

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE BLIDA .

INSTITUT DE MECANIQUE .

MEMOIRE DE MAGISTER  
EN GENIE-MECANIQUE .

( *OPTION : CONSTRUCTION MECANIQUE* )

THEME

**CONCEPTION D'UN PALIER MAGNETIQUE**

Présenté par :  
**OUALI ZOHEIR KHEIR-EDDINE .**

Proposé et dirigé par :  
Dr MAGHRAOUI

PRESENTE DEVANT LE JURY CONSTITUE DE :

Mr : A. SOUABI .  
Mr : M. MAGHRAOUI .  
Mr : Z. YUBI .  
Mr : M. MEGHATRIA .

M - C, PRESIDENT .  
M - C, RAPPORTEUR .  
M - C, EXAMINATEUR .  
Ph.D , EXAMINATEUR .

## REMERCIEMENTS

A tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour que ce travail soit mené à terme et dans les meilleures conditions .

Je remercie tout particulièrement ,  
Monsieur MAGHRAOUI Maamar, pour son aide et toutes ses précieuses orientations et recommandations .

Je remercie très sincèrement le président du jury Monsieur A. SOUAHL, ainsi que les membres du jury, Monsieur

M. MEGHATRIA et Monsieur Z. YOUBI, pour m'avoir fait l'honneur de juger ce travail.

Je dédie cette thèse à ma mère et à mon père.

## RESUME

Actuellement L'industrie demande des machines très performantes avec grandes vitesses de rotation et de très fortes puissances.

Le contrôle des caractéristiques dynamiques s'avère plus que nécessaire.

Ces dernières années de nombreux travaux de recherche ont été faits pour le développement des théories de contrôle.

Ces théories de contrôle nécessitent différents moyens : Hydrauliques, pneumatiques et électriques.

Notre travail s'inscrit dans ce domaine et on se propose de concevoir un palier magnétique.

Le but du palier est de supporter le rotor et de pouvoir contrôler les vibrations.

La conception d'un palier magnétique et l'analyse dynamique d'un rotor supporté par des paliers magnétiques est présentée dans cette thèse.

## SOMMAIRE

Remerciements	
Résumé	
Liste des figures	
Introduction générale	01

### CHAPITRE I / MODELE MATHEMATIQUE D'UN ROTOR

1-1 - Equation du mouvement	06
1-2 - Modélisation de l'arbre	08
1.2.1- Energie potentielle	11
1.2.2- Energie cinétique	12
1-3 - Effet gyroscopique	13
1-4 - Forces de liaisons (palier/arbre)	15
1.4.1- Cas d'un palier hydrodynamique	15
1.4.2- Hypothèses et développement	15
A- Propriétés dynamiques du palier	19
B- Coefficient de raideur et d'amortissement	22
C- Coefficient dynamiques pour paliers cylindriques	25
1-5 - Equation du mouvement du roulement	26
A- Matrice masse	28
B- Matrice d'amortissement	28
C- Matrice de raideur	29
1-6 - Cas d'un palier magnétique	30

### CHAPITRE II - LEVITATION MAGNETIQUE

2-1 - Introduction	31
2-2 - Détermination de la force magnétique d'attraction	32
a- Système magnétique contenant un seul électro-aimant	32

b- Système magnétique contenant deux 2 électro-aimants	35
---	----

### CHAPITRE III - PRINCIPE DU PALIER MAGNETIQUE ACTIF

3-1- Définition du palier magnétique actif	39
a- Le palier	39
b- L'électronique d'asservissement	40
3-2- Domaines et caractéristiques d'emplois du palier magnétique	40
3-3 - Avantages des paliers magnétiques	40
A- Avantages procurés par l'absence de contact mécanique entre rotor et stator	40
B- Avantages procurés par l'asservissement électronique	41

### CHAPITRE IV CONCEPTION D'UN PALIER MAGNETIQUE

4-1 / Paramètres de conception d'un palier magnétique	45
4-2 / Equations régissant les paramètres de conception	46
A- Charge de roulement	46
B- Densité maximale du flux dans les aimants	49
1- Phénomène de saturation magnétique	49
2- Détermination du flux magnétique	50
a- Rappel	50
b- Expression du flux magnétique	50
C- Température maximale d'opération	52
1- Température d'équilibre d'un fil parcouru par un courant	52
2- Equation de la chaleur	52
D- Raideur du roulement	54
4-3 - Relations géométriques	56
a- Détermination de la largeur du pied de l'électro-aimant et la hauteur de la bobine	56
b- Calcul de la surface de refroidissement	58
c- Calcul du rayon moyen d'enroulement	59

d- Détermination de la conductivité du fil	59
4-4 - Procédure de calcul	60
<b>CHAPITRE V / APPLICATIONS</b>	
5-1 - Introduction	66
5-2 - Cas d'un palier cylindrique lisse	67
a- Modélisation du système	67
b- Détermination des modes de vibration du rotor	68
c- Détermination de la réponse du disque central au balourd en fonction de la raideur	68
5-3 - Cas d'un palier magnétique	68
a- Modélisation du système	68
b- Détermination des différents paramètres de conception du palier magnétique	69
c- Détermination des modes de vibration du rotor	69
1-c Cas où la raideur équivalente est minimale	69
2-c Cas où la raideur équivalente est maximale	69
d- Détermination de la réponse du disque central au balourd en fonction de $K_{eq}$	75

**- CONCLUSION GENERALE**

**- REFERENCES**

- **Annexe A** « Substance diamagnétique , paramagnétique et ferromagnétique»
- **Annexe B** « Coefficient dynamiques pour palier cylindrique »
- **Annexe C** « Analyse du procédé de la lévitation magnétique».
- **Annexe D** : Resultats obtenus à partir du logiciel RDA

## Liste des figures

- Figure 1.1- : Déformée d'un arbre libre
- Figure 1.2- : Modèle de l'arbre
- Figure 1.3- : Déflexion suivant les plans (yoz) et (xoz)
- Figure 1.4- : Flexion du rotor
- Figure 1.5- : Composantes de la vitesse absolue de deux surfaces en mouvement relatif dans le plan xy ( $V_z=0$ )
- Figure 1.6- : Géométrie du palier cylindrique
- Figure 1.7- : Géométrie d'un palier dynamiquement chargé
- Figure 1.8- : Localisation du centre de l'arbre
- Figure 2.1- : Principe de la lévitation magnétique
- Figure 2.2- : Représentation d'un électro-aimant
- Figure 3.1- : Représentation d'un du palier magnétique
- Figure 3.2- : Principe de l'asservissement électronique
- Figure 4.1- : Palier magnétique
- Figure 4.3- : Courbe de première aimantation
- Figure 4.4- : Enroulement du bobinage
- Figure 5-a : Mode de vibration en fonction de l'amplitude.
- Figure 5-b : Réponse du disque central au balourd en fonction de  $Keq$

## INTRODUCTION GENERALE

Le phénomène de lévitation magnétique constitue à l'heure actuelle un des axes importants de recherche en matière de suspension d'objet métalliques en mouvement.

Les paliers magnétiques sont l'objet, aujourd'hui, de beaucoup de recherche, et sont, en fait, des pièces supérieures à plus d'un titre, aux paliers usuels dit conventionnels. Leur supériorité transparaît dans les avantages qu'ils offrent et qui se résument à :

- Absence de système de lubrification.
- Contrôle de vibration.
- Durée de vie prolongée.

La notion de suspension magnétique remonte très loin dans le temps, mais sa mise en oeuvre n'est que récente.

L'une des premières études consacrées aux suspensions magnétiques s'est déroulée à l'Université de Virginie aux U.S.A. et porte sur les centrifugeuses verticales.

Beams (1, 2) présenta le rotor d'une centrifugeuse verticale à grande vitesse dans le vide. La position verticale de la masse suspendue est soutenue par le champ magnétique d'un solénoïde axial. La position horizontale du rotor est assurée par le champ symétriquement divergeant du solénoïde.

L'utilisation de ce système des paliers magnétiques s'est vu étendre à d'autres appareils et machines tels que les pompes moléculaires à suspension magnétique (3), fait remarquable et intéressant, la pompe moléculaire a été couplée à un amortisseur pour augmenter l'amortissement radial au dessus de celui du champ divergeant du solénoïde.



Les suspensions magnétiques n'ont cessé d'être développées pour les appareils verticaux . Des applications pour les roues d'inertie pour utilisation éventuelle dans l'espace , ont été rapportées (4).

Cette étude est concernée en particulier , à la conception des parties magnétiques.

Une méthode d'étude est présentée, permettant un accès rapide et simplifié aux différents paramètres de paliers pour toute application spécifique.

Le problème majeur de lévitation magnétique est la stabilisation de l'objet levité dans le milieu magnétique .

Plusieurs méthodes ont été proposées pour supporter des masses en mouvements ou en rotations .

#### 1- La lévitation utilisant des aimants ou des surfaces supraconductrices

Certains matériaux portés à la température de (- 270°C) deviennent supraconducteurs . La résistance électrique est pratiquement nulle. Par conséquent , l'injection de très forte intensité de courant dans les bobines supraconductrices produit des forces magnétiques qui peuvent suspendre des objets métalliques lourds (5).

2- L'attraction magnétique entre un électro - aimant et un matériau ferromagnétique , utilisant des circuits accordés RLC pour réguler la force d'attraction magnétique.

3 - La lévitation utilisant des électro - aimants contrôlés par un courant continu (6) .

La position de l'objet suspendu est commandée par le courant d'alimentation de l'électro - aimant.

La force d'attraction et de stabilisation de l'objet dans le champ magnétique, est contrôlée par le courant continu.

La plupart de ces méthodes de suspension sont d'intérêt académique, vue leur complexité de réalisation et d'application. Cependant, la méthode utilisée dans cette étude et qui a fait l'objet d'intensives recherches depuis le début des années soixante dix est :

- \* La lévitation faisant usage d'électro-aimants contrôlés par le courant d'alimentation : cette méthode est une mise en oeuvre des principes d'attraction des matériaux ferromagnétiques par les électro-aimants.

L'objet lévité est maintenu à une position d'équilibre par une électronique de commande, qui ajuste en permanence l'intensité du courant alimentant des électro-aimants pour ramener la hauteur de l'objet à une position fixée (7).

La majorité des applications techniques des électro-aimants se fonde sur leur aptitude à attirer des objets métalliques en mouvement.

Dans ce domaine les performances des électro-aimants sont de beaucoup supérieures à celles des aimants permanent ; puisqu'on peut faire varier rapidement leur force portante en modifiant l'intensité du courant passant dans les enroulements.

La force avec laquelle l'électro-aimant attire l'objet métallique diminue rapidement à mesure qu'augmente la distance entre le noyau de l'électro-aimant et les objets en fer.

Pour que l'électro-aimant possède une force portante aussi grande que possible, on doit augmenter l'aire de la surface de contact entre les pôles de l'aimant et l'objet attiré (8).

Une série fournie d'articles portant sur les différents aspects de la conception de paliers magnétiques a été étudié dans cette thèse.

Dans le chapitre IV , la relation entre la force de contrôle et le courant d'entraînement a été discutée. Comme ont été examinées les relations entre le flux (densité) , le bobinage (nombre de trous), et d'autres paramètres d'étude des paliers

Deux paramètres a caractéristiques , « raideur du courant » « et raideur de position » ont été déterminés.

De même pour la conception du palier , une géométrie à quatre pôles avec deux électro-aimants chacun a été étudié.

Schweitzer & Traxler (9) ont présenté d'autres concepts relatif a la conception de pièces de paliers magnétiques. Ces concepts ont trait à la géométrie des pôles magnétiques, une géométrie à huit pôles, et à la largeur optimale du noyau et les différentes portes .

Traxler & Schweitzer (10) ont également rapporté des valeurs mesurées de forces caractéristiques dans des paliers magnétiques.

Un travail plus récent portant sur le même thème a été rapporté par Salm (11) , Nikolajsen & Co (12) ont discuté l'utilisation d'amortisseurs à suspensions électromagnétiques sur arbre de transmission .

Une géométrie à six pôles a été utilisée contrairement à la géométrie à huit pôles retenue par Schweitzer.

Bradfield & Co (13) ont présenté des applications supplémentaires de paliers à six pôles sur arbre.

Hebbale & Taylor (14) ont discuté les aspects de non linéarité dans la conception de paliers magnétiques mais ont considéré , en premier lieu , des pièces solides magnétiques tournantes , sièges de porte de courant.

Humphris & Co (15) ont présenté un modèle théorique et les effets d'algorithmes de contrôle sur paliers magnétiques à huit pôles. Les coefficients de rigidité et d'amortissement des paliers ont été mesurés.

La méthode de conception décrite dans cette thèse s'applique à une classe spécifique de paliers magnétiques. La géométrie globale de ce type de palier est une géométrie à quatre pôles avec deux électro-aimants chacun.

Les pôles sont situés tout autour d'un disque laminaire monté sur l'arbre. La surface de chaque face (pôle) peut être augmentée en lui joignant un appendice tangentiel.

Ces appendices servent de guidage pour le bobinage. Celui-ci est soit enroulé directement sur les aimants ou sur des bobines à parois minces.

Dans tous les cas envisagés, la section transversale des spires est prise rectangulaire.

Les quatre plus importants paramètres dans la conception de palier magnétiques sont :

- Sa rigidité.
- Sa charge.
- Le flux maximum dans les aimants.
- L'encombrement.
- La température maximale de service dans le bobinage.

En établissant les équations régissant ces paramètres, c'est la base même d'une méthode de conception qui est définie.

**- CHAPITRE I -  
MODELE MATHEMATIQUE DU ROTOR .**

**1-1- EQUATION DU MOUVEMENT .**

On considère la déformé de l'arbre dans le plan ( yoz ), (figure ci-dessous)

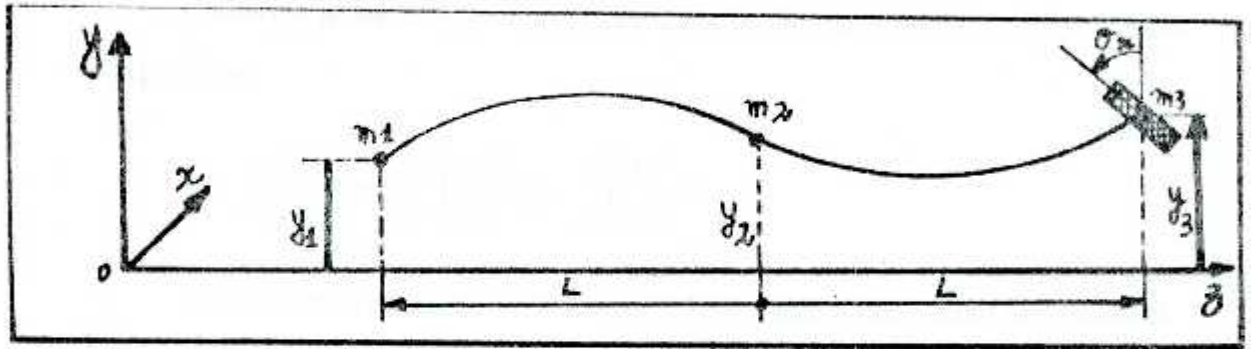
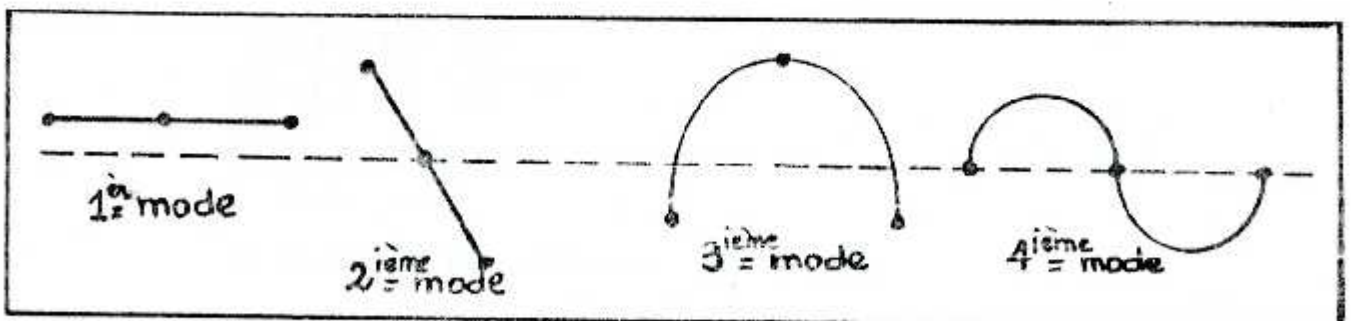


FIG 1-1 déformé d'un arbre libre .

Cet état général de flexion est simplement une combinaison des quatre principaux modes indiqués ci-dessous .



On suppose que la courbure dans la poutre est constante pour :

$$0 \leq Z \leq L .$$

$$L \leq Z \leq 2L .$$

Avec possibilité de discontinuité à  $Z = L$ .

Ainsi la deflexion peut être exprimée par la relation :

$$y = az^2 + bz + c$$

qui doit être vérifiée pour  $y_1$ ,  $y_2$  et  $y_3$  :

$$\text{Ainsi, on peut calculer : } \frac{d^2y}{dz^2} = \frac{M}{EI} = 2a$$

L'énergie potentielle emmagasinée dans la poutre déformée est donnée par l'expression :

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{M^2}{E.I} dz = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{M^2}{E.I} dz + \frac{1}{2} \int_L^L \frac{M^2}{E.I} dz$$

Pour un arbre de section constante, E.I est égale à une valeur constante et ainsi on peut évaluer l'expression de V.

L'énergie cinétique T est donnée par :

$$T = \frac{1}{2} I_t \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N M_i \dot{y}_i^2$$

On applique les équations de Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\delta T}{\delta \dot{q}_i} \right] - \frac{\delta T}{\delta q_i} + \frac{\delta V}{\delta q_i} = Q_i$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$

N : nombre de degré de liberté.

$Q_i$  : forces généralisées.

$q_i$  : coordonnées généralisées.

On obtient ainsi les équations du mouvement similairement pour le plan (xoz).

## 1-2- MODELISATION DE L'ARBRE ( VOIR FIGURE 1-2 ).

Tout système physique réel est continu et de ce fait le nombre de ses degrés de liberté est très grand . Ainsi , il y'a plusieurs noeuds sur la déformée de la ligne élastique .

A titre de simplification , on adopte pour notre étude un système de poutre avec trois noeuds , un disque de masse (  $m_3$  ) en porte à faux et guide par deux appuis 1 et 2 de masses respective  $m_1$  et  $m_2$  .

Le système de la figure ( 1-2 ) est une bonne présentation des machines réelles à deux paliers, avec huit degrés de liberté .

On doit tenir compte aussi de quelque approximations :

- 1- Le système dynamique est linéaire .
- 2- Toute la masse du rotor est concentrée en trois points .
- 3- La partie de l'arbre entre les points à une flexibilité mais de masse négligeable .
- 4- Le mouvement des masses se fait suivant deux plans perpendiculaires à l'axe de rotation .

Les trois masses se déplacent suivant les axes x et y et on a un déplacement angulaire .

Les coordonnées de déplacement et de la rotation angulaire sont :

$x_1, y_1$ , pour la masse  $m_1$  .

$x_2, y_2$ , pour la masse  $m_2$  .

$x_3, y_3, \theta, x_3, \theta, y_3$ , pour la masse  $m_3$  .

La figure ( 1-3 ) représente le diagramme qui donne la courbe de la ligne élastique dans le plan ( xoz ) et ( yoz ) ainsi que la pente et enfin le déplacement.

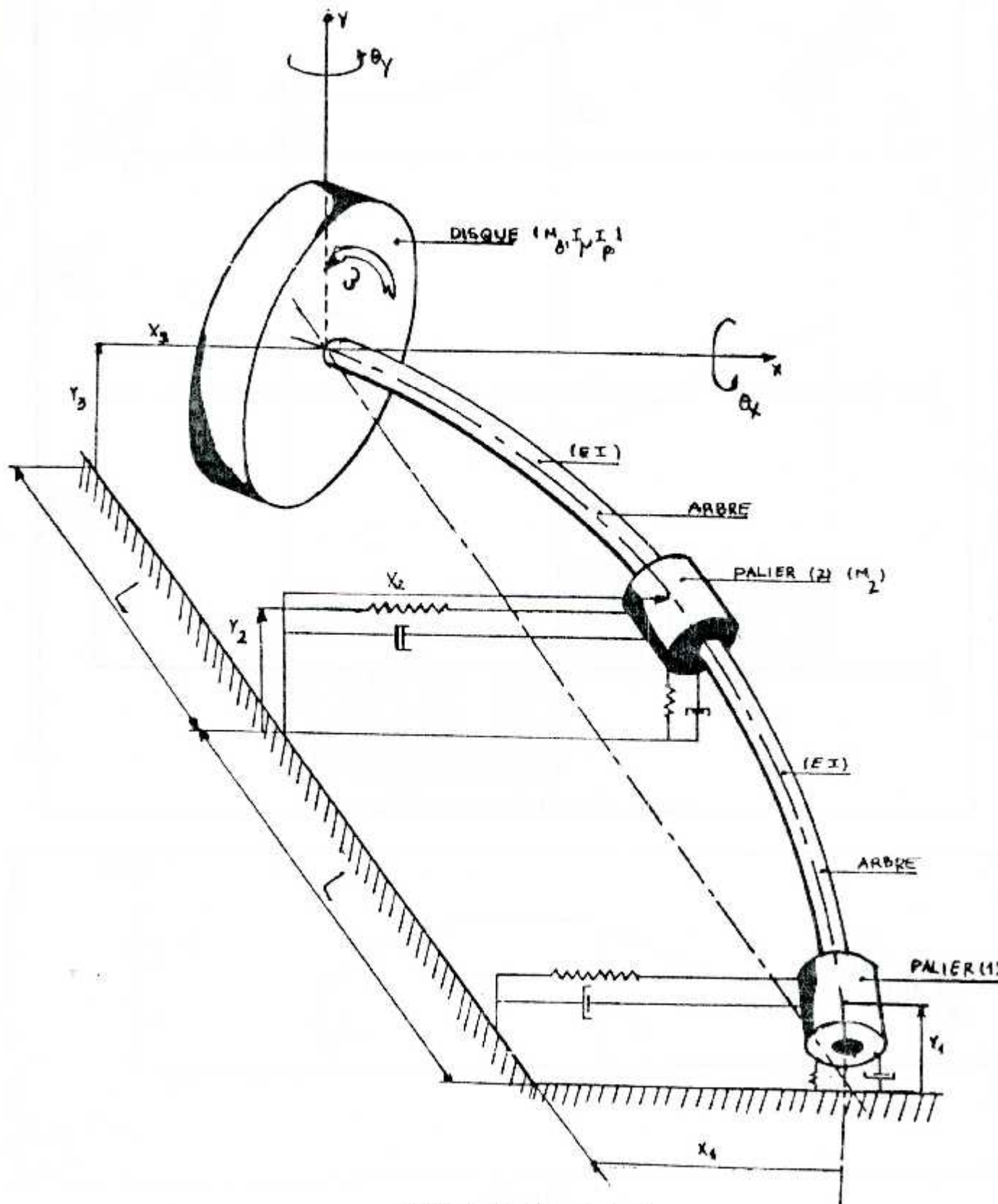


FIG 1-2- Modèle de l'arbre.



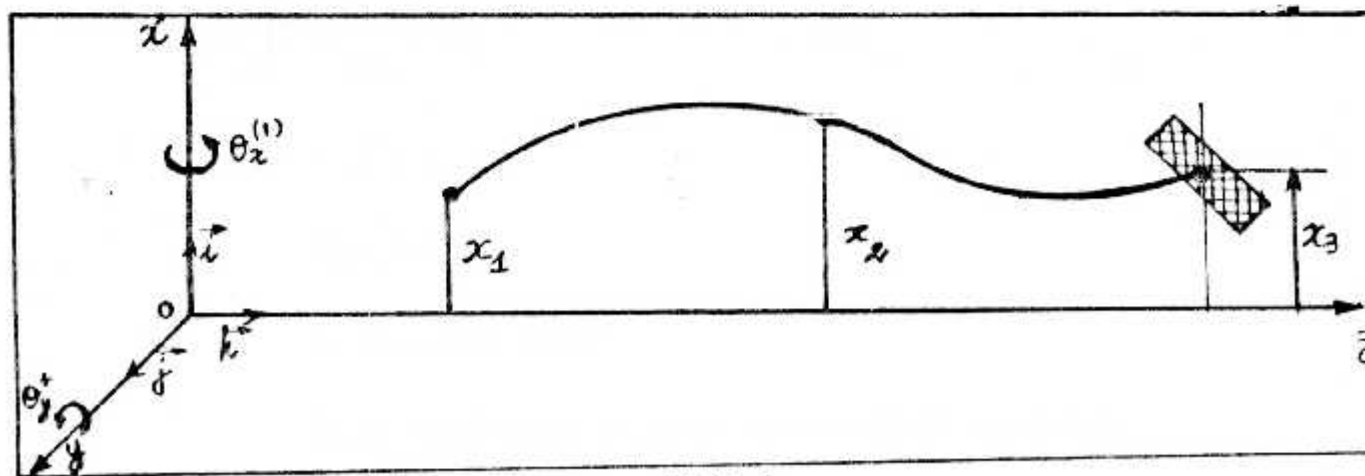
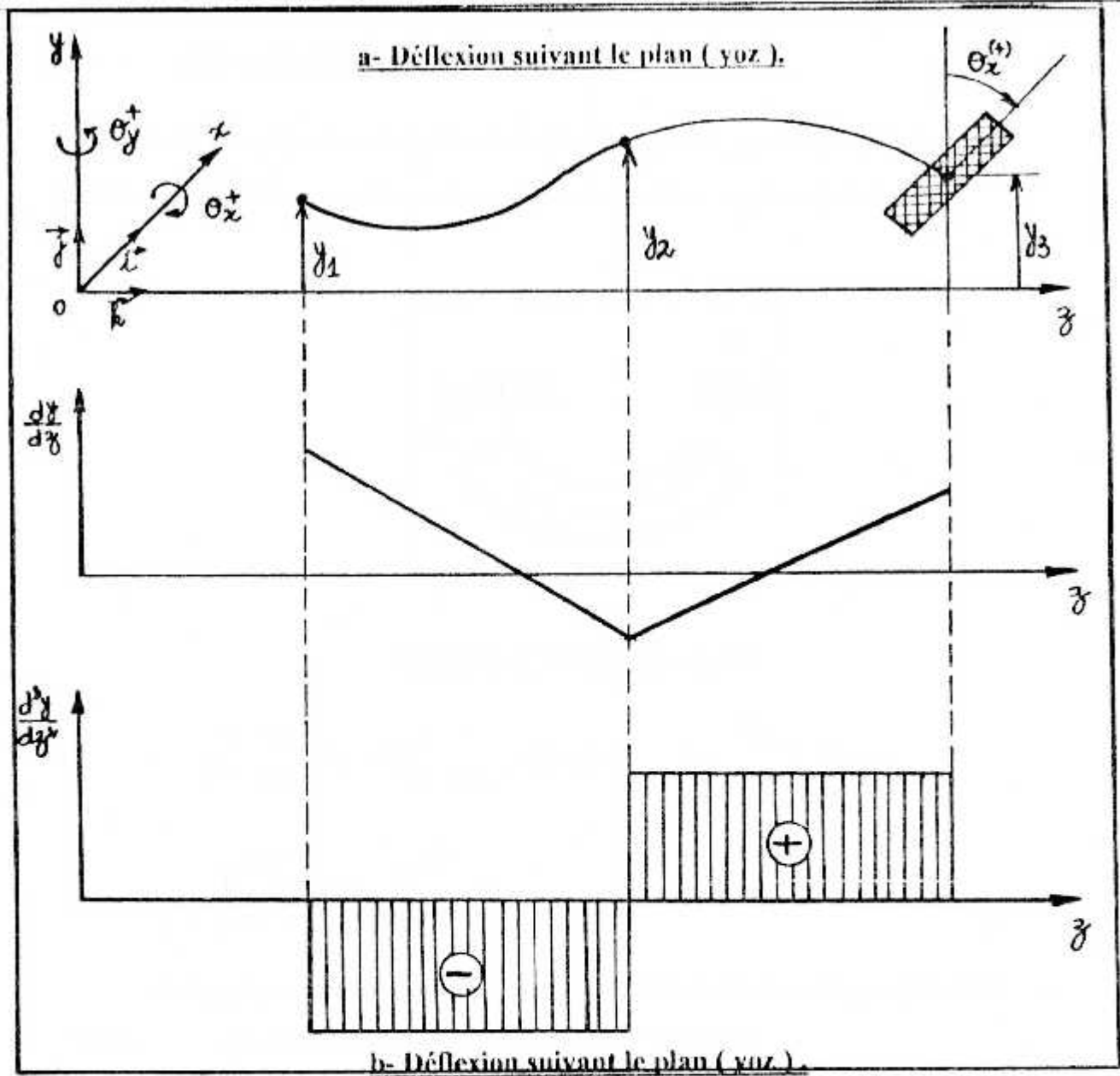
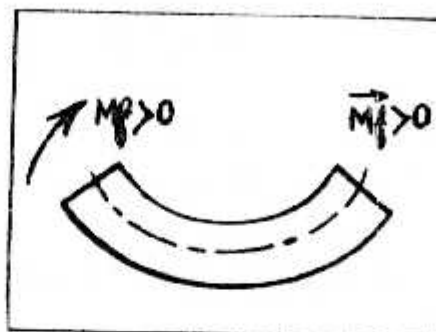


FIG 1-3.

**1-2-1- ENERGIE POTENTIELLE .**

La flexion du rotor produit un travail intérieur ( $w_i$ ) provoqué par la dilatation des fibres pour une poutre soumise à une flexion plane [ 16 ].



**Figure 1-4 : Flexion du rotor .**

$$w_i = \int_V \frac{1}{2} \frac{M_y^2}{EI_y^2} z^2 dv = \int_1 \int_A \frac{1}{2EI_y^2} M_y^2 z^2 dA dx = \int_1 dx \frac{M_y^2}{2EI_y^2} \int z^2 dA =$$

$$= \int_1 \frac{M_y^2}{2EI_y^2} I_y dv = \int_1 \frac{M_y^2}{2EI} dx$$

L'énergie potentielle exprime l'énergie de déformation emmagasinée dans l'arbre due à la flexion de ce dernier . Elle a pour expression :

$$V = \int_0^l \frac{M_x z^2 + M_y z^2}{2.EI} dz \quad (1-1)$$

Avec :  $M_x z : EIx''$

$M_y z : EIy''$

E : Module de Young.

I : Moment d'inertie polaire de la section droite vue de l'axe .

Vu la discontinuïté des moments dans la poutre, au niveau de  $Z = L$ , on intègre en deux parties : La première intégrale varie de  $Z = 0$  à  $Z = L$  et la deuxième intégrale varie de  $Z = L$  à  $Z = 2L$  et en vertu des figures ( 1-2 ) et ( 1-3 ) on obtient les résultats suivants :

$$x^e = \frac{2}{L^2} \begin{cases} x_1 - x_2 + \theta_y L & 0 \leq Z \leq L \\ x_3 - x_2 - \theta_y L & L \leq Z \leq 2L \end{cases} \quad (1-2)$$

$$y^e = \frac{2}{L^2} \begin{cases} y_1 - y_2 - \theta_x L & 0 \leq Z \leq L \\ y_3 - y_2 + \theta_x L & L \leq Z \leq 2L \end{cases} \quad (1-3)$$

En substituant les équations ( 1-2 ) et ( 1-3 ) dans ( 1-1 ), on obtient l'énergie potentielle du système :

$$V = \frac{2Hl}{L^3} (x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_2x_3 + 2x_1\theta_y L - 2x_3\theta_y L + 2\theta_y^2 L^2 + y_1^2 + 2y_2^2 + y_3^2 - 2y_1y_2 - 2y_2y_3 - 2y_1\theta_x L + 2y_3\theta_x L + 2\theta_x^2 L^2)$$

### 1-2-2- ENERGIE CINETIQUE ( T ).

L'énergie cinétique du système considère à pour expression :

$$T = \frac{1}{2} [I_r (\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) + M_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + M_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + M_3 (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2)]$$

avec :  $I_r$  : moment d'inertie transversale du centre de masse du disque .

$I_p$  : moment d'inertie polaire pour un disque mince on a [16]:

$$I_t = \frac{1}{4} MR^2 \quad \text{et} \quad I_p = 2I_t = \frac{1}{2} MR^2$$

### 1-3- EFFET GYROSCOPIQUE :

La présence d'un moment d'inertie polaire  $I_p$  de la masse du disque produit un effet gyroscope ( moment gyroscope ) s'exerçant sur l'arbre au point d'attache du disque [ 25 ].

A partir de la théorie des corps solides en rotation ( 2<sup>ème</sup> loi de Newton pour les rotations ) on a :

$H$  : moment angulaire du disque au tour de son centre de rotation .

$$\dot{\vec{H}} = \frac{\delta H}{\delta t}$$

$$\dot{\vec{H}} = \vec{M}$$

$M$  : moment exerce sur le disque par l'arbre .

Pour avoir les paramètres d'inertie constants dans le temps ,

$I_1 = I_x$  ( l'axe  $x$  ) ,  $I_2 = I_y$  ( l'axe  $y$  ) ,  $I_3 = I_p$  ( l'axe  $z$  ) on a choisi un repère (  $x, y, z$  ) avec une vitesse de rotation :

$$\vec{\Omega} = \dot{\theta}_x \vec{i} + \dot{\theta}_y \vec{j}$$

dans ce cas , la vitesse angulaire du disque est :

$$\vec{\omega} = \dot{\theta}_x \vec{i} + \dot{\theta}_y \vec{j} + \dot{\phi} \vec{k}$$

Soit un vecteur  $\vec{A} = \dot{\theta}_x \vec{i} + \dot{\theta}_y \vec{j} + \dot{\phi} \vec{k}$

A tourne à la vitesse angulaire  $\Omega$

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \dot{\vec{A}} = \frac{\delta \vec{A}}{\delta t} + \vec{\Omega} \wedge \vec{A}$$

Le moment angulaire est :

$$\vec{H} = \dot{\theta}_x I_1 \vec{i} + \dot{\theta}_y I_2 \vec{j} + \dot{\phi} I_3 \vec{k}$$

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = \dot{\vec{H}} = \frac{\delta \vec{H}}{\delta t} + \vec{\Omega} \wedge \vec{H}$$

$$H = \dot{\theta}_x I_1 + \dot{\theta}_y I_2 + k \omega l_r + \begin{bmatrix} \dot{i} & \dot{j} & \dot{k} \\ \dot{\theta}_x & \dot{\theta}_y & 0 \\ I_1 \dot{\theta}_x & I_2 \dot{\theta}_y & l_r \omega \end{bmatrix}$$

Et comme  $\omega = \text{constante}$ , alors  $k \dot{\omega} l_r = 0$ .

$$\dot{H} = I_1 \ddot{\theta}_x \dot{i} + I_2 \ddot{\theta}_y \dot{j} + \dot{i} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_x & 0 \\ I_2 \dot{\theta}_y & l_r \omega \end{bmatrix} - \dot{j} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_x & 0 \\ I_1 \dot{\theta}_x & l_r \omega \end{bmatrix} + \dot{k} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_x & \dot{\theta}_y \\ I_1 \dot{\theta}_x & I_2 \dot{\theta}_y \end{bmatrix}$$

Comme :

$$I_1 = I_2 = I_r \Rightarrow \dot{k} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_x & \dot{\theta}_y \\ I_1 \dot{\theta}_x & I_2 \dot{\theta}_y \end{bmatrix} = 0$$

Donc :

$$\dot{H} = (I_x \ddot{\theta}_x + I_r \omega \dot{\theta}_y) \dot{i} + (I_y \ddot{\theta}_y - I_r \omega \dot{\theta}_x) \dot{j}$$

$$\dot{H} = M_x \dot{i} + M_y \dot{j}$$

$$M_x = \dot{\theta}_x I_x + \dot{\theta}_y \omega I_r$$

$$M_y = \dot{\theta}_y I_y - \dot{\theta}_x \omega I_r$$

Le moment gyroscopique exerce par le disque sur l'arbre est :

$$M_{Gx} = -\omega I_r \dot{\theta}_y$$

$$M_{Gy} = +\omega I_r \dot{\theta}_x$$

$$\begin{bmatrix} M_{Gx} \\ M_{Gy} \end{bmatrix} = \omega I_r \begin{bmatrix} -\dot{\theta}_y \\ \dot{\theta}_x \end{bmatrix}$$

## 1-4- FORCES DE LIAISONS ( PALIER / ARBRE )

### 1-4-1- CAS D'UN PALIER HYDRODYNAMIQUE.

La lubrification hydrodynamique est une partie de la tribologie .

Elle concerne les contacts pour lesquelles un fluide visqueux est intercalé entre les surfaces en présence .

Le film du fluide sépare totalement les surfaces en présence . La formation et le maintien d'un film de fluide impose l'existence d'une pression dans ce film afin d'équilibrer la charge appliquée entre les deux surfaces du mécanisme .

Le calcul de cette pression permet de déterminer la charge que peut supporter le contact, ainsi pour déterminer les caractéristiques de fonctionnement d'un palier , il faudra tout d'abord calculer la pression dans le film . Cette pression est obtenue par résolution de l'équation de Reynolds .

### 1-4-2- HYPOTHESE DE DEVELOPPEMENT .

Le mouvement d'un fluide entre deux surfaces en mouvement relatif est régi par l'équation de Reynolds .

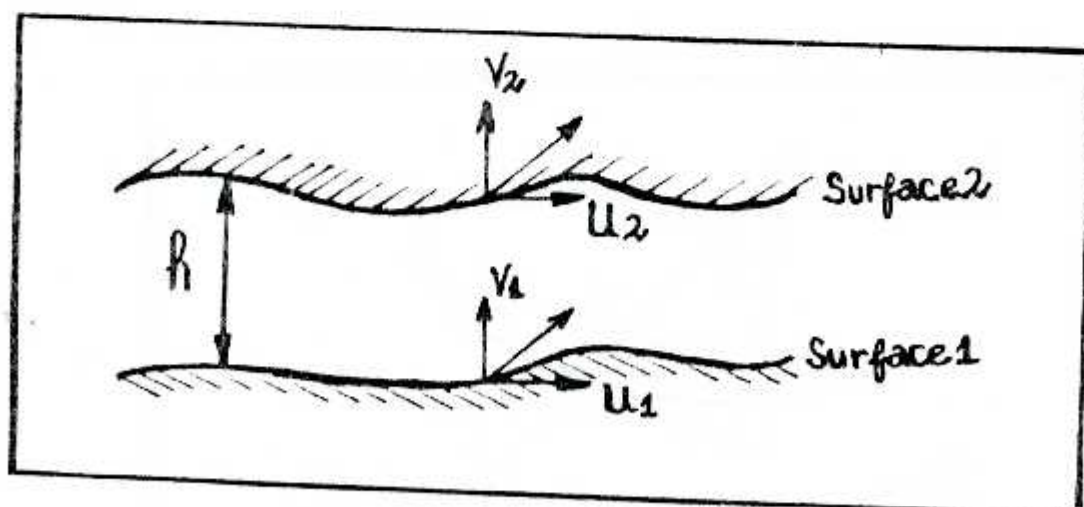


Figure 1.5 : Composantes de la vitesse absolue de 2 surfaces en mouvement relatif dans le plan  $xy$  ( $V_z = 0$ ).

Pour les conditions de la figure ( 1.5 ), ignorant l'accélération , l'équation de Reynolds à la forme :

$$\frac{\delta}{\delta x} \left[ r \frac{h^3}{m} \frac{\delta P}{\delta x} \right] + \frac{\delta}{\delta z} \left[ r \frac{h^3}{m} \frac{\delta P}{\delta z} \right] = 6(U_1 - U_2) \left[ \frac{\delta(rh)}{\delta x} \right] + 12r(V_1 - V_2) \quad (a)$$

avec :  $\rho$  : densité du fluide .  
 $\mu$  : viscosité du fluide .  
 $h$  : distance locale entre les surfaces ( supposée petite )  
 $P$  : pression locale .  
 $U_1, V_1$  : composantes de la vitesse de chaque surface .

Considérant :

- Fluide incompressible (  $D = \text{constante}$  ) .
- Palier fixe (  $U_2 = V_2 = 0$  )  
 (  $U_1 = U$  et  $V_1 = V$  )

L'équation devient alors :

$$\frac{\delta}{\delta x} \left[ h^3 \frac{\delta P}{\delta x} \right] + \frac{\delta}{\delta z} \left[ h^3 \frac{\delta P}{\delta z} \right] = 6U \frac{\delta h}{\delta x} + 12\mu V \quad (b)$$

Pour un palier cylindrique cette expression est écrite en coordonnées polaires avec  $x = R\theta$  .

Où  $R$  : rayon de l'arbre .  
 $\theta$  : coordonnée angulaire locale .

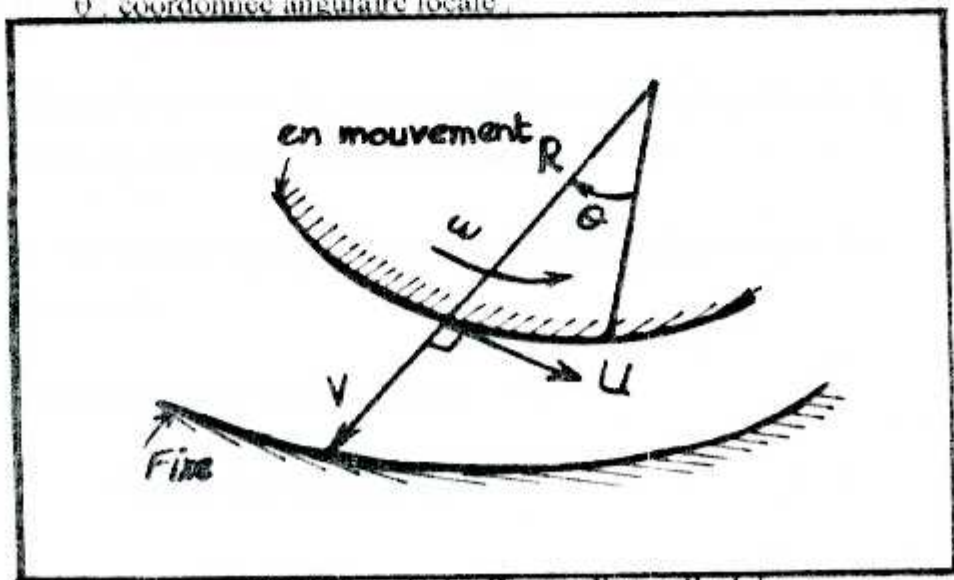


Figure 1.6 : Géométrie d'un palier cylindrique .

$$\frac{\delta}{\delta \theta} \left[ h^3 \frac{\delta P}{\delta \theta} \right] + R^2 \frac{\delta}{\delta z} \left[ h^3 \frac{\delta P}{\delta z} \right] = 6U \mu R \frac{\delta h}{\delta \theta} + 12 \mu R^3 V \quad (c)$$

D'après la figure ( 2.2 ) , la tolérance radiale est fonction de la position angulaire  $\theta$  et peut être écrite comme :

$$h = c ( 1 + e \cdot \cos \theta )$$

avec :  $e = e / c$  rapport d'excentricité de palier .

Note que :  $h = c + e \cdot \cos \theta$

Quand :  $e = 0 \Rightarrow h = c = R_p - R$

Où  $R_p$  : rayon de palier .

Il est nécessaire d'obtenir une solution permanente à cette équation en fonction des conditions d'opérations spécifiées avant d'essayer de résoudre le problème dynamique du palier .

Pour une charge statique ( permanente ) du palier , l'équation de Reynolds devient : (  $V = 0$  )

$$\frac{\delta}{\delta \theta} \left[ h^3 \frac{\delta P}{\delta \theta} \right] + R^2 \frac{\delta}{\delta z} \left[ h^3 \frac{\delta P}{\delta z} \right] = 6U \mu R \frac{\delta h}{\delta \theta} \quad (d)$$

Cette equation est simple , mais sa solution est compliquée pour les conditions aux limites dans la direction radiale .

Les performances d'un palier ( statique ) sont tabulées d'après les paramètres suivants :

1- Nombre caractéristique du palier .

( Nombre de Sommerfeld )

$$S = \frac{\mu \cdot N \cdot L \cdot D}{w} \left[ \frac{R}{c} \right]^2$$



2- Epaisseur minimale du film .

$$h_{min} = c ( 1 - \epsilon )$$

3- Rapport L / D .

4- Flux du lubrifiant :

$$Q = \frac{\pi}{2} \cdot q \cdot N \cdot D \cdot L \cdot c$$

5- Force de friction

$$F = f \cdot w$$

avec : L : longueur du palier

D : diamètre de l'arbre = 2R.

c : tolérance radiale .

e : excentricité .

N : vitesse de rotation .

w : charge .

$\mu$  : viscosité .

f : coefficient de friction .

q : coefficient de flux .

Des abaques pour ces paramètres se trouvent dans la littérature [26].

D'autres types de paliers ont des abaques similaire . Le seul abaque nécessaire pour notre but est celui indiquant la relation S -  $\epsilon$  .

**A - Propriétés dynamiques du palier .**

L'équation de Reynolds avec des effets dépendant du temps est :

$$\frac{\delta}{\delta \theta} \left[ h^3 \frac{\delta P}{\delta \theta} \right] + R^2 \frac{\delta}{\delta z} \left[ h^3 \frac{\delta P}{\delta z} \right] = 6U \mu R \frac{\delta h}{\delta \theta} + 12 \mu R^2 \mathcal{V}$$

Pour résoudre cette équation , il est nécessaire d'avoir pour U et V des expressions dans des conditions dynamiques .

Considérant un arbre tournant chargé dynamiquement comme le montre la figure suivante : ( fig 1.7 ) .

Si le palier est fixe , le centre de l'arbre aura des vitesses instantanées radiales et tangentielles .

A partir d'une ligne verticale,  $\Psi = 0$  , ces vitesses sont :

$$V_r = e \frac{\delta \epsilon}{\delta t} \quad \text{et} \quad V_t = e \frac{d(\psi + \theta)}{dt}$$

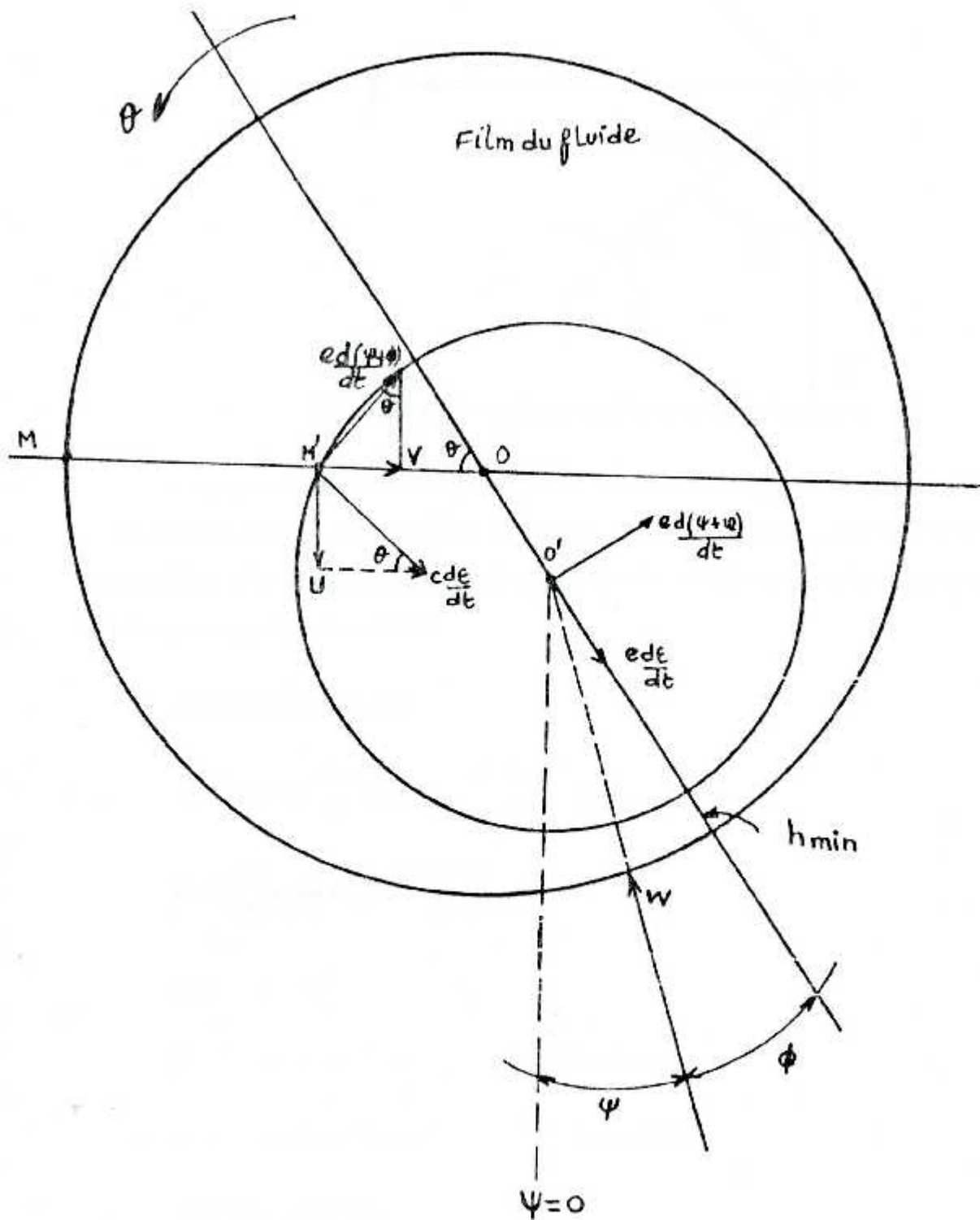


Figure 1.7 : Géométrie d'un palier dynamiquement chargé .

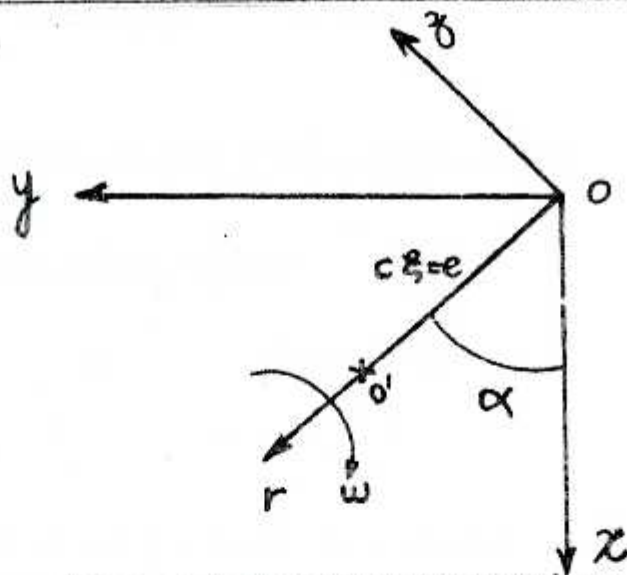


Figure 1.8 : Localisation du centre de l'arbre .

En un point M sur la surface du palier , distant de  $\theta$  à partir de la ligne  $OO'$  , on aura des vitesses tangentielles et normales relativement à  $M'$  , ces vitesses sont composées de la vitesse du centre de l'arbre  $V_r$  et  $V_t$  plus la vitesse de la surface de l'arbre par rapport à son centre .

Ces composantes sont :

$$U = R\omega + c \frac{d\epsilon}{dt} \sin\theta - c \epsilon \frac{d(\psi + \phi)}{dt} \cos\theta$$

$$V = c \frac{d\epsilon}{dt} \cos\theta + c \epsilon \frac{d(\psi + \phi)}{dt} \sin\theta$$

avec :  $e = c\epsilon$ .

Si :  $c/R \ll 2$  ( toujours vrais )

et :  $e/R \ll 2 \cos\theta$  ( souvent ).

Alors on peut écrire :

$$2c \epsilon \frac{d(\psi + \phi)}{dt} \sin\theta = -2 \frac{d(\psi + \phi)}{dt} \frac{dh}{d\theta} = -2\dot{a} \frac{dh}{d\theta}$$

Ainsi on obtient :

$$6U\mu.R\frac{dh}{d\theta} = 6\mu.R(Rw + c\dot{\epsilon}\sin\theta - c\dot{\alpha}\cos\theta)(-c\epsilon\sin\theta) \\ \approx 6\mu.R(Rw)(-c\epsilon\sin\theta)$$

car :  $\epsilon^2 \approx 0$  et  $\dot{\epsilon}\epsilon\sin^2\theta \approx 0$

Similairement ,

$$12\mu.R^2V = 12\mu.R^2[c\dot{\epsilon}\cos\theta - \dot{\alpha}(-\epsilon c\sin\theta)] \\ = 6\mu.R(2cR\dot{\epsilon}\cos\theta + 2cR\dot{\alpha}\sin\theta)$$

Le membre droit de l'équation de Reynolds devient :

$$6\mu.R^2c[-\epsilon(w - 2\dot{\alpha})\sin\theta + 2\dot{\epsilon}\cos\theta]$$

L'expression totale qui donne la distribution de pression est alors :

$$\frac{\delta}{\delta\theta} \left[ (1 + \epsilon\cos\theta)^3 \frac{\delta P}{\delta\theta} \right] + R^2 \frac{\delta}{\delta z} \left[ (1 + \epsilon\cos\theta)^3 \frac{\delta P}{\delta z} \right] \\ = 6\mu \left[ \frac{R}{c} \right]^2 [-\epsilon(w - 2\dot{\alpha})\sin\theta + 2\dot{\epsilon}\cos\theta] \quad (e)$$

Cette expression est valide uniquement quand le film est continu .

### B - Coefficient de raideur et amortissement .

L'étape suivante est l'intégration de l'équation de Reynolds en tenant compte des conditions aux limites .

Ceci donne la distribution de pression dans le palier . Une autre intégration dans les directions radiales est tangentielle donnera alors les forces dynamiques du palier .

Cette force est exprime par :

$$F_a = \mu N \left[ 1 - \frac{2a}{w} \left[ \frac{R}{c} \right]^2 DL \right] \int_0^L \int_0^{\pi} p \cos(\theta + a) dx d\theta$$

$$= \lambda w \left[ 1 - \frac{2\alpha}{w} \right] \cdot f_a \left[ \frac{L}{D}, \epsilon, \alpha, \frac{(\dot{\epsilon}/w)}{(1 - (2\alpha/w))} \right] \quad (f)$$

avec :

$$\lambda = \frac{\mu \cdot RL}{\pi} \left[ \frac{R}{c} \right]^2$$

$F_a$  est une fonction non linéaire en déplacement ( $\epsilon, \alpha$ ) et en vitesse ( $\dot{\epsilon}, \dot{\alpha}$ ).

D'habitude cette force est linearisée par rapport au déplacement et à la vitesse .

Une expansion en série de Taylor donne :

$$dF_a = \lambda w \left[ 1 - \frac{2\alpha}{w} \left[ \frac{\delta f_a}{\delta \epsilon} d\epsilon + \frac{\delta f_a}{\delta \alpha} \epsilon d\alpha + \frac{\delta f_a}{\delta (\dot{\epsilon}/w)} d(\dot{\epsilon}/w) + \frac{\delta f_a}{\delta (\dot{\alpha}/w)} d(\dot{\alpha}/w) - \frac{2f_a \epsilon d\alpha}{\epsilon w (1 - (2\alpha/w))} \right] \right] \quad (g)$$

On peut écrire :

$$\frac{\delta f_a}{\delta (\dot{\alpha}/w)} = \frac{\delta f_a}{\delta ((\dot{\epsilon}/w) / (1 - (2\alpha/w)))} \cdot \frac{\delta ((\dot{\epsilon}/w) / (1 - (2\alpha/w)))}{\delta (\dot{\alpha}/w)}$$

$$= \frac{\delta f_a}{\delta ((\dot{\epsilon}/w) / (1 - (2\alpha/w)))} \cdot \frac{2(\dot{\epsilon}/w)}{(1 - (2\alpha/w))^2}$$

On impose :  $\dot{\epsilon} = \dot{\alpha} = 0$

Ce qui donne :

$$dF_a = \lambda w \left[ \frac{\delta f_a}{\delta \epsilon} d\epsilon + \frac{\delta f_a}{\delta \alpha} \epsilon d\alpha + \frac{\delta f_a}{\delta (\dot{\epsilon}/w)} d(\dot{\epsilon}/w) - \frac{2f_a}{\epsilon w} \epsilon d\alpha \right] \quad (h)$$

Transformant cette expression en coordonnées cartésiennes en utilisant les relations :

$$x = c \cdot \epsilon \cos \alpha$$

$$y = c \cdot \epsilon \sin \alpha$$

Avec :

$$d\epsilon = \frac{1}{c} [\cos \alpha \cdot dx + \sin \alpha \cdot dy]$$

$$\epsilon d\alpha = \frac{1}{c} [-\sin \alpha \cdot dx + \cos \alpha \cdot dy]$$

Comme le point  $(c\epsilon, \alpha)$  représente la position d'équilibre statique,  $dx$  et  $dy$  représentent les déplacements dynamiques pour lesquelles les vitesses sont :  $\dot{dx}$  et  $\dot{dy}$ .

Ainsi on obtient l'expression :

$$\begin{aligned} dF_x &= \frac{1}{c} \lambda w \left[ \frac{\delta f_a}{\delta \epsilon} \cos \alpha - \frac{\delta f_a}{\epsilon \delta \alpha} \sin \alpha \right] dx \\ &+ \left[ \frac{\delta f_a}{\delta (\dot{\epsilon}/w)} \cos \alpha + \frac{2f_a}{\epsilon} \sin \alpha \right] (dx/w) \\ &+ \left[ \frac{\delta f_a}{\delta \epsilon} \sin \alpha + \frac{\delta f_a}{\epsilon \delta \alpha} \cos \alpha \right] dy \\ &+ \left[ \frac{\delta f_a}{\delta (\dot{\epsilon}/w)} \sin \alpha - \frac{2f_a}{\epsilon} \cos \alpha \right] (dy/w) \end{aligned}$$

Où :

$$dF_x = -kxxdx - cxxdx - kxydy - cxydy$$

$$dF_y = -kyx dx - cyx dx - kyydy - cyydy$$

En ce qui concerne le système étudié ( fig 1.2 ), pour chaque roulement , les forces élastiques ( dues à la raideur ) et d'amortissement peuvent être exprimées par :

$$f_x = -k_{xx}.X - k_{xy}.Y - c_{xx}.\dot{X} - c_{xy}.\dot{Y}$$

$$f_y = -k_{yx}.X - k_{yy}.Y - c_{yx}.\dot{X} - c_{yy}.\dot{Y}$$

$f_x$  et  $f_y$  sont des forces de support, incluent dans les forces généralisées .

Sous forme matricielle, les forces élastiques et d'amortissement pour chaque roulement s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix}$$

Ces coefficients sont calculés par ordinateur ou déterminés expérimentalement . Des abaques pour différents types de paliers sont donnés dans la littérature [27].

C- Coefficient dynamique pour palier cylindrique .

Les résultats publiés pour des conditions de flux laminaire avec un lubrifiant non compressible sont généralement exprimés en coefficients adimensionnels :

$$\frac{CK_{ij}}{w} \quad \text{et} \quad \frac{cwC_{ij}}{w}$$

\* Les graphes suivants donnent ces coefficients en fonction du rapport d'excentricité pour différent ( L/D). ( voir annexe B)

### 1.5- EQUATION DU MOUVEMENT DU ROTOR .

Considérant la méthode énergétique, en utilisant les équations de Lagrange:



$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\delta T}{\delta \dot{q}_i} \right] - \frac{\delta T}{\delta q_i} + \frac{\delta V}{\delta q_i} = Q_i$$

$Q_i$  : force génératrice .

$q_i$  : coordonnées généralisées .

Le cote gauche de l'équation ( 1 ) , nous permettra de calculer les matrices de masse et de rigidité .

Par contre le membre droit contenant (  $Q_i$  ) , contiendra toutes les forces aux roulements et les forces appliquées au système .

Donc on aura :

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\delta T}{\delta \dot{q}_i} \right] - \frac{\delta T}{\delta q_i} + \frac{\delta V}{\delta q_i} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} + w l_p \begin{bmatrix} -\theta_y \\ \theta_x \end{bmatrix} \quad (2)$$

Pour les roulements :

$$[f]_r = -[a_{ij}][x] - [c_{ij}][\dot{x}]$$

Pour le disque :

$$[M]_G = \begin{bmatrix} 0 & -w l_p \\ w l_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\delta T}{\delta \dot{q}_i} \right] - \frac{\delta T}{\delta q_i} + \frac{\delta V}{\delta q_i} = Q_i$$

$$\frac{d}{dq_i} \dots \dots \dots > 0$$

car l'énergie cinétique n'est pas fonction de q.

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\delta T}{\delta \dot{q}_i} \right] + \frac{\delta V}{\delta q_i} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} + w l_p \begin{bmatrix} -\theta_y \\ \theta_x \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\delta T}{\delta \dot{q}_i} \right] + \frac{\delta V}{\delta q_i} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + w l_p \begin{bmatrix} -\theta_y \\ \theta_x \end{bmatrix}$$

Avec :

$$V = \frac{2EI}{L^3} (x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_2x_3 + 2x_1\theta_y L - 2x_3\theta_y L + 2\theta_y^2 L^2 + y_1^2 + 2y_2^2 + y_3^2 - 2y_1y_2 - 2y_2y_3 - 2y_1\theta_x L + 2y_3\theta_x L + 2\theta_x^2 L^2)$$

$$T = \frac{1}{2} [I_x (\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) + M_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + M_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + M_3 (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2)]$$

$$\begin{bmatrix} \text{Matrice} \\ \text{de} \\ \text{masse} \end{bmatrix} q_i + \begin{bmatrix} \text{Matrice d'amortissement} \\ \text{roulement + effet} \\ \text{gyroscopique} \end{bmatrix} q_i + \begin{bmatrix} \text{Matrice de raideur} \\ \text{de la structure + matrice} \\ \text{de raideur des roulements} \end{bmatrix} q = 0$$

L'expression de l'équation ( 2 ) devient :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta T \\ \delta q_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} - wJ_p \begin{bmatrix} -\dot{\theta}_y \\ +\dot{\theta}_x \end{bmatrix} + \frac{\delta V}{\delta q_i} = 0$$

Où :

$$[q] = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ x_3 \\ y_3 \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} ; \quad [\dot{q}] = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \end{bmatrix}$$

Pour la matrice [ q ] on a négligé les rotations dans les roulements .

On obtient alors :



C- Matrice de raideur [ k ] :

$$\begin{bmatrix}
 \frac{4EI}{L^3} + k_{xx}^1 & k_{xy}^1 & -\frac{4EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI}{L^2} \\
 k_{yx}^1 & \frac{4EI}{L^3} + k_{yy}^1 & 0 & -\frac{4EI}{L^3} & 0 & 0 & \frac{4EI}{L^2} & 0 \\
 -\frac{4EI}{L^3} & 0 & \frac{8EI}{L^3} + k_{xx}^2 & k_{xy}^2 & -\frac{4EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{4EI}{L^3} & k_{yx}^2 & \frac{8EI}{L^3} + k_{yy}^2 & 0 & -\frac{4EI}{L^3} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{4EI}{L^3} & 0 & \frac{4EI}{L^3} & 0 & 0 & -\frac{4EI}{L^3} \\
 0 & 0 & 0 & \frac{4EI}{L^3} & 0 & \frac{4EI}{L^3} & \frac{4EI}{L^2} & \frac{4EI}{L^2} \\
 0 & -\frac{4EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI}{L^2} & \frac{8EI}{L} & 0 \\
 \frac{4EI}{L^2} & 0 & -\frac{4EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{8EI}{L}
 \end{bmatrix}$$

### 1-6- CAS D'UN PALIER MAGNETIQUE .

Pour le cas d'un palier lisse cylindrique, on a vu qu'à partir des équations de la mécanique des films minces visqueux et avec un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, on a obtenu l'équation de Reynolds décrivant les caractéristiques dynamiques et statiques de ce type de palier de dimensions finies en régime hydrodynamique isotherme , en écoulement laminaire .

L'équation ainsi obtenue est décrite par la technique des différences finies qui donne un système d'équation .

La résolution de ce système donne les valeurs discrètes de la pression dans le palier .

L'intégration numérique de l'expression de la pression sur la surface du palier, puis la linéarisation de cette force dynamique autour des efforts statiques, donne les coefficients de raideur et d'amortissement d'un palier lisse cylindrique.

Pour le cas d'un palier magnétique et en fonction de la géométrie globale du type de palier à choisir , on détermine à partir du principe de la lévitation magnétique , l'expression de la force électromagnétique d'attraction qui permet la lévitation d'un objet métallique et son maintien à une position d'équilibre , par une électronique de commande , qui ajuste en permanence l'intensité du courant alimentant les électro-aimants pour ramener la hauteur de l'objet à une position fixée .

En déterminant l'expression de la force électromagnétique d'attraction , c'est l'expression de la raideur qui est définie .

## - CHAPITRE II - LEVITATION MAGNETIQUE .

### 2-1 INTRODUCTION

La majorité des applications techniques des électro-aimants se fonde sur leur aptitude à retirer et à retenir des objets métallique en mouvement .

Dans ce domaine, les performances des électro-aimants sont de beaucoup supérieures à celle des aimants permanents, puisqu'on peut faire varier rapidement leur force portante en modifiant l'intensité du courant passant dans les enroulements .

la force avec laquelle l'électro-aimant attire l'objet métallique diminue rapidement à mesure qu'augmente la distance entre le noyau de l'électro-aimant et l'objet à attirer .

aussi, pour fixer les idées , on appelle force portante d'un aimant la force avec laquelle l'aimant retient un objet métallique se trouvant à proximité immédiate de cet aimant .

Pour que l'électro-aimant possède une force portante aussi grande que possible , on doit augmenter l'aire de la surface de contact entre les pôles de l'aimant et l'objet à attirer . ( 17 ).

## 2-2- DETERMINATION DE LA FORCE MAGNETIQUE D'ATTRACTION .

### A- SYSTEME MAGNETIQUE CONTENANT UN SEUL ELECTRO-AIMANT .

Présentation du procédé ( fig. 2-1 ) .

Le processus de lévitation est composé :

- D'un électro-aimant fixé, alimenté par un courant  $i(t)$  .
- D'un corps métallique qui est l'objet à suspendre .

Les paramètres du procédé sont :

- $i(t)$  : intensité du courant d'alimentation .
- $Mg$  : poids de l'objet métallique .
- $x$  : position de l'objet métallique .
- $\phi$  : flux magnétique de l'électro-aimant .
- $E$  : tension d'alimentation du circuit magnétique .

Le but essentiel est donc , de déterminer la force magnétique d'attraction  $F$ , et de trouver son expression mathématique .

Le modèle de la force magnétique est obtenu à partir d'un bilan énergétique du procédé .

#### Bilan énergétique .

L'énergie fournie par la source au circuit magnétique pendant un temps élémentaire  $dt$  est :

$$E.i.dt = R.i^2 + i.d\phi . \quad (2-1) .$$

Lorsque l'objet suspendu se déplace de  $dx$  sous l'influence de la force magnétique  $F$ , exerce par l'électro-aimant, l'énergie mise en évidence est :

- Le travail mécanique  $F.dx$  fourni par le système .
- Les pertes d'énergie par effet joule .
- La variation de l'énergie magnétique du système  $dw$  .

La conservation d'énergie fournie par la source s'écrit :

$$E.i.dt = F.dx + dw + R.i^2.dt \quad (2-2)$$

En tenant compte des expressions ( 2-1 ) et ( 2-2 ), on obtient :

$$F.dx + dw = i.d\phi \quad (2-3)$$

$$\text{d'où :} \quad F = \frac{i d\phi - dw}{dx} \quad (2-4)$$

Or : l'énergie magnétique instantanée est :

$$w = \frac{1}{2} Li^2 \quad (2-5)$$

Et le flux magnétique instantané est :

$$\phi = Li \quad (2-6)$$

En portant ces deux expressions dans l'équation ( 2-4 ) on obtient :

$$F = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx} \quad (2-7)$$

L'application du théorème d'Ampère au circuit magnétique de la figure (2-1) avec :

$x$  : position de l'objet métallique .

$p_0$  : perméabilité dans le vide .

$L_0$  : longueur du noyau de fer .

Nous donne :

$$\int \frac{B}{p} dL = N . I \quad (2-8)$$

$p$  : est la perméabilité au lieu où le champs à la valeur  $B$  .



Le flux magnétique étant constant avec la valeur :

$$\phi = B.S \quad (2-9)$$

S : étant l'aire de la section du noyau de fer .

Alors, l'équation ( 2-8 ) devient :

$$N . I = \phi \int \frac{dL}{\mu . S} \quad (2-10)$$

Et la valeur du flux est :

$$\phi = \frac{N . I}{R} \quad (2-11)$$

Où :  $R = \int \frac{dL}{\mu . S}$  représente la réluctance du circuit magnétique

La réluctance du circuit magnétique de la figure ( 1-1 ) est :

$$R = R_e + R_f = \frac{L_e}{S} + \frac{X}{\mu_0 S} \approx \frac{X}{\mu_0 S}$$

La réluctance f caractérise le noyau de fer et l'indice e celui de l'entrefer :

$$R \approx R_0 = \frac{X}{\mu_0 S} \quad (2-12)$$

L'énergie magnétique emmagasinée dans le circuit, exprimée en fonction du flux est :

$$w_m = \frac{1}{2} R . \phi^2 \quad (2-13)$$

En outre, l'énergie magnétique peut s'exprimer en fonction de l'inductance du système :

$$w = \frac{1}{2} L . i^2 \quad (2-14)$$

De ces deux équations ( 2-13, 2-14 ), on déduit que :

$$L = \frac{R \cdot \phi^2}{L^2} \quad (2-15)$$

Compte tenu des expressions ( 2-11, 2-11 ), l'expression de l'inductance du ( 2.15 ) s'écrit sous la forme :

$$L = N^2 \frac{\mu_0 \cdot S}{X} \quad (2-16)$$

En reportant cette expression dans l'équation ( 2-7 ), on obtient le modèle mathématique de la force d'attraction .

$$F = -\frac{1}{2} \frac{i^2 \cdot N^2 \cdot \mu_0 S}{X^2} \quad (2-17)$$

### B- SYSTEME MAGNETIQUE CONTENANT DEUX ELECTRO-AIMANTS

Dans ce cas, la disposition des deux électro-aimants est qu'ils sont inclinés d'un angle (  $2\theta_2$  ) par rapport à l'axe vertical  $\epsilon$  passant par le centre du disque (fig. 2-2 ) de telle façon que :

-  $2\theta_2$  : distance angulaire séparant les deux électro-aimants par rapport à l'axe vertical  $\epsilon$  .

-  $\theta_1$  : l'angle délimitant la surface de contact entre le pôle de l'aimant et le disque . On a vu que la force magnétique attractive F par rapport à l'axe vertical  $\epsilon$  a pour module :

$$F = \frac{i^2 \cdot N^2 \cdot \mu_0 S}{2X^2}$$

Faisant la projection de  $Fx_1$  selon l'axe vertical  $\epsilon$  :

$Fx_1$  : force magnétique de l'électro-aimant .

On aura :

$$F_e = F_{x_1} \cos \left[ \frac{1}{2} \theta_1 + \theta_2 \right]$$

Faisant la projection de  $F_{x_2}$  selon l'axe vertical  $\epsilon$  :

$F_{x_2}$  : force magnétique du 2<sup>ème</sup> électro-aimant .

On aura :

$$F_e = F_{x_2} \cos \left[ \frac{1}{2} \theta_1 + \theta_2 \right]$$

Dans la cas où on est en présence des deux électro-aimants , on aura :

$$F_e^T = F_{x_1}^2 + F_{x_2}^2$$

$F_e^T$  : force magnétique totale selon l'axe vertical  $\epsilon$  créée par les deux électro-aimants .

Comme les deux électro-aimants sont identiques , c'est - à - dire parcourue par le même courant et ont le même nombre de spires, on aura :

$$F_{x_1} = F_{x_2} .$$

alors :  $F_e^T = \sqrt{2} . F_{x_1}$

soit :  $F_e^T$  : la projection de  $F_{x_1}$  selon l'axe vertical  $\epsilon$  .

$$F_{e1} = \frac{\cos \left[ \left( \frac{1}{2} \right) \theta_1 + \theta_2 \right] . \mu_0 . N^2 . I^2 . S}{2x^2}$$

Et  $F_e^T$  : force magnétique totale selon l'axe vertical  $\epsilon$  . créée par les deux électro-aimants , aura pour expression :

$$F_e^T = \frac{\sqrt{2} \cos \left[ \left( \frac{1}{2} \right) \theta_1 + \theta_2 \right] . \mu_0 . N^2 . I^2 . S}{2x^2}$$

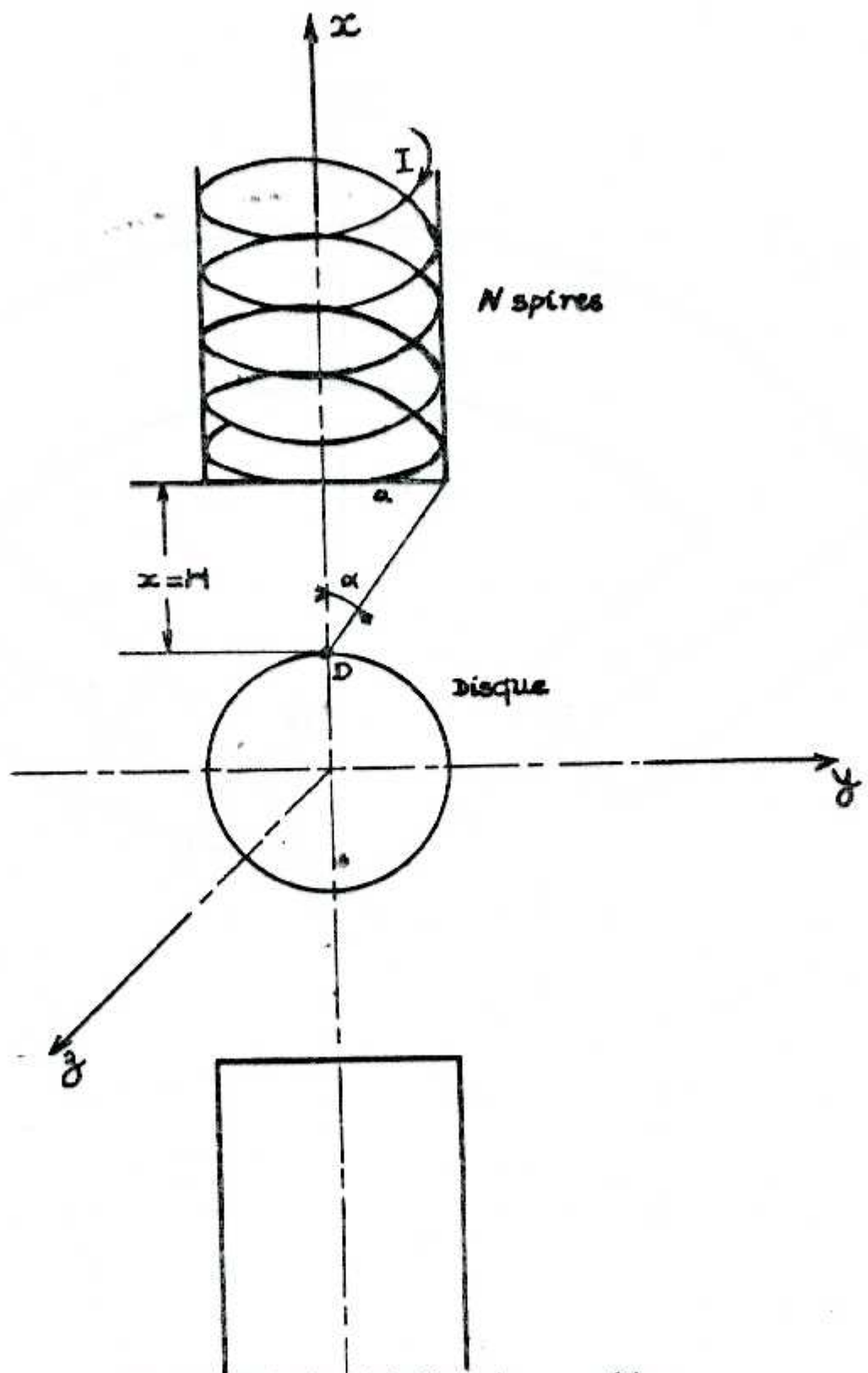


Fig. 2-1 : Principe de la lévitation magnétique .

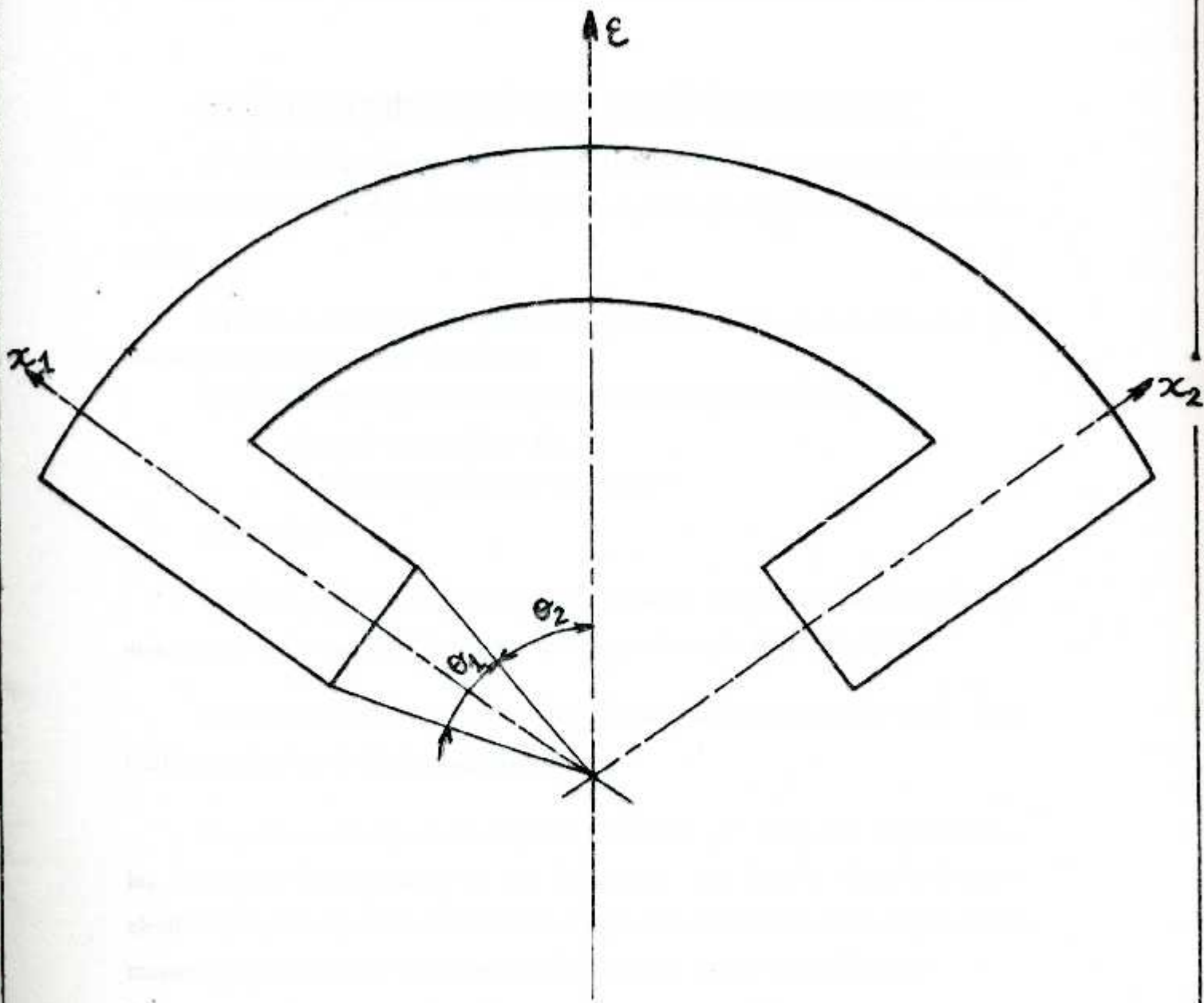


Fig. 2-2 : Représentation d'un electro - aimant .

## **- CHAPITRE III -**

### **PRINCIPE DU PALIER MAGNETIQUE ACTIF**

#### **3-1 DEFINITION D'UN PALIER MAGNETIQUE ACTIF**

Un palier magnétique actif est un dispositif électromagnétique assurant le positionnement relatif d'un ensemble tournant (rotor) par rapport à une pièce fixe (stator).

Les forces électromagnétiques mises en oeuvre à cet effet sont pilotées par une armoire électronique de commande .

Un palier magnétique actif comporte donc deux parties distinctes :

- Le palier proprement dit ,
- L'électronique d'asservissement

#### **a- Le palier**

Le palier supporte un rotor qui est maintenu en position dans les champs magnétiques créés par des électro-aimants disposés sur le stator (fig 3.1).

Le rotor se trouve en équilibre sans contact mécanique avec le stator , sous l'influence des forces électromagnétiques.

Sa position est repérée au moyen de détecteur qui enregistre en permanence les éventuels déplacements et qui à travers une boucle d'asservissement électronique pilote les courants dans les électro-aimants de telle sorte que les forces magnétiques ramènent le rotor à sa position normale en cas de déplacement.

Il est en outre prévu des paliers auxiliaires (en général roulements lubrifiés à sec) ayant pour but de supporter le rotor pendant l'arrêt de la machine ou en cas d'incident de la suspension magnétique afin d'éviter un contact rotor/stator et une détérioration.

Ces paliers présentent un jeu avec le rotor et ne sont pas en rotation en fonctionnement normal.

### b- L'électronique d'asservissement

Le but de l'électronique d'asservissement est de contrôler la position du rotor en agissant sur le courant dans les électro-aimants à partir des informations des détecteurs de position (fig 3.2) .

## 3-2 DOMAINE ET CARACTERISTIQUES D'EMPLOIS DU PALIER MAGNETIQUE ACTIF

De la petite machine (rotor de quelques Kilogrammes) aux très grandes (rotor de plusieurs dizaines de tonnes). Les paliers magnétiques ont des applications variées :

- Machines-outils : rectification de cylindres de laminoirs, électrobroches à moteur intégré, ...
- Machines tournantes industrielles : compresseur, ventilateurs, pompes , broyeurs, turbines, ...
- Matériels de laboratoires : pompes à vide jusqu'à  $10^{-14}$  bars
- Spatiales : volant d'inertie , gyroscope , ...

## 3-3 AVANTAGES DES PALIERS MAGNETIQUES ACTIFS

### A- AVANTAGES PROCURES PAR L'ABSENCE DE CONTACT MECANIQUE ENTRE ROTOR ET STATOR

Absence de contact mécanique entre rotor et stator entraîne :

- Pas d'usure mécanique : suppression de l'entretien mécanique et très grande durée de vie ;
- Pas de lubrification : suppression des pompes , filtres, réservoirs , tuyauterie.
- Très grande vitesse périphérique : Très grande vitesse de rotation avec grands diamètres d'arbre aux paliers ;
- Fonctionnement totalement silencieux ;

- La puissance dissipée est de l'ordre de 1 à 2 % celle des paliers à huile : échauffement minimal , rendement élevé ;
- Fonctionnement possible dans le vide ou milieux variés ;
- Fonctionnement à température très basse (-150°C) ou très élevée (450°C).

### **B- AVANTAGES PROCURES PAR L'ASSERVISSEMENT ELECTRONIQUE**

- Contrôle de la position instantanée du rotor : possibilité de régler la position axiale et radiale du rotor; Equilibrage automatique (rotation du rotor autour de son axe d'inertie) supprimant les vibrations dues au balourd; Suppression des autres vibrations par création dans les paliers de forces en opposition ;

- Raideur réglable élevée : Grande précision de position du rotor ;
- Amortissement réglable très élevée : passage des vitesses critiques de paliers et d'arbre.;
- Surveillance permanente du fonctionnement sans capteurs supplémentaires : vitesse , charges sur le palier, position du rotor et excentricité , valeur et fréquence des perturbations .

Les avantages résultant de cette combinaison d'électronique et d'électromagnétisme pour assurer une fonction mécanique sont donc nombreux et le palier magnétique actif apporte aux machines des performances inaccessibles aux autres types de paliers.



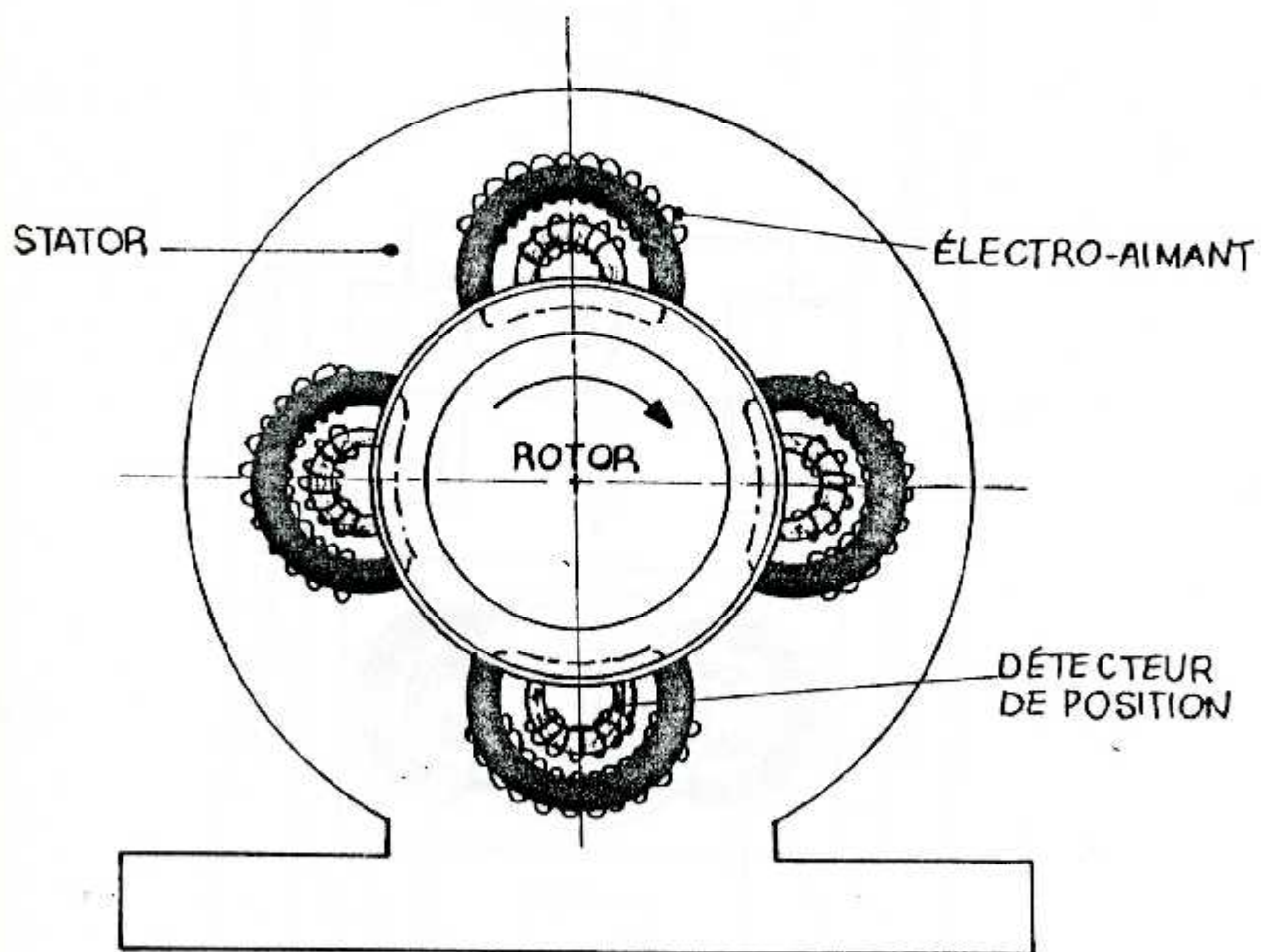


Fig 3-1 : REPRESENTATION DU PALIER MAGNETIQUE

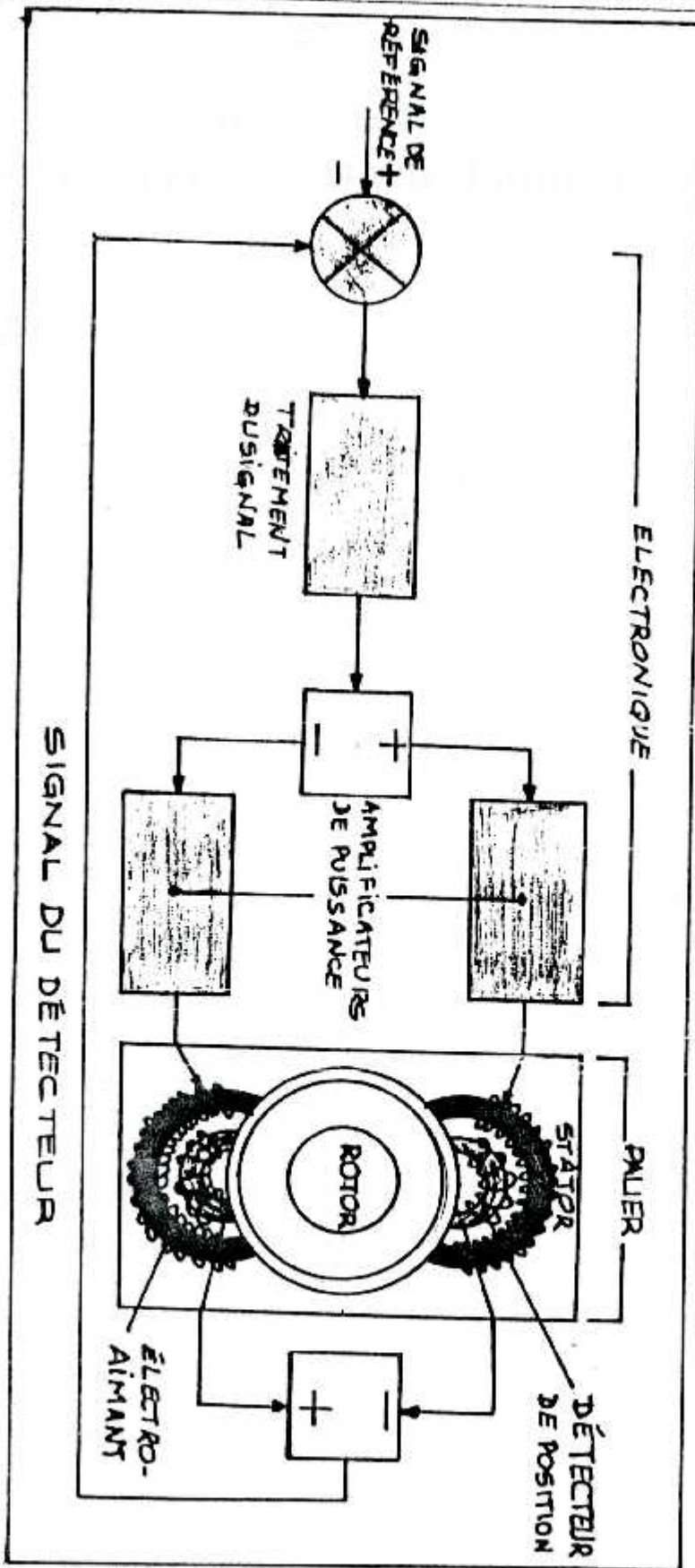


FIG 3-2 : PRINCIPE DE L'ASSERVISSEMENT ELECTRONIQUE

## CHAPITRE IV

### **CONCEPTION D'UN PALIER MAGNETIQUE**

#### Nomenclature

- $A_1 = W_1 \cdot L$  : Surface transversale d'un pied de l'aimant
- $A_p = (W_1 + 2t)L$ : L'aire de la surface de contact entre les pôles de l'aimant et l'objet attiré
- $A_{cs}$  : Surface de refroidissement
- $B_1$  : Induction magnétique à travers un pied de l'électro-aimant
- $C$ : Distance séparant le pôle de l'aimant de l'objet attiré
- $D$  : Diamètre extérieur d'encombrement (espace)
- $G$ : Le gain (partie réelle)
- $H_b$ : Hauteur de La bobine
- $H_1$ : Hauteur du pied de l'électro-aimant
- $i_1$ : Courant traversant l'enroulement de l'«électro-aimant supérieur
- $i_2$ : L'intensité du courant traversant l'enroulement de l'inférieur.
- $k_{eq}$ : Raideur équivalente du roulement
- $k_f$ : Raideur du courant de roulement
- $k_x$ : Raideur de position de roulement
- $k_h$ : Coefficient de convection
- $L$ : Longueur axiale du palier
- $N$  : Nombre de tours par enroulement
- $PF$ : Coefficient d'encoche
- $r_d$  : Rayon du disque laminaire
- $r_m$ : Rayon moyen de l'enroulement
- $r_w$  : Rayon du fil utilisé pour l'enroulement

- $t_1$  : Epaisseur du pied de l'électro-aimant
- $t_2$  : Epaisseur du pied de la bobine
- $w_2$  : Largeur de la bobine
- $w_1$  : Largeur du pied de l'électro-aimant
- $\theta_1$  : Angle exprimant la distance d'un pôle de l'électro-aimant
- $\theta_2$  : Distance angulaire séparant les pôles de deux électro-aimants différents
- $\mu_0$  : Perméabilité
- $\sigma$  : Conductivité du fil
- $\theta$  : échauffement admissible

#### **4-1 PARAMETRES DE CONCEPTION D'UN PALIER MAGNETIQUE**

La méthode de conception décrite dans cette étude s'applique à une classe spécifique de paliers magnétiques.

La géométrie globale de ce type de paliers est respectivement sur la figure (4.1). Le palier est constitué de quatre aimants de deux pôles chacun . Les pôles sont situés tout autour d'un disque laminaire monté sur l'arbre.

La surface de chaque face (pôle) peut être augmentée en lui joignant un appendice tangentiel.

Ces appendices servent de guidage pour le bobinage . Celui-ci est soit enroulé directement sur les aimants ou sur des bobines à parois minces.

Dans tous les cas envisagés , la section transversale des spires est prise rectangulaire. (voir Fig 4.2).

Les quatre plus importants paramètres dans la conception des paliers magnétiques sont :

- La rigidité , raideur du roulement
- Charge de roulement
- Le flux maximum dans les aimants
- La température maximum de service dans le bobinage
- Encombrement

Etablissant les équations régissant ces paramètres, c'est la base même d'une méthode de conception qui est définie.

Le problème que pose le choix de la meilleure solution concernant le flux (densité) et la température de service est plus épineux que celui posé par la détermination de la rigidité et la capacité de charge du palier qui souvent sont dictées par les exigences spécifiques de la conception.

A titre d'exemple , il est possible de vouloir minimiser la densité maximum du flux dans les aimants et la température dans les bobinages.

Seulement , ce critère donne lieu à une conception encombrante de paliers avec de très grands diamètres extérieurs.

C'est pour cette raison que le jugement personnel de l'ingénieur de conception est primordial dans ce type d'optimisation.

## **4-2 EQUATIONS REGISSANTS LES PARAMETRES DE CONCEPTION**

### **A- Charge de roulement**

Dans le chapitre II « lévitation magnétique » on a vu que la force électromagnétique a pour expression :

$$F = \frac{N^2 \cdot I^2 \cdot \mu_0 S}{2X^2}$$

Soit la figure 4.3, on a deux électro-aimants avec deux pôles chacun .

Pour l'électro-aimant supérieur :

$$F_{1x} = F_{1x1} + F_{1x2}$$

$F_{1x}$  : force magnétique de l'électro-aimant supérieur par rapport a la verticale.

Comme les deux pôles de l'électro-aimant ont les mêmes caractéristiques magnétiques (même nombre de spires , même courant traversant les bobines ).

On aura :

$$F_{1x1} = F_{1x2} = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot i_1^2 \cdot Ap \cos\left[\left(\frac{1}{2}\right)\theta_1 + \theta_2\right]}{2C^2}$$

$i_1$  : le courant traversant l'enroulement de l'électro-aimant supérieur

$C$  : Distance séparant le pôle de l'aimant de l'objet attiré

$Ap$  : L'aire de la surface de contact entre les pôles de l'aimant et l'objet attiré

$$F_{1x}^2 = F_{1x1}^2 + F_{1x2}^2 + 2 F_{1x1} \cdot F_{1x2} \cos (F_{1x1} , F_{1x2})$$

$$F_{1x1} = F_{1x2}$$

$$F_{1x}^2 = 2 F_{1x1}^2 + 2 F_{1x1} \cdot F_{1x2} \cos (F_{1x1} , F_{1x2})$$

On a effectué une rotation de  $45^\circ$  par rapport à l'axe vertical x pour la position du pied de l'électro-aimant

$$\text{Donc : } \cos (F_{1x1} , F_{1x2}) = \cos (90^\circ)$$

$$F_{1x}^2 = 2 F_{1x1}^2$$

$$F_{1x} = \frac{\sqrt{2} \cos\left[\left(\frac{1}{2}\right)\theta_1 + \theta_2\right] \cdot \mu_0 \cdot N_1 \cdot i_1^2 \cdot Ap}{2C^2}$$

Pour l'électro-aimant inférieur /

$$\vec{F}_{1x} = \vec{F}_{2x1} + \vec{F}_{1x1}$$

$F_{2x}$  : force électromagnétique de l'électro-aimant inférieur par rapport à la verticale.

$$F_{2x1} = F_{2x2} = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot i_2^2 \cdot Ap \cos\left[\left(\frac{1}{2}\right)\theta_1 + \theta_2\right]}{2C^2}$$

$i_2$  : L'intensité du courant traversant l'enroulement de l'électro-aimant inférieur et on a gardé le même nombre de spire  $N$ , la même surface de contact  $Ap$  et la même distance  $C$ .

$$F_{2x} = \frac{\sqrt{2} \cos\left[\left(\frac{1}{2}\right)\theta_1 + \theta_2\right] \cdot \mu_0 \cdot N_2 \cdot i_2^2 \cdot Ap}{2C^2}$$

Le bilan des forces appliquées au système par rapport à l'axe vertical  $x$  est

En équilibre :

$$\sum \text{forces} = 0$$

$$\vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} + \vec{F} = 0$$

$F = mg$  poids de l'objet attiré

On pose : 
$$Cg = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left[\left(\frac{1}{2}\right)\theta_1 + \theta_2\right]$$

$$F = \frac{Cg \cdot \mu_0 \cdot N^2 \cdot i_1^2 \cdot Ap}{C^2} - \frac{Cg \cdot \mu_0 \cdot N^2 \cdot i_2^2 \cdot Ap}{C^2}$$

$$F = Cg \cdot \mu_0 \cdot Ap \left(\frac{N}{C}\right)^2 \cdot (i_1^2 - i_2^2) \quad (1)$$

## B- Densité maximale du flux dans les aimants

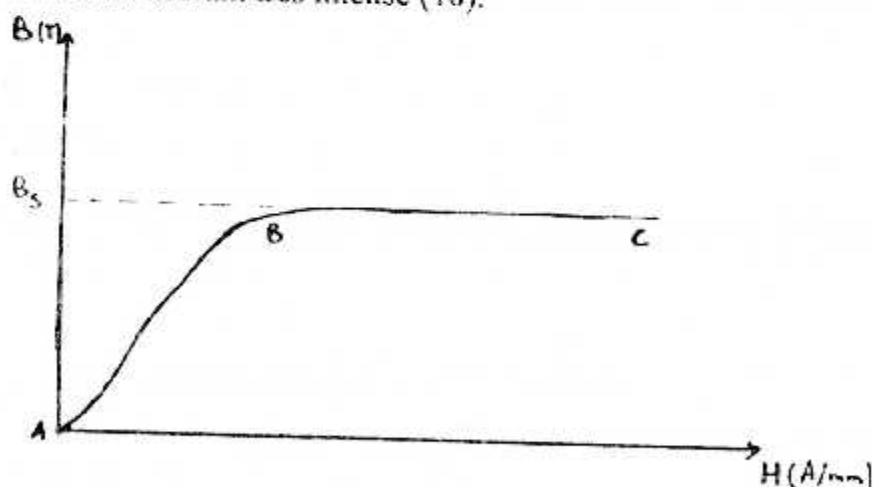
### 1- Phénomène de saturation magnétique

L'étude de la variation de l'aimantation du fer et des autres matériaux ferromagnétiques en fonction de l'intensité du champ magnétique extérieur révèle différentes particularités dans les comportements de ces matériaux, qui présentent une grande importance pour la pratique.

Plaçons un échantillon de fer non aimanté dans un champ magnétique et mesurons l'aimantation  $I$  du fer en fonction de l'intensité  $H$  du champ appliqué. Tout au début, l'aimantation  $I$  croît rapidement avec  $H$ , puis sa croissance devient de plus en plus lente de milliers d'Ampère par mètre, l'aimantation cesse de croître.

Cela signifie que tous les courants élémentaires ayant été alignés, le fer est arrivé à l'état de saturation magnétique, Figure 4.4.

On obtient ainsi très aisément des inductions  $B = 1,1$  à  $1,2$  tesla mais, par suite de la saturation du fer, il est difficile d'aller au delà, même en faisant circuler dans les bobines un courant très intense (18).



**Figure 4.3 : Courbe de première aimantation**

Branche AB : l'aimantation  $I$  croît avec l'intensité  $H$  du champ appliqué  
 Branche BC : Les augmentations de  $I$  finissent par devenir égales à celles de  $H$ .

A ce moment on dit que le fer est saturé et que l'aimantation arrive à sa saturation.



## 2- DETERMINATION DU FLUX MAGNETIQUE

### A- RAPPEL

La majorité des applications techniques des électro-aimants se fonde sur leur aptitude à attirer des objets en fer.

La force avec laquelle l'électro-aimant attire le fer diminue rapidement à mesure qu'augmente la distance entre le noyau de l'électro-aimant et les objets en fer.

Et pour que l'électro-aimant possède une force portante aussi grande que possible, on doit augmenter l'aire de la surface de contact entre les pôles de l'aimant et l'objet attiré.

### B- EXPRESSION DU FLUX MAGNETIQUE

Soit  $\Phi$  le flux magnétique entre le pôle de l'aimant et le disque.

$$\Phi = A_p \cdot B_s \quad (2)$$

$A_p$  : L'aire de la surface de contact entre le pôle de l'aimant et l'objet attiré

$$A_p = (w_l + 2t) \cdot L$$

$B_s$  : L'induction magnétique dans l'espace séparant le pôle de l'aimant et l'objet attiré

$B_i$  : L'induction magnétique dans le pied de l'aimant

$$\Phi = A_i \cdot B_i$$

$A_i$  : Surface transversale d'un pied de l'aimant

$$A_i = W_l \cdot L$$



On remarque que le flux considéré dans le circuit magnétique reste constant .

De l'expression (a) et (b) on a :

$$B_i A_i = A_p B_s \quad (c)$$

$$B_s = \mu_0 H \quad (d)$$

$\mu_0$  : Perméabilité du vide

H: Champ magnétique ou intensité magnétique

$$\text{Et } \int H dl = N i_1 \Rightarrow H = \frac{N i_1}{C}$$

N : Nombre de spire

$i_1$  : Intensité du courant

C : Distance séparant le pôle de l'aimant de l'objet attiré

Alors l'équation (4) devient :

$$B_s = (\mu_0 \cdot N \cdot i_1) / C$$

Et l'expression du flux est :

$$\Phi = B_i \cdot A_i = (A_p \cdot \mu_0 \cdot N \cdot i_1) / C$$

avec :

$$B_i = (\mu_0 \cdot N \cdot i_1 \cdot A_p) / (A_i \cdot C)$$

$$\Phi = (A_p \cdot \mu_0 \cdot N \cdot i_1) / C$$

$\Phi$  : est la densité maximale du flux dans les aimants

## C- TEMPERATURE MAXIMALE D'OPERATION

Le passage du courant dans un conducteur est toujours accompagné d'un dégagement de chaleur : ce phénomène a reçu le nom d'effet Joule.

La chaleur dégagée par l'effet Joule correspond à la consommation d'une quantité égale d'énergie électrique apportée par le courant . Il y a transformation de l'énergie , celle ci passant de la forme électrique à la forme calorifique .

### 1- Température d'équilibre d'un fil parcouru par un courant

Soit un conducteur parcouru par un courant électrique , par suite de l'effet Joule, il est le siège d'un dégagement de chaleur et sa température tend à s'élever de plus en plus.

Or, un corps dont la température est supérieure à celle du milieu ambiant tend à se refroidir , cette déperdition de chaleur se fait de différentes façons ; mais on peut dire que la quantité de chaleur perdue par seconde croît rapidement avec la différence de température entre le corps chaud et le milieu ambiant.

Donc, le fil dans lequel on lance un courant et qui s'échauffe par effet Joule, sa température commence par croître rapidement , puis de moins en moins vite au fur et à mesure que les pertes de chaleur deviennent plus importante par suite de cet échauffement même ; elle finie par devenir stationnaire.

Le fil atteint sa température d'équilibre lorsque la chaleur perdue par seconde est égal à celle qui est produite par l'effet Joule pendant le même temps.

### 2- Equation de la chaleur

L'obtention de l'équation de la chaleur est très compliquée ce qui a nécessité plusieurs suppositions afin de simplifier sa forme (19).

En premier , il faut que la bobine (là où en enroule les fils) soit un bon isolant thermique , et cela pour qu'il n'y aura pas de transfert de chaleur entre l'enroulement et l'aimant.

Deuxièmement, il faut que l'enroulement lui même soit un bon conducteur . Avant d'entamer aucun calcul il faut estimer un échauffement admissible  $\theta$  au dessus de la température du milieu ambiant, donc on peut écrire /

$$\theta = t_{lim} - t_{ex}$$

$\theta$  : Echauffement admissible

$t_{lim}$  : Température limite du conducteur

$t_{ex}$  : Température du milieu ambiant

Supposons que les pertes de puissance quelle que soit leur nature , sont égale à P.

Alors , la perte d'énergie pendant un temps élémentaire s'exprime par pdt. Une autre partie d'énergie est transmise au milieu ambiant , par exemple , à l'air extérieur.

La transmission de chaleur dépend de la différence de température entre le corps chaud et le milieu ambiant, de l'échauffement admissible  $\theta$  et de la surface Acs de refroidissement.

Le transfert de chaleur par convection en fonction de  $\theta$  obéit à une loi complexe mais dans une gamme de températures étroite , on peut considérer qu'il est proportionnel à  $\theta$  .

On pose que le transfert de chaleur par le corps chaud pendant l'intervalle élémentaire de temps est égal à  $k_h . Acs. \theta . dt$  .

$k_h$  : Coefficient de convection

Acs.: Surface de refroidissement

$\theta$ : Echauffement admissible

Conformément au raisonnement qui vient d'être développé, on peut écrire l'équation d'échauffement ou de la chaleur d'un corps homogène.

$$pdt = k_h \cdot Acs \cdot dt .$$

pdt : Perte d'énergie pendant un temps élémentaire .

Dans notre cas la perte d'énergie, c'est l'énergie dégagée par effet Joule.

$$pdt = R \cdot i_1^2 \cdot dt$$

R : Résistance du fil

$$R = \frac{2\pi \cdot r_m \cdot N}{\sigma \cdot \pi \cdot r_w} \quad \text{de la forme } R = l/S$$

$r_m$  : Rayon moyen d'enroulement

$r_w$  : rayon du fil utilisé pour l'enroulement

$\sigma$  / Conductivité du fil

Alors l'équation (a) devient :

$$R = \frac{2 \cdot r_m \cdot N \cdot i_1^2}{\sigma \cdot r_w^2 S} + k_h \cdot Acs \cdot \theta$$

$$\theta = \frac{2 \cdot r_m \cdot N \cdot i_1^2}{\sigma \cdot r_w^2 \cdot k_h \cdot Acs} \quad (3)$$

$\theta$  : Représente l'échauffement ou la température admissible .

C'est la température maximale d'opération

### D- RAIDEUR DU ROULEMENT

On a vu que dans le chapitre II, la force électromagnétique a pour expression :

$$F = \sqrt{2} \cdot \cos\Phi \cdot p\phi \cdot A\phi \cdot N^2 \cdot \left[ \frac{i_1^2}{C^2} - \frac{i_2^2}{C^2} \right] \quad (1)$$

Nous constatons que la force électromagnétiques F est fonction de deux importants paramètres qui sont le courant de l'électro-aimant ( $\delta U$ ) et la position séparant l'électro-aimant de l'objet attiré ( $\delta C$ ).

Donc :  $F = f(C,U)$

Pour linéariser l'équation (1), le développement de Taylor est appliqué.

$$Sf(C,U) = (\delta f / \delta C) \delta C + (\delta f / \delta U) \delta U$$

On pose :  $M = \sqrt{2} \cos \Phi . p o . A p . N^2$

$$f = f(C, U) = M \cdot \left[ \frac{i_1^2}{C^2} - \frac{i_2^2}{C^2} \right]$$

$$Sf(C, U) = -2M \cdot \left[ \frac{i_1^2}{C^3} - \frac{i_2^2}{C^3} \right] \delta C + M \cdot \left[ \frac{2i_1}{C^2} - \frac{2i_2}{C^2} \right] \delta U$$

$$Sf(C,U) = A . \delta C + B . \delta U$$

Avec :  $A = -2M \left[ \frac{i_1^2}{C^3} - \frac{i_2^2}{C^3} \right]$

$$B = 2M \left[ \frac{i_1}{C^2} - \frac{i_2}{C^2} \right]$$

Le chapitre III, figure 3.2, la commande par retour d'état s'écrit :

$$\delta U = G . \delta C \quad (\text{voir Annexe C})$$

G : Représente le gain

$$Keq = A . \delta C + B . \delta U$$

$$Keq = A . \delta C + B.G . \delta U$$

$$Keq = Kx + Ki . G$$

Avec :  $Kx = A . \delta C ,$  Raideur de position

$Ki = B . \delta U ,$  Raideur de courant

$$K_{eq} = -2M \cdot \left[ \frac{i_1^2}{C^3} - \frac{i_2^2}{C^3} \right] + 2M \cdot \left[ \frac{i_1}{C^2} - \frac{i_2}{C^2} \right] \cdot G$$

$$K_{eq} = 2\sqrt{2} \cdot \cos\Phi \cdot \rho_0 \cdot A_p \cdot (N^2 / C^2) \cdot \left[ \frac{i_1^2 - i_2^2}{C} \right] +$$

$$2\sqrt{2} \cdot \cos\Phi \cdot \rho_0 \cdot A_p \cdot (N^2 / C^2) \cdot [(i_1 - i_2)] \cdot G \quad (4)$$

$$K_{eq} = -2\sqrt{2} \cdot \cos\Phi \cdot \rho_0 \cdot A_p \cdot (N^2 / C^2) \cdot \left[ \left( \frac{i_1^2 - i_2^2}{C} \right) - G(i_1 - i_2) \right]$$

### 4-3 LES RELATIONS GEOMETRIQUES

Pour les paramètres de conception d'un palier magnétique, on a abouti à quatre (04) équations avec huit (08) inconnues ( $w_2$ ,  $t$ ,  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $K_{eq}$ ,  $W_b$ ,  $H_b$ ). Pour la résolution de ces équations, on a eu recours aux relations géométriques, déduites de la géométrie globale du type de palier afin de déterminer les inconnues.

#### a- Détermination de la largeur du pied de l'électro-aimant ( $w_1$ ) et la hauteur de la bobine ( $h_b$ )

Raisonnant d'après la figure 4.2

On doit supposer que l'espace entre deux pôles d'un même électro-aimant est le double de la longueur de l'épaisseur du pied de l'aimant plus la longueur de l'espace entre le pôle de l'aimant et l'objet attiré, donc cet espace séparant deux pôles d'un même électro-aimant a pour valeur  $[2(t+c)]$ . Cet espace a été choisi par le constructeur pour réduire les risques d'accouplement entre les pôles d'électro-aimant.

$$\sin\theta_2 = (t + C) / (rd + C)$$

$$\sin\theta_2 \approx \theta_2$$

$$\theta_2 \approx (t + C) / (rd + C) \quad (a)$$

D'après la figure 4.1 on a :

$$\theta_1 = (3/2) \theta_2 = 2\pi/np$$

np : Nombre total de pôles

Dans notre cas , on a 04 électro-aimants avec 02 pôles chacun ,

donc np = 8

$$2\theta_1 + 3\theta_2 = \pi/2$$

Et on a d'après la figure 4.2 :

$$\sin (\theta_1/2) = [(w1/2)+t] / (rd+C)$$

$$(rd + C) \sin (\theta_1 / 2) = (w1/2)+t$$

$$w1 = 2 [(rd+C)(\sin (\theta_1 / 2)-t)] \quad (5)$$

wi : Largeur d'un pied de l'électro-aimant

De la même manière et en tenant compte des relations géométriques :

$$\text{tang } [1/2(\theta_1 + \theta_2)] = [(w1/2)+wb] / (rd + C + t)$$

$$wb = (rd + C + t) \text{ tang } [1/2 (\theta_1 + \theta_2)] - 1/2 w1 \quad (6)$$

En additionnant l'équation se rapportant à la hauteur de la bobine et celle donnant la hauteur du pied de l'électro-aimant , on obtient :

$$hb = -2.(rd + C) + [(rd + C + H1)^2 - w_b^2]^{1/2} + \left[ (rd + C)^2 - \frac{1}{4} w_1^2 \right]^{1/2} \quad (7)$$

En assumant que la section transversale de la surface d'enroulement est égale à l'ouverture de la section transversale de la surface de la bobine , une autre équation contenant les paramètres inconnus peut être obtenue.



$$PF = \sum Cu / Se$$

PF : Coefficient d'encoche

$$PF = 0,65 \text{ à } 0,75$$

$\sum Cu$  : La section totale du film de cuivre

Se : Surface d'encoche

$$PF = \frac{N \cdot \pi \cdot r_w^2}{(w_b - t_b)(H_b - 2t_b)}$$

$$H_b = \frac{N \cdot \pi \cdot r_w^2}{(w_b - t_b)PF} + 2t_b \quad (8)$$

### b- Calcul de la surface de refroidissement (Acs)

D'après al figure 4.4, on a comme surface de bobinage en contact avec l'aire quatre surfaces bien déterminées.

La 1<sup>ère</sup> surface :

$$S_1 = (H_b - 2 t_b ) L$$

La 2<sup>ème</sup> surface

$$S_2 = (H_b - 2t_b ) (2w_b + w_1)$$

Donc :

$$Acs = 2S_1 + 2S_2$$

$$Acs = 2(H_b - 2t_b) (L + w_1 + 2w_b)$$

$H_b$  : Hauteur de la bobine

$t_b$  : épaisseur de la bobine

$L$ : Longueur axiale du palier

$w_i$ : Largeur du pied de l'électro-aimant

$w_b$ : Largeur de la bobine

**c - Calcul du rayon moyen d'enroulement ( $r_m$ )**

D'après la figure 4-4 et en supposant que la base de la surface transversale de l'enroulement est rectangulaire. On aura

$$2\pi r_m = 2(2w_b + w_i) + 2L$$

Approximativement on trouve :

$$r_m = (1/\pi) (2w_b + w_i + L)$$

**d- Détermination de la conductivité du fil  $\sigma$**

Si  $\rho$  est la résistivité du fil à la température absolue :

$$T = 273 + t$$

Et  $\rho_0$  celle à  $0^\circ\text{C} = 273^\circ\text{K}$

$$\rho/\rho_0 = T/273 = (273 + t) / 273 = 1 + (t/273)$$

$$\rho = \rho_0 [1 + (t/273)] \Rightarrow \rho = \rho_0 (1 + at) \quad (1)$$

$a = (1/273)$  Coefficient de température

La conductivité d'un fil  $\sigma$  est égale à l'inverse de la résistivité  $\rho$  (20).

$\sigma = 1/\rho$  donc l'expression (1) devient :

$$\sigma = \sigma_0 / (1+at) \quad (2)$$

Pour un fil de cuivre chimiquement pur à 0°C

$$\rho_0 = 1,55 \cdot 10^{-8} \quad \Omega \cdot m$$

$$\sigma_0 = 6,45 \cdot 10^7 \quad s/m$$

Pour un de cuivre technique à 0°C :

$$\rho_0 = 1,7 \cdot 10^{-8} \quad \Omega \cdot m$$

$$\sigma_0 = 5,9 \cdot 10^7 \quad s/m$$

#### 4- PROCEDURE DE CALCUL

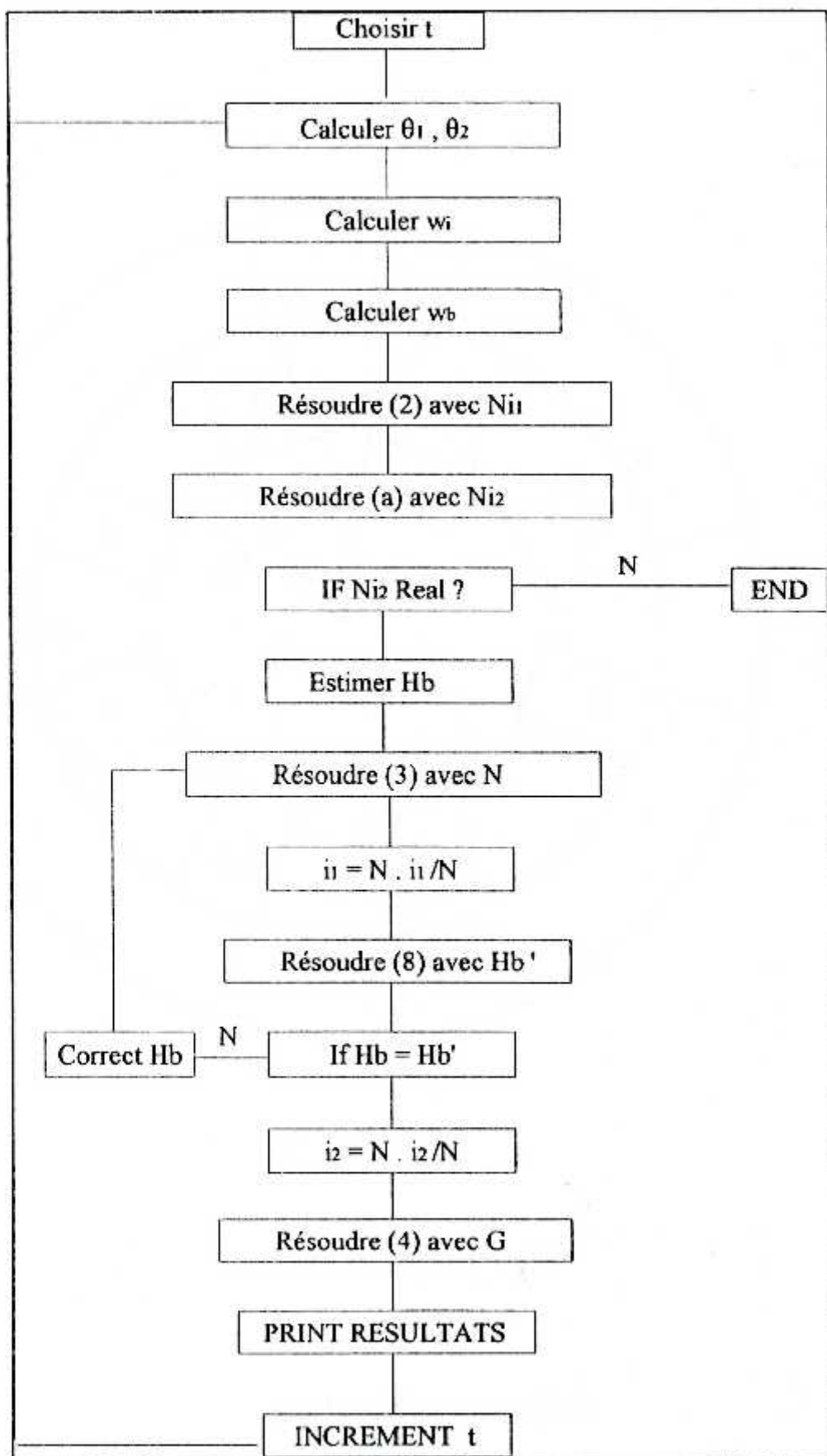
Pour la résolution des huit (08) équations trouvées régissant les paramètres dans la conception du palier magnétique , il y'a une procédure de calcul qui est al suivante :

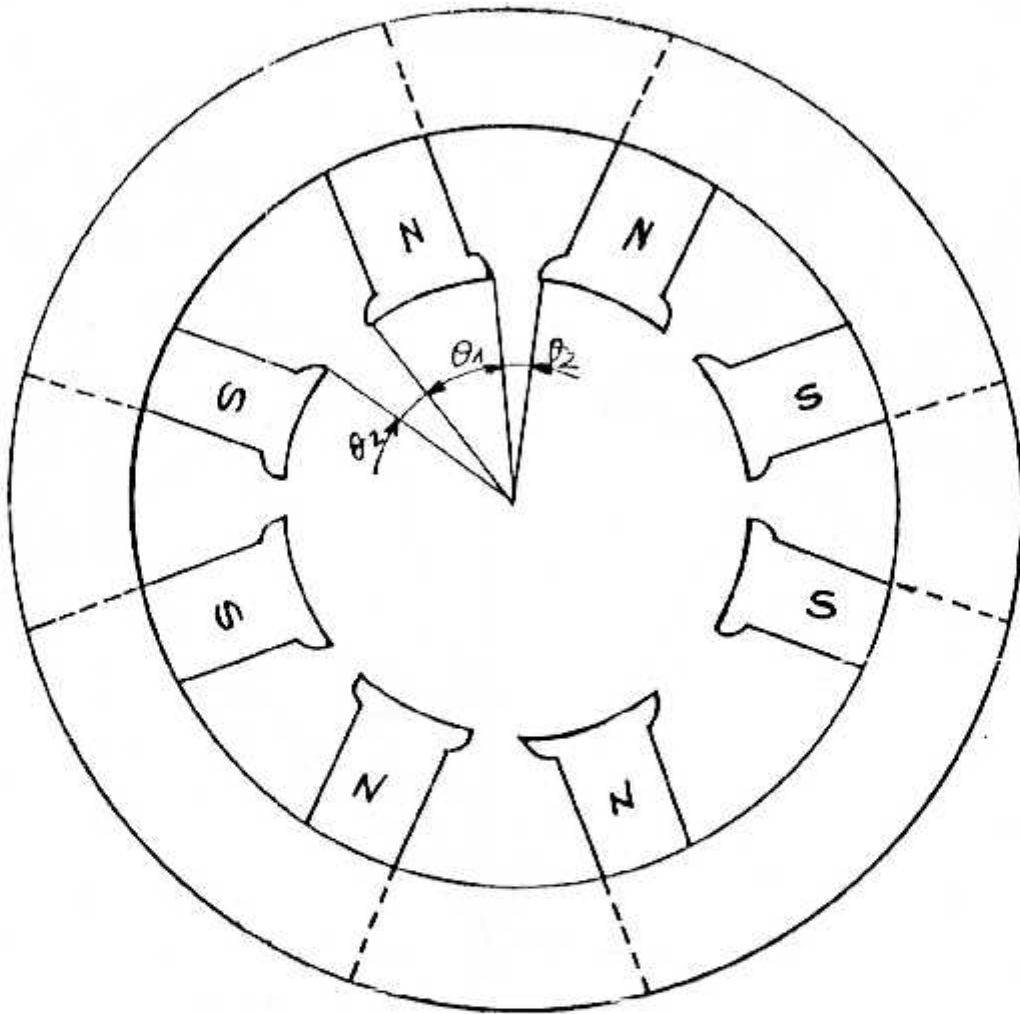
- Choisir le paramètre  $t$  : épaisseur du pied
- Calcul de  $\theta_1$  et  $\theta_2$
- Calcul de  $w_1$  (équation 5)
- Calcul de  $w_b$  (équation 6)
- Résolution de l'équation (2) du flux contenant le produit  $N \cdot I_1$
- Résolution de l'équation (a) de la force contenant le produit  $N \cdot i_2$ .

En obtenant ces valeurs , une méthode d'itération successive est employée pour obtenir les valeurs de  $N$ ,  $i_1$  et  $H_b$  .

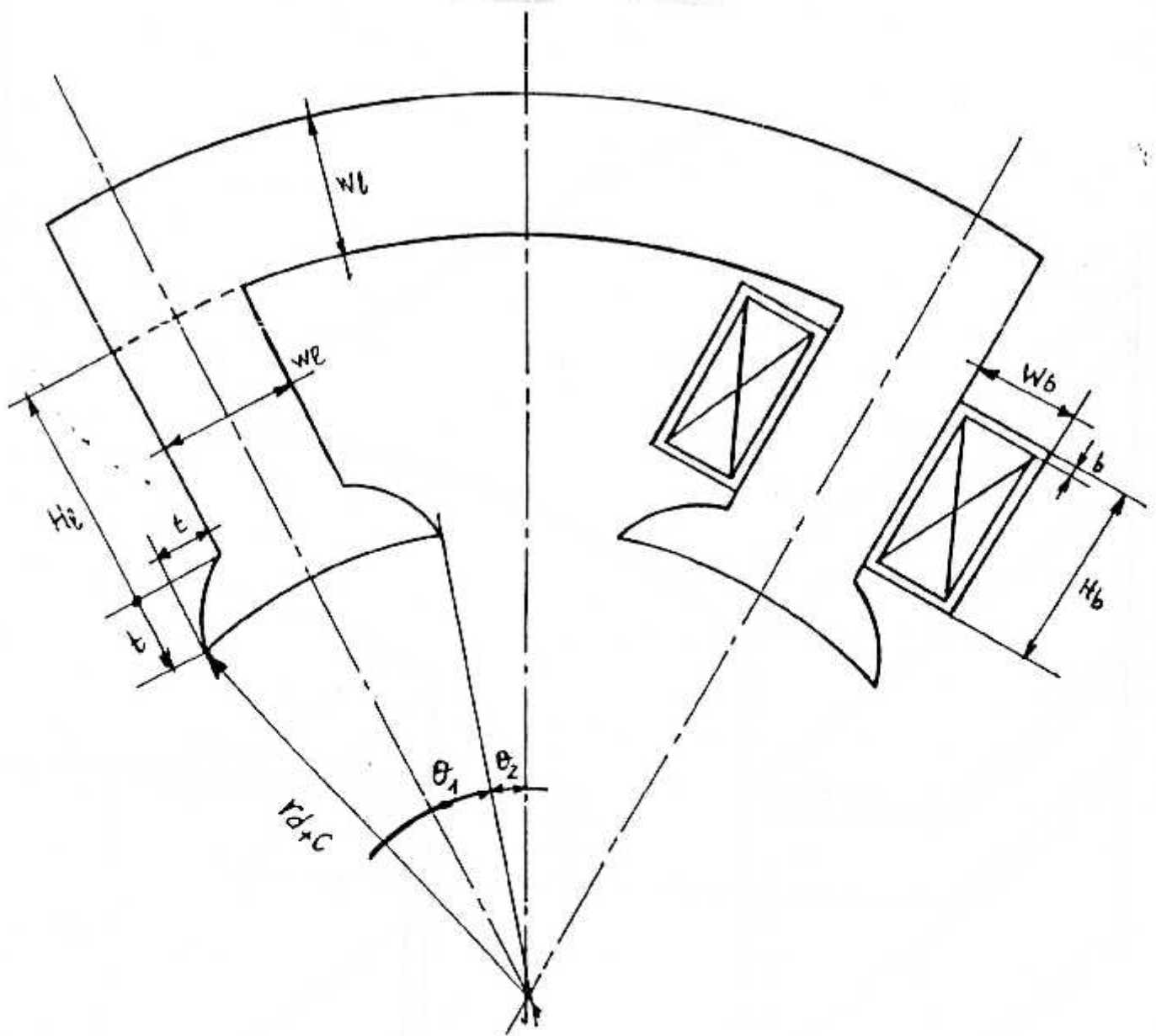
La méthode d'itération est la suivante :

- 1- Choisir une valeur de  $H_b$
- 2- Utiliser cette valeur de  $H_b$  et le produit  $N.i_1$  pour résoudre l'équation (3) de la température contenant  $i_1$ .
- 3- Diviser  $N.i_1$  par  $i_1$  , pour obtenir  $N$ .
- 4- Résoudre l'équation (8) qui contient  $H_b$  et vérifier avec la valeur de  $H_b$  déjà choisie.
  - Si elle ne correspond pas, revenir et assumer de nouveau une valeur pour  $H_b$
  - Si elle correspond , diviser  $N. i_2$  par  $N$  pour obtenir  $i_2$ .
- 5- résoudre l'équation (4) de la raideur du roulement contenant le gain  $G$

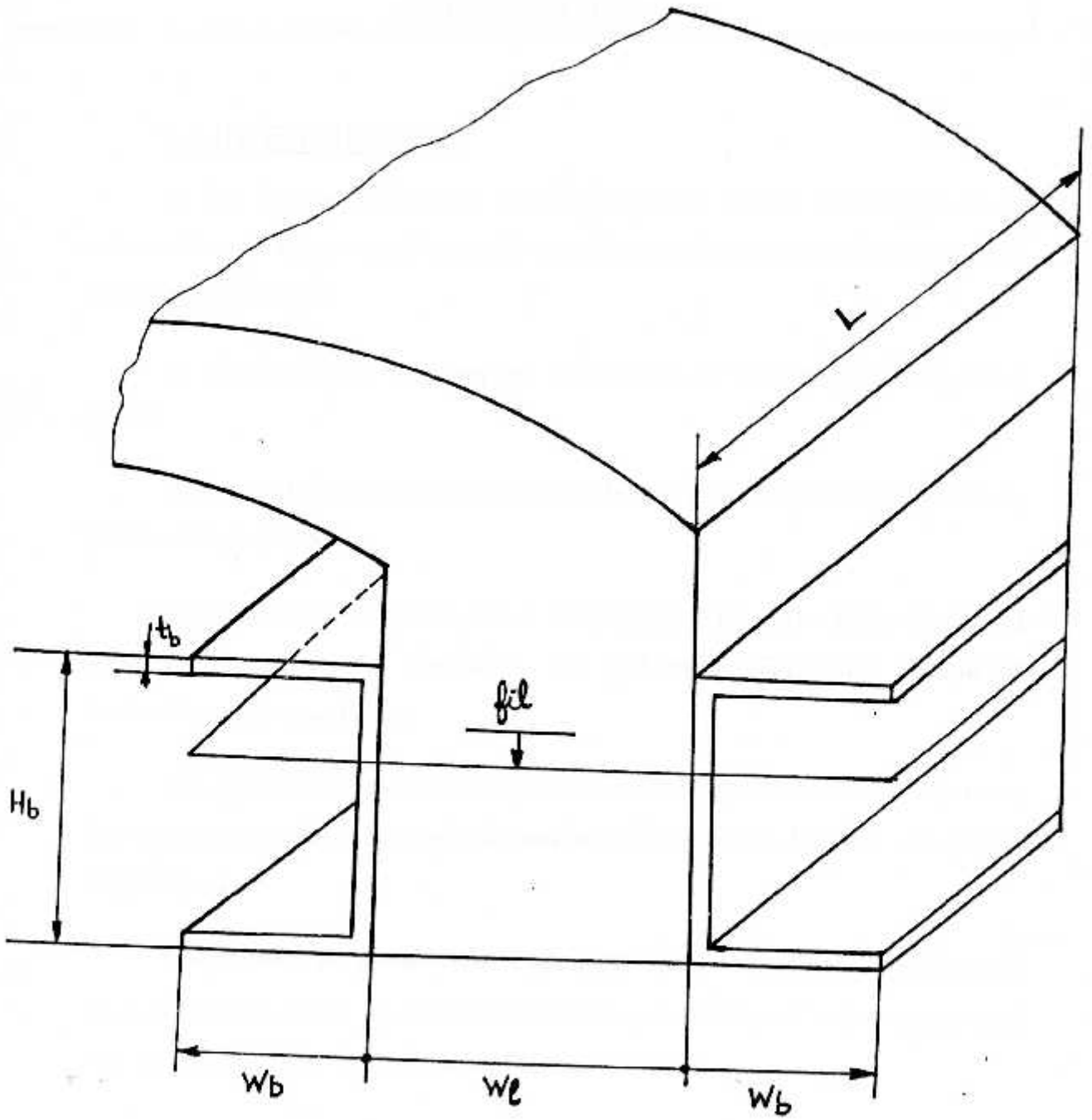




**Fig 4-1 : Palier magnétique**



**Fig. 4-2 : Géométrie du palier**



**Fig. 4-4 : Enroulement du bobinage**



## **CHAPITRE - V -** **APPLICATION**

### **5-1 INTRODUCTION :**

Le but de ces applications est d'appliquer la théorie développée et de comparer les performances d'un rotor sur palier usuel avec celles du même rotor sur palier magnétique .

Le système étudié est composé d'un arbre, de cinq disques et de deux paliers.

Dans ces applications les coefficients des roulements sont indépendants de la vitesse de rotation .

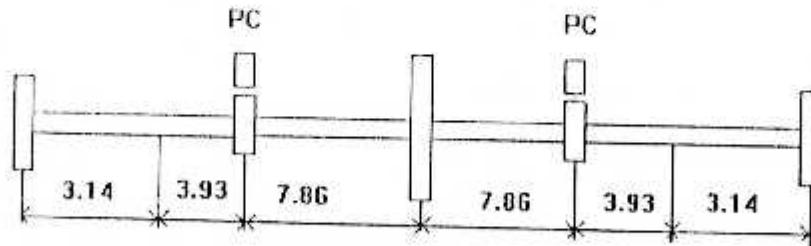
Pour faciliter l'étude du système , on a utilisé le logiciel « Rotor Dynamics Analysis » permettant la résolution des problèmes matricielles complexes auxquelles on est confrontés.

Ces applications consistent à prendre le même système et à l'étudier une fois avec présence de paliers cylindriques lisses et une autres fois avec des paliers magnétiques.

Les données du problème sont tabulées . Il est à noter que le système est homogène étant donné que le module de Young  $E$  et la masse volumique  $\rho$  sont identiques pour toutes les parties du système.

**5-2 CAS D'UN PALIER CYLINDRIQUE LISSE****a- Modélisation du système .**

le rotor étudié dans cette première application est un rotor de laboratoire constitué d'un arbre uniforme supportant cinq disques . Ce rotor est lui même supporté par deux paliers cylindriques et il est de configuration symétrique .



D'après les abaques (Annexe B) et la charge au paliers on obtient les coefficients dynamiques suivants :

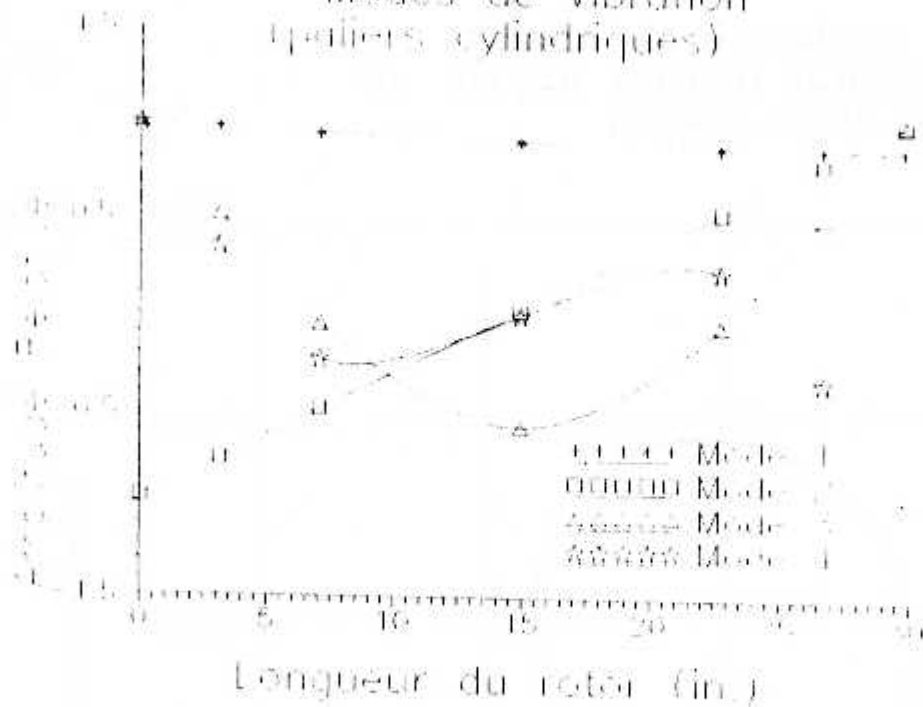
$$\text{-Raideurs [K]=} \begin{bmatrix} 576.4 & 682 \\ 682 & 576.4 \end{bmatrix}$$

$$\text{-Amortissements [C]=} \begin{bmatrix} 42 & 16 \\ 16 & 42 \end{bmatrix}$$

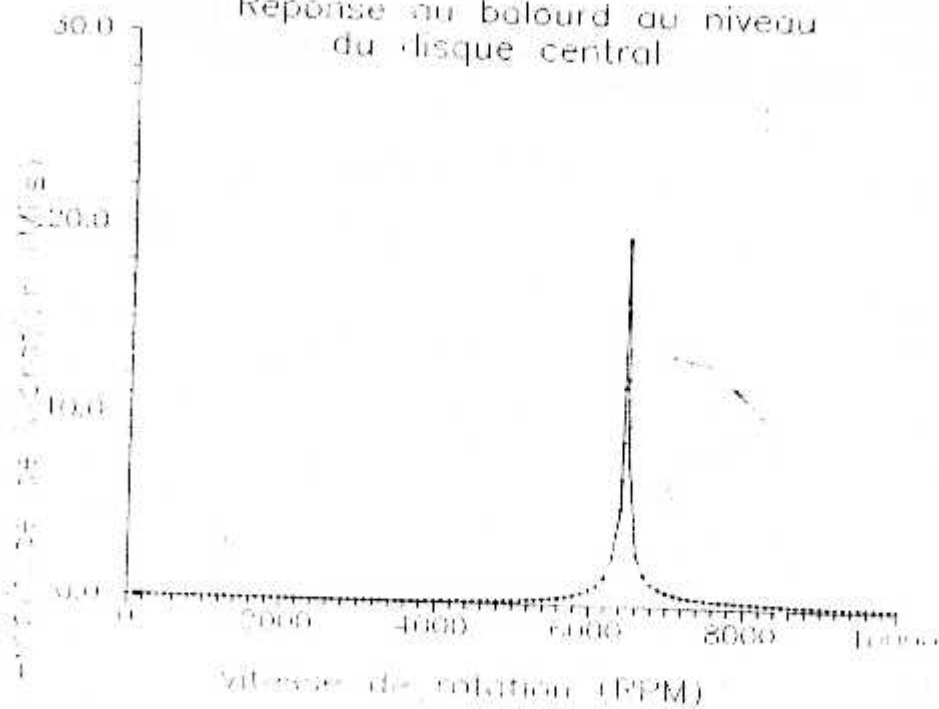
Fréquences du système .

N°	Non amorties (CPM)	Avec amortissement (CPM)
1	1458	160.4
2	1563	6417
3	6468	6426
4	12870	10695

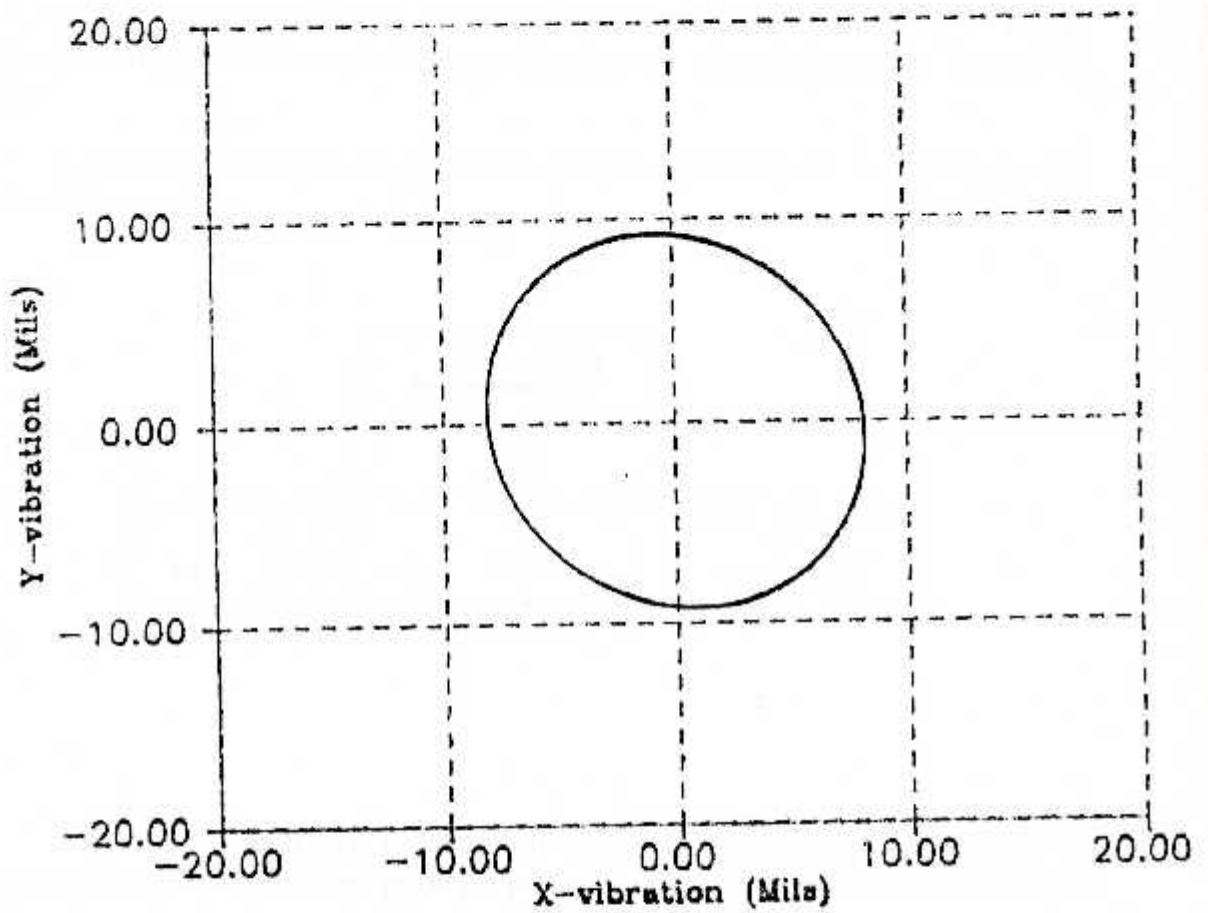
### Modes de Vibration (plans; cylindriques)



### Reponse au balourd au niveau du disque central



Orbite de vibration au niveau  
du disque central (palier cylindrique)  
vitesse 6500 RPM

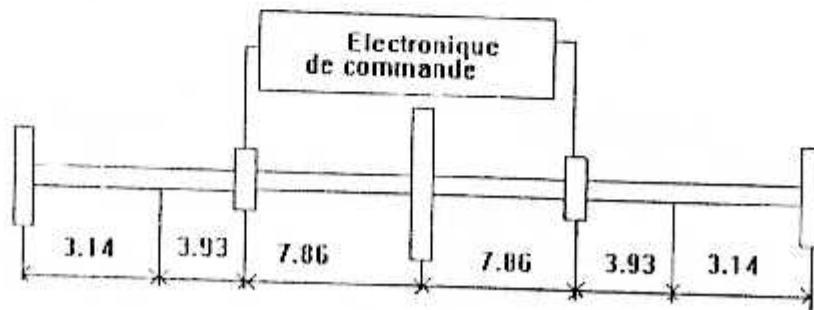


### 5-3 CAS D'UN PALIER MAGNETIQUE

#### a- Modélisation du système.

Le modèle proposé est le même qu'on a étudié avec paliers cylindriques lisses, avec même nombre de disques, de stations, de paliers et de degrés de liberté.

A l'exécution, qu'à la place des paliers cylindriques, on présente des paliers magnétiques.



D'après le chapitre IV (conception du palier magnétique), on obtient les différents paramètres de conception du palier qui sont représentés dans le tableau N°1 page.

#### b-Détermination des différents paramètres de conception du palier magnétique

Les différents paramètres de conception de ce palier sont représentés dans le tableau N°1 Pages 70

#### c-Détermination des modes de vibration du rotor

Vu les 7 stations avec 4 degrés de liberté pour chaque station, on est en présence de 28 modes.

Chaque mode propre est caractérisé par sa vitesse critique et les déplacements de chaque station suivant les 2 directions x et y.

Les résultats sont donnés dans les pages :

avec 1-c : Raideur équivalente minimale

2-c : Raideur équivalente maximale

**d- Détermination de la reponse du disque central au balourd en fonction de  $K_{eq}$ :**

L'amplitude de vibration est représentée pour différentes raideurs allant de la raideur équivalente Minimale à la raideur équivalente maximale.

Le résultat est donné dans le graphe (page 72 ).

**Donnees**

**Geometriques**

T=0.00318  
C=0.0011  
Tb=0.00064  
L=0.020  
Ra=0.0050  
R=0.090  
Rw=0.00050  
F=22.12

**Electriques**

Teta=40  
Delta=0.5000E+0.8  
Mu=0.1256E-0.5  
Kh=40  
Np=8  
G=8200  
Bi=1.1  
Bi=1.8

**Resultats**

**Geometriques**

Rd=0.0668  
Hl=0.0100  
Wl=0.0399  
Wb=0.0467  
Ap=0.0009  
Rm=0.0489  
Acs=0.0024

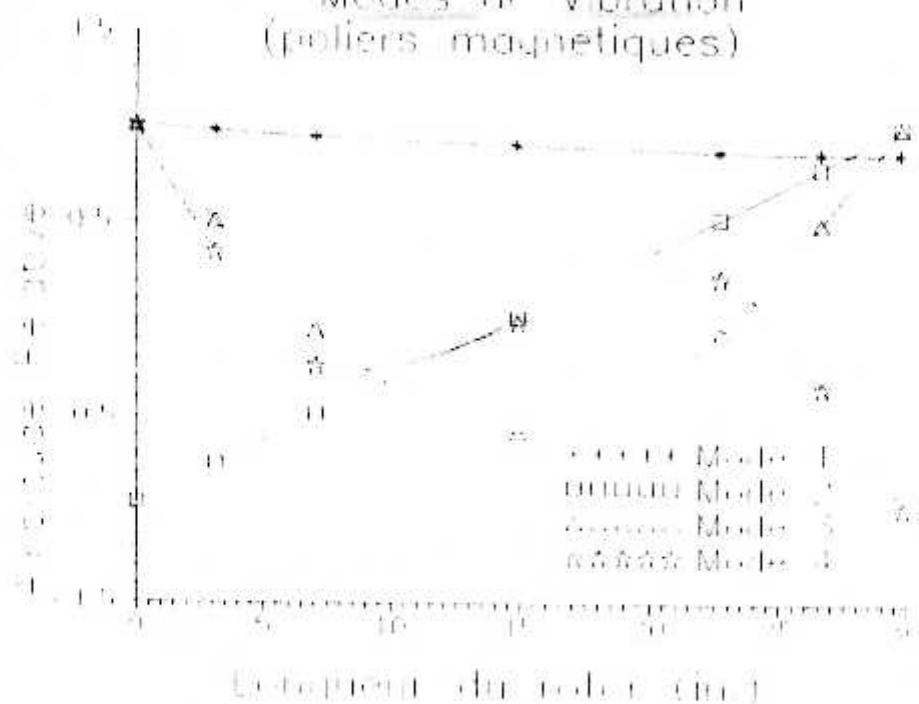
**Electriques**

Fi2=0.0566  
Fi1=0.7001  
Fi=0.0009  
Fi=0.0014  
i1=0.10210E+01  
i1=0.62394  
i2=0.47928  
i2=0.18880  
N=474  
N=1200

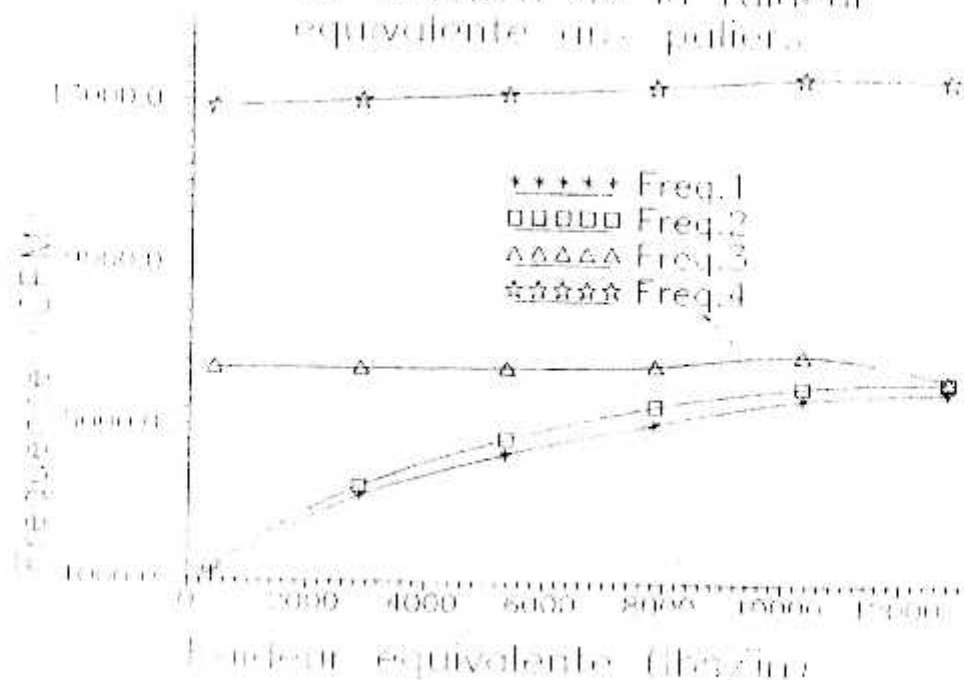
Raideur equivalente: minimale=393lb/in

Raideur equivalente: maximale=12767lb/in

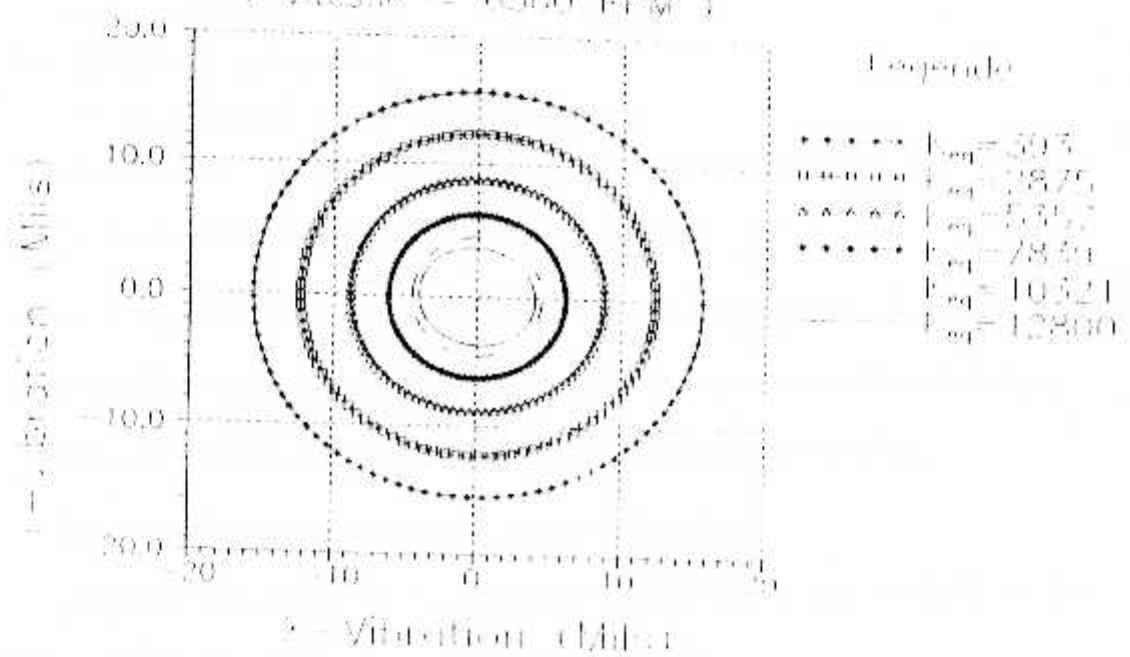
### Modes de Vibration (poutres magnetiques)



### Fréquences de vibration en fonction de la raideur équivalente aux poutres



curbes de vibration en fonction  
 de  $f_{eq}$  au niveau du disque central  
 (Vitesse = 6500 RPM)





## CONCLUSION GENERALE

La conception d'un mécanisme donné doit se faire d'une manière rationnelle et objective .

Elle tient compte d'un certain nombre de facteurs aussi importants les uns que les autres . On citera :

- L'aspect et l'impact économique
- Le temps de réalisation
- L'encombrement.
- La qualité , la longévité .
- La nécessité et la compétitivité du produit,... .

Les structures peuvent effectuer des mouvements de nature diverses sous l'action des sollicitations auxquelles elles sont soumises (23).

Les dites sollicitations sont de nature statique et dynamique .

Les sollicitations dynamiques sont des charges qui varient avec le temps .

Elles contribuent à l'apparition de forces dont celles de l'inertie.

Toute machine est constituée de plusieurs organes .

L'analyse et l'étude du comportement dynamique d'une machine se fait généralement sur un modèle dit modèle mathématique .

Aussi simple soit - il, le choix d'un modèle qui représente la structure étudiée est une tâche délicate .

Tout modèle doit représenter fidèlement la machine et permettre l'obtention de résultats fiables.

La diminution des bruits et des vibrations dans l'industrie et le milieu environnant est l'une des tâches principales du progrès technique (21) et (22) .

Dans ce contexte , la conception d'un palier magnétique et grâce aux avantages résultants de la combinaison d'électronique et d'électromagnétisme pour assurer une fonction mécanique sont nombreux et le palier magnétique apporte aux machines tournantes des performances inaccessibles aux autres types de palier.

L'étude faite dans cette thèse , nous a permis d'obtenir une expression de la raideur , cette raideur est une raideur équivalente , composée d'une raideur de position et d'une raideur de courant  $k_i$  , d'où l'avantage très important est que la raideur devient réglable et cela nous donne une grande précision de la position du rotor.

Ce contrôle de la position instantané du rotor, permet la possibilité de régler la position axiale et radiale du rotor; équilibrage automatique (rotation du rotor autour de son axe d'inertie ) supprimant ainsi les vibrations dues au balourd. De même la surveillance permanente du fonctionnement sans capteurs supplémentaires ; vitesse, charge sur le palier , position du rotor et excentricité, valeurs et fréquences des perturbations .

En plus des avantages dus à l'électronique d'asservissement , d'autres avantages apparaissent dans un palier magnétique et qui sont dus à sa conception proprement dite : C'est à dire l'absence de contact mécanique entre rotor et stator (partie tournante et partie fixe ) ce qui entraîne :

Pas d'usure mécanique donc très grande durée de vie et pas de lubrification alors suppression des pompes , filtres , réservoirs, tuyauterie (24).

L'inconvénient constaté dans l'étude de cette thèse est le très grand diamètre du palier magnétique, alors cela nécessite une étude approfondie de tous les mécanismes des parties magnétiques du palier (choix de la bobine, nature du fil utilisé, seuil limite de l'induction magnétique , température de service dans le bobinage,...) et cela pour réduire le diamètre extérieur du palier tout en étant certain que la force électromagnétique déduite , permet de supporter le poids de l'objet à léviter.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- (1)- Beams, J. W. , «Magnetic - Suspension ultra-centrifuge circuits»  
Electronics , March , 1954 .
- (2)- Beams, J. W. , Dixon, H.M., Robeson . A., « The magnetically  
suspended equilibrium centrifuge» . Journal of Physical Chemistry.  
Vol .59. 1955 . pp . 915-922 .
- (3)- Williams, C.E ., and Beams J. W ., « A magnetically suspended  
molecular pump ». 1961.
- (4)- Sabnis, A. V ., Dendy , J. B. and Schmit , F. M., « Magnetically  
suspended large momentum mheel ». Journal of Space Craft . Vol. 12.  
1975. pp. 420-427.
- (5) - Arkadeiv , V., « Hovering of magnet over supraconductor » . Journal  
of Physics. 1945. pp . 148-152. Moscou. 9.2
- (6)- Imlach , J. , Peallaire, Masmé and Lebarret ., « Magnetic bearing  
design optimization ». Department of mechanical and Aerospace  
engineering. University of Virginia.
- (7)- Hedjare, Ramadne , « Etude et simulation de la lévitation  
magnétique» . Thèse de Magister . Institut d'Electronique . Novembre  
1992. Université de Blida.
- (8)- Huber , Lumbroso ., « Electromagnétisme» Mc Gram - Hill . 1986.
- (9)- Schweitzer, G . and Traxler , A., « Design of magnetic bearings » .  
International Symposium on design and synthesis . July 11-13 , 1984 .  
Tokyo.
- (10)- Traxler, A . and Schwitzer , G., « Measurement of the force  
characteristics of a contactless electromagnetic Rotor Bearing ».  
May 08-12, 1984. Italy .
- (11)- Salm, J. R. , « Active electromagnetic suspension of an elastic Rotor  
Modeling , control and experimenatl Results » . Rotating machinery  
dynamics , ASME Design Technology. Conference, September 27-30.  
1987. Boston, Massachusetts.
- (12)- Nikolajsen, J. N . and Holms, R ., « Investigation of an  
electromagnetic Damper for vibration control of a transmission Shaft».  
Proceedings of institution of Mechanical engineers. Vol. 193. 1979.  
pp . 331-336.

- (13)- Bradford, C.D., Roberts, J. B. and Karumendiran, R., « Performance of an electromagnetic Bearing for the vibration control of a super critical Shaft ». June 2-4, 1986. Texas.
- (14)- Hebbale, K. V. and Taylor, D. L., « Non linear Dynamics of attractive magnetic Bearing ». June 2-4, 1986. Texas.
- (15)- Humphris, R. R., Kelm, R. D., Lewis, D. W., and Allaire, P. E. «Effect of control algorithms on magnetic journal Bearing properties». October, 1986.
- (16)- William, A. Nash, « Résistance des matériaux 2 » Série Schaum, New-York, 1975.
- (17)- Landesberg, G, « Electricité et magnétisme ». Edition Mir. Moscou, 1987.
- (18)- Zaitchik, M. « Problèmes et exercices d'électrotechnique générale». Edition MIR. Moscou, 1980.
- (19)- Krasnochtchekov, A. Soukomel, « Problèmes de transfert de chaleur». Edition Mir. Moscou, 1980.
- (20)- Kassatkine, A., « Electrotechnique générale». Edition Mir. Moscou, 1987.
- (21)- Radaev, D. Bojlov, G. Skordeva, G., « Bruits et vibrations des machines électriques et transformateurs ». Edition Technique. Sofia, 1982.
- (22)- Pissarev, A. « Théorie des vibrations». Edition Technique. Sofia, 1984.
- (23)- Delpedro, A., « Vibration des structures» Edition Universitaire Suisse Romande Genève 1989.
- (24)- Maghraoui, M., Ouali, Z., «Le palier magnétique : théories et application». 1ere journées d'étude de mécanique. Chlef, 14 et 15 Décembre 1993..
- (25)- Roland Bigret, « Vibrations des machines tournantes et des structures des cas ». Technique et Documentation. Tome I à IV. Paris, 1980..
- (26)- J.W. Lund, " Rotu-Bearings Dynamic Design Technology Part III: Design Handbook for Fluid-Film Bearings", Mecanical Technology Inc. Report AFAPL-TR-65-45, 1965.

- (27)- A.A. Raimondi and J. Boyd, " A Solution for the finite Journal Bearing and its application to Analysis and Design: III", A.S.L.E. Transaction Vol 1, N°1, pp. 194-209.

## ANNEXE A

### A SUBSTANCE DIAMAGNETIQUE, PARAMAGNETIQUE ET FERRO-MAGNETIQUE

Un électron qui gravite autour du noyau d'atome suivant une orbite circulaire est équivalent à un courant circulaire, de la sorte, par suite des mouvements des particules chargées à l'intérieur des atomes et des molécules toutes les substances possédant des propriétés magnétiques.

D'après l'hypothèse d'Ampère, il existe à l'intérieur des atomes et des molécules des courants élémentaires fermés (« courant particulaire » ou « courant Ampérienne »). Chacun de ces courants excite un certain champ magnétique. Mais dans la plupart des substances, la direction de ces courants internes est désordonnées, et le champ magnétique extérieur de telles substances est donc nul.

Suivant leur comportement dans des champs magnétiques extérieurs (par exemple, dans le champ excité à l'intérieur d'une bobine parcourue par un courant).

On distingue les substances paramagnétiques et les substances diamagnétiques créent un champ magnétique propre de même sens que le champ extérieur et donc renforçant ce dernier.

Dans les substances diamagnétiques placées dans un champ magnétique extérieur, il y a apparition d'un champ magnétique propre de sens inverse à celui du champ magnétisant et donc affaiblissant ce dernier.

La perméabilité magnétique relative  $\mu_r > 1$  pour les corps paramagnétiques et  $\mu_r < 1$  pour les corps diamagnétiques (7).

Parmi les paramagnétiques, il existe un groupe peu nombreux mais de grande importance pratique que l'on appelle corps ferromagnétiques. Ce sont le fer, le cobalt, le nickel, certaines terres rares (gadolinium). La perméabilité magnétique du ferromagnétique est grande et variable.

Les matériaux ferromagnétiques sont largement utilisés pour la construction des machines électriques, des transformateurs et des appareils électro-magnétiques les plus variés.

Ils servent à renforcer un champ magnétique et à lui donner une configuration désirée.

Placés dans un champ magnétique, ces matériaux acquièrent une aimantation considérable, beaucoup plus forte que celle des paramagnétiques et des diamagnétiques.

### B- PHENOMENE DE SATURATION MAGNETIQUE OU AIMANTATION DE SATURATION

L'étude de la variation de l'aimantation du fer et des autres matériaux ferromagnétiques en fonction de l'intensité du champ magnétique révèle différentes particularités dans le comportement de ces matériaux qui présente une grande importance pour la pratique.

Plaçant un échantillon de fer non aimanté dans un champ magnétique et mesurant l'aimantation  $I$  de fer en fonction de l'intensité  $H$  du champ appliqué.

Tout au début, l'aimantation  $I$  croît rapidement avec  $H$ , puis sa croissance devient de plus en plus lente et finalement pour des valeurs de  $H$  égales à plusieurs dizaines de milliers d'Amperes par mètre. C'est à dire, même si on augmente l'intensité du courant, l'aimantation cesse de croître.

Cela signifie que tous les courants élémentaires ayant été alignés, le fer est arrivé à l'état de saturation magnétique.

Pour les calculs d'électrotechniques, il importe de connaître la loi de variation de l'induction magnétique  $B$  en fonction de l'intensité  $H$  du champ magnétique.

Cette loi est assez compliquée et ne peut être exprimée par une formule simple quelconque.

C'est pourquoi on se sert pour ces calculs soit de tables indiquant la variation de  $B$  en fonction de  $H$  pour des matériaux ferromagnétiques standardisés, soit de la représentation graphique de cette variation sous forme de courbe d'aimantation.

### C- DESAIMANTATION ET CYCLE D'HYSTERESIS

Si, après avoir fait croître le champ jusqu'à ce que le barreau de fer soit pratiquement aimanté à saturation, on le fait décroître en diminuant l'intensité du courant, on constate que l'aimantation diminue, mais beaucoup moins vite qu'elle n'avait crû. Pour une même valeur de l'induction imposée  $B$ , l'aimantation  $I$  est nettement plus grande que lors de la première aimantation; il y'a une sorte de retard à la désaimantation, auquel on donne le nom d'hystérésis.

En particulier, lorsque le champ impose est redevenu nul, le barreau garde une assez forte aimantation: c'est l'aimantation rémanente  $I_r$ .

Pour faire disparaître l'aimantation du barreau, il faut le soumettre à une induction de sens opposé.

On appelle champ coercitif le module de l'induction qui annule l'aimantation  $I$ . Ces définitions générales étant données, il convient de préciser les comportements très différents des corps ferromagnétiques et leurs éventuelles utilisations.

#### D- CHOIX DES CORPS FERROMAGNETIQUES

Dans l'étude de la conception du palier magnétique, on a parlé de l'utilisation des électro-aimants qui sont des aimants temporaires.

En étudiant les courbes ou les tables indiquant la variation de l'induction magnétique  $B$  en fonction de l'intensité  $H$  pour différents corps ferromagnétiques, on remarque que le fer doux a une forte aimantation rémanente, voisine de son aimantation de saturation.

Mais le champ coercitif est très faible, aussi le fer doux se désaimante-t-il spontanément, dès qu'on supprime le champ magnétisant.

Le fer doux s'aimante fortement dans un champ magnétique, mais il se désaimante dès qu'on supprime ce champ.

L'électro-aimant est la principale application de cette aimantation temporaire du fer doux.

Pour l'acier, par contre, l'aimantation rémanente est nettement inférieure à l'aimantation de saturation; mais le champ coercitif est beaucoup plus grand que celui du fer doux.



L'acier s'aimante moins que le fer doux , mais reste aimanté après suppression du champ magnétique .

On utilise donc l'acier pour faire des aimants permanent . Pour réduire la perte hystérésis il est souhaitable d'utiliser des matériaux ferromagnétiques à cycle d'hystérésis relativement étroit et l'un de ces matériaux est l'acier en tôles magnétique doux.

Donc, en conclusion , comme un électro-aimant est un aimant temporaire , le choix se porte sur l'utilisation du fer doux et de son aimantation temporaire.

## ANNEXE B

### LES COEFFICIENTS DYNAMIQUES POUR PALIERS CYLINDRIQUES

Les résultats publiés pour des conditions de flux laminaire avec un lubrifiant non compressible sont généralement exprimés en coefficient adimensionnels

$$CK_{ij}/W \quad \text{et} \quad CwC_{ij}/W$$

Les graphes suivants donnent ces coefficients en fonction du rapport d'excentricité pour différents L/D.

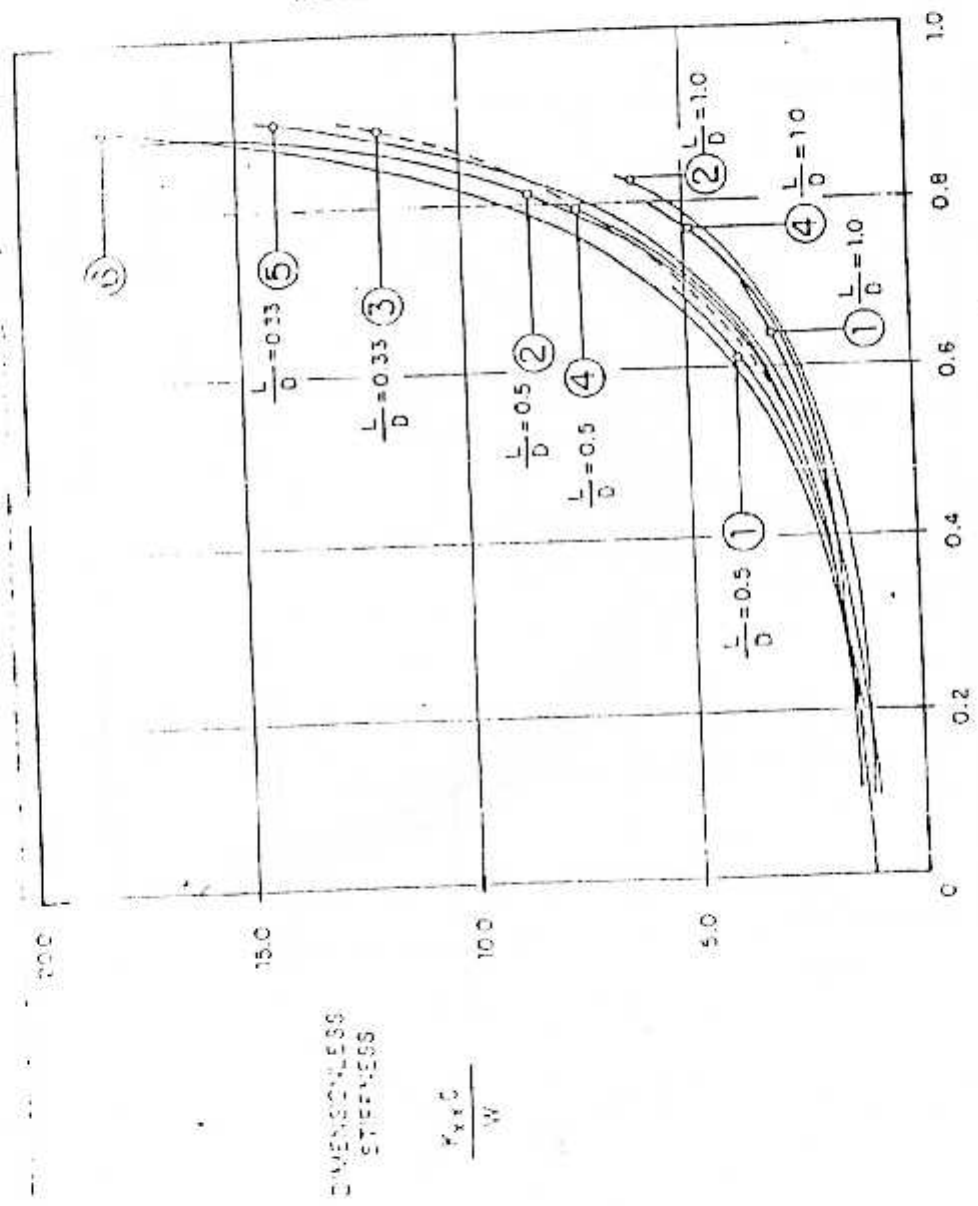


FIGURE 6.19 DIMENSIONLESS STIFFNESS COEFFICIENT VS. ECCENTRICITY RATIO

PLAIN  
CYLINDRICAL  
BEARING

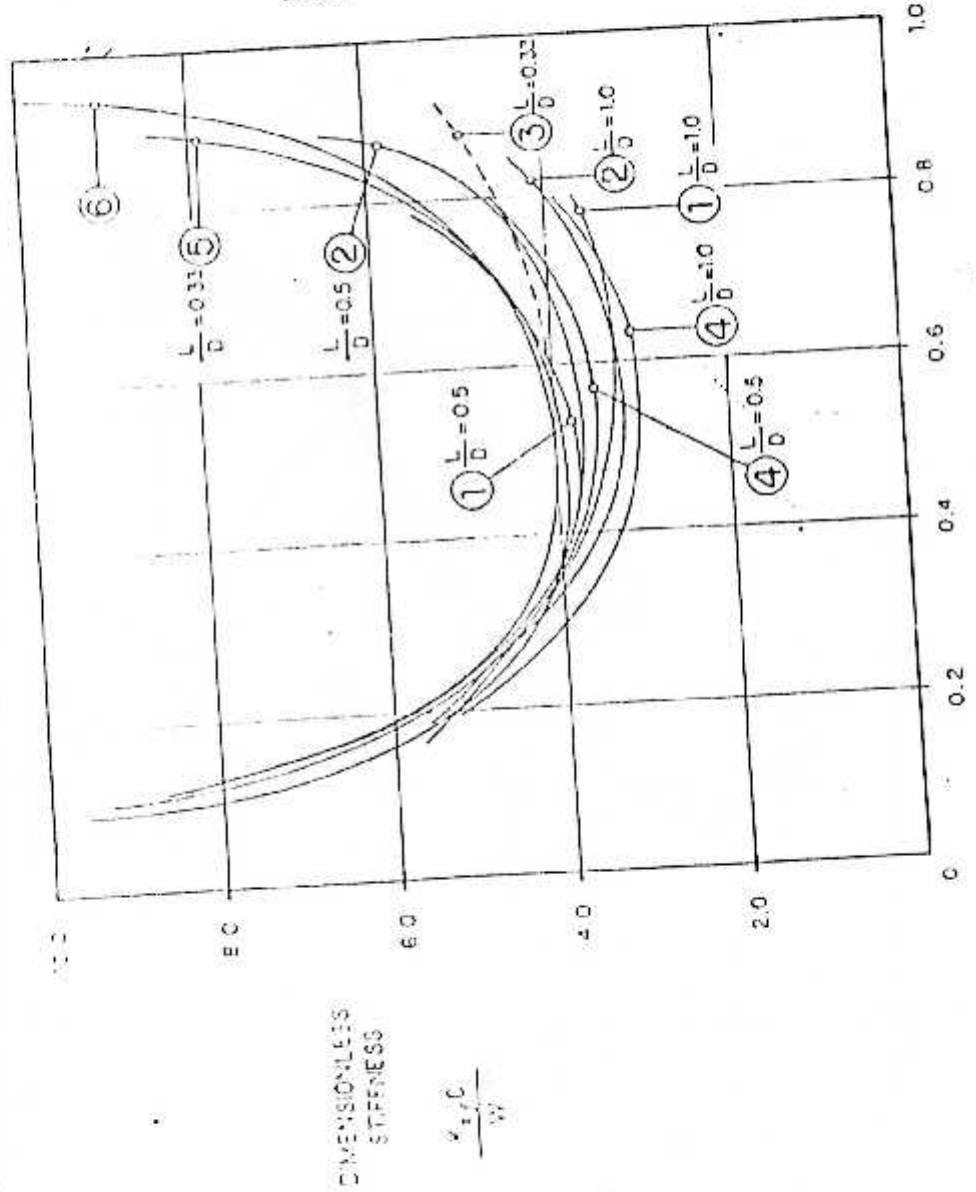


FIGURE 6.20 DIMENSIONLESS STIFFNESS COEFFICIENT VS. ECCENTRICITY RATIO

PLAIN  
CYLINDRICAL  
BEARING

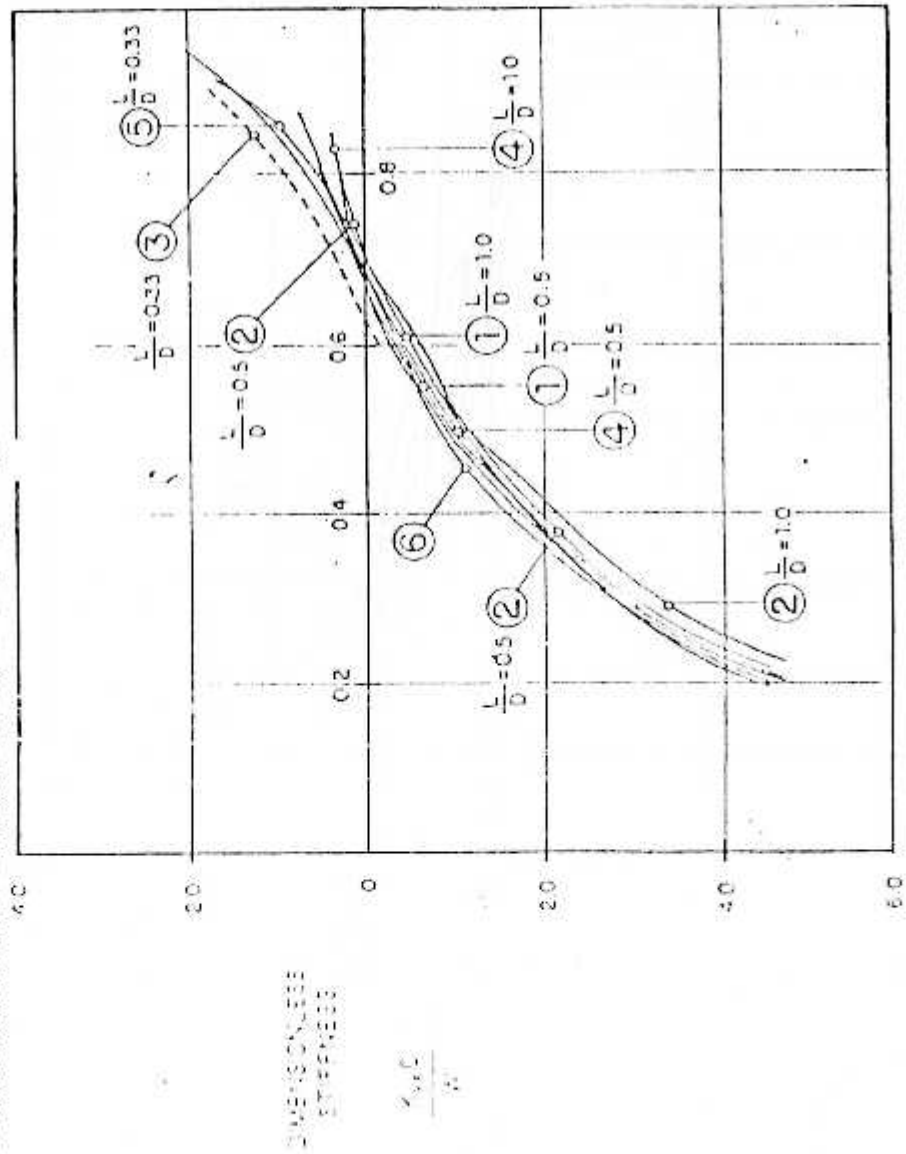


FIGURE 6.21 DIMENSIONLESS STIFFNESS COEFFICIENT VS. ECCENTRICITY RATIO

DIMENSIONLESS STIFFNESS

$$\frac{r_{1,2}^2}{D^2}$$

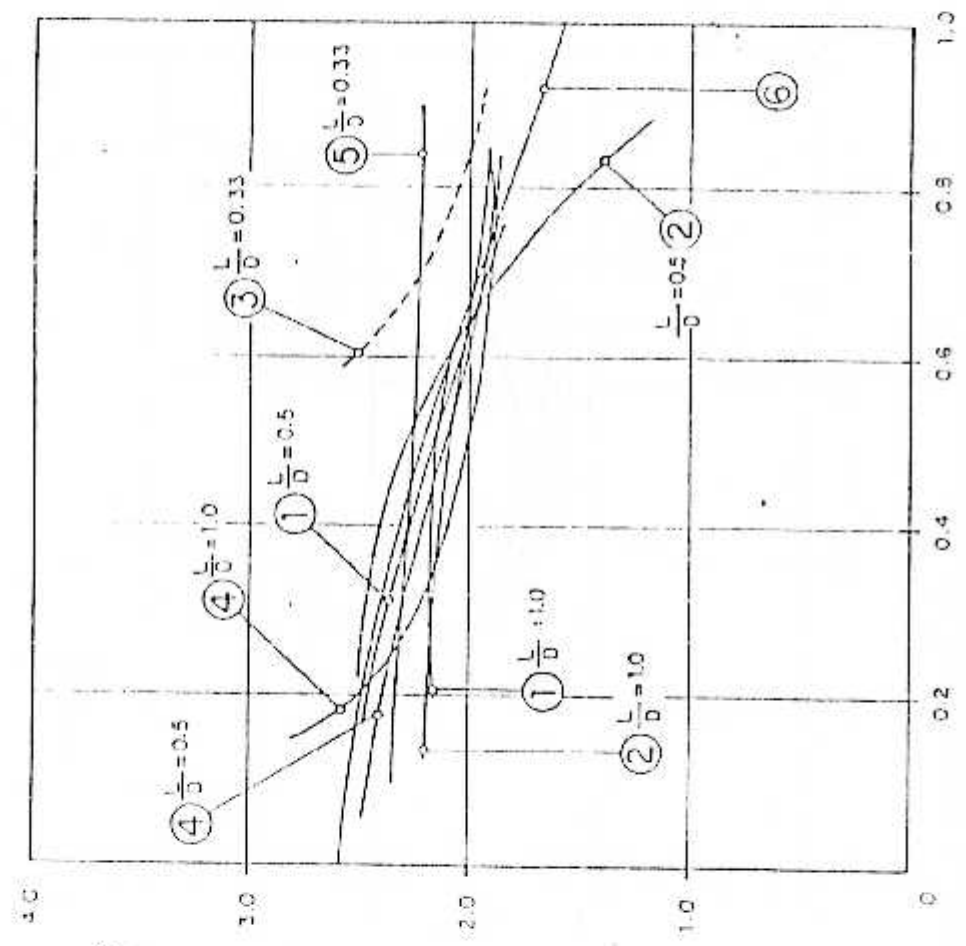


PLATE  
CYLINDRICAL  
BEARINGS

EGCENTRICITY RATIO  $\epsilon = \frac{e}{c}$

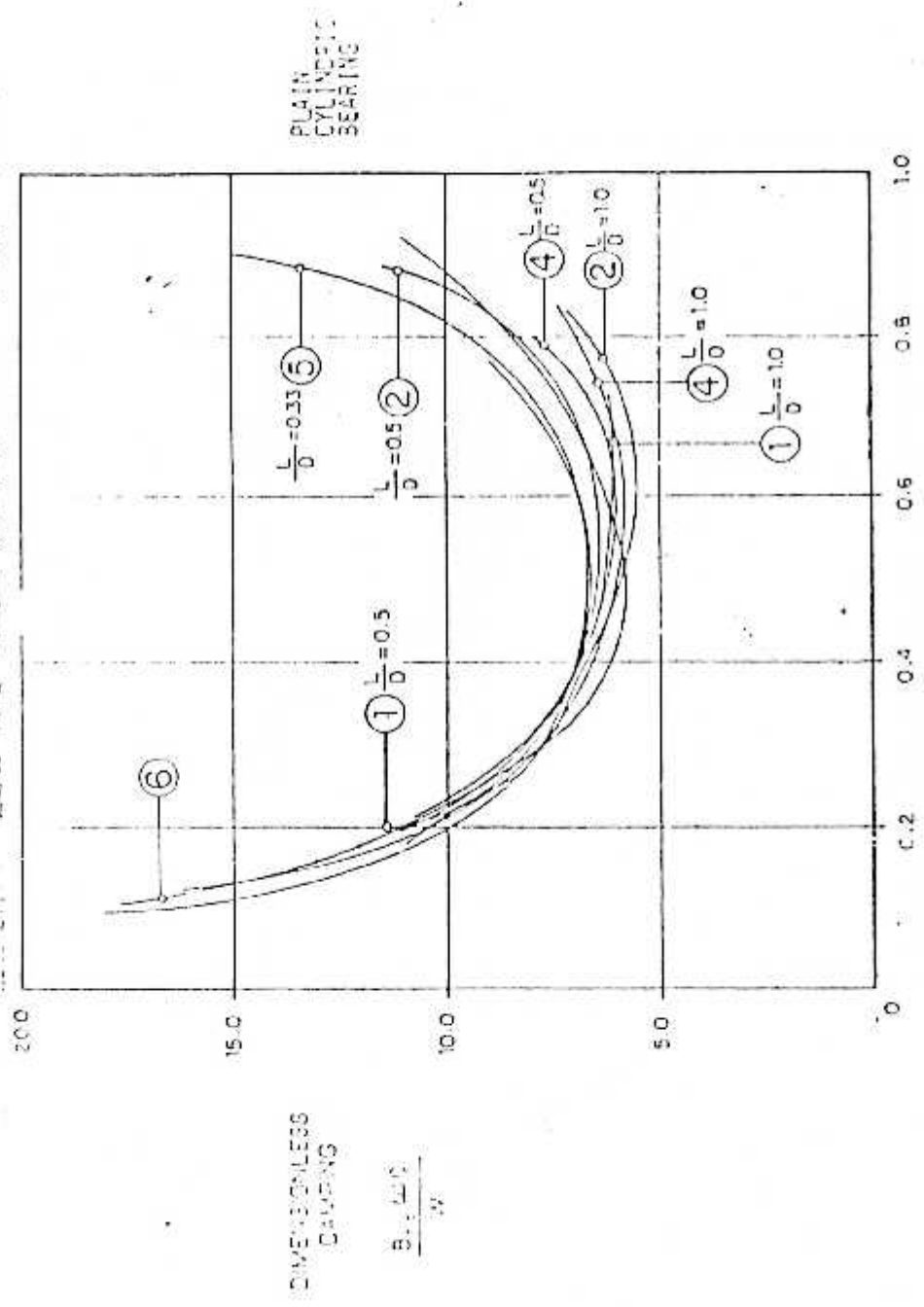


FIGURE 5-23: DIMENSIONLESS DAMPING COEFFICIENT VS. ECCENTRICITY RATIO

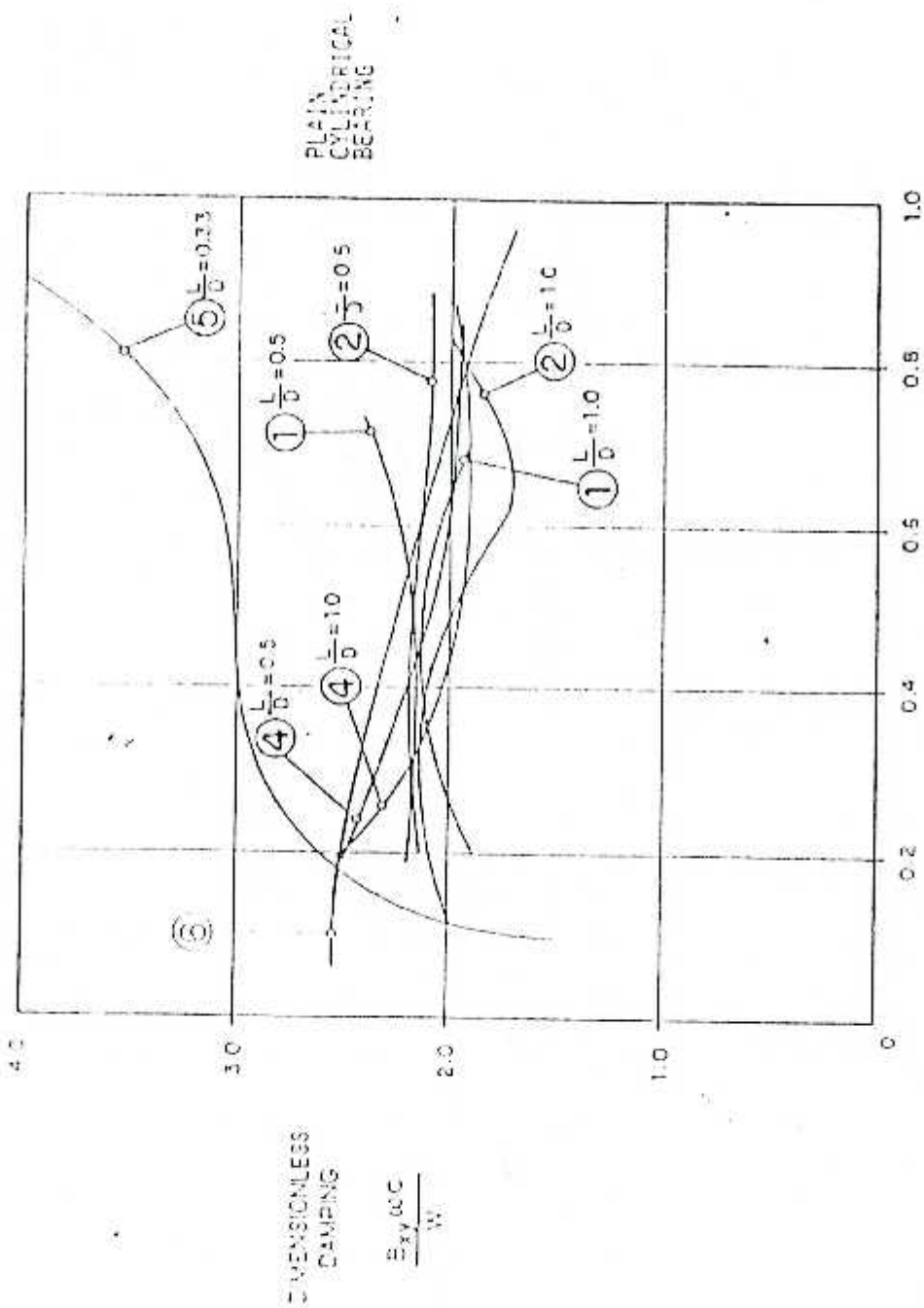


FIGURE 9.24. DIMENSIONLESS DAMPING COEFFICIENT VS. ECCENTRICITY RATIO



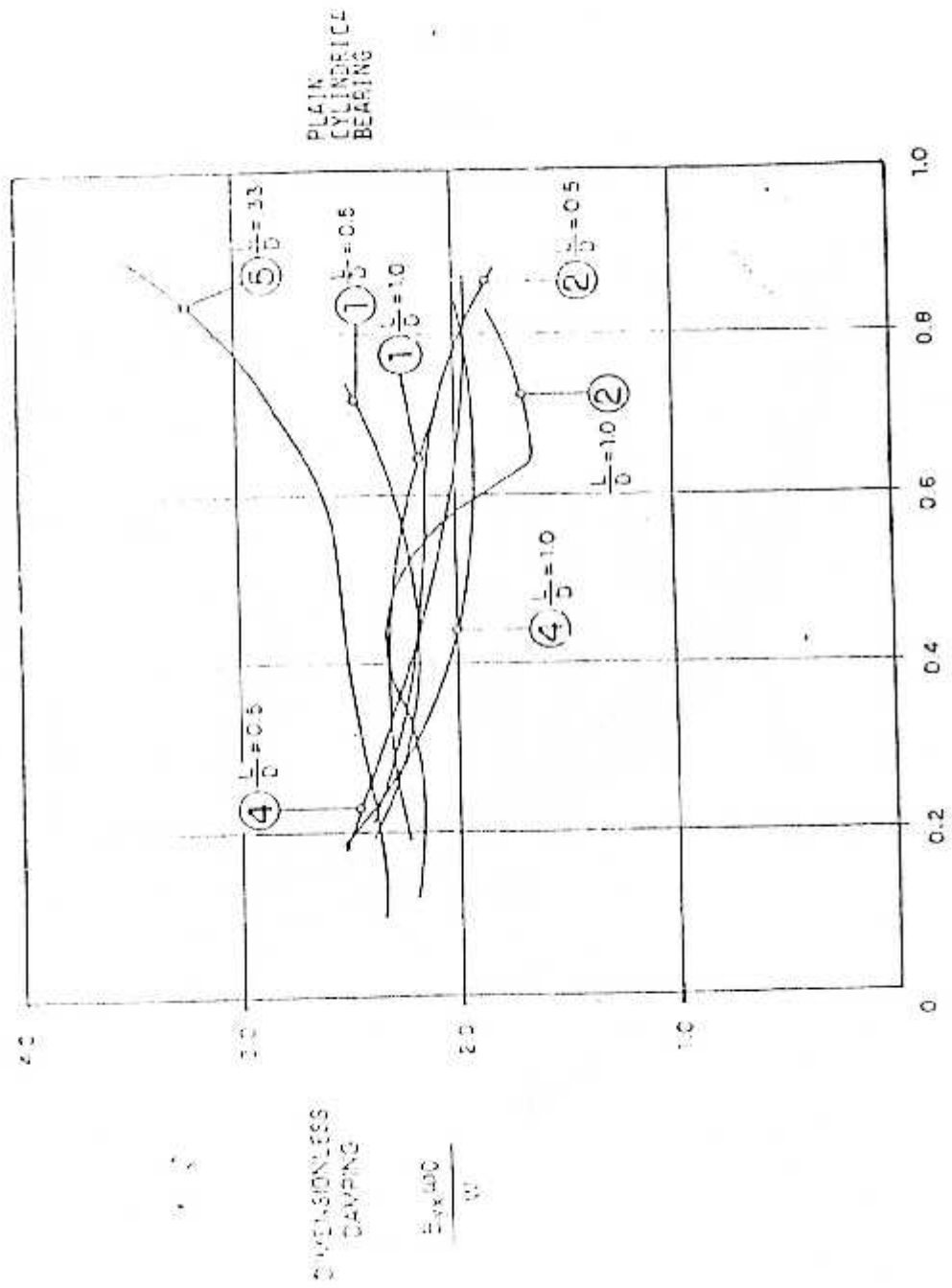
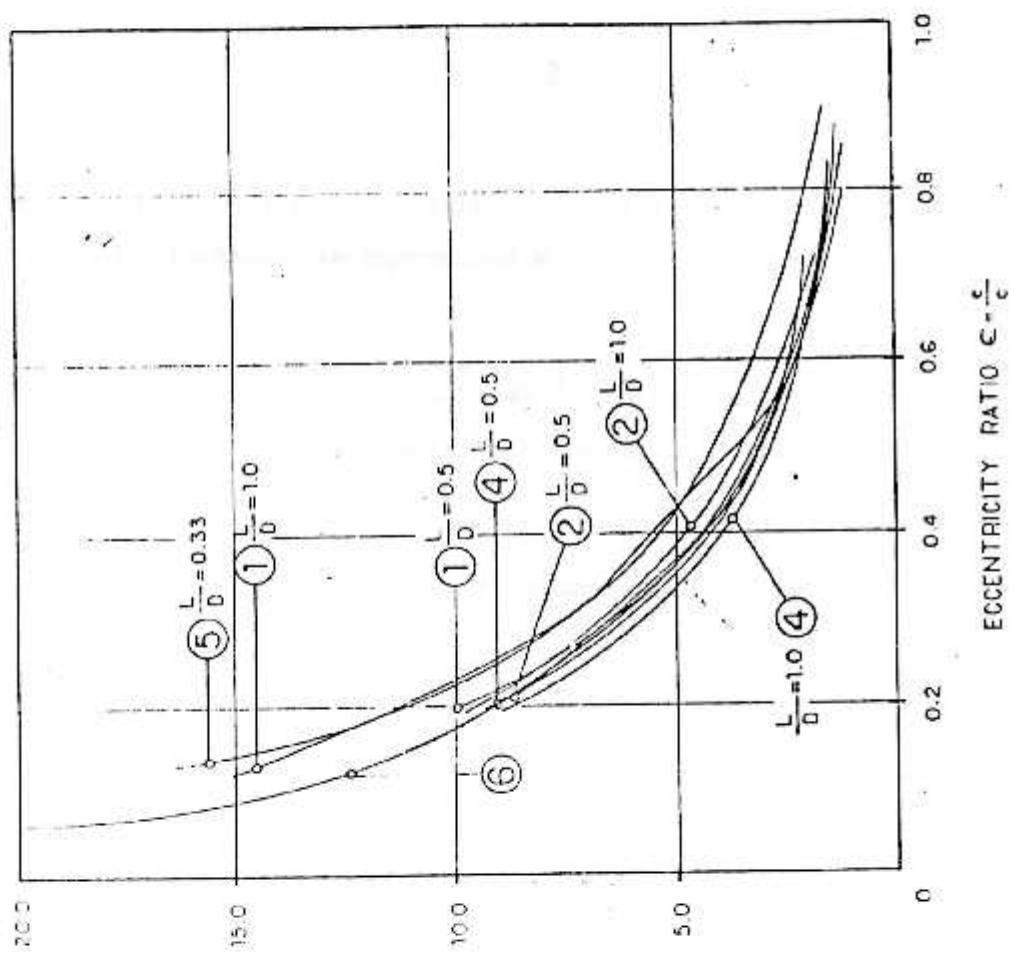


FIGURE 6.75. DIMENSIONLESS DAMPING COEFFICIENT VS. ECCENTRICITY RATIO

PLAIN  
CYLINDRICAL  
BEARING



DIMENSIONLESS  
DAMPING

$$\frac{B_{yy} \omega C}{W}$$

## ANNEXE C

### PRINCIPE DE L'ASSERVISSEMENT

Cette étude porte sur la stabilisation de l'arbre (objet métallique) dans un champ magnétique.

La force magnétique peut être réglée par l'ajustement du courant d'alimentation de l'électro-aimant.

Le problème est alors de déterminer une loi de commande, générée par ce courant d'alimentation, assurant le maintien de l'arbre à une position d'équilibre désirée.

L'analyse du procédé de lévitation magnétique de l'arbre a pour objet la détermination d'un modèle mathématique représentant le comportement dynamique du processus.

Afin de pouvoir régler la position de l'arbre dans le champ magnétique, nous devons écrire la relation de la grandeur de commande (le courant de l'électro-aimant) et la sortie du système (la position désirée de l'arbre).

Cette relation est obtenue à partir de la relation fondamentale de la dynamique :

$$F_L + M_g = M\ddot{x}$$

Où :

$x$  : position de l'arbre

$M$  : Masse de l'arbre

$F_L$  :  $F(K/2x)$  module de la force de lévitation magnétique.

La représentation d'état adoptée est :

-  $x(0)$  : position de l'arbre

-  $\dot{x}(0)$  : vitesse de l'arbre

Le processus décrit est régi par le système d'équation différentielle suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) = -\frac{1}{2} \frac{K(I_0 + \delta u)^2}{Mg} + g \end{cases} \quad (1)$$

Le système (1) peut s'écrire sous forme condensée :

$$\ddot{x}(t) = f(x, u)$$

Les points d'équilibres de ce système non linéaire sont les solutions de l'équation :

$$\ddot{x}(t) = f(x_e, I_0) = 0$$

Un seul point d'équilibre est obtenu  $x_e = \frac{KI_0^2}{2Mg}$

Cette analyse a permis d'identifier le modèle non linéaire du processus.

C'est un système non linéaire du deuxième ordre avec un seul point d'équilibre.

Pour linéariser le système (1) autour du point d'équilibre  $x_e$ , le développement de TAYLOR est appliqué avec la condition  $x_{e1} \neq 0$

$$\delta \ddot{x}(t) = f(x, u) = f(x_e, I_0) + \left. \frac{\delta f}{\delta u} \right|_{I_0} (u - I_0) + \left. \frac{\delta f}{\delta x} \right|_{x_e} (x - x_e) \quad (2)$$

En posant :  $x(t) = x_e + \delta x(t)$  et  $u(t) = I_0 + \delta u(t)$

L'équation (2) devient :

$$\delta \ddot{x}(t) = \left. \frac{\delta f}{\delta x} \right|_{x_e} \delta x + \left. \frac{\delta f}{\delta u} \right|_{I_0} \delta u \quad (3)$$

ou encore :

$$\dot{\delta x}(t) = A \delta x(t) + B \delta u(t) \quad (4)$$

La commande par retour d'état s'écrit :

$$\delta u(t) = G \delta x(t) \quad (5)$$

où G est la matrice de contre réaction

L'équation (4) du système linéaire bouclé par retour d'état devient :

$$\dot{\delta x}(t) = A \delta x(t) + B \delta u(t) = [A + BK] \delta x(t) \quad (6)$$

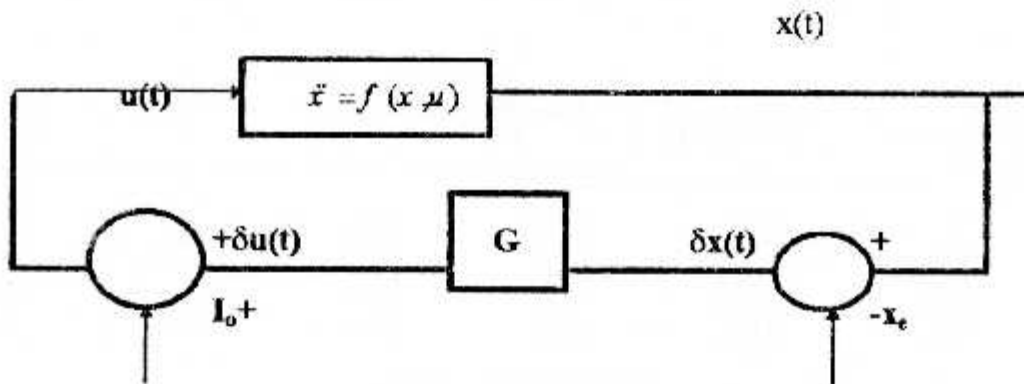


Schéma - bloc de la commande par retour d'état du processus.

# ANNEXE D

TITLE : Rotor avec paliers cylindriques *et paliers magnétiques*  
 =====

Number of stations ..... = 7  
 Number of discs ..... = 5  
 Number of bearings ..... = 2  
 Number of Pedestals ..... = 0  
 Number of Extra Weights..... = 0

Total Number of Degrees Of Freedom 28

Shaft element data :

Element No.	O.D. IN.	I.D. IN.	Length IN.	Weight LB	Mod. of Elas. LB/IN**2	Density LB/IN**3
1	.787	.000	3.14	.432	.300E+08	.283
2	.787	.000	3.93	.541	.300E+08	.283
3	.787	.000	7.86	1.08	.300E+08	.283
4	.787	.000	7.86	1.08	.300E+08	.283
5	.787	.000	3.93	.541	.300E+08	.283
6	.787	.000	3.14	.432	.300E+08	.283
SUM:			29.9	4.11		

Discs data :

Disc No.	Station No.	O.D. IN.	I.D. IN.	Thickness IN.	Weight LB	Polar Mom. LB-IN**2	Trans. Mom. LB-IN**2
1	1	2.36	.787	.393	.432	.335	.173
2	3	1.71	.787	.780	.400	.177	.109
3	4	3.14	.787	.393	.807	1.06	.539
4	5	1.71	.787	.780	.400	.177	.109
5	7	2.36	.787	.393	.432	.335	.173
SUM:					2.47		

Bearing data :

Bearing No.	Station No.	Weight LB
1	3	5.00
2	5	5.00
SUM:		10.0

Bearing coefficients :

=====

Bearing No.	Speed RPM	Stiffness Matrix LB/IN.		Damping Matrix LB-SEC/IN.	
1	.000	576.	682.	42.0	16.0
		-682.	576.	16.0	42.0
2	.000	576.	682.	42.0	16.0
		-682.	576.	16.0	42.0
1	.000	393.	.000	50.0	.000
		.000	393.	.000	50.0
2	.000	393.	.000	50.0	.000
		.000	393.	.000	50.0
1	.000	.128E+05	.000	50.0	.000
		.000	.128E+05	.000	50.0
2	.000	.128E+05	.000	50.0	.000
		.000	.128E+05	.000	50.0