

32-5600-7-1

32-600-7-1

REPULIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE BLIDA  
INSTITUT DE MECANIQUE

## MEMOIRE DE MAGISTERE

Filère : Génie mécanique

Option : Construction

### THEME

**ANALYSE DYNAMIQUE DE LA TORSION  
ET ETUDE DE LA FATIGUE  
POUR LES MACHINES TOURNANTES**

Etudié par :

**ASSOUL YASMINA**

Proposé par :

**Dr. M. MAGHRAOUI**

Dirigé par :

**Dr. M. MAGHRAOUI**

**Mr. A. KEBIR**

REPULIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET  
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE BLIDA  
INSTITUT DE MECANIQUE

## MEMOIRE DE MAGISTER

Filière : Génie mécanique  
Option : Construction

Thème

**ANALYSE DYNAMIQUE DE LA TORSION  
ET ETUDE DE LA FATIGUE  
POUR LES LIGNES D'ARBRES**

*Par : ASSOUL Yasmina*

*Présenté devant le jury constitué de :*

*Président : Mr. A. Hamour, M.C.*  
*Rapporteurs : Mr. M. Maghraoui, Ph.D.*  
*Mr. A. Kébir, C.C.*  
*Examineurs: Mr. M. Ouali, Ph.D.*  
*Mr. M. Gaceb, Ph.D.*  
*Mr. Z. Youbi, Ph.D.*

## REMERCIEMENTS

J'adresse mes chaleureux remerciements, au Dr M. MAGRAOUI, pour avoir accepté de m'encadrer malgré ses lourdes tâches, de m'avoir conseillée et orientée, et surtout de m'avoir fait profiter de sa remarquable compétence dans le domaine des vibrations .

Je remercie vivement Mr A.KEBIR responsable du laboratoire metrologie de l'institut de mécanique de Blida pour sa collaboration en acceptant de m'assister dans ce travail et pour m'avoir aidé précieusement pour l'aboutissement de la partie fatigue de ce mémoire .

Je tiens à remercier le Dr M.OUALI, Directeur de l'Institut de Mecanique de Blida, pour s'être intéressé à mon travail et de m'avoir fait part de ses remarques constructives.

Je remercie très sincèrement le Président du jury; le Pr A.HAMOUR avoir accepté de présider mon jury ainsi que tous les membres du jury pour m'avoir fait l'honneur de juger ce travail.

Mes remerciements s'adressent aussi à tous les membres de l'institut de mécanique, tout particulièrement à Mr AZINE responsable du Laboratoire d'informatique ainsi que les ingénieurs du laboratoire qui ont oeuvré pour résoudre tous les problèmes techniques qui se sont posés au cours de cette recherche.

Ma profonde reconnaissance à tous mes professeurs qui m'ont inculqué leur savoir et leurs sciences.

Je remercie mon mari, mes frère et soeurs, toute ma famille ainsi que mes amies pour m'avoir soutenue tout au long de la réalisation de ce travail.

A ma mère et mon père ma profonde gratitude pour les efforts qu'ils m'ont consentis et la précieuse assistance qu'ils m'ont prêtée. A eux je dédie ce travail.

## SOMMAIRE

De part l'inexistence d'une méthode établie, de prévention des ruptures par fatigue des machines aux vibrations de torsion, nous nous sommes intéressés dans ce travail à la recherche d'une méthode qui pourra éviter ce problème, grâce aux outils numérique et informatique.

Pour simuler le comportement dynamique en torsion de la ligne d'arbres étudiée, elle est discrétisée en un nombre important d'éléments. La procédure qui a été réalisée, évalue les caractéristiques du système en utilisant différentes distributions de la masse:

- Une diagonale basée sur l'hypothèse des accélérations constantes entre deux coordonnées successives.
- Une tridiagonale basée sur l'hypothèse d'accélérations linéaires entre deux coordonnées successives.

Les modes propres et valeurs propres obtenus, après résolution du problème, correspondent avec ceux publiés, pour un turbo-alternateur réel : le 800 MW de Westinghouse .

Avec la formulation de trois types de perturbations électriques, les réponses de la ligne d'arbres sont obtenues grâce la méthode de la superposition modale. Elles ont été évalué pour les noeuds les plus importants de l'arbre étudié.

Une fois les historiques de charges obtenus pour chaque perturbation, ils sont décomposés par la méthode de "Rain-flow " en des événements simples. Après le calcul des contraintes équivalente, les contraintes aux niveaux des lieux des concentrations de contraintes, sont évaluées par la méthode de la déformation locale et des formulations de MASON-HALFORD. La vie jusqu'à la rupture est définie grâce aux propriétés de la fatigue. L'accumulation du dommage s'effectue d'après la règle de MINER.

Cette méthode nous a permis de réaliser une procédure qui appliquée au cas réel analysé dynamiquement antérieurement, a donnée des résultats intéressants.

## - TABLE DES MATIERE -

- REMERCIMENTS .....	i
- SOMMAIRE .....	ii
- TABLE DES MATIÈRES .....	iii
- LISTE DES TABLEAUX .....	vi
- LISTE DES FIGURES .....	vii
- LISTE DES SYMBOLES .....	ix
- INTRODUCTION .....	1
- CHAPITRE 1 : RÉOLUTION DU PROBLÈME AUX VALEURS PROPRES...	10
1.1 - INTRODUCTION .....	10
1.2 - L'ÉQUATION DU MOUVEMENT .....	11
1.3 - LES MATRICES D'INERTIES .....	13
1.3.1 - La matrice diagonale .....	15
1.3.2 - La matrice tridiagonale .....	15
1.3.3 - Les inerties supplémentaires .....	18
1.4 - LES CONDITIONS AUX LIMITES .....	18
1.5 - APPLICATION .....	20
1.6 - RÉSULTATS .....	24
1.7 - CONCLUSION .....	24
- CHAPITRE 2 : LES PERTURBATIONS ÉLECTRIQUES .....	33
2.1 - INTRODUCTION .....	33
2.2 - NATURE DES PERTURBATIONS ÉLECTRIQUES .....	33
2.3 - QUELQUES MOMENTS ÉLECTRIQUES ET DONNÉES DE CHAMPS.	34
- CHAPITRE 3 : LA RÉPONSE TRANSITOIRE DU SYSTÈME .....	38
3.1 - INTRODUCTION .....	38
3.2 - L'ÉQUATION DU MOUVEMENT .....	38
3.3 - LA MÉTHODE D'INTEGRATION .....	43
3.4 - LA SUPERPOSITION MODALE .....	43
3.5 - L'EFFET DE L'AMORTISSEMENT .....	44

3.5.1 - L'effet de l'amortissement interne .....	44
3.5.2 - L'amortissement modale .....	44
3.6 - APPLICATION .....	48
3.7 - CONCLUSION .....	48
- CHAPITRE 4 : MÉTHODE DE PRÉDICTION DE LA VIE PAR FATIGUE .	53
4.1 - INTRODUCTION .....	53
4.2 - DÉFINITION .....	54
4.3 - LES MÉTHODES DE PRÉDICTION DE LA VIE .....	55
4.4 - LES DIFFÉRENTES HYPOTHÈSES DE L'ACCUMULATION DU DOMMAGE .....	57
4.5 - LES LOIS DE L'ACCUMULATION DU DOMMAGE .....	57
4.5.1 - La loi de Miner .....	57
4.5.2 - La loi d'accumulation de Marco-Starkey .....	58
4.5.3 - La théorie de Henry .....	59
4.5.4 - La théorie de l'accumulation de Gatts .....	59
4.5.5 - La théorie du dommage de Corten-Dolen .....	60
4.5.6 - La théorie de l'accumulation du dommage de Marin .....	60
4.5.7 - La règle double linéaire de Manson .....	61
4.5.8 - La loi de l'accumulation adoptée .....	62
4.6 - LA MÉTHODE DE LA DÉFORMATION LOCALE .....	62
4.6.1 - Propriétés cycliques de la matière .....	64
4.6.2 - Les propriétés de la fatigue .....	67
4.6.3 - L'effet de la contrainte moyenne .....	71
4.6.4 - L'effet de la géométrie .....	73
4.6.5 - La limite d'endurance .....	74
4.7 - LA MÉTHODE DE COMPTAGE DES CYCLES .....	74
4.8 - LA THÉORIE DE LA CONTRAINTE OCTAÉDRALE .....	77
4.9 - LA PROCÉDURE POUR LA PRÉDICTION .....	78
4.10 - CONCLUSION .....	79
- CHAPITRE 5 : PRÉDICTION DE VIE D'UN TURBO-ALTERNATEUR ...	81
5.1 - INTRODUCTION .....	81
5.2 - SCENARIO DES PERTURBATIONS ADOPTÉS .....	81
5.3 - LES LIEUX CRITIQUES DU TURBO-ALTERNATEUR .....	82
5.4 - LES CARACTERISTIQUES DE LA FATIGUE .....	83

5.5 - PROGRAMME POUR LE CALCUL DE L'ENDOMMAGEMENT .....	85
5.6 - RESULTATS .....	89
5.7 -CONCLUSION .....	62
- CONCLUSION GENERALE .....	93
- REFERENCES .....	95
ANNEXE A " Conversion des unités électriques en unités MKSA"	
ANNEXE B " La Méthode de RUNGE-KUTTA"	
ANNEXE C " Exemple de vérification de la procedure rainflow"	
ANNEXE D " Détermination de l'équation pour définir la contrainte locale "	
ANNEXE F " Aide pour l'utilisation du logiciel réalisé "	

## - LISTE DES TABLEAUX -

No Figure	Page
Tableau 1-1 : Les dimensions de l'arbre .....	25
Tableau 1-2 : Les données supplémentaires .....	24
Tableau 1-3 : Les fréquences des huit premiers modes ....	31
Tableau 2-1 : Les coefficients des perturbations électriques .....	36
Tableau 3-1 : Les valeurs de l'amortissement .....	48
Tableau 5-1 : La fréquence des pannes pour le scénario adopté .....	82
Tableau 5-2 : Les propriétés des matériaux.....	83
Tableau 5-3 : Les résultats .....	89

## - LISTE DES FIGURES -

No de figure	Page
Figure 1 : Exemple du modèle continu .....	4
Figure 2 : Exemple de la discrétisation .....	5
Figure 3 : Le générateur du 800 MW de Westing-house .....	8
Figure 4 : Les turbines du 800 MW de Westing-house .....	9
Figure 1-1 : L'élément barre .....	12
Figure 1-2 : Variation des accélérations .....	14
Figure 1-3 : Matrice d'inertie diagonale .....	17
Figure 1-4 : Matrice d'inertie tridiagonale .....	18
Figure 1-5 : Organigramme de résolution du problème aux valeurs propres .....	21
Figure 1-6 : Le modèle continu adopté avec les noeuds de la discrétisation .....	22
Figure 1-7 : Exemple précis de la discrétisation .....	23
Figure 1-8 : Mode No 1 10.44 HZ .....	27
Figure 1-9 : Mode No 2 19.63 HZ .....	27
Figure 1-10 : Mode No 3 23.72 HZ .....	28
Figure 1-11 : Mode No 4 41.17 HZ .....	28
Figure 1-12 : Mode No 5 84.24 HZ .....	29
Figure 1-13 : Mode No 6 121.94 HZ .....	39
Figure 1-14 : Mode No 7 125.76 HZ .....	30
Figure 1-15 : Mode No 8 148.71 HZ .....	30
Figure 1-16 : Les Modes Publiés .....	32
Figure 2-1 : Les différentes perturbations électriques ...	37
Figure 3-1 : La réponse avec un mode superposé .....	45
Figure 3-2 : La réponse avec deux modes superposés .....	45
Figure 3-3 : La réponse avec 3 modes superposés .....	46
Figure 3-4 : La réponse avec 4 modes superposés .....	46
Figures 3-5 à 3-7 : L'effet de l'amortissement .....	48
Figure 3-8 : Organigramme pour le calcul de la réponse	

transitoire du système .....	49
Figures 3-9 à 3-15 : Les réponses du système .....	50 à 52
Figure 4-1 : Epreuve analogue à la matière au niveau de l'encoche .....	63
Figure 4-2 : Les comportements cycliques et monotoniques de plusieurs aciers .....	65
Figure 4-3 : Les propriétés à la fatigue d'un acier avec des traitements thermiques différents .....	66
Figure 4-4 : Courbe de l'hystérésis .....	67
Figure 4-5 : Courbes Vies-Élongations .....	70
Figure 4-6 : Contrainte alternative avec $S_m \leq 0$ .....	72
Figure 4-7 : Illustrations des différentes lois empiriques avec $S_m \leq 0$ .....	73
Figure 4-8 : Les différentes méthodes pour la décomposition d'une charge complexe .....	75
Figure 4-9 : Exemple de la décomposition par "Rain Flow"...	76
Figure 4-10 : Organigramme de la décomposition par " rain flow " .....	77
Figure 5-1 : Lieu critique pour la fatigue .....	83
Figure 5-2 : Détermination du $K_f$ par M.E.F .....	84
Figures 5-3 à 5-9 : Les contraintes sur certains nœuds .....	85-87
Figure 5-10 : Organigramme de la prédiction .....	89
Figure 5-11 : Schématisation de la prédiction .....	90

## LISTES DES SYMBOLES

## LETTRES LATINES

## 1 - Pour la partie étude dynamique

- $A_i$  : les coefficients de l'amplitude maximale de la panne.  
 $\{A_p\}$  : Vecteur des coefficients des perturbations électriques.  
 $a_i$  : Les coefficients de la pente pour l'approximation des accélérations .  
 $b_i$  : Les abscisses de l'approximation linéaire des accélérations.  
 $dI$  : Élément différentiel de l'inertie.  
 $D_{ext}$  : Diamètre extérieur d'un élément.  
 $D_{int}$  : Diamètre intérieur d'un élément.  
 $F_i$  : Variable intermédiaire pour le calcul de la réponse.  
 $G$  : Coefficient de cisaillement pour la torsion.  
 $I$  : Inertie d'un élément.  
 $[I]$  : matrice identité.  
 $J$  : Moment d'inertie polaire d'un élément.  
 $K$  : Rigidité d'un élément.  
 $[K]$  : Matrice rigidité.  
 $L$  : Longueur d'un élément.  
 $M$  : Moment de torsion.  
 $[M]$  : Matrice masse.  
 $P$  : La période minimale de vibration.  
 $per(t)$  : La perturbation électrique.  
 $q_i$  : Variable intermédiaire pour le calcul de la réponse.  
 $SL-G$  : Panne monophasée avec le sol.

S-HSR : Fermeture à grande vitesse réussie.

$T_e$  : Le moment électrique.

{ U } : Le vecteur des coordonnées modales généralisées.

U-HSR : Fermeture à grande vitesse non réussie.

{X} : Le vecteur des déplacements réels.

$\ddot{\{X\}}$  : Le vecteur des accélérations réelles.

z : La variable pour l'intégration de l'accélération  
( abscisses ).

## 2 - Pour la partie fatigue :

b : Exposant de la contrainte en fatigue.

c : Exposant de la ductilité en fatigue.

D : Le dommage total.

$D_i$  : Le dommage pour i eme chargement.

d : déformation angulaire nominale.

E : Module de YOUNG.

e : Déformation nominale.

$K_f$  : Le coefficient de la fatigue.

$K_t$  : Le facteur théorique de concentration de contraintes.

$K'$  : Le coefficient de résistance à la fatigue.

$K_o'$  : Le coefficient de résistance à la fatigue en torsion.

$L_o$  : Longueur initiale.

N : Nombre de cycle à la rupture.

$N_f$  : Nombre de cycle à la rupture .

$N_i$  : Nombre de cycle à la rupture pour le ieme chargement.

$n_{cr}$  : Nombre de répétition critique du scénario proposé.

n : Nombre de cycle de chargement de même amplitude.

$n'$  : Exposant d'endurcissement cyclique.

- S : Contrainte nominale.
- Sa : Contrainte alternative.
- Seq : Contrainte équivalente.
- Sm : Contrainte moyenne.
- Su : Contrainte ultime.
- T : Contrainte tangentielle nominale.

#### LETTRES GRECQUES :

##### 1 - Pour la partie étude dynamique

- $a_i$  : Les coefficients de l'exponentielle de moment.
- $q$  : Angle de torsion.
- "  
 $\ddot{q}$  : Accélération de torsion.
- $x$  : Facteur d'amortissement modal.
- $\{f\}$  : vecteur des formes propres.
- $\{f\}^T$  : vecteur des formes propres.
- $[f]$  : Matrice des formes propres.
- $r$  : La masse volumique.
- $w$  : Fréquence du système
- $w_0$  : Fréquence électromagnétique du système.
- $v$  : Déphasage dans la formulation de la réponse.

##### 2 - Pour la partie fatigue :

- G : Déformation angulaire nominale.
- g : Déformation angulaire locale.
- D : Symbole pour exprimer un intervalle.
- $e'_f$  : Déformation locale.

- $e_1$  : Déformation à la pointe de la boucle.
- $s$  : Contrainte locale.
- $s_1$  : Contrainte à la pointe de la boucle.
- $s'_f$  : Coefficient de résistance à la fatigue cyclique.
- $seq$  : Contrainte équivalente par la théorie octaédrale.
- $s_y$  : La limite élastique.
- $t$  : Contrainte tangentielle locale.

## INTRODUCTION

Les vibrations de torsion sont connues pour causer de sérieux problèmes sur les machines tournantes. En premier lieu à cause de leur très faible amortissement structural, et enfin pour ne donner aucun signe d'avertissement même si elles atteignent des amplitudes excessives de part leur nature calme, à l'opposée des vibrations latérales. Cette ambiguïté des vibrations de torsion peut entraîner des ruptures précoces dans les machines, dues soit à de fortes charges dynamiques ou encore au phénomène de fatigue.

Les systèmes mécaniques telles que les turbo-machines, les moteurs ainsi que toutes les machines tournantes, sont des domaines où l'analyse des vibrations de torsion est nécessaire pour leur conception. Il a été prouvé récemment [1] que l'analyse doit être accompagnée d'une étude de la détérioration possible par fatigue.

De part leur fonctionnement et leurs installations les centrales électriques sont sujettes à des perturbations et des pannes électriques. Plus le réseau est grand plus les pannes sont fréquentes. Elles peuvent être dûes à des défauts du réseau, des coupures de lignes ou des interactions avec l'environnement extérieur tel que orages ou tempêtes.

A toute altération du réseau, on doit invalider les perturbations résultantes en déclenchant le système et le remettant en marche très rapidement. La panne va créer un moment [2] transitoire au niveau du générateur qui va donner naissance à des vibrations de torsion tout le long de l'arbre du turbo-alternateur. La succession des opérations de corrections pourraient d'après la configuration mécanique du système, amplifier considérablement ces vibrations. Les

vibrations résultantes vont se propager tout au long de l'arbre et affecter sa durée de vie par le phénomène de fatigue [3-6]. "La perte de vie" s'accumulera à chaque défaut du réseau et finira par briser l'arbre en un endroit ou un autre, sous l'effet des fluctuations de contraintes.

Un tel accident peut être catastrophique [4], l'article publié par l'EPRI Journal [7] retrace les conséquences subites par la Southern California Edison & Co, suite à une panne électrique. En [8] il est proposé une étude pour détecter les contraintes excessives sur un arbre de turbo-alternateur soumis à des perturbations électriques très fréquentes. Cette étude n'a pas évité la détérioration précoce des arbres qui sont installés dans cette station. Le problème est d'autant plus aigu de part la nature calme des vibrations de torsion, car il ne permet pas d'aviser du lieu et du moment d'un tel préjudice.

Le concept que les vibrations de torsion sont une cause significative des ruptures par fatigue dans les arbres de turbo-alternateurs a été pris en considération ces dernières années [1]. Antérieurement, les charges torsionnelles étaient considérées comme très peu variables, les constructeurs se limitaient à étudier la résistance des arbres à la contrainte statique provoquée par une importante perturbation. Des études récentes [9-11] ont démontré que tous les types de perturbations peuvent causer des amplitudes de vibrations très importantes. Les chercheurs ont depuis réalisé que les turbo-alternateurs sont exposés à des cycles de grandes contraintes, et qu'il est donc nécessaire d'entreprendre des études de fatigue, pour concevoir les arbres de ces machines.

Dans l'absence d'une méthode universelle pour la prévention des ruptures par fatigue des turbo-alternateurs. Nous nous proposons grâce à ce travail de rechercher et d'établir une méthode qui éventuellement estimera la durée de vie supportable à la fatigue de l'arbre d'un turbo-alternateur à quelques types de perturbations.

Pour connaître la perte de vie par fatigue d'un arbre, la connaissance exhaustive de la réponse mécanique est nécessaire. Nous avons donc commencé par simuler le système dynamique et rechercher sa réponse à des excitations électriques.

Afin de simuler le système dynamique, il est nécessaire d'entreprendre une analyse des vibrations de torsion. Cette dernière [12] commence par considérer l'arbre à analyser, qui est dans notre étude un turbo-alternateur, comme un modèle continu (figure 1). Il sera ensuite discrétisé au niveau des noeuds en des disques reliés par des barres rigides sans masse (figure 2). L'évaluation des matrices d'inerties est faite de deux manières différentes. Ces dernières donneront la configuration de la matrice d'inertie. Une diagonale et une autre pleine, qui se basent sur des hypothèses d'accélération différentes [13]. La formulation des termes de la matrice de rigidité découlera directement des équations du mouvement. Les modes et fréquences propres de l'arbre sont obtenus par la résolution du problème aux valeurs propres.

Les perturbations électriques ont pu être définies pour quelques types de pannes grâce à des formules empiriques publiées [2]. Elles définissent les perturbations les plus fréquentes dans une installation électrique. Ces perturbations sont transformées en moments de torsion appliqués à l'arbre au niveau du générateur.

Pour obtenir la réponse aux excitations, on doit résoudre le système d'équations du mouvement de l'arbre vibrant en torsion. Celles-ci ne vont être évaluées que pour un nombre réduit de noeuds adéquatement choisis. Les amortissements étant difficiles à évaluer pour les vibrations de torsion [14], l'amortissement proportionnel est utilisé. Pour résoudre notre système d'équations différentielles forcées, on transforme d'abord le système par la superposition modale [15] en équations découplées. On utilise la méthode de RUNG-KUTTA pour les résoudre.

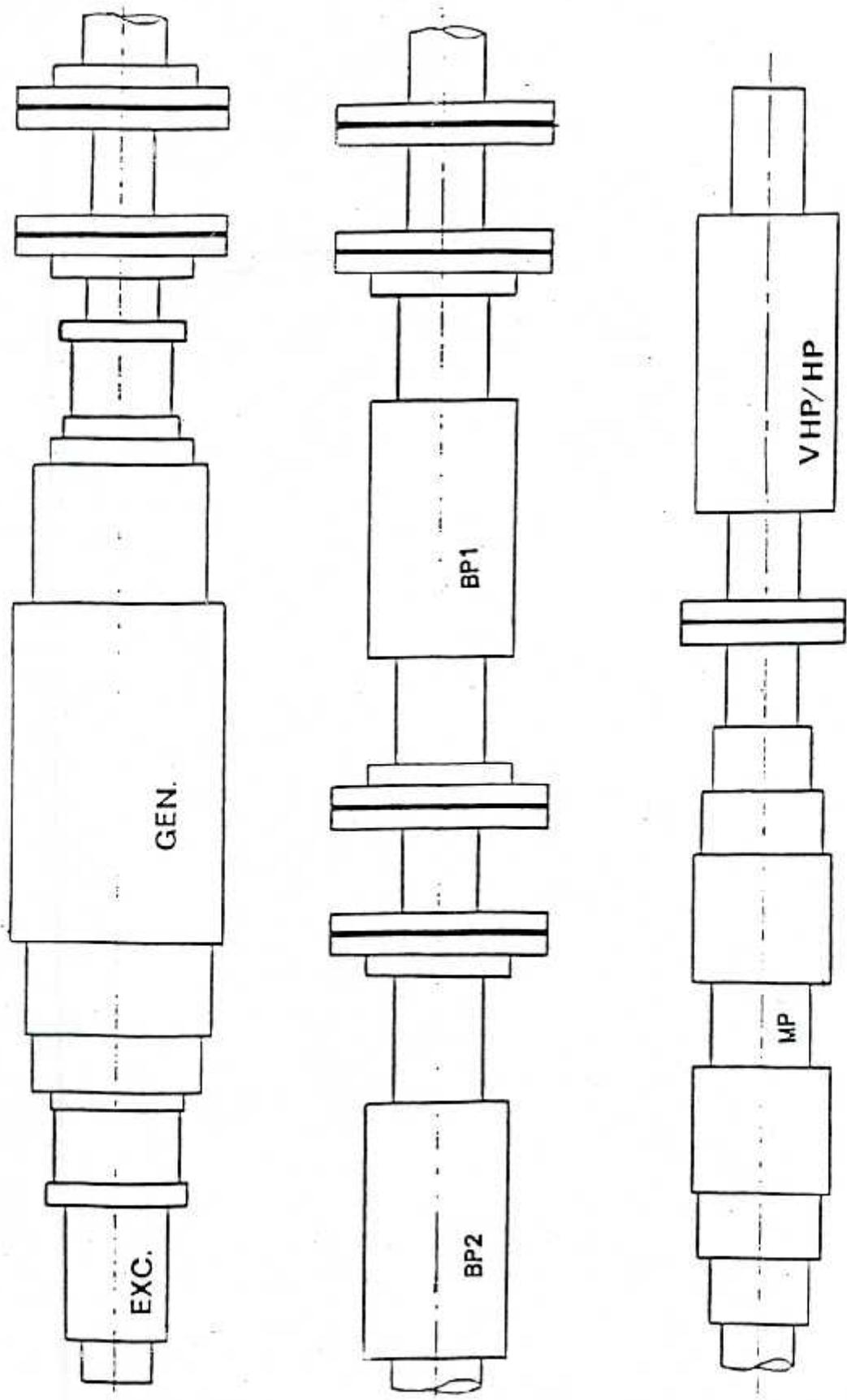


Figure 1 EXEMPLE DU MODELE CONTINU

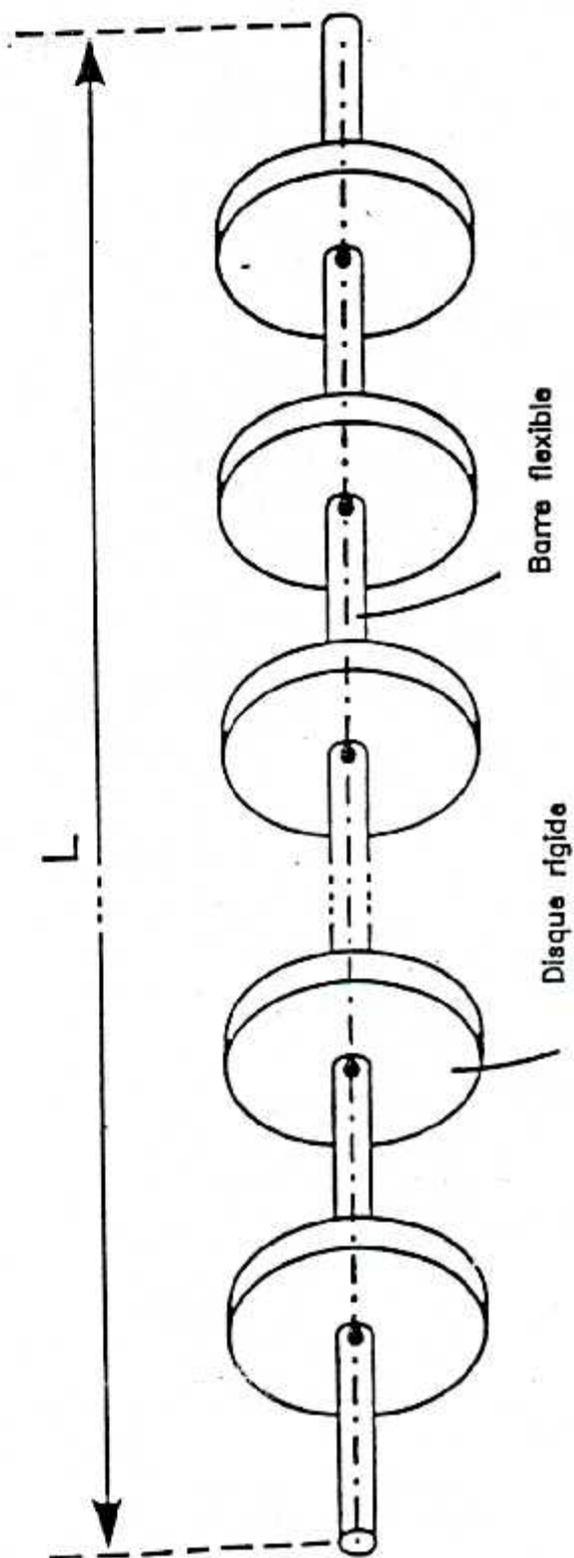


Figure 2 : EXEMPLE D'UN MODELE DICRETISE.

Une fois la réponse obtenue nous pouvons grâce aux formules de résistance des matériaux et ne considérant que le domaine élastique, déterminer l'historique des charges à chaque type de panne. L'étape suivante évalue la fin de vie causée par chaque chargement. La méthode employée est l'approche locale [16,18], elle présuppose que le comportement du métal vis-à-vis de la contrainte aux endroits les plus critiques est le même qu'une éprouvette à section constante [19].

L'approche locale est valable pour un cas de chargement unique. On doit donc décomposer notre chargement complexe en une superposition d'événements simples. Cette décomposition se fait par la méthode du "Rain flow counting" [20]. Une fois les cycles obtenus, la connaissance des propriétés cycliques de la matière est indispensable. Nous nous proposons d'utiliser les formules proposées par MANSON [21], après avoir défini les valeurs des contraintes locales par la formule de NEUBER [15].

La vie devra être définie à partir des formules empiriques proposées par HALFORD et MORROW pour approximer les courbes expérimentales contraintes-vie [19,20]. Le dommage est calculé d'après la règle de l'accumulation linéaire de MINER, et fixera le moment de l'endommagement total de l'arbre.

Tant que nous ne possédons pas les formulations de toutes les perturbations électriques pouvant affecter une installation énergétique, ainsi que d'une étude statistique de la fréquence de leurs apparitions. Nous proposons dans ce travail un scénario fictif d'apparitions de pannes pour la prédiction de la vie d'un arbre de turbo-alternateur.

L'avènement de la micro-informatique, nous a permis de nous intéresser à la réalisation d'un logiciel d'analyse de vibrations de torsion pour les machines avec une évaluation de la fatigue correspondante. Détournant ainsi la complexité des grands systèmes et les désavantages des études distinctes de vibrations et de fatigue.

Nous nous sommes tout particulièrement intéressés, dans cette étude, à la problématique des vibrations de torsion dans les turbo-machines. Cette étude a été appliquée à un cas réel; le turbo- alternateur 300 MW de Westinghouse (figure 3 et 4) [22]. Ce choix a été fait en fonction de l'existence de résultats publiés concernant l'analyse dynamique de cette machine [2] .

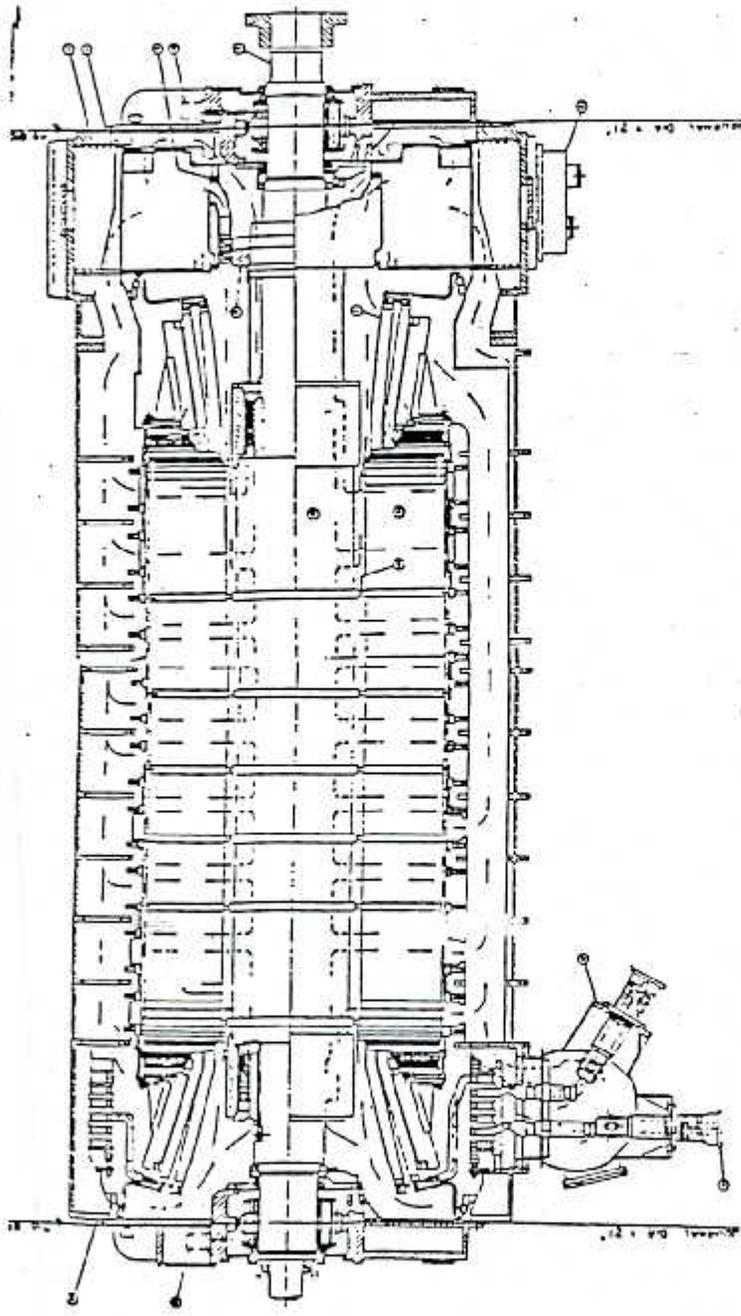


Figure 3: GENERATEUR DU 800 MW DE Westing-House

0-4 (102)

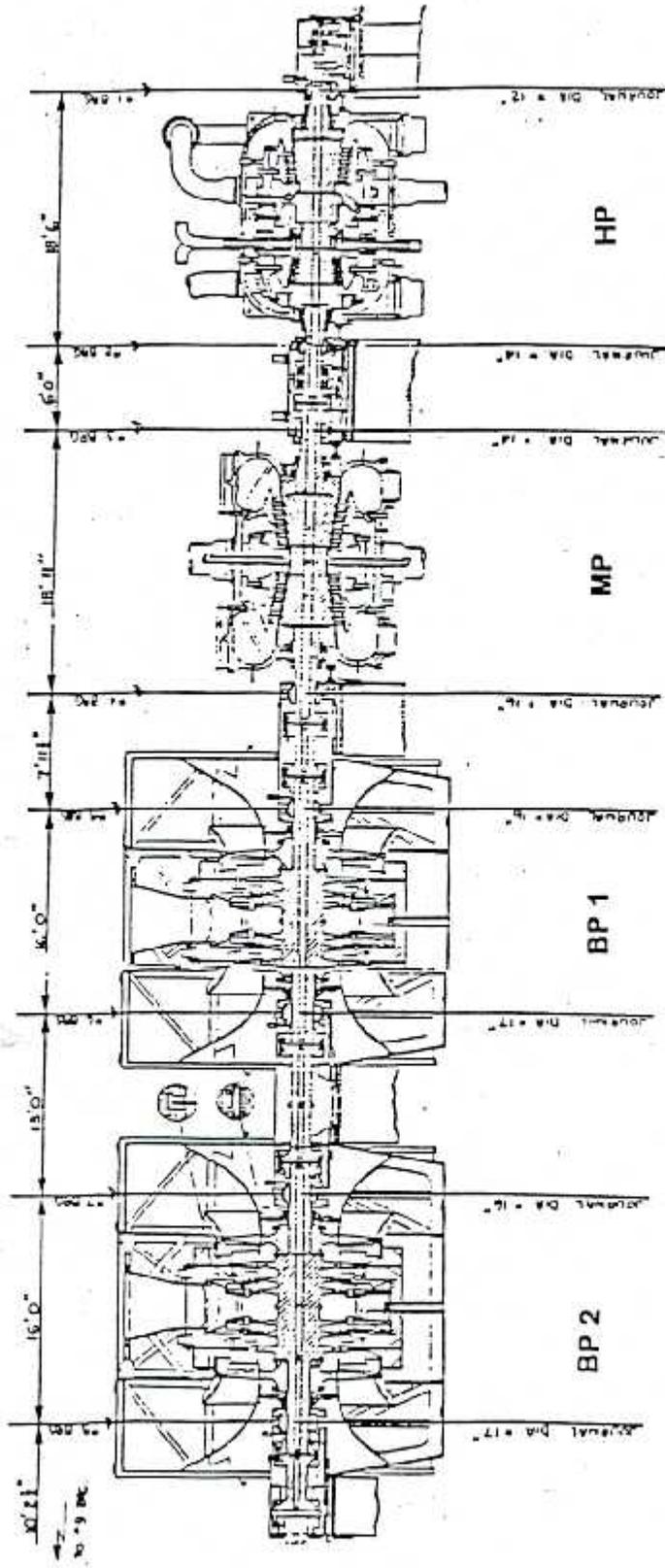


Figure 4: LES TURBINES DU 800 MW DE Westing-House

## CHAPITRE 1

## FORMULATION MATHÉMATIQUE

## 1.1 - INTRODUCTION :

Le comportement des vibrations de torsion des arbres est généralement gouverné par la distribution d'inertie et de rigidité [13]. Pour obtenir ces propriétés, le système continu est discrétisé en un nombre d'éléments assez important, à partir desquels les matrices masses et rigidités sont correctement formées. L'inertie et la rigidité de chaque élément est définie grâce à ces caractéristiques physiques et géométriques.

Les équations du mouvement sont dérivées des lois de la dynamique et définies pour le système continu du rotor.

Nous avons évalué les matrices d'inertie avec deux types de distributions. Une première avec des distributions constantes qui permettront l'obtention d'une matrice assemblée diagonale, la seconde avec des distributions linéaires, elles donneront une matrice distribuée (pleine).

Les valeurs propres, du rotor étudié sont obtenues, après la résolution du système d'équations obtenues, par la méthode de JACOBI. L'application du travail s'est faite sur un turbo-alternateur réel. Les modes propres et valeurs propres obtenus pour cette machine sont représentés pour les valeurs les plus intéressantes à la fin de ce chapitre.

## 1.2 - L'EQUATION DU MOUVEMENT :

Considérons l'élément barre de la figure (1-1), l'équation du mouvement qui découle des lois de la dynamique pour cet élément s'écrit:

$$I_i \ddot{\theta}_i = - K_i (\theta_i - \theta_{i-1}) - K_{i-1} (\theta_i - \theta_{i-1}) \quad (1-1)$$

Où les caractéristiques  $K_i$  et  $I_i$  sont la rigidité et l'inertie de l'élément pour  $i=1,2,3 \dots n$  ; et  $n$  est le nombre d'éléments de la discrétisation .Avec :

$$I_i = \rho_i L_i J_i \quad (1-2)$$

et

$$K_i = G_i J_i / L_i \quad (1-3)$$

où

$$J_i = \frac{\Pi (D_{ext}^4 - D_{int}^4)}{32} \quad (1-4)$$

$J_i$  : le moment d'inertie polaire ( $m^4$ ).

$D_{ext}$  : le diamètre extérieur de l'arbre (m).

$D_{int}$  : le diamètre intérieur de l'arbre (m).

$L_i$  : la longueur de l'élément (m).

$\rho_i$  : la densité de la matière ( $kg/m^3$ )

$\theta_i$  : l'angle de rotation (rad).

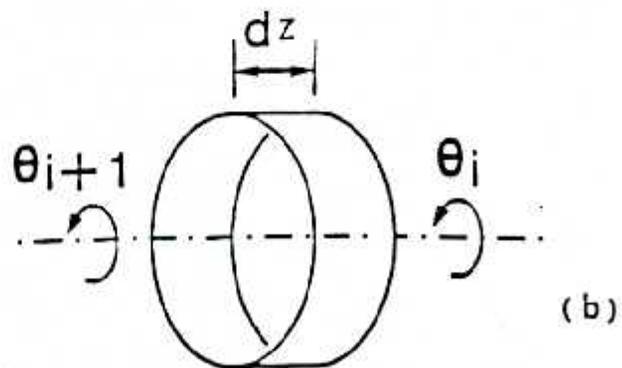
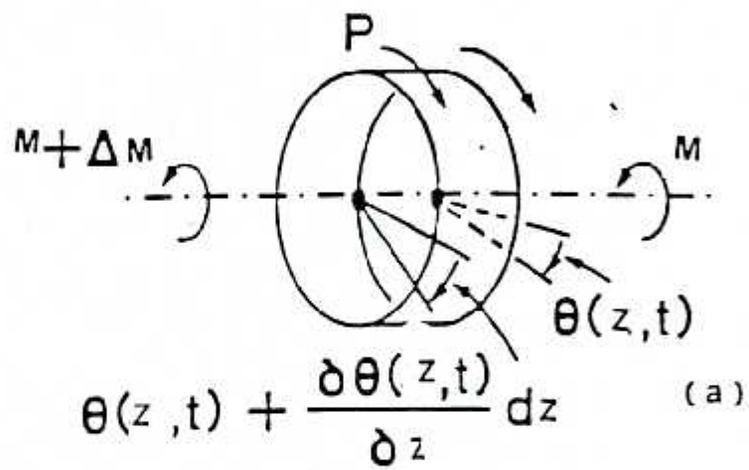
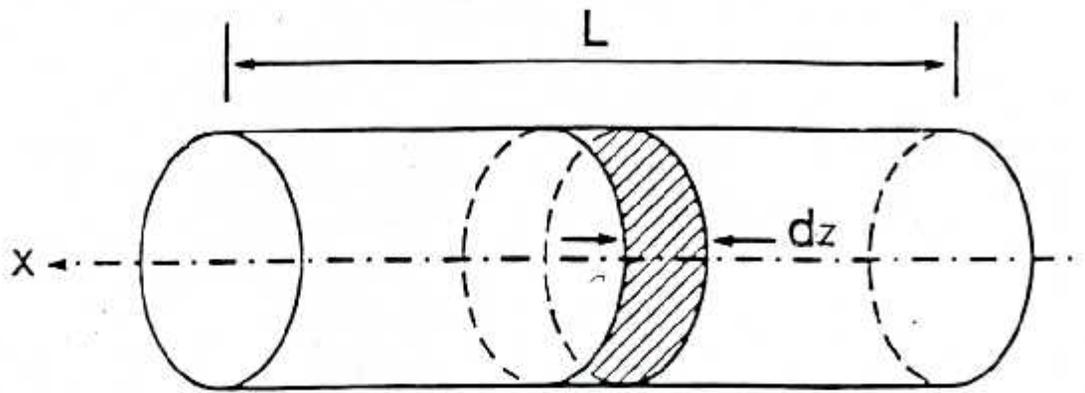


Figure 1-1 L'ELEMENT BARRE

### 1.3 - LES MATRICES D'INERTIES :

Les paramètres des matrices d'inerties sont définis et déterminés grâce à l'écriture du moment due à l'accélération:

$$I\ddot{\theta} = \int_{z_i - \frac{l_{i-1}}{2}}^{z_i + \frac{l_i}{2}} \ddot{\theta} dI \quad (1-5)$$

Les éléments de la matrice diagonale sont définis en considérant une accélération constante entre  $z_i$  et  $z_{i-1}$ , une moitié de l'inertie de l'élément sera concentrée en  $z_i$  et l'autre moitié en  $z_{i+1}$ . L'inertie distribuée qui implique une matrice d'inertie tridiagonale (pleine), utilise une variation linéaire de l'accélération entre  $z_i$  et  $z_{i+1}$  figure (1-2).

#### 1.3.1 - La matrice diagonale :

On définit aux noeuds  $i-1$ ,  $i$  et  $i+1$  comme le présente la figure (1-2a) deux distributions d'inerties constantes figure(1-2b).

Les éléments différentiels d'inertie sont :

- Pour l'élément  $i-1$  :

$$dI_{i-1} = \frac{I_{i-1}}{L_{i-1}} dz \quad (1-6)$$

- Pour l'élément  $i$  :

$$dI_i = \frac{I_i}{L_i} dz \quad (1-7)$$

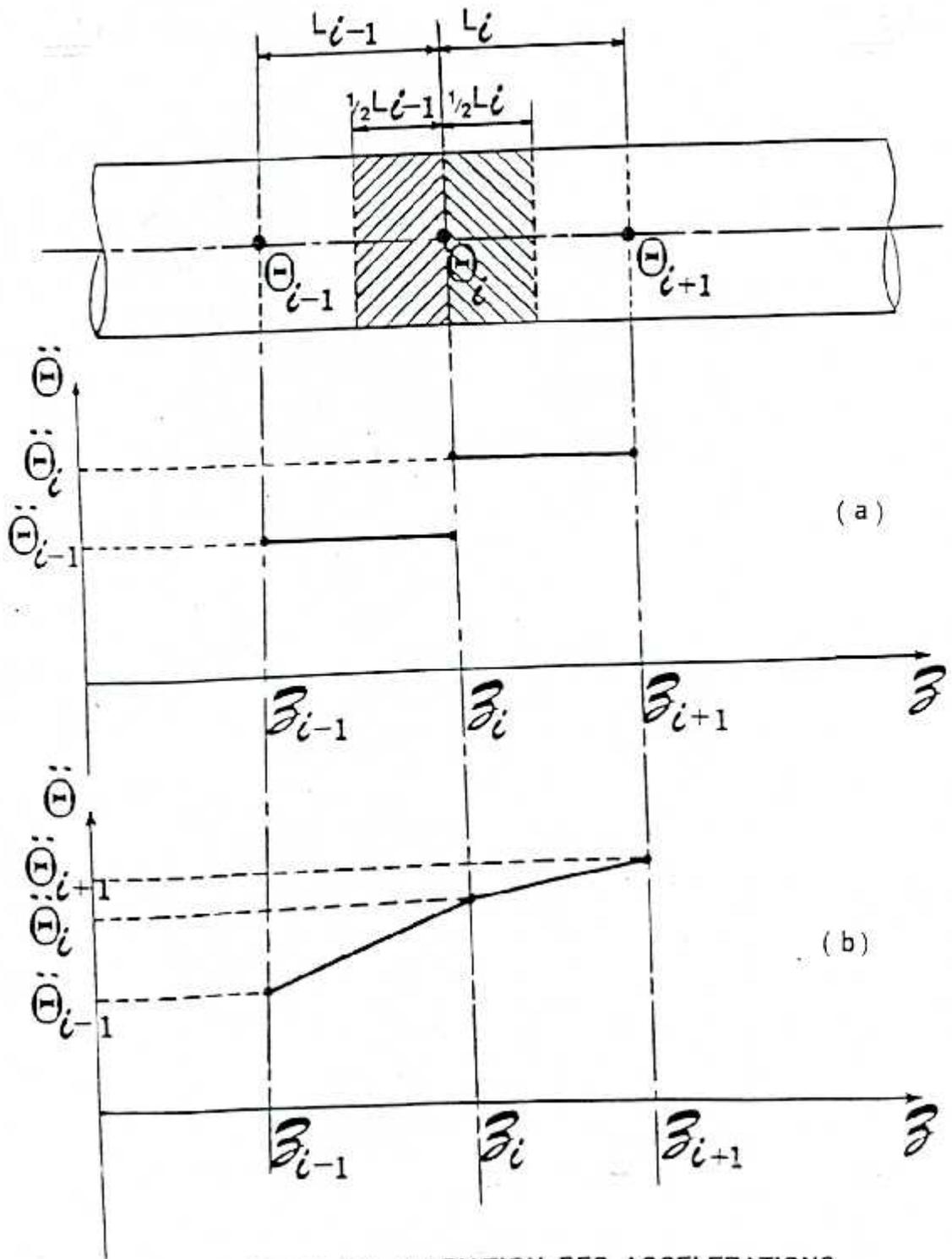


Figure 1-2 VARIATION DES ACCELERATIONS

L'intégrale 1-5 donnera :

$$I_i \ddot{\theta}_i = \int_{z_i - \frac{l_i - 1}{2}}^{z_i} \ddot{\theta}_i dI + \int_{z_i}^{z_i + \frac{l_i}{2}} \ddot{\theta}_{i1} dI \quad (1-8)$$

donc :

$$I_i = \frac{1}{2} (I_{i-1} + I_i) \quad (1-9)$$

Une représentation de la matrice diagonale est donnée sur la figure (1-3).

### 1.3.2 - La matrice tridiagonale :

De la même manière que pour la matrice diagonale, comme le justifie la figure (1-2b) en utilise cette fois deux distributions linéaires d'inerties différentes :

- Pour la première partie.

$$\ddot{\theta}_i = a_1 z + b_1 \quad (1-10)$$

- Pour la seconde partie.

$$\ddot{\theta}_{i1} = a_2 z + b_2 \quad (1-11)$$

En  $z = z_i - \frac{l_i - 1}{2}$

- On a  $a_1$  et  $b_1$  qui sont égales à :

$$a_1 = \frac{\ddot{\theta}_i - \ddot{\theta}_{i-1}}{l_i - 1} \quad (1-12)$$

$$b_i = \ddot{\theta}_i - \left( \frac{\ddot{\theta}_i - \ddot{\theta}_{i-1}}{l_{i-1}} \right) z_i \quad (1-13)$$

donc  $\ddot{\theta}_i$  s'écrira :

$$\ddot{\theta}_i = \left( \frac{\ddot{\theta}_i - \ddot{\theta}_{i-1}}{l_{i-1}} \right) z + \ddot{\theta}_i - \left( \frac{\ddot{\theta}_i - \ddot{\theta}_{i-1}}{l_{i-1}} \right) z_i \quad (1-14)$$

D'où :

$$\ddot{\theta}_i = \left( \frac{\ddot{\theta}_i - \ddot{\theta}_{i-1}}{l_{i-1}} \right) (z - z_i) + \ddot{\theta}_i \quad (1-15)$$

De la même manière  $\ddot{\theta}_{i+1}$  s'écrira :

$$\ddot{\theta}_{i+1} = \left( \frac{\ddot{\theta}_{i+1} - \ddot{\theta}_i}{l_i} \right) (z - z_i) + \ddot{\theta}_i \quad (1-16)$$

On obtiendra après toutes les étapes d'intégration :

$$I\ddot{\theta} = \frac{1}{8} I_{i-1}\ddot{\theta}_{i-1} + \frac{3}{3} \left( I_{i-1} + I_i \right) \ddot{\theta}_i + \frac{1}{8} I_i\ddot{\theta}_{i+1} \quad (1-17)$$

Une partie de la matrice tridiagonale est représentée sur la figure (1-4).





### 1.3.3 - Les inerties supplémentaires :

A cause des discontinuités trop importantes sur les machines en général et les turbo-alternateurs en particulier, il a été considéré dans ce travail des inerties supplémentaires sur certains points de l'arbre étudié. Ces points sont ceux où le modèle continue de l'élément considéré ne reporte pas tout à fait la réalité, car l'élément réel a une forme assez complexe.

Par exemple, pour les turbo-alternateurs les lieux à inerties supplémentaires sont ceux où il existe des tubages, des aubages ou des bobinages.

### 1.4 - LES CONDITIONS AUX LIMITES :

Pour un système discrétisé en  $n$  éléments nous avons donc  $n+1$  degrés de liberté les conditions aux limites sont introduites de la manière suivante :

Extrémité gauche fixée  $\Rightarrow \theta_1 = 0$

Extrémité droite fixée  $\Rightarrow \theta_{n+1} = 0$

Extrémités gauche et droite fixées  $\Rightarrow \theta_1 = 0$  et  $\theta_{n+1} = 0$

Extrémités gauche et droite libres  $\Rightarrow \theta_1 \neq 0$  et  $\theta_{n+1} \neq 0$

### 1.5 L'EQUATION A RESOUDRE :

Les matrices d'inertie et de rigidité définies et les conditions aux limites connues, la simulation du système mécanique libre est maintenant possible. Le système d'équation ci dessous est obtenu :

$$[M] \left\{ \ddot{\theta} \right\} + [K] \left\{ \theta \right\} = \left\{ 0 \right\} \quad (1-22)$$

Les matrices [K] et [M] sont définies positives [23], Le système sera résolu par la méthode de JACOBI. Un logiciel a été donc établi grâce à ces formulations en FORTRAN 77 pour l'analyse des vibrations de torsion pour les arbres tournants. L'organigramme de ce logiciel est proposée sur la *figure* (1-5).

#### 1.6 - APPLICATION :

Pour vérifier notre logiciel nous avons analysé un turbo-alternateur existant; Le 800 MW de Winstinghouse. Ce choix a été motivé par la disponibilité de la littérature, relative aux résultats des caractéristiques propres de cette machine.

Le modèle continu adopté pour l'arbre est représenté sur la *figure* (1-6). IL est discretisé à des fins de simulation exacte en 92 éléments. Sur la *figure* (1-7) nous avons un exemple plus précis de la modélisation avec les points de la dicretisation.

Les données relatives aux dimensions de l'arbre ont été tirées du travail de MAGHRAOUI [22] tableau(1-1), les planches et inertie supplémentaires ayant été fournie par WESTINGHOUSE. Les inerties supplémentaires ont été données concentrées sur les parties les plus importantes (Exitateur, générateur, BP1, BP2, MP et HP). Nous les avons réparties sur les noeuds qui

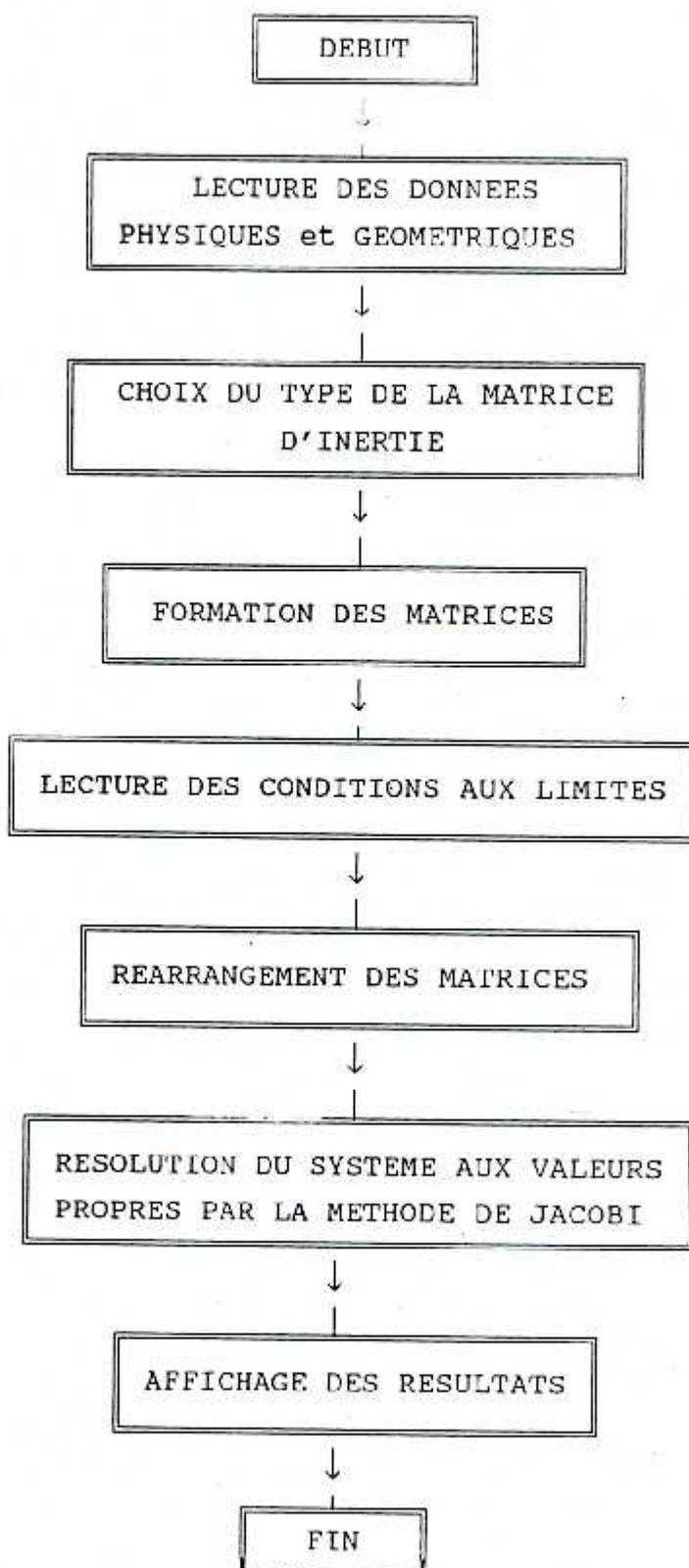


Figure 1-5 : Organigramme de résolution du problème aux valeurs propres

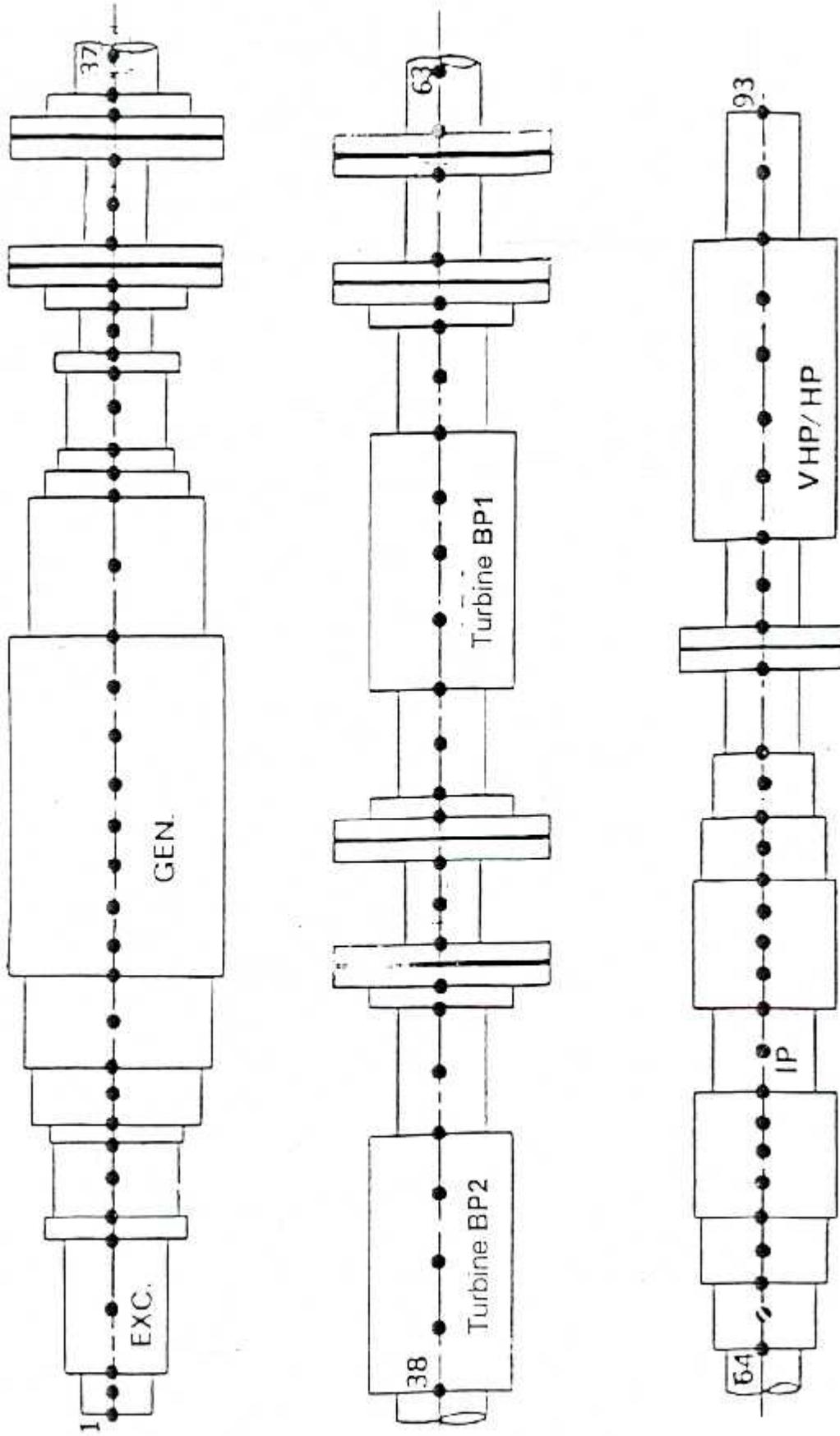


Figure 1-6 : Le modèle continue adopté pour le 800 MW de Winstighouse avec les points de la discrétisation .

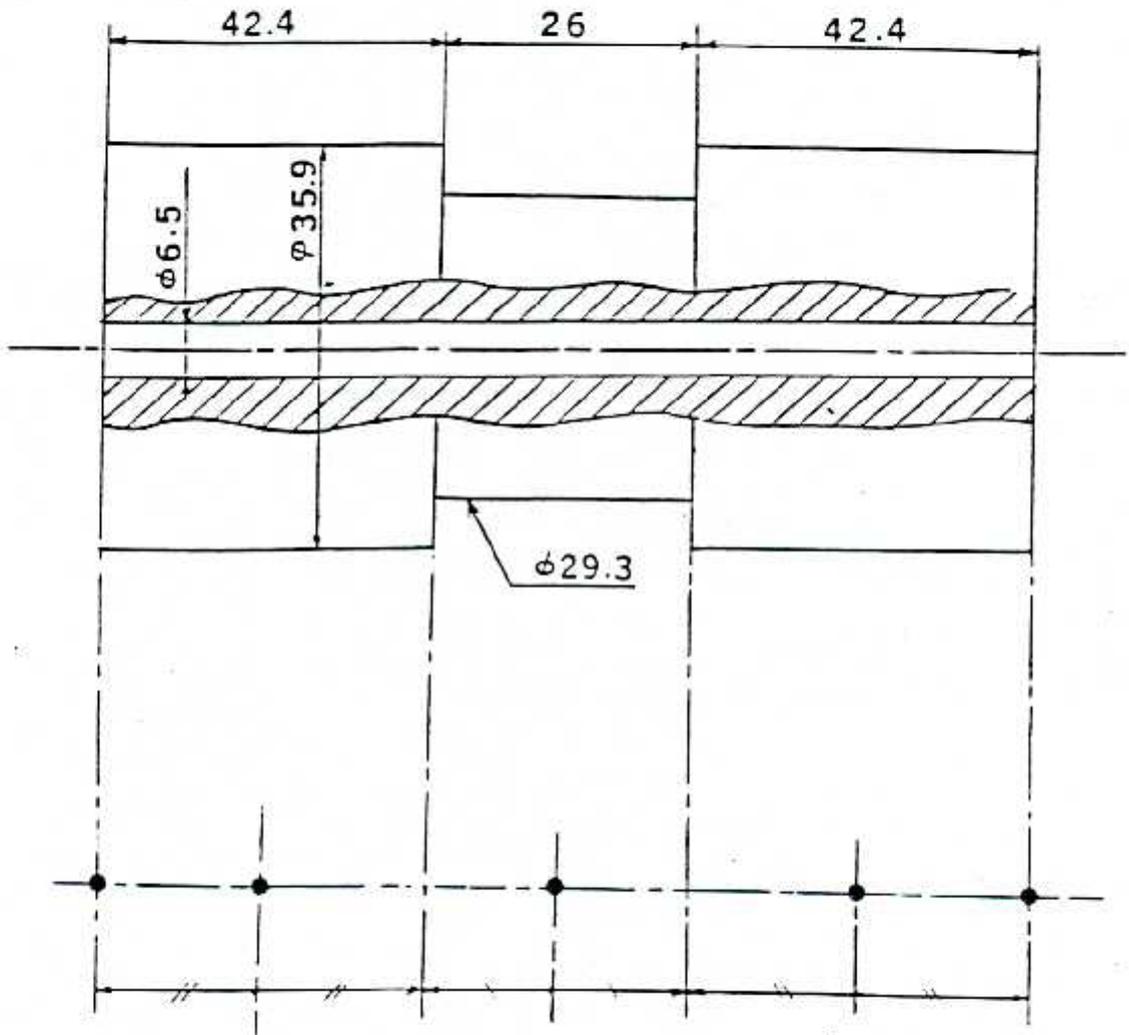


Figure 1-7 : Exemple détaillé de la modélisation et les points de la discretisation pour la moyenne turbine.

leurs sont alloués de tel manière à respecter les propriétés inertiélles des corps en rotation, comme indiqué au tableau(1-1).

Les caractéristiques physiques sont proposées dans le tableau(1-2), ainsi que les conditions aux limites.

Tableau 1.2 Les données supplémentaires

Masse volumique $\rho$	7800 kg/m <sup>3</sup>
Module de Young G	8 10 <sup>10</sup> Pa
Extrémité gauche	0
Extrémité droite	0

### 1.7 - RESULTATS :

Les modes et fréquences propres pour le 800 MW de WESTINGHOUSE ont été obtenu après résolution par la méthode de JACOBI. Les fréquences les plus basses sont représentées sur le tableau(1-3). Les huit modes les plus intéressants sont représentés sur les figures (1-8 à 1-15). Le mode rigide de la torsion étant négligé.

### 1.8 - CONCLUSION :

Dans cette partie nous avons pu formuler la matrice rigidité et nous avons exprimé l'inertie de deux manières différentes. Il a été suggéré la méthode qui est apte à réaliser de meilleurs approximations sur la matrice d'inertie, il suffit d'adopter des polynomes de plus hauts degrés.

Tableau 1-1 Les dimensions de l'arbre

N <sup>(m)</sup>	D int	D ext	Longueur	inerties
1	.0	1.016E-1	6.096E-1	.0
2	.0	1.016E-1	6.096E-1	.0
3	.0	2.54E-1	3.368675	.0
4	.0	2.54E-1	3.368675	46.3540
5	.0	5.7912E-1	1.2192E-1	.0
6	.0	5.334E-1	4.2672E-1	.0
7	.0	5.334E-1	4.2672E-1	.0
8	.0	5.4864E-1	9.144E-002	.0
9	.0	6.4008E-1	2.286E-1	.0
10	.0	6.4008E-1	2.286E-1	.0
11	.0	6.8072E-1	3.6576E-1	.0
12	.0	6.8072E-1	3.6576E-1	.0
13	.0	7.9248E-1	7.80415E-1	210.70
14	.0	7.9248E-1	7.804150E-1	210.0026
15	.0	7.9248E-1	7.8415E-1	209.5812
16	.0	7.9248E-1	7.8415E-1	208.3212
17	.0	7.9248E-1	7.8415E-1	208.321
18	.0	7.9248E-1	7.8415E-1	208.321
19	.0	7.9248E-1	7.80415E-1	209.585
20	.0	7.9248E-1	7.80415E-1	209.585
21	.0	6.4008E-1	1.143	209.857
22	.0	6.4008E-1	1.143	210.7
23	.0	6.096E-1	3.048E-1	.0
24	.0	5.4864E-1	9.144E-2	.0
25	.0	5.334E-1	4.2672E-1	.0
26	.0	5.334E-1	4.2672E-1	.0
27	.0	5.7912E-1	1.2192E-1	.0
28	.0	4.7244E-1	1.4478E-1	.0
29	.0	4.7244E-1	1.4478E-1	.0
30	.0	6.624320E-1	1.2192E-1	.0
31	.0	8.280399E-1	5.38226E-1	.0
32	.0	3.556E-1	3.5179E-1	.0
33	.0	3.556E-1	3.5179E-1	.0
34	.0	8.280399E-1	5.38226E-1	.0
35	.0	6.62432E-1	1.2192E-1	.0
36	.0	4.96824E-1	3.302E-1	.0
37	.0	4.96824E-1	1.324864	.0
38	.0	9.10844E-1	5.588E-1	.0
39	.0	9.10844E-1	5.588E-1	3802.756
40	.0	9.10844E-1	5.588E-1	2707.116
41	.0	9.10844E-1	5.588E-1	3802.756
42	.0	4.96824E-1	1.335024	.0
43	.0	4.96824E-1	3.302E-1	.0
44	.0	6.62432E-1	1.2192E-1	.0
45	.0	8.280399E-1	5.38226E-1	.0
46	.0	3.556E-1	1.03505	.0
47	.0	3.556E-1	1.03505	.0
48	.0	8.280399E-1	5.38226E-1	.0
49	.0	6.62432E-1	1.2192E-1	.0

50	.0	4.96824E-1	3.302E-1	.0
51	.0	4.96824E-1	1.324864	.0
52	.0	9.10844E-1	5.588E-1	.0
53	.0	9.10844E-1	5.588E-1	3824.584
54	.0	9.10844E-1	5.588E-1	2728.944
55	.0	9.10844E-1	5.588E-1	3824.584
56	.0	4.96824E-1	1.324864	.0
57	.0	4.96824E-1	3.3020E-1	.0
58	.0	6.62432E-1	1.2192E-1	.0
59	.0	8.280399E-1	5.38226E-1	.0
60	.0	3.556E-1	5.7912E-1	.0
61	.0	8.280399E-1	5.382260E-1	.0
62	.0	3.556E-1	4.1402E-1	.0
63	.0	3.556E-1	3.302E-1	.0
64	.0	4.71932E-1	2.8956E-1	.0
65	.0	4.71932E-1	2.8956E-1	.0
66	.0	5.79628E-1	2.8956E-1	.0
67	.0	5.79628E-1	2.8956E-1	.0
68	1.65608E-1	9.10844E-1	2.69113E-1	.0
69	1.65608E-1	9.10844E-1	2.69113E-1	.0
70	1.65608E-1	9.10844E-1	2.69113E-1	.0
71	1.65608E-1	9.10844E-1	2.69113E-1	.0
72	1.65608E-1	7.45236E-1	3.302E-1	168.56
73	1.65608E-1	7.45236E-1	3.302E-1	151.3669
74	1.65608E-1	9.10844E-1	2.69113E-1	105.0129
75	1.65608E-1	9.10844E-1	2.69113E-1	105.0129
76	1.65608E-1	9.10844E-1	2.69113E-1	193.5069
77	1.65608E-1	9.10844E-1	2.69113E-1	.0
78	1.65608E-1	5.79628E-1	2.8956E-1	.0
79	1.65608E-1	5.79628E-1	2.8956E-1	.0
80	.0	4.7879E-1	2.8956E-1	.0
81	.0	4.7879E-1	2.8956E-1	.0
82	.0	3.5560E-1	7.4422E-1	.0
83	.0	8.280399E-1	3.72618E-1	.0
84	.0	3.81E-1	1.076452	259.245
85	.0	3.81E-1	1.076452	217.4845
86	.0	6.62432E-1	4.96824E-1	175.3445
87	.0	6.62432E-1	7.45236E-1	175.3445
88	1.6568E-1	6.62432E-1	5.79628E-1	217.4845
89	1.5875E-1	6.62432E-1	6.62432E-1	259.6245
90	1.6560E-1	6.62432E-1	1.159256	.0
91	1.65608E-1	4.064E-1	5.38226E-1	.0
92	1.65608E-1	4.064E-1	5.38226E-1	.0

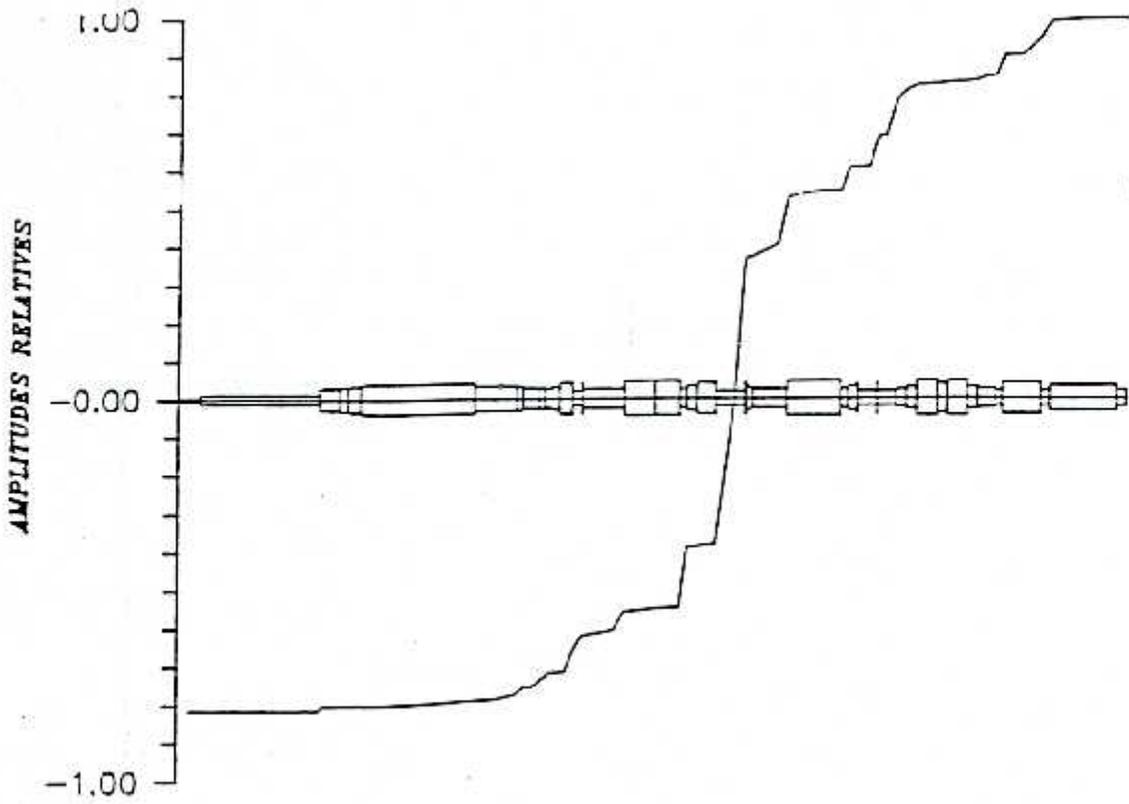


Figure 1-8 : Mode No 1 10.4 Hz

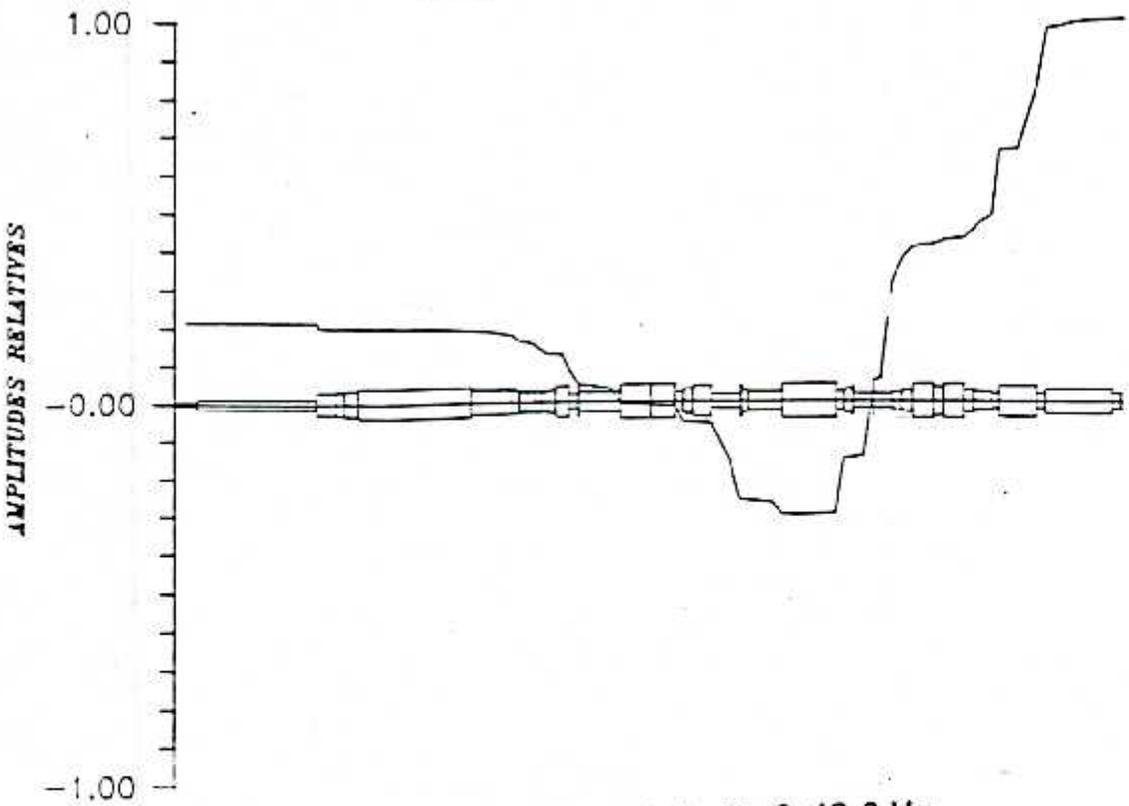


Figure 1-9 : Mode No 2 19.6 Hz.

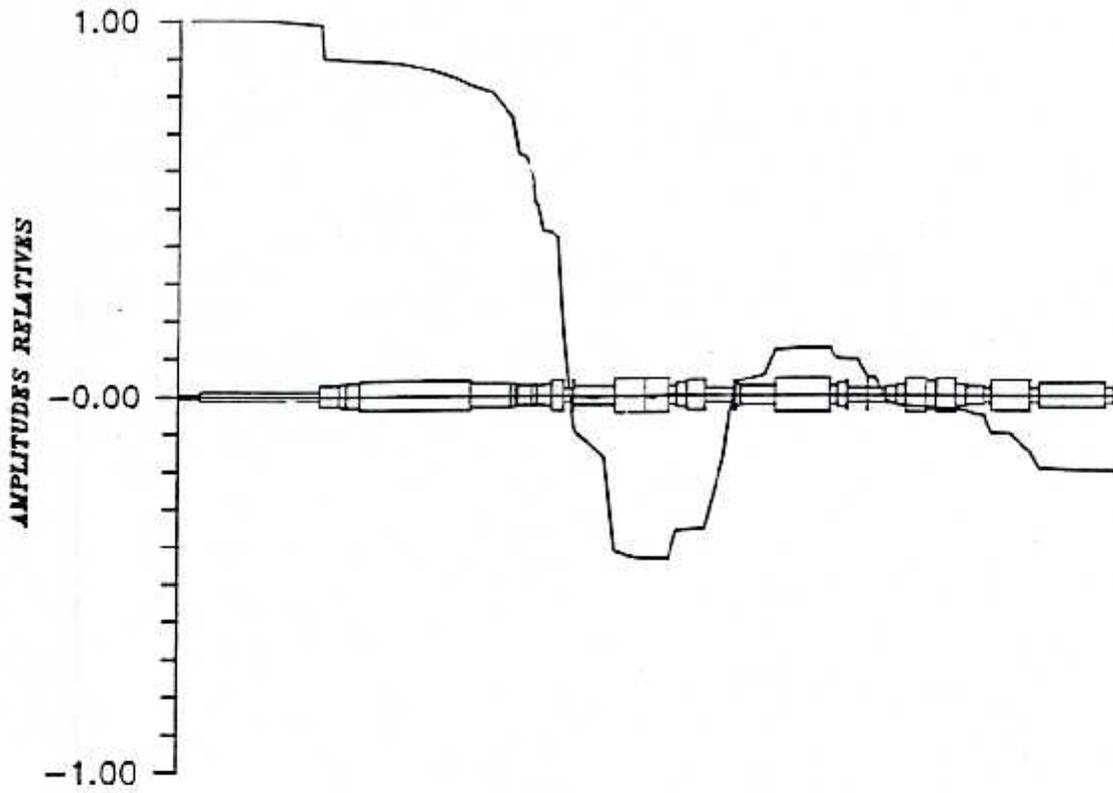


Figure 1-10 : Mode No 3 23.7 Hz

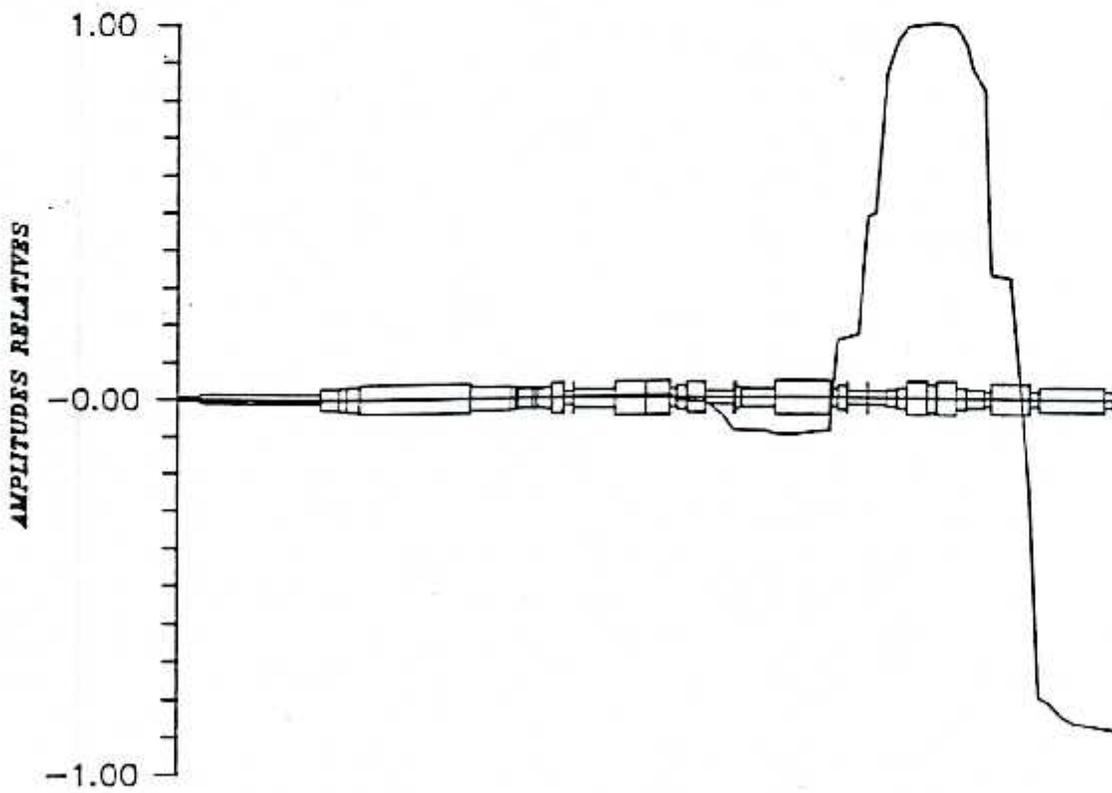


Figure 1-11 : Mode No 4 41.2 Hz

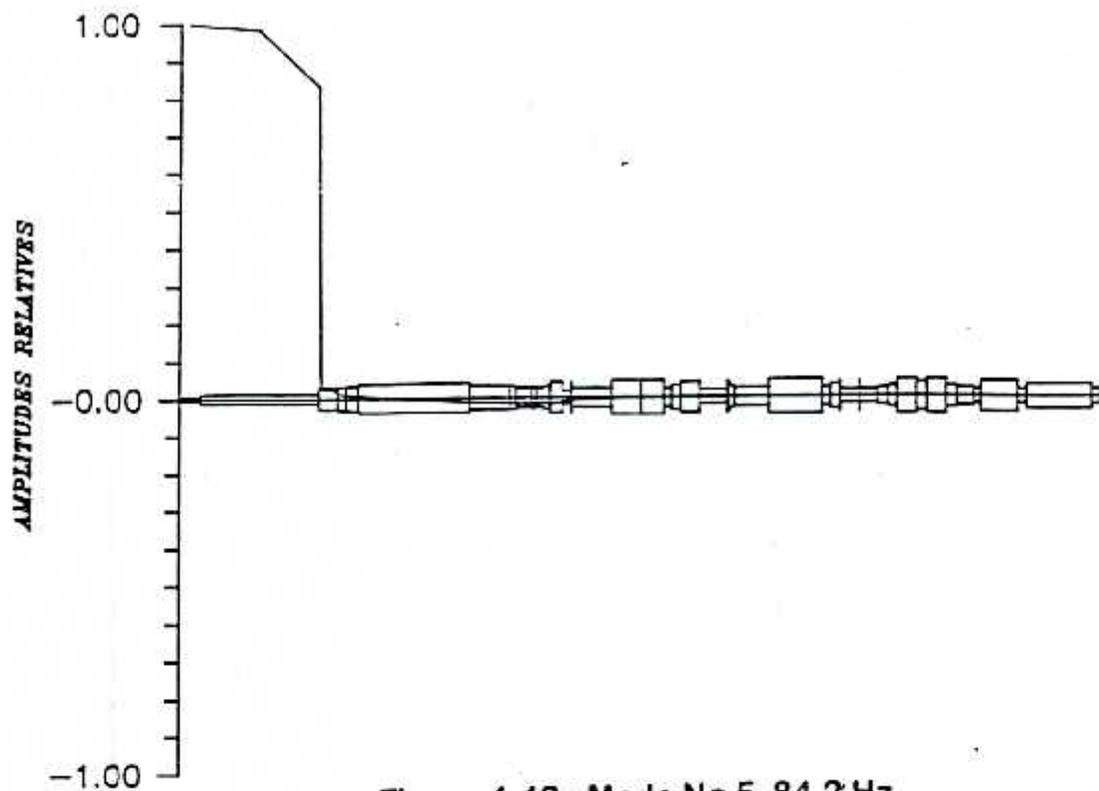


Figure 1-12 : Mode No 5 84.2 Hz

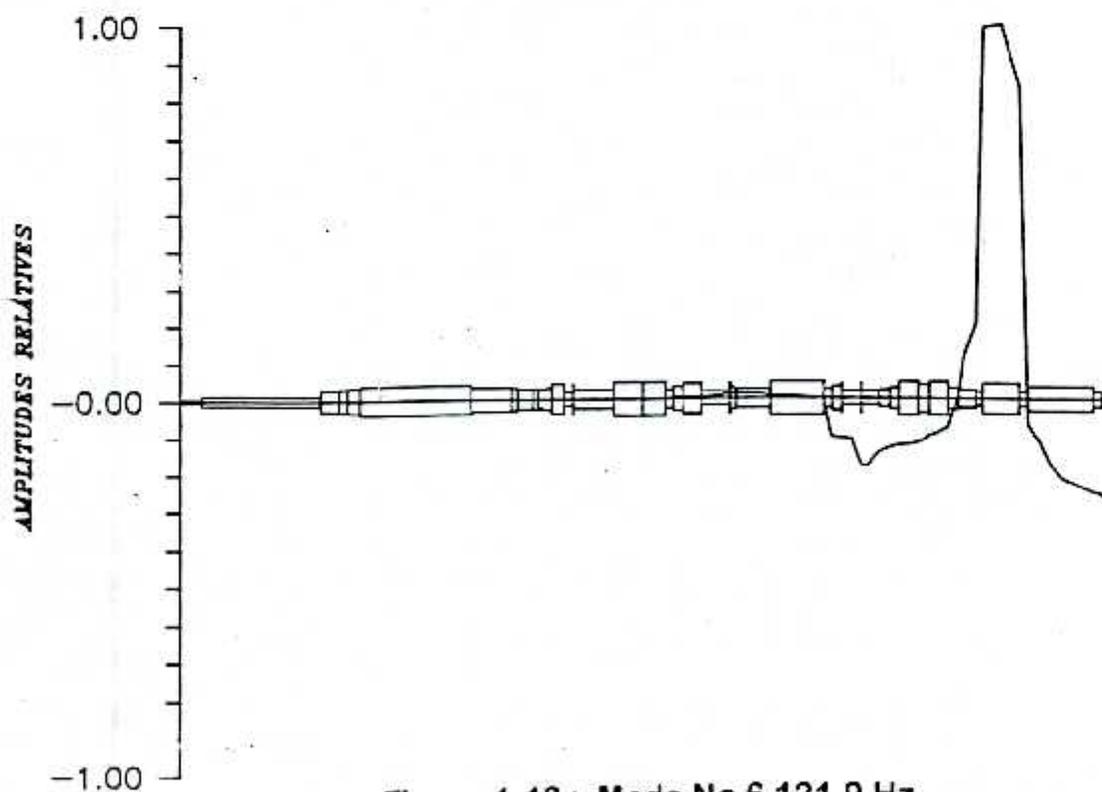


Figure 1-13 : Mode No 6 121.9 Hz

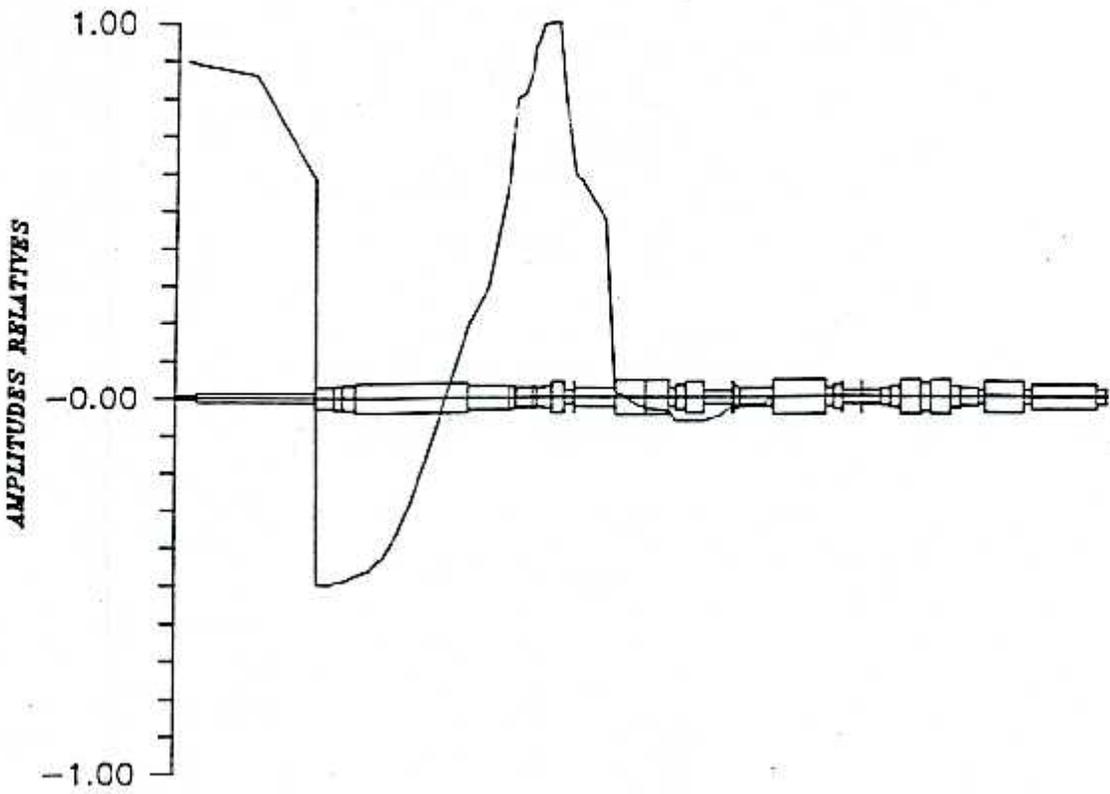


Figure 1-14 : Mode No 7 125.8 Hz

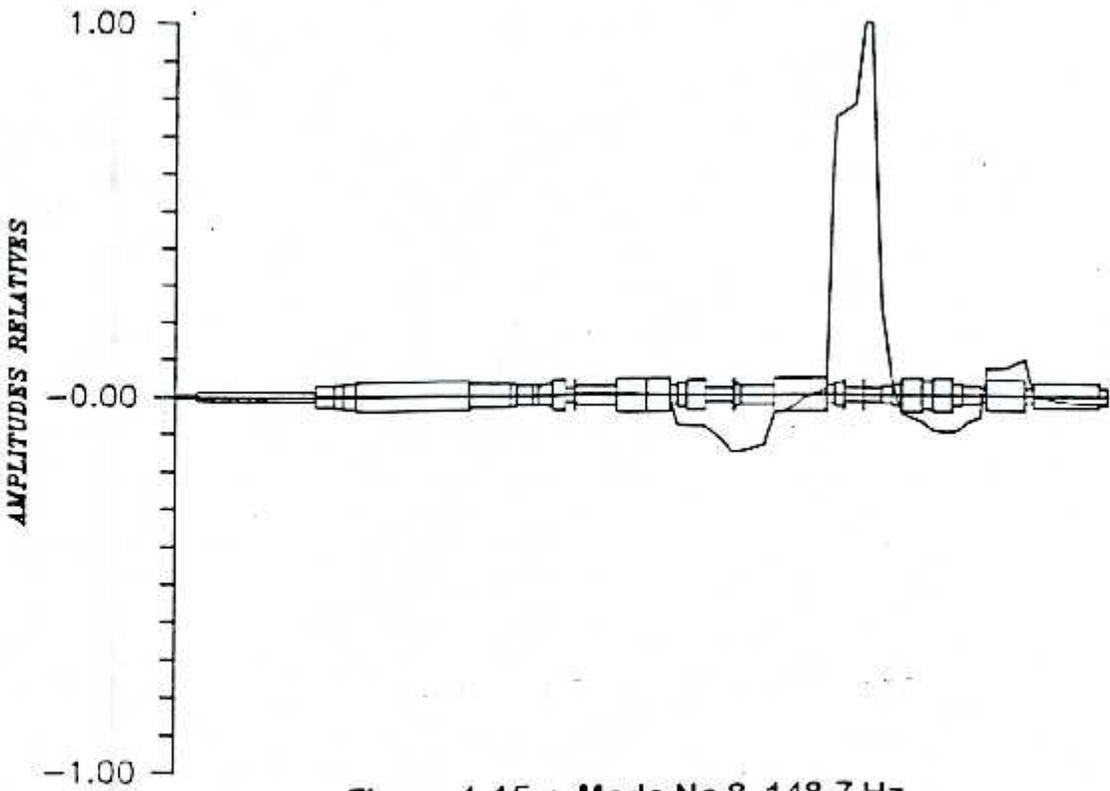


Figure 1-15 : Mode No 8 148.7 Hz

Nous avons donc réalisé le module qui effectue la résolution du problème aux valeurs propres, et nous avons pu vérifier cette partie grâce à la publication des constructeurs [2]. Il est présenté sur la *figure (1-16)* les modes propres du même turbo-alternateur, publiés par le constructeur. Les résultats relatifs à cette partie ont fait l'objet d'une communication [24].

Tableau 1-3 Les fréquences des 9 premiers modes

Fréq	RAD / S	HZ	RPM
1	9.159507E-01	1.457781E-01	8.746684
2	65.622130	10.444090	626.645200
3	123.362200	19.633700	1178.022000
4	149.043600	23.721020	1423.261000
5	258.685700	41.171100	2470.266000
6	529.304700	84.241460	5054.487000
7	766.175600	121.940600	7316.438000
8	790.217100	125.767000	7546.017000
9	934.431500	148.719400	8923.163000

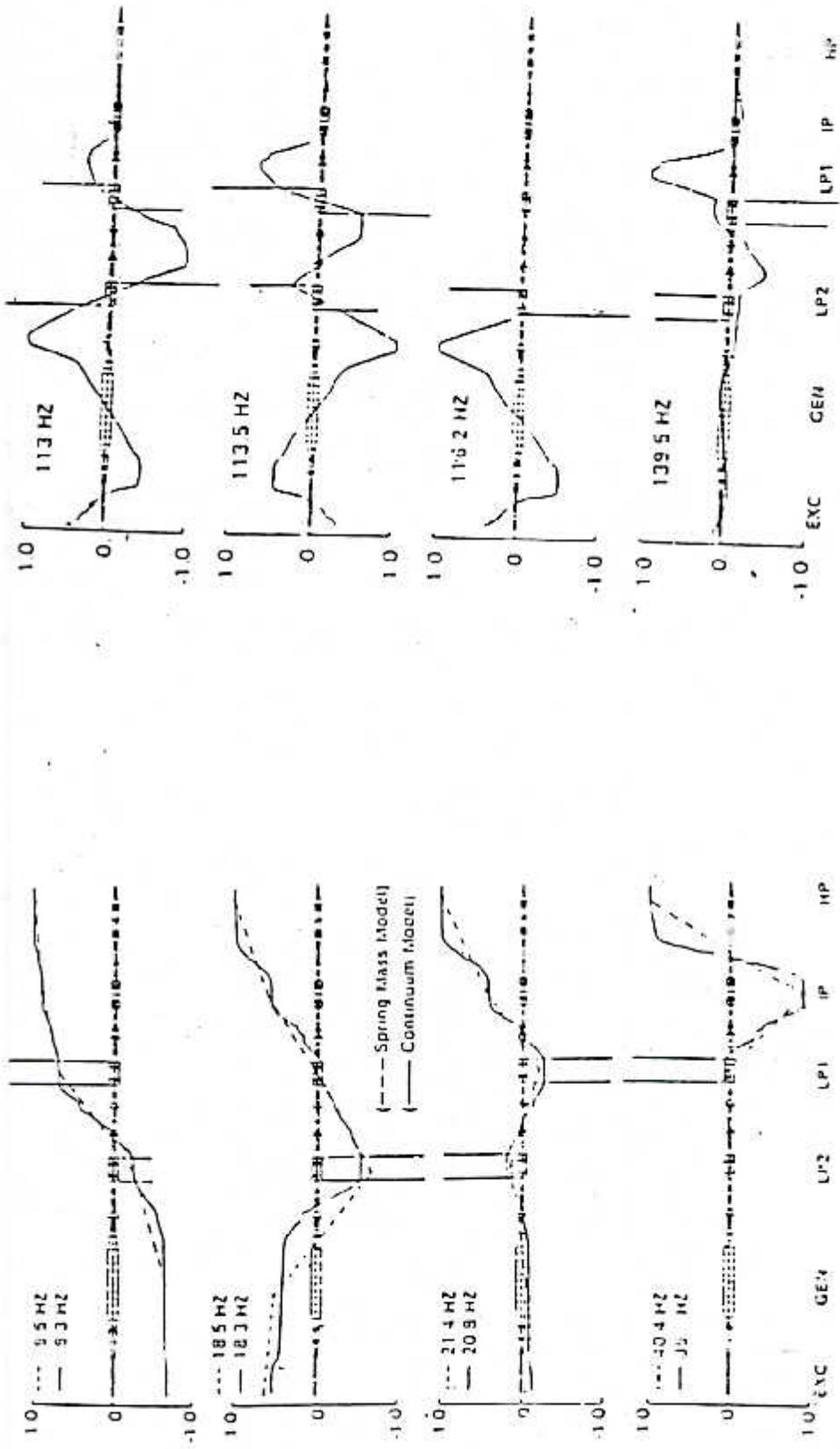


Figure 1-16 : Les Valeurs Propres Publiées Par le constructeur [1].

## CHAPITRE 2

### LES PERTURBATIONS ELECTRIQUES

#### 2.1 - INTRODUCTION :

Pour retrouver la réponse d'un système mécanique, il nous faut connaître le type et la forme de la charge perturbatrice. Dans notre étude l'arbre du turbo-alternateur est soumis à une excitation transitoire, causée par les perturbations électriques. Ces perturbations se transforment en un moment alternatif.

Des études entreprises par RAMEY et KUNG en [2] donnent la forme générale des moments pour les fautes électriques les plus fréquentes dans les machines énergétiques. Nous considérerons dans ce travail cette formulation pour la simulation de notre moment transitoire, sans nous intéresser explicitement à la manière dont ils ont été retrouvés.

#### 2.2 - NATURE DES PERTURBATIONS ÉLECTRIQUES :

Les perturbations que subissent les installations de production d'électricité sont les suivantes :

- a - Les interruptions des lignes de transmissions.
- b - Fermetures à grande vitesse des circuits d'interruption sur les lignes quittant les stations électriques.
- c - Opération monophasée, comme celle causée par un

fonctionnement à un pôle des circuits d'interruption qui produisent un moment alternatif, avec une fréquence double de la fréquence de base du système.

- d - Résonance sous synchrone dans les systèmes utilisant des condensateurs en séries pour la compensation.
- e - Synchronisation hors phase.
- f - Fautes au niveau des bornes de l'alternateur.
- g - Coupures à pleines charges.

### 2.3 - QUELQUES MOMENTS ELECTRIQUES ET DONNEES DE CHAMPS :

Il existe un grand nombre de perturbation de réseaux qui peuvent survenir dans une centrale électrique. Dans cette étude, nous nous intéresserons uniquement à trois types, dont la formulation mathématique a été publié [2]. Parmi lesquelles le réenclenchement à grande vitesse qui est la faute qui cause le plus de sévices sur les systèmes mécaniques .

Nous nous intéresserons pas à l'étude de ce phénomène, mais nous l'utiliserons comme exemple de perturbation. La forme générale de ce moment est la somme des harmoniques représenté dans la *figure (3-1)*.

$$T_e = A_0 + A_1 e^{-\alpha_1 t} \cos(\omega_0 t + \delta_1) + A_2 e^{-\alpha_2 t} \cos(2\omega_0 t + \delta_2) + A_3 e^{-\alpha_3 t} \cos(\omega_n + \delta_3) \quad (3.1)$$

où

$\omega_0$  est la fréquence synchrone du système ( Hz ).

$\omega_n$  est la fréquence électromagnétique de la machine (Hz).

$\delta_i$  sont les angles de phase.

$A_i$  sont les constantes d'amplitudes maximales  
(adimensionnelles car le moment est normalisées).

$\alpha_i$  sont les constantes

Les coefficients sont proposés dans le tableau(3-1) pour la simulation des trois types de perturbations, qui sont :

- \* La panne de ligne, monophasée avec le sol (SL-G).
- \* La fermeture à grande vitesse réussie (S-HSR).
- \* La fermeture à grande vitesse non réussie (U-HSR).

Le couple électrique  $T_e$  est exprimé en Per-unit c' est à dire normalisé , il est donc transformé en un moment réel et dans le système MKSA (voir Annexe A), pour être appliqué au système. La forme de toutes ces perturbations sont représentées sur la figure (3-1).

#### 2.4 - CONCLUSION :

Nous avons pu simuler trois types de pannes qui sont certe, les plus fréquentes. Mais nous n'avons pas les expressions de toutes les pannes qui surviennent dans une centrale de production d'énergie. Pour la suite de notre travail ces exemples sont suffisants pour la vérification des procédures que nous espérons réaliser.

Tableau 2-1 : Les coefficients des différentes perturbations électriques

Cas	Temps	A <sub>0</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	δ <sub>1</sub>	δ <sub>2</sub>	δ <sub>3</sub>	α <sub>1</sub>	α <sub>2</sub>	α <sub>3</sub>	ω
Tous	< 0.1	0.9	0	0	0	*	*	*	*	*	*	*
SL-G	.1-.15	.75	2.78	-2.34	0	.58	.5	*	.29	.5	*	*
	.15-.57	.76	0	-0.38	.163	*	-1.1	4.06	*	-.64	3.18	6.62
HSR	.57-1.0	.9	.1	0	.5	-1.4	*	1.4	.29	*	3.18	6.28
	.1-.15	.075	3.4	0	0	.26	*	*	.2	*	*	*
SUCC	.15-.57	.9	.35	0	.225	0	*	-2.3	.12	*	5.0	7.85
	.57-1.0	.9	.94	0	.9	-.77	*	.73	.16	*	4.2	8.05
HSR	.1-.15	.075	3.4	0	0	.26	*	*	.2	*	*	*
	.15-.57	.9	.35	0	.225	0	*	-2.3	.12	*	5.0	7.85
UNSU	.57-.62	.075	3.4	0	0	.26	*	*	.2	*	*	*
	.62-.0	.9	.43	0	.125	0	*	.03	.14	*	4.2	5.07

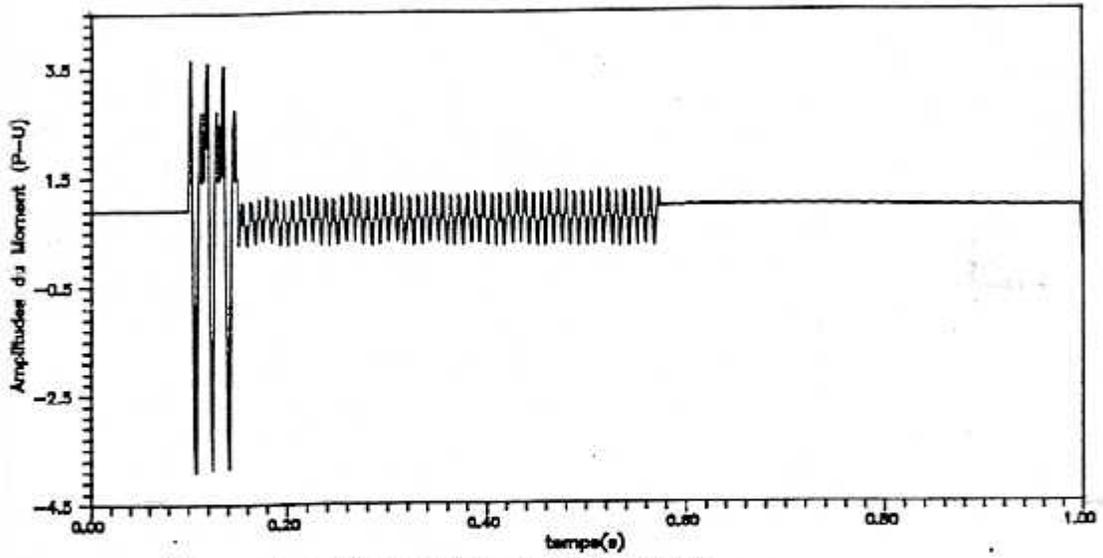


Fig a - PERTURBATION ELECTRIQUE SL-G

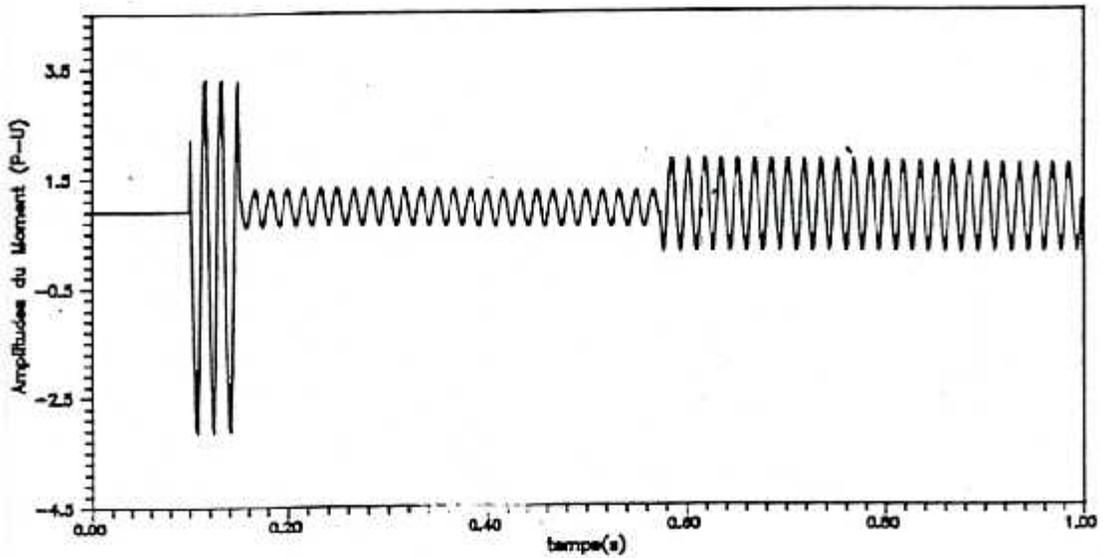


Fig b - PERTURBATION ELECTRIQUE S-HSR

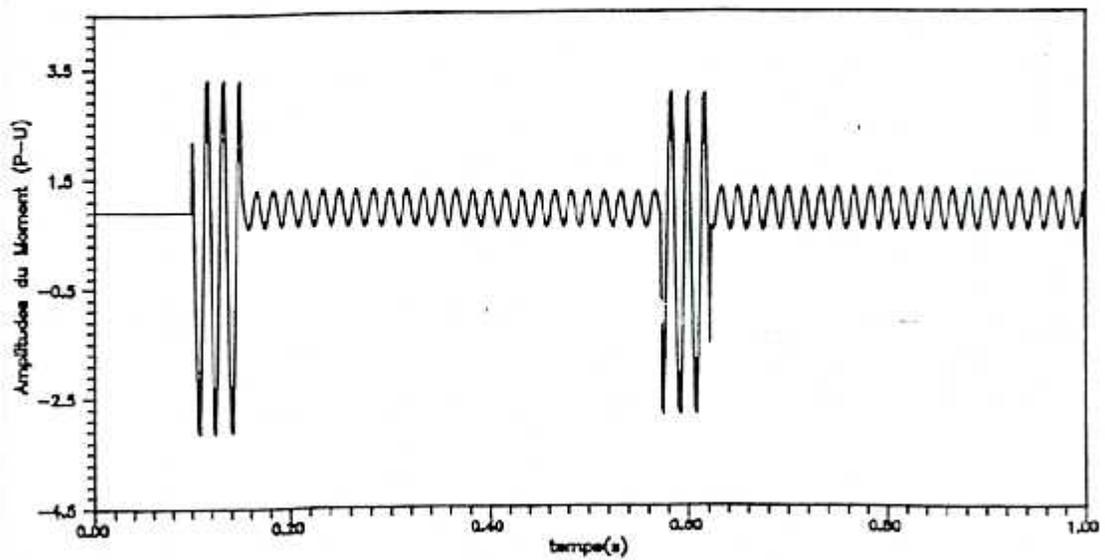


Fig c - PERTURBATION ELECTRIQUE U-HSR

Figure 2-1 LES FORMES DES PERTURBATIONS ELECTRIQUES

## CHAPITRE 3

## LA REPONSE TRANSITOIRE DU SYSTEME

## 3.1 - INTRODUCTION :

Pour déterminer la réponse du système après une perturbation électrique, nous devons appliquer la forme mathématique adoptée pour l'excitation et résoudre le système d'équation du mouvement qui en découlera. Mais tel qu'il est le système, est complexe. Nous le décomposerons donc en un système d'équations simples et découplées par la méthode de superposition modale.

Afin de réduire le problème, la réponse ne sera étudiée que pour un certain nombre de noeuds. Le choix de ces noeuds est fonction des localités les plus vulnérables à la fatigue. Les valeurs modales correspondantes seront extraites de la matrice modale obtenue dans la partie précédente du travail. L'amortissement structural n'étant pas aisément mesurable en vibrations de torsion il sera considéré un amortissement modal proportionnel [15,23].

L'intégration des équations du système se fera par la méthode de RUNG-KUTTA.

## 3.2 - L'EQUATION DU MOUVEMENT :

L'équation du mouvement du système non-amorti peut être écrite comme suit :

$$[ M ] \left\{ \ddot{X} \right\} + [ K ] \left\{ X \right\} = \left\{ 0 \right\} \quad (3-1)$$

où les quantités de l'équation sont :

$[ M ]$  : La matrice masse.

$[ K ]$  : La matrice rigidité.

$\{ X \}$  : Le vecteur des degrés de liberté.

$\{ \ddot{X} \}$  : Le vecteur des accélérations.

Soit la réponse de la forme :

$$\{ X \} = \{ \phi \} \sin(\omega t + \varphi) \quad (3-2)$$

où  $\{ \phi \}$  est un vecteur des amplitudes du déplacement.

$\omega$  : la fréquence du système.

$\varphi$  : le déphasage du système.

La combinaison de (3.1) et (3.2) nous donne :

$$[ K ] - \omega^2 [ M ] = \{ 0 \} \quad (3-3)$$

Nous obtenons l'équation du système libre non amorti que nous avons résolue dans le premier chapitre du présent travail afin d'obtenir les fréquences et les modes propres de ce système.

La propriété de l'orthogonalité de la matrice modale  $[\phi]$  et sa normalisation par rapport à la matrice masse est interprétée par [23] :

$$\left\{ \phi_i \right\}^T [M] \left\{ \phi_j \right\} = \begin{cases} 1 & \text{si } i=j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (3-4)$$

où  $i$  et  $j$  vont de 1 à  $n$  l'ordre du système  
et où :

$\left\{ \phi_i \right\}$  : est le  $i$ ème vecteur propre de la vibration

et

$\left\{ \phi_i \right\}^T$  : est le vecteur transposé de  $\left\{ \phi_i \right\}$ .

De la même manière, nous aurons la même manière pour la matrice de rigidité :

$$\left\{ \phi_i \right\}^T [K] \left\{ \phi_j \right\} = \begin{cases} \omega^2 & \text{si } i=j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (3-5)$$

Grâce à cette propriété, nous pouvons changer la base de nos travaux, de la base des coordonnées physiques  $x$ , à la base des coordonnées modales généralisées  $U$  [25] :

$$\left\{ x \right\} = \left[ \phi \right] \left\{ U \right\} \quad (3-6)$$

Notre première équation s'écrira :

$$\left[ I \right] \left\{ \ddot{U} \right\} + \left[ \omega \right] \left\{ U \right\} = \left\{ 0 \right\} \quad (3-7)$$

Pour les vibrations forcées l'équation du mouvement du

systeme s'écrit :

$$\left[ \overset{\cdot}{M} \right] \left\{ \overset{\cdot\cdot}{X} \right\} + \left[ K \right] \left\{ X \right\} = \left\{ A_p \right\} \text{per}(t) \quad (3-8)$$

$\left\{ A_p \right\} \text{per}(t)$  étant le vecteur de la perturbation.

En utilisant les propriétés du changement de coordonnées nous aurons :

$$\left[ \phi \right]^T \left[ M \right] \left[ \phi \right] \left\{ \overset{\cdot\cdot}{U} \right\} + \left[ \phi \right]^T \left[ K \right] \left[ \phi \right] \left\{ U \right\} = \left[ \phi \right]^T \left\{ A_p \right\} \text{per}(t) \quad (3-9)$$

donc :

$$\left[ I \right] \left\{ \overset{\cdot\cdot}{U} \right\} + \left[ \omega \right] \left\{ U \right\} = \left[ \phi \right]^T \left\{ A_p \right\} \text{per}(t) \quad (3-10)$$

Avec  $\left[ I \right]$  la matrice identité.

Nous avons ainsi défini un système de  $n$  équations découplées de la forme :

$$\overset{\cdot\cdot}{U}_i + \omega_i \overset{\cdot}{U}_i = F_i \text{per}(t) \quad i = 1 \text{ à } n \quad (3-11)$$

Où  $F_i$  est le facteur de participation modale. Si un facteur d'amortissement modal  $\xi$  existe, il sera introduit dans l'équation (3.11) pour donner :

$$\ddot{U}_i + 2\xi\omega_i\dot{U}_i + \omega_i^2 U_i = F_i \text{ per}(t) \quad i= 1, n \quad (3-12)$$

Si nous posons :

$$q_i = \frac{U_i(t)}{F_i} \quad (3-13)$$

Nous obtenons donc la forme définitive, simplifiée par les transformations préalablement faites, de l'équation que nous aurons à intégrer :

$$\ddot{q}_i + 2\xi\omega_i\dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = \text{per}(t) \quad i= 1, n \quad (3-14)$$

Pour revenir aux grandeurs réelles pour la rotation et sa dérivée, les transformations suivantes sont nécessaires :

$$U_i = F_i q_i \quad \dot{U}_i = F_i \dot{q}_i \quad (3-15)$$

et d'après l'équation (3-6) :

$$\left\{ X \right\} = \left[ \phi \right] \left\{ U \right\}$$

$$\left\{ \dot{X} \right\} = \left[ \phi \right] \left\{ \dot{U} \right\}$$

### 3.3 - METHODE D'INTEGRATION :

La méthode adoptée pour intégrer l'équation différentielle est la méthode de RUNG-KUTTA (voir annexe B). Cette méthode est très stable et converge dans notre intégration [26]. Le choix du temps d'intégration  $\Delta t$  dépend de la plus grande fréquence propre utilisée dans les calculs :

$$P = \frac{2\pi}{\omega} \quad (3-16)$$

$\Delta t$  doit être inférieur ou égale à  $P/10$ , afin de décrire totalement le plus court cycle de vibration de la machine. Ainsi la réponse sera simulé avec une bonne précision.

### 3.4 LA SUPERPOSITION MODALE :

Pour simplifier un système, il est intéressant d'adopter la superposition modale en exprimant les coordonnées réelles en des coordonnées généralisées, dans la base des vecteurs propres et modes propres (voir paragraphe 3.2). La réponse par cette méthode s'écrira :

$$U(t) = \sum_{i=1}^{i=n} \left\{ \phi_i \right\} F_i \quad (3-17)$$

Pour avoir une approximation nécessaire, il suffit de sommer pour les  $p$  premiers modes ,  $p$  inférieur à  $n$ . Le nombre de modes nécessaires pour la sommation dépend de l'intervalle de fréquence où travaille la structure étudié. Dans ce cas, la superposition de trois modes est suffisante [22]. Nous le démontrons sur les figures (3-1 à 3-4). Nous remarquons que trois modes suffisent pour une bonne approximation de la réponse.

### 3.5 - L'EFFET DE L'AMORTISSEMENT :

Bien que l'amortissement structural soit très petit, il est important dans l'étude des vibrations de torsion [27- 29].

La matrice d'amortissement ne peut généralement pas être déterminée à partir de l'amortissement de chaque élément.

### 3.5.1 - L'effet de l'amortissement interne :

L'amortissement interne qui l'amortissement de la matière elle même, est dans les arbres des turbo- alternateurs généralement très petit. Les essais de torsion, menés ces vingt dernières années ont déduit que l'effet de l'amortissement interne est à son maximum à pleine charge.

### 2.5.2 - L'amortissement modal :

Mais sachant que l'amortissement traduit la dissipation d'énergie au cours de la réponse, il est possible de retrouver la contribution de l'amortissement dans la réponse, par rapport à chaque mode, appelé amortissement modal [25]. Il s'agit d'un rapport entre l'amortissement dans le mode considéré et l'amortissement total, d'où l'appellation de rapport d'amortissement ou l'amortissement proportionnel. Bien que cet amortissement soit petit, son effet est important tout particulièrement pour l'étude de la fatigue. Il est représenté sur les figures (3-5 à 3-7) l'effet de 0.5 % d'amortissement supplémentaire.

BOWLER [27] a déterminé grâce à ses expériences les amortissements modaux spécifiques à un certain type de machines. Nous en avons tiré les amortissements pour les cinq premiers modes pour une configuration similaire à notre turbo-alternateur tableau(3-1).

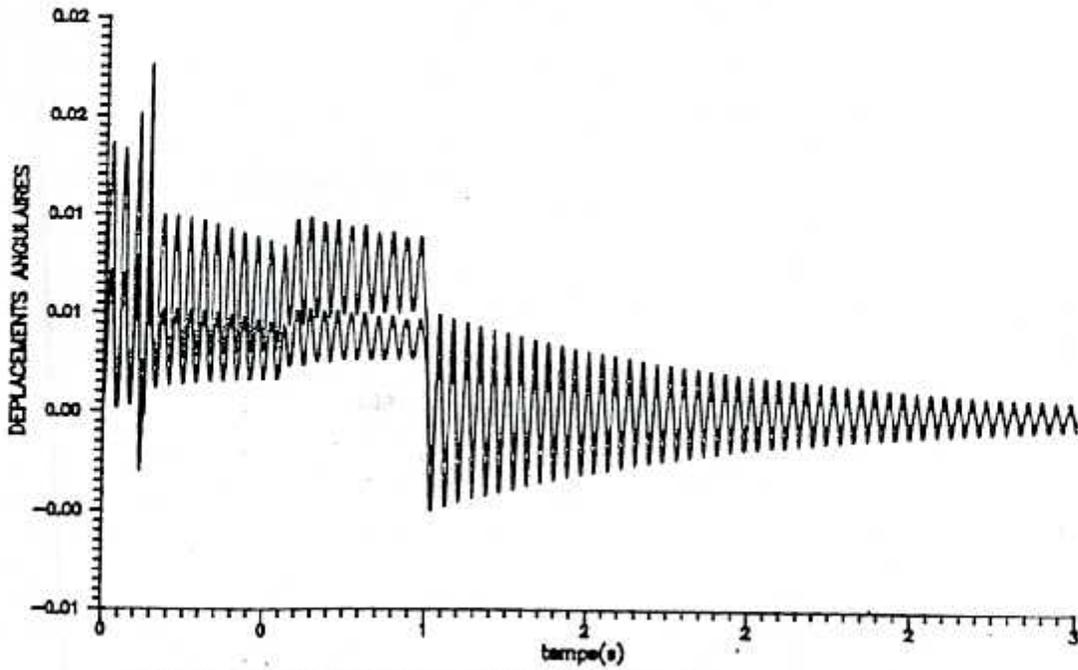


Figure 3-1 : REPONSES A LA PERTURBATION SL-G SUR LE NOEUD N° 21  
Avec 1 - un mode 2 - deux modes superposés

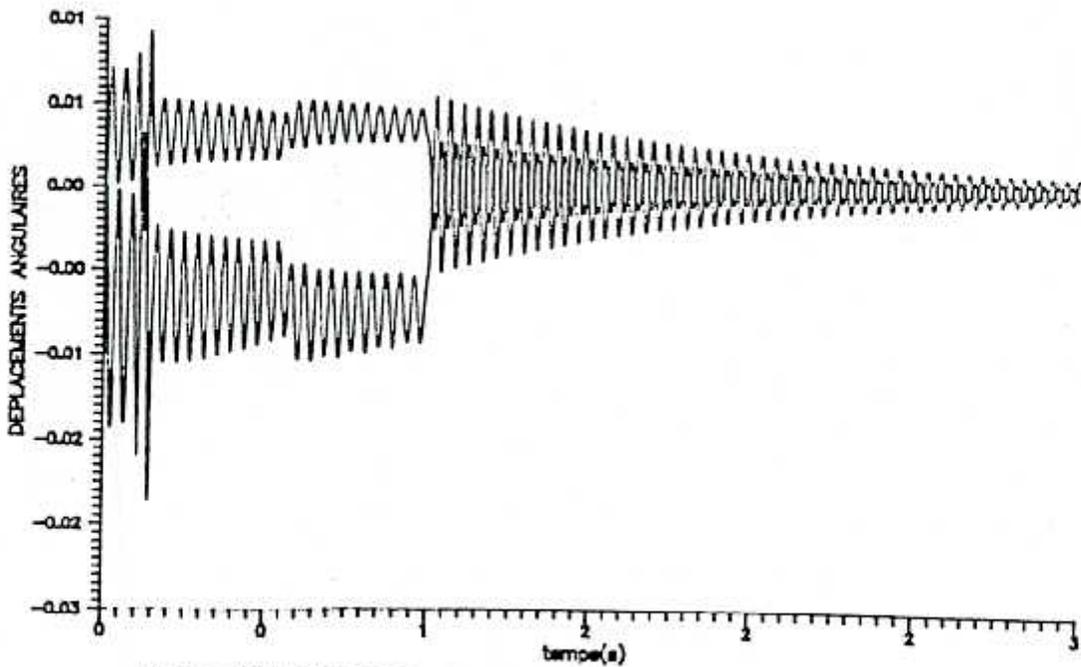


Figure 3-2 : REPONSES A LA PERTURBATION SL-G SUR LE NOEUD N° 21  
Avec 1 - deux modes superposés 2 - trois modes superposés

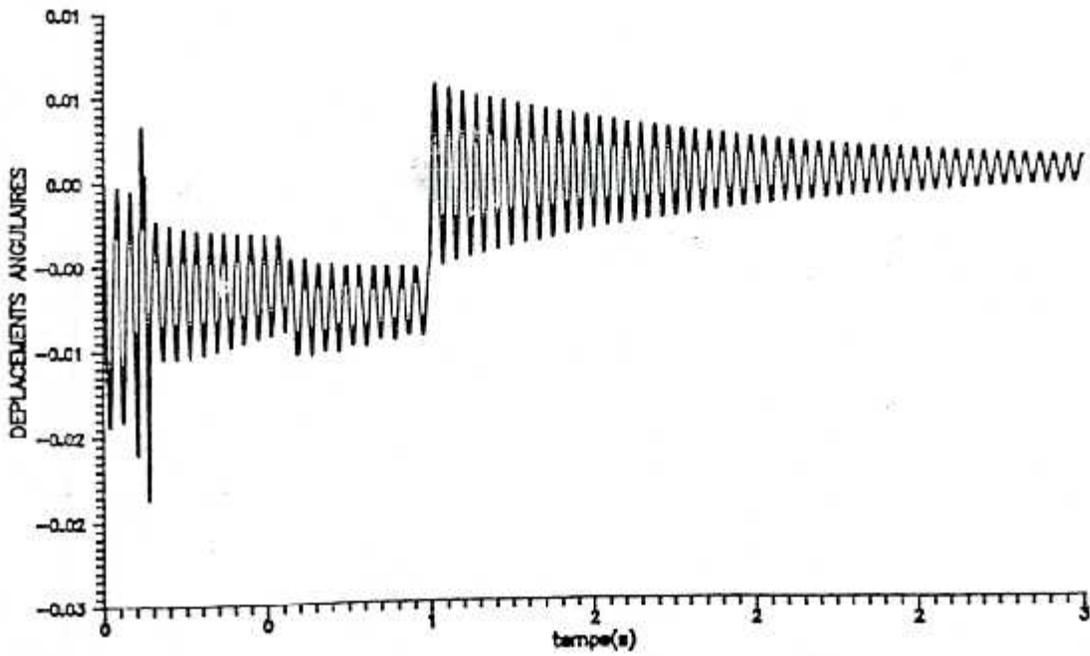


Figure 3-3 : REPONSES A LA PERTURBATION SL-G SUR LE NOEUD N° 21  
Avec 1 - trois modes superposés 2 - quatre modes superposés

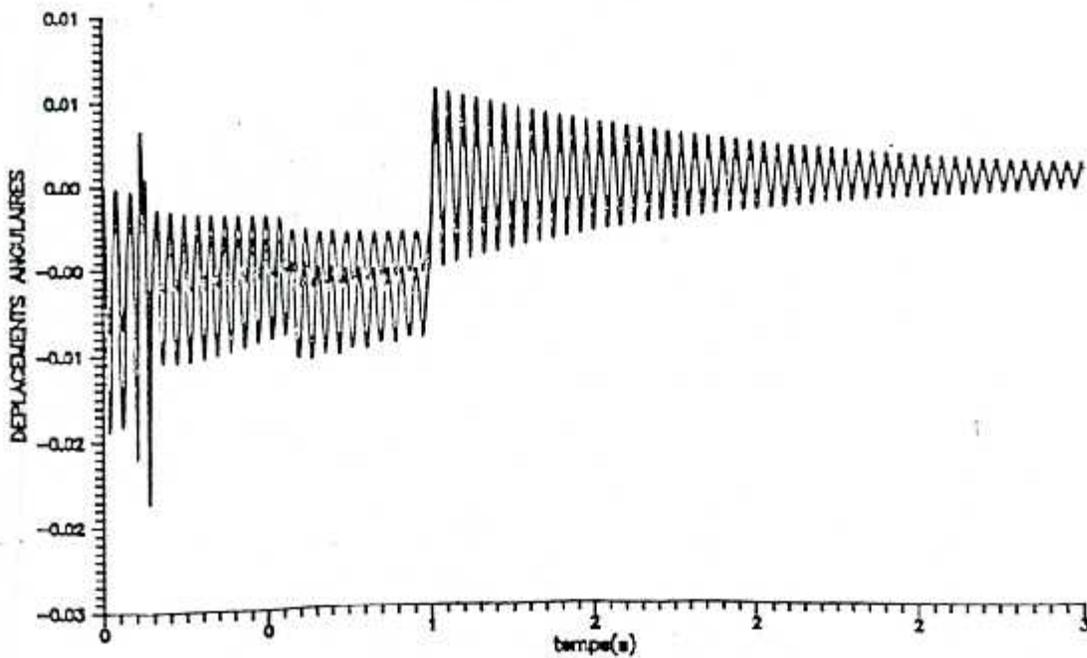


Figure 3-4 : REPONSES A LA PERTURBATION SL-G SUR LE NOEUD N° 21  
Avec 1 - quatre modes superposés 2 - cinq modes superposés

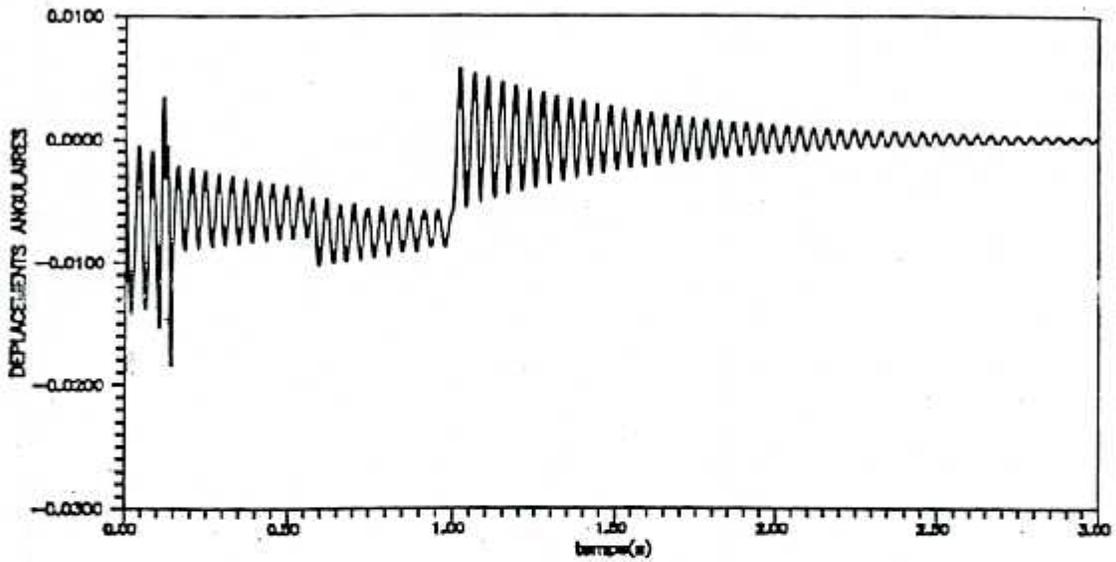


Figure 3-5 : REPONSES A UNE PERTURBATION ELECTRIQUE SL-G  
( NOEUD N° 21 ) Avec 0.5 % d'amortissement modal supplémentaire

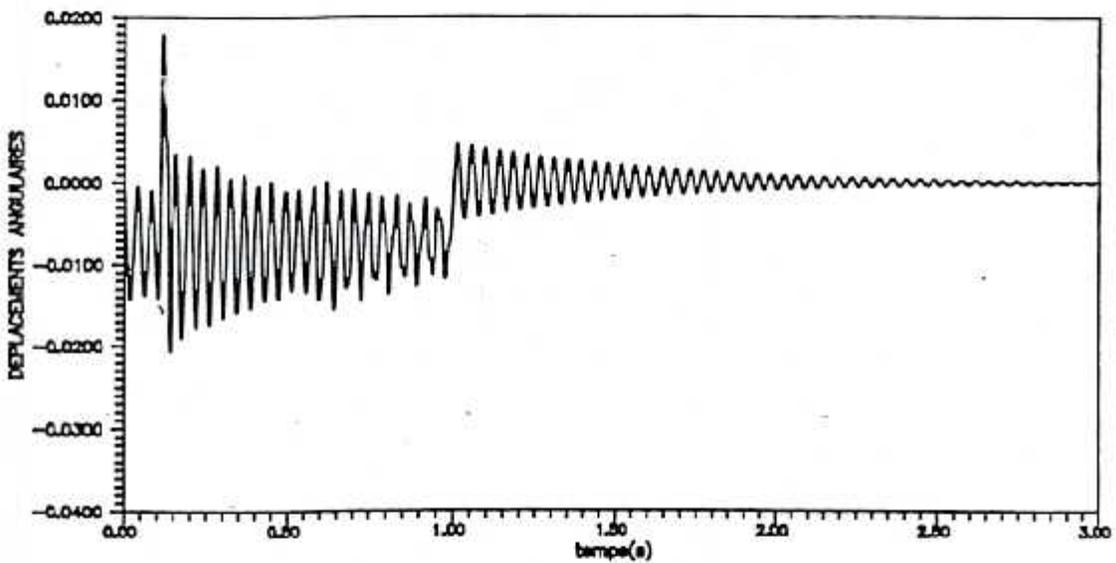


Figure 3-6 : REPONSES A UNE PERTURBATION ELECTRIQUE S-HSR  
( NOEUD N° 21 ) Avec 0.5 % d'amortissement modal supplémentaire

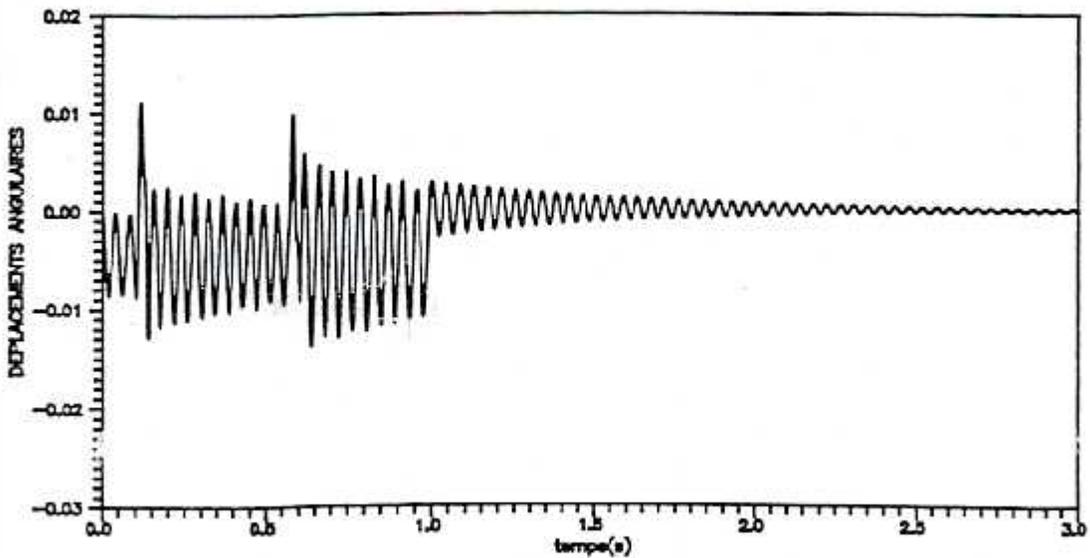


Figure 3-7 : REPONSES A UNE PERTURBATION ELECTRIQUE U-HSR  
( NOEUD N° 21 ) Avec 0.5 % d'amortissement modal supplémentaire

TABLEAU 3-1 : Les valeurs de l'amortissement.

N <sup>o</sup> mode	1	2	3	4	5
$\xi$	0.0097	0.0103	0.0067	0.0051	0.0017

### 3.6 - APPLICATION :

Cette démarche a été programmée à la suite du programme pour l'évaluation des valeurs propres. Celles-ci sont les données du présent module, les données supplémentaires sont :

- a- Les degrés de liberté désirés pour l'étude de la réponse.
- b- Les noeuds intéressants pour l'étude de la réponse (pour les calculs de fatigue).
- c- Le nombre de modes à superposer.
- d- Les amortissements modaux.

L'oganigramme du programme est représenté sur la *figure(3-8)*. Les noeuds intéressants sont ceux qui vont subir un moment important, ceux qui ont une géométrie complexe, ceux des modes propres et les noeuds où il existe des accouplements. Pour l'étude de fatigue un des noeuds les plus intéressants correspond au noeud No 21 [30] pour l'étude de fatigue. Nous représenterons les rotations des noeuds No 21, 33 et 40 *figures (3-9 à 3-15)*

### 3.7 - CONCLUSION :

Le programme développé donne les résultats nécessaires pour l'étude de la fatigue. Cette partie de l'analyse permet en plus à l'utilisateur de vérifier l'effet de différentes valeurs d'amortissement, de vérifier l'effet de la superposition modale et d'introduire d'autres types de perturbations.

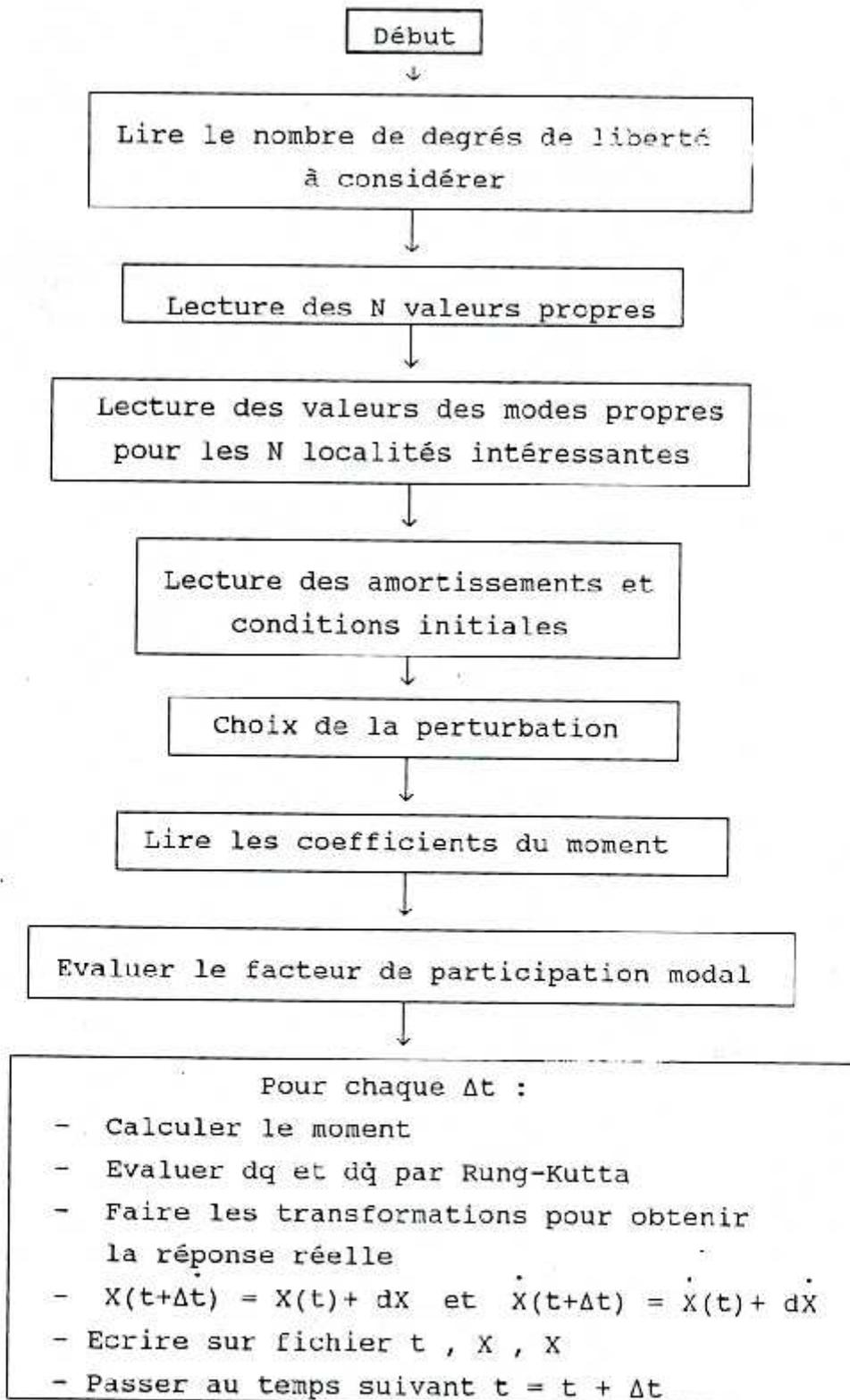


Figure 3- 8 : L'organigramme pour le calcul de la réponse transitoire

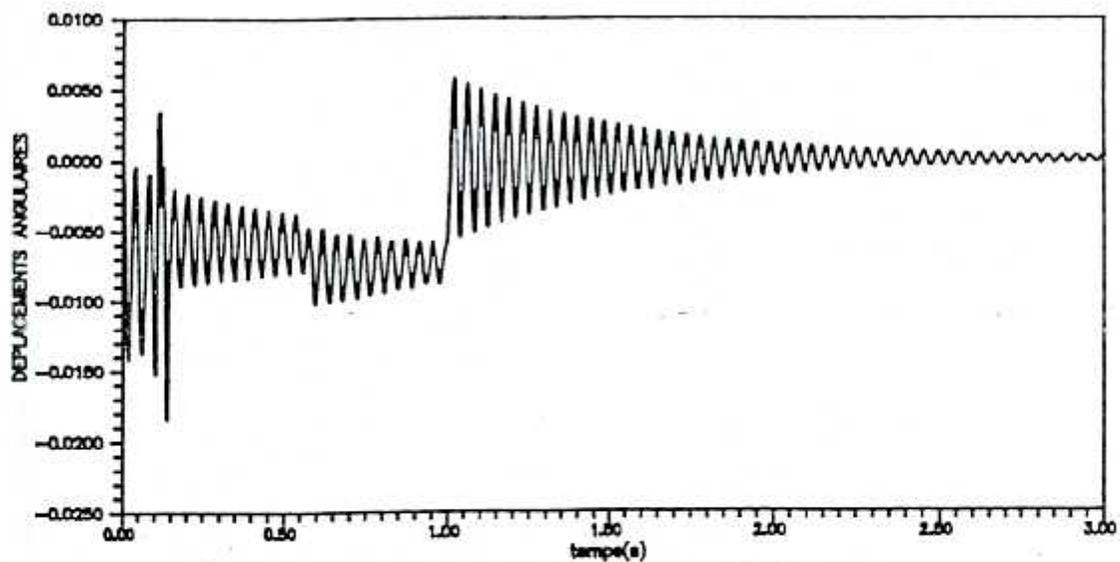


FIGURE 3.8 - REPOSE A UNE PERTURBATION ELECTRIQUE SL-G  
(NOEUD No 21)

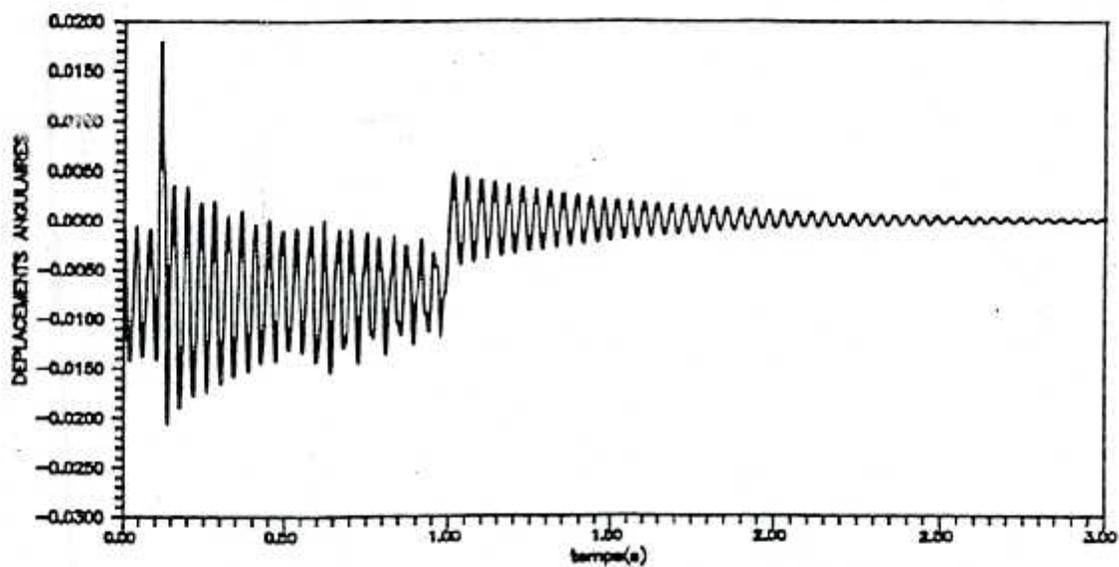


FIGURE 3.9 - REPOSE A UNE PERTURBATION ELECTRIQUE U-HSR  
(NOEUD No 21)

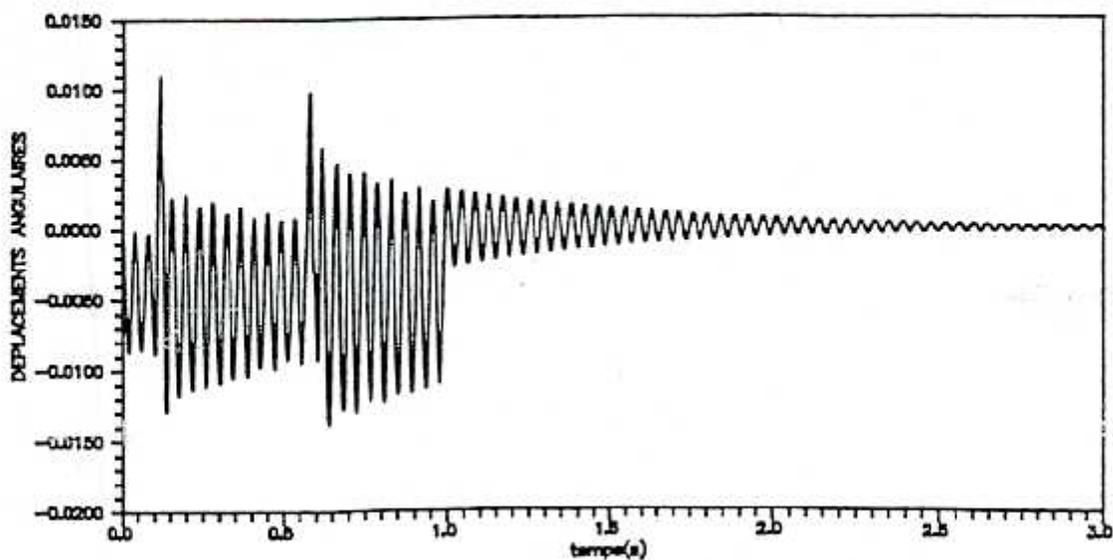


FIGURE 3.10- REPOSE A UNE PERTURBATION ELECTRIQUE U-HSR  
(NOEUD No 21)

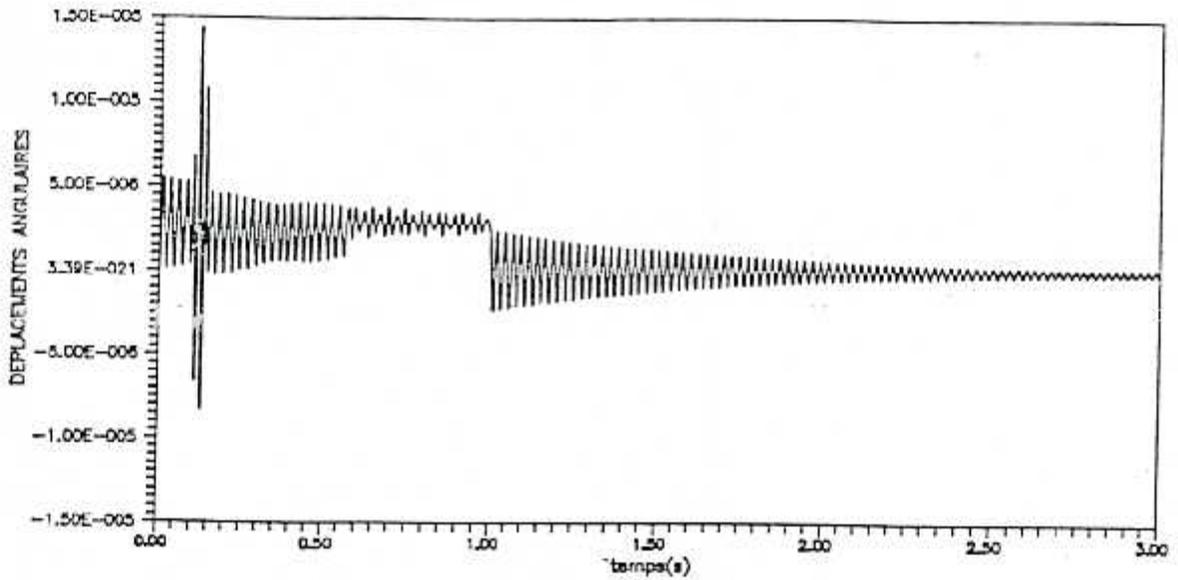


FIGURE 3.11- REPONSE A UNE PERTURBATION ELECTRIQUE SL-G  
(NOEUD No 33)

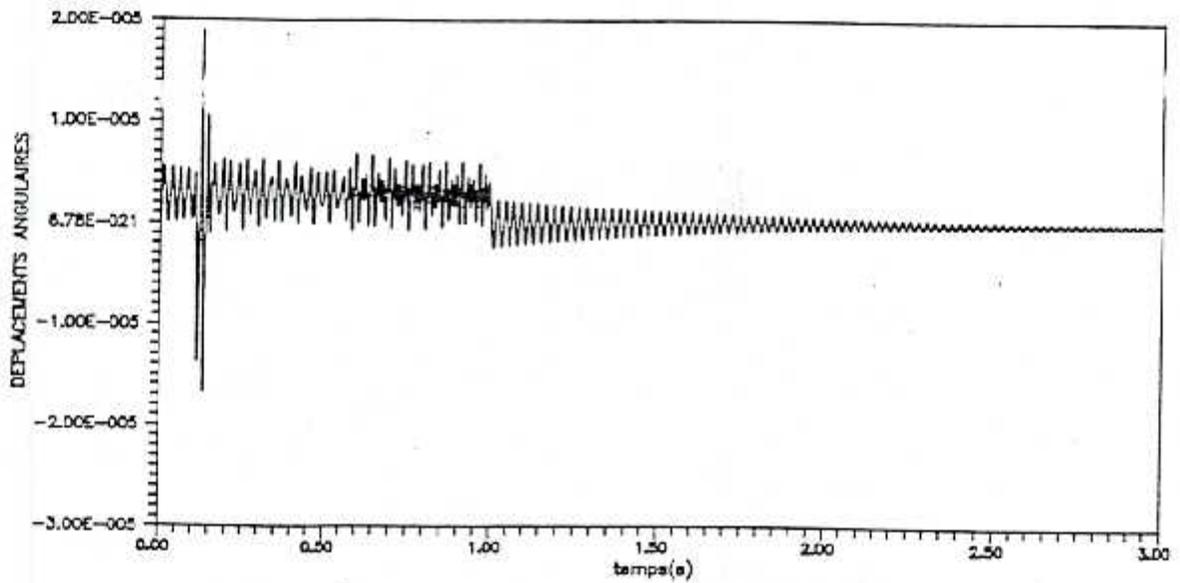


FIGURE 3.12- REPONSE A UNE PERTURBATION ELECTRIQUE S-HSR  
(NOEUD No 33)

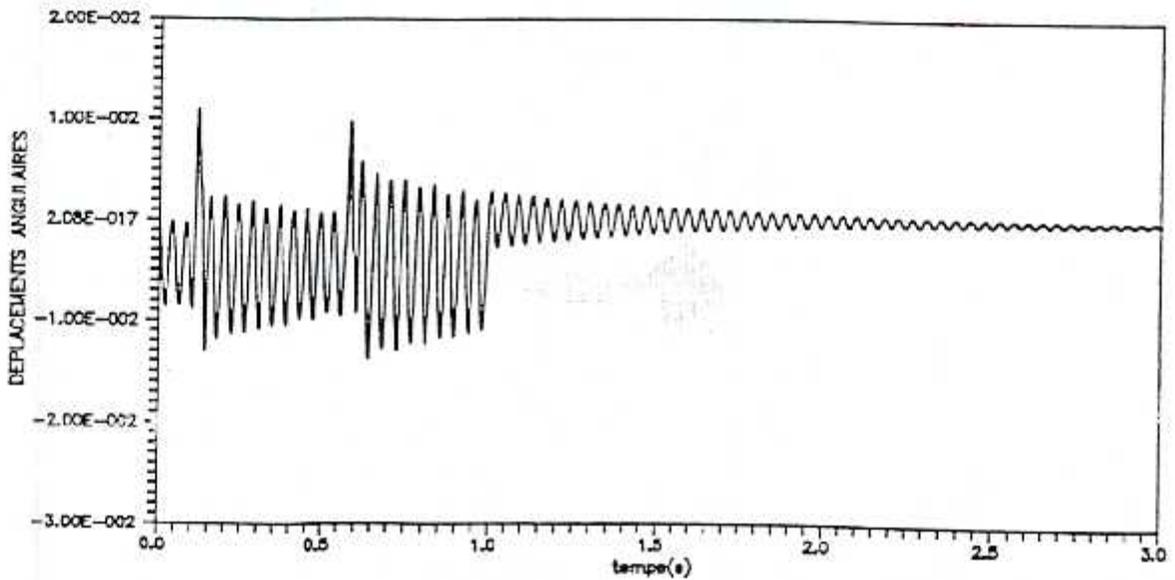


FIGURE 3.13- REPONSE A UNE PERTURBATION ELECTRIQUE U-HSR  
(NOEUD No 33)

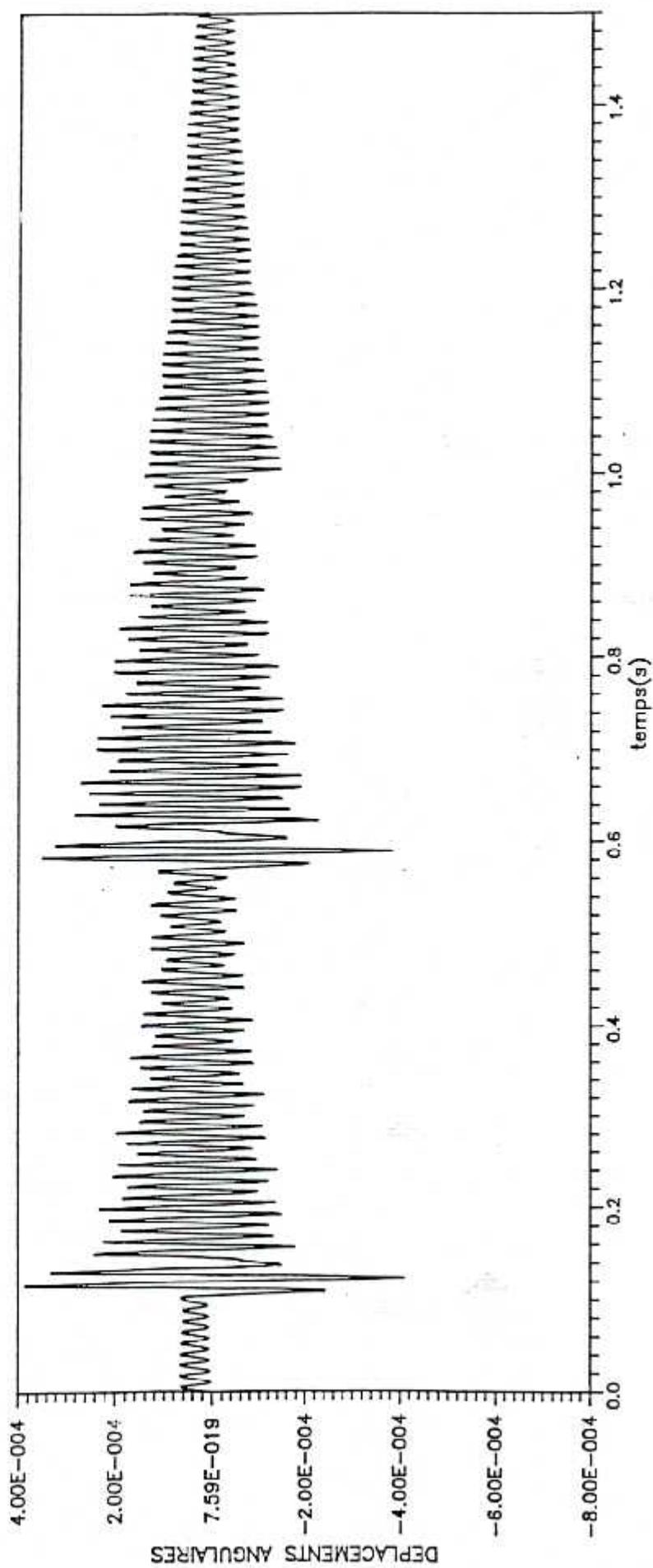


FIGURE 3.14 — REPONSE A UNE PERTURBATION ELECTRIQUE U-HSR  
(NOEUD No 40).

## CHAPITRE 4

## METHODE DE PREDICTION DE LA VIE PAR FATIGUE

## 4.1 - INTRODUCTION :

Très tôt dans l'histoire, l'homme s'était rendu compte qu'il pouvait casser du bois en le fléchissant de bas en haut. Par la suite, il s'est avéré et avec beaucoup d'étonnement que des contraintes répétitives cassent un matériau, sans même dépasser la contrainte élastique. La notion de fatigue était née.

Durant l'année 1928, en Allemagne, on s'était initié aux études et aux travaux sur la fatigue sur les chaînes. En 1870 August Wohler établit d'une façon assez claire la première méthode de calcul de la vie, basée sur les courbes contraintes-vie. Notre siècle a permis aux chercheurs de faire un grand pas vers l'avant dans ce domaine, grâce aux développements technologiques de notre ère.

De nos jours les machines doivent être optimisées dans leur fonctionnement, leur rendement, et leur coût. Une étude de fatigue s'impose. Le problème relatif au turbo-alternateur, que nous avons exposé au début de ce travail, serait sensiblement allégé, si une méthode d'évaluation de la durée de vie de l'arbre pour les perturbations électriques que subit la centrale, pouvait être établie.

Après une brève définition, nous proposerons, dans ce chapitre, une méthode qui pourra évaluer la vie probable de l'arbre d'un turbo-alternateur [1]. La connaissance des

différentes méthodes pour la prédiction de la vie des machines, est utile pour justifier le choix de la méthode de la contrainte locale que nous avons adopté. Pour appliquer cette méthode il nous faut remplir les conditions suivantes :

- 1 - L'existence d'une méthode permettant de découper un historique de charges complexes en des événements simples.
- 2 - L'existence d'une règle permettant de calculer l'endommagement de chaque cycle
- 3 - L'existence d'une règle d'accumulation permettant de résumer pour un certain historique de charges, tous les endommagements causés par des événements particuliers jusqu'à la perte totale de la vie (ie fissuration) [31]
- 4 - La connaissance de la relation entre charge extérieure et contraintes-déformations locales à la base de l'encoche.
- 5 - La connaissance des propriétés cycliques de la matière.

Toutes ces conditions ont été envisagées dans [16,19,21].

#### 4.2 - DEFINITION :

On entend généralement par fatigue ou endommagement par fatigue toute modification des propriétés des matériaux due à l'application de cycles d'efforts détériorant, cycles dont la répétition peut conduire à la rupture des pièces constitués de ces matériaux.

L'ASTM définit la fatigue comme suit [20] :

" La fatigue est le processus du changement structural, progressif, localisé et permanent, que subit un matériau qui est sujet à des conditions qui produisent des contraintes et des déformations fluctuantes en certains

points, qui peuvent atteindre la fissuration ou la rupture totale après un nombre de cycle de contraintes. "

#### 4.3 - LES METHODES DE PREDICTION DE LA VIE :

Prédire la vie à la fatigue d'un composant, consiste à rechercher son endommagement à des charges ondulatoires quelconques connues. Il existe plusieurs types de méthodes pour la prédiction de vie à la fatigue, les plus importantes sont expliquées brièvement ci-dessous, avec leurs avantages et limitations [21]. Elles adoptent généralement une accumulation linéaire du dommage .

1 - L'utilisation des courbes contraintes-déformations ou les courbes de WOHLER , pour des contraintes connues ou calculables. Cette méthode est conseillée pour des contraintes à amplitudes constantes .

2 - L'introduction d'un processus aléatoire de charges analysé par FOURIER, ou par des méthode statistiques et convertie en forme sinusoïdales équivalentes aux charges initiales.

3 - Le spectre de la charge est divisé en blocs d'amplitudes constantes. Les blocs seront ensuite programmés, suivant le nombre de cycles, à part ou suivant un processus aléatoire.

4 - La méthode de la contrainte nominale, suit un modèle approximatif. Elle est adaptée à la fatigue à bas cycle (appelé aussi oligocyclique). elle suppose que les courbes  $\sigma$ -N et S-N d'une éprouvette entaillée sont des droites sur un graphe à échelle logarithmique et que à  $N = 10^6$   $S = \sigma / K_t$  et à  $N = 1$  à  $S = \sigma . K_t$  . Cette méthode néglige l' effet de la contrainte moyenne, tout considérant les effets de la plastification.

5 - La méthode de la déformation locale qui utilise les propriétés cycliques de la matière, l'effet de la contrainte moyenne et l'effet de l'entaille par la formule de NEUBER, elle s'adapte à une charge de contrainte simple. Cette méthode sera expliquée ultérieurement.

6 - La méthode basée sur la mécanique de la rupture qui étudie l'évolution de la rupture en fonction de ces dimensions et des effets directs du dommage sur le matériau. Elle est récente et de plus en plus utilisée et même exigée par certains organismes notamment aux États-Unis [20].

#### 4.4 - LES DIFFÉRENTES HYPOTHESES DE L'ACCUMULATION DU DOMMAGE:

Le dommage est défini comme l'extension de la fissure d'une longueur initiale  $L_0$  ( $N = 0$ ) à une longueur  $L$  au cours de l'essai et enfin à une longueur  $L_{cr}$  correspondant à la rupture ( $n=N_f$ ) [34].

Toutes les méthodes de prédiction doivent tenir compte du concept de l'accumulation graduelle du dommage. Ce dernier peut être évalué suivant trois différentes méthodes. Les différences résident essentiellement dans l'aspect des formules du calcul des cycles endommageant et celui des courbes S-N. Ces méthodes sont :

\* L'accumulation linéaire du dommage :

- 1 - Accumulation linéaire basée sur les courbes S-N.
- 2 - Accumulation linéaire basée sur les données  $\epsilon$ -N et les propriétés cycliques du matériau.

\* L'accumulation non linéaire du dommage basée sur les données S-N.

\* L'accumulation composée; linéaire ou non linéaire basée sur les limites du dommage ou les courbes S-N modifiées.

#### 4.5 - LES LOIS DE L'ACCUMULATION DU DOMMAGE :

##### 4.5.1 - La loi de MINER :

La méthode de MINER est la plus utilisée au calcul de l'accumulation du dommage. La règle de MINER-PELGRAMM a été proposée en 1924 par PELGRAMM, et améliorée en 1945 par MINER. Sa grande popularité est due à sa grande souplesse, pour sa simplicité, son aptitude à s'adapter vue à tous les cas et sa facilité de programmation.

Le dommage sous amplitudes constantes c'est à dire un événement particulier, est exprimé par :

$$D_i = \frac{n}{N} \quad (4-1)$$

où  $n$  est le nombre de cycles sous cette amplitude et  $N$  est le nombre de cycles correspondant à la rupture sous ce chargement

La rupture est supposée se produire quand :

$$\sum_{i=1}^k D_i = 1 \quad (4-2)$$

où  $k$  est le nombre des différents niveaux de contraintes.

Notre cas de charge est quelconque. Chaque cycle ne ressemble à aucun autre cycle. Nous pouvons donc supposer que chaque cycle n'apparaît qu'une seule fois. L'équation (4-1) devient :

$$D_i = \frac{1}{N} \quad (4-3)$$

et (4-2) devient l'accumulation du dommage  $D$  :

$$D = \sum_{i=1}^k \frac{1}{N_i} \quad (4-4)$$

La rupture aura lieu [16,19,30] quand :

$$D = 1 \quad (4-5)$$

Cette expression définira la rupture du composant étudié, avec les règles de l'endommagement (4-3) et de l'accumulation (4-4) citées ci-dessus.

#### 4.5.2 - La loi d'accumulation de MARCO-STARKEY :

Cette méthode est une des premières méthodes du calcul de dommage. L'idée qui gouverne cette règle, c'est qu'il existe des courbes de dommage pour chaque niveau de contrainte cyclique complètement réversible. Le dommage s'écrit :

$$D_i = \left( \frac{n}{N} \right)^{m_i} \quad (4-6)$$

La fracture aura lieu quand  $\sum D_i$  atteindra la valeur critique : L'unité.

Cette somme peut être évaluée par l'intégrale suivante :

$$\sum \frac{n}{N} = \int_0^1 \frac{\left( 1 + \frac{N_1}{N_2} + \frac{N_1}{N_3} + \dots + \frac{N_1}{N_i} \right)}{\left( 1 + \frac{N_1}{N_2} D\left(\frac{r_1}{r_2}\right) + \dots + \frac{N_1}{N_2} D\left(\frac{r_{i-1}}{r_1}\right) \right)} dB \quad (4-7)$$

où  $N_1$  et  $N_i$  sont les cycles complètement réversibles à la rupture sous les contraintes  $S_1 \dots S_n$  appliquées suivant leurs apparitions

$r_i$  est le rapport  $m_i/m_1$

Cette loi est très complexe et demande beaucoup de données expérimentales.

#### 4.5.3 - La théorie d'HENRY :

Elle est basée sur le concept que les courbes S-N se déplacent avec l'accumulation du dommage. Celui-ci étant défini comme suit :

$$D = \frac{F_L - F}{F} \quad (4-8)$$

où  $F_L$  est la limite de fatigue originale.

et  $F$  est la limite de fatigue après un certain dommage.

#### 4.5.4 - La théorie d'accumulation de GATTS :

Il existe beaucoup de similitudes entre la théorie de GATTS et celle de HENRY. GATTS avance que la limite de fatigue change d'une manière continue, elle s'exprime :

$$\frac{d(S_i)}{dn} = - \text{Cst } D(s) \quad (4-8)$$

où  $S_i$  est la valeur instantanée de la résistance à la fatigue.

$n$  : Nombre de cycle de contraintes appliquées.

Cst : Le facteur de proportionnalité.

$D(S)$ : Le dommage en fonction de la contrainte.

#### 4.5.5 - La théorie du dommage de CORTEN-DOLEN :

Corten propose de calculer le dommage en fonction d'hypothèse sur les propriétés microscopiques de la fissuration.

Cette méthode est surtout appliquée en cas de contraintes en blocs à amplitudes constantes. L'expression du dommage s'écrit :

$$D = \left( \frac{n_1}{N_1} \right) + \left( \frac{n_2}{N_1} \right) \left( \frac{S_2}{S_1} \right)^a + \left( \frac{n_3}{N_1} \right) \left( \frac{S_3}{S_1} \right)^a + \dots + \left( \frac{n_i}{N_1} \right) \left( \frac{S_i}{S_1} \right)^a$$

(4-9)

où  $N_1$  est le nombre des cycles à la fissure pour la plus grande contrainte de la charge.

$a$  : Constante du matériau

$n_i$  : Nombre de cycles appliqués à une contrainte  $S_i$

#### 4.5.6 - La théorie de l'accumulation du dommage de MARIN :

La théorie de MARIN est basée sur la relation entre le rapport des cycles et le changement due à l'accumulation du dommage. Si les courbes sont déterminées expérimentalement pour différents niveaux de contraintes une ligne de dommage constant, peut être déterminée. Ainsi sur les courbes S-N à chaque niveau de contraintes on définira un point. Grâce à ce point on définira une courbe D-r. Où D est le dommage et r est le rapport  $n/N$  de chaque niveau de contrainte. Ces hypothèses donnent naissance à la formule suivante.

$$D = \left( \frac{n_1}{N_1} \right) + \left( \frac{n_2}{N_1} \right) \left( \frac{S_2}{S_1} \right)^q + \left( \frac{n_3}{N_1} \right) \left( \frac{S_3}{S_1} \right)^q + \dots + \left( \frac{n_i}{N_1} \right) \left( \frac{S_i}{S_1} \right)^q$$

(4-10)

où  $q = y - x$

$y$  : est constante du matériau

$x$  : est un exposant de Manson qui assure  $S^x N =$  constante

d'où  $S_1^x N_1 = S_2^x N_2$

#### 4.5.7 - La règle double linéaire de MANSON :

En 1960 GROVER a émis la proposition que l'évolution de la fissure peut être divisée en deux phases :

Première phase : initiation.

Deuxième phase : propagation.

MANSON [12,13] a suggéré des règles pour la formulation du dommage pour ces deux phases. La propagation s'exprimera par :

$$N_p = p N_r \quad (4-11)$$

Où  $N_p$  est le nombre de cycles du début de la propagation à la fissure.

$N_r$  : le nombre total de cycles jusqu'à la fissuration.

$p$  : exposant de propagation à définir expérimentalement.

Il a ensuite remarqué que la période d'initiation propagation  $N'$  peut être définie comme :

$$N' = N_r - N_p \quad (4-12)$$

c'est à dire :

$$N' = N_r - p N_r^p \quad (4-13)$$

Ces formules sont applicables tant que  $N_r < 720$  cycles.

Le dommage est défini comme pour MINER par les équations (4-1 et 4-2).

#### 4.5.8 - La loi d'accumulation adoptée :

Nous avons adopté dans la méthode que nous proposons dans cette recherche la loi de l'accumulation de MINER pour sa grande souplesse et sa simplicité. Elle possède l'avantage de son applicabilité à tous les cas.

Mais, il est à préciser que l'obtention d'un dommage égale ou supérieur à l'unité n'implique pas l'endommagement total. L'inverse est aussi vrai, c'est à dire que D peut être inférieur à 1 sans que l'endommagement total se soit établi. Cette incertitude est due à la linéarité de la méthode utilisée, alors que le phénomène de l'accumulation réelle est nonlinéaire.

#### 4.6 - LA METHODE DE DEFORMATION LOCALE :

L'idée de base de cette méthode est que la matière au niveau de l'encoche, adopte le même comportement vis à vis de la fatigue qu'un spécimen lisse (éprouvette) qui aurait été soumis au même historique tension-contrainte que la zone très localisée, qui est la base de l'encoche *figure*(4-1).

Les tensions et contraintes locales sont déterminées à partir des charges extérieures et de la géométrie. Elles peuvent être définies par des calculs d'éléments finis ou par des formules empiriques. Nous avons adopté cette dernière méthode, elle est facile à utiliser, économique et apporte une précision suffisante.

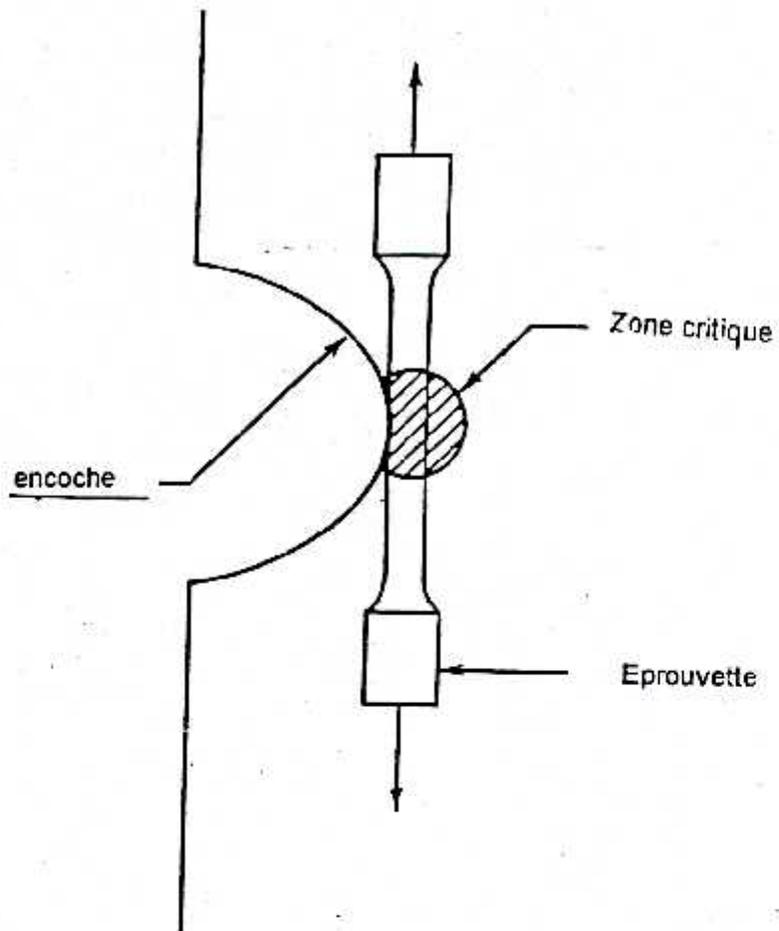


Figure 4-1 Eprouvette analogue à la matière au niveau de l'encoche

D'après la formule de Neuber :

$$\Delta\sigma \Delta\epsilon = K_t^2 \Delta S \Delta e \quad (4-14)$$

ou  $K_t$  est le facteur théorique de concentration de contrainte

$\epsilon$  et  $e$  sont respectivement les déformations locales et nominales

et où les  $\sigma$  et  $S$  sont respectivement les contraintes locale et nominale

Il s'agit dans cette étude de torsion cyclique donc de déformation angulaire cyclique et de contrainte tangentielle cyclique, donc l'expression (4-14) deviendra :

$$\Delta\gamma \Delta\tau = K_t^2 \Delta\Gamma \Delta T \quad (4-15)$$

$\Delta\gamma$  : l'intervalle de déformation locale

$\Delta\tau$  : l'intervalle de contrainte tangentielle locale

$\Delta\Gamma$  : l'intervalle de déformation nominale

$\Delta T$  : l'intervalle de contrainte tangentielle nominale

#### 4.6.1 - Propriétés cycliques de la matière :

Les propriétés cycliques sont le changement des caractéristiques physiques du matériau suite à un chargement cyclique. Quelques illustrations des différences entre les propriétés du matériau à des charges monotoniques et des chargements cycliques, pour plusieurs matériaux sont proposées figure (4-2).

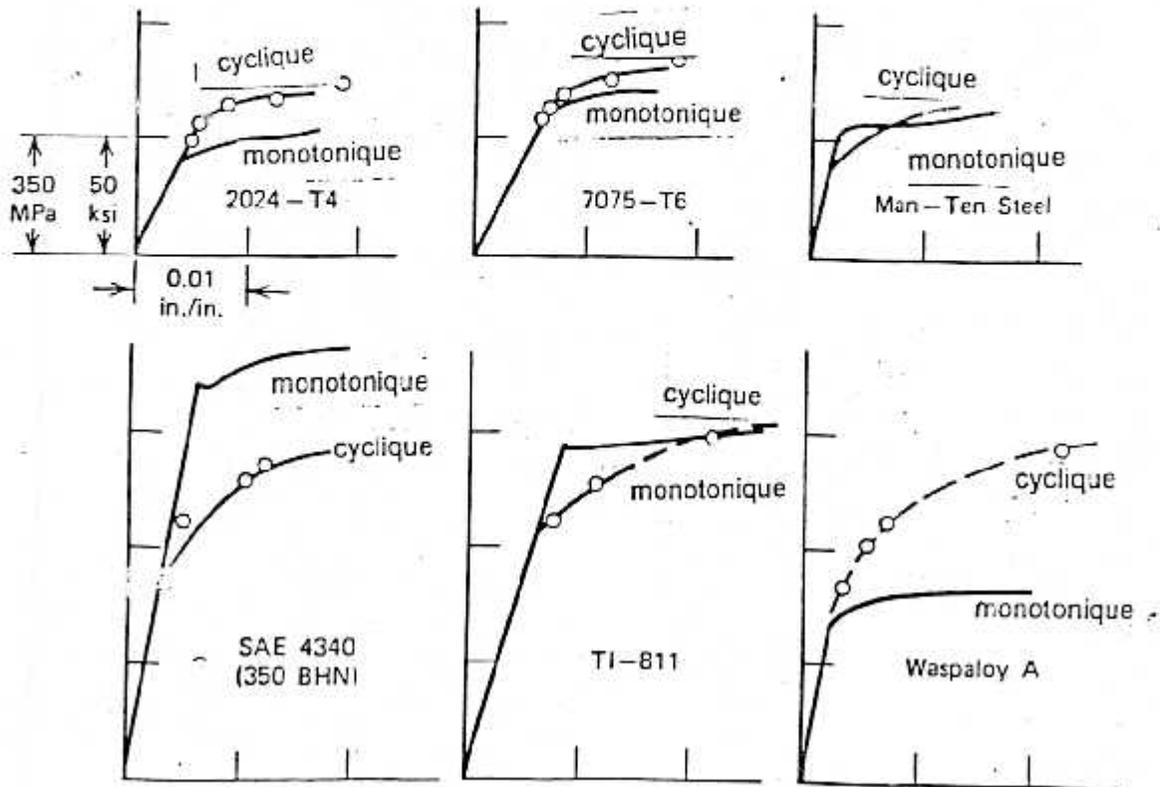


Figure 4-2 : Les comportements cycliques et monotoniques de plusieurs aciers

Nous notons les grandes différences de comportement des différents matériaux vis à vis de la contrainte cyclique. Par exemple sur les figures (4-2 a à 4-2 f) les matériaux résistent mieux à des charges cycliques qu'à des charges monotoniques à l'exception du matériau sur la figure 4-2 d.

Nous notons aussi les propriétés du durcissement ou de l'adoucissement du matériau. Quelques exemples de ce phénomène sont représentés sur la figure (4-3). Elle

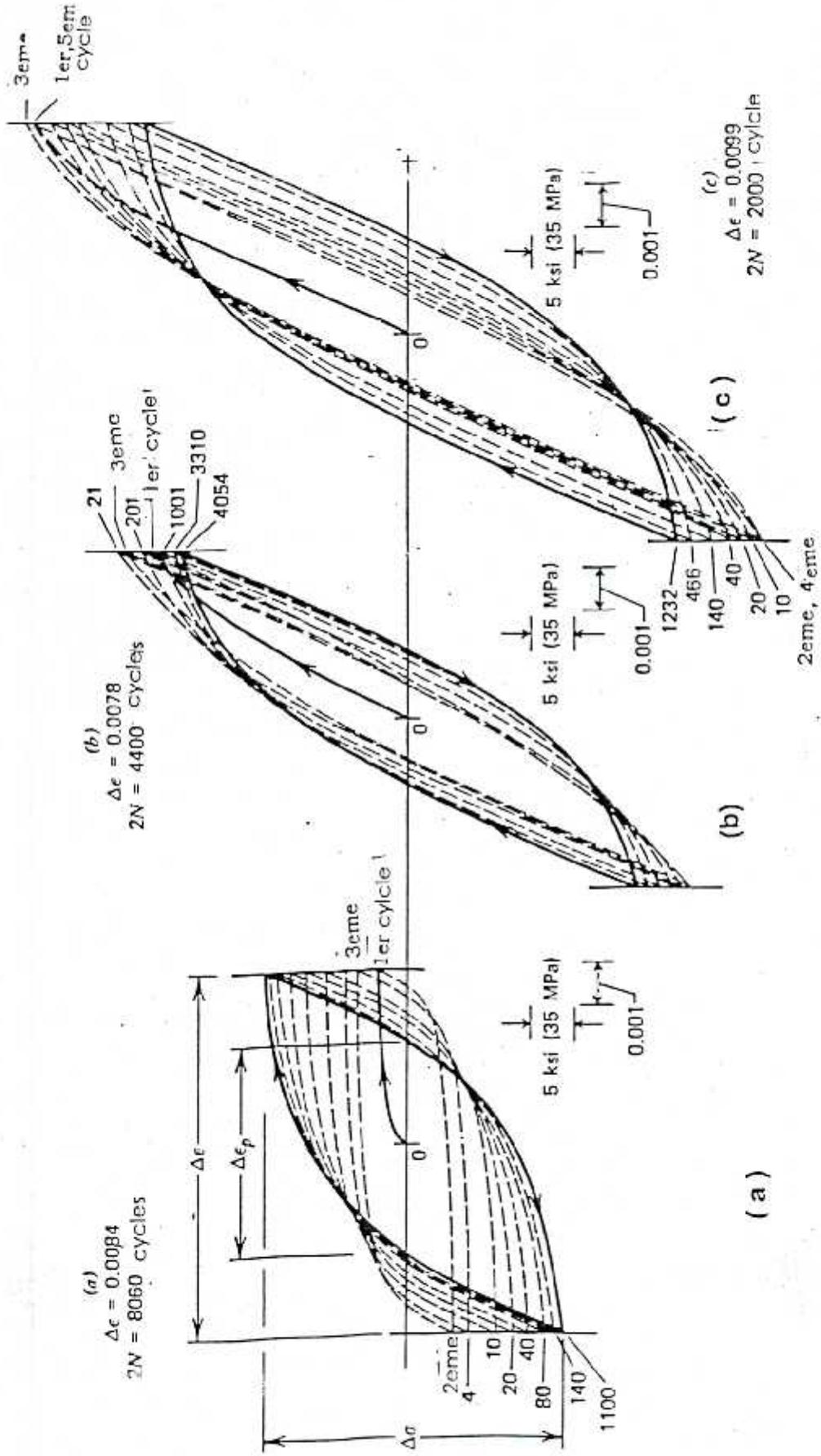


Figure 4-3 : Les transformations des propriétés du matériaux à un chargement cyclique d'un acier avec trois traitements thermiques différents.

représente les différents comportements d'un acier avec trois différents traitements thermiques, à des déformations cycliques contrôlées. La courbe de l'hystérésis est représentée sur la figure 4-4.

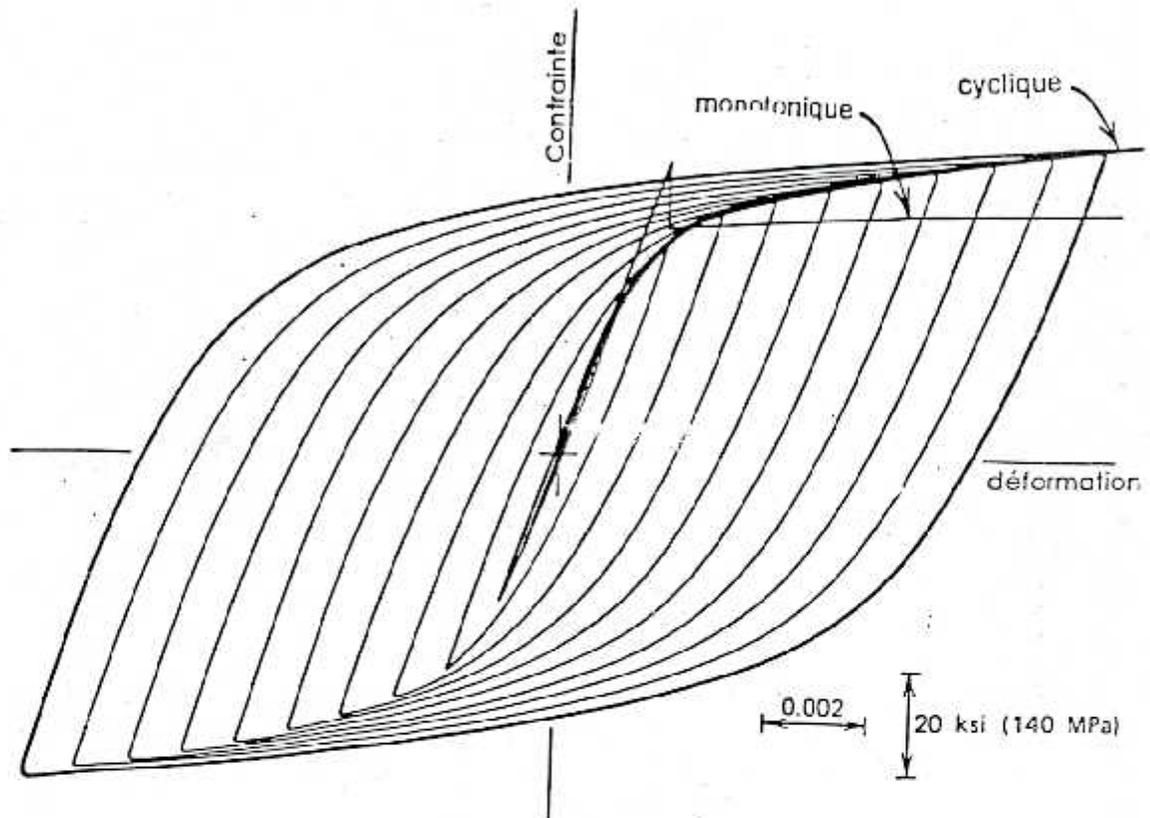


Figure 4-4 : Courbe de l'hystérésis.

Après une multitude de tests aux laboratoires sur un très grand nombre d'échantillons, les propriétés cycliques ont pu être décrites par l'équation contrainte- déformation proposée par Manson (figure 4-5) :

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} + \epsilon'_f \left( \frac{\Delta \sigma}{2\sigma'_f} \right)^{1/n'} \quad (4-16)$$

$\frac{\Delta \epsilon}{2}$  Amplitude de la déformation totale

$\frac{\Delta \sigma}{2E}$  Amplitude de déformation élastique

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = \epsilon'_f \left( \frac{\Delta \sigma}{2\sigma'_f} \right)^{1/n'} \quad (4-17)$$

Ce qui revient donc :

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\Delta \epsilon_e}{2} + \frac{\Delta \epsilon_p}{2} \quad (4-18)$$

où

$\frac{\Delta \epsilon}{2}$  : Amplitude de déformation.

$\frac{\Delta \epsilon_p}{2}$  : Amplitude de déformation plastique

$n'$  : exposant de l'endurcissement cyclique de la déformation.

$\epsilon'_f$  : coefficient de la fatigue ductile cyclique.

$\sigma'_f$  : coefficient de la résistance à la fatigue cyclique.

$E$  : module de Young.

Si les coordonnées sont déplacées à la pointe de la boucle. L'équation (4-16) s'écrira :

$$\frac{\epsilon_1}{2} = \frac{\sigma_1}{2E} + \epsilon'_f \left( \frac{\sigma_1}{2\sigma'_f} \right)^{1/n'} \quad (4-19)$$

où

$\epsilon_1$  : la déformation à la pointe de la boucle (maximale).

$\sigma_1$  : la contrainte à la pointe de la boucle (maximale).

L'obtention des facteurs définissant le comportement cyclique de la matière sont représentés sur les figures (4-5).

Ces équations deviendront pour le comportement causées par la fatigue de la matière, c'est à dire celles qui approximent la courbe de l'hystérésis :

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} + \left( \frac{\Delta \sigma}{2K'} \right)^{1/n'} \quad (4-20)$$

$K'$  est le coefficient de la résistance à la fatigue cyclique est défini comme suit d'après [32] :

$$K' = \frac{\sigma_f}{E_f^{n'}} \quad (4-21)$$

Pour l'étude en torsion les contraintes axiales seront remplacées par les contraintes tangentielles

$$\frac{\Delta \gamma}{2} = \frac{\Delta \tau}{2G} + \left( \frac{\Delta \tau}{2K_{\tau}'} \right)^{1/n'} \quad (4-22)$$

$K_{\tau}'$  : le coefficient de résistance cyclique pour la torsion.

L'équation (4-16) décrit aussi le comportement de la matière en fatigue, mais seulement au sommet de la boucle de l'hystérésis (figure 4-4).

Si les coordonnées sont déplacées à la pointe de la boucle. L'équation s'écrira :

$$\frac{\gamma_1}{2} = \frac{\tau_1}{2G} + \left( \frac{\tau_1}{2K_{\tau}'} \right)^{1/n'} \quad (4-23)$$

où

$\gamma_1$  : la déformation à la pointe de la boucle (maximale).

$\tau_1$  : la contrainte à la pointe de la boucle (maximale).

#### 4.6.2 - Les propriétés de la fatigue :

Les propriétés dues à la fatigue sont déterminées par les essais au laboratoire sur les éprouvettes. La difficulté réside en la recherche de ces propriétés, car un travail expérimental est nécessaire. Masson et Coffin [20,21] ont trouvé une formule empirique pour gérer la durée de vie telle que :

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b \quad (4-24)$$

$$\frac{\Delta\epsilon_p}{2} = \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (4-25)$$

d'où

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (4-26)$$

$2N_f$  est le nombre de cycles à la rupture.

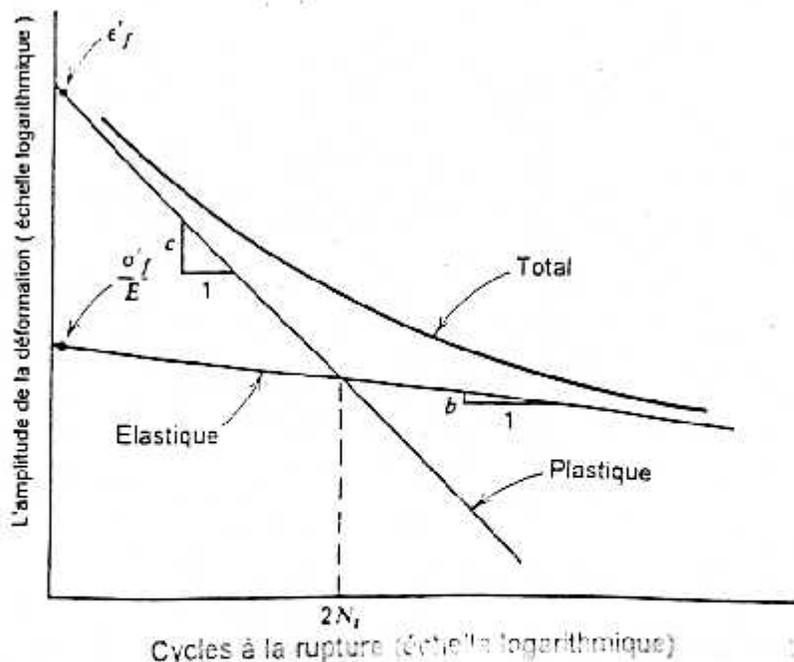


Figure 4-5 : Courbes Vie -Elongations

b est l'exposant de la contrainte de fatigue :

$$b = \frac{-n'}{1 + 5n'} \quad (4-27)$$

c est l'exposant de la ductilité par fatigue :

$$c = \frac{1}{1 + 5n'} \quad (4-28)$$

Ces valeurs ont été définies à partir des courbes expérimentales de contrainte-vie *figure 4-5*

Il donc intéressant de noter que les lignes :

- Elastique est définie par l'équation (4-24)
- Plastique est définie par l'équation (4-25)
- La déformation totale par l'équation (4-26)

#### 4.6.3 - L'effet de la contrainte moyenne :

L'existence d'une contrainte moyenne non nulle (Figure 4-6) a une influence importante sur la vie du matériau. Celle-ci altère le matériau et sa durée de vie en est diminué. On doit donc déterminer une contrainte équivalente qui donne la même durée de vie qu'une contrainte alternative en présence d'une contrainte moyenne non-nulle *figure (4-6)*.

La valeur de la contrainte pour la rupture n'étant pas connue pour un intervalle donnée. Une valeur intermédiaire entre  $S_a$  et  $S_m$  doit être précisée. Il existe quatre lois connues pour le calcul de cette contrainte équivalente.

Ces lois sont (*figure 4-7*) :

$$1 - \text{La loi de GOODMAN} \quad : \quad \frac{\sigma_a}{\sigma_{eq}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1$$

$$2 - \text{La loi CERBER} \quad : \quad \frac{\sigma_a}{\sigma_{eq}} + \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_u} \right)^2 = 1$$

$$3 - \text{La Loi de SODEBERG} : \frac{\sigma_a}{\sigma_{eq}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_y} = 1$$

$$4 - \text{La Loi de MORROW} : \frac{\sigma_a}{\sigma_{eq}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_f} = 1$$

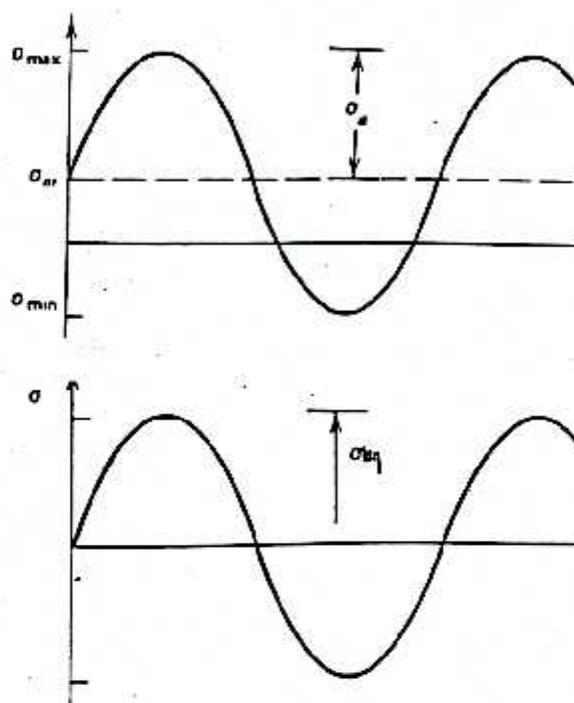


Figure 4-6 Contrainte alternative avec  $S_m \neq 0$ .  
et sa contrainte équivalente  $\sigma_{eq} > \sigma_a$

Nous choisirons la loi linéaire de GOODMAN :

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{eq}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1 \quad (4-29)$$

d'où :

$$\sigma_{eq} = \frac{\sigma_u \cdot \sigma_a}{\sigma_u - \sigma_m} \quad (4-30)$$

où

- $\sigma_{eq}$  : la contrainte équivalente.  
 $\sigma_u$  : la contrainte ultime.  
 $\sigma_a$  : la contrainte alternative.  
 $\sigma_m$  : la contrainte moyenne.  
 $\sigma_r$  : la contrainte de rupture à la fatigue.  
 $\sigma_y$  : la contrainte d'écrissage.

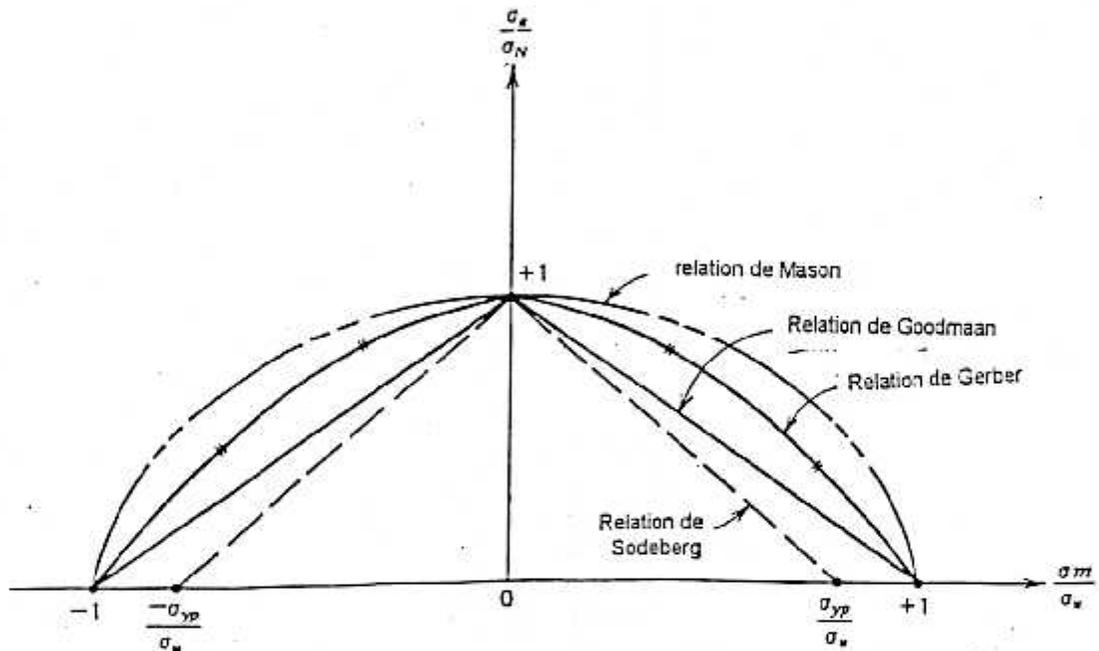


Figure 4-7 : Illustration des différentes lois empiriques pour l'influence des  $S_m \neq 0$

#### 4.6.4 - L'effet de géométrie :

La résistance à la fatigue est affectée par le contour géométrique de la pièce. Tout changement de dimension augmente les contraintes dans l'élément étudié, éventuellement la diminue. Cet effet est mis en évidence dans l'approche locale grâce au coefficient  $K_t$  retrouvé par l'expérience. Ce facteur a été substitué par  $K_f$  pour l'application de chargement de

fatigue .  $K_f$  est le coefficient de la fatigue. Généralement ces facteurs ne sont pas égaux mais toutes les méthodes de prédiction pour des lignes d'arbres les considèrent égaux [16,17] de part la grande taille des éléments étudiés.

#### 4.6.5 - La limite d'endurance :

L'endurance limite est définie comme la contrainte, qui appliquée au le matériau, lui laisse une durée de vie infinie. Elle est représentée sur la courbe élongation vie *figure* (4-5) par la valeur de la déformation au niveau de l'asymptote horizontale multiplié par le module de YOUNG. En d'autres termes elle représente la contrainte qui n'endommage pas le matériau. Elle peut être évaluée suivant [1,35] comme étant égale à  $\sigma_u/2$ .

#### 4.7 - LA METHODE DE COMPTAGE DES CYCLES :

Pour avoir une superposition de cycles simples, nous devons décomposer notre historique de charges complexes. Il existe plusieurs méthodes pour le faire, les plus connues sont la méthode " Range pair " et la méthode "rainflow" (*figure* 4-8). La première méthode ne considère pas tous les sous-cycle dans un historique donc l'effet mémoire du à la fatigue, n'est pas totalement considéré.

La méthode que nous avons proposée dans ce travail est la seconde méthode . La décomposition de l'historique de charges complexes en une superposition de tous les cycles simples existants dans la charge. C'est ainsi que l'effet de fatigue est considéré pour chaque changement de direction et pour tous les sous cycles (*figure* 4-9). C'est la méthode la plus exacte [21]. Nous remarquons sur la *figure* que l'historique sur la (*figure* 4-9 a) est décrit exactement sur la (*figure* 4-9 b). Nous proposons ci dessous l'organigramme de la méthode "Rain Flow ". Le programme que nous avons réalisé a été vérifié. (Voir L'annexe C )

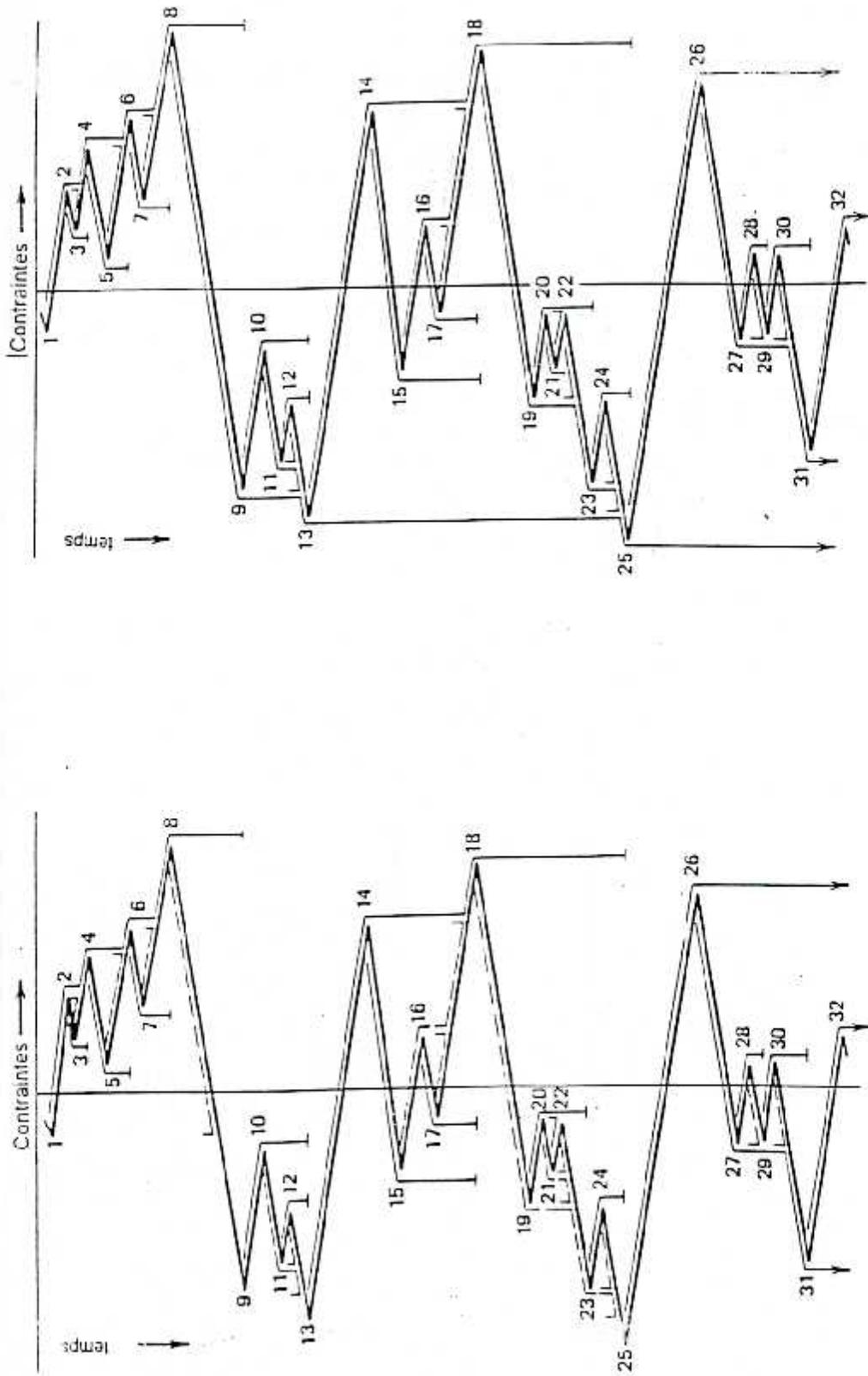
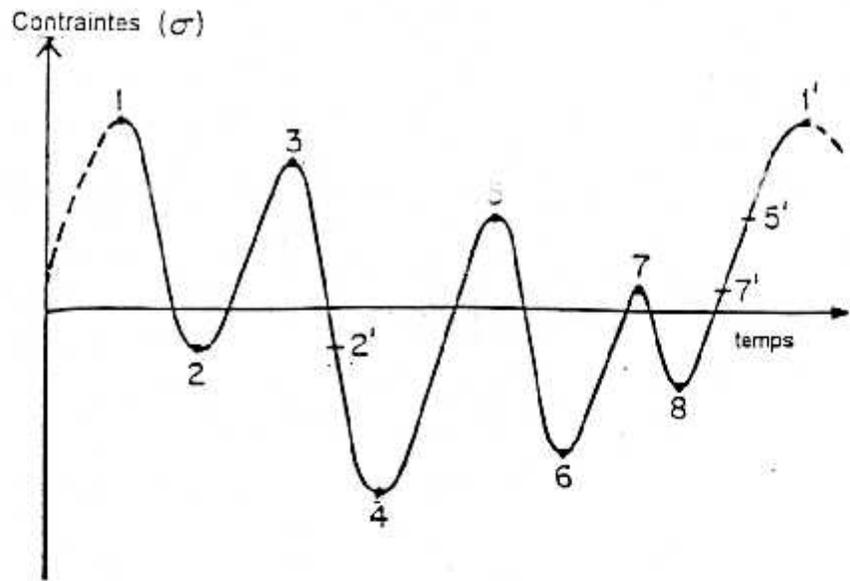


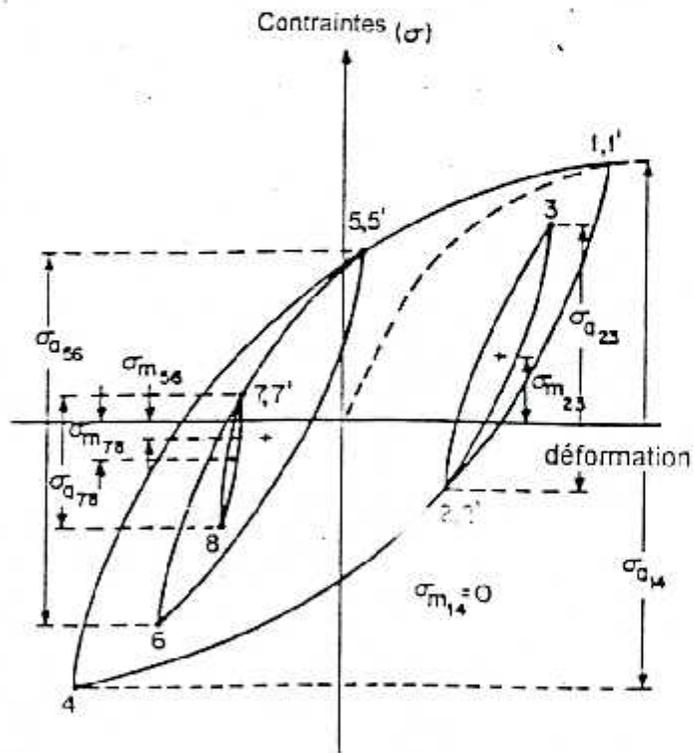
Figure 4-8 : Décomposition d'un chargement complexe.

(a) Par la méthode 'Range Pair'

(b) Par la méthode 'Rain Flow'.



(a) exemple de chargement cyclique



(b) les courbes contrainte-déformations

Figure 4-9 : Les courbes contraintes déformations pour un exemple de chargement cyclique.

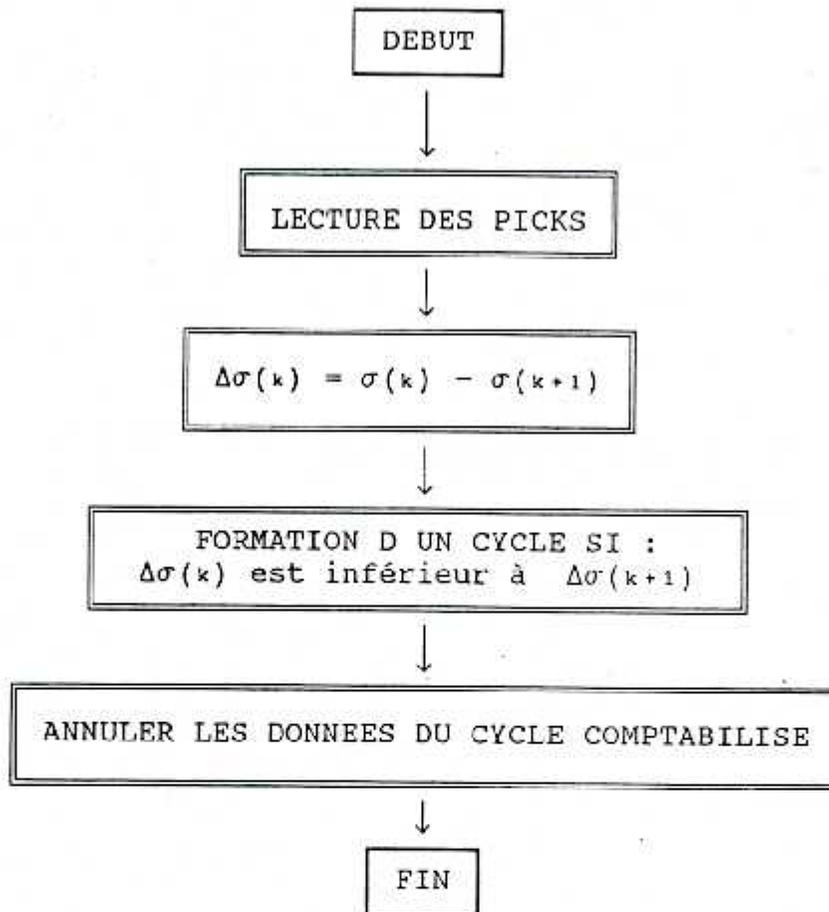


Figure 4-10 : Organigramme de la décomposition par "Rain Flow"

#### 4.8 - LA THEORIE DE LA CONTRAINTE OCTHAEDRALE :

Les données et formulations proposées dans la bibliographie ont été retrouvés à partir des essais de traction. Ayant affaire à des contraintes tangentiellles dans notre travail, nous devons exprimer nos contraintes tangenciellles en des contraintes équivalentes de traction. Les

theories des contraintes multiaxiales ont permis d'exprimer les différentes contraintes auxquelles est soumis un élément en une contrainte équivalente qui cause le même dommage[1,19]. Parmi celles-ci nous adopterons la théorie de la contrainte tangentielle octaédrale :

$$\tau = \left( \frac{2}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \sigma_{eq} \quad (4-31)$$

où  $\sigma_e$  et  $\tau$  sont :

$\sigma_{eq}$  : la contrainte équivalente de traction.

$\tau$  : la contrainte tangentielle due à la torsion.

soit  $\sigma_e$  devient :

$$\sigma_{eq} = \left( \frac{3}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \tau \quad (4-32)$$

#### 4.9 - LA PROCEDURE POUR LA PREDICTION :

La procédure pour calculer l'endommagement qui découle de la théorie précisée ci-avant, suit les étapes suivantes :

- 1 - Déterminer les  $\sigma_e$ .
- 2 - Déterminer les cycles de vibrations pour les pannes connues.
- 3 - Décomposer les historiques de charges complexes en des cycles simples avec les déformations, par la méthode de "rain flow" *figure(4-9)*.
- 4 - Evaluer pour chaque cycle les contraintes nominales (maximales, moyennes, alternatives ). Calcule des contraintes linéairement en négligeant la plastification).

- 5 - Calculer la contrainte équivalente si  $\sigma_m$  est non nulle d'après la loi de GOODMAN.
- 6 - Appliquer la loi de NEUBER en considérant les contraintes nominales, toujours élastiques.
- 7 - On remplace la contrainte  $\Delta\gamma$  par les formulation des propriétés à la fatigue, définissant ainsi l'équation à résoudre voir Annexe D.
- 8 - Déterminer la contrainte locale en résolvant l'équation par la méthode de la sécante.
- 9 - Evaluer la contrainte équivalente de traction par la théorie de la contrainte tangentielle octaédrale formule (4-32).
- 10 - Tenir compte de l'endurance limite pour éliminer les cycles non endommageants.
- 11 - Evaluer le nombre de cycle  $N_e$  pour ce cycle de chargement équation(4-26) avec ses caractéristiques locales au point où la courbe de Neuber passe [16,21] par le maximum de la boucle  $\gamma-\tau$ . En résolvant l'équation déformations - vies à une seule inconnue, par la méthode de la sécante définir ainsi  $N$ .
- 12 - Calculer l'endommagement avec l'équation (4-4).
- 13 - Prédire la vie qui reste grâce à l'équation (4-5)

#### 4.10 - CONCLUSION :

Afin de retrouver une solution au problème de fatigue au niveau des turbo-alternateurs. Nous sommes arrivés à définir une méthode de l'évaluation de la vie. Cette méthode est

bassée sur la détermination de la contrainte locale aux lieux de concentrations de contraintes grâce à la formule de NEUBER et aux propriétés cycliques de la matière. Celle-ci doit être appliquée à un cycle unique. Nous avons donc pu réaliser le module de décomposition d'un historique complexe en des événements simples par la méthode de "Rain Flow". Pour appliquer au cas réel que nous avons étudié il nous faut retrouver les caractéristiques des matériaux utilisés pour l'arbre de notre turbo-alternateur.

## CHAPITRE 5

### PREDICTION DE LA VIE D'UN TURBO-ALTERNATEUR

#### 5.1 INTRODUCTION :

Le système mécanique d'un turbo-alternateur a été simulé totalement pour les vibrations de torsion. Les perturbations électriques retrouvées dans la littérature ont été simulées et incorporées dans le module pour le calcul de la réponse mécanique. Celle ci est obtenue avec toutes les données nécessaires comme il a été précisé dans le chapitre 2 et 3 . Dans le chapitre 4, une méthode pour le calcul de l'endommagement et donc la perte de vie a été explicité. Nous pourrons donc prédire la vie d'un turbo-alternateur après un certain scénario, composé de perturbations que nous avons retrouvées. Les caractéristiques et coefficients de la fatigue sont ceux de quelques aciers spécifiques utilisés pour les turbo-machines [30].

#### 5.2 - SCENARIO DES PERTURBATIONS ADOPTEES :

Nous avons exposé dans le chapitre 3, quelques types de pannes qui peuvent avoir lieu dans une centrale .La bibliographie nous a permis d'en évaluer que trois. Ces trois événements sont les problèmes les plus fréquents dans une centrale, et le U-HSR est l'un des incidents les plus dangereux [30]. Nous ne pouvons pas prédire réellement la durée de vie d'un turbo-alternateur car nous ne possédons pas la formulation mathématique de tous les types de pannes ni une étude statistique efficace sur la fréquence de tous ces événements. Une telle investigation pourrait se réaliser grâce à une surveillance continue de quelques centrales de production d'énergie, dans différentes régions. Une fois les signaux retrouvés, des expressions mathématiques leurs correspondants

doivent être définies. Des études statistiques sur la fréquence d'apparition des différentes pannes sont nécessaires. Un travail aussi exhaustif demande beaucoup de temps et de moyens.

Dans l'absence d'un scénario réel nous proposerons afin de vérifier notre procédure un scénario fictif composé des perturbations que nous avons utilisées dans notre analyse. Ce scénario est résumé dans le tableau ci dessous.

Soit sur dix pannes nous avons :

Tableau 5.1 - La fréquence des pannes pour le scénario adopté

type de panne électrique	sur 10 pannes
S-GR	4
S-HSR	3
U-HSR	3

### 5.3 - LES LIEUX CRITIQUES DU TURBO-ALTERNATEUR

Les lieux critiques au niveau du turbo- alternateur sont généralement évidents . Les changements de diamètres importants et les grandes excentricités sont des lieux où les concentrations de contraintes peuvent être très importantes. Les noeuds des modes de vibrations sont aussi des lieux où les contraintes peuvent être importantes. Il existe dans notre cas un mode de vibration intéressant, c'est celui qui possède une fréquence de 100 HZ, noeud au niveau de la turbine de basse pression II (BP2). Il y 'a au niveau de ce noeud un effort de cisaillement important car les aubages de la turbine vibrent dans des directions opposées.

Pour cette étude nous nous intéresserons au noeud entre la BP1 et BP2 car les données relatives à la concentration de contraintes sont connues [27] (figure 5-1) le facteur  $K_t$  a été déterminé par une étude au niveau de l'accouplement par la méthode des éléments finis (figure 5-2).

#### 5.4 - LES CARACTERISTIQUES DE LA FATIGUE :

Les expériences faites sur un grand nombre d'aciers et les recherches relatives à la fatigue des turbo-machines, nous ont permis de retrouver toutes les constantes pour l'étude de la fatigue [21,27] le tableau 5-1 propose les caractéristiques du matériau relatifs à quelques matériaux que nous avons adopté. N'ayant pas l'acier utilisé pour la turbine du 800MW de WESTINGHOUSE, nous adoptons l'acier A 508 A SEA dont les propriétés ont été donner dans notre bibliographie [21], afin d'essayer notre programme ainsi que les trois autre matériaux qui sont spécifiques à la construction des turbines de turbo-alternateurs.

Tableau 5-2 Les propriétés du matériau

COEFTS	A 508-A	A 469-A Ni-Mo-V	A 470-A Cr-Mo-V	A 471-A Ni-Cr-Mo-V
Su (MPa)	1517	989	1005	1100
G (Pa)	$8 \cdot 10^{10}$	$7.5 \cdot 10^{10}$	$7.5 \cdot 10^{10}$	$7.5 \cdot 10^{10}$
Sy (MPa)	1034	785	893	960
n'	0.09	0.095	0.109	0.078
$\sigma'_f$ (MPa)	1655	980.42	1080.08	1282
$\epsilon'_f$	0.3	0.3	0.21	.089
b	-0.062	-0.057	-0.11	-0.12
c	-0.65	-0.5	-0.5	-0.77

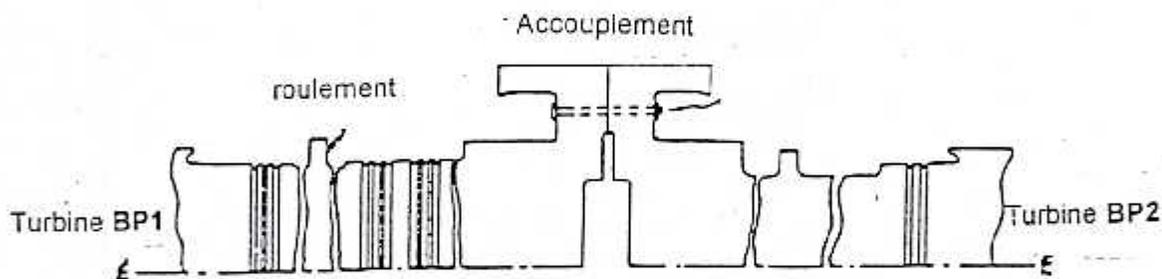


Figure 5.1 : Lieu critique du turbo-alternateur.

0.33	0.33	0.34																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
0.36	0.37	0.37																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
0.40	0.42	0.42																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
0.44	0.46	0.46																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
0.47	0.49	0.52																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
0.51	0.53	0.56																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
0.55	0.57	0.62																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
0.59	0.62	0.68																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
0.63	0.67	0.73	0.77																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
0.66	0.70	0.75	0.81																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
0.69	0.73	0.78	0.85																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
0.71	0.76	0.81	0.87	0.94																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
0.73	0.78	0.83	0.89	0.96	1.03																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
0.75	0.80	0.85	0.90	0.97	1.04	1.12																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
0.77	0.81	0.86	0.91	0.97	1.04	1.12	1.20																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
0.78	0.82	0.87	0.92	0.97	1.04	1.12	1.18	1.26																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
0.79	0.82	0.87	0.92	0.97	1.03	1.09	1.16	1.22	1.29	1.36																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
0.80	0.84	0.89	0.93	0.97	1.02	1.07	1.13	1.19	1.25	1.31	1.37	1.43																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
0.81	0.84	0.89	0.93	0.97	1.01	1.06	1.11	1.16	1.21	1.26	1.31	1.36	1.41	1.46	1.51	1.56	1.61	1.67	1.72	1.78	1.83	1.89	1.94	1.99	2.04	2.09	2.14	2.19	2.24	2.29	2.34	2.39	2.44	2.49	2.54	2.59	2.64	2.69	2.74	2.79	2.84	2.89	2.94	2.99	3.04	3.09	3.14	3.19	3.24	3.29	3.34	3.39	3.44	3.49	3.54	3.59	3.64	3.69	3.74	3.79	3.84	3.89	3.94	3.99	4.04	4.09	4.14	4.19	4.24	4.29	4.34	4.39	4.44	4.49	4.54	4.59	4.64	4.69	4.74	4.79	4.84	4.89	4.94	4.99	5.04	5.09	5.14	5.19	5.24	5.29	5.34	5.39	5.44	5.49	5.54	5.59	5.64	5.69	5.74	5.79	5.84	5.89	5.94	5.99	6.04	6.09	6.14	6.19	6.24	6.29	6.34	6.39	6.44	6.49	6.54	6.59	6.64	6.69	6.74	6.79	6.84	6.89	6.94	6.99	7.04	7.09	7.14	7.19	7.24	7.29	7.34	7.39	7.44	7.49	7.54	7.59	7.64	7.69	7.74	7.79	7.84	7.89	7.94	7.99	8.04	8.09	8.14	8.19	8.24	8.29	8.34	8.39	8.44	8.49	8.54	8.59	8.64	8.69	8.74	8.79	8.84	8.89	8.94	8.99	9.04	9.09	9.14	9.19	9.24	9.29	9.34	9.39	9.44	9.49	9.54	9.59	9.64	9.69	9.74	9.79	9.84	9.89	9.94	9.99	10.04	10.09	10.14	10.19	10.24	10.29	10.34	10.39	10.44	10.49	10.54	10.59	10.64	10.69	10.74	10.79	10.84	10.89	10.94	10.99	11.04	11.09	11.14	11.19	11.24	11.29	11.34	11.39	11.44	11.49	11.54	11.59	11.64	11.69	11.74	11.79	11.84	11.89	11.94	11.99	12.04	12.09	12.14	12.19	12.24	12.29	12.34	12.39	12.44	12.49	12.54	12.59	12.64	12.69	12.74	12.79	12.84	12.89	12.94	12.99	13.04	13.09	13.14	13.19	13.24	13.29	13.34	13.39	13.44	13.49	13.54	13.59	13.64	13.69	13.74	13.79	13.84	13.89	13.94	13.99	14.04	14.09	14.14	14.19	14.24	14.29	14.34	14.39	14.44	14.49	14.54	14.59	14.64	14.69	14.74	14.79	14.84	14.89	14.94	14.99	15.04	15.09	15.14	15.19	15.24	15.29	15.34	15.39	15.44	15.49	15.54	15.59	15.64	15.69	15.74	15.79	15.84	15.89	15.94	15.99	16.04	16.09	16.14	16.19	16.24	16.29	16.34	16.39	16.44	16.49	16.54	16.59	16.64	16.69	16.74	16.79	16.84	16.89	16.94	16.99	17.04	17.09	17.14	17.19	17.24	17.29	17.34	17.39	17.44	17.49	17.54	17.59	17.64	17.69	17.74	17.79	17.84	17.89	17.94	17.99	18.04	18.09	18.14	18.19	18.24	18.29	18.34	18.39	18.44	18.49	18.54	18.59	18.64	18.69	18.74	18.79	18.84	18.89	18.94	18.99	19.04	19.09	19.14	19.19	19.24	19.29	19.34	19.39	19.44	19.49	19.54	19.59	19.64	19.69	19.74	19.79	19.84	19.89	19.94	19.99	20.04	20.09	20.14	20.19	20.24	20.29	20.34	20.39	20.44	20.49	20.54	20.59	20.64	20.69	20.74	20.79	20.84	20.89	20.94	20.99	21.04	21.09	21.14	21.19	21.24	21.29	21.34	21.39	21.44	21.49	21.54	21.59	21.64	21.69	21.74	21.79	21.84	21.89	21.94	21.99	22.04	22.09	22.14	22.19	22.24	22.29	22.34	22.39	22.44	22.49	22.54	22.59	22.64	22.69	22.74	22.79	22.84	22.89	22.94	22.99	23.04	23.09	23.14	23.19	23.24	23.29	23.34	23.39	23.44	23.49	23.54	23.59	23.64	23.69	23.74	23.79	23.84	23.89	23.94	23.99	24.04	24.09	24.14	24.19	24.24	24.29	24.34	24.39	24.44	24.49	24.54	24.59	24.64	24.69	24.74	24.79	24.84	24.89	24.94	24.99	25.04	25.09	25.14	25.19	25.24	25.29	25.34	25.39	25.44	25.49	25.54	25.59	25.64	25.69	25.74	25.79	25.84	25.89	25.94	25.99	26.04	26.09	26.14	26.19	26.24	26.29	26.34	26.39	26.44	26.49	26.54	26.59	26.64	26.69	26.74	26.79	26.84	26.89	26.94	26.99	27.04	27.09	27.14	27.19	27.24	27.29	27.34	27.39	27.44	27.49	27.54	27.59	27.64	27.69	27.74	27.79	27.84	27.89	27.94	27.99	28.04	28.09	28.14	28.19	28.24	28.29	28.34	28.39	28.44	28.49	28.54	28.59	28.64	28.69	28.74	28.79	28.84	28.89	28.94	28.99	29.04	29.09	29.14	29.19	29.24	29.29	29.34	29.39	29.44	29.49	29.54	29.59	29.64	29.69	29.74	29.79	29.84	29.89	29.94	29.99	30.04	30.09	30.14	30.19	30.24	30.29	30.34	30.39	30.44	30.49	30.54	30.59	30.64	30.69	30.74	30.79	30.84	30.89	30.94	30.99	31.04	31.09	31.14	31.19	31.24	31.29	31.34	31.39	31.44	31.49	31.54	31.59	31.64	31.69	31.74	31.79	31.84	31.89	31.94	31.99	32.04	32.09	32.14	32.19	32.24	32.29	32.34	32.39	32.44	32.49	32.54	32.59	32.64	32.69	32.74	32.79	32.84	32.89	32.94	32.99	33.04	33.09	33.14	33.19	33.24	33.29	33.34	33.39	33.44	33.49	33.54	33.59	33.64	33.69	33.74	33.79	33.84	33.89	33.94	33.99	34.04	34.09	34.14	34.19	34.24	34.29	34.34	34.39	34.44	34.49	34.54	34.59	34.64	34.69	34.74	34.79	34.84	34.89	34.94	34.99	35.04	35.09	35.14	35.19	35.24	35.29	35.34	35.39	35.44	35.49	35.54	35.59	35.64	35.69	35.74	35.79	35.84	35.89	35.94	35.99	36.04	36.09	36.14	36.19	36.24	36.29	36.34	36.39	36.44	36.49	36.54	36.59	36.64	36.69	36.74	36.79	36.84	36.89	36.94	36.99	37.04	37.09	37.14	37.19	37.24	37.29	37.34	37.39	37.44	37.49	37.54	37.59	37.64	37.69	37.74	37.79	37.84	37.89	37.94	37.99	38.04	38.09	38.14	38.19	38.24	38.29	38.34	38.39	38.44	38.49	38.54	38.59	38.64	38.69	38.74	38.79	38.84	38.89	38.94	38.99	39.04	39.09	39.14	39.19	39.24	39.29	39.34	39.39	39.44	39.49	39.54	39.59	39.64	39.69	39.74	39.79	39.84	39.89	39.94	39.99	40.04	40.09	40.14	40.19	40.24	40.29	40.34	40.39	40.44	40.49	40.54	40.59	40.64	40.69	40.74	40.79	40.84	40.89	40.94	40.99	41.04	41.09	41.14	41.19	41.24	41.29	41.34	41.39	41.44	41.49	41.54	41.59	41.64	41.69	41.74	41.79	41.84	41.89	41.94	41.99	42.04	42.09	42.14	42.19	42.24	42.29	42.34	42.39	42.44	42.49	42.54	42.59	42.64	42.69	42.74	42.79	42.84	42.89	42.94	42.99	43.04	43.09	43.14	43.19	43.24	43.29	43.34	43.39	43.44	43.49	43.54	43.59	43.64	43.69	43.74	43.79	43.84	43.89	43.94	43.99	44.04	44.09	44.14	44.19	44.24	44.29	44.34	44.39	44.44	44.49	44.54	44.59	44.64	44.69	44.74	44.79	44.84	44.89	44.94	44.99	45.04	45.09	45.14	45.19	45.24	45.29	45.34	45.39	45.44	45.49	45.54	45.59	45.64	45.69	45.74	45.79	45.84	45.89	45.94	45.99	46.04	46.09	46.14	46.19	46.24	46.29	46.34	46.39	46.44	46.49	46.54	46.59	46.64	46.69	46.74	46.79	46.84	46.89	46.94	46.99	47.04	47.09	47.14	47.19	47.24	47.29	47.34	47.39	47.44	47.49	47.54	47.59	47.64	47.69	47.74	47.79	47.84	47.89	47.94	47.99	48.04	48.09	48.14	48.19	48.24	48.29	48.34	48.39	48.44	48.49	48.54	48.59	48.64	48.69	48.74	48.79	48.84	48.89	48.94	48.99	49.04	49.09	49.14	49.19	49.24	49.29	49.34	49.39	49.44	49.49	49.54	49.59	49.64	49.69	49.74	49.79	49.84	49.89	49.94	49.99	50.04	50.09	50.14	50.19	50.24	50.29	50.34	50.39	50.44	50.49	50.54	50.59	50.64	50.69	50.74	50.79	50.84	50.89	50.94	50.99	51.04	51.09	51.14	51.19	51.24	51.29	51.34	51.39	51.44	51.49	51.54	51.59	51.64	51.69	51.74	51.79	51.84	51.89	51.94	51.99	52.04	52.09	52.14	52.19	52.24	52.29	52.34	52.39	52.44	52.49	52.54	52.59	52.64	52.69	52.74	52.79	52.84	52.89	52.94	52.99	53.04	53.09	53.14	53.19	53.24	53.29	53.34	53.39	53.44	53.49	53.54	53.59	53.64	53.69	53.74	53.79	53.84	53.89	53.94	53.99	54.04	54.09	54.14	54.19	54.24	54.29	54.34	54.39	54.44	54.49	54.54	54.59	54.64	54.69	54.74	54.79	54.84	54.89	54.94	54.99	55.04	55.09	55.14	55.19	55.24	55.29	55.34	55.39	55.44	55.49	55.54	55.59	55.64	55.69	55.74	55.79	55.84	55.89	55.94	55.99	56.04	56.09	56.14	56.19	56.24	56.29	56.34	56.39	56.44	56.49	56.54	56.59	56.64	56.69	56.74	56.79	56.84	56.89	56.94	56.99	57.04	57.09	57.14	57.19	57.24	57.29	57.34	57.39	57.44	57.49

### 5.5 - PROGRAMME POUR LE CALCUL DE L'ENDOMMAGEMENT :

Le programme pour le calcul de l'endommagement par fatigue commence par l'évaluation des contraintes et déformations à partir des données de la réponse forcée grâce aux formules de l'élasticité *figure 5-3 à figure 5-9* :

La déformation nominale d'après les formules de résistance des matériaux est :

$$\Gamma = \frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{d_{li}} \quad (5-1)$$

La contrainte s'écrit :

$$T = G.\Gamma \quad (5-2)$$

Le chargement cycliques obtenu est décomposé en une superposition de cycles simples. Pour chaque cycle le calcul de la contrainte moyenne est nécessaire, si elle est non nulle, l'évaluation de la contrainte équivalente afin de définir le dommage réel.

Les contraintes locales seront définie grâce à la formulation de Neuber. La résolution de l'équation obtenue se fera par la méthode de la sécante.

Les contraintes tangentielles seront transformées en contraintes de traction par la théorie octaédrale.

Une fois les valeurs de  $\sigma$  et  $\epsilon$  obtenues nous déterminerons la vie qui reste, par la résolution de l'équation déformation-vie par la méthode de la sécante.

Evaluer le dommage pour les réponses de chaque panne et calculer le dommage total suivant le scénario proposé. La rupture aura lieu si :

$$D_T = 1 \quad (5-3)$$

$$D_T = n_{cr} \left( 4 \times D_1 + 3 \times D_2 + 3 \times D_3 \right) \quad (5-4)$$

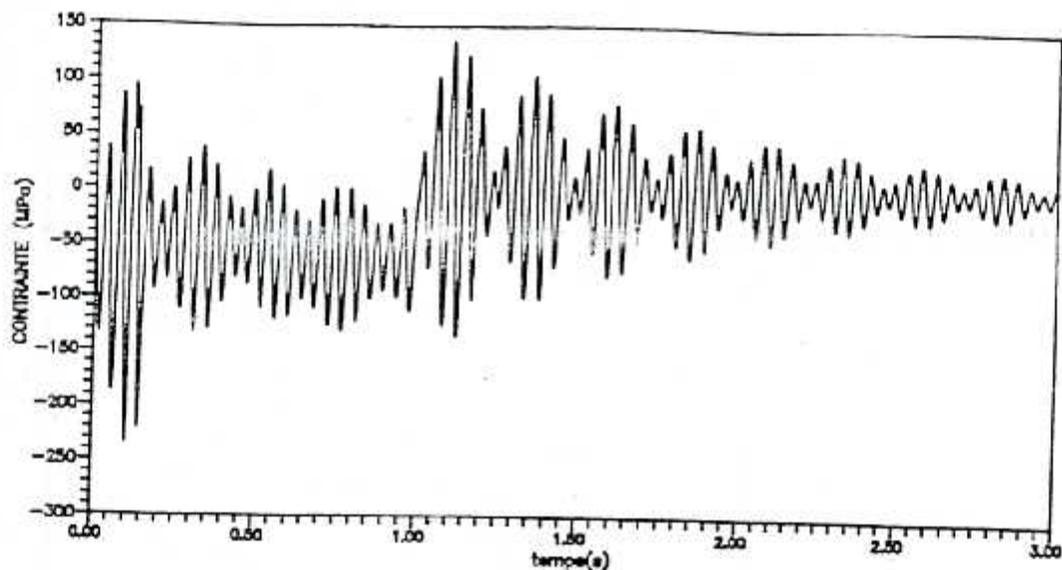


FIGURE 5.3 - CONTRAINTE POUR LA PERTURBATION ELECTRIQUE SL-G  
(NOEUD No 21)

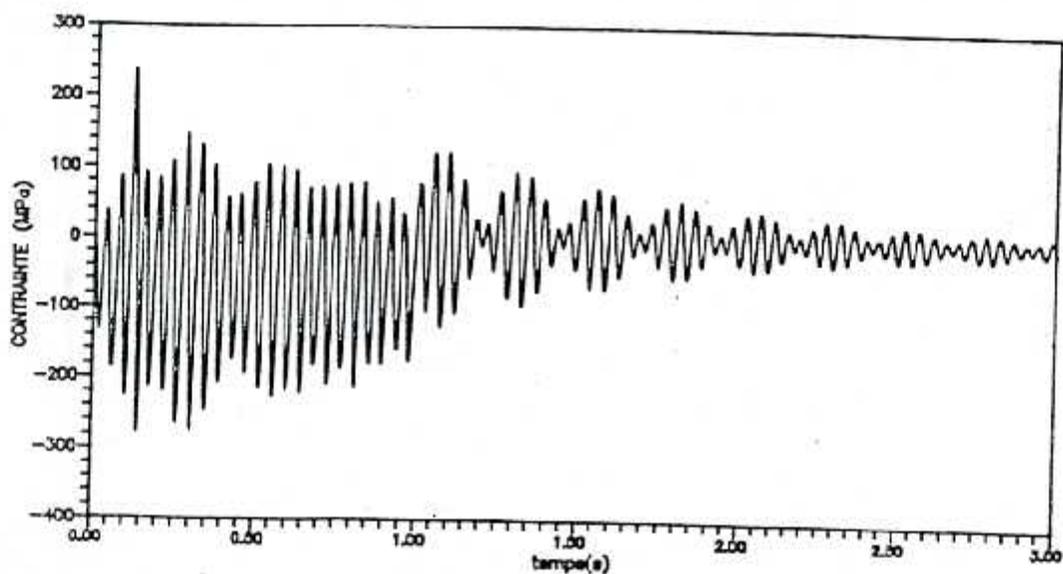


FIGURE 5.4 - CONTRAINTE POUR LA PERTURBATION ELECTRIQUE S-HSR  
(NOEUD No 21)

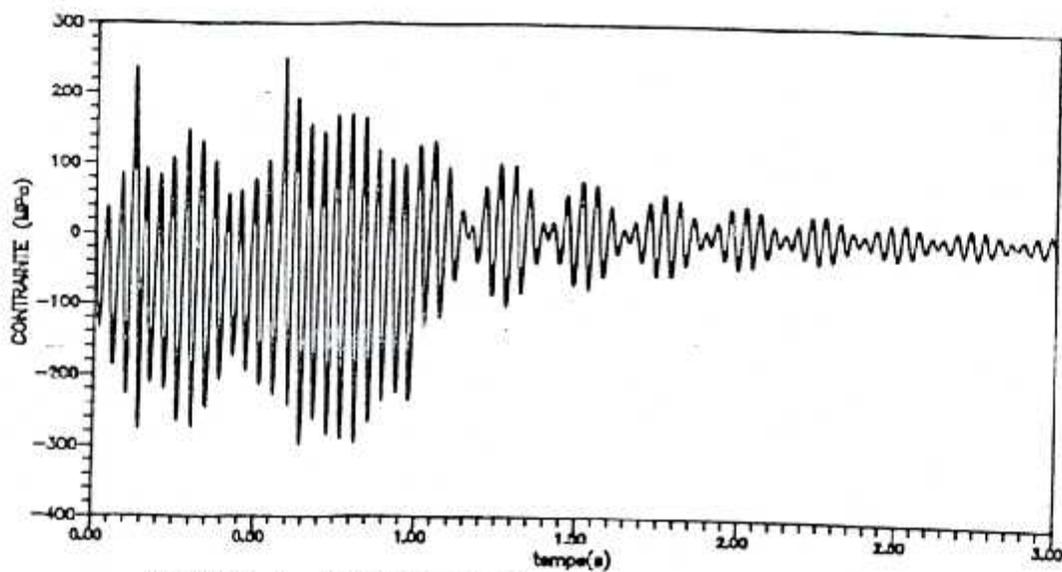


FIGURE 5.5 - CONTRAINTE POUR LA PERTURBATION ELECTRIQUE U-HSR  
(NOEUD No 21)

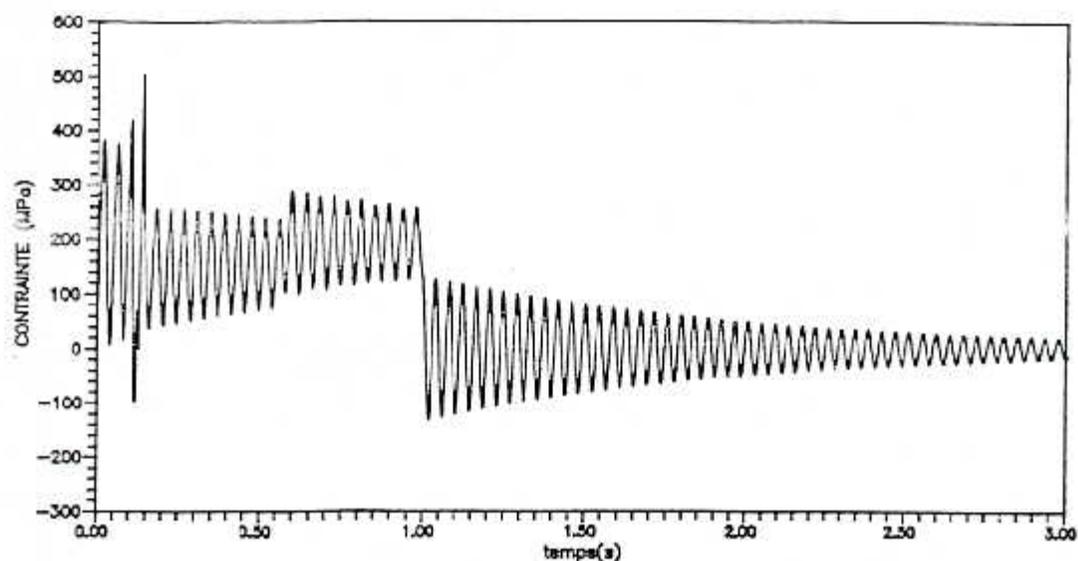


FIGURE 5.6 - CONTRAINTE POUR LA PERTURBATION ELECTRIQUE S-LG  
(NOEUD No 33)

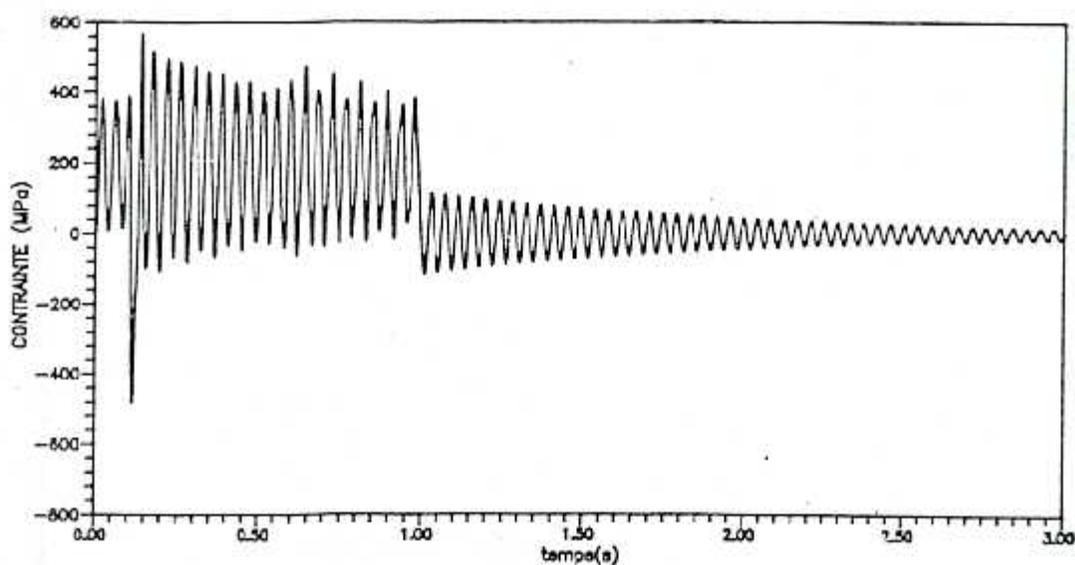


FIGURE 5.7 - CONTRAINTE POUR LA PERTURBATION ELECTRIQUE S-HSR  
(NOEUD No 33)

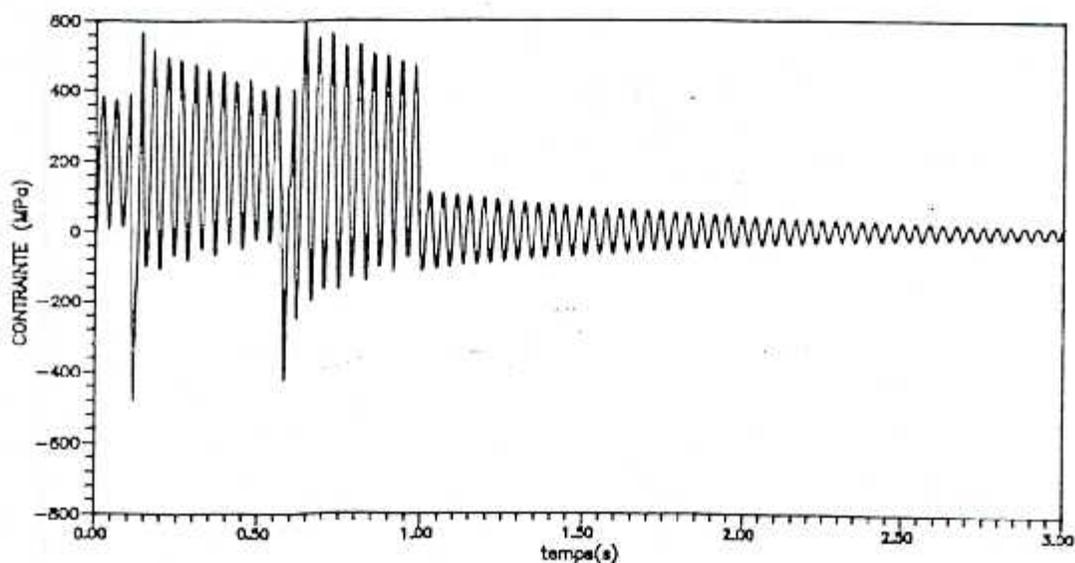


FIGURE 5.8 - CONTRAINTE POUR LA PERTURBATION ELECTRIQUE U-HSR  
(NOEUD No 33)

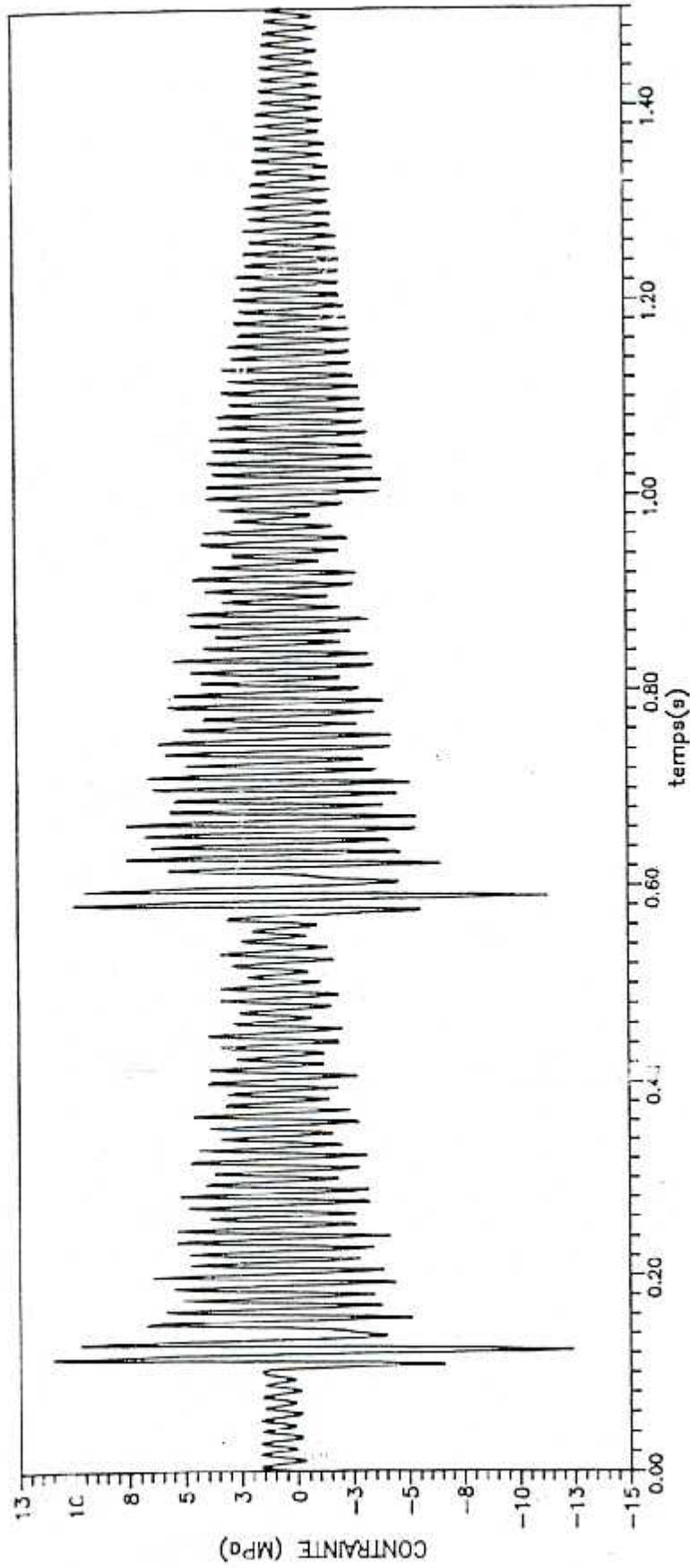


FIGURE 5.9 -- CONTRAINTE POUR LA PERTURBATION ELECTRIQUE U-HSR  
(NOEUD No 40)

les  $D_i$  ( $i = 1$  à  $3$ ) sont les dommages respectifs des pannes étudiées,  $D_T$  est le dommage total et  $n$  la fréquence admise du scénario adopté à la rupture. La valeur de  $n_{cr}$  sera égale à :

$$n_{cr} = \frac{1}{(4 \times D_1 + 3 \times D_2 + 3 \times D_3)} \quad (5-5)$$

Le programme qui a été réalisé suit l'organigramme proposé sur la figure 5-10.

### 5.6 - RESULTAS :

Le programme a fonctionné et nous a donné des dommages cohérents pour les différentes pannes et pour les différents matériaux proposés plus haut. Les résultats que nous avons obtenus sont représentés sur le tableau 5-3. N'ayant pas de résultats existants connus, dans le domaine, la cohérence de ces résultats est la seule preuve de la validité de notre travail.

Tableau 5-3 : Les résultats.

VALEURS	A 508-A	A 469-A Ni-Mo-V	A 470-A Cr-Mo-V	A 471-A Ni-Cr-Mo-V
D1	$2.8 \cdot 10^{-7}$	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$9.48 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-3}$
D2	$1.99 \cdot 10^{-5}$	$1.28 \cdot 10^{-2}$	$1.19 \cdot 10^{-2}$	$1.025 \cdot 10^{-2}$
D3	$5.70 \cdot 10^{-5}$	$4.48 \cdot 10^{-2}$	$3.30 \cdot 10^{-2}$	$2.22 \cdot 10^{-2}$
$D_T$	$1.78 \cdot 10^{-4}$	0.1728072	0.138492	0.10075
$n_{cr}$	5620	5	7	9

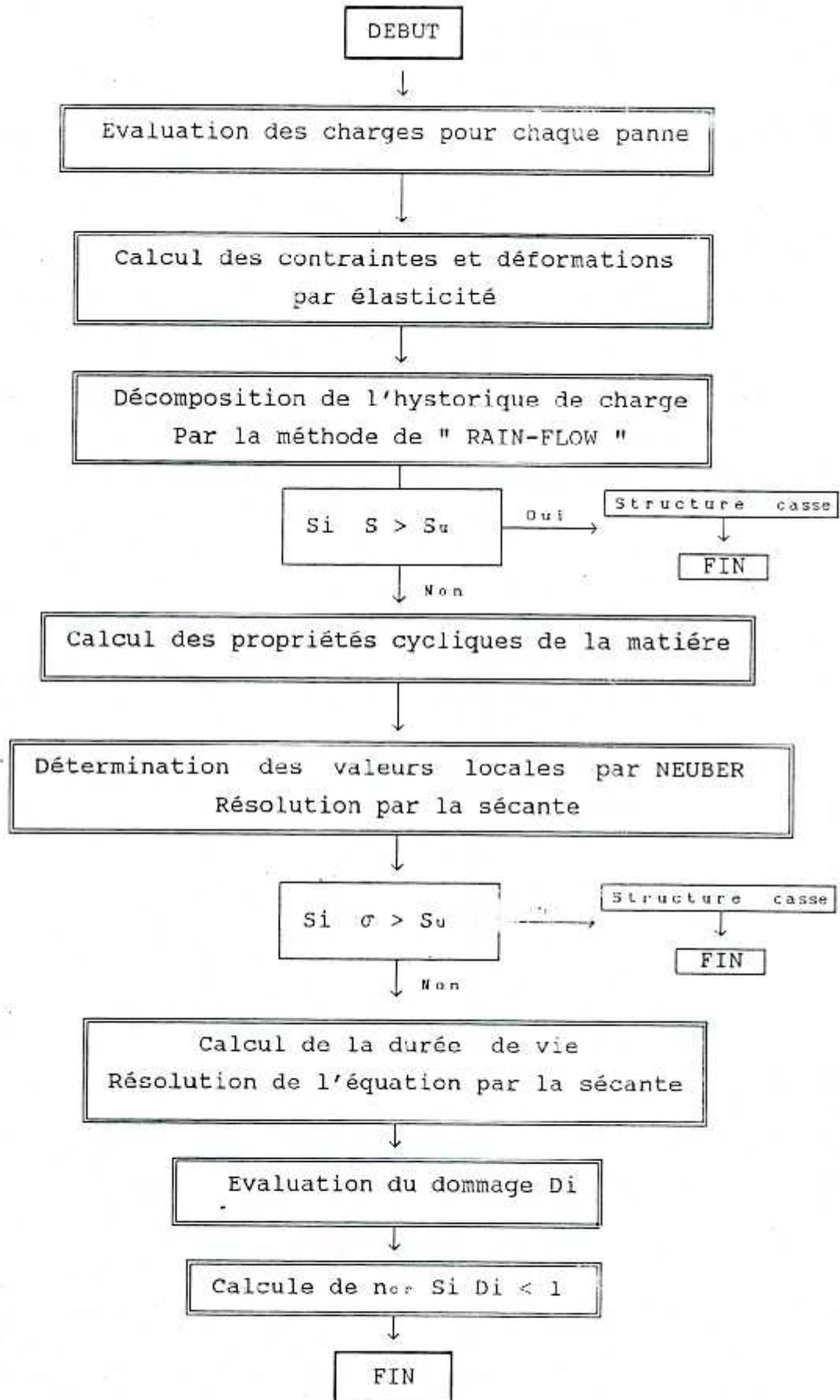
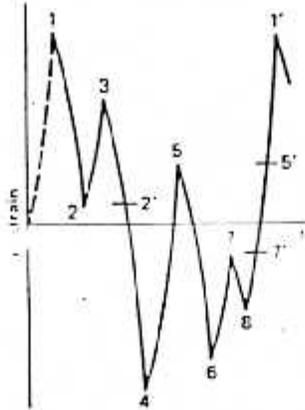


Figure 5-10 : Organigramme de la prédiction

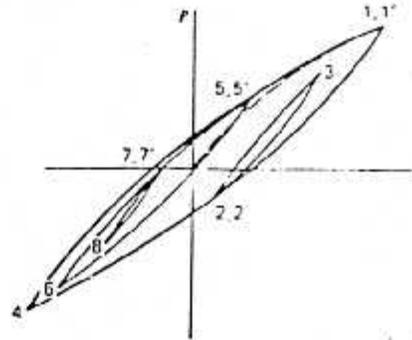
1er étape : Détermination de la panne



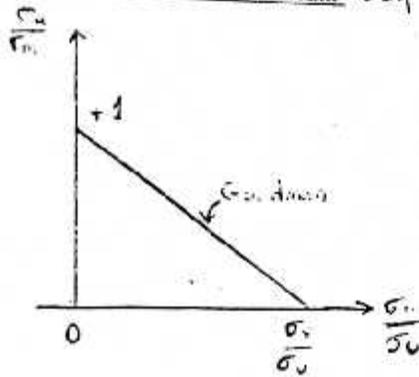
2eme étape : Décomposition par 'RAIN-FLOW'



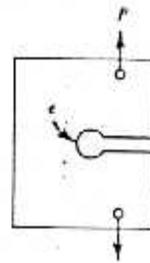
3eme étape : Evaluation des caractéristiques cycliques



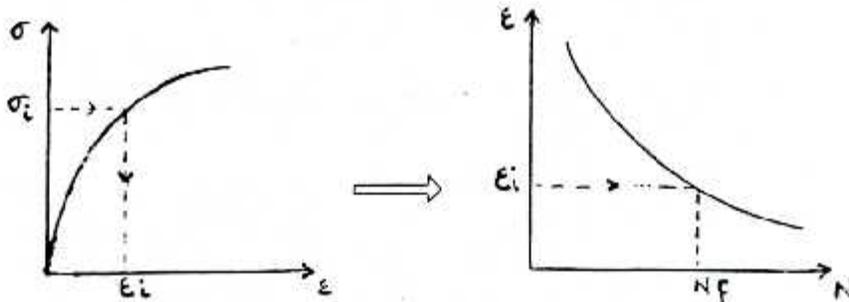
4eme étape : Calcul de la contrainte  $\sigma_{eq}$



5eme étape : Détermination de la contrainte locale



6eme étape : Calcul de la vie



7eme étape : Evaluation des dommages

$$D = \frac{1}{N_f}$$

Figure 5- 11 : Schematisation des étapes de la prédiction

## 5.7 - CONCLUSION

Les applications faites dans cette partie nous permettent de vérifier la méthode de prédiction de la vie par fatigue que nous avons mis au point à la fin de ce travail. Dans l'absence de résultats comparatifs, nous nous sommes basés sur la cohérence de valeurs obtenue. Ces résultats sont très appréciables, malgré l'utilisation des données relatives à la fatigue retrouvées dans la littérature et non tirées de l'expérience.

## CONCLUSION GENERALE

Dans le but de proposer une méthode de prédiction de la durée vie pour le problème de fatigue causé, par les vibrations de torsion. Nous avons commencé par réaliser un logiciel d'analyse de vibration de torsion. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux problèmes des turbo-machines.

Le logiciel qui a été élaboré, propose à l'utilisateur la possibilité de choisir entre une distribution constante et une distribution linéaire d'inertie, afin de résoudre le problème aux valeurs propres. Cette résolution s'effectue par la méthode de JACOBI. L'application du logiciel à un cas réel de turbo-alternateur; le 800 MW de Westinghouse nous a permis de vérifier notre travail avec des résultats publiés du constructeur. Cette partie du logiciel pourrait être utilisée pour l'analyse dynamique en torsion de tous les types d'arbres tournants.

Afin d'obtenir les charges appliquées, on a utilisé des formulations mathématiques de quelques types de perturbations subies par la machine. Après la simulation de ces perturbations nous avons retrouvé les réponses mécaniques de notre turbo-alternateur grâce à la superposition modale et la méthode d'intégration numérique de RUNG-KUTTA.

De nombreux travaux publiés nous ont permis de retrouver la méthode de la déformation locale, qui est à la base de la procédure que nous avons proposé pour la prédiction de la vie d'un élément soumis à des charges répétitives. Nous avons adopté la règle linéaire de MINER-PALMGREN pour le calcul du dommage. Une fois les données relatives à la procédure de la prédiction de vie retrouvées, et notamment de la mise au point du module de décomposition de charge complexe en superposition

d'événements simples, par la méthode de " RAIN-FLOW", nous avons pu réaliser un logiciel de prédiction de la vie à la fatigue. Ce logiciel peut prédire la vie pour toutes les vibrations possibles il suffit que l'utilisateur introduise le chargement cyclique que l'élément étudié subit.

Ces logiciels permettent à l'utilisateur beaucoup d'études et d'applications ,tant en analyse dynamique qu'en fatigue, ou les deux ensembles telles que l'étude que nous avons menée. Ces logiciels sont simples d'utilisation et rapides en exécutions.

Ce travail pourrait être amélioré si des études complémentaires étaient menées dans le domaine électromagnétique pour l'enregistrement d'autres pannes avec une étude statistique de la fréquence de leurs apparitions. Quant au domaine mécanique il serait très intéressant de voir l'évolution du phénomène de fatigue si cette étude était élargie aux problèmes élastoplastiques

## REFERENCES

- 1 - LOKAY,H.E., RAMEY,D.C., Brose,.W.R " Turbine Generator Loss of life For Power Systems Disturbances ",Proceeding of the american Power Conference 1978 .
- 2 - RAMEY,D.J.,KUNG,G.C, "Important Paramater in Considering Transient Torques on Turbine-Generator Shaft Systems" IEEE Transactions On Power Apparatus And Systems, VOL PAS 99, No 2, March/April 1980.
- 3 - CANAY,I.M., RECHER,H.J., SCHNIREL,K.E., " Effect Of Electrical Disturbances. Grid, Recovery Voltage And Generator Inertia On Maximisation Of Mechanical Torques In Large Turbogenerator Sets",IEEE Transactions On Power Apparatus And Systems,VOL.PAS 99, No 4 July/Aug 1980.
- 4 - MISTCHE,J.V., RUSH,P.A., "Shaft Torsional Stress Due To Asynchronisation." , IEEE Transactions On Power Apparatus And Systems, VOL.PAS - 99 ,No 5 Sept/Oct 1980.
- 5 - JOYCE,J.C., KULIG,T., LAMBRECHT,D., " The Impact Of High Speed Recluseure On Single And Multi-Phase Systems Faults On Turbine-Generator Shaft Torsionnal Fatigue ", IEEE Transactions On Power Apparatus And Systems, VOL.PAS 99, No 1 Jan/Feb 1980.
- 6 - JOYCE,J.C., KULIG,T., LAMBRECHT,D., " Monitoring Fatigue Effect Of Electrical Disturbances On Steam Turbine-Generators", Proceedings of the American Conference 1979
- 7 - TRACY,S., EDMONDS,J., "Monitoring Stress In The Turbine Generator Shaft", EPRI Journal , Jan/Feb 1984.
- 8 - BIGRET.R., Coetze.G.J., LEVY,D.C., Harley,R.G., "Naturel modes Of The Rotor Of A 1500 RPM Turbine Generator Rated At 900 MW" Third International Modal Conferance 1985.

- 9 - LOKAY, H.E., RACZKOWSKI, C., "Turbine Generator Mechanical Requirement Due To Power System Interactions", Proceedings Of The American Conference , 39 1026-34 1977.
- 10- ABOLIN, A., "Effect Of Clearing Short Circuits And Automatic Reclosing On Torsional Stress And Life Expenditure Of Turbine Generator Shafts", IEEE Transactions On Power Apparatus And Systems, PAS 95, 14-25 Jan/Feb 1976.
- 11- TRIENZENBERG, D.M., " Characteristic Frequencies And Mode Shapes For Turbo-Generator Shaft Torsional Vibrations", IEEE Transactions On Power Apparatus And Systems, PAS 99 , No 1 Jan/Feb 1980.
- 12- MAGHRAOUI, M., OUALI, M., ASSOUL, Y., "Analyse Des Vibrations de Torsion D'Une Ligne d'Arbres, Application à Un Cas Réel; Le 800 MW De WestingHouse" 1ere Conférence International Sur La Problématique Des Vibrations Dans l'industrie, Vol 1, Blida, Algerie, 1993.
- 13- SOARES, F.M., "General Linear And Nonlinear Torsional Vibrations In Rotor System." Thèse de PhD, CASE WESTERN RESERVE UNIVERSITY, Cleveland, OHION, USA May 1985.
- 14 - HAMMONS, T.J., "Effect Of Rotor Circuit Resistance On Cumulative Fatigue Life Expenditure", Seventeenth Universities Power Engineering Conference, NP 584 P6 UK 1982.
- 15- BATH, K.J., WILSON, E.L., " Numerical Methods In Finite Element Analysis", Prentice Hall, Inc Englewood Cliffs New-Jersey 1976.
- 16- CALIGIANA, G., " Low Cycle Fatigue In Push-Pull and Torsion : Numerical Prediction And Experimental Results", International Journal Of Material And Product Technologie, VOL 2, No 1 (U.K) 1987.

- 17- GOSSENS, J.F., " Quelques Aspects De L'endommagement Par Fatigue De Torsion Des Arbres De Turbo-Groupes Dues Aux Perturbations électriques ", Ninth International Conference On Modern Power Stations 1985.
- 18- ASPRAGNTHOS, N., DIMAROGONAS, A., "High And Low Fatigue Damage Due To Electrical Transients " International Conference on Electrical Machines", VOL 3, PP 1374-81 1980.
- 19- COLLINS, J.A., " Failure Of Material in Mechanical Design" Wiley-Interscience Publication (U.S.A) 1981.981.
- 20- FUCHS, H.O., and STEPHENS, R.I., " Metal Fatigue In Engineering " Wiley Intersciences Publication 1980.
- 21- OSGOOD, C.C., " Fatigue Design ", Intertional Serie On The Strength And Fracture Of Material And Structures, Pergamon Press (U.S.A) 1982.
- 22- MAGHRAOUI, M., " Torsional Vibration Analysis For Turbo Generateur Set " CASE WESTERN RESERVE UNIVERSITY, Cleveland, OHION, USA May 1985.
- 23- Delpedro, A., " Vibration Des Structure " Edition Universitaire Suisse-Romande Geneve 1989.
- 24- MAGHRAOUI, M., OUALI, M., ASSOUL, Y., " Analyse Dynamique en Torsion D'une Ligne D'Arbres", Conférence internationale sur la problématique des vibrations, Vol1, pp 90-11, Blida, Algérie, Nov 1993
- 25- CLOUGH, D.N., PENZIAN, J., " Structures Dynamics" Pluralis 1980.
- 26- MATTENS, J.H., "Numerical Methods For Computer Sciences Engineering And Mathematics", Prentice Hall U.S.A 1987.

- 27- BOWLER,C.EJ., BROWN,P.G., WALKER,D.N., "Evaluating Of The Effect Of Power Circuit Braker Reclosing Practises On Tutbine Generator Shafts" IEEE Transactions On Power Apparatus And Systems, PAS 99 , No 5 Sept/Oct 1980.
- 28- JOYCE,J.C., LAMBRECHT,D., " Status Of Evaluating The Fatigue Life Of Steam Turbine Generator Caused By Electrical Disturbances " IEEE Transactions On Power Apparatus And Systems, PAS 99 , No 1 Jan/Feb 1980.
- 29- WALKER,D.N., PLACEK,R.J., BOWLER,C.EJ. and EDMONDS,J., "Turbine Gernerator Shaft Torsional Fatigue And Monitoring ", International Conferance on Large High Voltage Electric System Of Third Session, VOL 2 ,PP 1107 1-6 1984.
- 30- JACKSON,M.C., CRESKIE,S.D., "Turbine Generator Shaft Torques And Refinement To Fatigue Models", IEEE Transactions On Power Apparatus And Systems, PAS 99 , No 3 May/Jun 1980.
- 31- MANSON,S.S., "Fundamentals on Modern Fatigue Analysis Design" 1980
- 32 GOSSENS,J.F., CALVAER,A.J., SEONNEN,L.J., " Full Scale Short Circuit And Other Tests On Dynamique Torsionnal On Redenhuize NR-4 300 MW 3000 RPM Turbo-Genercator", IEEE Transactions On Power Apparatus And Systems, PAS 100, No 9 1981
- 33 MORROW,J., "Fatigue Proprieties of Materials" Dans "Fatigue design Hand-book" Sect.3.2 Warrendale, P.A Societe of Automotive Engencers 1968.
- 34- BATHIAS,C., BAILLON,J.P., " La Fatigue Des Matériaux Et Des Structures", Collection Université de Compiegne 1980.
- 35- ROLAND,D., JUVINALL,C., "Stress, Strain And Strengh ", Mc Graw Hill Book Company 1967.
- 36- PLUVINAGE,G., " Mecanique Elasto-Plastique De la Rupture"

Cepadues Edition 1989.

- 37- HASHIN,Z., ROTEM,A., " Cumulative Damage Theorie Of Fatigue Failure ", Material Sciences And Engineering, 34 (147-160) Feb 1978.
- 38- MANSON,S.S., HALFORD,G.R., " Practical Implation Of Double linear Rule And Damage Curve Approach For Treating Cumulative Fatigue Damage ",International Journal Of Fracture, VOL 17, No2 April 1981.

## ANNEXE A

## CONVERSION DES UNITES ELECTRIQUES AUX UNITES MKSA

On a :

$$1 \text{ HP} = 550 \text{ ft.Pbf} / \text{sec}$$

Le feet égal à :

$$1 \text{ ft} = 0.3048 \text{ m}$$

et le kilogramme force à :

$$1 \text{ kgf} = 9.81 \text{ N}$$

Le Watt est  $1 \text{ N-m} / \text{Sec}$  , soit  $1 \text{ J/s}$ .

Donc

$$1 \text{ HP} = 746 \text{ W}$$

$$1 \text{ HP} = .746 \text{ KW}$$

Nous avons d'un autre coté :

$$1 \text{ ft-lbf} = 1.356 \text{ N-m}$$

Le moment est défini

$$\text{Moment réel} = \text{Moment per unit} \times \text{Moment base}$$

$$\text{Moment base} = \frac{\text{KVA base}}{0.142 \cdot 10^{-3} (\text{N})} = \frac{(800 \text{ MW})^3 \cdot 10}{0.142 \cdot 10^{-3} (3600)}$$

$$\text{Moment réel} = \text{Moment per unit} \times 16 \cdot 10^5 \times 1.356 \text{ Nm}$$

$$\text{Moment réel} = 2.1 \cdot 10^6 \times \text{Moment per unit}$$

## ANNEXE B

## LA METHODE DE RUNGE-KUTTA

Pour résoudre nos équations du mouvement nous avons adopté la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 :

Notre équation étant :

$$x + 2\zeta\omega x + \omega^2 x = p(t)$$

d'abord on pose :

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(x,y,t) \\ \text{et } \frac{dy}{dt} &= g(x,y,t) \end{aligned} \quad \text{avec } \begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Ceci sur l'intervalle  $[a,b]$  tel que :

$$a \leq t \leq b$$

Nous aurons donc :

$$dx = f(x,y,t)$$

et

$$dy = g(x,y,t)$$

Pour la procédure numérique nous subdivisons l'intervalle de calcul  $[a,b]$  en  $m$  parties nous aurons donc :

$$h = \frac{a - b}{m}$$

nous avons donc :

$$h = \Delta t$$

et le temps sera défini à chaque itération comme :

$$t_{k+1} = t_k + h$$

d'o  $x_{k+1}$  et  $y_{k+1}$  seront définis par Rung-Kutta comme :

$$x_{k+1} = x_k + \frac{h}{6} f(x_k, y_k, t_k)$$

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{6} g(x_k, y_k, t_k)$$

Runge-Kutta à l'ordre 4 utilise :

$$x_{k+1} = x_k + \frac{h}{6} (F1 + F2 + F2 + F4)$$

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{6} (G1 + G2 + G3 + G4)$$

Où

$$F1 = f(x_k, y_k, t_k)$$

$$F2 = F\left(t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{h}{2} F1, y_k + \frac{h}{2} G1\right)$$

$$F3 = F\left(t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{h}{2} F2, y_k + \frac{h}{2} G2\right)$$

$$F4 = F(t_k + h, x_k + hF3, y_k + hG3)$$

et

$$G1 = g(x_k, y_k, t_k)$$

$$G2 = g\left(t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{h}{2} F1, y_k + \frac{h}{2} G1\right)$$

$$G3 = g\left(t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{h}{2} F2, y_k + \frac{h}{2} G2\right)$$

$$G4 = g(t_k + h, x_k + hF3, y_k + hG3)$$

Dans notre équation nous avons :

$$\begin{cases} f=y \\ g= -2\zeta\omega y - \omega x - \rho(t) \end{cases}$$

## ANNEXE C

## EXEMPLE DE VERIFICATION DE LA PROCEDURE " RAIN - FLOW "

Afin de vérifier le programme que nous avons effectué, il a été appliqué à un exemple que nous avons retrouvé sur la référence [20] (page 393-397). Le chargement complexe que nous devons décomposer est représenté sur la figure D 1 .

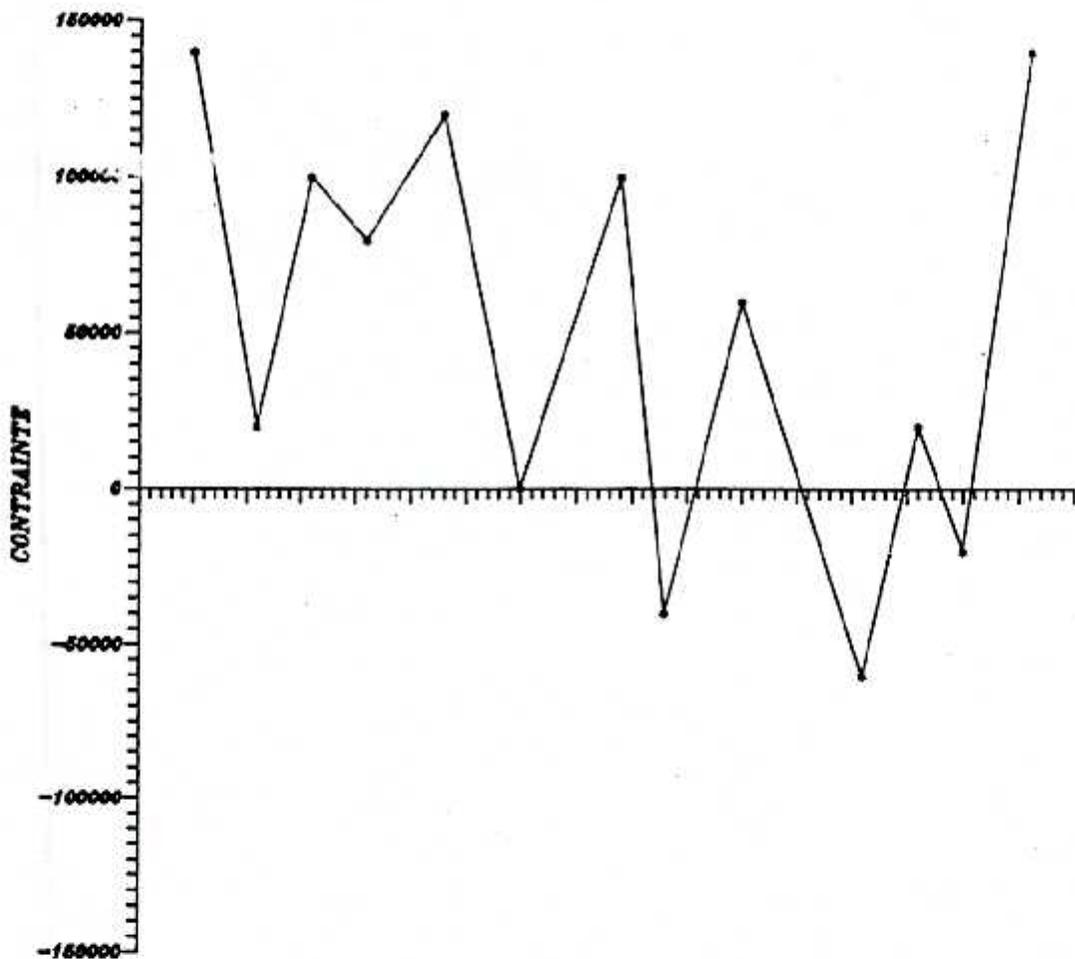


Figure C 1 - Le chargement complexe à décomposer par  
" RAIN - FLOW "

Le chargement a été introduit pick par pick comme le montre la figure, dans l'ordre de leur apparitions réelles, afin que

ce chargement soit décomposé par RAIN-FLOW .Les résultats de la procédure sont représentés sur le tableau suivant comme elles apparaissent dans le fichier réponse du module "RAIN.FOR". Ces résultats identiques à ceux proposer par l'auteur du livre :

TABLEAU C 1 - LES CYCLES APRES LA DECOMPOSITION

cycle	$\sigma_{max}$ (Psi)	$\sigma_{min}$ (Psi)
1,10	140 000	-60 000
2,5	120 000	20 000
3,4	100 000	80 000
6,7	100 000	0
8,9	60 000	-40 000
11,12	20 000	-20 000

## ANNEXE D

DETERMINATION DE L'EQUATION POUR DEFINIR LA CONTRAINTE  
LOCALE

La formule de NEUBER s'écrit :

$$\Delta\tau \cdot \Delta\gamma = K_t^2 \Delta T \Delta\Gamma$$

Si nous posons que  $\Delta\gamma/2$  peut être exprimée par :

$$\frac{\Delta\gamma}{2} = \frac{\Delta\tau}{2G} + \left( \frac{\Delta\sigma}{2 K_o} \right)^{1/n'}$$

et :

$$\Delta\Gamma = \Delta T / G$$

La première équation s'écrira :

$$2\Delta\tau \left( \frac{\Delta\tau}{2G} \right) + 2\Delta\tau \left( \frac{\Delta\sigma}{2 K_o} \right)^{1/n'} = K_t^2 \Delta T^2 / G$$

On faisant passer le deuxième membre de cette équation dans le premier nous aurons :

$$2\Delta\tau \left( \frac{\Delta\tau}{2G} \right) + 2\Delta\tau \left( \frac{\Delta\tau}{2 K_o} \right)^{1/n'} - K_t^2 \Delta T^2 / G = 0$$

Toutes les valeurs de cette équation sont connues à l'exception de  $\tau$  la contrainte locale, que nous essayons de définir par la méthode de résolution de la sécante.

## ANNEXE E

## AIDE POUR L'UTILISATION DU LOGICIEL REALISE

E.I.1 - PREPARATION DU FICHIER DE DONNEES POUR LA RESOLUTION  
DES FREQUENCES PROPRES ET VALEURS PROPRES :

Sur un fichier nommé " DON " écrire comme ci-dessous :

- a - N : le nombre d'élément de la discretisation  
b - Les caractéristiques physiques dans l'ordre suivant :

$$\left\{ \begin{array}{cccc} \text{Dext},1 & \text{Dint},1 & \text{L},1 & \text{SupI},1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{Dext},1 & \text{Dint},1 & \text{L},1 & \text{SupI},1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{Dext},n & \text{Dint},n & \text{L},n & \text{SupI},n \end{array} \right.$$

où

- $\text{Dext},1$  : le diamètre extérieur de l'élément  
 $\text{Dint},1$  : le diamètre intérieur de l'élément  
 $\text{L},1$  : la longueur de l'élément  
 $\text{SupI},n$  : l'inertie supplémentaire si elle existe dans l'élément.

- c - La condition de fixation gauche, la droite, la masse volumique, le coefficient de cisaillement pour la torsion

## E.I.2 L'exécution du programme IVP :

L'exécutable pour la résolution des valeurs propres est "IVP". Après son lancement le programme propose à l'utilisateur de choisir le moyen de rentrée des données par clavier ou par fichier. Si le choix est :

Par clavier : L'entrée des données est interactive

Par fichier : Le fichier de données est explicité plus

haut.

### E. I. 3 - RESULTATS DU PROGRAMME IVP :

Le module de JACOBI donne les valeurs propres et fréquences propres normalisées par la matrice masse. Le module qui prépare l'affichage normalise chaque forme propre par son maximum et l'écrit sur un fichier de résultats appelé MOD.DAT pour le traçage des graphes en fonction de l'abscisse du noeud.

Le programme propose 3 fichiers MOD.DAT

- 1- MOD1.DAT contient le 1er, 2ème et le 3ème mode.
- 2- MOD2.DAT contient le 4ème, le 5ème et 6ème mode.
- 3- MOD3.DAT contient le 6ème, le 7ème et 8ème mode.
- 4- MOD4.DAT contient le 9ème, le 10ème et 11ème mode.

Nous avons négligé le mode rigide.

### E. II. 1 - LE FICHIER DE DONNES POUR LE MODULE "FIVP" :

Le fichier de données du module "FIVP" pour l'obtention de la réponse à une perturbation donnée est le fichier " REP.VEC " qui est un fichier préparé par le module précédent avec une partie supplémentaire qui ne considère que huit noeuds les plus intéressants pour l'étude désirée. Ce fichier contient les valeurs des modes propres réels normalisés par la matrice masse aux endroits les plus intéressants.

Les coefficients des perturbations considérées sont aussi écrites sur un fichier appelé " TORQ ", ils sont appelés par le sous-module " TORQ.FOR "

### E. II. 2 - L'EXECUTION DU MODULE " FIVP " :

L'exécution du module " FIVP " est interactive le logiciel demande à l'utilisateur de préciser :

- 1 - Le type de perturbation.
- 2 - Le No du noeud du générateur .
- 3 - Le nombre de pôle dans le générateur .
- 4 - Le nombre de modes à superposer.
- 5 - Le noeud pour lequel nous désirons avoir la réponse.

La réponse est alors écrite sur un fichier " REP " de la manière suivante : temps,  $\theta$  ,  $\theta$  . Ce fichier permet la visualisation de la réponse et prépare pour la prédiction de vie à la fatigue. Ceci ce fait grâce à la détection des picks de contraintes.

#### E.III.1 LA PREPARATION DU FICHIER POUR LE MODULE FATSEC :

Pour le module qui évalue la vie, il faut réparer le fichier de données pour la fatigue en plus de celui qui contient les picks de la réponse. Le fichier de la fatigue est appelé "FAT.DON" , doit contenir les données suivantes :

$$Su , G , n'_f , \sigma'_f , c' , b , c , Sy$$

#### E.III.2 - L'EXECUTION DU MODULE " FATSEC "

Pour l'évaluation de la vie , il faut lancer le programme " FATSEC " et choisir le type de perturbation comme pour "FIVP", afin d'avoir la réponse et d'évaluer la perte de vie, et donc le dommage subit après cette panne. Les cycles de vies apparaissent à l'écran pour chaque cycle de contraintes, et le dommage apparaît à la fin du programme.