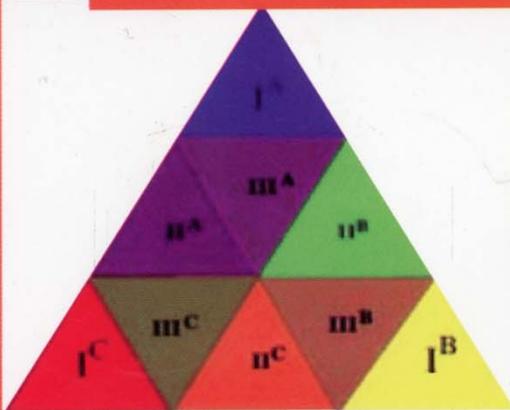


H.BAHI - ABIDET

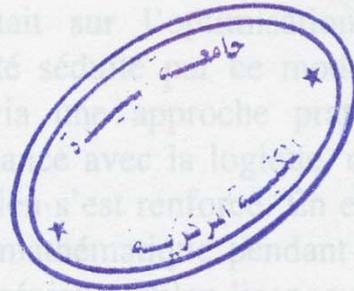
# DE LA LOGIQUE À PROLOG COURS ET EXERCICES



## Prologue

**BAHI - ABIDET HALIMA**

Ma rencontre avec la logique et Prolog date d'une vingtaine d'années à l'occasion d'un projet d'études qui s'intitule « Environnement de résolution de problèmes distribués, basé sur les théories logiques » ce projet portait sur l'élaboration de l'espace de recherche et depuis j'ai été séduite par l'approche de raisonnement. Et bien que ce soit via une approche pédagogique d'implémentation que j'ai fait connaissance avec la logique, c'est par le biais de la pédagogie que notre livre est rendu possible, j'ai enseigné le module de la logique pendant une dizaine d'années (aussi bien pour les ingénieurs qu'en licence dans le système LMD) et au bout de cette dizaine d'années j'ai été promue en troisième année car depuis quelques années j'enseigne le module de la programmation logique et particulièrement Prolog.



Au travers de ce livre, je souhaite d'abord apporter un soutien et un support à ceux qui s'intéressent à la logique et dont le parcours pédagogique passe par la programmation logique, sur la programmation logique ce livre pourrait également servir d'un accompagnement à des étudiants et aux jeunes chercheurs qui frôlent aux portes de la logique et de Prolog.

# DE LA LOGIQUE À PROLOG COURS ET EXERCICES

Cet ouvrage mon admiration pour tous les noms de l'histoire qui ont contribué au passage de la logique théorique (voire philosophique) à des implémentations informatiques, et également témoigne mon attachement à ce mode de représentation de connaissances et d'inférence qui regorge de ressources et qui ne cesse de susciter de l'intérêt, en effet, même en cet air du web sémantique, la logique se maintient par son évolution, les logiques de description qui deviennent aujourd'hui un outil de représentation de connaissances dans la sphère internautes.

En fin, je voudrais remercier mes collègues et amis qui m'ont permis de conduire ce travail de recherche sur la



OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES

# Table des matières

Prologue.....	3
Introduction.....	5
<b>Partie A</b>	
<b>La logique mathématique</b>	
<b>Chapitre 1</b>	
Les systèmes formels	
1.1 Introduction.....	9
1.2. Définition informelle.....	9
1.2.1. Exemple illustratif : La théorie des couleurs.....	9
1.2.2. Exemples additionnels.....	10
1.3. Définition formelle.....	12
1.4. Dédution.....	12
1.4.1. Exemple introductif : Le système <i>MIU</i> .....	12
1.4.2. La déduction.....	12
1.5. Notion d'interprétation.....	13
1.6. Quelques propriétés d'un SF.....	15
1.6.1. La cohérence.....	15
1.6.2. La consistance.....	15
1.6.3. La décidabilité.....	15
Exercices.....	17
<b>Chapitre 2</b>	
<b>La logique propositionnelle</b>	
2.1. Introduction.....	19
2.2. Le langage.....	20
2.2.1. L'alphabet.....	20
2.2.2. Les formules bien formées.....	20
2.3. Théorie de la preuve.....	21
2.3.1. Les axiomes.....	21
2.3.2. Règles d'inférence.....	22
2.3.3. Notion de démonstration.....	23
2.3.4. Théorème de la déduction.....	24
2.3.5. Théorème de la réfutation.....	25
2.4. Théorie des modèles.....	26
2.4.1. Notion d'interprétation, notion de modèle.....	26

2.4.2. Notion de validité.....	27
2.5. Équivalence entre deux formules et formes normales.	28
2.6. Équivalence entre les deux approches.....	31
Exercices.....	32

### Chapitre 3 La logique des prédicats

3.1. Introduction.....	33
3.2. Le langage.....	34
3.2.1 L'alphabet.....	34
3.2.2. Définitions.....	34
3.2.3. Portée d'un quantificateur.....	35
3.2.4. Formules congrues.....	36
3.2.5. Substitution et instanciation.....	37
3.3. Théorie de la preuve.....	37
3.3.1. Les axiomes.....	37
3.3.2. Règles d'inférence.....	37
3.4. Théorie des modèles.....	38
3.4.1. Notion d'interprétation.....	38
3.4.2. Notion de validité, notion de modèle.....	41
3.5. Équivalence entre les deux approches.....	41
Exercices.....	43

### Chapitre 4 Méthode de Herbrand

4.1. Introduction.....	45
4.2. Mise sous forme clausale.....	45
4.2.1. Élimination des symboles d'implication et d'équivalence.....	46
4.2.2. Réduction de la portée des négations.....	46
4.2.3. Mise sous forme prénexé.....	46
4.2.4. Élimination des quantificateurs existentiels (Skolémisation).....	48
4.2.5. Élimination des quantificateurs universels.....	49
4.2.6. Passage en forme conjonctive.....	49
4.3. Les interprétations de Herbrand.....	50
4.4. Modèle de Herbrand et méthode de Herbrand.....	53
4.5. Exemple d'application de la méthode de Herbrand...	53
Exercices.....	56

## Partie B Prolog

### Chapitre 5

#### L'unification et la résolution

5.1. Substitution.....	59
5.2. Unification.....	59
5.2.1. Unification.....	59
5.2.2. Couple de désaccord.....	60
5.2.3. L'algorithme d'unification.....	60
5.3. La résolution.....	61
5.3.1. La règle de résolution.....	62
5.3.2. Principe de résolution.....	62
5.3.3. Détermination des résolvantes.....	63
5.3.4. Propriétés de la résolution.....	64
Exercices.....	65

### Chapitre 6

#### Prolog - Le langage et la résolution

6.1. Introduction.....	67
6.2. Le langage.....	67
6.2.1. Les variables.....	68
6.2.2. Les termes élémentaires.....	68
6.2.3. Les termes composés.....	68
6.2.4. Les prédicats.....	69
6.3. Programme Prolog.....	69
6.3.1. Clauses de Horn.....	69
6.3.2. Programme Prolog.....	70
6.3.3. Exécution d'un programme Prolog.....	71
6.3.4. Exemple d'un programme Prolog.....	72
6.4. L'arithmétique.....	73
6.5. Arbre de recherche.....	74
6.5.1. Unification de prédicats.....	75
6.5.2. Graphe de résolution.....	75
Exercices.....	77

## Chapitre 7 La récursivité et les listes

7.1. Exemple introductif.....	81
7.2. Les liste.....	83
7.2.1. La recherche d'un élément dans une liste.....	83
7.2.2. Longueur d'une liste.....	84
7.2.3. Suppression d'un élément d'une liste.....	84
7.2.4. Insertion d'un élément dans une liste.....	85
7.2.5. Concaténation de deux listes.....	85
7.3. Introduction au tri.....	86
7.3.1. Le tri par insertion.....	86
7.3.2. Le tri rapide.....	87
Exercices.....	88

## Chapitre 8 La coupure et la négation en Prolog

8.1. La coupure : Exemple introductif.....	91
8.1.1. Le coupe-choix.....	91
8.1.2. Le coupe-choix vert et le coupe-choix rouge...	93
8.1.3. La conditionnelle.....	93
8.2. La négation.....	93
Exercices.....	95

