chaleur par rayonnement	20

CHAPITRE II : Modélisation et formulation mathématique	21
II-1 Introduction.....	21
II-2 Equation générale gérant un phénomène thermique	21
II-3 L'étude thermique du phénomène de soudage	22
II-3.1 Hypothèses simplificatrices	22
II-3.2 Application des hypothèses.....	23
II-4 Modélisation du problème d'assemblage de deux plaques métalliques minces.....	24
II-5 Différents modèles de source de chaleur	26
II-5.1 Source de chaleur ponctuelle.....	26
II-5.2 Source de chaleur en segments de lignes	27
II-5.3 Source de chaleur Gaussienne.....	27
II-6 Traitement du terme source de notre problème.....	28
 CHAPITRE III : Formulation de la M.E.F et résolution numérique	 30
III-1 Introduction.....	30
III-2 Formulation variationnelle.....	30
III-3 Formulation en éléments finis « Discrétisation ».....	31
III-3.1 Fonction d'interpolation polynomiale	34
III-3.2 Application sur un élément quadrilatère à quatre nœuds.....	34
III-3.3 Assemblage des matrices d'éléments.....	37
III-3.4 Méthode de stockage « STOCKAGE EN LIGNE »	38
III-4 Génération de maillage	39
III-4.1 Aspect de la génération de maillage	39
III-4.2 Génération des nœuds de frontière et des nœuds internes.....	39
III-4.3 Connexion des éléments du maillage.....	42
III-5 Résolution des systèmes linéaires.....	43
III-5.1 Méthodes itératives	44
III-5.2 Méthode de « GAUSS SEIDEL ».....	44
III-5.3 Méthode de « GAUSS-SEIDEL ACCELEREE »	45
III-6 procédure de calcul	46

CHAPITRE IV : Résultats et Discussion.....	51
IV-1 Introduction.....	51
IV-2 Analyse expérimentale.....	51
IV-2.1 Caractéristiques des plaques et de l'appareillage	51
IV-2.2 les résultats obtenus expérimentalement.....	52
IV-2.4 Résultat expérimental du point A1	53
IV-3 Analyse numérique	55
IV-3.1 Données du programme.....	55
IV-3.2 Interprétation des résultats numériques.....	56
IV-3.3 Résultats numérique.....	57
IV-4 Comparaison entre la partie expérimentale et la partie numérique	59
IV-5 Conclusion	60
CONCLUSION GENERALE.....	61

INTRODUCTION GENERALE

Depuis que l'homme a découvert les métaux, il a toujours chercher un moyen de les assembler, dans un but pratique ou tout simplement esthétique. Au début, la méthode d'assemblage des pièces métalliques faisaient appelle à des moyens simples comme les cordes et l'emboîtement. Ces moyens évoluèrent pour donner les assemblages boulonnés et finirent par aboutir au « soudage », qui permet d'obtenir des assemblages continus et plus homogènes.

Le soudage revêt un aspect thermique particulier, du fait des rapides changement de température (élévation de température et refroidissement), du faible temps de maintien de la température maximale et de la localisation du point chaud entraînant un gradient de température important entre les parties chaudes et les parties froides.

L'assemblage ainsi réalisé est soumis à des contraintes résiduelles potentiellement dangereuses. La connaissance de ces sollicitations nous permet de mieux prévoir le comportement physique de la soudure, pour qu'elle puisse travailler dans de bonnes conditions de sécurité. C'est dans ce but qu'on réalise une étude du champ de température dans l'assemblage afin d'estimer les zones à risque.

Le travail présenté dans ce mémoire consiste à étudier expérimentalement et numériquement Le champ de température, lors d'une opération de soudage de deux plaques métalliques minces, sans métal d'apport et par la méthode dite T.I.G (Tungsten Inert Gas), en tenant compte des variations des propriétés physiques en fonction de la température.

La source de chaleur mobile est assimilée à une source gaussienne ; le problème est bidimensionnel et transitoire et la méthode de résolution numérique est la méthode des éléments finis.

Notre travail a été structuré de la manière suivante : le chapitre I concerne les généralités sur le soudage ; le chapitre II traite de la modélisation et de la formulation mathématique ; le chapitre III traite de la formulation de la M.E.F et de la résolution numérique ; le chapitre IV expose les résultats et leur discussion et pour finir une conclusion générale.

Chapitre I

Généralités sur le soudage

I-1 DEFINITION DU SOUDAGE

Le soudage est un procédé par lequel on assemble des pièces métalliques ou de matières plastiques par chauffage et fusion des parties en contact, de manière à réaliser un joint ayant les mêmes propriétés que le matériau constitutif des pièces assemblées. Le soudage est une opération de métallurgie très complexe au cours de laquelle il faut prendre en compte :

- Le métal de base choisi en fonction de la pièce à réaliser pour ses particularités mécaniques, chimiques,...
- Le couple métal d'apport – gaz de soudage, qui contribue à la composition chimique de la zone fondue. Le métal d'apport sera choisi en fonction de la qualité et des caractéristiques que la soudure devra présenter.
- L'énergie de soudage qui régit le cycle thermique induisant la structure de la zone fondue et de la zone thermiquement affectée.

I-2 DIFFERENTS PROCEDES MANUELS DE SOUDAGE

Il existe différents procédés manuels, semi automatiques ou automatiques. Nous n'envisagerons que les procédés manuels et semi automatiques. En effet, les procédés automatiques (par faisceau d'électrons ou par faisceau laser ou robotique) ont un opérateur à distance, peu soumis à risque. Plusieurs procédés modernes de soudage sont susceptibles de permettre l'obtention de ces résultats d'une façon absolument constante, si les conditions techniques et pratiques indispensables de leur mise en œuvre et de leur emploi sont remplies. Ces procédés dont nous ne donnerons que les principaux et les plus utilisés sont les suivants :

I-2.1 Soudure par pression

La liaison est obtenue par déformation à froid si le métal est suffisamment ductile, ou à chaude pour ramollir le métal pour les matériaux moins ductiles. La déformation due à la pression concourt, dans certain cas, à satisfaire la condition de propriété en brisant les pellicules superficielles, par exemple :

- Soudage électrique par résistance.

I-2.2 Soudure par fusion

Le soudage par fusion est l'ensemble des procédures qui consiste à rassembler des pièces de métal par fusion des bords à réunir, exemple :

- Soudure au chalumeau oxyacétylénique.
- Soudure à l'hydrogène atomique.
- Soudure par flux d'électron conducteur.
- Soudure à l'arc électrique.

I-3 CLASSIFICATION DES PRINCIPAUX PROCÉDES DE SOUDAGE

I-3.1 Soudage par pression

- **Le soudage électrique par résistance**

Ce procédé s'applique selon différents modes qui sont : soudure par rapprochement, soudure par point, soudure continue à la molette. Tous ces procédés reposent sur le même principe, dont la chaleur nécessaire est engendré par le passage du courant électrique à travers les pièces assemblées, où le chauffage est obtenu par l'effet joule : $E=RI^2t$

Les pièces à souder sont mises en contact et l'on fait circuler entre elles un courant intense et de faible tension ; la résistance opposée au passage du courant par les pièce en contact entraîne un échauffement rapide du métal et lorsque celui-ci a atteint la température convenable, on exerce sur les pièces une pression qui réalise le soudage. alors on distingue :

a- Soudage par points

Consiste à exécuter, à intervalle (ou pas) généralement régulier, des points de soudure caractérisés par la formation d'un noyau de métal fondu, composé d'une partie de chacun des métaux des pièces à assembler par recouvrement.

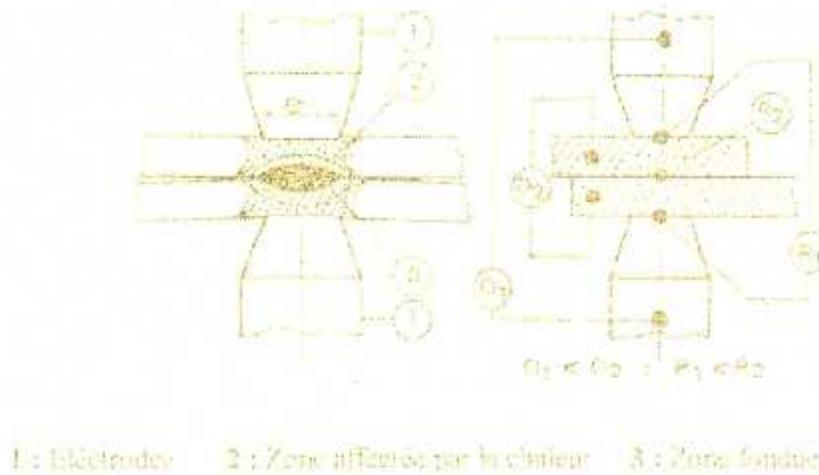


FIG (I.1) Soudage par point

b- Soudage à la molette

Les électrodes se présentent sous la forme de disques rotatifs nommées molettes. Les deux électrodes sont de grands disques, à axes parallèles, placés de part et d'autre des deux pièces à souder, et roulant sans glisser sur celle-ci. Ce procédé peut donner deux types de soudures : soit des soudures par points espacés ou bien des soudures continues.

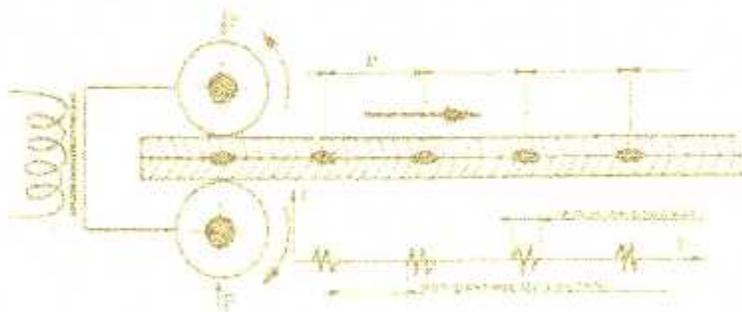


FIG (I.2) Soudage à la molette

I-3.2 Soudage par fusion

a) Soudure par chauffage au chalumeau (oxyacétylénique)

Dans ce procédé la fusion des bords à souder et du métal d'apport s'obtient à l'aide d'une flamme produite par la combustion de l'acétylène avec l'oxygène. Ces deux gaz étant mélangés, le processus d'exécution d'une soudure oxyacétylénique, la haute température de la flamme oxyacétylénique et la facilité que l'on a de donner aux flammes, la forme et

la disposition désirées font que, cette flamme peut être employée pour porter rapidement à température convenable les extrémités des deux pièces en contact et il suffit ensuite d'exercer une pression assez forte entre les pièces pour qu'elles se soudent. Ce procédé est utilisé surtout pour le soudage autogène (métal d'apport et métal de base de même nature) ou hétérogène (le brasage et le soudo-brasage)

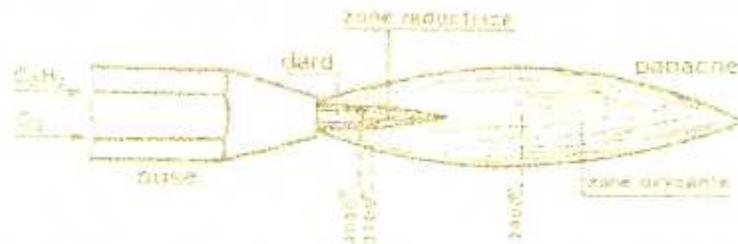
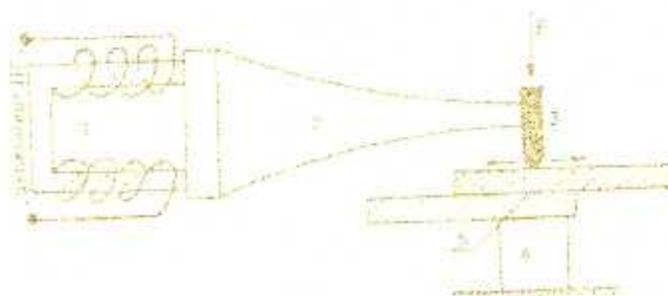


FIG (1.3) soudage au chalumeau

b) Soudure à l'hydrogène atomique

Dans ce procédé on utilise à la fois un gaz, l'hydrogène, et le courant électrique. Pour cela, on fait éclater un arc entre deux ou parfois trois électrodes de tungstène, afin que notre gaz se dissocie en hydrogène atomique au contact de l'arc auquel il emprunte pour cette dissociation une grande quantité d'énergie, puis se recombine un peu plus loin, formant une sorte de flamme par laquelle l'énergie accumulée se libère spontanément. La température de cette flamme est très élevée puisqu'elle fond aisément tous les métaux usuels et ses propriétés chimiques sont excellentes vis-à-vis des métaux fondus. De nombreux métaux et alliages se soudent bien par ce procédé, mais il faut parfois recourir à des préparations spéciales des bords ou prendre certaines précautions qui seraient inutiles avec d'autres procédés.



1 : Transformateur

2 : Rectificateur

3 : Noncristode

4 : Incolune

5 : Point d'impact

FIG (1.4) soudage à l'hydrogène atomique

c) Soudure par flux d'électrons-conducteurs

Il s'agit encore d'un procédé de soudure électrique mais sa mise en œuvre est automatique ou semi automatique, il consiste à faire descendre une électrode nue sous forme de fil continu reliée à une borne de la matière spéciale en granules ayant des propriétés électron-conductrices, formant un laitier épais. Le métal de l'électrode et le métal des bords entrent en fusion et la soudure se fait ainsi complètement à l'abri de l'air et sans intervention extérieure. Ce procédé permet d'obtenir sur les tôles de toute épaisseur depuis 2mm, des résultats techniques et économiques inégalables lorsque les montages sont bien étudiés et la préparation des bords appropriée.

d) Le soudage à l'arc électrique

Le soudage à l'arc électrique est une opération d'assemblage où la continuité métallique entre les pièces à souder est assurée par la fusion globale ou de proche en proche de leurs bords. On obtient ainsi, après solidification, un joint homogène de même caractéristique que le métal de base, ou un joint hétérogène dans le cas de métaux différents.

I-4 SOUDAGE A L'ARC ELECTRIQUE

I-4.1 Définitions de l'arc

On appelle arc de soudage une décharge électrique de longue durée, qui se produit dans un mélange de gaz et de vapeur ionisé entre deux électrodes et qui est caractérisé par une densité de courant élevé et par une faible différence de potentiel.

Cette opération peut être assimilée à une opération locale d'élaboration métallurgique et à une opération locale de traitement thermique, donnant une structure cristalline dépendant à la fois de la composition chimique élaborée et du traitement thermique.

I-4.2 Principe

Le principe du processus de la soudure par fusion à l'arc électrique en est fort simple et repose sur le phénomène suivant : Un courant électrique de caractéristique définis, nature et intensité, fait jaillir sous une tension donnée un arc entre deux électrodes, à travers une colonne de gaz ionisé appelé plasma d'arc. La quantité de chaleur dégagé par l'arc électrique permet une fusion instantané des bords des pièces à souder et du métal d'apport.

I-4.3 Différents modes de soudage à l'arc

A. Soudage à l'arc électrique avec électrode enrobée

Afin de limiter l'oxydation et la nitruration du métal, l'âme métallique de l'électrode est enrobée par un oxydant, un acide, un basique ou un cellulosique selon les besoins. Il a pour but de faciliter l'amorçage, de protéger le métal et le cordon contre un refroidissement trop rapide, ainsi que de guider l'arc grâce à un retard de la fusion. Suivant les propriétés recherchées pour le cordon ou le laitier, différent modèle de fil existent, « voir la figure I.5 ».

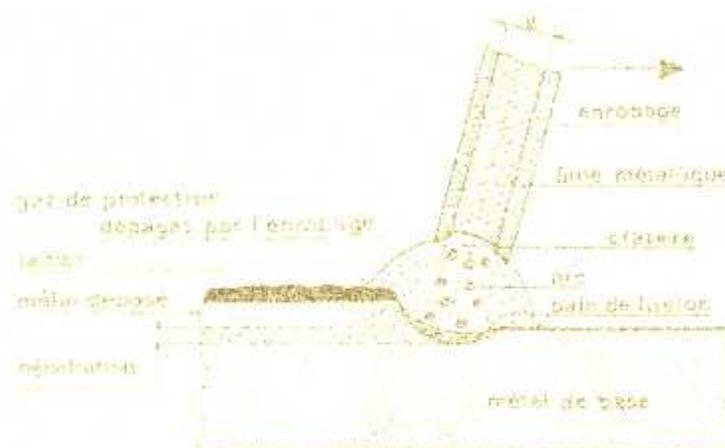


FIG (I.5) soudage à l'arc enrobés

B. Soudage sous protection gazeuse

B.1 Électrode non fusible (T.I.G)

Le procédé TIG (Tungsten Inert Gas) est aujourd'hui employé sur n'importe quel matériau, du magnésium aux inox, en passant par tous les aciers, les cuivreux et autres alliages d'aluminium. Le principal domaine d'utilisation du procédé TIG couvre des épaisseurs faibles, il est en effet, très rare de souder en TIG des épaisseurs supérieures à 6 mm.

Le soudage TIG est un procédé de soudage à l'arc avec électrode infusible dans lequel un gaz inerte vient protéger l'électrode, le bain de fusion et le métal chaud. Il est possible d'utiliser ou non un métal d'apport. Un arc électrique est généré dans une veine de gaz inerte entre l'électrode en tungstène et la pièce à assembler. La chaleur dégagée fait fondre les bords de la pièce et éventuellement le métal d'apport pour former le cordon de soudure. Le soudage TIG est le procédé noble par excellence, et est couramment utilisé pour les

opérations de soudage précises et de très grande qualité (nucléaire, industrie aéronautique, alimentaire,...),garantissant à chaque fois une soudure exempte de défauts.

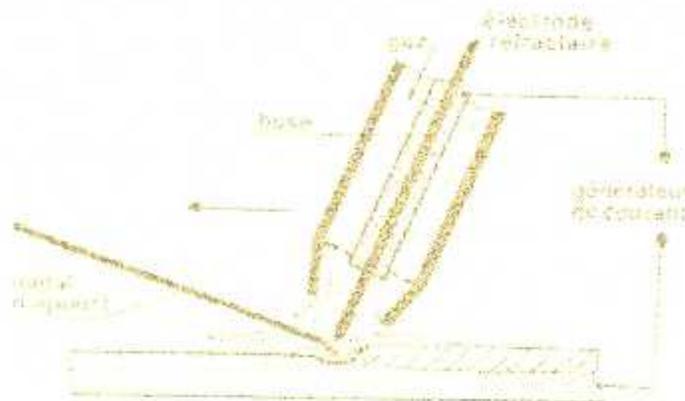


FIG (I.6) soudage T.I.G

B.2 Electrodes fusibles ou soudage semi-automatique (MIG-MAG)

Le soudage semi-automatique ou à l'arc avec électrode fusible sous atmosphère inerte (MIG - pour *metal Inert Gas*) et active (MAG - pour *Metal Active Gas*) sont des procédés de soudage à l'arc sous protection gazeuse avec fil continu fusible, dans lesquels le bain de fusion et le métal chaud sont protégés, de l'air ambiant, par une enveloppe de gaz , canalisé par une buse, qui peut être :

- Inerte à savoir de l'argon (Ar), de l'hélium (He) ou un mélange d'argon et d'hélium (Ar-He) pour le MIG.
- Actif à savoir du gaz carbonique (CO₂), d'un mélange d'argon et de gaz carbonique (AR-CO₂) ou d'un mélange d'argon et d'oxygène (Ar-O₂) pour le MAG.

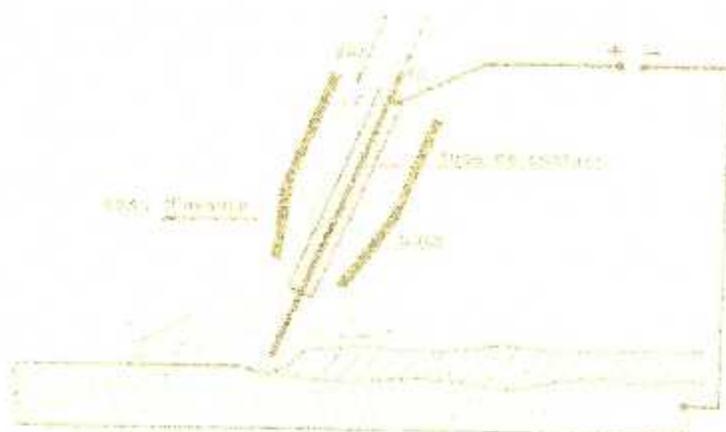


FIG (1.7) soudage M.A.G et M.I.G

B.3 Electrodes à fils pleins (GMAW)

L'électrode est composée d'un fil fusible continu, servant de métal d'apport et se dévidant (se déroulant) automatiquement sous protection gazeuse (Ar ou CO₂)

B.4 Electrodes à fils fourrés (avec ou sans gaz)

Soudage particulier à l'arc plasma, c'est un soudage de haute qualité (très utilisé dans le domaine aéronautique) sur métaux nobles. C'est un procédé coûteux nécessitant une haute qualification.

I-4.4 Description du phénomène de l'arc

Dans un arc électrique libre, on distingue trois zones :

- Zone cathodique
- Zone anodique
- La colonne d'arc

La cathode émet des électrons dont la quantité est proportionnelle à l'intensité du courant.

Les électrons heurtent les molécules des gaz atmosphérique, ou les gaz protecteurs fournis par l'enrobage ou canalisé autour de l'électrode. Par le choc avec les molécules de ces divers gaz (oxygène, azote, argon, etc....) et si l'énergie des électrons est suffisante, il y a formation d'ions, qui sont des particules porteuses de charges, soit positifs, soit négatives. Le gaz est ionisé.

En plus des électrons en provenance de la cathode et allant bombarder l'anode, il y a donc deux autres déplacements de particule dans un arc de soudage : un courant d'ions positifs vers la cathode et un courant d'ions négatifs vers l'anode. Cependant, la mobilité des électrons étant environ cent fois plus grande que celle des ions, la majorité du courant est transportée par les électrons. [1]

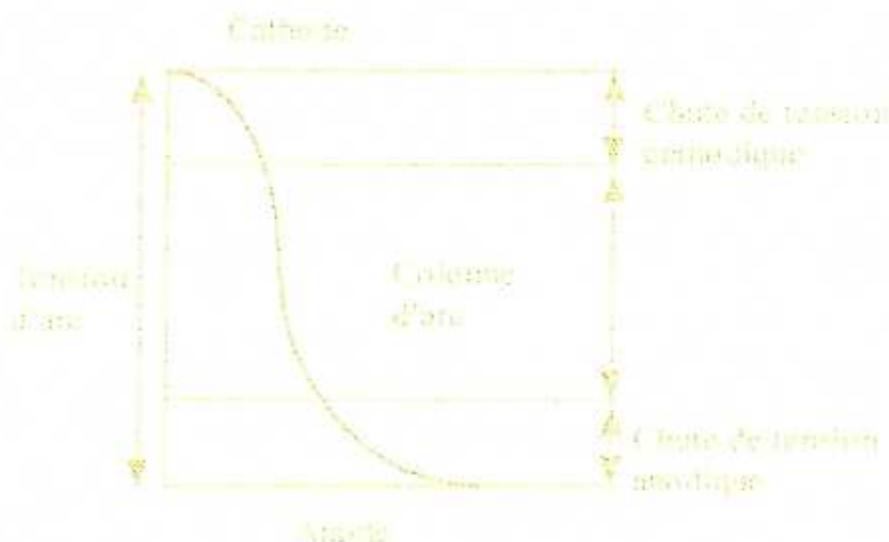


FIG (I.8) mécanisme de l'émission électronique dans les arcs électriques libres

I-4.5 Caractéristiques principales de l'arc électrique

Les deux principales caractéristiques de la région d'arc sont :

- Un champ électrique et thermique élevé.
- Une densité de courant élevée au niveau de la colonne d'arc.



FIG(I.9) chutes de tension dans l'arc électrique

Il est très difficile de faire une estimation sur l'ampleur du champ électrique et thermique, bien qu'il a été prouvé la possibilité de mesurer la chute du potentiel dans la cathode avec un degré de précision raisonnable, et d'estimer la chute de potentiel de l'anode [Grakov 1967], la chute de potentiel cathodique étant supérieure à celle de l'anode. [2]

Par mesures spectroscopiques, Saint Jhone et Loinans (1967) déduisent qu'il pourrait y avoir un champ électrique près de la surface de la cathode. [2]

Les températures aux différents points de l'arc sont très variables, elles dépendent beaucoup du milieu environnant, elles sont de l'ordre de 2500° C à la cathode et de 3500° C à l'anode et 5000° C dans la colonne pour un arc de soudage avec électrode enrobée. En soudage au plasma d'arc, on relève dans des conditions normales, des températures allant de 8000 à 25000 ° C.

I-4.6 Propriétés électriques de l'arc

Lorsqu'un arc est amorcé et entretenu entre deux électrodes placées en regard, ou plus précisément entre une électrode et une pièce métallique reliées aux bornes d'un générateur approprié, on constate que le circuit est traversé par un courant I et qu'il apparaît aux bornes une tension U . U et I ne sont pas indépendants il existe entre eux une relation $U = F(I)$, représenté par un réseau de courbe appelé caractéristiques d'arc. Cette relation n'est pas simple car de nombreuses variables y figurent parmi lesquelles, pour s'en tenir aux plus significatives : la nature de l'atmosphère gazeuse, la forme et la distance des électrodes, le pouvoir émissif de la cathode, etc... dans les normes AFNOR A 85-00, ces courbes sont remplacées par des caractéristiques dites conventionnelles de la forme $U = A + B I$

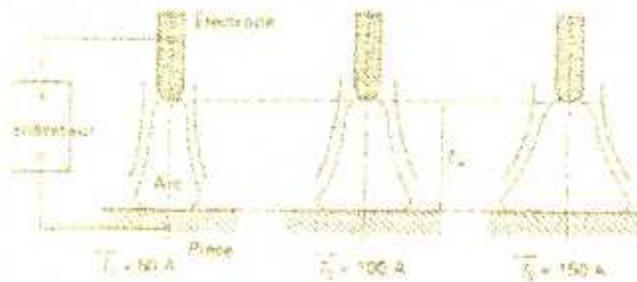
A et B étant des paramètres propres à chaque procédure montrés comme suivant : [3]

Tableau I-1 : Relations conventionnelles de U et I .

Electrode enrobée	$U=20+0.04I$	Jusqu'à 44V
Sous flux	$U=20+0.04I$	Jusqu'à 44V en caractéristique tombante
	$U=14+0.05I$	Jusqu'à 44V en caractéristique plate
MIG/MAG	$U=14+0.05I$	Jusqu'à 44V
TIG	$U=10+0.04I$	Jusqu'à 24V

I-4.7 Effet de la variation du courant et de la pression sur la colonne d'arc

Le courant : chaque fois que le courant augmente la forme de l'arc prend une largeur plus grande [3]. Voir la fig (I.10).



FIG(I.10) influence du courant sur la forme de l'arc

La pression :

- La variation de pression influe d'une manière significative sur la forme géométrique de l'arc. Pour des pressions supérieures à la pression atmosphérique, il se produit un arc plus concentré au point d'interface arc pièce.
- Pour des pressions inférieures, il en résulte un arc de grande diffusion et une colonne ronde.
- A la pression atmosphérique, la forme géométrique de la colonne d'arc pourrait rassembler à celle des isothermes. [2]

I-4.8 Propriétés énergétique de l'arc

I-4.8.1 Flux énergétique dans la colonne d'arc

La colonne d'arc est caractérisée par deux éléments :

- Une température élevée (le gaz est suffisamment ionisé pour qu'il soit bon conducteur).
- Un champ de vitesse élevé qui pour des conditions de soudage est dirigé de l'électrode vers la pièce à souder.

L'importance relative de la conduction et de la convection peut être évalué par le nombre de Peclet (Pe), dont l'expression est donnée par :

$$Pe = \frac{\rho V L C_p}{K}$$

- ρ : Masse volumique de gaz (kg / m^3)

- V : Vitesse (m/s)
- L : longueur d'arc (m)
- C_p : Chaleur spécifique à pression constante (J/ Kg K)
- K : Conductivité thermique (W / m.k)

A basse pression Pe peut chuter au dessous de la valeur de 1, où le transfert de chaleur s'effectue principalement par conduction.

Pour des pressions supérieures à la pression atmosphérique, Pe peut augmenter et la convection devient dominante. [2]

I-4.8.2 Température dans la colonne d'arc

La majorité des mesures des températures dans la colonne d'arc, ont été faites par spectroscopie. Ces mesures montrent que l'augmentation du courant de soudage, engendre un élargissement des champs d'isothermes au niveau de la surface de l'anode (D'après Olsen 1957).

La température au voisinage de la cathode est d'environ 20 000 K et ne varie pas beaucoup même avec un courant de soudage allant jusqu'à 400 A (D'après Ko Bayashi et Suga 1979 Jackson 1960).

L'effet de la composition des gaz de protection à base d'argon sur la température de la colonne d'arc a été étudié par Key et Al (1983). Tous ces gaz produisent la même température maximale. [2]

I-5 PHENOMENE ENERGETIQUE DU SOUDAGE

I-5.1 Energie de l'arc électrique

1. Energie nominale (E_n)

C'est l'énergie fournie au niveau de l'arc pour exécuter une soudure ; elle est exprimée en J/cm et dépend de la tension entre les électrodes (U) de l'intensité du courant (I) et de la vitesse de soudage (V). [4]

$$E_n = \frac{UI}{V}$$

- E_n : L'Énergie nominale (WS/m)
- U : La Tension (V)
- I : Le courant (A)
- V : La vitesse (m/S)

2. Énergie dissipée dans le joint soudé (E_d)

L'énergie fournie au niveau de l'arc n'est pas entièrement transmise au niveau de la pièce à souder en raison des pertes par rayonnement et par convection de la colonne d'arc, elle est exprimée en j/cm et donnée par la relation :

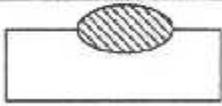
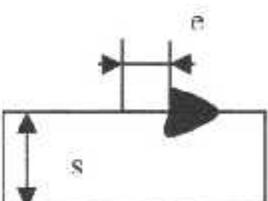
$$E_d = E_n \cdot \eta \quad \text{avec } \eta : \text{Le rendement énergétique de l'arc}$$

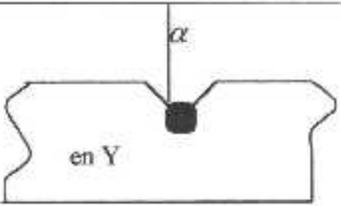
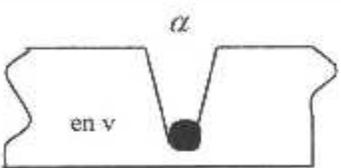
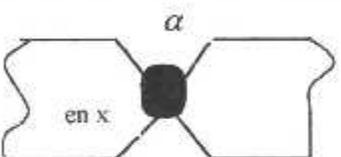
3. Énergie équivalente (E_q)

Elle résulte de la correction de l'énergie dissipée par un coefficient de correction qui tient compte de la géométrie du joint à souder, elle est définie par la relation :

$$E_q = E_d \cdot k = E_n \cdot \eta \cdot k \quad \text{avec } K : \text{Coefficient de correction}$$

La valeur du coefficient K est donné par le tableau suivant : [4]

	Sur plats $k=1$					
	e/s	0	0.25	0.5	0.75	1
	K	1	0.97	0.89	0.78	0.67

Forme	α	60°	75°	90°	105°
 en Y	K	0.60	0.63	0.67	0.70
 en v	K	1.50	1.72	2	2.38
 en x	K	0.75	0.85	1	1.20

I-5.2 Le rendement énergétique de l'arc

Le rendement énergétique de l'arc varie en fonction du Procédé de soudage, de la nature du courant, des matériaux et de l'épaisseur des pièces à souder.

De nombreuses études expérimentales ont été faites dans ce domaine. On peut retenir pour le rendement d'après J.C walter, les valeurs du rendement données dans le tableau suivant : [3]

« voir Annexe D pour plus de détail »

I-6 PRESENTATION MACROGRAPHIQUE D'UNE SOUDURE

I-6.1 Cycle thermique [5]

Au cours de l'opération, la pièce est soumise à un certain cycle thermique ; la zone qui se trouve aux environs de la soudure subit un échauffement. En chaque point de cette région la température varie en fonction du temps suivant une certaine loi qui dépend de :

- Procédé de chauffage
- Nature du métal

- Forme de la pièce

Le cycle thermique résultant est responsable de la structure métallurgique des différentes zones de la soudure. Selon l'analyse chimique du matériaux, un cycle rapide peut conduire à une structure fragile ou au contraire douce et ductile.

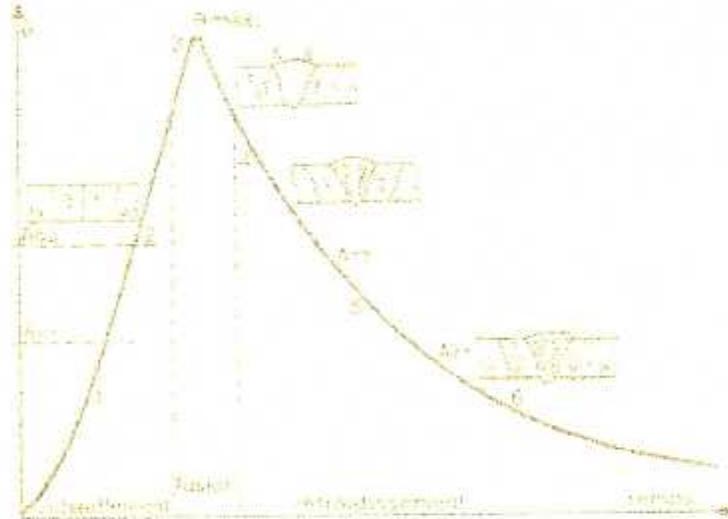


FIG (I.11) cycle thermique de soudage et transformation structurale d'après Granjon

La région de la soudure comporte trois zones très visible sur coupe macrographique de l'assemblage qui sont :

A. Zone fondue (ZF)

La zone où l'état liquide a été atteint et dans laquelle a été élaborée la composition chimique. La structure métallurgique obtenue après solidification, dépend du cycle de refroidissement. On distingue, au sein de cette zone, des gradients de concentration, de la partie la plus fondue vers la moins fondue. Il est donc possible d'examiner la composition d'une soudure ainsi que les variations de dureté.

Le métal qui la constitue est appelé **métal fondu**, le métal apporté à l'état liquide, c'est-à-dire avant dilution, est appelé **métal déposé**.

B. Zone de liaison

Cette zone, située à la frontière entre la zone fondue et le zone affectée thermiquement, correspond à la surface sur laquelle la solidification du métal fondu a commencé. Si on y regarde de plus près, on doit tenir compte du fait que tout alliage (métal - métal ou métal -

impuretés) est caractérisé par un domaine de température dit intervalle de solidification dans lequel coexistent deux phases liquide et solide. D'autre part, l'intérêt de cette zone est d'être le siège de l'amorçage de la solidification du métal fondu.

C. Zone affectée thermiquement (ZAT)

La zone se trouvant en bordure de la zone fondue sur une largeur plus ou moins large ayant été soumise à l'élévation de température sans être portée à la fusion. Le chauffage, la composition chimique et la vitesse de refroidissement de cette zone génèrent des modifications plus ou moins importantes de la structure métallurgique. La ZAT est la zone au sein de laquelle le cycle thermique de soudage a provoqué, à partir de l'état initial, une ou plusieurs transformations à l'état solide intervenant lors l'échauffement.

I-7 MODES DE TRANSFERT DE LA CHALEUR

Le transfert de la chaleur est défini comme la transmission de l'énergie d'une région à une autre, sous l'influence d'une différence de température. La littérature traitant du transfert de chaleur reconnaît généralement trois modes de transmission de la chaleur : conduction, convection et rayonnement. [6]

I-7.1 transfert de chaleur par conduction

Le transfert de chaleur par conduction est un phénomène où la chaleur s'écoule à l'intérieure d'un milieu (Solide, liquide, Gazeux) d'une région à haute température vers une autre à base température, ou entre différents milieux mis en contact.

En 1822 le mathématicien français JOSEPH FOURIER donne une définition mathématique de la conduction. (LOI DE FOURIER) [7]

$$\vec{q} = -k \cdot \text{grad } T$$

- \vec{q} : Intensité de flux (puissance par unité de surface) (W/m²)
- k : Conductivité thermique (W/m.K)
- T : Température (K)

I-7.2 Transfert de chaleur par convection

Le transfert de chaleur par convection est un mécanisme de transfert d'énergie entre une surface solide et un fluide. Il est désigné selon le mode d'écoulement de fluide par convection

libre (ou naturelle) et convection forcée, dans une couche appelée « couche limite thermique », (voir la FIG I.12)

- **Convection libre (ou naturelle)**

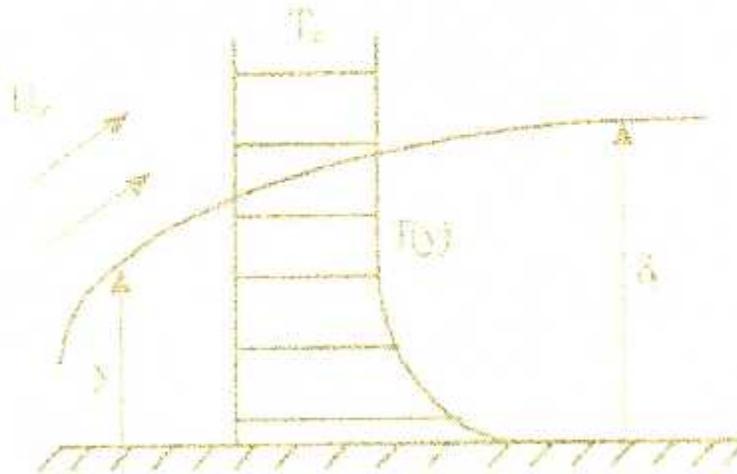
Ce mouvement résulte simplement de la différence de densité entre les parties chaudes et froides du fluide.

- **Convection forcée**

Le mouvement des fluides est produit par une action extérieure (Ventilateur, pompe ect...). Ce mode de transfert est évalué par la relation :

$$q = h(T_p - T_\infty)$$

- q : Flux de chaleur par unité de surface (W/m²)
- h : Coefficient d'échange (W/ m².K)
- T_p : Température de la paroi
- T_∞ : Température ambiante



FIG(I.12) échange de chaleur par convection forcée à travers une paroi solide

I-7.3 Transfert de chaleur par rayonnement

Le rayonnement est l'émission d'ondes électromagnétiques par un corps chauffé, il est fondamentalement différent des deux autres types de transfert de chaleur. Les substances n'ont pas besoin d'être en contact pour échanger de la chaleur, elles peuvent même être

séparées par le vide selon la loi de l'australien STEFAN BOLTZMAN [1897] par la relation :

$$q = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_{\infty}^4)$$

- q : Densité de flux (W/m²)
- ε : Emissivité
- σ : Constant de Stefan Boltzmann égale à $5.66.10^{-8}$ (W/m².k⁴)
- T : Température absolue (k)

Chapitre II

Modélisation et
formulation
mathématique

II-1 INTRODUCTION

On se base dans ce chapitre sur l'étude du transfert thermique lors du soudage à l'arc électrique, en considérant le cas bidirectionnel instationnaire. Pour cela, nous étudierons le cas de l'assemblage de deux plaques métalliques minces. Nous considérerons les propriétés physiques telles que la conductivité thermique (K), la densité volumique (ρ), et la chaleur spécifique (C_p) dépendantes de la température.

II-2 EQUATION GENERALE GERANT UN PHENOMENE THERMIQUE

Le phénomène thermique du soudage est régi par l'équation générale de la conduction. Cette équation peut être obtenue à partir de l'équation d'énergie donnée sous la forme suivante : [5]

$$\rho \frac{dE}{dt} = -\text{div} \vec{q} + S - P \text{div} \vec{V} + \Phi \quad (\text{II.1})$$

- $\rho \frac{dE}{dt}$: Variation de l'énergie interne.
- $\text{div} \vec{q}$: Flux de chaleur
- S : Source de chaleur.
- $P \text{div} \vec{V}$: Effet de la pression
- Φ : Dissipation visqueuse

Par la voie de la thermodynamique, on a l'enthalpie massique définie par la relation suivante :

$$H = E + \frac{P}{\rho} \quad (\text{II.2})$$

En dérivant l'équation (II.2) on obtient

$$\rho \frac{dE}{dt} = \rho \frac{dH}{dt} - \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{P}{\rho} \right) \quad (\text{II.3})$$

En remplaçant l'équation (II.3) dans (II.1) on obtient :

$$\rho \frac{dH}{dt} = -\text{div} \vec{q} + \frac{dP}{dt} \frac{P}{\rho} \left[\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div} \vec{V} \right] + S + \Phi \quad (\text{II.4})$$

- $\frac{dP}{dt}$: Représente la compression du fluide

D'après l'équation de la continuité :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (\text{II.5})$$

L'équation (II.4) devient :

$$\rho \frac{dH}{dt} = -\operatorname{div} \vec{q} + \frac{dP}{dt} + S + \Phi \quad (\text{II.6})$$

Alors on peut écrire l'équation (II.6) sous la forme :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = -\operatorname{div} \vec{q} + T \beta \frac{dP}{dt} + S + \Phi \quad (\text{II.7})$$

Avec β : Coefficient d'expansion thermique, ou la dilatation cubique à pression constante.

II-3 L'ETUDE THERMIQUE DU PHENOMENE DE SOUDAGE

II-3.1 Hypothèses simplificatrices

la répartition de la température au cours du soudage est basée sur la résolution de l'équation fondamentale régissant l'écoulement de la chaleur par conduction dans un solide. Pour modéliser le processus, il est important de noter et d'évoquer les hypothèses suivantes :

- Le régime est transitoire et bidimensionnelle (x,y,t).
- La direction de soudage s'effectue selon l'axe 'y'.
- Les propriétés thermiques (K, ρ, C_p) du matériau sont fonction de la température.
- Considération du changement de phase dans les métaux à soudé.
- L'écoulement du bain de fusion est négligeable.
- Les déperditions calorifiques par convection et rayonnement à travers les surfaces libres et les frontières de la pièce sont considérées.
- La source de chaleur est mobile et réparti selon une distribution surfacique Gaussienne de la forme $S(x,y,t)$, où nous verrons par la suite sa configuration géométrique et la méthode de sa linéarisation.

II-3.2 Application des hypothèses

Pour simplifier l'étude du problème thermique de soudage, on applique quelques hypothèses simplificatrices à l'équation (II.7) [13]

- $\frac{dp}{dt} = 0 \Rightarrow$ pas de compression du fluide. (on néglige les phénomènes d'ordre hydrodynamique ayant lieu dans le bain de fusion vu leur complexité.)
- Pas de Dissipation visqueuse $\Rightarrow \Phi = 0$: nous ne considérons pas l'écoulement du bain.
- Transfert de chaleur dans la direction Z négligeable (problème bidimensionnel (x,y) : plaques minces)

L'équation (II.7) devient, alors :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\text{div} \vec{q} + S \quad (\text{II.8})$$

Avec :

$$\vec{q} = -K \text{grad} T \quad (\text{II.9})$$

- \vec{q} : Densité de flux de chaleur

On aura

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k \nabla T) + S$$

D'où :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + S \quad (\text{II.10})$$

La résolution de l'équation (II.10) est d'une difficulté liée à la forme non linéaire de l'expression. Cependant, certaines simplifications peuvent donner une solution rapide en supposant les propriétés physiques du matériau (k, ρ, C_p) indépendantes de la température.

II-4 MODELISATION DU PROBLEME D'ASSEMBLAGE DE DEUX PLAQUES METALIQUES MINCES

Dans notre application, nous allons étudier la conduction de la chaleur en régime transitoire, et en considérant les propriétés physique du matériau dépendante de la température.

L'arc électrique ou la source de chaleur se déplace à une vitesse (V) constante suivant l'axe des Y au milieu de l'assemblage. Il est schématisée par la FIG (II.1)

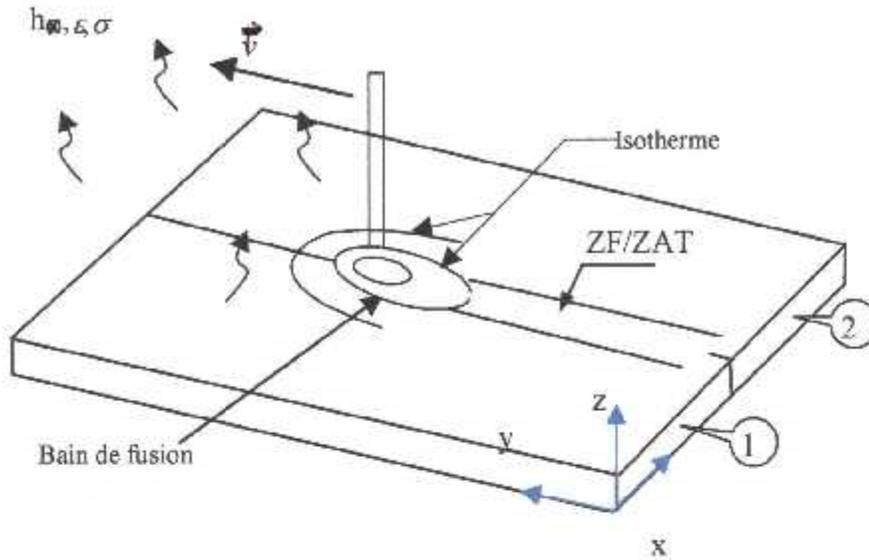


FIG (II.1) Assemblage de deux plaques métalliques minces

Dans cette application, nous considérons les conditions suivantes :

➤ **Condition initiale**

Les deux plaques à souder sont à une température T_0 égale à la température ambiante ($T_0=300K$)

➤ **Condition aux limites**

Les frontières de l'assemblage sont le siège de déperditions calorifiques par convection et par rayonnement (Radiation), nous prendrons en évidence les déperditions de la chaleur au niveau des deux surfaces supérieures et inférieures de l'assemblage, tel que leurs présence sera pris en considération dans le terme source.

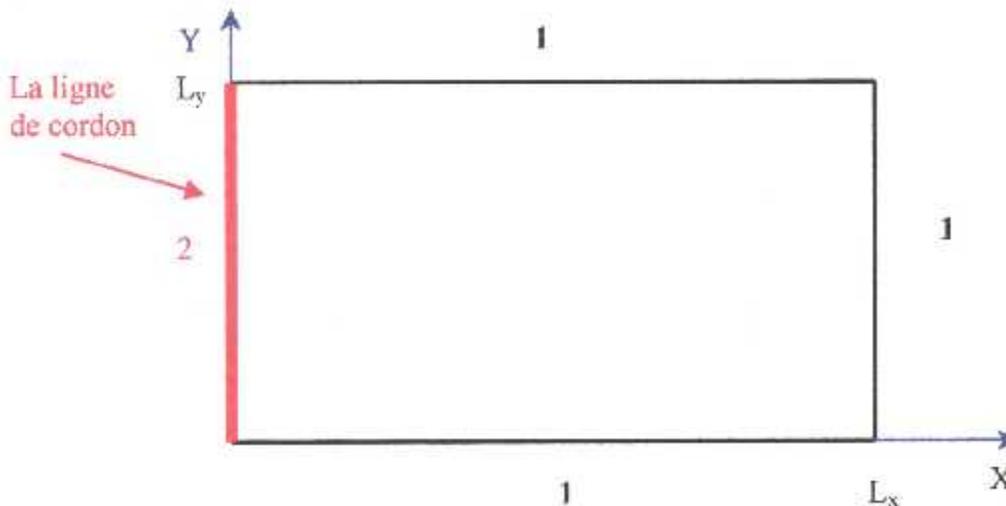


FIG (II-2) les conditions aux limites selon les frontières

a- frontières type 1 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pour } x=L_x \text{ et } \forall y \Rightarrow -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big| = h(T_p - T_\infty) + \varepsilon \sigma (T_p^4 - T_\infty^4) \end{array} \right. \quad (\text{II.11})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pour } y=0, y=L_y \text{ et } \forall x \Rightarrow -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big| = h(T_p - T_\infty) + \varepsilon \sigma (T_p^4 - T_\infty^4) \end{array} \right. \quad (\text{II.12})$$

b- frontière type 2 :

$$\text{Pour } x=0, \forall y : \quad q = -k \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.13})$$

Avec :

- ε : Emissivité thermique ($\varepsilon = 0.82$)
- σ : Constante de STEPHAN BELTZAMAN ($\sigma = 5.6610^{-8} \text{ w/m}^2 \text{ k}^4$)
- T_p : Température du bord de l'assemblage ou celle des surfaces inférieures et supérieures.
- T_∞ : Température ambiante.
- h : Coefficient d'échange par convection. ($h=20 \text{ w/m}^2 \text{ K}$)

Les données techniques de cette application sont : [8]

Pour $T < 1700 \text{ K}$

$$K(T) = 8.116 + 0.01618 T \quad [W / m.k] \quad (\text{II.14})$$

$$\rho C_p = 3561240.8 + 1022.3072 T \quad [J / m^3.k] \quad (\text{II.15})$$

Pour $T \geq 1700 \text{ K}$

$$K(T) = 12.29 + 0.003248 T \quad [W / m.k] \quad (\text{II.16})$$

$$\rho C_p = 5407942.2 \quad [J / m^3.k] \quad (\text{II.17})$$

II-5 DEFFERENTS MODELES DE SOURCE DE CHALEUR

D'après notre recherche bibliographique, on compte trois modèles de représentation de la source de chaleur.

II-5-1 Source de chaleur ponctuelle

L'énergie électrique délivrée par l'arc est assimilée à une source de chaleur ponctuelle mobile avec une vitesse constant v . Cette énergie est défini par :

$$q = \eta \cdot U \cdot I \quad (\text{II-18})$$

- η : rendement thermique de l'arc
- U : tension de soudage
- I : courant de soudage

Bien que ce modèle puisse prédire la vitesse de refroidissement du métal, le modèle de source ponctuelle ne fournit pas de renseignements quantitatifs au sujet de la dimension ou de la forme du bain de fusion.[9]

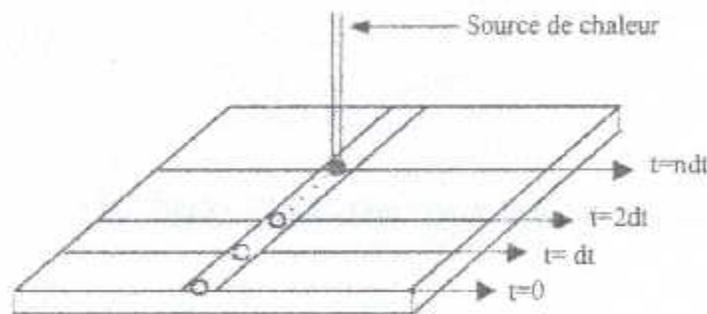


FIG (II.3) simulation ponctuelle de la source .

II-5.2 Source de chaleur en segments de lignes

Dans ce modèle la source de chaleur est composée de segments de lignes [8], chaque segment correspond à la direction du transfert thermique dans le bain de fusion. Par exemple, le transfert thermique dans la direction de pénétration (profondeur) dû au jet de plasma, est approximativement exprimé avec un segment de chaleur dans la direction de l'écoulement dans le bain de fusion. Les longueurs des segments de lignes de chaleur sont déterminées en se basant sur les observations expérimentales de la forme géométrique du bain de fusion.

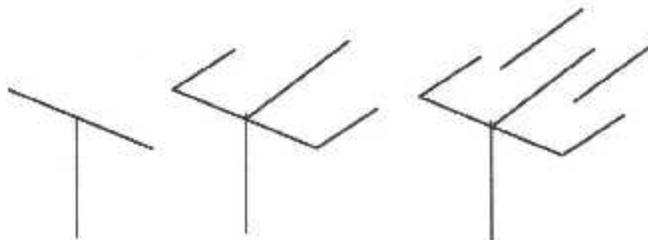


FIG (II-4) : configuration des segments de lignes de chaleur

II-5.3 Source de chaleur Gaussienne

La bibliographie propose deux formulations de la répartition d'énergie

A- Circulaire : Sa formulation est un volume gaussien de révolution de type :

$$q = q_{\max} e^{-kr^2} \quad (\text{II.19})$$

Lorsque k tend vers 0 on retrouve le cas de la source ponctuelle.

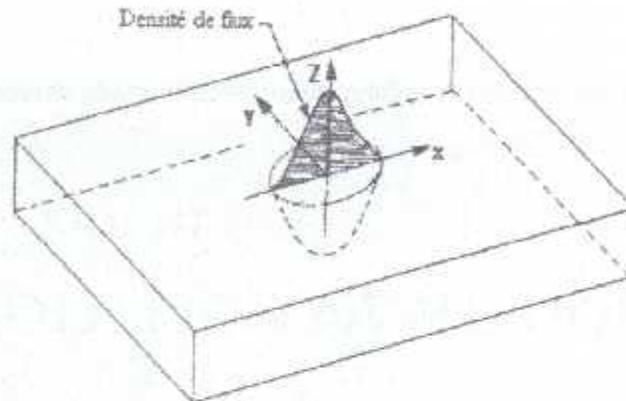
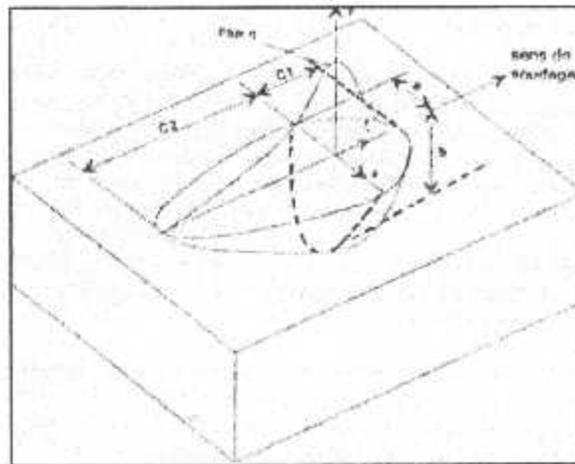


FIG (II.7.A) : modèle circulaire de source de chaleur Gaussienne

B –Bi elliptique: Sa formulation est basée sur la considération d'une distribution volumique de la source de chaleur dans le joint soudé. Cette source de chaleur s'apparente à la forme du bain de fusion qui se déplace sous l'électrode et nous considérons qu'il s'agit d'une forme ellipsoïdale [10].

L'expression mathématique qui décrit cette forme est la suivante :

$$q(x, y, z) = \frac{3\sqrt{3}}{abc\pi\sqrt{\pi}} e^{-\frac{3x^2}{a^2}} e^{-\frac{3y^2}{b^2}} e^{-\frac{3z^2}{c^2}} \quad (\text{II.20})$$



(FIG II.7.B) : modèle bi elliptique de source de chaleur Gaussienne

II-6 TRAITEMENT DU TERME SOURCE DE NOTRE PROBLEME

Le terme 'S' source de la chaleur s'écrit dans la zone du bain de fusion [11]

➤ Pour le métal de base, c'est l'énergie interne échangée :

$$S = 2h_{\infty}(T - T_{\infty}) + 2\sigma\varepsilon(T^4 - T_{\infty}^4) \quad (\text{II.21})$$

➤ Au niveau du cordon (le bain) :

$$S = h_{\infty}(T - T_{\infty}) + \sigma\varepsilon(T^4 - T_{\infty}^4) + q_0 e^{-f(x,y,t)} \quad (\text{II.22})$$

Ce terme S doit être représenté sous la forme linéaire :

$$S = S_c + S_p \cdot T \quad (\text{II.23})$$

La linéarisation de ce terme s'obtient en utilisant la méthode de la tangente suivante :

$$S = \overline{S^*} + \left(\frac{dS}{dT_p}\right)^* (T - T^*) \quad \Rightarrow \quad SC = \overline{S^*} - \left(\frac{dS}{dT}\right)^* T^* ; \quad SP = \left(\frac{dS}{dT}\right)^*$$

Tel que, l'indice '*' indique que le paramètre a été calculé au cours de l'itération précédente.

Nous trouvons donc :

$$\begin{aligned} \text{- Au niveau du métal de base :} & \quad \begin{cases} SC = 2.0(h_{\infty}T_{\infty} + 3\sigma\varepsilon T^{*4} + \sigma\varepsilon T_{\infty}^4) \\ SP = -2.0(h_{\infty} + 4\sigma\varepsilon T^{*3}) \end{cases} \quad (\text{II.24}) \\ \text{- Au niveau du cordon de soudure :} & \quad \begin{cases} SC = (h_{\infty}T_{\infty} + 3\sigma\varepsilon T^{*4} + \sigma\varepsilon T_{\infty}^4) + q_0 e^{-f(x,y,t)} \\ SP = -(h_{\infty} + 4\sigma\varepsilon T^{*3}) \end{cases} \end{aligned}$$

Tel que $f(x,y,t)$ défini pour le modèle du bain de fusion bi elliptique comme suit :[11]

$$f(x,y,t) = f_2 = -3 \left(\frac{x^2}{r_x^2} + \frac{(y - v \cdot t)^2}{r_y^2} \right) \quad (\text{II-25})$$

Où :

$$\begin{cases} r_y = r_{yav} \\ \text{ou} \\ r_y = r_{yar} \end{cases}$$

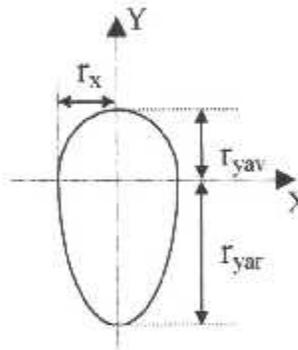


FIG (II-8) Le modèle bi elliptique de bain de fusion

Et le coefficient q_0 de l'expression de la source de chaleur est donné par :

$$q_0 = \frac{3 \cdot Q}{\pi \cdot r_x \cdot (r_{yav} + r_{yar}) / 2} \quad (\text{II-26})$$

Où :

$$Q = \eta \cdot U \cdot I \quad (\text{II-27})$$

Chapitre III

Formulation de la
M.E.F et
résolution numérique

III-1 INTRODUCTION

La majorité des problèmes de la physique sont modélisés par des équations différentielles aux dérivées partielles, dans la plupart des cas non linéaires et malheureusement pour beaucoup de problèmes il n'existe pas de méthodes analytiques qui conduit à la solution exacte de ces équations. La solution est de procéder à la résolution numérique qui consiste à l'approximation de ces équations par des relations algébriques possible à les résoudre par des méthodes numériques. Plusieurs techniques de résolution numérique sont disponibles et largement utilisées vu leurs succès, citant les méthodes des Différences Finies, des Volumes Finis et celle des Eléments Finis.

La dernière méthode est reconnue notamment pour sa puissance à la résolution des problèmes très compliqués et la globalité des codes de calcul, utilise cette méthode. Dans ce contexte on a opté pour son utilisation. Le but de ce chapitre est d'exposer la théorie de la méthode des EF et son application par la résolution de l'équation de la température (II-10).

III-2 FORULATION VARIATIONNELLE

- Reprenons l'équation (II-10)

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) - S = 0 \quad (III-1)$$

- Le terme transitoire est approximé par la technique des DF comme suit

$$\frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{i+1} \approx \frac{T(i+1) - T(i)}{\Delta t} = \frac{T - T^0}{\Delta t} \quad (III-2)$$

- T : est la température à l'instant actuelle.
- T^0 : est la température à l'instant précédent.

- On obtient la formulation variationnelle :

$$\rho \frac{C_p}{\Delta t} T - \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) - (S + T^0 \cdot \rho \frac{C_p}{\Delta t}) = 0 \quad (III-3)$$

- En multipliant cette équation par une fonction test $N(x,y)$ de telle sorte qu'elle possède un nombre de terme égale au nombre de degré de liberté du problème (nœuds du domaine (Ω)), ensuite en intégrant sur notre domaine on obtient:

$$\iint_{\Omega} \frac{\rho C_p}{\Delta t} T N_i d\Omega - \iint_{\Omega} N_i \left[\left(k T' \right)'_x + \left(k T' \right)'_y \right] d\Omega - \iint_{\Omega} \left[S + \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0 \right] N_i d\Omega = 0 \quad (III-4)$$

- On fait intervenir des opérateurs tels qu'on donne dans la section suivante des formules pour transformer les dérivées d'un produit de l'équation (III-4) :

$$F_1 = K \frac{\partial T}{\partial x} = (KT'_x)$$

$$F_2 = K \frac{\partial T}{\partial y} = (KT'_y)$$

Alors :

$$\begin{cases} N_i \frac{\partial(F_1)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(N_i F_1) - \frac{\partial N_i}{\partial x} F_1 \\ N_i \frac{\partial(F_2)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(N_i F_2) - \frac{\partial N_i}{\partial y} F_2 \end{cases} \quad (III-5)$$

Les transformations suivantes font apparaître des intégrales sur les frontières de Ω , en utilisant « le théorème de Green » donc :

$$\begin{cases} \iint_{\Omega^e} \frac{\partial}{\partial x}(N_i F_1) dx dy = \oint_{\Gamma^e} N_i F_1 n_x ds \\ \iint_{\Omega^e} \frac{\partial}{\partial y}(N_i F_2) dx dy = \oint_{\Gamma^e} N_i F_2 n_y ds \end{cases} \quad (III-6)$$

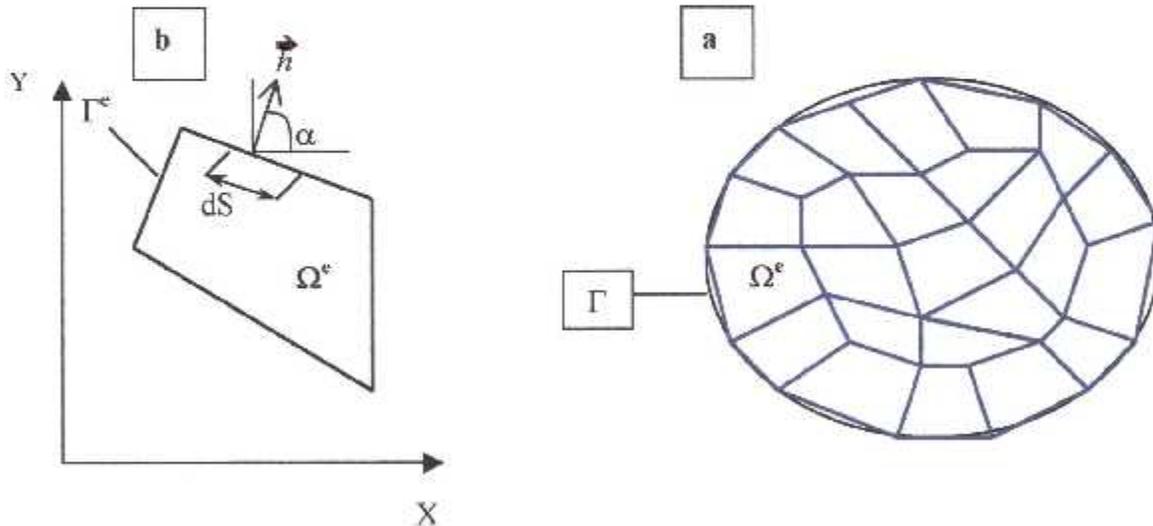


Fig. III-1 : Discretisation d'un domaine irrégulier en éléments finis quadrilatères typiques

Avec :

« ds » est la longueur d'arc infinitésimale le long du contour Γ .

n_x et n_y sont les composantes du vecteur unité normale \vec{n} sur la frontière Γ .

- Finalement, après ces transformations d'intégrales, le problème peut se mettre sous la forme variationnelle générale suivante :

$$\iint_{\Omega} \frac{\rho C_p}{\Delta t} T N_i d\Omega - \iint_{\Omega} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} (F_1) + \frac{\partial N_i}{\partial y} (F_2) \right] N_i d\Omega - \iint_{\Omega} \left(S + \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0 \right) N_i d\Omega - \oint_{\Gamma} N_i (n_x F_1 + n_y F_2) ds = 0 \quad (\text{III-7})$$

Notant : $q_n = n_x F_1 + n_y F_2$

- La forme variationnelle devient :

$$\iint_{\Omega} \frac{\rho C_p}{\Delta t} T N_i d\Omega - \iint_{\Omega} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} (F_1) + \frac{\partial N_i}{\partial y} (F_2) \right] N_i d\Omega - \iint_{\Omega} \left(S + \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0 \right) N_i d\Omega - \oint_{\Gamma} N_i q_n ds = 0 \quad (\text{III-8})$$

Cette équation variationnelle forme la base de la méthode des EF appliquées à l'équation (III-1).

III-3 FORMULATION EN ELEMENT FINI «Discrétisation »

- Afin d'avoir la formulation en E.F, on met la fonction inconnue (T) sous la forme discrétisée comme suit : [15]

$$T(x, y, t) = \sum_{j=1}^n N_j(x, y) T_j(t) = [N] \{T\} \quad (\text{III-9})$$

Ainsi que le terme source S s'écrit d'après (II-23)

$$S = S_c + S_p T$$

- Donc, la formulation variationnelle exacte de notre problème peut se mettre sous la forme :

$$\sum_{j=1}^n \iint_{\Omega_e} \left(\frac{\rho C_p}{\Delta t} - S_p \right) T_j N_j N_i d\Omega - \sum_{j=1}^n \left\{ \iint_{\Omega_e} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\frac{\partial N_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(\frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right] d\Omega \right\} k T_j - \iint_{\Omega_e} \left(S_c + \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0 \right) N_i d\Omega - \oint_{\Gamma_e} N_i q_n ds = 0$$

Cette équation est notée (III-10)

- Autrement notre système algébrique peut s'écrit comme suit :

$$\sum_{j=1}^n K_{ij}^{(e)} T_j^{(e)} = F_i^{(e)} \quad (\text{III-11})$$

Tel que :

$$\begin{cases} k_{ij}^{(e)} = - \iint_{\Omega_e} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\frac{\partial N_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(\frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right] k d\Omega + \iint_{\Omega_e} N_i N_j \left(\frac{\rho C_p}{\Delta t} - S_p \right) d\Omega \\ F_i^{(e)} = - \iint_{\Omega_e} N_i \left(S_c + \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0 \right) d\Omega - \oint_{\Gamma_e} N_i q_n ds \end{cases} \quad (\text{III-12})$$

A – Calcul des k_{ij}^e :

$$k_{ij}^{(e)} = - \iint_{\Omega_e} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\frac{\partial N_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(\frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right] k \cdot d\Omega + \iint_{\Omega_e} N_i \cdot N_j \left(\frac{\rho \cdot C_p}{\Delta t} - S_p \right) d\Omega \quad (\text{III-13})$$

On pose: $[K_{ij}^{(e)}] = [S^{11}] + [S^{22}] + [S^{33}]$ (III-14)

Tel que:
$$\begin{cases} S_{ij}^{11} = \iint_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \\ S_{ij}^{22} = \iint_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} \cdot dx \cdot dy \\ S_{ij}^{33} = \iint_{\Omega_e} N_i \cdot N_j \cdot \left(\frac{\rho C_p}{\Delta t} - S_p \right) \cdot dx \cdot dy \end{cases} \quad (\text{III-15})$$

B – Calcul des F_i^e :

$$F_i^{(e)} = - \iint_{\Omega_e} N_i \left(S_c + \frac{\rho \cdot C_p}{\Delta t} T^0 \right) d\Omega - \oint_{\Gamma_e} N_i \cdot q_n \cdot ds \quad (\text{III-16})$$

❖ Dans notre problème et avec les hypothèses optées, tel que ρC_p a été calculé avec la température de l'itération précédente, la valeur de la variable $\left[S_c - \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0 \right]$ est considérée comme une constante (Cst) :

$$\left[- \iint_{\Omega_e} N_i \left(S_c - \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0 \right) d\Omega \right] = - \iint_{\Omega_e} N_i \cdot Cst \cdot d\Omega \quad (\text{III-17})$$

❖ le terme $\oint_{\Gamma} N_i \cdot q_n \cdot ds$ est calculé en déterminant au paravent la quantité « q_n »

La frontière Γ_e se compose des cotés (AB), qui sont des cotes internes du domaine, donc leurs sommes s'annulent entre deux éléments adjacents et des cotés (CD) qui coïncident avec les

frontières globales du domaine, donc le gradient $\frac{\partial T}{\partial n}$ est imposé par les conditions aux

limites.

Avec : $q_n = h(T_\infty - T_i) + \varepsilon \cdot \sigma (T_\infty^4 - T_i^4)$

On néglige le flux de chaleur sortie par rayonnement on aura : $q_n = h(T_\infty - T_i)$

Donc :

$$\oint_{\Gamma_e} q_n \cdot N_i \cdot ds = \oint_{\Gamma_e} k \frac{\partial T}{\partial n} \cdot N_i \cdot ds = L_{CD} \cdot h(T_i - T_\infty) \cdot N_i \quad (\text{III-18})$$

Le calcul des matrices dans les équations (III-16,17,18) exige l'utilisation de la fonction d'interpolation.

III-3.1 Fonction d'interpolation polynomiale

Les fonctions d'interpolations utilisées dans les logiciels sont pratiquement toujours des polynômes. Si la fonction à interpoler est vectorielle ou tensorielle, on interpole de la même manière chacune des composantes. On est donc ramené à des interpolations de champs scalaires. Dans la suite, $T(x, y, t)$ représente dans notre cas l'interpolation d'un champ scalaire.

- Pour les mailles surfaciques rectangulaires, $T(x, y, t)$ est un polynôme en x et en y .

exemple :

$$T(x, y, t) = c_1 + c_2 x + c_3 y + c_4 xy \quad (\text{III-19})$$

« C_i » : dépend du temps. $i=1,2,\dots,4$

III-3.2 Application sur un élément quadrilatère à quatre noeuds

Dans le cas général pour un élément quadrilatère quelconque à quatre noeuds en utilisant (III-20) pour ces noeuds, on trouve :

$$\begin{cases} T_1 = T(x_1, y_1, t) = C_1 + C_2 x_1 + C_3 y_1 + C_4 x_1 y_1 \\ T_2 = T(x_2, y_2, t) = C_1 + C_2 x_2 + C_3 y_2 + C_4 x_2 y_2 \\ T_3 = T(x_3, y_3, t) = C_1 + C_2 x_3 + C_3 y_3 + C_4 x_3 y_3 \\ T_4 = T(x_4, y_4, t) = C_1 + C_2 x_4 + C_3 y_4 + C_4 x_4 y_4 \end{cases} \quad (\text{III-20})$$

c.a.d : $\{T\} = [H]\{C\}$

Donc : $\{C\} = [H]^{-1}\{T\}$

Tel que dans notre cas on a :

$$[H] = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2 y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3 y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4 y_4 \end{bmatrix}$$

Posons : $[L] = [H]^{-1}$

Tel que :

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix}$$

On aura donc :

$$\{C\} = [L]\{T\}$$

On note :

$$[I \ x \ y \ xy]^T = [g]$$

Alors, l'équation (III-20) dans la forme générale $T(x, y, t)$ sera

$$T(x, y, t) = [g][L]\{T\} \quad (\text{III-21})$$

De la, en utilisant l'équation (III-9) et (III-21) on obtient les fonctions d'interpolations N_i :

$$[N] = [g][L]$$

Elles peuvent s'écrire donc sous la forme :

$$[N(x, y)] = [1 \ x \ y \ xy] \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \quad (\text{III-22})$$

Où :

$$\begin{cases} N_1(x, y) \\ N_2(x, y) \\ N_3(x, y) \\ N_4(x, y) \end{cases} = \begin{cases} L_{11} + L_{12}x + L_{13}y + L_{14}xy \\ L_{21} + L_{22}x + L_{23}y + L_{24}xy \\ L_{31} + L_{32}x + L_{33}y + L_{34}xy \\ L_{41} + L_{42}x + L_{43}y + L_{44}xy \end{cases} \quad (\text{III-24})$$

Donc revenant au calcul des matrices dans les équations (III-13) et (III-14) et après un calcul mathématique et un réarrangement convenable, on trouve :

$$\begin{cases} S_{ij}^{11} = L_{2i} L_{2j} \int_{\Omega} dx dy + (L_{2i} L_{4j} + L_{2j} L_{4i}) \int_{\Omega} y dx dy + L_{4i} L_{4j} \int_{\Omega} y^2 dx dy \\ S_{ij}^{22} = L_{3i} L_{3j} \int_{\Omega} dx dy + (L_{3i} L_{4j} + L_{3j} L_{4i}) \int_{\Omega} x dx dy + L_{4i} L_{4j} \int_{\Omega} x^2 dx dy \\ S_{ij}^{33} = \frac{\rho C_p}{\Delta t} (L_{1i} L_{1j} \int_{\Omega} dx dy + L_{2i} L_{2j} \int_{\Omega} x dx dy + L_{3i} L_{3j} \int_{\Omega} y dx dy + L_{4i} L_{4j} \int_{\Omega} xy dx dy) \end{cases} \quad (\text{III-25})$$

Les intégrales du système (III-25) peuvent être présentés :

$$I_{mn} = \int x^m y^n dx dy$$

On aura donc :

$$K_{ij} = (L_{2i}L_{2j} + L_{3i}L_{3j} + L_{1i}L_{1j})I_{00} + (L_{2i}L_{4j} + L_{2j}L_{4i} + L_{1i}L_{3j})I_{01} + (L_{3i}L_{4j} + L_{4i}L_{3j} + L_{12}L_{2j})I_{10} + (L_{4i}L_{4j})I_{02} + (L_{4i}L_{4j})I_{20} + (L_{14}L_{4j})I_{11}$$

Et :

$$F_i^{(e)} = -\left(S - \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0\right) \cdot [L_{1i}I_{00} + L_{i2}I_{10} + L_{i3}I_{01} + L_{i4}I_{11}] + L_{i1} \int_{\Gamma_e} q_n ds + L_{i2} \int_{\Gamma_e} q_n ds + L_{i3} \int_{\Gamma_e} q_n ds + L_{i4} \int_{\Gamma_e} q_n ds$$

En fin, les calcul des entités $K_{ij}^{(e)}$ et $F_i^{(e)}$ de chaque matrice et vecteur élémentaire est obtenu

en calculant les intégrales I_{mn} et $\int_{\Gamma_e} q_n ds$.

- ❖ Pour calculer les intégrales I_{mn} on divise l'élément quadrilatère à quatre nœuds en deux éléments triangulaires afin de simplifier les calculs comme l'indique la figure ci-dessous [15].

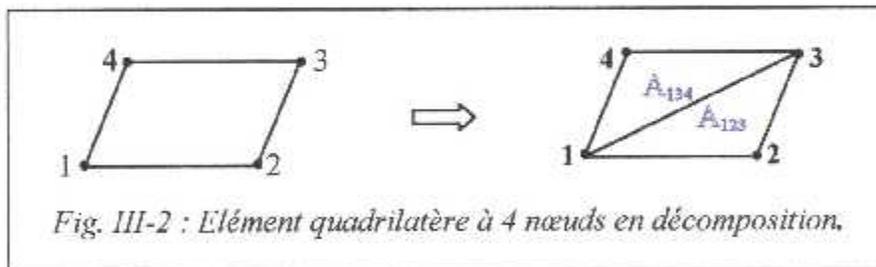


Fig. III-2 : Élément quadrilatère à 4 nœuds en décomposition.

Donc, les intégrales concernant l'élément quadrilatère sont comme [15] :

$$\begin{aligned} I_{00} &= \int_{\Omega} dx dy = A_{123} + A_{134} \\ I_{10} &= \int_{\Omega} x dx dy = A_{123} \bar{x}_{123} + A_{134} \bar{x}_{134} \\ I_{01} &= \int_{\Omega} y dx dy = A_{123} \bar{y}_{123} + A_{134} \bar{y}_{134} \\ I_{20} &= \int_{\Omega} x^2 dx dy = \frac{A_{123}}{12} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 9 \bar{x}_{123}^2) + \frac{A_{134}}{12} (x_1^2 + x_3^2 + x_4^2 + 9 \bar{x}_{134}^2) \\ I_{02} &= \int_{\Omega} y^2 dx dy = \frac{A_{123}}{12} (y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + 9 \bar{y}_{123}^2) + \frac{A_{134}}{12} (y_1^2 + y_3^2 + y_4^2 + 9 \bar{y}_{134}^2) \\ I_{11} &= \int_{\Omega} xy dx dy = \frac{A_{123}}{12} (x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + 9 \bar{x}_{123} \bar{y}_{123}) + \frac{A_{134}}{12} (x_1 y_1 + x_3 y_3 + x_4 y_4 + 9 \bar{x}_{134} \bar{y}_{134}) \end{aligned} \tag{III-26}$$

* Ω : surface limitée par un quadrilatère quelconque du maillage.

- ❖ Pour $\int_{\Gamma_e} q_n ds$ déjà vu (III-18) :

$$\oint_{\Gamma_e} q_n \cdot N_i \, ds = \oint_{\Gamma_e} k \frac{\partial T}{\partial n} \cdot N_i \, ds = L_{CD} \cdot h(T_i - T_\infty) \cdot N_i$$

III-3.3 Assemblage des matrices d'éléments

L'assemblage est une opération qui consiste à construire la matrice globale $[K]$ et le vecteur global $\{F\}$ à partir des matrices élémentaires $[K^{(e)}]$ et des vecteurs élémentaires $\{F^{(e)}\}$ des éléments finis du domaine complet.

Dans notre cas on prend comme exemple l'assemblage de deux matrices d'éléments finis; leur maillage est construis par deux éléments quadrilatères :

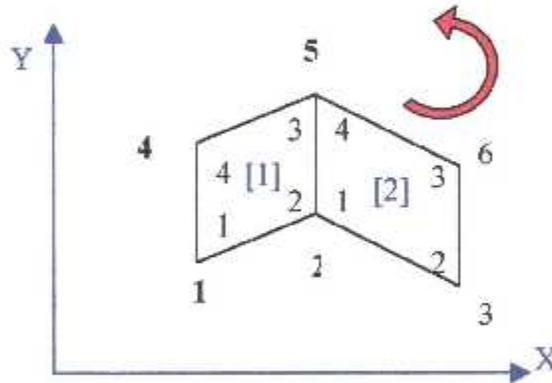


FIG (III-3) Assemblage de deux éléments quadrilatères

Soient les matrices de rigidité correspondant aux éléments (1 et 2)

$$[K^{(1)}] = \begin{bmatrix} k_{11}^{(1)} & k_{12}^{(1)} & k_{13}^{(1)} & k_{14}^{(1)} \\ k_{21}^{(1)} & k_{22}^{(1)} & k_{23}^{(1)} & k_{24}^{(1)} \\ k_{31}^{(1)} & k_{32}^{(1)} & k_{33}^{(1)} & k_{34}^{(1)} \\ k_{41}^{(1)} & k_{42}^{(1)} & k_{43}^{(1)} & k_{44}^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$[K^{(2)}] = \begin{bmatrix} k_{11}^{(2)} & k_{12}^{(2)} & k_{13}^{(2)} & k_{14}^{(2)} \\ k_{21}^{(2)} & k_{22}^{(2)} & k_{23}^{(2)} & k_{24}^{(2)} \\ k_{31}^{(2)} & k_{32}^{(2)} & k_{33}^{(2)} & k_{34}^{(2)} \\ k_{41}^{(2)} & k_{42}^{(2)} & k_{43}^{(2)} & k_{44}^{(2)} \end{bmatrix}$$

A partir du maillage, nous notons la correspondance entre les valeurs globales et les valeurs locales d'éléments.

La matrice assemblée sera :

	1	2	3	4	5	6
1	$k_{11}^{(1)}$	$k_{12}^{(1)}$	0	$k_{14}^{(1)}$	$k_{13}^{(1)}$	0
2	$k_{21}^{(1)}$	$k_{22}^{(1)} + k_{11}^{(2)}$	$k_{12}^{(2)}$	$k_{24}^{(1)}$	$k_{23}^{(1)} + k_{14}^{(2)}$	$k_{13}^{(2)}$
3	0	$k_{21}^{(2)}$	$k_{22}^{(2)}$	0	$k_{24}^{(2)}$	$k_{23}^{(2)}$
4	$k_{41}^{(1)}$	$k_{42}^{(1)}$	0	$k_{44}^{(1)}$	$k_{43}^{(1)}$	0
5	$k_{31}^{(1)}$	$k_{32}^{(1)} + k_{41}^{(2)}$	$k_{42}^{(2)}$	$k_{34}^{(1)}$	$k_{33}^{(1)} + k_{44}^{(2)}$	$k_{43}^{(2)}$
6	0	$k_{31}^{(2)}$	$k_{32}^{(2)}$	0	$k_{34}^{(2)}$	$k_{33}^{(2)}$

III-3.4 Méthode de stockage « STOCKAGE EN LIGNE »

La méthode de stockage choisie est représentée par la direction des flèches. (ligne par ligne) ; C'est-à-dire Les éléments de la bande supérieure de la matrice [K] seront transférés ligne par ligne dans le vecteur {Vk} par : $Vk(L) = K(i, j)$, comme le montre la figure (III-6).

On note la largeur de la demi bande de la matrice [K] par B.

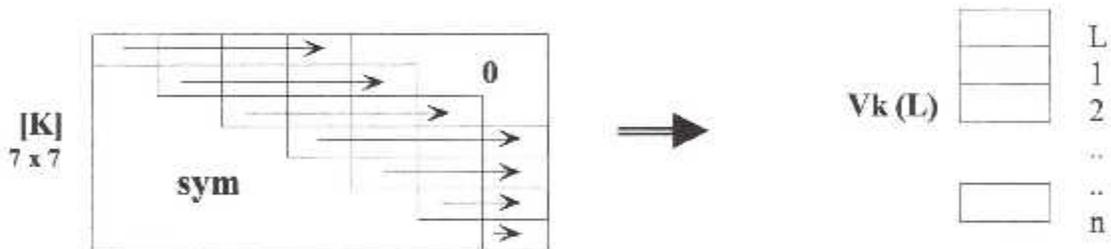


Fig. III-4 : Illustration du stockage en ligne.

Telle que :

$$L = (i - 1)B + j - i + 1 \quad \text{si} \quad \begin{cases} i = 1, 2, 3, \dots, N - B \\ j = i, i + 1, i + 2, \dots, i + B - 1 \end{cases} \quad \text{(III-27)}$$

$$L = \frac{B}{2}(2N - B + 1) - \frac{1}{2}(N - i)(N - i + 1) - N + j \quad \text{si} \quad \begin{cases} i = N - B + 1, \dots, N \\ j = i, i + 1, \dots, N \end{cases} \quad \text{(III-28)}$$

Si on applique les deux formules (III-27) et (III-28) à cette matrice d'ordre (7x7) et B = 4, afin de bien éclaircir le procédé de stockage, on obtient les résultats suivants :

$$\begin{aligned} V_k(1) &= K(1,1) & V_k(11) &= K(3,5) \\ V_k(2) &= K(1,2) & V_k(22) &= K(7,7). \end{aligned}$$

III-4 GENERATION DE MAILLAGE

III-4.1 Aspect de la génération de maillage

Il existe plusieurs méthodes ou techniques de génération de maillage, selon le degré de complexité de la géométrie du domaine d'intérêt. Cependant, le maillage doit toujours satisfaire les conditions suivantes :

- Une adaptation aux frontières, et aux conditions aux limites.
- Une adaptation aux propriétés des différentes régions du domaine physique.
- Une bonne régularité.

III-4.2 Génération des nœuds de frontière et des nœuds internes

Dans notre problème de soudage on a 2 plaques rectangulaires, comme cité au paravent. On va appliquer la discrétisation géométrique sur une seule plaque vue la symétrie. Cette opération dépend du gradient de température tel qu'il est important au niveau du cordon et sa zone proche elle est faible dans le reste de la plaque, donc il est convenable de discrétiser le domaine en deux zones différentes, la première au niveau du cordon très fine et la seconde grosse.

Les dimensions des tôles minces d'acier inoxydable 304L sont :

- La longueur : $L_x = 40\text{mm}$
- La largeur : $L_y = 100\text{mm}$
- Epaisseur : $E_p = 1.47\text{mm}$

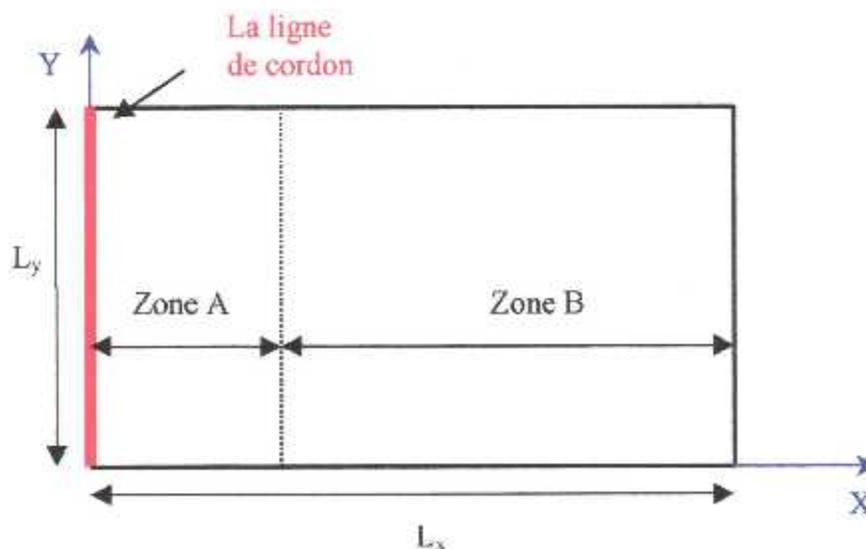


Figure III-5 : Illustration des zones A et B

La génération du maillage d'une zone (A ou B) rectangulaire se fait comme indique la figure ci-dessous :

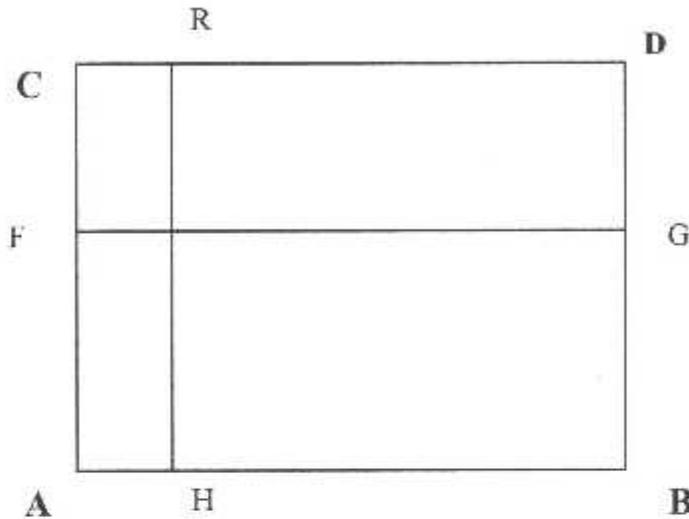


Figure III-6: procédure de discrétisation

On a donc quatre cotés qui sont respectivement AB, CD, BD et AC, Alors : [15]

- AB la partie basse du rectangle.
- CD la partie haute du rectangle.
- AC et BD sont ceux de la partie gauche et droite du rectangle.

Pour ce rectangle, considérons la subdivision par N_x et N_y nœuds sur l'axe horizontal des x et vertical des y respectivement. Par analogie, les cotés AB et CD du domaine seront subdivisés en N_x nœuds et les cotés AC et BD seront subdivisés en N_y nœuds.

Pour cela, on procède à la génération suivant deux étapes principales. La première étape c'est la génération des nœuds de frontière de chaque cotés puis l'étape de génération des nœuds internes.

A- Les nœuds de frontière

* **Sur les contours AB et CD :** Pour simplifier, on choisit un pas constant de subdivision

On obtient, par conséquent $(N_x - 1)$ sous intervalles. La longueur de chaque intervalle est

donnée par :

$$\Delta x_{AB} = \frac{|x_B - x_A|}{(N_x - 1)} \quad (\text{III-29})$$

Les abscisses et Les ordonnées des points de ce coté sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{AB}(i) = x_A + (i-1)\Delta x_{AB} \quad i=1, 2, 3, \dots, N_x \\ y_{AB}(i) = F_{AB}(x_{AB}(i)) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{III-30})$$

Ou : $i=1$; $x_{AB}(i=1) = x_A$
 $i=N_x$; $x_{AB}(i=N_x) = x_B$

Avec $F_{AB}(x)$ Est la fonction du coté AB qui représente l'équation d'une droite donnée en coordonnées cartésiennes.

Concernant maintenant le coté CD et par analogie avec le coté AB, on aura le changement de A par C et B par D et $F_{AB}(x)$ par $F_{CD}(x)$.

* **Sur les contours AC et BD** : la division suit la même démarche que celle des cotés AB et DC. On aura :

$$\Delta y_{AC} = \frac{|y_C - y_A|}{(N_y - 1)} \quad (\text{III-31})$$

Les abscisses et Les ordonnées des points de ce coté sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{AC}(j) = y_A + (j-1)\Delta y_{AC} \quad j=1, 2, 3, \dots, N_y \\ x_{AC}(j) = F_{AC}(y_{AC}(j)) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{III-32})$$

Avec : $F_{AC}(y)$ la fonction du coté AC.

B- les nœuds internes

* **La détermination des abscisses**: en divisant le coté FG en N_x points dont ceux des extrémités sont inclus, on obtient par conséquent des intervalle égaux (N_x-1) dont la longueur de chaque intervalle est $\Delta x = \frac{x_G - x_F}{(N_x - 1)}$, l'abscisse de chaque point sur cet intervalle est

obtenu par :

$$x_i = x_F + (i-1)\Delta x \quad i=1,2,3,\dots,N_x$$

Pour le cas général en faisant varier le point F sur le coté AB et de même pour le point G du coté BD. Les abscisses des nœuds internes sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta x(j) = \frac{x_{\text{coté } AC}(j) - x_{\text{coté } BD}(j)}{(N_x - 1)} \quad j=1,2,3,\dots,N_y \\ x(i) = x_{\text{coté } AB}(j) + (i-1)\Delta x(j) \quad i=1,2,3,\dots,N_x \end{array} \right. \quad \text{(III-33)}$$

* **La détermination les ordonnées** : en divisant le coté AC en N_y points on obtient par conséquent (N_y-1) intervalles dont la longueur de chaque intervalle est $\Delta y = \frac{y_H - y_R}{(N_y - 1)}$,

l'ordonné de chaque nœuds est donné par :

$$y_j = y_R + (j-1) \cdot \Delta y \quad j=1, 2, 3, \dots, N_y \quad \Delta y = \frac{y_H - y_R}{(N_y - 1)} \quad \text{(III-34)}$$

En faisant varier maintenant le point R sur le coté AC et le point H sur le coté BD. Les ordonnées du nœuds internes sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta y(i) = \frac{y_{\text{coté } CD}(i) - y_{\text{coté } AB}(i)}{(N_y - 1)} \quad i=1, 2, 3, \dots, N_x \\ y(j) = y_{\text{coté } AB}(i) + (j-1) \cdot \Delta y(i) \quad j=1, 2, 3, \dots, N_y \end{array} \right. \quad \text{(III-35)}$$

Finalement, les relations (III-8) et (III-10) déterminent rapidement les positions des nœuds internes du maillage qui représentent les sommets des éléments finis obtenus.

III-4-3 connexion des éléments du maillage

Pour faire l'assemblage des matrices élémentaires, on doit avoir préalablement une connexion entre ces différents éléments finis, c'est à dire la correspondance entre les numéros globaux des nœuds et les numéros locaux de chaque élément.

Pour cela, on donnera dans ce qui suit un exemple de numérotation d'un maillage rectangulaire de dimension $N_x \cdot N_y = 4 \times 4$; d'éléments quadrilatères (au total '9'), où la numérotation interne des éléments est faite dans la direction anti-horaire [15].

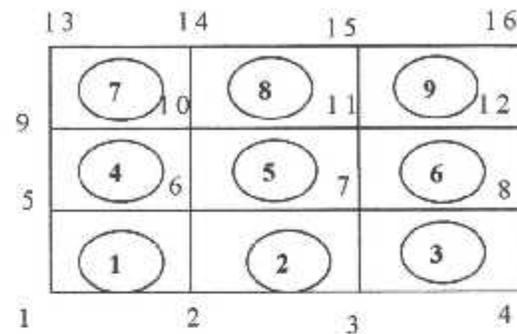


Figure III-7 : Discrétisation en éléments quadrilatères et numérotation des éléments.

Numéros locaux :	1	2	3	4
Numéros globaux :				
Élément 1 :	1	2	6	5
Élément 2 :	2	3	7	6

L'objectif principal du maillage est le développement rapide et efficace des méthodes de discrétisation.

III-5 RESOLUTION DES SYSTEMES LINIAIRES

On peut distinguer deux classes de méthodes:

- Les méthodes directes : Elles aboutissent à la solution en un nombre fini d'opérations, Pour des matrices à très grande dimension, les méthodes directes de résolution d'un système d'équations linéaires deviennent non recommandées, puisque le calcul devient énorme et la taille des matrices devient de plus en plus élevée jusqu'à atteindre leur limite. La solution est recherchée donc par l'utilisation des schémas itératifs.
- Les méthodes itératives : La solution est atteinte en un nombre inconnu d'opérations convergeant vers la solution. On arrête les itérations lorsqu'on estime qu'on est suffisamment proche de la solution. Si on utilise une telle méthode de résolution, dans le programme, on doit préciser le critère d'arrêt des itérations.

III-5.1 Méthodes itératives

Les méthodes itératives sont employées pour les systèmes de grande taille en générale, où le temps de calcul serait prohibitif avec une méthode directe. Que la matrice soit symétrique ou non, on part d'une solution initiale et on l'améliore par des étapes successives. [16]

Si le système à résoudre est $[K][U] = [B]$

On cherche à diminuer la quantité $\|R\| = \|[K][U_i] - [B]\|$

$[U_i]$ étant la solution approchée à l'itération i .

la norme $\|-\|$ peut être la norme euclidienne ou la norme du max. Suivant les méthodes.

Le critère d'arrêt est soit

$$\left\{ \begin{array}{l} \|R\| < \varepsilon_1 \\ \|U_j - U_{j-1}\| < \varepsilon_2 \end{array} \right.$$

Le choix de ε_i dépend de ce qu'on considère comme petit.

III-5.2 Méthode de « GAUSS SEIDEL »

Le schéma le plus utilisé est celui de *Gauss Seidel* et de *Gauss Seidel accéléré*. Alors pour un système général à $(N \times N)$ équations linéaires quelconques suivant :

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \dots \\ F_n \end{bmatrix} \quad (\text{III-36})$$

La méthode itérative de Gauss Seidel consiste essentiellement à passer de l'étape (r) à l'étape $(r+1)$ par le schéma suivant (Tel que $U^{(r)}$ étant déjà calculé) [16], [17]... :

$$U_i^{r+1} = (1 - \omega)U_i^r - \frac{\omega}{K_{ii}} \left\{ \sum_{j=1}^{i-1} K_{ij}U_j^r + \sum_{j=i+1}^N K_{ij}U_j^r - F_i \right\} \quad (\text{III-37})$$

Avec :

- i : indice sur les cases du vecteur. $i = 1, 2, 3, \dots, n$
- r : indice sur l'itération. $(r = 0, \text{ le vecteur initial})$
- ω : Facteur sur-relaxation.

III-5.3 Méthode de « GAUSS-SEIDEL ACCELEREE »

Nous réécrivons le système d'équation (III-37) d'une façon plus compacte et en utilisant les symboles qui conviennent à nos paramètres comme suivant :

$$\sum_{n=1}^N a_{mn} T_n = F_m \quad ; \quad m = 1, \dots, N \quad (\text{III-38})$$

a_{mn} : est un élément de la matrice de rigidité $[K]$ se situant à la ligne 'm' et à la colonne 'n'.

Le modèle (III-37) peut être modifié en accélérant encore le processus de convergence par le remplacement avec des valeurs de la solution déjà calculée, de l'itération actuelle, immédiatement dans le schéma itératif pour la détermination des valeurs restantes.

L'algorithme de calcul sera modifié comme suit [18] :

$$\begin{array}{l} \text{Faire } m-1, \text{ jusqu'à } N \\ \left. \begin{array}{l} \text{Somme} = \sum_{n < m} a_{mn} T_n^{(r+1)} + \sum_{n > m} a_{mn} T_n^{(r)} \\ T_m^{(r+1)} = (1 - \omega) T_m^{(r)} + \frac{\omega}{a_{mm}} (F_m - \text{Somme}) \end{array} \right\} \quad (\text{III-39}) \end{array}$$

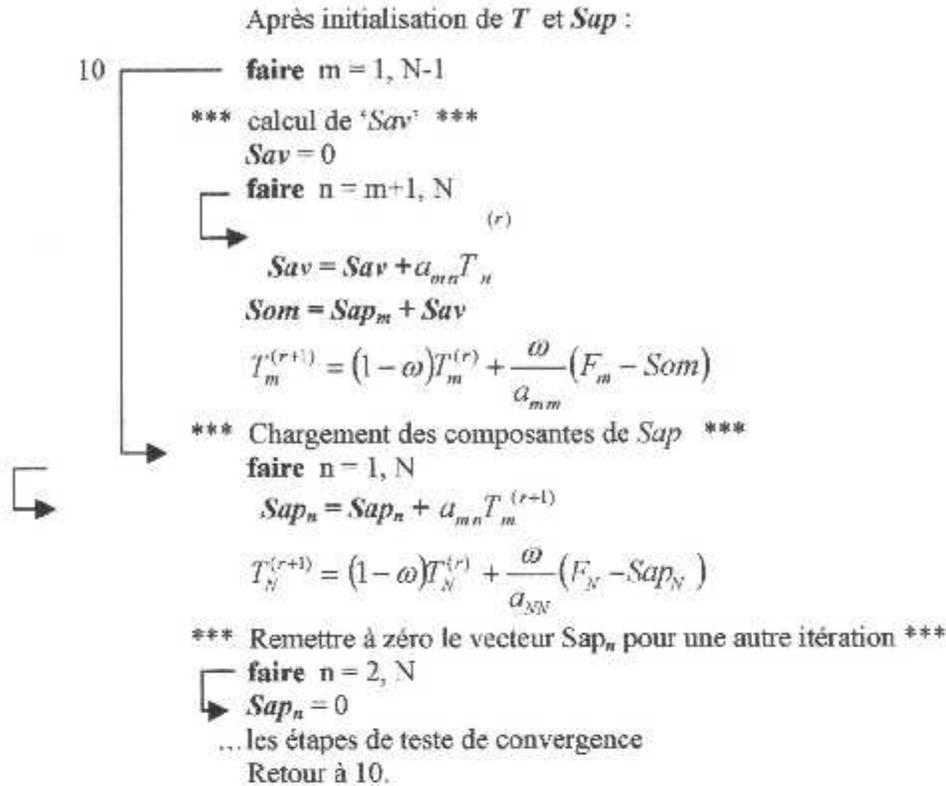
Le paramètre de relaxation ' ω ' étant à choisir dans l'intervalle $]0,2[$, or pour notre type d'application, il est choisi entre $[1,2[$, dans ce cas, il est dit 'Facteur de sur-relaxation (Over-relaxation factor)'.
Ainsi, pour passer de l'étape (r) à (r+1), on introduit le réel ' Sav ' : Somme Avant, des termes de l'étape précédente (r), et le vecteur (Sap_i) Somme Après, des termes de l'étape actuelle (r+1), qui sont définis par :

$$\begin{cases} Sav = \sum_{n > m} a_{mn} T_n^{(r)} \\ Sap_m^{(r+1)} = \sum_{n < m} a_{mn} T_n^{(r+1)} \quad , \quad m > 1 \quad ; \quad Sap_1 = 0 \end{cases} \quad (\text{III-33})$$

Donc :

$$Som = Sav + Sap_m$$

Tel que, en même temps que l'on calcul la variable Sav , dans le programme on charge les composantes de Sap_i par la séquence suivante, en considérant la symétrie de $[K]$:



III-6 PROCEDURE DE CLCUL

Dans cette partie, on donne une description grossière du programme à partir de l'organigramme de la figure (III-8).

Alors, après la déclaration des différentes variables et constantes utilisés dans le programme (partie déclaration), on fait appelle au sous programme **INPUT** permettant d'introduire les différents paramètres caractérisant le problème : la température initiale ; la température ambiante ; coefficient de convection h ; émissivité thermique ; constante de STEPHANE BOLTZMAN. les subdivisions N_x et N_y seront entrées à la fin de cette subroutine. Puis on fait appelle au sous programme **Géométrie** qui permet de générer le maillage, c-à-d de discrétiser le domaine afin d'obtenir les coordonnées géométriques nodales (positions des nœuds).

La subroutine **CONNECT** permet de faire la connexion entre les éléments finis en fonction de leurs numérotations.

Le réarrangement des nœuds du domaine dans un ordre d'affichage convenable permet le traçage et la représentation du maillage grâce à la subroutine **MESH**.

L'appelle du sous programme **CONDLIMIT** permet de déterminer les différentes arrêtes des éléments de la frontière globale afin de calculer, dans les conditions aux limites qui ferment notre système d'équation, le paramètre $F_i^{(e)}$ de l'équation (III-14).

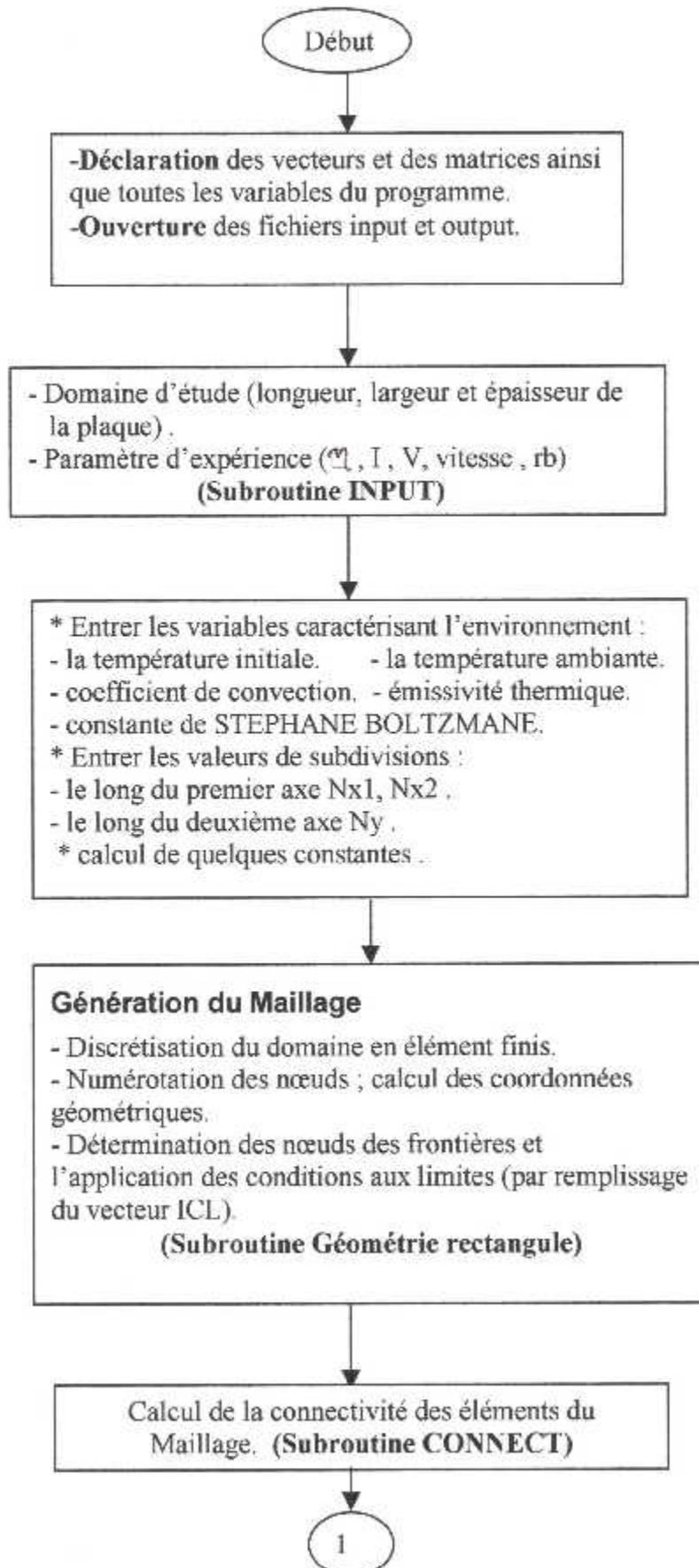
Nous passons à une étape importante dans le programme **MODEL BAIN** c'est le calcul itératif et le remplissage des matrices et des vecteurs élémentaires, ainsi que leurs assemblages dans la matrice globale et du vecteur global. Pour cela, nous appelons la subroutine **ELMQUADRI**, après l'appel de la subroutine **INITIALE** qui fait les initialisations nécessaires avant les calculs itératifs.

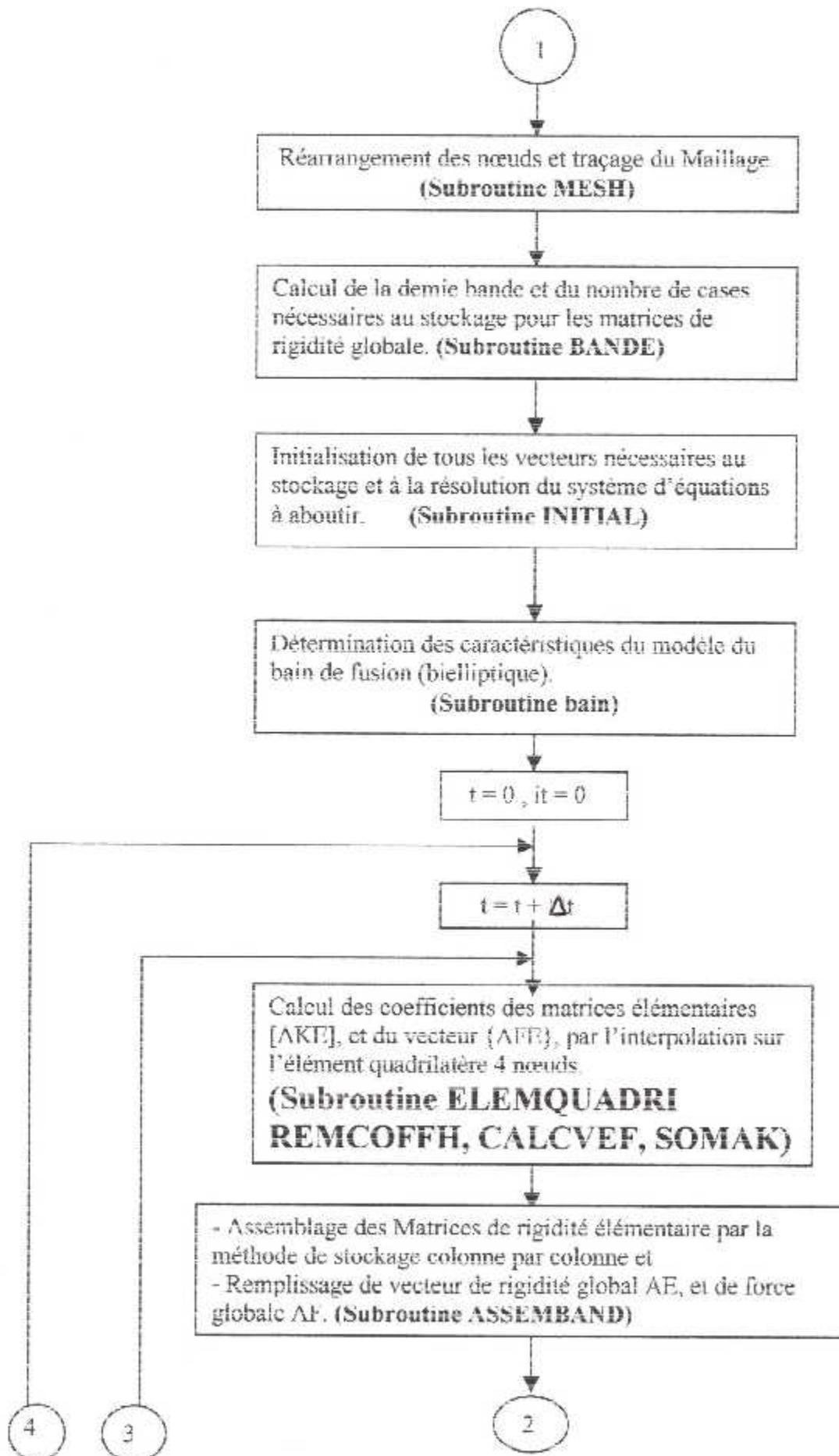
En premier lieu le remplissage des matrices élémentaires est fait tout d'abord par le calcul des intégrales I_{mn} citées au chapitre III. Donc on utilise la subroutine **REMPCOFFH** pour le calcul des coefficients de la matrice [H], Puis le calcul de son inverse [L] par **INVMAT** ainsi que le calcul de I_{mn} et des surfaces élémentaires afin d'avoir les coefficients finaux $k_{ij}^{(e)}$ et $F_i^{(e)}$ en utilisent deux fois les sous programmes **CALCAFE**, **SOMAK**, **INTGRAL** dans la subroutine **ELMQUADRI**.

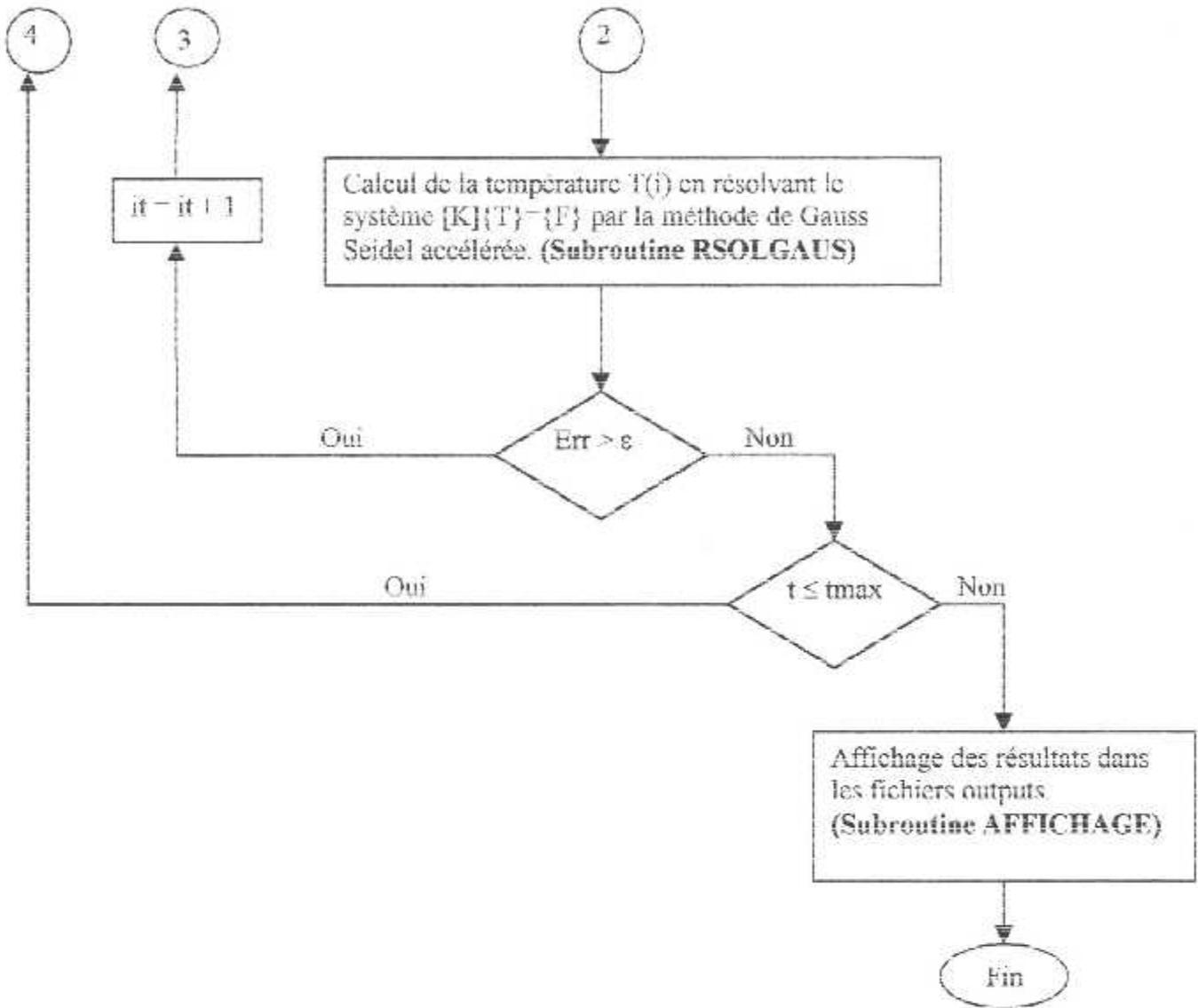
Puis on fait appelle à la subroutine **ASSEMCOMP** qui permet de remplir les vecteurs globaux servant à la résolution du système d'équation du problème selon le stockage ligne par ligne. Une fois la matrice de rigidité globale et le vecteur force globale sont obtenus, nous passons à une phase très importante c'est la résolution du système $[K]\{T\} = \{F\}$, nous obtenons donc les températures dans tous les points du maillage considéré Par la subroutine **Rsolgens**.

Selon un test de convergence, on passe à l'itération suivante si la condition de convergence n'est pas atteinte, sinon on passe à un autre test qui concerne le compteur du temps, qui permet de passer au calcul pour les autres instants du soudage jusqu'à atteindre la fin de l'opération de soudage qui correspond à la présence de la torche de soudage sur le point final de l'axe(y) ; « voir l'algorithme »

ORGANIGRAMME DU PROGRAMME PRINCIPALE







Chapitre IV

Résultats

et

discussion

IV-1 INTRODUCTION :

Dans ce chapitre, nous présenterons la partie expérimentale, les résultats et leur interprétation. Les résultats numériques obtenus, après exécution du programme, représentent la distribution de la température dans la plaque au cours du temps.

Afin de valider ces résultats, nous procéderons à la comparaison des résultats numériques avec ceux de l'expérience.

IV-2 ANALYSE EXPERIMENTALE

Des essais ont été effectués à l'atelier du C.S.C (chéraga) par une équipe de chercheur, tel que le procédé était le soudage TIG sans métal d'apport sur des tôles minces d'acier inoxydable 304L. On a pris les résultats pour parvenir à l'étude comparative avec les résultats de la simulation numérique. Les paramètres de soudage d'acier 304L sont récapitulés dans les tableaux ci-dessous.

Echantillon	Teneur des éléments en % massique								
	C	Mo	Cu	Ni	Mn	Cr	Si	P	S
Tôle N°1 - inox 304L	0.023	0.257	0.39	8.32	1.73	17.95	0.68	0.027	0.024

TAB (IV) Composition chimique

Essai	Gaz de protection	Débit du gaz L/mn	Vitesse cm/mn	Tension (V)	Intensité (A)	Polarité	Rendement η
-1-	Argon	08.5	6.996	9	36	inverse	0.60

TAB (IV) Paramètres de soudage

Le tableau (IV-1) donne la composition chimique des tôles utilisées, et les paramètres de soudage d'acier optés sont récapitulés dans le tableau (IV- 2).

IV-2.1 Caractéristiques des plaques et de l'appareillage

Afin d'enregistrer la variation de température en fonction du temps (cycles thermiques), les chercheurs ont utilisé un enregistreur thermique de type :

« ELTEK 1000 SERIES SQUIRREL » doté d'un logiciel « SOFTWARE FOR SQUIRREL LOGGERS », en implantant des thermocouples K (chromel-alumel) sur l'une des plaques à souder, supportant des températures jusqu'à 1200°C, où on les a couverts avec une patte isolante thermiquement. Le positionnement de ces thermocouples est illustré sur les figures (IV-3) et (IV-4) avec leurs nomenclatures ainsi que leurs dimensions en millimètres (mm).

Les dimensions de chaque plaque à souder sont identiques et égales à :

- Longueur 100 mm,
- largeur 120 mm,
- épaisseur 1.47mm.

Remarque

Les plaques sont placées bout à bout sur un support par points, afin de minimiser le contact avec la table métallique lors du soudage, sinon il y aura une déperdition thermique par conduction à travers les surfaces inférieures, et ce phénomène n'est pas pris en compte.



Figure (IV-3) : Les thermocouples collés sur la plaque 1

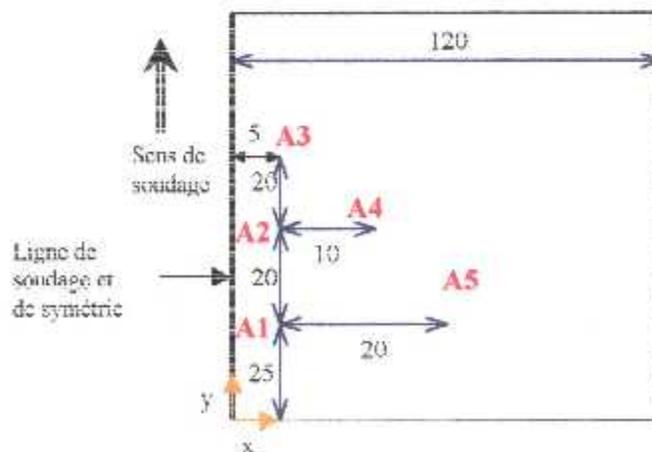
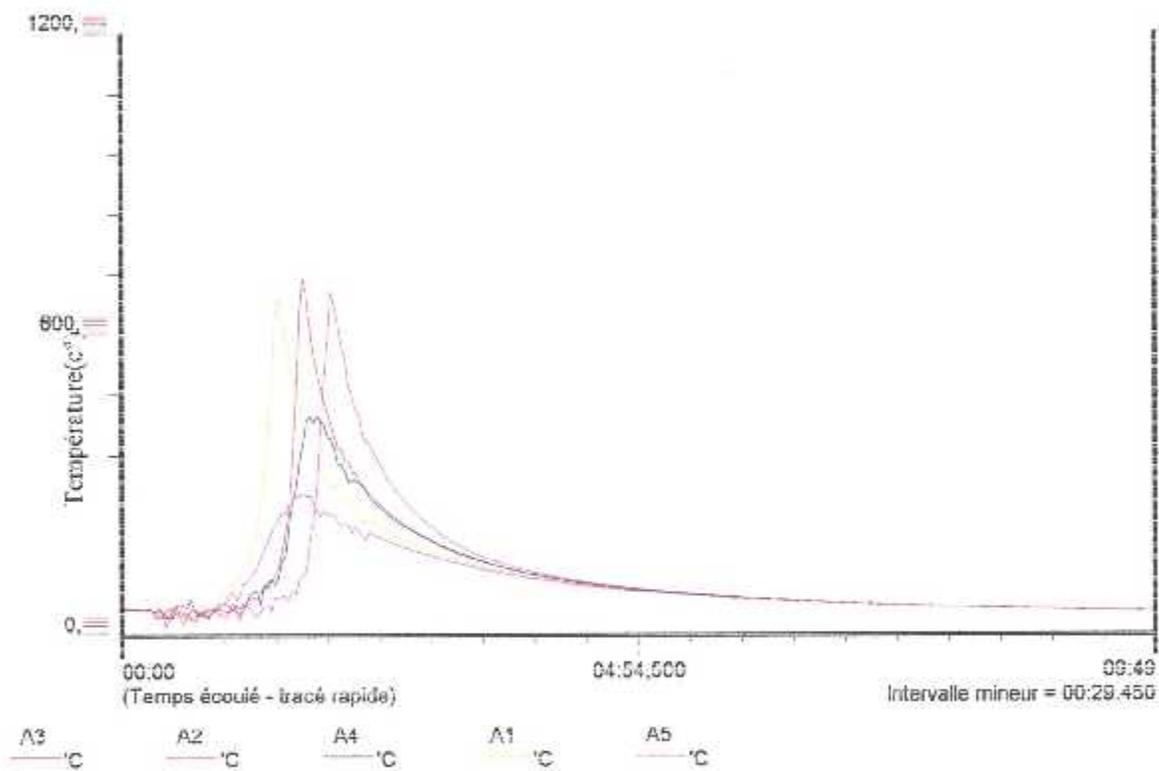


Figure (IV-4) : La position des thermocouples sur la plaque avec les dimensions

IV-2.3 Résultats obtenus expérimentalement

Les graphes ci-dessous représentent les cycles thermiques de chacun des points **A1**, **A2**, **A3**, **A4** et **A5**. Il est clair que les points **A1**, **A2** et **A3** atteignent un pique supérieur au deux autres points, car leurs positions sont très proches de la ligne de soudure. Et en même temps le point **A1** atteint son pique en premier.



Figure(IV-5) : Les cycles thermiques de chaque thermocouple implanté

IV-2.4 Résultat expérimental du point A1 :

A1°

Temps de soudage (mn)	Température (C°)
2:13	75
2:14	84
2:15	115.5
2:16	128.5
2:17	129.5
2:18	160
2:19	160
2:20	218
2:21	234.5
2:22	292.5
2:23	369
2:24	412
2:25	515
2:26	605.5
2:27	670
2:28	734.5
2:29	756
2:30	782.5
2:31	770
2:32	780
2:33	779.5
2:34	763
2:35	738.5
2:36	722.5
2:37	681.5
2:38	675
2:39	617.5
2:40	650
2:41	616.5

Temps de soudage (mn)	Température (C°)
2:42	638.5
2:43	581
2:44	576
2:45	579.5
2:46	565
2:47	539
2:48	544
2:49	529
2:50	508
2:51	502
2:52	495.5
2:53	475
2:54	503
2:55	478
2:56	465
2:57	467.5
2:58	460.5
2:59	453
3:00	446
3:01	440
3:02	434
3:03	427
3:04	422
3:05	416.5
3:06	411.5
3:07	406.5
3:08	401.5
3:09	397
...	...

Pour mieux apprécier ces résultats, nous ne représenterons que les cycles thermiques des thermocouples désignés par A4 et A2.

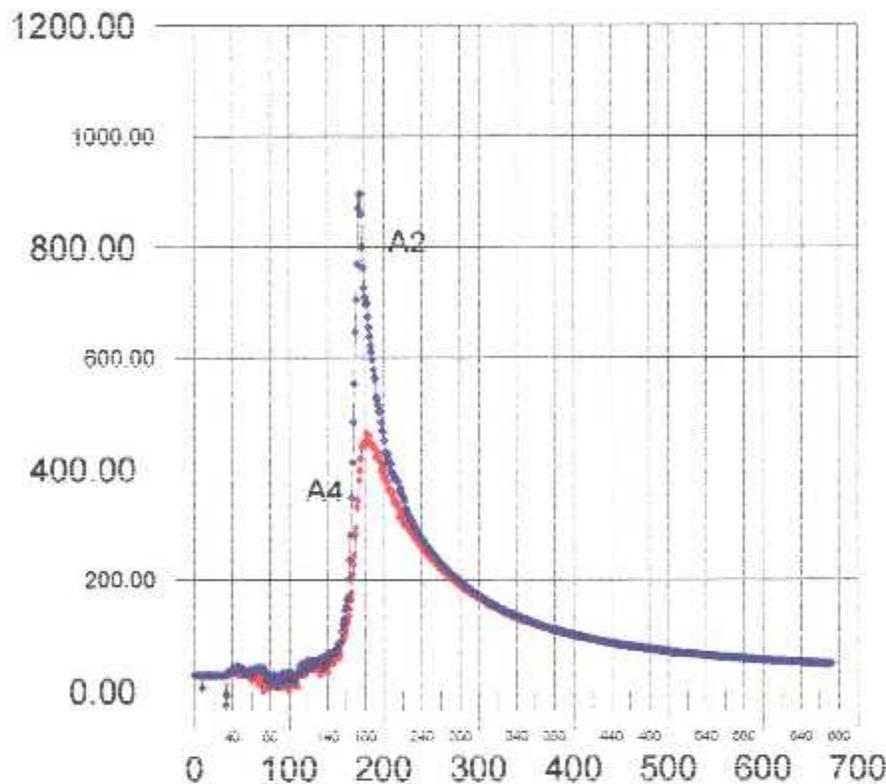


FIG (IV-6) Cycles thermiques des points A₂ et A₄

L'enregistreur thermique a permis de dessiner un graphique regroupant le cycle thermique de chaque thermocouple. On remarque que ces cycles présentent la même forme de variation. On distingue au début du cycle des fluctuations dues au fait que l'enregistreur commence à dessiner avant, pendant et après le passage de l'électrode puis la température augmente au fur et à mesure que l'on se rapproche du point de contact entre l'arc électrique et la plaque jusqu'à atteindre le pic thermique qui représente la température maximale. Plus on s'éloigne de ce point et plus la température diminue.

Les étendue de la zone fondue (ZF) et la zone affectée thermiquement (ZAT) peuvent aussi être déterminées à partir de la répartition de température, elles sont délimitées par leurs températures de fusion et de solidification respectives ($T_f = 1700^{\circ}\text{K}$, $T_s = 996^{\circ}\text{K}$).

La ZAT est située entre les points 5.5 à 6 mm car les thermocouples placés à distance de

5 mm ont enregistrés des valeurs entre 700 et 800 °C (la ZAT est délimitée par la première transformation 723 °C et la température de fusion).

IV-3 ANALYSE NUMIRIQUE

IV-3.1 Données du programme

Dans le cadre de l'exécution du programme, les propriétés des deux plaques d'acier inoxydable en fonction de la température sont :

Pour $T < 1700^{\circ}\text{K}$:

$$K(T) = 8.116 + 0.01618 \cdot T \quad (\text{W/m.k})$$

$$\rho C_p (T) = 3561240.8 + 010022.3072 \cdot T \quad (\text{J/m}^3 \cdot \text{k})$$

Pour $T > 1700^{\circ}\text{K}$:

$$K(T) = 12.29 + 0.003248 \cdot T \quad (\text{W/m.k})$$

$$\rho C_p (T) = 5407942.2 \quad (\text{J/m}^3 \cdot \text{k})$$

Les paramètres de calcul sont : $\eta = 0.65$, $I = 36\text{A}$, $U = 9\text{volt}$, $V = 1.166\text{mm/s}$

La connaissance des conditions initiales et des conditions aux limites est nécessaire pour décrire le phénomène physique et la résolution mathématique du problème, Donc :

condition initiale : $T_0 = 300^{\circ}\text{K}$

conditions aux limites : la densité du flux de chaleur est donc

$$q_n = h (T_{\infty} - T) \quad \text{tel que } h = 10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{k} ; T_{\infty} = 300^{\circ}\text{K}$$

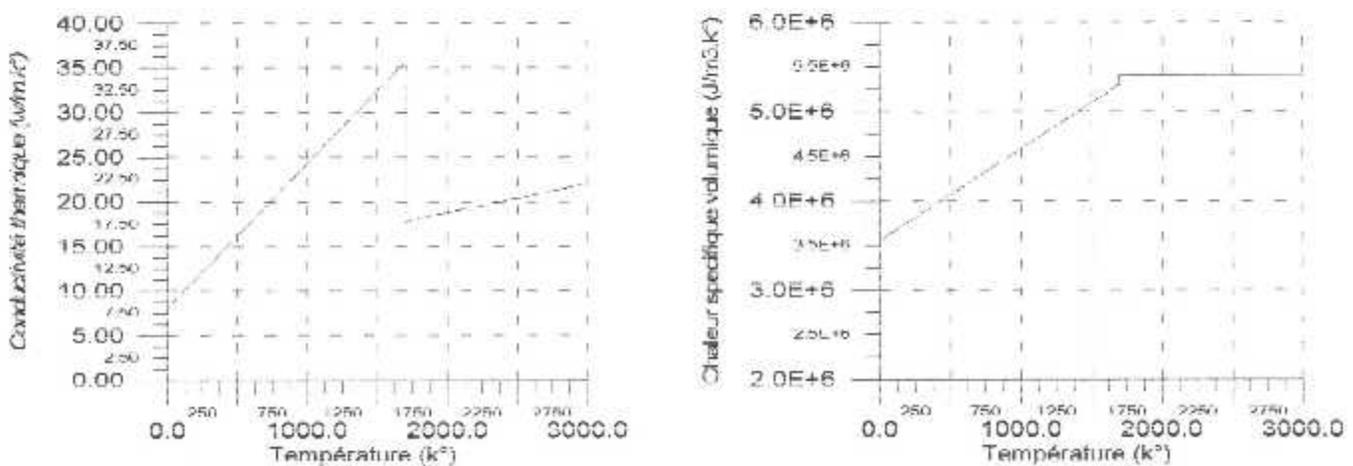


Figure (IV-7) propriétés physiques de l'acier inox

IV-3.2 Interprétation des résultats numérique

Pour obtenir une meilleur précision de calcul, on effectue un maillage serré le long du cordon de soudure et un maillage grossier ailleurs.

Le champ de température est représenté sous la forme d'isothermes. Ces isothermes sont de plus en plus éloignées entre elles au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'arc. Ceci est dû au fait que la chaleur a eu suffisamment de temps pour se propager dans les différentes directions de l'assemblage.

Les pertes de chaleur par rayonnement au niveau des parois de l'assemblage sont pratiquement négligeables.

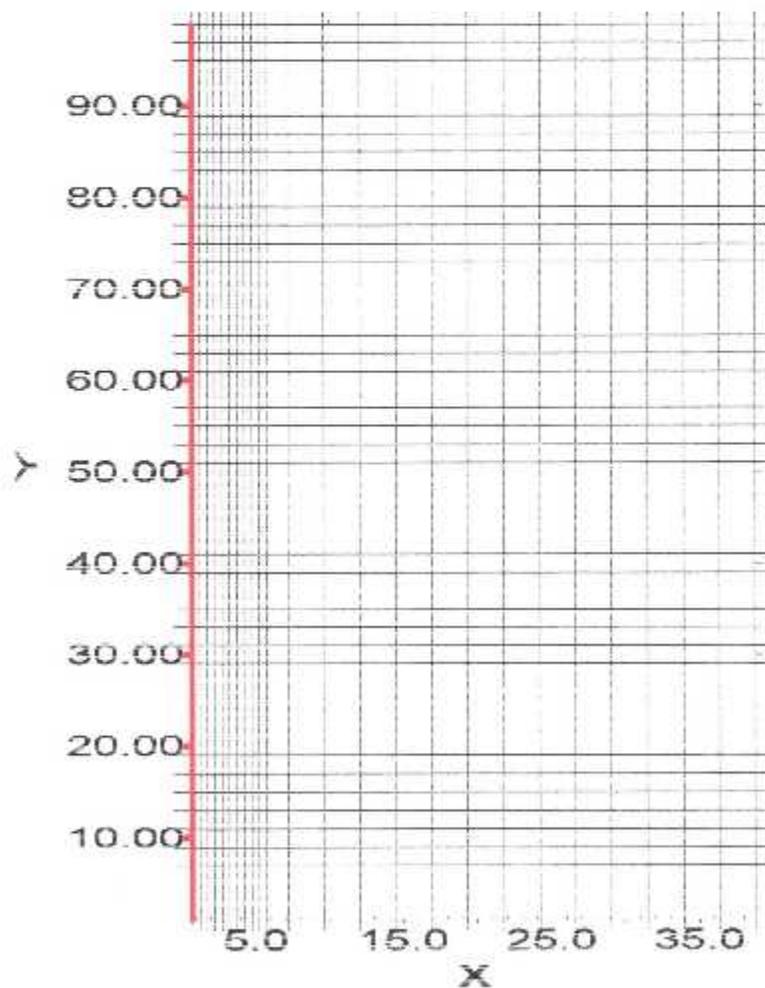
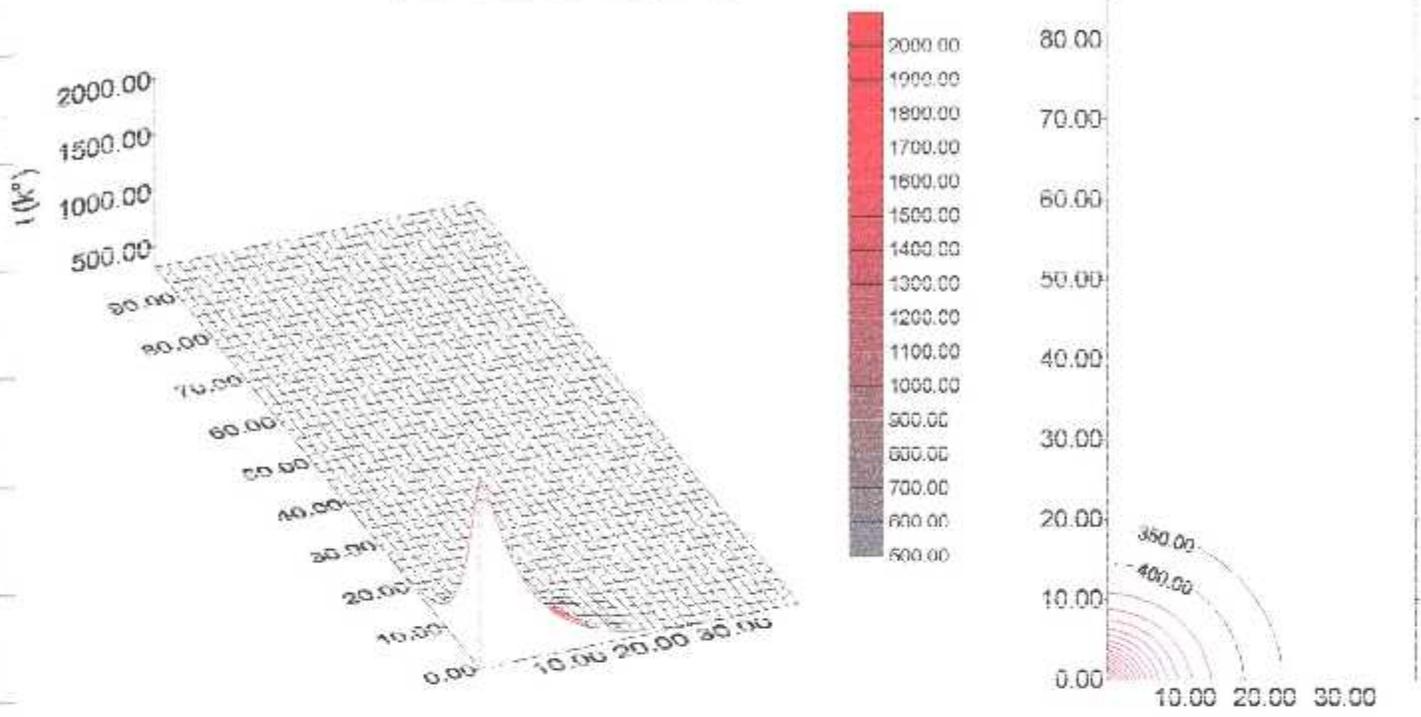


FIG (IV-2) le maillage des deux zones A et B

IV-3.3 RESULTATS NUMIRIQUE

Pas de temps N° - 02
 temps = 4.930 sec.



Pas de temps N° - 10
 temps = 24.65 sec.

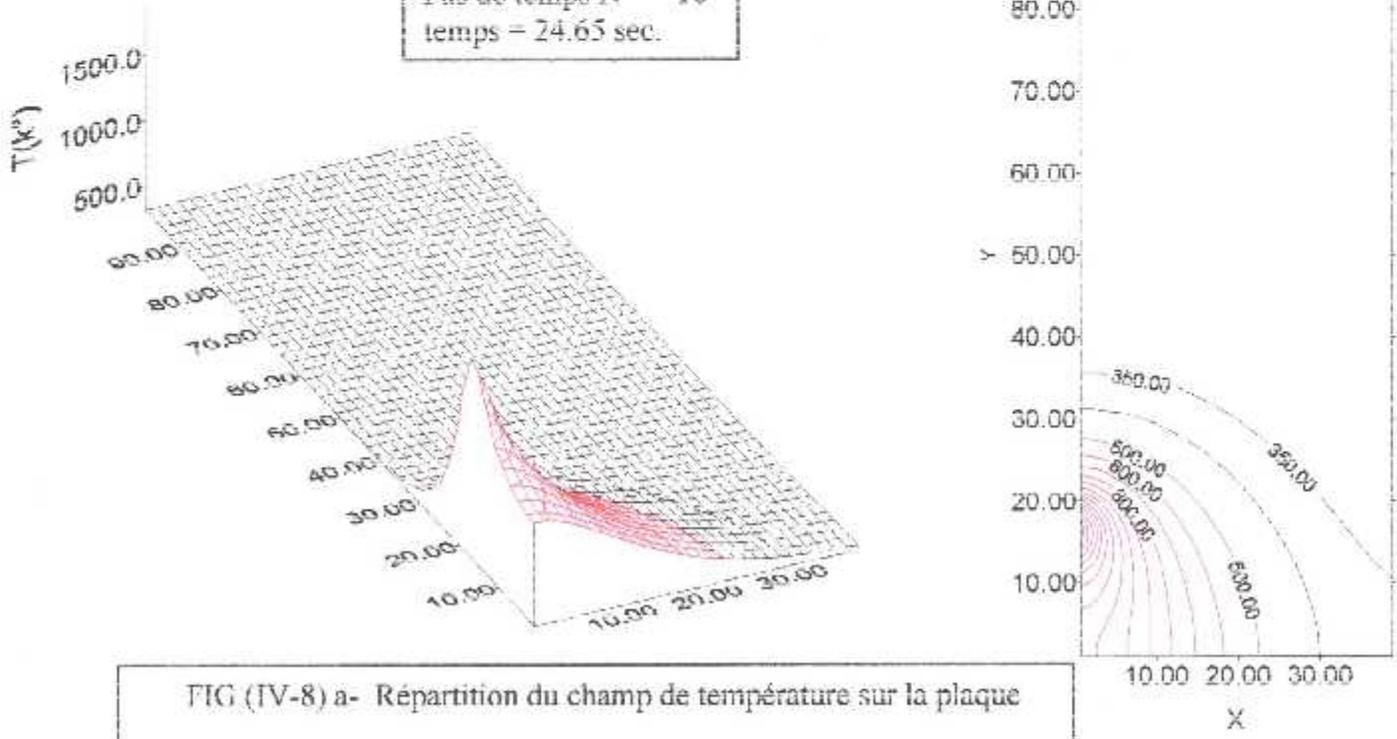


FIG (IV-8) a- Répartition du champ de température sur la plaque

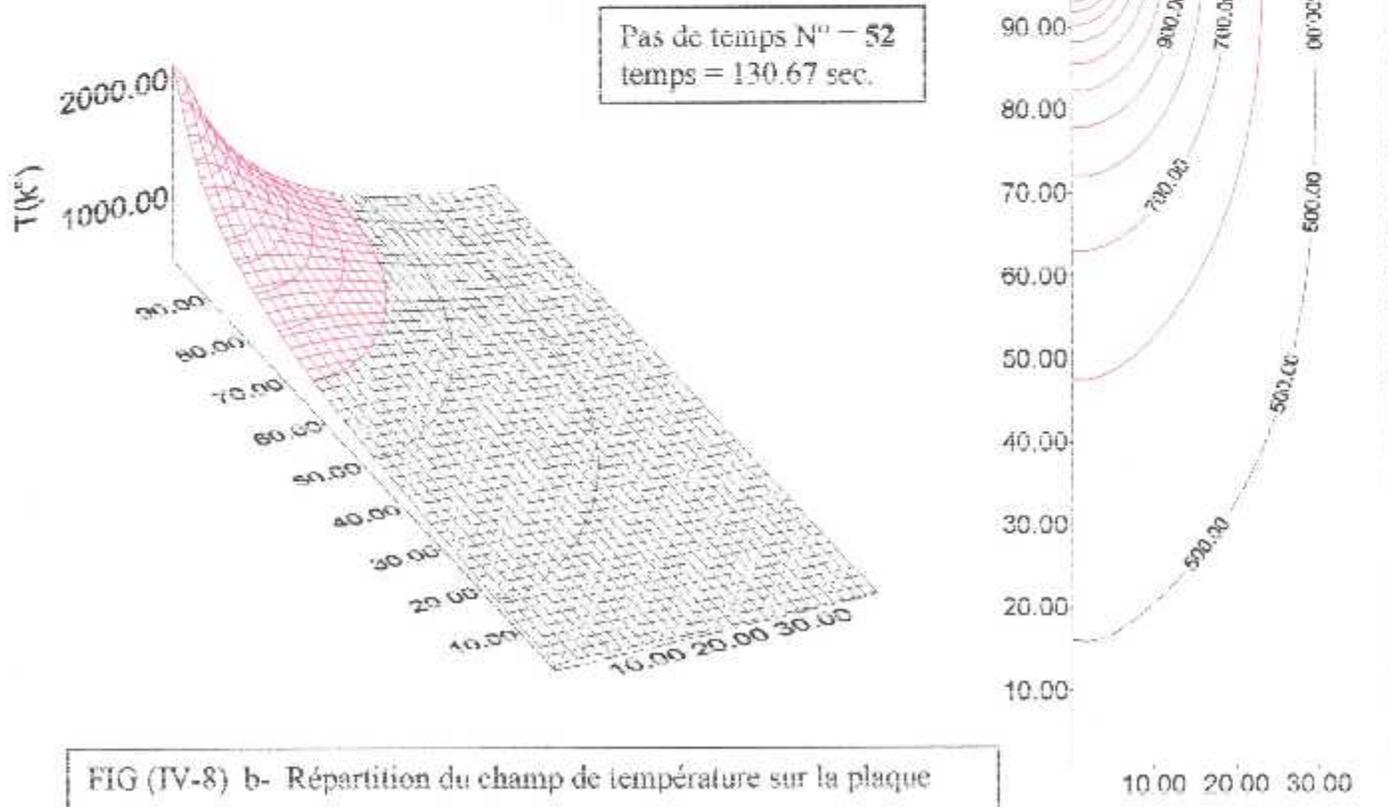
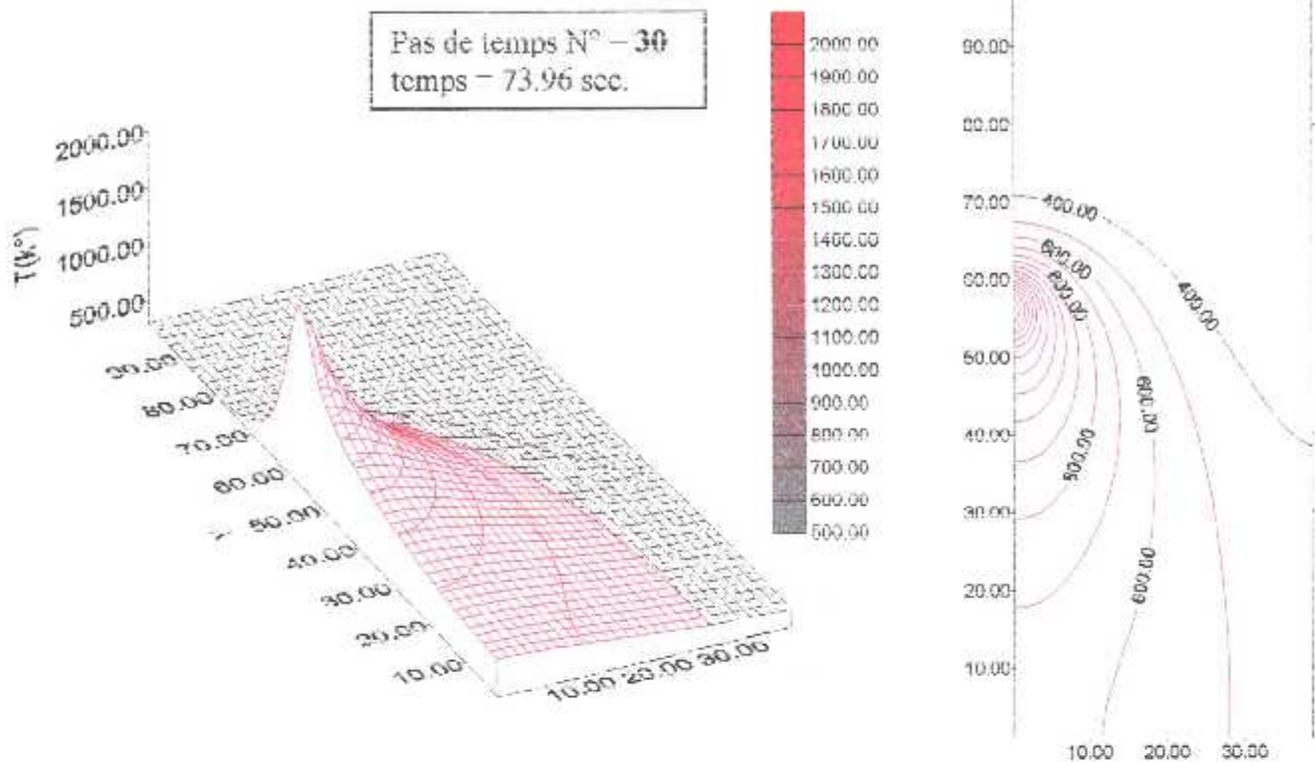


FIG (IV-8) b- Répartition du champ de température sur la plaque

IV-4 COMPARAISON ENTRE LA PARTIE EXPERIMENTALE ET LA PARTIE NUMERIQUE

La figure (IV-9) représente une comparaison entre le cycle thermique expérimentale et le cycle thermique numérique. On remarque une certaine différence entre les deux cycles, cela est dû à plusieurs raisons, dont les plus importantes sont :

- Les erreurs commises par l'ordinateur (troncature, arrondi).
- Le positionnement des thermocouples ne correspond pas exactement à la position des nœuds de calcul.
- Les paramètres de soudage utilisés ne correspondent pas exactement à la réalité, tel que le rayon du bain de fusion.

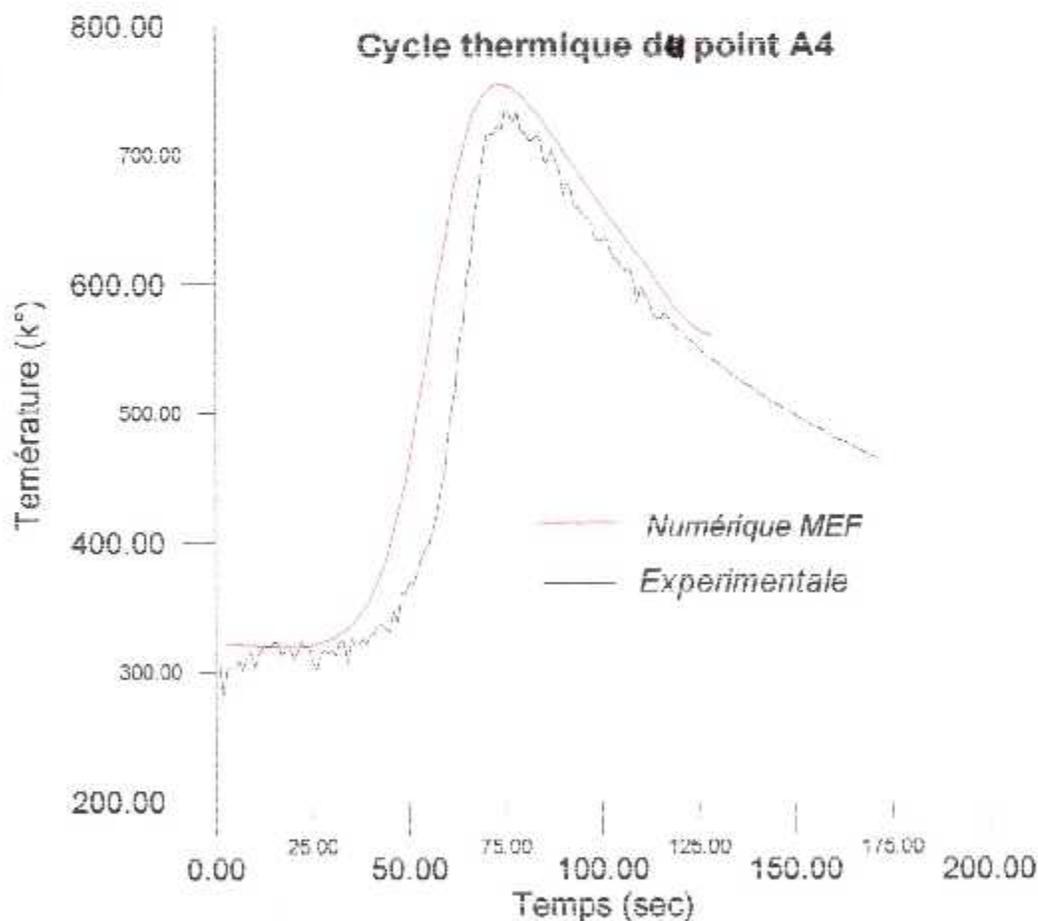


FIG (IV-9) comparaison des cycles thermiques expérimentale et numérique.

IV-5 CONCLUSION

La comparaison entre le cycle thermique expérimental et le cycle obtenu par un calcul numérique, montre une certaine différence entre ces résultats. Ceci est dû à plusieurs facteurs, dont les plus importants sont la position réelle des thermocouples sur la plaque, les erreurs de manipulation (le procédé est manuel) et surtout, les erreurs de calculs.

La région étudiée est soumise à des gradients de température très élevés, où un très petit déplacement de l'électrode induit des variations importantes. On remarque qu'il faut faire attention lors du collage des thermocouples dans leurs positions exactes, et qu'il faut adapter au mieux les paramètres du modèle numérique concernant les rayons du bain de fusion du modèle source.

CONCLUSION GENERALE

Le soudage à l'arc électrique par la méthode T.I.G requiert une certaine dextérité, ou plus exactement une maîtrise de la technique, afin que les résultats ne soient pas faussés par l'exécution de ce procédé de soudage. Une fois maîtrisé, cette méthode donne d'excellents résultats et c'est ce qui explique son succès dans le domaine industrielle.

La bonne compréhension des phénomènes physiques qui se produisent au cours de l'expérience, est le paramètre le plus important pour aboutir à des résultats corrects.

Cette bonne compréhension permettra par la suite de proposer un modèle mathématique aussi proche que possible de notre phénomène physique et donc qui reflète bien la réalité.

Le but de ce travail était de procéder à la simulation numérique d'une source de chaleur lors du soudage de deux plaques minces rectangulaires, en utilisant la méthode des éléments finis pour la détermination du champ de température.

L'utilisation de la méthode des éléments finis par un programme de calcul, nous a permis de trouver des solutions numériques pour des surfaces rectangulaires, ce qui a permis de prédire la répartition de la température transitoire dans l'assemblage soudé et par la suite de caractériser le champ de température et les cycles thermiques $T(t)$ en chaque point de la soudure et pouvoir délimiter les différentes zones concernées, à savoir les dimensions de la zone fondue (ZF) et de la zone affectée thermiquement (ZAT).

Après comparaison des solutions numériques obtenues avec les résultats expérimentaux nous avons montré que les températures obtenues numériquement, sont en générale très proches des températures expérimentales. Ces températures augmentent à partir des frontières des plaques jusqu'à la zone où elles atteignent leur maximum. Cette variation est due au passage de la source de chaleur. La diminution de ces températures est lente et passe par deux phases où la deuxième est plus lente que la première phase.

Ce travail peut être complété ou amélioré en incluant les aspects qui ont été négligés comme le déplacement du bain de fusion à l'état liquide, ou en tenant compte du métal d'apport dans l'opération de soudage à l'arc électrique, ou bien en effectuant plusieurs passages de l'arc électrique au lieu d'un seul, ou encore en tenant compte de la propagation de la chaleur dans des plaques en trois dimensions.

Nomenclature

E_n	: Energie nominale	(j/m)
U	: la tension d'arc en volts.	(V)
I	: intensité du courant électrique en ampère	(A)
V_s	: vitesse de soudage.	(m/s)
E_d	: Energie dissipée dans le cordon de soudure	(j/m)
η	: le rendement d'arc.	
Q_p	: la chaleur émise par convection et par rayonnement par la colonne d'arc.	(w/m ²).
Q_a	: celle transmise à la pièce à souder.	
n	: la proportion de la chaleur produite par la colonne.	
m	: la proportion de la chaleur perdue par rayonnement.	
Q_{arc}	: la chaleur produite par l'arc.	(w/m ²)
t	: temps.	(s)
ρ	: Densité du matériau à souder.	(kg/m ³).
C_p	: chaleur spécifique du matériau	(j/kg.°K)
K	: conductivité thermique.	(w/m.°K)
S	: chaleur générée ou absorbée par unité de temps	(w/m ³)
H	: coefficient d'échange par convection	(w/m ²)
T	: température sur plaques	(°K)
T_∞	: température ambiante	(°K)
ε	: Émissivité thermique.	
σ	: constante de STEPHAN-BOLTZMAN	(w/m ² .k ⁴)
S_c	: partie constante de la linéarisation du terme source	(w/m ³)
S_p	: coefficient de T dans l'expression du terme source	(w/m ² .k ⁴)
q_0	: coefficient de l'expression du terme source	(w/m ³)
Q	: la chaleur produit par l'arc	(w)
Δt	: la variation de température	(°k)

Sommaire

- T^o : est la température a l'instant précédent (°k)
- $N(x,y)$: la fonction d'interpolation
- Ω : Domaine de calcul
- Γ : La frontière
- ds : la longueur d'arc infinitésimale le long du contour L .
- Ω^e : domaine de calcul de l'élément.
- Γ^e : la frontière de l'élément.
- $K_{ij}^{(e)}$: matrice de rigidité de l'élément
- $F_i^{(e)}$: le vecteur force
- $I_{\alpha\alpha}$: intégrale d'inertie.
- L_x : la longueur de la plaque (mm)
- L_y : la largeur de la plaque (mm)
- E_p : épaisseur de la plaque (mm)
- N_x : nombre des nœuds sur l'axe X.
- N_y : nombre des nœuds sur l'axe Y.
- V_k : vecteur de stockage.
- NN : dimension du vecteur V_k .
- B : la longueur de la demi-bande.
-

Bibliographie

- [1] : Roger. Legoué « Précis de soudage et brasage et techniques connexes », troisième édition, nouveau tirage édition EYROLLES Paris (1982).
- [2] : N. HERMEZ – M.DJENNANE, « Simulation numérique du transfert de chaleur lors du soudage à l'arc électrique des assemblages de faible épaisseur ». Mémoire de fin d'étude, option thermo-énergétique, université (USTHB)
- [3] M' AISSANI, H.MAZA et BELKASSA « Contribution à la modélisation du soudage TIG des tôles minces d'acier austénitique 304L par un modèle de source bi-elliptique avec confrontation expérimentale » J Phys IV France 124 (2005) pp.213-220,EDP Science, Les Ulis.
- [4] : R. Varisillaz. « Soudage, élément de conception et de réalisation », Edition unond (1982)
- [5] : « La grande encyclopédie LAROUSSE » édition complète volume 18, librairie Larousse Canada (1976).
- [6] : F Kreith « Transmission de la chaleur et thermodynamique », Masson et Cie (1967).
- [7] : Encyclopédie « Encarta » logiciel microsoft corporation (1998).
- [8] : M.Choi-R.Greif and M.Salcudean « A study of the heat transfer during arc welding with applications to pure metals or alloys and low or high boiling temperature materials ». Numerical heat transfer, Vol 11, pp 477-489,(1987).
- [9] : Bertrand Le Bourgeois « Soudage à l'arc » tome 1 généralités, publication de la soudure autogène édition (1977).
- [10] : EGAR.T.W and TSALN.S.J «Temperature fields produced by travelling distributed heat sources » Welding Journal 1983 62/12, pp.220_s to 234_s.
- [11] : M.AISSANI, H.HAMZA et BELKASSA « Calcul Thermique de l'effet d'énergie par un modèle Gaussien du soudage T.I.G des tôles minces d'acier austénitique 304L par la méthode des éléments finis ». Article de la IX^{ème} journée maghrébine des sciences des matériaux. Mai 2004.
- [12] : R.MESLIER « la soudure autogène au chalumeau et à l'arc »
- [13] : BOUNDARE. Cours de 4^{ème} année Ingénieur, Département d'aéronautique « Transfert thermique » 2002-2003.
- [14] : Robert L. Ule-Yo Gendra Joshi-Eugene B.Sedy « A new technique for a three dimensional heat transfert computation and autogenous arc welding » metallurgical transactions B, Volume 21b, pp.1033-047 (Décembre 1990).
- [15] : M.AISSANI MOULOUD « Calcul des paramètres d'écoulement dans les conduites de sections complexes par la méthode des éléments finis ». Thèse de magistère, D.A.B, Algérie, Juillet 2002.