

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la recherche scientifique

Université SAAD DAHLAB DE BLIDA
DEPARTEMENT D'AÉRONAUTIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE
Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en aéronautique

Option : structure

ETUDE THERMOELASTIQUE
DES COMPOSITES UNIDIRECTIONNELLES
AVEC
ELABORATION DE CODE

Présenté Par : **ZEROUALA SALIM**

BOULEKHIOUT NOUREDDINE

Proposé et dirigé par : **M^{elle} BENKHEDDA AMINA**

2004 – 2005



A decorative border with a repeating floral and scrollwork pattern in blue, green, and gold colors surrounds the text.

Remerciements

Au terme de notre étude, on tient à exprimer nos remerciements et notre profonde gratitude à notre promotrice madame A.BENKHEDDA qui a mis à notre disposition son savoir et ses connaissances, ainsi que pour ses conseils précieux.

Nos remerciements vont également aux membres du jury qui nous ont alloué de leur temps précieux pour examiner ce présent travail.

Sans oublier tous les enseignants et le personnel administratif pour leur disponibilité et leur volonté de travail.

ZEROUALA SALIM

BOULAKHIOUT NOUREDDINE

Promotion 2004-2005

Dédicaces

J'offre ce travail à :

*mes parents ,à qui je dois mon existence ,
mes frères et mes sœurs surtout M'hamed et
Fetma Zohra pour leur soutien
et à mes amis :*

*M.Mekkid et sa famille,
Y.Boutemak et sa famille,
S.Zamim ,
T.Elaichi ,
Z.Titri,
N.Guesmi*

*Qui n'ont pas épargné d'effort pour
m'aider à finaliser ce travail*

Et à tout ceux qui m'aiment ...

ZEROUALA SALIM



Dédicaces

J'offre ce travail à :

*mes parents ,à qui je dois mon existence ,
mes frères et mes sœurs pour leur soutien
et à mes amis :*

H.Yakhlef

S. Meraliti

H.Boutoula

H.Medoum

*Qui n'ont pas épargné d'effort pour
m'aider à finaliser ce travail*

BOULEKHIOUTE NOUREDDINE

SOMMAIRE

| | |
|----------------------------|----|
| Introduction Générale..... | 01 |
|----------------------------|----|

Chapitre I

Présentation générale et mécanique des matériaux composites

| | |
|--|----|
| Introduction..... | 04 |
| 1.1. Définitions..... | 04 |
| 1.2. Définitions des principaux constituants..... | 04 |
| 1.2.1. La matrice..... | 04 |
| 1.2.1.1. Définition..... | 04 |
| 1.2.1.2. Différentes familles de matrice..... | 05 |
| 1.2.2. Le renfort..... | 05 |
| 1.2.2.1. Définition..... | 05 |
| 1.2.2.2. Différentes familles de renfort..... | 06 |
| 1.2.2.3. Forme de renfort..... | 06 |
| 1.2.2.4. Types de renfort..... | 06 |
| 1.3. Les matériaux composites structuraux..... | 07 |
| 1.3.1. Monocouches..... | 07 |
| 1.3.2. Stratifiés..... | 07 |
| 1.3.3. Sandwichs..... | 08 |
| 1.4. Les repères..... | 08 |
| 1.4.1. Le repère principal (LT) local..... | 08 |
| 1.4.2. Repère du stratifié (XY) (global)..... | 09 |
| 1.5. Microanalyse..... | 09 |
| 1.6. Loi De Comportement..... | 11 |
| 1.6.1. Matrice de rigidité..... | 11 |
| 1.6.2. Matrice de flexibilité..... | 11 |
| 1.7. Matériaux composites unidirectionnels..... | 12 |
| 1.7.1. Relation d'élasticité dans un repère local..... | 12 |
| 1.7.2. Constantes de rigidité dans repère (L,T)..... | 13 |
| 1.7.3. Constantes de souplesse dans le repère (L,T)..... | 13 |

| | |
|---|----|
| 2.6.2. Coefficients d'expansion thermique pour les unidirectionnels | 30 |
| 2.6.3. Déformations thermiques dans les stratifiés unidirectionnels..... | 30 |
| 2.6.4. Relations thermiques | 31 |
| 2.6.4.1. Contraintes et déformations | 31 |
| 2.6.5. Contraintes résiduelles | 32 |
| 2.7. L'équation constitutive thermomécanique | 34 |
| 2.8. Variation de température dans le régime transitoire | 35 |
| 2.8. Conclusion | 36 |

Chapitre III

Code de calcul et résultats

| | |
|---|----|
| 3.1. Organigrammes..... | 37 |
| 3.1.1. Organigramme de calcul des contraintes mécaniques (ANMEC)..... | 37 |
| 3.1.2. Organigramme de calcul des contraintes thermiques sans chargement mécanique avec une température constant (ANTHE)..... | 39 |
| 3.1.3. Organigramme de calcul des contraintes thermiques sans chargement mécanique avec une température variable « variation linéaire de température » (ANTHL)..... | 41 |
| 3.1.4. Organigramme de calcul des contraintes thermiques sans chargement mécanique avec une température variable dans le régime transitoire..... | 43 |
| 3.2. Simulation | 45 |
| 3.2.1. Simulation (1) ANMEC | 45 |
| 3.2.2 Simulation (2) ANTHE | 51 |
| 3.3. Application du code pour la prévision des comportements des structures en plaques composites..... | 58 |
| 3.3.1. Effet chargement mécanique..... | 59 |
| 3.3.1.1 Résultats et interprétation sur l'effet..... | 59 |
| 3.3.1.2. Effet d'empilement | 62 |
| 3.3.1.3. Effet des épaisseurs | 62 |

| | |
|---|----|
| 1.7.4. Relation d'élasticité dans le repère (X,Y)..... | 13 |
| 1.7.5. Constantes de rigidité dans repère (X,Y)..... | 14 |
| 1.7.6. Constantes de souplesse dans repère (X,Y)..... | 15 |
| 1.8. Contraintes Planes..... | 16 |
| 1.8.1. Etat de contrainte planes. | 16 |
| 1.8.2. Matrice de rigidité réduite dans les axes principaux « (L, T)..... | 16 |
| 1.8.3. La matrice de rigidité réduit de chaque pli | 16 |
| 1.9. Conclusion..... | 17 |

Chapitre II

Modélisation du comportement thermoélastique

| | |
|--|----|
| Introduction | 18 |
| 2.1. Généralité..... | 18 |
| 2.1.1. Théorie classique des stratifiés | 19 |
| 2.2. Champ Des Déformations | 20 |
| 2.2.1. Expression Du Champ Des Déformations | 20 |
| 2.3. Champ des Contraintes | 22 |
| 2.3.1. Forme du Champ des Contraintes | 22 |
| 2.3.2. Exprission Des Contraintes | 23 |
| 2.4. Expression Des resultantes et moments | 23 |
| 2.4.1. Résultante en membrane | 23 |
| 2.4.2. Moments de flexion et de torsion | 25 |
| 2.5. Equations Du Comportement Mecanique D'un Stratifie..... | 26 |
| 2.5.1. Equation constitutive..... | 26 |
| 2.5.2. Détermination des déformations et des contraintes | 27 |
| 2.5.3. Déformations en membrane et courbures | 27 |
| 2.5.4. Champ Des Déformations..... | 28 |
| 2.5.5. Champ Des Contraints | 28 |
| 2.6. Les Coportements Thermiques | 29 |
| 2.6.1. Equations Du Comportement Des Stratifies Tenant Compte Des Phénomènes De Dilatation..... | 29 |

| | |
|--|----|
| 3.3.2. Effet chargement thermique | 62 |
| 3.3.2.1. Résultats obtenues | 63 |
| 3.3.2.2. Interprétation | 67 |
| 3.3.3. L'effet de variation de la température d'environnement et de polymérisation ... | 67 |
| 3.3.3.1 L'effet de la température d'environnement..... | 67 |
| 3.3.3.1.1. Les résultats obtenues..... | 67 |
| 3.3.3.1.2. Interprétation | 71 |
| 3.3.3.2. Effet de l'augmentation de la température d'environnement T_0 | 71 |
| 3.3.3.2.1. Résultats obtenues | 72 |
| 3.3.3.2.2. Interprétation..... | 82 |
| 3.3.3.3. Effet de la température de polymérisation T_p | 82 |
| 3.3.3.3.1. Résultats Obtenue | 82 |
| 3.3.3.3.2. Interprétation..... | 83 |
| 3.3.4. Variation de température dans le régime transitoire..... | 85 |
| 3.3.4.1 les résultat obtenu | 85 |
| 3.3.4.2. Interprétation | 89 |
| Conclusion générale..... | 90 |

NOMENCLATURE

- (L, T) : Repère local de stratifié.
- (X, Y) : Repère global du stratifié.
- E_f : Module d'élasticité longitudinale de fibre.
- E_f^* : Module d'élasticité transversale de fibre.
- G_f : Module de glissement de fibre.
- ν_f : Coefficient de poisson de fibre.
- ρ_f : masse volumique de fibre de matrice.
- E_m : Module d'élasticité longitudinale de matrice.
- G_m : Module d'élasticité transversale de matrice.
- U_m : Module de glissement de matrice.
- ρ_m : Coefficient de poisson de matrice.
- V_f : Fraction de fibre en volume.
- V_m : Fraction de matrice en volume.
- G_{LT} : Module de cisaillement ou glissement.
- ν_{LT} et ν_{TL} : coefficient de poisson
- ρ : Masse volumique.
- E_1 : Module d'élasticité longitudinale.
- E_2 : Module d'élasticité transverse.
- ν_{12} : Coefficient de poisson.
- G_{12} : Module de cisaillement.
- n : Nombre du pli.
- h_k : Cote du pli d'ordre k .
- e_k : Epaisseur du pli k .
- M : Point matériel.

- u_0 : Déplacement du point M suivant l'axe x.
- v_0 : Déplacement du point M suivant l'axe y.
- w_0 : Déplacement du point M suivant l'axe z.
- c : cosinus θ
- s : sinus θ
- $[T]$: Matrice de transition qui relie les contraintes dans le repère local avec celles du repère global.
- $[T']$: Matrice de transition qui relie les déformations dans le repère local avec celles du repère global.
- Q_{ij}, C_{ij} : Constantes de rigidité dans le repère (L, T).
- Q'_{ij}, C'_{ij} : Constantes de rigidité dans le repère (x, y).
- $[Q]$: Matrice de rigidité dans le repère (L, T).
- $[Q']$: Matrice de rigidité dans le repère(x, y)
- $[S]$: Matrice de flexibilité ou matrice souple.
- S_{ij} : Constantes de flexibilité ou constantes de souple.
- S'_{ij} : Constantes de souple dans le repère (L, T).
- S''_{ij} : Constantes de souple dans le repère(x, y).
- $[A]$: Matrice de rigidité en membrane.
- $[B]$: Matrice de couplage membrane- flexion –torsion.
- $[D]$: Matrice de rigidité en flexion.
- N_x, N_y : Efforts résultant respectivement dans la direction x et y.
- M_x, M_y : Moments fléchissant respectivement dans la direction x et y.
- $\sigma(M)$: Tenseur des contraintes.
- $\varepsilon(M)$: Tenseur des déformations.
- $\varepsilon^0_{xx}, \varepsilon^0_{yy}, \varepsilon^0_{xy}$: Déformation en membrane.
- $\varepsilon^f_{xx}, \varepsilon^f_{yy}, \varepsilon^f_{xy}$: Déformations en flexion et en torsion.
- $\sigma_L, \sigma_T, \sigma_{LT}$: Contraintes normales, suivant (L, T).
- $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$: Contraintes normales respectivement suivant les axes x, y et le plan (x, y).

- $\varepsilon_L, \varepsilon_T, \varepsilon_{LT}$: Déformations linéaires respectivement suivant les axes L, T et le plan (L, T).
- $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}$: Déformations linéaires respectivement suivant les axes x, y et le plan (x, y).
- γ : Déformation en cisaillement.
- α_i : Coefficients de dilatation thermique.
- ΔT : La variation de température.
- α_L, α_T : Coefficient de dilatation thermique
- $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_{xy}$: Coefficients de dilatations thermiques dans le repère (x, y).
- e_L, e_T, e_{LT} : Les déformations thermiques, dans les axes principaux (L, T)
- e_x, e_y, e_{xy} : Les déformations thermiques, dans les axes du stratifié (x,y).
- t_k : épaisseur de la couche k.
- $[M^t]_{x,y}$: Moments thermiques.
- $[N^t]_{x,y}$: Forces thermiques.
- k_g^t : la conductivité de température de la matrice.
- q_i^T : Le flux de la chaleur.
- t : temps
- T_0 : température de l'environnement.
- T_p : température de polymérisation.

Liste des figures

| | |
|---|----|
| Figure (1.1) : Les différentes familles de matrice..... | 05 |
| Figure (1.2) : Les différentes familles de renfort..... | 06 |
| Figure (1.3) : pli unidirectionnel..... | 07 |
| Figure (1.4) : stratifié à deux couches..... | 07 |
| Figure (1.5) : structure sandwich..... | 08 |
| Figure (1.6) : Le repère local (L, T) | 09 |
| Figure (1.7) : Le repère global (X, Y)..... | 09 |
| Figure (2.1) : Présentation des couches de stratifié | 18 |
| Figure (2.2) : Schématisation des déformations..... | 19 |
| Figure (2.3) : coefficients d'expansions thermiques d'un stratifié Unidirectionnel | 30 |
| Figure (3.1) : Organigramme de calcul des contraintes Mécaniques (ANMEC) | 38 |
| Figure (3.2) : Organigramme de calcul des contraintes Thermiques sans chargement mécanique avec une température constante | 40 |
| Figure (3.3) : Organigramme de calcul des contraintes thermiques sans chargement mécanique avec une température variable (ANTHL) « variation linéaire de température »..... | 42 |
| Figure (3.4) : Organigramme de calcul des contraintes thermiques sans chargement mécanique avec une température variable dans le régime transitoire | 44 |
| Figure (3.5) Stratifié à quatre couches de | 45 |
| Figure (3.6) Déformations mécaniques du stratifié $[15^{\circ}/-30^{\circ}/-15^{\circ}/30^{\circ}]$.[1.5/1/1.5/1](ANMEC)..... | 49 |

| | |
|---|----|
| Figure (3.7) : contraintes mécaniques du stratifié $[15^0/-30^0/-15^0/30^0]$. [1.5/1/1.5/1](ANMEC)..... | 50 |
| Figure (3.8) : Stratifié à trois couches de l'application..... | 51 |
| Figure (3.9) : Déformations thermiques du $[90^0/0^0/90^0]$ [1/1/1](ANTHE)..... | 56 |
| Figure (3.10) : Contraintes thermiques du $[90^0/0^0/90^0]$ [1/1/1] (ANTHE)..... | 57 |
| Figure (3.11) : Déformations mécaniques dans les repères (X, Y) (L, T)..... | 60 |
| Figure (3.12) : Contraintes mécaniques dans les repères (X, Y) (L, T)..... | 61 |
| Figure (3.13) : déformations dans les plans (X, Y) (L, T) pour la missionI..... | 63 |
| Figure (3.14) : contraintes dans les plans (X, Y) (L, T) pour la missionI..... | 64 |
| Figure (3.15) : déformations dans les plans (X, Y) (L, T) pour la missionII..... | 65 |
| Figure (3.16) : Contraintes dans les plans (X, Y) (L, T) pour la missionII..... | 66 |
| Figure (3.17) : déformations et contraintes résiduelles dans le stratifié $[45/-45/-45/45]$ dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température $T=20C^{\circ}$ | 68 |
| Figure (3.18) : déformations et contraintes résiduelles dans le stratifié $[45/-45/-45/45]$ dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température $T=30 C^{\circ}$ | 69 |
| Figure (3.19) : déformations et contraintes résiduelles dans le stratifié $[45/-45/-45/45]$ Dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température $T=40 C^{\circ}$ | 70 |
| Figure (3.20) cycle d'un vol d'avion..... | 71 |
| Figure (3.21) : déformations résiduelles dans le stratifié $[45/-45/-45/45]$ Dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température $T=-20 C^{\circ}$ | 72 |
| Figure (3.22) : contraintes résiduelles dans le stratifié $[45/-45/-45/45]$ Dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température $T=-20 C^{\circ}$ | 73 |
| Figure (3.23) : déformations résiduelles dans le stratifié $[45/-45/-45/45]$ Dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température $T=119 C^{\circ}$ | 74 |

| | |
|--|----|
| Figure (3.24) : contraintes résiduelles dans le stratifié[45/-45/-45/45] Dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température T=119 C° | 75 |
| Figure (3.25) : déformations résiduelles dans le stratifié[45/-45/-45/45] Dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température T=129 C° | 76 |
| Figure (3.26) : contraintes résiduelles dans le stratifié[45/-45/-45/45] Dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température T=129 C° | 77 |
| Figure (3.27) : déformations résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] Dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température T=139 C° | 78 |
| Figure (3.28) : contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] Dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température T=139 C° | 79 |
| Figure (3.29) : déformations résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] Dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température T=149 C° | 80 |
| Figure (3.30) : contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] Dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température T=149 C° | 81 |
| Figure (3.31) variation de la température le long du stratifié..... | 85 |
| Figure (3.32) déformations résiduelles dans le stratifié [45°/-45°/-45°/45] à t=50s Exprimé dans les repère (X, Y) et (L, T) | 86 |
| Figure (3.33) Contraintes résiduelles dans le stratifié [45°/-45°/-45°/45] à t=50s exprimé dans les repère (X, Y) et (L, T)..... | 87 |
| Figure (3.34) Contraintes résiduelles sur le stratifié [45°/-45°/-45°/45]en régime transitoire..... | 86 |

Liste des tableaux

| | |
|---|----|
| Tableaux (3.1) : Conditions mécaniques | 45 |
| Tableaux (3.2): Propriétés des couches | 51 |
| Tableau (3.3): propriétés du composite T300/5208..... | 58 |
| Tableau (3.4): Résistance du composite T300/520..... | 59 |
| Tableau (3.5): composite choisi..... | 59 |
| Tableaux (3.6) : stratifiés correspondant à une construction supersonique..... | 61 |
| Tableau (3.7): Effet de l'augmentation de la température d'environnement T_0 | 71 |
| Tableaux (3.8) : Les résultats des contraintes « effet de température de T_0 , T_p »..... | 82 |

Introduction

Les matériaux composites offrent des caractéristiques de légèreté et de rigidité qui se résument en un gain de masse important, une bonne tenue en fatigue augmentation de la durée de vie et absence du phénomène de corrosion.

Les structures aérospatiales en composites changent en température et en humidité durant leur usage structurale. Le changement de température engendre deux effets, en premier le matériau se dilate lorsqu'il est chauffé et se contracte lorsqu'il est refroidi, en second la chaleur cause la réduction de la température de transition, d'où : une sévère dégradation de la rigidité, le matériau devient plus ductile et plus fragile.

Un autre phénomène physique associé au composite à matrice polymère reconnu important, et ayant un effet détériorant sur les performances structurales c'est la combinaison d'une température élevée et d'un haut niveau d'humidité. L'absorption de l'humidité par la matrice polymère induit un gonflement.

L'intérêt industriel fait qu'il est nécessaire de mener des recherches sur les propriétés et mécanismes d'endommagements, ainsi que leurs durabilité sous différentes conditions d'environnements qui conduisent à un vieillissement des structures.

But

L'objectif de ce travail est une étude du comportement thermoélastique des stratifiés unidirectionnels, avec élaboration de code .

Organisation

Notre travail est organisé comme suit :

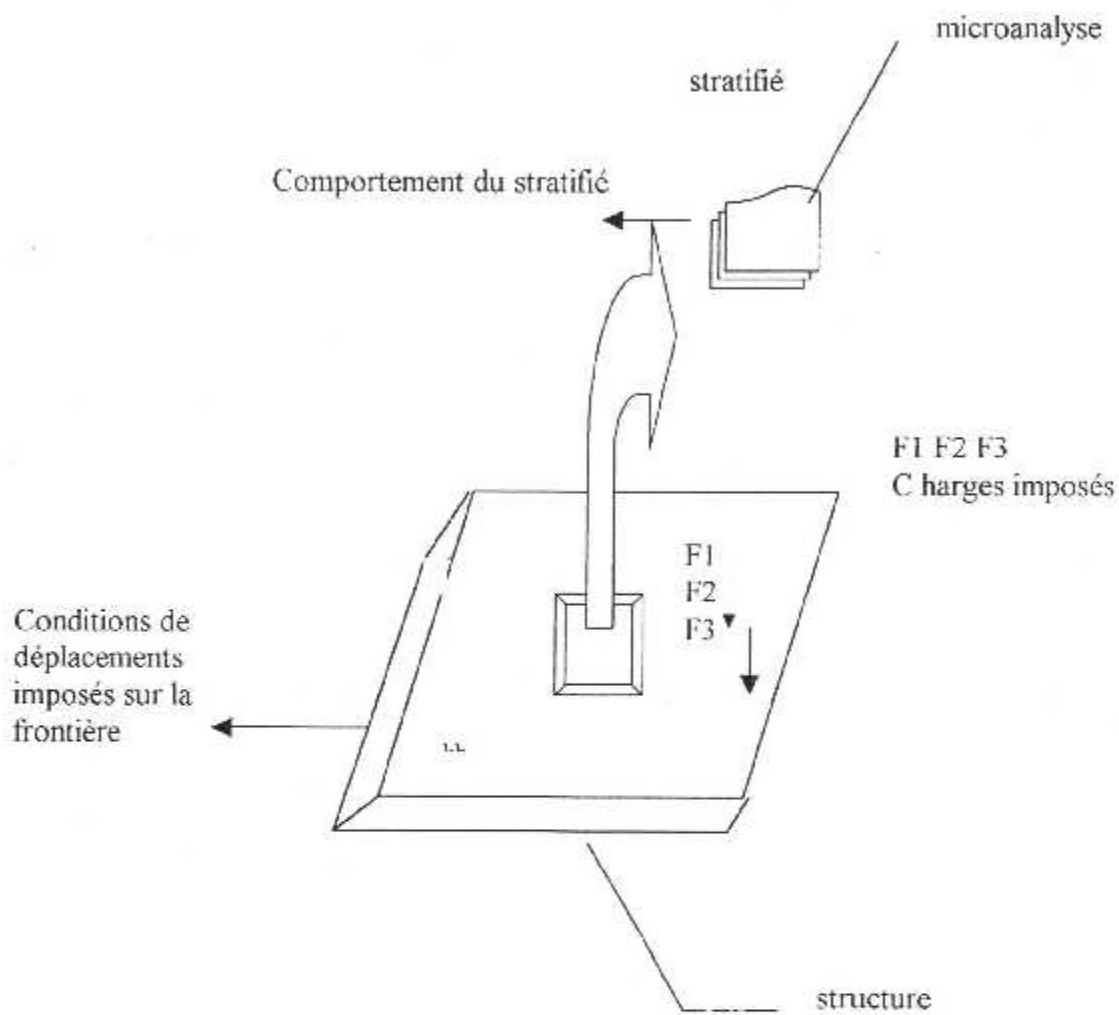
Le chapitre I introduit la mécanique des matériaux composites. Les différentes formes des modules à l'échelle microscopique sont données, les schémas élastiques pour chaque type de matériaux sont cités, état de contraintes état de déformations, état de contraintes planes,

Le chapitre II traite la modélisation thermomécanique , développe les aspects fondamentaux relatifs à la théorie des plaques stratifiées. les déformations en courbures, et en membranes sont déterminées, les effets thermomécanique sur le comportement des plaques stratifiées sont développés.

Le chapitre III décrit les différents algorithmes de résolution et présente le code de calcul élaboré destiné à l'analyse des composites sous environnement thermomécanique. Les résultats sont donnés.

Le chapitre IV se termine par une conclusion et perspective futur.

Énoncé du problème



Connaître le comportement mécanique de la structure
c'est connaître le champs des contraintes et des déplacements en tout point de la structure

Chapitre I

PRESENTATION GENERALE ET MECANIQUE DES MATERIAUX COMPOSITES

Avant toute tentative de modélisation dans le domaine des matériaux composites, il est nécessaire de connaître les définitions essentielles ainsi que les principales lois les caractérisant. Dans ce chapitre nous exposons ces définitions et les éléments de base, qui nous seront nécessaires pour notre étude [11], [9], [4], [8], [10].

1.1. Définitions :

Le composite c'est l'assemblage de deux matériaux de natures différentes (renfort et matrice) se complétant et permettant d'aboutir à un matériaux, dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composantes pris séparément.

On distingue deux types de composites : les composites grande diffusion (G.D) et les composites haute performance (H.P). L'aéronautique constitue le principal domaine d'utilisation de ces derniers.

1.2. Définitions des principaux constituants :

Le matériau composite consiste en une phase discontinue "renfort" répartie dans une phase continue "matrice".

1.2.1. La matrice :

1.2.1.1. Définition:

C'est la phase continue du composite, elle est souvent de nature résineuse (époxyde, polyster), les charges (substance additive microbilles sont ajoutées pour améliorer ses caractéristiques.

Pour des raisons de faciliter de mise en œuvre sous pression, ce sont les polymères transformés à l'état liquide qui ont été initialement choisis pour servir de matrice et qui continuent à être le plus souvent employés.

Le rôle de la matrice est de transmettre aux fibres les sollicitations mécaniques extérieures et de les protéger. Elle lie les fibres, répartie les efforts (résistance à la compression ou à la flexion), et assure la protection chimique.

1.2.1.2. Différentes familles de matrice :

la fig (1.1) désigne les grandes familles de matrice

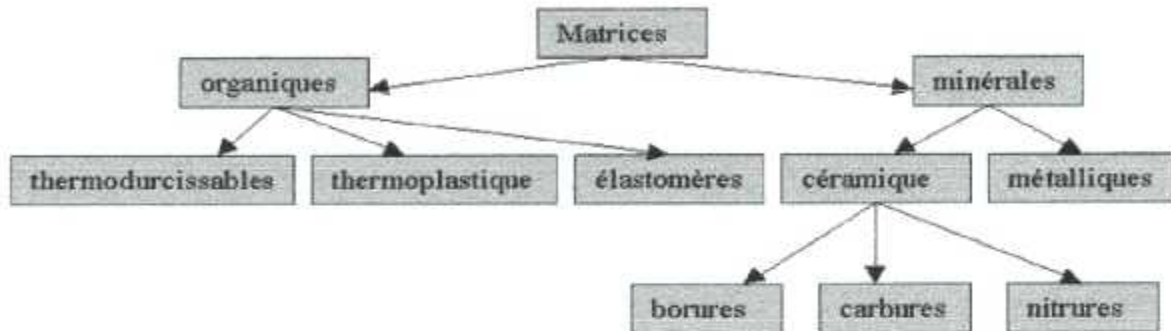


Figure (1.1) Les différentes familles de matrice

On note aussi :

- Matrice thermodurcissable
- Matrice thermoplastique
- Matrice thermostable
- Polyesters insaturés (up)
- Résine vinylestres
- Poly époxydes (EP)
- Polyuréthannes (PUR)
- Formophénoliques (PF)
- silicones (SI)
- Poly (bismaléimides) [12]

1.2.2. Le renfort:

1.2.2.1. Définition :

C'est la phase discontinue dans les composites, le renfort constitue l'armature ou squelette, il assure la tenue mécanique (résistance à la traction) et augmente la rigidité. Il est souvent de nature filamentaire (des fibres organiques ou inorganiques).

La géométrie de renfort confine les propriétés mécaniques de composite grâce à sa taille, sa concentration, sa disposition et son orientation. Souvent sous forme de fibres, sa fraction volumique varie de 0.3 à 0.7, ce qui permet d'apporter au composite de meilleures performances.

1.2.2.2. Différentes familles de renfort :

Les principaux matériaux de renfort sont :

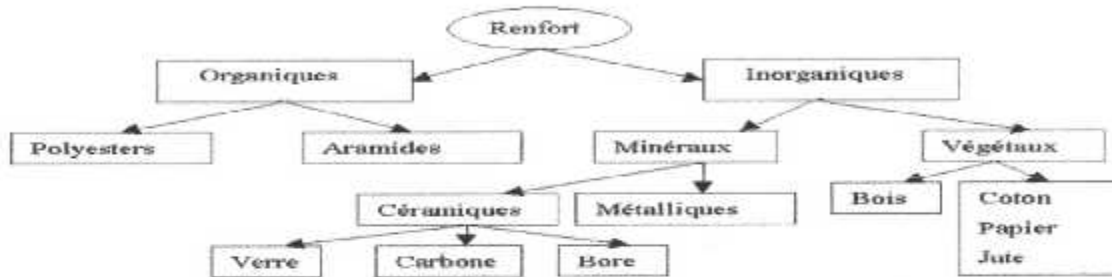


Figure (1.2) Les différentes familles de renfort [11]

On note aussi :

- Fibres thermostables à bas modules.
- Verre.
- Carbone.

1.2.2.3. Forme de renfort :

Les renforts fibres se présentent sous diverses formes commerciales ;

- La forme linéique : fils, mèches.
- La forme surfacique : tissus morts.
- La forme multidirectionnelles : Tresses, tissus complexes (3D .4D).

1.2.2.4. Types de renfort

- a- renfort unidirectionnel
- b- renfort bidirectionnel
- c- renfort multidirectionnel
- d- renfort mat [11] [10]

1.3. Les matériaux composites structuraux :

1.3.1. Monocouches :

Les monocouches représentent l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort : à fibres longues (unidirectionnelles UD, réparties aléatoirement), à fibres tissées, et à fibres courtes.

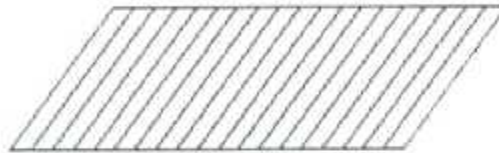


Figure (1.3) pli unidirectionnel

1.3.2. Stratifiés :

Un stratifié est constitué d'un empilement de monocouches ayant chacun une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches qui est désigné comme le référentiel du stratifié.

Donc le stratifié est constitué de couches successives (appelées plis) constituées de renfort (fibres, tissus, mat) et imprégnées par la résine.

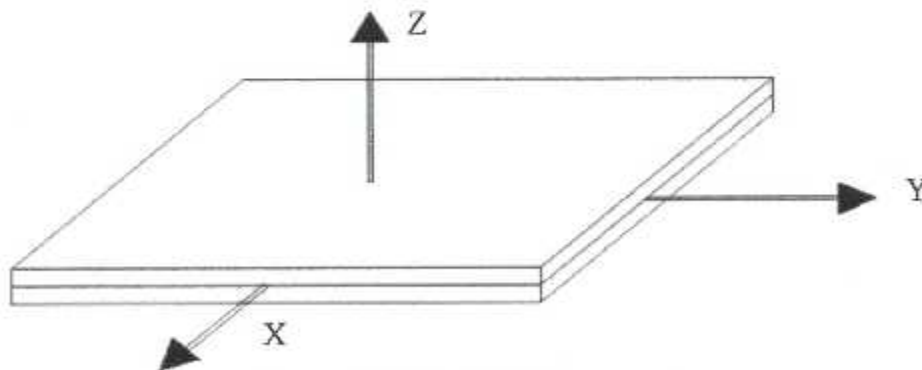


Figure (1.4) stratifié à deux couches

Le choix de l'empilement et plus particulièrement des orientations permettra d'avoir des propriétés mécaniques spécifiques.

Les stratifiés sont de types :

1. Équilibrés : stratifiés comportant autant de couches orientées suivant la direction $+\theta$ que de couches orientées suivant la direction $-\theta$
2. Symétriques : stratifiés comportant de couches disposées symétriquement par rapport à un plan moyen.
3. Orthogonaux : stratifiés comportant autant de couches à 0° que de couches à 90° .

1.3.3. Sandwiches

Matériaux composés de deux semelles (ou peaux) de grande rigidité et de faible épaisseur, enveloppant une âme (ou cœur) de forte épaisseur et de faible résistance. L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une grande légèreté en flexion, c'est un excellent isolant thermique.

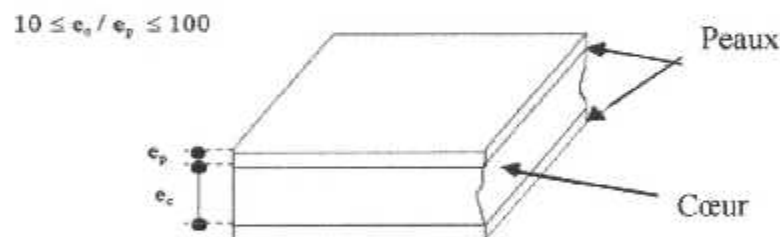


Figure (1.5) structure sandwich

1.4. Les repères :

1.4.1. Le repère principal (LT) local :

Le repère principal (LT) est lié à chaque couche de composite, la direction L est parallèle à la fibre c'est la « direction longitudinale » et la direction normale qui est perpendiculaire à la direction de fibre est appelée « direction transversale ».

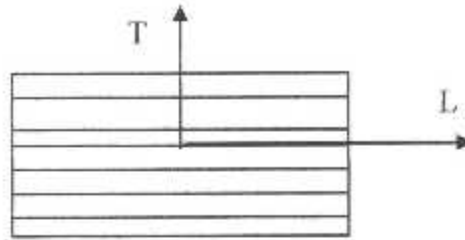


Figure (1.6) Le repère local (L, T)

1.4.2. Repère du stratifié (XY) : (global)

Les stratifiés étant élaborés par couches suivant des directions de fibres décalées d'une couche à une autre d'un angle θ , il est nécessaire de rapporter le comportement élastique de chaque couche à un système d'axe noté XYZ appelé repère de stratifié.

θ est l'angle entre le repère (L, T) et le repère (X, Y).

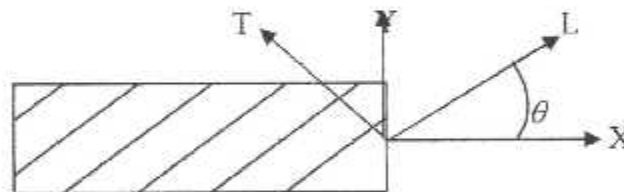


Figure (1.7) Le repère global (X, Y)

1.5. Microanalyse :

L'analyse des matériaux composites à l'échelle microscopique, met en cause les caractéristiques élémentaires des constituants (fibre et matrice). Notre étude s'intéresse aux stratifiés unidirectionnelle, le comportement élastique de ce dernier est donc caractérisé par 5 coefficients indépendants.

-Fraction de fibre en volume :

$$V_f = \frac{\text{masse des fibres}}{\text{volume total}} \quad (1.1)$$

-Fraction de matrice en volume :

$$V_m = \frac{\text{masse de la matrice}}{\text{volume total}} \quad (1.2)$$

Ainsi, on aura :

$$V_f + V_m = 1 \quad (1.3)$$

Module de Young longitudinal E_l :

$$E_l = V_f E_f + V_m E_m \quad (1.4)$$

Module de Young transversal E_t :

$$E_t = E_m \left[\frac{1}{(1-V_f) + \frac{E_m V_f}{E_f}} \right] \quad (1.5)$$

Module de cisaillement longitudinal G_{LT} :

$$G_{LT} = G_m \left[\frac{1}{\frac{G_m V_f}{G_f} + (1-V_f)} \right] \quad (1.6)$$

Coefficient de poisson ν_{LT} et ν_{TL} :

$$\nu_{LT} = V_f \nu_f + V_m \nu_m \quad (1.7)$$

Masse volumique ρ :

D'après le principe de la loi de mélange, la masse volumique ρ du composite est définie par :

$$\rho = \frac{\text{masse total}}{\text{volume total}} \quad (1.8)$$

$$\rho = \rho_f V_f + \rho_m V_m \quad (1.9)$$

1.6. Loi De Comportement :

Les champs des déformations et des contraintes dans un milieu sont liés par des lois de comportement, caractérisant le comportement mécanique du milieu. Ces lois permettent de rendre compte au mieux les phénomènes observés.

1.6.1. Matrice de rigidité :

La matrice de rigidité décrivant le comportement élastique macroscopique du stratifié, est donnée par :

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{46} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Les coefficients C_{ij} sont appelés les constantes de rigidité.

1.6.2. Matrice de flexibilité :

En introduisant la matrice inverse de la matrice de rigidité, la matrice S est appelée la matrice de flexibilité ou matrice de souplesse, et se présente sous la forme :

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{45} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{46} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Avec $S = C^{-1}$

Les coefficients S_{ij} sont appelés constantes de flexibilité ou constantes de souplesse.

1.7. Matériaux composites unidirectionnels :

1.7.1. Relation d'élasticité dans un repère local :

La loi de Hooke généralisée, introduit la matrice de rigidité C symétrique. Le comportement linéaire d'un matériau est donc décrit dans le cas général sous une forme condensée [11] :

$$[\sigma_{ij}] = [C_{ij}] \varepsilon_i \quad i, j = \overline{1,6} \quad (1.12)$$

Dans notre étude les matériaux composites sont unidirectionnels, l'équation d'élasticité se met sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{22} - C_{23}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Avec : $C_{13} = C_{12}$, $C_{33} = C_{22}$, $C_{55} = C_{66}$, $C_{44} = \frac{1}{2} (C_{22} - C_{23})$

$$(1.14)$$

La relation d'élasticité peut être écrite sous la forme inverse, condensée :

$$[\varepsilon_i] = [S_{ij}] \sigma_j \quad i, j = \overline{1,6}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{23} & S_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(S_{22} - S_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

Avec: $S_{13} = S_{12}$, $S_{33} = S_{22}$, $S_{55} = S_{66}$, $S_{44} = 2(S_{22} - S_{23})$

1.7.2. Constantes de rigidité dans repère (L,T) :

Les modules de l'ingénieur sont les modules d'Young, les coefficients de Poisson et les modules de cisaillement, ces modules sont mesurés dans des essais simples tels que des essais de traction uniaxiale ou de cisaillement.

Ces modules sont liés aux constantes de rigidité, elles s'écrivent :

$$\begin{aligned} C_{11} &= E_L + 4\nu_{LT}^2 K_L \\ C_{12} &= 2K_L \nu_{LT} \\ C_{22} &= G_{TT} + K_L \\ C_{23} &= -G_{TT} + K_L \\ C_{66} &= G_{LT} \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$K_L = \frac{1}{2(S_{22} + S_{23} - 2\frac{S_{12}^2}{S_{11}})} \quad (1.17)$$

1.7.3. Constantes de souplesse dans le repère (L,T) :

Les constantes de souplesse s'écrivent :

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_L} & S_{12} &= -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & S_{66} &= \frac{1}{G_{LT}} \\ S_{22} &= \frac{1}{E_T} & S_{23} &= -\frac{\nu_{TT}}{E_T} \end{aligned} \quad (1.18)$$

1.7.4. Relation d'élasticité dans le repère (X, Y) :

De même on peut écrire l'équation dans ce repère sous la forme :

$$\sigma = C \varepsilon \quad (1.19)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{13} & 0 & 0 & C'_{16} \\ C'_{12} & C'_{22} & C'_{23} & 0 & 0 & C'_{26} \\ C'_{13} & C'_{23} & C'_{33} & 0 & 0 & C'_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C'_{44} & C'_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C'_{45} & C'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

$$\varepsilon = S\sigma \quad (1.21)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} & S'_{13} & 0 & 0 & S'_{16} \\ S'_{12} & S'_{22} & S'_{23} & 0 & 0 & S'_{26} \\ S'_{13} & S'_{23} & S'_{33} & 0 & 0 & S'_{36} \\ 0 & 0 & 0 & S'_{44} & S'_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S'_{45} & S'_{55} & 0 \\ S'_{16} & S'_{26} & S'_{36} & 0 & 0 & S'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

1.7.5. Constantes de rigidité dans repère (X,Y) :

Les constantes de rigidité d'un composite unidirectionnel, dont la direction des fibres fait un angle θ avec la direction x sont :

$$\begin{aligned} C'_{11} &= C_{11} \cos^4 \theta + C_{22} \sin^4 \theta + 2(C_{12} + 2C_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ C'_{12} &= (C_{11} + C_{22} - 4C_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + C_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ C'_{13} &= C_{12} \cos^2 \theta + C_{23} \sin^2 \theta \\ C'_{14} &= 0, \quad C'_{15} = 0 \\ C'_{16} &= (C_{11} - C_{12} - 2C_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (C_{12} - C_{22} + 2C_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ C'_{22} &= C_{11} \sin^4 \theta + 2(C_{12} + C_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + C_{22} \cos^4 \theta \\ C'_{23} &= C_{12} \sin^2 \theta + C_{23} \cos^2 \theta \\ C'_{24} &= 0, \quad C'_{25} = 0 \\ C'_{26} &= (C_{11} - C_{12} - C_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (C_{12} - C_{22} + 2C_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ C'_{33} &= C_{22}, \quad C'_{34} = 0, \quad C'_{35} = 0 \end{aligned} \quad (1.23)$$

$$C'_{35} = (C_{12} - C_{23}) \sin \theta \cos \theta$$

$$C'_{44} = \frac{C_{22} - C_{23}}{2} \cos^2 \theta + C_{66} \sin^2 \theta$$

$$C'_{5} = (C_{66} - \frac{C_{22} - C_{23}}{2}) \sin \theta \cos \theta \quad C'_{46} = 0$$

$$C'_{55} = \frac{C_{22} - C_{23}}{2} \sin^2 \theta + C_{66} \cos^2 \theta \quad C'_{56} = 0$$

$$C'_{66} = [C_{11} + C_{22} - 2(C_{12} + C_{66})] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + C_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

1.7.6. Constantes de souplesse dans repère (X,Y) : [11]

Les constantes de souplesse d'un composite unidirectionnel, hors de ses axes principaux sont :

$$S'_{11} = S_{11} \cos^4 \theta + S_{22} \sin^4 \theta + (2S_{12} + S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$S'_{12} = (S_{11} + S_{22} - S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

$$S'_{13} = S_{12} \cos^2 \theta + S_{23} \sin^2 \theta$$

$$S'_{14} = 0 \quad S'_{15} = 0$$

$$S'_{16} = [2(S_{11} - S_{12}) - S_{66}] \sin \theta \cos^3 \theta + [2(S_{12} - S_{22}) + S_{66}] \sin^3 \theta \cos \theta$$

$$S'_{22} = S_{11} \sin^4 \theta + (2S_{12} + S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{22} \cos^4 \theta$$

$$S'_{23} = S_{12} \sin^2 \theta + S_{23} \cos^2 \theta$$

$$S'_{24} = 0 \quad S'_{25} = 0$$

$$S'_{26} = [2(S_{11} - S_{12}) - S_{66}] \sin^3 \theta \cos \theta + [2(S_{12} - S_{22}) + S_{66}] \sin \theta \cos^3 \theta$$

$$S'_{33} = S_{22} \quad S'_{34} = 0 \quad S'_{35} = 0$$

$$S'_{36} = 2(S_{12} - S_{23}) \cos \theta \sin \theta$$

$$S'_{44} = 2(S_{22} - S_{32}) \cos^2 \theta + S_{66} \sin^2 \theta$$

$$S'_{45} = [S_{66} - 2(S_{22} - S_{23})] \sin \theta \cos \theta \quad S'_{46} = 0$$

$$S'_{55} = 2(S_{22} - S_{23}) \sin^2 \theta + S_{66} \cos^2 \theta \quad S'_{56} = 0$$

$$S'_{66} = 2[2(S_{11} + S_{22} - 2S_{66})] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

(1.24)

1.8. Contraintes Planes :

1.8.1. Etat de contrainte planes :

Un état de contrainte plane est un état de contrainte à deux dimensions, dont la direction z est la direction principale, le tenseur est caractérisé par :

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

1.8.2. Matrice de rigidité réduite dans les axes principaux « repère local » (L, T) :

Rapportée aux axes principaux, la relations d'élasticité se met sous la forme :

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

Ces constantes de rigidité réduites sont :

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_L}{1 - \frac{E_T}{E_L} \nu_{LT}^2} \\ Q_{22} &= \frac{E_T}{1 - \frac{E_T}{E_L} \nu_{LT}^2} = \frac{E_T}{E_L} Q_{11} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{LT} E_T}{1 - \nu_{LT} \nu_{TL}} = \nu_{LT} Q_{22} \\ Q_{66} &= G_{LT} \end{aligned} \quad (1.27)$$

1.8.3. La matrice de rigidité réduit de chaque pli dans du stratifié (XY) : [11]

La relation d'élasticité peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{bmatrix} Q' \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

Avec :

$$\begin{aligned} Q'_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ Q'_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\ Q'_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ Q'_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ Q'_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ Q'_{66} &= [(Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{66})) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)] \end{aligned} \quad (1.29)$$

1.9. CONCLUSION :

L'analyse des constantes de rigidité à l'échelle microscopique, a révélé la forte prépondérance des propriétés élémentaires des fibres et de la matrice. Le calcul de la matrice de rigidité est un outil essentiel avant toute tentative de modélisation, quelque soit le type d'étude entamée liée aux composites unidirectionnels.

Chapitre II

MODELISATION DU COMPORTEMENT THERMOELASTIQUE

Nous établissons dans ce chapitre de façon progressive les équations du comportement mécanique et thermique d'un stratifié, qui nous permettent en champ d'effort extérieur appliqué, de déterminer le champ des déformations et le champ des contraintes dans les couches, dans le cas du chargement mécanique, et dans le cas d'un chargement thermique.

2.1. Généralité :

En général, le stratifié est constitué de n couches, la surface moyenne est choisie comme plan de référence (oxy) et l'axe (oz) est dirigé dans le sens croissant des numéros des couches. Chaque couche k est repérée par les côtes algébriques de sa face inférieure (h_{k-1}) et de sa face supérieure (h_k).

L'étude du comportement mécanique d'une structure consiste à connaître le champ des contraintes et le champ des déformations en tout point de cette structure. [11]

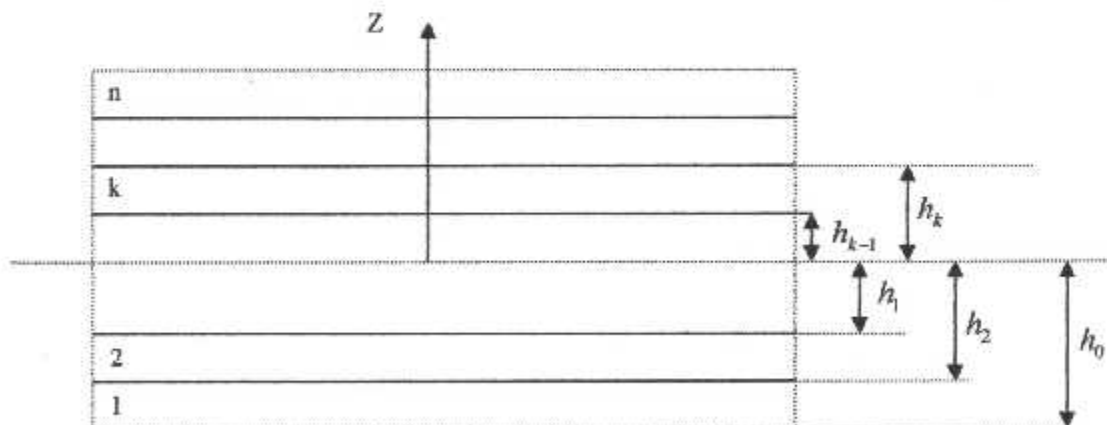


Figure (2.1) présentation des couches de stratifié

2.1.1. Théorie classique des stratifiés :

La théorie classique des stratifiés utilise un schéma de déformations du premier degré, elle fait ensuite une hypothèse supplémentaire qui consiste à négliger le cisaillement transverse, dans ce schéma, les déformations en cisaillement transverse sont nulles, soient :

$$\gamma_{xz} = 0 \text{ et } \gamma_{yz} = 0$$

Le champ des déplacements s'écrit alors :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (2.1)$$

La déformée de la normale au pla moyen (OXY) est alors un segment de droite normal à la déformée du plan moyen, l'ensemble des notations est schématisé sur la figure (2.2) [11]

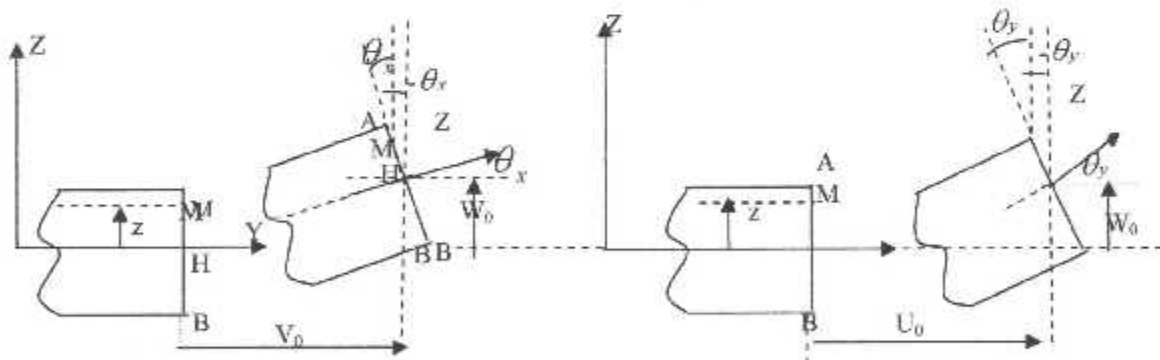


Figure (2.2) schématisation des déformations

2.2. Champ des déformations :

2.2.1. Expression du champ des déformations :

Le champ des déformations s'écrit :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \varepsilon_{zz} &= 0\end{aligned}\quad (2.2)$$

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}$$

$$\gamma_{xz} = 0$$

$$\gamma_{yz} = 0$$

Le tenseur des déformations en un point M est :

$$\varepsilon(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\quad (2.3)$$

La matrice des déformations se réduit à trois composantes non nulles :

$$\varepsilon(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}\quad (2.4)$$

Le champ des déformations est la superposition :

-des déformations en membrane

$$\varepsilon_m(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{bmatrix}\quad (2.5)$$

S'exprimant exclusivement (en fonction des déplacements u_0, v_0)

dans le plan (oxy) des points de ce plan.

- et des déformations en flexion et torsion :

$$\varepsilon_f(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^f \\ \varepsilon_{yy}^f \\ \gamma_{xy}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

S'exprimant en fonction des angles de rotation de la déformée du plan moyen de la cote z du point M . Généralement, les déformations en flexion et torsion s'expriment suivant la relation :

$$\varepsilon_f(M) = zk(x, y) \quad (2.7)$$

$$k(x, y) = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Cette matrice est appelée matrice de courbures de la plaque sollicitée en flexion.

Les angles de rotation de la déformée du plan moyen s'expriment en fonction du déplacement transversal $w_0(x, y)$ de ce point par :

$$\theta_x = \frac{\partial w_0}{\partial y} \text{ Suivant la direction } \vec{i}$$

$$\theta_y = \frac{\partial w_0}{\partial x} \text{ Suivant la direction } \vec{j}$$

Le champ des déplacements s'écrit alors :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z\theta_y \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z\theta_x \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Finalement, le champ des déformations s'écrit :

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_m(M) + \varepsilon_f(M) \quad (2.10)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x}(x, y) & \varepsilon_{yy}^0 &= \frac{\partial v_0}{\partial y}(x, y) & \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ \kappa_x &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}(x, y) & \kappa_y &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}(x, y) & \kappa_{xy} &= -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}(x, y) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Sous forme abrégée, le champ des déformations s'écrit donc :

$$\varepsilon(M) = \varepsilon(x, y, z) = \varepsilon_m(x, y) + z \kappa(x, y) \quad (2.13)$$

2.3. Champ des Contraintes :

2.3.1. Forme du Champ des Contraintes :

Le tenseur des contraintes en M est sous la forme :

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Le champ des contraintes se réduit aux seules contraintes en membrane : $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$. [11]

2.3.2. Expression des contraintes :

Les contraintes dans la couche k s'expriment par :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = Q'_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

avec

$$Q'_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \quad (2.16)$$

Où Q'_k est la matrice de rigidité réduite de la couche k .

D'où les contraintes dans la couche k s'expriment par :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Où

$$\sigma_k(M) = \sigma_k(x, y, z) = Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z Q'_k \kappa(x, y) \quad (2.18)$$

$\sigma_k(M)$ représente la matrice des contraintes dans la couche k : $h_{k-1} \leq z \leq h_k$. la matrice de rigidité réduite Q'_k varie d'une couche à l'autre. Il en résulte donc une discontinuité du champ des contraintes, entre couches successives. [11]

1.4. Expression des resultantes et moments :**1.4.1. Résultante en membrane :**

Le champ des résultantes en membrane, noté $N(x, y)$ est défini :

$$N(x, y) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_k(M) dz \quad (2.19)$$

tel que :

$$N(x, y) = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

N_x, N_y, N_{xy} sont les résultantes par unité de longueur, respectivement des contraintes normales (suivant x et suivant y) et des contraintes de cisaillement dans le plan (x, y) .

la relation (2.18) se met sous la forme :

$$N(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \sigma_k(M) dz \quad (2.21)$$

L'expression (2.21) associée à la relation (2.18) ou (2.19) conduit à l'expression des résultantes en membrane. Dans le cadre de la théorie classique des stratifiés, nous obtenons :

$$\begin{aligned} N(x, y) &= \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [Q'_k \varepsilon(x, y) + z Q'_k \kappa(x, y)] dz \\ N(x, y) &= \sum_{k=1}^n \left[Q'_k \varepsilon_m(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz \right] + \sum_{k=1}^n \left[Q'_k \kappa(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right] \\ N(x, y) &= \left[\sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q'_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \right] \kappa(x, y) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Soit, en définitive :

$$N(x, y) = A \varepsilon_m(x, y) + B \kappa(x, y) \quad (2.23)$$

En introduisant les matrices

$$\begin{aligned} A &= \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q'_k \\ A &= [A_{ij}] \text{avec } A_{ij} = (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_k \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$B = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q_k'$$

$$B = [B_{ij}] \text{ Avec } B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) (Q_{ij}')_k \quad (2.25)$$

L'expression développée des résultantes s'écrit donc :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Ces équations montrent que dans le cas d'un stratifié, les résultantes en membrane (N_x, N_y, N_{xy}) ne sont pas seulement fonctions des déformations en membrane $(\varepsilon_{xx}^0, \varepsilon_{yy}^0, \gamma_{xy}^0)$, mais sont également fonctions des courbures en flexion et torsion $(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy})$.

2.4.2. Moments de flexion et de torsion :

Les moments résultants des contraintes sur un élément du stratifié s'expriment comme suit :

$$M_f(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} z \sigma_k(M) dz \quad (2.27)$$

Tel que :

$$M_f(x, y) = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Le champ des moments s'explique en introduisant l'expression (2.21) des contraintes dans l'expression (2.27) soit :

$$M_f(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [z Q_k' \varepsilon(x, y) + z^2 Q_k' \kappa(x, y)] dz \quad (2.29)$$

Où

$$M_f(x, y) = \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q_k' \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[\frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q_k' \right] \kappa(x, y) \quad (2.30)$$

Soit :

$$M_f(x, y) = B \varepsilon_m(x, y) + D \kappa(x, y) \quad (2.31)$$

En introduisant la nouvelle matrice :

$$D = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q_k'$$

$$D = [D_{ij}] \quad \text{Avec} \quad D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) (Q_{ij}')_k \quad (2.32)$$

L'expression développée des moments s'écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Les moments de flexion et de torsion sont donc fonctions des courbures en flexion et en torsion, et des déformations en membrane.

2.5. Equations du comportement mécanique d'un stratifié :

2.5.1. Equation constitutive :

L'équation constitutive d'une plaque stratifiée exprime les résultantes et moments en fonction des déformations en membrane et des courbures, suivant l'écriture matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Soit sous la forme contractée:

$$\begin{bmatrix} N \\ M_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ \kappa \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Ou :

[A] : la matrice de rigidité en membrane.

[D] : la matrice en flexion.

[B] : la matrice de couplage membrane –flexion -torsion.

Divers couplages sont observés, le couplage traction –cisaillement provient des terme A_{16} et A_{26} . Le couplage membrane-flexion résulte des termes B_{11} , B_{12} et B_{22} , alors que le couplage membrane-torsion résulte des coefficients D_{16} et D_{26} [11]

2.5.2. Détermination des déformations et des contraintes :

Les problèmes de conception des structures en matériaux composites consistent à trouver les déformations en membrane et courbures, puis les contraintes toute en connaissant les résultantes en membrane et les moments à partir de l'équation constitutive.

2.5.3. Déformations en membrane et courbures

Les expressions des déformations en fonction des caractéristiques du stratifié, et des efforts et moment extérieurs est à partir de l'équation (2.36) :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ M_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^* & B^* \\ C^* & D^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ K \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

2.5.4. Champ des déformations

Le champ des déformations au point (x,y,z) est déterminé à partir des déformations en membrane et des courbures :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{xy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} z \quad (2.38)$$

Compte tenu des hypothèses faite (schéma du 1^{er} degré). Les déformations $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \gamma_{xy}$ varient linéairement dans l'épaisseur du stratifié.

Les déformations, exprimées dans les axes principaux de la couche d'orientation θ par rapport aux axes du stratifié, dans la couche k , et rapportées aux axes principaux (L, T) de cette couche, s'écrivent alors sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Avec :

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ -2 \sin \theta \cos \theta & 2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

2.5.5. Champ des contraintes :

Les contraintes dans la couche k sont ensuite obtenues sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{11}' & Q_{12}' & Q_{16}' \\ Q_{12}' & Q_{22}' & Q_{26}' \\ Q_{16}' & Q_{26}' & Q_{66}' \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Les contraintes, exprimées par rapport aux axes principaux de la couche, se calculent ensuite par :

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix}_K = T' \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_K \quad (2.42)$$

avec

$$T' = [T'(-\theta)]^T = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

2.6. Comportement thermoélastique :

2.6.1. Equations du comportement des stratifiés tenant compte des phénomènes de dilatation :

La variation de la température, produit une dilatation thermique (extension ou contraction) du matériau. Les phénomènes de dilatation thermique, peuvent être décrits en écrivant les déformations en un point (x,y,z) à l'instant sous la forme :

$$e_{i(thermique)}^* = \alpha_i \Delta T(x, y, z, t) \quad i=1.2.3...6 \quad (2.44)$$

ou α_i sont les coefficients de dilatation thermique, et ΔT est la variation de température à partir d'une température de référence, pour laquelle les déformations thermiques sont considérées comme étant égales à zéro. La répartition des températures dans la structure et au cours de temps, est déterminée à partir des phénomènes de transfert de chaleur telque la loi de Fourier . [12]

En inclurant les effets des phénomènes de dilatation, les lois d'élasticité écrites dans un état de référence ou les déformations dues aux phénomènes de dilatation sont nulles, doivent être modifiées et écrites respectivement sous la forme :

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= \sum_{j=1}^6 S_{ij} \sigma_j + e_i^* \\ \sigma_i &= \sum_{j=1}^6 C_{ij} (\varepsilon_j - e_j^*) \\ e_i^* &= e_{i(\text{thermique})}^*\end{aligned} \quad i=1,2,\dots,6 \quad (2.45)$$

2.6.2. Coefficients d'expansion thermique pour les unidirectionnels :

Le comportement thermique des stratifiés unidirectionnels est caractérisé par deux coefficients d'expansions thermiques α_L et α_T .

- Dans le repère (x, y) les coefficients de dilatations thermiques :

$$\begin{aligned}\alpha_x &= \alpha_L m^2 + \alpha_T n^2 \\ \alpha_y &= \alpha_L n^2 + \alpha_T m^2 \\ \alpha_{xy} &= 2(\alpha_L - \alpha_T)mn\end{aligned} \quad (2.46)$$

Avec : $m = \cos\theta$ Et $n = \sin\theta$

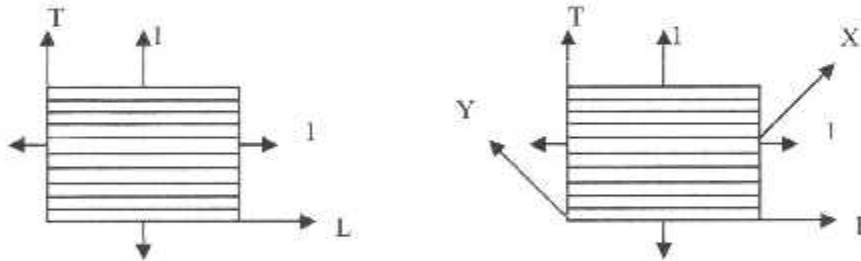


Figure (2.3) coefficients d'expansions thermiques d'un stratifié unidirectionnel

2.6.3. Déformations thermiques dans les stratifiés unidirectionnels :

Lorsque le stratifié est soumis à un changement de température :

$$\Delta T = T - T_0 \quad (2.47)$$

Les déformations thermiques, dans les axes principaux du stratifié sont :

$$\begin{aligned}e_L &= \varepsilon_L' = \alpha_L \Delta T \\ e_T &= \varepsilon_T' = \alpha_T \Delta T \\ e_{LT} &= \varepsilon_{LT}' = 0\end{aligned} \quad (2.48)$$

Les déformations thermiques, dans les axes du stratifié sont définis par :

$$\begin{aligned} e_x &= \varepsilon'_x = \alpha_x \Delta T \\ e_y &= \varepsilon'_y = \alpha_y \Delta T \\ e_s &= \varepsilon'_s = \alpha_s \Delta T \end{aligned} \quad (2.49)$$

2.6.4. Relations thermiques :

2.6.4.1. Contraintes et déformations :

Lorsque un stratifié unidirectionnel, est assujéti à des chargements thermiques (ΔT), l'état principale thermique $[\varepsilon]_y$, dans le stratifié, est égale à la somme des déformations produites par les contraintes dans le stratifié. [12]

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xs} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{ys} \\ S_{sx} & S_{sy} & S_{ss} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_s \end{bmatrix}_k \quad (2.50)$$

$$\text{et} \quad \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{21} & Q'_{22} & Q'_{61} \\ Q'_{61} & Q'_{62} & Q'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x - e_x \\ \varepsilon_y - e_y \\ \gamma_s - e_s \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$\text{d'ou} \quad \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{21} & Q'_{22} & Q'_{61} \\ Q'_{61} & Q'_{62} & Q'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 + zk_x - e_x \\ \varepsilon_y^0 + zk_y - e_y \\ \gamma_s^0 + zk_s - e_s \end{bmatrix}_k \quad (2.52)$$

Soit finalement :

$$[\sigma]_{x,y}^k = [Q]_{x,y}^k [\varepsilon^0]_{x,y} + [Q]_{x,y}^k [k]_{x,y} z - [Q]_{x,y}^k [e]_{x,y}^k \quad (2.53)$$

L'intégration des contraintes à partir de l'équation des contraintes à travers l'expression de chaque couche, donne la résultante en force :

$$[\sigma]_{x,y} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [\sigma]_{x,y}^k dz = \sum_{k=1}^n [Q]_{x,y}^k \left\{ [\varepsilon^0]_{x,y} + z[k]_{x,y} - [e]_{x,y}^k \right\} dz \quad (2.54)$$

Ce qui donne :

$$\begin{bmatrix} N'_x \\ N'_y \\ N'_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Les forces thermiques sont:

$$\begin{bmatrix} N'_x \\ N'_y \\ N'_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{xs} & Q_{ys} & Q_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_s \end{bmatrix}_k t_k \quad (2.56)$$

$t_k = h_k - h_{k-1}$, est l'épaisseur de la couche k.

$$N = \sum \int Q \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \\ e_s \end{pmatrix} dz$$

Les moments thermiques résultants à travers les plis du stratifié :

$$[M]_{x,y} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [\sigma]_{x,y} z dz = \sum_{k=1}^n [Q]_{x,y}^k \left\{ \varepsilon^0 \right\}_{x,y} + z [k]_{x,y} - [e]_{x,y}^k \} z dz \quad (2.57)$$

$$\begin{bmatrix} M'_x \\ M'_y \\ M'_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

$[M']_{x,y}$ sont les moments thermiques définis comme :

$$\begin{bmatrix} M'_x \\ M'_y \\ M'_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{xs} & Q_{ys} & Q_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_s \end{bmatrix}_k z dz$$

$$M(x,y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [Q] \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \\ e_s \end{pmatrix} z dz$$

$$M(x,y) = \sum \int N_{xy} dz$$

Donc le système sous forme contractée est :

$$\begin{bmatrix} N' \\ M' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

partir par (2.58)

2.6.5. Contraintes résiduelles :

Les contraintes résiduelles, sont introduites dans les stratifiés multidirectionnels durant la fabrication, sur le plan microscopique les contraintes résiduelles sont introduites dans les couches unidirectionnelles autour des fibres à cause d'une

imperfection dans les propriétés thermiques des constituants. Des contraintes résiduelles sont aussi développées dans les couches à cause de l'anisotropie sur le plan macroscopique. Ces contraintes sont les contraintes thermiques résiduelles. [12]

En l'absence de forces externes appliquées, $[N]=0$ et $[M]=0$, les relations thermiques se réduisent à :

$$\begin{bmatrix} N'_x \\ N'_y \\ N'_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

$$\begin{bmatrix} M'_x \\ M'_y \\ M'_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

L'inversion de ces relations, donne les déformations en membrane ε^0 et courbures $[k]$ produit par un chargement thermique seulement. Dans ce cas ces déformations sont aussi appelées les déformations non mécaniques.

on a utilisé la même constante.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{26} \\ a_{61} & a_{26} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N'_x \\ N'_y \\ N'_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{26} \\ b_{61} & b_{26} & b_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M'_x \\ M'_y \\ M'_s \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

$$\begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{16} \\ c_{21} & c_{22} & c_{26} \\ c_{61} & c_{62} & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N'_x \\ N'_y \\ N'_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{26} \\ d_{61} & d_{62} & d_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M'_x \\ M'_y \\ M'_s \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

les déformations thermiques de la couche d'ordre k sont obtenues par l'équation :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

les déformations résiduelles dans chaque couche k sont données par :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xe} \\ \varepsilon_{ye} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_{k \text{ résiduelle}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_k - \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_s \end{bmatrix}_k \quad (2.66)$$

les contraintes résiduelles dans chaque couche k sont données par :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_{k \text{ résiduelle}} = \begin{bmatrix} Q_{11}' & Q_{12}' & Q_{16}' \\ Q_{12}' & Q_{22}' & Q_{26}' \\ Q_{16}' & Q_{26}' & Q_{66}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xe} \\ \varepsilon_{ye} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_{k \text{ résiduelle}} \quad (2.67)$$

les contraintes résiduelles dans chaque couche sont donnés par :

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LTy} \end{bmatrix}_{k \text{ résiduelle}} = [T] \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_{k \text{ résiduelle}} \quad (2.68)$$

2.7. L'équation constitutive thermoélastique :

L'équation constitutive thermomélastique sans chargement mécanique peut être explicitée comme suit :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N'_x \\ N'_y \\ N'_{xy} \\ M'_x \\ M'_y \\ M'_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

Remarque :

Pour un chargement thermomélastique, les déformations en membrane et courbures, sont obtenues à partir de l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} & b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} & b_{12} & b_{22} & b_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} & b_{16} & b_{26} & b_{66} \\ c_{11} & c_{12} & c_{16} & d_{11} & d_{12} & d_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{26} & d_{12} & d_{22} & d_{26} \\ c_{16} & c_{26} & c_{66} & d_{16} & d_{26} & d_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{N_x} \\ \overline{N_y} \\ \overline{N_s} \\ \overline{M_x} \\ \overline{M_y} \\ \overline{M_s} \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

$$\text{avec : } \overline{N_{x,y,s}} = N_{x,y,xy}^I \quad (2.83)$$

$$\text{et : } \overline{M_{x,y,s}} = M_{x,y,xy}^I \quad (2.84)$$

soit sous forme contractée :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{N} \\ \overline{M} \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

2.8. Variation de température dans le régime transitoire :

Le transfert de chaleur à travers le stratifié est par essentiellement conduction

On s'intéresser à étude du comportement thermique des composites unidirectionnels et la diffusion de la chaleur a travers l'épaisseur dans la direction z. C'est le cas ou les stratifiés minces sont soumis à un environnement changeant.

La température à maintenir étant T_{inf} d'ou la nécessité de déterminer la distribution de T à travers l'épaisseur du stratifié pour un temps donné.

L'équation qui gouverne le changement de température est la suivante :

$$q'_z - (q'_z + \frac{\partial q'_z}{\partial z} \delta z) = \frac{\rho C \partial T}{\partial t} \delta z \quad (2.86)$$

La partie gauche de l'équation (2.86) représente le flux de chaleur à travers le domaine, et la partie droite est l'énergie stockée par unité de temps à traverse le domaine.

On pose :

$$-\frac{\partial q'_x}{\partial z} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.87)$$

$$-\frac{\partial q'_z}{\partial z} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.88)$$

D'où :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(k'_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.89)$$

De plus quand k'_z et ρC sont constantes, l'équation d'énergie prend la forme [12] :

$$\frac{k'_z}{\rho C} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.90)$$

C'est connu comme l'équation de Fourier.

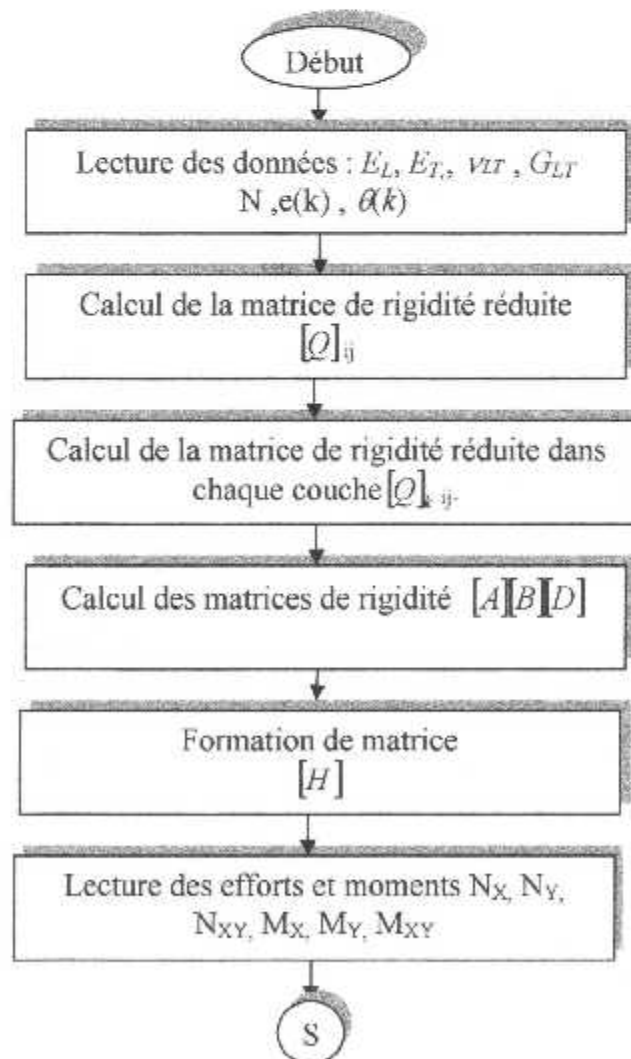
La méthode de différence finie (d d f) schéma explicite est une des méthodes appliquées pour la résolution de l'équation (2.90).

2.9. Conclusion :

La variation non uniforme de la température en fonction du temps engendre des contraintes résiduelles non uniformes dans les plis, leurs prises en considération lors de la prévision du comportement du stratifié est donc nécessaire. La résolution de l'équation de diffusion en transitoire permet de déterminer les variations de température.

CHAPITRE III**CODE DE CALCUL ET RESULTATS**

Dans ce chapitre nous présentons les organigrammes et le code de calcul qui nous ont permis de faire l'analyse mécanique et thermique des plaques mince en composites à fibres unidirectionnelles dans un régime permanent et transitoire, nous exposons par la suite les résultats et les commentaires

3.1. Organigrammes :**3.1.1. Organigramme de calcul des contraintes mécaniques :(ANMEC)**

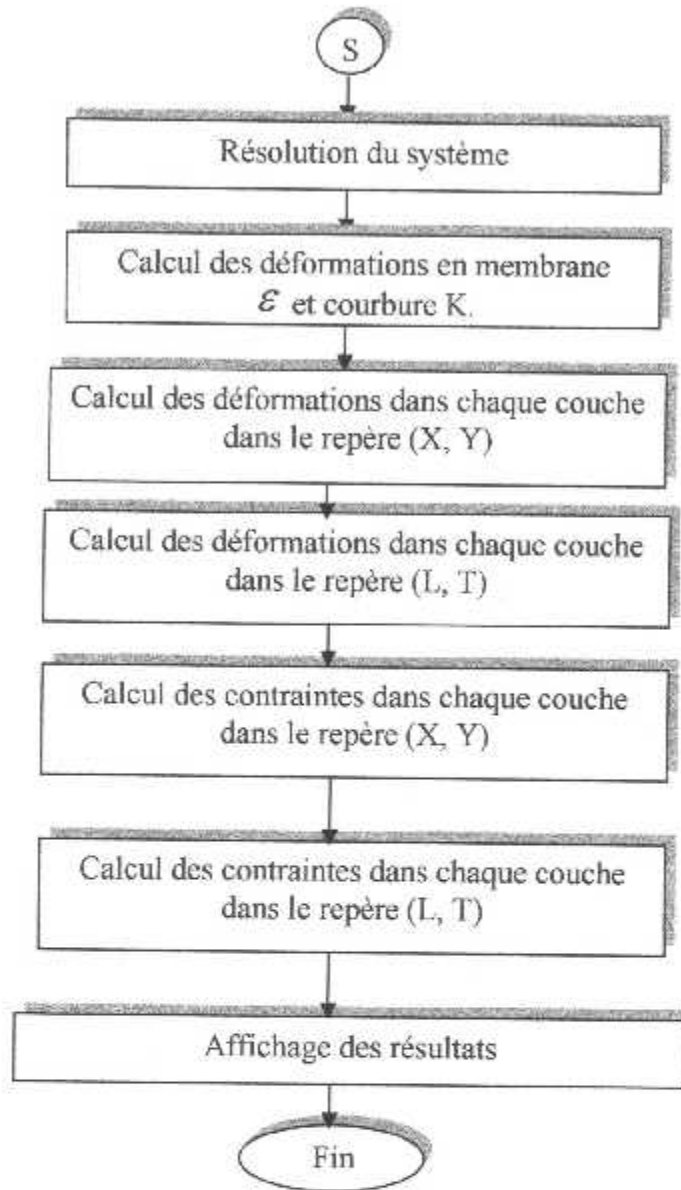
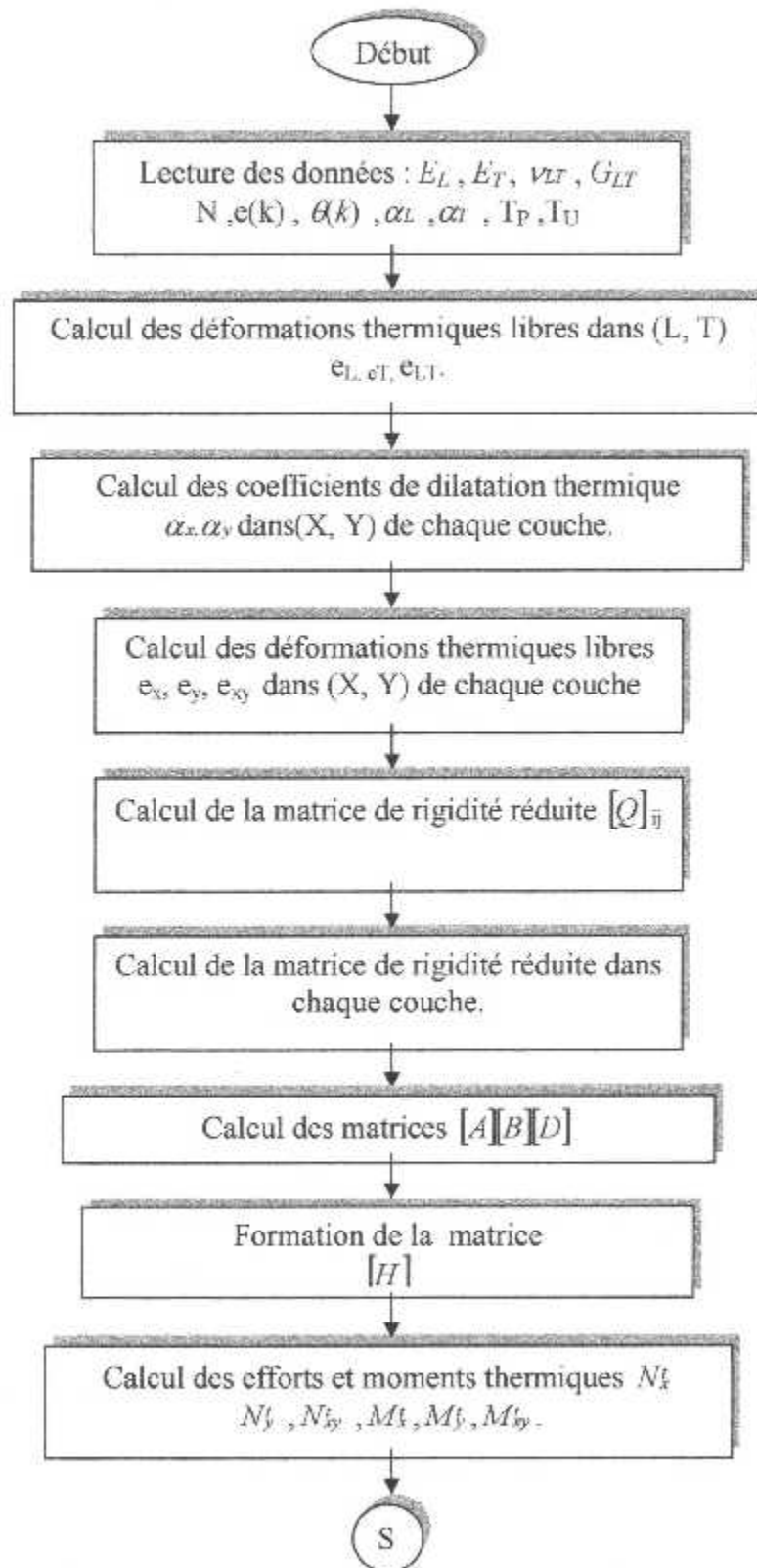


Figure (3.1) : Organigramme de calcul des contraintes Mécaniques (ANMEC)

Validation (1) :

Le programme a été validé à travers les exemples cités dans la référence [11], la simulation est donnée en page (48) avec les graphes 3.6 et graphes 3.7 .

3.1.2. Organigramme de calcul des contraintes thermiques sans chargements mécaniques avec une température constante dans les plis : (ANTHE)



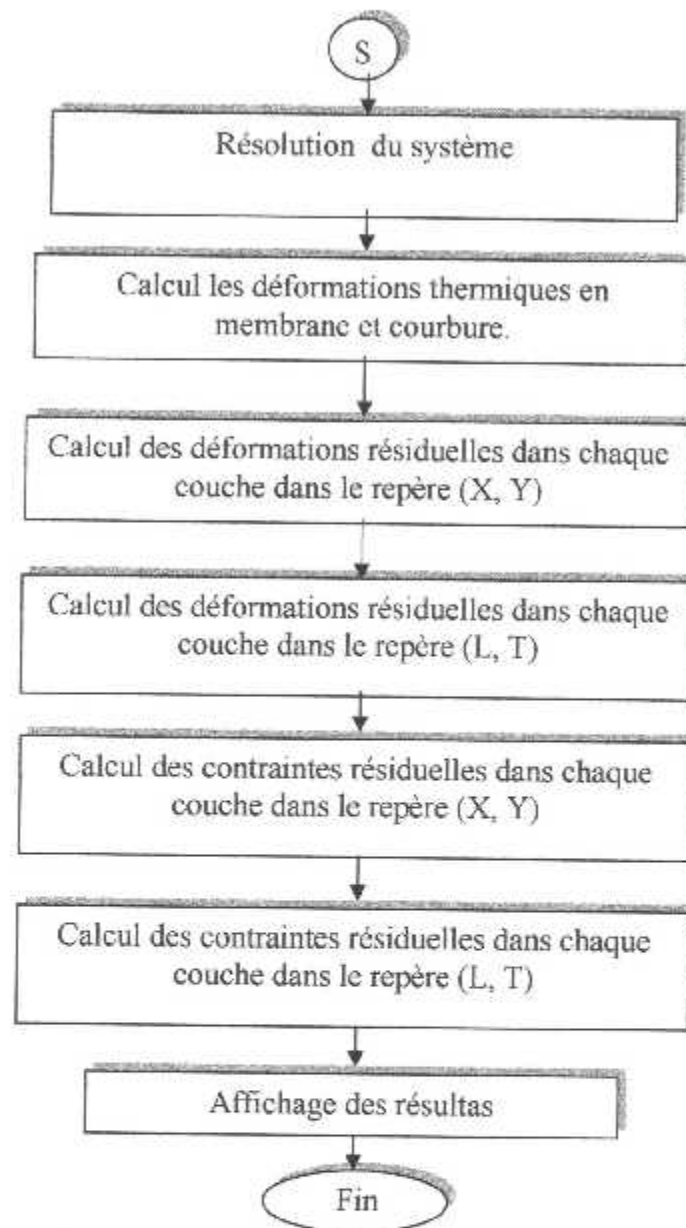
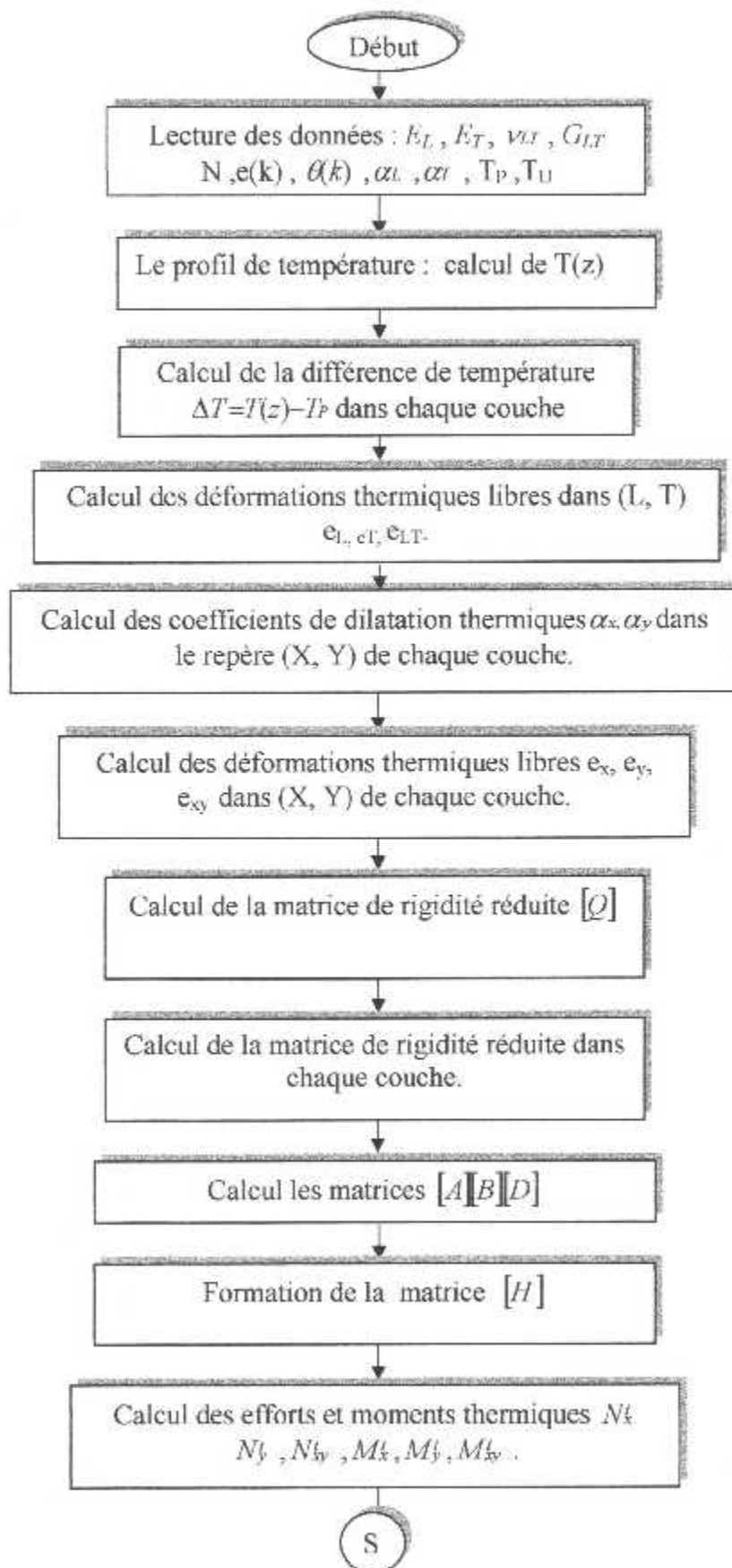


Figure (3.2) : Organigramme de calcul des contraintes thermiques sans chargement mécanique avec une température constante

Validation (2) :

Le programme a été validé avec les exemples de la prise en compte des effets thermique dans la référence [11], la simulation est donnée en page (55) figure3.8 figure3.9

3.1.3. Organigramme de calcul des contraintes thermiques sans chargement mécanique avec une température variable : « variation linéaire de température » (ANTHL)



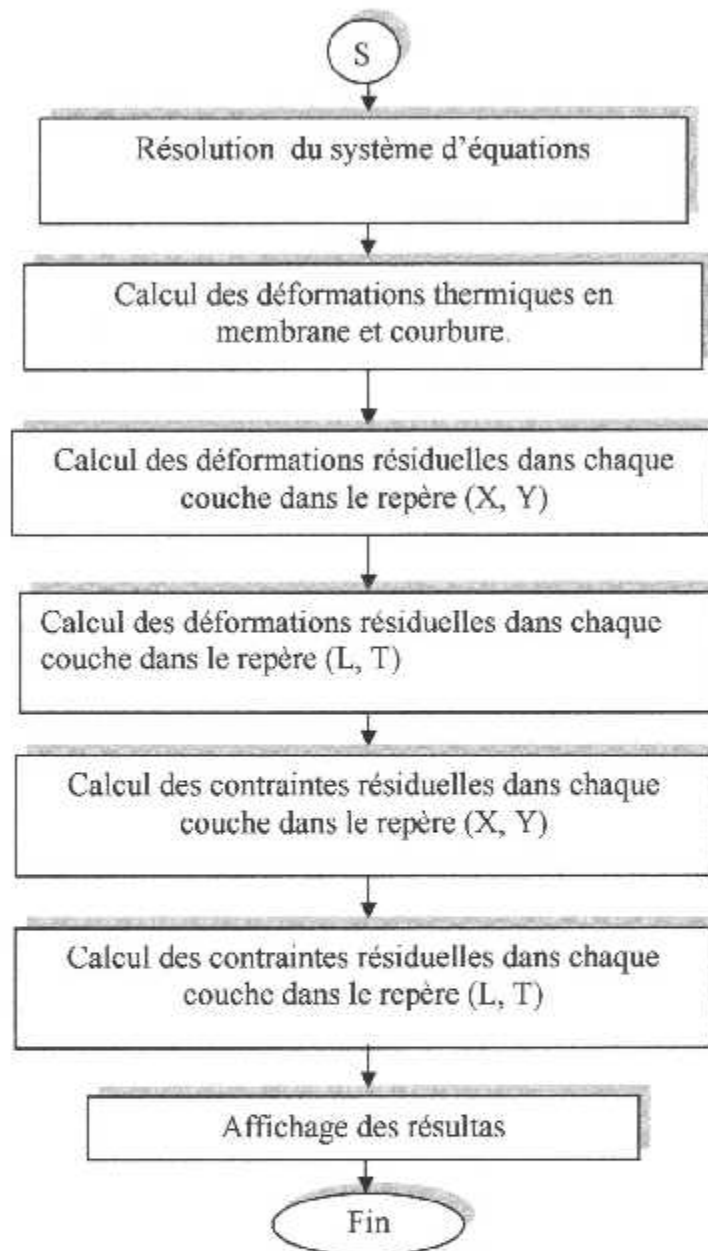
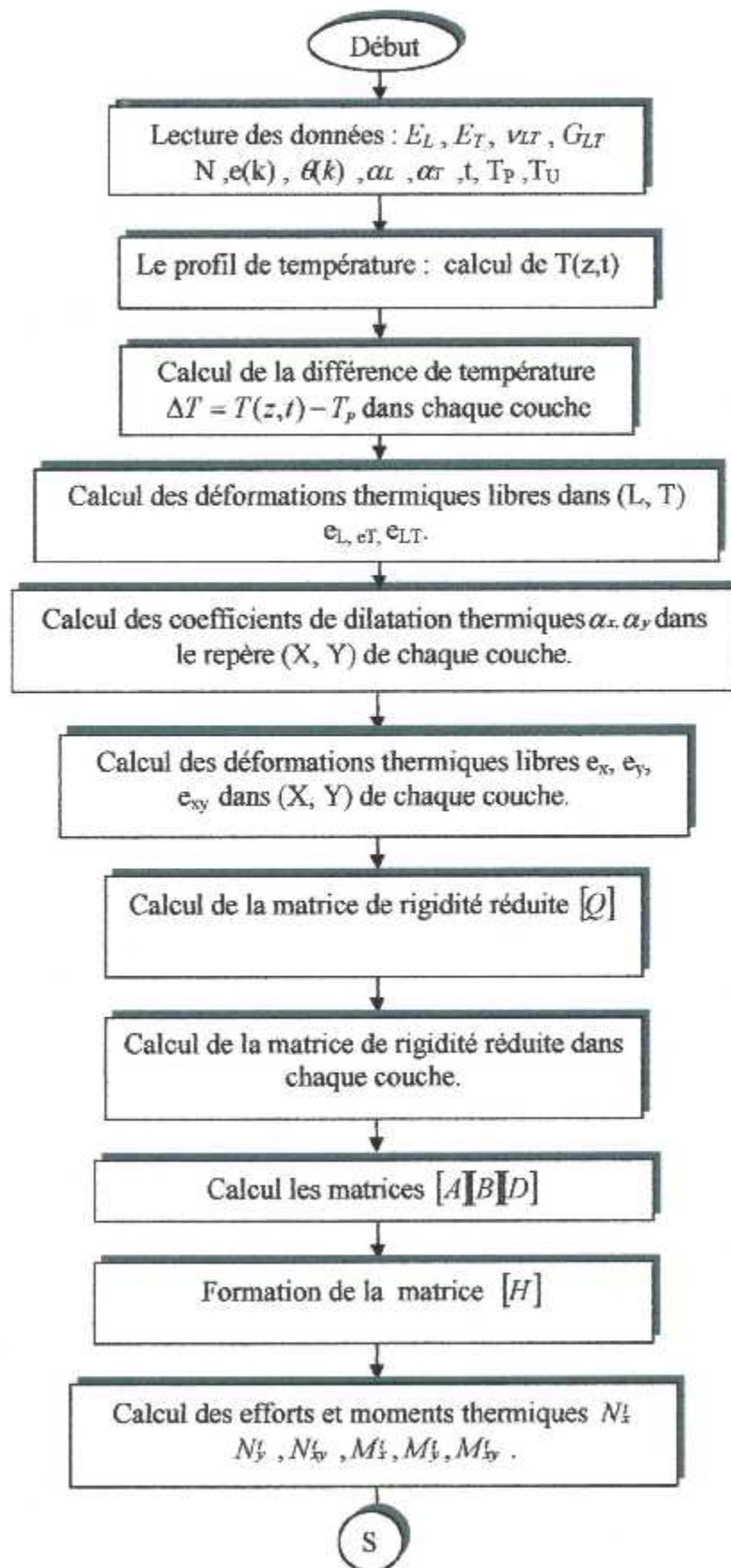


Figure (3. 3) : Organigramme de calcul des contraintes thermiques sans chargement mécanique avec une température variable

3.1.4. Organigramme de calcul des contraintes thermiques sans chargement mécanique avec une température variable dans le régime transitoire :



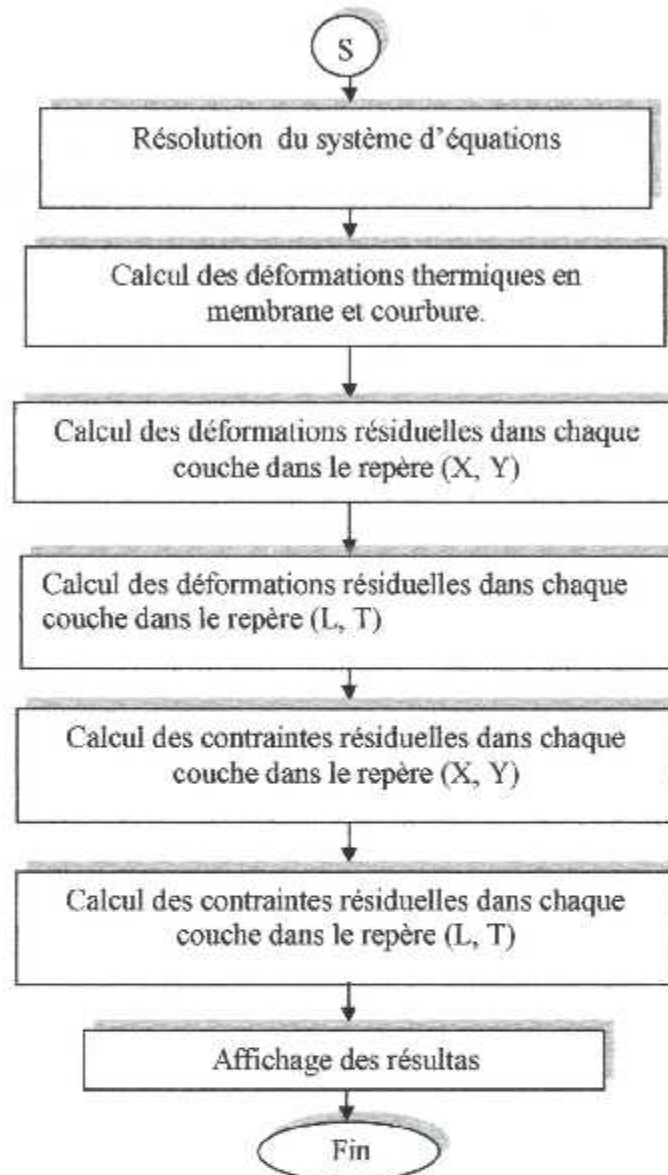


Figure (3. 4) : Organigramme de calcul des contraintes thermiques sans chargement mécanique avec une température variable en transitoire

3.2. Simulation :

3.2.1. Simulation (1) ANMEC :

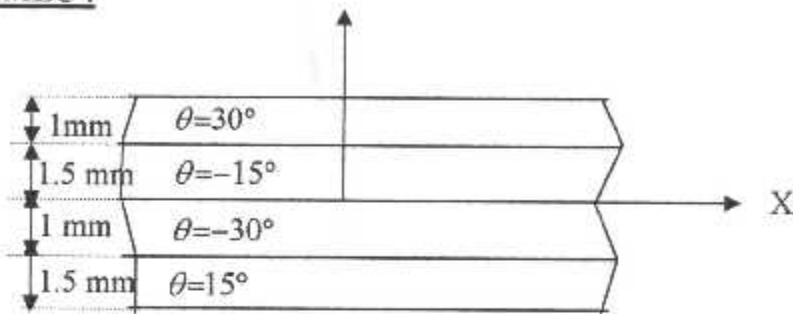


Figure (3.4) Stratifiés à quatre couches

a) Conditions mécaniques :

Pour l'étude mécanique nous considérons le stratifié de la figure (3.4) constitué de quatre couches unidirectionnelles, dont les propriétés sont les suivantes :

| | |
|----------------------|------------------|
| E_L (MPa) | 38000 |
| E_T (MPa) | 9000 |
| G_{LT} (MPa) | 0.32 |
| N_X (N/mm) | 10^6 |
| N_Y (N/mm) | $5 \cdot 10^5$ |
| N_{XY} (N/mm) | $2.5 \cdot 10^5$ |
| $M_X = M_Y = M_{XY}$ | 0 |

Tableaux (3.1) : Conditions mécaniques

b) Résultats obtenus :

La matrice Q est:

| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| 38.9445E+03 | 2.9516E+03 | 000.0000E-03 |
| 2.9516E+03 | 9.2237E+03 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 3.6000E+03 |

La matrice de rigidité de la couche 1 est:

| | | |
|-------------|------------|--------------|
| 35.2120E+03 | 4.6931E+03 | 6.7316E+03 |
| 4.6931E+03 | 9.4731E+03 | 698.6221E+00 |

6.7316E+03 698.6221E+00 5.3416E+03

La matrice de rigidité de la couche 2 est:

26.2896E+03 8.1763E+03 -9.4512E+03
 8.1763E+03 11.4292E+03 -3.4183E+03
 -9.4512E+03 -3.4183E+03 8.8247E+03

La matrice de rigidité de la couche 3 est:

35.2120E+03 4.6931E+03 -6.7316E+03
 4.6931E+03 9.4731E+03 -698.6221E+00
 -6.7316E+03 -698.6221E+00 5.3416E+03

La matrice de rigidité de la couche 4 est:

26.2896E+03 8.1763E+03 9.4512E+03
 8.1763E+03 11.4292E+03 3.4183E+03
 9.4512E+03 3.4183E+03 8.8247E+03

La matrice A est:

158.2153E+03 30.4320E+03 000.0000E-03
 30.4320E+03 51.2776E+03 000.0000E-03
 000.0000E-03 000.0000E-03 33.6741E+03

La matrice B est:

-13.3836E+03 5.2247E+03 -1.6154E+03
 5.2247E+03 2.9342E+03 5.9258E+03
 -1.6154E+03 5.9258E+03 5.2247E+03

La matrice D est:

327.3846E+03 64.2708E+03 60.6855E+03
 64.2708E+03 107.3173E+03 15.4383E+03
 60.6855E+03 15.4383E+03 71.0251E+03

La matrice H est:

158.2153E+03 30.4320E+03 000.0000E-03 -13.3836E+03 5.2247E+03 -1.6154E+03

| | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------|
| 30.4320E+03 | 51.2776E+03 | 000.0000E-03 | 5.2247E+03 | 2.9342E-03 | 5.9258E+03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 33.6741E+03 | -1.6154E+03 | 5.9258E+03 | 5.2247E+03 |
| -13.3836E+03 | 5.2247E+03 | -1.6154E+03 | 327.3846E+03 | 64.2708E+03 | 60.6855E+03 |
| 5.2247E+03 | 2.9342E+03 | 5.9258E+03 | 64.2708E-03 | 107.3173E+03 | 15.4383E+03 |
| -1.6154E+03 | 5.9258E+03 | 5.2247E+03 | 60.6855E+03 | 15.4383E+03 | 71.0251E+03 |

La matrice inverse de la matrice H est:

| | | | | | |
|---------------|---------------|--------------|---------------|---------------|---------------|
| 7.2071E-06 | -4.3217E-06 | 69.1553E-09 | 415.4357E-09 | -525.4145E-09 | 278.6491E-09 |
| -4.3217E-06 | 22.2972E-06 | 279.2297E-09 | -187.3827E-09 | -42.0731E-09 | -1.8099E-06 |
| 69.1553E-09 | 279.2297E-09 | 30.5076E-06 | 1.0321E-06 | -1.9209E-06 | -2.7302E-06 |
| 415.4357E-09 | -187.3827E-09 | 1.0321E-06 | 4.0518E-06 | -2.0576E-06 | -3.0655E-06 |
| -525.4145E-09 | -42.0731E-09 | -1.9209E-06 | -2.0576E-06 | 10.7473E-06 | -445.1164E-09 |
| 278.6491E-09 | -1.8099E-06 | -2.7302E-06 | -3.0655E-06 | -445.1164E-09 | 17.1537E-06 |

Le vecteur des déformations dans XY est:

| | | | | | |
|------------|------------|------------|--------------|-------------|-------------|
| 5.0635E+00 | 6.8967E+00 | 7.8357E+00 | 579.7662E-03 | -1.0267E+00 | -1.3089E+00 |
|------------|------------|------------|--------------|-------------|-------------|

Les déformations en membrane rapportées aux axes de référence (X,Y) sont:

| | | |
|------------|------------|------------|
| 5.0635E+00 | 6.8967E+00 | 7.8357E+00 |
|------------|------------|------------|

Les déformations en courbure rapportées aux axes de référence (X, Y) sont:

| | | |
|--------------|-------------|-------------|
| 579.7662E-03 | -1.0267E+00 | -1.3089E+00 |
|--------------|-------------|-------------|

Les déformations dans chaque couche du stratifié dans le repère (X, Y):

| | | | |
|--------------|------------|------------|-------------|
| -2.5000E+00 | 3.6141E+00 | 9.4634E+00 | 11.1078E+00 |
| -1.0000E+00 | 4.4838E+00 | 7.9234E+00 | 9.1445E+00 |
| -1.0000E+00 | 4.4838E+00 | 7.9234E+00 | 9.1445E+00 |
| 000.0000E-03 | 5.0635E+00 | 6.8967E+00 | 7.8357E+00 |

| | | | |
|--------------|------------|------------|------------|
| 000.0000E-03 | 5.0635E+00 | 6.8967E+00 | 7.8357E+00 |
| 1.5000E+00 | 5.9332E+00 | 5.3567E+00 | 5.8724E+00 |
| 1.5000E+00 | 5.9332E+00 | 5.3567E+00 | 5.8724E+00 |
| 2.5000E+00 | 6.5130E+00 | 4.3300E+00 | 4.5635E+00 |

Les déformations dans chaque couche du stratifié dans le repère (L, T):

| | | | |
|--------------|------------|-------------|--------------|
| -2.5000E+00 | 6.7829E+00 | 6.2946E+00 | 12.5443E+00 |
| -1.0000E+00 | 7.0003E+00 | 5.4068E+00 | 9.6392E+00 |
| -1.0000E+00 | 1.3840E+00 | 11.0232E+00 | 1.5935E+00 |
| 000.0000E-03 | 2.1289E+00 | 9.8313E+00 | 2.3303E+00 |
| 000.0000E-03 | 3.2274E+00 | 8.7328E+00 | 5.8693E+00 |
| 1.5000E+00 | 4.4265E+00 | 6.8634E+00 | 5.3739E+00 |
| 1.5000E+00 | 8.3319E+00 | 2.9580E+00 | 2.4369E+00 |
| 2.5000E+00 | 7.9433E+00 | 2.8997E+00 | 391.2793E-03 |

Les contraintes mécaniques dans chaque couche dans le plan (X,Y):

| | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| -2.5000E+00 | 246.4466E+00 | 114.3690E+00 | 90.2731E+00 |
| -1.0000E+00 | 256.6252E+00 | 102.4901E+00 | 84.5643E+00 |
| -1.0000E+00 | 96.2334E+00 | 95.9601E+00 | 11.2363E+00 |
| 000.0000E-03 | 115.4511E+00 | 93.4403E+00 | -2.2840E+00 |
| 000.0000E-03 | 157.9182E+00 | 83.6225E+00 | 2.9509E+00 |
| 1.5000E+00 | 194.5287E+00 | 74.4869E+00 | -12.3143E+00 |
| 1.5000E+00 | 255.2801E+00 | 129.8074E+00 | 126.2084E+00 |
| 2.5000E+00 | 249.7572E+00 | 118.3396E+00 | 116.6283E+00 |

Les contraintes mécaniques dans chaque couche exprimées dans le plan (L, T):

| | | | |
|--------------|--------------|--------------|-------------|
| -2.5000E+00 | 282.7356E-00 | 78.0799E+00 | 45.1594E+00 |
| -1.0000E+00 | 288.5823E-00 | 70.5330E+00 | 34.7011E+00 |
| -1.0000E+00 | 86.4342E+00 | 105.7593E+00 | 5.7365E+00 |
| 000.0000E-03 | 111.9264E+00 | 96.9650E+00 | 8.3890E+00 |
| 000.0000E-03 | 151.4659E+00 | 90.0749E+00 | 21.1295E+00 |
| 1.5000E+00 | 192.6446E+00 | 76.3710E+00 | 19.3460E+00 |
| 1.5000E+00 | 333.2116E+00 | 51.8758E+00 | 8.7729E+00 |
| 2.5000E+00 | 317.9059E+00 | 50.1910E+00 | 1.4086E+00 |

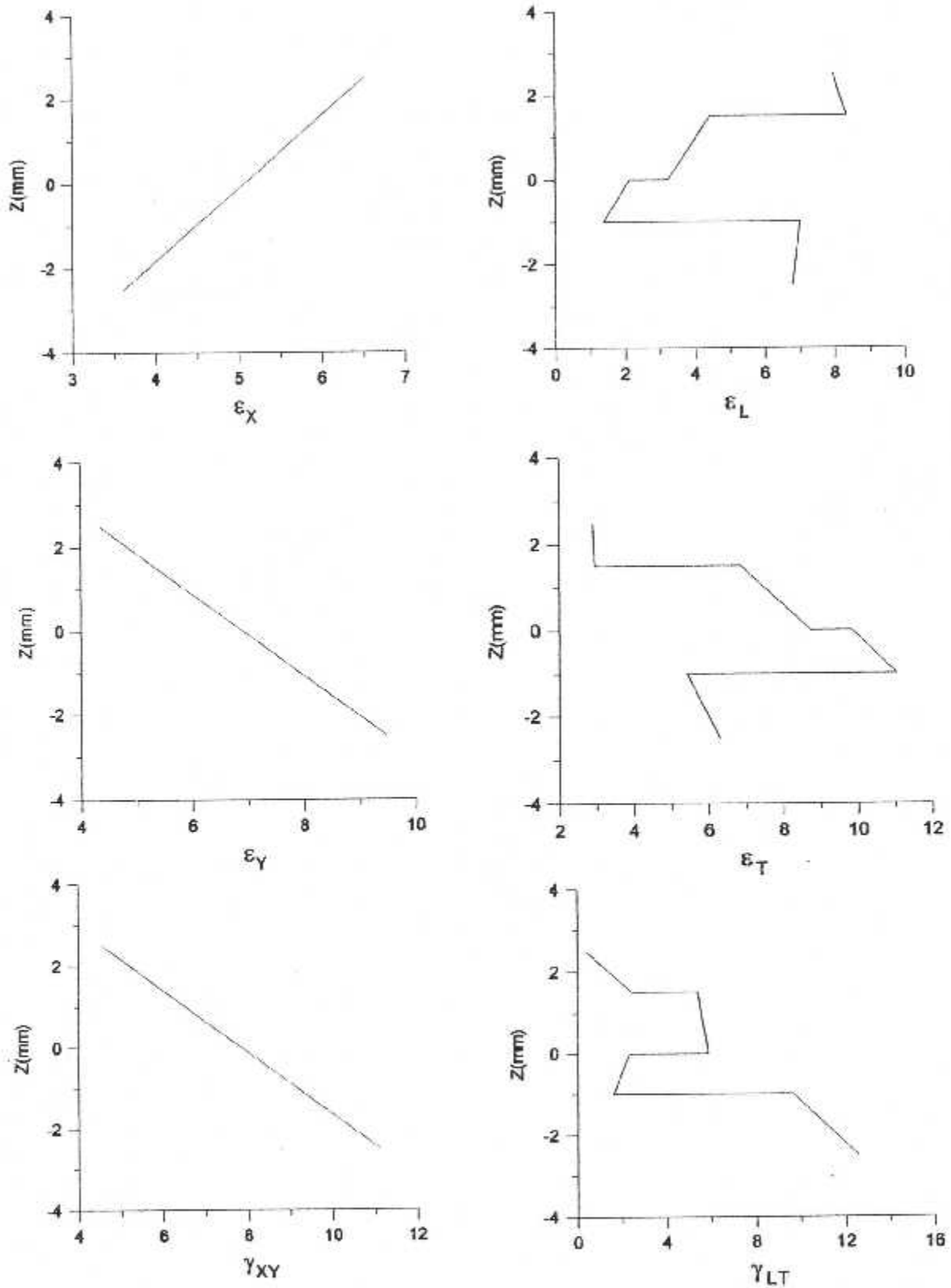


Figure (3. 6) Déformations mécaniques du stratifié $[15^{\circ}/30^{\circ}/-15^{\circ}/30^{\circ}]$.[1.5/1/1.5/1]
(ANMEC)

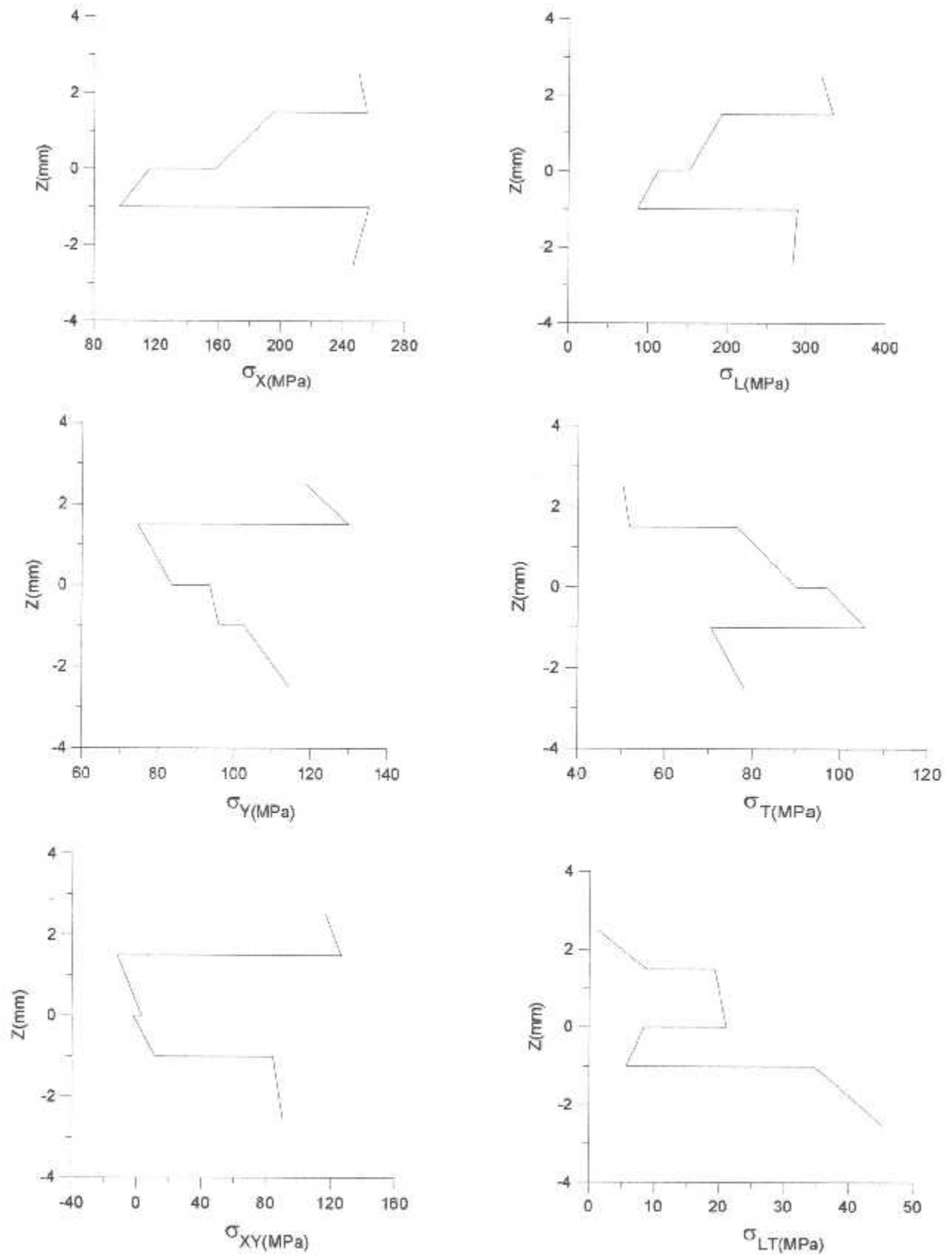
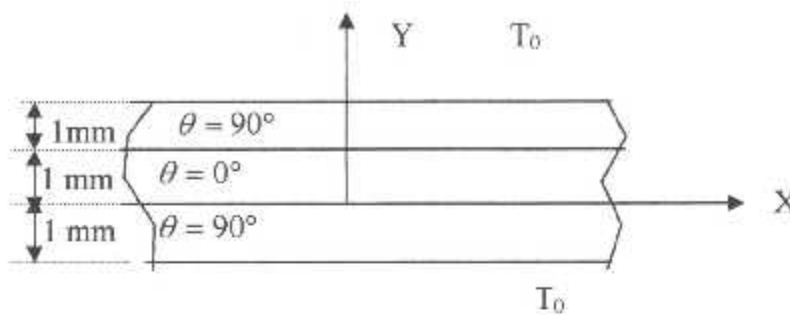


Figure (3. 6) contraintes mécaniques du stratifié $[15^0/-30^0/-15^0/30^0].[1.5/1/1.5/1]$
(ANMEC)

3.2.2 Simulation (2) ANTHE :**Figure (3.7) Stratifié à trois couches****a) Conditions thermiques :**

Pour l'étude thermique nous considérons le stratifié de la figure (3.7) constitué de trois couches unidirectionnelles ayant les propriétés suivantes :

| | |
|-------------------------------|--------------------|
| E_L (GPa) | 45000 |
| E_T (GPa) | 10000 |
| G_{LT} (GPa) | 4500 |
| ν_{LT} | 0.31 |
| α_L (C°) ⁻¹ | $5 \cdot 10^{-6}$ |
| α_T (C°) ⁻¹ | $20 \cdot 10^{-6}$ |

Tableaux (3.2): Propriétés des couches

Avec : la température de polymérisation du stratifié $T_p=120C^\circ$ et la température d'utilisation $T=20C^\circ$

b) Résultats obtenues :

Les résultat obtenus sont :

La matrice Q est:

| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| 45.9820E+03 | 3.1676E+03 | 000.0000E-03 |
| 3.1676E+03 | 10.2182E+03 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 4.5000E+03 |

La matrice de rigidité de la couche 1 est:

| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| 10.2182E+03 | 3.1676E+03 | 000.0000E-03 |
| 3.1676E+03 | 45.9820E+03 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 4.5000E+03 |

La matrice de rigidité de la couche 2 est :

| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| 45.9820E+03 | 3.1676E+03 | 000.0000E-03 |
| 3.1676E+03 | 10.2182E+03 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 4.5000E+03 |

La matrice de rigidité de la couche3 est:

| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| 10.2182E+03 | 3.1676E+03 | 000.0000E-03 |
| 3.1676E+03 | 45.9820E+03 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 4.5000E+03 |

La matrice A est:

| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| 66.4184E+03 | 9.5029E+03 | 000.0000E-03 |
| 9.5029E+03 | 102.1822E+03 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 13.5000E+03 |

La matrice B est:

| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 |

La matrice D est:

| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| 25.9713E+03 | 7.1272E+03 | 000.0000E-03 |
| 7.1272E+03 | 100.4791E+03 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 10.1250E+03 |

La matrice H est:

| | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 66.4184E+03 | 9.5029E+03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 |
| 9.5029E+03 | 102.1822E+03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 13.5000E+03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 25.9713E+03 | 7.1272E+03 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 7.1272E+03 | 100.4791E+03 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 10.1250E+03 |

La matrice inverse de la matrice H est :

| | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 15.2591E-06 | -1.4191E-06 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 |
| -1.4191E-06 | 9.9184E-06 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 74.0741E-06 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 39.2684E-06 | -2.7854E-06 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | -2.7854E-06 | 10.1499E-06 | 000.0000E-03 |
| 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 000.0000E-03 | 98.7654E-06 |

Les déformations thermiques dans les axes (L, T) eL,eT,eLT

-5.000000000000000E-004 -2.000000000000000E-003 0.000000000000000E+000

Les coefficients de dilatation thermique ALPHAx,ALPHAy,ALPHAxy pour la couche 1 est:

2.000000000000000E-005 5.000000000000000E-006 0.000000000000000E+000

Les déformations thermiques libres dans la couche 1: Ex,Ey,Es :

-2.000000000000000E-003 -5.000000000000000E-004 0.000000000000000E+000

Les coefficients de dilatation thermique ALPHAx,ALPHAy,ALPHAxy pour la couche 2est:

5.000000000000000E-006 2.000000000000000E-005 0.000000000000000E+000

Les déformations thermiques libres dans la couche 2: Ex,Ey,Es :

-5.000000000000000E-004 -2.000000000000000E-003 0.000000000000000E+000

Les coefficients de dilatation thermique ALPHAx, ALPHAy,ALPHAxy pour la couche 3est:

2.000000000000000E-005 5.000000000000000E-006 0.000000000000000E+000

Les déformations thermiques libres dans la couche 3: Ex,Ey,Es :

-2.000000000000000E-003 -5.000000000000000E-004 0.000000000000000E+000

Les efforts Nx est:

-73.366788626062260

Les efforts Ny est:

-80.672812870875320

Les efforts Nxy est:

0.000000000000000E+000

Le moments Mx est:

0.000000000000000E+000

Le moments My est:

0.000000000000000E+000

Le moments Mxy est:

0.000000000000000E+000

Le vecteur des moments et efforts N,M est:

-73.366788626062260 -80.672812870875320 0.000000000000000E+000
0.000000000000000E+000 0.000000000000000E+000 0.000000000000000E+000

Le vecteur des déformations THERMIQUES dans XY est:

-1.0050E-03 -696.0323E-06 000.0000E-03 000.0000E-03
000.0000E-03 000.0000E-03

epsilon0 "X, Y, s" sont:

-1.0050E-03 -696.0323E-06 000.0000E-03

K "X, Y, s" sont:

000.0000E-03 000.0000E-03 000.0000E-03

Les déformations résiduelles dans chaque couche exprimées dans le repère (X, Y) sont:

| | | | |
|---------------|---------------|---------------|--------------|
| -1.5000E+00 | 994.9708E-03 | -196.0323E-03 | 000.0000E-03 |
| -500.0000E-03 | 994.9708E-03 | -196.0323E-03 | 000.0000E-03 |
| -500.0000E-03 | -505.0292E-03 | 1.3040E+00 | 000.0000E-03 |
| 500.0000E-03 | -505.0292E-03 | 1.3040E+00 | 000.0000E-03 |
| 500.0000E-03 | 994.9708E-03 | -196.0323E-03 | 000.0000E-03 |
| 1.5000E+00 | 994.9708E-03 | -196.0323E-03 | 000.0000E-03 |

Les déformations résiduelles dans chaque couche exprimées dans le repère (X, Y) sont:

| | | | |
|---------------|---------------|--------------|--------------|
| -1.5000E-00 | -196.0323E-03 | 994.9708E-03 | 000.0000E-03 |
| -500.0000E-03 | -196.0323E-03 | 994.9708E-03 | 000.0000E-03 |
| -500.0000E-03 | -505.0292E-03 | 1.3040E+00 | 000.0000E-03 |
| 500.0000E-03 | -505.0292E-03 | 1.3040E-00 | 000.0000E-03 |
| 500.0000E-03 | -196.0323E-03 | 994.9708E-03 | 000.0000E-03 |
| 1.5000E+00 | -196.0323E-03 | 994.9708E-03 | 000.0000E-03 |

Les contraintes résiduelles dans chaque couche exprimées dans le repère (X, Y) sont:

| | | | |
|---------------|------------|---------------|---------------|
| -1.5000E+00 | 1.5134E+00 | -169.6674E-03 | -666.6666E-06 |
| -500.0000E-03 | 1.5142E+00 | -168.7590E-03 | 222.2222E-06 |
| -500.0000E-03 | 6.9711E+00 | 338.4188E-03 | 222.2222E-06 |
| 500.0000E-03 | 6.9745E+00 | 338.8005E-03 | 1.1111E-03 |
| 500.0000E-03 | 1.5150E+00 | -167.8506E-03 | 1.1111E-03 |
| 1.5000E+00 | 1.5158E+00 | -166.9422E-03 | 2.0000E-03 |

Les contraintes résiduelles dans chaque couche exprimées dans le repère (X,Y) sont:

| | | | |
|---------------|--------------|-------------|--------------|
| -1.5000E+00 | -5.8622E+00 | 9.5459E+00 | 000.0000E-03 |
| -500.0000E-03 | -5.8622E+00 | 9.5459E+00 | 000.0000E-03 |
| -500.0000E-03 | -19.0917E+00 | 11.7245E+00 | 000.0000E-03 |
| 500.0000E-03 | -19.0917E+00 | 11.7245E+00 | 000.0000E-03 |
| 500.0000E-03 | -5.8622E+00 | 9.5459E+00 | 000.0000E-03 |
| 1.5000E+00 | -5.8622E+00 | 9.5459E+00 | 000.0000E-03 |

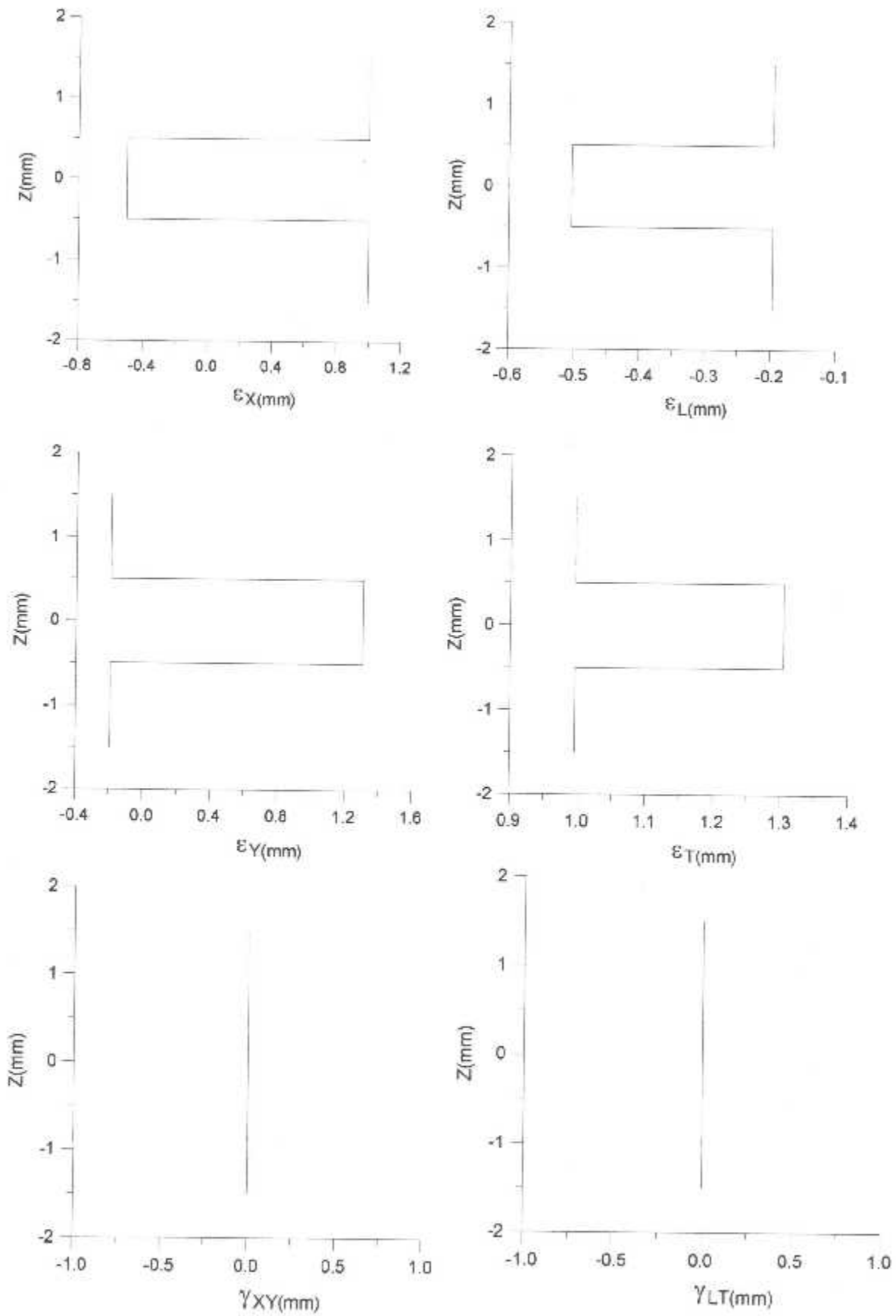


Figure (3.8) : Déformations thermiques du $[90^\circ/0^\circ/90^\circ] [1/1/1]$

(ANTHE)

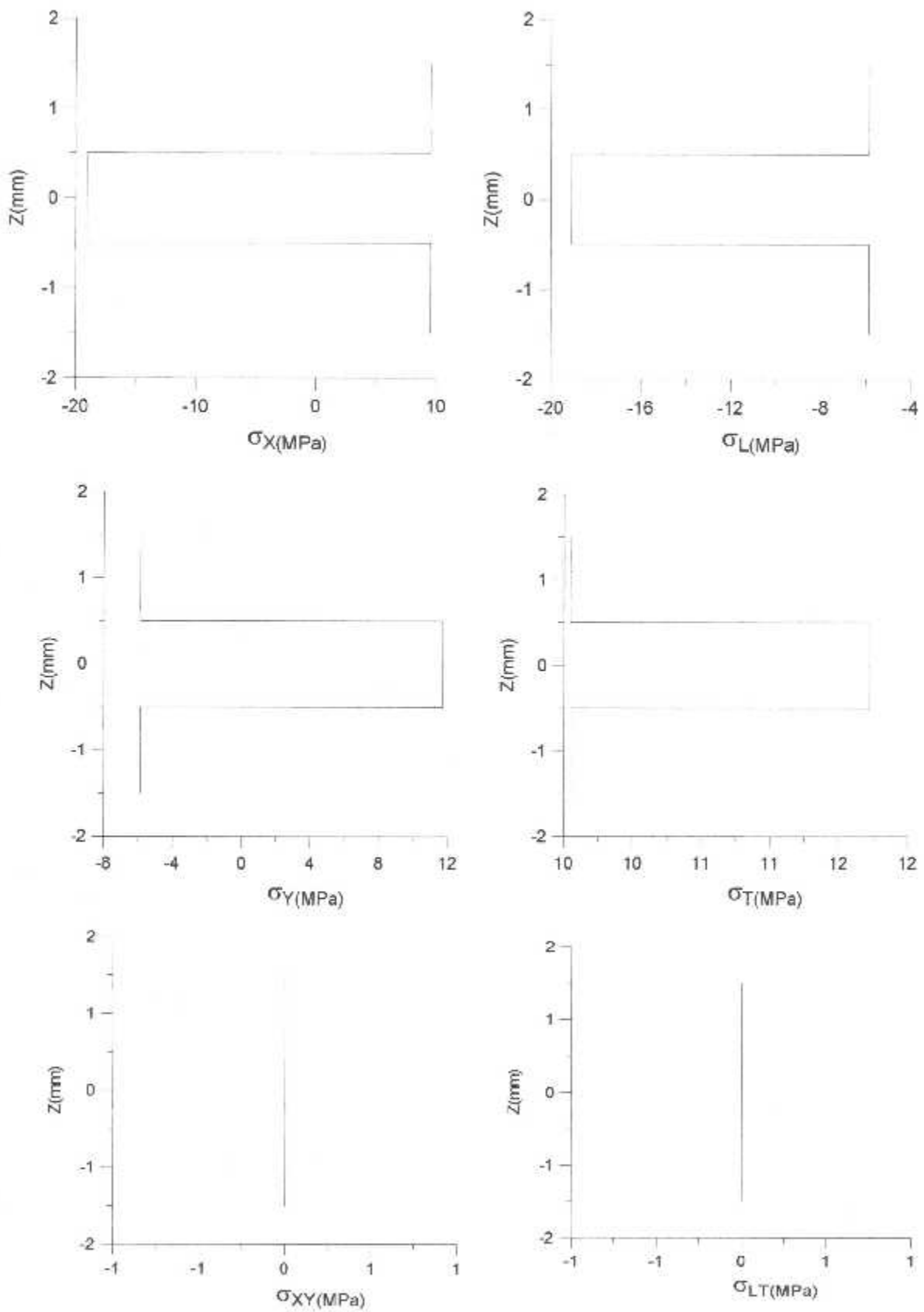


Figure (3.9) : Contraintes thermiques du $[90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ $[1/1/1]$ (ANTHE)

3.3. Application du code pour la prévision des comportements des structures en plaques composites

Nous allons utiliser le code pour les prévisions du comportement des plaques pour 2 types de chargements, chargement mécanique et chargement thermique.

a) choix du matériau :

Le matériau considéré est le T300/5208 graphite-epoxyde à matrice polymère, actuellement très utilisé en construction aéronautique en raison de sa légèreté et de sa rigidité

L'épaisseur de chaque couche est prise à 0.14mm les caractéristiques du matériaux sont reportées dans le tableau (3.3)

| | |
|-------------------------------|----------------------|
| E_L (GPa) | 181 |
| E_T (GPa) | 10.3 |
| V_f (%) | 70 |
| G_{LT} (GPa) | 17.7 |
| ν_{LT} | 0.28 |
| α_L (K ⁻¹) | $0,02 \cdot 10^{-6}$ |
| α_T (K ⁻¹) | $22,5 \cdot 10^{-6}$ |

Tableau (3.3): propriétés du composite T300/5208

b) critère de rupture :

L'utilisation du critère de la contrainte maximale, nous permet de mesurer l'importance des contraintes par rapport à la résistance des plis.

Dans le tableau (3.4) sont portées les résistances en traction dans la direction longitudinale et transversale X, Y et leurs homologues en compression X', Y'. S est la résistance en cisaillement plan.

| | |
|-------------|------|
| X, X' (MPa) | 1500 |
| Y (MPa) | 40 |
| Y' (MPa) | 246 |
| S (MPa) | 68 |

Tableau (3.4): Résistance du composite T300/5208

3.3.1. Effet du chargement mécanique

Dans cette application nous mettons en évidence l'effet d'empilement, et d'épaisseur sur le comportement mécanique du stratifié (effet de l'anisotropie), comme suit.





| Applications | Orientations | épaisseurs | Symbole graphique |
|--------------|---------------------------|-----------------|---|
| 1 | $[20^0/-20^0/-20^0/20^0]$ | $[1/1.5/1.5/1]$ |  |
| 2 | $[-20^0/20^0/20^0/-20^0]$ | $[1/1.5/1.5/1]$ |  |
| 3 | $[20^0/-20^0/-20^0/20^0]$ | $[1/1/1/1]$ |  |
| 4 | $[-20^0/-45^0/20^0/45^0]$ | $[1/1/1/1]$ |  |

Tableau (3.5): composite choisi

3.3.1.1 Résultats et interprétation :

Les états de contraintes et des déformations pour ces quatre type de stratifiés obtenues par le ANMEC sont les suivants

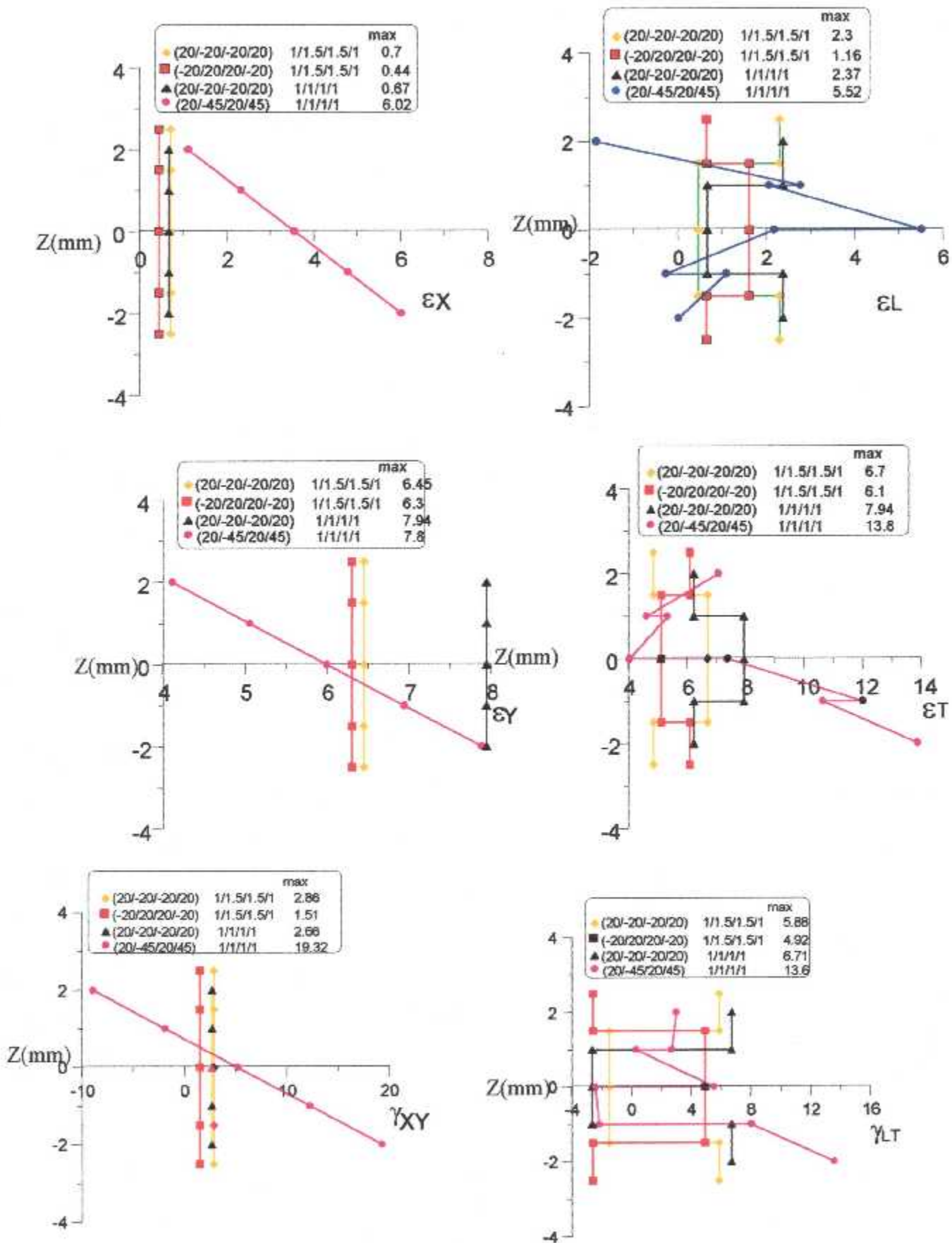


Figure (3.11) Déformations mécaniques dans les repères (X, Y) (L, T)

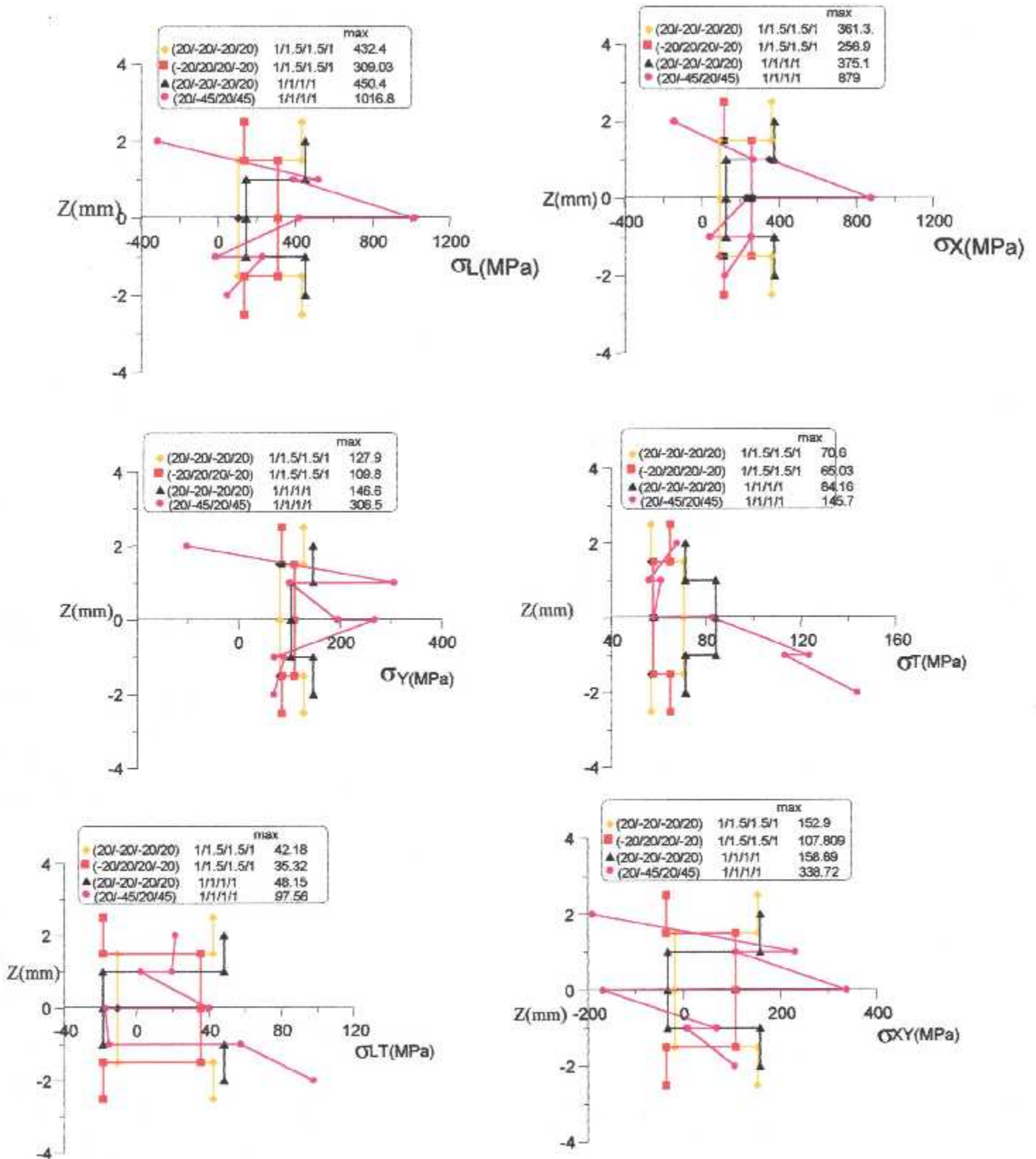


Figure (3.12) Contraintes mécaniques dans les repères (X, Y) (L, T)

A partir des figures (3.10) et (3.11) on constate que la distribution des contraintes et des déformations est uniformes dans les stratifiés symétriques $[-20^0/20^0/20^0/-20^0]$. $[1/1.5/1.5/1]$, $[20^0/-20^0/-20^0/20^0]$. $[1/1.5/1.5/1]$ et $[20^0/-20^0/-20^0/20^0]$. $[1/1/1/1]$

Par contre dans le stratifié $[20^0/-45^0/20^0/45^0]$ les variations des contraintes et des déformations présentent des pics importants.

3.3.1.2. Effet d'empilement :

D'après les résultats obtenus dans les figures (3.10), (3.11) ou nous avons changé les orientations des fibres dans les couches, (applications 1,2 et applications 3,4) voir tableau 3.1. Nous remarquons que l'effet d'empilements modifie totalement le comportement finale des stratifiés et la répartition des contraintes a complètement changé, on voit l'effet net de l'anisotropie sur le comportement mécanique des plaque de composites

3.3.1.3. Effet des épaisseurs :

Par comparaison des résultats des figures (3.10), (3.11) (applications 1,3) obtenus par changement d'épaisseur on remarque les allures des déformations des contraintes dans chaque couche, ont presque dans la même forme, mais avec des intensité différentes.

3.3.2. Effet chargement thermique :

Les conditions du chargement thermique considéré dans la simulation correspondent à deux missions de vol d'un avion. $T_p=180^{\circ}\text{C}$ []

Mission I:

L'avion est en vol subsonique à une température de vol de -54°C

Mission II:

L'avion est en vol supersonique, la température de vol atteint 149°C

| Applications | Orientations | Epaisseurs (mm) | Symbole graphique |
|--------------|-----------------------|-----------------------------------|-------------------|
| 1 | $[45/-45/-45/45]$ | $[0.14/0.14/0.14/0.14]$ | ▲ |
| 2 | $[0/45/-45/-45/45/0]$ | $[0.14/0.14/0.14/0.14/0.14/0.14]$ | ● |

Tableaux (3.6) : stratifiés correspondant à une construction supersonique

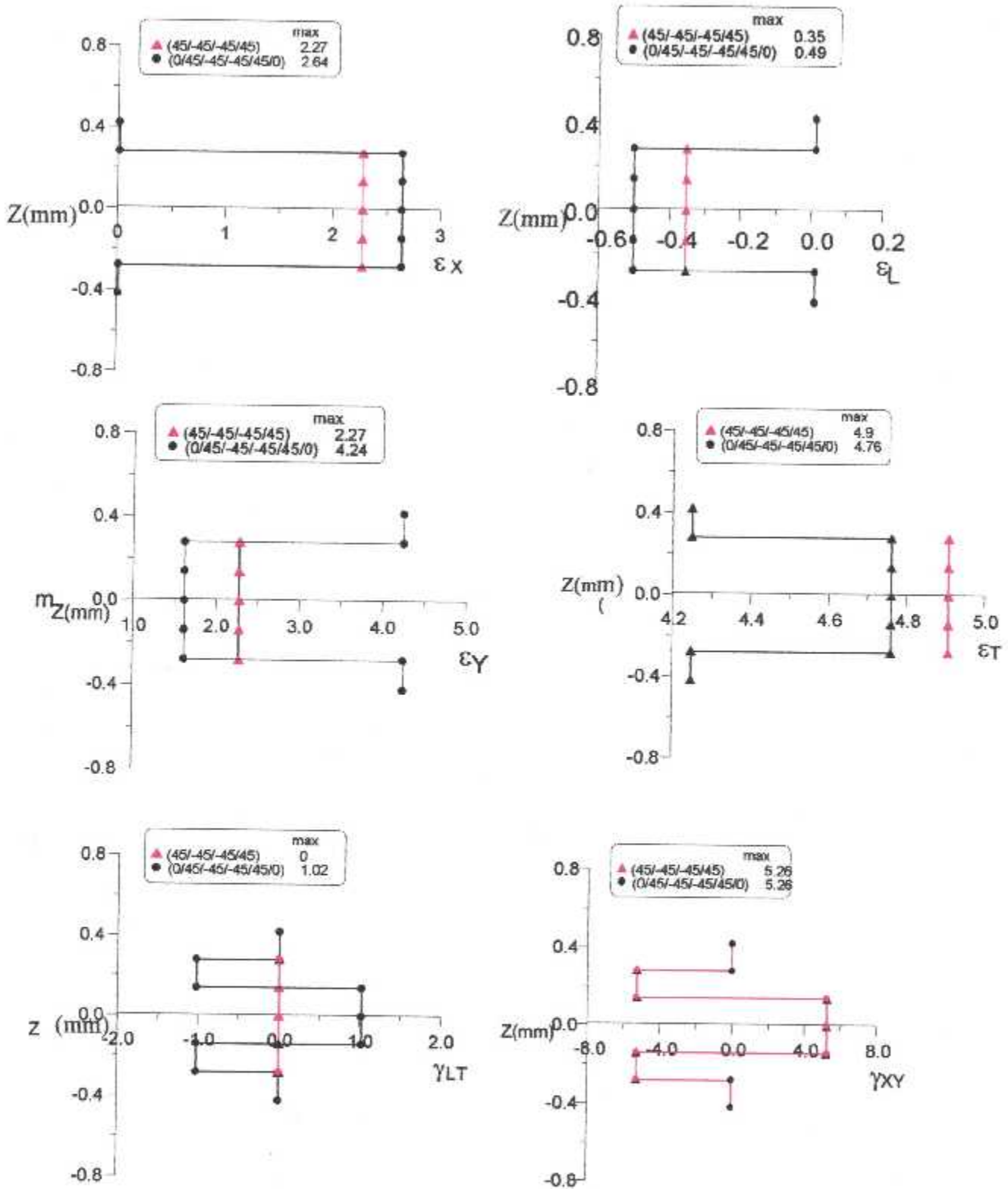


Figure (3.13) déformations dans les plans (X, Y) (L, T) pour la mission I.

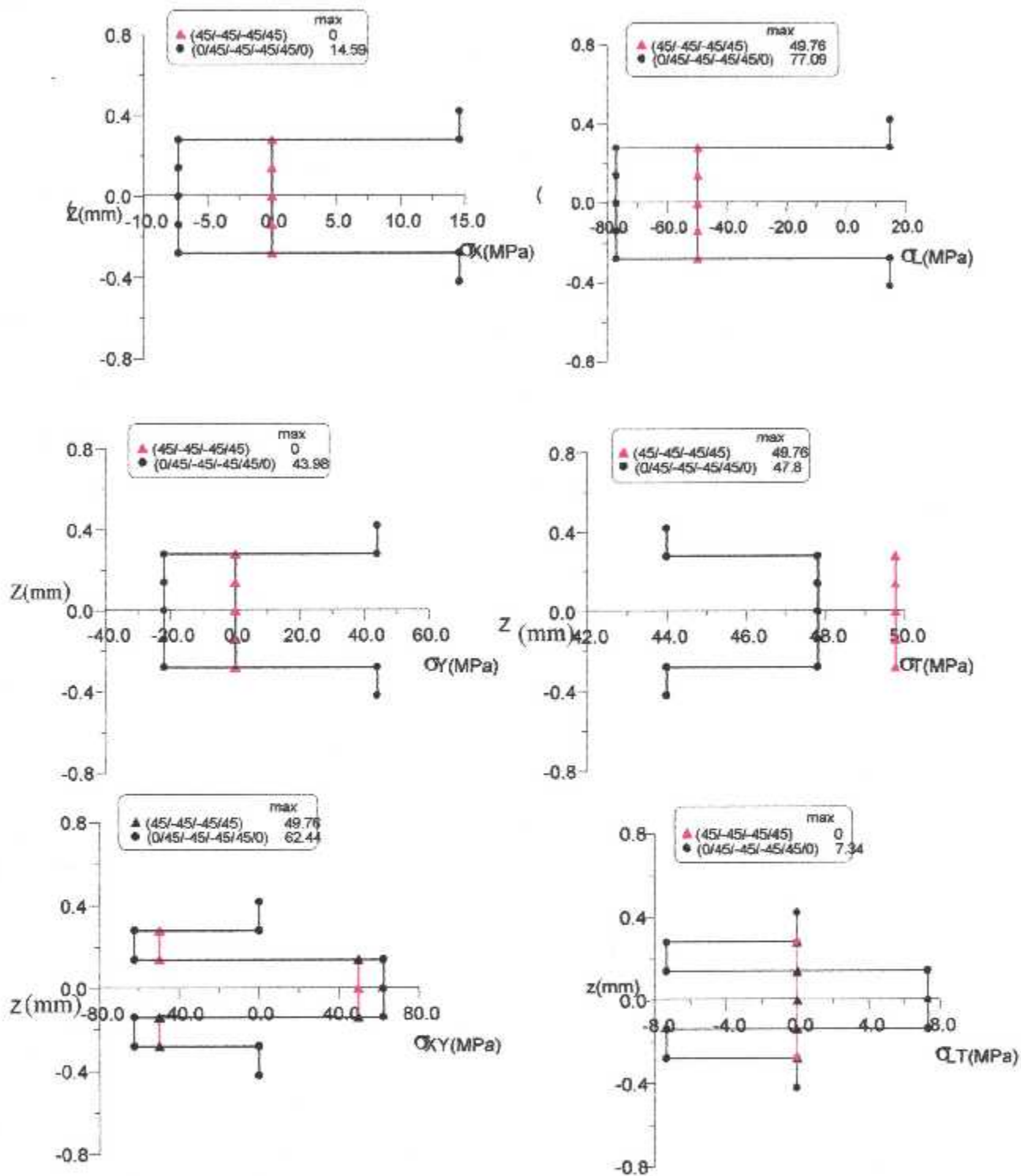


Figure (3.14) contraintes dans les plans (X, Y) (L, T) pour la mission.

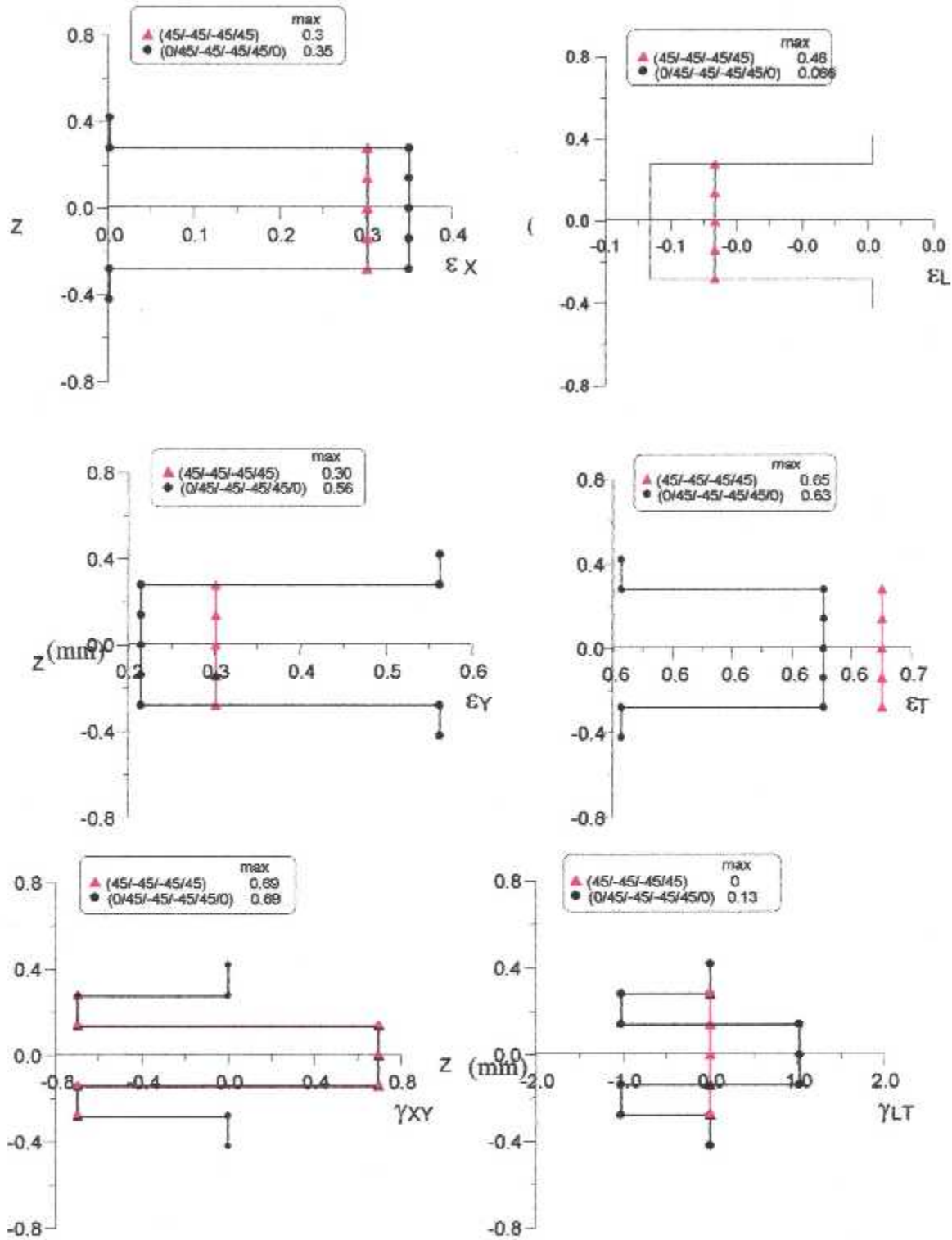


Figure (3.15) : déformations dans les plans (X, Y) (L, T) pour la mission L.

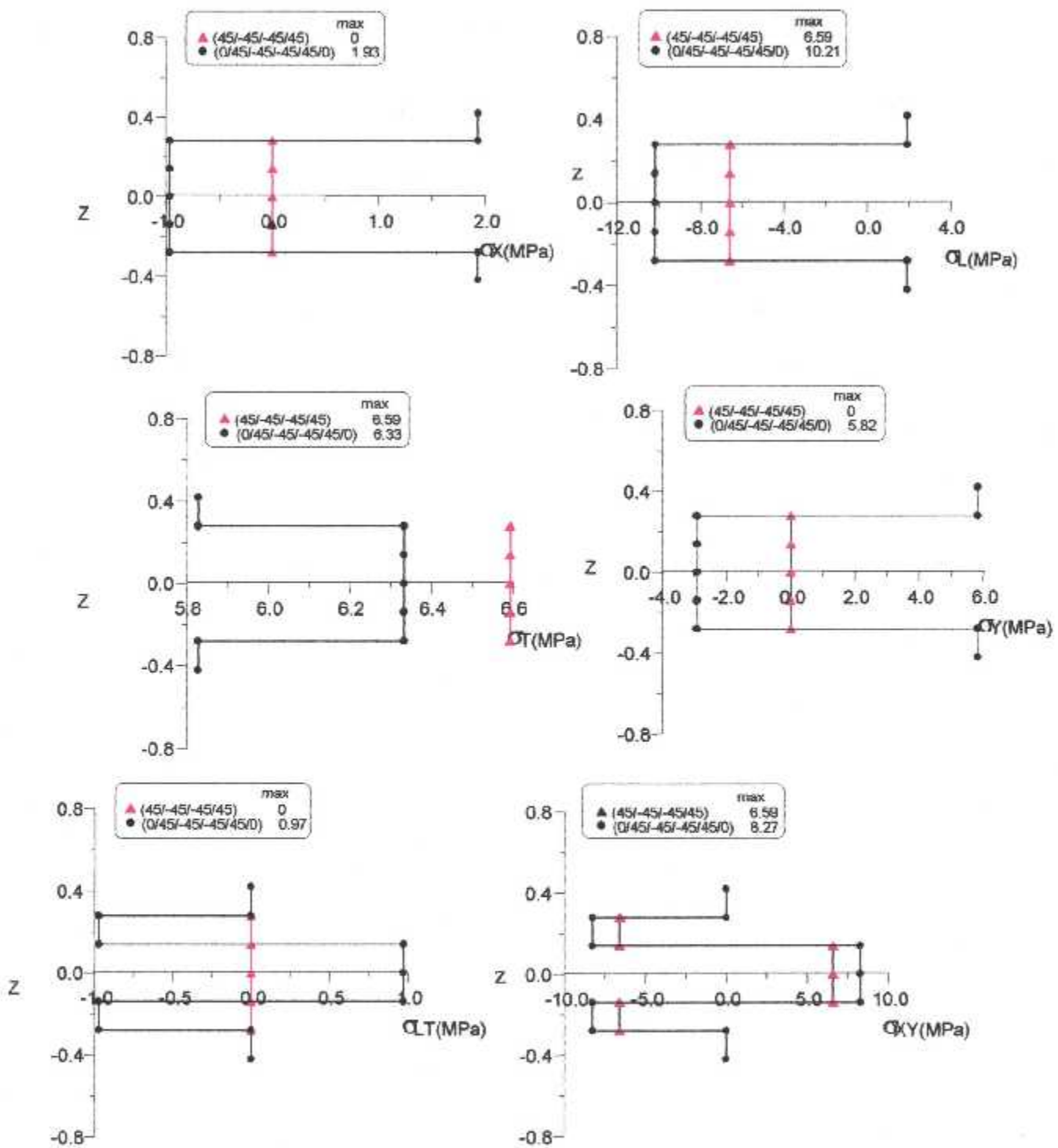


Figure (3.16) : Contraintes dans les plans (X, Y) (L, T) pour la missionII.

3.3.2.2. Interprétation :

Les figures (3.13), (3.15) représentent les variations des contraintes thermiques résiduelles des stratifiés choisis, pour les deux cas subsonique et supersonique. On remarque que dans le stratifié [45/-45/-45/45] la contrainte reste constante à travers les plis. Dans le stratifié [0/45/-45/-45/45/0] la variation des contraintes thermiques est plus ou moins uniforme, la valeur maximale est atteinte pour les plis internes qui sont en compression, la meilleure stratifiée est [45/-45/-45/45].

3.3.3. L'effet de variation de la température d'environnement et de polymérisation :

3.3.3.1 L'effet de la température d'environnement

Pour étudier l'influence de la température sur les contraintes résiduelles dans un matériau composite, on considère le stratifié [45/-45/-45/45] graphite époxyde (tableau 3.3), en faisant varier la température T_{∞} , qui est la température du milieu extérieur. Soient les températures 20 °C, 30 °C et 40 °C

3.3.3.1.1. Les résultats obtenus

Les résultats obtenus sont représentés dans les graphes suivants :

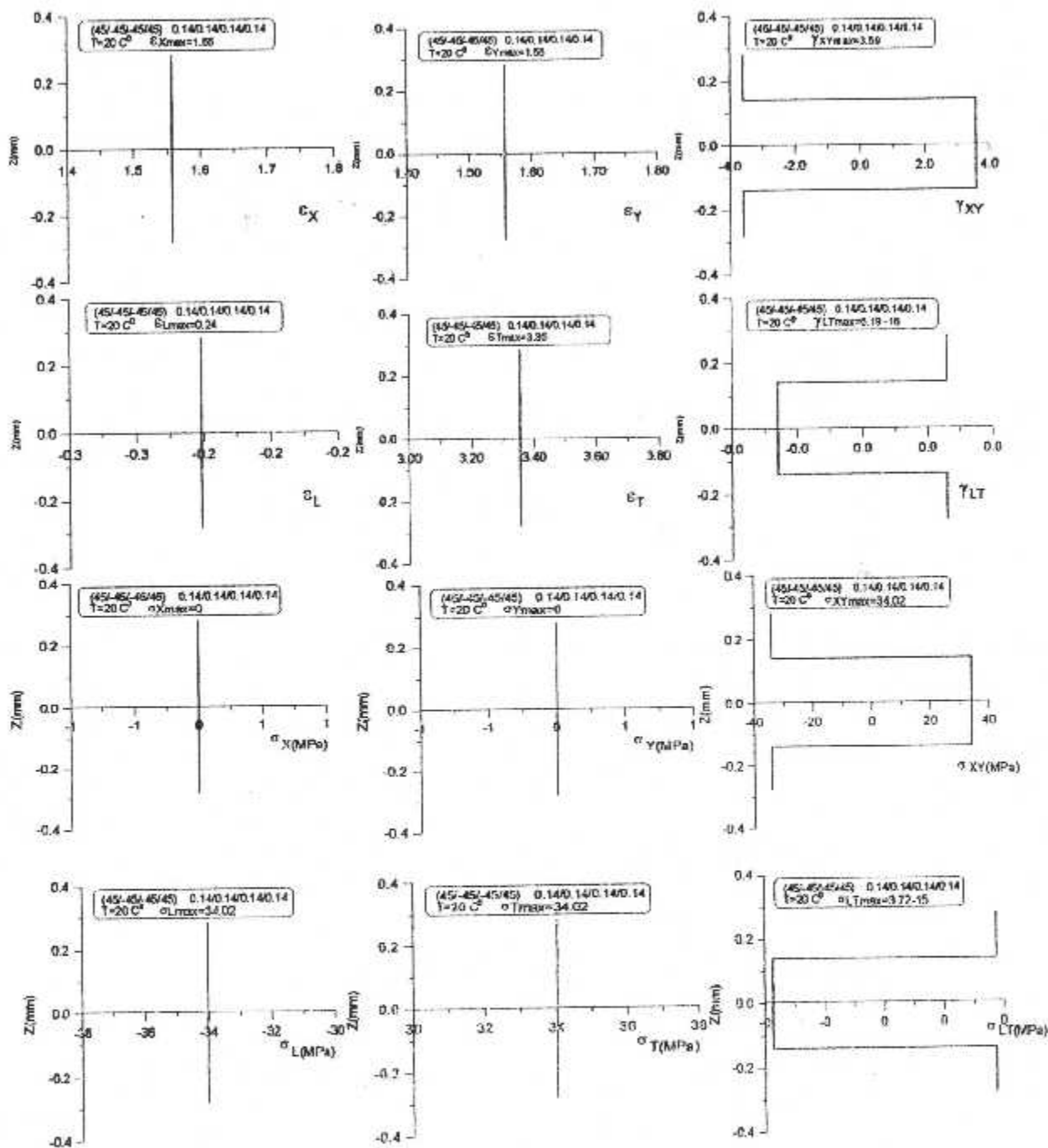


Figure (3.16) déformations et contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/45/45] dans les plans (X,Y) et (L,T) à la température $T_0=20\ C^\circ$ $T_p=180\ C^\circ$

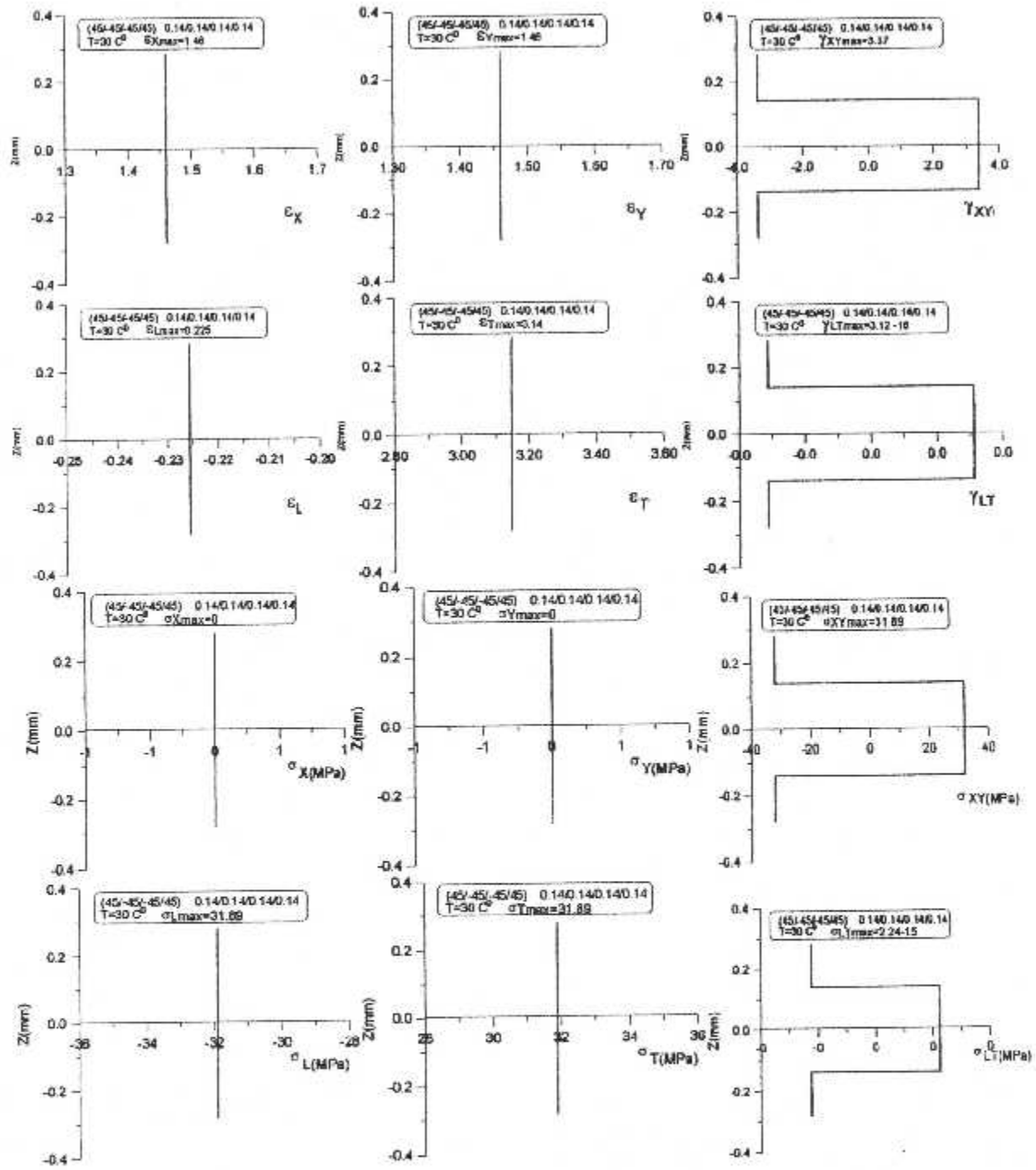


Figure (3.17) déformations et contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] dans les plans (X,Y) et (L,T) à la température $T_0=30 C^\circ$ $T_p=180 C^\circ$

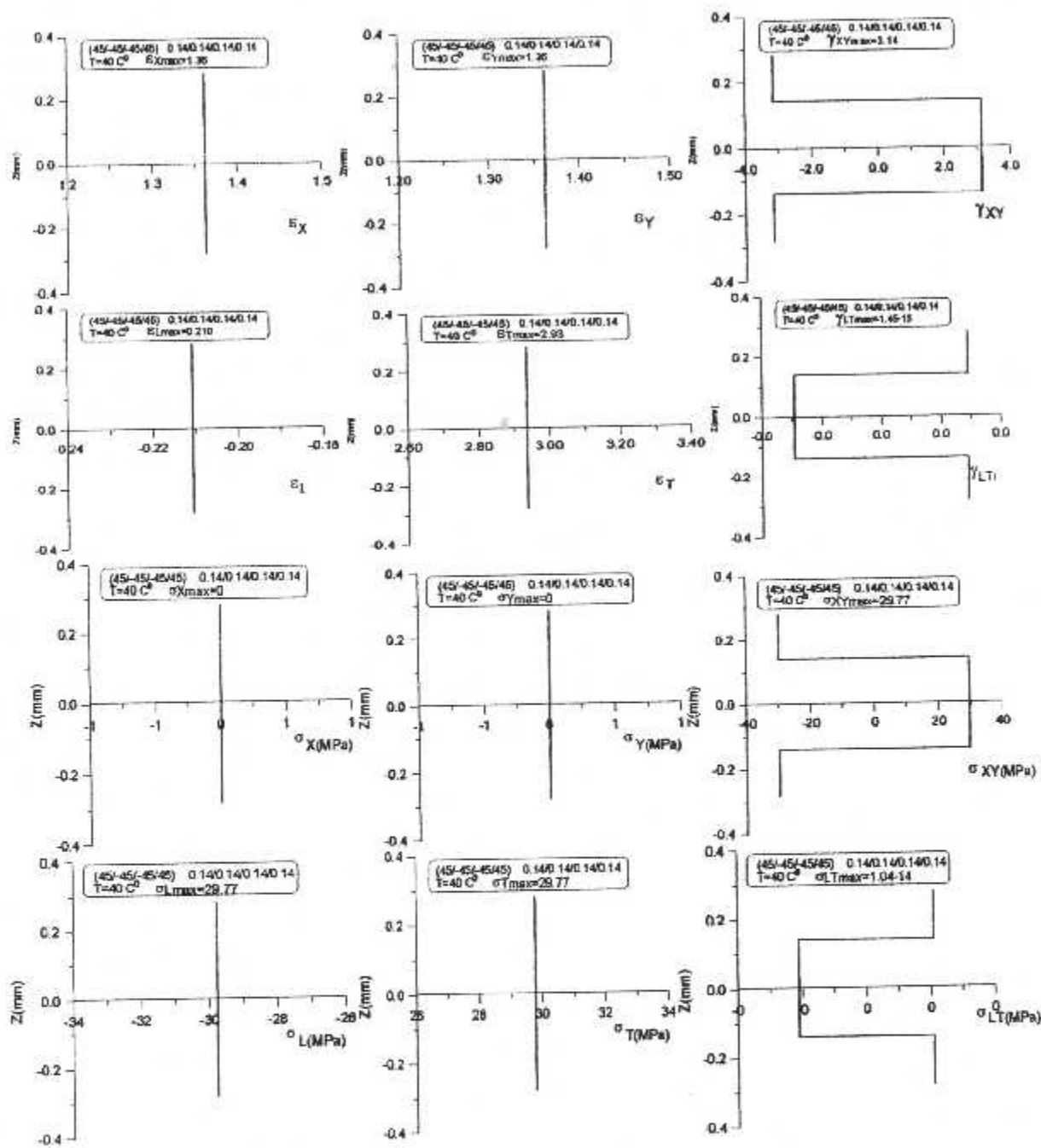


Figure (3.18) déformations et contraintes résiduelles dans le stratifié $[45/-45/-45/45]$
 Dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température $T_0=40\text{ C}^\circ$, $T_p=180\text{ C}^\circ$

3.3.3.1.2. Interprétation :

On remarque que les contraintes résiduelles sur le stratifié à la température d'utilisation de 40°C sont moins importantes que celle du même stratifié dont à la température $T_u = 30^\circ\text{C}$, mêmes observations pour les contraintes à 30°C qui sont inférieures à celles du 20°C.

Plus la température du composite s'approche vers la température de polymérisation (180°C dans notre cas) plus les contraintes diminuent, et plus la température du composite s'éloigne de la température de la polymérisation plus les contraintes augmentent.

3.3.3.2. Effet de l'augmentation de la température d'environnement T_0 :

Nous appliquons le code de calcul sur un avion en vol subsonique suivi d'un choc supersonique qui cause une augmentation de température 0.83°C/seconde.

| stratifié | T_0 | T_P | ΔT | temps |
|-----------------|-------|-------|------------|---------|
| [45/-45/-45/45] | -20 | 120 | -140 | - |
| | 119 | 120 | -1 | 2m.23s |
| | 129 | 120 | 9 | 2 m.35s |
| | 139 | 120 | 19 | 2.97m |
| | 149 | 120 | 29 | 3m |

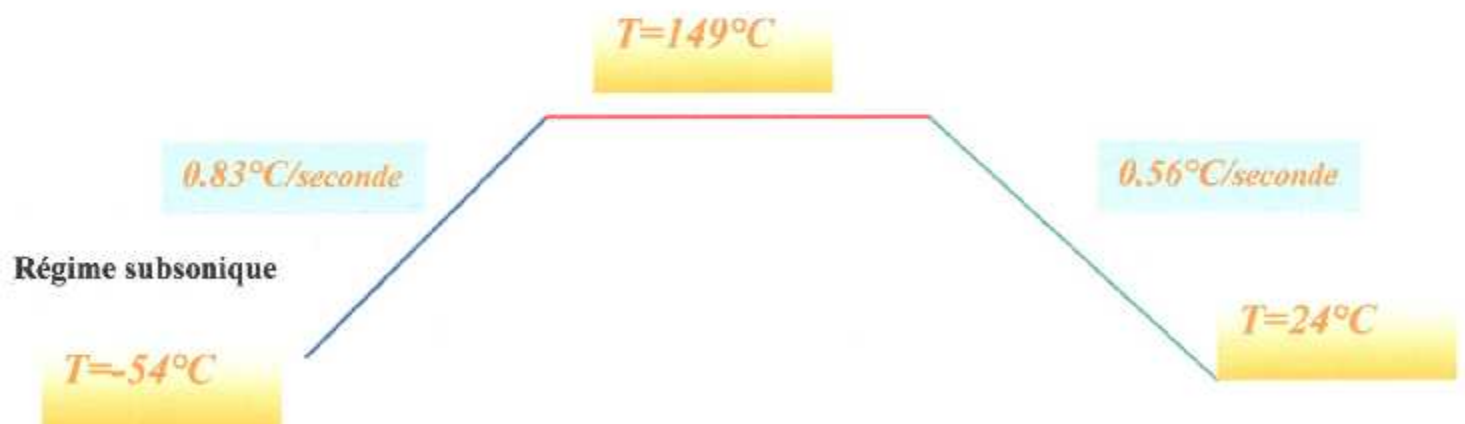
Régime supersonique

Figure 3.19 cycle d'un vol d'avion

3.3.3.2.1. *Résultats obtenus :*

Les résultats de ces applications sont :

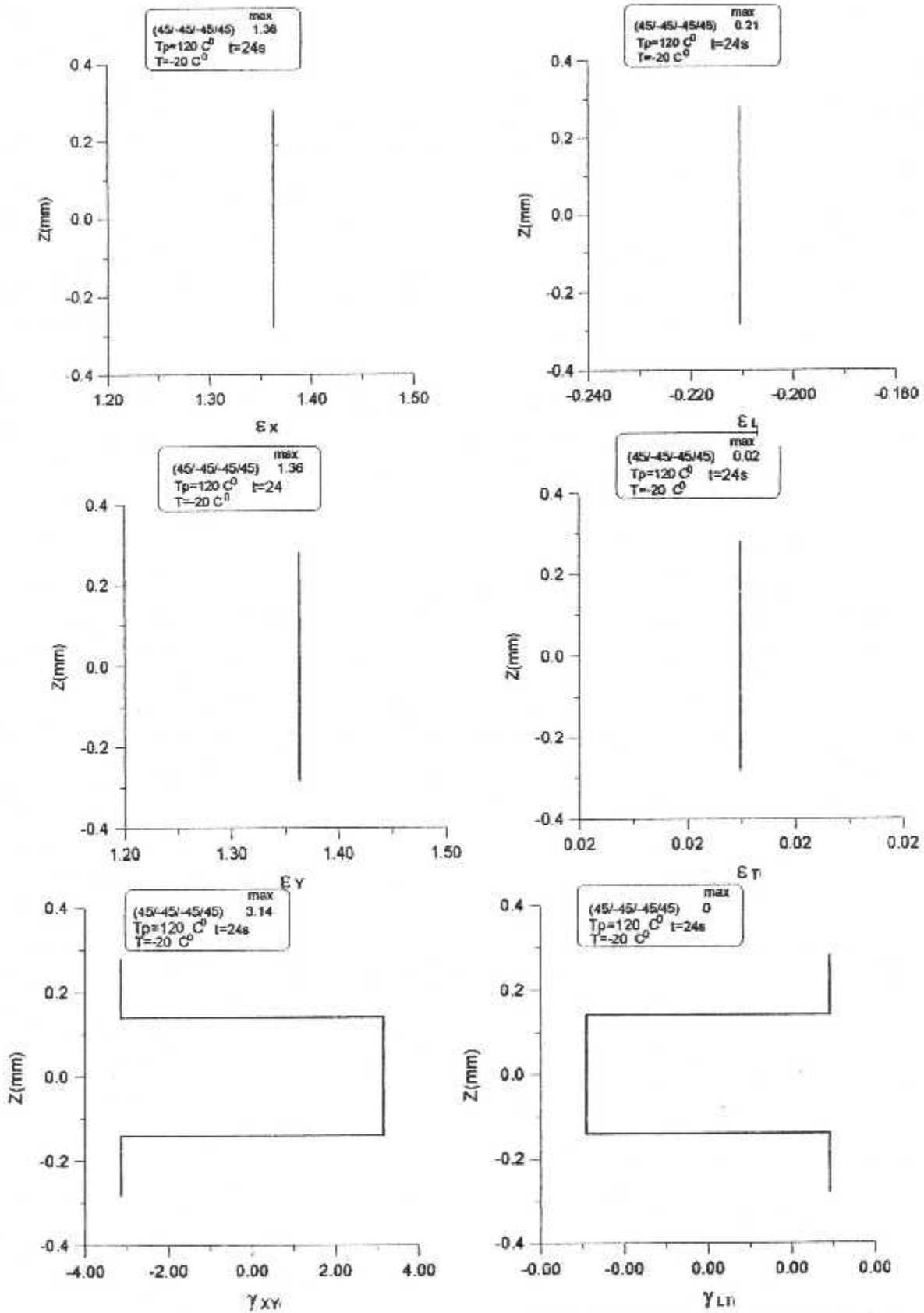


Figure (3.20) déformations résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] dans les plans (X, Y) et (L,T) à la température $T = -20\text{ C}^\circ$

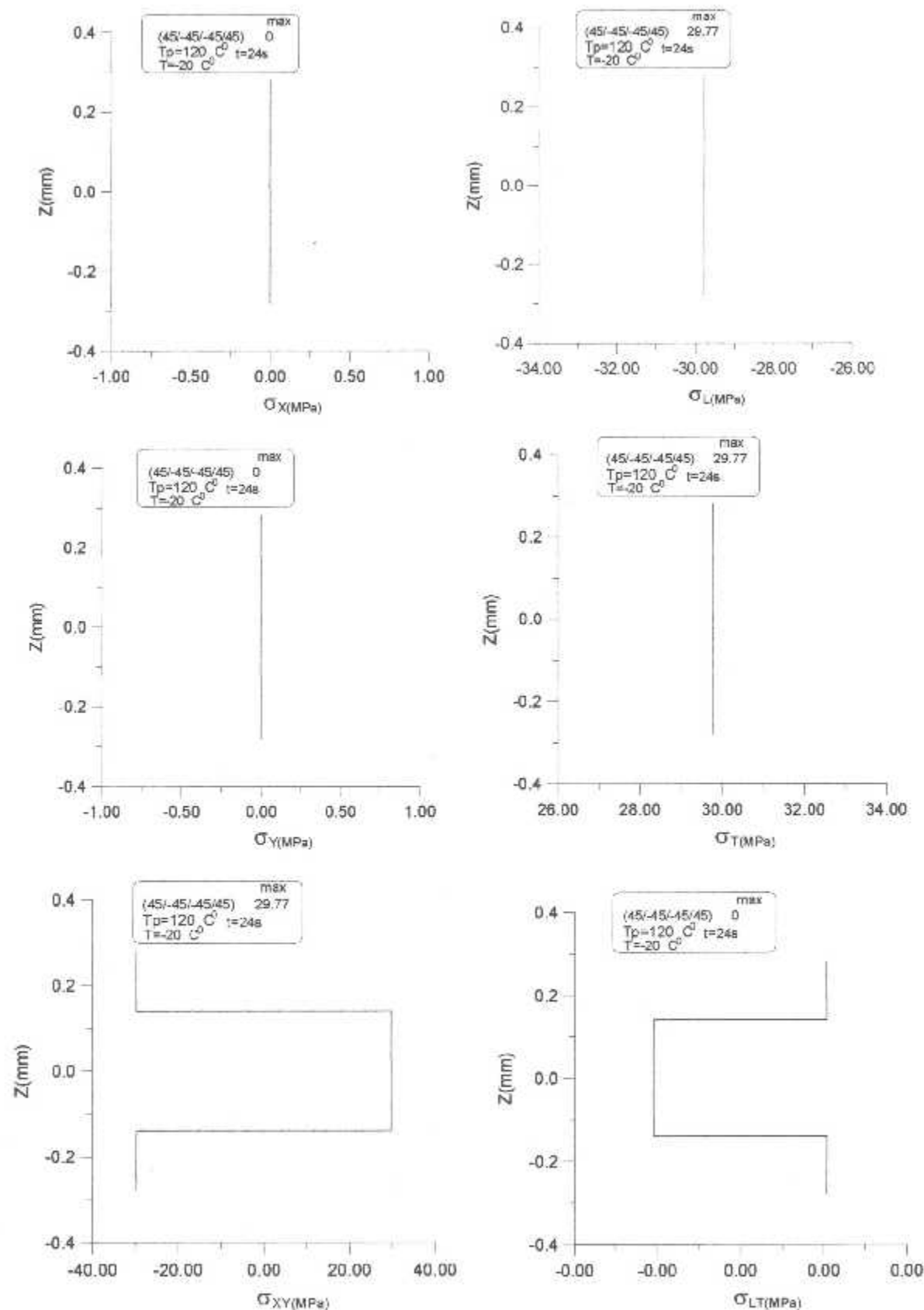


Figure (3.21) contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] dans les plans (X, Y) et (L,T) à la température T = - 20 C°

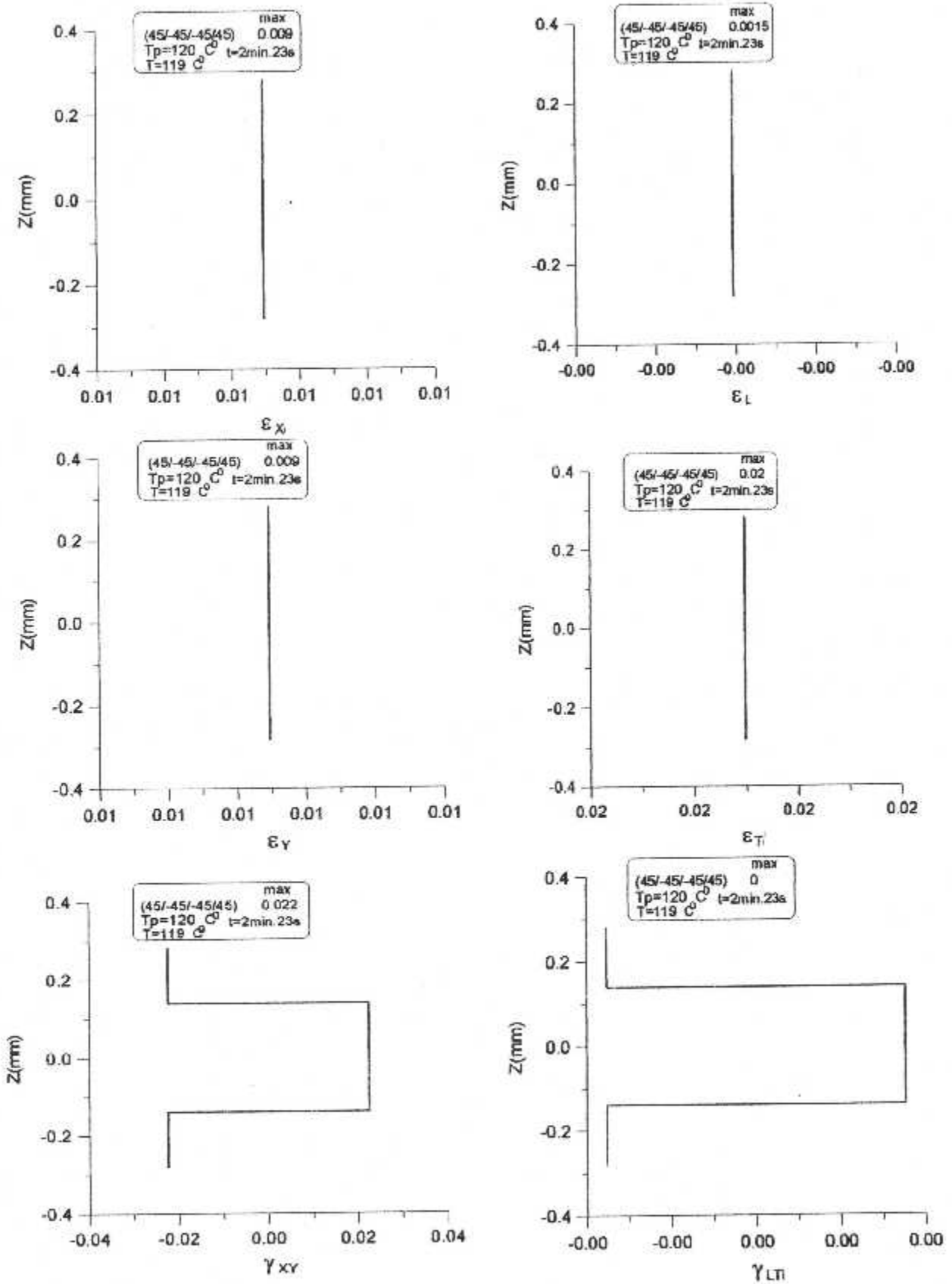


Figure (3.22) déformations résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] dans les plans (X, Y) et (L,T) à la température $T=119\text{ }^{\circ}\text{C}$

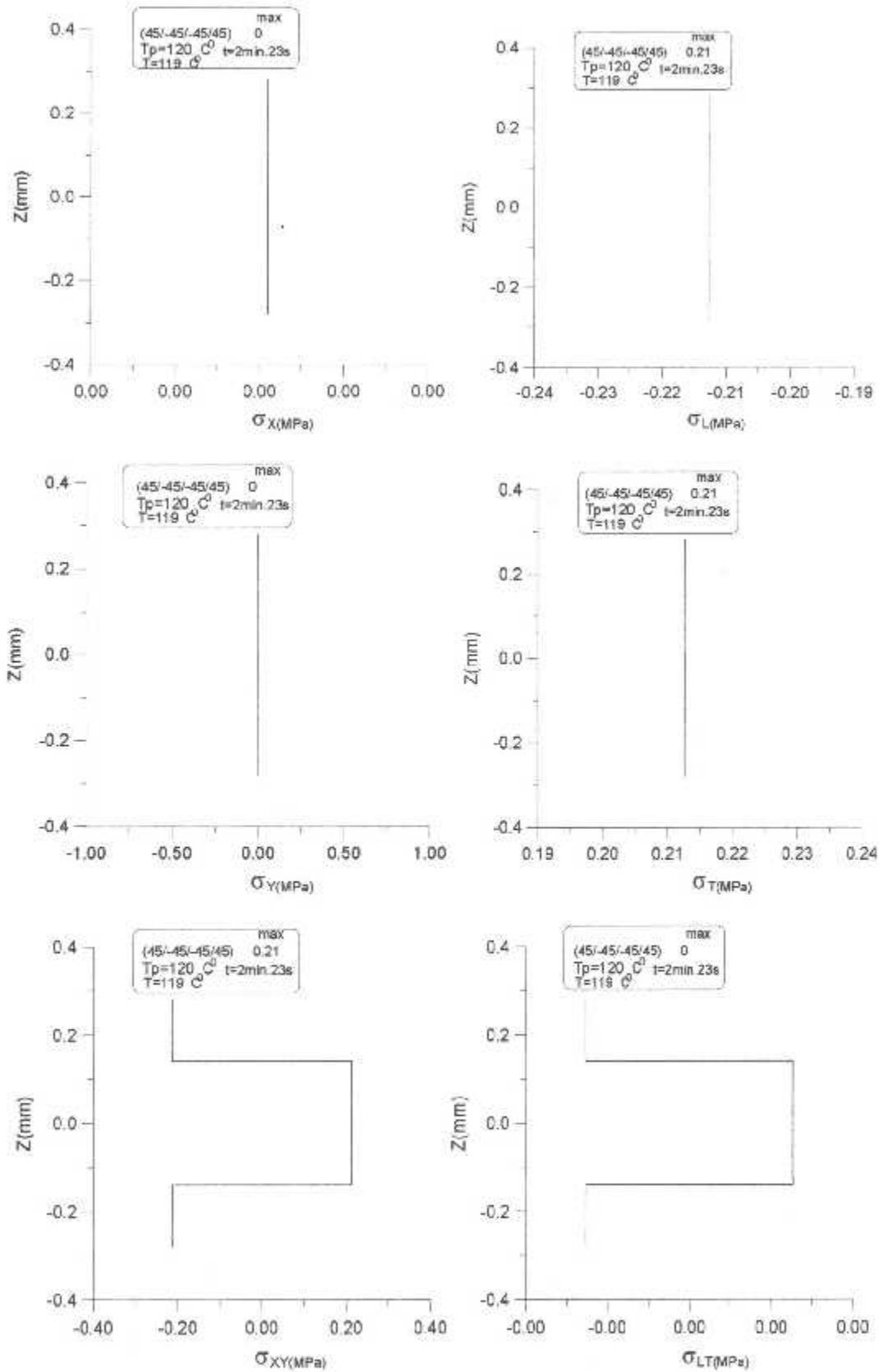


Figure (3.23) contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] dans les plans (X, Y) et (L,T) à la température T=119 C°

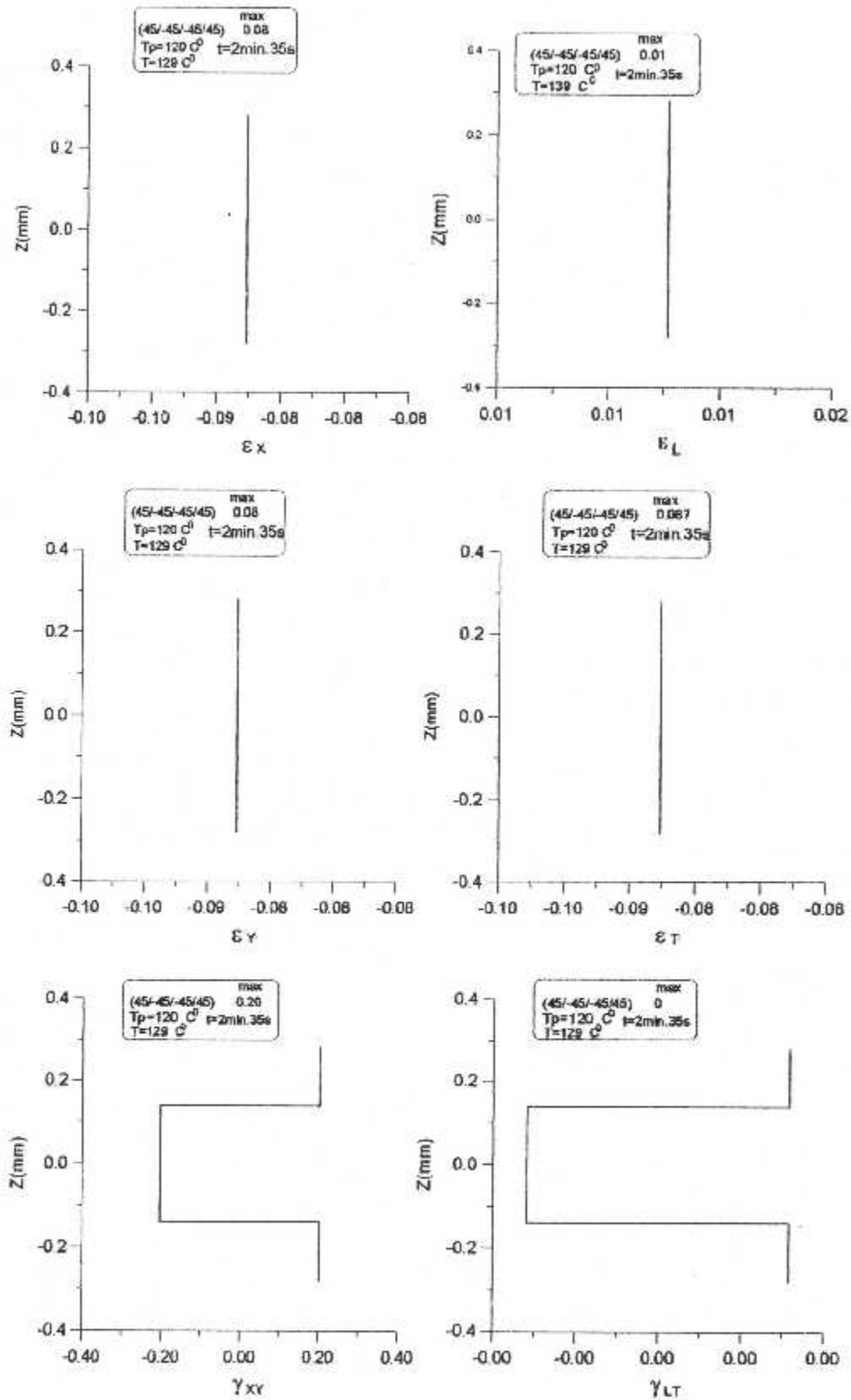


Figure (3.24) déformations résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température $T=129\text{ C}^\circ$

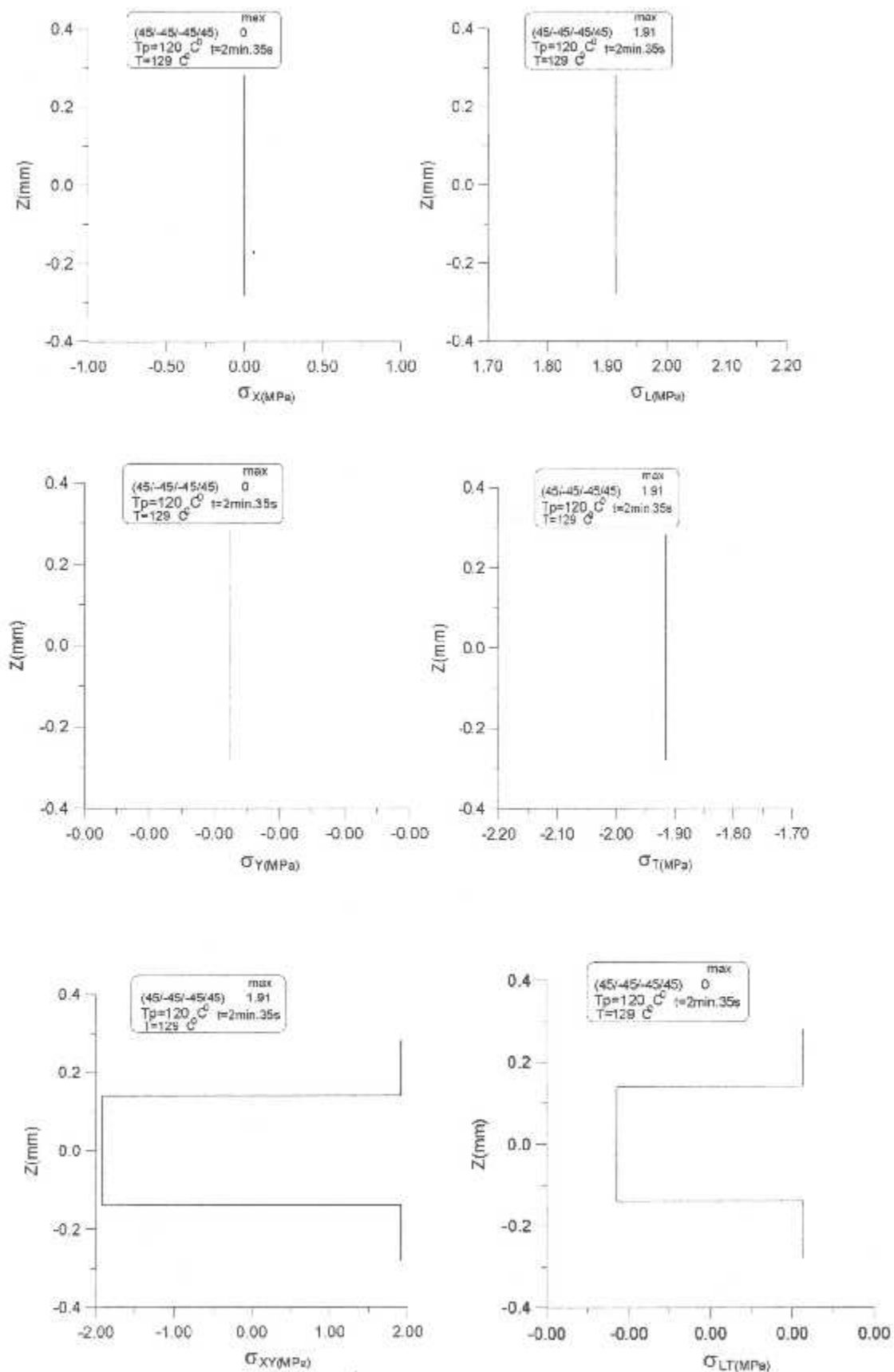


Figure (3.25) Contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température $T=129^\circ\text{C}$

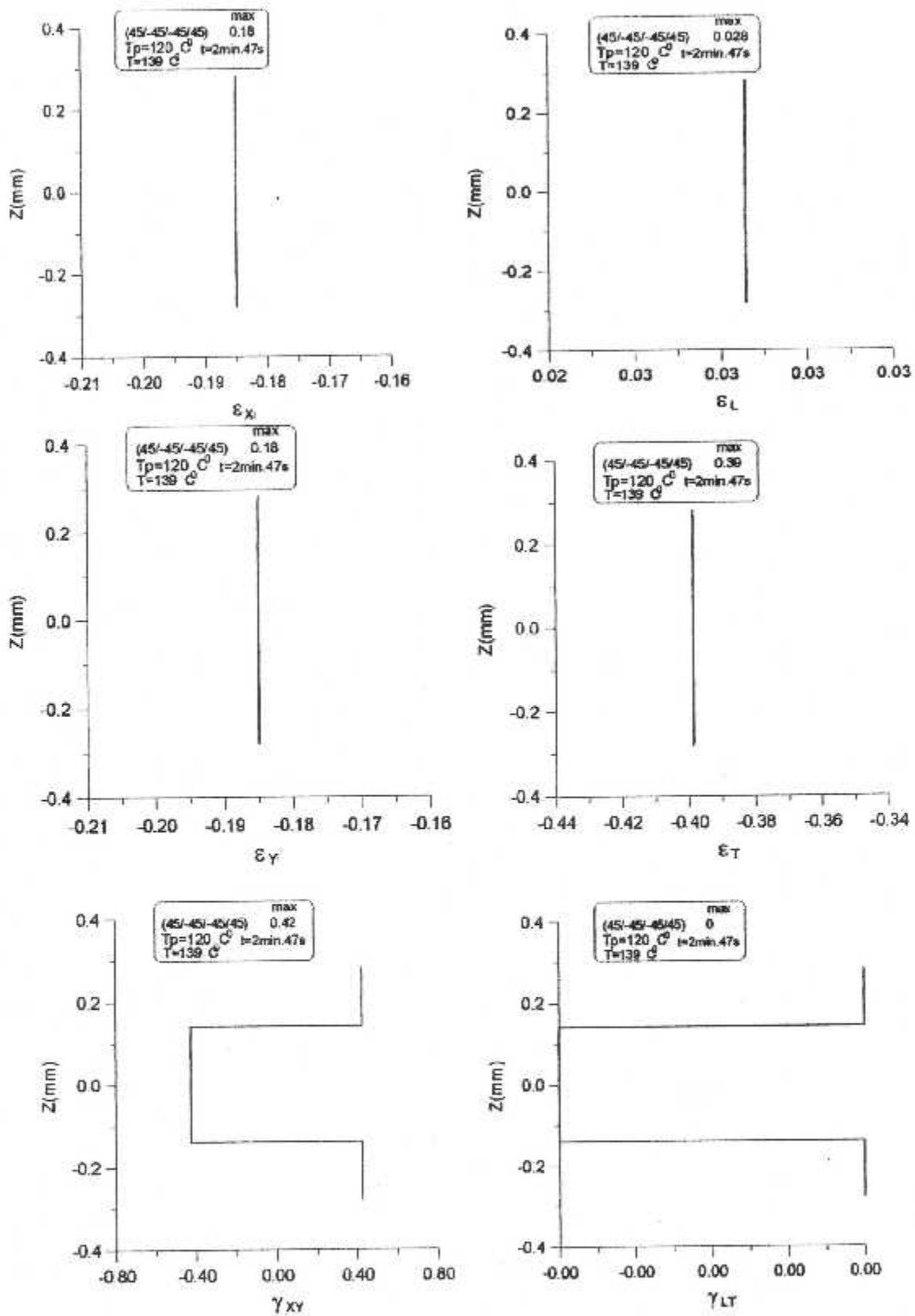


Figure (3.26) Déformations résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] dans les plans (X, Y) et (L,T) à la température T=139 C°

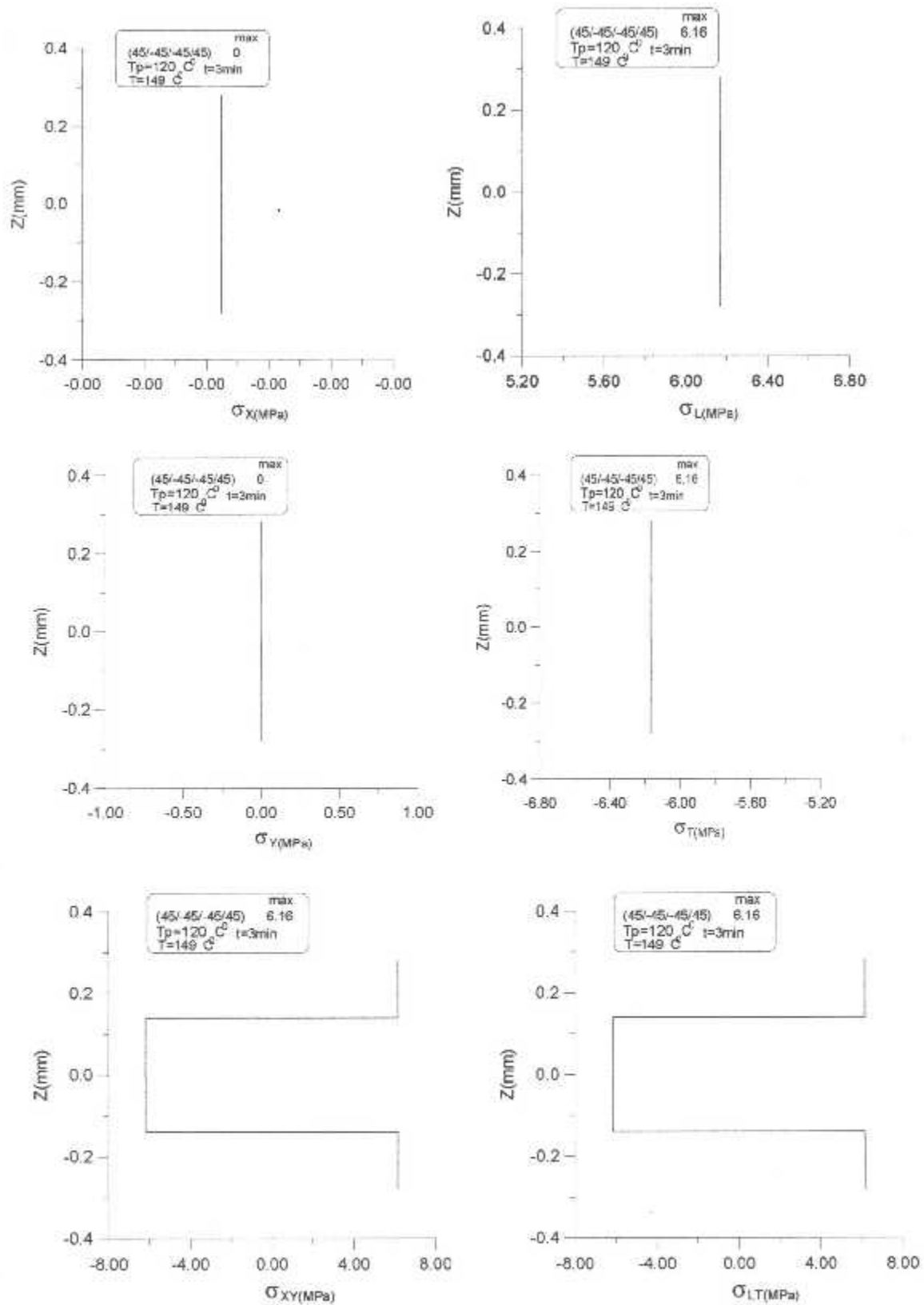


Figure (3.27) Contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] dans les plans (X, Y) et (L,T) à la température $T_0=139^\circ\text{C}$

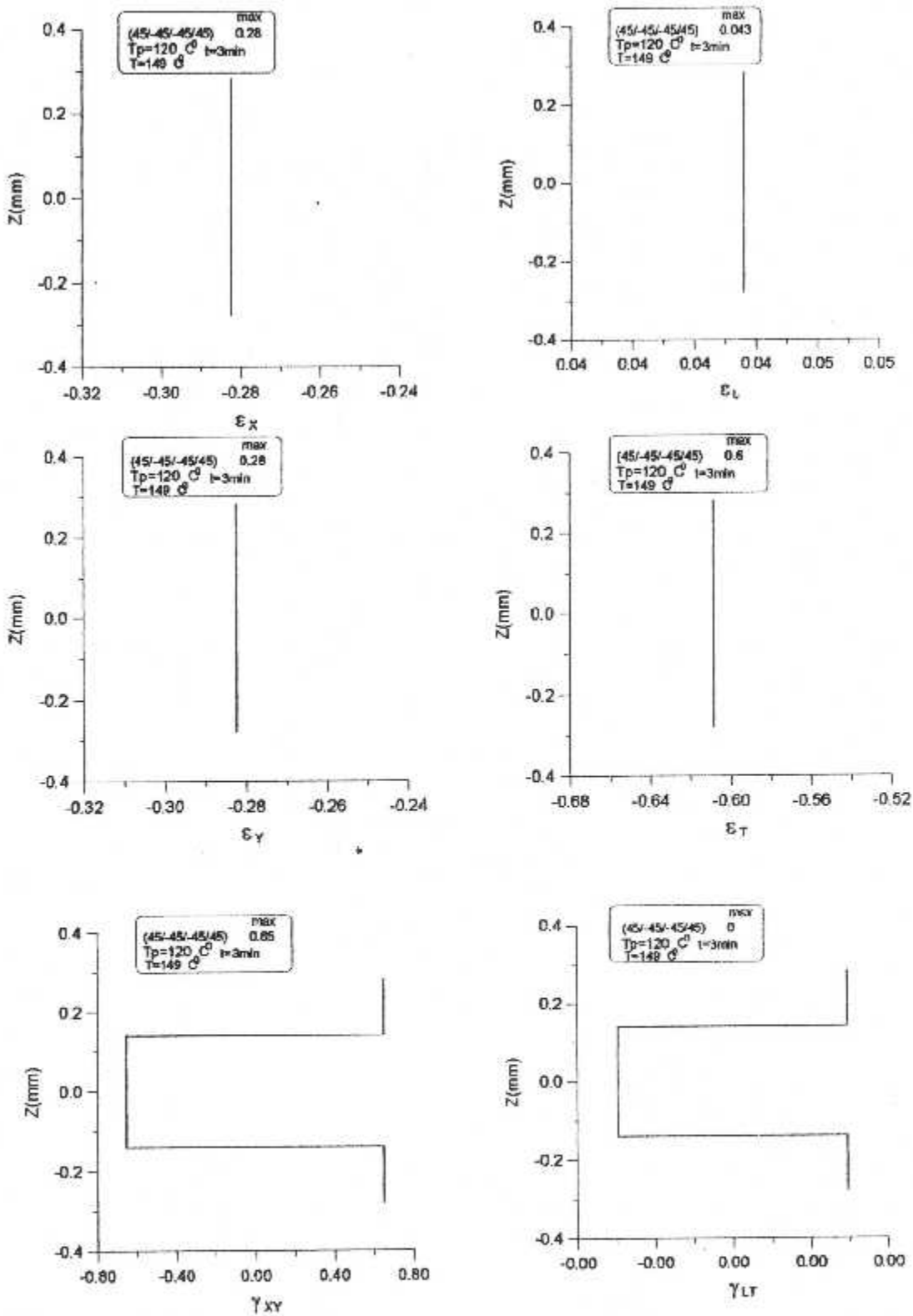


Figure (3.28) Déformations résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] dans les plans (X, Y) et (L,T) à la température $T_0=149\text{ }^\circ\text{C}$

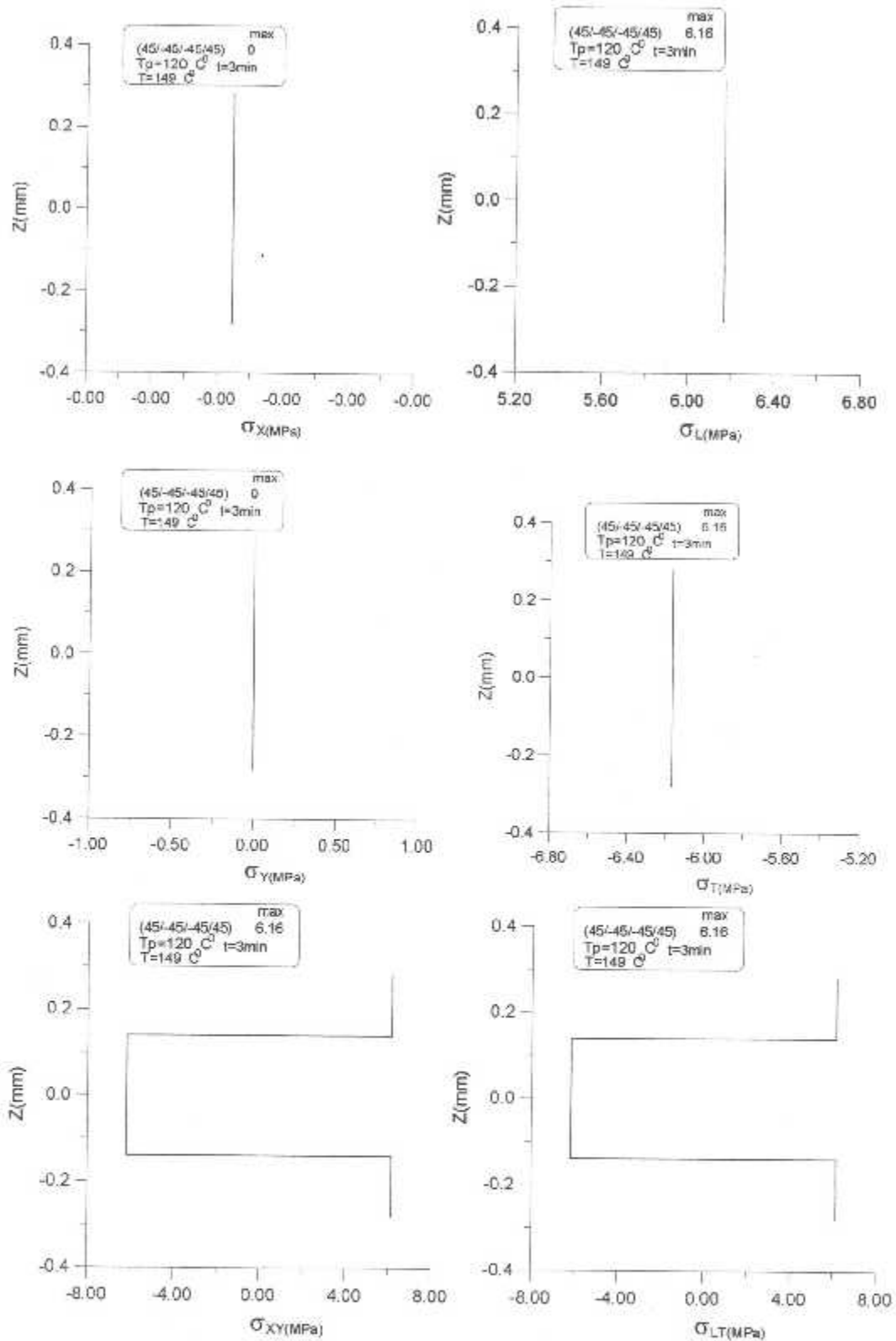


Figure (3.29) Contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] dans les plans (X, Y) et (L, T) à la température $T_0 = 149^\circ\text{C}$

3.3.3.2. Interprétation :

L'avion étant en vol subsonique à une température de -54°C , subitement le passage au supersonique cause un choc thermique qui va élever cette température de peau à 149°C à raison de $0.83^{\circ}\text{C}/\text{seconde}$, nous atteindrons cette température au bout de 2 minutes 99 secondes. Nous nous sommes intéressés à quelques instants où la température prend diverses valeurs.

Nous remarquons d'abord la grande variation de température de -20°C à 119°C dans un temps égal à 2 minutes et 23 seconds

D'après les figures (3.20), (3.22) dans le premier cas (-20°C) les contraintes transversales et longitudinales maximales sont de 29 Mpa, et prennent une valeur maximale de 0.21 Mpa (diminuent) dans la deuxième cas (119°C). Ces contraintes augmentent aussi à 1.91 Mpa, 4.04 Mpa et 6.16 Mpa dans la 3^{ème}, 4^{ème} et 5^{ème} cas (figures (3.24), (2.26), (2.28)).

On remarque aussi que les pics des contraintes dans le stratifié [45/-45/-45/45] n'existe pas.

3.3.3.3. Effet de la température de polymérisation T_p :

On prendre deux stratifiés [45/-45/-45/45] et [0/45/-45/-45/45/0] et on va changer la température de polymérisation T_p , le tableau suivant donne les résultats des contraintes longitudinales, transversales et de cisaillement.

3.3.3.3.1. Résultats Obtenus :

Les résultats de calcul sont représentés dans le tableau suivant :

| T _P (C°) | T ₀ (C°) | ΔT (C°) | Stratifié [45/-45/-45/45] | | | | | | | Stratifié [0/45/-45/-45/45/0] | | | | | | |
|------------------------|------------------------|------------|---------------------------|-------------------------|------------|-------------------------|---------|---------|------------------------|-------------------------------|-----------------------|----------|----------------------|---------|---------|------------------------|
| | | | n° | σ _t (Mpa) | % cp-tr | σ _T (Mpa) | % cp | % tr | σ _{LT} Mpa | n° | σ _L Mpa | % c-t | σ _T Mp | % cp | % tr | σ _{LT} Mpa |
| 180 | -54 | -243 | 1 | -49.76 | 3.31 | 49.76 | * | 20 | 0 | 1 | 14.5 | 0.1 | 43 | * | 17 | 0 |
| | | | 2 | -49.76 | 3.31 | 49.76 | * | 20 | 0 | 2 | -77 | 0.5 | 47 | * | 19 | -7.34 |
| | | | 3 | -49.76 | 3.31 | 49.76 | * | 20 | 0 | 3 | -77 | 0.5 | 47 | * | 19 | 7.34 |
| | | | 4 | -49.76 | 3.31 | 49.76 | * | 20 | 0 | 4 | -77 | 0.5 | 47 | * | 19 | 7.34 |
| | | | - | - | - | - | - | - | - | 5 | -77 | 0.5 | 47 | * | 19 | -7.34 |
| | | | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 14.5 | 0.1 | 43 | * | 17 | 0 |
| | 149 | -31 | 1 | -6.59 | 0.43 | 6.59 | 16 | 2 | 0 | 1 | 1.93 | 0.1 | 5.8 | 14 | 2 | -0.97 |
| | | | 2 | -6.59 | 0.43 | 6.59 | 16 | 2 | 0 | 2 | -10.2 | 0.6 | 6.3 | 15 | 2 | 0.973 |
| | | | 3 | -6.59 | 0.43 | 6.59 | 16 | 2 | 0 | 3 | -10.2 | 0.6 | 6.3 | 15 | 2 | 0.973 |
| | | | 4 | -6.59 | 0.43 | 6.59 | 16 | 2 | 0 | 4 | -10.2 | 0.6 | 6.3 | 15 | 2 | 0.973 |
| | | | - | - | - | - | - | - | - | 5 | -10.2 | 0.6 | 6.3 | 15 | 2 | 0.973 |
| | | | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 1.93 | 0.1 | 5.8 | 14 | 2 | -0.97 |
| 120 | 149 | 29 | 1 | 6.116 | 0.41 | -6.16 | 15 | 2 | 0 | 1 | -1.8 | 0.1 | -5 | 13 | 13 | 0 |
| | | | 2 | 6.116 | 0.41 | -6.16 | 15 | 2 | 0 | 2 | 9.55 | 0.6 | 5.9 | 14 | 13 | 0.91 |
| | | | 3 | 6.116 | 0.41 | -6.16 | 15 | 2 | 0 | 3 | 9.55 | 0.6 | -5 | 14 | 13 | -0.91 |
| | | | 4 | 6.116 | 0.41 | -6.16 | 15 | 2 | 0 | 4 | 9.55 | 0.6 | -5 | 14 | 13 | -0.91 |
| | | | 5 | - | - | - | - | - | - | 5 | 9.55 | 0.6 | -5 | 14 | 13 | 0.91 |
| | | | 6 | - | - | - | - | - | - | 6 | -1.8 | 0.1 | -5 | 13 | 13 | 0 |
| | -54 | -174 | 1 | -37 | 2.64 | 37 | 85 | 15 | 0 | 1 | 10.85 | 0.7 | 32 | 81 | | 0 |
| | | | 2 | -37 | 2.64 | 37 | 85 | 15 | 0 | 2 | -57.3 | 3.8 | 35 | 88 | | -5.46 |
| | | | 3 | -37 | 2.64 | 37 | 85 | 15 | 0 | 3 | -57.3 | 3.8 | 35 | 81 | | 5.46 |
| | | | 4 | -37 | 2.64 | 37 | 85 | 15 | 0 | 4 | -57.3 | 3.8 | 35 | 81 | | 5.46 |
| | | | 5 | - | - | - | - | - | - | 5 | -57.3 | 3.8 | 35 | 88 | | -5.46 |
| | | | 6 | - | - | - | - | - | - | 6 | 10.85 | 0.7 | 32 | 81 | | 0 |

Tableaux (3.7) : Les résultats des contraintes « effet de température de T₀, T_P »

3.3.3.3.2. Interprétation

I. Dans la premiers patrie de cette application on fixe le T_P de valeur égal 180°C et on prend deux valeurs de T₀, quand la température T₀ augment de -54 C° vers 149C° nous remarquons que les contraintes thermiques résiduelles σ_t, σ_T diminuent, dans ces deux configurations de stratifiés, σ_{LT} augment avec l'augmentation de température T₀.

2. En suite on a changé la température de polymérisation $T_p = 120^\circ\text{C}$, donc la température T_p est varié de 180°C vers 120°C (on a diminué la T_p), les contraintes thermiques résiduelles σ_{Lz} , σ_T dans une température $T_0 = -51^\circ\text{C}$ et $T_D = 149^\circ\text{C}$ diminuent et σ_{LT} augmentent dans les deux cas de stratifiés. On peut changer la température de polymérisation T_p du le stratifié pour diminuer l'effet du chargement thermique c'est à dire construire un composite dépendant des conditions d'utilisation.

Plus la différence entre la température d'environnements et la température de polymérisation diminue plus les contraintes résiduelles diminuent.

3.3.4. Variation de température dans le régime transitoire :

Considérons le stratifié [45/-45/-45/45], la température de polymérisation du matériau est $T_p=120^\circ\text{C}$. Examinons le profil de température à des instants différents, soient : $t=50\text{s}$, $t=120\text{s}$, et $t=200\text{s}$.

3.3.4.1 les résultats obtenus :

les résultats obtenus sont les suivants :

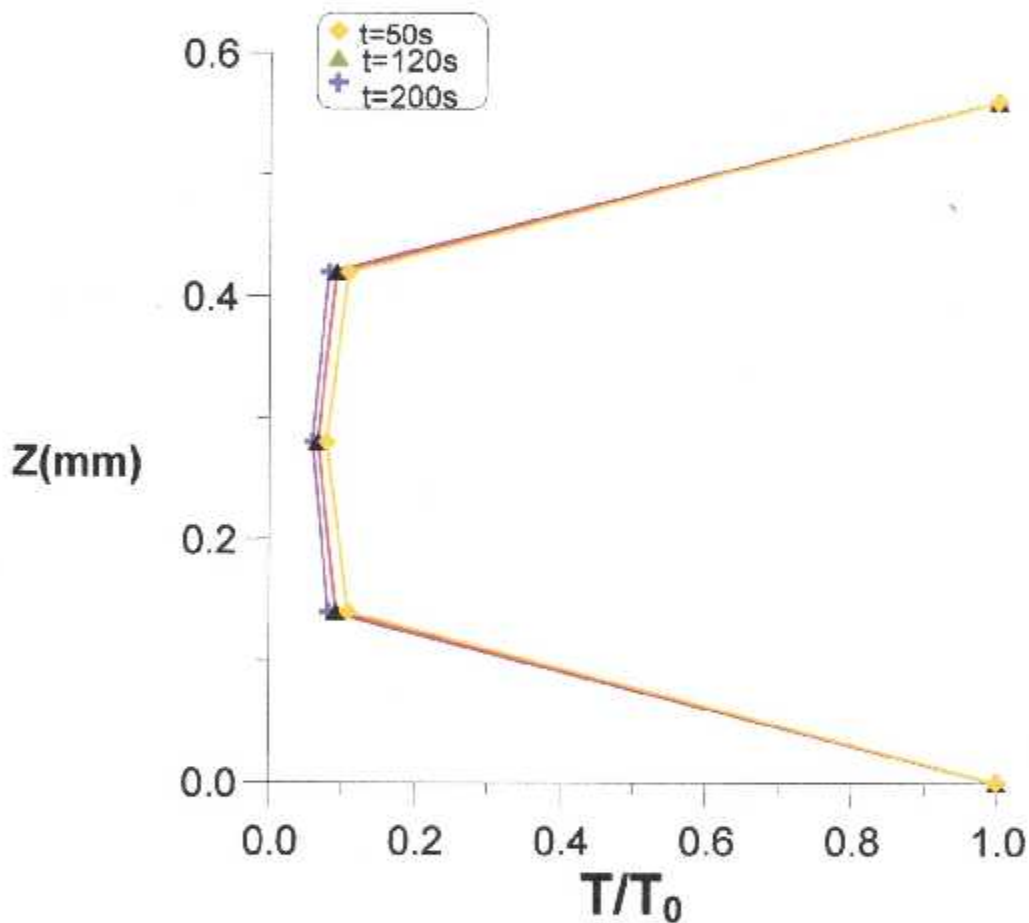


Figure (3.30) Variation de la température à travers le stratifié

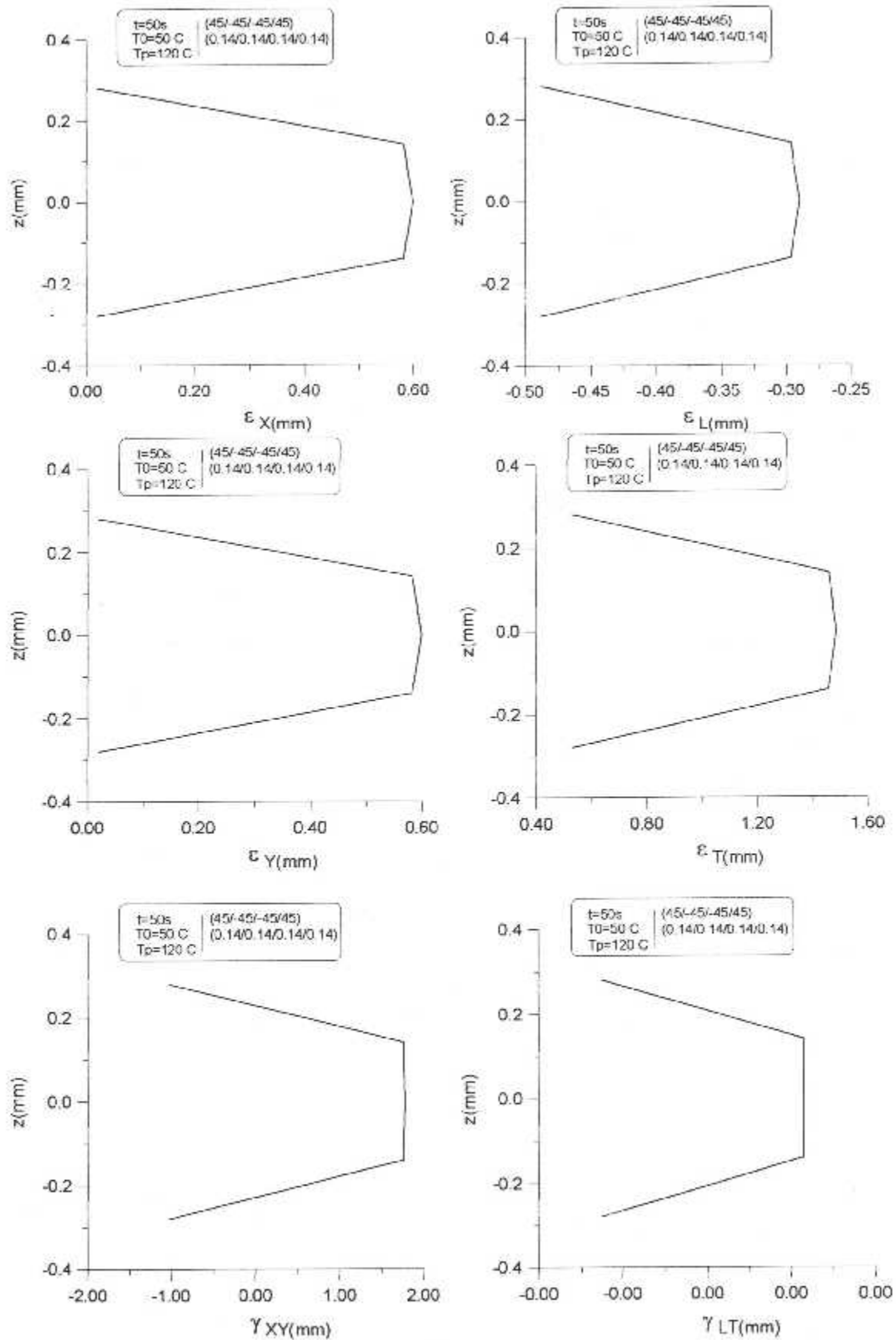


Figure (3.31) Déformations résiduelles dans le stratifié [45°/-45°/-45°/45°] à t=50s exprimé dans les repère (X, Y) et (L, T)

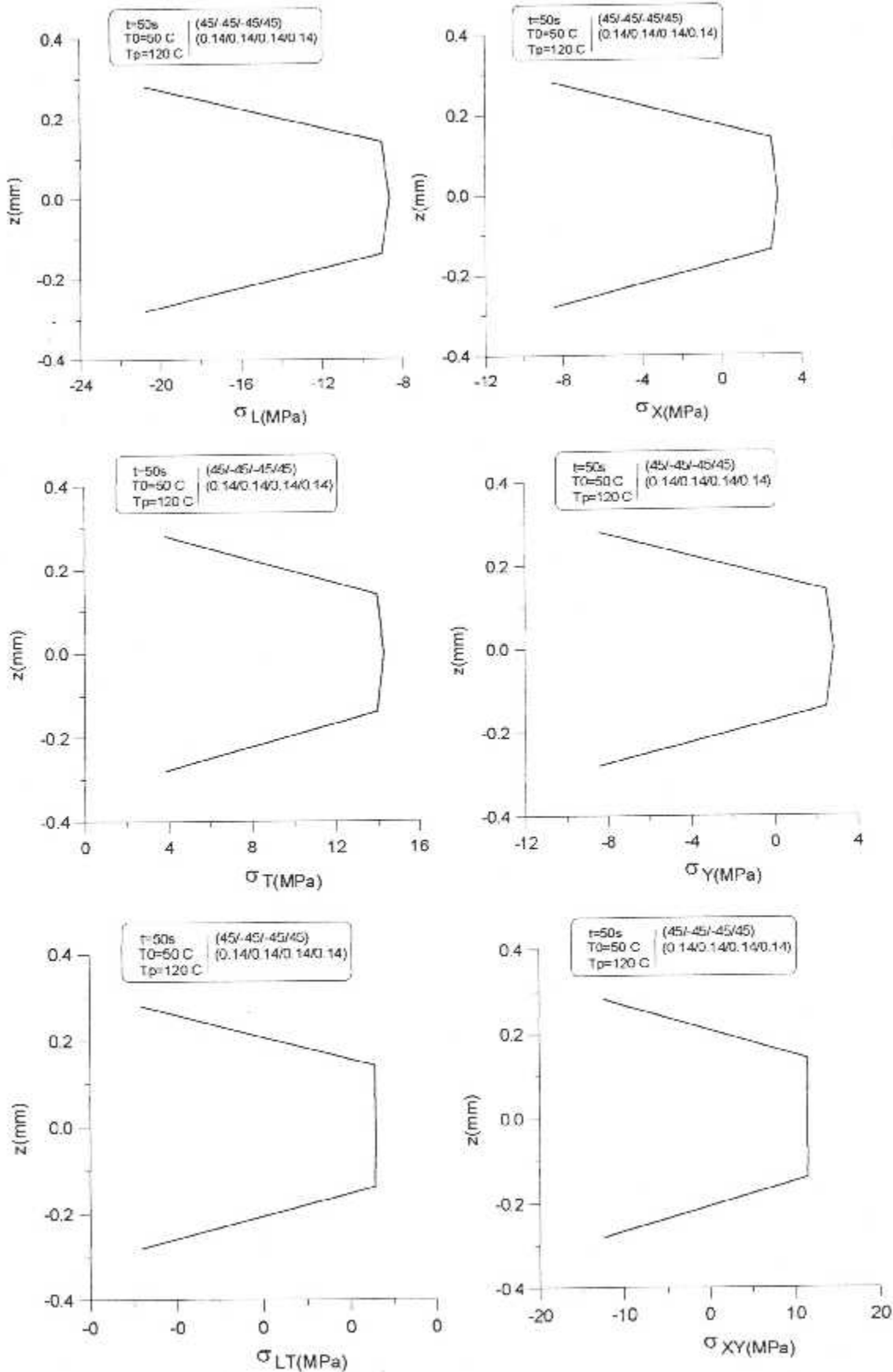


Figure (3.32) Contraintes résiduelles dans le stratifié $[45^\circ/-45^\circ/-45^\circ/45^\circ]$ à $t=50s$ exprimées dans les repère (X, Y) et (L, T)

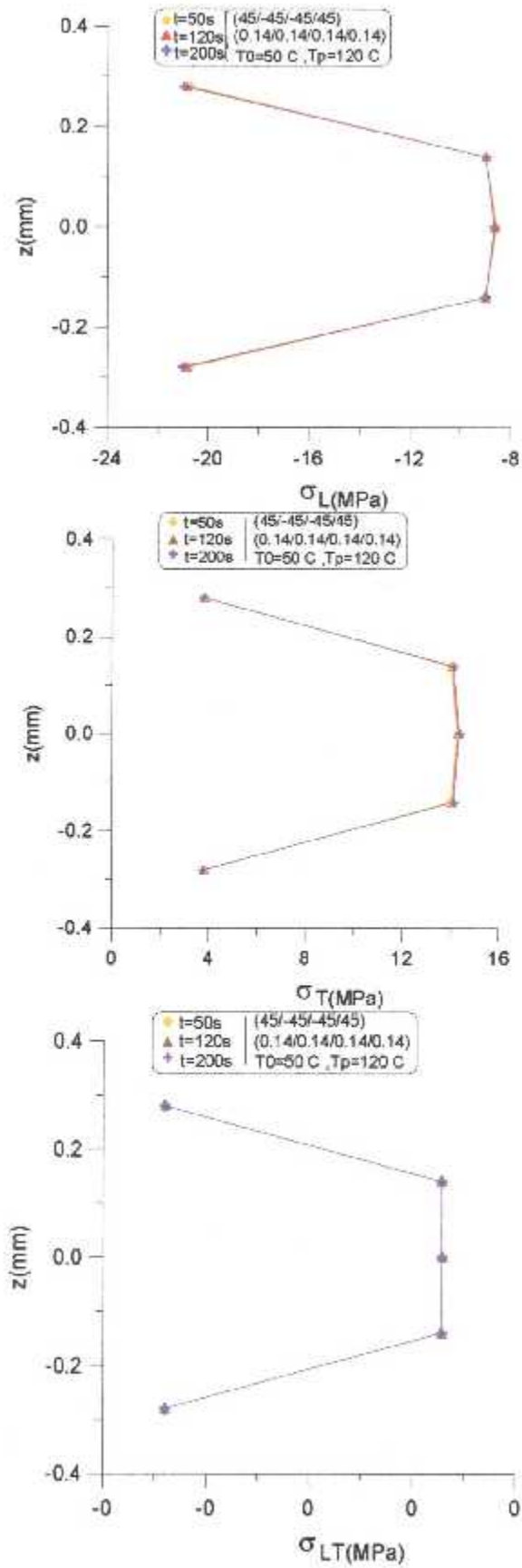


Figure (3.33) Contraintes résiduelles dans le stratifié [45°/-45°/-45°/45°] en régime transitoire

3.3.4.2. Interprétation :

La figure (3.30) présente la variation du rapport T/T_0 en régime transitoire à temps variable dans le stratifié. Nous remarquons que prend la valeur 1 aux extrémités, et diminue dans les couches intérieures jusqu'à $T/T_0=0.1$ au centre.

La distribution des contraintes et des déformations en régime transitoire est représentée dans les figures (3.31), (3.32), (3.33). Les contraintes et les déformations prennent des valeurs maximales aux extrémité du stratifié, les couches externes sont en traction tandis que les couches internes sont en compression.

La variation des contraintes dans le temps est représentée dans la figure (3.33). On remarque que les contraintes restent inchangées dans le temps $t=50s, t=120s$ et $t=200s$. Lorsque l'équilibre thermique est atteint.

3.4. conclusion:

Dans les plaques minces le régime stationnaire est atteint rapidement. Donc l'étude du comportement thermique en transitoire ce ramène à l'étude du comportement en stationnaire.

On peut changer la température de polymérisation T_p du le stratifié pour diminuer le chargement thermique, c'est a dire construire un composite dépendant des conditions d'utilisation.

Conclusion générale

Lors de notre étude, nous avons montré que l'effet d'empilements modifie totalement le comportement finale du stratifié et la répartition des contraintes change totalement (applications d'effet de chargement mécanique).

Les applications pour les deux missions de vol d'un avion montre que il existe des contraintes thermiques résiduelles sans chargement mécanique. Ces phénomènes sont la conséquence de la variation de température, induisant des déformations et des contraintes qui peuvent modifier notablement le comportement mécanique des structures en composites. Donc le chargement thermique, à lui seul peut causer une rupture.

Le changement de température est très rapide dans un avion en vol subsonique suivi d'un choc supersonique, au bout de 3 minute, la température de 149°C est atteinte

Plus la température d'utilisation du composite s'approche de la température de polymérisation plus les contrainte diminuent. Plus la température d'utilisation du composite s'éloigne de la température de la polymérisation plus les contraintes résiduelles augmentent en intensité. Cet aspect doit être pris en compte lors de la fabrication du matériau.

Dans les plaques composites minces stratifiés, l'équilibre thermique est atteint au bout de 3minutes, donc la variation de la température dans les couches est quasi identique. On déduit que la température dans les couches en régime transitoire ramène à l'étude à un état de température uniforme.

Il serait intéressant de voir l'effet simulé de l'humidité et de la température, sachant que plus la température est élevée plus la diffusion est accélérée, (le coefficient de diffusion hygroscopique est fonction de la température), ce qui amène à des équations non linéaires. Cet aspect fait l'objet de plusieurs recherches en particulier concernant les composites destinés à des construction supersoniques et hypersoniques.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] **ONUR SAYMAN** « *Elastic – Plastic Stress analysis of symmetric aluminum Meta –matrix composite laminated plates under thermal loads varying linearly* » Department of Mechanical Engineering, Dokuz Eylul University, Bornova, izmir, Turkey (2004)

[2] **V.BELLENGER, J.DECELLE, N.HUET** « *Ageing Of A Carbon Epoxy Composite For Aeronautic Applications* » école national supérieure des art et métier LTVP, 151 boulevard de l'hôpital 75013 Paris, France (2004)

[3] **J.JEDIDI, F.JACQUEMIN, A.VAUTRIN** « *design of accelerated hygrothermal cycles on polymer matrix in the case of a supersonic aircraft* » Ecole national supérieure des mines, 158 Cours Fauriel, 42000 Saint-Etienne, France ,Institut des Recherche en Génie Civil Mécanique, Université de Nantes ,BP402, 446000 Saint-Nazaire, France (2004)

[4] **A.TOUNSI, E. ADDA BEDIA, G.VERCHERY** « *Influence of anisotropy on on the transient hygroscopic stresses in polymer matrix composites with cyclic environmental conditions* » Laboratoire Mécanique et Matériaux, Université de Sidi Bel abbés, BP89 Cite ben M'hidi, 22000 Sidi bel Abbés, Algérie, Institut Supérieur de l'Automobile et des transports, BP 31,58027 Nevers Cedex, France. (2002)

[5] **A.BENKHEDDA, Z.YOUBI** « *Effet du service supersonique sur le comportement hygrothermoelastique des plaques en composite* » Institut d'aéronautique de Blida, Université de Saad Dahlab de Blida, BP290 route de soumaa Aéro Algérie N° 1 mai (2002)

[6] **Y.R. WANG, T.W.CHOU**, « *bi-dimensional transient interlaminar stresses in angle-ply composites and comportement hygroscopique* » journal of applied mechanics, (2002)

[7] **Y.R. WANG, T.W.CHOU**, « *three-dimensional transient interlaminar stresses in angle-ply composites* » journal of applied mechanics, (2002)

[8] **M KHALIL, E.BAKHIET, A. EL-ZOGHBY** « *Optimum Design of Laminated Composites Subjected To Hygrothermal Residual Stresses* » Institute of Aviation Engineering and technology, Embaba Aerodrome, Cairo, Egypt (2001)

[9] **EL-ABBES ADDA-BEDIA, FAROUK BENLLEL BOUKHOLDA ET KOUIDER MADANI** « *Influence De L'angle D'orientation Des Fibres D'une Plaque En Matériau Composite Du Type T 300 /5208 Sur LE PHENOMENE DE Diffusion De L'humidité* » laboratoire des matériaux et hydrologie faculté des sciences de l'ingénieur Université DJILLALI Liabes de Side bel-Abbés B.P.89.cité Ben M'HIDI, 22000 Sid bel-Abbes .Algérie(2001)

[10]**A.BENKEDDAD, M.GREDIAC &A.VAUTRIN** « *Computation Of Transient Hygroscopic Stresse In Laminated Composite Plates* » Science des Matériaux et des structures, Département Mécanique et Matériaux , Ecole des Mines de Saint –Etienne , 158 cours Fau riel, 42023 Saint – Etienne cedex2, France (1996)

[11] **J.-M. BERTHELOT,** « *Matériaux Composites* » (*comportement mécanique et analyse des structures*) maison Paris Milan Barcelone Bonne (1992).

[12] **J.R. VINSON, R.L SIERAKOWSKI** « *The Behavior of Structures Composed of Composite Materials* »Martinus Nijhoff Publishers member of the Kluwer Academic publishers Group Dordrecht / Boston/Lancaster (1986)

[13] **G.C.SIH** « *Transient Hygrothermal Stresses in Plates with and without Cavities* » Institute of facture and Solid Mechanics. Lehigh University, Packard Laboratory Building 19 Bethlehem, Pennsylvania 18015(USA) (1983)

[14] **G.MARCHOUK, V.SHAYDOUROV** « *Raffinement des solutions des schémas aux différences* » Edition MIR. Moscou (1983)

ملخص

إن التطور الحاصل في استعمال المعادن المركبة في صناعة الطائرات و الصناعات الفضائية، يستلزم منا معرفة واضحة لتأثير القوى الحرارية بالإضافة إلى القوى الميكانيكية على الهيكل. هذه الدراسة مخصصة لتقييم و تكييف عامل القوى الحراري مرونية على طبقات هذا النوع من المعادن. الدراسة وضعت بيانا تحليليا مرفق بمدونة حساب.

Summary

The development in using the composites in the aeronautics and aerospace construction industry requires us a very comprehension of influence of the thermo-elastic loading on the structure.

This study allowance evolution and modeling of the effects of the thermoelastic behavior on the composites.

The etude is accomplished analytically and numerically.

Resume

Le développement dans l'utilisation des composites dans la construction aéronautique et aérospatiale, nécessite une bonne compréhension de l'influence des chargements thermoélastique sur la structure.

Cette étude est exclusive sur l'évolution et la modélisation des effets du chargement thermoélastique sur le composite.

L'étude est accomplie analytiquement et numériquement.