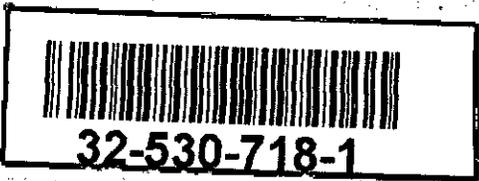


Tsy / ucox



ENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ FERHAT ABBAS - SÉTIF

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR
DÉPARTEMENT D'ÉLECTRONIQUE

MÉMOIRE

Présenté par

SABI Mohamed

Pour obtenir le titre de **Magister**

OPTION

Communication

**ÉTUDE DE LA PERMITTIVITÉ ET DE LA PERMÉABILITÉ
DES MATÉRIAUX HÉTÉROGÈNES EN ESPACE LIBRE
AUX HYPERFRÉQUENCES**

Date de soutenance: 21 février 2000

Devant le jury composé de :

- | | | |
|---------------|-------------------|----------------------------|
| Président : | Mr. A. KHELLAF | Prof. Université de Sétif |
| Rapporteurs : | Mr. A. MERZOUKI | Prof. Université de Sétif |
| | Mr. L. SELMANI | C. C. Université de Sétif |
| Examineurs : | Mr. D. DJOUADI | M. C. Université de Béjaïa |
| | Mr. N. BOUZIT- | C. C. Université de Sétif |
| | Mr. N. BOUKEZOULA | C. C. Université de Sétif |



32-530-718-1

32-530-718-754/4008

NT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ FERHAT ABBAS - SÉTIF

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR
DÉPARTEMENT D'ÉLECTRONIQUE

MÉMOIRE

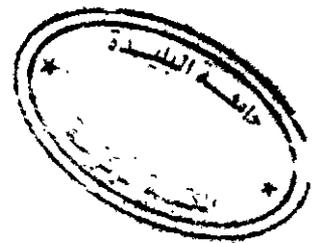
Présenté par

SABI Mohamed

Pour obtenir le titre de **Magister**

OPTION

Communication



**ÉTUDE DE LA PERMITTIVITÉ ET DE LA PERMÉABILITÉ
DES MATÉRIAUX HÉTÉROGÈNES EN ESPACE LIBRE
AUX HYPERFRÉQUENCES**

Date de soutenance : 21 février 2000

Devant le jury composé de :

Président :	Mr. A. KHELLAF	Prof.	Université de Sétif
Rapporteurs :	Mr. A. MERZOUKI	Prof.	Université de Sétif
	Mr. L. SELMANI	C. C.	Université de Sétif
Examineurs :	Mr. D. DJOUADI	M. C.	Université de Béjaïa
	Mr. N. BOUZIT	C. C.	Université de Sétif
	Mr. N. BOUKEZOULA	C. C.	Université de Sétif

Année 1999/2000

Dédicaces

A la mémoire de mes grands parents,

A la mémoire de mon père,

A ma femme,

A mes enfants Katia, Massi et Yacine

Remerciements

Je tiens à remercier plus particulièrement Monsieur Abdelaziz MERZOUKI Professeur à l'université de Sétif, pour m'avoir proposé le sujet qui a fait l'objet de ce mémoire. Je tiens également à lui exprimer ici ma gratitude et ma profonde reconnaissance pour son encadrement et les précieux conseils qu'il n'a cessé de me prodiguer tout au long de la réalisation de ce travail.

Mes remerciements vont également Monsieur Larbi SELMANI Chargé de cours à l'université de Sétif de bien vouloir se proposer comme co-encadreur de ce mémoire.

Je tiens à remercier également Monsieur A. KHELLAF Professeur à l'université de Sétif de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma soutenance et d'avoir volontiers accepté de juger ce travail.

Je remercie également Monsieur Djamal DJOUADI maître de conférence à l'université de Béjaïa, Messieurs Nacer-eddine BOUZIT et Nacer-eddine BOUKAZOULA Chargés de Cours à l'université de Sétif pour tout l'intérêt qu'ils ont manifesté à l'égard de ce travail en acceptant volontiers d'être membres du jury et ainsi d'avoir bien voulu accepter d'examiner ce travail.

Enfin, j'exprime ma profonde gratitude à mes amis et collègues A. Alliche, K. Mokrani et m. Sadjji pour leur encouragement et soutien moral.

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	1
-------------------	---

CHAPITRE I: LES PHENOMENES DE POLARISATION DE LA MATIERE PERMITTIVITE ET PERMEABILITE

I.1 Les différents milieux diélectriques.....	4
I.2 Les phénomènes de polarisations diélectrique.....	5
I.2.1 Les différents types de diélectriques.....	5
I.2.2 Les propriétés des milieux diélectriques.....	5
I.2.3 Polarisation diélectrique en régime stationnaire.....	6
I.2.3.1 Les mécanismes de polarisation diélectrique.....	7
I.2.3.2 Polarisation des constituants de la matière.....	8
I.2.3.3 Polarisation des matériaux diélectriques.....	9
I.3 Susceptibilité et permittivité diélectrique.....	11
I.4 Etude générale des propriétés diélectriques en régime sinusoïdal.....	14
I.4.1 Modélisation de la polarisation électronique.....	14
I.4.2 Modélisation de la polarisation par orientation.....	16
I.4.3 Polarisabilité diélectrique totale.....	19
I.5 Les phénomènes de magnétisation de la matière.....	20
I.5.1 Le magnétisme de la matière.....	20
I.5.2 Susceptibilité et perméabilité magnétique de la matière.....	21

CHAPITRE II: LES LOIS DE MELANGES HETEROGENES

II.1 Introduction.....	23
II.2 Etude de quelques concepts de lois de mélanges.....	25
II.2.1 Théorie de Reynold et Hough.....	25
II.2.1.1 Application aux mélanges dilués.....	28
II.2.1.2 Loi logarithmique des mélanges.....	29
II.2.1.3 Loi de Bruggeman.....	30
II.2.2 Formalisme de Genzel et Martin.....	31
II.2.2.1 Applications.....	32
II.2.2.2 Loi de Böttcher.....	32
II.2.3 Loi de Bruggeman et Hanai.....	33
II.2.4 Loi de Looyenga.....	34

II.3 Application des lois de mélanges.....	35
II.3.1 Application au composite tétrachlorure de carbone-verre.....	36
II.3.1.1 Les caractéristiques du composite.....	36
II.3.1.2 Les résultats obtenus.....	36
II.3.2 Application au composite P.V.C- Fe_3O_4	38
II.3.2.1 Introduction.....	38
II.3.2.2 Caractéristiques du composite P.V.C- Fe_3O_4	38
II.3.2.3 Détermination des fractions volumiques d'air des inclusions du composite	39
II.3.2.4 Présentations des caractéristiques réelles du composite.....	42
II.3.2.5 Les résultats	45
II.3.3 Conclusion	47

CHAPITRE III: PROPAGATION LIBRE DES E.M. PLANES **REFLEXION ET TRANSMISSION**

III.1 Introduction	48
III.2 Rappels théoriques des notions de propagation des ondes E.M.....	49
III.3 Réflexion et transmission à l'interface de deux milieux.....	51
III.3.1 Calcul des coefficients de Fresnel.....	51
a) Cas de la polarisation parallèle.....	52
b) Cas de la polarisation perpendiculaire.....	54
c) Cas particulier de l'incidence normale.....	56
III.3.2 Etude de la variation du coefficient de réflexion en incidence oblique.....	56
III.3.3 Réfraction totale et angle de Brewster.....	58
III.4 Modélisation de l'échantillon en plaque.....	59
III.4.1 Introduction.....	59
III.4.2 Calcul des coefficients de réflexion et de transmission de la structure en plaque.....	59
II.4.2.1 Calcul du coefficient de réflexion global.....	60
II.4.2.1 Calcul du coefficient de transmission global.....	62
III.5 Modélisation d'une structure multicouche.....	63
III.5.1 Introduction.....	63
III.5.2 Calcul des coefficients de réflexion et de transmission de la structure.....	65
- Cas général de la propagation oblique.....	66
- Cas particulier de la propagation normale	67

**CHAPITRE IV: DISPOSITIFS DE MESURE - METHODES FREQUENTIELLE
DE CARACTERISATION EN ESPACE LIBRE**

IV.1 Dispositifs de mesure fréquentielle.....	68
IV.1.1 Bancs de mesure utilisant des circuits à constantes localisées	68
IV.1.2 Bancs de mesure utilisant des circuits à constantes réparties.....	69
IV.1.3 Les dispositifs de mesure en hyperfréquences.....	70
IV.1.4 Description du banc de mesure "BACCARAT Ku"	72
IV.1.5 Principe de la mesure en espace libre dans le domaine fréquentiel.....	74
IV.2 Méthodes de détermination de la permittivité et de la perméabilité complexes dans le domaine des hyperfréquence	75
IV.2.1 Méthode de la première réflexion.....	75
IV.2.2 Méthodes des réflexion multiples.....	76
IV.2.2.1 Méthode du court-circuit ayant recours à la résolution d'une équation transcendante.....	76
IV.2.2.2 Autre variante de la méthode du court-circuit.....	79
IV.2.2.3 Méthode en réflexion – transmission.....	82
IV.2.2.4 Méthode en réflexion sous deux configurations.....	86
a) Cas de la polarisation perpendiculaire.....	88
b) Cas de la polarisation parallèle.....	90
IV.3 Incertitudes sur la détermination ϵ^* et μ^*	92
IV.4. APPLICATIONS.....	94
IV.4.1 Le logiciel de simulation réalisé.....	94
IV.4.2 Détermination des caractéristiques électromagnétiques de quelques matériaux tests.....	97
IV.4.2.1 Les résultats obtenus.....	99
IV.4.2.2 Validation des résultats.....	103
IV.4.3 Simulation de la réponse fréquentielle	104
IV.4.4 Influence des incertitudes de mesure sur la détermination de ϵ^* et μ^*	108
CONCLUSION.....	111
BIBLIOGRAPHIE.....	113
ANNEXES.....	115

INTRODUCTION GENERALE

Parallèlement à l'évolution rapide et toujours croissante de la technologie des matériaux hétérogènes, des efforts considérables ont été déployés pour le développement et la mise en œuvre d'outils, de techniques et de méthodes de caractérisation de ces matériaux.

Cette évolution a permis aux matériaux hétérogènes de trouver effectivement des applications dans différents domaines de l'électronique, des télécommunications, de la biologie etc...

La permittivité et la perméabilité sont les caractéristiques électromagnétiques d'un milieu qui traduisent les phénomènes de polarisation de la matière sous l'effet d'une onde électromagnétique qui s'y propage. En générale, ce sont des grandeurs complexes qui dépendent de la fréquence du champ électromagnétique polarisant :

$$\varepsilon^*(f) = \varepsilon'(f) - j \varepsilon''(f) \quad \text{et} \quad \mu^*(f) = \mu'(f) - j \mu''(f)$$

Sachant que ces deux grandeurs interviennent directement dans les équations de Maxwell et notamment dans l'équation de propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu, leur connaissance est intéressante et même primordiale pour déterminer l'interaction entre l'onde et la matière. C'est ainsi qu'on peut également estimer le pouvoir de réflexion ou d'absorption des matériaux. On peut faire également recours à la caractérisation de matériaux pour d'autres raisons à savoir :

- contrôler un paramètre physique (telle que l'humidité...),
- déceler des agents parasites microscopiques dans les produits agricoles ,
- suivre la cinétique de l'évolution de certains produits en analysant leurs permittivités en temps réel sur une bande de fréquence pendant des réactions chimiques, des polymérisations, des mutations biologiques, des évaporations...

Les techniques de caractérisation des matériaux en hyperfréquences se subdivisent en deux grandes classes :

- *caractérisation en propagation guidée,*
- *caractérisation en espace libre.*

A l'origine, la caractérisation des matériaux en hyperfréquence se faisait exclusivement en propagation guidée. La plupart de ces techniques sont généralement plus simple à mettre en œuvre. Néanmoins elles présentent généralement des limitations en fréquence dues à l'utilisation

des guides d'ondes. Un autre inconvénient majeur réside dans la limitation de la taille des échantillons à analyser imposée par les dimensions de ces guides d'ondes. Quant aux techniques en espace libre, outre que le domaine d'investigation en fréquence soit plus élargi et même étendu au domaine millimétrique, elles permettent une caractérisation sans contact et de ce fait elles sont dites " non destructives". En outre, contrairement aux techniques guidées qui ne tolèrent que la propagation en incidence normale, celles en espace libre, permettent la caractérisation en incidence oblique (en fonction de l'angle d'incidence) et cela pour les deux principales types de polarisation parallèle et perpendiculaire de l'onde. Cependant ces techniques sont plus difficiles à mettre en œuvre et nécessitent le plus souvent un système de focalisation adéquat (lentilles, réflecteurs ellipsoïdaux...) et un environnement anéchoïque.

Quelle que soit la technique utilisée, la caractérisation peut se faire dans le domaine fréquentiel ou temporel (T.D.S).

Dans le domaine temporel, la source est un générateur d'impulsions et l'analyse du signal temporel réfléchi sur le matériau et moyennant les techniques de déconvolution, qui sont d'ailleurs difficiles à mettre en œuvre et les transformations de Fourier (temps-fréquence), permettent la remontée vers leurs caractéristiques électromagnétiques en fonction de la fréquence. Cependant les mesures dans le domaine temporel ont l'avantage de découpler les signaux parasites dus aux diverses réflexions avec l'environnement et de ce fait ne nécessitent pas l'utilisation des chambres anéchoïques.

Dans le domaine fréquentiel, les sources sont généralement des générateurs d'ondes sinusoïdales de fréquence fixes ou des wobulateurs délivrant des ondes dans de larges gammes de fréquences servant à attaquer l'échantillon à analyser.

L'avantage de la mesure et de l'analyse dans le domaine fréquentiel réside dans sa simplicité relative et qui ne fait plus recours aux techniques de traitement du signal compliqué.

L'objet de notre travail consiste à étudier les propriétés diélectriques et magnétiques des matériaux ainsi que la modélisation de méthodes en espace libre de caractérisation fréquentielle dans le domaine des hyperfréquences. Le principe de modélisation consiste à trouver, selon la configuration de l'échantillon analysé, une ou des relations mathématiques (un modèle) qui relie la permittivité et la perméabilité du matériau à caractériser à la réponse d'un échantillon de ce matériau représentée par une ou des grandeurs (tels que le coefficient de réflexion, de transmission ou l'impédance...) accessible à la mesure par un dispositif expérimental. Une fois que le modèle a été élaboré, le problème consiste à extraire des relations trouvées, qui sont d'ailleurs souvent assez complexes, les caractéristiques électromagnétiques (ϵ^* et μ^*) recherchées du matériau analysé.

La connaissance des constantes diélectriques et magnétiques nous permettra de prévoir (par la simulation) le comportement électromagnétique des matériaux, à savoir leur pouvoir de réflexion ou d'absorption dans le cas général de l'incidence oblique et en fonction de la fréquence. C'est ainsi que, suivant les résultats obtenus, le matériau pourrait trouver éventuellement une ou des utilisations particulières qui exploiteraient au mieux ses performances.

Un autre domaine auquel nous allons également nous intéresser est celui qui concerne les lois de mélanges des matériaux hétérogènes. En effet, pour fabriquer des dispositifs devant avoir un comportement particulier exigé par son utilisation (cavités, antennes miniatures,...), il faudrait les réaliser avec des matériaux composites ayant un comportement électromagnétique prédéfini. Ces matériaux particuliers sont généralement obtenus par un mélange adéquat de matériaux existants déjà et dont les caractéristiques (ϵ^* et μ^*) sont préalablement déterminées. On fera alors appel aux lois de mélanges pour la détermination des fractions volumiques des constituants à mélange afin de générer le matériau composite souhaité. Inversement on peut prévoir l'évolution des caractéristiques électromagnétiques d'un matériau composite en fonction des proportions volumiques de ses constituants.

Ce mémoire est composé de cinq chapitres :

Le 1^{er} chapitre est consacré aux généralités portant d'une part sur les phénomènes de polarisation diélectrique et magnétique de la matière qui permettront d'introduire la notion de permittivité et de perméabilité des matériaux.

Le chapitre II est réservé à l'étude des principales concepts et lois de mélanges de matériaux hétérogènes et leur application à des matériaux composites.

Au chapitre III, après avoir rappeler les notions de propagation dans les milieux matériels, on abordera la modélisation de la réponse fréquentielle en espace libre (réflexion et transmission) des structures des échantillons de matériaux. Ce chapitre constitue la base du chapitre IV où seront étudiées les principales méthodes fréquentielles de détermination des caractéristiques électromagnétiques des matériaux en espace libre. On terminera ce chapitre par une application où on donnera les résultats de simulation de détermination de la permittivité ϵ^* et de la perméabilité μ^* relatives à trois matériaux différents et cela dans la gamme de fréquences allant de 2 à 20 GHz.

Enfin, nous terminons par une conclusion générale qui fait la synthèse du travail effectué et situe les perspectives à envisager.

CHAPITRE I

Les phénomènes de polarisation de la matière

Permittivité et perméabilité

I.1 Les différents milieux de propagation

Un milieu matériel est caractérisé par trois paramètres : la permittivité (ϵ), la perméabilité (μ) et la conductivité (σ). Du point de vue électrique, on classe les matériaux en deux grandes classes : les conducteurs et les isolants encore appelés "diélectriques".

Les conducteurs parfaits ont théoriquement une conductivité infinie. Le courant de conduction J ne pouvant être infini, cela implique que le champ électrique E et le champ magnétique H soient nuls. Par conséquent une onde électromagnétique ne peut se propager dans un milieu parfaitement conducteur.

➤ Les diélectriques parfaits ne possèdent pas de charges électriques libres. Donc à l'inverse des conducteurs, ils ont une conductivité nulle et les champs électriques et magnétiques se propageraient sans atténuation. Cependant, les diélectriques réels qui sont caractérisés par leur constante diélectrique complexe $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ possèdent une conductivité non nulle mais de très faible valeur et par conséquent présentent des pertes diélectriques.

I.2 Les phénomènes de polarisation diélectrique [1,2,3]

I.2.1 Les différents types de diélectriques

Il existe deux types de diélectriques : les diélectriques polaires et les diélectriques non polaires.

- *Les diélectriques polaires* : A l'échelle microscopique, bien qu'électriquement neutres, ils sont caractérisés par l'existence d'un moment dipolaire permanent résultant de l'asymétrie des molécules du diélectrique. De ce fait, les barycentres des charges positives et négatives ne coïncident pas géométriquement.

- *Les diélectriques non polaires* : A l'inverse des diélectriques polaires, les molécules des diélectriques non polaires ne présentent aucune asymétrie. Ils ne possèdent donc pas de moment dipolaire permanent. Cependant, soumis à un champ électrique, ces milieux se polarisent par déformation des molécules et il en résulte des moments dipolaires induits.

I.2.2 Propriétés des milieux diélectriques [2]

• *Linéarité*: Un milieu diélectrique est dit linéaire lorsque ses propriétés diélectriques (ϵ) et éventuellement magnétiques (μ) restent indépendantes de l'intensité du champ électrique (ou magnétique) extérieur auquel il est soumis. En d'autres termes, un milieu diélectrique est linéaire lorsqu'il existe une relation linéaire entre les vecteurs déplacement électrique \vec{D} et le champ électrique \vec{E} :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} ;$$

où la quantité ϵ est la permittivité diélectrique du milieu. Notons que la plupart des diélectriques sont linéaires.

• *Homogénéité*: Un milieu est dit homogène lorsque ses propriétés électromagnétiques (ϵ et μ) restent constantes et ne dépendent pas des coordonnées spatiales du point dans le milieu.

• *Isotropie*: Un milieu est isotope lorsque ses propriétés électromagnétiques restent indépendantes de la direction des champs électriques et magnétiques appliqués. Dans ce cas la permittivité ϵ et la perméabilité μ sont des grandeurs scalaires. Dans le cas contraire, le milieu est dit anisotrope et ϵ et μ sont alors des

tenseurs. Notons que les liquides, les gaz diélectriques et les solides cristallins de réseau cubique sont des substances isotropes.

1.2.3 Polarisation diélectrique en régime stationnaire [1,2,3]

Les propriétés des milieux diélectriques dépendent de la nature des groupements atomiques, moléculaires ou ioniques des constituants de la matière. Lorsqu'un diélectrique est soumis à un champ électrique extérieur constant, il se passe au niveau microscopique un déplacement en sens opposé des charges positives ou négatives. Ce déplacement provoque la rupture de l'équilibre électrique initial. Il en résulte l'apparition de dipôles électriques qui engendrent un potentiel et champ électrique de polarisation dont l'intensité varie au sein de la matière. Ainsi par exemple, ils peuvent varier d'un point à un autre d'une même maille d'un réseau cristallin ou d'un même groupement atomique. Comme ces variations à l'échelle microscopique sont difficilement mesurables, on est amené à définir une grandeur macroscopique qui est la moyenne locale des grandeurs microscopiques détectables par les instruments de mesure. Ainsi, on définit le moment dipolaire par unité de volume en un point M d'un corps diélectrique par [2] :

$$\bar{P}(M) = \frac{1}{V} \sum_{i \in V} \bar{p}_i$$

où la sommation est étendue à tous les moments dipolaires microscopiques élémentaires contenus dans le volume de nivellement V entourant le point M.

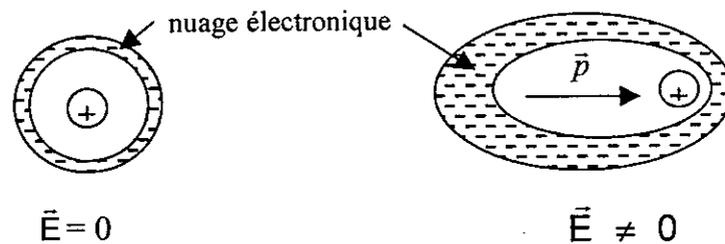
\bar{P} est appelée " densité de polarisation " ou tout simplement " polarisation ". Notons que le champ électrique induit \bar{E}_p est fonction [2] de la polarisation \bar{P} et de la forme géométrique du matériau considéré.

1.2.3.1 Les mécanismes de polarisation diélectrique [1,2,4]

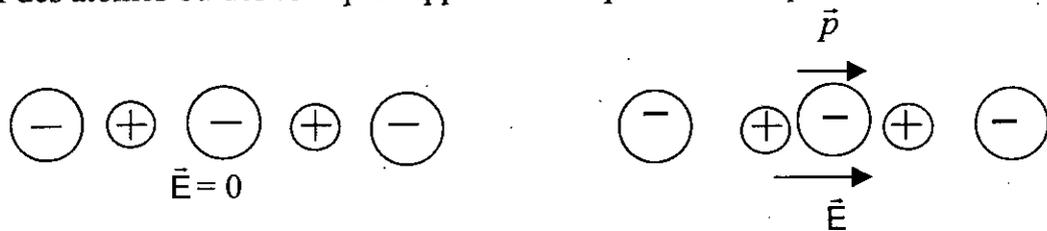
En générale, trois principaux mécanismes microscopiques contribuent à la polarisation totale des diélectriques à savoir [4] :

- a) la polarisation électronique,
- b) la polarisation atomique ou ionique,
- c) la polarisation dipolaire ou d'orientation.

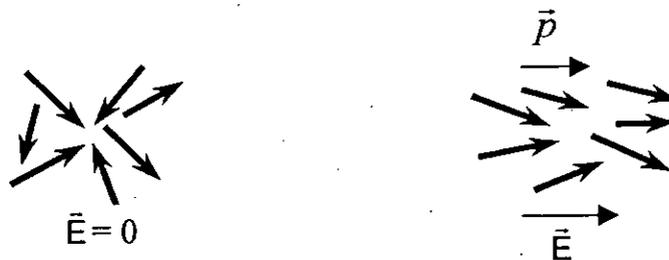
- **La polarisation électronique** : Elle est liée à la modification de la répartition des charges électroniques autour du noyau de chaque atome ou ion. Ce phénomène de déformation du nuage électronique se produit également dans le cas des liaisons des molécules. Notons que Cette polarisation électronique est toujours présente quel que soit le type de matériau considéré, qu'il soit polaire ou non polaire.



- **La polarisation atomique ou ionique** : elle est la conséquence du déplacement relatif des atomes ou des ions par rapport à leurs positions d'équilibre.



- **La polarisation dipolaire ou d'orientation** : Cette polarisation se manifeste dans les milieux dont les molécules possèdent un moment dipolaire permanent. Sous l'effet d'un champ électrique extérieur, ces moments ont tendance à s'orienter dans le sens de celui-ci.



polarisation par orientation de dipôles

1.2.3.2 Polarisation diélectrique des constituants de la matière [1,2,3]

- **Polarisation d'un atome**

Les barycentres B^+ et B^- des charges positives (charge du noyau) et négative (du nuage électronique) d'un atome seul dans un état stationnaire coïncident avec le centre du noyau. L'atome ne possède donc pas de moment dipolaire. Si un champ électrique \vec{E}_l agit localement sur lui, le nuage électronique se déforme et par suite les barycentres B^+ et B^- ne coïncident plus. Il en résulte un moment dipolaire induit \vec{p} parallèle et proportionnelle au champ \vec{E}_l :

$$\vec{p} = \alpha_e \vec{E}_l \quad (I.1)$$

La quantité α_e est appelée la polarisabilité électronique de l'atome.

- **Polarisation d'une molécule**

Dans le cas d'une molécule seule, il faut envisager deux cas suivant qu'elle est polaire ou non polaire :

a) cas d'une molécule non polaire :

Sous l'action d'un champ électrique \vec{E}_l , le nuage électronique de chaque atome de la molécule se déforme, il en résulte l'apparition d'un moment dipolaire induit d'origine électronique. En plus, il y a déplacement des positions relatives des noyaux à l'intérieur de la molécule; ce qui engendrera un moment dipolaire induit d'origine atomique. Ainsi la polarisation totale de la molécule non polaire est la contribution de la polarisation électronique et atomique :

$$\vec{p} = \alpha \vec{E}_l = (\alpha_e + \alpha_a) \vec{E}_l$$

b) cas d'une molécule polaire :

Une molécule polaire est caractérisée par la présence d'un moment dipolaire permanent \vec{p}_0 . En absence de champ électrique, le désordre statistique fait que l'orientation de ces dipôles est répartie au hasard et le moment résultant a une moyenne nulle. Sous l'action d'un champ électrique \vec{E}_l , ce désordre est rompu et ainsi les dipôles moléculaires ont tendance à s'orienter suivant la direction du

champ \vec{E}_l . De ce fait la valeur moyenne de leur moment dipolaire n'est plus nulle. Cependant, cette orientation est perturbée par l'agitation thermique. Ceci a amené à définir une polarisabilité d'orientation α_{or} qui dépend de la température tel que :

$$\langle \vec{p}_E \rangle = \alpha_{or} \vec{E}_l$$

où : $\langle \vec{p}_E \rangle$ est la valeur moyenne de la composante de \vec{p}_0 suivant le champ \vec{E}_l .

et α_{or} dépend de la température en $\frac{1}{T}$ suivant la loi de Curie [2] :

$$\alpha_{or} = \frac{p_0^2}{3 K_B T}; \quad \text{où } K_B \text{ est la constante de Boltzmann.}$$

La polarisation totale d'un milieu à molécules polaires est en général la contribution de mécanismes de polarisation électronique, atomique et d'orientation:

$$\vec{p} = \alpha \vec{E}_l = (\alpha_e + \alpha_a + \alpha_{or}) \vec{E}_l$$

Notons qu'en pratique, pour des substances peu denses (milieux gazeux) à molécules polaires, la contribution de la polarisation par orientation est dans la plupart des cas la plus dominante.

I.3 Polarisation de matériaux diélectriques [1,2,5]

Comme pour une seule particule (atome, molécule), un matériau se polarise également sous l'action d'un champ électrique \vec{E} . Cette polarisation induite est définie par la relation [5]:

$$\vec{P} = N \alpha \vec{E}_l \tag{I.2}$$

- où :
- N est le nombre de particules par unité de volume du diélectrique ;
 - \vec{E}_l est le champ électrique qui agit localement sur une particule ;
 - α est la polarisabilité diélectrique totale du matériau.

Remarque: Suivant la nature des constituants d'un diélectrique, la polarisabilité totale est la contribution des mécanismes de polarisation électronique, d'orientation, atomique ou ionique :

- pour une substance à molécules non polaires : $\alpha = \alpha_e + \alpha_a$
- pour une substance à molécules polaires : $\alpha = \alpha_e + \alpha_a + \alpha_{or}$
- pour des cristaux ioniques : $\alpha = \alpha_e + \alpha_i$ où la polarisabilité électronique est la somme des polarisabilités des cations et des anions : $\alpha_e^* = \alpha_{e+} + \alpha_{e-}$.

➤ Définition du champ local

En un point M d'un diélectrique occupé par une particule, le champ électrique local est la somme de deux termes :

- le champ appliqué d'origine extérieure \vec{E} qui est responsable de la polarisation induite \vec{P} dans le milieu diélectrique.
- le champ électrique \vec{E}_p créé par les autres particules du diélectrique ainsi polarisé.

Le champ local est par définition la somme de ces deux termes :

$$\vec{E}_l = \vec{E} + \vec{E}_p$$

Le champ local est donc le champ subi par une particule, de la part des autres particules constituant le reste du milieu diélectrique et des charges d'origine extérieure.

Cependant, dans le cas des substances peu denses, le milieu est suffisamment dilué (la distance entre les particules est relativement grande) pour que l'on puisse négliger devant le champ \vec{E} le champ \vec{E}_p créé par les autres molécules du milieu diélectrique. Ainsi le champ local est approximativement égal au champ \vec{E} : $\vec{E}_l \approx \vec{E}$

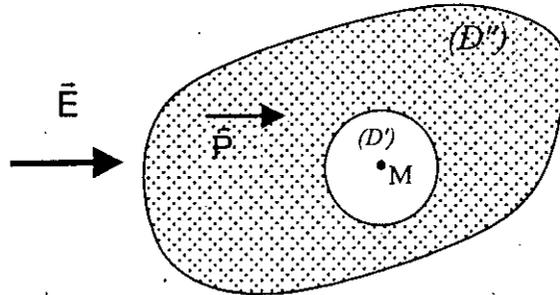
Par contre pour des milieux denses notamment pour les liquides et les solides cette approximation n'est plus valable et la connaissance du champ local nécessite alors la détermination du champ \vec{E}_p .

➤ Expression du champ local dans le cas des milieux denses

Pour cela on considère [3] un diélectrique linéaire, homogène et isotrope, occupant un domaine (D) lequel est soumis à un champ extérieur \vec{E} . On s'intéressera au champ local produit en un point M du diélectrique occupé par une particule.

Le domaine (D) sera partagé en deux parties :

- une zone (D') de forme sphérique dont les points sont proches de M ;
- une zone (D'') complémentant (D') pour reconstituer la totalité (D) du diélectrique et dont les points sont "éloignés" de M .



Les dimensions de (D) sont macroscopiques, celles de (D') sont microscopiques.

Le champ \vec{E}_p est alors la somme des champs \vec{E}' et \vec{E}'' qui sont respectivement les contributions des zones (D') et (D'').

On démontre [2] que :

- le champ \vec{E}' est nul (en raison de symétrie sphérique du domaine D') ;
- $\vec{E}'' = \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$, \vec{P} étant la polarisation induite par le champ \vec{E} .

Alors, le champ local sera donné par la relation : $\vec{E}_l = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$ (I.3)

I.3 Etude de la permittivité diélectrique [1,2,5]

En un point d'un milieu diélectrique, l'état électrique est déterminé par la connaissance de trois vecteurs :

- le vecteur polarisation,
- le vecteur champ électrique,
- le vecteur déplacement électrique \vec{D} .

En raison de la relation de définition [4] : $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, seules deux de ces paramètres sont indépendants. Ainsi un milieu à polarisation permanente est souvent décrit par le couple (\vec{P}, \vec{E}) alors que le milieu à polarisation induite est décrit par le couple (\vec{D}, \vec{E}) .

1.3.1 susceptibilité et permittivité diélectrique

Pour des substances diélectriques linéaires manifestant le phénomène de polarisation induite, la relation entre le vecteur polarisation \vec{P} et le champ électrique polarisant \vec{E} est linéaire [2][3] :

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_d \vec{E} \quad (I.4)$$

le coefficient de proportionnalité χ_d est appelé tenseur de susceptibilité diélectrique. Ce coefficient est caractéristique du matériau et de son état physique. Pour des matériaux isotropes et homogènes le tenseur χ_d se réduit à un scalaire.

En remplaçant \vec{P} dans la relation : $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ par son expression donnée par (I.4), il vient :

$$\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi_d) \vec{E} \quad (I.5)$$

Comme par définition, on a : $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, alors :

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_d)$$

- ϵ est appelé "permittivité" ou constante diélectrique du milieu.

- ϵ_0 étant la permittivité du vide et vaut : $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

On caractérise généralement un diélectrique par sa permittivité relative :

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

ce qui donne alors : $\epsilon_r = (1 + \chi_d)$. (I.6)

La permittivité relative ϵ_r est toujours supérieure à un : généralement voisine de un pour les milieux peu denses (milieu gazeux) et assez grande devant un pour les milieux denses (liquides ou solides).

I.3.2 La polarisabilité, la susceptibilité et la permittivité des milieux denses

Dans un milieu dense, pour tenir compte des interactions avec les autres dipôles, nous devons considérer que c'est le champ local qui polarise une particule du diélectrique :

$$\vec{P} = N\alpha \vec{E}_l \quad (I.7)$$

où N est le nombre de molécules par unité de volume du milieu diélectrique et α est sa polarisabilité totale : $\alpha = \alpha_e + \alpha_a$ dans le cas des molécules non polaire;

$\alpha = \alpha_e + \alpha_a + \alpha_{or}$ dans le cas des molécules polaires.

alors, il vient :

$$\vec{P} = N\alpha \left(\vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} \right) \Rightarrow \vec{P} = \frac{N\alpha}{1 - \frac{N\alpha}{3\epsilon_0}} \vec{E}$$

par identification avec la relation $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_d \vec{E}$, on tire la susceptibilité du diélectrique :

$$\chi_d = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{N\alpha}{1 - \frac{N\alpha}{3\epsilon_0}} \quad (I.8)$$

ou encore la permittivité relative du milieu diélectrique :

$$\epsilon_r = 1 + \chi_d = 1 + \frac{1}{\epsilon_0} \frac{N\alpha}{1 - \frac{N\alpha}{3\epsilon_0}} \quad (I.9)$$

qu'on peut mettre sous la forme :

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \frac{N\alpha}{3\epsilon_0} \quad (I.10)$$

qui est la relation [2,3] de clausius-mossotti.

I.4 Etude générale des propriétés diélectriques en régime sinusoïdal [2,3,4]

Sous l'action d'un champ alternatif de fréquence élevée, les dipôles électriques ne peuvent plus suivre les changements de direction du champ. Il apparaît un déphasage entre le vecteur polarisation \vec{P} et le champ \vec{E} qui se traduit par une dissipation d'énergie à l'intérieur du milieu. La permittivité devient alors une grandeur complexe fonction de la fréquence et s'écrit sous la forme :

$$\epsilon^*(f) = \epsilon'(f) - j\epsilon''(f)$$

- ϵ' représente les phénomènes liés à la polarisation diélectrique du milieu;
- ϵ'' traduit les pertes diélectriques dans le milieu. Souvent ces pertes sont exprimées par la tangente de l'angle de perte δ :

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} \quad (\text{I.11})$$

Différents mécanismes (électronique, ionique et orientation dipolaire) interviennent dans la polarisation totale d'un milieu diélectrique en régime alternatif.

1.4.1 Modélisation de la polarisation électronique

Dans cette étude nous allons établir l'équation régissant le mouvement du barycentre du nuage électronique d'un atome ou d'une molécule d'un diélectrique soumis à un champ électrique sinusoïdal de pulsation ω : $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j\omega t}$ et ainsi déduire l'évolution de sa susceptibilité et sa permittivité en fonction de la fréquence du champ.

Pour cela réduisons le nuage électronique à son barycentre auquel nous attribuons une charge $-e$. Cette charge sera alors soumise à :

- une force électrique due au champ appliqué \vec{E} : $\vec{F}_e = -e \vec{E}$
- une force de rappel de la part de la charge du noyau non déplacé : $\vec{F}_r = -k \vec{r}$
- une force de frottement fluide opposée et proportionnelle à la vitesse :

$$\vec{F}_f = -h \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Ainsi, en appliquant la loi fondamentale de la dynamique :

$$m \ddot{\vec{r}} = \frac{m d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F}_e + \vec{F}_r + \vec{F}_f, \text{ on trouve l'équation du mouvement :}$$

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + h \frac{d\vec{r}}{dt} + k \vec{r} = -e \vec{E} \quad (\text{I.12})$$

qu'on peut mettre sous la forme traditionnelle :

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_0^2 \vec{r} = -\frac{e}{m} \vec{E}$$

En multipliant les membres par $-N.e$, et sachant que la polarisation $\vec{P} = -N.e \vec{r}$, on peut la ramener sous la forme :

$$\frac{d^2 \bar{P}}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{d\bar{P}}{dt} + \omega_0^2 \bar{P} = -\frac{Ne^2}{m} \bar{E} \quad (I.13)$$

En régime statique on aura alors : $\omega_0^2 \bar{P} = -\frac{Ne^2}{m} \bar{E}$

or dans ce cas la polarisation statique est donnée par : $\bar{P} = \epsilon_0 \chi_0 \bar{E}$

d'où : $-\frac{Ne^2}{m} \bar{E} = \epsilon_0 \chi_0 \omega_0^2 \bar{E}$

l'équation (I.13) devient :

$$\frac{d^2 \bar{P}}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{d\bar{P}}{dt} + \omega_0^2 \bar{P} = \epsilon_0 \chi_0 \omega_0^2 \bar{E} \quad (I.13')$$

En régime sinusoïdal, la polarisation induite \bar{P} par le champ appliqué sinusoïdal $\bar{E} = \bar{E}_0 e^{j\omega t}$ sera forcément sinusoïdale : $\bar{P} = \bar{P}_0 e^{j\omega t}$;

Alors il vient :

$$\bar{P} = \frac{\epsilon_0 \chi_0 \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j \frac{\omega}{\tau}} \bar{E} \quad (I.14)$$

que l'on identifiera à la polarisation en régime sinusoïdal : $\bar{P} = \epsilon_0 \chi \bar{E}$

d'où l'expression de la susceptibilité en régime sinusoïdal :

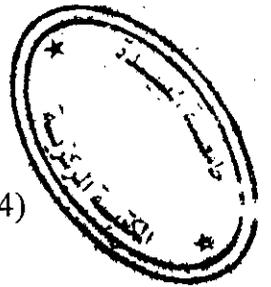
$$\chi = \frac{\chi_0 \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j \frac{\omega}{\tau}} \quad (I.15)$$

la permittivité relative sera donc une grandeur complexe dont les parties réelle et imaginaire dépendent de la fréquence :

$$\epsilon_r^*(\omega) = 1 + \chi = 1 + \frac{\chi_0 \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j \frac{\omega}{\tau}} \quad (I.16)$$

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_r'(\omega) - j \epsilon_r''(\omega)$$

$$\epsilon_r'(\omega) = 1 + \chi_0 \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) \omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau^2}} \quad \text{et} \quad \epsilon_r''(\omega) = \chi_0 \frac{\omega_0^2 \omega / \tau}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau^2}}$$

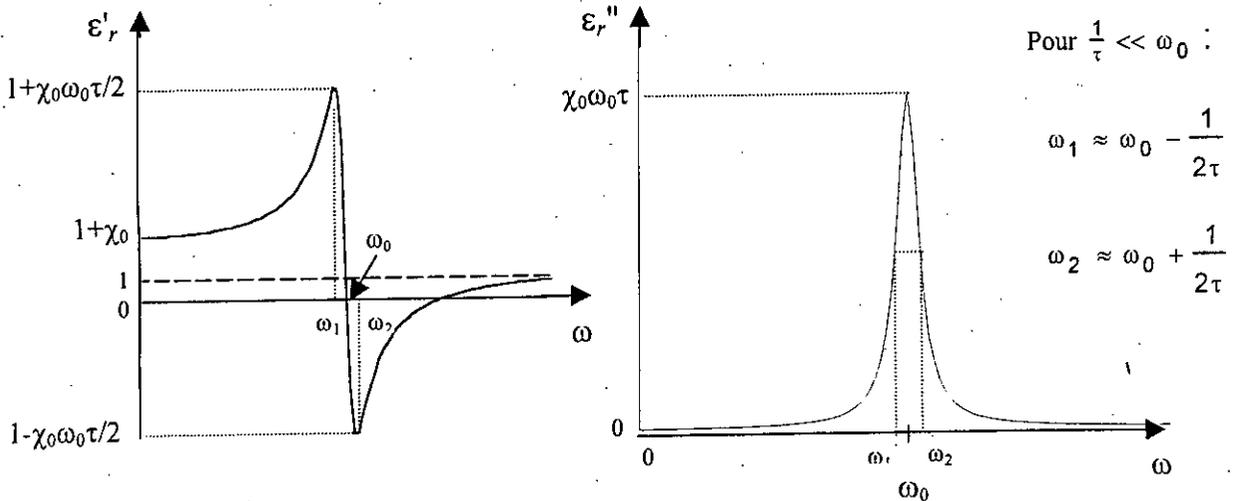


Remarque: pour des milieux denses, le champ électrique polarisant devrait être remplacé par le champ local : $\vec{E}_l = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$. Cette correction se répercute sur

la pulsation propre ω_0 du milieu [2] : $\omega_0 = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{Ne^2}{3m\epsilon_0}}$

- variation de la permittivité en fonction de la fréquence

Les allures des courbes de $\epsilon'_r(\omega)$ et $\epsilon''_r(\omega)$ sont :



A la pulsation propre ω_0 , la permittivité ϵ est purement imaginaire ($\epsilon'_r = 0$) et ϵ''_r est maximal. Au voisinage de cette fréquence, le système présente d'importantes pertes diélectriques (le milieu devient très absorbant) alors qu'elles décroissent rapidement lorsqu'on s'écarte de celle-ci.

I.4.2 Modélisation de la polarisation par orientation

La polarisation par orientation de dipôles permanents sous l'action d'un champ électrique, joue un rôle important dans le cas des milieux fluides (gazeux ou liquides) lorsque le domaine des fréquences considéré est celui des micro-ondes ou encore plus basses.

Un fluide dont les molécules ont un dipôle permanent de moment \vec{p}_0 prend sous l'action d'un champ électrique \vec{E} , une polarisation : $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_0 \vec{E}$

Si la correction du champ local est négligée (milieu peu dense), on a aussi :

$$\vec{P} = N\alpha \vec{E}$$

où α est la polarisabilité par orientation qui dépend de la température suivant la loi

de Curie [2][3] : $\alpha = \frac{p_0^2}{3 K_B T}$; où K_B est la constante de Boltzmann.

ou encore la susceptibilité correspondante vaut : $\chi = \frac{N p_0^2}{3 \epsilon_0 K_B T}$.

L'orientation partielle des dipôles dans le champ implique une rotation de chacun d'eux. En raison de leur l'inertie, cette orientation se fait avec un amortissement de durée de relaxation τ . On traduit alors ce phénomène par

l'adjonction d'un terme $\tau \frac{d\vec{P}}{dt}$ à l'équation liant \vec{P} à \vec{E} :

$$\tau \frac{d\vec{P}}{dt} + \vec{P} = \epsilon_0 \chi_0 \vec{E} \quad (I.17)$$

Si le champ d'excitation est sinusoïdal : $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j\omega t}$; la réponse sera également

sinusoïdale : $\vec{P} = \vec{P}_0 e^{j\omega t}$;

d'où la solution de l'équation I.17 : $\vec{P} = \epsilon_0 \frac{\chi_0}{1 + j\omega\tau} \vec{E}$ (I.18)

On déduit alors la susceptibilité et la permittivité relative en régime sinusoïdal :

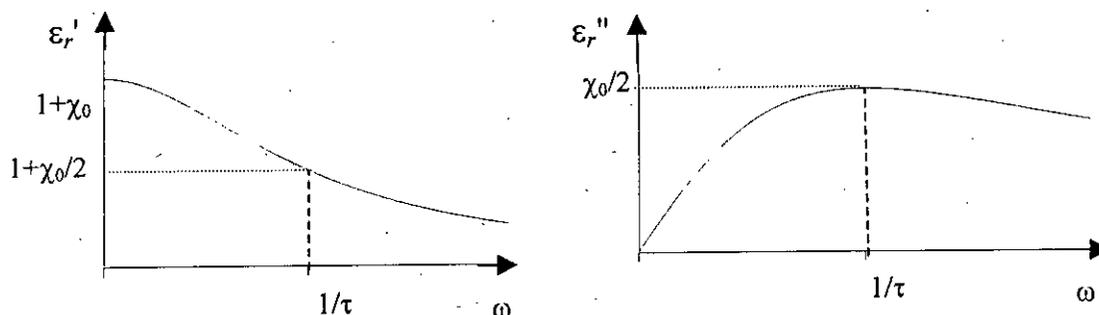
$$\chi = \frac{\chi_0}{1 + j\omega\tau} \quad (I.19) \quad \text{et} \quad \epsilon_r = 1 + \frac{\chi_0}{1 + j\omega\tau} \quad (I.20)$$

On remarque que ces grandeurs sont complexes et dépendent de la fréquence et par conséquent présente des pertes par relaxation qui varient en fonction de la fréquence.

I.4.3 Variation de permittivité relative en fonction de la fréquence

Les allures des courbes de variation de la partie réelle et imaginaire de la permittivité et de la perméabilité complexe sont représentées ci-dessous :

$$\epsilon'_r(\omega) = 1 + \frac{\chi_0}{1 + \omega^2\tau^2} \quad \text{et} \quad \epsilon''_r(\omega) = \chi_0 \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}$$



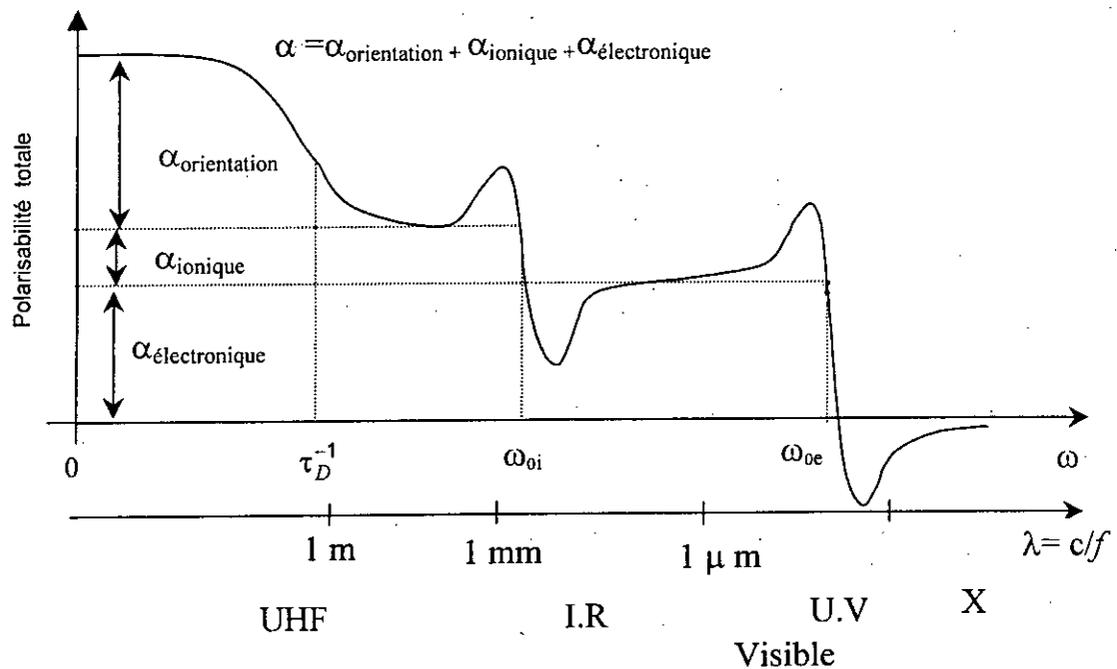
On remarque que pour :

- $\omega \ll \tau^{-1}$, la permittivité ϵ_r' est égale à sa valeur statique ;
- $\omega \gg \tau^{-1}$, la permittivité est négligeable car les moments des dipôles ne peuvent plus suivre les oscillations du champ électrique.
- $\omega = \tau^{-1}$, la partie imaginaire de la permittivité est maximale. Ainsi les pertes diélectriques sont importantes au voisinage de la fréquence correspondante.

Ainsi à titre d'exemple pratique, nous citerons [4] le cas de l'eau qui présente d'une part une permittivité très élevée $\epsilon_r' = 81$ aux basses fréquences en raison des forts moments dipolaires permanents des molécules et d'autre part une permittivité faible $\epsilon_r' = 1.8$ provenant de la polarisation électronique seule à hautes fréquences (dans le domaine optique notamment).

I.4.3 Polarisation diélectrique totale

Les différents mécanismes de polarisation (électronique, ionique, d'orientation) interviennent dans la polarisabilité totale d'un milieu diélectrique. Ils interviennent différemment en fonction de la fréquence du champ électrique appliqué comme le montre [4] la figure suivante :



On remarque que la contribution du mécanisme de polarisation électronique est toujours présente et elle est la seule à se manifester dans le domaine des très hautes fréquences (du visible et au-delà). Ceci s'explique par le fait que, en raison de leur faible masse, les électrons sont les seuls capables de suivre les variations d'un champ électromagnétique de très hautes fréquences. Ainsi la contribution des mécanismes de polarisation atomique, ionique et d'orientation devient négligeable à ces fréquences en raison de l'inertie des atomes ou des ions constituant la matière.

La polarisation par orientation joue alors un rôle important [2] dans le cas des liquides polaires (possédant des dipôles permanents comme l'eau...) lorsque le domaine de fréquence considéré est celui des micro-ondes et des ondes variant encore plus lentement.

I.5 Les phénomènes de magnétisation de la matière [4,6,7,8]

I.6.1 Le magnétisme de la matière

On distingue deux sources de magnétisme dans la matière :
le magnétisme orbital et le magnétisme de spin.

a) Le magnétisme orbital :

Il est à l'origine du mouvement orbital des électrons des atomes autour de leurs noyaux. Les électrons en rotation produisent un nuage électronique de densité de courant de charge j qui à son tour engendre un champ magnétique induit de moment m_l . Ce courant et le moment associé peuvent exister dans certains matériaux même sans l'application d'un champ magnétique extérieur (magnétisation permanente). Ils peuvent aussi être induits par l'application d'un champ extérieur pour d'autres matériaux (magnétisation induite).

b) Le magnétisme de spin :

Il découle de la rotation de l'électron autour de lui-même. Ce qui lui confère un moment cinétique s dû à la rotation de sa masse et un moment magnétique de spin m_s dû à la rotation de sa charge.

➤ Champ magnétique et aimantation de la matière

Un milieu magnétique est caractérisé par une distribution de dipôles magnétiques microscopiques de moment m_i . Chacun de ces dipôles crée en un point M de l'espace le potentiel vecteur $\vec{a}_i(M)$ et le champ magnétique $\vec{b}_i(M)$:

$$\vec{a}_i(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m}_i \wedge \vec{r}_i}{r_i^3} \quad \text{et} \quad \vec{b}_i(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{m}_i \cdot \vec{r}_i)\vec{r}_i - r_i^2 \vec{m}_i}{r_i^3}$$

Le potentiel vecteur et le champ magnétique créés par la distribution de N dipôles s'obtiennent par la sommation : $\vec{a}(M) = \sum_{i=1}^N \vec{a}_i(M)$ et $\vec{b}(M) = \sum_{i=1}^N \vec{b}_i(M)$

➤ **Les grandeurs macroscopiques**

Comme pour le champ électrique dans la matière diélectrique et pour les mêmes raisons, on définit la grandeur macroscopique du potentiel vecteur et du champ magnétique :

$$\bar{A}(M) = \frac{1}{V} \int_V \bar{a}_i dV \quad \text{et} \quad \bar{B}(M) = \frac{1}{V} \int_V \bar{b}_i dV$$

On peut également définir le moment magnétique par unité de volume entourant le point M de la matière :

$$\bar{M}(M) = \frac{1}{V} \sum_{i \in V} \bar{m}_i \quad (I.21)$$

\bar{M} est appelé densité d'aimantation ou tout simplement "aimantation".

1.5.2 Susceptibilité et perméabilité magnétique

Un matériau magnétique est caractérisé par l'existence de dipôles magnétiques de moment macroscopique M qui est la contribution des dipôles microscopiques m_i et

qui vérifie la relation :

$$\bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu_0} + \bar{M} \quad (I.22)$$

avec :

$$\bar{B} = \bar{B}_0 + \bar{B}_m \quad \text{et} \quad \bar{H} = \bar{H}_0 + \bar{H}_m$$

- B_0 et H_0 : désignent respectivement le champ et l'excitation magnétiques appliqués.
- B_m et H_m : désignent respectivement le champ et l'excitation magnétiques résultant du phénomène d'aimantation dû à la présence de dipôles magnétiques.
- μ_0 représente la perméabilité du vide et vaut : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m

Pour des champs magnétiques relativement faibles, la relation entre le champ magnétique et l'aimantation M est linéaire :

$$\bar{M} = \chi_m \bar{H} \quad (I.23)$$

Le coefficient de proportionnalité χ_m est appelé 'susceptibilité magnétique' du matériau. Notons que pour les matériaux homogènes et isotropes χ_m est indépendant du point considéré dans le matériau.

Comme on a :

$$\bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu_0} + \bar{M}$$

alors :
$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} \quad (I.24)$$

Sachant que : $\vec{B} = \mu \vec{H}$, nous aurons alors :

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m) \quad (I.25)$$

μ est appelée : 'perméabilité magnétique' du matériau.

On définit également la perméabilité relative du matériau par rapport à celle

du vide par :
$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi_m \quad (I.26)$$

De même, la perméabilité relative est en général une grandeur complexe dépendant de la fréquence et se note :

$$\mu_r^*(f) = \mu_r'(f) - j \mu_r''(f)$$

- la partie réelle μ_r' , renseigne sur le degré de polarisation magnétique de la matière,
- la partie imaginaire μ_r'' traduit l'ensemble des pertes magnétiques dans le matériau.

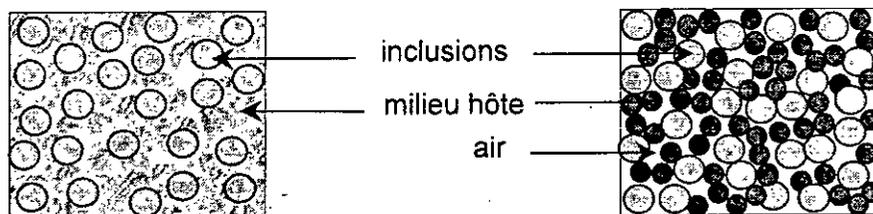
CHAPITRE II

LES LOIS DE MELANGES HETEROGENES

II.1 Introduction

Un mélange hétérogène est un agrégat obtenu par la dispersion de grains de un ou plusieurs corps purs (les inclusions) dans un milieu continu (milieu hôte).

En fait il existe aussi un autre type de mélange hétérogène pour lequel les deux constituants se présentent sous une forme granulaire. De ce fait on est amené à considérer la présence de l'air dans les interstices qui se créent entre les grains.



Par définition, les propriétés diélectriques d'un matériau sont proportionnelles ou liées au nombre de dipôles électriques par unité de volume réagissant avec le champ électrique. Il est alors évident que la fraction volumique (ou compacité) des inclusions constitue un paramètre important d'un mélange. Elle est définie par le rapport du volume des inclusions au volume total du mélange :

$$p = \frac{V_{inclusions}}{V_{mélange}} = \frac{v_i}{v_m}$$

Le fait d'ajouter au milieu hôte, en dispersant dans celui-ci des grains d'un autre corps, va nécessairement modifier cette compacité et par conséquent ses propriétés diélectriques. On génère ainsi un nouveau matériau ayant ses propres caractéristiques diélectriques. Il est donc possible d'intervenir sur la proportionnalité des fractions volumiques [8] pour générer un diélectrique à caractéristiques prédéterminées.

En général les caractéristiques d'un mélange dépendent [9] de plusieurs paramètres :

- des permittivités propres de chacun des constituants du mélange ;
- de la compacité (fraction volumique) des constituants ;
- de la forme géométrique des inclusions et de leurs orientations dans le milieu hôte ;
- de la répartition spatiale des inclusions dans le mélange.

La variété et la nature même de ces paramètres montrent la complexité du problème, qui ne peut être résolu dans sa généralité. En d'autre terme, cela signifie que l'établissement d'un modèle rigoureux et assez général est pratiquement difficile voire impossible à réaliser. On fait alors recours à des hypothèses simplificatrices (forme particulière des inclusions, même taille des grains, mélange statistique, milieu dilués...); d'où l'existence et l'émergence de nombreuses théories et lois concernant les mélanges hétérogènes dont nous étudierons les plus fondamentales.

En outre, il est fondamental que les différents constituants du mélange ne réagissent entre eux par réactions chimiques ou physico-chimiques.

Nous allons nous intéresser à la permittivité globale (ou effective) du mélange.

Formuler une loi de mélange revient à établir une relation qui donnerait la permittivité globale à partir des caractéristiques diélectriques de chacun des constituants du mélange et de leur compacité en tenant compte de tous les autres facteurs (forme géométrique, répartition spatiale...).

II. 2 Etude de quelques lois de mélanges

II.2.1 Théorie de Reynold et Hough [9]

Cette loi a été élaborée pour des mélanges dont les particules des constituants (hôte et inclusions) ont des formes identiques.

Soit un mélange composé de particules identiques (les inclusions) de constante diélectrique ϵ_2 réparties au hasard dans un milieu continu (milieu hôte) de constante diélectrique ϵ_1 . Soit p la compacité du mélange et désignons par ϵ_m sa permittivité effective.

En outre, considérons le déplacement électrique \bar{D} et le champ électrique \bar{E} dans le mélange. Désignons par \bar{D} et \bar{E} les valeurs moyennes de \bar{D} et de \bar{E} respectivement dans les volumes :

V du mélange,

V_1 du 1^{er} constituant (hôte),

V_2 du 2^{ème} constituant (inclusions).

Par définition de la valeur moyenne on peut écrire :

$$\begin{aligned}\bar{D} &= \frac{1}{V} \int_V D \cdot dv & \bar{E} &= \frac{1}{V} \int_V E \cdot dv \\ \bar{D}_1 &= \frac{1}{V_1} \int_{V_1} D \cdot dv & \bar{E}_1 &= \frac{1}{V_1} \int_{V_1} E \cdot dv \\ \bar{D}_2 &= \frac{1}{V_2} \int_{V_2} D \cdot dv & \bar{E}_2 &= \frac{1}{V_2} \int_{V_2} E \cdot dv\end{aligned}$$

comme $V=V_1+V_2$, il s'ensuit que :

$$\bar{D} = \frac{1}{V_1+V_2} \left[\int_{V_1} D \cdot dv + \int_{V_2} D \cdot dv \right] \quad \bar{E} = \frac{1}{V_1+V_2} \left[\int_{V_1} E \cdot dv + \int_{V_2} E \cdot dv \right]$$

$$\bar{D} = \frac{1}{V} [V_1 \bar{D}_1 + V_2 \bar{D}_2] \quad \bar{E} = \frac{1}{V} [V_1 \bar{E}_1 + V_2 \bar{E}_2]$$

Sachant que $\frac{V_2}{V} = p$ et $\frac{V_1}{V} = 1-p$, alors on aura :

$$\bar{D} = p \bar{D}_2 + (1-p) \bar{D}_1 \quad (\text{II.1}) \quad \text{et} \quad \bar{E} = p \bar{E}_2 + (1-p) \bar{E}_1 \quad (\text{II.2})$$

en considérant les relations : $\bar{D} = \varepsilon_m \bar{E}$, $\bar{D}_1 = \varepsilon_1 \bar{E}_1$ et $\bar{D}_2 = \varepsilon_2 \bar{E}_2$

et en les reportant dans (II.1), il vient :

$$\varepsilon_m \bar{E} = p \varepsilon_2 \bar{E}_2 + (1-p) \varepsilon_1 \bar{E}_1 \quad (\text{II.3})$$

en tenant compte de (II.2), on aura :

$$\varepsilon_m [p \bar{E}_2 + (1-p) \bar{E}_1] = p \varepsilon_2 \bar{E}_2 + (1-p) \varepsilon_1 \bar{E}_1$$

cette dernière relation peut s'écrire sous la forme :

$$p \bar{E}_2 (\varepsilon_m - \varepsilon_2) + (1-p) \bar{E}_1 (\varepsilon_m - \varepsilon_1) = 0$$

et en divisant par \bar{E} , on aura finalement :

$$p \cdot f_2 \cdot (\varepsilon_m - \varepsilon_2) + (1-p) f_1 \cdot (\varepsilon_m - \varepsilon_1) = 0 \quad (\text{II.4})$$

où f_1 et f_2 désignent les rapports des champs moyens :

$$f_1 = \frac{\bar{E}_1}{\bar{E}} \quad \text{et} \quad f_2 = \frac{\bar{E}_2}{\bar{E}} ;$$

Ainsi les relations (II.2) et (II.3) peuvent s'exprimer en fonction de la compacité et des rapports des champs :

$$p \cdot f_2 + (1-p) f_1 = 1 \quad (\text{II.5})$$

$$\varepsilon_m = p \cdot f_2 \cdot \varepsilon_2 + (1-p) f_1 \cdot \varepsilon_1 \quad (\text{II.6})$$

C'est à partir de cette dernière relation qu'on peut retrouver, comme on le verra par la suite, certaines lois de mélanges déjà connues en calculant dans chaque cas particulier de mélange les rapports des champs f_1 et f_2 .

➤ Calcul du rapport des champs électriques

Un calcul rigoureux du rapport f_1 des champs électriques n'est possible que pour des particules de forme ellipsoïdales [8,9,10] :

$$f_2 = \sum_{j=1}^3 \frac{\cos^2 \alpha_j}{1 + A_j \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon^*} - 1 \right)} \quad (\text{II.7})$$

où : - les α_j sont les angles des axes de l'ellipsoïde avec le champ appliqué,

- les A_j sont les facteurs de dépolarisation du grain ellipsoïdal dans la direction des axes et sont tel que : $A_x + A_y + A_z = 1$ pour un ellipsoïde de révolution autour de l'axe z.

Dans la pratique, les particules généralement rencontrées sont assimilées à des sphères, des cylindres ou des disques et conduisent à prendre :

$$A_x = A_y = A_z = 1/3 \quad \text{pour une sphère ;}$$

$$A_x = A_y = 1/2 \text{ et } A_z = 0 \quad \text{pour un cylindre ;}$$

$$A_x = A_y = 0 \text{ et } A_z = 1 \quad \text{pour un disque.}$$

➤ *considération des interactions*

Les interactions interviennent implicitement dans le calcul de f_2 puisque E_2 et E dépendent de ces interactions. Mais Leur complexité rend impossible d'en tenir compte dans les calculs. On procédera alors d'une manière empirique en attribuant au milieu dans lequel baigne les particules une permittivité d'environnement ε^* de telle sorte que les résultats théoriques soient en concordance avec les résultats expérimentaux. Ainsi différentes valeurs ont été mises à l'épreuve [8][9] :

- $\varepsilon^* = \varepsilon_1$: permittivité du milieu continu (hôte). Mais cette hypothèse n'est valable que pour des mélanges dilués (de compacité faible) de telle manière que l'on puisse négliger les interactions avec les inclusions. En procédant ainsi, on retrouvera la loi déjà établie par *Rayleigh*.

- $\varepsilon^* = \varepsilon_m$: permittivité du mélange. Ici on tient alors compte en partie de ces interactions, mais le domaine de validité de cette hypothèse reste toujours à préciser et dépend des contraintes imposées par les inclusions. Dans ce cas on retrouve la loi de *Lichtenecker* (loi logarithmique des mélanges).

Bien que dans la pratique, les inclusions ne soient pas de formes identiques et peuvent avoir des ellipsicités ou des tailles différentes, cette théorie de *Reynold* et *Hough* reste cependant une bonne base pour l'étude du comportement diélectrique des matériaux. Elle permet par ailleurs de retrouver certaines lois déjà établies par des démarches tout à fait différentes.

V.2.1.1 application aux mélanges dilués

Hypothèses :

- ♦ en considérant le cas de faibles dilutions, la permittivité d'environnement sera alors prise égale à celle du milieu hôte : $\varepsilon^* = \varepsilon_1$;
- ♦ les particules sont sphériques alors : $A_x = A_y = A_z = \frac{1}{3}$
- ♦ la répartition spatiale des inclusions est aléatoire : $\cos^2 \alpha_j = \frac{1}{3}$

Dans ces conditions le rapport des champs f_2 vaut :

$$f_2 = 3 \cdot \frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3} \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - 1 \right)} = \frac{3\varepsilon_1}{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$$

Comme on a pris $\varepsilon^* = \varepsilon_1$, alors $\bar{\varepsilon}_1 = \bar{\varepsilon}$ (on néglige la contribution du champ des inclusions dans le mélange) ; si bien que : $f_1 = 1$.

Le remplacement des expressions de f_1 et de f_2 dans l'équation de Reynold et Hough : $p \cdot f_2 \cdot (\varepsilon_m - \varepsilon_2) + (1-p) f_1 \cdot (\varepsilon_m - \varepsilon_1) = 0$ donne :

$$p \cdot (\varepsilon_m - \varepsilon_2) \frac{3\varepsilon_1}{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2} + (1-p) \cdot (\varepsilon_m - \varepsilon_1) = 0$$

que l'on peut écrire sous la forme :

$$\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_1}{\varepsilon_m + 2\varepsilon_1} = p \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1} \quad (\text{II.8})$$

Ainsi on retrouve la formule de Rayleigh et celle de Maxwell-Garnet ou de Wagner, obtenues par des raisonnements différents.

Signalons que Viener [11] a introduit un 'nombre de forme' u pour étendre cette loi à des particules de formes quelconques :

$$\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_2}{\varepsilon_m + u \varepsilon_2} = p \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + u \varepsilon_2} \quad (\text{II.9})$$

Cependant des résultats expérimentaux ont montré que u dépendait aussi de la compacité [11].

II.2.1.2 Loi logarithmique des mélanges

A partir de la théorie de *Reynold* et *Hough*, *Quivy* [9] a établi la loi logarithmique des mélanges. Pour pouvoir généraliser aux cas de particules de formes et de dimensions quelconques réparties au hasard dans un milieu continu (mélange statistique), il considère les grains comme des ellipsoïdes quelconques. Par conséquent le rapport des axes A_j peut prendre toutes les valeurs possibles de l'intervalle $[0, 1]$.

- ♦ Contrairement au cas étudié précédemment, les interactions sont en partie prises compte en prenant : $\varepsilon^* = \varepsilon_m$. Cela reviendrait à assimiler le milieu continu à un milieu granulaire dispersé dans un milieu de permittivité ε_m .
- ♦ Comme tous les grains sont toujours supposés réparties au hasard (mélange statistique) on aura :

$$\cos^2 \alpha_j = \frac{1}{3} \quad (j=1, 2, 3)$$

- ♦ Les grains sont supposés comme des ellipsoïdes mais d'ellipticité quelconque de telle sorte que les facteurs A_j peuvent prendre toutes les valeurs possibles dans l'intervalle $[0, 1]$. Il faudrait donc moyenner le rapport des champs f par rapport aux A_j ($j=1,2,3$).

La prise en compte de toutes ces considérations permet d'écrire :

$$f_2 = 3 \cdot \frac{1}{3} \int_0^1 \frac{dA}{1 + A \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_m} - 1 \right)}$$

L'intégration donne : $f_2 = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_2 - \varepsilon_m} \log \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_m} \right)$ (II.10)

En procédant de la même manière, on calcule f_1 :

$$f_1 = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_1 - \varepsilon_m} \log \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_m} \right) \quad (II.11)$$

Il ne reste plus qu'à remplacer ces deux dernières expressions dans l'équation de

Reynolt et Hough : $p.f_2.(\epsilon_m - \epsilon_2) + (1-p)f_1.(\epsilon_m - \epsilon_1) = 0$. Ce qui donnera :

$$p.(\epsilon_m - \epsilon_2) \frac{\epsilon_m}{\epsilon_2 - \epsilon_m} \log\left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_m}\right) + (1-p).(\epsilon_m - \epsilon_1) \frac{\epsilon_m}{\epsilon_1 - \epsilon_m} \log\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_m}\right) = 0$$

et qui peut se mettre finalement sous la forme :

$$\log(\epsilon_m) = p \log(\epsilon_2) + (1-p) \log(\epsilon_1) \quad (\text{II.12})$$

On retrouve la formule de *Lichtenecker*, qu'il a introduite d'abord par des considérations expérimentales et par la suite lui a donné des fondements théoriques indépendants [8].

II.1.4 La loi de Bruggeman

La loi de Bruggeman [12][13] à été élaborée en supposant que les particules granulaires de la matrice hôte et des inclusions constituant le mélange sont de formes sphériques et ayant respectivement ϵ_h et ϵ_i pour constantes diélectriques. Il en résulte que le champ électrique de chacun des constituants est lié au champ électrique dans le mélange par les relations [5] :

$$\bar{E}_i = \frac{3.\epsilon_m}{\epsilon_i + 2.\epsilon_m} \bar{E}_m \quad (\text{II.13}) \quad \text{et} \quad \bar{E}_h = \frac{3.\epsilon_m}{\epsilon_h + 2.\epsilon_m} \bar{E}_m \quad (\text{II.14})$$

Comme dans le formalisme de Hough et Reynold, on égalise d'une part le déplacement électrique du mélange à la somme pondérée des déplacements électriques moyens des deux constituants :

$$\bar{E}_m = p.\bar{E}_h + (1-p)\bar{E}_i \quad (\text{II.14}) \quad \text{et} \quad \bar{D}_m = p.\bar{D}_h + (1-p)\bar{D}_i \quad (\text{II.15})$$

avec : $D_m = \epsilon_m \bar{E}_m$, $D_i = \epsilon_i \bar{E}_i$ et $D_h = \epsilon_h \bar{E}_h$

En reportant (II.14) et (II.15) dans (II.2) et (II.3), il vient :

$$(1-p) \cdot \frac{3.\epsilon_h}{\epsilon_h + 2.\epsilon_m} + p \frac{3\epsilon_i}{\epsilon_i + 2.\epsilon_m} = 1 \quad (\text{II.16})$$

$$(1-p) \cdot \frac{3.\epsilon_m}{\epsilon_h + 2.\epsilon_m} + p \frac{3\epsilon_m}{\epsilon_i + 2.\epsilon_m} = 1 \quad (\text{II.17})$$

en retranchant (II.17) de (II.16), on obtient l'équation de Bruggeman :

$$(1-p) \frac{\varepsilon_m - \varepsilon_h}{\varepsilon_h + 2\varepsilon_m} + p \frac{\varepsilon_m - \varepsilon_i}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_m} = 0 \quad (\text{II.18})$$

cette dernière expression peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_h}{3\varepsilon_m} = p \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_h}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_m} \quad (\text{II.19})$$

On remarque que cette dernière relation est analogue à celle établie par Böttcher obtenue par un raisonnement apparemment différent.

II.2.2 Le formalisme de Genzel et Martin

Marin et Genzel partent [12],[13] de l'égalisation :

- du champ électrique moyen du mélange à la somme pondérée des champs moyens de ses constituants :

$$\bar{E}_m = (1-p) \bar{E}_1 + p \bar{E}_2 \quad (\text{II.20})$$

- de la polarisation moyenne du mélange à la somme pondérée des polarisations moyennes des constituants :

$$\bar{P}_m = (1-p) \bar{P}_1 + p \bar{P}_2 \quad (\text{II.21})$$

où : $(\bar{E}_1, \bar{E}_2, \bar{E}_m)$ et $(\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_m)$ sont les champs électriques et les polarisations respectivement de la matrice hôte, des inclusions et du mélange.

Sachant que les polarisations sont proportionnelles aux champs :

$$\bar{P}_1 = \varepsilon_0 \chi_1 \bar{E}_1, \quad \bar{P}_2 = \varepsilon_0 \chi_2 \bar{E}_2 \quad \text{et} \quad \bar{P}_m = \varepsilon_0 \chi_m \bar{E}_m;$$

et que les susceptibilités diélectriques sont liées aux permittivités par :

$$\varepsilon_i = (1 + \chi_i) \quad (i=1,2,m)$$

on peut alors écrire : $\bar{P}_1 = \varepsilon_0(\varepsilon_1 - 1)\bar{E}_1$, $\bar{P}_2 = \varepsilon_0(\varepsilon_2 - 1)\bar{E}_2$ et $\bar{P}_m = \varepsilon_0(\varepsilon_m - 1)\bar{E}_m$

en reportant ces expressions dans l'équation (II.21), il vient :

$$(\varepsilon_m - 1) \bar{E}_m = (\varepsilon_1 - 1)(1-p) \bar{E}_1 + (\varepsilon_2 - 1) p \bar{E}_2 \quad (\text{II.22})$$

Notons que les relations (II.20) et (II.22) constituent les relations de base.

D'autre part, on démontre que le champ électrique E_i à l'intérieur d'une sphère de permittivité ε_i placée dans un milieu ayant pour permittivité ε^* dans lequel règne

un champ E^* a pour expression [2][5] :
$$\bar{E}_i = \frac{3.\varepsilon^*}{\varepsilon_i + 2.\varepsilon^*} E^* \quad (\text{II.23})$$

La permittivité ε^* et le champ E^* sont à définir suivant la situation envisagée. (milieu dilué, concentré...). Ainsi différentes lois de mélanges peuvent en découler.

II.2.2.1 Application

En supposant que les particules des inclusions sont sphériques et suffisamment éloignées les unes des autres (mélange dilué) afin de négliger les interactions mutuelles. Le champ électrique qui agit sur elles est alors pratiquement égal à celui de la matrice hôte de sorte que l'on peut prendre pour permittivité d'environnement celle du milieu hôte : $E^* = \bar{E}_1$ et $\varepsilon^* = \varepsilon_h$.

d'où :
$$\bar{E}_2 = \frac{3.\varepsilon_h}{\varepsilon_i + 2.\varepsilon_h} E_1 \quad (\text{II.24})$$

A partir des équations (II.20), (II.22) et (II.24), on trouve la relation :

$$\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_h}{\varepsilon_m + 2\varepsilon_h} = p \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_h}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_h} \quad (\text{II.25})$$

On retrouve la loi de Maxwell et Garnet établie en utilisant la théorie de Reynold et Hough. Signalons tout de même que l'équation (II.25) a été aussi établie par Wagner en utilisant un autre formalisme[13].

II.2.3 La loi de Böttcher

Böttcher a établi [13][14] sa loi en utilisant le formalisme de Genzel et Martin. Et contrairement au cas précédent, pour tenir compte des interactions, il prend la valeur de ε^* égale à celle du mélange ($\varepsilon^* = \varepsilon_m$). Ce qui permet d'écrire :

$$\bar{E}_2 = \frac{3.\varepsilon_m}{\varepsilon_i + 2.\varepsilon_m} \bar{E}_m \quad (\text{II.26})$$

A partir des équations (II.20), (II.22) et (II.26), on trouve la relation :

$$\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_h}{3\varepsilon_m} = p \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_h}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_m} \quad (\text{II.27})$$

qui est similaire à la loi de Bruggeman.

II.2.3 La loi de Bruggeman et Hanai

La démarche suivie consiste [29], [32] à considérer un mélange hétérogène de constante diélectrique ϵ_m constitué de particules (inclusions) de permittivité ϵ_i et de volume v_i dispersées dans une matrice hôte de volume v_h et de permittivité ϵ_h .

La fraction volumique des inclusions (compacité) est donc : $p = \frac{v_i}{v_i + v_h}$

Ajoutons au mélange ainsi défini quelques particules d'inclusions de volume dv . La fraction volumique de la quantité d'inclusions ajoutée par rapport au mélange de départ vaut alors :

$$p' = \frac{dv_i}{v_i + v_h + dv_i}$$

et la compacité du mélange ainsi obtenue sera : $p_1 = \frac{v_i + dv_i}{v_i + v_h + dv_i}$

On peut aussi écrire :

$$dp = p_1 - p = \frac{v_i + dv_i}{v_i + v_h + dv_i} - \frac{v_i}{v_i + v_h} = \frac{dv_i}{v_i + v_h + dv_i} \left[1 + \frac{v_i}{dv_i} \frac{v_i (v_i + v_h + dv_i)}{(v_i + v_h) dv_i} \right]$$

$$dp = \frac{v_h}{v_i + v_h} \left(\frac{dv_i}{v_i + v_h + dv_i} \right) = (1 - p) \cdot p'$$

$$\text{d'où : } p' = \frac{dp}{1 - p}$$

L'ajout de quelques particules d'inclusions va modifier la permittivité ϵ_m du mélange d'une valeur $d\epsilon_m$: $\epsilon_{m1} = \epsilon_m + d\epsilon_m$.

Les particules d'inclusions ajoutées interagissent avec le milieu de départ de permittivité ϵ_m . On utilisera l'équation de Maxwell-Garnet (équation : II.2.1.8) dans laquelle on fait les substitutions suivantes :

$$\epsilon_m \leftarrow \epsilon_m + d\epsilon_m, \quad \epsilon_i \leftarrow \epsilon_m \quad \text{et} \quad p \leftarrow \frac{dp}{1 - p}$$

Ceci conduit à l'expression :

$$\frac{\epsilon_i + 2\epsilon_m}{\epsilon_i - \epsilon_m} \frac{d\epsilon_m}{3\epsilon_m + d\epsilon_m} = \frac{dp}{1 - p}$$

et en négligeant $d\varepsilon_m$ devant $3.\varepsilon_m$ au dénominateur, il vient :

$$\frac{2.\varepsilon_m + \varepsilon_i}{3.\varepsilon_m(\varepsilon_m - \varepsilon_i)} d\varepsilon_m = -\frac{dp}{1-p}$$

Par une succession de ce processus additionnel infinitésimal, le mélange final ainsi obtenu atteint la compacité p et une permittivité ε_m . Ainsi on peut écrire :

$$\int_{\varepsilon_h}^{\varepsilon_m} \frac{(2.\varepsilon_m + \varepsilon_i).d\varepsilon_m}{3.\varepsilon_m(\varepsilon_m - \varepsilon_i)} = -\int_0^p \frac{dp}{1-p} = -\log(1-p)$$

L'intégration donne finalement l'expression :

$$\left(\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_m}{\varepsilon_i - \varepsilon_h} \right) \left(\frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_m} \right)^{\frac{1}{3}} = 1-p \quad (\text{II.2.4.1})$$

II.2.4 La loi de Looyenga

Suivant une démarche [33] tout à fait différente, Looyenga avait formulé la loi :

$$\varepsilon_m^{\frac{1}{3}} = (1-p)\varepsilon_h^{\frac{1}{3}} + p\varepsilon_i^{\frac{1}{3}} \quad (\text{II.2.5.1})$$

qui peut s'écrire encore sous la forme :
$$p = \frac{\varepsilon_m^{\frac{1}{3}} - \varepsilon_h^{\frac{1}{3}}}{\varepsilon_i^{\frac{1}{3}} - \varepsilon_h^{\frac{1}{3}}}$$

II.3 Application des lois de mélanges

On appliquera successivement les lois de mélanges de *Bruggeman*, *Wagner*, *Hanai*, *Lichtenecker* et *Looyenga*, d'abord à un composite purement diélectrique : des sphères de verre (les inclusions) dispersées dans du tétrachlorure de carbone (matériau hôte), puis à un composite magnétique : PVC-Fe₃O₄.

Nous rappellerons les expressions des lois utilisées dans lesquelles ϵ_1 est la permittivité complexe du milieu " hôte ", ϵ_2 et v sont respectivement la permittivité complexe et la fraction volumique des inclusions et ϵ désignera la permittivité complexe du mélange résultant.

Les lois de mélanges utilisées :

$$\diamond \text{ Bruggeman : } v \frac{\epsilon_2 - \epsilon}{\epsilon_2 - 2\epsilon} + (1-v) \frac{\epsilon_1 - \epsilon}{\epsilon_1 - 2\epsilon} = 0 \quad (\text{II.2.1})$$

$$\diamond \text{ Hanai : } v = 1 - \frac{\epsilon - \epsilon_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2} \left[\frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (\text{II.2.2})$$

$$\diamond \text{ Wagner : } \frac{(\epsilon - \epsilon_1)}{(\epsilon + 2\epsilon_1)} = v \frac{\epsilon_2 + 2\epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1}$$

$$\diamond \text{ Lichtenecker : } \log(\epsilon) = (1-v) \cdot \log(\epsilon_1) + \log(\epsilon_2) \quad (\text{II.2.3})$$

$$\diamond \text{ Looyenga : } \epsilon = v \cdot \left[(\epsilon_2)^{\frac{1}{3}} - (\epsilon_1)^{\frac{1}{3}} \right] + \epsilon_1^{\frac{1}{3}} \quad (\text{II.2.4})$$

remarque: ces lois ont été établies initialement pour des mélanges purement diélectriques ; cependant elles restent applicables aux matériaux magnétiques par remplacement de ϵ par $\epsilon\mu$ [16][17].

On calculera pour chacune des lois, les caractéristiques diélectriques ou éventuellement électromagnétiques en fonction de la fraction volumique des inclusions du mélange.

La confrontation des résultats trouvés avec les caractéristiques réelles des matériaux étudiés permet de déterminer quelles seraient les lois les mieux adaptées pour traduire le comportement électromagnétique des matériaux composites étudiés.

II.3.1 Application au composite tétrachlorure de carbone – verre

II.3.1.1 Les caractéristiques du composite [15].

Ce composite a été obtenu par le mélange de grains sphériques de verre (inclusions) de permittivité relative $\epsilon_2 = 4.594$ avec le tétrachlorure de carbone (matériau hôte) de permittivité $\epsilon_1 = 2.228$.

Les caractéristiques réelles du composite [15] pour différentes fractions volumiques des inclusions sont reportées dans la 2^{ème} colonne du tableau II.2.1.

II.3.1.2 Les résultats obtenus

Les résultats de calcul de la permittivité ϵ du composite pour chacune des lois, en fonction de la fraction volumique des inclusions, sont consignés dans le tableau II.1 et représentés sur les figures II.2.1a et II.2.1b.

Au regard de la figure II.2.1a, on peut dire que toutes ces lois donnent des résultats très rapprochés.

La comparaison avec les caractéristiques réelles du composite (voir la figure II.2.1b et le tableau II.2.1) permet d'affirmer que ces lois traduisent réellement les caractéristiques réelles du composite étudié. En effet, le calcul de l'écart relatif moyen avec les caractéristiques réelles donne pour chacune des lois les valeurs:

- loi de Looyenga : $0.19 \cdot 10^{-2}$;
- loi de Bruggeman : $0.26 \cdot 10^{-2}$;
- loi de Hanai : $0.36 \cdot 10^{-2}$;
- loi de Wagner : $0.62 \cdot 10^{-2}$
- loi de Lichtenecker : $1.38 \cdot 10^{-2}$

En conclusion, Il ressort que toutes ces lois sont acceptables et peuvent être utilisées pour traduire le comportement diélectrique de ce type de composite (l'écart maximal est inférieur à 1.4%). Les résultats obtenus sont prévisibles dans la mesure où d'une part les deux constituants du mélange sont purement diélectriques et sans perte ($\epsilon''=0$) et d'autre part, la forme sphérique des particules des inclusions (verre) convient pour toutes les lois précitées. Remarquons tout de même que la loi de Looyenga donne le plus faible écart qui est de 0.2%.

V_2	Expérim.	Wagner	Bruggeman	Looyenga	Lichtenecker	Hanaï
0.00	2.228	2.228	2.228	2.228	2.228	2.228
0.05	2.317	2.317	2.317	2.320	2.310	2.317
0.10	2.411	2.407	2.410	2.415	2.395	2.409
0.15	2.510	2.501	2.506	2.513	2.483	2.503
0.20	2.611	2.597	2.605	2.613	2.575	2.601
0.25	2.714	2.695	2.708	2.716	2.670	2.702
0.30	2.824	2.797	2.814	2.821	2.768	2.806
0.35	2.949	2.901	2.924	2.929	2.870	2.912
1.00	4.594	4.594	4.594	4.594	4.594	4.594

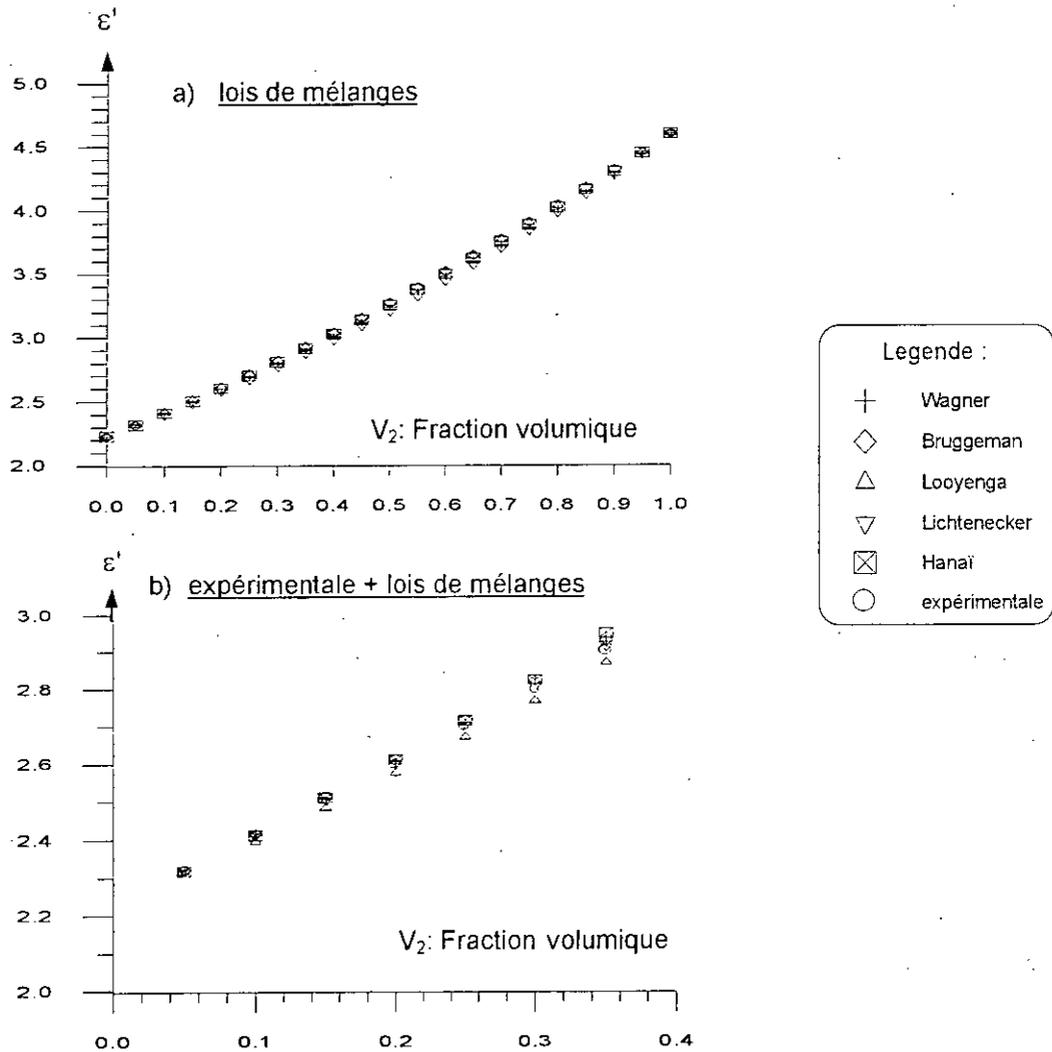


Fig II.2.1: Variation de la constante diélectrique ϵ' du mélange en fonction de la fraction volumique V_2 des inclusions (sphères de verre).

II.3.2 Application des lois de mélanges au composite PVC – Fe₃O₄

II.3.2.1 introduction

Pour traiter le cas général, nous considérerons un composite PVC-Fe₃O₄ doté à la fois du caractère diélectrique et magnétique ; donc possédant une permittivité ϵ et une perméabilité μ .

En outre, ce composite présente [17] une résonance ferrimagnétique et qui par conséquent permet par l'application d'un champ magnétique extérieur de faire varier sa perméabilité μ dans des proportions notables.

Le comportement électromagnétique d'un matériau peut être déterminé à partir de la connaissance de son coefficient de propagation γ qui est fonction du produit $\epsilon\mu$ car c'est lui qui intervient dans les équations de propagation. C'est pour cette raison que nous allons appliquer quelques lois de mélanges à ce type de composite non pas pour la détermination individuelle de ϵ et μ mais du produit $\epsilon\mu$ en fonction de la fraction volumique des inclusions Fe₃O₄. Enfin, nous déduisons les lois de mélanges les mieux adaptées à ce type de composite en confrontant les résultats de chacune d'elles aux caractéristiques réelles déterminées a priori par une technique guidée [16] sur des échantillons fabriqués dans des conditions particulières de préparation (granulométrie, pression, milieu).

II.3.2.2 Caractéristiques du composite PVC - Fe₃O₄ [16],[17]

Les caractéristiques d'un composite dépendent non seulement de la nature de ses constituants mais aussi du mode et des conditions de sa fabrication. C'est pour cette raison que nous allons rappeler le mode préparatoire des échantillons qui ont servi à la caractérisation de ce composite par une technique guidée à la fréquence 9275 MHz pour différentes fractions volumiques de la magnétite [16].

Afin d'obtenir un mélange homogène, les poudres de Fe₃O₄ et de PVC ont été longuement et soigneusement mélangées dans une boîte à gants sous atmosphère d'azote sec, puis comprimées directement dans la cellule de mesure sous une pression de 0.5 tonnes/cm² en prenant soins de réduire au maximum tout risque d'oxydation qui altérerai les propriétés du composite. La granulométrie de Fe₃O₄ est

comprise entre 1 et 2.5 μm et celle du PVC variait entre 0.5 et 100 μm . La densité du PVC est de 1.4 et celle de Fe_3O_4 est de 5.18.

Le matériau ainsi réalisé à partir des deux constituants granulaires PVC et Fe_3O_4 n'est pas binaire mais ternaire à cause de l'air inclus dans le mélange et qu'il faudrait alors prendre en considération. Le comportement diélectrique des matériaux ternaire est difficile à prévoir et l'élaboration de leurs lois de mélanges est très complexe et reste un problème difficile et non encore résolu d'une manière satisfaisante [16,17].

II.3.2.3 Détermination de la fraction volumique d'air inclus dans le composite

Il est primordial de déterminer le volume d'air inclus dans chacun des échantillons fabriqués. Pour cela on calculera les volumes V_1' et V_2' respectivement de Fe_3O_4 et du PVC en partant de leurs masses M_1 , M_2 et des densités des produits purs d_1 et d_2 . La mesure du volume de l'échantillon réalisé permet de déduire sa densité ainsi que le volume V_3' d'air inclus. Les fractions volumiques V_1' , V_2' et V_3' obtenues pour chacun des mélanges sont reportés sur le diagramme ternaire représenté sur la figure ci- contre.

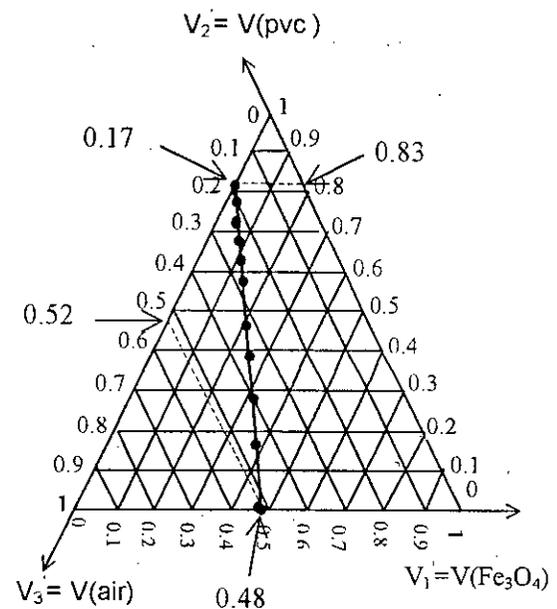


Fig II.2.2: Diagramme ternaire représentatif des fractions volumiques du mélange (Fe_3O_4 , PVC)

On constate que l'ensemble de tous les points sont situés sur une droite. Cette linéarité ternaire signifie que la fraction volumique d'air incluse est proportionnelle à celles des deux autres constituants. Dans ce cas particulier, le composite réalisé peut être considéré comme étant un mélange binaire dont les composants sont le Fe_3O_4 avec son air inclus et d'une part et le PVC avec son air d'autre part :

$$V_3' = \alpha V_1' + \beta V_2' \quad \text{où : } \alpha \text{ et } \beta \text{ sont des constantes.}$$

Ainsi nous pouvons alors appliquer les lois de mélanges binaires à ce composite ternaire particulier mais en prenant en considération l'air inclus ; c'est à

dire déterminer les fractions volumiques V_1 de Fe_3O_4 +air et V_2 de PVC+air car ce sont ces dernières qui interviendront effectivement dans les lois de mélanges.

Les mesures ont donné 17% d'air et 83% de PVC en absence de Fe_3O_4 et 52% d'air et 48% de Fe_3O_4 en absence de PVC. Le volume d'air contenu dans l'échantillon obéit alors à la relation :

$$V'_3 = V(\text{air}) = \frac{0.17}{0.83} V'_2 + \frac{0.52}{0.48} V'_1 \quad (\text{II.2.5})$$

avec: $V'_1 = V(Fe_3O_4)$ et $V'_2 = V(pvc)$

introduisons le coefficient de pondération défini par le rapport :

$$K_p = \frac{M_1}{M_1 + M_2}$$

où : M_1 et M_2 sont les masses des deux constituants du mélange.

Ce coefficient peut s'écrire en fonction des densités d_1 et d_2 , des fractions volumiques V'_1 et V'_2 (ou de V_1 et V_2) :

$$K_p = \frac{d_1 V'_1}{d_1 V'_1 + d_2 V'_2} = \frac{d_1 V_1}{d_1 V_1 + d_2 V_2} \quad (\text{II.2.6})$$

d'où l'on peut tirer les expressions :

$$V'_1 = \frac{d_2}{d_1} \frac{K_p}{1 - K_p} V'_2 \quad (\text{II.2.7}) \quad \text{et} \quad V_1 = \frac{d_2}{d_1} \frac{K_p}{1 - K_p} V_2 \quad (\text{II.2.8})$$

Sachant que les fractions volumiques des trois constituants sont telles que :

$$V'_1 + V'_2 + V'_3 = 1 \quad (\text{II.2.9}) \quad \text{et} \quad V_1 + V_2 = 1 \quad (\text{II.2.10})$$

en tenant compte des relations (II.2.5), (II.2.7) et (II.2.9), on peut écrire :

$$V'_1 = \frac{1}{\left(1 + \frac{0.52}{0.48}\right) + \left(1 + \frac{0.17}{0.83}\right) \frac{d_1}{d_2} \frac{1 - K_p}{K_p}} \quad (\text{II.2.11})$$

$$V_2' = \frac{1}{\left(1 + \frac{0.17}{0.83}\right) + \left(1 + \frac{0.52}{0.48}\right) \frac{d_2}{d_1} \frac{K_p}{1 - K_p}} \quad (\text{II.2.12})$$

en considérant les équations (II.2.8) et (II.2.10), les expressions (II.2.11) et (II.2.12) peuvent s'exprimer en fonction des fractions volumiques V_1 ou V_2 :

$$V_1' = \frac{1}{\left(1 + \frac{0.52}{0.48}\right) + \left(1 + \frac{0.17}{0.83}\right) \frac{1 - V_1}{V_1}} \quad (\text{II.2.13})$$

et

$$V_2' = \frac{1}{\left(1 + \frac{0.17}{0.83}\right) + \left(1 + \frac{0.52}{0.48}\right) \frac{1 - V_2}{V_2}} \quad (\text{II.2.14})$$

Ainsi, nous représenterons les variations de la fraction volumique réelle V_1' de Fe_3O_4 en fonction de la fraction volumique V_1 de $(\text{Fe}_3\text{O}_4 + \text{air})$ et celle V_2' du PVC en fonction de la fraction volumique V_2 du $(\text{PVC} + \text{air})$ sur les figures suivantes :

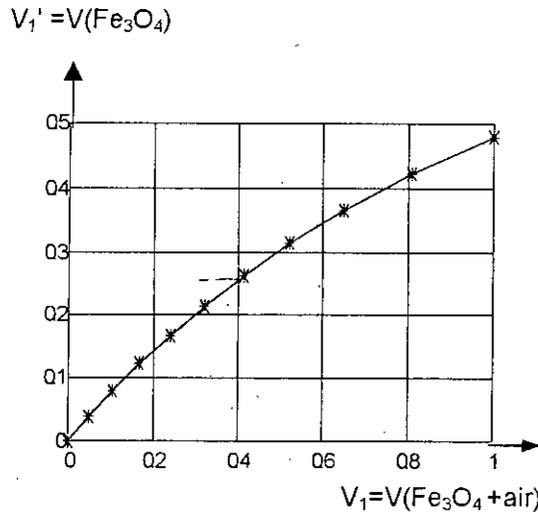


Fig II.2.3a : Variation de la fraction volumique réelle V_1' de Fe_3O_4 en fonction de la fraction volumique V_1 de $\text{Fe}_3\text{O}_4 + \text{air}$

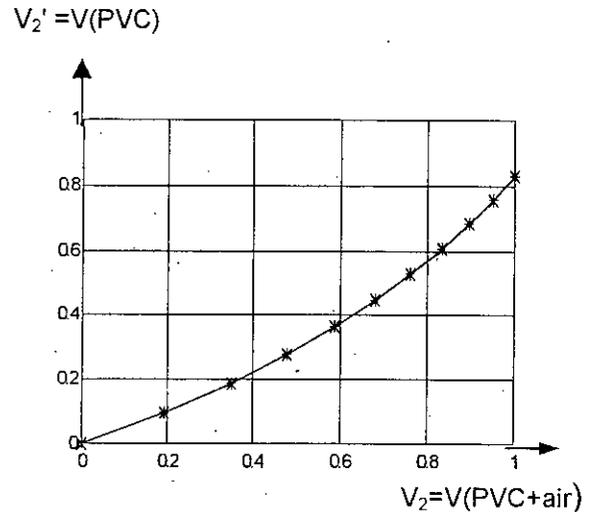


Fig II.2.3b: Variation de la fraction volumique réelle V_2' de PVC en fonction de la fraction volumique V_2 de $\text{PVC} + \text{air}$

II.3.2.4 Les caractéristiques réelles du composite

à partir des résultats de mesures [16] de caractérisation de ce composite par une technique guidée (reproduits sur en annexe A), Nous dresserons les différentes figures ci-dessous :

- les figures II.2.4a et II.2.4b donnent les variations de ϵ' et ϵ'' en fonction de V_1 ;
- les figures II.2.4c et II.2.4d donnent les variations de μ' et μ'' en fonction de V_1 pour $B=0$ (sans l'application de champ magnétique extérieur).
- les figures II.2.5a,b,c,d illustrent respectivement les variations de μ', μ'' , la partie réelle et imaginaire du produit $\epsilon\mu$ en fonction de V_1 et du champ magnétique B appliqué variant entre 0 et 5500 Gauss.

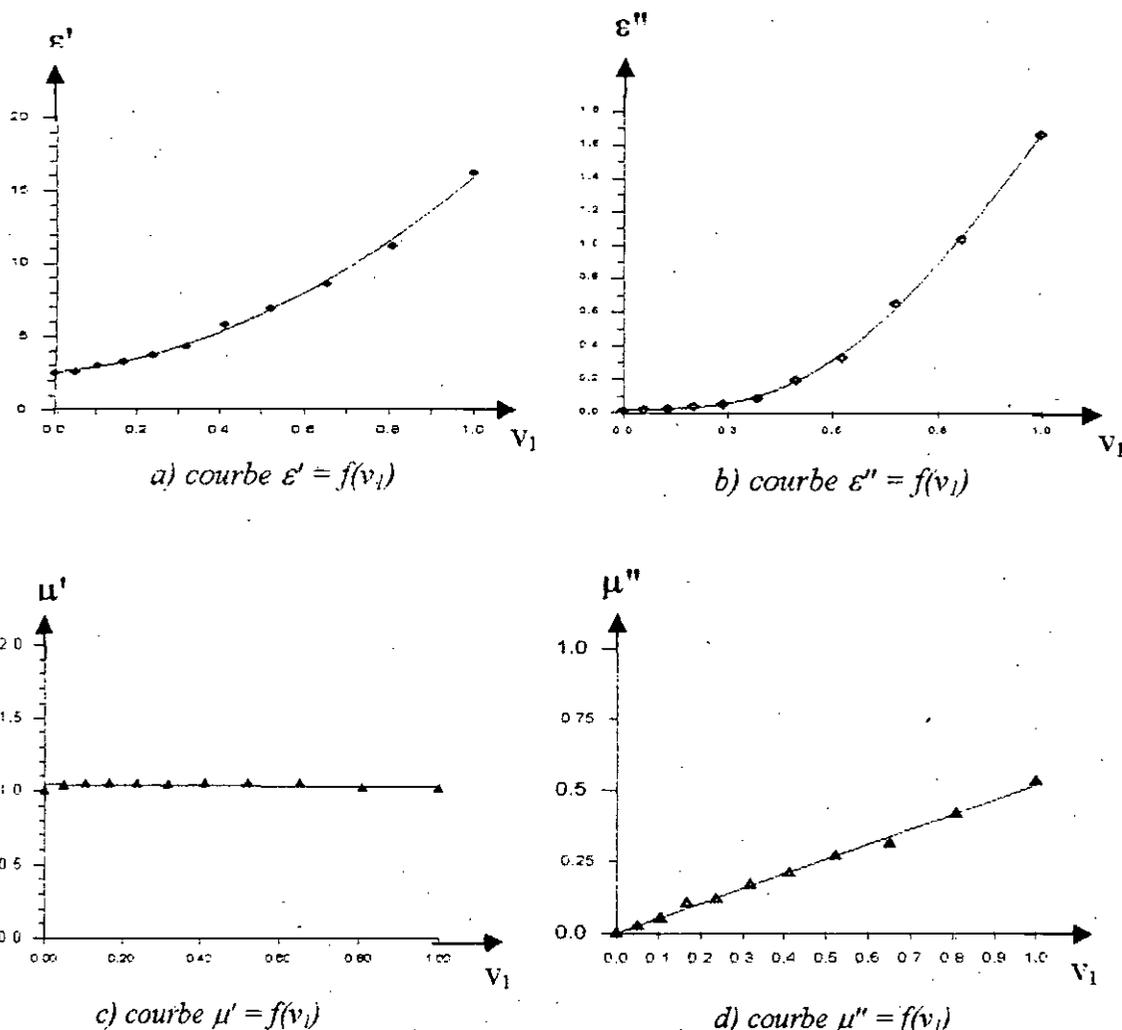
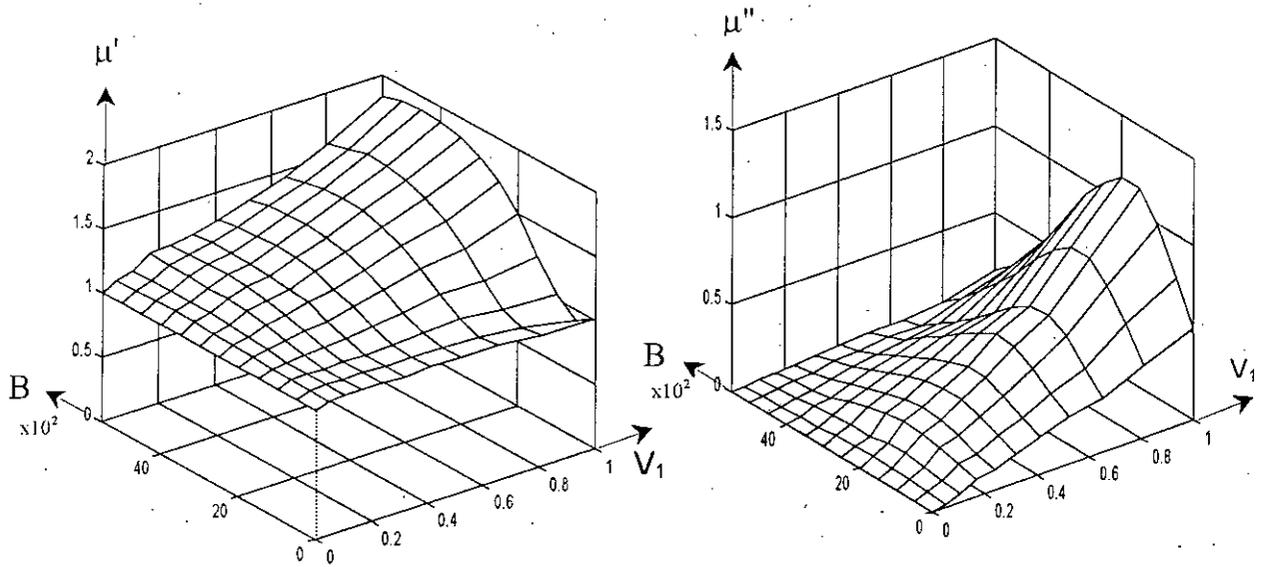
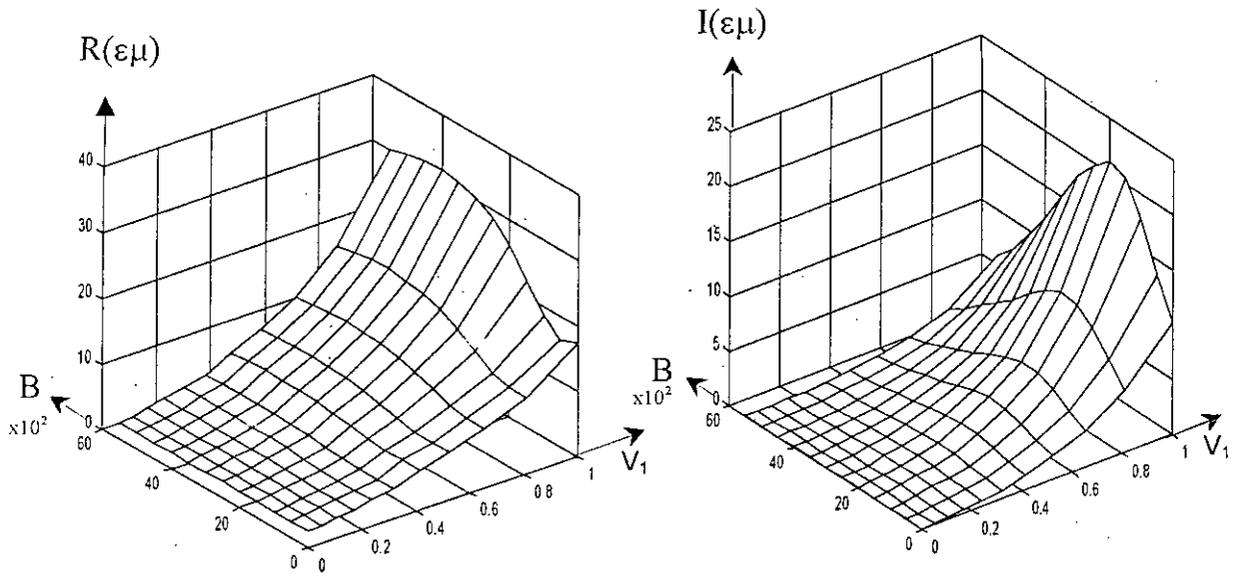


Fig II.2.4: permittivité et perméabilité du composite PVC-Fe₃O₄ en fonction de la fraction volumique V_1



a) variation de μ' en fonction de la fraction volumique V_1 et du champ magnétique B appliqué.

b) variation de μ'' en fonction de la fraction volumique V_1 et du champ magnétique B appliqué.



c) variation du terme réel du produit $\epsilon\mu$ en fonction de la fraction volumique V_1 et du champ magnétique B appliqué.

d) variation du terme imaginaire du produit $\epsilon\mu$ en fonction de la fraction volumique V_1 et du champ magnétique B appliqué.

Fig II.2.5: Variation de la permittivité complexe et du produit $\epsilon\mu$ en fonction de la fraction volumique V_1 et du champ magnétique appliqué B (en Gauss) du composite PVC- Fe_3O_4

II.2.2.5 Résultats et confrontation avec les caractéristiques réelles

En partant des caractéristiques (ϵ_1, μ_1) et (ϵ_2, μ_2) de chacun des constituants et en utilisant les lois de mélanges, on aurait pu calculer le produit $\epsilon\mu$ du composite en fonction de la fraction volumique des inclusions V_1 et du champ magnétique B appliqué. Cependant, il est plus commode de calculer les fractions volumiques V_c à partir de ces lois en prenant les valeurs mesurées du $\epsilon\mu(V_1, B)$ et aussi de $\epsilon_1\mu_1(\text{Fe}_3\text{O}_4+\text{air})$ et $\epsilon_2\mu_2(\text{PVC}+\text{air})$ en fonction du champ magnétique appliqué B .

La différence entre la fraction volumique calculée V_c et la fraction volumique réelle V_1 donnera alors les écarts avec les différentes lois testées. Cela reviendrait à estimer le degré de performance de chacune des lois de mélange utilisée pour traduire le comportement réelle du composite.

Nous testerons sur le composite les lois de mélanges les plus utilisées à savoir les lois de : Bruggeman, Hanai, Wagner, Lichtenecker et Looyenga.

Dans la suite, on adoptera les notations suivantes :

ϵ_2, μ_2 : permittivité et perméabilité relatives du constituant hôte (PVC +air),

ϵ_1, μ_1 : permittivité et perméabilité relatives des inclusions ($\text{Fe}_3\text{O}_4+\text{air}$)

ϵ, μ : permittivité et perméabilité du composite

V_1 : fraction volumique des inclusions

V_c : fraction volumique des inclusions calculée à partir de chacune des lois de mélanges.

a) Expression des fractions volumiques V_c

$$\text{➤ Loi de Bruggeman : } V_1 \frac{\epsilon_2\mu_2 - \epsilon\mu}{\epsilon_2\mu_2 + 2\epsilon\mu} + (1 - V_1) \frac{\epsilon_1\mu_1 - \epsilon\mu}{\epsilon_1\mu_1 + 2\epsilon\mu} = 0$$

$$\text{d'où : } V_c = \frac{(\epsilon_1\mu_1 - \epsilon\mu)(\epsilon_2\mu_2 + 2\epsilon\mu)}{3\epsilon\mu(\epsilon_1\mu_1 - 2\epsilon_2\mu_2)}$$

$$\text{➤ loi de Hanai : } V_c = 1 - \frac{\epsilon\mu - \epsilon_2\mu_2}{\epsilon_1\mu_1 - \epsilon_2\mu_2} \left[\frac{\epsilon_1\mu_1}{\epsilon\mu} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{➤ Loi de Wagner : } V_c = \frac{(\epsilon\mu - \epsilon_1\mu_1)(\epsilon_2\mu_2 + 2\epsilon_1\mu_1)}{(\epsilon\mu + 2\epsilon_1\mu_1)(\epsilon_2\mu_2 + \epsilon_1\mu_1)}$$

➤ *Loi de Lichtenecker* : $\log(\varepsilon\mu) = (1 - v_1) \cdot \log(\varepsilon_1\mu_1) + \log(\varepsilon_2\mu_2)$

$$\text{d'où : } V_c = \frac{\log\left(\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_1\mu_1}\right)}{\log\left(\frac{\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1\mu_1}\right)}$$

➤ *Loi de Looyenga* : $(\varepsilon\mu)^{\frac{1}{3}} = \left[(\varepsilon_2\mu_2)^{\frac{1}{3}} - (\varepsilon_1\mu_1)^{\frac{1}{3}} \right] V + (\varepsilon_1\mu_1)^{\frac{1}{3}}$

$$\text{d'où : } V_c = \frac{(\varepsilon\mu)^{\frac{1}{3}} - (\varepsilon_1\mu_1)^{\frac{1}{3}}}{(\varepsilon_2\mu_2)^{\frac{1}{3}} - (\varepsilon_1\mu_1)^{\frac{1}{3}}}$$

II.3.2.5 les résultats

Les résultats obtenus pour différentes valeurs de la fraction volumique V_1 de la magnétite et du champ magnétique B (en Gauss) : $V_c = f(V_1, B)$ sont reportés sur les figures : II.2.6a,b,c,d respectivement pour les lois de Bruggeman, Wagner, Hanaï, Lichtenecker et Looyenga.

De la comparaison des écarts avec le plan diagonal (correspondant à $V_c = V_1$) de ces figures, il ressort clairement que la loi de Wagner est à rejeter alors que les lois de Lichtenecker et de Hanaï sont assez satisfaisantes. Quant aux lois de Bruggeman et Looyenga, elles restent cependant acceptables à des degrés moindres.

On peut également classer suivant le degré de validité de chacune des lois testées en calculant les écarts relatifs moyennes sur l'ensemble des couples (V_1, V_c) .

Les écarts trouvés sont :

- la loi de Lichtenecker : 0.05
- la loi de Hanaï : 0.06
- la loi de Bruggeman : 0.14
- la loi de Looyenga : 0.25
- la loi de Wagner : 0.48

En résumé, on peut affirmer que les lois de Lichtenecker et Hanaï sont les plus adaptées pour traduire le comportement de ce composite (écarts 5% et 6%) ; la loi de Bruggeman (écart: 14%) reste acceptable. En revanche le résultat de la loi de Looyenga est assez médiocre (écart: 25%) et que la loi de Wagner est totalement à rejeter (écart: 48%) et elle ne pourrait en aucun cas traduire le comportement effectif du composite étudié.

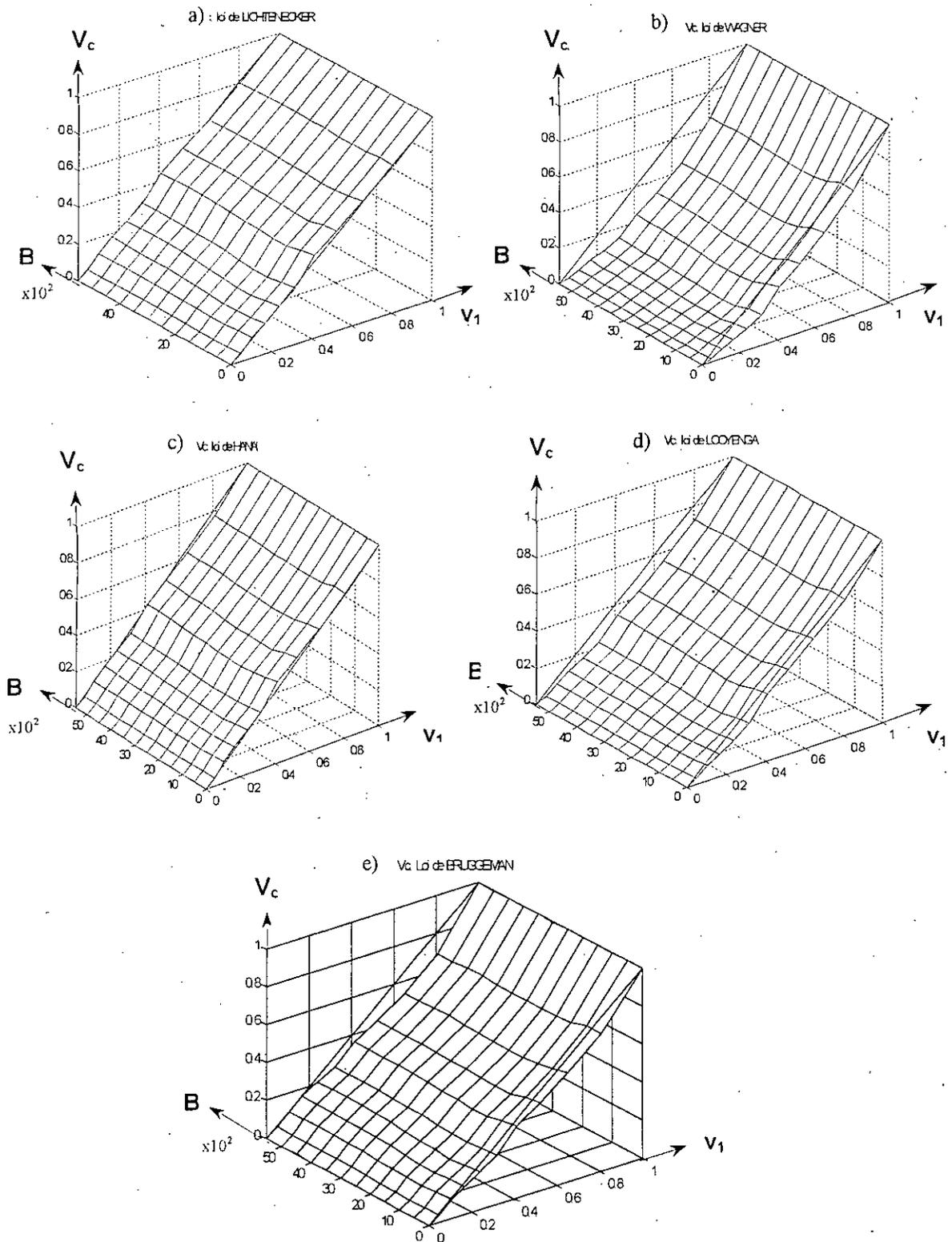


Fig II.2.6 : Fractions volumiques calculées V_c en fonction des fractions volumiques réelles V_1 de (Fe_3O_4 +air) et du champ magnétique appliqué B (en Gauss).

II.3.3 Conclusion

En conclusion, nous pouvons dire que contrairement au composite tétrachlorure de carbone-verre, les différentes lois envisagées ne donnent pas toutes d'assez bons résultats pour traduire le comportement électromagnétique du composite P.V.C-Fe₃O₄. Ceci peut s'expliquer par le fait que d'une part, ce composite est plus complexe et possède à la fois le caractère diélectrique et magnétique et d'autre part, le milieu hôte (le P.V.C) n'est pas continu mais granulaire (et de plus avec une granulométrie comprise entre 0.5 et 100 μm), la forme et la taille des particules des inclusions (la magnétite) ne sont pas identiques (car sa granulométrie varie entre 1 à 2.5 μm). En effet, on remarque que les lois établies pour les mélanges dont les constituants pouvaient être de formes et de tailles quelconques et qui tiennent compte, dans une certaine mesure, des interactions entre les dipôles diélectriques et magnétiques, comme celles de Lichetenecker et Hanai, donnent d'assez bons résultats alors que ceux donnés par la loi de Bruggemann sont inacceptables dans la mesure où d'une part elle impose la forme sphérique des inclusions et d'autre part la prise en compte des interactions n'est que partielle par le fait de considérer comme milieu effectif celui du milieu hôte ($\epsilon^* = \epsilon_h$).

CHAPITRE III

PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS LES MILIEUX MATERIELS REFLEXION ET TRANSMISSION

III.1 Introduction

La caractérisation des matériaux est basée sur la réponse fréquentielle de leurs échantillons obtenue généralement par la mesure des coefficients de réflexion et/ou de transmission. Cependant, cette réponse dépend de plusieurs paramètres à savoir les caractéristiques électromagnétiques intrinsèques du matériau, la configuration de la structure de l'échantillon analysé, de l'angle d'incidence et du type de la polarisation de l'onde incidente.

Dans ce présent chapitre nous traiterons de la modélisation du problème direct qui consiste à établir une ou plusieurs relations mathématiques (un modèle) qui lient chacun des coefficients (réflexion et transmission) à la permittivité diélectrique ϵ^* et à la perméabilité magnétique μ^* du matériau considéré.

III-2 Rappels sur la propagation libre des ondes électromagnétiques planes [2,18]

Quatre champs de vecteurs sont nécessaires pour la description de situation électromagnétique dans un milieu matériel caractérisé par :

- le champ électrique \vec{E} ;
- le champ magnétique \vec{B} ;
- le vecteur déplacement électrique \vec{D} (appelé aussi induction électrique);
- l'excitation magnétique \vec{H}

Pour les milieux linéaires on a les relations :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \quad \text{et} \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

où les quantités ϵ , μ et σ sont respectivement la permittivité, la perméabilité et la conductivité du milieu de propagation.

Dans un milieu quelconque, ces champs de vecteur sont régis par les équations de Maxwell :

$$\text{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{III.2.1}) \quad \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III.2.2})$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{III.2.3}) \quad \text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{III.2.4})$$

Dans le cas d'un milieu non chargé (densité de charge $\rho = 0$ et densité de courant $J=0$) et en régime sinusoïdal de pulsation ω ces lois deviennent :

$$\text{div} \vec{D} = 0, \quad (\text{III.2.5}) \quad \text{rot} \vec{E} = -j \omega \epsilon^* \mu^* \vec{H} \quad (\text{III.2.6})$$

$$\text{div} \vec{B} = 0, \quad (\text{III.2.7}) \quad \text{rot} \vec{H} = j \omega \epsilon^* \mu^* \vec{E} \quad (\text{III.2.8})$$

La permittivité et la perméabilité deviennent complexes :

$$\epsilon^* = \epsilon' - j \epsilon'' \quad \text{et} \quad \mu^* = \mu' - j \mu''$$

note: si en plus le milieu présente une conductivité σ , on aura :

$$\epsilon^* = \epsilon' - j \left(\epsilon'' - \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right)$$

La résolution du système d'équations de Maxwell reliant \vec{E} et \vec{H} donne l'équation de propagation, valable aussi bien pour le champ électrique que pour le champ d'excitation magnétique :

$$\Delta \vec{E} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{et} \quad \Delta \vec{H} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{III.2.9})$$

Les vecteurs $\Delta \vec{E}$ et $\Delta \vec{H}$ sont les laplaciens vectoriels de \vec{E} et \vec{H} .

Une solution particulière de l'équation de propagation est l'onde plane dépendant sinusoidalement du temps :

$$\vec{E} = \vec{E}_m \exp[j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})] \quad (\text{III.2.10})$$

$$\vec{H} = \vec{H}_m \exp[j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})]$$

et telles que les vecteurs \vec{E} , \vec{H} , \vec{k} forment un trièdre direct.

où : - \vec{r} est le rayon vecteur au point d'observation

- \vec{k} est le vecteur d'onde dirigé suivant la direction \vec{u} de la propagation de l'onde électromagnétique ($\vec{k} = k \vec{u}$) et tel que : $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ (III.2.11)

Dans le cas général, la constante de propagation k est complexe :

$$k = \beta + j\alpha \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\lambda \text{ est la longueur d'onde dans le milieu}).$$

α et β traduisent respectivement l'atténuation et le déphasage de l'onde au cours de la propagation. Si le milieu est du vide, k devient une grandeur réelle et l'onde se

propage sans atténuation : $k = k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{\omega}{c}$; ϵ_0 et μ_0 sont la permittivité et la

perméabilité du vide : $\epsilon_0 = \frac{1}{36 \pi} 10^{-9} \text{ F/m}$ et $\mu_0 = 4 \pi 10^{-4} \text{ H/m}$

c est la vitesse de la lumière : $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

impédance d'onde :

l'impédance d'onde est définie par le rapport :

$$Z = \frac{E_m}{H_m} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (\text{III.2.12})$$

III-3 Réflexion et transmission à l'interface de deux milieux [18,19,20,21]

Considérons une onde électromagnétique plane de pulsation ω se propageant dans un milieu (1) et rencontre un autre milieu (2) en incidence oblique sous un angle θ_1 (figures : III.1 et III.2). Les deux milieux sont supposés infinis, isotropes et non conducteurs ($\sigma = 0$) et caractérisés par leur permittivité et leur perméabilité respective (ϵ_1, μ_1) et (ϵ_2, μ_2) .

Au niveau de la surface de séparation Σ des deux milieux, une partie de l'onde sera réfléchié suivant un angle égal à θ_1 , et l'autre sera réfractée ou transmise dans le milieu (2) suivant un angle θ_2 .

On envisagera les deux types de polarisation parallèle et perpendiculaire de l'onde suivant que le champ électrique est parallèle ou perpendiculaire au plan d'incidence.

Dans la suite nous désignerons par Z_i l'impédance d'onde et k_i la constante de propagation d'onde dans le milieu i ($i=1, 2$).

III.3.1 Calcul des coefficients de Fresnel

Les expressions des champs électrique et magnétique de l'onde incidente sinusoïdale sont données par :

$$\begin{aligned}\hat{E}_i &= E_i \exp[j(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1)] \\ \hat{H}_i &= H_i \exp[j(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1)]\end{aligned}$$

où : - \vec{r} est le rayon vecteur du point considéré ;

- \vec{k}_1 est le vecteur d'onde dans milieu (1) tel que : $k_1 = |\vec{k}_1| = \frac{\omega}{v_1}$ où v_1 est la

vitesse de propagation de l'onde dans le milieu (1) :

$$v_1 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_1 \mu_1}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{r1} \mu_{r1}}}$$

Par rapport au trièdre de référence $0x,y,z$ (fig : III.1) lié au plan d'incidence et au plan de la surface de séparation Σ , les expressions de ces champs deviennent :

$$\begin{aligned}\hat{E}_i &= E_i \exp[j(\omega t - k_1 z \cos \theta_1 - k_1 x \sin \theta_1)] \\ \hat{H}_i &= H_i \exp[j(\omega t - k_1 z \cos \theta_1 - k_1 x \sin \theta_1)]\end{aligned}$$

Au niveau de l'interface Σ , l'onde incidente donne naissance à une onde réfléchie E_r , une onde réfractée ou transmise E_t , dont les expressions dépendent du type de la polarisation de l'onde incidente.

a) Cas de la polarisation parallèle

Dans ce cas le vecteur champ électrique de l'onde est parallèle au plan d'incidence comme l'indique la figure suivante :

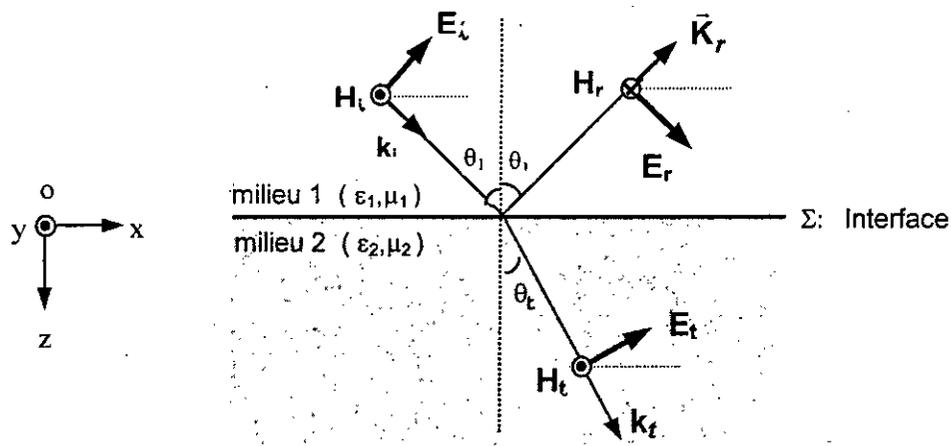


Fig III.1 : Représentation des champs électriques et magnétiques à l'interface de deux milieux dans le cas de la polarisation parallèle

On aura alors les expressions :

- Onde réfléchie :

$$\hat{E}_r = E_r \exp[j(\omega t + k_1 z \cos \theta_1 - k_1 x \sin \theta_1)]$$

$$\hat{H}_r = H_r \exp[j(\omega t + k_1 z \cos \theta_1 - k_1 x \sin \theta_1)]$$

- Onde transmise :

$$\hat{E}_t = E_t \exp[j(\omega t + k_2 z \cos \theta_2 - k_2 x \sin \theta_2)]$$

$$\hat{H}_t = H_t \exp[j(\omega t + k_2 z \cos \theta_2 - k_2 x \sin \theta_2)]$$

En considérant la continuité des composantes tangentielles des champs électrique et magnétique au niveau de l'interface Σ (en $z = 0$), il vient :

$$\begin{cases} (E_i + E_r) \cos \theta_1 = E_t \cos \theta_2 \\ H_i - H_r = H_t \end{cases} \quad \text{(III.3.1)}$$

Introduisons les impédances d'ondes respectivement des milieux (1) et (2) :

$$Z_1 = \frac{E_i}{H_i} = \frac{E_r}{H_r} \quad (\text{III.3.2}) \quad \text{et} \quad Z_2 = \frac{E_t}{H_t} \quad (\text{III.3.3})$$

Du système d'équations (III.3.1) et en tenant compte des relations (III.3.2) et (II.3.3), on déduit les expressions du coefficient de réflexion et de transmission :

$$r_{12}^{\parallel} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{Z_2 \cos \theta_2 - Z_1 \cos \theta_1}{Z_2 \cos \theta_2 + Z_1 \cos \theta_1} \quad (\text{III.3.4})$$

$$t_{12}^{\parallel} = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2Z_2 \cos \theta_1}{Z_1 \cos \theta_1 + Z_2 \cos \theta_2} \quad (\text{III.3.5})$$

avec: $Z_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \quad \text{et} \quad Z_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}$

Sachant que k_1, k_2, θ_1 et θ_2 sont reliés par la loi de Snell-Descartes :

$$k_1 \sin \theta_1 = k_2 \sin \theta_2 \quad (\text{III.3.6})$$

d'où : $\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \left(\frac{k_1}{k_2}\right)^2 \sin^2 \theta_1}$ (III.3.7) avec : $\left(\frac{k_2}{k_1}\right)^2 = \frac{\epsilon_{r2} \mu_{r2}}{\epsilon_{r1} \mu_{r1}}$

Si le milieu (1) est du vide $\epsilon_{r1} = \mu_{r1} = 1$, on peut alors exprimer les coefficients r_{12} et t_{12} en fonction seulement de la permittivité, de la perméabilité relative du milieu (2) et de l'angle d'incidence θ_1 :

$$r_{12}^{\parallel} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \left[1 - \frac{1}{\epsilon_r \mu_r} \sin^2 \theta_1 \right]^{\frac{1}{2}} - \cos \theta_1}{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \left[1 - \frac{1}{\epsilon_r \mu_r} \sin^2 \theta_1 \right]^{\frac{1}{2}} + \cos \theta_1} \quad (\text{III.3.8})$$

$$t_{12}^{\parallel} = \frac{2 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cos \theta_1}{\cos \theta_1 + \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \left[1 - \frac{1}{\epsilon_r \mu_r} \sin^2 \theta_1 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{III.3.9})$$

b) Cas de la polarisation perpendiculaire

Dans ce cas le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incidence comme le montre la figure suivante :

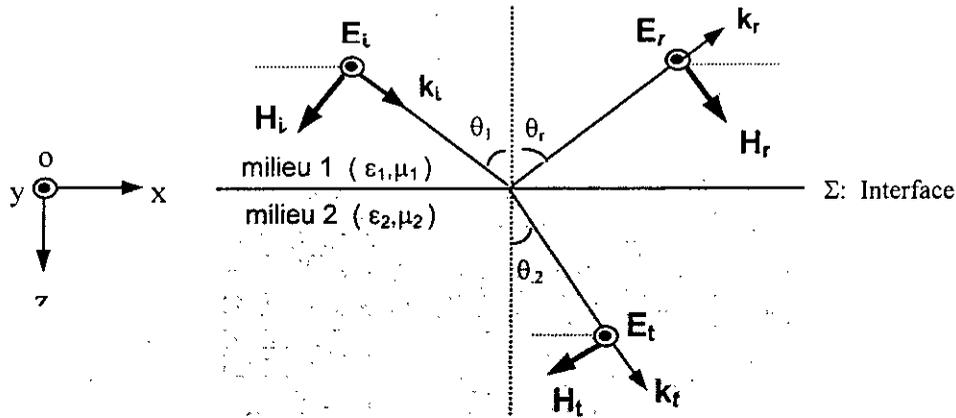


Fig III.2 : Représentation des champs électriques et magnétiques à l'interface de deux milieux en incidence oblique dans le cas de la polarisation perpendiculaire

Les équations des ondes incidentes, réfléchies et transmises s'expriment alors par les relations suivantes :

• *champs électriques :*

$$\begin{cases} \hat{E}_i = E_i \exp[j(\omega t - k_1 z \cos \theta_1 - k_1 x \sin \theta_1)] \\ \hat{E}_r = E_r \exp[j(\omega t + k_1 z \cos \theta_1 - k_1 x \sin \theta_1)] \\ \hat{E}_t = E_t \exp[j(\omega t - k_2 z \cos \theta_2 - k_2 x \sin \theta_2)] \end{cases}$$

• *champs magnétiques :*

$$\begin{cases} \hat{H}_i = H_i \exp[j(\omega t - k_1 z \cos \theta_1 - k_1 x \sin \theta_1)] \\ \hat{H}_r = H_r \exp[j(\omega t + k_1 z \cos \theta_1 - k_1 x \sin \theta_1)] \\ \hat{H}_t = H_t \exp[j(\omega t - k_2 z \cos \theta_2 - k_2 x \sin \theta_2)] \end{cases}$$

De même, au niveau de l'interface Σ , la considération de la continuité des composantes tangentielles des champs électriques et magnétiques donne :

$$\begin{cases} E_i + E_r = E_t \\ (H_i - H_r) \cos \theta_1 = H_t \cos \theta_2 \end{cases} \quad \text{(III.3.10)}$$

et en tenant compte des relations (II.1.9) et (II.1.10), on peut établir aisément les expressions des coefficients de réflexion et de transmission :

$$r_{12}^{\perp} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{Z_2 \cos\theta_1 - Z_1 \cos\theta_2}{Z_2 \cos\theta_1 + Z_1 \cos\theta_2} \quad (\text{III.3.11})$$

$$t_{12}^{\perp} = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2Z_2 \cos\theta_1}{Z_2 \cos\theta_1 + Z_1 \cos\theta_2} \quad (\text{III.3.12})$$

De la même façon, si le milieu (1) est du vide, ces relations peuvent s'exprimer en fonction de l'angle d'incidence θ_1 , de la permittivité et de la perméabilité relative du milieu (2) :

$$r_{12}^{\perp} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cos\theta_1 - \left[1 - \frac{1}{\epsilon_r \mu_r} \sin^2\theta_1\right]^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cos\theta_1 + \left[1 - \frac{1}{\epsilon_r \mu_r} \sin^2\theta_1\right]^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{III.3.13})$$

$$t_{12}^{\perp} = \frac{2 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cos\theta_1}{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cos\theta_1 + \left[1 - \frac{1}{\epsilon_r \mu_r} \sin^2\theta_1\right]^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{III.3.14})$$

c) Cas particulier de l'incidence normale

Dans le cas particulier de la propagation en incidence normale ($\theta_1=0$), l'expression du coefficient de réflexion et de transmission se réduit à :

$$r_{12} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{1 - \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}}}{1 + \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}}} \quad (\text{III.3.15})$$

$$t_{12} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{2\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}}{1 + \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}}} \quad (\text{III.3.16})$$

III.3.2 Etude de la variation du coefficient de réflexion en incidence oblique [20]

L'étude des variations des coefficients de réflexion en fonction de l'angle d'incidence permettra de préciser dans quelles conditions on aura une réflexion totale ou au contraire une réfraction totale (réflexion nulle).

Pour simplifier, dans ce qui va suivre, la notation r_{12} sera remplacée par R et nous considérerons le cas où les deux milieux sont purement diélectriques ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$).

Les angles θ_1 et θ_2 doivent satisfaire la loi de Snell-Descartes : $\sqrt{\epsilon_1} \sin \theta_1 = \sqrt{\epsilon_2} \sin \theta_2$

Donc deux cas sont à envisager :

1) si $\epsilon_2 > \epsilon_1$, alors $\theta_1 > \theta_2$

2) si $\epsilon_2 < \epsilon_1$, alors $\theta_1 < \theta_2$

a) cas où : $\epsilon_2 > \epsilon_1$

les intervalles de variations de θ_1 et θ_2 sont alors :

$$0 \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{2} \text{ et } 0 \leq \theta_2 \leq \theta_{2L}$$

l'angle limite θ_{2L} sera atteinte pour $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$, d'où on aura :

$$\theta_{2L} = \arcsin \left(\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} \right) \quad \text{(III.4.1)}$$

Les valeurs des coefficients de réflexion pour les valeurs extrêmes de θ_1 seront :

$$\triangleright \text{ pour } \theta_1 = 0 \Rightarrow \theta_2 = 0 \text{ ce qui donne : } R^{\parallel} = R^{\perp} = \frac{\sqrt{\epsilon_1} - \sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1} + \sqrt{\epsilon_2}} < 0$$

On voit bien que les deux coefficients sont égaux et négatifs.

$$\triangleright \text{ pour : } \theta_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta_2 = \theta_{2L}, \text{ alors on aura : } R^{\perp} = -1 \text{ et } R^{\parallel} = 1$$

Dans ce cas, il y a réflexion totale avec changement de signe en polarisation parallèle et sans changement de signe en polarisation perpendiculaire.

b) cas où : $\epsilon_2 < \epsilon_1$

Cela implique que : $\theta_1 < \theta_2$. Les limites de variations de θ_1 et θ_2 seront alors :

$$0 \leq \theta_1 \leq \theta_{1L} \quad \text{et} \quad 0 \leq \theta_2 \leq \frac{\pi}{2}$$

l'angle limite de θ_{1L} sera donc : $\theta_{1L} = \arcsin\left(\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}\right)$ (III.4.2)

les valeurs des coefficients de réflexion aux valeurs extrêmes de θ_1 :

- pour : $\theta_1 = 0 \Rightarrow \theta_2 = 0$ d'où : $R^{\parallel} = R^{\perp} = \frac{\sqrt{\epsilon_1} - \sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1} + \sqrt{\epsilon_2}} > 0$

les deux coefficients sont dans ce cas égaux et positifs.

- pour : $\theta_1 = \theta_{1L}$ et $\theta_2 = \pi/2$, on aura : $R^{\perp} = 1$ et $R^{\parallel} = -1$.

Il y a donc réflexion totale sans changement de signe du champ électrique en polarisation perpendiculaire et avec changement de signe dans le cas de la polarisation parallèle.

Les variations des coefficients de réflexion sont représentées sur les figures suivantes :

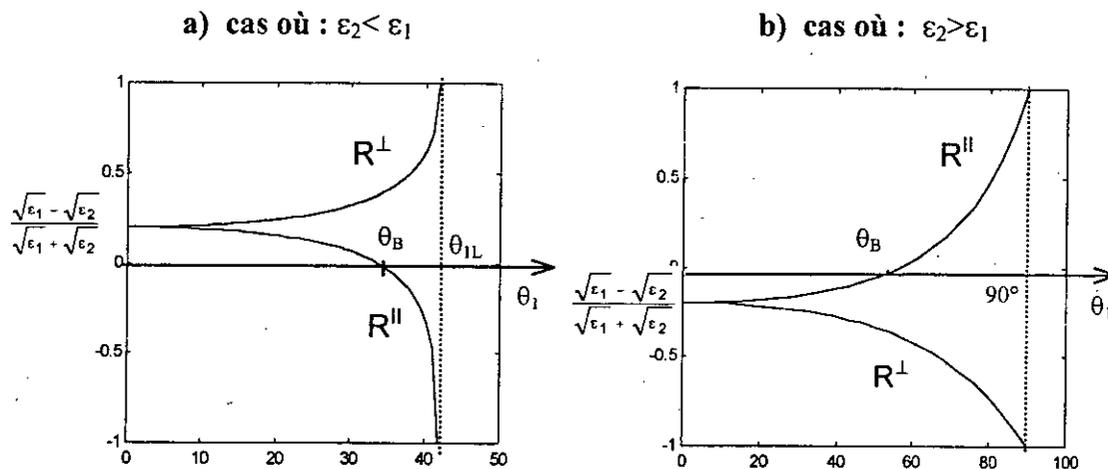


Fig III.3: Variations du coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence pour les deux types de polarisation

III.3.3 Réfraction totale et angle de Brewster

Dans les cas précédemment étudiés, on remarque que R^\perp garde toujours le même signe alors que R^\parallel change de signe et s'annule donc pour une valeur particulière de l'angle d'incidence $\theta_1 = \theta_B$.

Cet angle θ_B pour lequel la réflexion est nulle (ou la réfraction est totale) est appelé " angle de Brewster ". Pour un milieu purement diélectrique, on aura :

$$R^\parallel = 0 \Rightarrow \theta_B = \arctg \sqrt{\epsilon_r} \quad (\text{III.4.3})$$

En annulant R^\parallel donné par la relation (III.3.8) qui valable dans le cas général des matériaux électromagnétiques, il vient [21] :

$$R^\parallel = 0 \Rightarrow \sin \theta_B = \left[\frac{\frac{\mu_r - 1}{\epsilon_r}}{\frac{1}{\epsilon_r^2} - 1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III.4.4})$$



III-4 Modélisation d'une structure en plaque [19,22,24,25]

III.4.1 Introduction

Les techniques de mesure en espace libre, dans le domaine des hyperfréquences, se font généralement sur un échantillon d'un matériau ayant la structure d'une plaque d'une certaine épaisseur d . L'échantillon est alors attaqué par une onde électromagnétique de fréquence f sous un angle d'incidence θ_1 . Les caractéristiques électromagnétiques (ϵ^* et μ^*) du matériau analysé seront déterminés à partir des coefficients de réflexion R et/ou de transmission T de l'échantillon, mesurés ou déduits de l'expérimentation. Afin de pouvoir remonter aux caractéristiques intrinsèques du matériau, il faudrait alors trouver les expressions des relations R et T en fonction de la permittivité ϵ^* et la perméabilité μ^* :

$$R = f_1(\epsilon^*, \mu^*) \quad \text{et} \quad T = f_2(\epsilon^*, \mu^*)$$

III.4.2 Calcul des coefficients de réflexion et de transmission [22]

Considérons un échantillon d'un matériau de permittivité et de perméabilité complexes (ϵ_2^* et μ_2^*) ayant la structure d'une plaque d'épaisseur d , inséré entre deux milieux (1) et (3) de permittivité et perméabilité respectives (ϵ_1^* et μ_1^*) et (ϵ_3^* et μ_3^*) comme le montre la figure : III.4. L'échantillon est attaqué par une onde électromagnétique de fréquence f en incidence oblique sous un angle θ_1 .

On se propose d'établir les expressions des coefficients de réflexion et de transmission de la structure.

Dans la suite nous désignerons par :

- $r_{12}, r_{21}, r_{23}, t_{12}$ et t_{21} : les coefficients de Fresnel aux interfaces I_{ij} ;
- k_i : constante de propagation dans le milieu (i) ;
- $\theta_1, \theta_2, \theta_3$: angles respectivement dans les milieux (1), (2) et (3).

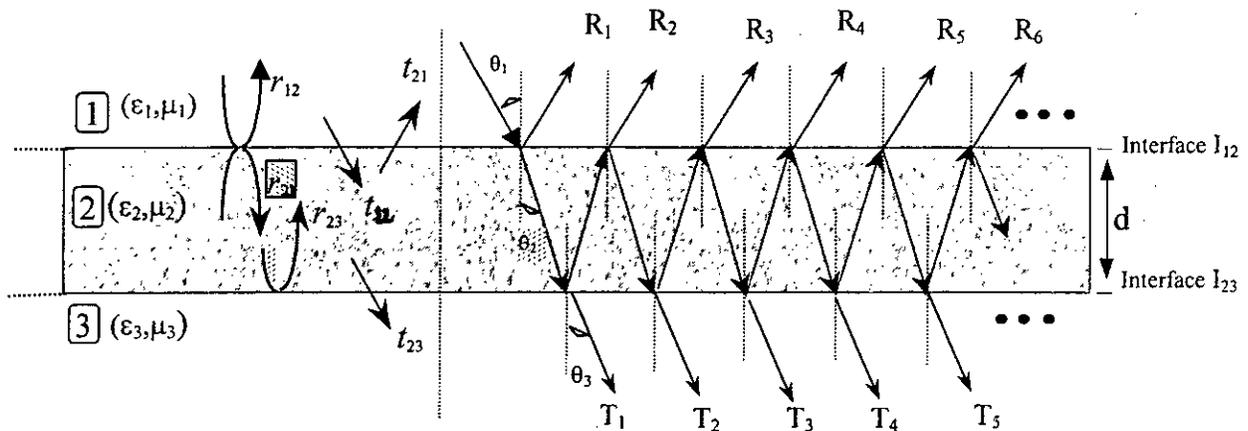


Fig III.4 Représentation de l'échantillon plaque et les différentes réflexions et transmissions multiples

Suite aux ruptures d'impédances, chaque interface sera le siège de réflexions et de transmissions multiples. On calculera les coefficients de réflexion et de transmission globaux en faisant le bilan des champs partiels réfléchis et transmis :

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \dots \quad \text{et} \quad T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + \dots$$

III.4.2.1 Calcul du coefficient de réflexion global

Les différents coefficients de réflexion partiels R_i ont pour expressions :

$$R_1 = r_{12}$$

$$R_2 = t_{12} r_{23} t_{21} \exp(-j2k_2 d \cos \theta_2)$$

$$R_3 = t_{12} r_{23}^2 r_{21} t_{21} \exp(-j4k_2 d \cos \theta_2)$$

.....

$$R_n = t_{12} r_{23}^{n-1} r_{21}^{n-2} t_{21} \exp(-j2(n-1)k_2 d \cos \theta_2)$$

Faisons la sommation de tous les coefficients partiels :

$$R = r_{12} + r_{23} t_{12} t_{21} e^{-j2k_2 d \cos \theta_2} + r_{21} r_{23}^2 t_{12} t_{21} e^{-j4k_2 d \cos \theta_2} + r_{23}^3 r_{21}^2 t_{12} t_{21} e^{-j6k_2 d \cos \theta_2} + \dots$$

$$R = r_{12} + r_{23} t_{12} t_{21} e^{-j2k_2 d \cos \theta_2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(r_{23} r_{21} e^{-j2k_2 d \cos \theta_2} \right)^n = r_{12} + \frac{r_{23} t_{12} t_{21} e^{-j2k_2 d \cos \theta_2}}{1 - r_{23} r_{21} e^{-j2k_2 d \cos \theta_2}}$$

Sachant que : $t_{21} = 1 + r_{21}$, $t_{12} = 1 + r_{12}$ et $r_{21} = -r_{12}$,

alors le coefficient de réflexion global peut s'écrire sous la forme :

$$R = \frac{r_{12} + r_{23} e^{-j2k_2 d \cos \theta_2}}{1 + r_{12} r_{23} e^{-j2k_2 d \cos \theta_2}} \quad \text{(III.5.1)}$$

et en considérant la loi de Snell :

$$k_1 \sin \theta_1 = k_2 \sin \theta_2,$$

on peut exprimer $\cos \theta_2$ en fonction de l'angle d'incidence θ_1 :

$$\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \left(\frac{k_1}{k_2} \right)^2 \sin^2 \theta_1}$$

or on a : $k_2 = k_1 \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$;

d'où :
$$\cos \theta_2 = \frac{\sqrt{\epsilon_r \mu_r - \sin^2 \theta_1}}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \quad (\text{II.5.2})$$

l'expression de R peut finalement s'écrire alors sous la forme :

$$R = \frac{r_{12} + r_{23} e^{-j \frac{2\omega d}{c} \sqrt{\epsilon_r \mu_r - \sin^2 \theta_1}}}{1 + r_{12} r_{23} e^{-j \frac{2\omega d}{c} \sqrt{\epsilon_r \mu_r - \sin^2 \theta_1}}} \quad (\text{III.5.4})$$

III.4.2.2 Calcul du coefficient de transmission global

Le coefficient de transmission global sera obtenu par la sommation des transmissions partielles au niveau de la deuxième interface : $T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + \dots$

où les expressions des coefficients T_i sont :

$$\begin{aligned} T_1 &= t_{12} t_{23} \exp(-jk_2 d \cos \theta_2) \\ T_2 &= t_{12} r_{23} r_{12} t_{23} \exp(-j3k_2 d \cos \theta_2) \\ T_3 &= t_{12} r_{23}^2 r_{21}^2 t_{23} \exp(-j5k_2 d \cos \theta_2) \\ &\dots\dots\dots \\ T_n &= t_{12} r_{23}^{n-1} r_{21}^{n-1} t_{23} \exp(-j(2n-1)k_2 d \cos \theta_2) \end{aligned}$$

faisons la sommation de tous ces coefficients :

$$\begin{aligned} T &= t_{12} t_{21} e^{-jk_2 d \cos \theta_2} + t_{12} r_{23} r_{21} t_{21} e^{-j3k_2 d \cos \theta_2} + t_{12} r_{23}^2 r_{21}^2 t_{21} e^{-j5k_2 d \cos \theta_2} + \dots \\ T &= t_{12} t_{23} e^{-jk_2 d \cos \theta_2} \sum_{n=0}^{\infty} (r_{21} r_{23} e^{-j2k_2 d \cos \theta_2})^n = \frac{t_{12} t_{21} e^{-jk_2 d \cos \theta_2}}{1 - r_{23} r_{21} e^{-j2k_2 d \cos \theta_2}} \end{aligned}$$

en tenant compte de la relation (III.5.2), T peut se mettre sous la forme :

$$T = \frac{(1+r_{12})(1+r_{23})e^{-j\frac{\omega d}{c}\sqrt{\epsilon_r\mu_r-\sin^2\theta_1}}}{1+r_{12}r_{23}e^{-j\frac{2\omega d}{c}\sqrt{\epsilon_r\mu_r-\sin^2\theta_1}}} \quad (\text{III.5.4})$$

III.5 Modélisation d'une structure multicouche [19,24,25,26]

III.5.1 introduction

Les matériaux à une seule couche sont généralement résonants ; Ils présentent alors une bande de fréquence d'absorption très étroite. Pour étendre cette bande d'absorption, il est nécessaire de recourir à l'association de deux ou plusieurs matériaux diélectriques disposés sous forme d'une structure plane multicouches [21][24].

Parmi les matériaux absorbants les plus fréquemment utilisés, on peut citer les revêtements appliqués sur les dispositifs dont on veut réduire la réflectivité. Le plus souvent ils sont disposés [25] sur un substrat (métal, polymère, céramique, ...) afin de pouvoir satisfaire les exigences mécaniques, thermiques ... de l'application envisagée.

A titre d'exemple d'une telle structure, on peut citer les différentes couches de peinture appliquées sur les tôles des avions ou missiles militaires afin de réduire la réflectivité (ce qui revient à augmenter l'absorption) des ondes radar et par conséquent échapper à leur détection par l'ennemi [19][24].

Le pouvoir d'absorption, de réflexion ou de transmission d'une structure multicouche dans le domaine des hyperfréquences dépend de plusieurs facteurs :

- des caractéristiques électromagnétiques intrinsèques des matériaux composant les différentes couches de la structure (permittivités et perméabilités),
- du type de la polarisation de l'onde incidente,
- de l'angle d'incidence de l'onde.

Les performances d'une structure absorbante sont exprimées par la réduction de réflectivité [26] (exprimée en dB) :

$$R_{dB} = 20 \log|R| \quad (III.6.1)$$

où : R est le coefficient de réflexion global de la structure.

De même, le pouvoir de transmission sera exprimé par :

$$T_{dB} = 20 \log|T| \quad (III.6.2)$$

III.5.2 Principe de la modélisation

Considérons une structure comportant N couches numérotées de 1 à N en partant de la plus profonde. Chaque couche ' i ' sera caractérisée par sa permittivité ϵ_i , sa perméabilité μ_i et son épaisseur d_i . L'interface I_i désignera le dioptre correspondant à la transition de la couche numéro ' i+1 ' à la couche numéro ' i ' (fig : III.5).

Considérons une onde électromagnétique plane de fréquence f se propageant dans l'espace libre et rencontre la structure sous un angle d'incidence θ_{N+1} . En outre, on envisagera les deux types de polarisation parallèle et perpendiculaire de l'onde incidente.

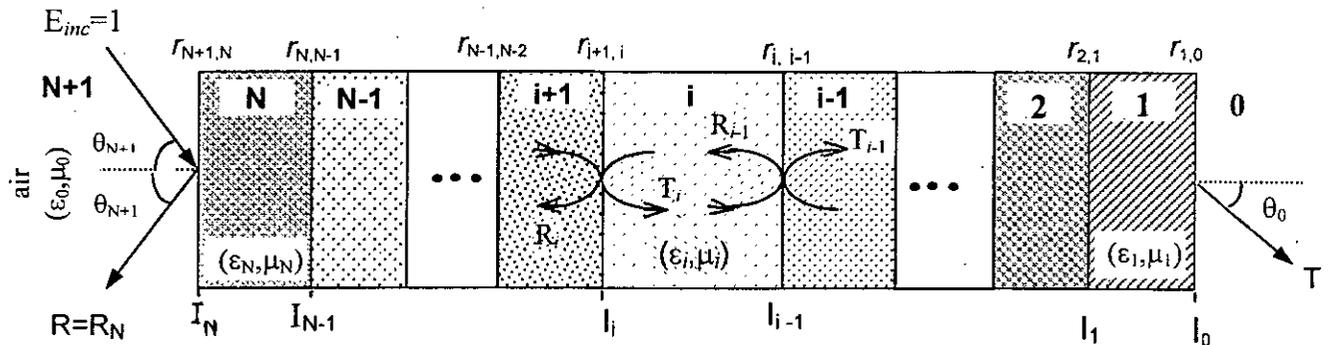


Fig III.5: Schéma général d'une structure multicouche

Pour calculer le coefficient de réflexion R et de transmission T d'une structure multicouche, on utilisera une méthode de calcul itératif basé sur une relation de récurrence [24][26]. Il s'agit de faire le bilan des champs électromagnétiques au niveau de chaque interface en procédant à des reports d'impédances : on calculera

successivement le coefficient de réflexion et de transmission au niveau de chaque interface en partant de la plus profonde (interface I_1) pour enfin arriver à celle correspondant à la transition air-structure (interface I_N) en passant par un processus de réduction d'une couche à une interface. Ce dernier coefficient calculé (de réflexion ou de transmission) correspond précisément à celui de la structure entière.

III.5.3 Calcul des coefficients de réflexion et de transmission de la structure

Dans ce qui suit, on adoptera les notations suivantes :

r_{ij} : coefficients de réflexion de Fresnel à l'interface I_i séparant les milieux i et j ,

R_i et T_i : coefficient de réflexion et de transmission à l'interface I_i ;

k_i : constante de propagation du matériau de la couche ' i ' ;

d_i : épaisseur de la couche ' i '.

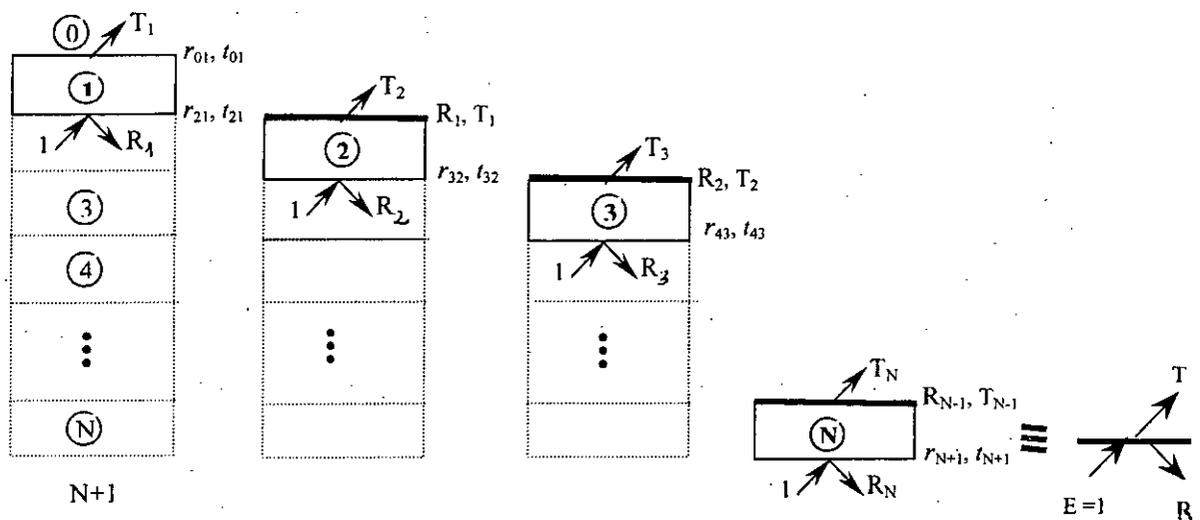


Fig III.6: Schéma du processus de réduction des couches

Les processus de réduction successifs (voir fig III.6) d'une couche à une interface conduisent [26] aux expressions des coefficients de réflexions et de transmission au niveau de chacune des interfaces successives de la structure :

$$\text{à l'interface } I_1: R_1 = \frac{r_{21} + r_{10} e^{-j2k_1 d_1}}{1 + r_{21} r_{10} e^{-j2k_1 d_1}}, \quad T_1 = \frac{t_{21} t_{10} e^{-j2k_1 d_1}}{1 + r_{21} r_{10} e^{-j2k_1 d_1}}$$

$$\text{à l'interface } I_2: R_2 = \frac{r_{32} + R_1 e^{-j2k_2 d_2}}{1 + r_{32} R_1 e^{-j2k_2 d_2}}, \quad T_2 = \frac{t_{32} T_1 e^{-j2k_2 d_2}}{1 + r_{32} R_1 e^{-j2k_2 d_2}}$$

$$\text{à l'interface } I_i: R_i = \frac{r_{i-1,i} + R_{i-1} e^{-j2k_i d_i}}{1 + r_{i-1,i} R_{i-1} e^{-j2k_i d_i}}, \quad T_i = \frac{t_{i+1,i} T_{i-1} e^{-j2k_i d_i}}{1 + r_{i+1,i} R_{i-1} e^{-j2k_i d_i}} \quad (\text{III.6.3})$$

$$\text{à l'interface } I_N: R_N = \frac{r_{N+1,N} + R_{N-1} e^{-j2k_N d_N}}{1 + r_{N+1,N} R_{N-1} e^{-j2k_N d_N}}, \quad T_N = \frac{t_{N+1,N} T_{N-1} e^{-j2k_N d_N}}{1 + r_{N+1,N} R_{N-1} e^{-j2k_N d_N}}$$

Les coefficients obtenus à la dernière itération donc de R_N et T_N représentent effectivement les coefficients de réflexion et de transmission globaux de la structure à N couches : $\mathbf{R} = \mathbf{R}_N$ et $\mathbf{T} = \mathbf{T}_N$.

Dans les expressions précédentes, les constantes de propagation k_i et les coefficients réflexion de Fresnel $r_{i,i+1}$ et $t_{i,i+1}$ seront donnés par les expressions ci-dessous dans le cas de propagation normale et oblique pour les deux types de polarisation parallèle et perpendiculaire :

• *Cas de la propagation oblique :*

La constante de propagation en incidence oblique du milieu i est donnée par :

$$k_{i,z} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_{r,i} \mu_{r,i}} \cos \theta_i \quad (\text{III.6.4})$$

θ_i désigne l'angle d'incidence à l'interface i et qui peut être déterminé en fonction de l'angle d'incidence θ_0 en utilisant la loi de Snell-Descartes :

$$k_0 \sin \theta_0 = k_1 \sin \theta_1 = \dots k_i \sin \theta_i \quad (i=1,2,\dots, N) \quad (\text{III.6.5})$$

a) *en polarisation parallèle :*

$$r_{i+1,i} = \frac{Z_i \cos \theta_i - Z_{i+1} \cos \theta_{i+1}}{Z_i \cos \theta_i + Z_{i+1} \cos \theta_{i+1}} \quad (\text{III.6.6})$$

où : Z_i est l'impédance du milieu constituant la couche i :

$$Z_i = \sqrt{\frac{\mu_i}{\epsilon_i}} \quad \text{et} \quad \cos \theta_i = \frac{\sqrt{\epsilon_{ri} \mu_{ri} - \sin^2 \theta_{i+1}}}{\sqrt{\epsilon_{ri} \mu_{ri}}} \quad (\text{III.6.7})$$

b) *en polarisation perpendiculaire :*

$$r_{i+1,i} = \frac{Z_i \cos \theta_{i+1} - Z_{i+1} \cos \theta_i}{Z_i \cos \theta_{i+1} + Z_{i+1} \cos \theta_i} \quad (\text{III.6.8})$$

Quant aux coefficients de transmission T_i , ils peuvent être déduits en utilisant

la relation :
$$t_{i+1,i} = 1 + r_{i+1,i} \quad (\text{III.6.9})$$

• *Cas particulier de la propagation en incidence normale :*

Dans le cas de la polarisation normale de l'onde incidente, la constante de propagation dans le milieu i et le coefficient de Fresnel à l'interface i sont donnés par les expressions suivantes :

$$k_i = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_i \mu_i} \quad \text{et} \quad r_{i+1,i} = \frac{Z_i - Z_{i+1}}{Z_i + Z_{i+1}} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_i}{\epsilon_i}} - \sqrt{\frac{\mu_{i+1}}{\epsilon_{i+1}}}}{\sqrt{\frac{\mu_i}{\epsilon_i}} + \sqrt{\frac{\mu_{i+1}}{\epsilon_{i+1}}}} \quad (\text{III.6.10})$$

remarque : Dans le cas où la structure serait déposée sur un support métallique (comme dans le cas de couches de peinture sur une carrosserie), les relations établies précédemment restent valables en prenant $r_{i0} = -1$.

Enfin, un programme permettant le calcul des coefficients de réflexion et/ou de transmission d'une structure plaque multicouche a été élaboré.

III.5.4 Simulation de l'atténuation d'une structure multicouche

Nous avons procédé à la simulation de l'atténuation d'une structure d'épaisseur 1.8 mm constituée de trois couches de matériaux commerciaux absorbants [24] : SF2, SF10 et DSF10 dont les caractéristiques électromagnétiques sont données en

annexe B. Les résultats de simulation de l'atténuation (absorption) pour différentes configurations obtenues en variant l'ordre des couches sont donnés sur les courbes de la fig III.7a . Quant aux courbes de la fig III.7b, elles montrent les résultats relatifs à une configuration de la structure en faisant varier les épaisseurs des couches tout en conservant constante l'épaisseur de la structure entière.

On voit bien qu'une structure multicouche, composée de matériaux donnés, peut être optimisée. En effet il est possible de trouver une configuration (un ordre des couches) parmi tant d'autres et choisir l'épaisseur de chacune des couches de façon à avoir une réponse fréquentielle (absorption ou réflectivité) de la structure plus ou moins souhaitable pour une application particulière (absorption sélective, à large bande de fréquences d'absorption, pics de résonance à une fréquence donnée...). Ce procédé d'optimisation est notamment utilisé pour la recherche dans le cas des cibles évasives (missiles, avion furtifs...) la structure multicouche de peintures qui absorberait pratiquement les ondes radar et ainsi échapper à leur détection par l'ennemi [24].

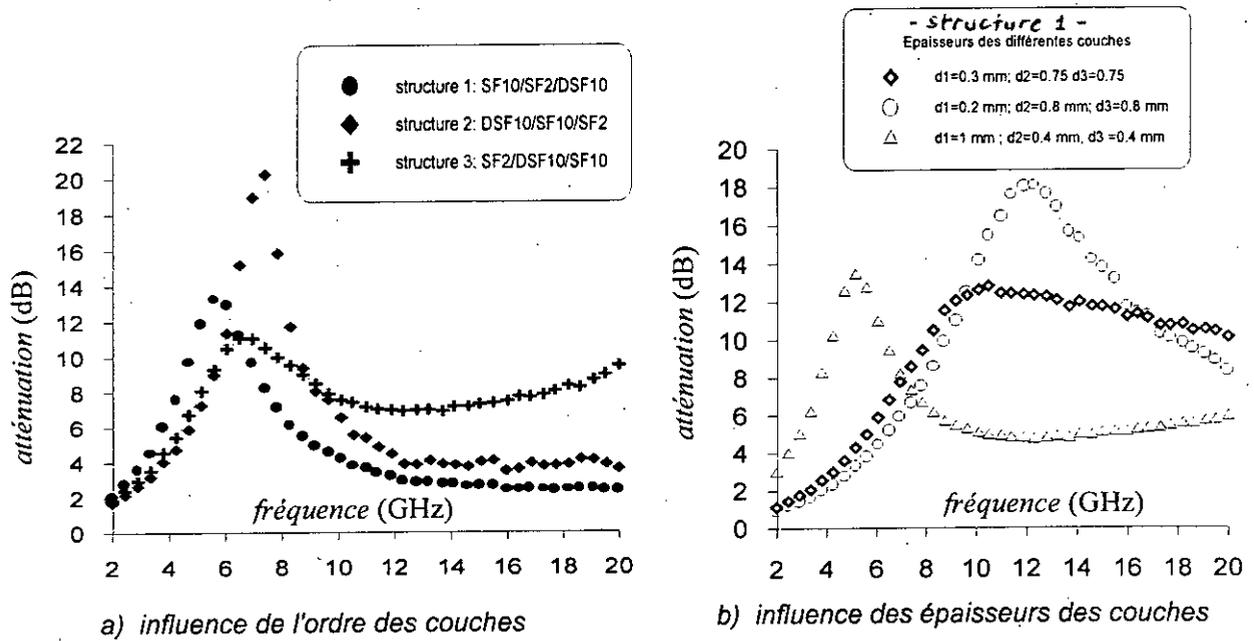


Fig III. 7: Atténuation ou absorption des différentes configurations de la structure multicouche

CHAPITRE IV

DISPOSITIFS DE MESURE ET METHODES FREQUENTIELLES DE CARACTERISATION EN ESPACE LIBRE

IV.2 DISPOSITIFS DE MESURE FREQUENTIELLE

La constitution d'un banc de mesure de diélectrique dans le domaine fréquentiel dépend de la gamme de fréquence considérée et de l'importance des pertes dans le matériau à étudier. On distingue deux catégories de dispositifs de mesure : ceux qui ne nécessitent que des circuits à constantes localisées et ceux qui doivent être conçus à base des circuits à constantes réparties [27].

IV.2.1 Bancs de mesure utilisant des circuits à constantes localisées [27]

La détermination des constantes diélectriques à des fréquences inférieures à 100 MHz, ne nécessite que des circuits à constantes localisées. La cellule porte échantillon utilisée est un condensateur dont les armatures sont séparées par le matériau à caractériser.

- ▶ du statique jusqu'à environ 10 Hz : la mesure du courant et de la tension aux bornes de la cellule permet alors la détermination des caractéristiques du matériau.

- ▶ Jusqu'à 10 MHz : on utilise des ponts d'impédances qui permettent la mesure de la capacité de la cellule et ainsi d'en déduire les constantes diélectriques du matériau.
- ▶ de 10 à 100 MHz environ : dans ce domaine de fréquence, l'influence des impédances parasites devient assez importante, on fait alors recours à des circuits à résonance de type Q-mètre où la capacité de la cellule doit entrer en résonance avec une auto-inductance.

Pour tous ces systèmes, et dans le souci de garantir la précision de la caractérisation, il convient de porter plus particulièrement un grand soin à la réalisation de la cellule porte échantillon et de bien connaître ses caractéristiques afin de bien apprécier les influences des impédances parasites qui peuvent être engendrées par des capacités parasites entre éléments constituant le banc de mesure.

IV.2.2 Bancs de mesure utilisant des circuits à constantes réparties

Pour des fréquences supérieures à 100 MHz, on utilise des circuits à constantes réparties :

- ▶ de 100 MHz à 1 GHz environ : on aura généralement [27],[28] recours aux lignes coaxiales.
 - ▶ Pour des fréquences supérieures à 1 GHz et suivant le degré de l'importance des pertes à ces fréquences, la caractérisation ne peut se faire qu'en faisant recours à des cavités résonantes ou aux techniques de propagation guidée ou libre.
- ***Cas de matériaux à faibles pertes :***

Pour les diélectriques à faibles pertes, des cavités résonantes totalement remplies par le matériau à étudier sont utilisées. Pour déterminer la constante diélectrique de ces matériaux, il suffit de procéder aux mesures de la fréquence de résonance et du facteur de qualité respectivement de la cavité totalement remplies et vide pour le même mode de résonance [29][30].

➤ *Cas de matériaux à moyennes pertes*

Pour des matériaux dont la tangente de l'angle de perte $\text{tg}\delta$ est comprise entre 0.01 et 0.5, on disposera généralement l'échantillon de dimension réduite à l'intérieur d'une cavité résonante et la mesure se fera selon la méthode dite de 'petites perturbations' [27][29]. La variation de la fréquence de résonance et du facteur de qualité en absence et en présence de l'échantillon permet la détermination [29][31] des caractéristiques du matériau testé.

Ces cavités peuvent être sphériques, rectangulaires ou cylindriques. Le plus souvent la variation de la fréquence de résonance de la cavité est déterminée au moyen des mesures fines de fréquences. Il existe aussi d'autres méthodes qui permettent de compenser la variation de la fréquence de résonance due à la présence de l'échantillon dans la cavité. Cette variation est compensée par une modification de la longueur de la cavité ou par l'enfoncement de tiges diélectriques [27][29].

➤ *Cas de matériaux à pertes importantes*

Pour les matériaux dont les pertes sont assez importantes, la caractérisation se fait exclusivement en propagation guidée (guides d'ondes rectangulaires ou coaxiales) ou en espace libre.

Le matériau à caractériser sera inséré dans le milieu de propagation adopté (guide d'onde ou espace libre) puis sera attaqué par des ondes électromagnétiques délivrées par un générateur hyperfréquence. L'analyse de l'onde réfléchie et/ou de l'onde transmise nous permettra de déduire les caractéristiques diélectriques du matériau analysé.

On peut également disposer d'une impédance terminale à la sortie de l'échantillon. A titre d'exemple on peut citer la méthode bien connue [27] dite du 'court circuit' où l'impédance terminale est quasiment nulle.

IV.2.3 Les dispositifs de mesures en hyperfréquences

Les dispositifs de mesure de caractérisation des matériaux sont souvent des réflectomètres ou des interféromètres [27]. Actuellement, l'analyseur de réseaux est devenu un outil précieux de caractérisation de matériaux. Ils permettent notamment

l'automatisation [32] de la mesure des caractéristiques électromagnétiques des matériaux analysés. Il est constitué [33] principalement :

- *d'une source* : elle fournit un signal sinusoïdal hyperfréquence qui est généralement un wobulateur à balayage permettant d'effectuer des mesures suivant une plage de fréquence.
- *d'un ensemble coupleurs-diviseurs de puissance* : Il est utilisé pour procéder à la séparation des signaux incidents et réfléchis.
- *d'un voltmètre vectoriel* : C'est un récepteur qui effectue le traitement du signal nécessaire pour la mesure des rapports des amplitudes et des phases des signaux incidents et réfléchis ou transmis (donc de la détermination des coefficients de réflexion et de transmission complexes). Pour rendre possible ces mesures, on fait une transposition en basse fréquence du signal hyperfréquence (étage FI). La détection de l'amplitude et de la phase est souvent réalisée à l'aide d'une détection synchrone.
- *d'un dispositif de visualisation des résultats* : Il permet l'affichage des résultats numériques des mesures effectuées ainsi que de leur représentation graphique sur écran.
- *d'un micro-ordinateur* : Les appareils modernes sont équipés d'un micro-ordinateur où sont intégrés des logiciels de gestion des mesures et de la représentation des résultats.

De part sa composition, la variété et la nature de ses éléments constitutifs, chaque banc de mesure aura une utilisation limitée en fréquence et spécifique à la nature des échantillons à analyser (très ou peu absorbants, diélectriques, magnétiques...). On conçoit alors une grande diversification de dispositifs de mesure pour couvrir la caractérisation de toute la variété de ces matériaux et de l'étendue de la bande de fréquence d'investigation.

A titre indicatif, nous donnerons alors une description sommaire du banc de mesure en espace libre " BACCARAT Ku " ainsi que ses principales caractéristiques.

IV.2.4 Description du banc de mesure "BACCARAT Ku" [34]

Le schéma du banc de mesure et le schéma synoptique sont respectivement représentés sur les figures : fig IV.1 et Fig IV.2.

- il est utilisé dans la bande de fréquence ku ;
- l'antenne d'émission et de réception sont des cornets pyramidaux ayant une loi d'illumination équiphasé peu variable sur la bande de fréquence ;
- il est équipé d'une optique de focalisation constituée de deux réflecteurs ellipsoïdaux de diamètre 500 mm ;
- l'antenne de réception est fixe, celle de l'émission est montée sur un support permettant des mesures en transmission ou en bistatique avec des incidences variables à partir de 20° ;
- une cellule porte échantillon pouvant tourner sur elle-même et qui peut être positionnée avec une précision angulaire de 0.05° et en distance de 0.01 mm ;
- le changement de polarisation est manuel ;
- il est équipé également d'un calculateur HP9000 série 300 pour la gestion et le traitement de données rendant automatique la mesure de ϵ_r^* et de μ_r^* des matériaux analysés ;
- la mesure du coefficient de réflexion et de transmission est réalisée grâce à un récepteur super hétérodyne.

Il est à noter que ce banc de mesure a permis la caractérisation de milliers d'échantillons différents appartenant aux classes des milieux transparents et des milieux absorbants [34].

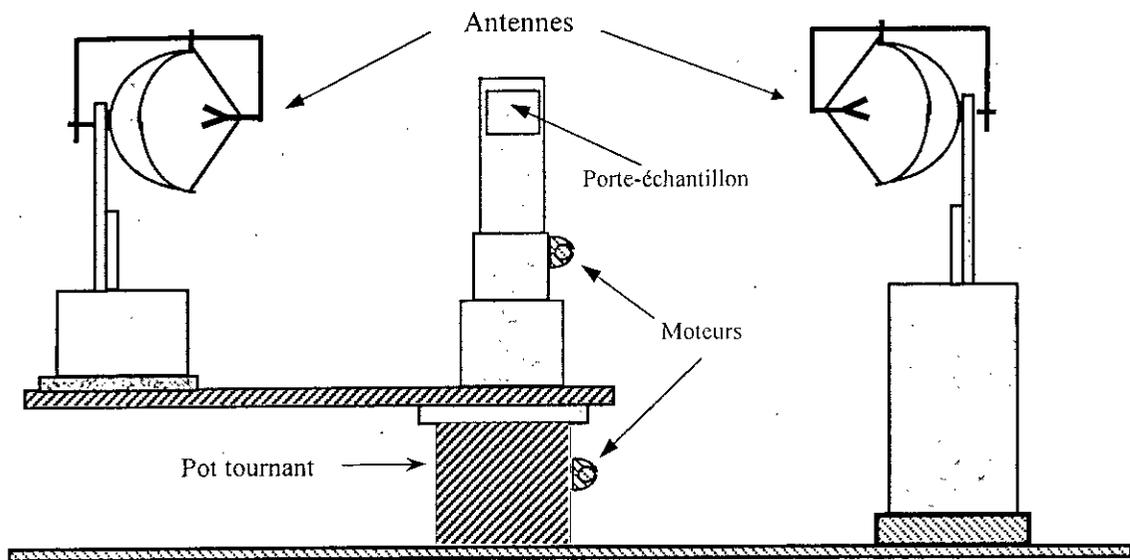


Fig IV.1 : Schéma simplifié du banc de mesure en espace libre

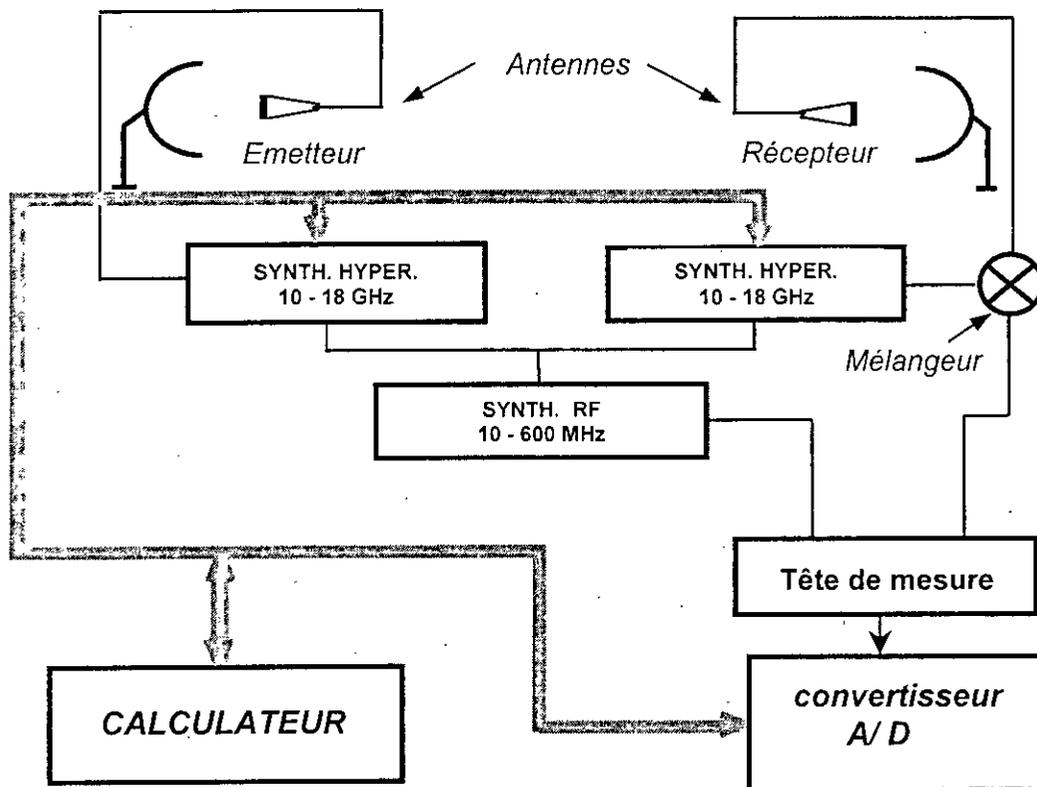


Fig:IV.2 : Schéma synoptique du montage du banc de mesure fréquentiel " BACCARAT Ku "

IV.2.5 Principe de la mesure en espace libre dans le domaine fréquentiel

L'échantillon du matériau à caractériser, qui se présente généralement sous forme d'une plaque mince et rectangulaire, sera placé entre l'antenne d'émission et de réception. La permittivité et la perméabilité recherchées du matériau seront déterminées à partir de la mesure de l'amplitude et de la phase de l'onde transmise et /ou réfléchie par l'échantillon.

La configuration de la structure de l'échantillon peut être variée ; c'est ainsi que l'échantillon peut être terminé par un conducteur ' parfait ' (court-circuit) ou par tout autre matériau étalon dont on connaît à priori les caractéristiques électromagnétiques. Il peut également être intercalé dans une structure multicouche comme le montre les schémas de la figure suivante :

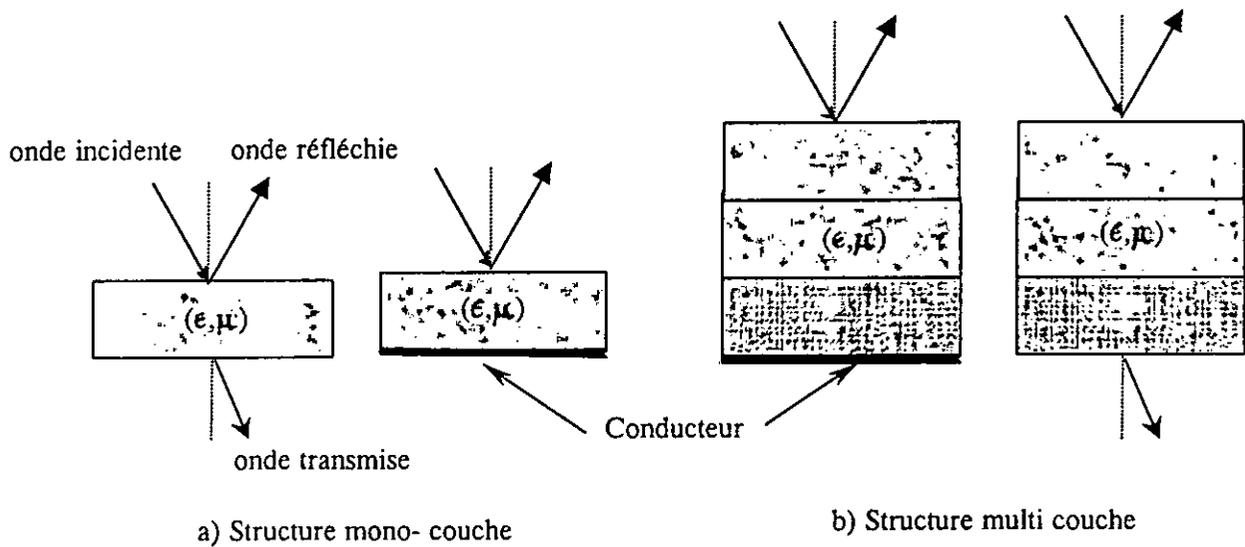


Fig IV.1: Présentation des différentes configurations de l'échantillon

IV.2 METHODES DE DETERMINATION DE LA PERMITTIVITE ET DE LA PERMEABILITE COMPLEXES DANS LE DOMAINE DES HYPERFREQUENCES

Introduction

La détermination en hyperfréquences des caractéristiques électromagnétiques de la matière peut se faire moyennant différentes techniques : des guides d'ondes, des cavités résonantes ou en espace libre utilisant une chambre anéchoïque [35].

Parmi ces différentes techniques nous avons retenu celle en espace libre. En effet, elle présente de nombreux avantages. En plus du fait qu'elle peut être étendue au domaine des longueurs d'ondes millimétriques, elle permet une caractérisation sans contact du matériau analysé, en incidence oblique (angle d'incidence variable) et avec la prise en compte du type de la polarisation de l'onde incidente.

Les valeurs des caractéristiques électromagnétiques du matériau analysé seront extraites des relations qui les lient aux paramètres accessibles à la mesure à savoir le coefficient de réflexion et/ou de transmission. Rappelons que, comme on l'a vu au chapitre III, les expressions de ces relations sont différentes selon la configuration de la structure de l'échantillon analysé.

Plusieurs méthodes ont été élaborées pour la détermination des caractéristiques électromagnétiques (ϵ^* et μ^*) des matériaux dans le domaine des hyperfréquences en espace libre. Ces différentes méthodes se distinguent essentiellement par la présentation et la configuration de la structure de l'échantillon ainsi que par le type de paramètres mesurés (coefficient de réflexion ou de transmission, impédance...).

IV.2.1 Méthode de la première réflexion

Cette méthode est utilisée pour la caractérisation des matériaux qui présentent de fortes pertes diélectriques. En effet, les ondes qui pénètrent dans le matériau sont pratiquement absorbées et par conséquent les réflexions au niveau de la face arrière de l'échantillon peuvent être négligées. On ne considère [29][36] alors que la réflexion au niveau du premier dioptré de l'échantillon.

Dans ces conditions le coefficient de réflexion en incidence normale est donné par la relation :

$$R = \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r^*}}{1 + \sqrt{\epsilon_r^*}} \quad (\text{IV.1.1})$$

d'où on tire la relation :

$$\epsilon_r^*(f) = \left[\frac{1 - R(f)}{1 + R(f)} \right]^2 = \epsilon_r'(f) - j\epsilon_r''(f) \quad (\text{IV.1.2})$$

Le principal avantage de cette méthode réside dans sa simplicité de mise en œuvre. En effet, on voit bien qu'à partir de la seule mesure du coefficient de réflexion complexe (module et phase), on peut remonter facilement à la permittivité complexe du matériau. Cependant, il faudrait que l'échantillon du matériau analysé soit suffisamment long pour pouvoir négliger toute réflexion au niveau de son 2^{ème} dioptré [27][22]. Un autre inconvénient de cette méthode vient du fait qu'elle ne s'applique qu'aux matériaux purement diélectriques ($\mu_r=1$). Dans le cas général des matériaux électromagnétiques, on fait alors recours aux méthodes de réflexions multiples.

IV.2.2 Méthodes des réflexions multiples

Pour des matériaux à faibles pertes, les réflexions multiples aux deux dioptrés de l'échantillon doivent impérativement être prises en compte. En effet le coefficient de réflexion global est une contribution de toutes ces multi-réflexions, donc à ne pas négliger. Ces méthodes peuvent s'appliquer également pour des matériaux ayant des pertes importantes à condition que les échantillons analysés soient de très faibles épaisseurs pour engendrer des réflexions multiples aux interfaces de l'échantillon.

Afin de déterminer les caractéristiques électromagnétiques (ϵ^* et μ^*) des matériaux, plusieurs méthodes ont été développées. Nous allons étudier les plus couramment utilisées.

IV.2.2.1 Méthode du court - circuit par résolution d'une équation transcendante

Cette méthode est utilisée lorsque l'échantillon du matériau à étudier est purement diélectrique ($\mu_r = 1$). L'échantillon est présenté sous forme d'une plaque d'épaisseur d terminée par un conducteur parfait (court-circuit).

- *Principe de la méthode*

A partir de l'expression du coefficient de réflexion global de la structure de l'échantillon et après une série de transformations simples, on aboutit à une équation transcendante qu'on pourra résoudre par des méthodes numériques itératives. La solution ainsi obtenue permettra de déduire la permittivité complexe inconnue du matériau considéré.

- *Détermination de la permittivité en incidence oblique*

L'expression du coefficient de réflexion global est obtenue en faisant $r_{23} = -1$ dans la relation (III.5.3) ; ce qui donne :

$$R_c = \frac{r_{12} - \exp(-2\gamma_2 d)}{1 - r_{12} \exp(-2\gamma_2 d)} \quad (IV.3.1.1)$$

où : $\gamma_2 = j \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_1}$ (IV.3.1.2) et $r_{12} = \frac{\cos \theta_1 - \sqrt{\epsilon_r} \cos \theta_2}{\cos \theta_1 + \sqrt{\epsilon_r} \cos \theta_2}$ (IV.3.1.3)

Le calcul de l'impédance $Z(\omega)$ donne :

$$Z(\omega) = \frac{1 + R_c}{1 - R_c} = \left(\frac{1 + r_{12}}{1 - r_{12}} \right) th \left(j \frac{\omega d}{c} \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_1} \right) \quad (IV.3.1.4)$$

dans le cas de la polarisation perpendiculaire, on aura : $\left(\frac{1 + r_{12}}{1 - r_{12}} \right) = \frac{\cos \theta_1}{\sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_1}}$

et sachant que : $th(j\alpha) = jtg(\alpha)$, l'équation (IV.3.1.4) peut se mettre alors sous la forme :

$$j \frac{\omega d \cos \theta_1}{c} \left(\frac{1 - R_c}{1 + R_c} \right) = \frac{\omega d}{c} \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_1} \cotg \left(\frac{\omega d}{c} \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_1} \right) \quad (IV.3.1.5)$$

En posant : $Z = \frac{\omega d}{c} \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_1}$ (IV.3.1.6) et $C = j \frac{\omega d \cos \theta_1}{c} \left(\frac{1 - R_c}{1 + R_c} \right) = \text{const}$,

la relation précédente peut s'écrire sous la forme d'une équation transcendante en Z :

$$Z \cotg(Z) = C \quad (\text{IV.3.1.8})$$

Après résolution de cette dernière équation par une méthode numérique [37][38] telle que celle de Newton-Raphson, on tire de l'équation (II.3.1.6), la permittivité complexe :

$$\varepsilon_r^*(f) = \left(\frac{c}{2\pi f d} \right)^2 Z^2 + \sin^2 \theta_1 = \varepsilon_r'(f) - j \varepsilon_r''(f) \quad (\text{IV.3.1.9})$$

➤ *Cas particulier de l'incidence normale*

Dans le cas particulier de l'incidence normale $\theta_1=0$, l'équation (IV.3.1.4)

devient :

$$\frac{1+R_c}{1-R_c} = \frac{\text{th} \left(\frac{\omega d}{c} \sqrt{\varepsilon_r} \right)}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{j \text{tg} \left(\frac{\omega d}{c} \sqrt{\varepsilon_r} \right)}{\sqrt{\varepsilon_r}} \quad (\text{IV.3.1.10})$$

et peut se mettre également sous la forme :

$$z \cdot \cotg(z) = C_2 \quad (\text{IV.3.1.11})$$

avec cette fois-ci : $C_2 = j \left(\frac{1-R_c}{1+R_c} \right) \frac{\omega d}{c}$ (IV.3.1.12) et $z = \frac{\omega d}{c} \sqrt{\varepsilon_r}$ (IV.3.1.13)

Après résolution de l'équation transcendante (IV.3.1.11), on calcule la permittivité complexe du matériau partir de la relation (IV.3.1.13) :

$$\varepsilon_r^*(f) = \left(\frac{c}{2\pi f d} \right)^2 z^2 = \varepsilon_r'(f) - j \varepsilon_r''(f) \quad (\text{IV.3.1.14})$$

Remarque : Dans le domaine fréquentiel tel que $\omega \cdot d \ll 1$, l'équation (IV.3.1.10) peut s'écrire sous la forme du développement limité :

$$\frac{1+R_c}{1-R_c} = j \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \text{tg} \left(\frac{\omega d}{c} \sqrt{\varepsilon_r} \right) = j \frac{\omega d}{c} + j \frac{1}{3} \left(\frac{\omega d}{c} \right)^3 \varepsilon_r + \dots \quad (\text{IV.3.1.15})$$

Cette expression montre qu'à ces fréquences, le terme contenant l'information (ε_r) est d'ordre 3 donc de faible influence sur l'impédance $\left(\frac{1+R_c}{1-R_c} \right)$ tirée de la mesure expérimentale. L'imprécision est d'autant plus grande que la fréquence sera petite pour une épaisseur donnée d .

En conclusion, nous pouvons dire que cette méthode de l'échantillon court-circuité présente une limitation vers les basses fréquences.

IV.2.2.2 Autre variante de la méthode du court-circuit

Pour pallier l'inconvénient de la résolution d'une équation transcendante par des méthodes numériques itératives, on fera recours à une deuxième variante qui conduit à la résolution d'une équation complexe du second degré et qui peut se résoudre analytiquement mais qui nécessite néanmoins deux mesures.

Les mesures préconisées par cette méthode se feront sur deux échantillons du même matériau, toujours court-circuités mais dont l'épaisseur de l'un est double de l'autre comme le montre la figure suivante :

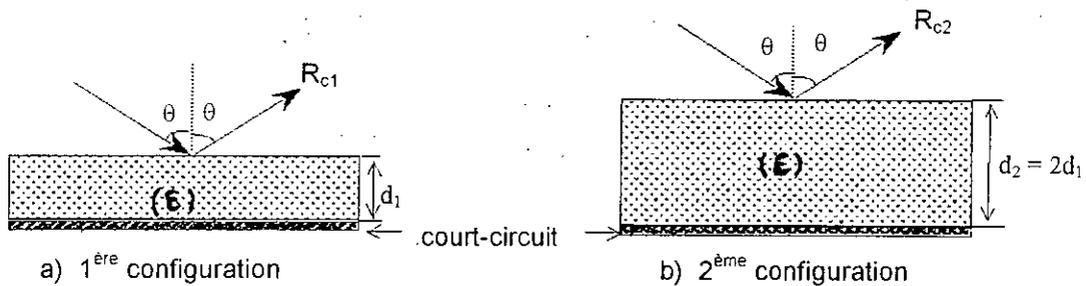


Fig IV.2: Représentation des deux configurations de l'échantillon

➤ Calcul de la permittivité et de la perméabilité complexes

Désignons par R_{c1} et R_{c2} les coefficients de réflexion mesurés correspondant respectivement à la première et à la deuxième configuration de l'échantillon.

Le calcul des impédances Z_1 et Z_2 de chacune des configurations donne :

$$1^{\text{ère}} \text{ configuration : } Z_1 = \frac{1+R_{c1}}{1-R_{c1}} = z_{12} \frac{1-\exp(-j2kd_1)}{1+\exp(-j2kd_1)} \quad (\text{IV.3.2.1})$$

$$2^{\text{ème}} \text{ configuration : } Z_2 = \frac{1+R_{c2}}{1-R_{c2}} = z_{12} \frac{1-\exp(-j4kd_1)}{1+\exp(-j4kd_1)} \quad (\text{IV.3.2.2})$$

où k est la constante de propagation dans le matériau :

$$k = \frac{2\pi f}{c} \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta} \quad (\text{IV.3.2.3})$$

et la quantité z_{12} est l'impédance réduite du matériau :

$$z_{12} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

introduisons le rapport des impédances R_p :

$$R_p = \frac{Z_1}{Z_2} = \left(\frac{1+R_{c1}}{1+R_{c2}} \right) \left(\frac{1-R_{c2}}{1+R_{c2}} \right) \quad (\text{IV.3.2.4})$$

qui s'écrit :

$$R_p = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{[1 - \exp(-j2kd_1)][1 + \exp(-j4kd_1)]}{[1 + \exp(-j2kd_1)][1 - \exp(-j4kd_1)]}$$

En posant : $z = \exp(-j2kd_1)$, (IV.3.2.5)

le rapport R_p peut s'exprimer aisément sous la forme : $R_p = \frac{1+z^2}{(1+z)^2}$

ainsi on établit facilement l'équation complexe du second degré en z :

$$(R_p - 1)z^2 + 2R_p z + (R_p - 1) = 0 \quad (\text{IV.3.2.6})$$

qui admet les solutions : $z = \frac{-R_p \pm \sqrt{2R_p - 1}}{R_p - 1}$ (IV.3.2.7)

de l'équation (IV.3.2.5), on tire la constante de propagation k :

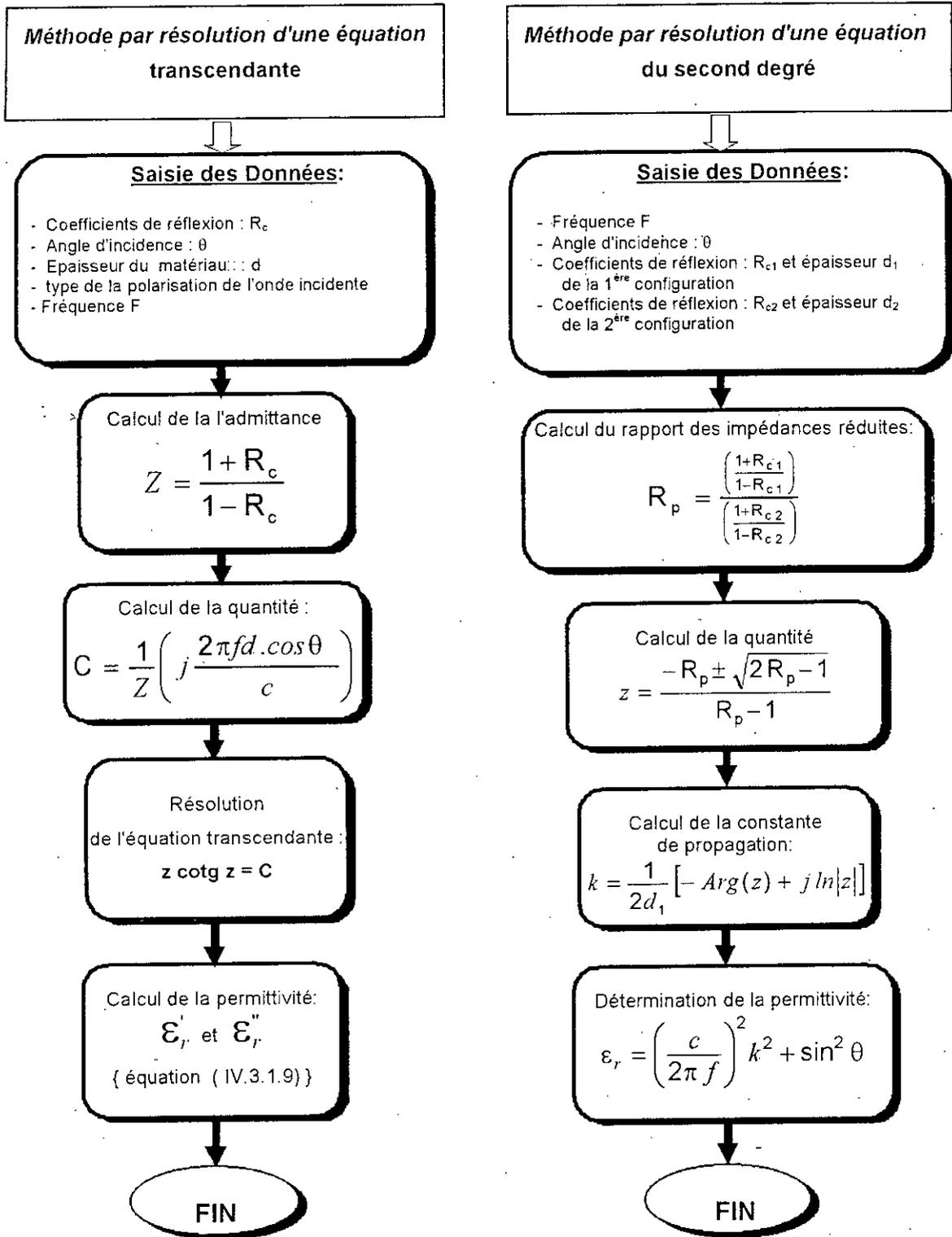
$$k = j \frac{\ln(z)}{2d_1} = \frac{1}{2d_1} [-\text{Arg}(z) + j \ln|z|] \quad (\text{IV.3.2.8})$$

et enfin, de la relation (IV.3.2.3), on extrait la perméabilité complexe du matériau :

$$\epsilon_r = \left(\frac{c}{2\pi f} \right)^2 k^2 + \sin^2 \theta \quad (\text{IV.3.2.9})$$

à partir de l'étude faite précédemment, on peut établir les organigrammes de l'algorithme correspondant à chacune des deux méthodes.

Organigrammes des algorithmes des méthodes du court-circuit



IV.2.2.3 Méthode en réflexion – transmission

La configuration de l'échantillon du matériau à analyser par cette méthode est représentée sur le schéma de la Fig IV.3. L'échantillon ne sera pas terminé par une couche conductrice. Pour remonter aux caractéristiques électromagnétiques du matériau, Cette méthode nécessite [34] la mesure des coefficients de réflexion R et de transmission T.

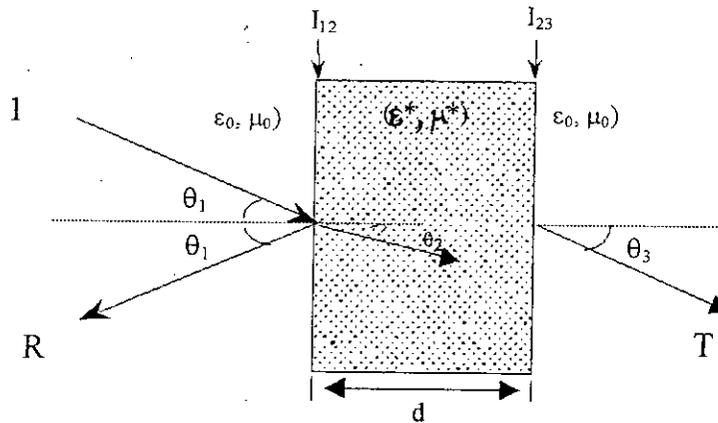


Fig IV.3 Présentation de l'échantillon

- **Détermination de la permittivité et de la perméabilité complexes**

Pour remonter aux caractéristiques électromagnétiques (ϵ_r^* et μ_r^*) du matériau, il faut alors trouver la relation qui lie chacun des coefficients R et T avec les caractéristiques électromagnétiques du matériau. La présence des deux plans de discontinuité (interfaces I_{12} et I_{23}) implique l'existence de réflexions multiples dans le matériau. La prise en compte de l'ensemble de ces réflexions multiples dans le calcul des expressions des coefficients de réflexion R et de transmission T globaux (établies au chapitre III) donne :

$$R = \frac{r_{12} + r_{23} \exp(-j2\gamma d)}{1 + r_{12}r_{23} \exp(-j2\gamma d)} \quad (IV.3.3.1)$$

et

$$T = \frac{(1 + r_{12})(1 + r_{23}) \exp(-j\gamma d)}{1 + r_{12}r_{23} \exp(-j2\gamma d)} \quad (IV.3.3.1)$$

où : - γ est la constante de propagation du matériau donné par :

$$\gamma = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_r^* \mu_r^* - \sin^2 \theta} \quad (IV.3.3.3)$$

- r_{12} et r_{23} sont les coefficients de réflexion de Fresnel respectivement aux interface I_{12} et I_{23} ,
- θ_1 désigne l'angle d'incidence de l'onde et d l'épaisseur de l'échantillon.

➤ *Calcul de la quantité :* $C_1 = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$

Comme les milieux (1) et (2) sont de l'air, alors on aura : $r_{12} = -r_{23} = \rho$;

et en posant : $X = \exp(-j\gamma d)$, (IV.3.3.4)

les équations (IV.3.3.1) et (IV.3.3.2) deviennent :

$$R = \frac{\rho(1-X^2)}{1-\rho^2 X^2} \quad T = \frac{(1-\rho^2)X}{1-\rho^2 X^2}$$

La résolution du système d'équations précédent donne :

$$\rho = \frac{R}{1-TX} \quad (IV.3.3.5)$$

$$X = \frac{1+T^2-R^2}{2T} \pm \sqrt{\left(\frac{1+T^2-R^2}{2T}\right)^2 - 1} \quad (IV.3.3.6)$$

Des équations (IV.3.3.3) et (IV.3.3.4), on tire :

$$\sqrt{\epsilon_r \mu_r} = \sqrt{\left(\frac{c}{\omega d} \text{Ln} X\right)^2 + \sin^2 \theta_1} \quad (IV.3.3.7)$$

➤ *Calcul de quantité :* $C_2 = \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}}$

Selon la polarisation de l'onde, l'expression du coefficient de Fresnel ρ sera donnée par :

$$a) \text{ en polarisation parallèle : } \rho = \rho^{\parallel} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cos \theta_2 - \cos \theta_1}{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cos \theta_2 + \cos \theta_1} \quad (IV.3.3.8)$$

d'où l'on tire :

$$\sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}} = \left(\frac{1-\rho}{1+\rho}\right) \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} \quad (IV.3.3.9)$$

$$b) \text{ en polarisation perpendiculaire : } \rho = \rho^\perp = \frac{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cos \theta_1 - \cos \theta_2}{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cos \theta_1 + \cos \theta_2} \quad (\text{IV.3.3.10})$$

$$\text{d'où l'on tire : } \sqrt{\frac{\epsilon_r^*}{\mu_r^*}} = \left(\frac{1-\rho}{1+\rho} \right) \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \quad (\text{IV.3.3.11})$$

Dans les expressions précédentes l'angle θ_2 est tel que : $\cos \theta_2 = \frac{\sqrt{C_1^2 - \sin^2 \theta_1}}{C_1}$

On voit bien qu'à partir des coefficients de réflexion R et de transmission T , on peut déterminer la valeur intermédiaire X . Ensuite on calculera la valeur de ρ en utilisant la relation (IV.3.3.5) qui est exprimée en fonction de T , R et X . Après cela, on évalue d'une part la quantité C_1 en utilisant l'équation (IV.3.3.7) et d'autre part la quantité C_2 en utilisant l'équation (IV.3.3.9) ou (IV.3.3.11) suivant le type de polarisation envisagée.

Enfin, les permittivités et les perméabilités complexes du matériau seront déterminées en faisant le produit et le rapport des quantités C_1 et C_2 :

$$\epsilon_r^* = C_1 \cdot C_2 \quad \text{et} \quad \mu_r^* = \frac{C_1}{C_2}$$

suivant le type de polarisation de l'onde incidente, on aura :

- *En polarisation Parallèle*

$$\epsilon_r^* = \left(\frac{1-\rho}{1+\rho} \right) \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} \sqrt{\left(\frac{c}{\omega d} \ln(X) \right)^2 + \sin^2 \theta_1} \quad (\text{IV.3.3.12})$$

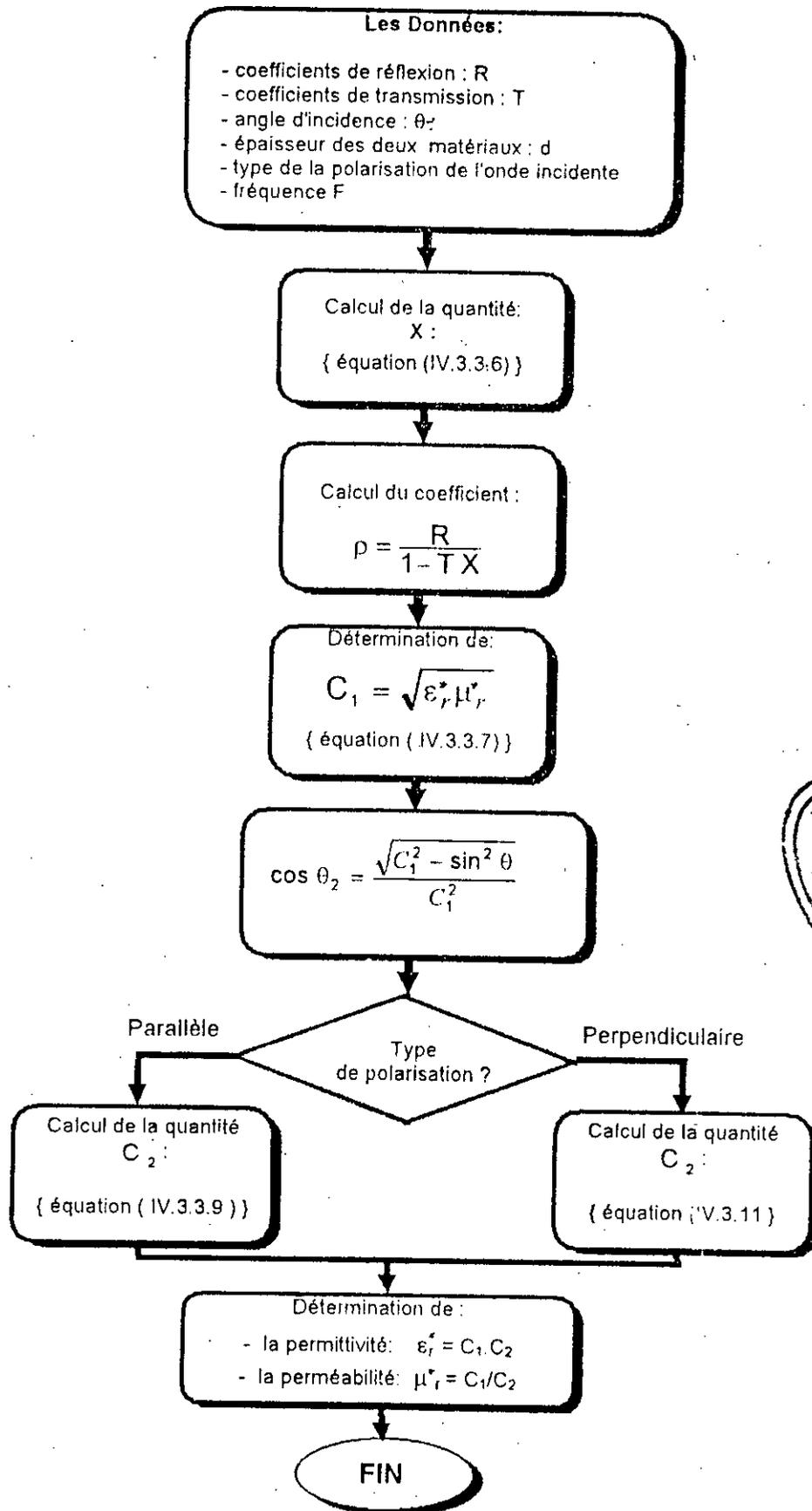
$$\mu_r^* = \left(\frac{1+\rho}{1-\rho} \right) \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \sqrt{\left(\frac{c}{\omega d} \ln(X) \right)^2 + \sin^2 \theta_1} \quad (\text{IV.3.3.13})$$

- *En polarisation perpendiculaire :*

$$\epsilon_r^* = \left(\frac{1-\rho}{1+\rho} \right) \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \sqrt{\left(\frac{c}{\omega d} \ln(X) \right)^2 + \sin^2 \theta_1} \quad (\text{IV.3.3.14})$$

$$\mu_r^* = \left(\frac{1+\rho}{1-\rho} \right) \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} \sqrt{\left(\frac{c}{\omega d} \ln(X) \right)^2 + \sin^2 \theta_1} \quad (\text{IV.3.3.15})$$

• Organigramme de l'algorithme de la méthode en transmission



IV.2.2.4 Méthode en réflexion sous deux configurations

A l'origine cette méthode a été utilisée en propagation guidée et par la suite transposée en espace libre [34].

- *Principe de la méthode*

Le principe préconisé par cette méthode est de faire la mesure du coefficient de réflexion pour les deux configurations suivantes (fig IV.4) :

1^{ère} configuration : la mesure du coefficient de réflexion R_1 est réalisée sur un échantillon du matériau à caractériser (de permittivité ϵ_1 et de perméabilité μ_1) d'épaisseur d_1 terminé par une plaque court-circuit.

2^{ème} configuration : la mesure du coefficient de réflexion R_2 est réalisée sur un échantillon du même matériau et de même épaisseur, terminé par un autre matériau d'épaisseur d_2 et ayant une permittivité ϵ_2 et une perméabilité μ_2 connues (matériau étalon), qui à son tour est terminé par une plaque court-circuit.

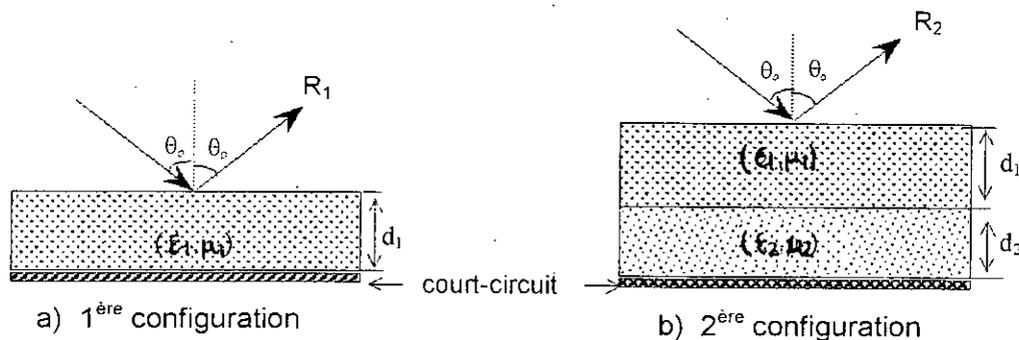


Fig IV.4: Représentation des deux configurations de l'échantillon

- *Calcul de la permittivité et de la perméabilité complexes*

La permittivité relative ϵ_{r1} et la perméabilité μ_{r1} du matériau à caractériser peuvent être calculées à partir des mesures des coefficients de réflexion R_1 et R_2 (amplitude et phase) relatifs aux deux configurations.

Des mesures de R_1 et R_2 , on peut passer aux impédances réduites :

$$z_1 = \frac{1 + R_1}{1 - R_1} \quad \text{et} \quad z_2 = \frac{1 + R_2}{1 - R_2}$$

Le calcul de ces impédances d'ondes réduites relatives aux deux configurations donne [34] :

1^{ère} configuration :

$$z_1 = \frac{1+R_1}{1-R_1} = j z_{01} \operatorname{tg}(k_1 d_1) \quad (\text{IV.3.4.1})$$

2^{ème} configuration :

$$z_2 = \frac{1+R_2}{1-R_2} = j z_{01} \frac{\operatorname{tg}(k_1 d_1) + z_{12} \operatorname{tg}(k_2 d_2)}{1 - z_{12} \operatorname{tg}(k_1 d_1) \operatorname{tg}(k_2 d_2)} \quad (\text{IV.3.4.2})$$

où : $k_i = k_0 \sqrt{\epsilon_{ri} \mu_{ri} - \sin^2 \theta_0}$ est la constante de propagation dans le matériau i

k_0 : constante de propagation du vide (de l'air) en espace libre :

$$k_0 = \frac{\omega}{v} = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{2\pi f}{c}$$

d_1 : épaisseur du matériau à caractériser,

d_2 : épaisseur du matériau intercalaire,

$z_{ij} = \frac{Z_j}{Z_i}$: rapport des impédances d'onde.

Les indices 0, 1, 2 se rapportent respectivement à l'air (espace libre), le matériau à caractériser et le matériau intercalaire entre le matériau (1) et la plaque de court-circuit.

Le système d'équation formé par les deux relations (IV.3.4.1) et (IV.3.4.2) comporte trois inconnues : k_{z1} , z_{01} et z_{12} . Cependant seules deux sont indépendantes ; en effet

$$z_{12} \text{ et } z_{01} \text{ sont liées par la relation : } z_{12} = \frac{z_{02}}{z_{01}} \quad (\text{IV.3.4.3})$$

Des relations (IV.3.4.1), (IV.3.4.2) et (IV.3.4.3), on tire la première inconnue :

$$z_{12} = z_{02}^{1/2} \sqrt{\frac{z_{02} + j(z_2 - z_1) \operatorname{cotg}(k_2 d_2)}{z_2 \cdot z_1}} \quad (\text{IV.3.4.4})$$

La deuxième inconnue est la constante de propagation k_{z1} dans le matériau.

Posons $k_{z1} = \beta - j \alpha$ et considérons la quantité intermédiaire :

$$Z = \frac{z_1 \cdot z_{12}}{z_{02}} \quad (\text{IV.3.4.5})$$

comme on a : $z_{12} = \frac{z_{02}}{z_{01}}$, alors :

$$Z = \frac{z_1}{z_{01}} = j \operatorname{tg}(k_{z_1} d_1) \quad (\text{IV.3.4.6})$$

évaluons la quantité : $A = \frac{1+Z}{1-Z}$

On obtient : $A = e^{j \cdot 2k_{z_1} d_1}$,

d'où l'on tire : $\alpha = \frac{\log|A|}{2d_1}$ (IV.3.4.7)

et $\beta = \frac{\arg(A)}{2d_1} + \frac{k\pi}{d_1}$ (IV.3.4.8)

Maintenant, on peut calculer la permittivité et la perméabilité complexes du matériau à partir de z_{12} et k_{z_1} et cela pour les deux principales types de polarisation de l'onde incidente (polarisation parallèle et perpendiculaire) :

a) Cas de la polarisation perpendiculaire :

Sachant que l'impédance réduite z_{12}^\perp est reliée au coefficient de réflexion de

Fresnel r_{12}^\perp par la relation : $z_{12}^\perp = \frac{1+r_{12}^\perp}{1-r_{12}^\perp}$

où le coefficient r_{12}^\perp est donné par expression :

$$r_{12}^\perp = \frac{\cos \theta_1 - \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_1}{\epsilon_1 \mu_2}} \left[1 - \frac{1}{\epsilon_{r2} \mu_{r2}} \sin^2 \theta_0 \right]^{\frac{1}{2}}}{\cos \theta_1 + \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_1}{\epsilon_1 \mu_2}} \left[1 - \frac{1}{\epsilon_{r2} \mu_{r2}} \sin^2 \theta_0 \right]^{\frac{1}{2}}}$$

sachant que : $\mu_2 = \mu_0 \mu_{r2}$, $\mu_1 = \mu_0 \mu_{r1}$, $\epsilon_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2}$ et $\epsilon_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1}$,

alors cette dernière équation peut encore s'écrire :

$$r_{12}^{\perp} = \frac{\cos \theta_1 - \frac{1}{\mu_{r2}} \sqrt{\frac{\mu_{r1}}{\epsilon_{r1}}} [\epsilon_{r2} \mu_{r2} - \sin^2 \theta_0]^{\frac{1}{2}}}{\cos \theta_1 + \frac{1}{\mu_{r2}} \sqrt{\frac{\mu_{r1}}{\epsilon_{r1}}} [\epsilon_{r2} \mu_{r2} - \sin^2 \theta_0]^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{IV.3.4.9})$$

en tenant compte des relations :

$$\sqrt{\epsilon_{r2} \mu_{r2} - \sin^2 \theta_0} = \frac{k_{z1}}{k_0} \quad (\text{IV.3.4.10})$$

$$\text{et } \cos \theta_1 = \frac{k_{z1}}{k_0 \sqrt{\epsilon_{r2} \mu_{r2}}} ; \quad (\text{IV.3.4.11})$$

l'équation (IV.3.4.9) peut alors être condensée sous la forme :

$$r_{12}^{\perp} = \frac{1 - \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} \frac{k_{z2}}{k_{z1}}}{1 + \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} \frac{k_{z2}}{k_{z1}}}$$

d'où l'on tire :

$$\mu_{r1} = \left(\frac{1 - r_{12}^{\perp}}{1 + r_{12}^{\perp}} \right) \frac{k_{z2}}{k_{z1}} \mu_{r2}$$

la perméabilité sera alors déterminée par :

$$\mu_{r1} = \frac{k_{z2}}{k_{z1}} \frac{\mu_{r2}}{z_{12}^{\perp}} \quad (\text{IV.3.4.12})$$

quant à la permittivité relative, elle sera déduite de la relation (IV.3.4.10) :

$$\epsilon_{r1} = \frac{\left(\frac{k_{z1}}{k_0} \right)^2 + \sin^2 \theta_0}{\mu_{r1}} \quad (\text{IV.3.4.13})$$

b) Cas de la polarisation parallèle :

Dans le cas de la polarisation parallèle l'impédance réduite z_{12}^{\parallel} et le coefficient de réflexion de Fresnel r_{12}^{\parallel} sont donnés par les expressions :

$$z_{12}^{\parallel} = \frac{1+r_{12}^{\parallel}}{1-r_{12}^{\parallel}}$$

et

$$r_{12}^{\parallel} = \frac{\frac{1}{\epsilon_{r2}} \sqrt{\frac{\epsilon_{r1}}{\mu_{r1}}} [\epsilon_{r2} \mu_{r2} - \sin^2 \theta_0]^{\frac{1}{2}} - \cos \theta_1}{\frac{1}{\epsilon_{r2}} \sqrt{\frac{\epsilon_{r1}}{\mu_{r1}}} [\epsilon_{r2} \mu_{r2} + \sin^2 \theta_0]^{\frac{1}{2}} - \cos \theta_1}$$

En procédant de la même façon que précédemment, on aboutit aisément à l'équation :

$$r_{12}^{\parallel} = \frac{\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} \frac{k_{z2}}{k_{z1}} - 1}{\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} \frac{k_{z2}}{k_{z1}} + 1} \quad (IV.3.4.14)$$

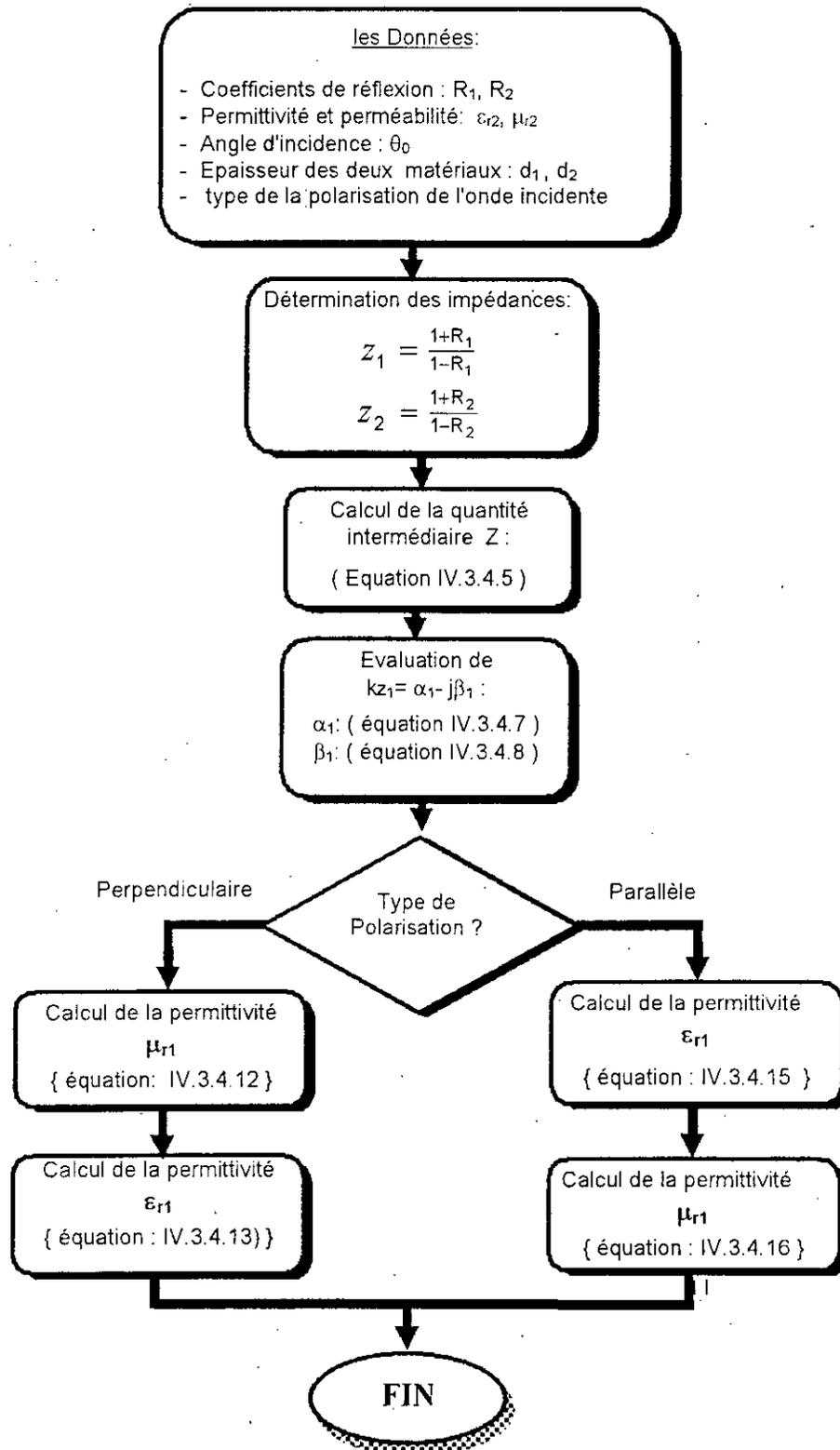
qui permettra de tirer la permittivité relative ϵ_{r1} :

$$\epsilon_{r1} = \frac{k_{z1}}{k_{z2}} z_{12}^{\parallel} \epsilon_{r2} \quad (IV.3.4.15)$$

de la même façon que dans le cas de la polarisation perpendiculaire, la perméabilité sera déterminée par l'équation :

$$\mu_{r1} = \frac{\left(\frac{k_{z1}}{k_0} \right)^2 + \sin^2 \theta_0}{\epsilon_{r1}} \quad (IV.3.4.16)$$

**ORGANIGRAMME DE L'ALGORITHME DE LA METHODE DU
COURT-CIRCUIT SOUS DEUX CONFIGURATIONS**



IV.3 Incertitudes sur la détermination des caractéristiques électromagnétiques ϵ^* et μ^*

Théoriquement toutes les méthodes envisagées jusqu'ici donneraient des résultats similaires si les mesures effectuées sont exemptes d'erreurs. Cependant, en pratique toute mesure est entachée d'erreurs et par conséquent se répercutent sur la détermination de la perméabilité et la perméabilité du matériau analysé. En outre, cette répercussion s'effectue différemment selon la méthode employée car les relations qui lient les caractéristiques électromagnétiques (ϵ^*, μ^*) du matériau aux différents paramètres mesurés sont nécessairement différentes.

Les incertitudes de mesures portent essentiellement sur :

- les coefficients de réflexions et de transmissions (module et phase). Ces incertitudes dépendent des performances du dispositif expérimental utilisé.
- les échantillons utilisés: Il est particulièrement [36] important de porter un grand soins à la fabrication des échantillons en vue d'assurer la régularité, le parallélisme et la planéité des faces d'entrée et de sortie et ainsi estimer l'épaisseur des échantillons avec une bonne précision.
- l'angle d'incidence: son estimation dépend du mécanisme de positionnement des antennes d'émission, de réception et de la cellule porte-échantillon .

❖ Calcul d'erreurs sur la permittivité et la perméabilité

Désignons par :

ρ_1, φ_1 : le module et la phase du coefficient de réflexion R;

ρ_2, φ_2 : la module et la phase du coefficient de transmission T;

d : l'épaisseur de l'échantillon;

θ : l'angle d'incidence;

f_{1i} et f_{2i} : les expressions qui lient respectivement la permittivité complexe et la perméabilité complexe aux différents paramètres mesurables relatives à la méthodes i envisagée;

$$\varepsilon = f_{1i}(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, d, \theta) \quad \text{et} \quad \mu = f_{2i}(\rho_1, \varphi_1, \rho_2, \varphi_2, d, \theta)$$

soient : $\Delta\rho_1$, $\Delta\varphi_1$, $\Delta\rho_2$, $\Delta\varphi_2$, Δd et $\Delta\theta$ les incertitudes absolues des différents paramètres mesurés.

Le calcul des erreurs commises sur la détermination de ε et μ en fonction des différents paramètres mesurés se fera en calculant les différentielles totales:

$$d\varepsilon_r = \frac{\partial f_{i1}}{\partial \rho_1} d\rho_1 + \frac{\partial f_{i1}}{\partial \varphi_1} d\varphi_1 + \frac{\partial f_{i1}}{\partial \rho_2} d\rho_2 + \frac{\partial f_{i1}}{\partial \varphi_2} d\varphi_2 + \frac{\partial f_{i1}}{\partial d} d(d) + \frac{\partial f_{i1}}{\partial \theta} d\theta$$

$$d\mu_r = \frac{\partial f_{i2}}{\partial \rho_1} d\rho_1 + \frac{\partial f_{i2}}{\partial \varphi_1} d\varphi_1 + \frac{\partial f_{i2}}{\partial \rho_2} d\rho_2 + \frac{\partial f_{i2}}{\partial \varphi_2} d\varphi_2 + \frac{\partial f_{i2}}{\partial d} d(d) + \frac{\partial f_{i2}}{\partial \theta} d\theta$$

d'où l'on déduit les incertitudes absolues :

$$\Delta\varepsilon_r = \left| \frac{\partial f_{i1}}{\partial \rho_1} \right| \Delta\rho_1 + \left| \frac{\partial f_{i1}}{\partial \varphi_1} \right| \Delta\varphi_1 + \left| \frac{\partial f_{i1}}{\partial \rho_2} \right| \Delta\rho_2 + \left| \frac{\partial f_{i1}}{\partial \varphi_2} \right| \Delta\varphi_2 + \left| \frac{\partial f_{i1}}{\partial d} \right| \Delta d + \left| \frac{\partial f_{i1}}{\partial \theta} \right| \Delta\theta$$

$$\Delta\mu_r = \left| \frac{\partial f_{i2}}{\partial \rho_1} \right| \Delta\rho_1 + \left| \frac{\partial f_{i2}}{\partial \varphi_1} \right| \Delta\varphi_1 + \left| \frac{\partial f_{i2}}{\partial \rho_2} \right| \Delta\rho_2 + \left| \frac{\partial f_{i2}}{\partial \varphi_2} \right| \Delta\varphi_2 + \left| \frac{\partial f_{i2}}{\partial d} \right| \Delta d + \left| \frac{\partial f_{i2}}{\partial \theta} \right| \Delta\theta$$

On peut également considérer les erreurs relatives : $\frac{\Delta\varepsilon_r}{\varepsilon_r}$ et $\frac{\Delta\mu_r}{\mu_r}$.

Vu la complexité des expressions des fonctions f_{1i} et f_{2i} correspondantes à chacune des méthodes étudiées et le nombre de paramètres mis en jeu, l'établissement des expressions littérales des ces erreurs est une tâche fastidieuse. En pratique, on procède généralement à la simulation de ces erreurs. C'est ce que nous ferons ultérieurement dans une application.

IV.4 APPLICATIONS

• *Introduction*

Pour mettre en œuvre les différentes techniques et méthodes de caractérisation des matériaux en espace libres dans le domaine des hyperfréquences, il faudrait disposer de dispositifs d'expérimentation appropriés permettant la mesure, dans une bande de fréquences, de quelques grandeurs ou paramètres tels que : le coefficient de réflexion, de transmission, l'impédance, etc... qui permettront de remonter jusqu'aux caractéristiques électromagnétiques recherchées.

A défaut de disponibilité de ces dispositifs de mesure, on pourra éventuellement exploiter les données découlant des mesures expérimentales faites à priori par d'autres auteurs. Une fois ces grandeurs sont connues, il faudrait remonter aux caractéristiques du matériau analysé en utilisant les relations, déjà établies dans la phase de la modélisation de la méthode envisagée, qui relie les grandeurs issues de la mesure aux caractéristiques intrinsèques du matériau ; c'est à dire sa permittivité et perméabilité complexes.

IV.4.1 Le logiciel de simulation réalisé

Pour mettre en œuvre les méthodes étudiées, nous avons réalisé un logiciel implémenté dans le langage du Turbo Pascal. En outre, lors de son élaboration nous avons tenu à le rendre assez convivial et simple d'utilisation. Le menu principal permet de passer aisément d'une application. Ce logiciel comporte des procédures permettant notamment de réaliser les tâches suivantes :

a) *la caractérisation en espace libre des matériaux par les méthodes étudiées :*

- méthode en transmission - réflexion,
- méthode du court-circuit avec la résolution d'une équation transcendante,
- méthode du court-circuit qui fait recours à la résolution d'une équation linéaire complexe du 2^{ème} degré.
- méthode du court-circuit avec deux configurations de l'échantillon.

- b) la représentation graphique de ε' , ε'' , μ' et μ'' en fonction de la fréquence ;
- c) la simulation de la réponse fréquentielle d'une structure d'un échantillon en plaque :

Cela permet de simuler la réponse fréquentielle (réflexion, transmission) d'un échantillon plaque d'un matériau dont les caractéristiques électromagnétiques sont déjà connues dans une plage de fréquences. Nous avons envisagé le cas le plus général :

- structure à une seule couche ou multicouches (avec choix du nombre de couches) ;
- choix de la configuration de l'échantillon : en transmission ou en court-circuit,
- choix de l'angle d'incidence,
- choix du type de la polarisation de l'onde (parallèle ou perpendiculaire).

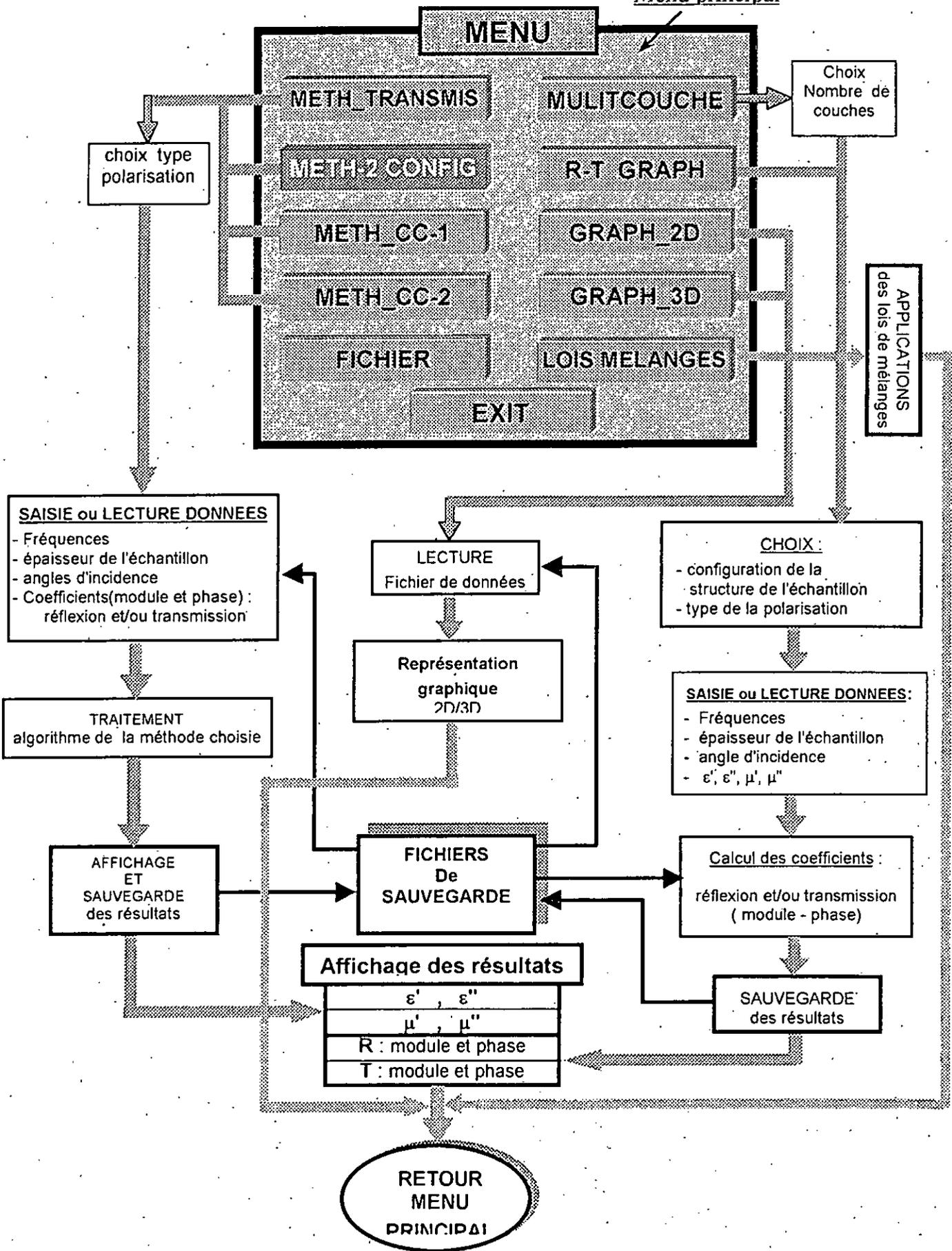
A défaut de disponibilité de données de mesures, cette partie du programme (procédure) peut éventuellement aussi servir pour générer les données (par simulation des coefficients de réflexion et de transmission) permettant la validation des méthodes de caractérisation en espace libre.

- d) la représentation graphique en 3D de l'absorption ou du facteur de transmission

Cette représentation graphique de la réponse d'un matériau est donnée en fonction de la fréquence et de l'angle d'incidence correspondant à la polarisation choisie de l'onde incidente (parallèle ou perpendiculaire). Outre qu'elle permet de visualiser la variation de la réflectivité ou de l'absorption d'une structure sur une bande de fréquences, elle peut éventuellement aussi déceler et localiser les pics de résonance.

L'organigramme du menu général du logiciel est représenté comme suit :

Menu principal



PRESENTATION DU MENU PRINCIPAL ET DE L'ORGANIGRAMME GENERAL

IV.4.2 Détermination des caractéristiques électromagnétiques de quelques matériaux tests

Il est souhaitable de vérifier la validité des modèles établis en les testant sur des matériaux de référence dont les caractéristiques électromagnétiques sont préalablement déterminées par des techniques et des méthodes ayant fait déjà leur preuve. Le modèle envisagé sera validé sur la base de la comparaison des résultats obtenus avec les caractéristiques réelles de référence. Nous avons choisi comme matériaux tests, trois matériaux absorbants commerciaux portant les dénominations suivantes : ECCOSORB SF2, SF10 et DSF10 et ayant par ailleurs fait déjà l'objet d'étude de caractérisation par les techniques guidées.

➤ *Caractéristiques des matériaux de références utilisés*

Les caractéristiques correspondant à chacun des matériaux [24] sont :

- ***ECCOSORB SF2 et SF10*** : Ils sont réalisés à l'aide d'une matrice de silicone chargée magnétiquement par une poudre de carbonate de fer. Ce sont des matériaux absorbants magnétiques, résonants respectivement à 2 GHz et 10 GHz, flexibles et relativement simples à usiner aux formes de plaques rectangulaires. Les échantillons utilisés ont respectivement des épaisseurs de 1.8 mm et 2.67 mm.
- ***ECCOSORB DSF10*** : c'est un matériau absorbant non magnétique résonant également à 10 GHz. L'épaisseur de l'échantillon utilisé est de 1.8 mm.

Comme nous l'avons déjà signalé, ces matériaux ont fait l'objet de caractérisation par une technique guidée (utilisant le guide coaxial) dans la bande de fréquences allant de 2 GHz à 20 GHz. Les caractéristiques électromagnétiques complexes (ϵ^* , μ^*) résultant par cette technique [24] ont été reproduites en annexe B. Elles serviront de références pour la validation des résultats de la méthode en réflexion - transmission en espace libre.

➤ *Les données utilisées*

A défaut de disponibilité de dispositif d'expérimentation, nous utiliserons alors comme données les valeurs des coefficients de réflexion et de transmission découlant des mesures en espace libre [24] dans la bande de fréquence allant de 2 GHz à 20 GHz par pas de 0.45 GHz. Nous avons reporté les valeurs numériques des coefficients

de réflexion et de transmission mesurés sur le tableau de l'annexe C et représenté les courbes de variation de ces coefficients sur les graphiques suivants :

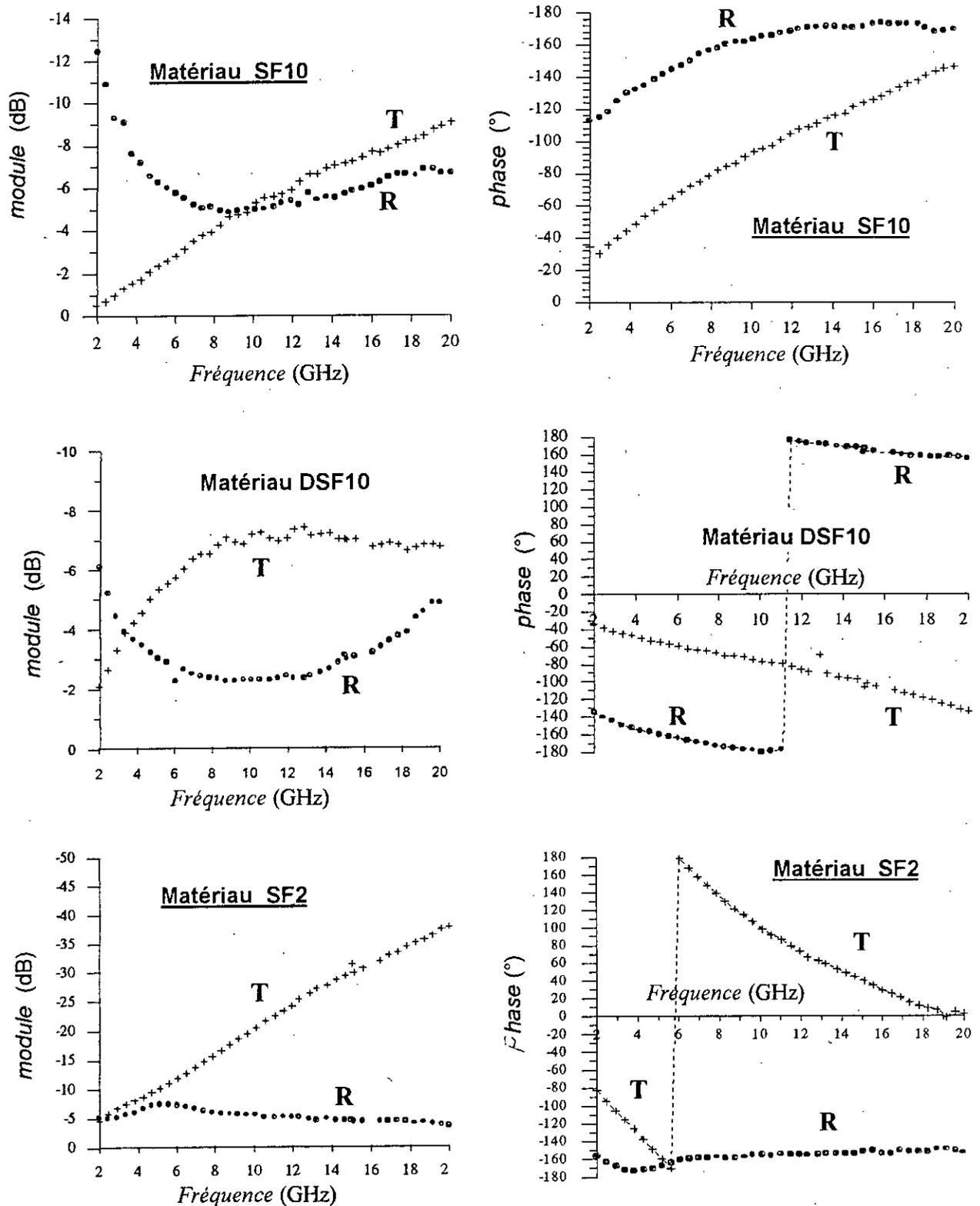


Fig IV.5 : Modules et phases des coefficients de réflexion R et de transmission T mesurés des matériaux SF10, SF2 et DSF10 dans la gamme de fréquences 2 à 20 GHz

IV.4.2.1 Les résultats obtenus :

Partant des données précédentes, les résultats de la détermination des caractéristiques électromagnétiques relatifs à chacun des matériaux obtenus par la méthode en transmission - réflexion sont illustrés sur les figures : IV.6, IV.7 et IV.8.

❖ Permittivité et perméabilité du matériau SF10 :

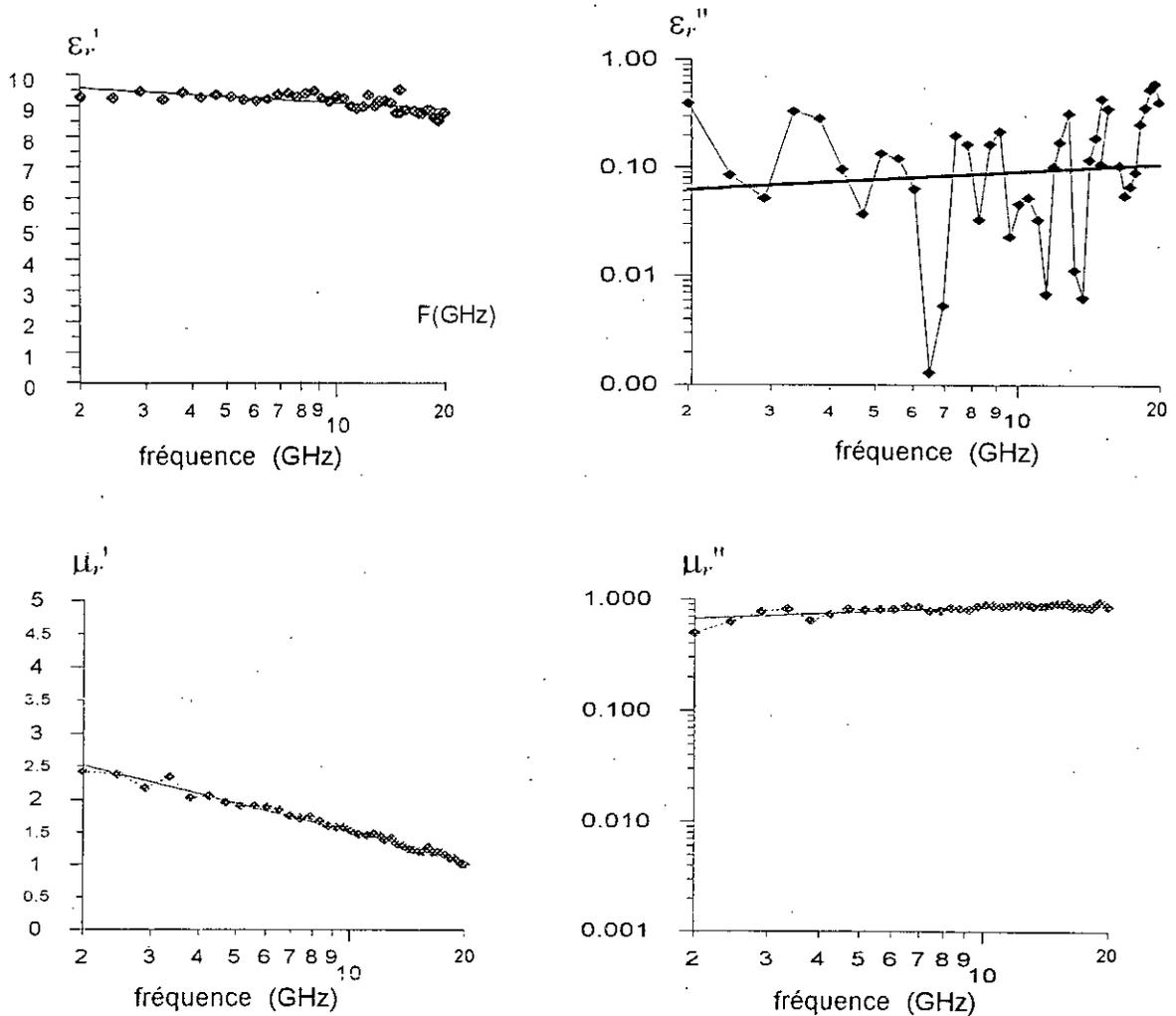


Fig IV.6 : permittivité et perméabilité complexes en fonction de la fréquence du matériau SF10

La permittivité réelle ϵ_r' du matériau SF10 varie légèrement en décroissant en fonction de la fréquence (de 9,6 pour 2 GHz à 8,90 pour 20 GHz). Les valeurs de la permittivité diélectrique imaginaire ϵ_r'' sont très faibles; c'est vraisemblablement pour cette raison que nous remarquons une forte dispersion autour de la valeur 0.1. Quant à la perméabilité magnétique μ_r' , elle varie entre 1 et 2.6 en décroissant avec la

fréquence alors que μ'' , augmente légèrement avec la fréquence (de 0.75 à 0.92). Les pertes magnétiques représentées par la tangente de l'angle de perte (voir la fig IV.9a) augmentent linéairement avec la fréquence (de 0.3 à 0.9) tandis que les pertes diélectriques restent quasiment nulles.

- permittivité et perméabilité du matériau SF2 :

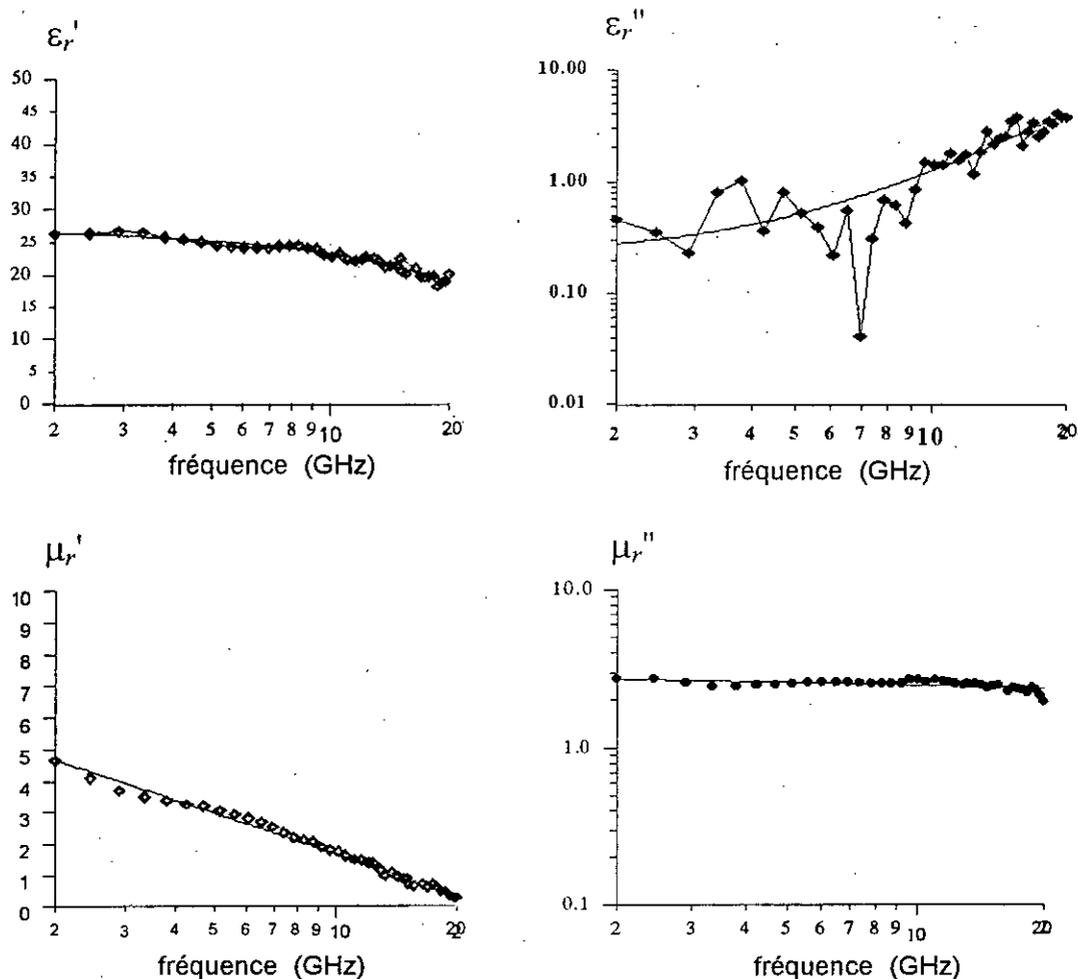


Fig IV.7 : permittivité et perméabilité complexes en fonction de la fréquence du matériau SF2

On remarque que la permittivité réelle ϵ_r' décroît en fonction de la fréquence (de 25 à 20) alors que ϵ_r'' a une allure croissante (de 0.1 à 3). La perméabilité relative réelle μ_r' varie entre 0.02 et 4.8 en décroissant avec la fréquence tandis que μ_r'' est quasiment indépendante de la fréquence ($\mu_r'' \approx 2.5$). Les variations en fonction de la

fréquence des pertes diélectriques et magnétiques sont représentées par courbes de la figure : Fig IV.9b.

On remarque que les pertes diélectriques sont négligeables sur la bande de fréquence d'investigation alors que les pertes magnétiques augmente d'une manière significative ($\text{tg}\delta = 0.6$ à $f=2$ GHz et $\text{tg}\delta = 8$ à $f=20$ GHz).

❖ Permittivité et perméabilité du matériau DSF10 :

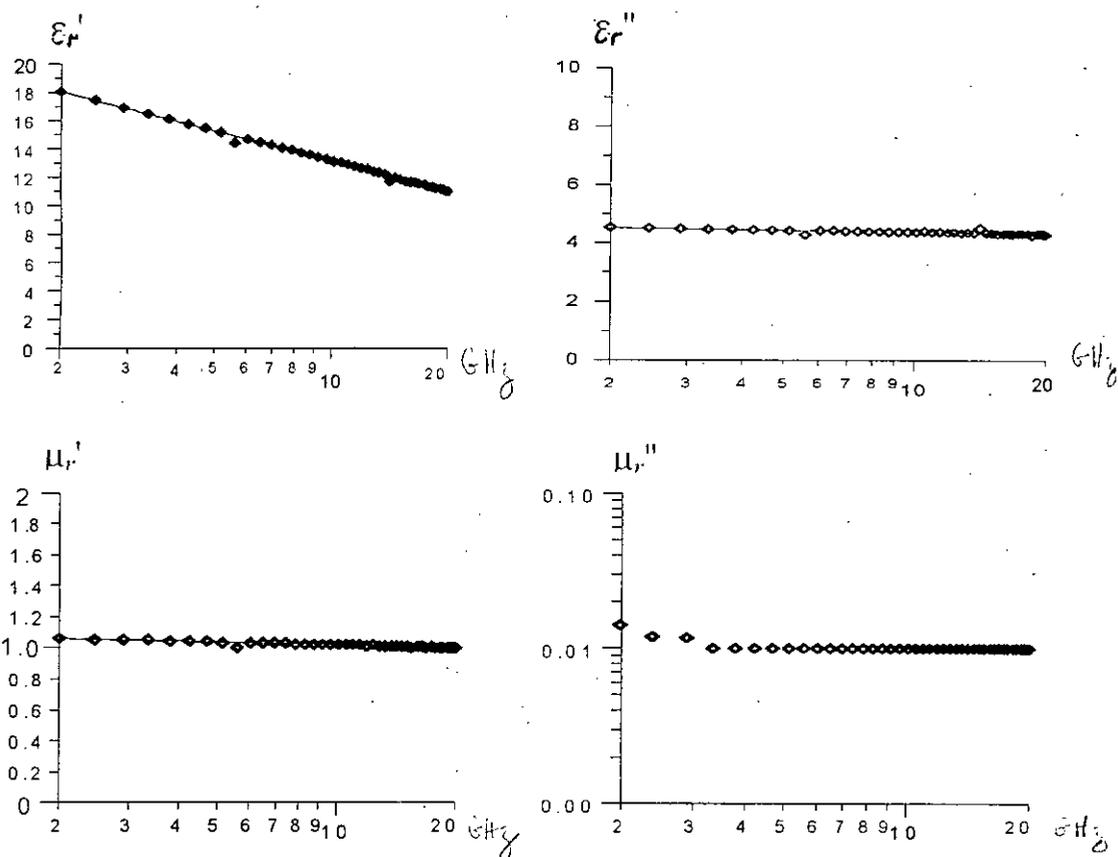


Fig IV. 8: Permittivité et perméabilité complexe du matériau SFD10 en fonction de la fréquence ($\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon''$ et $\mu^* = \mu' - j\mu''$)

ϵ_r' décroît également en fonction de la fréquence de 18 à 11 alors que ϵ_r'' reste pratiquement constante ($\epsilon_r'' \approx 4.5$). La perméabilité relative réelle μ_r' est pratiquement égale à 1 alors que la grandeur imaginaire de la perméabilité demeure quasiment nulle ($\mu_r'' \approx 0.01$). Contrairement aux deux précédents matériaux, le DSF10 est purement diélectrique ($\mu_r \approx 1$). En effet comme le montre le graphique de la figure IV.9c, les

perles diélectriques augmentent linéairement avec la fréquence alors que les pertes magnétiques sont quasiment nulles.

Pour rendre compte du caractère diélectrique et magnétique de chacun des matériaux, nous avons représenté les variations de l'angle de perte diélectrique et magnétique en fonction de la fréquence sur les figures suivantes :

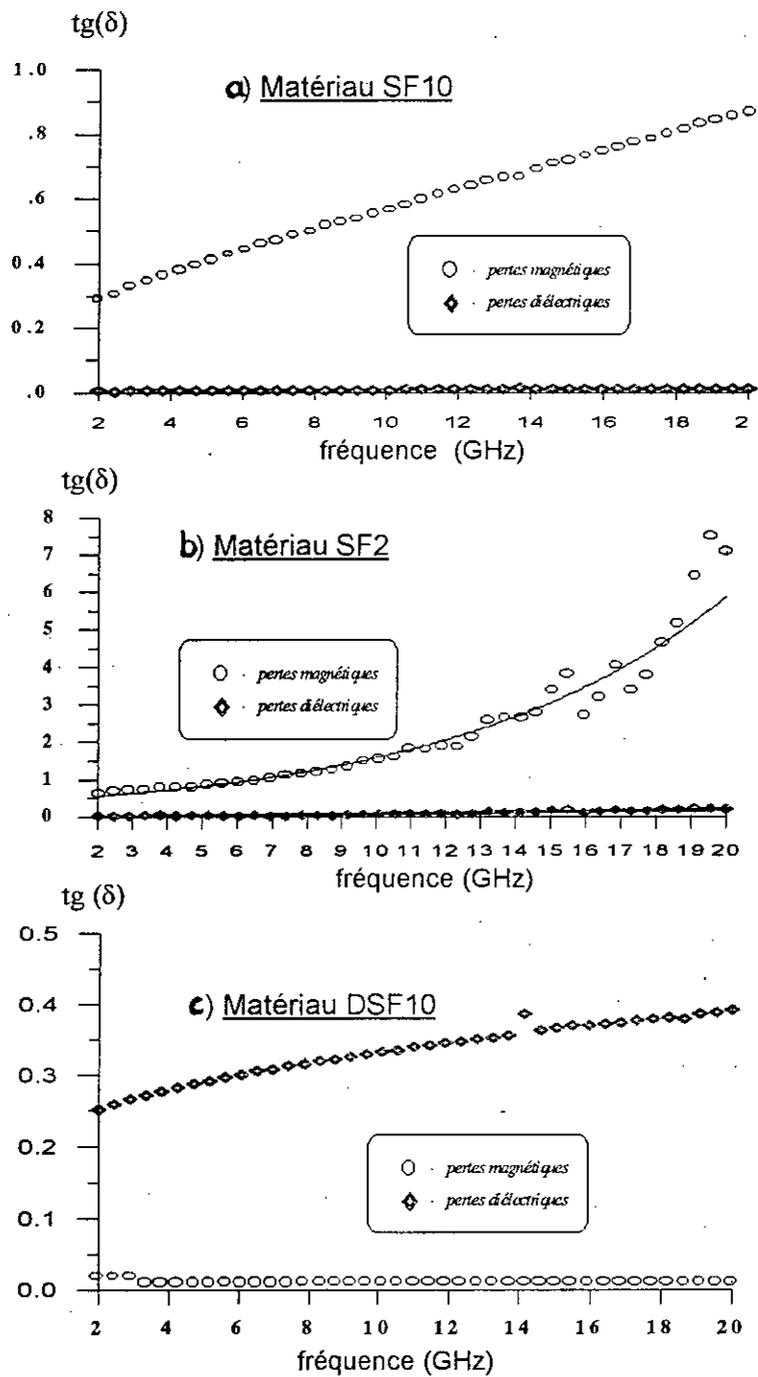


Fig IV.9 Représentation des pertes diélectriques et magnétiques en fonction de la fréquence des matériaux DSF10, SF10 et SF2

IV.4.2.2 Validation des résultats

La validation sera faite par la comparaison de nos résultats avec ceux de référence, obtenus par l'auteur [24] par une technique en guide coaxial que nous avons reproduit en annexe D.

En comparant les résultats des permittivités et des perméabilités correspondantes à chacun des matériaux avec ceux de l'auteur, nous constatons d'une part une assez bonne similitude des allures des courbes et d'autre part une concordance des valeurs numériques. En plus, on retrouve les principales caractéristiques des trois matériaux étudiés. En effet, à la fréquence de 10 GHz, on a obtenu la valeur de la permittivité réelle $\epsilon_r' = 9.2$ du matériau SF10 qui est assez proche de la valeur 9.5 fournie par le fabricant [24]. En outre, on retrouve également le caractère magnétique des deux matériaux SF2 et SF10 (puisque leurs perméabilités $\mu_r > 1$) ainsi que le caractère purement diélectrique du matériau DSF10 (puisque l'on a $\mu_r \approx 1$). Signalons enfin que, partant des permittivités et des perméabilités déterminées précédemment, la simulation de l'absorption a montré qu'effectivement les matériaux SF2 et SF10 sont résonants respectivement aux fréquences 2 GHz et 10 GHz :

- *matériau SF10*: On a représenté sur la figure IV.10a les variations de l'absorption du matériau SF10 dans la bande de fréquence 8 à 12 GHz correspondant aux résultats de la simulation, aux mesures [39] en cellule coaxiale et à celles utilisant la technique de l'analyse temporelle (S.D.T).

D'une part, on retrouve le caractère résonant à 10 GHz du matériau donné par le constructeur et de l'autre, on observe une bonne ressemblance entre les variations des courbes de la simulation et celles des deux mesures. C'est donc une preuve supplémentaire de la validité du modèle de la méthode utilisée.

- *matériau SF2* : La courbe de la figure IV.10b représente la réflectivité (simulation) en fonction de la fréquence du matériau SF10. Notons que, bien que nous ne disposions pas de données de mesure de l'absorption concernant ce matériau, la simulation permet la localisation de la fréquence de résonance qui se situe à 2 GHz.

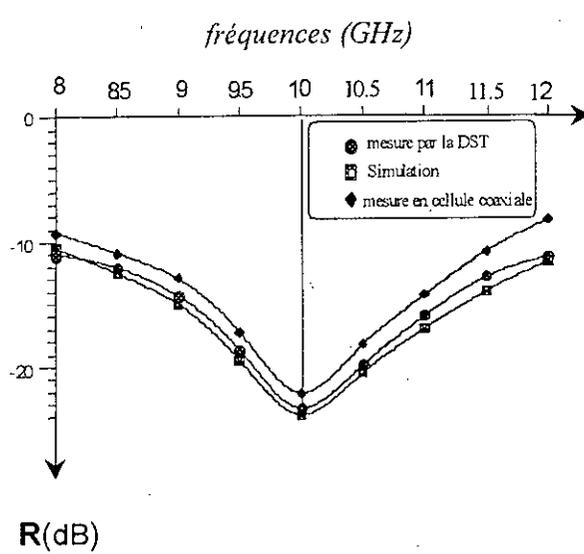


Fig IV.10 a : Réflectivité du matériau SF10 dans la bande de fréquence : 8 – 12 GHz

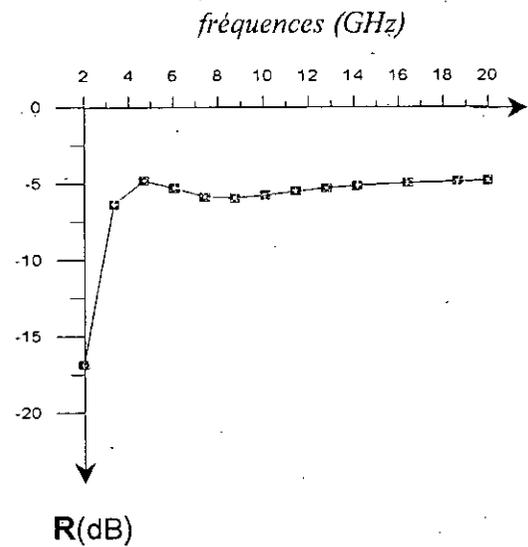


Fig IV.10 b : Réflectivité du matériau SF10 dans la bande de fréquence : 2 - 20 GHz

IV.4.3 Simulation de la réponse fréquentielle

Une fois un matériau est caractérisé dans une bande de fréquence, il souhaitable d'étudier sa réponse fréquentielle (réflectivité ou absorption) dans le cas réel de l'espace libre en l'incidence oblique et considérant les deux principales type de polarisation de l'onde incidente (parallèle et perpendiculaire).

Dans ce contexte, nous avons simulé, dans la gamme de fréquences allant de 2 Ghz à 20 GHz et pour des angles d'incidences de 0°, 30°, 45° et 60°, l'absorption des échantillons des trois matériaux (SF10, DSF10 et SF2) terminés par une couche métallique et cela pour les deux types de polarisation parallèle et perpendiculaire. Les résultats de la simulation sont représentés sur les graphiques de la figure IV.11.

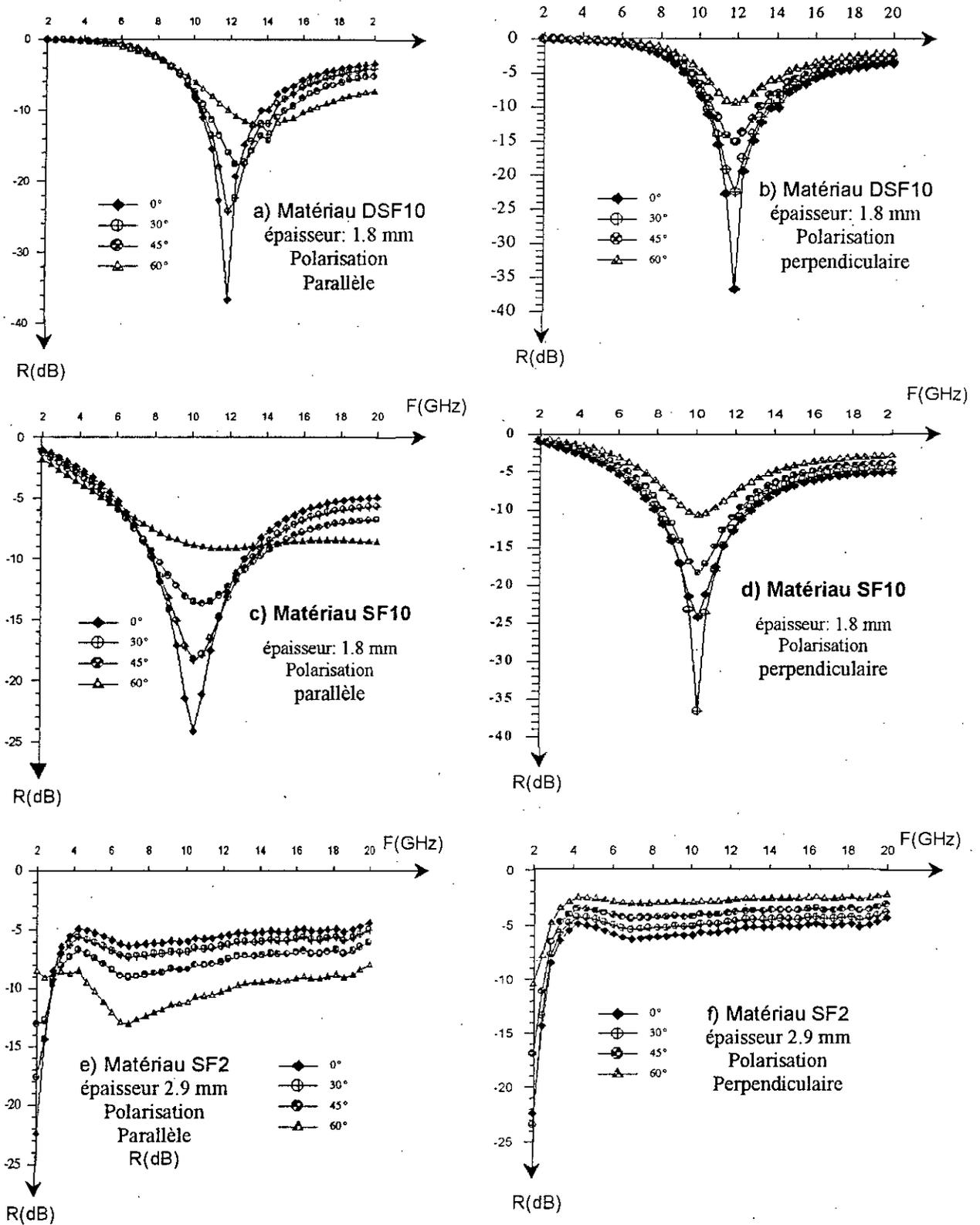


Fig IV.11 : Absorption en fonction de la fréquence des matériaux SF2, SF10 et DSF10 pour les angles d'incidence 0° , 30° , 45° et 60° en polarisation parallèle et perpendiculaire

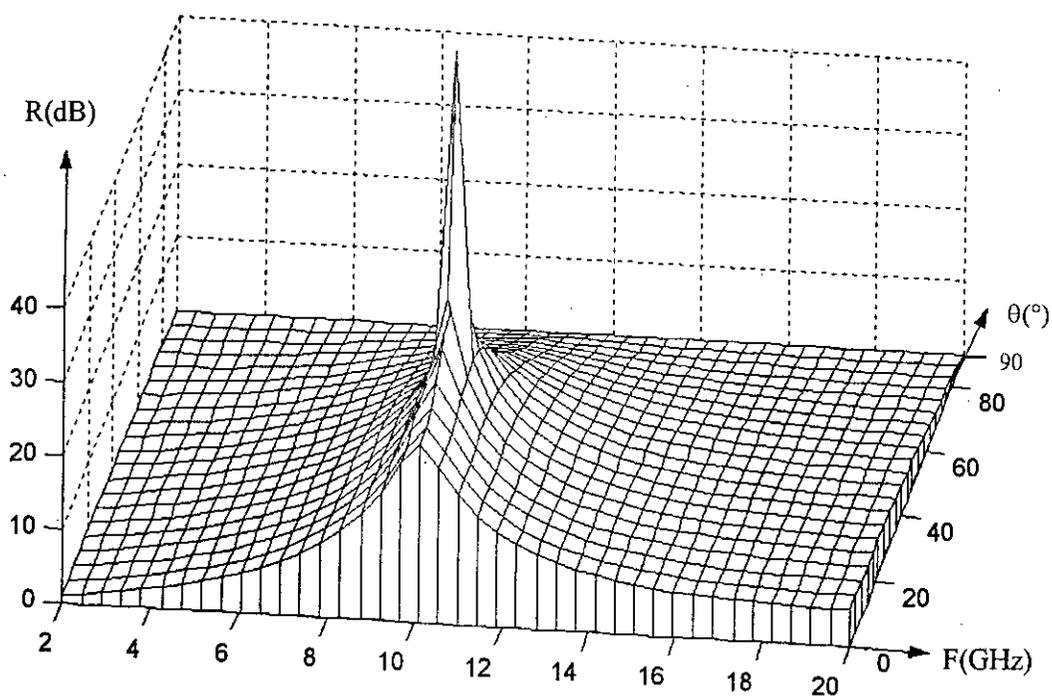
Nous retiendrons les principales caractéristiques de l'absorption de chacun des matériaux :

- **SF10:** la fréquence de résonance est de 10 GHz pour les deux types de polarisations et est indépendante de l'angle d'incidence. Cependant la bande d'absorption est plus étroite en polarisation perpendiculaire avec (un pic maximum (≈ -37 dB) pour l'angle d'incidence de 30°) qu'en polarisation parallèle où le maximum (-25 dB) est obtenu en incidence normale ($\theta=0^\circ$).
- **DSF10:** La fréquence de résonance est de 12 GHz en polarisation perpendiculaire et elle est indépendante de l'angle d'incidence. Néanmoins, l'atténuation (ou l'absorption) augmente avec l'angle d'incidence. Le maximum d'absorption (-37 dB) est obtenu en incidence normale pour les deux types de polarisations.
- **SF2:** Ce matériau présente une résonance à la fréquence de 2 GHz excepté pour l'angle de 60° où elle est égale à 7 GHz environ. En dehors de la plage de résonance, le matériau est peu absorbant (< -10 dB). En outre, on remarque que l'absorption augmente avec l'angle d'incidence en polarisation parallèle et diminue en polarisation perpendiculaire.

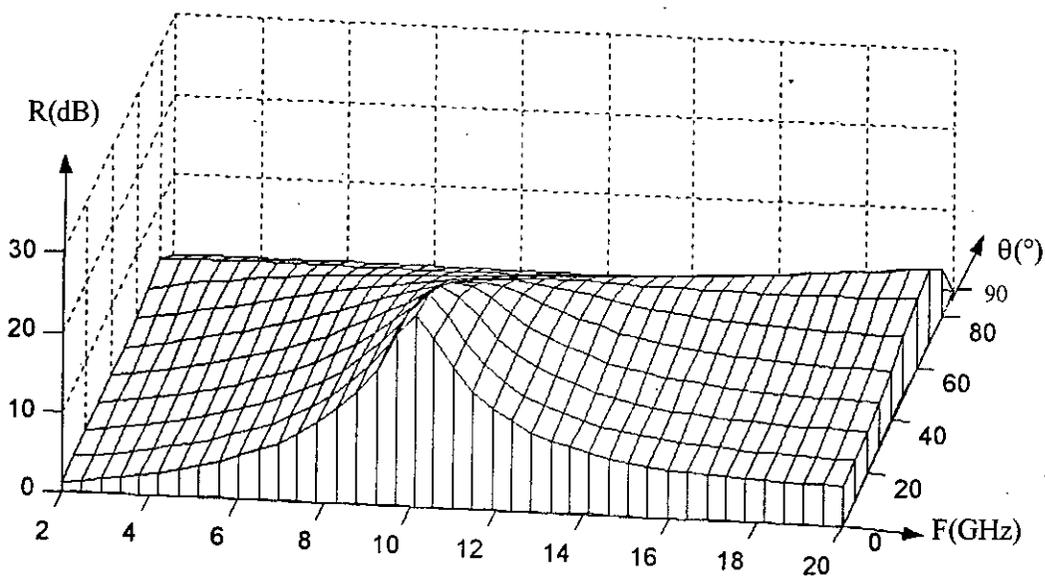
✓ Pour avoir une vue globale, nous terminons par la représentation graphique en 3D de l'absorption en dB du matériau SF10 en fonction de la fréquence (2 GHz à 20 GHz) et de l'angle d'incidence (de 0° à 90°) pour les deux types de polarisations de l'onde incidente.

Les résultats de la simulation sont illustrés sur les graphes de la figure : IV.12

Il ressort que le matériau SF10 présente, indépendamment de l'angle d'incidence et du type de polarisation, une résonance à la fréquence de 10 GHz. Cependant en polarisation perpendiculaire, ce matériau présente une absorption très sélective avec une amplitude maximale de -40 dB correspond à l'angle d'incidence de 30° environ alors qu'en polarisation parallèle elle n'est que de -25 dB et correspond à l'angle d'incidence de 0° (incidence normale).



a) en polarisation perpendiculaire



b) en polarisation parallèle

Fig IV.12: Simulation de réflectivité du matériau SF10 d'épaisseur $d=1.8$ mm dans la bande de fréquence 2 à 20 GHz en fonction de l'angle d'incidence pour les deux types de polarisation parallèle et perpendiculaire

IV.4.4 Influence des incertitudes de mesure sur la détermination de la permittivité ϵ^* et de la perméabilité μ^*

On procédera à la simulation des erreurs relatives commises sur la détermination de la permittivité et la perméabilité des matériaux SF10 et SF2 par la méthode en transmission et celle du court-circuit en deux configurations.

Nous supposons que les incertitudes de mesure se portent principalement sur les grandeurs suivantes :

- coefficient de réflexion $R = \rho e^{j\varphi}$ avec : $\Delta\rho = 0.1$ dB et $\Delta\varphi = 0.1^\circ$,
- coefficient de transmission $T = \tau e^{j\phi}$ avec : $\Delta\tau = 0.1$ dB et $\Delta\phi = 0.1^\circ$,
- angle d'incidence : $\Delta\theta = 2^\circ$.

Les résultats de la simulation sont illustrés sur les figures : IV.13 et V.14.

➤ Erreurs relatives concernant le matériau SF10 :

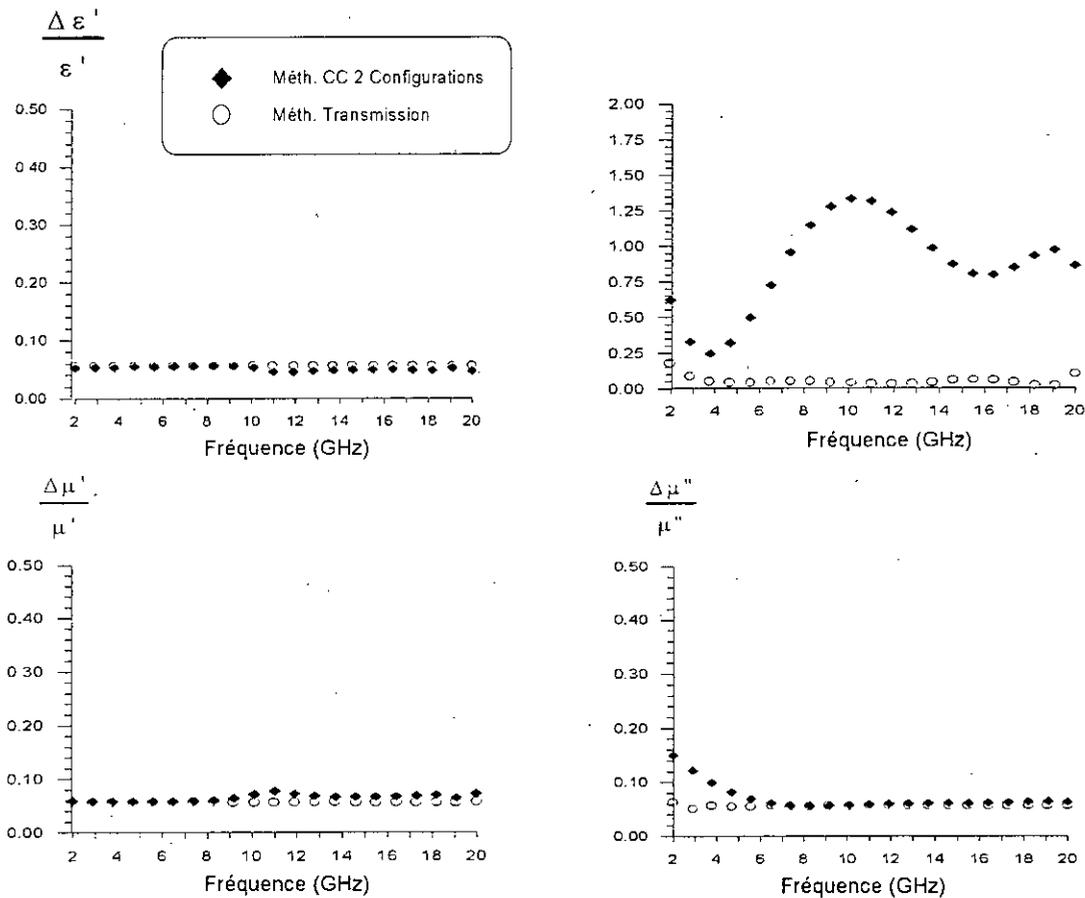


Fig IV.13: Erreurs relatives sur la permittivité et la perméabilité des matériaux SF10 pour les deux méthodes: en transmission et en C.C sous deux configurations

On remarque que l'erreur relative sur la détermination de ϵ' et μ' est de l'ordre de 6% pour les deux méthodes; celle correspondant à μ'' est également de 6% pour les deux méthodes dans la plage de fréquences allant de 6 GHz à 20 GHz mais pour des fréquences allant de 2 GHz à 6 GHz l'erreur varie entre 6% et 15% pour la méthode sous deux configurations. Quant à l'erreur sur ϵ'' , elle se situe entre 10% et 15% pour la méthode en transmission et dépasse les 25% et atteint même 125% pour l'autre méthode.

➤ Erreurs relatives concernant le matériau SF2 :

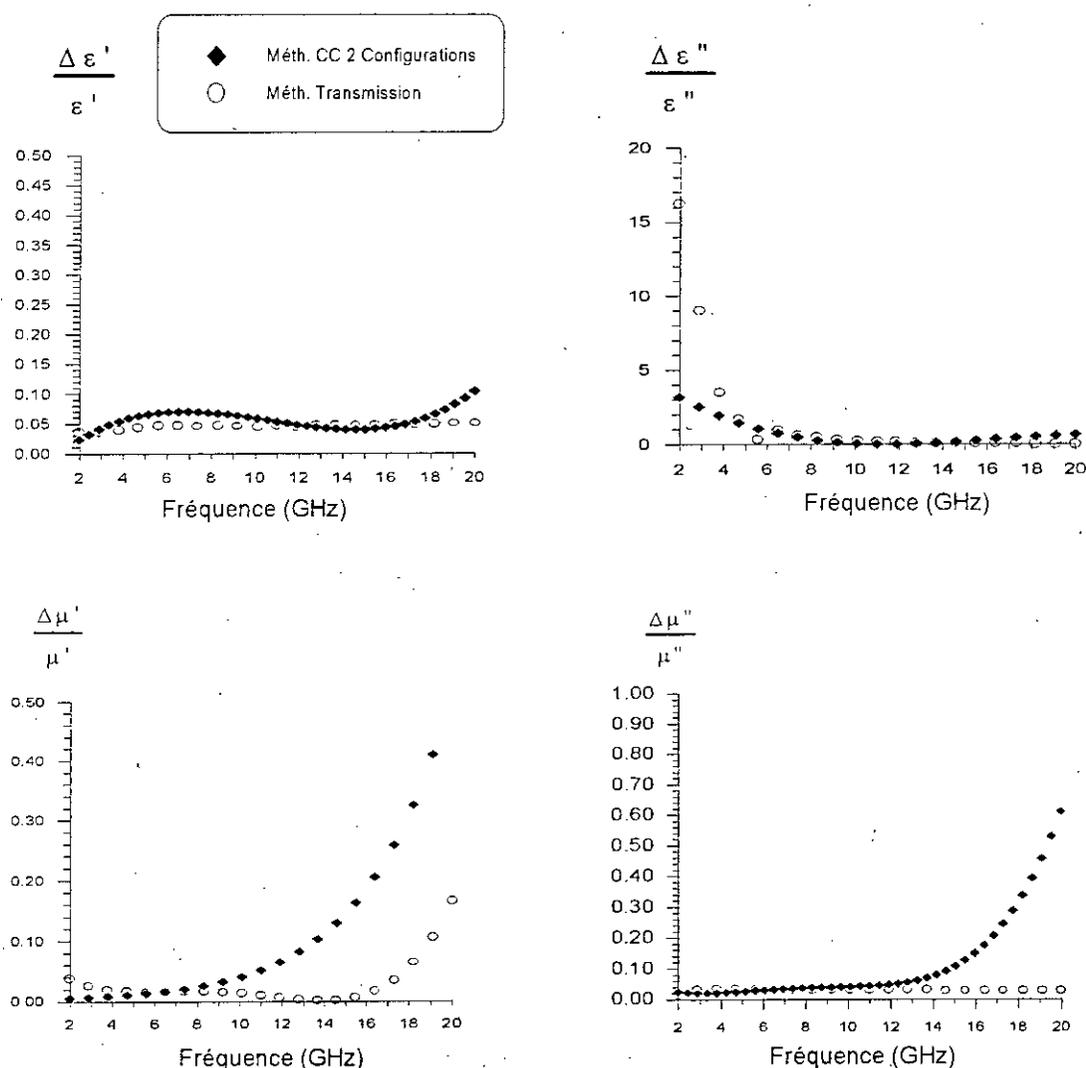


Fig IV.14 : Erreurs relatives de la permittivité et de la perméabilité des matériaux SF2 pour les deux méthodes : en transmission et en C.C sous deux configurations

Les deux méthodes donnent la valeur de ϵ' avec une assez bonne précision (écarts inférieurs à 10%). Quant à ϵ'' , son estimation est très mauvaise et même inacceptable (écarts > 100%) notamment pour des fréquences inférieures à 10 GHz.

La perméabilité complexe est estimée par la méthode en transmission avec des erreurs relatives comprise entre 3% et 15% pour μ' et entre 2% et 5% pour μ'' et cela sur toute la gamme des fréquences d'investigation. Quant à l'autre méthode, l'estimation est médiocre pour les fréquences supérieures à 16 GHz où les écarts augmentent avec la fréquence de 20% à 60% pour μ'' et de 16% à 42% pour μ' .

En conclusion, il ressort globalement que la méthode en transmission donne relativement d'assez bons résultats que la méthode en réflexion sous deux configurations pour ces deux types de matériaux. Néanmoins en général pour d'autres matériaux, elles peuvent être considérées comme complémentaires dans la mesure où certaines caractéristiques sont mieux estimées par la première méthode et d'autres par la seconde méthode.

CONCLUSION

Avec l'évolution rapide de la technologie des matériaux hétérogènes, de nouveaux matériaux, sans cesse apparaissent et trouvent des applications diverses dans de nombreux domaines de la recherche et de l'industrie. L'ensemble des techniques et de méthodes d'analyse des caractéristiques électromagnétiques dans le domaine des hyperfréquences constitue effectivement un outil précieux et indispensable pour déterminer ou prévoir le comportement électromagnétique de ces matériaux.

En outre, les lois des mélanges hétérogènes revêtent également un grand intérêt notamment dans la synthèse et la fabrication de matériaux composites devant avoir un comportement électromagnétique prédéfini exigé par l'application à laquelle ils étaient prédestinés. Leur utilisation peuvent nous épargner plusieurs manipulations et mesures ; d'où des gains de temps appréciables.

C'est ainsi que l'objectif de notre travail a consisté d'une part à étudier en général le comportement électromagnétique des matériaux qui fait appel aux phénomènes et mécanismes de polarisation de la matière et d'autre part à modéliser quelques méthodes de caractérisation fréquentielle des matériaux en espace libre dans le domaine des hyperfréquences.

Pour compléter notre étude sur le comportement électromagnétique des matériaux, nous avons présenté les principaux concepts et lois de mélanges de matériaux hétérogènes. Enfin, Une application a été faite sur deux matériaux composites, l'un purement diélectriques et l'autre plus complexe possédant en plus le caractère magnétique et dont les deux constituants sont formés de grains et par conséquent la présence de l'air dans le mélange sera prise en compte. La confrontation des résultats de chacune des lois envisagées avec ceux de mesures à permis d'estimer le degré de validité de chacune d'elles et de déduire les mieux adaptée pour traduire assez fidèlement le comportement électromagnétique réel de ces composites particuliers.

Ensuite, après avoir rappelé sommairement les différents dispositifs et bancs de mesure dans le système fréquentiel allant du statique jusqu'aux hyperfréquences, notre travail s'est focalisé sur l'étude et la modélisation de la réponse fréquentielle (Coefficients de réflexion et de transmission) des différentes configurations de la structure en plaque des échantillons de matériaux susceptibles d'être utilisées dans les différentes méthodes de caractérisation de matériaux en espace libre qui ont été développées par la suite. Quatre méthodes ont été étudiées et modélisées; deux d'entre elles concerne les matériaux purement diélectriques et les deux autres sont plus générales et peuvent ainsi être utilisées dans le cas des matériaux dotés en plus du caractère magnétique.

Pour mettre en œuvre ces différentes méthodes, nous avons élaboré un logiciel permettant le calcul des caractéristiques électromagnétiques des matériaux en fonction de la fréquence, et cela à partir de la réponse d'un échantillon. En outre, nous avons envisagé le cas le plus général de l'incidence.

oblique avec la considération des deux principales types de polarisation (parallèle et perpendiculaire) de l'onde incidente.

La méthode en transmission a été validée sur trois matériaux tests de référence. Quant aux autres méthodes, par défaut de données de mesures les concernant, une simulation de la réponse fréquentielle de la configuration de la structure d'un échantillon les concernant nous a permis de procéder à leur vérification.

Après cela, nous avons montré l'influence des incertitudes de mesure sur la détermination de la permittivité et la perméabilité complexes des matériaux analysés. Il en découle que l'incertitude de cette détermination par chacune des méthodes dépend du matériau considéré et de la caractéristique estimée. Par conséquent, elles peuvent être considérées comme complémentaires.

Ensuite, partant des caractéristiques électromagnétiques des trois matériaux de référence, la simulation du comportement de la réponse fréquentielle (réflectivité ou absorption) a permis d'estimer l'étendue de la bande d'absorption correspondant à un échantillon de chacun des matériaux et ainsi de localiser les pics de résonance et déterminer l'amplitude de l'atténuation.

L'étude du comportement électromagnétique des matériaux constitue un domaine d'investigation très vaste pour couvrir tous les types de matériaux que ce soit à l'état solide ou liquide, absorbants, diffusants, isotropes ou anisotropes. D'autre part, suite à l'évolution toujours croissante de la technologie des composants, les performances des dispositifs de mesures de caractérisation ne cessent d'augmenter, ce qui permet de faire des analyses à des fréquences de plus en plus grandes atteignant ainsi le domaine millimétrique.

Bien que le travail présenté m'a permis de m'imprégner dans un domaine intéressant et assez vaste, je conçois qu'il ne puisse prétendre ainsi cerner tous les problèmes de la caractérisation et de l'étude du comportement électromagnétique des matériaux en espace libre, ni dans sa globalité ni dans ses moindres détails. C'est ainsi que nous terminons par dégager quelques perspectives :

- Etude du comportement électromagnétiques des matériaux anisotropes ou encre non linéaires et ainsi la modélisation de méthodes de caractérisation les concernant.
- Etude et application des méthodes de caractérisation en espace libre utilisant la technique de la stroboscopie dans le domaine temporel (TDS).
- Perfectionnement du logiciel réalisé et son adaptation en vue de son exploitation par un dispositif de mesure de caractérisation en espace libre dans le domaine des hyperfréquences. Cela permettrait effectivement de mettre œuvre les différentes méthodes de caractérisation sur des matériaux choisis évitant ainsi la contrainte de la recherche de données de mesure obtenue par d'autres auteurs. Mais faudrait-il encore disposer du matériel nécessaire.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] NBADISSEOU ANI
Thèse de doctorat (1998) université de Toulouse
- [2] J.P. PEREZ, R. CHARLES, E FLECKINGER
" Electromagnétisme. Vide et milieux matériels " Ed. Masson 1990
- [3] J. BOUTIGNY et ANTOINE GEORGES
" Champ électrique dans les milieux matériels " Ed. Vuibert 1995
- [4] M. BENAHMED
thèse de doctorat (1985) Institut National Polytechnique de Toulouse
- [5] R. COELHO, B. ALADEMIZE
" les diélectriques " Ed. Hermes 1993
- [6] J. BOUTIGNY et ANTOINE GEORGES
" Champ magnétique dans les milieux matériels " Ed. Vuibert 1996
- [7] CHRISTIAN GARING
" Les milieux magnétiques – électromagnétisme de la matière - "
 Ed. Ellipses 1995
- [8] GILBERT VICQ et ANDRE-MARIE BOTTREAU
" Comportement diélectrique dans le domaine des micro-ondes des polymères chargés en fonction de la nature des inclusions. "
 Journal of molecular liquid (1988)
- [9] GILBERT VICQ
Thèse de 3^{ème} cycle (1968) Université de Bordeaux I
- [10] E. DURAND
" Méthodes de calcul diélectriques " Electrostatique tome III.
 éd. Masson 1966
- [11] A. MERZOUKI, D. HAMZAOUI, N. BOUZIT, M. YESSAD et A.M. BOTTREAU
2^{ème} colloque national sur l'élaboration et la caractérisation des matériaux
 Alger (1998)
- [12] A. BALANA
thèse de doctorat (1989) Université de Bordeaux I
- [13] S. BAAZIZI
thèse de Magister (1996) Département électronique - Université de Sétif
- [14] D. HAMZAOUI
Thèse de Magister (1998) Département électronique - Université de Sétif
- [15] H. LOOYENGA
" Diélectric constants of heterogeneous mixtures " Physica 31 - 1965 -
- [16] A. MERZOUKI A. M BOTTREAU, R. SARDOS et Y. R. RAMDANI
" Etude du comportement électromagnétique du composant PVC - Fe₃O₄ dans la bande 10 GHz. " PHISICA B n°182 -1992-
- [17] Y. RAMDANI
Thèse de doctorat (1989) Université Bordeaux I
- [18] R. PETIT
" Ondes électromagnétiques en radioélectricité et en optique "
 Ed. Masson 1992
- [19] JOSE PERINI , LAWRENCE S. COHEN
" Radar - Absorbing materials for large angles of incidence "
 IEEE Trans on electromagn. Compt. Vol 35 N° 2 May 1993.
- [20] P.F COMBES
Micro-ondes t.I: "Lignes, guides ondes et cavités " Ed. Dunod 1996

- [21] CARL T.A. JOHNS
"Engineering electromagnetic fields and waves"
 John Wiley and Sons, Inc U.S.A -1988-
- [22] G. DUBOST
"Propagation libre et guidée des ondes électromagnétiques"
 Ed. Masson 1995
- [23] P.F. COMBES
Micro-ondes: "Lignes, guides ondes et cavités"
 Ed. Dunod 1996
- [24] PIERRE SABOUROUX
Thèse de Doctorat (1992)
 Université de Bordeaux 1
- [25] J.P. CHAUMAT
"Les matériaux absorbants"
 S.N.P.E Centre de recherche du BOUCHET
- [26] HAIM. CORY
"An iterative method for calculating the shielding effectiveness and light transmittance of multilayered media"
 IEEE Trans. On electromagnetic Compatibility Vol. 35 N°4 November 1993
- [27] J.M. MOREAU
Thèse de Doctorat d'état (1984)
 Université de BORDEAU 1
- [28] STUART O. NELSON
"Dielectric properties of agricultural products"
 IEEE Transactions on Electrical Insulation Vol 26 N° 26 October 1991
- [29] FRED. GABRIOL
"Hyperfréquences"
 Traité d'électricité Vol XIII Ed. Dunod 1987
- [30] P.F. COMBES, J. GRAFFEUIL, J.F. SAUTEREAU
Micro-ondes : "Composants, dispositifs et circuits actifs en micro-onde"
 Ed. Dunod 1985
- [31] R. BADOUAL, CH. MARTIN, S. JACQUET
Micro-ondes t.I: "circuits, micro rubans, fibres"
 Ed. Masson 1992
- [32] P. SABOUROUX, V. LEFEBRE-VIGNERAS, J.F. ESCARMANT, J.P. PARNELX
"Caractérisation large bande des matériaux absorbants"
 Laboratoire P.I.O.M - E.N.S.C.P.B
- [33] R. BAOUAL, C. MARTIN, S. JACQUET
Micro-ondes t.II: "Composants, antennes, fonctions et mesures"
 Ed. Masson 1995
- [34] M. MAURINS A. PRIOU, S. AUSSURE, M. LOPEZ
"Caractérisation des matériaux composites en espace libre"
 ONERA CERT dépt. Micro-ondes. TOULOUSE
- [35] J.B. AGNANI, B. PATIN, N. VUKADINOVIC
"Caractérisation de matériaux par mesure dans une chambre anéchoïque"
 Dassault Aviation
- [36] M.A. YESSAD
Thèse de Magister (1998)
 Département d'électronique - Université de Sétif
- [37] SYLVIE GELIMAS
"Global iterative solution of dielectric spectroscopy equations"
 IEEE Trans. Of Instr. & Measurement. Vol 39 N°4 August 1990
- [38] L. TANGUAY and R. VAILLANCOURT
"Numerical solution of the dielectric equation for coaxial line"
 IEEE Transactions on instrumentation and measurement. Vol M33 N°2 June 1984
- [39] J.J. BONTE, L. FAUCON, E. PLAYEZ, J.P. PARNELX
"Nouvelle méthode utilisant la réponse temporelle permettant la caractérisation fréquentielle d'absorbant micro-onde"
 - E.N.S.C.P BORDEAUX -

ANNEXES

ANNEXE A

Tab 1: Perméabilités complexes (μ' et μ'') en fonction de la fraction volumique V et du champ magnétique B du composite PVC-Fe₃O₄

Fract. Vol. V	0.0494		0.1046		0.1669		0.2376		0.3185		0.4121		0.5216		0.6515		0.8079		1.000			
B (Gauss)	μ'	μ''																				
0	1	0	1.036	0.023	1.047	0.051	1.048	0.103	1.050	0.117	1.040	0.167	1.051	0.207	1.048	0.268	1.048	0.310	1.075	0.418	1.008	0.529
500	1	0	1.035	0.025	1.043	0.060	1.042	0.125	1.042	0.145	1.035	0.205	1.045	0.255	1.043	0.340	1.035	0.413	0.993	0.590	0.920	0.750
1000	1	0	1.034	0.034	1.044	0.078	1.043	0.155	1.045	0.185	1.041	0.256	1.060	0.321	1.059	0.421	1.039	0.536	1.052	0.746	1.036	0.993
1500	1	0	1.035	0.036	1.050	0.093	1.060	0.175	1.070	0.215	1.080	0.285	1.115	0.360	1.140	0.485	1.200	0.590	1.200	0.840	1.250	1.140
2000	1	0	1.049	0.042	1.059	0.086	1.101	0.179	1.114	0.222	1.129	0.292	1.185	0.367	1.237	0.490	1.317	0.582	1.361	0.839	1.501	1.139
2500	1	0	1.055	0.035	1.085	0.063	1.133	0.165	1.158	0.208	1.205	0.270	1.235	0.330	1.313	0.434	1.410	0.515	1.495	0.765	1.670	1.044
3000	1	0	1.064	0.033	1.096	0.070	1.155	0.140	1.195	0.181	1.214	0.236	1.290	0.286	1.389	0.367	1.475	0.421	1.583	0.647	1.772	0.915
3500	1	0	1.068	0.020	1.104	0.058	1.170	0.105	1.216	0.145	1.241	0.193	1.315	0.225	1.400	0.292	1.515	0.330	1.645	0.500	1.840	0.735
4000	1	0	1.068	0.018	1.107	0.049	1.172	0.061	1.228	0.110	1.253	0.146	1.326	0.175	1.416	0.221	1.530	0.250	1.670	0.304	1.878	0.554
4500	1	0	1.063	0.010	1.105	0.031	1.180	0.050	1.230	0.070	1.255	0.105	1.323	0.125	1.410	0.145	1.518	0.175	1.677	0.284	1.895	0.405
5000	1	0	1.067	0.007	1.103	0.025	1.179	0.033	1.217	0.048	1.250	0.075	1.310	0.082	1.391	0.102	1.430	0.096	1.632	0.176	1.878	0.258
5500	1	0	1.063	0.003	1.095	0.015	1.190	0.020	1.205	0.025	1.233	0.040	1.285	0.050	1.363	0.066	1.445	0.070	1.595	0.095	1.830	0.170

Tab 2: Permittivité relative complexe (ϵ'_r , ϵ''_r) en fonction de la fraction volumique du composite PVC - Fe₃O₄

V	0.0494		0.1046		0.1669		0.2376		0.3185		0.4121		0.5216		0.6515		0.8079		1.000	
ϵ'_r	ϵ'_r	ϵ''_r																		
0.0000	0.0494	0.0494	0.1046	0.1046	0.1669	0.1669	0.2376	0.2376	0.3185	0.3185	0.4121	0.4121	0.5216	0.5216	0.6515	0.6515	0.8079	0.8079	1.000	1.000
2.50	2.62	0.020	3.01	3.01	3.30	3.30	3.78	3.78	4.37	4.37	5.84	5.84	6.96	6.96	8.66	8.66	11.25	11.25	16.26	16.26
0.015	0.020	0.020	0.025	0.025	0.040	0.040	0.053	0.053	0.088	0.088	0.194	0.194	0.328	0.328	0.650	0.650	1.036	1.036	1.670	1.670

ANNEXE B

Permittivités et perméabilité des matériaux SF2, SF10 et DSF10 [24]

F (GHz)	Matériau SF2				Matériau SF10				Matériau DSF10			
	ϵ'	ϵ''	μ'	μ''	ϵ'	ϵ''	μ'	μ''	ϵ'	ϵ''	μ'	μ''
2.00	26.33	0.46	4.66	2.74	9.65	0.04	2.59	0.75	18.05	4.53	1.01	0.02
2.45	26.36	0.15	4.11	2.73	9.58	0.03	2.46	0.75	17.43	4.51	1.05	0.02
2.90	26.68	0.23	3.71	2.61	9.52	0.04	2.34	0.77	16.92	4.49	1.05	0.02
3.35	26.49	0.80	3.51	2.46	9.48	0.04	2.26	0.78	16.49	4.47	1.05	0.01
3.80	27.87	1.01	3.39	2.58	9.43	0.04	2.16	0.79	16.11	4.46	1.04	0.01
4.25	25.48	0.36	3.26	2.48	9.39	0.04	2.09	0.79	15.77	4.45	1.04	0.01
4.70	25.07	0.80	3.20	2.50	9.36	0.05	2.02	0.80	15.47	4.44	10.4	0.01
5.15	24.57	0.53	3.06	2.56	9.33	0.05	1.96	0.81	15.20	4.43	1.03	0.01
5.60	24.33	0.39	2.94	2.58	9.30	0.05	1.91	0.82	14.43	4.28	1.00	0.01
6.05	24.20	0.22	2.82	2.59	9.28	0.06	1.85	0.82	14.70	4.42	1.03	0.01
6.50	24.20	0.05	2.70	2.60	9.25	0.06	1.81	0.83	14.49	4.42	1.03	0.01
6.95	24.13	0.04	2.55	2.61	9.23	0.06	1.77	0.83	14.29	4.40	1.03	0.01
7.40	24.31	0.31	2.35	2.57	9.21	0.06	1.72	0.84	14.10	4.40	1.03	0.01
7.85	24.42	0.69	2.21	2.54	9.19	0.06	1.68	0.84	13.93	4.39	1.02	0.01
8.30	24.52	0.61	2.12	2.52	9.17	0.06	1.65	0.85	13.76	4.39	1.02	0.01
8.75	24.18	0.43	2.06	2.54	9.15	0.07	1.61	0.85	13.59	4.38	1.02	0.01
9.20	23.99	0.85	1.90	2.54	9.13	0.07	1.58	0.85	13.45	4.38	1.02	0.01
9.65	23.07	1.48	1.80	2.68	9.12	0.07	1.55	0.86	13.31	4.38	1.02	0.01
10.10	22.80	1.40	1.76	2.71	9.11	0.07	1.52	0.86	13.16	4.37	1.02	0.01
10.55	23.27	1.38	1.62	2.60	9.13	0.08	1.50	0.87	13.09	4.40	1.02	0.01
11.05	22.44	1.75	1.50	2.69	9.08	0.08	1.46	0.87	12.90	4.37	1.02	0.01
11.50	22.23	1.53	1.49	2.66	9.10	0.08	1.44	0.88	12.84	4.38	1.02	0.01
11.95	22.42	1.71	1.38	2.59	9.05	0.08	1.41	0.88	12.67	4.36	1.01	0.01
12.30	22.58	1.16	1.36	2.53	9.07	0.08	1.39	0.89	12.60	4.37	1.02	0.01
12.85	22.70	1.81	1.17	2.49	9.03	0.08	1.36	0.89	12.45	4.35	1.01	0.01
13.20	22.07	2.74	0.98	2.52	9.05	0.08	1.34	0.89	12.38	4.36	1.01	0.01
13.75	21.30	2.11	0.96	2.55	9.04	0.11	1.32	0.88	12.26	4.35	1.01	0.01
14.20	21.46	2.43	0.94	2.48	9.03	0.09	1.30	0.90	11.72	4.52	1.01	0.01
14.65	21.37	250	0.97	2.43	8.98	0.09	1.27	0.90	12.01	4.35	1.01	0.01
15.10	20.60	3.43	0.73	2.47	9.00	0.09	1.26	0.90	11.87	4.34	1.01	0.01
15.55	20.19	3.71	0.65	2.49	8.96	0.09	1.23	0.90	11.76	4.32	1.00	0.01
15.00	21.00	2.08	0.84	2.29	8.93	0.09	1.21	0.90	11.69	4.33	1.01	0.01
16.45	21.00	2.80	0.71	2.26	8.95	0.09	1.20	0.91	11.67	4.33	1.01	0.01
16.90	19.70	3.31	0.60	2.41	8.96	0.10	1.18	0.91	11.54	4.31	1.00	0.01
17.35	19.46	2.51	0.69	2.33	8.93	0.09	1.16	0.91	11.50	4.33	1.01	0.01
17.80	19.77	2.78	0.61	2.31	8.95	0.09	1.15	0.92	11.39	4.32	1.00	0.01
18.25	19.78	3.40	0.49	2.26	8.91	0.10	1.13	0.92	11.36	4.33	1.00	0.01
18.70	18.23	3.26	0.47	2.41	8.93	0.10	1.11	0.92	11.26	4.27	1.00	0.01
19.15	18.74	4.03	0.36	2.31	8.90	0.10	1.08	0.92	11.21	4.33	1.00	0.01
19.60	18.95	3.70	0.29	2.17	8.91	0.10	1.08	0.92	11.16	4.32	1.00	0.01
20.00	20.06	3.75	0.28	1.98	8.88	0.10	1.06	0.92	11.11	4.31	1.00	0.01

F (GHz)	Matériau DSF10				Matériau SF2				Matériau SF10			
	Réflexion R		Transmission T		Réflexion R		Transmission T		Réflexion R		Transmission T	
	module (dB)	phase (°)										
2.00	-6.18	-137.61	-2.45	-33.03	-5.06	-161.94	-4.61	-88.72	-12.21	-110.11	-0.55	-26.23
2.45	-5.32	-142.23	-2.98	-37.32	-5.28	-168.27	-5.51	-100.62	-10.66	-115.02	-0.75	-31.38
2.90	-4.68	-146.22	-3.47	-41.06	-5.71	-172.35	-6.30	-111.83	-9.45	-119.66	-0.99	-36.31
3.35	-4.19	-149.73	-3.92	-44.38	-6.25	-174.35	-7.05	-122.68	-8.50	-124.04	-1.23	-41.07
3.80	-3.8	-152.84	-4.33	-47.36	-6.80	-174.36	-7.78	-133.34	-7.73	-128.16	-1.49	-45.51
4.25	-3.51	-155.64	-4.71	-50.09	-7.25	-172.66	-8.52	-143.84	-7.11	-132.03	-1.76	-49.80
4.70	-3.26	-158.20	-5.05	-52.62	-7.51	-169.83	-9.31	-154.13	-6.61	-135.64	-2.04	-53.80
5.15	-3.06	-160.54	-5.36	-54.98	-7.56	-166.65	-10.15	-164.16	-6.21	-139.02	-2.33	-57.79
5.60	-2.90	-162.72	-5.64	-57.22	-7.43	-163.81	-11.05	-173.83	-5.88	-142.17	-2.61	-61.53
6.05	-2.76	-164.76	-5.88	-59.36	-7.20	-161.66	-11.99	-176.89	-5.62	-145.11	-2.90	-65.11
6.50	-2.65	-166.67	-6.11	-61.43	-6.92	-160.24	-12.98	-168.04	-5.42	-147.85	-3.18	-68.54
6.95	-2.55	-168.50	-6.30	-63.45	-6.65	-159.40	-14.01	-159.63	-5.26	-150.40	-3.45	-71.86
7.40	-2.48	-170.23	-6.48	-65.42	-6.42	-158.97	-15.07	-151.63	-5.14	-154.77	-3.73	-75.06
7.85	-2.41	-171.90	-6.63	-67.37	-6.22	-158.78	-16.16	-144.03	-5.05	-154.98	-3.99	-78.16
8.30	-2.36	-173.51	-6.76	-69.30	-6.06	-158.72	-17.28	-136.80	-5.00	-157.02	-4.25	-81.17
8.75	-2.33	-175.07	-6.87	-71.23	-5.92	-158.70	-18.42	-129.91	-4.97	-158.92	-4.51	-84.11
9.20	-2.30	-176.59	-6.97	-73.16	-5.82	-158.68	-19.58	-123.34	-4.96	-160.67	-4.76	-86.98
9.65	-2.28	-178.08	-7.05	-75.11	-5.73	-158.64	-20.77	-117.06	-4.97	-162.29	-5.00	-89.79
10.10	-2.28	-179.53	-7.11	-77.08	-5.65	-158.57	-21.98	-111.06	-5.00	-163.78	-5.24	-92.55
10.55	-2.28	-178.88	-7.16	-79.00	-5.58	-158.46	-23.22	-105.34	-5.05	-165.14	-5.47	-95.28
11.00	-2.30	-177.91	-7.19	-81.11	-5.52	-158.33	-24.49	-99.88	-5.11	-166.38	-5.70	-97.97
11.45	-2.32	-176.24	-7.21	-83.18	-5.47	-158.17	-25.79	-94.67	-5.18	-167.49	-5.92	-100.63
11.90	-2.35	-174.86	-7.22	-85.30	-5.41	-158.00	-27.12	-89.72	-5.26	-168.49	-6.14	-103.27
12.35	-2.40	-173.51	-7.22	-87.47	-5.36	-157.83	-28.48	-85.02	-5.35	-169.38	-6.35	-105.89
12.80	-2.45	-172.16	-7.21	-89.70	-5.32	-157.65	-29.87	-80.57	-5.45	-170.15	-6.57	-108.50
13.25	-2.52	-170.03	-7.19	-91.98	-5.27	-157.47	-31.30	-76.37	-5.55	-170.81	-6.77	-111.09
13.70	-2.59	-169.52	-7.17	-94.34	-5.23	-157.30	-32.76	-72.43	-5.66	-171.36	-6.98	-113.69
14.15	-2.68	-168.23	-7.14	-96.75	-5.19	-157.14	-34.25	-68.75	-5.78	-171.79	-7.19	-116.27
14.60	-2.79	-166.96	-7.10	-99.24	-5.15	-156.99	-35.79	-65.32	-5.90	-172.12	-7.39	-118.85
15.05	-2.90	-165.72	-7.06	-101.81	-5.11	-156.85	-37.35	-62.15	-6.02	-172.34	-7.59	-121.44
15.50	-3.04	-164.52	-7.02	-104.45	-5.08	-156.72	-38.96	-59.24	-6.14	-172.45	-7.80	-124.02
15.95	-3.18	-163.35	-6.97	-107.17	-5.05	-156.61	-40.61	-56.60	-6.25	-172.46	-8.00	-126.60
16.40	-3.35	-162.24	-6.93	-109.96	-5.02	-156.50	-42.29	-54.23	-6.35	-172.37	-8.20	-129.19
16.85	-3.52	-161.20	-6.88	-112.84	-4.99	-156.41	-44.02	-52.13	-6.48	-172.18	-8.41	-131.77
17.30	-3.72	-160.23	-6.84	-115.79	-4.97	-156.34	-45.79	-50.31	-6.58	-171.90	-8.61	-134.36
17.75	-3.93	-159.36	-6.81	-118.81	-4.95	-156.28	-47.60	-48.77	-6.68	-171.54	-8.82	-135.95
18.20	-4.16	-158.60	-6.78	-121.90	-4.93	-156.23	-49.45	-47.51	-6.77	-171.10	-9.03	-139.53
18.65	-4.40	-157.98	-6.76	-125.05	-4.91	-156.20	-51.35	-46.55	-6.85	-170.60	-9.24	-142.12
19.10	-4.66	-157.50	-6.74	-128.28	-4.90	-156.18	-53.30	-45.88	-6.92	-170.03	-9.46	-144.71
19.55	-4.93	-157.21	-6.74	-131.56	-4.88	-156.18	-55.29	-45.50	-6.98	-169.42	-9.68	-147.29
20.00	-5.21	-157.11	-6.74	-134.88	-4.87	-155.19	-57.34	-45.43	-7.03	-168.77	-9.90	-149.87

Permittivités et perméabilités des matériaux SF2, SF10
 mesure en cellule coaxiale

[24]

