

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne démocratique et populaire

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

جامعة سعد دحلب البليدة
Université SAAD DAHLAB de BLIDA

كلية التكنولوجيا
Faculté de Technologie

قسم الإلكترونيك
Département d'Électronique



Mémoire de Projet de Fin d'Études

présenté par

Hasnaoui Saida

&

Nouas Wissam

pour l'obtention du diplôme master en Electronique option

Réseaux & Télécommunications

Thème

Allocation efficace des bits pour un système multi-porteuses OFDM

Proposé par : AIT SAADI Hocine

Année Universitaire 2012-2013

Remerciements

Louange a dieu le tout puissant qui nous a aidé et guidé pour accomplir ce modeste travail. En ces moments mémorables ou notre travail tire à sa fin nous tenons à remercier tous ceux qui de près ou de loin ont contribué à la réalisation de ce projet de fin d'études.

On tient à exprimer notre immense reconnaissance à notre promoteur Monsieur Ait Saadi Hocine pour avoir accepté de nous encadrer et nous prodiguer ses conseils pertinents et ses critiques constructives et nous tenons à saluer en lui sa patience intarissable sans laquelle notre travail n'aurait jamais vu le jour.

Un grand merci aussi à tous les membres du jury qui nous ont fait l'honneur d'accepter d'évaluer et de juger notre travail.

Sans oublier à cette occasion de remercier toutes nos amies B.Nabila, A.Lilia, H.Fethia, C.Samia, Z.Chahra, L.Meriem, H.Ghania, S.Akila, N.Meriem et H.Assia, notre délégué K.Bari, et nos collègues F.Islam, C.Samir, B.Othman, S.Mark.

Et aussi un grand merci à tous les enseignants du laboratoire DIC (Détection Information Communication) Mr Bensebti, Mr Habib, Mr Djendi et Mr Bencherchali qui nous ont été d'un grand secours à tout moment durant notre travail en répondant à toutes nos interrogations.

Et à tous les enseignants qui ont déployé tous leurs efforts pour notre formation.

Sans oublier en fin de rendre un grand hommage à nos parents et frère(s) et sœur(s) qui nous ont encouragé et aidé par tous leurs moyens pour que l'on puisse terminer notre projet.

Dédicace

Je dédie ce travail

A mes parents qui ont été et sont toujours la lumière qui illumine l'ombre de ma vie. En veillant sur mon éducation et mon instruction en me comblant de leur amour et leur générosité.

A ma sœur Ahlam et mon petit frère Khaled.

A mes deux grand-mères Fadella et Nadja, mes tantes Lila, Thoria, Rabea, Khalou Djamila.

A mes oncles Mounir, Yacine, Mohamed et son épouse récemment mariés a qui je souhaite une longue vie pleine de bonheur.

A mes cousins Walid et Abderezak, mes cousines Nawel et Asma.

A ma très chère M. Amira.

A mes proches amies H. Saïda et K. Amina, sans oublier celles du département de Génie Civile Selma, Amina, Meriem, Khadidja et Nabila.

A Mr Y. Hocine qui ma énormément aidé durant toute l'année de mes fin d'études.

A toute la promotion 2013.

A tous ceux que j'aime et ceux qui m'aiment.

Nouas Wissam

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à celle qui m'a donné la vie, le symbole de tendresse, qui s'est sacrifié pour mon bonheur et ma réussite, ma mère ...

A mon père, école de mon enfance, qui a été mon ombre durant toutes les années de mes études, et qui a veillé tout au long de ma vie à m'encourager, Que dieu les gardes et les protège.

A mes adorables sœurs AICHA, DJAMILA, HASSIBA et leurs maris, et à AKILA et BAHIA.

A mes chers frères YUCEF et son épouse je leur souhaite du bonheur, YOUNES et sa fiancée, et à LOUNES et HAMZA

A toutes mes nièces et mes neveux MOUAD, DOUAA, MAYS, NOUFAL, ABDELMALAK et le petit ange WISSAL

A mes chères cousines KARIMA et IMEN

A mes deux amies favorites AMINA et WISSAM sans oublier SELMA, AMINA, MERIEM, KHADIDJA et NABILA du pavillon Génie Civile

A tous ceux qui m'aiment

A tous ceux que j'aime.

Je dédie ce travail

Hasnaoui Saïda

ملخص:

يركز هذا المشروع على التوزيع المثالي و العملي ل bit من اجل نظام تعدد النواقل OFDM عن طريق تقنية اكثر فعالية و اقل تعقيدا من التقنيات الموجودة المعروفة باسم EBF لتحسين القدرة مع ضوابط محددة و نهتم ايضا بـقناة Rayleigh التي تمتاز بانتقاء التوترات باستعمال تقنية water-filling لربح الطيف الكلي و بلوغ القيمة الحدية العظمى لقدرة القناة نظريا

كلمات الدلالات: قدرة القناة Rayleigh, OFDM, Water Filling, EBF

Résumé :

Ce projet s'intéresse à l'allocation optimale et pratique des bits pour un système multiporteuse OFDM par une technique plus efficace et moins complexe que les autres algorithmes optimaux existants, cette méthode est connue sous le nom EBF permet d'optimiser la capacité sous plusieurs contraintes pratiques. On s'intéresse aussi au canal de Rayleigh sélectif en fréquence en utilisant la technique « Water Filling » pour bénéficier de la totalité du spectre et maximiser la capacité du canal théoriquement.

Mots clés : Capacité du canal ; Rayleigh ; OFDM ; Water Filling ; EBF.

Abstract :

This project is interested on the optimal and practical bits loading for OFDM multicarrier system using most effective and less complex technical than the existing optimal algorithms. This method is known as the efficient bit filling (EBF) to optimize the capacity under some practical constrains. We also look at the frequency selective channel using the Water Filling algorithm " to benefit from the totally of the spectrum and to maximize the theoretical channel capacity.

Keywords : Channel capacity; Rayleigh; OFDM; Water Filling; EBF.

Listes des acronymes et abréviations

ADSL	Asymmetric Digital subscriber line.
AWGN	Adaptative Modulation and Coding.
BBAG	bruit blanc additif gaussien.
BER	Bit Error Rate.
BPSK	Binary phase shift keying.
DAB	Digital Audio Broadcasting.
DVB	Digital Video Broadcasting – Terrestrial
TFD	transformé de fourier discrète.
FFT	Fast Fourier Transform.
IEEE	Institute Of Electrical And Electronics Engineers.
IEP	Interférence entre porteuse (ICI intercarrier interference).
IES	Interférence entre symboles (ISI <i>intersymbol interference</i>)
IFFT	inverse fast fourier transform (TFR inverse).
IG	intervalle de garde.
MAQ	Modulation d'amplitude en quadrature.
MDA	Modulations a déplacement d'amplitude.
MDF	Modulation a déplacement de fréquence.
MDP	Modulation à déplacement de phase.
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing.
PAM	pulse amplitude modulation.

PAPR	Peak-to-Average Power Ratio.
SNR	signal noise ratio.
TEB	Taux d'erreur binaire.
WIFI	Wireless Fidelity.
WIMAX	Worldwide Interoperability for Microwave Access.
WLAN	Wireless Local Area Network.

Notions mathématiques

B	Largeur de bande du canal (Hz).
R	la rapidité de modulation.
D	le débit binaire.
η	L'efficacité spectrale.
E_b	L'énergie moyenne par bit d'information.
N_0	la densité spectrale de la puissance de bruit.
B_c	Bande de cohérence.
T_c	Temps de cohérence.
δ^2	Densité spectrale de puissance bilatérale (variance).
$y(t)$	Signal reçu.
$x(t)$	Signal émis.
$b(t)$	Bruit blanc gaussien.
f_d	Le décalage doppler.
v	la vitesse de déplacement du récepteur.
λ	La longueur d'onde.
φ	Angle d'incidence.
T_s	Période symbole.
P_e	Probabilité d'erreur.
$h(t)$	filtre de mise en forme.
N	nombre de sous-bandes (sous canaux).

Δf	largeur de bande.
T_s	le temps d'échantillonnage.
τ_{max}	l'étalement maximal du canal .
T_g	temps de garde.
f	la fréquence.
$N_0(f)$	Densité spectrale du bruit.
K	$K^{\text{ième}}$ porteuse.
m	$m^{\text{ième}}$ symbole.
$H_k(t)$	fonction de transfert du canal.
X	Entrée d'un canal.
Y	Sortie d'un canal.
SNR	Rapport de puissance signal sur puissance bruit.
C	Capacité du canal(bit/s).
C_{BBAG}	Capacité d'un canal à bruit blanc additif gaussien.
$I(x, y)$	information mutuelle de x et y.
$H(x)$	Entropie de x.
$P_x(x)$	Densité de probabilité de x.
$X(f)$	la densité spectrale
\bar{P}	la puissance totale transmise
P_k	La puissance allouée à chaque sous-bande.
P_e	probabilité d'erreur symbole pour chaque sous-canal.

$H(k)$	Gain fréquentiel du canal à la sous-bande.
$\sigma_n^2(k)$	La variance du bruit affectant chaque sous-canal.
λ	Le seuil qui permet de choisir les sous-canaux.
g_k	le rapport signal sur bruit du $k^{\text{ième}}$ sous-canal.
λ	Le seuil qui permet de choisir les sous-canaux.
Γ	le SNR gap.
$Q(x)$	La fonction de Marcum..
γ_m	la marge de performance du système.
b_{max}	le nombre maximum de bits.
b_i	Le nombre de bits a la $i^{\text{ème}}$ sous porteuse.
P_i	la puissance de transmission de $i^{\text{ème}}$ sous porteuse.
ρ_i	le rapport gain – bruit
\overline{b}_i	nombre entier maximal des bits disponible pour $i^{\text{ème}}$ sous porteuse.
B_{cible}	nombre de bits par symbole OFDM.
$P_i^+(b_i)$	la puissance supplémentaire en ajoutant un bit de plus.

Table des matières

Introduction générale.....	1
Chapitre 1 Transmission numérique	4
1.1 Introduction.....	4
1.2 Définitions et appellations	4
1.3 la chaine de transmission numérique	6
1.3.1 La source	7
1.3.2 Le codage source.....	7
1.3.3 Le codage canal	7
1.3.4 Le modulateur	8
1.3.5 le canal de transmission.....	8
a Canal a bruit additif blanc gaussien	9
b Canal à évanouissements	10
c Canal sélectif en fréquence	11
d Distribution de Rayleigh.....	11
1.3.6 Démodulation	12
1.3.7 Décodage de canal	12
1.3.8 Décodage de source.....	12
1.4 Modulations numériques classique	12
1.4.1 Modulations numériques ASK, PSK, FSK	13
a Modulation a déplacement d'amplitude(ASK)	13
b Modulation à déplacement de phase (PSK)	14
c Modulation a déplacement de fréquence (FSK).....	15
1.4.2 Modulation d'amplitude en quadrature (QAM)	15
1.5 Les codes	18
1.5.1 Le codage en bloc.....	18
1.5.2 Le codage convolutif	18
a Définition	18
b Représentation en treillis.....	19
1.6 Conclusion	20
Chapitre 2 Système de transmission OFDM	21

2.1	Introduction.....	21
2.2	Problème du trajet-multiple.....	22
2.2.1	La réflexion du signal.....	22
2.2.2	La diffusion.....	22
2.2.3	La diffraction.....	22
2.3	Principe de l’OFDM.....	23
2.4	Notion d’orthogonalité.....	24
2.5	Problème d’interférences.....	25
2.5.1	Interférence entre symboles(IES).....	25
2.5.2	Interférence entre porteuse(IEP).....	25
2.6	Intervalle de garde.....	26
2.6.1	Insertion du préfixe cyclique (PC).....	26
2.7	La chaine de transmission OFDM.....	27
2.7.1	Principe de la modulation OFDM.....	28
2.7.2	Principe de la Démodulation.....	30
2.8	Avantages et Inconvénients du système OFDM.....	31
2.8.1	Les avantages.....	31
2.8.2	Les inconvénients.....	31
2.9	Conclusion.....	32
Chapitre 3	Etude de la capacité du canal.....	33
3.1	Introduction.....	33
3.2	Capacité théorique.....	34
3.2.1	Entropie et information mutuelle.....	34
3.3	Capacité d’un canal gaussien.....	35
3.4	Capacité d’un canal sélectif en fréquence.....	36
3.4.1	L’algorithme d’optimisation « Water- Filling ».....	39
3.4.2	Calcul pratique de la puissance et des bits à allouer.....	41
3.4.3	Algorithme EBF pour une allocation efficace des bits.....	43
3.5	Conclusion.....	46
Chapitre 4	Simulations et résultats.....	47
4.1	Introduction.....	47

4.2	La technique « Water Filling »	50
4.2.1	Les résultats sous le canal Rayleigh sélectif en fréquence	50
a	le canal de transmission	50
b	comparaison entre les différentes capacités en fonction du SNR	51
4.2.2	Calcul pratique de la puissance et des bits à allouer	53
a	le SNR Gap.....	53
b	Approximation du SNR Gap pour une probabilité d'erreur donnée	55
c	Algorithme EBF	56
4.3	Conclusion	62
	Conclusion générale	63
	Annexe A.....	65
	Bibliographie.....	68

Liste des figures

<i>Figure 1. 1</i> Principe d'une chaîne de transmission numérique	6
<i>Figure 1. 2</i> Source de message	7
<i>Figure 1. 3</i> Constellations pour modulations MAQ-E	17
<i>Figure 1. 4</i> Le graphe du BER vs E_b/N_0 pour différentes modulations et constellations	17
<i>Figure 2. 1</i> Trajet multiple dans un canal radio	23
<i>Figure 2. 2</i> Réponse du canal et les sous-bandes en multi-porteuses	24
<i>Figure 2. 3</i> Spectre OFDM	25
<i>Figure 2. 4</i> Insertion d'intervalle de garde.	26
<i>Figure 2. 5</i> Préfixe cyclique	27
<i>Figure 2. 6</i> Schéma global du modulateur/démodulateur OFDM.....	28
<i>Figure 2. 7</i> Principe de modulateur OFDM	29
<i>Figure 2. 8</i> Principe de Démodulateur OFDM.....	30
<i>Figure 2. 9</i> Principe de la Démodulation OFDM.	30
<i>Figure 3. 1</i> Modèle d'un canal de transmission.....	35
<i>Figure 3. 3</i> La DSP du vrai canal et son approximation en sous canaux.....	37
<i>Figure 3. 2</i> Transmission sur les canaux à bruit blanc additif gaussien parallèles et indépendant.....	37
<i>Figure 3. 4</i> L'allocation optimale de la puissance avec l'algorithme « Water Filling »...	40
<i>Figure 4. 1</i> Schéma d'organigramme du programme principal	49
<i>Figure 4. 2</i> Variation du canal en dB pour 3 trajets	50
<i>Figure 4. 3</i> Variation du canal en dB pour 10 trajets avec un retard plus grand pour le 10^{eme}	51
<i>Figure 4. 4</i> Capacité uniforme et optimale en fonction du SNR.....	52
<i>Figure 4. 5</i> Le rapport de capacité uniforme et optimale pour des différents trajets ...	53

<i>Figure 4. 6</i> Capacité en fonction du rapport signal sur bruit pour différentes valeurs de Γ .	54
<i>Figure 4. 7</i> La probabilité d'erreur symbole pour une modulation 4QAM et 16QAM...	55
<i>Figure 4. 8</i> l'allocation des bits sur les sous canaux par l'algorithme EBF($c=42, d=4$) ...	57
<i>Figure 4. 9</i> l'allocation des bits sur les sous canaux par l'algorithme EBF pour $N = 512, b_{max} = 8, (c = 32, d = 0)$	58
<i>Figure 4. 10</i> les variations du canal et le nombre de bits alloué pour $N = 256, b_{max} = 8 (c = 32, d = 0)$	59
<i>Figure 4. 11</i> les variations du canal et le nombre de bits alloué pour $N = 256, b_{max} = 4, (c = 64, d = 0)$	60

Liste des tableaux

<i>Tableau 4. 1</i> le SNR GAPΓ .vs. BER.	55
<i>Tableau 4. 2</i> paramètres utilisés dans nos simulations.....	56
<i>Tableau 4. 3</i> : les différentes opérations des différents algorithmes	61

Introduction générale

La technologie numérique complète la gamme d'applications proposée par les transmissions analogiques, Plus simples et plus robustes que les supports analogiques, les médias de communication numériques autorisent déjà de nombreux services, comme la télévision et la radio numérique, les réseaux locaux sans fil, l'internet à haut débit et bien sûr la téléphonie mobile. Au niveau technologique le domaine des télécommunications a connu une évolution rapide pendant les années 90, par exemple le développement des systèmes informatiques grand public, en particulier, les réseaux de transmission ont vu leur capacité s'accroître, notamment concernant le débit supporté. Mais la demande est toujours plus importante, et suit l'évolution des contenus transportés.

Un des problèmes majeurs en télécommunications est d'adapter l'information à transmettre au canal de propagation. Pour des canaux sélectifs en fréquence, la technique est l'utilisation de modulations multi-porteuses dont l'idée est de répartir l'information sur un grand nombre de sous porteuses, créant ainsi des sous-canaux très étroits pour lesquels la réponse fréquentielle du canal peut être considérée comme constante. Cette technique connue sous le nom d'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing), apparue à la fin des années 60 a pu être exploitée avant les années 90.

Une fois l'information sur le canal connue, la capacité maximale est obtenue par l'adaptation de la puissance et du débit aux évolutions du canal. Cette allocation optimale de la puissance est obtenue en utilisant l'algorithme dénommé « **Water – filling** ». Cette capacité reste néanmoins théorique impossible à atteindre pratiquement. Ceci est dû au fait qu'on ne tient pas compte de certaines contraintes comme la taille des constellation réalisables en pratique, le bit error rate qu'on

souhaite pouvoir atteindre, la puissance maximum allouable par sous-porteuse. Afin de pouvoir calculer cette capacité pratique, nous nous sommes intéressés à l'algorithme **EBF** qui permet de faire ce genre de calcul. Cet algorithme présente une complexité de calcul très inférieure aux autres algorithmes qu'on trouve en littérature et donne une efficacité spectrale supérieure.

Ce mémoire est organisé comme suit : Le premier chapitre a pour objectif de présenter quelques généralités sur les communications numériques. Il décrit brièvement le fonctionnement d'une chaîne de transmission, les modulations numériques et la modulation QAM. D'un autre côté nous présentons quelques types de canaux de transmission pour caractériser le milieu de transmission. En dernier lieu nous parlons de la distribution de Rayleigh choisie comme modèle pour caractériser l'effet des évanouissements du canal.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude de la technique de multiplexage par division en fréquences orthogonales (OFDM), en présentant l'idée maîtresse de l'OFDM qui est l'occupation spectrale optimale grâce au principe d'orthogonalité entre les sous porteuses puis nous montrons de quelle manière le cœur de la modulation/démodulation *OFDM* peut être facilement implémentable grâce à la transformée de Fourier discrète. Les principales fonctions des systèmes OFDM seront ensuite succinctement décrites et finalement nous présentons les principaux avantages et inconvénients des systèmes OFDM.

Dans le troisième chapitre on étudie la capacité du canal en citant quelques rappels de la théorie de l'information dont la capacité théorique, l'entropie et l'information mutuelle. Ce chapitre s'intéresse aussi à la capacité du canal gaussien et du canal sélectif en fréquence. Puis on a présenté deux algorithmes « **water filling** » qui a pour objectif de maximiser la capacité théorique du canal, et « **EBF** » qui fait un calcul pratique de la capacité.

Le quatrième chapitre est consacré à l'étude de la simulation de la capacité théorique et pratique en utilisant l'algorithme « **water filling** » et « **EBF** ».

Le document se termine par une conclusion générale qui montre le but atteint par ce travail et son application .En résumant toutes les étapes suivies pour arriver à finaliser ce projet.

Chapitre 1 Transmission numérique

1.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'introduire le concept des communications numériques et les généralités qui serviront le fonctionnement d'une chaîne de transmission numérique, de la source d'information binaire au destinataire, par les étapes successives de codage de transmission dans un canal physique et de décodage.

Les systèmes de transmission numérique véhiculent de l'information entre une source et un ou plusieurs destinataires en utilisant un support physique comme le câble, la fibre optique ou encore, la propagation sur un canal radioélectrique. Les signaux transportés peuvent être soit directement d'origine numérique, comme dans les réseaux de données, ou bien d'origine analogique (parole, image...) mais convertis sous une forme numérique.

La tâche d'un système de transmission est d'acheminer l'information de la source vers le destinataire avec le plus de fiabilité possible.

1.2 Définitions et appellations

Un symbole est un élément codé d'un ensemble qu'on appelle alphabet. Si M est la taille de l'alphabet, le symbole est alors dit M-aire. Lorsque $M = 2$, le symbole est dit binaire. En groupant, sous forme d'un bloc n symboles binaires indépendants, on obtient un alphabet de $M = 2^n$ symboles M-aires. Ainsi un symbole M-aire véhicule l'équivalent de $n = \log_2 M$ bits.

La rapidité de modulation R : Elle est nécessaire pour déterminer la bande de la largeur de fréquence à transmettre en ligne. Elle se définit comme étant le nombre de changements d'états par seconde d'un ou de plusieurs paramètres modifiés simultanément. Un changement de phase du signal porteur, une excursion de fréquence ou une variation d'amplitude sont par définition des changements d'états. La "rapidité de modulation" $R = \frac{1}{T}$ s'exprime en "bauds".

Le débit binaire D : il se définit comme étant le nombre de bits transmis par seconde. Il est égal ou supérieur à la rapidité de modulation. Le "débit binaire" $D = 1/T_b$ s'exprime en "bits par seconde", où T_b représente la durée du bit d'information, exprimée en seconde.

Efficacité spectrale: L'efficacité spectrale d'un signal numérique est le nombre de bits par seconde de données qui peuvent être supportés pour chaque hertz de la bande de fréquence utilisée : $\eta = \frac{D}{B}$ et s'exprime en "bit/seconde/Hz".

La valeur D est le "débit binaire" et B est la largeur de la bande occupée par le signal modulé.

Taux d'erreur binaires: Les performances des modulations numériques sont évaluées grâce au taux d'erreur binaire (TEB). Il permet de chiffrer l'influence du bruit (grâce au rapport signal sur bruit ou à l'efficacité de puissance) pour chaque modulation et en fonction du nombre d'états de la modulation. Il se définit de la manière suivante [1]:

$$\text{TEB} = \frac{\text{Nbre_d'éléments_binaire_faux}}{\text{Nbre_d'éléments_binaire_émis}} \quad (1.1)$$

L'efficacité en puissance E_b/N_0 : L'efficacité en puissance se définit par le rapport entre l'énergie moyenne E_b par bit d'information et la densité spectrale d'un bruit blanc $\frac{N_0}{2}$ [1].

Le rapport signal sur bruit (S/N): Il mesure la quantité de bruit contenue dans le signal. Il s'exprime par le rapport des puissances du signal (P_S) et du bruit (P_N). Il est souvent donné en décibels (dB).

$$SNR = \frac{S}{N} (dB) = 10 \log_{10} \frac{\text{Puissance signal}}{\text{puissance bruit}} \quad (1.2)$$

Bande de cohérence (B_c): c'est la quantification de la perturbation de la réponse fréquentielle du canal, elle est définie comme étant la bande de fréquence dans laquelle on peut considérer la réponse fréquentielle du canal constante.

Temps de cohérence (T_c): Il est défini comme le temps ou le canal peut être considéré comme constant.

1.3 la chaîne de transmission numérique

Le schéma de principe d'une chaîne de transmission numérique est représenté sur la figure (1-1). On peut distinguer trois blocs : l'émetteur, le canal de transmission et le récepteur. On retrouve ainsi plusieurs opérations nécessaires dans une transmission numérique à l'émetteur et au récepteur. On cite le codage et le décodage source, le codage et le décodage canal, le modulateur et le démodulateur.

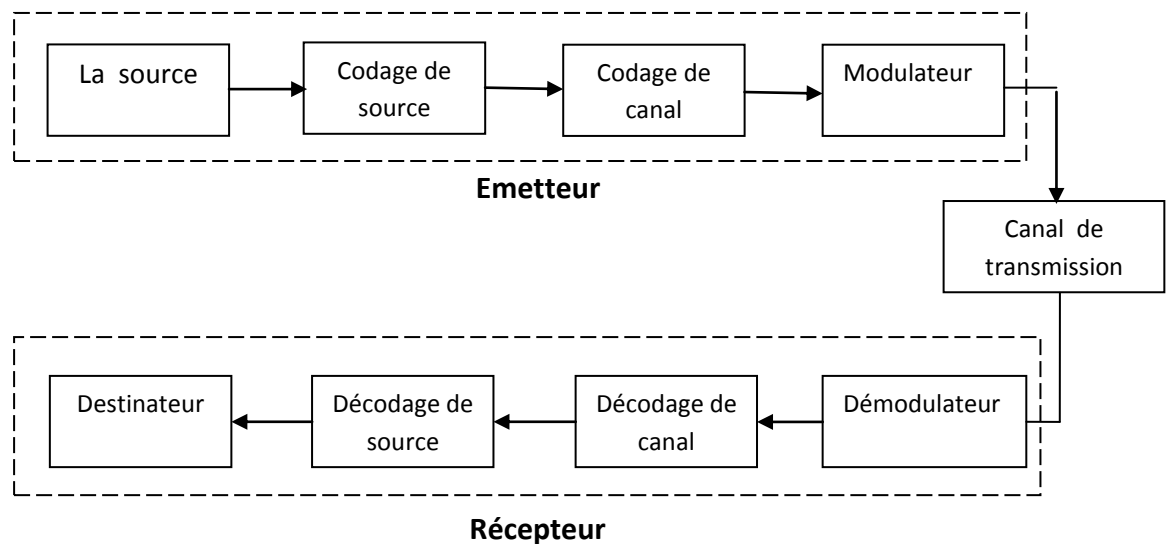


Figure 1. 1 Principe d'une chaîne de transmission numérique

Nous allons maintenant décrire de façon succincte les différents éléments qui constituent une chaîne de transmission en partant de la source vers le destinataire.

1.3.1 La source

Pour réaliser une transmission numérique, le message à transmettre doit être sous forme numérique. Si la source délivre un message analogique tel que le signal de parole (sortie d'un microphone) ou le signal d'image (sortie d'une caméra), il faut le numériser en échantillonnant le message analogique puis en quantifiant les échantillons obtenus. Chaque échantillon quantifié est ensuite codé sur « m » bits (voir figure 1-2).

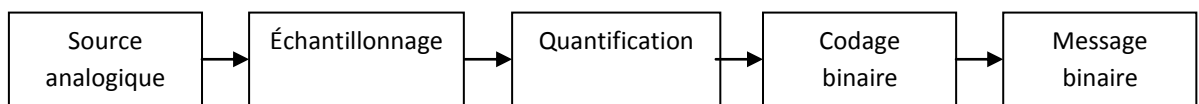


Figure 1. 2 Source de message

1.3.2 Le codage source

Il consiste à supprimer la redondance contenue dans les messages de la source d'information. Il peut être avec ou sans pertes d'information. La compression avec pertes vise les signaux numérisés (image, audio ou vidéo).

Le but de cette opération est d'optimiser les ressources nécessaires à la transmission (temps, puissance, bande passante...etc.).

1.3.3 Le codage canal

Le codage canal, aussi appelé codage détecteur ou correcteur d'erreur est une fonction spécifique des transmissions numériques, qui n'a pas son équivalent en transmission analogique. Le codage canal est utilisé pour transmettre l'information avec le maximum de fiabilité en palliant les perturbations survenues lors de la manipulation physique de l'information sur le canal. Ce codage consiste à insérer dans le message des éléments binaires dits de redondance suivant une loi donnée, donc son principe est d'introduire à l'émission de la redondance dans le message pour permettre à la réception de détecter ou de corriger les erreurs de transmission.

La théorie du codage, introduite par Shannon en 1948 [2] associe à chaque canal une capacité représentant le maximum d'information transmissible sur ce canal (exprimée en bits par seconde) c'est-à-dire si le débit d'information à l'entrée du canal est inférieure à la capacité, alors il est possible de transmettre un message numérique avec une probabilité d'erreur arbitrairement petite.

1.3.4 Le modulateur

Pour transmettre le message il est donc nécessaire de lui associer une représentation physique sous forme d'un signal. C'est la première fonction de l'émetteur, appelée généralement opération de modulation, qui sert d'interface avec le canal de communication en donnant au signal une contenance physique.

Le modulateur génère un signal porteur, dont la forme d'onde peut être soit une suite d'impulsions soit une onde sinusoïdale. Dans le cas de la modulation numérique, le modulateur transpose chaque ensemble de m bits du message entrant dans le modulateur en un signal physique de durée T , le tout formant alors un signal électrique susceptible d'être envoyé dans le canal en bande de base ou sur fréquence porteuse. Les différentes modulations numériques sont détaillées dans le paragraphe suivant.

1.3.5 le canal de transmission

Le canal de transmission est le support physique utilisé pour envoyer l'information de l'émetteur au récepteur, et il diffère selon le type d'application envisagée.

Le milieu de transmission peut inclure, le bruit et le filtre d'émission, et aussi les antennes d'émission et de réception en espace libre. Il est toujours soumis à des perturbations pouvant déformer le message transmis. Ces perturbations peuvent s'exprimer sous forme :

- d'atténuation : On parle de canaux à évanouissements lorsque l'atténuation évolue au cours du temps (par exemple le canal de Rayleigh) et (de canal sélectif en fréquence), lorsque l'atténuation n'est pas uniforme dans la bande de fréquence utilisée.

- d'effacement : lorsque la donnée est perdue par le canal, ce qui arrive principalement dans les canaux à entrées et sorties binaires.
- d'un bruit thermique : que l'on trouve dans la plupart des milieux de transmission.
- d'interférence entre symboles qui caractérisent les canaux multi trajets.

Dans notre projet on s'intéresse à certains types de canaux de transmission : le canal bruité ou à bruit blanc additif gaussien (en anglais : Additif White Gaussian Noise (AWGN)), les canaux à évanouissements ou bien les canaux multi-trajets, on peut distinguer des cas particuliers comme le canal sélectif en fréquence, le canal de Rayleigh.

a Canal a bruit additif blanc gaussien

C'est le modèle de canal le plus simple pour une chaîne de transmission numérique, et qui est un des plus faciles à générer et à analyser. Le canal à bruit blanc additif gaussien (**BBAG**) modélise une transmission en bande de base sur un canal idéal et d'un bruit gaussien (figure 1.3).

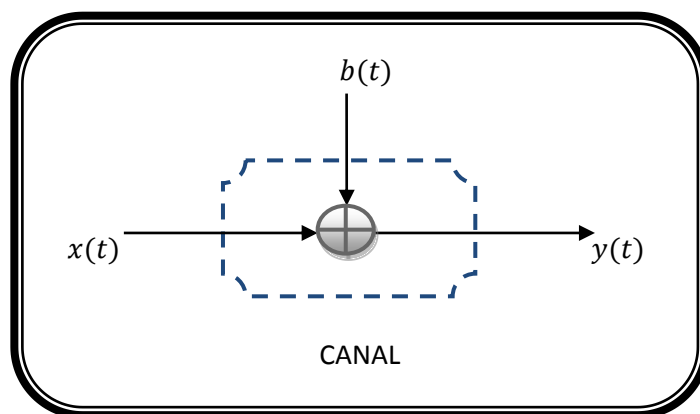


Figure 1.3 Canal a bruit blanc additif gaussien

Le bruit blanc n'explique pas l'évanouissement, la sélectivité de fréquence, et l'interférence entre symbole. Le canal BBAG s'exprime sous la forme :

$$y(t) = x(t) + b(t) \quad (1.3)$$

$y(t)$ est le signal reçu, $x(t)$ le signal émis et $b(t)$ est le bruit blanc gaussien de densité spectrale de puissance bilatérale (variance) σ^2 tel que [3]:

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2} \quad (1.4)$$

b Canal à évanouissements

Les communications radio ont souvent besoin d'un modèle plus élaboré prenant en compte les différences de propagation du milieu, appelées encore atténuations ou évanouissements.

L'évanouissement est la variation de l'atténuation du signal avec le temps et la distance. Il est généralement causé par les effets des trajets multiples, qui affectent la puissance du signal.

Cette atténuation du signal est principalement due à un environnement de propagation riche en échos et donc caractérisée par de nombreux multi-trajets, Le phénomène de multi-trajets s'observe lorsque l'onde électromagnétique portant le signal modulé se propage par plusieurs chemins de l'émetteur au récepteur. Donc les multi-trajets sont causés par les montagnes, immeubles et autres obstacles.

En ce qui concerne les variations temporelles du canal à évanouissements, on peut distinguer deux classes:

- L'étalement temporel : les composantes du signal lors d'une transmission ayant emprunté des chemins distincts arrivent au récepteur avec des retards différents. L'étalement temporel, noté T_m est défini par la différence entre le plus grand et le plus court des retards, permet de caractériser par une seule variable la dispersion temporelle du canal.
- L'effet Doppler : Dans le cas d'un système radio-mobile, le mouvement de la source, du récepteur ou de l'environnement entraîne ce que l'on appelle l'effet Doppler, qui se traduit par un décalage entre la fréquence de l'onde émise et celle de l'onde reçue lorsque l'émetteur et le récepteur sont en mouvement l'un par rapport à l'autre. Ce décalage en fréquence dépend de la vitesse du mobile, de la longueur d'onde (fréquence porteuse) et de l'angle d'incidence du trajet par rapport à la trajectoire de déplacement. L'effet Doppler peut poser des problèmes

significatifs si la technique de transmission est sensible aux décalages de fréquences (ce qui est le cas des systèmes OFDM).

Le décalage Doppler est donné par l'expression suivante [4]:

$$f_d = \frac{v}{\lambda} \cos(\varphi) \quad (1.5)$$

v : Est la vitesse de déplacement du récepteur.

λ : Est la longueur d'onde.

φ : Est l'angle d'incidence par rapport à la trajectoire de déplacement.

c Canal sélectif en fréquence

Les communications radio ont souvent besoin d'un modèle plus élaboré prenant en compte les différences de propagation du milieu, appelées encore atténuations ou évanouissements, qui affectent la puissance du signal.

La sélectivité en fréquence d'un canal est un concept intimement lié au signal à transmettre. Il exprime le fait que le signal à transmettre a des composantes fréquentielles qui sont atténuées différemment par le canal de propagation. En d'autres termes, ce phénomène apparaît si le signal possède une bande de largeur de fréquence plus large que la bande de cohérence du canal de propagation donc il faut en effet d'une part estimer le canal (ce qui fait perdre du débit dans des environnements mobiles) et l'égaliser (ce qui augmente la complexité des récepteurs) [5].

d Distribution de Rayleigh

En utilisant des arguments théorème de la limite centrale, on peut montrer que les voies I et Q sur un canal à trajets multiples de radio mobile fading sont gaussiennes (normales) des variables aléatoires indépendantes. Dans [6], Jakes et d'autres montrent que l'enveloppe de deux variables aléatoires gaussiennes indépendantes et identiquement distribuées est distribué selon la loi de Rayleigh.

La fonction de densité de probabilité de la distribution de Rayleigh est

$$f(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-x^2/2\sigma^2} \quad x \geq 0 \quad (1.6)$$

σ^2 : est la variance de chacune des variables aléatoires gaussiennes originales

1.3.6 Démodulation

La démodulation est l'opération inverse de la modulation c'est-à-dire elle traite les formes d'onde en provenance du canal par des processus d'estimation et de quantification et les réduit à des séquences de nombres, qui représentent des estimations des symboles émis. Ces séquences sont ensuite décodées selon les opérations inverses de celles employées à l'émission, ce qui permet au destinataire de retrouver l'information binaire initiale.

1.3.7 Décodage de canal

Comme le décrit le théorème fondamental du codage canal. Pour se rapprocher de la capacité du canal de transmission, il est nécessaire de coder l'information avant de la transmettre.

Au niveau de récepteur, le décodage canal consiste à détecter les erreurs dans l'information et puis les corriger.

1.3.8 Décodage de source

Le décodeur de source est un analyseur automatisé de code source. C'est un complément à l'encodeur de source. Il recherche l'information du signal codé. Nous pouvons dire que le décodeur de source décode le prochain signal pour extraire l'information hors d'elle.

1.4 Modulations numériques classique

La modulation a pour objectif d'adapter le signal à émettre au canal de transmission. Pour les transmissions en bande de base, la forme d'onde utilisée pour la mise en forme du signal physique est le plus souvent une porte. Dans le cas de transmissions sur porteuse, l'opération consiste à modifier un ou plusieurs paramètres d'une onde

porteuse de forme sinusoïdale d'expression générale centrée sur la bande de fréquence du canal.

$$S(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (1.7)$$

Dans cette expression les paramètres modifiables sont:

- L'amplitude d'onde: A
- La fréquence de porteuse : $f = \frac{\omega}{2\pi}$
- La phase : φ

Dans les procédés de modulation binaire, l'information est transmise à l'aide d'un paramètre qui ne prend que deux valeurs possibles.

Dans les procédés de modulation M-aire, l'information est transmise à l'aide d'un symbole qui prend sa valeur parmi $M = 2^n$ réalisations possibles, ce qui permet d'associer à un état de modulation un mot de n éléments binaires. L'ensemble de ces symboles est appelé alphabet et forme une constellation caractéristique pour chaque modulation. Supposons que la source délivre des éléments binaires toutes les T_b secondes.

La période symbole est définie par $T_s = nT_b$ et le débit binaire s'exprime $D_b = \frac{1}{T_b}$

La rapidité de modulation $R = \frac{1}{T_s} = \frac{D_b}{\log_2 M}$ s'exprime en bauds et correspond au nombre de changements d'états par seconde d'un ou de plusieurs paramètres modifiés simultanément. Un changement de phase du signal porteur, une excursion de fréquence ou une variation d'amplitude sont par définition des changements d'états.

1.4.1 Modulations numériques ASK, PSK, FSK

a Modulation a déplacement d'amplitude(ASK)

La modulation à déplacement d'amplitude consiste à modifier seulement l'amplitude du signal, elle est aussi souvent appelée par l'abréviation anglaise : **ASK** pour "Amplitude Shift Keying". **ASK** s'exprime sous la forme suivante [3]:

$$S(t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (1.8)$$

Avec
$$A(t) = \sum_k a_k h(t - kT_s) \quad (1.9)$$

Où $h(t)$ est un filtre de mise en forme des impulsions, par exemple une porte

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [0, T_s] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (1.10)$$

φ est une phase de référence et $\{a_k\}$ la suite des symboles M-aires.

Ce type de modulation est simple à réaliser mais est assez peu employé pour $M > 2$ car ses performances sont moins bonnes que celles d'autres modulations, notamment en ce qui concerne sa résistance au bruit.

Le seul paramètre susceptible de varier est la phase de l'onde porteuse. A la sortie du modulateur, le signal s'exprime:

$$S(t) = A \sum_k h(t - kT_s) \cos(\omega_0 t + \varphi_k) \quad (1.11)$$

Où A représente l'amplitude constante de l'onde porteuse.

φ_k : la valeur de la phase pendant un intervalle de temps $[kT_s, (k+1)T_s]$.

b Modulation à déplacement de phase (PSK)

La modulation à déplacement de phase est connue sous le nom de **PSK** (Phase Shift Keying). Elle est obtenue en jouant sur la valeur de φ . A la sortie de modulation, le signal s'exprime :

$$S(t) = A \sum_k h(t - kT_s) \cos(\omega_0 t + \varphi_k) \quad (1.12)$$

Où A : représente l'amplitude de l'onde porteuse.

φ_k : la valeur de la phase pendant un intervalle de temps : $[kT_s, (k+1)T_s]$.

Pour une modulation M-PSK, φ_k prend ses valeurs dans un alphabet de M élément

$$\varphi_k = \varphi + (2n + 1) \frac{\pi}{M} \quad \text{Où } k = 0, 1 \dots M - 1.$$

Dans les inconvénients de la **PSK**, citons l'existence de sauts de phase importants qui font apparaître des discontinuités d'amplitude. Les modulations décalées ou tournées peuvent être une solution à ce problème.

c Modulation a déplacement de fréquence (FSK)

En modulation a déplacement de fréquence, l'information est portée par une modification de la fréquence de la porteuse, cette fréquence est la fréquence instantanée qui peut prendre plusieurs valeurs. Elle est connue sous le nom **FSK** (Frequency Shift Keying).

Après la modulation le signal a pour expression :

$$S(t) = A \cos[(\omega_0 + 2\pi a_k \Delta f)t] \quad (1.13)$$

Avec les symboles a_k appartenant à $\{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm (M + 1)\}$.

La modulation **FSK** est plus robuste que la modulation d'amplitude pour transmettre un message, on utilise cette modulation dans les téléphones analogique, les radios et aussi les modems à bas débit.

1.4.2 Modulation d'amplitude en quadrature (QAM)

Les Modulations d'amplitude sur deux porteuses en quadrature sont aussi appelées par leur abréviation anglaise : **QAM** pour "Quadrature Amplitude modulation". C'est une modulation dite bidimensionnelle.

La **ASK** et la **PSK** ne constituent pas une solution satisfaisante pour utiliser efficacement l'énergie émise lorsque le nombre de points **M** est grand. En effet, dans la MDA les points de la constellation sont sur une droite, et dans la **PSK** les points sont sur un cercle. Or, la probabilité d'erreur est en fonction de la distance minimale entre les points de la constellation, et la meilleure modulation est celle qui maximise cette distance pour une puissance moyenne donnée.

Un choix plus rationnel est alors une modulation qui répartit les points uniformément dans le plan. Pour ce faire, on écrit le signal modulé $S(t)$ sous la forme suivante [3]:

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{a}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - \mathbf{b}(t) \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (1.14)$$

Où les deux signaux $\mathbf{a}(t)$ et $\mathbf{b}(t)$ ont pour expression :

$$\mathbf{a}(t) = \sum_k \mathbf{a}_k \mathbf{h}(t - kT) \quad (1.15)$$

$$\mathbf{b}(t) = \sum_k \mathbf{b}_k \mathbf{h}(t - kT) \quad (1.16)$$

Le signal modulé $\mathbf{S}(t)$ est donc la somme de deux porteuses en quadrature, modulées en amplitude par les deux signaux $\mathbf{a}(t)$ et $\mathbf{b}(t)$.

On considère généralement que les symboles \mathbf{a}_k et \mathbf{b}_k prennent respectivement leurs valeurs dans le même alphabet à M éléments donnant ainsi naissance à une modulation possédant $E = M^2$ états. Chaque état est donc représenté par un couple $(\mathbf{a}_k, \mathbf{b}_k)$ ou ce qui revient au même par un symbole complexe $\mathbf{c}_k = \mathbf{a}_k + j\mathbf{b}_k$.

Dans le cas particulier mais très fréquent où M peut s'écrire: $M = 2^n$, alors les \mathbf{a}_k représentent un mot de n bits et les \mathbf{b}_k représentent aussi un mot de n bits.

Le symbole complexe $\mathbf{c}_k = \mathbf{a}_k + j\mathbf{b}_k$ peut par conséquent représenter un mot de 2^n bits.

L'intérêt de cette configuration est que le signal $\mathbf{S}(t)$ est obtenu par une combinaison de deux porteuses en quadrature modulées en amplitude par des symboles \mathbf{a}_k et \mathbf{b}_k indépendants. Cette modulation prend naturellement le nom de modulation d'amplitude en quadrature (MAQ) et si sa constellation comporte E états, on la note MAQ- E . La modulation QAM à M états a une probabilité d'erreur donnée par l'expression suivante :

$$P_e = \frac{4(\sqrt{M}-1)}{\log_2(M)\sqrt{M}} Q \left(\sqrt{\frac{3 \log_2(M) 2E_b}{M-1 N_0}} \right) \quad (1.17)$$

Remarque : cette expression est démontrée dans l'annexe A.

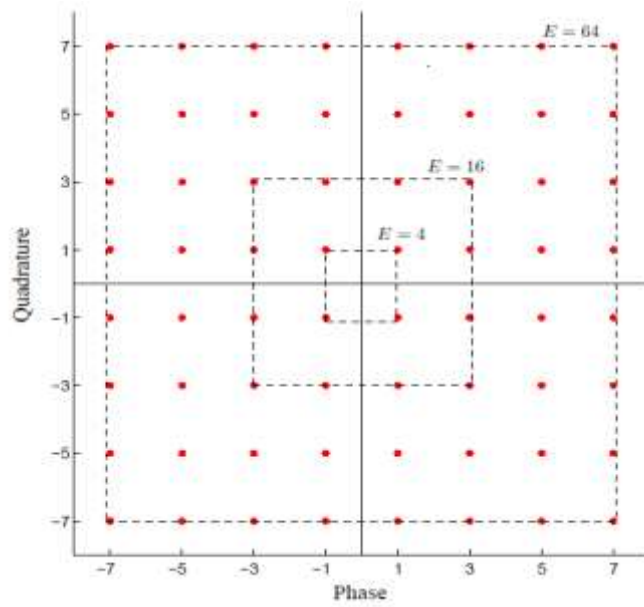


Figure 1. 3 Constellations pour modulations MAQ-E

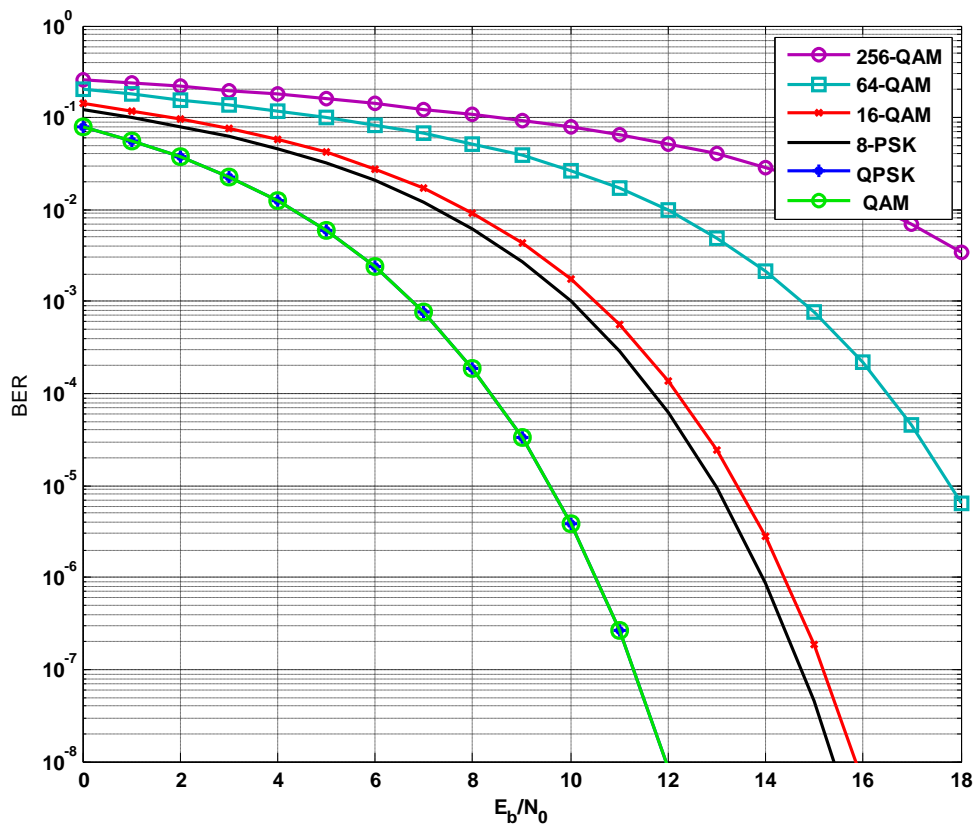


Figure 1. 4 Le graphe du BER vs E_b/N_0 pour différentes modulations et constellations

1.5 Les codes

Les codes sont classiquement classés en deux grandes familles :

- Le codage en bloc
- Le codage convolutif

1.5.1 Le codage en bloc

Le message décomposé en blocs k bits, est remplacé par un bloc de N bits comprenant directement les k bits d'information et $N-K$ bits de redondance calculés à partir des bits d'information.

Le codage d'un bloc se faisant indépendamment des précédents.

1.5.2 Le codage convolutif

a Définition

A K bits d'information, le codeur associe N bits codés mais contrairement au cas précédent.

Les codes convolutifs permettent une correction grossière en atteignant des taux d'erreur de 10^{-6} ils forment une classe extrêmement souple et efficace de codes correcteurs d'erreurs, les plus utilisés dans les communications fixes et mobiles.

Les codes convolutifs ont les mêmes caractéristiques que les codes en bloc sauf qu'ils s'appliquent à des séquences infinies de symbole d'information et génèrent des séquences infinies de symboles de code. On peut faire ce codage avec des registres à décalage qui auront le rôle de mémoire (mémorisation des derniers bits d'entrée d_{k-1} et d_{k-2}).

Sachant que : $m + 1$ s'appelle la longueur de contrainte et le taux de codage est

$$R = \frac{n}{k} [7].$$

Nous pouvons représenter un exemple simple de codage convolutif par un schéma logique séquentiel voir la figure 1.6.

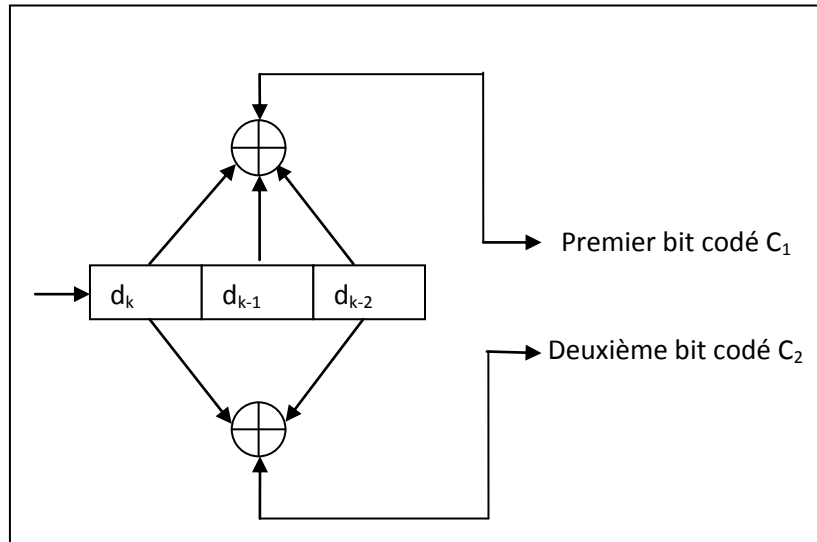


Figure 1.6 Schéma de principe d'un codeur convolutif.

La fonction de codage sous la forme :

$$C_1 = d_k d_{k-1} d_{k-2}.$$

$$C_2 = d_{k-1} d_{k-2}.$$

b Représentation en treillis

Pour faciliter l'algorithme de décodage, la représentation la plus courante du codage est la représentation en treillis. L'état du codeur à l'instant k est représenté par l'état $d_k, d_{k-1} \dots \dots d_{k-m-1}$.

A chaque arrivée d'un élément binaire d_k , une sortie (un mot de code) est générée, puis juste après, le codeur passe dans l'état suivant qui est $\{d_k, d_{k-1} \dots \dots d_{k-m-1}\}$.

Le treillis est formé de nœuds reliés par des branches :

- Les nœuds représentent les différents états du codeur possibles.
- Les branches représentent les différentes transitions possibles d'un nœud à un autre lors de l'arrivée d'un bit d'entrée.

Voici la représentation en treillis du code précédent :

Les états sont : 00, 01, 10, 11.

On prend un exemple de l'état 00 \longrightarrow l'arrivée d'un 0 mène le codeur à l'état 00 et l'arrivée d'un 1 mène le codeur à l'état 10.

A chaque branche on peut associer le mot codé soit les deux bits de code ici :

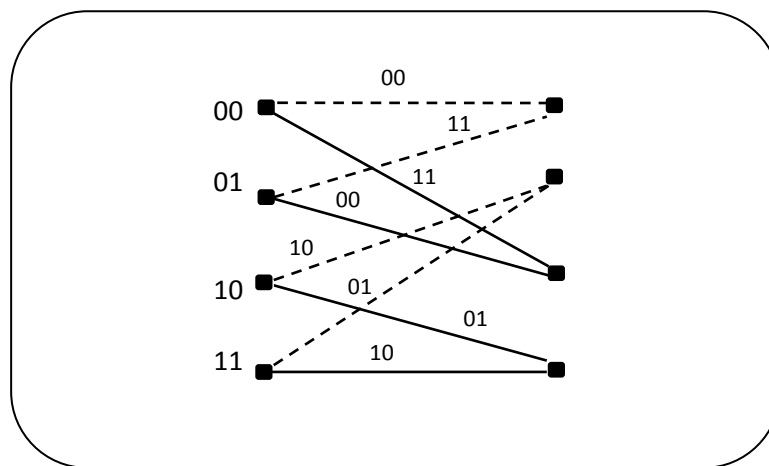


Figure 1.7 représentation en treillis

1.6 Conclusion

L'intérêt de ce chapitre était de nous permettre de nous familiariser avec les différents composants d'une chaîne de transmission numérique. Au début on a cité quelques définitions et appellations des mots techniques utilisés. Ensuite nous avons fait l'étude de la chaîne en expliquant chacun de ses blocs et ses principes, puis on a présenté la modulation numérique classique et ses différents types. Finalement on a terminé par la définition des codes en blocs et convolutifs.

Chapitre 2 Système de transmission OFDM

2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous nous intéressons à une technique de modulation multi porteuse particulière qui est le multiplexage par division en fréquence orthogonale (**OFDM**).

Les origines des modulations multi porteuses actuelles remontent aux systèmes de transmission parallèle de la fin des années 50 et 60 [8]. L'**OFDM** a fait son apparition une dizaine d'années plus tard grâce notamment aux travaux de CHANG.

La technique de multiplexage par répartition orthogonale de la fréquence est une technique très utile pour la transmission haut débit sur des canaux à évanouissements. Dans des canaux perturbés par des trajets multiples, elle consiste à répartir des symboles modulés sur un ensemble de sous-porteuses en choisissant le nombre de porteuse N assez grand de manière à ce que la durée de symbole devienne grande devant l'étalement des retards et l'orthogonalité autorise un certain recouvrement spectral entre les sous-porteuses, ce qui augmente l'efficacité spectrale du système ceci explique la robustesse de cette technique de modulation en présence des canaux sélectifs en fréquence.

Aujourd'hui, l'OFDM est présente dans de nombreux standards tels que la radiodiffusion numérique terrestre ou DAB, la norme de télévision numérique terrestre ou DVB-T, la technologie ADSL et les réseaux sans-fils WLAN définis par les normes IEEE 802.11a, 802.11g (Wifi), 802.16g (Wimax) et HIPERLAN.

2.2 Problème du trajet-multiple

Un canal sans fil est un milieu à temps variable où les ondes électromagnétiques se propagent. Cependant ces ondes sont gênées par beaucoup d'obstacles qui sont présents sur le canal sans fil, tel que les bâtiments, les montagnes, les voitures, et les personnes. En raison de ces obstacles, les signaux se propageant dans le canal souffrent de plusieurs phénomènes physiques tel que :

2.2.1 La réflexion du signal

Ils se produisent sur des obstacles de grandes dimensions par rapport à la longueur d'onde. Si l'obstacle est parfaitement conducteur, il n'y a pas de transmission de l'onde, ce qui signifie que toute l'énergie est réfléchi, et si la surface est lisse la réflexion est régie par les lois de Snell-Descartes et Fresnel.

2.2.2 La diffusion

Elle peut se produire quand une onde rencontre un obstacle, dont la surface n'est pas parfaitement plane et lisse, c'est le cas des couches ionisées, la surface du sol, ou la surface des obstacles pour les ondes ultracourtes.

2.2.3 La diffraction

La diffraction intervient lorsque l'onde rencontre un objet de forme anguleuse (type arête ou bordure) de dimension nettement supérieure à la longueur d'onde. C'est le cas par exemple des diffractions se produisant sur les arêtes des bâtiments. Cela arrive également dans les milieux montagneux et vallonnés, sur les « arêtes » de montagne ou de colline.

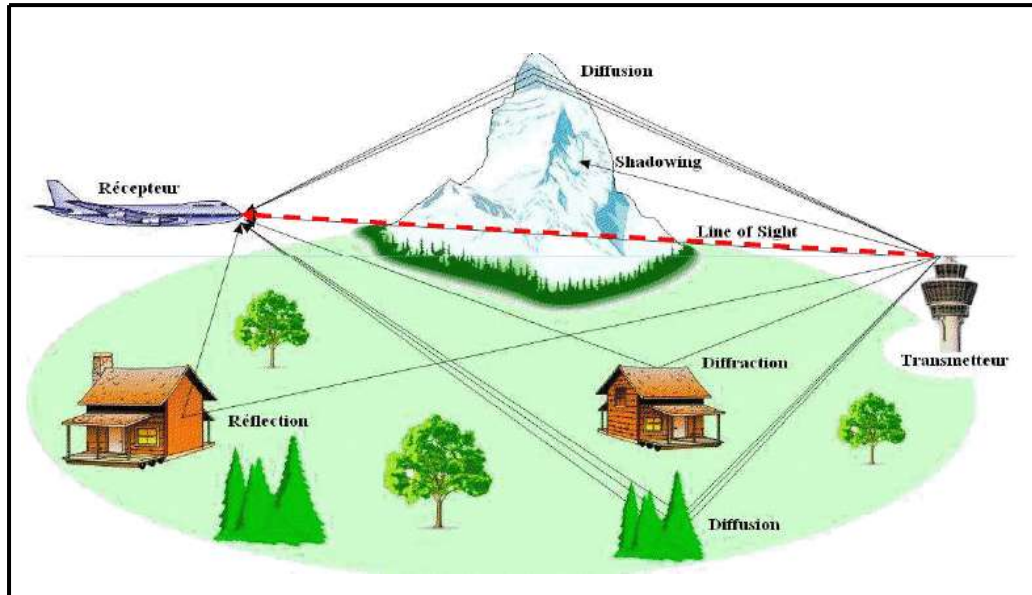


Figure 2. 1 Trajet multiple dans un canal radio

Tous ces phénomènes physiques entraînent de multiples copies du même signal qui arrivent au récepteur à différents instant. Ce phénomène est dû aux trajets multiples, et il cause l'évanouissement dans les données transmises.

Pour combattre cet effet de l'évanouissement beaucoup de solutions ont été proposées et mises en application. Une de ces solutions utilisées est Le multiplexage par répartition orthogonale de la fréquence (**OFDM**).

2.3 Principe de l'OFDM

Pour réaliser une transmission à haut débit, il est alors nécessaire de transmettre un grand nombre de signaux bande étroite sur des porteuses situées en fréquence aussi proches que possible les unes des autres.

Le principe de la modulation **OFDM** est de diviser la bande du canal en N sous-bandes étroites avec une largeur Δf plus petite que la bande de cohérence du canal ($\Delta f = \frac{1}{NT_s} < B_c$), de manière à considérer le canal constant (figure 2-2)

On s'assure que les sous-bandes soient orthogonales pour une meilleure efficacité spectrale.

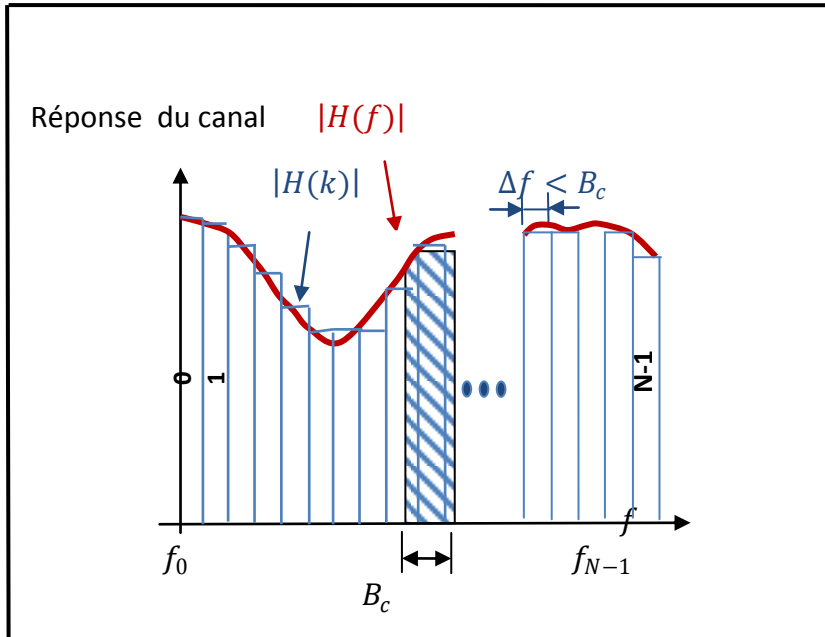


Figure 2. 2 Réponse du canal et les sous-bandes en multi-porteuses

2.4 Notion d'orthogonalité

Afin de pouvoir séparer les sous porteuses à la réception, les porteuses doivent respecter une contrainte d'orthogonalité, à la fois dans le domaine temporel et fréquentiel.

Un signal OFDM peut s'écrire sous la forme [4]:

$$X(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi f_k t} \quad (2.1)$$

Ou les éléments X_k sont les symboles à émettre sur la k^{ieme} sous-porteuse.

f_k : Est la fréquence de la sous-porteuse d'indice k.

Alors, les sous-porteuses doivent vérifier la condition d'orthogonalité suivante :

$$\int_a^b f(t) g(t) dt = 0 \quad (2.2)$$

Donc, cette contrainte est une condition d'orthogonalité pour les deux fonctions $f(t)$ et $g(t)$ et l'intégrale définit le produit scalaire de ces deux fonctions et l'intervalle $[a ; b]$ représente le domaine sur lequel porte l'étude.

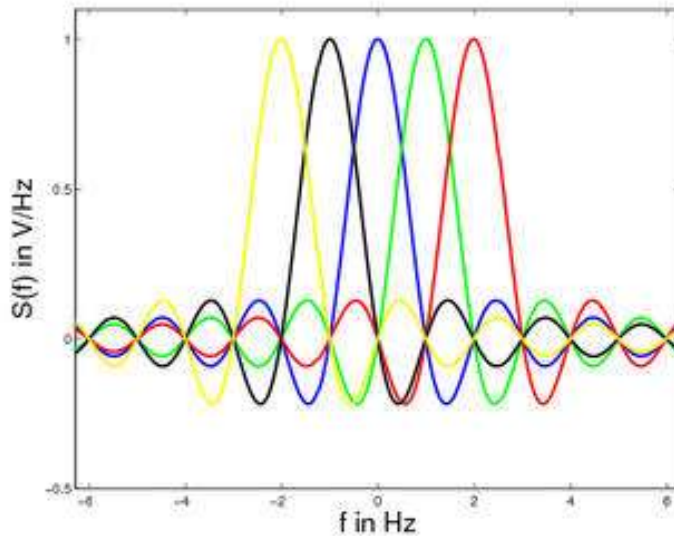


Figure 2.3 Spectre OFDM

Comme vu sur la figure 2.3, quand n'importe quelle sous-porteuse particulière atteint l'amplitude maximale, les sous-porteuses restantes sont à zéro.

2.5 Problème d'interférences

2.5.1 Interférence entre symboles(IES)

Dans un environnement à trajets multiples, un symbole transmis prend différents retards pour arriver au récepteur par différents chemins de propagation. Du point de vue du récepteur, le canal présente une dispersion temporelle dans laquelle la durée du symbole reçu est étalée. Prolonger la durée de symbole fait chevaucher le symbole reçu courant avec les symboles reçus précédemment ce qui donne naissance à l'interférence entre symboles(*IES*).

2.5.2 Interférence entre porteuse(IEP)

Dans les systèmes OFDM, les spectres des sous-porteuses se recouvrent mais demeurent orthogonaux entre eux ceci signifie qu'au maximum de chaque spectre de sous-porteuse et tous les spectres des autres sous-porteuses sont nuls. L'interférence entre porteuse(*IEP*) est causée par la présence des symboles de données d'une sous-porteuse sur les sous-poreuses adjacentes.

2.6 Intervalle de garde

Un canal à trajet multiple introduit des déphasages et des retards, ce qui produit des symboles émis parvenant au récepteur sous forme de plusieurs symboles atténués et retardés, ce qui provoque un étalement temporel et par conséquent des interférences entre symboles. Pour s'en affranchir, on ajoute une zone appelée « intervalle de garde » entre deux symboles (trame) OFDM, d'une durée Δ supérieure au retard maximum.

Entre la période symbole, la période utile et l'intervalle de garde s'instaurent donc la relation comme le montre la figure (2.4) [3] :

$$T_s = T + \Delta \quad (2.3)$$

Où T_s : La période du symbole totale transmis.

T : La période du symbole OFDM (trame).

Δ : La durée de l'intervalle de garde.

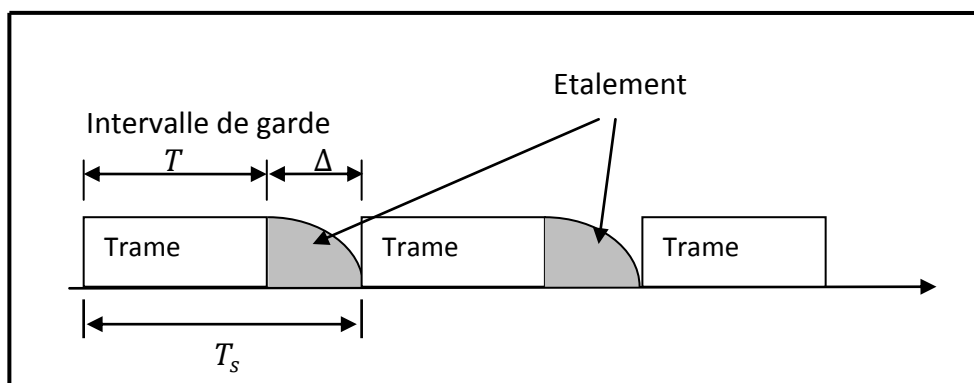


Figure 2. 4 Insertion d'intervalle de garde.

2.6.1 Insertion du préfixe cyclique (PC)

La suppression de l'IES est réalisée grâce à l'insertion de l'intervalle de garde qui est le « préfixe cyclique », il consiste à rajouter de la redondance au signal temporel à émettre.

Peled et Ruiz [10] ont introduit le préfixe cyclique qui est une copie de la fin de la trame OFDM insérée après la IFFT lors de l'émission comme le montre la figure (2.5) puis enlevée à la réception avant la FFT.

De plus les symboles OFDM reçus ne sont plus affectés par IEP car ils possèdent la propriété de convolution circulaire. Alors l'avantage du préfixe cyclique, est de transformer la convolution linéaire avec la réponse impulsionnelle du canal, en une convolution circulaire qui se traduit par une juste multiplication scalaire dans le domaine fréquentiel (équation 2.4).

$$TF\{x(n) * h(n)\} = TF\{x(n)\} \times TF\{h(n)\},$$

$$FFT\{x(n) \otimes h(n)\} = FFT\{x(n)\} \times FFT\{h(n)\}. \quad (2.4)$$

Où * et \otimes représente respectivement une linéaire et circulaire convolution.

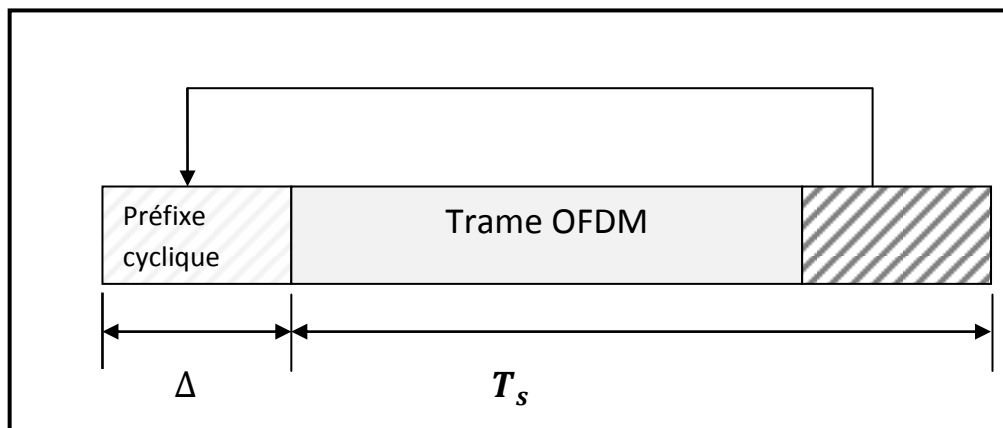


Figure 2. 5 Préfixe cyclique

2.7 La chaîne de transmission OFDM

Le schéma suivant (Figure 2-6) représente un système OFDM complet. Il comporte un émetteur, un récepteur et un canal radio à travers lequel se fait la transmission. On a d'abord le générateur des données qui vont être transmises, et on a le bloc de modulation numérique (QAM, 16-QAM ...), ensuite un convertisseur série parallèle qui divise les données à son entrée en des flux de données parallèles de

débits réduits , les blocs FFT et IFFT pour la modulation et démodulation des sous-porteuses et enfin les blocs caractérisant le canal de transmission. A la sortie, on rejoint les flux de données parallèles pour reconstituer les données initiales [11].

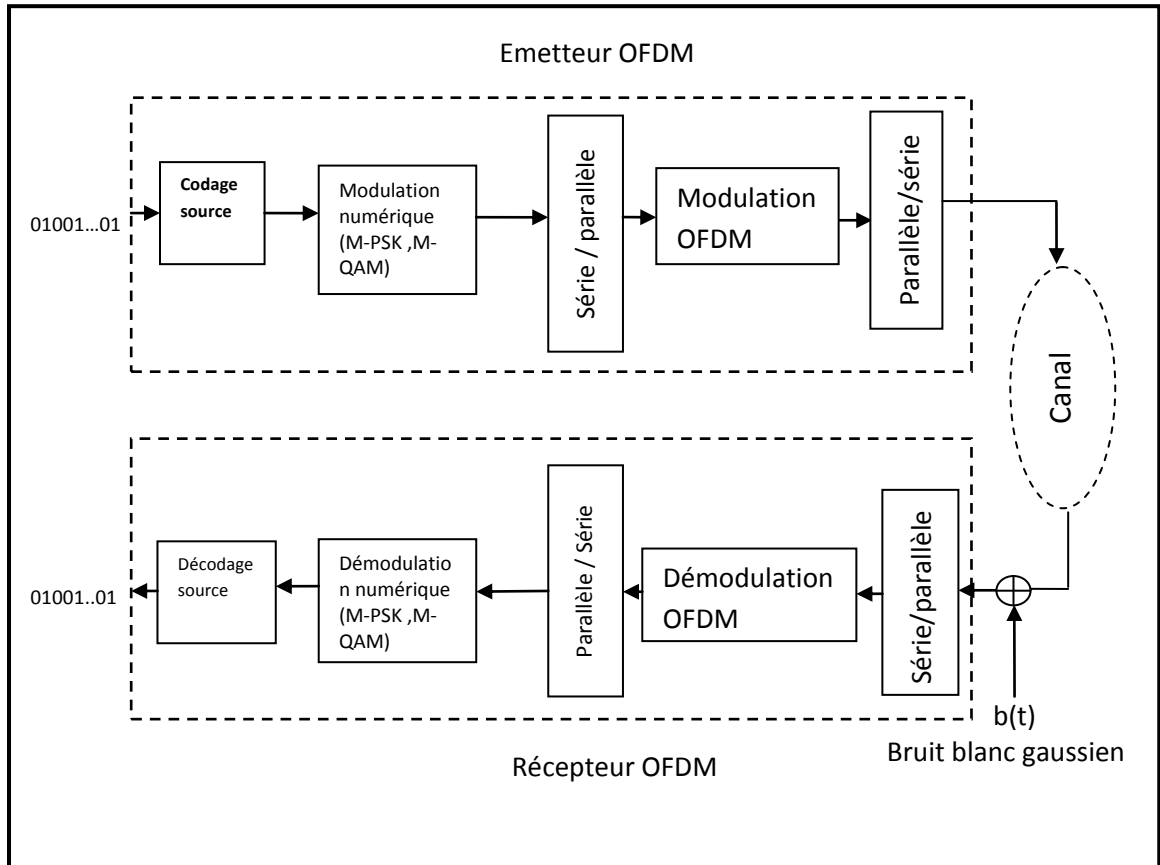


Figure 2. 6 Schéma global du modulateur/démodulateur OFDM

2.7.1 Principe de la modulation OFDM

La modulation multi porteuse l'OFDM consiste à répartir l'information à transmettre sur un grand nombre de sous porteuses orthogonales. Chaque sous porteuse est modulée de façon à rendre le canal de transmission non sélectif en fréquence. En bref la modulation OFDM transforme le canal large bande en un ensemble de sous canaux a bande étroite, chaque sous canal étant indépendant des autres.

Donc pour répartir les données à transmettre sur les N sous porteuse, les symboles X_k qui sont groupés par paquets de N symboles et de moduler par chaque donnée une porteuse différente en même temps.

X_k Sont des nombres complexes définis à partir des éléments binaires par des constellations de type de la modulation numérique.

Considérons une séquence de N symboles: X_0, X_1, \dots, X_{N-1} .

Le signal individuel s'écrit sous forme complexe : $X_k e^{j2\pi f_k t}$

L'enveloppe complexe du signal $S(t)$ correspondant à l'ensemble des N symboles réassemblé en un symbole OFDM est le suivant :

$$S(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi f_k t} \quad t \in [0 T_s] \quad (2.5)$$

Avec $f_k = f_0 + \frac{k}{T_s}$ $k = 0, 1, \dots, N - 1$.

f_0 Représente la première fréquence de la bande du signal.

Appelons T_s la durée symbole OFDM c'est-à-dire le temps qui sépare deux séquences de N données.

Chaque donnée X_k module un signal à la fréquence f_k et N est le nombre de porteuses.

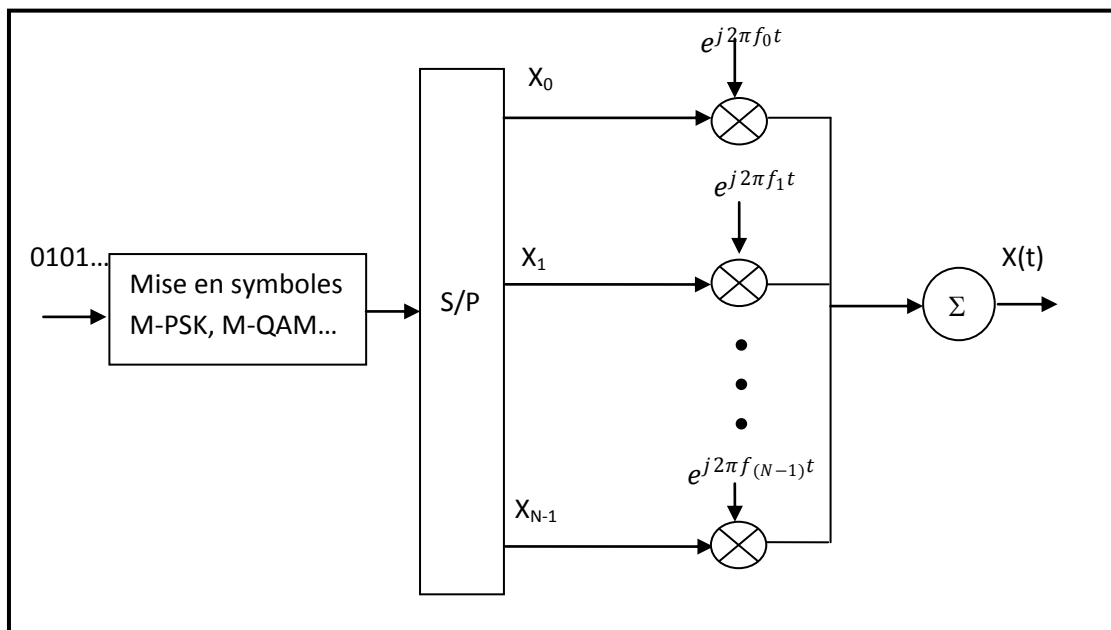


Figure 2. 7 Principe de modulateur OFDM

2.7.2 Principe de la Démodulation

Le signal parvenant au récepteur s'écrit, sur une durée symbole T_s comme suit :

$$Y(t) = \sum_{k=0}^{N-1} C_k H_k e^{-j2\pi(f + \frac{k}{T_s})} \quad (2.6)$$

$H_k(t)$ est la fonction de transfert du canal autour de la fréquence $f_k = f_0 + \frac{k}{T_s}$ et au temps t . Cette fonction varie lentement et on peut la supposer constante sur la période T_s . La démodulation classique consiste à démoduler le signal suivant les N sous-porteuses comme le montre le schéma classique ci-dessous.

En pratique, comme pour la modulation, on remarque que la démodulation peut être réalisée par transformée de Fourier.

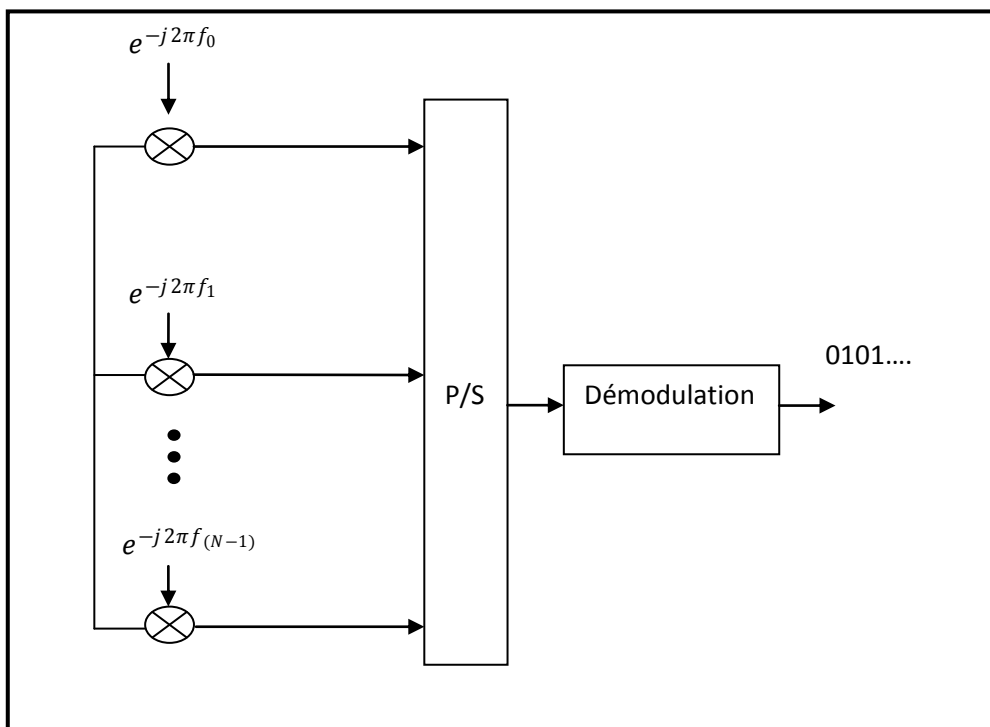


Figure 2. 8 Principe de Démodulateur OFDM.

2.8 Avantages et Inconvénients du système OFDM

Dans cette partie, nous citons les différents avantages ainsi que les différents inconvénients de la technique OFDM :

2.8.1 Les avantages

- la technique OFDM a le grand mérite de transformer un canal multi trajets large bande en un ensemble de sous-canaux mono-trajets très simple à égaliser.
- complexité réduite de récepteur grâce à l'insertion d'un intervalle de garde et son rôle primordial dans la suppression de l'ISI et l'IEP.
- une utilisation efficace des ressources fréquentielles en comparaison avec les solutions classiques de multiplexage fréquentiel. Ceci est dû au fait que dans l'OFDM, les canaux se chevauchent tout en gardant une orthogonalité parfaite.
- Les techniques multi-porteuses sont robustes au bruit impulsif puisque chaque porteuse est affectée d'un bruit indépendant des autres porteuses. Contrairement aux modulations mono-porteuses où le bruit peut affecter un certain nombre de symboles transmis, la perte d'un symbole dû à un bruit important n'affecte pas les autres symboles.
- L'OFDM permet d'avoir une réponse fréquentielle du canal de transmission plate pour chaque sous porteuse, donc peu d'évanouissement.

2.8.2 Les inconvénients

Malgré ces avantages, la technique OFDM a également plusieurs inconvénients.

On distingue :

- un grand rapport puissance crête-à-moyenne du signal (PAPR, Peak-to-Average Power Ratio)
- Le rajout de l'intervalle de garde provoque une perte dans l'efficacité spectrale

- Une grande sensibilité à l'étalement Doppler.
- si le récepteur OFDM est mal synchronisé temporellement, un phénomène d'interférence entre symboles OFDM peut intervenir dégradant considérablement les performances du système global.

2.9 Conclusion

Le but de ce chapitre était de présenter les éléments basiques d'une modulation OFDM. Pour cela nous sommes partis d'une brève introduction qui concerne la technique OFDM, ensuite nous avons posé le problème du multi trajet, avec le principe de cette technique (OFDM) , et on a parlé de la propriété fondamentale d'orthogonalité qui offre de meilleures performances, ensuite le problème d'interférence entre symbole et porteuse, l'insertion d'un intervalle de garde, et le préfixe cyclique pour minimiser les *IES*, *IEP* et augmenter la qualité d'information, ensuite nous avons fait l'étude des principales étapes de la chaîne de transmission OFDM, la modulation et la démodulation et finalement on a terminé par l'illustration des avantages et inconvénients de la modulation OFDM.

Chapitre 3 Etude de la capacité du canal

3.1 Introduction

Pour toutes les transmissions, l'étude des propriétés du canal utilisé est d'une importance énorme pour savoir comment acheminer l'information dans de bonnes conditions. La puissance du bruit de transmission et les propriétés du canal de propagation, sont des paramètres dont la connaissance a priori est primordiale pour un choix efficace de la forme d'onde à donner. Cette connaissance permet ensuite d'évaluer la capacité du canal et de tenter de s'en rapprocher.

Dans ce chapitre on va s'appuyer sur la théorie de l'information introduite par Claude Shannon. Toutefois dans ses travaux en 1948, Shannon [12] a évalué la capacité d'un canal de propagation gaussien en fonction du rapport signal sur bruit et de sa largeur de bande. La capacité (exprimée en bit/s) peut se définir par le débit d'information maximale que peut supporter le canal tout en assurant une transmission avec une probabilité d'erreur arbitrairement petite.

La formule classique de la capacité de Shannon est obtenue pour les canaux ayant des réponses fréquentielles plates. Pour les canaux sélectifs en fréquence, il faut s'appuyer sur le principe de la modulation OFDM pour avoir plusieurs sous-canaux non sélectifs et appliquer la formule de Shannon. Nous devons donc diviser la bande de fréquences en un nombre très grand (théoriquement infini) de petites bandes, considérées comme des sous-canaux à réponse plates dans le domaine fréquentiel. Ensuite, on cherche à allouer la puissance optimale maximisant la capacité pour une puissance d'émission totale limitée. Ce principe est achevé avec l'algorithme connu sous le nom de « *Water-Filling* ».

3.2 Capacité théorique

La capacité représente une mesure de la quantité maximale d'information qui peut être transmise sur un canal puis reçue avec une probabilité d'erreur négligeable.

Si l'on représente l'entrée et la sortie d'un canal par les variables aléatoires X et Y respectivement, la capacité d'un canal est définie comme le maximum de l'information mutuelle entre X et Y [3]:

$$C = \max_{p(x)} I(X, Y) \quad (3.1)$$

$p(x)$: Probabilité d'erreur.

La notion de capacité est utilisée souvent pour évaluer les performances théoriques d'un système de communication sans prendre en considération les limitations reliées à la complexité des algorithmes qu'il faut mettre en œuvre pour atteindre ces performances.

3.2.1 Entropie et information mutuelle

La définition de l'entropie selon Shannon est comme étant la quantité d'information moyenne contenue ou délivrée par une source d'information. Cette source peut être un texte écrit, un signal électrique ou un fichier informatique etc...

Pour une source x qui est une variable aléatoire continue ayant une densité de probabilité $P_x(x)$ l'entropie H de la source est définie par:

$$H(x) = -\sum_k \log_2(p_x(x_k)) \quad (3.2)$$

L'entropie de x peut être calculée conditionnellement par rapport à une autre variable y , dans ce cas elle est notée $H(x/y)$ et appelée l'entropie conditionnelle, donnée par :

$$H(x/y) = -E[\log_2(p(x/y))] \quad (3.3)$$

Pour deux vecteurs aléatoires x et y , nous pouvons leur associer une quantité, appelée information mutuelle, qui représente une mesure de la quantité d'information sur y contenue dans x . Elle est définie par :

$$I(x, y) = H(x) - H(x/y) \quad (3.4)$$

3.3 Capacité d'un canal gaussien

Soit le canal à bruit blanc additif gaussien (BBAG) comme le montre la figure (3.1) et décrit par la relation :

$$y(t) = h(t) * x(t) + b(t) \quad (3.5)$$

Sachant que :

$y(t)$: Le signal reçu

$x(t)$: Le signal transmis

$h(t)$: La réponse impulsionnelle du canal

$b(t)$: Le bruit gaussien de moyenne nulle

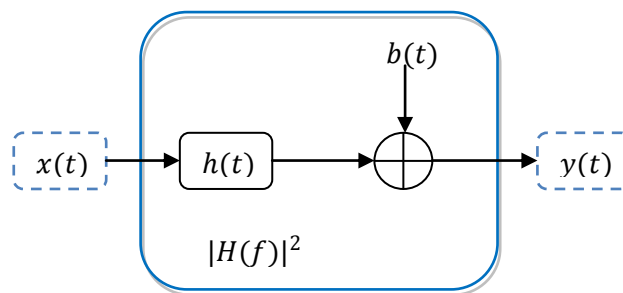


Figure 3. 1 Modèle d'un canal de transmission

La puissance totale est limitée par la contrainte de puissance moyenne suivante, sachant que $X(f)$ est la densité spectrale de $x(t)$

$$\int X(f)df \leq \bar{P} \quad (3.6)$$

\bar{P} : définit la puissance totale transmise.

Le rapport signal sur bruit instantané est donné par :

$$SNR(f_i) = \frac{X(f_i)|H(f_i)|^2}{N_0(f_i)} \quad (3.7)$$

Avec $SNR(f_i)$ représente le rapport signal sur bruit du $i^{ème}$ sous canal, $X(f_i)$ est la densité spectrale de puissance du $i^{ème}$ sous canal, $N_0(f_i)$ est la densité spectrale de bruit ajouté dans la $i^{ème}$ sous canal.

On suppose qu'on est dans le cas d'un canal idéal de largeur de bande W limité, la capacité du canal par bits est donnée par la formule de Shannon suivante [13] :

$$C_{(AWGN)} = W \log_2[1 + SNR] = W \log_2 \left[1 + \frac{\bar{P}}{N_0 W} \right] \text{ bits/s} \quad (3.8)$$

Sachant que N_0 est la densité spectrale de puissance du bruit $= \frac{N_0}{2}$.

Dans l'équation ci-dessus, le rapport signal sur bruit au niveau du récepteur est représenté par $\rho = \frac{\bar{P}}{N_0 W}$ avec \bar{P} la puissance de transmission du signal disponible au niveau de l'émetteur, et en normalisant la capacité par la bande utile W ($W = 1\text{Hz}$) on obtient:

$$C = \log_2(1 + \rho) \quad (3.9)$$

Cette équation est la formule connue de Shannon sur la capacité d'un canal à bruit blanc additif gaussien, et montre que la capacité croît d'une façon monotone avec leSNR.

3.4 Capacité d'un canal sélectif en fréquence

La capacité d'un canal sélectif en fréquence est différente de celle d'un canal à bruit blanc gaussien. Considérons le canal sélectif en fréquence à L trajets et à BBAG invariant dans le temps, donné par la relation suivante :

$$y[m] = \sum_{l=0}^{L-1} h_l x[m-1] + b[m] \quad (3.10)$$

Avec une contrainte de puissance moyenne \bar{P} sur chaque symbole OFDM. Pour déterminer la capacité de transmission, on applique le principe de la modulation OFDM qui consiste à diviser la bande W en N sous-bandes d'une largeur de bande Δf , où cette dernière est choisie suffisamment petite de telle sorte que le rapport $|H(f)|^2/N_0(f)$ soit approximativement constant dans chaque sous-bande (plat en fréquence).

Considérant $H(k)$, le gain fréquentiel du canal à la sous-bande K ($0 \leq k \leq N$), et δ^2 la variance du bruit affectant chaque sous-canal.

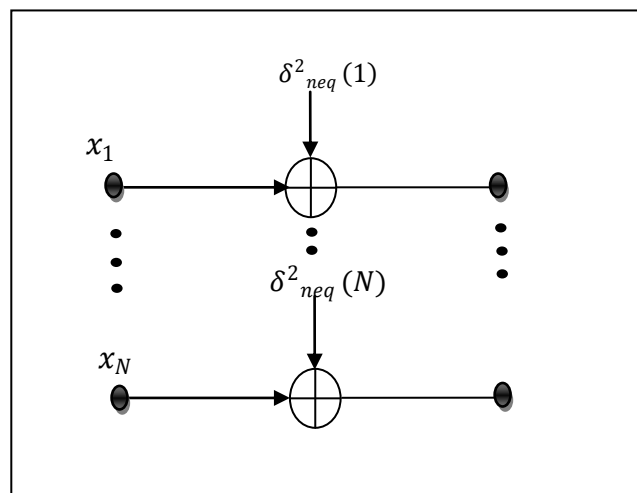


Figure 3. 2 Transmission sur les canaux à bruit blanc additif gaussien parallèles et indépendant

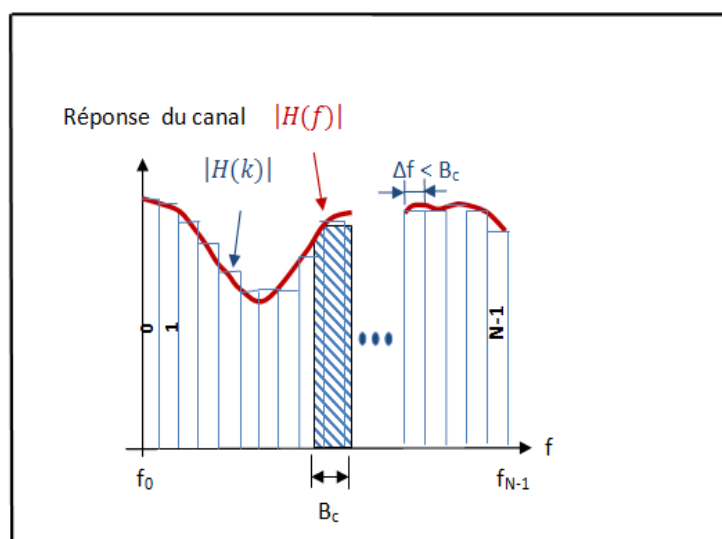


Figure 3. 3 La DSP du vrai canal et son approximation en sous canaux

Le canal sélectif en fréquence comme le montre la figure (3.3) ci-dessus, est donc équivalent à un ensemble de sous-canaux BBAG de gain unité affectés de bruits de variances :

$$\delta_{neq}^2(\mathbf{k}) = \frac{\delta_{n(\mathbf{k})}^2}{|H(\mathbf{k})|^2} \quad (3.11)$$

Ainsi, la capacité de chaque sous-canal de largeur Δf , autour de la fréquence f_i est donné par :

$$C(f_i) = \log_2 \left[1 + \frac{X(f_i)|H(f_i)|^2}{N_0(f_i)} \right] \quad (3.12)$$

En discret, la capacité est donnée par la relation suivante :

$$C = \sum_{k=1}^N \Delta f c(f_k) \quad (3.13)$$

Pour Δf très faible, la capacité en continu sur la bande totale est exprimée par la relation suivante :

$$C = \int_w C(f) df = \int_w \log_2 \left[1 + \frac{X(f)|H(f)|^2}{N_0(f)} \right] df \quad (3.14)$$

On doit donc trouver la densité spectrale $X(f)$ afin de maximiser la capacité.

Dans le cas où l'émetteur ne possède pas de connaissance à priori sur le canal, la puissance est distribuée d'une manière uniforme sur la bande de fréquence W avec :

$$X(f) = \bar{P}/W \quad (3.15)$$

On obtient donc la formule de la capacité uniforme par la relation suivante :

$$C_{uniforme} = \int_w \log_2 \left[1 + \frac{\bar{P}|H(f)|^2}{WN_0(f)} \right] df \quad (3.16)$$

Si l'information sur le canal est disponible à l'émetteur $H(f)$, on peut adapter la puissance du signal à transmettre aux variations du canal afin de maximiser la capacité. Ceci est réalisé en utilisant un algorithme appelé « **Water-Filling** ».

3.4.1 L'algorithme d'optimisation « Water-Filling »

Quand un canal de communication est endommagé par de graves évanouissements, ou par de fortes interférences entre symboles, l'adaptation du signal de transmission à l'état de canal peut généralement apporter une grande amélioration à la vitesse de transmission. Le problème est de trouver une stratégie d'adaptation optimale c'est pour cela qu'il a été trouvé une solution à ce problème sous contrainte de la puissance totale disponible grâce au **Water-Filling**.

Il a été montré dans [12], que la densité spectrale optimale $X(f)$ maximisant la capacité, peut être obtenue à l'aide de l'algorithme « **Water-Filling** ».

Le débit de transmission peut être adaptatif et variant avec la variation du canal. On prend un exemple particulier de l'adaptation dans le domaine temporelle c'est la technique AMC (Adaptive modulation and coding). Cette dernière a été adoptée pour les systèmes de données par paquets citant par exemple : EDGE, CDMA2000, 1x EV-DO, Wimax). Elle permet l'adaptation du taux de codage canal et les modulations numériques utilisés en fonction de la qualité du signal et de manière opportuniste afin d'augmenter le débit du système. Dans le domaine fréquentiel et notamment avec les systèmes OFDM, l'AMC peut être utilisée grâce à l'algorithme du « **Water-Filling** » [10, 14].

Cet algorithme est réalisé seulement si l'émetteur possède des informations concernant le canal de transmission. Autrement dit, il faut connaître le SNR de chaque sous-bande. La méthode consiste à allouer plus ou moins de bits et de puissance à certaines sous-bandes avec un rapport signal sur bruit plus grand ou plus petit, dans cet ordre, de façon à maximiser la capacité pour un certain taux d'erreurs binaires.

Considérons la capacité de chaque sous-bande donnée par la formule suivante :

$$C_k = \log_2 \left[1 + \frac{P_k |H(f)|^2}{\delta_n^2(k)} \right] \text{ bits/sous-canal} \quad (3.17)$$

Ou P_k représente la puissance allouée à la $k^{\text{ième}}$ sous bande.

Donc, il faut trouver puissance à P_k allouée à chaque sous bande, afin de dénouer l'optimisation suivante :

$$C = \max_{p_1, \dots, p_{N_u}} \sum_{k=1}^{N_u} \log_2 \left[1 + \frac{P_k |H(f)|^2}{\delta_n^2(k)} \right] \text{ bit/OFDM symbole} \quad (3.18)$$

Avec une contrainte :

$$\sum_{k=1}^{N_u} P_k = \bar{P} \quad (3.19)$$

Sachant que $N_u (N_u \leq N)$ est le nombre de canaux utilisés. En utilisant la méthode des multiplicateurs de Lagrange avec contrainte, on obtient la solution suivante :

$$P_k^* = \left[\lambda - \frac{\delta_n^2(k)}{|H(f)|^2} \right]_+ = \begin{cases} \lambda - \frac{\delta_n^2(k)}{|H(f)|^2} , & \text{si } \left(\lambda - \frac{\delta_n^2(k)}{|H(f)|^2} \right) \geq 0 \\ \mathbf{0} & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.20)$$

Le paramètre λ définit le seuil qui permet de choisir les sous-canaux de manière à respecter la contrainte (3.19). Une illustration du principe de la technique **Water-Filling** est donnée par la figure (3.4).

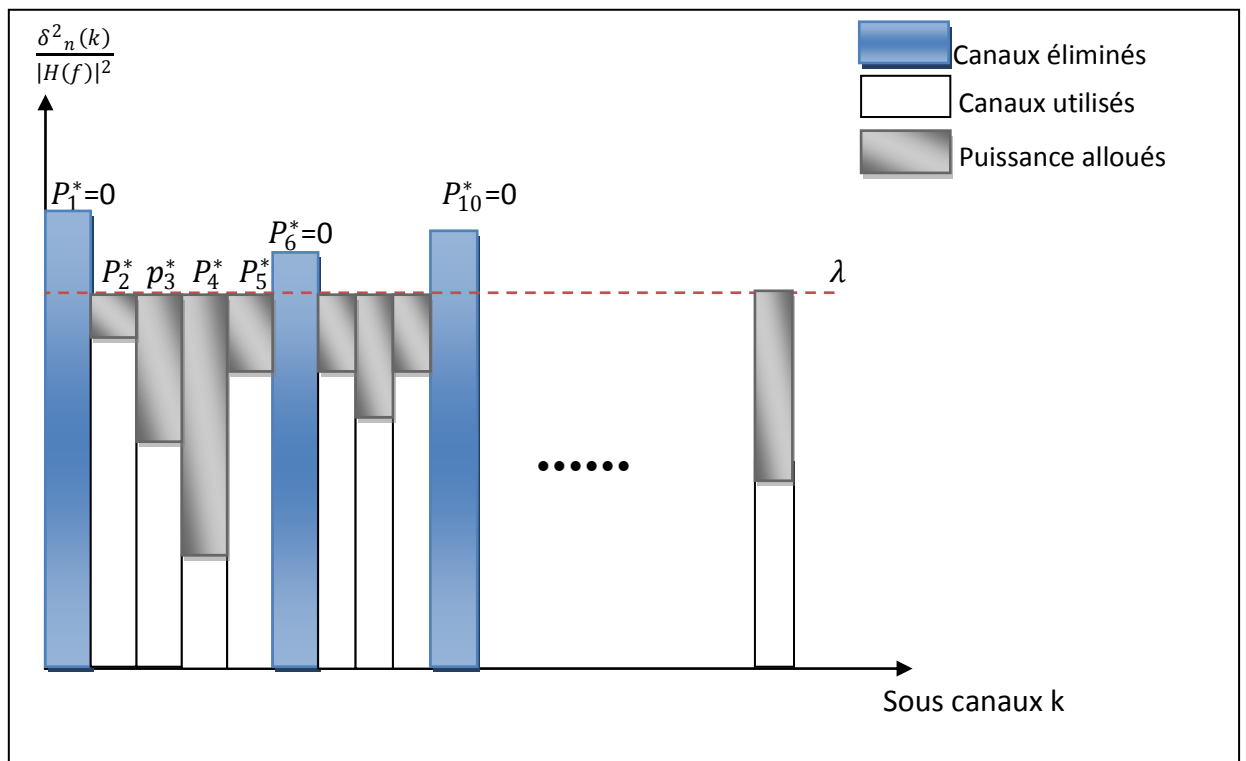


Figure 3. 4 L'allocation optimale de la puissance avec l'algorithme « Water Filling ».

La puissance nulle est allouée aux canaux pour lesquels $\left(\lambda < \frac{\delta_n^2(k)}{|H(f)|^2}\right)$, donc ils sont éliminés. La puissance à allouer est interprétée comme une quantité d'eau qu'on va verser pour être distribuer sur plusieurs réservoirs (les canaux) jusqu'à atteindre le niveau λ . Tout réservoir dépassant ce niveau dès le départ, n'est pas utilisé pour le remplissage (mauvais canaux).

La solution doit vérifier la relation suivante :

$$P_k + \frac{\delta_n^2(k)}{|H(f)|^2} = cte = \lambda \quad (3.21)$$

Ainsi, l'algorithme attribut une puissance de transmission plus grande aux canaux avec un SNR élevé et une puissance nulle aux canaux avec un SNR très faible.

3.4.2 Calcul pratique de la puissance et des bits à allouer

La capacité obtenue par l'algorithme du *Water-Filling* est la capacité optimale théorique qui ne tient pas compte de certains aspects pratiques et de certaines contraintes comme la probabilité d'erreur, la puissance maximale et la puissance totale, les constellations réalisables. Pratiquement il est impossible d'atteindre cette capacité théorique.

S'il faut tenir compte de la probabilité d'erreur qu'on peut atteindre en plus de maximiser la capacité, il faut rajouter un terme qu'on appelle SNR gap [9] et l'expression de la capacité devient :

$$b_k = \log_2 \left[1 + \frac{P_k \cdot g_k}{\Gamma} \right] \quad (3.22)$$

P_k : la puissance allouée au $k^{ième}$ sous-canal,

g_k : le rapport signal sur bruit du $k^{ième}$ sous-canal avec une puissance unitaire

Γ : le SNR gap.

Ce terme représente l'écart entre SNR qu'il faut pour atteindre une probabilité d'erreur donnée et le SNR qu'il faut pour atteindre la capacité théorique maximale. Le

SNR gap est donc choisi de manière à atteindre une probabilité d'erreur symbole désirée. Dans le cas d'une modulation M-QAM, le **SNR** gap est fixe pour une probabilité d'erreur donnée. Par exemple $\Gamma = 8.8 \text{ dB}$ pour une probabilité d'erreur $P_e = 10^{-6}$ quelque soit la taille de la constellation. Ceci n'est pas le cas pour une modulation de type M-PSK ou Γ n'est plus fixe pour une probabilité d'erreur donnée mais dépend aussi de la taille de la constellation M .

Dans [17], Qiu et Chawla proposent une approximation du GAP Γ dans le cas d'une modulation M-QAM pour les différentes valeurs du BER.

$$\Gamma(\text{dB}) = \frac{-\log(5 \cdot \text{BER})}{1.5} \quad (3.23)$$

Cette expression va être utilisée dans la suite de notre travail pour fixer le SNR gap adéquat.

En plus de la probabilité d'erreur, d'autres aspects doivent être pris en compte pour un calcul plus raisonnable de la capacité. Dans la littérature, on trouve un grand nombre de travaux qui s'intéressent au calcul pratique de la capacité, parmi eux on cite l'algorithme de Fisher [14] ou celui de Chow [18] ou encore l'algorithme EBF et EBR dans [15], ce dernier sera l'objet de notre travail pour l'évaluation de la capacité pratique d'un système OFDM.

Dans l'algorithme de Chow [18], on attribue la même quantité d'énergie aux canaux utilisés:

$$P_k = P_T/k \quad (3.24)$$

Le nombre de bits alloués à chaque sous-canal est donné par :

$$b_k = \log_2 \left[1 + \frac{SNR_k}{\Gamma \gamma_m} \right] \quad (3.25)$$

Où γ_m est la marge de performance du système. Ainsi, des débits plus élevés sont assignés aux sous-porteuses avec des niveaux de SNR les plus élevés et des débits plus bas à celles avec des niveaux SNR inférieurs. Tandis que les sous-canaux avec un SNR inférieur à un certain seuil sont éliminés. Cet algorithme itératif est répété, à chaque étape des ensembles différents des sous-canaux éliminés, jusqu'à ce que la marge

optimale est atteinte et la somme des bits dans chaque sous-canal est égale au débit totale cible qu'on veut atteindre R .

Après ça un ajustement de la distribution de la puissance est effectué sur chaque sous-canal. Par contre dans l'algorithme de Fischer [14], le débit et la puissance sont redistribués non pas selon la capacité du canal mais à fin de minimiser la probabilité d'erreur de chaque sous-canal.

Dans notre travail on s'intéresse à un algorithme récemment appelé **EBF** (Efficient Bit Filling) introduit par [15]. Dans cet algorithme plusieurs contraintes sont prises en compte pour un calcul pratique de la capacité. En plus de la puissance totale et la probabilité d'erreur, la taille de la constellation max est pris en compte et aussi le nombre de bits total autorisé ainsi que la puissance maximale par sous canal. On vous propose donc dans le paragraphe suivant le détail de cette méthode.

3.4.3 Algorithme EBF pour une allocation efficace des bits

L'objectif principale de cet algorithme présenté dans [15], est d'atteindre un débit cible de B_{cible} bits par symboles OFDM tout en réduisant la puissance d'émission totale, fixant le taux d'erreur binaire BER à atteindre, limitant la puissance maximale permise par sous-canal et enfin la taille maximale de la constellation de type M-QAM.

L'algorithme **EBF** effectue en deux étapes l'allocation des bits par symbole OFDM.

Considérons un système de communication OFDM avec N sous porteuses, la modulation M-QAM est déployée sur toutes les sous porteuses et la taille maximale autorisée des constellations est limitée à $M = 2^{b_{max}}$, où b_{max} est un nombre entier positif indiquant le nombre maximum de bits alloués.

Pour un débit cible B_{cible} et un **BER** désiré, nous essayerons de réduire au minimum la puissance totale d'émission.

Le nombre de bits b_i à la $i^{ème}$ sous porteuse sous la contrainte de BER souhaité atteindre est donnée par :

$$b_i = \log_2 \left(1 + \frac{P_i}{\Gamma} \rho_i \right) \quad (3.26)$$

Avec P_i la puissance de transmission de la $i^{\text{ème}}$ sous porteuse et ρ_i est le rapport gain – bruit, il est donné par :

$$\rho_i = \frac{|H_i|^2}{\sigma_i^2} \quad (3.27)$$

H_i : Le gain complexe du canal

σ_i^2 : La variance de l'additif de moyenne nulle de bruit

Γ : Le SNR gap correspondant au BER souhaité.

Le problème d'allocations de bits en discret est donné comme suit :

$$\min_{b_i, 1 \leq i \leq N} \sum_{i=1}^N P_i \quad \text{sous contraintes} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^N b_i = B_{cible} \\ 0 \leq b_i \leq \bar{b}_i, b_i \in \mathbb{Z}_+ \text{ pour } 1 \leq i \leq N \end{cases} \quad (3.28)$$

B_{cible} : Est le nombre de bits à atteindre par symbole OFDM.

\bar{b}_i : Indique le nombre entier maximal des bits disponible pour la $i^{\text{ème}}$ sous porteuse sous la contrainte de la puissance transmise maximale allouable et la taille maximale de la constellation utilisée, et qui est donnée par :

$$\bar{b}_i = \min \left(b_{max}, \left\lfloor \log_2 \left(1 + \frac{\bar{P}}{\Gamma} \rho_i \right) \right\rfloor \right) \quad (3.29)$$

\bar{P} : est la puissance max allouable par sous-porteuse.

$\lfloor . \rfloor$: représente la fonction **floor** qui nous permet de faire un arrondi vers l'entier le plus proche vers $-\infty$.

Il est à noter que $\bar{b}_i < b_{max} \forall i \in \{1, 2, \dots, N\}$. La solution pour l'équation (3.28) n'existe que si $\sum_{i=1}^N \bar{b}_i \geq B_{cible}$

Observation sur la solution optimale :

A partir de la formule (3.26), on calcul la puissance supplémentaire nécessaire pour ajouter un bit de plus à la $i^{\text{ème}}$ sous porteuse qui transporte b_i bits est donnée par :

$$P_i^+(b_i) = 2^{b_i} \frac{\Gamma}{\rho_i} \quad (3.30)$$

Remarque : Afin d'expliquer l'idée de cet algorithme, il est utile d'observer que la puissance supplémentaire $P_i^+(b_i) \forall i \in \{1, 2, \dots, N\}$ est une fonction croissante de b_i dans l'intervalle $0 \leq b_i \leq (\bar{b}_i - 1)$. Egalement $\forall i \in \{1, 2, \dots, N\}$ et $\forall k \in \mathbb{Z}_+$, si $P_i^+(b_i) \leq P_j^+(b_j)$ alors $P_i^+(b_i + k) \leq P_j^+(b_j + k)$

Principe de l'algorithme EBF

L'idée de l'algorithme EBF est de commencer par décomposer le débit qu'on souhaite atteindre comme suit :

$$B_{cible} = \bar{b} \times c + d \quad (3.31)$$

Où $c = \lfloor B_{cible} / \bar{b} \rfloor$ est l'entier le plus proche de B_{cible} / \bar{b} et d est un entier appartenant à $\{0, 1, \dots, \bar{b} - 1\}$, il est intéressant de noter que $c < N$. Maintenant il faut trouver les sous-porteuses où il faut rajouter les bits un par un afin de trouver B_{cible} en respectant les différentes contraintes.

La capacité discrète optimale est obtenue en deux étapes. Initialement on suppose commencer par allocation de zéros bits i.e. $b_i = 0 \forall i \in \{1, 2, \dots, N\}$. Ensuite lors de la première étape on commence par rajouter un bit à chacune des c premières sous-porteuses correspondantes aux indexes des plus petites puissances $P_i^+(b_i)$ qui ont été rangées selon un ordre croissant préalablement. L'opération est refaite \bar{b} fois jusqu'à atteindre $\bar{b} \times c$ bits alloués. Les d bits restants pour achever le débit cible B_{cible} sont rajoutés lors de la deuxième étape.

On peut résumer les deux étapes de l'algorithme **EBF** comme suit :

Algorithme EBF

Etape 1 :

- 1- Calculer $\bar{b} = \max_i \{\bar{b}_i\}$
- 2- Calculer c et d
- 3- Mettre $b_i = 0$ et calculer $P_i^+(0) = \frac{\Gamma}{\rho_i} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, N\}$
- 4- Trier toutes les sous porteuses dans un ordre croissant selon $P_i^+(b_i)$
- 5- Allouer un bit à chacune des c premières sous-porteuses et mettre à jour les $P_i^+(b_i)$ correspondants comme suit :

$$P_i^+(b_i) = \begin{cases} 2 \times P_i^+(b_i) & \text{si } b_i < \bar{b}_i \\ +\infty & \text{ailleurs} \end{cases}$$

- 6- Répéter les étapes 4 et 5 jusqu'à ce que $\bar{b} \times c$ bits soient chargés sur les sous porteuses sélectionnées.

Etape 2 :

- 1- Rajouter les d bits restants aux sous-porteuses correspondantes selon P_i^+ .

3.5 Conclusion

Au début de ce chapitre, nous avons rappelé les notions de base de la théorie de l'information, entropie et capacité théorique du canal de transmission. Ensuite, nous avons présenté la technique d'allocation optimale des ressources connue sous le nom de « **Water-Filling** » qui maximise la capacité théorique. Finalement nous avons présenté l'algorithme **EBF** qui permet un calcul pratique et efficace de la capacité de canal proche du calcul optimal en tenant compte de plusieurs contraintes. La capacité obtenue est réalisable et nécessite une complexité moindre que nous allons comparer dans la partie simulation avec d'autres algorithmes.

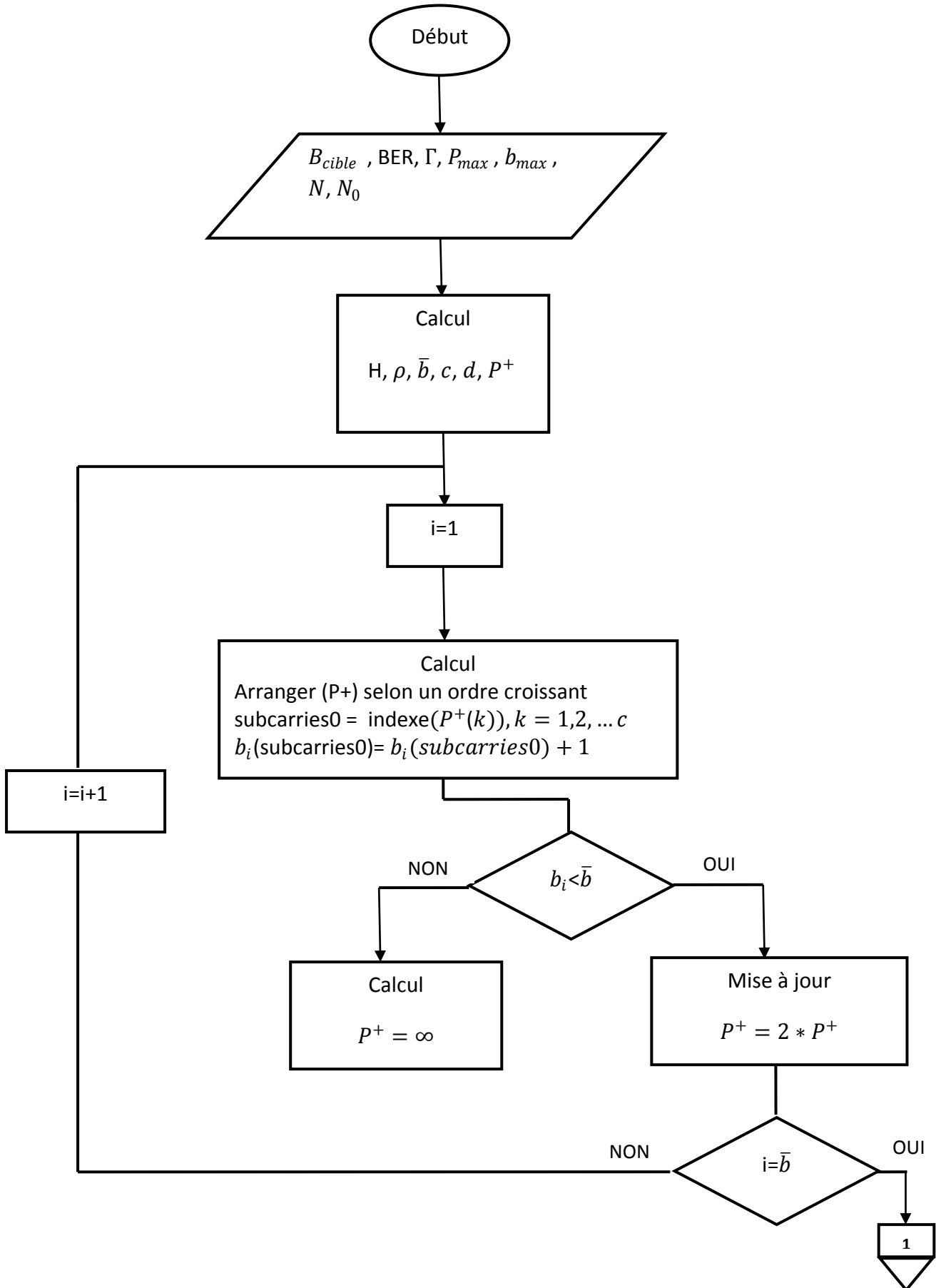
Chapitre 4 Simulations et résultats

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les principaux résultats obtenus lors de nos simulations en utilisant le logiciel **Matlab**.

On rappelle que l'objectif de ce mémoire est d'étudier le problème d'allocation optimale de ressources pour maximiser la capacité ou le débit. On va s'intéresser à l'utilisation de deux techniques «**Water-Filling**» et l'algorithme «**EBF**». Ces deux algorithmes ont été étudiés et expliqués dans le chapitre précédent. L'algorithme du **water-filling** est l'algorithme qui nous permet de calculer la capacité optimale d'un canal sélectif en fréquence. On va justement s'intéresser au début à cette sélectivité fréquentielle et l'influence du nombre des trajets multiples sur l'allure de la réponse fréquentielle du canal et sur la capacité optimale. En second lieu on présente les résultats de simulation de l'utilisation de l'algorithme **EBF** qui permet un calcul pratique de la capacité. Cet algorithme va tenir compte d'autres contraintes pratiques comme le BER souhaité atteindre, la puissance maximale et la taille de la constellation. L'algorithme EBF a l'avantage aussi d'être d'une meilleure efficacité spectrale et moins complexe que certains algorithmes existants dans la littérature de calcul pratique de la capacité.

L'organigramme principal de notre simulation est illustré par la figure 4.1.



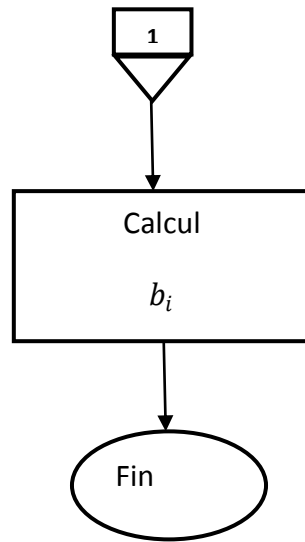


Figure 4. 1 Schéma d'organigramme du programme principal .

4.2 La technique « Water Filling »

On s'intéresse pendant cette étude, à un seul type de canaux connus dans les transmissions numériques. Il s'agit d'un canal de Rayleigh et on s'appuie principalement sur la technique **Water Filling** pour le calcul de la capacité du canal pour différents nombres de trajet.

4.2.1 Les résultats sous le canal Rayleigh sélectif en fréquence

a le canal de transmission

On doit tout d'abord présenter le comportement de ce type de canaux de transmissions pour bien montrer l'influence de la technique d'optimisation utilisée. En premier lieu on va présenter l'effet du retard des trajets sur le comportement du canal, comme le montre les figures suivantes :

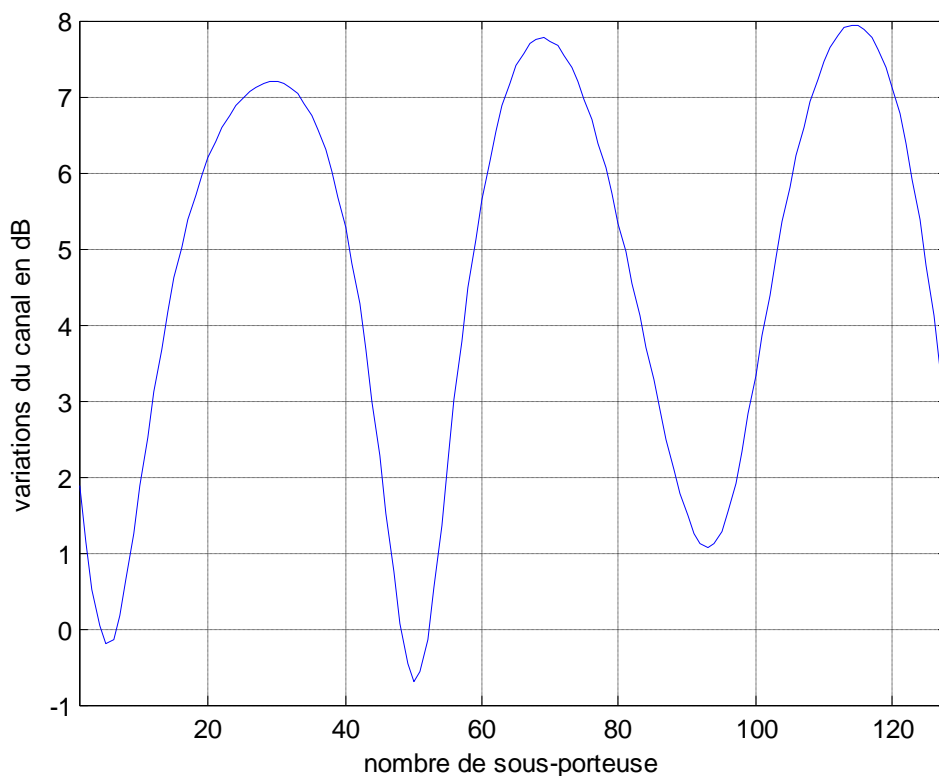


Figure 4. 2 Variation du canal en dB pour 3 trajets

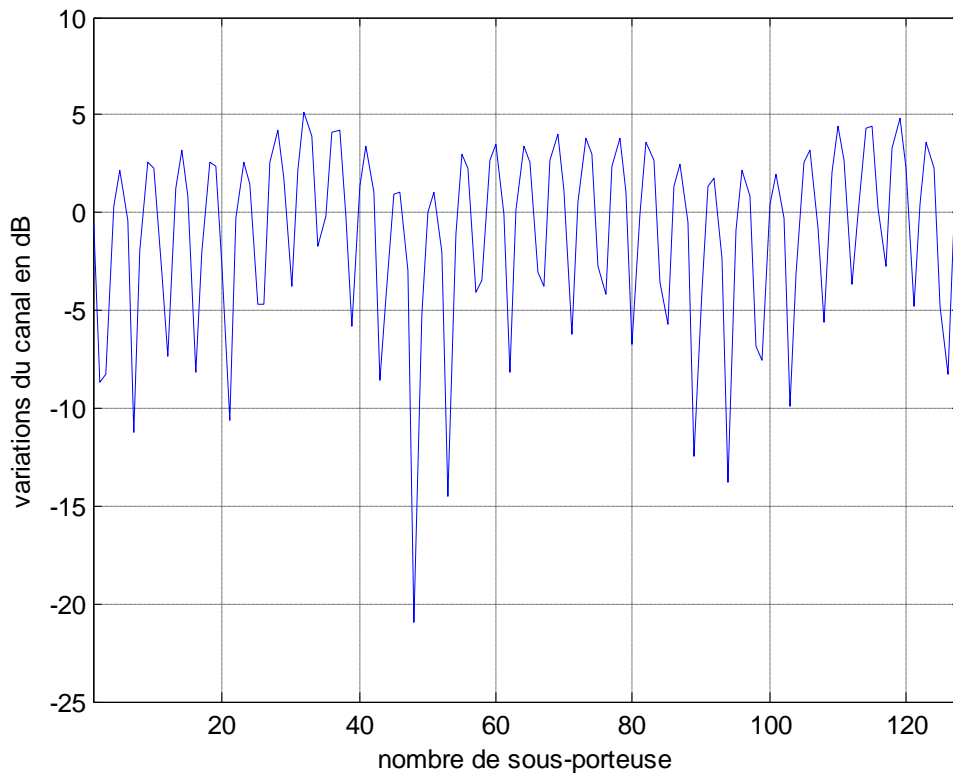


Figure 4.3 Variation du canal en dB pour 10 trajets avec un retard plus grand pour le 10^{ème}

A partir des figures (4.2), (4.3), on peut voir les variations du canal en fonction du nombre de sous porteuse, ce qui permet d'en déduire une sélectivité en fréquence, et aussi on peut facilement remarquer que, plus le nombre de trajets augmente (plus précisément le retard max des trajets) plus la sélectivité de notre canal est importante. En particulier la figure(4.3) définit un canal fortement sélectif en fréquence comparé a la figure(4.2).

b comparaison entre les différentes capacités en fonction du SNR

Dans cette étape, on présente l'influence de l'algorithme « Water Filling » sur l'amélioration de la capacité d'un canal Rayleigh. La figure(4.4) illustre une comparaison en fonction du SNR entre la capacité optimale avec une distribution optimale de la puissance allouée a l'aide de la technique « **Water-Filling** » et la capacité uniforme avec une distribution uniforme de la puissance.

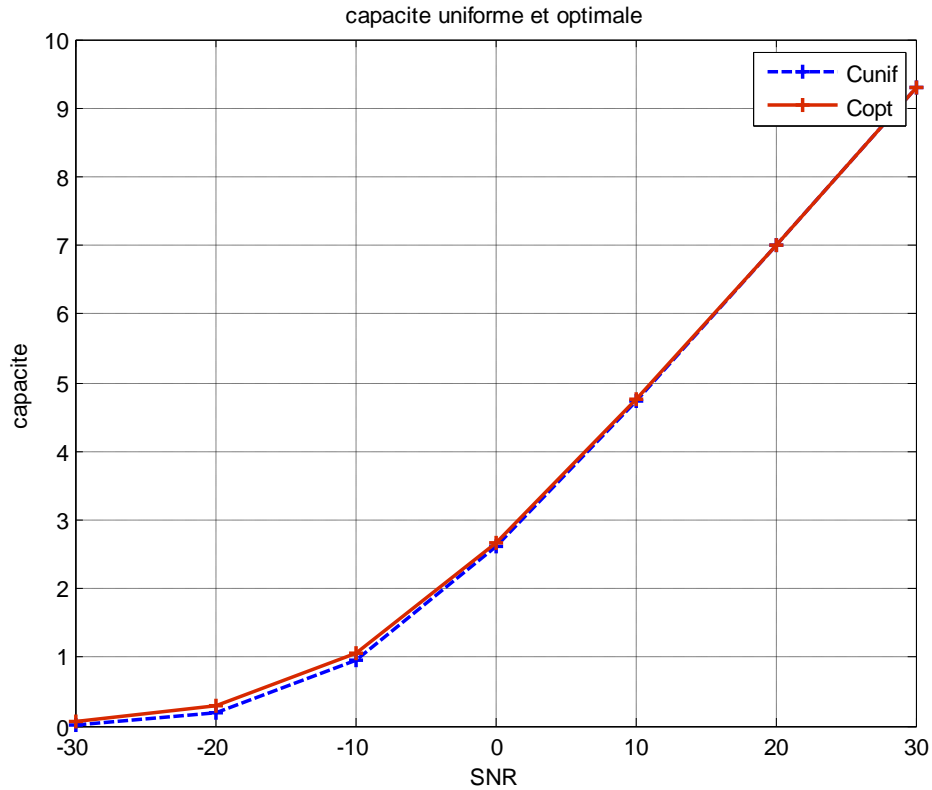


Figure 4. 4 Capacité uniforme et optimale en fonction du SNR

Dans cette figure 4.4, on voit bien que la capacité obtenue par une allocation optimale de puissance est plus performante par rapport à celle obtenue par une simple allocation uniforme de puissance, et cela est valable pour les faibles valeurs du signal sur bruit (SNR). On remarque que pour un SNR élevé ($\geq 10dB$) il n'y a pas une différence entre les deux capacités c'est-à-dire la connaissance du canal n'apporte aucune amélioration par rapport à la capacité du canal.

Pour une meilleure observation de l'influence amenée par le nombre de trajet sur la capacité du canal, on s'appuie sur le résultat illustré sur la figure 4.5 qui définit le rapport des deux capacités pour plusieurs valeurs de L .

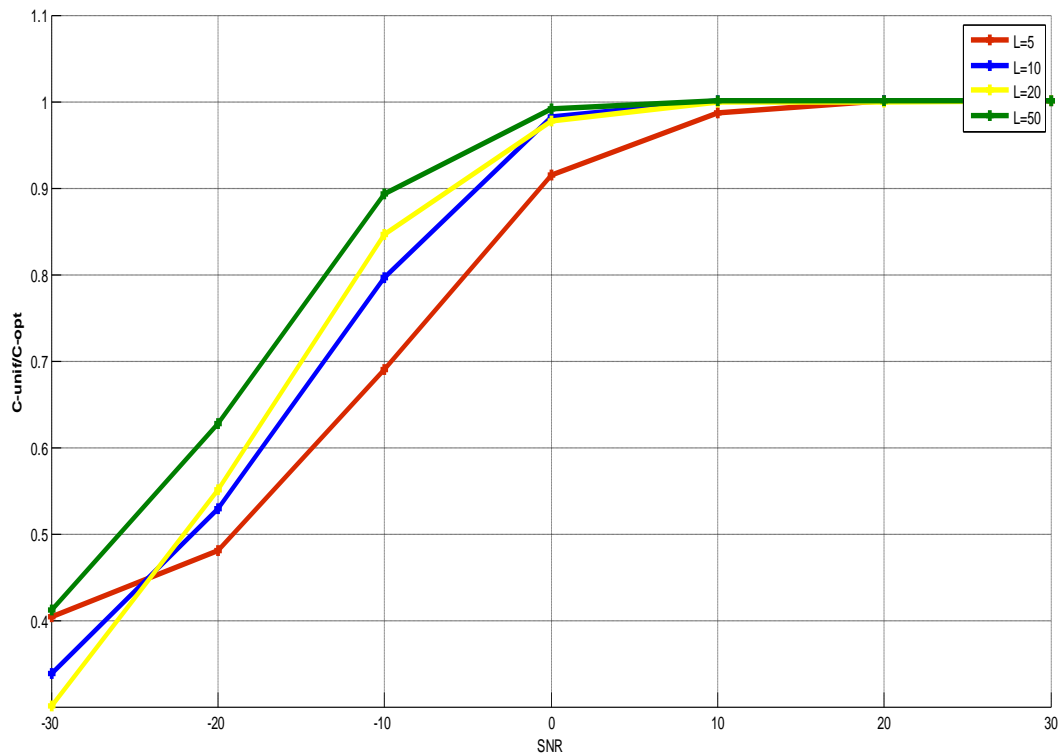


Figure 4. 5 Le rapport de capacité uniforme et optimale pour des différents trajets

À partir du résultat obtenu sur la figure 4.5, on remarque qu’il ya une dégradation continue de la capacité optimale (pour les petites valeurs de SNR), c'est-à-dire, plus le nombre de trajets augmente plus le rapport des deux capacités tend vers 1.

4.2.2 Calcul pratique de la puissance et des bits à allouer

a le SNR Gap

Le SNR Gap est le rapport entre le SNR idéal pour lequel le système peut transmettre à la capacité C (capacité optimale) et le SNR pratique pour lequel le système peut transmettre à la capacité b (capacité pratique).

Le SNR gap, est une approximation introduite par Forney [16]. On définit Γ pour une probabilité d’erreur symbole donnée P_e par :

$$\Gamma = \frac{2^c - 1}{2^b - 1} = \frac{SNR}{2^b - 1}$$

La figure (4.6), illustre la capacité en fonction du rapport signal sur bruit pour différentes valeurs de Γ .

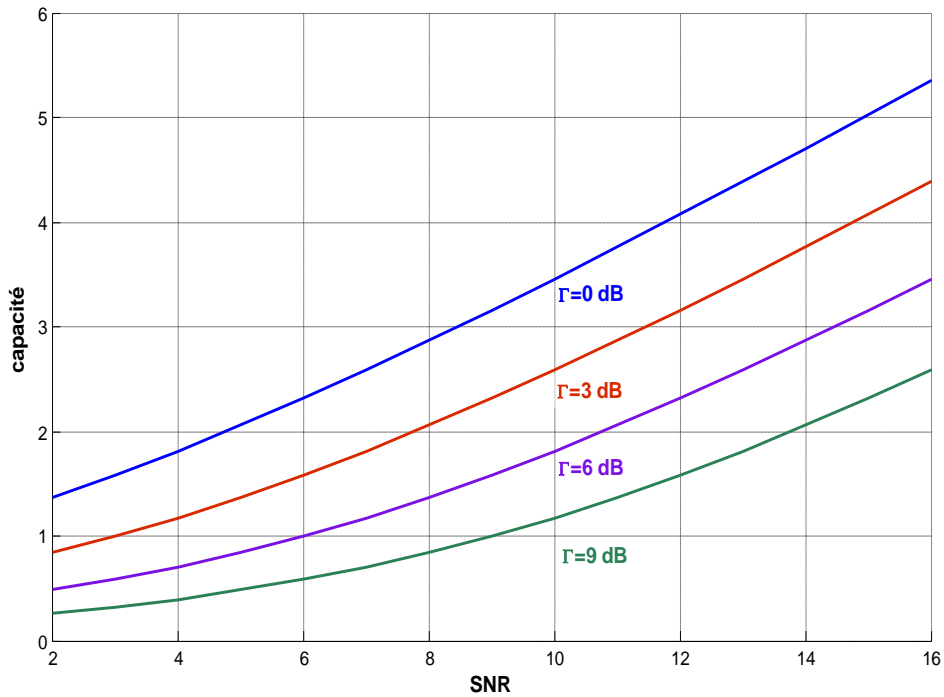


Figure 4. 6 Capacité en fonction du rapport signal sur bruit pour différente valeurs de Γ .

On peut remarquer aisément, que plus le Γ est grand (par exemple $\Gamma = 9$ dB) plus on s'éloigne de la valeur de la capacité théorique ($\Gamma = 0$ dB).

Mais d'un autre coté Γ est choisi de manière à atteindre une probabilité d'erreur symbole désirée. On a déjà parlé de l'approximation de la probabilité d'erreur symbole pour chaque sous-canal dans le chapitre précédent.

b Approximation du SNR Gap pour une probabilité d'erreur donnée

Nous avons vu dans le chapitre précédent qu'il existe une approximation analytique qui nous permet de calculer le SNR gap qu'il faut appliquer pour atteindre une probabilité d'erreur donnée. Cette approximation est donnée par la formule (3.23), $\Gamma(dB) = (-\log_{10}(5 \cdot BER))/1.5$ et elle est valable que pour une modulation de type M-QAM.

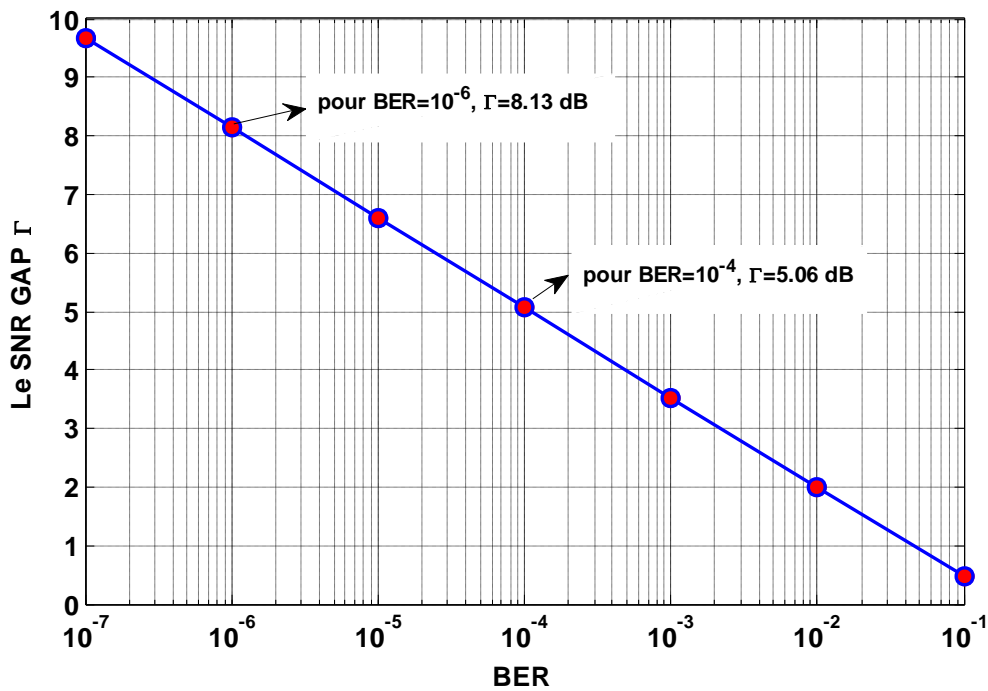


Figure 4. 7 La probabilité d'erreur symbole pour une modulation 4QAM et 16QAM

La figure 4.7, illustre bien les différentes valeurs du SNR Gap Γ pour les différentes valeurs du BER qui pourront être utilisées dans l'algorithme EBF.

Par exemple les valeurs du GAP par la modulation QAM pour différentes valeur de BER est :

BER	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-2}
GAP	$\Gamma = 8,13dB$	$\Gamma = 6,60dB$	$\Gamma = 5,06dB$	$\Gamma = 1,99dB$

Tableau 4. 1 le SNR GAP Γ .vs. BER.

c Algorithme EBF

Après avoir présenté l'algorithme « EBF » de façon théorique dans le chapitre précédant nous allons présenter les résultats obtenues lors de nos simulations mais avant ça, voici un tableau récapitulatif des paramètres de simulation utilisés :

Paramètres	valeurs
Nombre maximal des bits	$b_{max} = 6bits \rightarrow 64QAM \text{ max}$ $b_{max} = 8bits \rightarrow 256QAM \text{ max}$
Débit cible B_{cible}	$B_t = 256bits/symbole \text{ OFDM}$
Bit error rate	$BER = 10^{-3}$
Nombre de sous-porteuses	$N = 128, \text{ ou } 512$
Densité spectrale de puissance de bruit	$N_0 = -144 \text{ dBm/Mhz}$
Fréquence de sous porteuse	$Bf_{sub} = 4.125 \text{ Mhz}$
Puissance Max par sous canal	$\bar{P} = -35dBm$
Canal	Rayleigh sélectif en fréquence
Taille de la FFT	128 ou 512

Tableau 4. 2 paramètres utilisés dans nos simulations

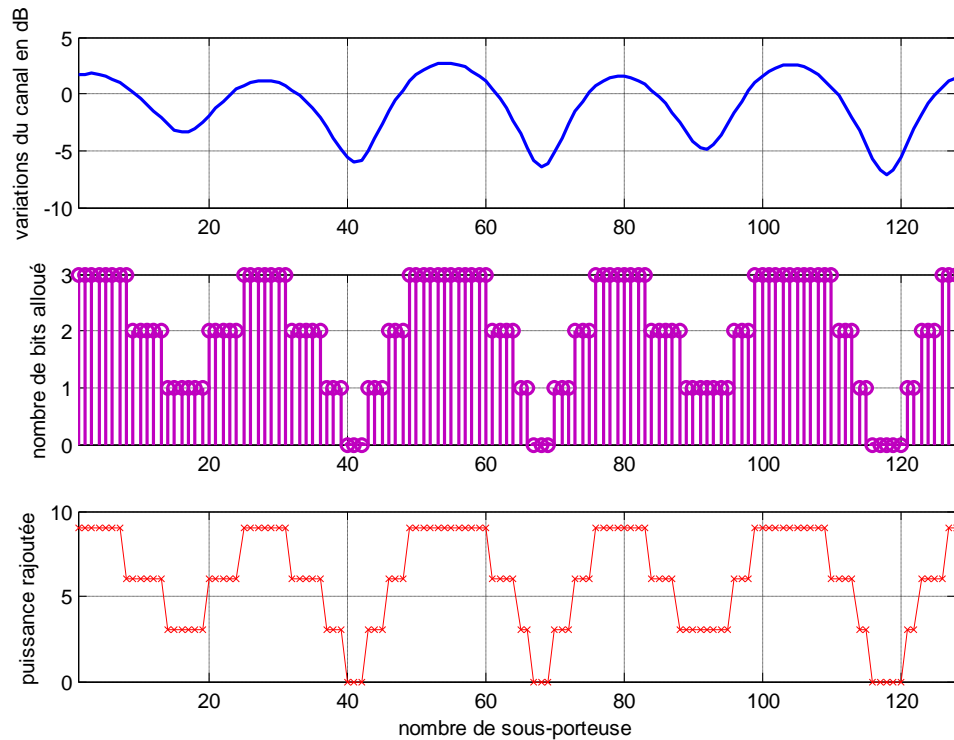


Figure 4. 8 l'allocation des bits sur les sous canaux par l'algorithme EBF($c=42$, $d=4$)

La figure 4.8 présente la puissance rajoutée P^+ , le nombre de bits alloués et les variations du canal, l'idée de base de cet algorithme est d'ajouter un bit a chaque sous porteuse du canal sachant que ces sous porteuses sont arrangées selon un ordre croissant selon la puissance rajoutée P^+ , alors on va commencer par mettre un bit aux c premières sous-porteuses qui auront donc les puissances les plus faibles.

On remarque bien que le nombre de bits alloués et la puissance rajoutée varient selon les variations du canal.

Quand on change la taille des canaux ou le nombre maximal des bits, la méthode reste valable, comme on peut le voir sur les figures suivantes :

- Pour $N = 512$ et $b_{max} = 8$

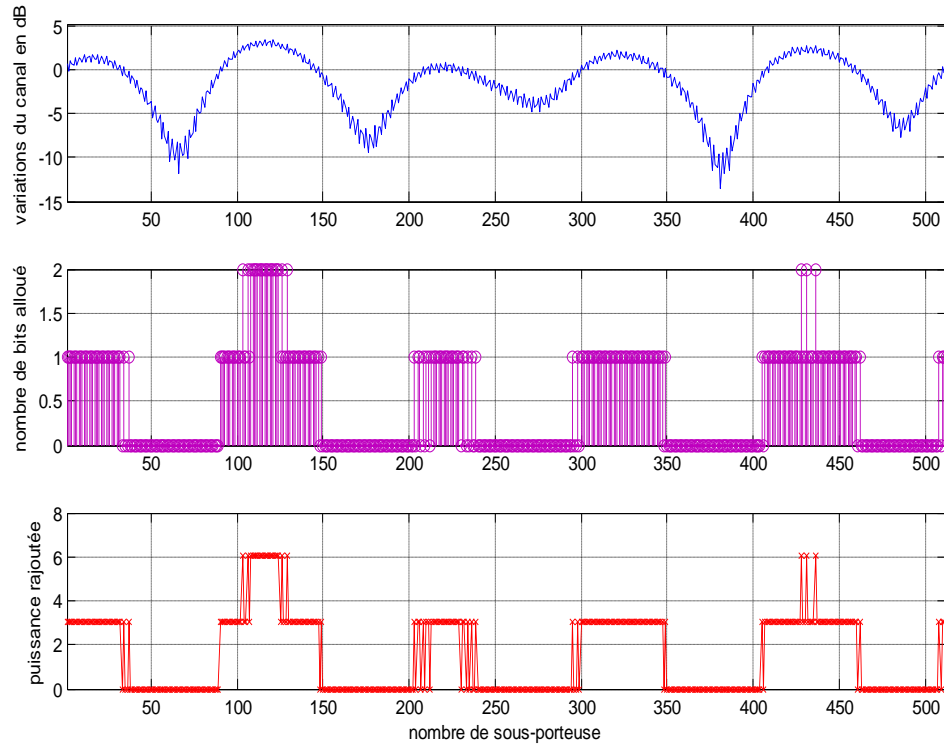


Figure 4. 9 l'allocation des bits sur les sous canaux par l'algorithme EBF pour $N = 512$, $b_{max} = 8$, ($c = 32$, $d = 0$)

- Pour $N = 256$ et $b_{max} = 8$

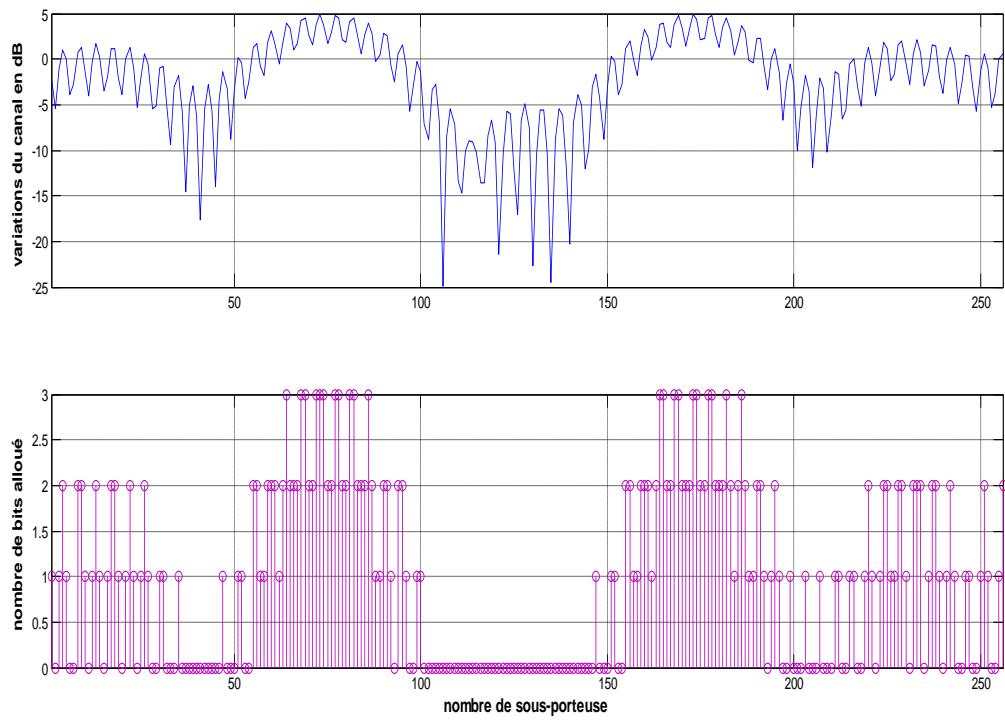


Figure 4. 10 les variations du canal et le nombre de bits alloué pour $N = 256$, $b_{max} = 8$ ($c = 32$, $d = 0$)

- Pour $N = 256$ et $b_{max} = 4$

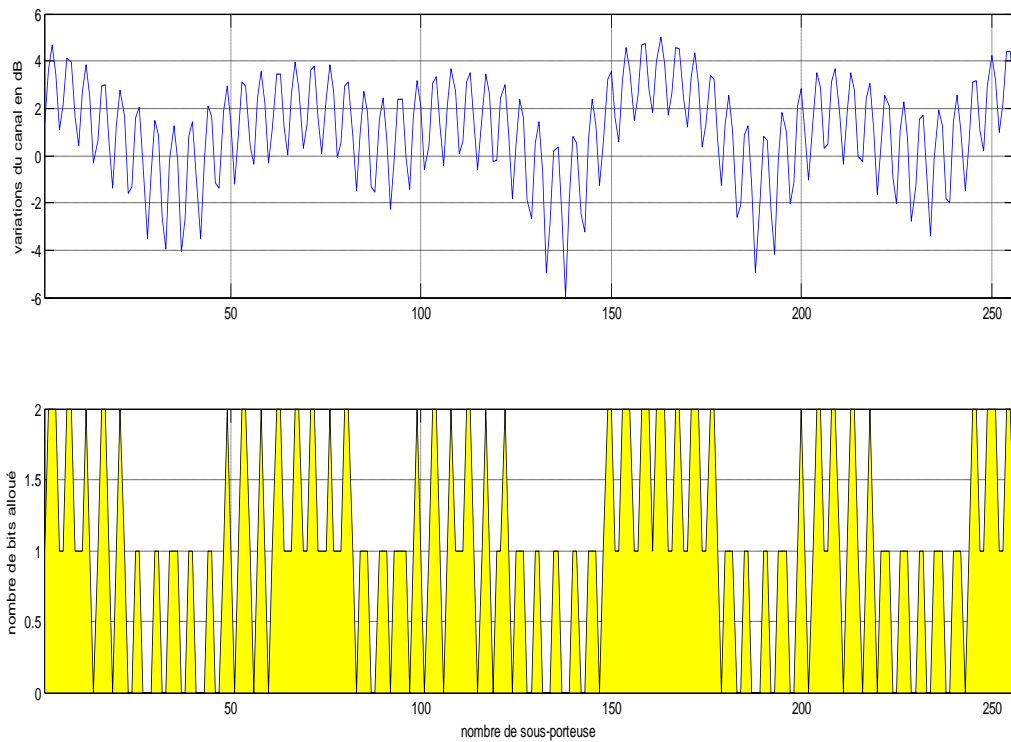


Figure 4. 11 les variations du canal et le nombre de bits alloué pour $N = 256$, $b_{max} = 4$, ($c = 64$, $d = 0$)

L'EBF nous a permis de faire une allocation des bits sur les sous canaux pour un calcul pratique de la capacité tout en respectant les contraintes, comme la taille maximale des constellations qui est réglée à 64 c'est-à-dire $b_{max} = 6$, le BER désiré qui est égal à 10^{-3} , et d'après cette simulation on a pu vérifier aussi la contrainte $\sum_{i=1}^N b_i = B_{cible} = 256$.

Complexité de l'EBF

La complexité de calcul asymptotique de notre projet EBF est analysée et comparée avec celle des algorithmes optimaux existants. L'EBF proposé est beaucoup plus performant en termes d'efficacité de puissance.

Par souci de clarté, nous exprimons le débit de données maximum et le débit de données cible comme suit:

$$\sum_{i=1}^N \bar{b}_i = \lambda N \quad (4.1)$$

$$B_{cible} = \eta N \quad (4.2)$$

λ : Est le rendement maximum de la bande passante (en bits par porteuse).

η : Désigne l'efficacité de largeur de bande cible (en bits par porteuse).

D'après les équations (4.1) et (4.2) on obtient $\lambda = 6 \text{ bits/porteuse}$, $\eta = 2 \text{ bits/porteuse}$ avec $N = 128$, $\sum_1^N \bar{b}_i = 768$, $B_{cible} = 256$.

Nous évaluons numériquement l'amélioration de l'EBF en montrant les différentes opérations dans le tableau suivant :

algorithme	comparaison de la valeur dans le pire des cas				
	Comparaison	Division	Addition et soustraction	shift	logarithme
Greedy bit filling[19]	$\eta N^2 = 32768$	$N = 128$	$\eta N = 256$	$\eta N = 256$	-----
Greedy bit removal [20]	$(\lambda - \eta)N^2 = 655336$	$N = 128$	$(\lambda - \eta)N = 512$	$(2\lambda - \eta - 1) = 1152$	-----
EBF	$b_{max} N \log_2 N + \eta N + b_{max} (1,1N - \log_2 N - 1) = 2706$	$\eta N = 129$	$\eta N = 256$	$\eta N = 256$	-----

Tableau 4. 3 : les différentes opérations des différents algorithmes

Le tableau (4.3) illustre une comparaison de la complexité calculatoire entre l'algorithme EBF et entre les deux méthodes les plus efficaces existantes, Greedy bit filling[19] Greedy bit removal [20]. La comparaison montre que pour la plupart des cas, l'EBF est l'algorithme le plus efficace et de loin le moins complexe. En fait en moyenne la complexité de l'algorithme EBF est de l'ordre de $\mathcal{O}(N \log^2 N)$ tandis que la moyenne de la complexité des deux autres algorithmes est de $\mathcal{O}(N^2)$.

4.3 Conclusion

Au cours de ce chapitre nous avons étudié l'utilité de l'algorithme « **Water-Filling** » et son objectif d'optimiser la capacité du canal. Nous avons pu voir d'après la comparaison entre la capacité uniforme obtenue par une simple allocation uniforme et la capacité optimale obtenue par une allocation optimale de puissance, que cette dernière est plus grande pour des valeurs du SNR faibles. Ensuite nous avons présenté l'algorithme **EBF** de calcul de capacité sous d'autres contraintes pratiques. Nous avons conclu que l'EBF est capable de converger vers l'allocation optimale de bits avec une complexité beaucoup plus faible que les algorithmes de calcul optimaux existants. En comparant les deux algorithmes « **Water-Filling** » et « **EBF** », on constate que ce dernier a l'avantage de faire un calcul pratique raisonnable en tenant compte d'importantes contraintes comme (BER souhaité, la puissance totale, la taille de la constellation). Ceci donne donc à l'algorithme **EBF** une efficacité spectrale plus grande et aussi une performance du point de vue capacité presque optimale.

Conclusion générale

Au cours de notre travail, nous avons procédé en suivant plusieurs étapes : Dans un premier temps, on a commencé par un rappel de quelques définitions et appellations, ainsi on a décrit d'une manière générale le fonctionnement d'une chaîne de transmission numérique avec une description de ces différents blocs. On a discuté aussi les différents modèles de canaux de transmission, notamment les canaux multi-trajets, canal sélectif en fréquence tel que L'étalement temporel et L'effet Doppler. On a terminé ce chapitre par les modulations numériques usuelles et plus précisément la modulation d'amplitude en quadrature qu'on a utilisée dans nos simulations, en passant par le code convolutif et le code en bloc.

La technique de multiplexage par répartition orthogonale de la fréquence a fait l'objet de notre deuxième chapitre. On a décrit brièvement le problème de multi trajets avant d'expliquer le principe de la modulation multi-porteuse OFDM ensuite on a discuté la propriété fondamentale (l'orthogonalité) et l'utilité de l'intervalle de garde qui permettent de minimiser IES et IEP entre les sous porteuses ce qui réduit l'espacement entre ces dernières et améliore l'efficacité spectrale du système OFDM, et finalement on a terminé ce chapitre en citant les différents avantages et inconvénients de l'OFDM.

Dans le troisième chapitre on a présenté quelques notions de la théorie de l'information et indiqué l'expression de la capacité d'un canal gaussien et d'un canal sélectif en fréquence. Avant de terminer ce chapitre on a décrit d'une manière explicite l'algorithme « Water-Filling » qui permet de répartir la puissance de manière optimale sur les symboles OFDM transmis de façon à maximiser la capacité théorique du canal, mais on s'est intéressé à maximiser la capacité pratique d'où l'utilité du l'algorithme EBF qui résous le même problème mais d'une manière plus efficace.

Dans le quatrième chapitre on a illustré à l'aide de simulation les résultats de fonctionnement de l'algorithme Water Filling et l'algorithme EBF qui cherche à maximiser la capacité par une allocation optimale et pratique des bits, tout en respectant des contraintes d'une manière plus efficace conduisant à de meilleures performances.

A . La probabilité d'erreur de la modulation M-PAM et M-QAM

Avant de calculer la probabilité d'erreur de la modulation M-QAM, on fait des rappels sur quelques notions de base sur les communications numériques.

On rappelle que la distribution de probabilité suivant la loi gaussienne est donnée par :

$$Q(x) = \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt \quad (1)$$

On suppose que les filtres d'émission et de réception soient des portes idéales (cosinus surélevé), c'est-à-dire on n'a pas d'interférences entre symboles. L'expression des échantillons en sortie du filtre est donnée par :

$$Y_n = r(nT + \tau) = a_n p(0) + W_n \quad (2)$$

Avec :

$$P(t) = h_e(t) * h_r(t) = h(t) * h^*(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(u) h^*(u - t) du \quad (3)$$

$$w_n = h_r(t) * b(t)|_{t=nT} \quad (4)$$

Les variations aléatoires w_n sont gaussiennes centrées, non corrélées, de moyenne nulle et de variance donnée par la relation suivante :

$$\delta^2 = p(0) \frac{N_0}{2} \quad (5)$$

La probabilité d'erreur est donné par :

$$P_e = Q\left(\frac{p(0)}{\delta}\right) \quad (6)$$

Nous allons exprimer la probabilité d'erreur en fonction de l'énergie moyenne par bit :

$$E_b = \int |h(t)|^2 dt = p(0) \quad (7)$$

D'après (5), (6) et (7) :

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad (8)$$

Après avoir exprimé P_e en fonction de E_b , et afin de trouver la probabilité d'erreur de la modulation M-QAM, on doit d'abord exprimer celle de la modulation M-PAM en bande de base.

La probabilité d'erreur s'écrit par :

$$P_e = \frac{2(M-1)}{M} Q\left(\frac{p(0)}{\delta}\right) \quad (9)$$

L'énergie moyenne par symbole est donnée par :

$$E_s = \frac{M^2-1}{3} p(0) \quad (10)$$

L'énergie moyenne par bit est donc :

$$E_b = \frac{E_s}{\log_2(M)} = \frac{1}{\log_2(M)} \frac{M^2-1}{3} p(0) \quad (11)$$

En utilisant l'équation(5), on obtient l'expression finale de P_e pour la modulation M-PAM

$$P_{e_{\text{binaire}}} (M - PAM) = \frac{2}{\log_2(M)} \left(\frac{M-1}{M}\right) Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0} \log_2(M) \frac{3}{M^2-1}}\right) \quad (12)$$

Dans la modulation M-QAM, la projection des symboles sur les deux axes de la constellation donne deux modulations par impulsion, c'est-à-dire deux modulations $\sqrt{M} - PAM$ ($\sqrt{M} * \sqrt{M} = M$) , donc les parties réelles et imaginaires du symboles complexe $c_k = a_k + jb_k$ sont distribuées suivant une $\sqrt{M} - PAM$, finalement l'expression de la probabilité d'erreur binaire est donnée, en remplaçant M par son racine carré dans l'expression (12)

$$P_{e_{binaire}} (M - QAM) = \frac{4(\sqrt{M}-1)}{\sqrt{M} \log_2(M)} Q \left(\sqrt{\frac{3 \log_2(M)}{M-1} \frac{2E_b}{N_0}} \right) \quad (13)$$

Bibliographie

- [1] Céline Guillemot « étude et intégration numérique d'un système multicapteurs AMRC de télécommunication basé sur un prototype virtuel utilisant le langage de haut niveau VHDL-AMS », thèse de doctorat, université de TOULOUSE LE MIRAIL, décembre 2005.
- [2] Oliver Muller, « Architectures multiprocesseurs monopuces génériques pour turbo-communications haut-débit », Thèse de doctorat de l'UBS, Université de BRETAGNE-SUD, Décembre 2007.
- [3] Olivier Berder, « Optimisation et stratégies d'allocation de puissance des systèmes de transmission multi-antennes », thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale, décembre 2002.
- [4] K.khegar, B. Toulat « estimation et égalisation d'un canal sélectif en fréquence pour les systèmes multi porteuse » PFE, université saad dahleb, 2009.
- [5] MérouaneDebbah, « introduction aux principes de l'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) » article, France.
- [6] W.C. Jakes, « Microwave Mobile Communications », IEEE PressReissue, 1994.
- [7] D.Manetti, « Contributions au décodage des codes convolutifs utilisés dans les systèmes de communication mobile UMTS », thèse de doctorat, université de Neuchatel, Septembre 2005.
- [8] Emmanuel Jaffrot ,« estimation de canal très sélectif en temps et en fréquence pour les systèmes OFDM », thèse de doctorat, décembre 2000.
- [9] Ait Saadi Hocine , « Systèmes Multiporteuses», Rapport de recherche, Québec Novembre 2011.
- [10] A. Peled and A. Ruiz. "Frequency domain data transmission using reducedcomputational complexity algorithms »,IEEE international conference on ICASSP, vol 5,pp 964–967, 1980 .

- [11] Sylvain Traverso, « transposition de fréquence et compensation du déséquilibre IQ pour les systèmes multiporteuses sur canal selectif en fréquence », thèse de doctorat, université de Cergy-Pontoise, 2007.
- [12] F.ZHENG, T. KAISER: « On the Evaluation of Channel Capacity of UWB Indoor Wireless Systems», VOL. 56. NO. 12, DECEMBER 2008.
- [13] Y.S Cho, J.Kim, W.y.Yang ,C.G.Kang, « MIMO-OFDM wirless communication with matlab »,Livre john wiley, 2010 .
- [14] R.F.H. Fischer and J.B. Huber. «A new loading algorithm for discrete multitone transmission», In Globecom Communications: The Key to Global Prosperity, vol.1, 724 – 728, nov 1996.
- [15] D.Wang,,Y.Cao, and L.Zheng , «Efficient Two-Stage Discrete Bit-Loading Algorithms for OFDM Systems», IEEE transactions on vehicular technology, vol.59,no.7, September 2010.
- [16] W. Akmouche, «Etude et caractérisation des modulations multiporteuses OFDM », thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale, October 2000.
- [17] X. Qiu and K. Chawla, “On the performance of adaptive modulation in cellular systems”, IEEE Trans. Commun., vol. 47, no. 6, pp. 884–895, Jun. 1999.
- [18] P.S. Chow, J.M. Cioffi, and J.A.C. Bingham,« A practical discrete multitone transceiver loading algorithm for data transmission over spectrallyshaped channels», IEEE Trans. Commun., 43(234) :773–775, feb 1995.
- [19] E. Baccarelli and M. Biagi, “Optimal integer bit-loading for multicarrier ADSL systems subject to spectral-compatibility limits,” *Signal Process.*, vol. 84, no. 4, pp. 729–741, Apr. 2004.
- [20] A. Fasano, “On the optimal discrete bit loading for multicarrier systems with constraints,” in *Proc. IEEE VTC*, Apr. 2003, pp. 915–919.