

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne démocratique et populaire

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

جامعة سعد دحلب البليدة
Université SAAD DAHLAB de BLIDA

كلية التكنولوجيا
Faculté de Technologie

قسم الإلكترونيك
Département d'Électronique



Mémoire de Projet de Fin d'Études

présenté par

OULD AMMAR KHALED

&

BENZEGHIMI MOHAMED

pour l'obtention du diplôme de Master en Électronique spécialité Traitement de l'Information
et Système Électronique (T.I.S.E.)

Thème

Annulation d'Echo Acoustique par Les Algorithmes Rapides

Proposé par :

Dr M. Arezki & Pr A.Guessoum

Année Universitaire 2011-2012

Remerciements

C'est avec un très grand honneur que nous réservons cette page en signe de gratitude et de reconnaissance à tous ceux qui nous ont aidés de près ou de loin à la réalisation de ce projet.

*Nous tenons à remercier vivement notre promoteur **Mr. M. Arezki** pour ses conseils, son orientation, son aide le long de notre projet de fin d'étude, et Pour son encadrement.*

*Nous remercions aussi **Mr A.Guessoum** pour son aide précieuse.*

Nous exprimons également notre gratitude à tous enseignants qui ont collaboré à notre formation universitaire.

Dédicace :

*Je dédie ce travail à mes très chers **parents**, pour leur soutien et tous les efforts qu'on m'a donné le long de mon parcours et je leurs souhaite bonne santé et longue vie.*

À ma petite sœur, et mon grand frère.

À mes oncles, mes tantes et tous les membres de la famille OULD-AMMAR.

À tous mes amis de Master T.I.S.E, et tous mes autres amis

KHALED

Dédicace :

*Je dédie ce travail à mes très chers **parents**, pour leur soutien et tous les efforts qu'on m'a donné le long de mon parcours et je leurs souhaite bonne santé et longue vie.*

...

À mes frères REDA et HASSEN.

À mes oncles, mes tantes et tous les membres de la famille BENZEGHIMI.

À tous mes amis de Master T.I.S.E, et tous mes autres amis.

MOHAMED

ملخص:

وجود الصدى الصوتي يؤثر سلبيا في جودة الاتصالات. هدف هذه المذكرة هو تنحية الصدى الصوتي الموجود داخل السيارات, باستعمال خوارزميات سريعة تحدد معاملات الاستجابة النبضية التي تمثل النظام بشكل تكراري. سنتطرق الى دراسة خوارزمي سريع و مستقر رقميا, وخوارزميان جديان من نفس النوع ذا تعقيدات حسابية أقل. وأخيرا, سنحاكي هذه الخوارزميات للتعرف على الاستجابة النبضية لمقارنة أدائهم من حيث سرعة التعرف, جودة التكيف, القدرة على التتبع اثناء تغير النظام و التعقيد الحسابي.

كلمات المفاتيح : تنحية الصدى الصوتي , المرشحات المتكيفة , خوارزميات التكيف

Résumé :

La présence d'un écho acoustique altère de façon significative la qualité d'une communication avec des terminaux mains-libres. Ce mémoire a pour objectif l'annulation d'écho acoustique, présent dans l'habitacle des voitures par des algorithmes rapides. Ils consistent à déterminer récursivement les coefficients de la réponse impulsionnelle qui modélisent le système. Les algorithmes que nous étudions sont les moindres carrés récursifs rapides : une version numériquement stable et deux autres nouvelles versions de complexités plus réduites. Enfin, nous simulons ces algorithmes à l'identification, pour comparer leurs performances en termes de capacité de poursuite, qualité d'adaptation et complexité de calcul.

Mots clés : annulation d'écho acoustique, filtre adaptatif, algorithmes d'adaptation.

Abstract :

The presence of acoustic echo significantly alters the quality of communication with hands-free terminals. This thesis aims to acoustic echo cancellation, present in the cabin cars by fast algorithms. They are to determine recursively the coefficients of the impulse response that model the system. The algorithms that we study are the fast recursive least squares: numerically stable version and two new versions of complexities more reduced.

Finally, we simulate these algorithms to identify, to compare their performance in terms of tracking ability, quality adaptation and computational complexity.

Keywords: acoustic echo canceling, adaptive filter, adaptation algorithm.

Liste des notations et abréviations

• Notations

Une variable scalaire sera notée en italique et en petite lettre « x ».

Une variable vectorielle sera notée en gras et en petite lettre « \mathbf{x} ».

Une variable matricielle sera notée en gras et en majuscule « \mathbf{x} ».

Une constante sera notée en italique et majuscule « C ».

$(.)^T$ Opérateur de transposition.

$E\{.\}$ Espérance mathématique.

$\text{tr}[.]$ Trace d'une matrice.

$\|.\|$ Norme euclidienne d'un vecteur.

$\log_{10}(.)$ Logarithme à base 10.

• Abréviations

FIR : Finite **I**mpulse **R**esponse (réponse impulsionnelle finie **RIF**).

RII : Réponse Impulsionnelle Infinie.

LMS : Least **M**ean **S**quare (moindre carré moyen).

NLMS : Normalized Least **M**ean **S**quare (moindre carré moyen normalisé).

RLS : Recursive Least **S**quares (moindres carrés récursif).

FRLS : Fast Recursive Least **S**quares (moindres carrés récursif rapide).

FTF : Fast Transversal **FRLS**.

NS-FRLS : Numerically **S**table Fast Recursive Least **S**quares (moindres carrés récursif rapide numériquement stable).

M-SMFTF : Modified and Simplified **FTF** (FTF modifié et simplifié).

RM-SMFTF : Reduced **S**ize Predictor M-SMFTF (M-SMFTF à prédicteur réduit).

SNR : Signal **N**oise to **R**atio (rapport signal bruit -RSB-).

MSE : Mean **S**quare **E**rror (Erreur Quadratique Moyenne EQM).

MMSE : Minimum Mean **S**quare **E**rror (Erreur Quadratique Moyenne minimale).

ERLE : Echo **R**eturn **L**oss **E**nhancement (amélioration des pertes de retour d'écho).

SOE : Environnement **O**pérationnel du **S**ignal.

MSD : Mean **S**quare **D**eviation (écart quadratique moyen).

Table des matières

Remerciements

Dédicaces

Résumés

Abréviations

Introduction générale	I
Chapitre 1 Généralités sur l'annulation d'Echo acoustique	- 3 -
1.1 Introduction :.....	- 3 -
1.2 Notions générales du traitement de signal.....	- 4 -
1.2.1 Caractéristiques des signaux	- 4 -
1.2.2 Type de signaux	- 5 -
1.2.3 Le filtrage numérique.....	- 6 -
1.2.4 Le filtrage de Wiener	- 7 -
1.3 L'écho dans les systèmes de télécommunication	- 9 -
1.3.1 L'écho électrique	- 10 -
1.3.2 L'écho acoustique	- 10 -
1.3.3 La réverbération	- 11 -
1.3.4 Le chemin parcouru par l'écho :	- 12 -
1.3.5 Canal acoustique	- 13 -
1.3.6 La gêne provoquée par l'écho	- 13 -
1.4 Annulation d'écho acoustique.....	- 14 -
1.4.1 L'annulation de son propre écho acoustique :	- 15 -
1.4.2 Annulation de l'écho de son interlocuteur :.....	- 15 -
1.5 Annulation adaptative d'écho acoustique.....	- 16 -
Chapitre 2 Les algorithmes d'adaptation	- 18 -
2.1 Introduction :.....	- 18 -
2.2 Théorie du filtrage adaptatif	- 18 -
2.2.1 Principes des filtres adaptatifs	- 19 -
2.2.2 Fonctionnement du filtre	- 20 -
2.2.3 Les mesures du rendement.....	- 21 -
2.3 Présentation des algorithmes.....	- 23 -
2.4 Algorithmes classiques	- 24 -

2.4.1	Algorithme de moindre carrée moyenne (LMS).....	- 24 -
2.4.2	Algorithme de moindre carrée moyenne normalisé (NLMS).....	- 26 -
2.4.3	Algorithme de moindres carrés récursifs (RLS).....	- 27 -
2.5	Algorithmes des moindres carrés récursifs rapides (FRLS).....	- 29 -
2.5.1	Algorithmes FTF (7L) :	- 29 -
2.5.2	ALGORITHME FRLS NUMERIQUEMENT STABLE (NS-FRLS) :.....	- 35 -
2.5.3	L'algorithme M-SMFTF.....	- 38 -
2.5.4	L'algorithme RM-SMFTF.....	- 40 -
2.6	CONCLUSION	- 42 -
Chapitre 3	Résultats des Simulations sur MATLAB.....	- 43 -
3.1	Introduction :.....	- 43 -
3.2	Identification d'écho acoustique par filtrage adaptatif	- 43 -
3.3	Éléments de Simulation.....	- 44 -
3.3.1	Critère d'évaluation de l'atténuation de l'écho.....	- 44 -
3.3.2	Description des signaux de test.....	- 45 -
3.3.3	Description de l'environnement acoustique.....	- 46 -
3.4	Simulations des algorithmes M-SMFTF et RM-SMFTF	- 47 -
3.4.1	Influence de η et α sur l'algorithme M-SMFTF.....	- 47 -
3.4.2	Influence de η et P sur l'algorithme RM-SMFTF.....	- 50 -
3.5	Comparaison des performances des algorithmes:.....	- 53 -
3.5.1	Etape de simulation :	- 53 -
3.5.2	Cas d'entrée stationnaire (Bruit USASI) :	- 54 -
3.5.3	Cas d'entrée non stationnaire (signal de parole) :	- 59 -
3.5.4	Canal non stationnaire avec double parole et du bruit additif (SNR=50dB) :	- 62 -
3.6	Conclusion	- 64 -
	Conclusion générale.....	- 65 -
	Annexes.....	- 67 -
	Bibliographie.....	- 71 -

Liste des figures

Figure 1.1 Le schéma principal du filtrage de Wiener.....	8
Figure 1.2 Exemple de communication bidirectionnelle avec écho acoustique.....	11
Figure 1.3 Évolution temporelle d'une impulsion sonore dans une chambre réverbérante.....	12
Figure 1.4 Réponse impulsionnelle du canal de couplage acoustique (Habitable de voiture).....	13
Figure 1.5 Principe de l'annulation d'écho acoustique.....	14
Figure 1.6 Annulation de l'écho du locuteur proche.....	15
Figure 1.7 Annulation de l'écho du locuteur lointain.....	15
Figure 1.8 Structure générale d'identification d'écho acoustique.....	16
Figure 2.1 Les éléments de base d'un filtre adaptatif Général.....	19
Figure 3.1 Structure générale d'un système pour l'annulation d'écho.....	44
Figure 3.2 Signal d'entrée (locuteur lointain).....	46
Figure 3.3 Signal double parole (locuteur proche).....	46
Figure 3.4 Réponse impulsionnelle d'un habitacle de voiture ($F_e=16\text{kHz}$).....	47
Figure 3.5 Comparaison des MSE pour les facteurs de fuite η ; $L=32$; $\lambda=0.9688$, $c_a=0.1$, $E_0=0.5$	48
Figure 3.6 Comparaison des MSE pour les facteurs de fuite η ; $L=256$, $\lambda=0.9961$, $c_a=0.1$, $E_0=3$	48
Figure 3.7 Comparaison des MSE pour les facteurs de fuite c_a ; $L=32$, $\lambda=0.9688$, $\eta=0.96$, $E_0=0.5$	49
Figure 3.8 Comparaison des MSE pour les facteurs de fuite c_a ; $L=256$; $\lambda=0.9961$, $\eta=0.995$, $E_0=3$	49
Figure 3.9 Comparaison des MSE pour les facteurs de fuite η Réponse impulsionnelle synthétique ($L=256$), $\lambda=0.9375$, $c_a=0.1$, $E_0=0.25$	50
Figure 3.10 Comparaison des MSE pour les facteurs de fuite η Réponse impulsionnelle réelle ($L=256$), $\lambda=0.9375$, $c_a=0.1$, $E_0=0.25$	50
Figure 3.11 Comparaison des MSE pour les facteurs de fuite η Réponse impulsionnelle synthétique ($L=256$): $P=32$, $\lambda=0.9688$, $c_a=0.1$, $E_0=0.5$	51
Figure 3.12 Comparaison des MSE pour les facteurs de fuite η Réponse impulsionnelle	

réelle ($L=256$): $P=32$, $\lambda=0.9688$, $c_a=0.1$, $E_0=0.5$	51
Figure 3.13 Comparaison des MSE pour les ordres des prédicteurs P . $P=16$: $\lambda=0.9375$, $\eta=0.99$, $c_a=0.1$, $E_0=0.1$; $P=32$: $\lambda=0.9688$, $\eta=0.99$, $c_a=0.1$, $E_0=0.25$; $P=64$: $\lambda=0.9844$, $\eta=0.99$, $c_a=0.1$, $E_0=0.5$	52
Figure 3.14 Comparaison entre les algorithmes pour un canal stationnaire (Habitacle de voiture 256 Points) ; Signal d'entrée stationnaire (USASI) ; sans bruit additif sur la sortie; $L=256$. M-SMFTF: $\lambda=0.9961$, $\eta=0.985$, $c_a=0.5$, $E_0=1$; RM-SFTF: $P=32$, $\lambda=0.9688$, $\eta=0.9985$, $c_a=0.5$, $E_0=0.2$; NS-FRLS: $\lambda=0.9987$, $E_0=1$; NLMS: $\mu=1$	54
Figure 3.15 Comparaison entre les algorithmes pour un canal stationnaire (Habitacle de voiture 256 Points); Signal d'entrée stationnaire (USASI); avec bruit additif sur la sortie ($SNR=50$ dB). M-SMFTF: $\lambda=0.9961$, $\eta=0.985$, $c_a=0.5$, $E_0=1$; RM-SFTF: $P=32$, $\lambda=0.9688$, $\eta=0.9985$, $c_a=0.5$, $E_0=0.2$; NS-FRLS: $\lambda=0.9987$, $E_0=1$. NLMS: $\mu=1$	54
Figure 3.16 Comparaison entre les algorithmes pour un canal non stationnaire (Habitacle de voiture 256 Points); Signal d'entrée stationnaire (USASI); sans bruit additif sur la sortie. M-SMFTF: $\lambda=0.9961$, $\eta=0.985$, $c_a=0.5$, $E_0=1$. RM-SFTF: $P=32$, $\lambda=0.9688$, $\eta=0.9985$, $c_a=0.5$, $E_0=0.2$; NS-FRLS: $\lambda=0.9987$, $E_0=1$. NLMS: $\mu=1$	55
Figure 3.17 Comparaison entre les algorithmes pour un canal non stationnaire (saut linéaire); Signal d'entrée stationnaire (USASI); sans bruit additif. M-SMFTF: $\lambda=0.9961$, $\eta=0.985$, $c_a=0.5$, $E_0=1$. RM-SFTF: $P=32$, $\lambda=0.9688$, $\eta=0.9985$, $c_a=0.5$, $E_0=0.2$; NS-FRLS: $\lambda=0.9987$, $E_0=1$. NLMS: $\mu=1$	56
Figure 3.18 Comparaison entre les algorithmes pour un canal non stationnaire (Habitacle de voiture 256 Points); Signal d'entrée stationnaire (USASI); avec bruit additif sur la sortie ($SNR=50$ dB). M-SMFTF: $\lambda=0.9961$, $\eta=0.985$, $c_a=0.5$, $E_0=1$. RM-SFTF: $P=32$, $\lambda=0.9688$, $\eta=0.9985$, $c_a=0.5$, $E_0=0.2$; NS-FRLS: $\lambda=0.9987$, $E_0=1$; NLMS: $\mu=1$	57
Figure 3.19 Comparaison entre les algorithmes pour un canal non stationnaire (saut linéaire) de 256 Points; Signal d'entrée stationnaire (USASI); avec bruit additif sur la sortie ($SNR=50$ dB). M-SMFTF: $\lambda=0.9961$, $\eta=0.985$, $c_a=0.5$, $E_0=1$; RM-SFTF: $P=32$, $\lambda=0.9688$, $\eta=0.9985$, $c_a=0.5$, $E_0=0.2$; NS-FRLS: $\lambda=0.9987$, $E_0=1$; NLMS: $\mu=1$	58
Figure 3.20 Comparaison entre les algorithmes pour un canal stationnaire (Habitacle de voiture 256 Points); Signal d'entrée non stationnaire (parole); sans bruit additif sur la sortie; $L=256$, M-SMFTF: $\lambda=0.9961$, $\eta=0.96$, $c_a=0.5$, $E_0=0.5$; RM-SFTF: $P=32$, $\lambda=0.9688$, $\eta=0.99$, $c_a=0.1$, $E_0=0.1$; NS-FRLS: $\lambda=0.9996$, $E_0=0.5$; NLMS: $\mu=1$	60

Figure 3.21 Comparaison entre les algorithmes pour un canal stationnaire (Habitacle de voiture 256 Points); Signal d'entrée non stationnaire (parole); avec un bruit additif sur la sortie ($SNR=50dB$); $L=256$. M-SMFTF: $\lambda =0.9961, \eta =0.96, c_a=0.5, E_0=0.5$; RM-SMFTF: $P=32, \lambda =0.9688, \eta =0.99, c_a=0.1, E_0=0.1$; NS-FRLS: $\lambda =0.9996, E_0=0.5$; NLMS: $\mu=1$**60**

Figure 3.22 Comparaison entre les algorithmes pour un canal non stationnaire (Habitacle de voiture 256 Points); Signal d'entrée non stationnaire; sans bruit additif sur la sortie; $L=256$. M-SMFTF: $\lambda =0.9961, \eta =0.96, c_a=0.5, E_0=0.5$; RM-SMFTF: $P=32, \lambda =0.9688, \eta =0.99, c_a=0.1, E_0=0.1$; NS-FRLS: $\lambda =0.9996, E_0=0.5$; NLMS: $\mu=1$**61**

Figure 3.23 Comparaison entre les algorithmes pour un canal non stationnaire (Habitacle de voiture 256 Points); Signal d'entrée non stationnaire; avec un bruit additif sur la sortie ($SNR=50dB$); $L=256$. M-SMFTF: $\lambda =0.9961, \eta =0.96, c_a=0.5, E_0=0.5$; RM-SMFTF: $P=32, \lambda =0.9688, \eta =0.99, c_a=0.1, E_0=0.1$; NS-FRLS: $\lambda =0.9996, E_0=0.5$; NLMS: $\mu=1$...**61**

Figure 3.24 Comparaison entre les algorithmes pour un canal non stationnaire (Habitacle de voiture 256 Points); Signal d'entrée non stationnaire; avec un bruit additif sur la sortie ($SNR=50dB$) et avec double parole; $L=256$. M-SMFTF: $\lambda =0.9961, \eta =0.96, c_a=0.5, E_0=0.5$; RM-SMFTF: $P=32, \lambda =0.9688, \eta =0.99, c_a=0.1, E_0=0.1$; NS-FRLS: $\lambda =0.9996, E_0=0.5$; NLMS: $\mu=1$**63**

Liste des tableaux

Table 2.1 L'algorithme LMS.....	25
Table 2.2 L'algorithme NLMS.....	26
Table 2.3 L'algorithme RLS.....	28
Table 2.4 L'algorithme FTF.....	34
Table 2.5 L'algorithme NS-FRLS (version stable).....	37
Table 2.6 L'algorithme M-SMFTF.....	40
Table 2.7 L'algorithme RM-SMFTF.....	41
Table 3.1 Complexités des calculs et conditions de stabilité des algorithmes.....	53

Introduction générale

La télécommunication dans ses diverses formes est devenue un moyen et un outil de développement indispensable, comme le téléphone et les réseaux informatiques.

En effet, la conversation téléphonique permet déjà, un haut niveau de communication par le choix des mots et le ton de la voix .Les futurs systèmes de communication de groupes devront avoir une qualité suffisante pour que les personnes soient placées dans des conditions de confort. Les participants pourront intervenir à partir de différents sites et qui peuvent être une salle de téléconférence, où une salle de réunion. Pour que les personnes soient satisfaites d'un tel service de communication de groupe, il doit offrir un bon niveau de qualité visuelle et du confort auditif.

Toutefois, la qualité de la communication est souvent fortement dégradée. Dans les systèmes de télécommunication. On considère le couplage microphone/haut-parleur comme un maillon à part entière de la chaîne de transmission. Ils doivent faire face aux problèmes liés à la prise de son qui réduit l'intelligibilité de la parole. Deux phénomènes sont responsables de cette dégradation : la réverbération due aux multiples réflexions captées par le microphone et l'écho provenant du couplage acoustique du haut-parleur avec le microphone [1].

L'écho acoustique est aussi responsable d'une certaine gêne pour le locuteur lointain. Le signal émis par la salle distante est réémis vers cette même salle à cause du couplage existant entre le haut-parleur et le ou les microphones de prise de son d'une même salle.

Si la transmission introduit un retard important (de l'ordre de plusieurs centaines de millisecondes), les personnes présentes réentendent leur propre voix ; c'est le phénomène d'écho acoustique dû au canal acoustique de couplage.

Un écho non contrôlé peut s'avérer intolérable. Un traitement spécifique doit être impérativement mis en œuvre. Ce traitement, qui consiste en l'annulation de l'écho

acoustique, est une application typique du filtrage adaptatif. Le principe de cette application réside en l'identification d'un canal du couplage acoustique entre le signal reçu (signal envoyé dans le haut-parleur) et la sortie de la salle (signal capté par le microphone) [2].

L'identification des réponses impulsionnelles acoustiques dans la classe générale de l'identification des systèmes linéaires est caractérisée par:

- Le nombre de coefficients à identifier est important, voire très important (plusieurs milliers de coefficients en téléconférence).
- Le signal d'excitation du filtre est la parole, signal corrélé et fortement non stationnaire, qui n'a pas de bonnes propriétés pour l'identification.
- Les non-stationnarités du canal acoustique engendrées par les mouvements dans la salle.
- Le bruit ambiant qui perturbe l'identification, peut faire évoluer le SNR (écho/bruit) de plus de 30 dB en téléconférence à moins de 10 dB dans une voiture.

Pour toutes ces raisons, il n'existe pas d'algorithme universel a priori pour traiter une si grande variété de situations, d'autant qu'aux contextes d'identification s'ajoutent les contraintes particulières d'intégration de l'algorithme dans le système global, comme la complexité numérique et le retard de traitement.

Dans notre présent mémoire, on s'intéresse à l'annulation d'écho acoustique par les algorithmes d'identification adaptative. Il comprend trois chapitres : Le premier chapitre rappelle le contexte de notre étude et présente rapidement l'origine de l'écho et les techniques d'annulation d'écho y sont présentées.

Le deuxième chapitre : décrit les grandes familles d'algorithmes adaptatifs de base : les algorithmes du gradient stochastique (LMS et NLMS), les algorithmes des moindres carrés récursives rapide (FRLS), ainsi qu'une nouvelle version numériquement stable (NS-FRLS) et deux autres algorithmes rapides de type FTF (M-SMFTF, RM-SMFTF).

Dans Le troisième chapitre les résultats expérimentaux sont exposés pour comparer les différents algorithmes présentés, afin de montrer l'intérêt de ces algorithmes.

Chapitre 1 Généralités sur l'annulation d'Echo acoustique

1.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons définir le problème posé par la présence du phénomène d'écho acoustique induit par les systèmes de la prise et de la restitution du son dans les terminaux de type habitacle de voiture.

L'annulation d'écho acoustique est un problème qui se pose dans un grand nombre d'application (téléphonie main libre, téléconférence, vidéoconférence, habitacle de voiture...). Les difficultés essentielles rencontrées sont la durée des réponses impulsionnelles des canaux acoustiques à identifier et la nature des signaux à traiter [2]. Une communication téléphonique introduit des effets gênants selon le milieu où l'on se trouve et la distance entre les deux interlocuteurs. Les sources importantes de ces effets sont :

- Les réverbérations : en plus du son direct, le(s) microphone(s) de prise de son captent une multitude de réflexions sur les parois de l'habitacle.
- Les différents bruits qui existent en absence ou en présence du signal utile.
- L'écho : qui est particulièrement gênants à partir d'un certain retard dépassant environ 30 ms.

Dans ce qui suit nous allons présenter un rappel de quelques notions de base des signaux suivi par une analyse du phénomène d'écho acoustique et son origine.

1.2 Notions générales du traitement de signal

Le traitement numérique du signal désigne l'ensemble des opérations, calculs arithmétiques et manipulations de nombres, qui sont effectués sur un signal à traiter, représenté par une suite ou un ensemble de nombres, en vue de fournir une autre suite ou un autre ensemble de nombres, qui représentent le signal traité. Les fonctions les plus variées sont réalisables de cette manière, comme l'analyse spectrale, le filtrage linéaire ou non linéaire, le transcodage, la modulation, la détection, l'estimation et l'extraction de paramètres.

1.2.1 Caractéristiques des signaux

a Stationnarité

La propriété de stationnarité n'exige que les paramètres statistiques, tels que la moyenne, la variance, la densité spectrale de puissance et les moments d'ordre supérieur du processus sont invariants dans le temps. Dans la pratique, il existe divers degrés de stationnarité (stationnarité au sens strict ou stationnarité au sens large). Un processus aléatoire dans lesquelles la moyenne et la fonction d'autocorrélation ne dépendent pas de temps absolu sont appelés processus stationnaire au sens large :

La moyenne :

$$E\{x_n\} = cte; \forall n \quad (1.1)$$

L'autocorrélation : fournit une mesure de similitude entre deux observations x_n et x_{n+m} du processus aléatoire aux instants n et $n+m$.

$$E\{x_n x_{n+m}\} = r_{xx}(n, n+m) = r_{xx}(m) \quad (1.2)$$

De ce fait la variance (σ_x^2) est aussi constante puisque :

$$\sigma_x^2 = r_{xx}(n, n) = r_{xx}(0) \quad (1.3)$$

b Ergodicité

L'ergodicité est une propriété importante qui lie les moyennes statistiques et les moyennes temporelles. Tout comme pour la stationnarité, il existe différents types d'ergodisme. Un processus aléatoire est ergodique au sens strict, si tous les moments statistiques sont égaux aux moments temporels. Un processus aléatoire est ergodique

au sens large (ou du second ordre), si il y a égalité des moyennes statistiques et temporelles ainsi que des fonctions d'autocorrélation [6]. On a alors:

$$E\{x_n\} = \lim_{L \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2L+1} \sum_{n=-L}^L x_n \right] \quad (1.4)$$

$$r_{xx}(n_1 n_2) = E\{x_1 x_2^*\} = \lim_{L \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2L+1} \sum_{n=-L}^L x_1 x_2^* \right] \quad (1.5)$$

1.2.2 Type de signaux

a Le signal de parole

La parole apparaît physiquement comme une variation de la pression de l'air causée et émise par le système articulatoire. Ce signal est transformé dans un premier temps en signal électrique grâce au transducteur approprié. De nos jours, le signal électrique résultant est le plus souvent numérisé. Il peut alors être soumis à un ensemble de traitements statistiques qui visent à mettre en évidence les traits acoustiques : sa fréquence fondamentale, son énergie, et son spectre.

b Le bruit

Le bruit peut être défini comme tout signal indésirable qui interfère avec la communication. Le bruit est présent à des degrés divers dans presque tous les environnements. Par exemple, dans un système de téléphone mobile cellulaire, il peut y avoir plusieurs variétés de bruit qui pourrait dégrader la qualité de la communication, tels que bruit acoustique, thermique, électromagnétique à haute-fréquence (interférence Co canal, le canal de radio-distorsion, et de traitement.):

- **Bruit acoustique:** Il est généré par les mouvements des sources telles que les voitures, les ventilateurs, la circulation, le vent, la pluie, etc.
- **bruit blanc :** Le bruit blanc est défini comme un processus aléatoire non corrélé qui a la même puissance à toutes les fréquences dans la gamme de $\pm \infty$.
- **bruit coloré :** bruit à large bande dont le spectre a une forme non plane; exemples sont le bruit rose, bruit brun et le bruit autorégressif.
- **bruit impulsif:** se compose des impulsions de courtes durées aléatoires d'amplitudes aléatoires.

1.2.3 Le filtrage numérique

Lorsqu'un système est utilisé pour modifier la distribution fréquentielle des composantes d'un signal selon des spécifications données, il s'appelle un filtrage.

Le principe général du filtrage numérique consiste à déterminer une fonction de transfert H_z qui représente la réponse fréquentielle voulue [3]. Les filtres numériques se divisent en deux classes selon la durée de la réponse impulsionnelle.

a Filtre non récursif (FIR)

Les filtres numériques à réponse impulsionnelle finie (FIR) sont des systèmes linéaires discrets invariants dans le temps définis par une équation selon laquelle un nombre de sortie, représentant un échantillon du signal filtré, est obtenu par sommation pondérée d'un ensemble fini de nombres d'entrée, représentant les échantillons du signal à filtrer. Les coefficients de la sommation pondérée constituent la réponse impulsionnelle du filtre et un ensemble fini d'entre eux seulement prennent des valeurs non nulles. Ce filtre est du type « à mémoire finie », c'est-à-dire qu'il détermine sa sortie en fonction d'informations d'entrée d'ancienneté limitée. Il est fréquemment désigné par filtre non récursif, en raison de sa structure, car il ne nécessite pas de boucle de réaction dans sa réalisation, comme c'est le cas pour une autre catégorie de filtres, celle des filtres à réponse impulsionnelle infinie [3].

Son fonctionnement est régi par une équation de convolution portant sur un nombre fini de termes :

$$y_n = \sum_{i=0}^{L-1} a_i x_{n-i}. \quad (1.6)$$

Où les a_i sont les coefficients de la réponse impulsionnelle.

Et sa transformée en z est donnée par :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{n=0}^{L-1} a_n z^{-n} \quad (1.7)$$

De cette relation on a $a_n = 0$ pour : $n > L-1$ avec L est le nombre de coefficients du filtre. Ce type de filtre ne tient pas compte des réponses précédentes, d'où l'absence de bouclage de la sortie avec l'entrée, pour cela on l'appelle non récursif.

b Filtre récursif (IIR)

Les filtres numériques à Réponse Impulsionnelle Infinie (IIR), ou filtres récursifs ont des propriétés qui se rapprochent de celles des filtres analogiques et les techniques utilisées pour calculer leurs coefficients sont déduites de celles qui servent à déterminer les paramètres des filtres analogiques [3]. Ce sont des systèmes linéaires invariants dans le temps, leur fonctionnement est régi par une équation de convolution portant sur une infinité de termes

$$y_n = \sum_{i=0}^M a_i x_{n-i} - \sum_{i=1}^L b_i y_{n-i} \quad (1.8)$$

En appliquant la transformée en z à y_n on obtient :

$$Y(z) = \sum_{i=0}^M a_i X(z) z^{-i} - \sum_{i=1}^L b_i Y(z) z^{-i} \quad (1.9)$$
$$\Rightarrow Y(z) \left[1 + \sum_{i=1}^L b_i z^{-i} \right] = \sum_{i=0}^M a_i z^{-i} X(z)$$

D'où la fonction de transfert de H_z qui devient :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{i=0}^M a_i z^{-i}}{[1 + \sum_{i=1}^L b_i z^{-i}]} \quad \text{Tel que } M \leq L \quad (1.10)$$

La stabilité est garantie que si les valeurs absolues des pôles de la fonction $H(z)$ sont inférieures à un. Ce sont des filtres à mémoire, pour cela on les appelle filtres récursifs.

1.2.4 Le filtrage de Wiener

De manière générale, les filtres sont utilisés dans des applications où on connaît la bande de fréquence utile ainsi que la fréquence de coupure. Ces filtres servent à améliorer le rapport signal sur bruit sous l'hypothèse où la bande de fréquence du bruit est supérieure à celle du signal.

Au début des années 1940, N. Wiener s'intéressa au problème de l'estimation d'un signal à partir d'observations bruitées d'un signal corrélé avec le signal estimé. Le filtre de Wiener développé à cette occasion permet de construire une estimation $\{\hat{y}_n\}$ de $\{y_n\}$ à partir du signal $\{x_n\}$ [4].

En particulier, le filtre de Wiener qui est développé à partir de concepts temporels et non fréquentiels est conçu pour minimiser l'erreur quadratique moyenne (MSE) entre sa sortie $\{\hat{y}_n\}$ et une sortie désirée $\{y_n\}$, comme le montre la figure (1.1).

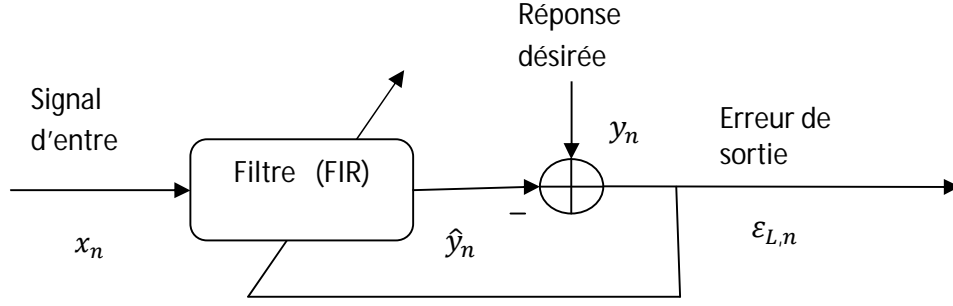


Figure 1.1 Le schéma principal du filtrage de Wiener

Plus l'erreur est faible, plus l'estimation sera bonne. On cherche donc un filtre qui minimisera l'erreur quadratique moyenne. Il est pratique de minimiser $\{\varepsilon_{L,n}^2\}$ car c'est une fonction quadratique facile à dériver. La fonction coût qui permettra de minimiser l'erreur quadratique moyenne (MSE) est définie par :

$$J_n = E\{\varepsilon_{L,n}^2\} \quad (1.11)$$

Avec

$$\varepsilon_{L,n} = y_n - \hat{y}_n \quad (1.12)$$

où n est l'indice d'itération.

On se limitera ici au calcul des filtres FIR. Appelons \mathbf{h}_L la réponse impulsionnelle que nous recherchons et $\mathbf{w}_{L,n}$ la réponse impulsionnelle estimée donnée en notation vectorielle par :

$$\mathbf{w}_{L,n} = [w_{0,n}, w_{1,n}, w_{2,n}, \dots, w_{L-1,n}]^T \quad (1.13)$$

Où L désigne la longueur de ce filtre.

Le filtrage du signal x_n par les coefficients $\mathbf{w}_{L,n}$ du filtre permet ainsi l'obtention d'une estimation \hat{y}_n :

$$\hat{y}_n = \sum_{i=0}^{L-1} w_i x_{n-i} = \mathbf{w}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,n} \quad (1.14)$$

Avec

$$\mathbf{x}_{L,n} = [x_n, x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_{n-(L-1)}]^T \quad (1.15)$$

En faisant l'hypothèse que le signal x_n est stationnaire, et si on introduit l'équation (1.9) dans l'équation (1.6), on peut écrire la fonction coût de la manière suivante :

$$\begin{aligned} J_n &= E\{\varepsilon_{L,n}^2\} = E\{(y_n - \mathbf{w}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,n})^2\} \\ J_n &= E\{y_n^2 - 2\mathbf{w}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,n} y_n + \mathbf{w}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}^T \mathbf{w}_{L,n}\} \\ J_n &= E\{y_n^2\} - 2\mathbf{w}_{L,n}^T E\{\mathbf{x}_{L,n} y_n\} + \mathbf{w}_{L,n}^T E\{\mathbf{x}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}^T\} \mathbf{w}_{L,n} \\ J_n &= \sigma_y^2 - 2\mathbf{w}_{L,n}^T \mathbf{p}_{L,n} + \mathbf{w}_{L,n}^T \mathbf{R}_{L,n} \mathbf{w}_{L,n} \end{aligned} \quad (1.16)$$

Où $\mathbf{R}_{L,n}$ est une matrice d'autocorrélation de taille $L \times L$ définie par :

$$\mathbf{R}_{L,n} = E\{\mathbf{x}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}^T\} \quad (1.17)$$

et où $\mathbf{p}_{L,n}$ est un vecteur d'intercorrélacion de taille L définie par :

$$\mathbf{p}_{L,n} = E\{\mathbf{x}_{L,n} y_n\} \quad (1.18)$$

Les équations (1.11) et (1.12) montrent que pour un filtre FIR, la fonction de coût (MSE) dépend de la réponse impulsionnelle $\mathbf{w}_{L,n}$. Le minimum de la fonction coût est obtenu en cherchant les conditions d'annulation de sa dérivée par rapport aux variables que sont les L points de la réponse impulsionnelle du filtre.

Introduisons l'opérateur gradient ∇ :

$$\nabla J_n = \left. \frac{\partial J_n}{\partial \mathbf{w}_{L,n}} \right|_{\text{opt}} = \left[\frac{\partial J_n}{\partial w_{0,n}} \quad \frac{\partial J_n}{\partial w_{1,n}} \quad \cdots \quad \frac{\partial J_n}{\partial w_{L-1,n}} \right]^T \quad (1.19)$$

On a alors (en dérivant l'équation 1.16) :

$$\nabla J_n = -2\mathbf{p}_{L,n} + 2\mathbf{R}_{L,n} \mathbf{w}_{L,n} \quad (1.20)$$

Le gradient s'annule pour une réponse impulsionnelle optimale $\mathbf{w}_{L,opt}$.

$$\mathbf{R}_{L,n} \mathbf{w}_{L,opt} = \mathbf{p}_{L,n} \quad (1.21)$$

Le filtre ainsi défini est appelé filtre FIR de Wiener optimal. Il permet d'obtenir une erreur quadratique minimale entre y_n et \hat{y}_n donnée par :

$$J_{n(min)} = E\{y_n^2\} - \mathbf{w}_{\text{opt}}^T \mathbf{p}_{L,n} \quad (1.22)$$

1.3 L'écho dans les systèmes de télécommunication

L'écho, qu'il soit électrique ou acoustique, a des origines différentes. L'écho peut être caractérisé par la réponse impulsionnelle associée à son trajet entre le point d'émission et d'observation. Cette réponse est très sensible et peut varier rapidement d'un instant à un autre en fonction du type d'écho.

Le phénomène d'écho est la réverbération du signal à l'émission (signal parole). L'écho est la répétition d'un signal dû à la réflexion à partir des points où les caractéristiques du milieu à travers lequel l'onde se propage changent. Il est utilement employé dans les sonars et les radars pour la détection et à des fins d'exploration. Dans le système des télécommunications on trouve deux types d'écho, électrique et acoustique.

1.3.1 L'écho électrique

Les réseaux de télécommunications de longue distance sont constitués de deux types de liaisons téléphoniques, liaison téléphonique "à deux fils" et liaison téléphonique "à quatre fils". Le passage d'une liaison de deux fils à une liaison de quatre fils a pour effet de générer un écho dit électrique. Ceci est dû à la désadaptation entre l'impédance présentée par le combiné téléphonique et l'impédance du canal de transmission. Nous retiendrons en outre que le problème de l'écho électrique est classiquement résolu à l'aide d'un annuleur d'écho utilisant des filtres plus spécifiques [4].

1.3.2 L'écho acoustique

L'écho acoustique a pour source la réflexion des signaux sonores émis par le haut-parleur du système sur les parois des salles (habitacle de véhicule, salle audioconférence...) utilisé, le signal réfléchi est ensuite capté par le microphone du système. Il est alors renvoyé vers le locuteur distant, qui entend avec un certain délai, son propre signal dénommé écho (figure1.2).

L'écho acoustique est présent de façon gênante pour un délai de transmission global de 30 ms. Ce délai est largement dépassé que ce soit dans le cadre de la radiotéléphonie mains libres où le retard de transmission est de l'ordre de 180 ms ou dans des contextes de téléconférence où le traitement et la transmission de la voix introduisent un retard supérieur. Dans ce cas, un traitement spécifique doit être impérativement mis en œuvre pour préserver la qualité de la communication.

Dans le cas de simple parole et pour des retards inférieurs à 25ms, un système d'annulation d'écho doit fournir une atténuation de l'écho de l'ordre de 24 dB. Ce même système doit être capable de fournir une atténuation de l'écho de 40 dB pour des retards excédant 25 ms [4].

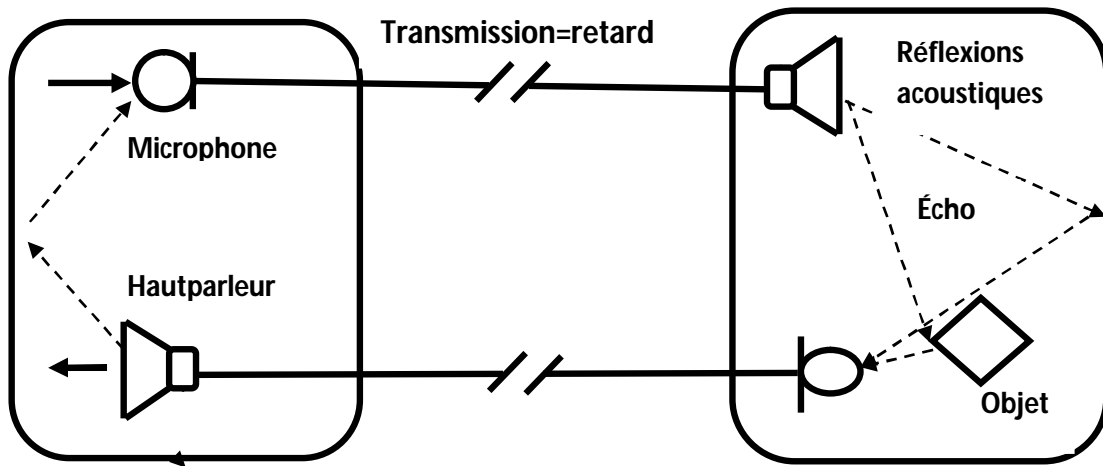


Figure 1.2. Exemple de communication bidirectionnelle avec écho acoustique

1.3.3 La réverbération

La réverbération est une addition d'écho successif, avec des retards différents. L'effet de réverbération tente de simuler l'ambiance d'une salle dans laquelle le son va rebondir sur plusieurs obstacles (murs, colonnes, etc.). Chaque obstacle étant à une distance différente de l'auditeur, les retards seront multiples. Chaque obstacle étant constitué d'une matière différente (pierre, tissus, bois), le son sera plus ou moins atténué avant de parvenir à l'auditeur.

- **Caractéristiques de la réverbération**

L'auditeur, qui écoute une source sonore, entendra successivement le son direct, une première réflexion simple puis les réflexions multiples. Ces réflexions n'arrivent pas à intervalles réguliers. Leur densité est proportionnelle au carré du temps et leurs amplitudes décroissent d'autant plus rapidement que les surfaces réfléchissantes absorbent plus d'énergie sonore. La figure 1.3 représente la distribution temporelle d'un son de type impulsionnelle réfléchi dans une chambre réverbérante.

La durée de réverbération est l'intervalle de temps qui s'écoule jusqu'à ce que les amplitudes reçues aient diminué au point de devenir inaudibles. Cette durée dépend de l'intensité de la source, des dimensions du local et des propriétés acoustiques des surfaces de réflexion. On définit la durée de réverbération T_{60} comme le temps au bout duquel les sons réfléchis sont atténués de 60 dB par rapport au son direct.

La durée de réverbération n'est pas constante sur tout le spectre audio. En effet l'absorption acoustique des matériaux croît avec la fréquence du son ce qui explique des durées de réverbération plus courtes en haute fréquence [7].

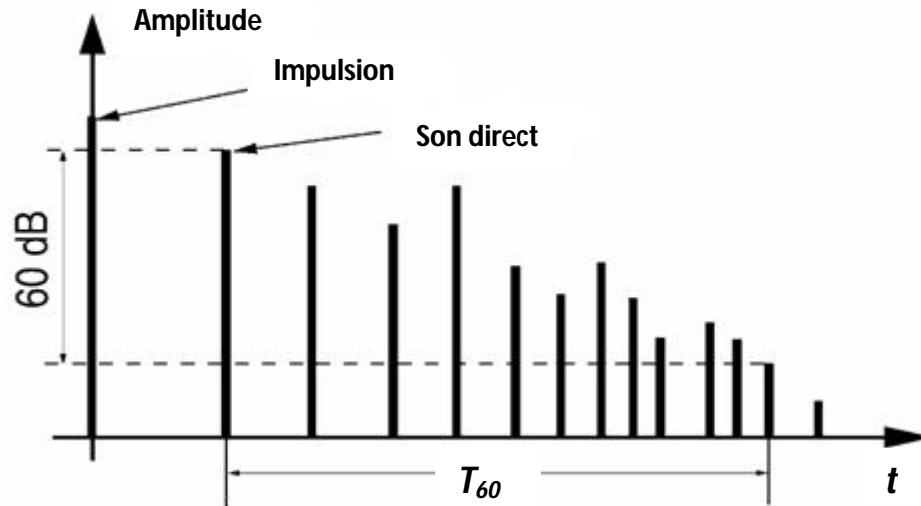


Figure 1.3. Évolution temporelle d'une impulsion sonore dans un habitacle de voiture.

1.3.4 Le chemin parcouru par l'écho :

La durée importante du trajet de l'écho est principalement due à la faible vitesse du son dans l'air. En effet, le son se déplace dans l'air à une vitesse beaucoup plus faible que celle des ondes électromagnétiques. Les ondes se propagent en trajet direct (le trajet le plus court emprunté par l'onde sonore) jusqu'à ce qu'elles rencontrent un obstacle (murs, des chaises, des meubles, ...) sur lequel elles se réfléchissent tout en perdant de l'énergie

Le signal réfléchi a une énergie qui dépend des dimensions de la salle ainsi que des objets qu'elle contient qui ont un coefficient de réflexion qui leur est propre. En réalité, la réponse impulsionnelle du couplage acoustique est de durée infinie mais il est généralement admis que son support temporel significatif est de l'ordre de 50 à 100 ms dans une voiture (figure 1.4), et de 250 ms à 300 ms dans une salle de téléconférence [4]. De plus, la réponse impulsionnelle caractérisant la salle ne reste pas constante au cours du temps, elle varie en fonction de la température, du taux d'humidité, de la pression. Additionné à cela, tout mouvement d'objets ou de personnes, toute modification de l'emplacement du microphone ou des haut-parleurs provoque une variation brutale de la réponse impulsionnelle.

1.3.5 Canal acoustique

Le signal sonore est transmis de l'émetteur au récepteur par un canal acoustique, ce signal est soumis à des variations temporelles faibles de la pression atmosphérique et de la température. Le canal acoustique est entièrement défini par le milieu de propagation, l'espace clos (sa géométrie, ses propriétés acoustiques), la source (dans le cas de l'écho, le haut-parleur), et le récepteur (dans le cas de l'écho, le microphone). Les caractéristiques de la réponse impulsionnelle associée au trajet d'écho acoustique dépendent directement de ces différents paramètres.

La réponse impulsionnelle d'un canal acoustique se présente sous la forme d'une onde directe et d'une succession d'ondes réfléchies par les parois d'une salle particulière. Un exemple d'une réponse impulsionnelle mesurée dans un habitacle de voiture est représenté par la figure (1.4).

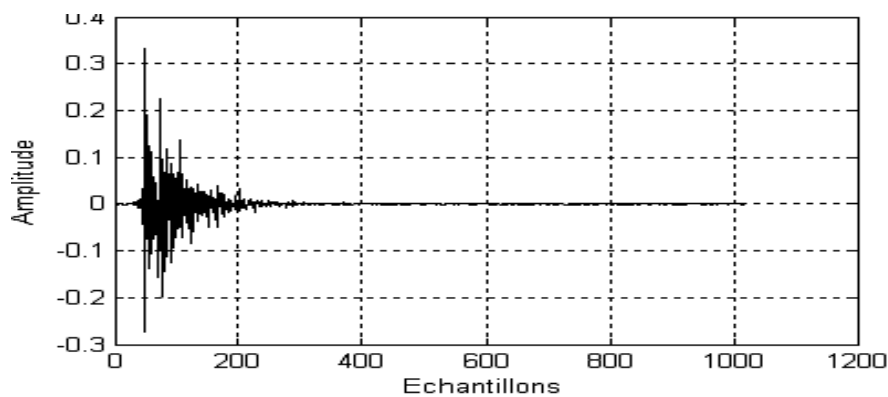


Figure 1.4 Réponse impulsionnelle du canal de couplage acoustique.
(D'un habitacle de voiture).

1.3.6 La gêne provoquée par l'écho

D'une manière générale, l'écho est ressenti comme une gêne pour des retards supérieurs à quelques dizaines de millisecondes (30 ms). Ce délai est largement dépassé que ce soit dans le cadre de la radiotéléphonie mains libres pour les mobiles, ou ce retard est de l'ordre de 180 ms, ou dans le contexte des téléconférences où le retard peut-être supérieur, ceci rend l'écho acoustique très perceptible et nuit fortement à la qualité de la conversation. Afin de réduire la gêne induite par ce phénomène, il est donc indispensable de développer des systèmes pour le contrôler.

1.4 Annulation d'écho acoustique

La première méthode proposée appelée suppression d'écho, était basée sur la détection d'une voie : lorsque le 1^{er} locuteur se met à parler, une augmentation de gain est observée et la parole est coupée au 2^{ème} locuteur B. La suppression d'écho est simple mais s'avère d'une qualité insuffisante. En effet, cette méthode fait intervenir l'hypothèse très réductrice que les deux locuteurs ne parlent jamais en même temps, assurant ainsi une communication seulement bidirectionnelle et non simultanée [8].

L'annulation d'écho acoustique consiste à identifier le chemin d'écho entre le haut-parleur et le microphone. Ceci permet une évaluation de l'écho qui est alors soustraite du signal à envoyer. Cette méthode apparaît bien adaptée à la résolution du problème d'écho puisqu'elle permet une communication bidirectionnelle simultanée.

Le canal acoustique composé essentiellement en première approximation de retards et d'atténuations, est généralement modélisé par un filtre de réponse impulsionnelle finie (FIR) $\mathbf{h}_{L,n}$ de taille L . L'annulation d'écho acoustique est un problème d'identification d'un système linéaire (le canal acoustique) avec entrée connue x_n (la parole qui provient du locuteur distant) et sortie connue bruitée y_n (écho, en plus éventuellement parole locale z_n) (figure 1.5), suivie d'un traitement correctif approprié.

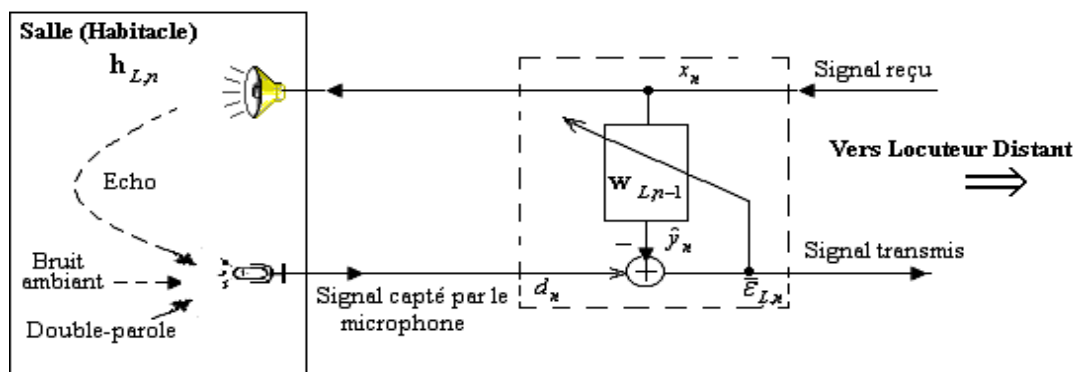


Figure 1.5 Principe de l'annulation d'écho acoustique.

1.4.1 L'annulation de son propre écho acoustique :

L'avantage de cette méthode est qu'un utilisateur peut supprimer son propre écho en ajoutant à son dispositif un annuleur d'écho. Dans la figure (1.6), le filtre adaptatif modélise le chemin parcouru par le signal sortant du microphone.

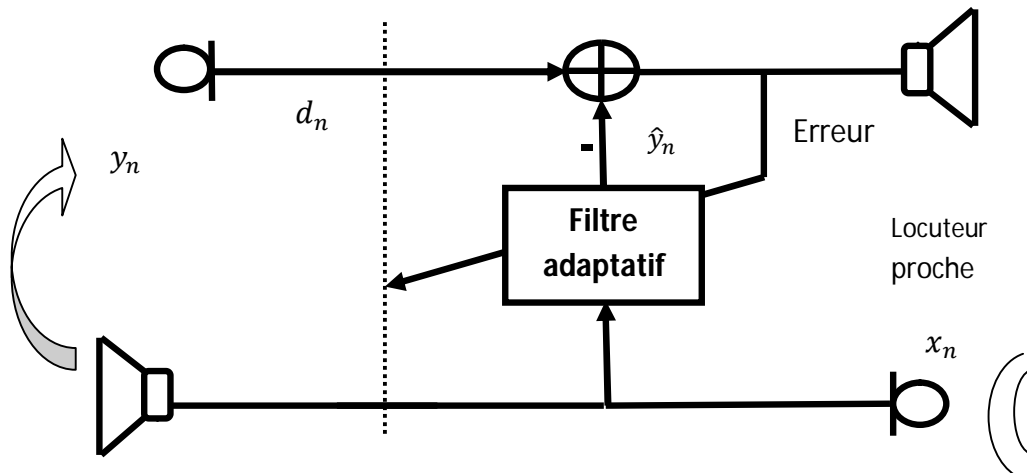


Figure. 1.6 Annulation de l'écho du locuteur proche.

Ce chemin peut être très complexe. Les communications de longue distance peuvent introduire des pertes d'informations. Cela peut rendre l'adaptation du filtre impossible. C'est pour cela qu'a été préférée la méthode selon laquelle l'annuleur d'écho du téléphone du locuteur proche annule l'écho du locuteur lointain et inversement.

1.4.2 Annulation de l'écho de son interlocuteur :

Le signal du haut-parleur est filtré et soustrait au signal du microphone. Le filtre adaptatif modélise l'acoustique de la salle. Ainsi dans le signal microphone du locuteur proche, on a supprimé l'écho provenant du locuteur lointain.

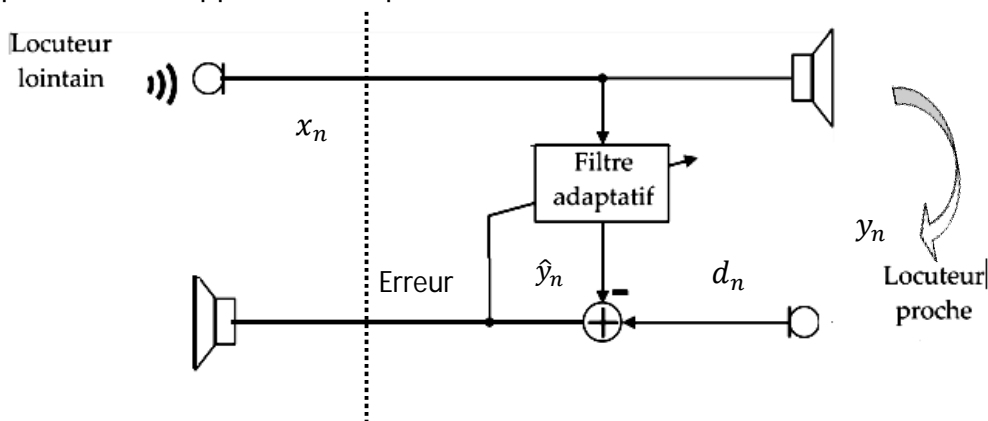


Figure 1.7 Annulation de l'écho du locuteur lointain

La fonction de transfert d'une salle est très sensible à la moindre modification spatiale. Le filtre doit pouvoir s'adapter aux changements quasi permanents et ce même en présence du bruit ou de la parole du locuteur proche [9].

C'est cette solution qui a été retenue dans toutes les études portant sur l'annulation d'écho acoustique. Tous les annuleurs détaillés ici sont donc construits selon ce schéma.

1.5 Annulation adaptative d'écho acoustique

Les dispositifs d'annulation d'écho mettent en œuvre des filtres adaptatifs dont l'adaptation du très grand nombre de coefficients est généralement réalisée grâce à des algorithmes perfectionnés.

La rapidité et la précision de cette adaptation sont des points très critiques. En effet, les couplages acoustiques dans une salle sont caractérisés par un spectre rapidement évolutif avec de nombreux creux très prononcés. De plus, les signaux comme la parole ou le son sont fortement non stationnaires, ce qui rend le problème d'annulation d'écho plus difficile à résoudre [8].

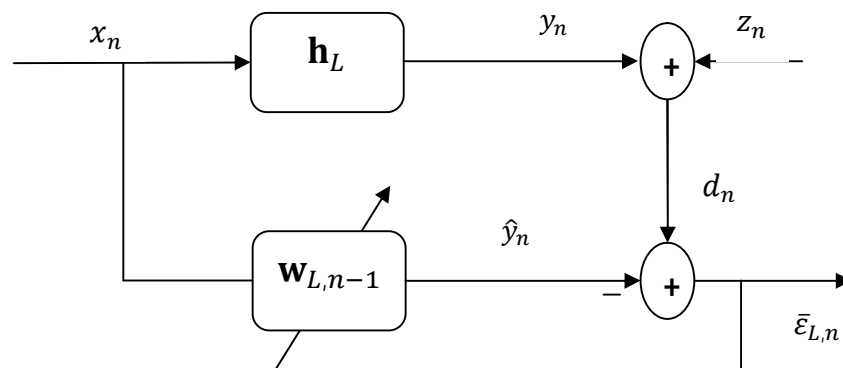


Figure 1.8 structure générale d'identification d'écho acoustique.

L'aspect non stationnaire du signal d'entrée x_n et la validité limitée de la connaissance a priori des variations du couplage acoustique dans le temps conduisent à l'utilisation de méthodes algorithmiques adaptatives pour identifier le système linéaire h_L .

Un exemple simple est donné dans le cas d'une application téléphonique où de téléconférence dans laquelle le signal éloigné $\{x_n\}$ provient d'un haut parleur. Le microphone reçoit un signal $\{d_n\}$ comportant un écho $\{y_n\}$ du signal $\{x_n\}$ et un signal proche $\{z_n\}$.

$$d_n = z_n + y_n \quad (1.23)$$

Cet écho peut être modélisé comme le passage du signal $\{x_n\}$ à travers la fonction de transfert du local dans lequel se trouvent le haut parleur et le micro (figure précédente). L'écho bruité est renvoyé par le microphone. Le chemin d'écho est la matérialisation de toutes les réflexions subies par le signal éloigné avant d'atteindre le microphone.

Généralement, l'annulation d'écho est accomplie en identifiant de manière adaptative la réponse impulsionnelle du chemin d'écho et en soustrayant une estimée du signal écho de celui du microphone. L'algorithme d'annulation d'écho permet l'estimation du filtre $h_{L,n}$ par le vecteur $\mathbf{w}_{L,n}$ de taille L , à l'aide d'un critère basé sur l'erreur d'estimation a priori.

$$\bar{\varepsilon}_{L,n} = y_n - \mathbf{w}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n} \quad (1.24)$$

La mise à jour du filtre à chaque instant est effectuée par une contre réaction de l'erreur d'estimation proportionnellement au gain d'adaptation noté $g_{L,n}$ et suivant l'équation :

$$\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} + \mathbf{g}_{L,n} \bar{\varepsilon}_{L,n} \quad (1.25)$$

Les différents algorithmes utilisés pour l'identification du canal acoustique se distinguent par le calcul du gain $g_{L,n}$.

- Les algorithmes issus du gradient stochastique comme LMS, NLMS...
- Les algorithmes des moindres carrés récurrents (RLS, FRLS...)

Chapitre 2 Les algorithmes d'adaptation

2.1 Introduction :

Le traitement adaptatif des signaux a évolué des méthodes développées pour permettre la commande adaptative des systèmes variables en temps. Il s'agit d'une classe d'algorithmes d'optimisation mise en œuvre en temps réel et assurant automatiquement l'optimisation d'un système en fonction de son environnement et son adaptation lors des fluctuations de ce dernier.

Diverses approches peuvent être utilisées, elles correspondent d'une part à la structure du filtre adaptatif et d'autre part à la technique utilisée pour adapter les coefficients du filtre adaptatif.

Deux familles d'approches classiques fréquemment appliqués : l'une fondée sur la méthode du gradient stochastique (Least Mean Squares : LMS), l'autre sur la méthode des moindres carrés récursifs (Récursives Least Squares : RLS).

Dans ce chapitre, nous allons étudier la théorie des algorithmes adaptatifs classiques (LMS, NLMS, RLS et FRLS), ainsi qu'une nouvelle version numériquement stable de l'algorithme FRLS (NS-FRLS) et deux autres algorithmes de type FTF (M-SMFTF et RM-SMFTF).

2.2 Théorie du filtrage adaptatif

La caractéristique déterminante d'un filtre adaptatif est sa capacité à fonctionner de façon satisfaisante selon un critère de performance, dans un environnement inconnu et peut-être variable sans l'intervention du concepteur. Dans les applications réelles de telles informations sont rarement disponibles, et la solution la plus pratique consiste à utiliser une approche adaptative. Les filtres adaptatifs peuvent améliorer leurs

performances en fonctionnement normal ou en apprenant les caractéristiques statistiques par le biais du traitement des observations actuelles.

L'objectif d'un filtre adaptatif est de « trouver et de suivre » le filtre optimal correspondant à l'environnement opérationnel du signal et même avec une connaissance incomplète des statistiques requises.

2.2.1 Principes des filtres adaptatifs

Toute demande de filtrage adaptatif implique un ou plusieurs signaux d'entrée et un signal de réponse souhaitée (si disponible) au filtre adaptatif. On désigne collectivement ces signaux : l'environnement opérationnel du signal (SOE) du filtre adaptatif. Chaque filtre adaptatif se compose de trois modules (voir Figure 2.1):

a Structure de filtrage

Ce module constitue la sortie du filtre. La structure du filtrage peut être linéaire ou non, le module du filtrage peut être un filtre numérique (FIR) mis en œuvre avec une structure directe ou d'un filtre récursif implémenté. La structure est fixée par le concepteur.

b Critère de performance

La sortie du filtre adaptatif et la réponse souhaitée sont traitées par le module « Critère de performance », d'évaluer sa qualité par rapport aux exigences. Le choix du critère est un compromis entre ce qui est acceptable pour l'utilisateur et ce qui est mathématiquement traitable. La plupart des filtres adaptatifs utilisent une certaine forme de l'erreur quadratique moyenne (MSE), car elle est mathématiquement traitable et conduit à la conception des systèmes utiles en pratiques.

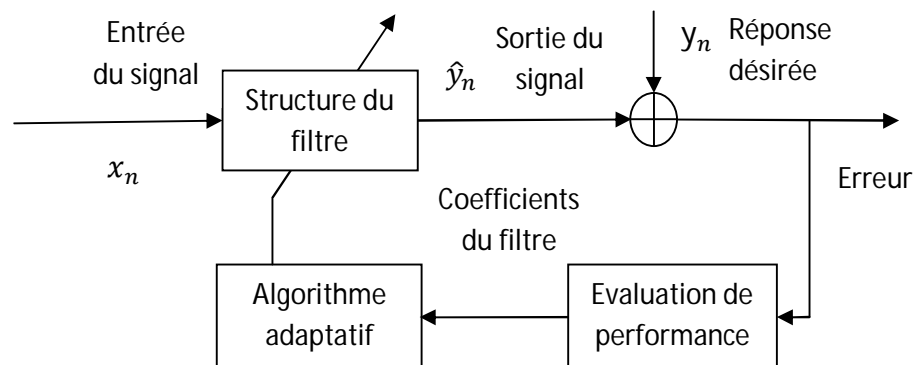


Figure 2.1 Les éléments de base d'un filtre adaptatif général.

c Algorithme d'adaptation.

L'algorithme adaptatif utilise la valeur du critère de performance, les mesures d'entrée et la réponse souhaitée pour décider de la manière de modifier les paramètres du filtre pour améliorer ses performances. La complexité et les caractéristiques de l'algorithme adaptatif sont des fonctions de la structure du filtrage et le critère de performance.

Si les caractéristiques du SOE sont constantes, le but du filtre adaptatif est de trouver les paramètres qui donnent le meilleur rendement, puis arrêter le réglage. La première période, avant que le filtre soit assez proche de sa meilleure performance, est connue sous le nom de l'acquisition ou le mode de convergence. Toutefois, lorsque les caractéristiques de SOE évoluent avec le temps, le filtre adaptatif doit d'abord trouver et ensuite continuellement réajuster ses paramètres (mode de poursuite) [10].

2.2.2 Fonctionnement du filtre

Comme nous l'avons cité, un filtre adaptatif se compose de trois modules principaux: une structure de filtrage réglable qui utilise les échantillons d'entrée pour calculer la sortie, le critère de performance qui surveille la performance du filtre et l'algorithme adaptatif qui met à jour les coefficients du filtre. L'élément clé de tout filtre adaptatif est l'algorithme adaptatif. La dépendance du filtre adaptatif $\mathbf{w}_{L,n}$ sur le signal d'entrée fait un système stochastique non linéaire et variant dans le temps. Les données disponibles au filtre sont: x_n y_n et $\mathbf{w}_{L,n-1}$.

Le filtre adaptatif, à chaque n , effectue les calculs suivants:

1. Filtrage:

$$\hat{y}_n = \mathbf{w}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n} \quad (2.1)$$

2. calcul d'erreur:

$$\bar{\varepsilon}_{L,n} = y_n - \hat{y}_n \quad (2.2)$$

3. Adaptation des coefficients :

$$\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} + \Delta \mathbf{w}_L \{ \mathbf{x}_{L,n}, \bar{\varepsilon}_{L,n} \} \quad (2.3)$$

Où le terme d'incrément de correction $\Delta \mathbf{w}_L$ est choisie pour porter $\mathbf{w}_{L,n}$ à proximité de \mathbf{h}_L , avec le passage du temps. Nous remarquons que l'estimation \hat{y}_n de la réponse y_n est évaluée en utilisant $\mathbf{x}_{L,n}$ et $\mathbf{w}_{L,n-1}$. L'estimation \hat{y}_n et l'erreur $\bar{\varepsilon}_{L,n}$ correspondante peut être considéré comme estimations prédit par rapport aux

estimations réelles qui seraient évalués en utilisant le vecteur des coefficients courants $\mathbf{w}_{L,n}$. La mise à jour des Coefficient qui utilisent des méthodes de l'erreur a priori $\bar{\varepsilon}_{L,n}$ sont connus en tant que les algorithmes adaptatifs de type a priori. Si nous utilisons les estimations réelles, obtenues en utilisant l'estimation actuelle $\mathbf{w}_{L,n}$ des coefficients du filtre adaptatif, nous avons

1. Filtrage:

$$\hat{y}_n = \mathbf{w}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,n} \quad (2.4)$$

2. calcul d'erreur:

$$\varepsilon_{L,n} = y_n - \hat{y}_n \quad (2.5)$$

3. Adaptation des coefficients :

$$\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} + \Delta \mathbf{w}_L \{ \mathbf{x}_{L,n}, \varepsilon_{L,n} \} \quad (2.6)$$

La plupart des algorithmes adaptatifs ont la forme suivante:

$$\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} + \mathbf{g}_{L,n} \bar{\varepsilon}_{L,n} \quad (2.7)$$

Une des différences fondamentales entre les différents algorithmes est l'optimalité du vecteur gain d'adaptation $\mathbf{g}_{L,n}$ utilisée et la quantité de calcul nécessaire pour son évaluation.

2.2.3 Les mesures du rendement

Dans les recherches théoriques, toute quantité qui mesure l'écart d'un filtre adaptatif du filtre optimum correspondant peut être utilisé pour évaluer sa performance.

a L'écart quadratique moyen (MSD-mean square deviation)

$$\mathcal{D}_{L,n} \triangleq E \{ \|\mathbf{w}_{L,n} - \mathbf{h}_L\|^2 \} = E \{ \|\Delta \mathbf{w}_{L,n}\|^2 \} \quad (2.8)$$

Bien que la MSD ne soit pas mesurable dans la pratique, il est utile dans les études analytiques. Toute déviation, par exemple $\Delta \mathbf{w}_{L,n}$ des coefficients du filtrage optimal de leur réglage optimal augmente le MSE d'un montant égal à $\Delta \mathbf{w}_{L,n}^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{w}_{L,n}$, appelé excès du MSE (EMSE). Pour les filtres adaptatifs a priori, le MSE peut être décomposé comme :

$$j_n \triangleq E \{ |\bar{\varepsilon}_{L,n}|^2 \} \triangleq j_{o,n} + j_{ex,n} \quad (2.9)$$

Où $j_{ex,n}$ est l'EMSE et $j_{o,n}$ est donnée par le MSE minimale.

$$j_{o,n} \triangleq E \{ |\bar{\varepsilon}_{o,n}|^2 \} \quad (2.10)$$

$$\bar{\epsilon}_{o,n} \triangleq y_n - \mathbf{h}_L^T \mathbf{x}_{L,n} \quad (2.11)$$

Le rapport sans dimension

$$\mathcal{M}_n \triangleq \frac{j_{ex,n}}{j_{o,n}} \quad (2.12)$$

Connu sous le nom d'erreur, est une mesure utile de la qualité de l'adaptation.

L'excès du MSE ou le dérèglement mesure le coût de l'adaptation.

b Acquisition et suivi

Le tracé du l'MSD, MSE ou \mathcal{M}_n en fonction de n , qui sont connus comme les courbes d'apprentissage, caractérisent les performances d'un filtre adaptatif et sont largement utilisés dans les études théoriques.

Lorsque le filtre adaptatif commence son fonctionnement, ses coefficients fournissent une mauvaise estimation du filtre optimal et le MSD où MSE est très grande.

Comme le nombre d'observations traitées croît avec le temps, nous nous attendons à la qualité de l'estimation $\mathbf{w}_{L,n}$ de s'améliorer, et donc le MSD et le MSE à diminuer.

La propriété d'un filtre adaptatif pour amener le vecteur des coefficients $\mathbf{w}_{L,n}$ à proximité du filtre optimale \mathbf{h}_L , indépendamment de la condition initiale $\mathbf{w}_{L,-1}$ et les propriétés statistiques du SOE, est appelé l'acquisition.

Une exigence naturelle pour tout algorithme adaptatif est que l'adaptation s'arrête après l'algorithme a trouvé le filtre optimal \mathbf{h}_L .

Toutefois, en raison du caractère aléatoire du SOE, ses coefficients en fluctuent continuellement sur leurs paramètres optimaux, dans un ordre aléatoire.

Une erreur supplémentaire, connue sous le nom d'erreur de poursuite, résulte lorsque le filtre adaptatif tente de suivre les variations du filtre optimal \mathbf{h}_L dans un SOE non stationnaire. Depuis le filtre adaptatif doit d'abord acquérir puis de suivre le filtre optimal, le suivi est une propriété de l'état d'équilibre.

La durée de la phase d'acquisition caractérise le taux de convergence du filtre, tandis que le dérèglement caractérise la qualité de l'adaptation [10].

2.3 Présentation des algorithmes

L'objectif de l'algorithme est de fournir une estimée la plus proche possible du système à identifier. Cette estimation est réalisée en minimisant une fonction coût, notée $J_n(\mathbf{w})$, qui dépend des coefficients du filtre adaptatif et plus généralement de l'erreur en sortie du filtre. Nous allons voir dans les prochains paragraphes les algorithmes qui découlent de ces différentes fonctions de coût. La fonction coût à minimiser est l'erreur quadratique moyenne en sortie du filtre qui s'écrit :

$$J_n(\mathbf{w}) = E \left\{ (y_n - \mathbf{w}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,n})^2 \right\} \quad (2.13)$$

Où $E\{\cdot\}$ désigne l'espérance mathématique. L'erreur quadratique moyenne est une fonction du second degré du vecteur $\mathbf{w}_{L,n}$. La représentation graphique de $J_n(\mathbf{w})$ en fonction des coefficients du filtre est une surface parabolicoïde qui a un minimum unique. Les coordonnées du minimum correspondent aux coefficients du filtre optimum au sens de Wiener. Si on suppose les signaux x_n et y_n centrés stationnaires, la nullité du gradient de la fonctionnelle $J_n(\mathbf{w})$ est donnée par :

$$\nabla J_n(\mathbf{w}) = 0 \Leftrightarrow 2\mathbf{R}_{L,n} \mathbf{w}_{L,n} - 2\mathbf{p}_{L,n} = 0 \quad (2.14)$$

$$\mathbf{R}_{L,n} = E \{ \mathbf{x}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}^T \} \quad (2.15)$$

est la matrice d'autocorrélation du vecteur d'entrée $\mathbf{x}_{L,n}$, et où

$$\mathbf{p}_{L,n} = E \{ \mathbf{x}_{L,n} y_n \} \quad (2.16)$$

est le vecteur d'intercorrélation entre le signal désiré y_n et le signal d'entrée. Si la matrice d'autocorrélation est inversible, l'expression $\mathbf{w}_{L,opt}$ du filtre optimal au sens de l'erreur quadratique moyenne ou filtre de Wiener est donnée par :

$$\mathbf{w}_{L,opt} = \mathbf{R}_{L,n}^{-1} \mathbf{p}_{L,n} \quad (2.17)$$

Si nous posons \mathbf{h}_L le vecteur des L premiers coefficients du système à identifier, et y_n la réponse à ce système où

$$y_n = \mathbf{h}_L^T \mathbf{x}_{L,n} \quad (2.18)$$

On montre aisément que l'on obtient l'égalité suivante :

$$\mathbf{w}_{L,opt} = \mathbf{h}_L \quad (2.19)$$

L'utilisation de ces équations exige la connaissance des propriétés statistiques de $\mathbf{R}_{L,n}$ et de $\mathbf{p}_{L,n}$.

Lorsque ces deux quantités ne sont pas disponibles, nous utilisons des observations successives pour les estimer. Nous effectuons ces estimations à partir des données ce qui ne conduit pas au système optimal, mais donne de bons résultats en pratique.

Dans la suite, notre objectif est de diminuer progressivement l'écart entre le filtre optimal $\mathbf{w}_{L,opt}$ et le filtre adaptatif $\mathbf{w}_{L,n}$, par itérations successives, en partant des valeurs initiales quelconques pour les paramètres du filtre adaptatif.

Deux familles d'approches peuvent être envisagées : l'une fondée sur la méthode du gradient stochastique (Least Mean Squares : LMS), l'autre sur la méthode des moindres carrés récursifs (Recursive Least Squares : RLS).

2.4 Algorithmes classiques

2.4.1 Algorithme de moindre carrée moyenne (LMS)

Le LMS est un algorithme de recherche dans lequel une simplification du calcul vectoriel du gradient est rendue possible par la modification appropriée de la fonction objectif. L'algorithme LMS se caractérise par sa simplicité de calcul, la preuve de la convergence dans un environnement stationnaire et la convergence est impartiale en moyenne à la solution Wiener [11].

Une procédure itérative bien connue qui annule le gradient de l'erreur quadratique moyenne (*MSE*). L'algorithme du gradient déterministe s'écrit :

$$\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} - \mu |\nabla_{\mathbf{w}} E\{\bar{\varepsilon}_{L,n}^2\}| \quad (2.20)$$

où μ est le pas d'adaptation qui contrôle la convergence de l'algorithme.

En développant la fonction $\nabla_{\mathbf{w}} E\{\bar{\varepsilon}_{L,n}^2\}$, on obtient :

$$\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} + 2\mu E\{\bar{\varepsilon}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}\} \quad (2.21)$$

Une solution possible consiste à estimer le vecteur gradient en utilisant les estimations instantanées pour la $\mathbf{R}_{L,n}$ et $\mathbf{p}_{L,n}$ comme suit:

$$\hat{\mathbf{R}}_{L,n} = \mathbf{x}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}^T \quad (2.22)$$

$$\hat{\mathbf{p}}_{L,n} = \mathbf{x}_{L,n} y_n \quad (2.23)$$

L'estimation du gradient résultant est donné par

$$|\nabla_{\mathbf{w}} E\{\bar{\varepsilon}_{L,n}^2\}| = -2\bar{\varepsilon}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n} \quad (2.24)$$

La mise à jour de l'équation est où le facteur de convergence μ doit être choisie dans une gamme pour garantir la convergence.

$$\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} + 2\mu\bar{\varepsilon}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n} \quad (2.25)$$

La complexité algorithmique de l'algorithme LMS est connue : chaque itération n comporte $2L$ multiplications. La description détaillée de l'algorithme LMS est indiquée dans le tableau 2.1.

La convergence de l'algorithme LMS est garantie sous la condition suivante:

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{max}} \quad (2.26)$$

où λ_{max} est la plus grande valeur propre de la matrice d'autocorrélation $\mathbf{R}_{L,n}$.

En pratique, on utilise souvent, pour le choix de la constante μ , une condition plus restrictive :

$$0 < \mu \leq \frac{1}{tr[\mathbf{R}_{L,n}]} = \frac{1}{L\sigma_x^2} \quad (2.27)$$

où $tr(.)$ désigne trace d'une matrice et σ_x^2 représente la variance du signal d'entrée. Cette dernière condition exploite le caractère défini positif de la matrice d'autocorrélation.

Initialisation: $\mathbf{w}_{L,0} = \mathbf{0}_L$;

Condition de convergence : $0 < \mu < 1/L\sigma_x^2$;

Variables disponibles à l'instant n : $\mathbf{w}_{L,n-1}$;

Nouvelles informations : x_n, y_n ;

Erreur de filtrage: $\bar{\varepsilon}_{L,n} = y_n - \mathbf{w}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n}$;

Adaptation du filtre : $\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} + 2\mu\bar{\varepsilon}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}$

Table 2.1 L'Algorithme LMS.

2.4.2 Algorithme de moindre carrée moyenne normalisé (NLMS)

L'algorithme du gradient stochastique normalisé NLMS est une variante du LMS dont le gain d'adaptation est normalisé par l'énergie du signal d'entrée x_n , la puissance du signal est :

$$\pi_{X,n} = \frac{\mathbf{x}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,n}}{L} \quad (2.28)$$

Pour réduire la complexité calculatoire, on peut éviter à chaque itération la puissance du signal d'entrée $\pi_{X,n}$. Cet algorithme repose sur une méthode récursive pour estimer la puissance du signal d'entrée par la relation suivante :

$$\pi_{X,n} = (1 - \gamma)\pi_{X,n-1} + \gamma x_n^2 \quad (2.29)$$

Où le paramètre $\gamma = 1/L$.

Cependant, lorsque le vecteur d'entrée prend des valeurs faibles, des problèmes de stabilité peuvent apparaître dus à la précision finie des calculs numériques. Pour cette raison, on introduit un scalaire de régulation c_0 . La convergence de cet algorithme est garantie pour un pas d'adaptation μ ($0 < \mu < 2$) et la convergence la plus rapide est obtenue pour $\mu = 1$. L'algorithme NLMS résumé à la Table 2.1, est de complexité $2L$. L'intérêt de l'algorithme NLMS par rapport à l'algorithme LMS est de rendre l'algorithme indépendant de la variance du signal d'entrée. Cependant, la distribution des valeurs propres de la matrice d'autocorrélation du signal d'entrée n'est en rien modifiée.

Initialisation: $\mathbf{w}_{L,0} = \mathbf{0}_L$;

Condition de convergence : $0 < \mu < 2$;

Variables disponibles à l'instant n : $\mathbf{w}_{L,n-1}$;

Nouvelles informations : x_n, y_n ;

Erreur de filtrage: $\bar{\varepsilon}_{L,n} = y_n - \mathbf{w}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n}$;

Puissance du signal d'entrée : $\pi_{X,n} = (1 - \gamma)\pi_{X,n-1} + \gamma x_n^2$

Adaptation du filtre : $\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} + \frac{\mu}{L\pi_{X,n} + c_0} \bar{\varepsilon}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}$

Table 2.2 L'algorithme NLMS

Pour les signaux stationnaires tels que le bruit blanc ou non-stationnaires tels que la parole, l'algorithme NLMS apporte une amélioration significative sur le taux de

convergence par rapport au LMS. Cet algorithme est l'un des algorithmes les plus simples à mettre en application [4].

2.4.3 Algorithme de moindres carrés récursifs (RLS)

L'algorithme de moindres carrés récursifs est généralement présenté comme étant la méthode, qui à partir de L points est capable de déterminer une fonction dont la courbe passe par ces L points. Le critère de minimisation ne fait plus intervenir l'espérance de l'erreur quadratique. La méthode consiste à considérer la fonction coût dites des moindres carrés qui vise à minimiser par rapport au vecteur des paramètres $\mathbf{w}_{L,n}$ à chaque instant n , un critère défini sur les erreurs pondérées commises depuis l'instant initial. Ce critère est donné par :

$$J_n(\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} (y_i - \mathbf{w}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,i})^2 \quad (2.30)$$

où λ ($0 < \lambda \leq 1$) est un facteur d'oubli exponentiel qui permet à l'algorithme d'oublier le passé trop lointain et de poursuivre les non-stationnarités intervenant dans les signaux. On suppose que les signaux x_n et y_n sont nuls avant l'instant initial $n = 0$. La solution qui exprime la nullité du gradient de la fonctionnelle $J_n(\mathbf{w})$ est donnée par :

$$\nabla_{\mathbf{w}} J_n(\mathbf{w}) = 0 \Leftrightarrow -2 \left[\sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{x}_{L,i} y_i - \left(\sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{x}_{L,i} \mathbf{x}_{L,i}^T \right) \mathbf{w}_{L,n} \right] = 0 \quad (2.31)$$

$$\mathbf{R}_{L,n} \mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{p}_{L,n} \quad (2.32)$$

et par conséquent, on a

$$\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{R}_{L,n}^{-1} \mathbf{p}_{L,n} \quad (2.33)$$

où la matrice $\mathbf{R}_{L,n}$ représente la matrice d'autocorrélation à court terme donnée par :

$$\mathbf{R}_{L,n} = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{x}_{L,i} \mathbf{x}_{L,i}^T \quad (2.34)$$

et où le vecteur $\mathbf{p}_{L,n}$ désigne un vecteur d'intercorrélation à court terme donné par :

$$\mathbf{p}_{L,n} = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{x}_{L,i} y_i \quad (2.35)$$

L'algorithme nécessite l'inversion d'une matrice carrée d'ordre L dont le coût de calcul est de l'ordre L^3 opérations arithmétiques par itération.

En utilisant les relations récursives suivantes :

$$\mathbf{R}_{L,n} = \lambda \mathbf{R}_{L,n-1} + \mathbf{x}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}^T \quad (2.36)$$

$$\mathbf{p}_{L,n} = \lambda \mathbf{p}_{L,n-1} + \mathbf{x}_{L,n} y_n \quad (2.37)$$

En substituant ces quantités ci-dessous:

$$\lambda \mathbf{R}_{L,n-1} = \mathbf{R}_{L,n} - \mathbf{x}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}^T \quad (2.38)$$

$$\lambda \mathbf{p}_{L,n-1} = \mathbf{p}_{L,n} - \mathbf{x}_{L,n} y_n \quad (2.39)$$

Dans la version (2.33) :

$$\lambda \mathbf{R}_{L,n-1} \mathbf{w}_{L,n-1} = \lambda \mathbf{p}_{L,n-1} \quad (2.40)$$

On obtient la solution équivalente sous une forme récursive :

$$\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} + \bar{\varepsilon}_{L,n} \mathbf{g}_{L,n} \quad (2.41)$$

$$\mathbf{g}_{L,n} = \mathbf{R}_{L,n}^{-1} \mathbf{x}_{L,n} \quad (2.42)$$

où le vecteur $\mathbf{g}_{L,n}$ est appelé gain de Kalman, que l'on note

$$\mathbf{k}_{L,n} = [k_{1,n}, k_{2,n}, \dots, k_{L,n}]^T \quad (2.43)$$

En appliquant le lemme d'inversion des matrices. L'algorithme des moindres carrés récursifs résout ce problème, avec un nombre d'opérations arithmétiques proportionnel à L^2 . L'inverse de la matrice $\mathbf{R}_{L,n}$ s'exprime récursivement grâce à l'équation suivante :

$$\mathbf{R}_{L,n}^{-1} = \lambda^{-1} \left[\mathbf{R}_{L,n-1}^{-1} - \frac{\mathbf{R}_{L,n-1}^{-1} \mathbf{x}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}^T \mathbf{R}_{L,n-1}^{-1}}{\lambda + \mathbf{x}_{L,n}^T \mathbf{R}_{L,n-1}^{-1} \mathbf{x}_{L,n}} \right] \quad (2.44)$$

L'inversion de la matrice a été évitée en propageant le gain de Kalman $\mathbf{k}_{L,n}$ récursivement au cours du temps. L'algorithme RLS est beaucoup plus performant que l'algorithme NLMS en termes de vitesse de convergence et de précision. Malgré cela, l'algorithme RLS n'est pas très répandu dans les techniques de filtrage adaptatif. La raison principale est son coût calculatoire. C'est pour cette raison que des versions rapides ont été mises au point.

L'algorithme RLS à oubli exponentiel complet se résume dans le tableau (2.3)

Initialisation : $\mathbf{w}_{L,0} = \mathbf{k}_{L,0} = \mathbf{0}_L$; $\mathbf{R}_{L,0}^{-1} = \frac{1}{\mu^2} \mathbf{I}_L$; $\mu < 1$; \mathbf{I}_L matrice identité d'ordre L .

Variables disponibles à l'instant n : $\mathbf{w}_{L,n-1}$; $\mathbf{R}_{L,n-1}^{-1}$

Nouvelles informations : x_n, y_n

Gain de Kalman : $\mathbf{k}_{L,n} = \frac{\mathbf{R}_{L,n-1}^{-1} \mathbf{x}_{L,n}}{\lambda + \mathbf{x}_{L,n}^T \mathbf{R}_{L,n-1}^{-1} \mathbf{x}_{L,n}}$;

Erreur de filtrage: $\bar{\varepsilon}_{L,n} = y_n - \mathbf{w}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n}$;

Adaptation du filtre : $\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} + \bar{\varepsilon}_{L,n} \mathbf{k}_{L,n}$;

Propagation de l'inverse de $\mathbf{R}_{L,n}$: $\mathbf{R}_{L,n}^{-1} = \lambda^{-1} [\mathbf{R}_{L,n-1}^{-1} - \mathbf{k}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}^T \mathbf{R}_{L,n-1}^{-1}]$;

Table 2.3 L'algorithme RLS

2.5 Algorithmes des moindres carrés récursives rapides (FRLS)

2.5.1 Algorithmes FTF (7L) :

Les moindres carrés transversaux rapides où le filtre adapté est un filtre transverse. Nous citerons principalement l'algorithme de Kalman rapide (FK), qui est historiquement le premier algorithme rapide, l'algorithme FAEST (Fast Posteriori Error Sequential Technique) développé indépendamment avec l'algorithme FTF (Fast Transversal Filter).

Dans ce paragraphe nous décrivons les équations qui permettent d'obtenir les algorithmes des moindres carrés récursifs rapides (Fast RLS : FRLS) à oubli exponentiel, faisant intervenir des erreurs a posteriori.

Le but de cette méthode des moindres carrés est de trouver le vecteur $\mathbf{w}_{L,n}$ qui minimise le critère (2.31). Une solution récursive à ce problème est donnée par l'algorithme (2.41). Cet algorithme utilise une erreur de filtrage a priori et un vecteur gain d'adaptation d'ordre L , qu'on a appelé gain de Kalman (2.42). Si on substitue (2.37) et (2.38) dans (2.33), on obtient une autre forme récursive du vecteur $\mathbf{w}_{L,n}$ strictement équivalente à (2.41), faisant intervenir une erreur de filtrage a posteriori $\varepsilon_{L,n}$ (calculée après la mise à jour du filtre) et un gain d'adaptation appelé gain de Kalman dual $\tilde{\mathbf{k}}_{L,n}$. On a:

$$\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} + \tilde{\mathbf{k}}_{L,n} \varepsilon_{L,n} \quad (2.45)$$

$$\varepsilon_{L,n} = y_n - \mathbf{w}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,n} \quad (2.46)$$

$$\tilde{\mathbf{k}}_{L,n} = \lambda^{-1} \mathbf{R}_{L,n-1}^{-1} \mathbf{x}_{L,n} \quad (2.47)$$

L'un des avantages d'algorithmes FRLS est que les erreurs a posteriori se calculent à partir des erreurs a priori avant l'opération d'adaptation. Pour cela, on exploite certaines propriétés d'invariance par décalage du vecteur de signal d'entrée étendu à l'ordre $(L+1)$:

$$\mathbf{x}_{L+1,n} = \begin{bmatrix} x_n \\ \mathbf{x}_{L,n-1} \end{bmatrix} \quad (2.48a)$$

$$\mathbf{x}_{L+1,n} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{L,n} \\ x_{n-L} \end{bmatrix} \quad (2.48b)$$

Ces deux formes du vecteur de signal permettent de définir deux matrices d'autocorrélation d'ordre $(L+1)$ partitionnées. La première matrice correspond au vecteur (2.48a) s'écrit :

$$\mathbf{R}_{L+1,n} = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{x}_{L+1,i} \mathbf{x}_{L+1,i}^T = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \begin{bmatrix} x_i \\ \mathbf{x}_{L,i-1} \end{bmatrix} [x_i \quad \mathbf{x}_{L,i-1}^T] = \begin{bmatrix} p_n^\alpha & \mathbf{p}_{L,n}^{\alpha T} \\ \mathbf{p}_{L,n}^\alpha & \mathbf{R}_{L,n-1} \end{bmatrix} \quad (2.49a)$$

$$p_n^\alpha = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} x_i^2 ; \quad (2.49ai)$$

$$\mathbf{p}_{L,n}^\alpha = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} x_i \mathbf{x}_{L,i-1} = \lambda \mathbf{p}_{L,n-1}^\alpha + x_n \mathbf{x}_{L,n-1} \quad (2.49aii)$$

où l'exposant α , désigne variable aller.

La deuxième matrice correspond au vecteur (2.48b) s'écrit :

$$\mathbf{R}_{L+1,n} = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{x}_{L+1,i} \mathbf{x}_{L+1,i}^T = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{L,i} \\ x_{i-L} \end{bmatrix} [\mathbf{x}_{L,i}^T \quad x_{i-L}] = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{L,n} & \mathbf{p}_{L,n}^b \\ \mathbf{p}_{L,n}^{b T} & p_n^b \end{bmatrix} \quad (2.49b)$$

$$p_n^b = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} x_{i-L}^2 ; \quad (2.49bi)$$

$$\mathbf{p}_{L,n}^b = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} x_{i-L} \mathbf{x}_{L,i} = \lambda \mathbf{p}_{L,n-1}^b + \mathbf{x}_{L,n} x_{n-L} \quad (2.49bii)$$

où l'exposant b , désigne variable retour.

Le but des algorithmes FRLS est de propager un vecteur gain. Le calcul du gain de Kalman (2.42) ou du gain de Kalman dual (2.47) fait intervenir l'inverse de la matrice d'autocorrélation à court terme. Pour réaliser cette inversion, on utilise le lemme d'inversion d'une matrice partitionnée. Soit \mathbf{M} une matrice partitionnée :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{M}_3 & \mathbf{M}_4 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

L'inverse de la matrice \mathbf{M} s'écrit de manière générale sous deux formes égales :

$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_4^{-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_4^{-1} \mathbf{M}_3 \end{bmatrix} (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_4^{-1} \mathbf{M}_3)^{-1} [\mathbf{I} \quad -\mathbf{M}_2 \mathbf{M}_4^{-1}] \quad (2.51a)$$

$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} (\mathbf{M}_4 - \mathbf{M}_3 \mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2)^{-1} [-\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_1^{-1} \quad \mathbf{I}] \quad (2.51b)$$

En utilisant la forme (2.51a) pour inverser la matrice (2.49a) et la forme (2.51b) pour inverser la matrice (2.49b), on aura les expressions suivantes :

$$\mathbf{R}_{L+1,n}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{L,n-1}^{-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{R}_{L,n-1}^{-1} \mathbf{p}_{L,n}^\alpha \end{bmatrix} (p_n^\alpha - \mathbf{p}_{L,n}^{\alpha T} \mathbf{R}_{L,n-1}^{-1} \mathbf{p}_{L,n}^\alpha)^{-1} [\mathbf{I} \quad -\mathbf{p}_{L,n}^{\alpha T} \mathbf{R}_{L,n-1}^{-1}] \quad (2.52a)$$

$$\mathbf{R}_{L+1,n}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{L,n}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{R}_{L,n}^{-1} \mathbf{p}_{L,n}^b \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} (p_n^b - \mathbf{p}_{L,n}^{b T} \mathbf{R}_{L,n}^{-1} \mathbf{p}_{L,n}^b)^{-1} [-\mathbf{p}_{L,n}^{b T} \mathbf{R}_{L,n}^{-1} \quad \mathbf{I}] \quad (2.52b)$$

Ce problème est un cas particulier du problème du RLS vu précédemment. Pour sa résolution, il suffit de voir que la forme (2.52a) fait apparaître un prédicteur aller

optimal au sens des moindres carrés (le terme aller désigne la modélisation de l'échantillon x_n par une combinaison linéaire de son passé $\{x_{n-1}, \dots, \dots, x_{n-L}\}$) :

$$\mathbf{a}_{L,n} = \mathbf{R}_{L,n-1}^{-1} \mathbf{p}_{L,n}^{\alpha} \quad (2.53)$$

Ce vecteur peut être obtenu en minimisant le critère des moindres carrés suivants :

$$J_n(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} (x_i - \mathbf{a}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,i-1})^2 \quad (2.54)$$

L'échantillon du signal désiré à l'instant n est x_n et le vecteur de régression est $\mathbf{x}_{L,n-1}$. Les versions récursives du prédicteur aller (2.53) faisant intervenir soit le gain de Kalman (2.42), soit le gain de Kalman dual (2.47), s'obtiennent de la même façon que les versions récursives (2.41) et (2.45) du filtre transverse $\mathbf{w}_{L,n}$:

$$\mathbf{a}_{L,n} = \mathbf{a}_{L,n-1} + \mathbf{k}_{L,n-1} \bar{e}_{L,n} \quad (2.55a)$$

$$\mathbf{a}_{L,n} = \mathbf{a}_{L,n-1} + \tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1} e_{L,n} \quad (2.55b)$$

Où $\bar{e}_{L,n}$ et $e_{L,n}$ désignent respectivement l'erreur de prédiction aller a priori et l'erreur de prédiction aller a posteriori, qui sont données par :

$$\bar{e}_{L,n} = x_n - \mathbf{a}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n-1} \quad (2.56)$$

$$e_{L,n} = x_n - \mathbf{a}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,n-1} \quad (2.57)$$

De la même façon, la forme (2.51b) fait apparaître un prédicteur retour optimal au sens des moindres carrés (le terme retour désigne la modélisation de l'échantillon x_{n-L} par une combinaison linéaire des échantillons futurs $\{x_n, \dots, \dots, x_{n-L+1}\}$) :

$$\mathbf{b}_{L,n} = \mathbf{R}_{L,n}^{-1} \mathbf{p}_{L,n}^b \quad (2.58)$$

Ce vecteur peut être obtenu en minimisant le critère des moindres carrés suivant :

$$J_n(\mathbf{b}) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} (x_{i-L} - \mathbf{b}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,i})^2 \quad (2.59)$$

Ce problème est aussi un cas particulier du problème du RLS où l'échantillon du signal désiré à l'instant n est x_{n-L} et le vecteur de régression est $\mathbf{x}_{L,n}$. Les versions récursives s'obtiennent :

$$\mathbf{b}_{L,n} = \mathbf{b}_{L,n-1} + \mathbf{k}_{L,n} \bar{r}_{L,n} \quad (2.60a)$$

$$\mathbf{b}_{L,n} = \mathbf{b}_{L,n-1} + \tilde{\mathbf{k}}_{L,n} r_{L,n} \quad (2.60b)$$

où $\bar{r}_{L,n}$ et $r_{L,n}$ désignent respectivement l'erreur de prédiction retour a priori et l'erreur de prédiction retour a posteriori, qui sont données par :

$$\bar{r}_{L,n} = x_{n-L} - \mathbf{b}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n} \quad (2.61)$$

$$r_{L,n} = x_{n-L} - \mathbf{b}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,n} \quad (2.62)$$

Les expressions $p_n^\alpha - \mathbf{p}_{L,n}^\alpha T \mathbf{R}_{L,n-1}^{-1} \mathbf{p}_{L,n}^\alpha$ et $p_n^b - \mathbf{p}_{L,n}^b T \mathbf{R}_{L,n}^{-1} \mathbf{p}_{L,n}^b$ dans les expressions (2.52a) et (2.52b) représentent respectivement les variances des erreurs de prédiction aller et retour (minima des critères (2.54) et (2.59)). Elles sont notées $\alpha_{L,n}$ et $\beta_{L,n}$. Leurs versions récursives s'écrivent [9] :

$$\alpha_{L,n} = \lambda \alpha_{L,n-1} + \bar{e}_{L,n} e_{L,n} \quad (2.63)$$

$$\beta_{L,n} = \lambda \beta_{L,n-1} + \bar{r}_{L,n} r_{L,n} \quad (2.64)$$

On considère $\mathbf{k}_{L+1,n}^+ = \mathbf{R}_{L+1,n}^{-1} \mathbf{x}_{L+1,n}$, le gain de Kalman étendu à l'ordre $(L+1)$ obtenus en utilisant les expressions (2.52a) et (2.52b) :

$$\mathbf{k}_{L+1,n}^+ = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{k}_{L,n} \end{bmatrix} + \frac{e_{L,n}}{\alpha_{L,n}} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{a}_{L,n} \end{bmatrix} \quad (2.65a)$$

$$\mathbf{k}_{L+1,n}^+ = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{L,n} \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{r_{L,n}}{\beta_{L,n}} \begin{bmatrix} -\mathbf{b}_{L,n} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.65b)$$

On obtient aussi les deux expressions du gain de Kalman dual étendu à l'ordre $(L+1)$, $\tilde{\mathbf{k}}_{L+1,n}^+ = \lambda^{-1} \mathbf{R}_{L+1,n-1}^{-1} \mathbf{x}_{L+1,n}$:

$$\tilde{\mathbf{k}}_{L+1,n}^+ = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1} \end{bmatrix} + \frac{\bar{e}_{L,n}}{\lambda \alpha_{L,n-1}} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{a}_{L,n-1} \end{bmatrix} \quad (2.66a)$$

$$\tilde{\mathbf{k}}_{L+1,n}^+ = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n} \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\bar{r}_{L,n}}{\lambda \beta_{L,n-1}} \begin{bmatrix} -\mathbf{b}_{L,n-1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.66b)$$

Si on dispose de la 1^{ère} ou de la $(L+1)$ ^{ème} composant du gain de Kalman étendu ou du gain de Kalman dual étendu, on peut déduire :

$$e_{L,n} = \alpha_{L,n} k_{1,n}^+ \quad (2.67)$$

$$\bar{e}_{L,n} = \lambda \alpha_{L,n-1} \tilde{k}_{1,n}^+ \quad (2.68)$$

$$r_{L,n} = \beta_{L,n} k_{L+1,n}^+ \quad (2.69)$$

$$\bar{r}_{L,n} = \lambda \beta_{L,n-1} \tilde{k}_{L+1,n}^+ \quad (2.70)$$

Par ailleurs, parmi les relations qui permettent de réduire la complexité dans les algorithmes, on trouve les relations qui lient les erreurs a priori aux erreurs a posteriori. Pour voir cela, il suffit de prendre l'erreur de filtrage a posteriori (2.46) et remplacer le filtre $\mathbf{w}_{L,n}$ par son équation d'adaptation (2.41) il vient :

$$\varepsilon_{L,n} = \bar{\varepsilon}_{L,n} (1 - \mathbf{k}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,n}) \quad (2.71)$$

On définit alors la variable de vraisemblance par :

$$\gamma_{L,n} = 1 - \mathbf{k}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,n} = 1 - \mathbf{x}_{L,n}^T \mathbf{R}_{L,n}^{-1} \mathbf{x}_{L,n} \quad (2.72)$$

En théorie, la matrice $\mathbf{R}_{L,n}$ et son inverse sont définies positives. Pour un fonctionnement normal de l'algorithme, la variable $\gamma_{L,n}$ doit donc être comprise entre 0 et 1. De la même façon, on obtient les relations entre les erreurs de prédiction a priori et a posteriori

$$e_{L,n} = \gamma_{L,n-1} \bar{e}_{L,n} \quad (2.73)$$

$$r_{L,n} = \gamma_{L,n} \bar{r}_{L,n} \quad (2.74)$$

D'autre part, les équations de mise à jour des vecteurs $\mathbf{w}_{L,n}$, $\mathbf{a}_{L,n}$ et $\mathbf{b}_{L,n}$ utilisant soit les erreurs a priori, soit les erreurs a posteriori sont strictement équivalentes. Ceci conduit en égalant deux d'entre elles, à la relation qui lie le gain de Kalman et le gain de Kalman dual :

$$\mathbf{k}_{L,n} = \gamma_{L,n} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n} \quad (2.75)$$

En substituant cette relation dans (2.72) on obtient la relation suivante :

$$\gamma_{L,n} = \frac{1}{1 + \tilde{\mathbf{k}}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,n}} \quad (2.76)$$

Enfin, pour réduire la complexité, il faut calculer récursivement la variable de vraisemblance. Pour cela, calculons la variable de vraisemblance étendu à l'ordre $(L+1)$, $\gamma_{L,n}^+ = 1 - \mathbf{x}_{L+1,n}^T \mathbf{k}_{L+1,n}^+$, on obtient deux expressions égales données respectivement en utilisant (2.65a) et (2.65b) :

$$\gamma_{L,n}^+ = \frac{\lambda \alpha_{L,n-1}}{\alpha_{L,n}} \gamma_{L,n-1} \quad (2.77a)$$

$$\gamma_{L,n}^+ = \frac{\lambda \beta_{L,n-1}}{\beta_{L,n}} \gamma_{L,n} \quad (2.77b)$$

En posant

$$\theta_{L,n} = \frac{\lambda \beta_{L,n-1}}{\beta_{L,n}} \quad (2.78a)$$

et en manipulant les expressions (2.64), (2.69) et (2.70) on aura d'autres formes d'écritures :

$$\theta_{L,n} = 1 - \bar{r}_{L,n} k_{L+1,n}^+ = 1 - \bar{r}_{L,n} \gamma_{L,n}^+ \tilde{k}_{L+1,n}^+ \quad (2.78b)$$

Ainsi, on calcule alors la variable de vraisemblance d'ordre L par la relation suivante :

$$\gamma_{L,n} = \frac{\gamma_{L,n}^+}{\theta_{L,n}} \quad (2.79)$$

Initialisation: $\mathbf{w}_{L,0} = \mathbf{a}_{L,0} = \mathbf{b}_{L,0} = \tilde{\mathbf{k}}_{L,0} = \mathbf{0}_L$; $\gamma_0 = 1$; $\alpha_0 = \lambda^L E_0$; $\beta_0 = E_0$; $E_0 \geq \sigma_x^2 \frac{L}{100}$;

Variables disponibles à l'instant : $\mathbf{a}_{L,n-1}$; $\mathbf{b}_{L,n-1}$; $\tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1}$; $\gamma_{L,n-1}$; $\alpha_{L,n-1}$; $\beta_{L,n-1}$; $\mathbf{w}_{L,n-1}$;

Nouvelles informations: x_n, y_n ;

- Partie Prédiction:

Modélisation de: x_n, x_{n-L} ;

erreur de prédiction aller à priori : $\bar{e}_{L,n} = x_n - \mathbf{a}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n-1}$;

gain de Kalman dual d'ordre (L+1) : $\tilde{\mathbf{k}}_{L+1,n}^+ = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n}^+ \\ \tilde{k}_{L+1,n}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1} \end{bmatrix} + \frac{\bar{e}_{L,n}}{\lambda \alpha_{L,n-1}} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{a}_{L,n-1} \end{bmatrix}$;

prédicteur aller : $\mathbf{a}_{L,n} = \mathbf{a}_{L,n-1} + \bar{e}_{L,n} \gamma_{L,n-1} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1}$;

variance des erreurs de prédiction aller : $\alpha_{L,n} = \lambda \alpha_{L,n-1} + \bar{e}_{L,n}^2 \gamma_{L,n-1}$;

erreur de prédiction retour à priori : $\bar{r}_{L,n} = \lambda \beta_{L,n-1} \tilde{k}_{L+1,n}^+$;

gain de Kalman dual d'ordre L : $\tilde{\mathbf{k}}_{L,n} = \tilde{\mathbf{k}}_{L,n}^+ + \tilde{k}_{L+1,n}^+ \mathbf{b}_{L,n-1}$;

variable de vraisemblance d'ordre L+1 : $\gamma_{L,n}^+ = \frac{\lambda \alpha_{L,n-1}}{\alpha_{L,n}} \gamma_{L,n-1}$;

variable de vraisemblance d'ordre L : $\gamma_{L,n} = \frac{\gamma_{L,n}^+}{1 - \gamma_{L,n}^+ \bar{r}_{L,n} \tilde{k}_{L+1,n}^+}$;

prédicteur retour : $\mathbf{b}_{L,n} = \mathbf{b}_{L,n-1} + \bar{r}_{L,n} \gamma_{L,n} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n}$;

variance des erreurs de prédiction retour : $\beta_{L,n} = \lambda \beta_{L,n-1} + (\bar{r}_{L,n})^2 \gamma_{L,n}$;

- Partie Filtrage:

erreur de filtrage : $\bar{e}_{L,n} = y_n - \mathbf{w}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n}$;

adaptation du filtre : $\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} + \bar{e}_{L,n} \gamma_{L,n} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n}$;

Table 2.4 L'algorithme FTF.

Les algorithmes FRLS les plus rapides se caractérisent par le gain de Kalman dual et font intervenir les erreurs a posteriori calculées de manière simple à partir des erreurs a priori. Leur complexité arithmétique est de l'ordre de $7L$ multiplications par échantillons. L'algorithme FTF- $7L$, ($7L$ pour la complexité) est résumé dans la Table 2.4. Cet algorithme propage le gain de Kalman dual et la variable de vraisemblance.

La constante E_0 (strictement positive) est la seule qui doit être convenablement choisie. Pendant les premières itérations, les valeurs prises par les variables internes de l'algorithme sont étroitement liées au choix de cette constante. En pratique, il faut assurer le démarrage de l'algorithme on pourra choisir par exemple la constante E_0 qui vérifie l'inégalité suivante :

$$E_0 \geq \frac{L}{100} \sigma_x^2 \quad (2.80)$$

où σ_x^2 est l'énergie du signal.

2.5.2 ALGORITHME FRLS NUMERIQUEMENT STABLE (NS-FRLS) :

a Instabilité de l'algorithme FTF :

L'algorithme FTF n'est pas largement utilisé en raison de son divergence [9].

La propagation des erreurs numériques dans les équations récursives de l'algorithme FRLS est non bornée, ce qui conduit à une solution instable. Il existe deux types de divergence dans les algorithmes FRLS. Le premier se traduit par une divergence de la majorité des variables scalaires et vectorielles de l'algorithme (quand $\gamma_{L,n} > 1$) ce qui engendre après quelque itération des valeurs négatives de cette variable $\gamma_{L,n}$. Le deuxième type de divergence se traduit par l'annulation de la majorité des variables de prédiction et filtrage (lorsque $\gamma_{L,n} \rightarrow 0$), impliquant ainsi le blocage de la majorité des variables récursives.

b Principe de stabilité

Plusieurs solutions de stabilisation numériques ont été proposées, en introduisant quelques équations en plus. La version numériquement stable étudiée dans cette section est basée sur une méthode d'un modèle du premier ordre de la propagation des erreurs numériques. Le principe général de cette méthode de stabilisation est de modifier les propriétés numériques de l'algorithme sans changer la théorie de l'algorithme.

L'origine du phénomène de l'instabilité de l'algorithme FTF est due aux erreurs numériques dans le calcul des variables de la prédiction retour. Ceci est dû essentiellement au calcul de l'erreur de prédiction retour par une formule sans redondance, que nous appelons ici

$$\bar{r}_{L,n}^{f0} = \lambda \beta_{L,n-1} \tilde{k}_{L+1,n}^+ \quad (2.81)$$

Cette relation introduit des erreurs négatives dans le calcul des variables récursives retour (variance et prédicteur). Cette relation de convolution sera notée ici comme suit :

$$\bar{r}_{L,n} = x_{n-L} - \mathbf{b}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n} \quad (2.82)$$

Il y a une autre façon de calculer l'erreur de prédiction retour *a priori*, qui permet d'éviter de propager la variance des erreurs de prédiction retour :

$$\gamma_{L,n-1} = \lambda^{-L} \frac{\beta_{L,n-1}}{\alpha_{L,n-1}} \quad (2.83)$$

et en utilisant les relations (2.77a) et (2.83) dans (2.81), on trouve une nouvelle formule pour le calcul de l'erreur de prédiction retour *a priori* qui sera notée :

$$\bar{r}_{L,n}^{f1} = \lambda^{-L+1} \gamma_{L,n-1} \alpha_{L,n-1} \tilde{k}_{L+1,n}^+ \quad (2.84)$$

Cette erreur de prédiction retour sera calculée à l'aide de la variance des erreurs de prédiction aller à l'instant n-1 et la variable de vraisemblance d'ordre L .

Pour stabiliser numériquement l'algorithme, nous utilisons ces trois formes d'erreur de prédiction retour pour définir une variable indicateur de divergence théoriquement nulle $\zeta_{L,n}$, donnée par[12] :

$$\zeta_{L,n} = \bar{r}_{L,n} - [(1 - \mu_s) \bar{r}_{L,n}^{f0} + \mu_s \bar{r}_{L,n}^{f1}] \quad (2.85)$$

Les paramètres scalaires μ^γ , μ^β , μ^b et ($0 < \mu_s < 1$) contrôlent la propagation des erreurs numériques dans l'algorithme. Finalement, la variable $\zeta_{L,n}$ est utilisée afin de calculer l'erreur de prédiction retour *a priori* :

$$\bar{r}_{L,n}^\gamma = \bar{r}_{L,n} + \mu^\gamma \zeta_{L,n}; \bar{r}_{L,n}^\beta = \bar{r}_{L,n} + \mu^\beta \zeta_{L,n}; \bar{r}_{L,n}^b = \bar{r}_{L,n} + \mu^b \zeta_{L,n}; \quad (2.86)$$

Ce nouvel algorithme a une complexité de calcul ($8L$).

Les paramètres $\mu^\gamma = \mu^\beta = \mu^b = -1$ et $\mu_s = 0$ correspond à l'algorithme FTF (Fast Transversal Filter), numériquement instable.

Paramètres donnant de meilleurs résultats : $\mu^\gamma = 1$, $\mu^\beta = 1.5$, $\mu^b = 0.5$ et $\mu_s = 0.5$.

Sous la condition : $\lambda = (1 - 1/pL)$ avec $p > 2$.

Initialisation: $\mathbf{w}_{L,0} = \mathbf{a}_{L,0} = \mathbf{b}_{L,0} = \tilde{\mathbf{k}}_{L,0} = \mathbf{0}_L$; $\gamma_0 = 1$; $\alpha_0 = \lambda^L E_0$; $\beta_0 = E_0$; $E_0 \geq \sigma_x^2 \frac{L}{100}$

Variables disponibles à l'instant n : $\mathbf{a}_{L,n-1}$; $\mathbf{b}_{L,n-1}$; $\tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1}$; $\gamma_{L,n-1}$; $\alpha_{L,n-1}$; $\beta_{L,n-1}$; $\mathbf{w}_{L,n-1}$

Nouvelles informations : x_n, y_n

- Partie Prédiction:

Modélisation de : x_n, x_{n-L}

erreur de prédiction aller à priori : $\bar{e}_{L,n} = x_n - \mathbf{a}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n-1}$

gain de Kalman dual d'ordre (L+1) : $\tilde{\mathbf{k}}_{L+1,n}^+ = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n}^+ \\ \tilde{k}_{L+1,n}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1} \end{bmatrix} + \frac{\bar{e}_{L,n}}{\lambda \alpha_{L,n-1}} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{a}_{L,n-1} \end{bmatrix}$

prédicteur aller : $\mathbf{a}_{L,n} = \mathbf{a}_{L,n-1} + \bar{e}_{L,n} \gamma_{L,n-1} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1}$

variance des erreurs de prédiction aller : $\alpha_{L,n} = \lambda \alpha_{L,n-1} + \bar{e}_{L,n}^2 \gamma_{L,n-1}$

erreur de prédiction retour à priori :

$\bar{r}_{L,n} = x_{n-L} - \mathbf{b}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n}$;

$\bar{r}_{L,n}^{f0} = \lambda \beta_{L,n-1} \tilde{k}_{L+1,n}^+$;

$\bar{r}_{L,n}^{f1} = \lambda^{-L+1} \gamma_{L,n-1} \alpha_{L,n-1} \tilde{k}_{L+1,n}^+$;

Stabilité Numérique

Indicateur de divergence : $\zeta_{L,n} = \bar{r}_{L,n} - [(1 - \mu_s) \bar{r}_{L,n}^{f0} + \mu_s \bar{r}_{L,n}^{f1}]$

$\bar{r}_{L,n}^\gamma = \bar{r}_{L,n} + \mu^\gamma \zeta_{L,n}$; $\bar{r}_{L,n}^\beta = \bar{r}_{L,n} + \mu^\beta \zeta_{L,n}$; $\bar{r}_{L,n}^b = \bar{r}_{L,n} + \mu^b \zeta_{L,n}$;

gain de Kalman dual d'ordre L : $\tilde{\mathbf{k}}_{L,n} = \tilde{\mathbf{k}}_{L,n}^+ + \tilde{k}_{L+1,n}^+ \mathbf{b}_{L,n-1}$

variable de vraisemblance d'ordre L+1 : $\gamma_{L,n}^+ = \frac{\lambda \alpha_{L,n-1}}{\alpha_{L,n}} \gamma_{L,n-1}$;

variable de vraisemblance d'ordre L : $\gamma_{L,n} = \frac{\gamma_{L,n}^+}{1 - \gamma_{L,n}^+ \bar{r}_{L,n}^\gamma \tilde{k}_{L+1,n}^+}$;

prédicteur retour : $\mathbf{b}_{L,n} = \mathbf{b}_{L,n-1} + \bar{r}_{L,n}^b \gamma_{L,n} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n}$;

variance des erreurs de prédiction retour : $\beta_{L,n} = \lambda \beta_{L,n-1} + (\bar{r}_{L,n}^\beta)^2 \gamma_{L,n}$

- Partie Filtrage:

erreur de filtrage : $\bar{e}_{L,n} = y_n - \mathbf{w}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n}$;

adaptation du filtre : $\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} + \bar{e}_{L,n} \gamma_{L,n} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n}$

Table 2.5 L'algorithme NS-FRLS

2.5.3 L'algorithme M-SMFTF

L'algorithme simplifiée de type FTF est récemment conçu pour être utilisé dans les annuleurs d'écho acoustique. La complexité de calcul de cet algorithme est $6L$, qui est moins complexe que l'algorithme FTF numériquement stable ($8L$) [12].

a Equations de l'algorithme

la réduction de la complexité de l'algorithme simplifiée de type FTF (M-SMFTF) est réalisée par l'utilisation d'une nouvelle formule récursive pour calculer la variable de vraisemblance. Le gain d'adaptation d'algorithme M-SMFTF [12] est obtenue uniquement à partir des variables de prédiction avant. Les variables de prédiction arrière, qui sont la source de l'instabilité sont éliminés. L'ajout d'une petite régularisation constante c_a et un facteur de fuite η , donne un algorithme robuste numériquement stable qui montre les mêmes performances que les algorithmes NS-FRLS.

Si l'on écarte toutes les variables de prédiction arrière dans l'équation ci-dessous:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1} \end{bmatrix} + \frac{\bar{e}_{L,n}}{\lambda\alpha_{L,n-1}} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{a}_{L,n-1} \end{bmatrix} - \frac{\tilde{r}_{L,n}}{\lambda\beta_{L,n-1}} \begin{bmatrix} -\mathbf{b}_{L,n-1} \\ 1 \end{bmatrix}; \quad (2.87)$$

le gain normalisé de Kalman peut être réécrite comme suit:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n} \\ * \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1} \end{bmatrix} + \frac{\bar{e}_{L,n}}{\lambda\alpha_{L,n-1}} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{a}_{L,n-1} \end{bmatrix}; \quad (2.88)$$

Cet algorithme n'est pas très robuste au signaux d'entrée non-stationnaires comme les signaux de parole. La première difficulté vient de :

$$\alpha_{L,n} = \lambda\alpha_{L,n-1} \rightarrow 0 \quad (2.89)$$

Cette convergence vers zéro met les algorithmes FTF et leurs versions numériquement stables dans des situations très difficiles. Pour empêcher cette possibilité, comme c'est souvent le cas avec l'algorithme NLMS, il faut ajouter une petite constante positive c_a au dénominateur

$$\frac{\bar{e}_{L,n}}{\lambda\alpha_{L,n-1}} \rightarrow \frac{\bar{e}_{L,n}}{\lambda\alpha_{L,n-1} + c_a} \quad (2.90)$$

La deuxième difficulté est que le prédicteur avant est verrouillé sur ses dernières valeurs. Dans ces conditions, lorsque le signal d'entrée disparaît et réapparaît après une longue période de temps, l'algorithme peut diverger en raison de ces valeurs non

nulles de la variable explicative. Pour que le prédicteur avant $a_{L,n}$ retourne à zéro on applique l'opération suivante:

$$\mathbf{a}_{L,n} \rightarrow \eta \mathbf{a}_{L,n} \quad (2.91)$$

ou η est une constante près à un appelé le facteur de fuite . La variable de vraisemblance est donnée en utilisant directement la définition:

$$\gamma_{L,n} = \frac{1}{1 + \tilde{\mathbf{k}}_{L,n}^T \mathbf{x}_{L,n}} ; \quad (2.92)$$

Faisons remplacer la quantité (*), qui n'a pas été utilisée dans $\tilde{\mathbf{k}}_{L+1,n}^+$ de (2.88), par la variable $c_{L,n}$, on obtient:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n} \\ c_{L,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1} \end{bmatrix} + \frac{\bar{e}_{L,n}}{\lambda \alpha_{L,n-1} + c_a} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{a}_{L,n-1} \end{bmatrix}; \quad (2.93)$$

le vecteur du signal d'entrée étendue à l'ordre (L+1) peut être écrit de deux façons différentes, comme indiqué ci-dessous:

$$\mathbf{x}_{L+1,n} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{L,n} \\ x_{n-L} \end{bmatrix}; \quad (2.94a)$$

$$\mathbf{x}_{L+1,n} = \begin{bmatrix} x_n \\ \mathbf{x}_{L,n-1} \end{bmatrix}; \quad (2.94b)$$

Si on multiplie à gauche, les membres de gauche et de droite de l'expression (2.93) par les équations (2.94a) et (2.94b) respectivement, on a:

$$\mathbf{x}_{L,n}^T \tilde{\mathbf{k}}_{L,n} + c_{L,n} x_{n-L} = \mathbf{x}_{L,n}^T \tilde{\mathbf{k}}_{L,n} + \frac{\bar{e}_{L,n}}{\lambda \alpha_{L,n-1} + c_a}; \quad (2.95)$$

En réarrangeant (2.95), on obtient une nouvelle formule récursive pour calculer la variable de vraisemblance qui est beaucoup moins complexe à (2.92), la nouvelle expression est donnée ci-dessous:

$$\gamma_{L,n} = \frac{\gamma_{L,n-1}}{1 + \gamma_{L,n-1} \delta_{L,n}}; \quad (2.96)$$

$$\delta_{L,n} = \frac{\bar{e}_{L,n}^2}{\lambda \alpha_{L,n-1} + c_a} - c_{L,n} x_{n-L}; \quad (2.97)$$

b condition de stabilité

la propagation des erreurs dans les quantités récursives de la partie prédiction de l'algorithme M-SMFTF [12] a montré que l'algorithme est numériquement stable pour : $0 < \eta < 1$ et $\lambda \geq 1 - 1/L$ et que cette condition nécessaire de stabilité est la limite de la variance des erreurs dans la prédiction avant.

la limite inférieure de cette condition est toujours inférieure à la limite inférieure de la condition λ de l'algorithme FRLS numériquement stable. Cela signifie qu'on peut

choisir des valeurs plus petites pour le facteur d'oubli pour cette algorithme et par conséquent ont a une vitesse de convergence plus grande et une meilleure capacité de suivi.

Initialisation: $\mathbf{w}_{L,0} = \mathbf{a}_{L,0} = \tilde{\mathbf{k}}_{L,0} = \mathbf{0}_L$; $\gamma_0 = 1$; $\alpha_0 = \lambda^L E_0$; $E_0 \geq \sigma_x^2 \frac{L}{100}$

Variables disponibles à l'instant n : $\mathbf{a}_{L,n-1}$; $\tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1}$; $\gamma_{L,n-1}$; $\alpha_{L,n-1}$; $\mathbf{w}_{L,n-1}$

Nouvelles informations : x_n, y_n

- Partie Prédiction:

erreur de prédiction aller à priori : $\bar{e}_{L,n} = x_n - \mathbf{a}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n-1}$

gain de Kalman dual d'ordre (L+1) : $\tilde{\mathbf{k}}_{L+1,n}^+ = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n} \\ c_{L,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1} \end{bmatrix} + \frac{\bar{e}_{L,n}}{\lambda \alpha_{L,n-1} + c_a} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{a}_{L,n-1} \end{bmatrix}$;

Prédicteur aller : $\mathbf{a}_{L,n} = \eta(\mathbf{a}_{L,n-1} + \bar{e}_{L,n} \gamma_{L,n-1} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1})$;

variance des erreurs de prédiction aller : $\alpha_{L,n} = \lambda \alpha_{L,n-1} + \bar{e}_{L,n}^2 \gamma_{L,n-1}$;

variable de vraisemblance d'ordre L :

$$\delta_{L,n} = \frac{\bar{e}_{L,n}^2}{\lambda \alpha_{L,n-1} + c_a} - c_{L,n} x_{n-L} \gamma_{L,n} = \frac{\gamma_{L,n-1}}{1 + \gamma_{L,n-1} \delta_{L,n}}$$

- Partie Filtrage:

erreur de filtrage : $\bar{e}_{L,n} = y_n - \mathbf{w}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n}$;

adaptation du filtre : $\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} + \bar{e}_{L,n} \gamma_{L,n} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n}$;

Table 2.6 L'algorithme M-SMFTF

2.5.4 L'algorithme RM-SMFTF

Cette algorithme a une complexité plus reduite par rapport au processus d'algorithme M-SMFTF. Grace à l'utilisation d'un prédicteur avant de taille P ($P \ll L$) [12].

Si l'on désigne P ordre du prédicteur et L la taille de filtre adaptatif, le prédicteur avant et le gain normalisé de Kalman sont données respectivement par:

$$\mathbf{a}_{L,n} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{P,n} \\ \mathbf{0}_{L-P} \end{bmatrix} ; \quad (2.98)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n} \\ c_{L,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1} \end{bmatrix} + \frac{\bar{e}_{P,n}}{\lambda \alpha_{P,n-1} + c_a} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{a}_{P,n-1} \\ \mathbf{0}_{L-P} \end{bmatrix} ; \quad (2.99)$$

ou P est beaucoup plus petite que L . Les premier $(P+1)$ composants du $\tilde{\mathbf{k}}_{L,n}$ sont mis à jour en utilisant les variables avant de taille réduites, les derniers composants sont

simplement une version décalée de la $(P+1)^{\text{ème}}$ composante du $\tilde{\mathbf{k}}_{L,n}$. Pour cet algorithme, il faut deux variables de vraisemblance: la première $\gamma_{P,n}$, est utilisé pour mettre à jour la variance d'erreur de prédiction avant $\alpha_{P,n}$, où $c_{P,n}$ est $(P+1)^{\text{ème}}$ composant de $\tilde{\mathbf{k}}_{L,n}$. La seconde variable de vraisemblance $\gamma_{L,n}$, est utilisée pour mettre à jour la prédiction vers l'avant $\mathbf{a}_{P,n}$ d'ordre P , et le filtre transversal $\mathbf{w}_{L,n}$. l'algorithme de la taille réduite M-SMFTF (RM-SMFTF) est $(2L + 4P, P < L)$, il est donné dans Table 2.7.

Initialisation: $\mathbf{w}_{L,0} = \tilde{\mathbf{k}}_{L,0} = \mathbf{0}_L$; $\mathbf{a}_{P,0} = \mathbf{0}_P$; $\gamma_{P,0} = 1$; $\alpha_{P,0} = \lambda^P E_0$; $\gamma_{L,0} = 1$; $E_0 \geq \sigma_x^2 \frac{P}{100}$;

Variables disponibles à l'instant n : $\mathbf{a}_{P,n-1}$; $\tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1}$; $\mathbf{w}_{L,n-1}$; $\gamma_{L,n-1}$; $\alpha_{P,n-1}$; $\gamma_{P,n-1}$;

Nouvelles informations : x_n, y_n

- Partie Prédiction:

erreur de prédiction aller à priori : $\bar{e}_{P,n} = x_n - \mathbf{a}_{P,n-1}^T \mathbf{x}_{P,n-1}$;

gain de Kalman dual d'ordre $(L+1)$: $\tilde{\mathbf{k}}_{L+1,n}^+ = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n} \\ c_{L,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1} \end{bmatrix} + \frac{\bar{e}_{P,n}}{\lambda \alpha_{P,n-1} + c_a} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{a}_{P,n-1} \\ \mathbf{0}_{L-P} \end{bmatrix}$

$\tilde{\mathbf{k}}_{P,n-1} = \tilde{\mathbf{k}}_{L,n-1}(1:P)$; $c_{P,n} = \tilde{\mathbf{k}}_{L,n}(P+1)$;

prédicteur aller : $\mathbf{a}_{P,n} = \eta(\mathbf{a}_{P,n-1} + \bar{e}_{P,n} \gamma_{L,n-1} \tilde{\mathbf{k}}_{P,n-1})$

variance des erreurs de prédiction aller : $\alpha_{P,n} = \lambda \alpha_{P,n-1} + \bar{e}_{P,n}^2 \gamma_{P,n-1}$

variables de vraisemblances d'ordre L et P :

$$\delta_{P,n} = \frac{\bar{e}_{P,n}^2}{\lambda \alpha_{P,n-1} + c_a} - c_{P,n} x_{n-P}; \quad \gamma_{P,n} = \frac{\gamma_{P,n-1}}{1 + \delta_{P,n} \gamma_{P,n-1}};$$

$$\delta_{L,n} = \frac{\bar{e}_{P,n}^2}{\lambda \alpha_{P,n-1} + c_a} - c_{L,n} x_{n-L}; \quad \gamma_{L,n} = \frac{\gamma_{L,n-1}}{1 + \delta_{L,n} \gamma_{L,n-1}};$$

- Partie Filtrage:

erreur de filtrage : $\bar{e}_{L,n} = y_n - \mathbf{w}_{L,n-1}^T \mathbf{x}_{L,n}$;

adaptation du filtre : $\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n-1} + \bar{e}_{L,n} \gamma_{L,n} \tilde{\mathbf{k}}_{L,n}$;

Table 2.7: L'algorithme RM-SMFTF.

2.6 CONCLUSION

Nous avons présentés des notions sur les algorithmes adaptatifs et les principaux algorithmes classiques (NLMS, RLS et FTF) ainsi qu'une nouvelle version numériquement stable de type FTF.

Ensuite, Nous avons présentés deux nouveaux algorithmes rapides M-SMFTF et RM-SMFTF de filtrage adaptatif, qu'ils sont de complexité plus réduite que l'algorithme NS-FRLS en utilisant une nouvelle méthode récursive pour calculer le gain d'adaptation et la variable de vraisemblance. La complexité de calcul de l'algorithme M-SMFTF est $6L$ opérations par échantillon et cette complexité de calcul peut être considérablement réduit à $(2L+4P, P \ll L)$ en réduisant la taille du prédicteur avant. La faible complexité de calcul de ses deux algorithmes, les rendent très intéressants pour les applications telles que l'annulation d'écho acoustique.

Dans le troisième chapitre, nous présentons les résultats des simulations sur MATLAB de l'algorithme M-SMFTF et RM-SMFTF et les comparaisons des algorithmes NLMS, NS-FRLS, M-SMFTF et RM-SMFTF.

Chapitre 3 Résultats des Simulations sur MATLAB

3.1 Introduction :

Dans ce chapitre, en première partie nous allons effectuer des multiples et variantes simulations pour voir l'influence de chacun des paramètres des deux algorithmes rapides (M-SMFTF et RM-SMFTF) qui sont η, c_a, L, P et E_0 pour choisir les meilleurs paramètres donnant la convergence, afin de les comparer avec deux autres algorithmes (NLMS, NS-FRLS). Dans cette partie nous allons aussi tester et comparer les performances des algorithmes d'identification adaptatifs présentés dans le chapitre précédent (NLMS, NS-FRLS, M-SMFTF et RM-SMFTF) avec des paramètres de l'environnement extérieure du filtre comme les types des signaux entrant dans le filtre adaptatif, stationnarité du canal ou non, présence du bruit additif à la sortie du canal ou non et finalement la présence de la parole du locuteur proche. Les performances auxquelles nous nous intéressons dans cette simulation sont exprimées en termes de vitesse de convergence, capacité de suivi et le niveau du MSE en décibel et la complexité de calcul.

3.2 Identification d'écho acoustique par filtrage adaptatif

La modélisation du chemin d'écho acoustique est d'utiliser un filtre linéaire RIF à coefficients adaptatifs, qui génère l'écho estimé \hat{y}_n par un filtrage du signal de locuteur lointain x_n à travers ce filtre RIF.

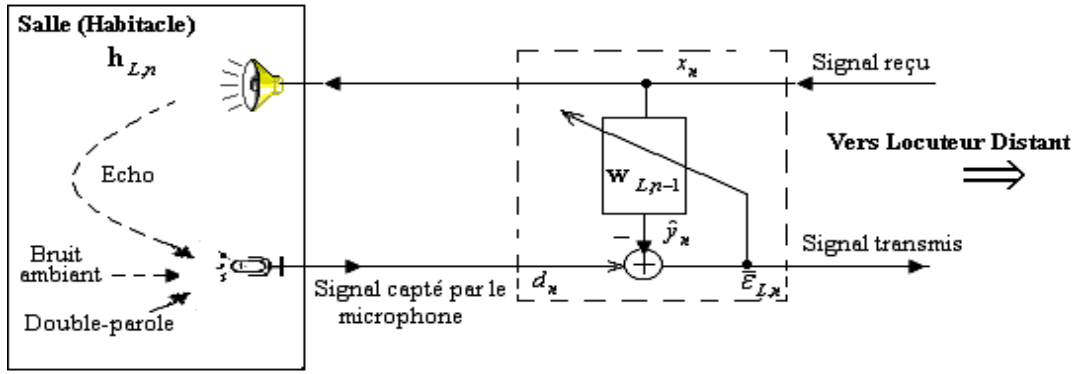


Figure 3.1 Structure générale d'un système d'identification d'écho acoustique.

$$d_n = y_n + s_n + v_n \quad (3.1)$$

Une estimé \hat{y}_n retranchée au signal microphone d_n donne le signal erreur $\bar{e}_{L,n}$ (où écho résiduel) :

$$\bar{e}_{L,n} = d_n - \hat{y}_n = (y_n - \hat{y}_n) + s_n + v_n \quad (3.2)$$

L'écart quadratique moyen peut alors être exprimé comme :

$$E\{\bar{e}_{L,n}^2\} = E\{(y_n - \hat{y}_n)^2\} + E\{s_n^2\} + E\{v_n^2\} + 2E\{(y_n - \hat{y}_n)s_n\} + 2E\{(y_n - \hat{y}_n)v_n\} + 2E\{s_nv_n\} \quad (3.3)$$

Sous les hypothèses d'indépendance, l'équation (3.2) se simplifie à :

$$E\{\bar{e}_{L,n}^2\} = E\{(y_n - \hat{y}_n)^2\} + E\{s_n^2\} + E\{v_n^2\} \quad (3.4)$$

L'optimum en annulation d'écho acoustique est d'avoir la sortie $\bar{e}_{L,n} = z_n$. D'autre part, la dimension du filtre dépend de l'environnement du mains-libres, et de variation de la réponse impulsionnelle du chemin d'écho, qui sont des contraintes importantes.

3.3 Éléments de Simulation

3.3.1 Critère d'évaluation de l'atténuation de l'écho

a La mesure ERLE (Echo Return Loss Enhancement):

La réduction d'écho révèle l'amélioration des pertes de retour d'écho. Cette mesure est un critère fondamental. Il s'agit de mesurer l'atténuation du signal d'écho en dB. Elle est définie comme le rapport de la puissance de l'écho à celle de l'écho résiduel :

$$ERLE(n) = 10 \log_{10} \frac{E\{y_n^2\}}{E\{(y_n - \hat{y}_n)^2\}} \quad (3.5)$$

En pratique, le signal écho y_n n'est pas disponible, on le remplace par sa valeur bruitée d_n , qui donne une approximation suffisante dans le cas de bruits faibles on utilisera alors dans ces cas l'expression de l'ERLE suivante :

$$ERLE(n) = 10 \log_{10} \frac{E\{d_n^2\}}{E\{\bar{\varepsilon}_{L,n}^2\}} \quad (3.6)$$

b Erreur quadratique moyenne (MSE)

Dans la présence de la parole, ce critère ne privilégie que les zones du signal de forte énergie et ne donne aucune information dans les zones de très faible énergie (silence) où l'erreur de filtrage et le signal ont des niveaux comparables. Pour cela, on utilise dans la suite le critère objectif qui donne l'évolution temporelle de l'énergie de l'erreur de filtrage exprimée en dB, et définie par :

$$MSE(n) = 10 \log_{10} E\{(d_n - \hat{y}_n)^2\} = 10 \log_{10} E\{\bar{\varepsilon}_{L,n}^2\} \quad (3.7)$$

3.3.2 Description des signaux de test

Dans le cadre des simulations faites dans ce document, les signaux utilisés sont :

a Un bruit stationnaire (bruit USASI)

C'est un signal stationnaire, dont son spectre de fréquence ressemble en moyenne au spectre du signal de parole. Il est souvent utilisé comme un signal de test dans les applications d'annulation d'écho acoustique pour évaluer la vitesse de convergence des algorithmes adaptatifs.

b Signal parole

C'est un signal acoustique d'énergie finie, imprévisible et non stationnaire. Les signaux de parole utilisés sont pris d'un enregistrement, échantillonnés à $F_e=16\text{KHz}$ et codés sur 16 bits.

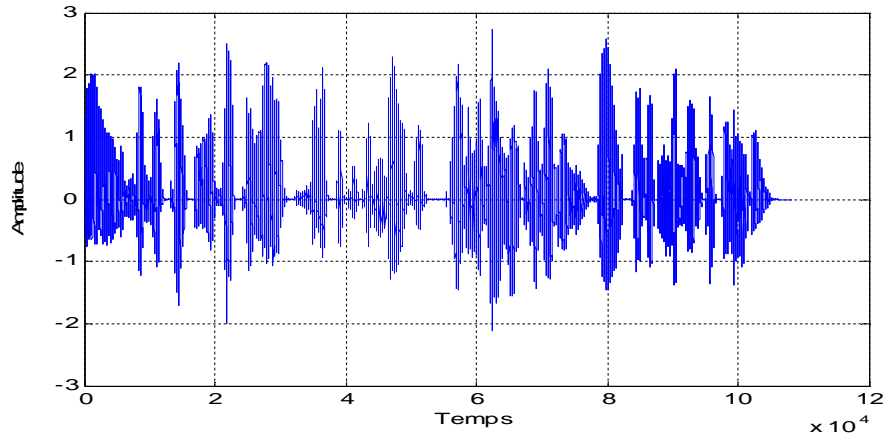


Figure 3.2 Signal de parole d'entrée - $F_e=16\text{Khz}$ (du locuteur lointain).

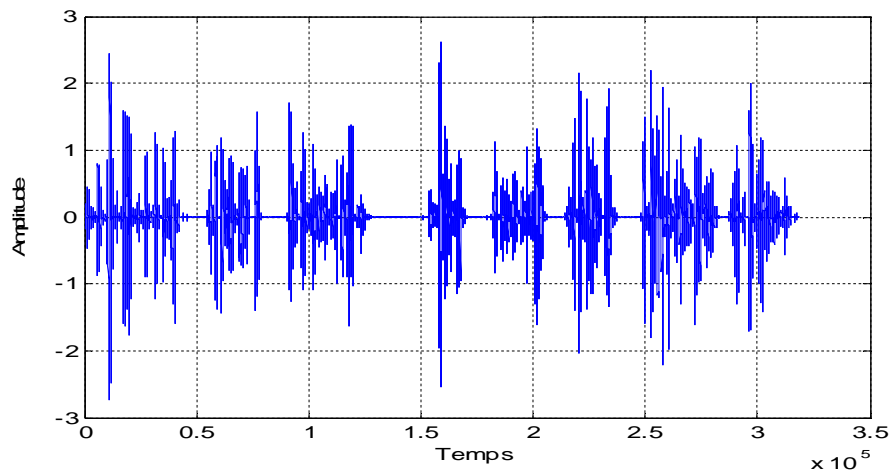


Figure 3.3 Signal de la double parole - $F_e=16\text{Khz}$ (du locuteur proche).

3.3.3 Description de l'environnement acoustique

Dans cette étude, Le chemin d'écho est le couplage acoustique entre un haut-parleur et un microphone d'un habitacle de voiture. La réponse impulsionnelle modélisant ce dernier est représentée sur la figure (3.4).

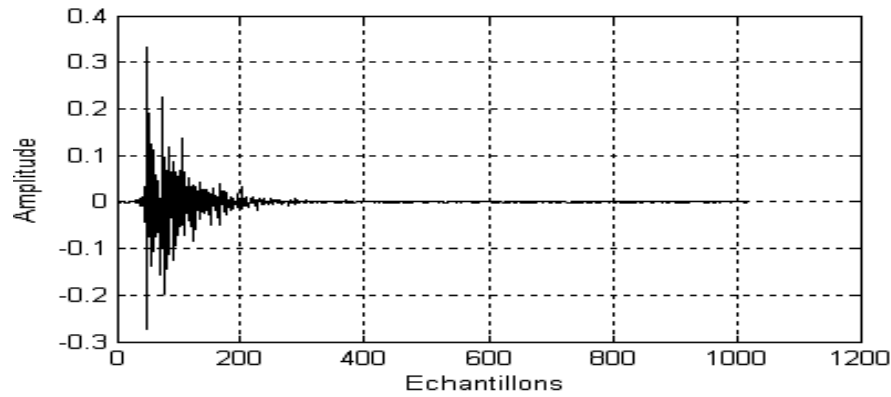


Figure 3.4 Réponse impulsionnelle d'un habitacle de voiture ($F_e=16\text{kHz}$)

En pratique nous estimons la réponse impulsionnelle tronquée à $L=256$ coefficients qui contiennent la majeure partie de la réponse réelle infinie.

3.4 Simulations des algorithmes M-SMFTF et RM-SMFTF

Pour confirmer la validité de l'analyse et montrer les performances des algorithmes rapides (M-SMFTF et RM-SMFTF), quelques simulations sont effectuées.

Les paramètres variables entrant dans cette simulation sont :

- La constante de régulation c_a , le facteur de fuite η et le facteur d'oubli λ sont choisis selon les conditions cités précédemment.

- La constante d'initialisation $E_0 > \sigma_x^2 \frac{L}{100}$ dans l'algorithme M-SMFTF et NS-FRLS et dans l'algorithme RM-SMFTF $E_0 > \sigma_x^2 \frac{P}{100}$.

- La réponse impulsionnelle du filtre à identifier : est réelle de taille $L=256$ points et une autre synthétique de taille finie (RIF : $L=32, L=256$).

Le signal d'entrée x_n utilisé dans notre simulation est un bruit USASI. La performance d'évaluation est mesurée par l'erreur quadratique moyenne $MSE(n)$.

3.4.1 Influence de η et c_a sur l'algorithme M-SMFTF

a Influence de la valeur η

Pour un filtre de taille L , Le facteur d'oubli est choisi comme la borne inférieure de la stabilité numérique de l'algorithme M-SMFTF ($\lambda = 1 - 1 / L$), pour tester que l'influence des facteurs η et c_a .

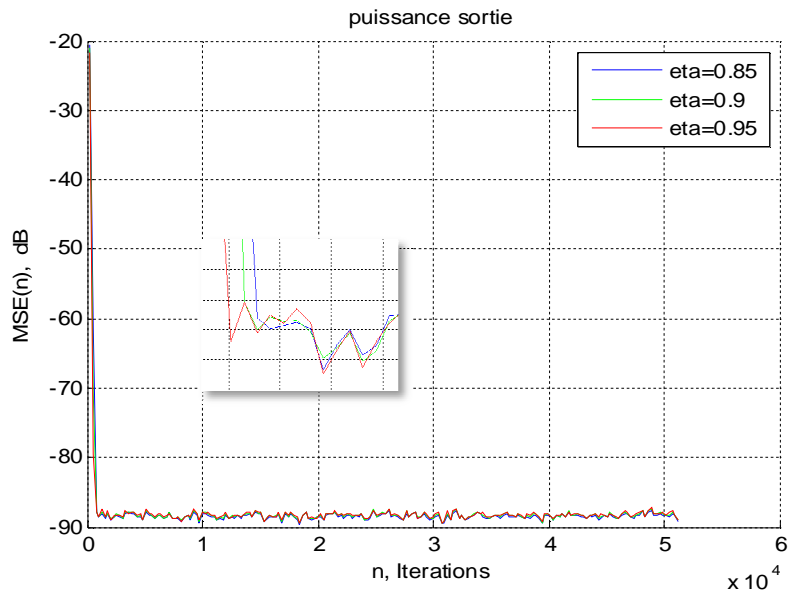


Figure 3.5, comparaison des MSE pour les facteurs de fuite η
 Filtre à RIF réelle de $L=32$; $\lambda = 0.9688$, $c_a = 0.1$, $E_0 = 0.5$;

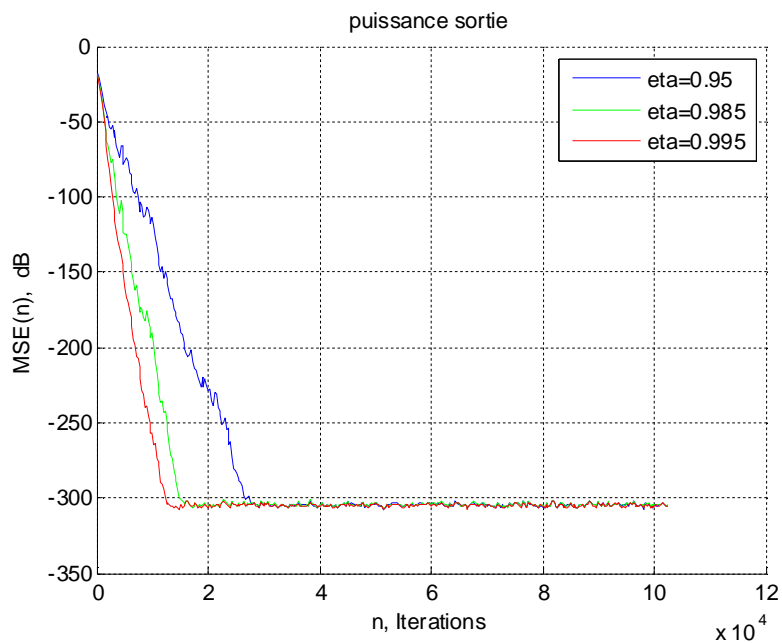


Figure 3.6, comparaison des MSE pour les facteurs de fuite η
 Filtre à RIF synthétique de $L=256$; $\lambda=0.9961$, $c_a=0.1$, $E_0=3$.

D'après les figures [3.5, 3.6] nous remarquons que l'algorithme M-SMFTF converge mieux lorsque le facteur de fuite η avoisine le 1 et on a la meilleure performance pour le cas où $\eta = 0.995$, pour les deux types de réponse.

b Influence de la valeur c_a

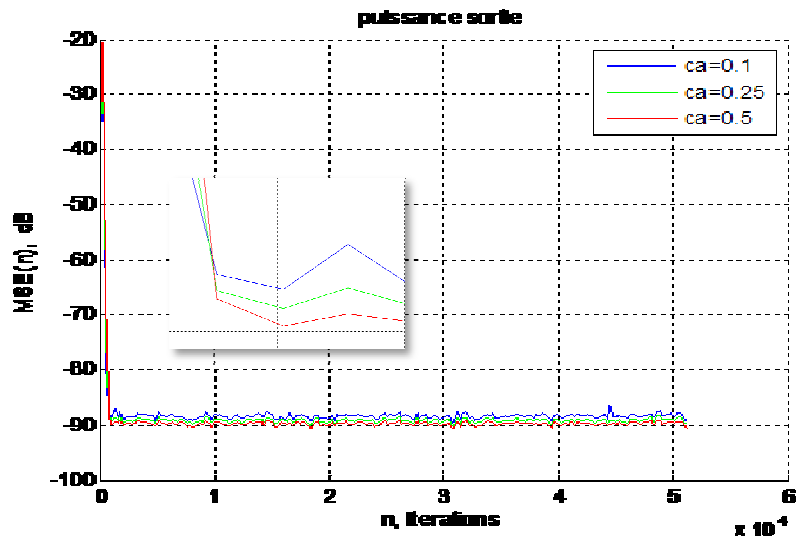


Figure 3.7. Comparaison des MSE pour les constantes de régulation c_a
Filtre à RIF réelle de $L=32$, $\lambda = 0.9688$, $\eta = 0.96$, $E_0=0.5$;

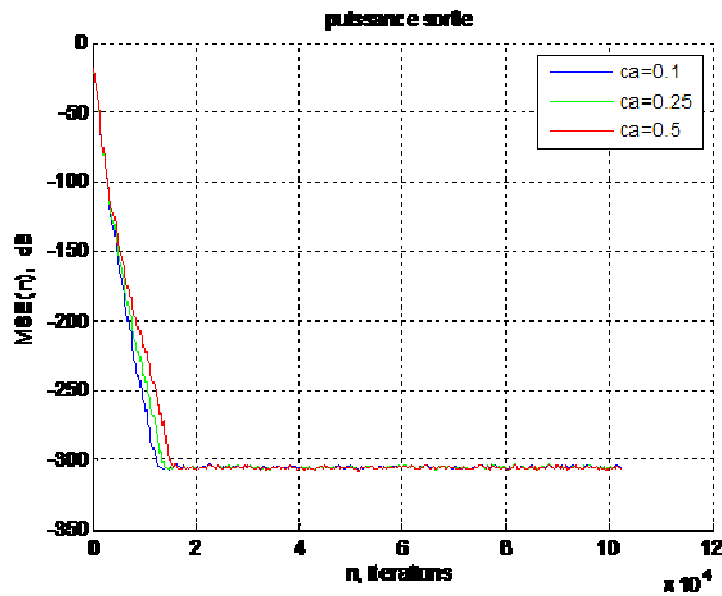


Figure 3.8, comparaison des MSE pour les constantes de régulation c_a
Filtre à RIF synthétique de $L=256$, $\lambda = 0.9961$, $\eta = 0.995$, $E_0=3$.

D'après les figures [3.7, 3.8] nous remarquons que l'algorithme M-SMFTF converge mieux lorsque la constante de régulation reste de l'ordre 10^{-1} et on a la meilleure performance pour le cas où $c_a = 0.1$.

3.4.2 Influence de η et P sur l'algorithme RM-SMFTF

a Influence de la valeur η

Pour un filtre de taille L et un prédicteur d'ordre P , le facteur d'oubli est choisi comme la borne inférieure de la stabilité numérique de l'algorithme RM-SMFTF, soit $\lambda = (1 - 1/P)$.

- Pour un ordre de prédicteur ($P=16$) :

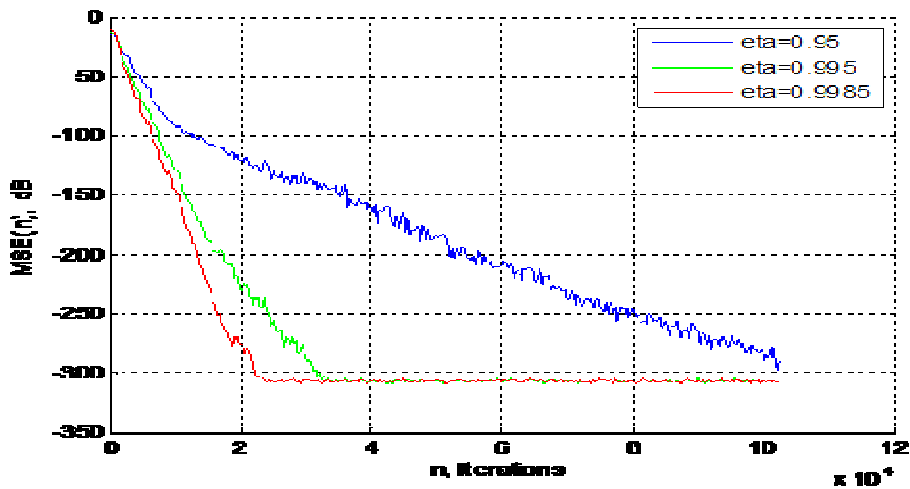


Figure 3.9. Comparaison des MSE pour les facteurs de fuite η
Filtre à RIF synthétique de $L=256$, $\lambda = 0.9375$, $c_a=0.1$, $E_0=0.25$;

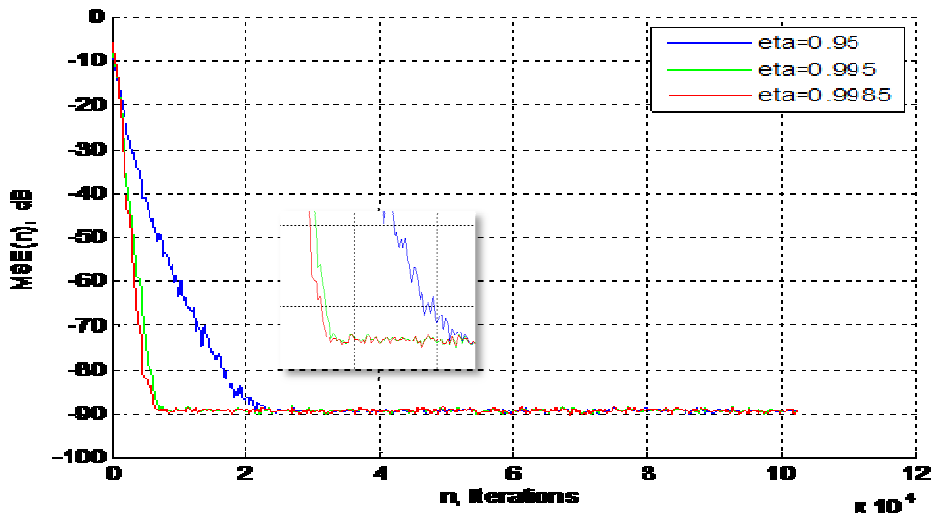


Figure 3.10. Comparaison des MSE pour les facteurs de fuite η
Filtre à RIF réelle de $L=256$, $\lambda = 0.9375$, $c_a=0.1$, $E_0=0.25$;

- Pour un ordre de prédicteur ($P=32$) :

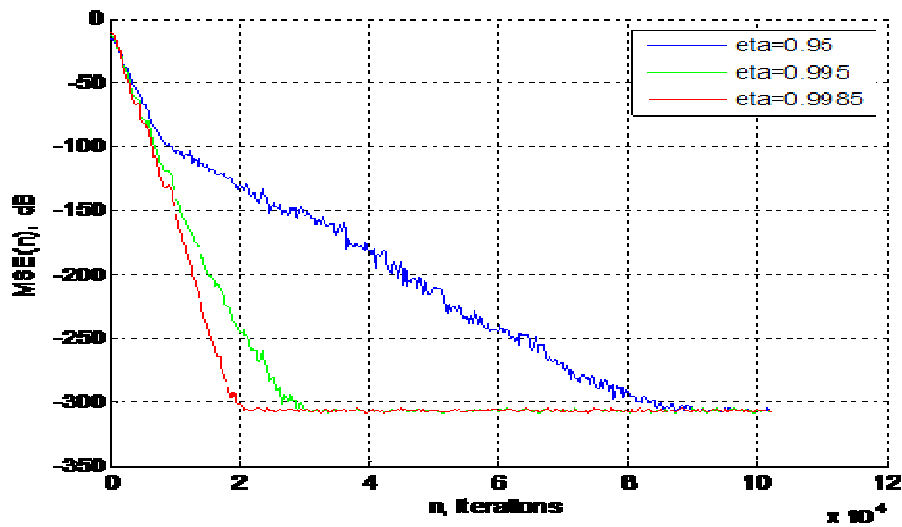


Figure 3.11. Comparaison des MSE pour les facteurs de fuite η
Filtre à RIF synthétique de $L=256$: $P=32$, $\lambda = 0.9688$, $c_a=0.1$, $E_0=0.5$.

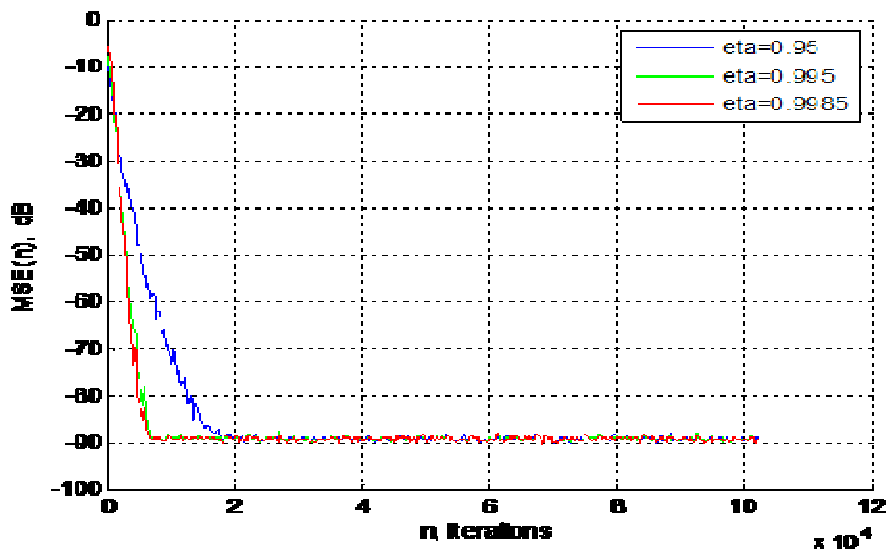


Figure 3.12. Comparaison des MSE pour les facteurs de fuite η
Filtre à RIF réelle de $L=256$: $P=32$, $\lambda = 0.9688$, $c_a=0.1$, $E_0=0.5$.

D'après les figures [3.9, 3.10, 3.11, 3.12.] pour les ordres du prédicteur nous déduisons que l'algorithme RM-SMFTF converge rapidement lorsque le facteur de fuite η avoisine le 1 et on a la meilleure performance pour le cas où $\eta = 0.995$, et ça pour les deux types de réponse.

On comparant l'influence du facteur de fuite η sur le RM-SMFTF avec le M-SMFTF, on peut dire que dans le cas du M-SMFTF pour $\eta = 0.95$ l'algorithme converge après 5×10^3 itérations, mais pour le cas du RM-SMFTF et la même valeur η l'algorithme

converge après 2×10^4 itérations cette différence indique que le RM-SMFTF est très sensible aux variations de ce facteur et il faut le choisir avec grande précision.

b Effet de l'ordre du prédicteur P

Effet de l'ordre du prédicteur P sur l'algorithme RM-SMFTF pour un signal d'entrée USASI et une réponse impulsionnelle réelle de taille $L=256$.

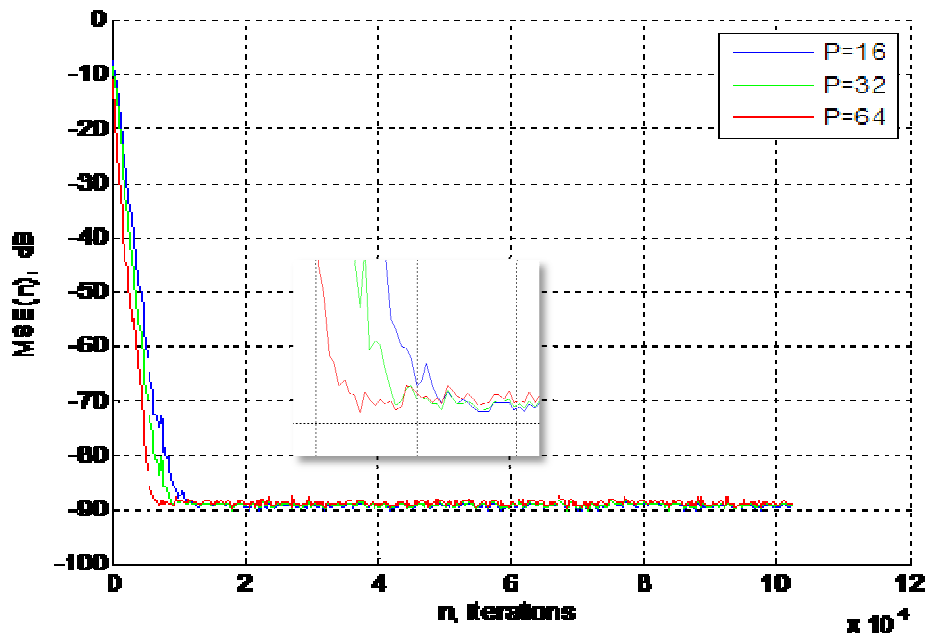


Figure 3.13.comparaison des MSE pour les ordres des prédicteurs P

$$P=16, \lambda =0.9375, \eta =0.99, c_a=0.1, E_0=0.1;$$

$$P=32, \lambda =0.9688, \eta =0.99, c_a=0.1, E_0=0.25;$$

$$P=64, \lambda =0.9844, \eta =0.99, c_a=0.1, E_0=0.5.$$

Cette figure, nous indique que l'ordre des prédicteur P influe sur la convergence de l'algorithme RM-SMFTF et donne de meilleur résultat lorsque l'ordre des prédicteur P est plus grand, ce qui montre que la vitesse de convergence de cet algorithme est proportionnelle à la taille de l'ordre des prédicteur.

3.5 Comparaison des performances des algorithmes:

3.5.1 Etape de simulation :

Les critères de comparaison des différents algorithmes simulés ici sont la vitesse de convergence, l'erreur quadratique minimale (MSE) et la capacité de poursuite.

Ces algorithmes sont simulés dans différentes situations :

- sur une variation contrôlée du système en faisant un saut simple au milieu de cette réponse et un saut de variation linéaire.

- en présence ou non du bruit en sortie : de SNR = 50dB.

- sans et avec la présence de double parole à l'entrée du microphone.

Pour réaliser efficacement cette simulation, deux ensembles de signaux pour l'entrée de référence (signal haut-parleur où locuteur lointain) ont été employés :

- Un bruit USASI: est un signal dont la distribution fréquentielle plus proche de la parole.

- un signal non stationnaire qui est la vraie parole pour que nous puissions comparer ces algorithmes dans les conditions réelles. La réponse impulsionnelle à identifier est celle représentée dans la figure 3.4 de longueur égale à 256 points.

On a introduit pour tester la capacité de poursuite, un saut simple dans la réponse impulsionnelle à identifier et l'autre saut variant linéairement. Les valeurs des différents paramètres des algorithmes testés ont été déterminés précédemment à partir de tests préliminaires et réalisés sur plusieurs facteurs spécifiques qui entrent dans la formation de ces algorithmes $\lambda, \mu, \eta, c_a, E_0, L$ et P .

Algorithmes	NLMS	NS-FRLS	M-SMFTF	RM-SMFTF
Complexité de Calcul	2L	8L	6L	2L+4P
Condition de stabilité	$0 < \mu < 2$	$\lambda > 1 - 1/2L$	$\lambda > 1 - 1/L$	$\lambda > 1 - 1/P$

Tableau 3.1 complexités de calcul et conditions de stabilité des algorithmes d'adaptation.

3.5.2 Cas d'entrée stationnaire (Bruit USASI) :

a Canal stationnaire sans bruit additif

Le signal désiré est obtenu à partir du signal USASI filtré par la réponse impulsionnelle de voiture tronquée à 256 points. La longueur ($L=256$) est utilisée pour le filtre adaptatif. La performance d'évaluation est mesurée par l'erreur quadratique moyenne $MSE(n)$ et l'ERLE(n).

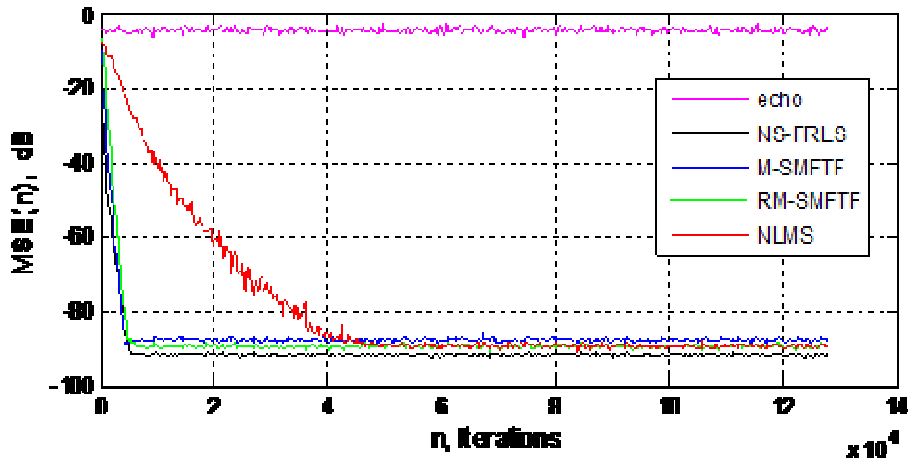


figure.3.14. Comparaison entre les algorithmes pour un canal stationnaire (Habitacle de voiture 256 Points) ; Signal d'entrée stationnaire (USASI) ; sans bruit additif sur la sortie ; Taille du filtre $L=256$, M-SMFTF: $\lambda = 0.9961, \eta = 0.985, c_a = 0.5, E_0 = 1$;
RM-SFTF: $P=32, \lambda = 0.9688, \eta = 0.9985, c_a = 0.5, E_0 = 0.2$;
NS-FRLS: $\lambda = 0.9987, E_0 = 1$; NLMS: $\mu = 1$

b Canal stationnaire avec le bruit additif

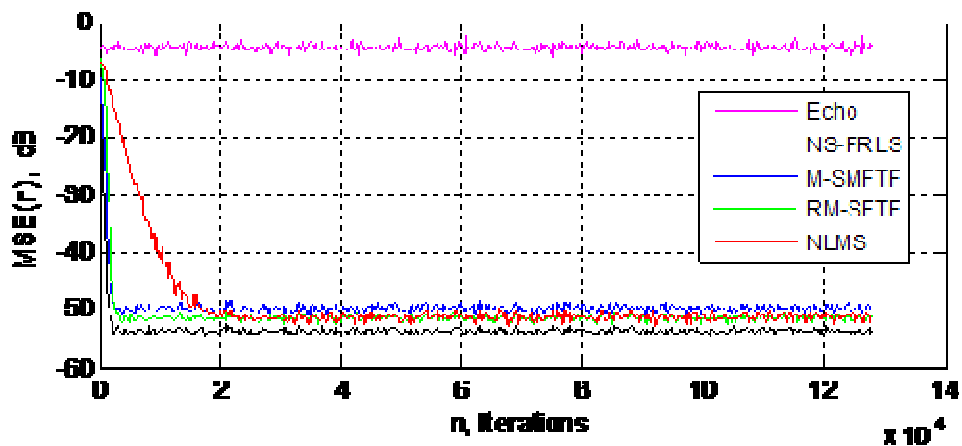


figure.3.15. Comparaison entre les algorithmes pour un canal stationnaire (Habitacle de voiture 256 Points) ; Signal d'entrée stationnaire (USASI) ; avec bruit additif sur la sortie ($SNR=50dB$) ;
M-SMFTF: $\lambda = 0.9961, \eta = 0.985, c_a = 0.5, E_0 = 1$;
RM-SFTF: $P=32, \lambda = 0.9688, \eta = 0.9985, c_a = 0.5, E_0 = 0.2$;
NS-FRLS: $\lambda = 0.9987, E_0 = 1$; NLMS: $\mu = 1$

D'après les deux figures, on voit clairement que l'algorithme NS-FRLS a convergé la première parmi les autres. Le NLMS a atteint les autres après 4×10^4 itérations, ceci démontre la supériorité du NS-FRLS dans le cas du système stationnaire. La présence du bruit en sortie n'a rien changé le classement des convergences.

c Canal non stationnaire (un saut simple) sans bruit additif:

Le canal acoustique subit un saut (brusque où linéaire <du bloque 200 a 260 (un bloque =256 points)>) ; sans ou plus bruit additif (RSB =50dB).

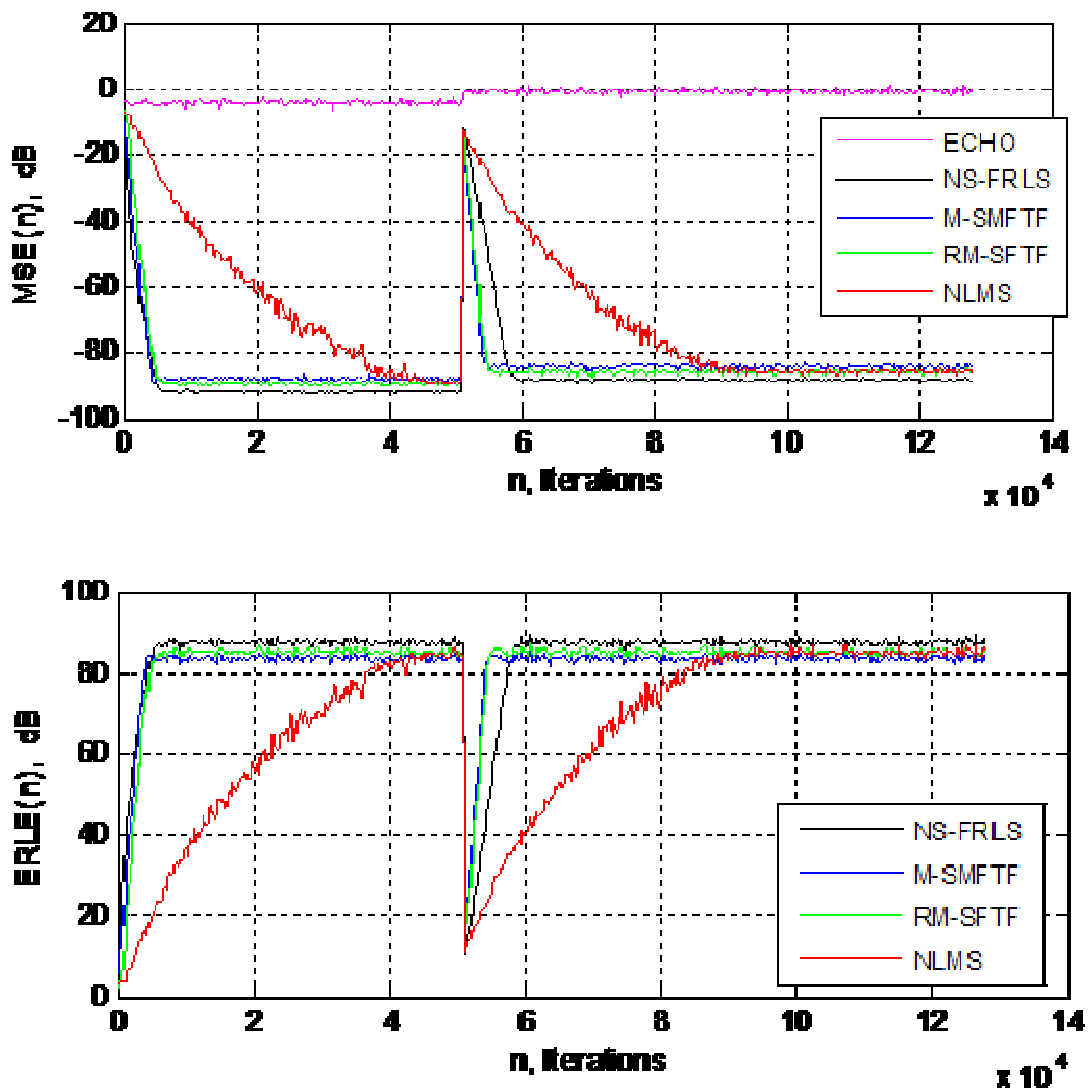


Figure.3.16. Comparaison entre les algorithmes pour un canal non stationnaire (Habitable de voiture 256 Points) ; Signal d'entrée stationnaire (USASI) ; sans bruit additif sur la sortie ;
M-SMFTF: $\lambda =0.9961, \eta =0.985, c_a =0.5, E_0=1$;
RM-SFTF: $P=32, \lambda =0.9688, \eta =0.9985, c_a =0.5, E_0=0.2$;
NS-FRLS: $\lambda =0.9987, E_0=1$; NLMS: $\mu =1$

d Canal non stationnaire (un saut linéaire) sans bruit additif:

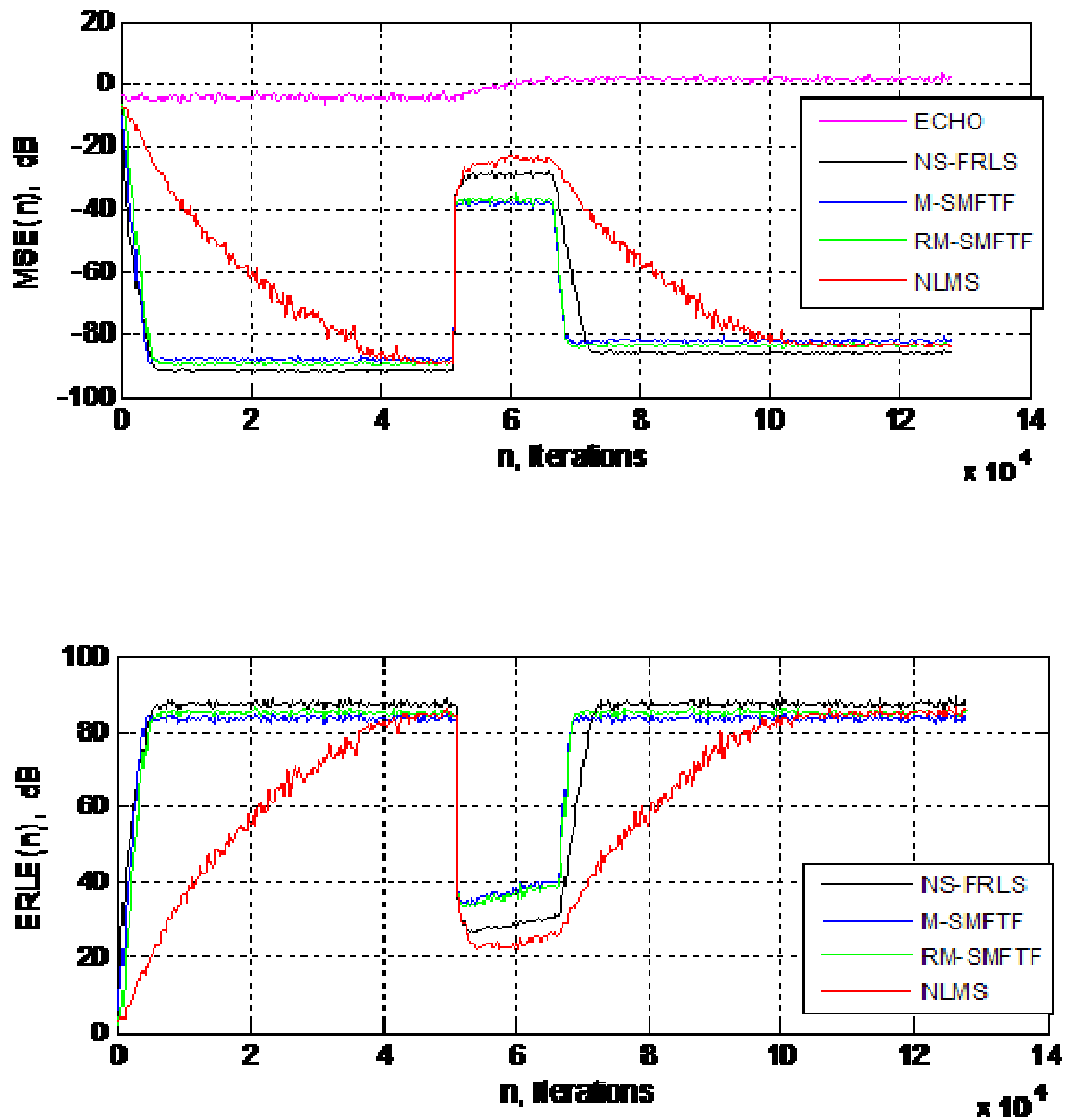


Figure.3.17. Comparaison entre les algorithmes pour un canal non stationnaire (saut linéaire) (Habitable de voiture 256 Points) ; Signal d'entrée stationnaire (USASI) ; sans bruit additif
M-SMFTF: $\lambda = 0.9961, \eta = 0.985, c_a = 0.5, E_0 = 1$;
RM-SFTF: $P = 32, \lambda = 0.9688, \eta = 0.9985, c_a = 0.5, E_0 = 0.2$;
NS-FRLS: $\lambda = 0.9987, E_0 = 1$; NLMS: $\mu = 1$

e Canal non stationnaire (un saut simple) avec bruit additif a la sortie:

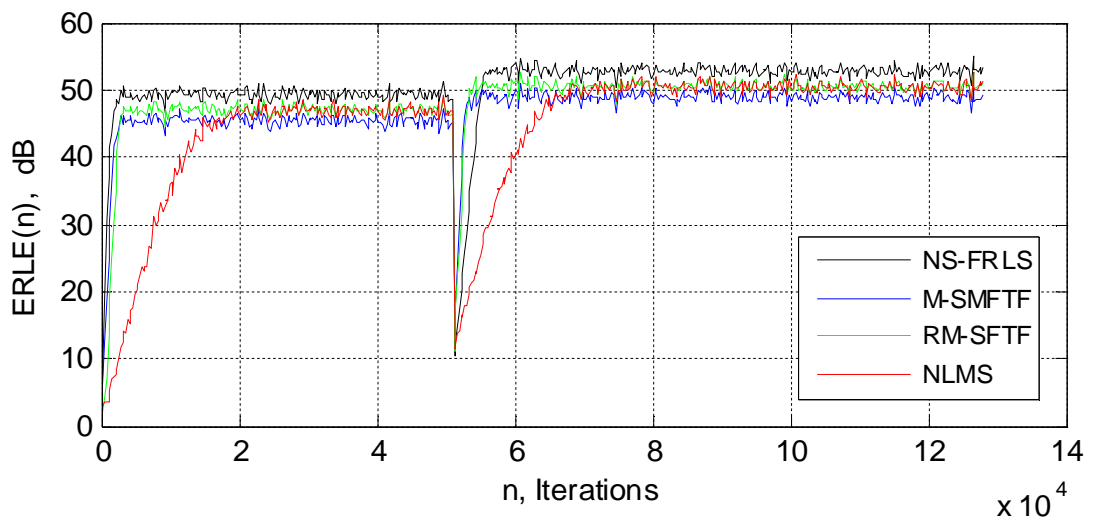
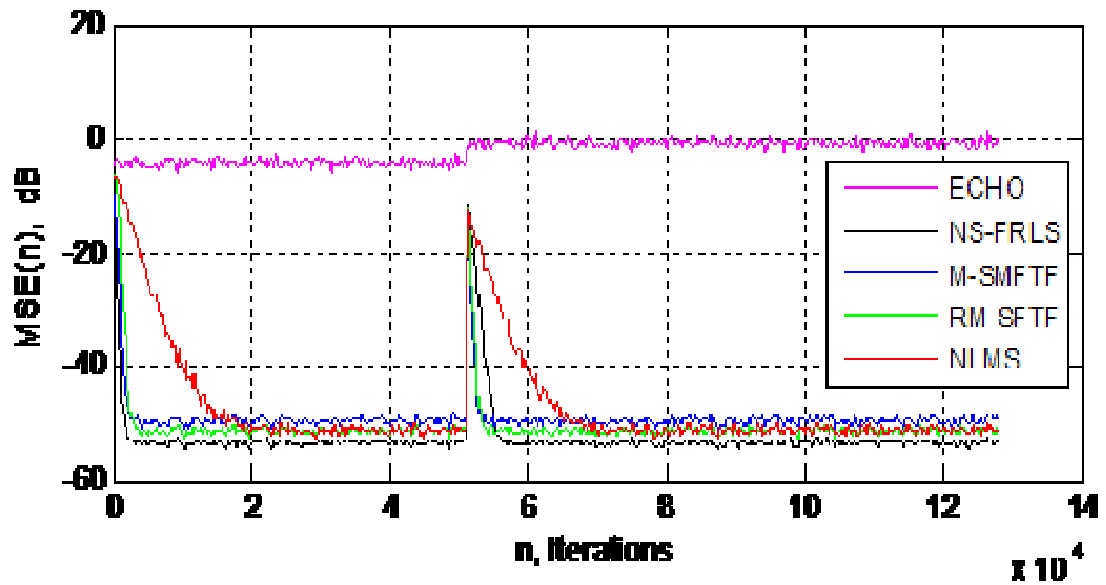


Figure.3.18. Comparaison entre les algorithmes pour un canal non stationnaire (Habitable de voiture 256 Points) ; Signal d'entrée stationnaire (USASI) ; avec bruit additif sur la sortie

M-SMFTF: $\lambda = 0.9961, \eta = 0.985, c_a = 0.5, E_0 = 1$;

RM-SFTF: $P=32, \lambda = 0.9688, \eta = 0.9985, c_a = 0.5, E_0 = 0.2$;

NS-FRLS: $\lambda = 0.9987, E_0 = 1$; NLMS: $\mu = 1$

f Canal non stationnaire (un saut linéaire) avec bruit additif à la sortie:

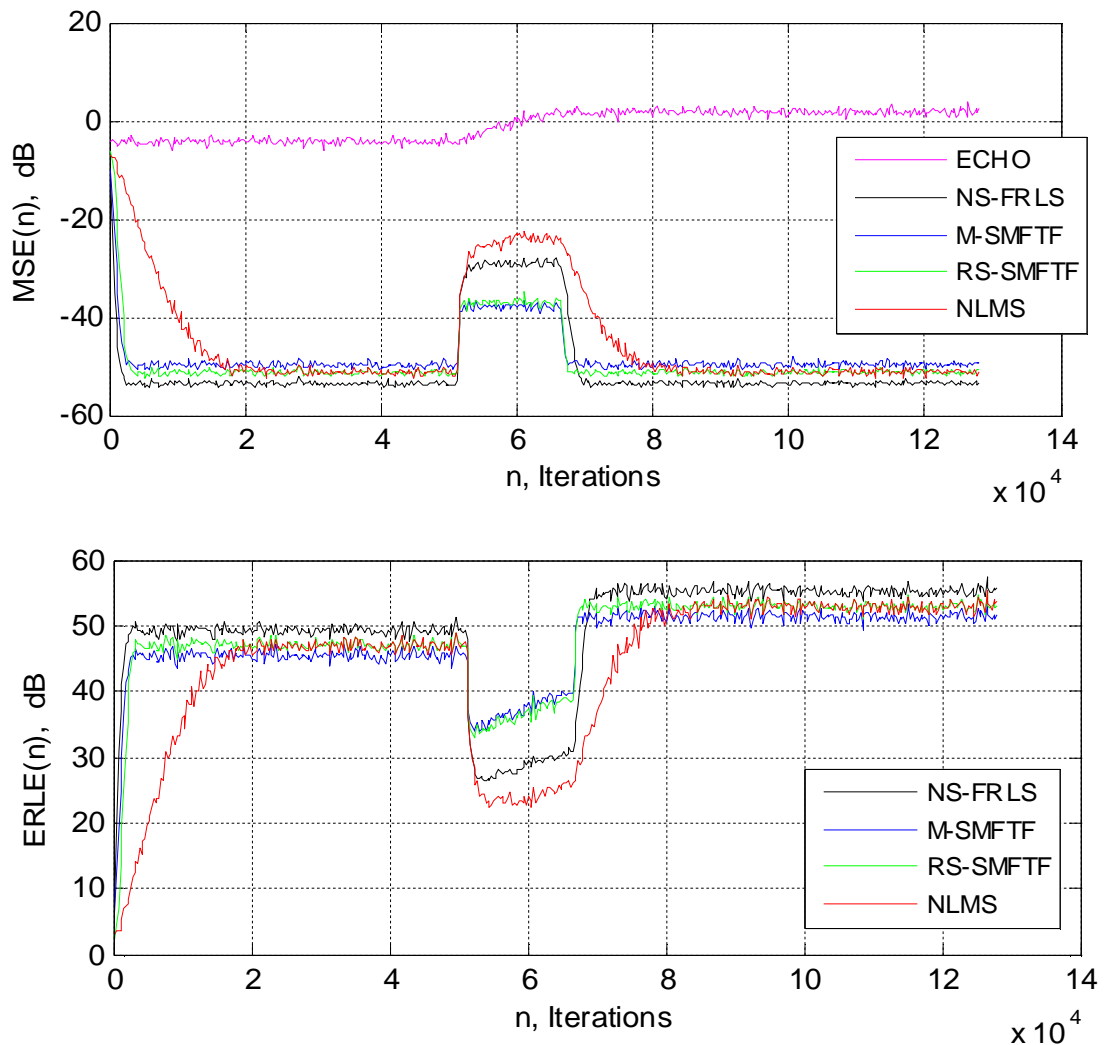


Figure 3.19. Comparaison entre les algorithmes pour un canal non stationnaire (saut linéaire) (Habitacle de voiture 256 Points) ; Signal d'entrée stationnaire (USASI) ; avec bruit additif sur la sortie ($SNR=50\text{dB}$)

$$\text{M-SMFTF: } \lambda = 0.9961, \eta = 0.985, c_a = 0.5, E_0 = 1;$$

$$\text{RM-SFTF: } P=32, \lambda = 0.9688, \eta = 0.9985, c_a = 0.5, E_0 = 0.2;$$

$$\text{NS-FRLS: } \lambda = 0.9987, E_0 = 1; \text{ NLMS: } \mu = 1$$

Les Figures (3.16 à 3.19) examinent l'effet de non stationnarité du canal avec différents types (brusque ou lent). Au début, la convergence initiale est atteinte avec même rapidité pour le M-SMFTF et RM-SMFTF avec une légère supériorité en niveau de MSE (n) pour le NS-FRLS. Cependant quand le canal subit un changement brusque où lent les algorithmes se déstabilisent pour une certain durée, par contre les deux nouveaux algorithmes ont un avantage en reconvergence rapide. On remarque aussi que le NLMS fait le même retard de reconvergence. Il faut noter que dans les

situations réelle où il y'a des changements permanents de puissance le NLMS ne peut jamais de se stabiliser.

Dans le cas bruité en figure 3.18 et figure 3.19 on a le même comportement des algorithmes en terme de capacité de poursuite et la rapidité des deux nouveaux algorithmes.

Dans Les simulations présentés au-dessus dans les cas stationnaire ou pas, nous avons remarqué que le changement lent du système ralentis la reconvergence des algorithmes NS-FRLS, M-SMFTF et RM-SMFTF.

De ses simulation, on déduit que les deux algorithmes M-SMFTF et RM-SMFTF ont une grande vitesse de convergence et capacité de suivi dans les canaux non stationnaire et plus que le NS-FRLS.

Etant donné que l'algorithme M-SMFTF a une complexité ($6L$) plus que le RM-SMFTF ($2L + 4P, P \ll L$) ce dernier sera le meilleur choix pour ces applications.

Les résultats suivants présents les performances de ces algorithmes dans les situations réelles.

3.5.3 Cas d'entrée non stationnaire (signal de parole) :

Lors des tests d'identification présentés précédemment, les algorithmes NS-FRLS, M-SMFTF et RM-SMFTF ont présentés de bons résultats dans ce contexte d'application, il convient alors par la suite de vérifier ses performances dans des conditions plus réalistes et cela avec la parole comme signal d'entrée. La réponse impulsionnelle de l'habitacle de voiture est formée des 256 premiers points (voir figure (3.4)). La taille L du filtre transverse est 256 échantillons.

Trois configurations seront traitées dans cette étape et chaque une d'elle en deux situations dans le cas d'une réponse impulsionnelle stationnaire et le cas de non stationnarité :

- Absence du bruit v_n et de la parole proche s_n , i.e. : $z_n = 0$.

-Présence du bruit v_n pour un SNR de 50dB et absence de la parole proche s_n , i.e. :
 $z_n = v_n$

- Présence du bruit v_n pour un SNR de 50 dB et de la parole proche s_n , i.e. :

$$z_n = v_n + s_n$$

a Canal stationnaire sans bruit additif :

La performance d'évaluation est mesurée par l'erreur quadratique moyenne $MSE(n)$ et l'ERLE(n).

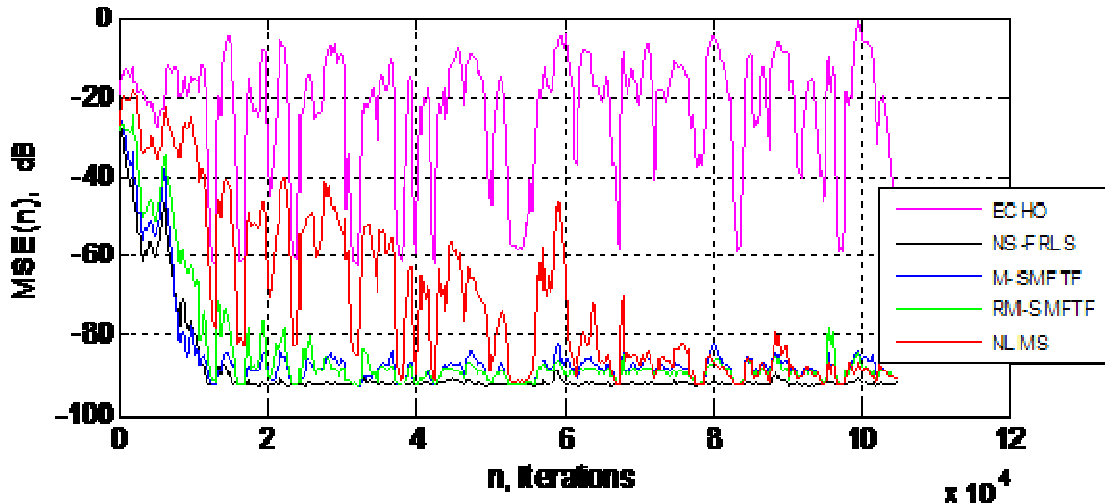


Figure 3.20. Comparaison entre les algorithmes pour un canal stationnaire (Habitacle de voiture 256 Points) ; Signal d'entrée non stationnaire (parole) ; sans bruit additif sur la sortie;

Taille du filtre $L=256$, M-SMFTF: $\lambda =0.9961, \eta =0.96, c_a =0.5, E_0=0.5$;

RM-SFTF: $P=32, \lambda =0.9688, \eta =0.99, c_a =0.1, E_0=0.1$;

NS-FRLS: $\lambda =0.9996, E_0=0.5$; NLMS: $\mu =1$

b Canal stationnaire avec un bruit additif sur la sortie (SNR=50dB)

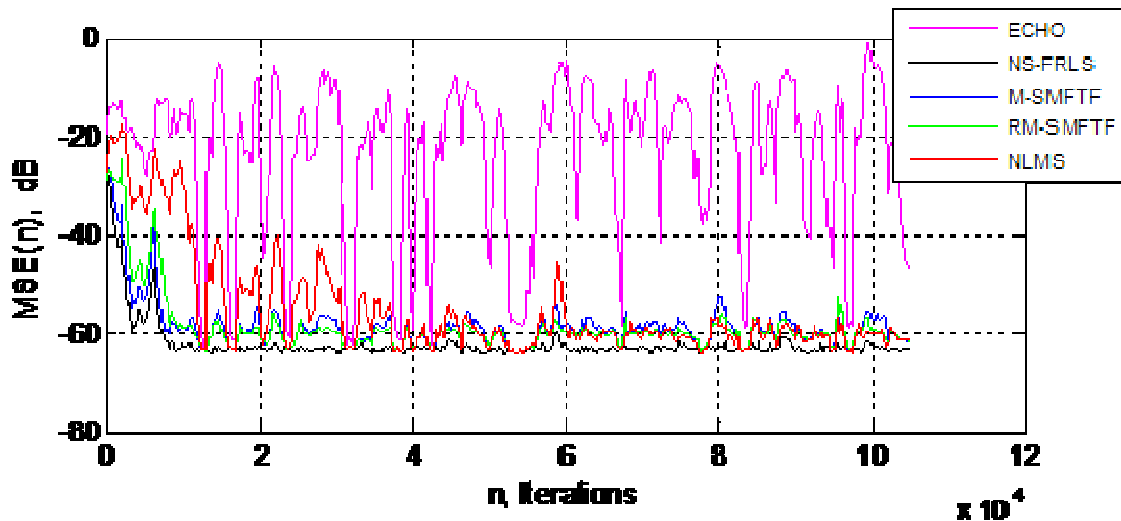


Figure 3.21. Comparaison entre les algorithmes pour un canal stationnaire (Habitacle de voiture 256 Points) ; Signal d'entrée non stationnaire; avec un bruit additif sur la sortie (SNR=50dB) ; Taille du filtre $L=256$,

M-SMFTF: $\lambda =0.9961, \eta =0.96, c_a =0.5, E_0=0.5$;

RM-SMFTF: $P=32, \lambda =0.9688, \eta =0.99, c_a =0.1, E_0=0.1$;

NS-FRLS: $\lambda =0.9996, E_0=0.5$; NLMS: $\mu =1$

Dans les figures (3.20 et 3.21) la présence de la parole a relenti la convergence pour les quatres algorithmes et cela est apparait pour le NLMS qui n'a pas pu convergé qu'après 6×10^4 itérations. En revanche le NS-FRLS et les deux autres (M-SMFTF, RM-SMFTF) ont convergé plus vite que le NLMS, par contre ils ont les meme performances et juste une superiorité du NS-FRLS au niveau du MSE(n).La présence du bruit à fait croitre le MSE(n) au niveau -60dB et a élargi la variance du MSE(n).

c Canal non stationnaire sans bruit additif

Le saut est brusque où linéaire (du bloque 200 a 260 <un bloque =256points>) :

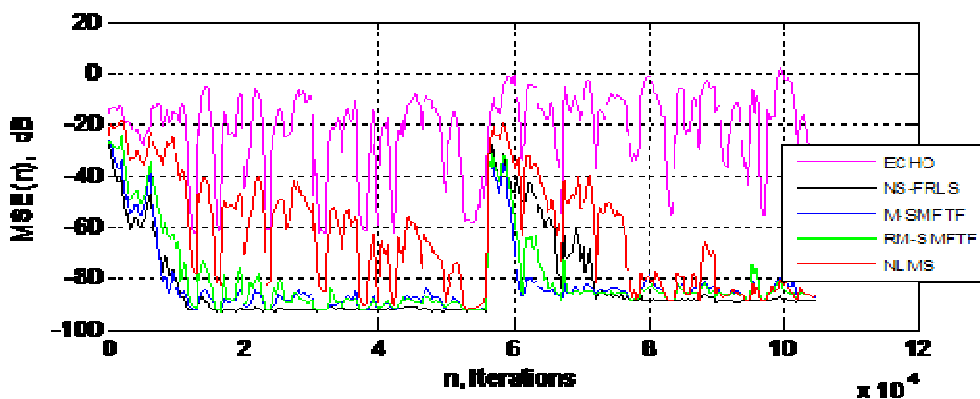


Figure 3.22. Comparaison entre les algorithmes pour un canal non stationnaire (Habitable de voiture 256 Points) ; Signal d'entrée non stationnaire; sans bruit additif sur la sortie ;
M-SMFTF: $\lambda = 0.9961, \eta = 0.96, c_a = 0.5, E_0 = 0.5$;
RM-SMFTF: $P = 32, \lambda = 0.9688, \eta = 0.99, c_a = 0.1, E_0 = 0.1$;
NS-FRLS: $\lambda = 0.9996, E_0 = 0.5$; NLMS: $\mu = 1$

d Canal non stationnaire avec un bruit additif sur la sortie (SNR=50dB)

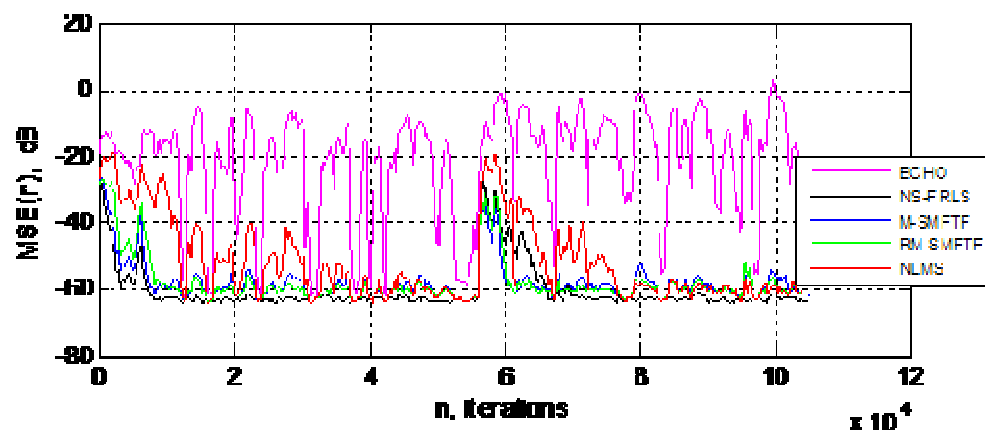


Figure 3.23. Comparaison entre les algorithmes pour un canal non stationnaire (Habitable de voiture 256 Points) ; Signal d'entrée non stationnaire; avec un bruit additif sur la sortie (SNR=50dB)
M-SMFTF: $\lambda = 0.9961, \eta = 0.96, c_a = 0.5, E_0 = 0.5$;
RM-SMFTF: $P = 32, \lambda = 0.9688, \eta = 0.99, c_a = 0.1, E_0 = 0.1$;
NS-FRLS: $\lambda = 0.9996, E_0 = 0.5$; NLMS: $\mu = 1$

Dans le cas de canal non stationnaire représenté en figure 3.22 et 3.23, la convergence initiale pour le NS-FRLS, M-SMFTF et RM-SMFTF est la même.

Cependant après le changement du canal l'algorithme NLMS n'a pas pu rattraper et suivre ce changement et même avant, et ça nous prouve que cet algorithme n'est pas robuste dans ce genre de situation.

Le MSE(n) minimale dans le cas bruité est à -50dB et à -90Db en absence de celui-ci.

Les performances des trois autres algorithmes de type FTF après le changement de stationnarité du canal sont dégradés, mais on peut voir que les deux nouveaux algorithmes réalisent une meilleure re-convergence. Cette reconvergence pour ces trois algorithmes est lente par rapport au cas du bruit USASI à l'entrée. Le niveau de MSE(n) minimale pour les trois algorithmes (NS-FRLS, M-SMFTF et RM-SMFTF) est presque le même.

3.5.4 Canal non stationnaire avec double parole et du bruit additif (SNR=50dB) :

On va simuler les algorithmes cette fois-ci, en induisant la double parole pour tester leurs efficacités en situation réaliste. Dans la figure (3.24(A)) les courbes représentent le MSE(n) et la courbe en mauve représente la puissance d'écho et en figure (3.24(B)) représente la puissance du double parole.

Étant donné que $d_n = y_n + z_n$ le meilleur d'entre eux est ce qui donne le MSE(n) égale à la puissance du double parole.

D'après la Figure 3.24, on voit clairement que les MSE des NS-FRLS et RM-SMFTF suivent très bien l'évolution de la puissance du double parole (c.-à-d. : $MSE(n) \rightarrow E[s_n^2]$). Les figures confirment l'avantage de l'algorithme (RM-SMFTF) en vitesse de convergence, capacité de poursuite et de complexité de calcul la plus faible ($2L+4P, P \ll L$) parmi les algorithmes FTF. Dans le cas réel, l'algorithme NLMS ne présente aucun avantage à cause de la non-stationnarité du canal.

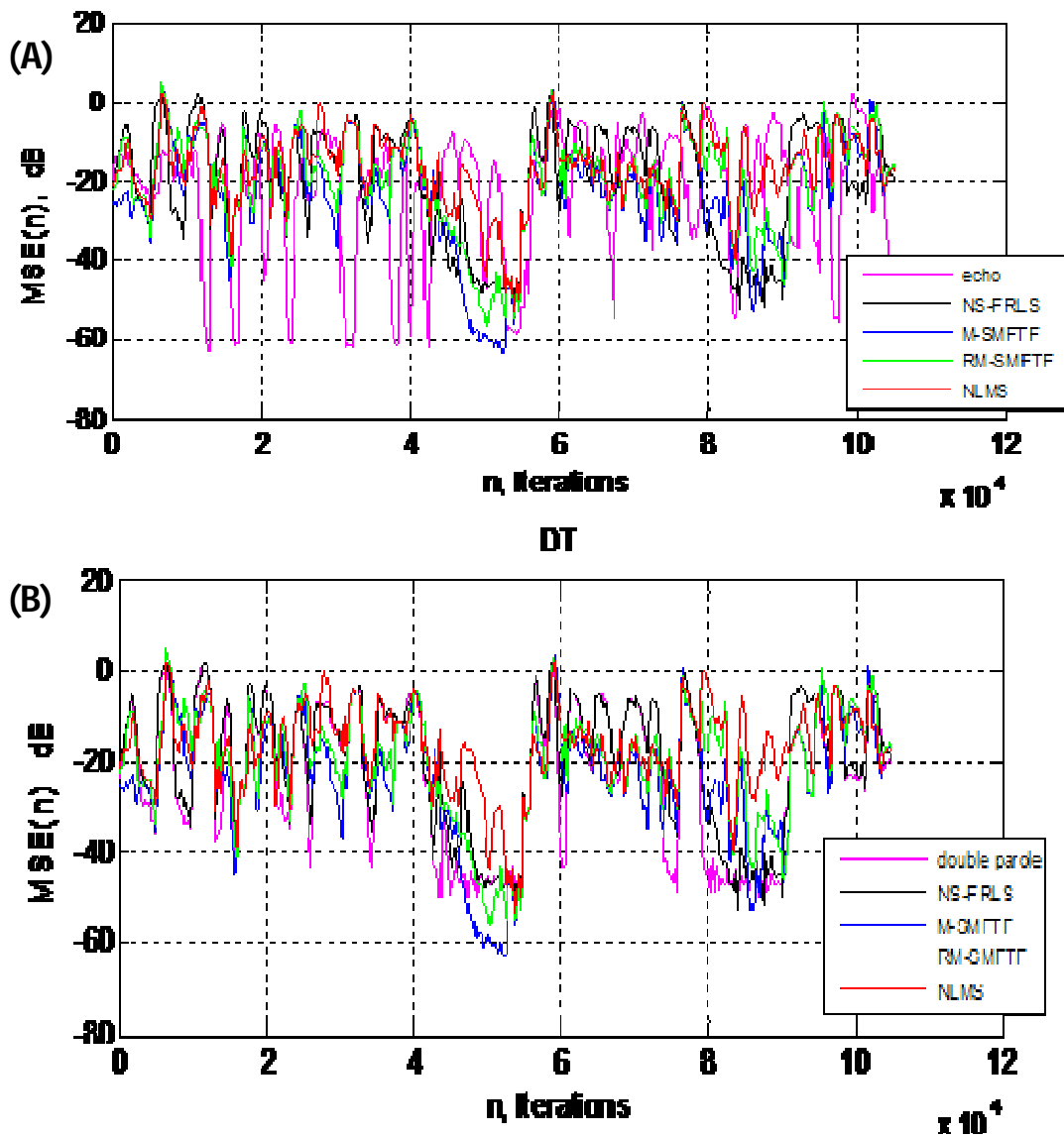


Figure 3.24. Comparaison entre les algorithmes pour un canal non stationnaire (Habitable de voiture 256 Points) ; Signal d'entrée non stationnaire ; avec un bruit additif sur la sortie ($SNR=50dB$) ; et avec double parole ; Taille du filtre $L=256$,
M-SMFTF: $\lambda =0.9961, \eta =0.96, c_a =0.5, E_0=0.5$;
RM-SMFTF: $P=32, \lambda =0.9688, \eta =0.99, c_a =0.1, E_0=0.1$;
NS-FRLS: $\lambda =0.9996, E_0=0.5$; NLMS: $\mu =1$

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, en première partie des multiples et variantes simulations sont faites pour voir l'influence de chacun des paramètres des deux algorithmes étudiés (M-SMFTF et RM-SMFTF) pour choisir les meilleurs paramètres donnant la convergence. Afin de les comparer avec les deux autres algorithmes dans la deuxième partie. Les simulations faites ont confirmés la grande influence des paramètres η , c_a , L , P et E_0 sur le comportement et le rendement de ces deux algorithmes.

Les deux algorithmes convergent mieux lorsque le facteur de fuite η avoisine le 1 et la constante de régulation reste de l'ordre 10^{-1} et que la vitesse de convergence de l'algorithme RM-SMFTF est proportionnelle à la taille P de l'ordre du prédicteur.

En deuxième partie, nous avons testé et comparé les quatre algorithmes (NLMS, NS-FRLS, M-SMFTF et RM-SMFTF) dans des situations multiples (synthétiques et réelles).

Les résultats des simulations dans un contexte stationnaire et non stationnaire (signaux et canaux acoustique), dans un environnement bruité et dans le cas de présence de la double parole ont montrés la supériorité des algorithmes NS-FRLS, M-SMFTF et RM-SMFTF en termes de vitesse de convergence et capacité de suivi par rapport au NLMS. Par contre la complexité de calcul fait de l'algorithme RM-SMFTF un bon compromis pour les applications d'annulation d'écho acoustique a cause de son complexité ($2L+4P$, $P \ll L$) qui est proche du NLMS et son vitesse de reconvergence supérieur au M-SMFTF et NS-FRLS.

Conclusion générale

La présence d'un écho acoustique altère significativement la qualité d'une communication avec des terminaux mains-libres et rend indispensable l'application d'un traitement adéquat. Le travail que nous avons présenté dans ce mémoire concerne l'étude et la comparaison des performances des algorithmes rapides de filtrage adaptatif pour l'identification des filtres à réponses impulsionnelles acoustiques finies. Ces filtres apparaissent dans des applications d'annulation d'écho acoustique pour certains nouveaux terminaux des télécommunications, comme la téléconférence et le téléphone "mains libres".

Dans le premier chapitre, nous avons traité le problème posé par la présence du phénomène d'écho acoustique induit par les systèmes de la prise et de la restitution du son dans les terminaux mains libres. Nous avons montrés ainsi la nécessité d'un traitement spécifique, qui doit être mis en œuvre afin de préserver la qualité de communication et qui consiste en l'annulation d'écho acoustique par filtrage adaptative.

Dans la suite, nous avons étudiés la théorie des algorithmes adaptatifs classiques fréquemment appliqués : L'une fondée sur la méthode du gradient stochastique (Least Mean Squares : LMS et NLMS). L'autre fondée sur la méthode des moindres carrés récursifs (Récursives Least Squares : RLS), quelle est beaucoup plus performante que la première mais avec une complexité proportionnel à L^2 . Ainsi qu'une nouvelle version numériquement stable de l'algorithme FRLS (NS-FRLS) et deux autres algorithmes de types FTF (M-SMFTF et RM-SMFTF).

Le NLMS se caractérise par une amélioration significative sur le taux de convergence par rapport au LMS, sa simplicité de calcul et indépendance de l'énergie du signal d'entrée par normalisation du facteur μ .

Le but d'algorithme FRLS est de propager un vecteur gain de complexité proportionnel à L , avec une qualité d'adaptation égal au RLS. Sa stabilité est maintenue en introduisant quelques équations en plus pour limiter la variance des erreurs dans le calcul d'erreur de prédiction retour.

L'Algorithme modifié et simplifié (M-SMFTF) est une version dérivée du FTF sa complexité est réduite à $6L$ par l'élimination des variables de prédiction retour (source d'instabilité), l'ajout d'une petite constante régularisation c_a afin que le gain d'adaptation ne diverge pas (quand $\alpha_{L,n} \rightarrow 0$) et un facteur de fuite ($\eta \rightarrow 1$) pour remettre à zéro le prédicteur avant $\mathbf{a}_{L,n}$.

Cet algorithme de condition de stabilisation sur le facteur d'oubli λ inférieure à celle du NS-FRLS, permet un plus grand choix et en conséquence une vitesse de convergence plus grande par rapport à l'autre.

Dans cette étude nous avons réalisé deux types de simulation : la première simulation est réalisée dans un contexte stationnaire (signal d'entrée et canal acoustique sont stationnaire) et la deuxième simulation a été réalisée dans un contexte non stationnaire (la parole et canal acoustique non stationnaire).

On a aussi montré, à travers ces résultats des simulations que les meilleures performances en vitesse de convergence sont obtenus pour les deux algorithmes M-SMFTF et RM-SMFTF et suivent mieux les variations du système que les deux algorithmes NS-FRLS et NLMS. Par contre, la faible complexité de calcul fait de l'algorithme RM-SMFTF le meilleur compromis par rapport aux autres algorithmes dans le cas stationnaire et non stationnaire.

A.1 La matrice d'autocorrélation

La matrice d'autocorrélation est définie comme $\mathbf{R}_{L,n} = E\{\mathbf{x}_{L,n}\mathbf{x}_{L,n}^H\}$, ses caractéristiques jouent un rôle clé dans la compréhension des propriétés de la plupart des algorithmes du filtrage adaptatif.

Pour un vecteur d'entrée donné, la matrice d'autocorrélation est donnée par

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{L,n} &= \begin{bmatrix} E\{x_{1,n}^2\} & E\{x_{1,n}x_{2,n}^*\} \cdots & E\{x_{1,n}x_{L,n}^*\} \\ E\{x_{2,n}x_{1,n}^*\} & E\{x_{2,n}^2\} \cdots & E\{x_{2,n}x_{L,n}^*\} \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ E\{x_{L,n}x_{1,n}^*\} & E\{x_{L,n}x_{2,n}^*\} \cdots & E\{x_{L,n}^2\} \end{bmatrix} \\ &= E\{\mathbf{x}_{L,n}\mathbf{x}_{L,n}^H\} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

- **La matrice $\mathbf{R}_{L,n}$ est définie positive :**

Soit un vecteur de coefficients $\mathbf{w}_{L,n}$ complexe quelconque :

$$y_n = \mathbf{w}_{L,n}^H \mathbf{x}_{L,n} \quad (\text{A.2})$$

La moyenne quadratique de la valeur de y_n est donnée par :

$$E\{|y_n|^2\} = \mathbf{w}_{L,n}^H \mathbf{R}_{L,n} \mathbf{w}_{L,n} \geq 0 \quad (\text{A.3})$$

Par conséquent, la matrice $\mathbf{R}_{L,n}$ est définie positive.

- **La matrice $\mathbf{R}_{L,n}$ est hermitienne ($\mathbf{R}_{L,n} = \mathbf{R}_{L,n}^H$):**

$$\mathbf{R}_{L,n}^H = E\{[\mathbf{x}_{L,n}\mathbf{x}_{L,n}^H]^H\} = E\{\mathbf{x}_{L,n}\mathbf{x}_{L,n}^H\} = \mathbf{R}_{L,n} \quad (\text{A.4})$$

- **propriétés des valeurs propres de $\mathbf{R}_{L,n}$:**

Supposons que $\mathbf{R}_{L,n}$ de vecteurs propres linéairement indépendants \mathbf{q}_i , puis si nous formons une matrice $\mathbf{Q}_{L,n}$ avec des colonnes constitué par les \mathbf{q}_i :

$$\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{R}_{L,n}\mathbf{Q} = \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \vdots \\ \vdots & \vdots \dots & 0 \\ 0 & 0 \dots & \lambda_L \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

- **Les valeurs propres λ_i sont réelles et positives:**

Supposons que λ_i est une valeur propre de $\mathbf{R}_{L,n}$ correspondant au vecteur propre \mathbf{q}_i ,

$$\mathbf{R}_{L,n}\mathbf{q}_i = \lambda_i\mathbf{q}_i \quad (\text{A.6})$$

En multipliant à gauche cette équation par \mathbf{q}_i^H , il s'ensuit que

$$\mathbf{q}_i^H\mathbf{R}_{L,n}\mathbf{q}_i = \lambda_i\mathbf{q}_i^H\mathbf{q}_i = \lambda_i\|\mathbf{q}_i\|^2 \quad (\text{A.7})$$

Depuis $\mathbf{q}_i^2 \neq 0$, et $\mathbf{R}_{L,n}$ est définie positive, λ_i est réelles et positive.

- **La somme des valeurs propres de $\mathbf{R}_{L,n}$ est égal à la trace de $\mathbf{R}_{L,n}$**

On a :

$$\begin{aligned} \text{tr}[\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{R}_{L,n}\mathbf{Q}] &= \text{tr}[\mathbf{\Lambda}] \\ \text{tr}[\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{R}_{L,n}\mathbf{Q}] &= \text{tr}[\mathbf{R}_{L,n}\mathbf{Q}\mathbf{Q}^{-1}] = \text{tr}[\mathbf{R}_{L,n}] = \sum_{i=1}^L \lambda_i \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

- **Le produit des valeurs propres de $\mathbf{R}_{L,n}$ est égal au déterminant de $\mathbf{R}_{L,n}$.**

$$\begin{aligned} \det[\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{R}_{L,n}\mathbf{Q}] &= \det[\mathbf{R}_{L,n}]\det[\mathbf{Q}]\det[\mathbf{Q}^{-1}] \\ &= \det[\mathbf{\Lambda}] = \prod_{i=1}^L \lambda_i \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

A.2 Condition de convergence du LMS :

Soit un filtre FIR inconnu avec un vecteur de coefficient donné par $\mathbf{w}_{L,opt}$ est identifié par un filtre adaptatif FIR du même ordre, en employant l'algorithme LMS. L'erreur dans les coefficients du filtre adaptatif est :

$$\Delta\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,n} - \mathbf{w}_{L,opt} \quad (\text{A.10})$$

L'écart à l'instant $n+1$ est donné par :

$$\Delta\mathbf{w}_{L,n+1} = \Delta\mathbf{w}_{L,n} + 2\mu\varepsilon_{L,n}\mathbf{x}_{L,n} \quad (\text{A.11})$$

Tel que : $\varepsilon_{L,n} = \mathbf{x}_{L,n}^T\mathbf{w}_{L,opt} - \mathbf{x}_{L,n}^T\mathbf{w}_{L,n}$

Après quelque résolutions et on prenant le $E\{\cdot\}$ du résultat :

$$E\{\Delta\mathbf{w}_{L,n+1}\} = E\{(\mathbf{I} - 2\mu\mathbf{x}_{L,n}\mathbf{x}_{L,n}^T)\Delta\mathbf{w}_{L,n}\} + 2\mu E\{\varepsilon_{L,n}\mathbf{x}_{L,n}\} \quad (\text{A.12})$$

Si l'on suppose que les éléments de $\mathbf{x}_{L,n}$ sont statistiquement indépendantes des éléments de $\Delta\mathbf{w}_{L,n}$ et $\varepsilon_{L,n}$, l'équation (A.12) peut être simplifié comme suit:

$$E\{\Delta\mathbf{w}_{L,n+1}\} = (\mathbf{I} - 2\mu\mathbf{R}_{L,n})E\{\Delta\mathbf{w}_{L,n}\} \quad (\text{A.13})$$

$$E\{\Delta\mathbf{w}_{L,n+1}\} = (\mathbf{I} - 2\mu\mathbf{R}_{L,n})^{n+1}E\{\Delta\mathbf{w}_{L,0}\} \quad (\text{A.14})$$

L'Équation (A.14) est pré-multipliée par \mathbf{Q}^T , où \mathbf{Q} est la matrice unitaire.

$$\begin{aligned}
E\{\Delta\mathbf{w}_{L,n+1}\} &= (\mathbf{I} - 2\mu\Lambda)^{n+1}E\{\Delta\mathbf{w}_{L,0}\} \\
&= \begin{bmatrix} (1 - 2\mu\lambda_1)^{n+1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & (1 - 2\mu\lambda_L)^{n+1} \end{bmatrix} E\{\Delta\mathbf{w}_{L,0}\} \quad (\text{A.15})
\end{aligned}$$

$E\{\Delta\mathbf{w}_{L,n+1}\} \rightarrow 0$ Lorsque $-1 < (1 - 2\mu\lambda_{max}) < 1$ où λ_{max} est la plus grande valeur propre de $\mathbf{R}_{L,n}$. Donc pour la convergence, le facteur μ doit être dans la gamme :

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{max}} \quad (\text{A.16})$$

A.3 Condition de convergence du RLS :

A.3.1 Convergence en moyenne :

L'analyse repose sur l'hypothèse d'indépendance du vecteur de signal d'entrée actuel avec le vecteur des coefficients actuel du filtre adaptatif. Nous définissons le vecteur d'écart au moment de n comme suit:

$$\Delta\mathbf{w}_{L,n} = \mathbf{w}_{L,opt} - \mathbf{w}_{L,n} \quad (\text{A.17})$$

L'erreur a priori de sortie $\bar{\varepsilon}_n$ se réécrit:

$$\bar{\varepsilon}_{L,n} = v_n + \mathbf{x}_{L,n}^T \Delta\mathbf{w}_{L,n-1} \quad (\text{A.18})$$

La récursion en (A.17) sur le vecteur d'erreur de coefficient est:

$$\Delta\mathbf{w}_{L,n} = [\mathbf{I}_L - \mathbf{g}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}^T] \Delta\mathbf{w}_{L,n-1} - \mathbf{g}_{L,n} v_n \quad (\text{A.19})$$

En prenant la valeur attendue des deux côtés de (A.19) et en utilisant l'hypothèse d'indépendance pour donner :

$$\begin{aligned}
E[\Delta\mathbf{w}_{L,n}] &= E\{[\mathbf{I}_L - \mathbf{R}_{L,n}^{-1} \mathbf{x}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}^T] \Delta\mathbf{w}_{L,n-1}\} - E\{\mathbf{R}_{L,n}^{-1} \mathbf{x}_{L,n} v_n\} \\
&= \lambda E[\Delta\mathbf{w}_{L,n-1}] \quad (\text{A.20})
\end{aligned}$$

L'état d'équilibre de la solution (A.20) est: si $\lambda < 1 \Rightarrow E\{\Delta\mathbf{w}_{L,\infty}\} = \mathbf{0}_L$ À partir de laquelle on obtient le vecteur d'état stationnaire moyen des coefficients du filtre adaptatif RLS comme suit: $E\{\mathbf{w}_{L,\infty}\} = \mathbf{w}_{L,opt}$

A.3.2 Convergence en moyenne quadratique :

Nous définissons le désalignement normalisé en dB comme suit:

$$NM(n) = 10 \log_{10} \left(\frac{E\{\|\Delta\mathbf{w}_{L,n}\|^2\}}{\|\mathbf{w}_{L,opt}\|^2} \right) \quad (\text{A.21})$$

Qui mesure l'écart entre la réponse impulsionnelle de filtre absolu et la modélisation.

Pour cela, nous avons besoin de déterminer les expressions suivantes:

$$\begin{aligned}
E\{\Delta \mathbf{w}_{L,n} \Delta \mathbf{w}_{L,n}^T\} &= E\{\Delta \mathbf{w}_{L,n-1} \Delta \mathbf{w}_{L,n-1}^T\} - E\{\Delta \mathbf{w}_{L,n-1} \Delta \mathbf{w}_{L,n-1}^T\} E\{\mathbf{g}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}^T\} \\
&\quad - E\{\mathbf{g}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}^T\} E\{\Delta \mathbf{w}_{L,n-1} \Delta \mathbf{w}_{L,n-1}^T\} + E\{\mathbf{g}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}^T \Delta \mathbf{w}_{L,n-1} \Delta \mathbf{w}_{L,n-1}^T \mathbf{g}_{L,n} \mathbf{x}_{L,n}^T\} \\
&\quad + E\{\mathbf{g}_{L,n} \mathbf{g}_{L,n}^T\} E\{v_n^2\}
\end{aligned} \tag{A.22}$$

Ou

$$E\{\mathbf{g}_{L,n} \mathbf{g}_{L,n}^T\} = (1 - \lambda)^2 \mathbf{R}_{L,n}^{-1} \tag{A.23}$$

Donc,

$$E\{\Delta \mathbf{w}_{L,n} \Delta \mathbf{w}_{L,n}^T\} = \lambda^2 E\{\Delta \mathbf{w}_{L,n-1} \Delta \mathbf{w}_{L,n-1}^T\} + (1 - \lambda)^2 \frac{\sigma_v^2}{\sigma_x^2} \mathbf{I}_L \tag{A.24}$$

En prenant la trace des deux côtés de (A.24), nous trouvons:

$$\text{tr}[E\{\Delta \mathbf{w}_{L,n} \Delta \mathbf{w}_{L,n}^T\}] = \lambda^2 \text{tr}[E\{\Delta \mathbf{w}_{L,n-1} \Delta \mathbf{w}_{L,n-1}^T\}] + (1 - \lambda)^2 \frac{\sigma_v^2}{\sigma_x^2} \mathbf{I}_L \tag{A.25}$$

Enfin, nous pouvons écrire le vecteur moyen de l'erreur quadratique normé des coefficients comme suit:

$$E\{\|\Delta \mathbf{w}_{L,n}\|^2\} = \lambda^2 E\{\|\Delta \mathbf{w}_{L,n-1}\|^2\} + (1 - \lambda)^2 \frac{\sigma_v^2}{\sigma_x^2} \mathbf{I}_L \tag{A.26}$$

La stabilité de la récursion (A.26) est garantie que si $\lambda < 1$.

Bibliographie

- [1] A. Gilloire, E. Moulines, D. Slock, and P. Duhamel, 'Digital Signal processing in telecommunication', Springer, Berlin, 1996.
- [2] Eberhard Hansler, Gerhard Schmidt, 'Topics in Acoustic Echo and Noise control', Springer, 2006.
- [3] Maurice. Bellanger 'traitement numérique du signal', 8^e édition, Dunod, 2006.
- [4] H. ALAEDDINE 'Application de la transformée en nombres entiers à la conception d'algorithmes de faible complexité pour l'annulation d'échos acoustiques', thèse de Doctorat, université de Bretagne occidentale, 12 Juillet 2007.
- [5] Won Y. Yang, Tae G. Chang, Ik H. Song, 'Signals and Systems with MATLAB', Springer, 2009.
- [6] Oliver C. Ibe, 'Fundamentals of Applied Probability and Random Processes', Elsevier, 2005.
- [7] B. P. Lathi, 'Signal Processing and Linear Systems', Berkeley-Cambridge, 1998.
- [8] H.DAASSI-GNABA, 'Annulation d'écho acoustique centralisée dans les réseaux radio-mobiles', thèse de Doctorat, Université René Descartes-Paris, 19 septembre 2006.
- [9] M. Arezki, A. Benallal, P. Meyrueis, A. Guessoum and D. Berkani, 'Error Propagation Analysis of Fast Recursive Least Squares Algorithms', Proc. 9th IASTED International Conference on Signal and Image Processing, Honolulu, Hawaii, USA, 20-22, pp.97-101, August 2007.
- [10] Dimetris G Manolakis, Vinay K.Ingle, Stephen M.Kogon, 'Statiscal and Adaptive signal processing', Antech House, 2005.
- [11] Paulo S.R.Diniz, 'Adaptive filtering and pratical implementation', springer, 3e edition, 2008.

[12] M. Arezki, A. Benallal, P. Meyrueis and D. Berkani, 'A New Algorithm with Low Complexity for Adaptive Filtering', IAENG Journal, Engineering Letters, vol.18, Issue 3, pp.205-211, August 2010.