

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Blida
Institut de Physique

THESE

Pour l'obtention du diplôme de

MAGISTER

en Physique appliquée

Option : Instrumentation , Mesures Physiques et Optoélectronique

par

Rachid DJOUAHER

MESURE DE LA PERMITTIVITE COMPLEXE MICRO-ONDE
D'ECHANTILLONS DIELECTRIQUES SOLIDES ET LIQUIDES PAR
LA METHODE DES CAVITES RESONNANTES SUR LES MODES TM_{0n0} :
Etude comparée de deux techniques de calcul

Soutenue le 29 Juin 1995 devant la commission d'examen

Jury:

H. Salhi	U. de Blida	Président
N. Beldjoudi	U.S.T.H.B.	Examineur
M. Bensebti	U. de Blida	Examineur
N. Haine	U.S.T.H.B.	Examineur
Z. Terra	E.N.P.A.	Examineur
Y. Alayli	U. de Compiègne	Rapporteur
H. Zaidi	U.S.T.H.B.	Rapporteur

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université de Blida

Institut de Physique

THESE

Pour l'obtention du diplôme de

MAGISTER

en Physique appliquée

Option : Instrumentation , Mesures Physiques et Optoélectronique

par

Rachid DJOUAHER

MESURE DE LA PERMITTIVITE COMPLEXE MICRO-ONDE
D'ECHANTILLONS DIELECTRIQUES SOLIDES ET LIQUIDES PAR
LA METHODE DES CAVITES RESONNANTES SUR LES MODES TM_{0n0} :

Etude comparée de deux techniques de calcul

Soutenue le 29 Juin 1995 devant la commission d'examen

Jury:

H. Salhi	U. de Blida	Président
N. Beldjoudi	U.S.T.H.B.	Examineur
M. Bensebti	U. de Blida	Examineur
N. Haine	U.S.T.H.B.	Examineur
Z. Terra	E.N.P.A.	Examineur
Y. Alayli	U. de Compiègne	Rapporteur
H. Zaidi	U.S.T.H.B.	Rapporteur

RÉSUMÉ

REMERCIEMENTS

Nous avons présenté une méthode de mesure de la permittivité complexe d'échantillons diélectriques solides et liquides, avec et sans pertes par les cavités résonantes dans le domaine des fréquences centimétriques.

Deux techniques de calcul sont présentées et leurs résultats sont confrontés.

Ce travail a été effectué au laboratoire diélectriques de l'USTHB dirigé par le Pr Bendaoud à qui j'exprime ma profonde gratitude.

J'adresse mes remerciements les plus vifs à Mrs Y. Alayli et H. Zaidi respectivement de l'Université de

Compiègne, France et de l'USTHB pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail ainsi que les encouragements et les nombreux conseils qu'ils m'ont prodigués.

Je remercie vivement Mr H. Salhi de l'Université de Blida qui a accepté de présider ce jury. Mes remerciements vont également à Mrs Beldjoudi et Haine de l'USTHB, Mr Terra de l'ENPA et Mr Bensebti de l'UB pour avoir accepté de faire partie de ce Jury.

MOTS CLÉS

micro-ondes, cavité résonante, théorie des perturbations, équation caractéristique, permittivité complexe, mesures diélectriques.

RÉSUMÉ

Nous avons présenté une méthode de mesure de la permittivité complexe d'échantillons diélectriques solides et liquides, avec et sans pertes par les cavités résonantes dans le domaine des fréquences centimétriques. Deux techniques de calcul sont présentées et leurs résultats sont confrontés.

La technique des perturbations aboutit sur une formule simple donnant des résultats satisfaisants pour les diélectriques à faibles pertes et à constante diélectrique modérée.

La technique de l'équation caractéristique fait intervenir une analyse électromagnétique rigoureuse et aboutit à une équation transcendante. Cette équation est résolue par des méthodes numériques et donne des résultats avec une très bonne précision pour ϵ' allant de 1 à 80 et ϵ'' allant de 0 à 30.

Les résultats montrent que contrairement à la formule des perturbations ϵ' et ϵ'' sont fonction et du décalage de fréquence et de la variation du facteur de surtension.

Une cavité résonante a été réalisée, elle est de forme cylindrique et est accordée sur le mode TM_{020} .

Des mesures ont été effectuées sur 03 échantillons différents et les résultats obtenus sont conformes à ceux

donnés par la littérature scientifique.

MOTS CLÉS

micro-ondes, cavité résonante, théorie des perturbations, équation caractéristique, permittivité complexe, mesures diélectriques.

ABSTRACT

We have presented a method for the measurement of the complex permittivity of dielectric samples in a microwave resonant cavity.

Two computational techniques are proposed and their results are confronted.

The perturbation technique leads to a simple formula and gives satisfactory results for low loss dielectrics with a moderate dielectric constant.

The characteristic equation technique is based on a rigorous electromagnetic analysis and leads to an analytical transcendental equation. This equation is numerically solved and gives results with a high precision for ϵ' from 1 to 80 and ϵ'' from 0 to 30.

Once confronted the two methods show a good agreement for low frequency shifts and high Q factors, otherwise ϵ' and ϵ'' become function of not only the frequency shift but of the change of Q factor also.

A resonant cavity has been realized, it is of cylindrical shape and is tuned on the TM_{020} mode at $f = 10$ GHz.

Measurements have been made on three (03) different samples and the results agree with those published.

KEYWORDS

resonant cavity , microwaves , perturbation theory , characteristic equation , complex permittivity , dielectric measurement .

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

CHAP. I : THÉORIE DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES STATIONNAIRES DANS LES CAVITÉS CYLINDRIQUES

I. RELATIONS GÉNÉRALES

Modes TE_{mnp}

Modes TM_{mnp}

II. APPLICATION AU MODE TM_{020}

A. Cavité vide

B. La cavité contient un diélectrique solide sans pertes

C. La cavité contient un diélectrique liquide sans pertes

D. La cavité contient un diélectrique solide à faibles pertes

E. La cavité contient un diélectrique liquide à faibles pertes

F. La cavité contient un diélectrique solides avec pertes

G. La cavité contient un diélectrique liquide avec pertes

CHAP. II : LA THÉORIE DES PERTURBATIONS DANS LES CAVITÉS RÉSONANTES

I. INTRODUCTION

II. DÉRIVATION DE LA FORMULE DES PERTURBATIONS

III. APPLICATION AU MODE TM_{020}

A. Cas d'un diélectrique sans pertes

B. Cas d'un diélectrique avec pertes

IV. CALCUL DES EFFETS DE LA CAVITÉ RÉELLE

- A. Effet de la conductivité finie des parois
- B. Effet des trous d'insertion
- D.
 - 1. Cavité vide
 - 2. Cavité contenant un diélectrique sans pertes
 - 3. Cavité contenant un diélectrique avec pertes
- C. Effet du tube de verre pour les échantillons liquides
- D. Effet de l'air à l'intérieur de la cavité

CHAP. III : RÉALISATION DE LA CAVITÉ

- I. INTRODUCTION
- II. DIAGRAMME DES MODES
 - A. Linéarisation des formules
 - B. Diagramme des modes
- III. CALCUL DE LA CAVITÉ
 - A. Choix du mode de travail
 - B. Dimensions de la cavité
 - C. Excitation de la cavité
- IV. RÉALISATION DE LA CAVITÉ

CHAP. IV : MESURES ET RÉSULTATS

- I. INTRODUCTION
- II. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE
 - A. Banc de mesure
 - B. Principe de mesure
 - C. Identification des modes de la cavité non percée
 - 1. Spectre global
 - 2. Spectre des modes TM₀₂₀ et TM₂₁₀

3. Spectre du mode TM020 seul

4. Conclusion

D. Identification des modes de la cavité percée

1. Perçage de la cavité

2. Spectre du mode TM020

3. Conclusion

E. Application à la mesure de ϵ' et ϵ''

1. Principe de mesure

2. Caractéristiques du capillaire utilisé

3. Mesure de ϵ'

4. Mesure de ϵ''

5. Mesures sur le Benzène

6. Mesures sur le CCl4

7. Mesures sur l'Acétone

8. Mesures sur le tube capillaire

9. Tableau récapitulatif

III. RÉSULTATS THÉORIQUES

A. Diélectrique solide sans pertes

B. Diélectrique liquide sans pertes

C. Diélectrique solide avec pertes

D. Diélectrique liquide avec pertes

E. Conclusion

CONCLUSION

ANNEXES

BIBLIOGRAPHIE

L'importance des cavités résonantes va bien au delà de leur utilisation en tant qu'élément résonnant ou en tant que fréquencesmètre dans les circuits hyperfréquences; elles ont en effet été largement utilisées pour mesurer la conductivité σ et la constante diélectrique ϵ de différents matériaux dans le domaine des micro-ondes.

Les mesures sont réalisées en introduisant un échantillon de faibles dimensions et de forme appropriée dans une cavité résonante et puis déterminer les propriétés de l'échantillon à partir du décalage de la fréquence de résonance δf et de la variation du facteur de qualité $\Delta(1/Q)$.

Le traitement le plus ancien de la théorie des perturbations dans les cavités résonantes remonte à 1943 et a été donné par Bethe et Scwinger. **INTRODUCTION** traité l'effet de l'introduction d'un échantillon de faibles dimensions dans la cavité et aussi l'effet d'une petite déformation de la paroi de la cavité.

Plus tard Casimir ([7] : 1951) a étendu la théorie à la détermination des propriétés magnétiques d'une petite sphère. Une dérivation détaillée de la formule des perturbations donnant le décalage de la fréquence de résonance, provoquée par l'introduction d'un petit échantillon diélectrique dans une cavité, a été obtenue par Weidron ([25] : 1960).

La première application de la théorie à la mesure de σ et ϵ a été développée par Birnbaum et Francesu ([4] : 1949). Ils ont utilisé des échantillons cylindriques solides et liquides dans une cavité rectangulaire résonant sur le mode TE_{106} .

L'importance des cavités résonantes va bien au delà de leur utilisation en tant qu'élément résonnant ou en tant que fréquencesmètre dans les circuits hyperfréquences, elles ont en effet été largement utilisée pour mesurer la conductivité σ et la constante diélectrique ϵ de différents matériaux dans le domaine des micro-ondes.

Les mesures sont réalisées en introduisant un échantillon de faibles dimensions et de forme appropriée dans une cavité résonante et puis déterminer les propriétés de l'échantillon à partir du décalage de la fréquence de résonance δf et de la variation du facteur de qualité $\Delta(1/Q)$.

Le traitement le plus ancien de la théorie des perturbations dans les cavités résonantes remonte à 1943 et a été donné par Bethe et Scwinger ([3] : 1943). Ils ont traité l'effet de l'introduction d'un échantillon de faibles dimensions dans la cavité et aussi l'effet d'une petite déformation de la paroi de la cavité.

Plus tard Casimir ([7] : 1951) a étendu la théorie à la détermination des propriétés magnétiques d'une petite sphère.

Une dérivation détaillée de la formule des perturbations donnant le décalage de la fréquence de résonance, provoquée par l'introduction d'un petit échantillon diélectrique dans une cavité, a été obtenue par Waldron ([26] : 1960).

La première application de la théorie à la mesure de σ et ϵ a été développée par Birnbaum et Franeau ([4] : 1949). Ils ont utilisé des échantillons cylindriques solides et liquides dans une cavité rectangulaire résonant sur le mode TE_{106} .

Cette méthode a revu le jour à maintes reprises avec à chaque fois un traitement mathématique différent pour le calcul des champs dans l'échantillon ([11]:1970 , [12]:1977 , [17]:1981, [8]:1985 , [21]:1985 , [20]:1991 , [23]:1991). Cette méthode de diagnostic est toujours d'un grand intérêt vu la précision avec laquelle les résultats peuvent être obtenus.

La précision globale des résultats dépend non seulement de la technique expérimentale mais aussi de la sophistication de l'analyse mathématique utilisée .

Dans la présente étude notre intérêt s'est porté sur une cavité cylindrique résonant sur le mode magnétique TM_{020} pouvant accepter des échantillons cylindriques de faibles dimensions et placés en son centre .

L'objectif de notre travail est d'exposer la théorie classique des perturbations appliquée aux cavités résonantes pour la détermination des permittivités complexes d'échantillons cylindriques puis améliorer la précision des résultats par un calcul rigoureux des expressions exactes des champs électrique et magnétique dans la cavité avant et après introduction de l'échantillon.

On commencera donc par exposer la théorie des ondes électromagnétiques dans les cavités cylindriques , puis l'application de la théorie des perturbations à une cavité cylindrique résonant sur le mode TM_{0n0} .On calculera ensuite l'effet des paramètres non idéaux de la cavité (trous d'insertion, conductivité finie des parois et effet du tube pour les échantillons liquides). On suivra par une partie

expérimentale où l'on décrira le dispositif expérimental utilisé, des mesures seront réalisées sur des échantillons dont les permittivités sont connues. Les résultats trouvés par la technique des perturbations seront enfin confrontés à ceux trouvés par la résolution exacte (méthode de l'équation caractéristique) afin de montrer les limites de validité de la technique des perturbations.

CHAPITRE I

THEORIE DES ONDES

ELECTROMAGNETIQUES

STATIONNAIRES

DANS LES

CAVITES CYLINDRIQUES

I. RELATIONS GÉNÉRALES

Les cavités sont des enceintes métalliques complètement fermées, vides de matière ou remplies d'un bon diélectrique et dans lesquelles on peut entretenir des oscillations électromagnétiques. Elles possèdent un spectre complet de fréquences propres dont la plus basse, le fondamental, correspond à une longueur d'onde de grandeur que les dimensions géométriques de l'enceinte: ainsi un cylindre droit de rayon 2.93 cm résonne sur une longueur d'onde de 3.3 cm.

Pour déterminer les oscillations libres des cavités on part des équations de Maxwell et leurs conditions aux limites en faisant certaines hypothèses.

THEORIE DES ONDES

- Les parois de la cavité sont formées de conducteur parfait.
- Le milieu est électromagnétique linéaire et isotrope; ses propriétés caractérisées par les paramètres $\epsilon' = \epsilon_0$, $(\epsilon' - j\sigma)$ dépendent pas des coordonnées dans la cavité.
- Les densités de charge et de courant sont nulles à l'intérieur de la cavité.

Moyennant **CAVITÉS CYLINDRIQUES**

$$\text{ROT } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \text{ROT } \vec{H} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (I-1)$$

$$\text{Div } \vec{E} = 0 \quad \text{Div } \vec{H} = 0$$

et leurs conditions aux limites sur les parois de la cavité :

I. RELATIONS GÉNÉRALES

Les cavités sont des enceintes métalliques complètement fermées, vides de matière ou remplies d'un bon diélectrique et dans lesquelles on peut entretenir des oscillations électromagnétiques. Elles possèdent un spectre complet de fréquences propres dont la plus basse, le fondamental, correspond à une longueur d'onde du même ordre de grandeur que les dimensions géométriques de l'enceinte: ainsi un cylindre droit de rayon 2.93 cm résonne sur une longueur d'onde de 3.3 cm.

Pour déterminer les oscillations libres des cavités on part des équations de Maxwell et leurs conditions aux limites en faisant certaines hypothèses simplificatrices :

- Les parois de la cavité sont formées de conducteur parfait.
- Le milieu remplissant la cavité est homogène, linéaire et isotrope; ses propriétés caractérisées par les paramètres $\epsilon^{\dagger} = \epsilon_0 (\epsilon' - j\epsilon'')$ et $\mu^{\dagger} = \mu_0 (\mu' - j\mu'')$ ne dépendent pas des coordonnées dans la cavité.
- Les densités de charge électrique et de courant sont nulles à l'intérieur de la cavité.

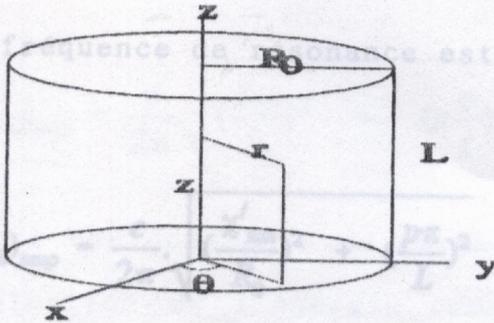
Moyennant ces hypothèses les équations de Maxwell :

$$\text{ROT } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{ROT } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (I-1)$$

$$\text{Div } \vec{E} = 0 \quad \text{Div } \vec{B} = 0$$

et leurs conditions aux limites sur les parois de la cavité :

$$\vec{E}_{\text{Tang}} = \vec{0} \quad \vec{H}_{\text{Norm}} = \vec{0} \quad (1-2)$$



donnent : en coordonnées cylindriques pour une cavité de longueur L et de base de rayon R_0 : ([1] , [14] , [17] , [20] , [22] , [37]) :

MODES TEMnp

$$H_z = A J_m(k_c r) \cos(m\theta) \cos(k_g z)$$

$$H_r = \left(\frac{k_g}{k_c}\right) A J'_m(k_c r) \cos(m\theta) \cos(k_g z) \quad (1-3)$$

$$H_\theta = \left(\frac{k_g}{k_c^2}\right) A m \frac{J_m(k_c r)}{r} \sin(m\theta) \cos(k_g z)$$

$$E_z = 0$$

$$E_r = -j \left(\frac{\omega \mu}{k_c^2}\right) A m \frac{J_m(k_c r)}{r} \sin(m\theta) \sin(k_g z)$$

$$E_\theta = -j \left(\frac{\omega \mu}{k_c}\right) A J'_m(k_c r) \cos(m\theta) \sin(k_g z)$$

$$\text{avec: } k_g = p \frac{\pi}{L} \quad ; \quad k_c = \frac{\chi'_{mn}}{R_0} \quad ; \quad \epsilon \mu \omega^2 = k_g^2 + k_c^2 \quad (1-4)$$

χ'_{mn} est la $n^{\text{ième}}$ racine de la dérivée de la fonction de Bessel d'ordre m ($J'_m(\chi'_{mn}) = 0$).

La fréquence de résonance est donnée par :

$$(f_{TM})_{mp} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\chi'_{mn}}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2} \quad (1-8)$$

$$(f_{TE})_{mp} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\chi'_{mn}}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2} \quad (1-5)$$

MODES TM_{mp}

$$E_z = A J_m(k_c r) \cos(m\theta) \cos(k_s z) \quad (1-9)$$

$$E_r = -\left(\frac{k_s}{k_c}\right) A J'_m(k_c r) \cos(m\theta) \sin(k_s z)$$

$$E_\theta = \left(\frac{k_s}{k_c^2}\right) A m \frac{J_m(k_c r)}{r} \sin(m\theta) \sin(k_s z) \quad (1-6)$$

$$H_z = 0 \quad (1-10)$$

$$H_r = -j \left(\frac{\omega \epsilon}{k_c^2}\right) A m \frac{J_m(k_c r)}{r} \sin(m\theta) \cos(k_s z)$$

$$H_\theta = -j \left(\frac{\omega \epsilon}{k_c}\right) A J'_m(k_c r) \cos(m\theta) \cos(k_s z) \quad (1-11)$$

avec: $k_s = \frac{p\pi}{L}$; $k_c = \frac{\chi_{mn}}{R_0}$; $\epsilon \mu \omega^2 = k_s^2 + k_c^2$ (1-7)

χ_{mn} est la nième racine de la fonction de Bessel d'ordre m .

La fréquence de résonance est donnée par :

A. Cavité vide

$$(f_{TM})_{mnp} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\chi_{mn}}{R_0}\right)^2 + \left(p\frac{\pi}{L}\right)^2} \quad (1-8)$$

A est une constante de normalisation qui peut être obtenue par évaluation de l'énergie emmagasinée dans la cavité . De cette manière l'amplitude des champs est obtenue pour une énergie donnée.

$$W = \frac{1}{2} \iiint_{V_c} (\epsilon E^2 - \mu H^2) dV \quad (1-9)$$

Sachant que \iiint_{V_c} est équivalent à $\int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^R$ et que $J_n(\chi_{nn}) = 0$ pour les modes TM et $J'_n(\chi'_{nn}) = 0$ pour les modes TE on obtient :

On remarque que ces modes possèdent une composante pour chaque champ : une axiale pour le champ électrique et l'autre angulaire

$$\text{Mode TM: } W = \frac{\epsilon\mu\omega^2 \epsilon A^2 V_c}{2(\epsilon\mu\omega^2 - (p\frac{\pi}{L})^2)} J_m'^2(\chi_{mn}) \quad (1-10)$$

$$\text{Mode TE: } W = \frac{\epsilon\mu\omega^2 (1 - \frac{m^2}{\chi_{mn}'^2}) \mu A^2 V_c}{2(\epsilon\mu\omega^2 - (p\frac{\pi}{L})^2)} J_m^2(\chi'_{mn}) \quad (1-11)$$

Si n ou p = 0 multiplier le terme de droite par 2 .

II. APPLICATION AU MODE TM_{0n0}

A. Cavité vide

$$E_z = A J_0(k_c r)$$

$$H_\theta = j \frac{A}{Z_0} J_1(k_c r)$$

$$E_r = E_\theta = H_r = H_z = 0$$

$$k_c = \frac{\chi_{0n}}{R} ; \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

$$f = \frac{c \chi_{0n}}{2\pi R} ; \quad A = \sqrt{\frac{W}{\epsilon_0 V_c J_1^2(\chi_{0n})}} \quad (I-14)$$

On remarque que ces modes possèdent une composante pour chaque champ : une axiale pour le champ électrique et l'autre angulaire pour le champ magnétique .



Planche I-4: Lignes de champ électrique et magnétique dans une cavité cylindrique résonnant sur les mode magnétiques TM_{010} , TM_{020} , TM_{030}

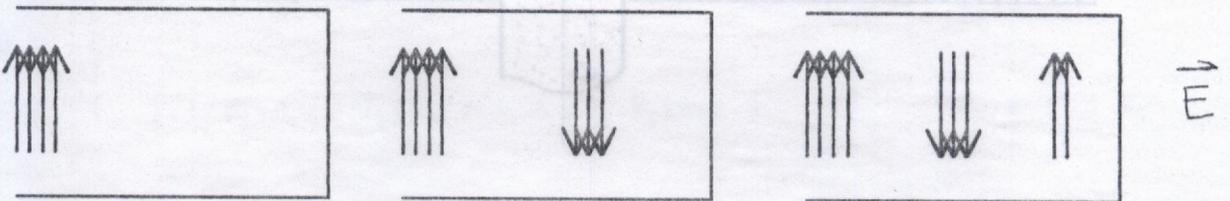
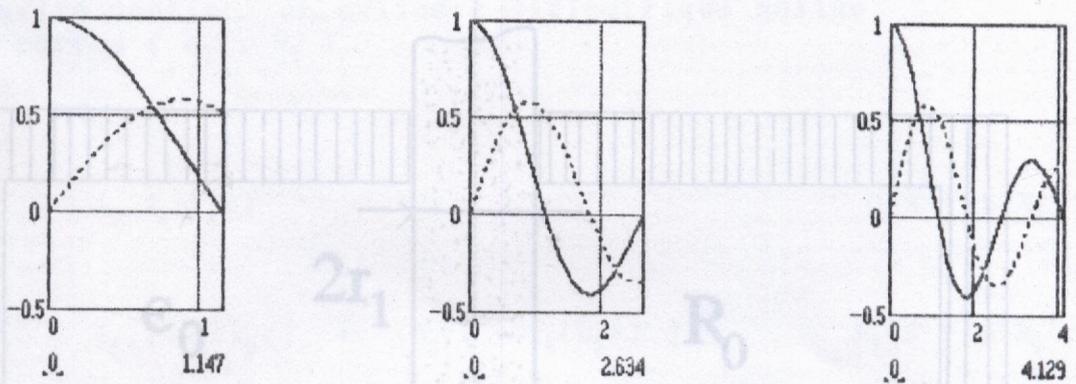
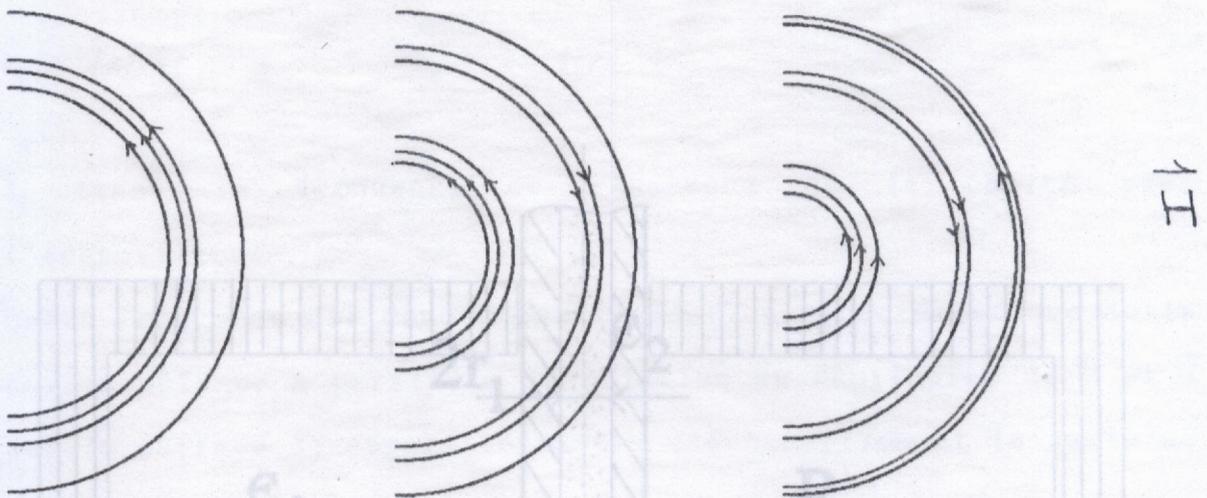


Fig. 7-1 : Diélectrique solide



TM₀₁₀

TM₀₂₀

TM₀₃₀

Planche I-1: Lignes de champ électrique et magnétique dans une cavité cylindrique résonnant sur les mode magnétiques TM_{010} , TM_{020} , TM_{030}

B. la cavité contient un cylindre diélectrique solide sans pertes (ϵ_1, R_1).

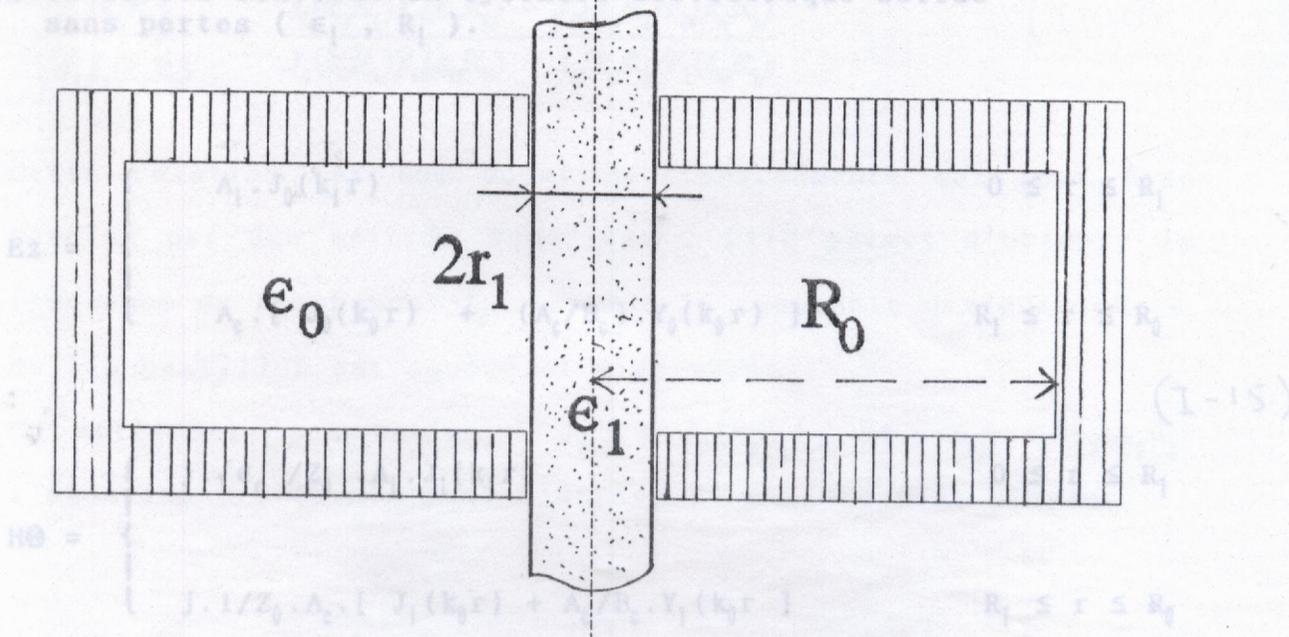


Fig. I-1 : Diélectrique solide

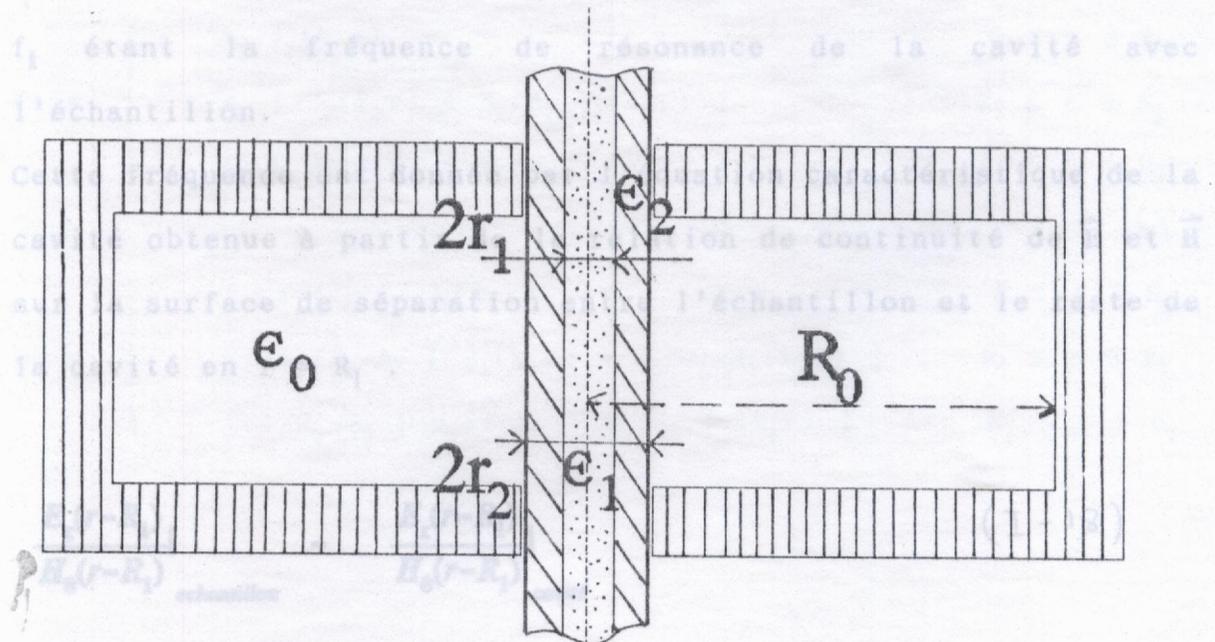


Fig I-2 : Diélectrique liquide.

B. la cavité contient un cylindre diélectrique solide sans pertes (ϵ_1, R_1).

Cette relation est une équation transcendante qui peut être résolue par une méthode numérique. Elle permet d'obtenir la fréquence de résonance lorsque la constante diélectrique ϵ_1 de l'échantillon est connue et vice-versa.

$$E_z = \begin{cases} A_1 \cdot J_0(k_1 r) & 0 \leq r \leq R_1 \\ A_c \cdot [J_0(k_0 r) + (A_c/B_c) \cdot Y_0(k_0 r)] & R_1 \leq r \leq R_0 \end{cases} \quad (I-15)$$

En utilisant la notation $J_{1m} = J_1(k_1 R_1)$ et $Y_{1m} = Y_1(k_1 R_1)$, l'équation précédente peut s'écrire de manière plus simple:

$$H_\theta = \begin{cases} j \cdot \sqrt{\epsilon_1} / Z_0 \cdot A_1 \cdot J_1(k_1 r) & 0 \leq r \leq R_1 \\ j \cdot 1/Z_0 \cdot A_c \cdot [J_1(k_0 r) + A_c/B_c \cdot Y_1(k_0 r)] & R_1 \leq r \leq R_0 \end{cases}$$

$$E_z(R_0) = 0 \quad \rightarrow \quad A_c/B_c = - J_0(k_0 R_0) / Y_0(k_0 R_0) \quad (I-16)$$

C. La cavité contient un cylindre diélectrique liquide sans pertes (ϵ_1, R_1) dans un verre (ϵ_2, R_2).

$$k_1 = \sqrt{\epsilon_1} k_0 \quad k_0 = 2\pi f_R / c \quad (I-17)$$

f_R étant la fréquence de résonance de la cavité avec l'échantillon.

Cette fréquence est donnée par l'équation caractéristique de la cavité obtenue à partir de la relation de continuité de \vec{E} et \vec{H} sur la surface de séparation entre l'échantillon et le reste de la cavité en $r = R_1$.

$$\frac{E_z(r-R_1)}{H_\theta(r-R_1)} \Big|_{\text{échantillon}} = \frac{E_z(r-R_1)}{H_\theta(r-R_1)} \Big|_{\text{cavité}} \quad (I-18)$$

$$\frac{J_0(k_1 R_1)}{\sqrt{\epsilon_1} J_1(k_1 R_1)} = \frac{J_0(k_0 R_1) Y_0(k_0 R_0) - J_0(k_0 R_0) Y_0(k_0 R_1)}{J_1(k_0 R_1) Y_0(k_0 R_0) - J_0(k_0 R_0) Y_1(k_0 R_1)} \quad (1-19)$$

Cette relation est une équation transcendante qui peut être résolue par une méthode numérique. Elle permet d'obtenir la fréquence de résonance f_R lorsque la constante diélectrique ϵ_r de l'échantillon est connue et vice-versa.

En utilisant la notation $J_{npq} = J_n(k_p R_q)$ et $Y_{npq} = Y_n(k_p R_q)$ l'équation précédente peut s'écrire de manière plus simple:

$$\sqrt{\epsilon_1} \frac{J_1(\sqrt{\epsilon_1} k_0 R_1)}{J_0(\sqrt{\epsilon_1} k_0 R_1)} = \frac{J_{001} Y_{000} - J_{000} Y_{001}}{J_{101} Y_{000} - J_{000} Y_{101}} \quad (1-20)$$

C. La cavité contient un cylindre diélectrique liquide sans pertes (ϵ_1, R_1) dans un tube de verre (ϵ_2, R_2).

$$Ez = \begin{cases} A_1 \cdot J_0(k_1 r) & 0 \leq r \leq R_1 \\ A_2 \cdot [J_0(k_2 r) + B_2/A_2 \cdot Y_0(k_2 r)] & R_1 \leq r \leq R_2 \\ A_0 \cdot [J_0(k_0 r) + B_0/A_0 \cdot Y_0(k_0 r)] & R_2 \leq r \leq R_0 \end{cases} \quad (1-21)$$

$$H\theta = \begin{cases} j \cdot \sqrt{\epsilon_1} / Z_0 \cdot A_1 \cdot J_1(k_1 r) & 0 \leq r \leq R_1 \\ j \cdot \sqrt{\epsilon_2} / Z_0 \cdot A_2 \cdot [J_1(k_2 r) + B_2/A_2 \cdot Y_1(k_2 r)] & R_1 \leq r \leq R_2 \\ j \cdot 1 / Z_0 \cdot A_0 \cdot [J_1(k_0 r) + B_0/A_0 \cdot Y_1(k_0 r)] & R_2 \leq r \leq R_0 \end{cases}$$

Les relations de continuité de \vec{E} et \vec{H} sur les parois de la cavité et sur les surfaces de séparation entre les milieux différents donnent:

$$\sqrt{\epsilon_1} \frac{J_1(\sqrt{\epsilon_1} k_0 R_1)}{J_0(\sqrt{\epsilon_1} k_0 R_1)} = \sqrt{\epsilon_2} \frac{J_{022} Y_{121} - J_{121} Y_{022} + G(J_{121} Y_{122} - J_{122} Y_{121})}{J_{022} Y_{021} - J_{021} Y_{022} + G(J_{021} Y_{122} - J_{122} Y_{021})} \quad (I-25)$$

* Continuité en $r = R_0$ (paroi de la cavité).

$$B_0/A_0 = - J_0(k_0 R_0) / Y_0(k_0 R_0) \quad (I-22)$$

Cette expression est une équation transcendante qui permet

d'obtenir la fréquence de résonance f_0 de la cavité lorsque la

* Continuité en $r = R_2$ (surface de séparation entre le verre et le reste de la cavité) connue et permet

aussi d'obtenir ϵ_1 lorsque f_0 est connue.

On suppose, bien sûr, que la constante diélectrique ϵ_1 du tube de

verre est connue et que la constante diélectrique ϵ_2 du tube de

$$\frac{J_0(k_2 R_2) + \frac{B_2}{A_2} Y_0(k_2 R_2)}{\sqrt{\epsilon_2} [J_1(k_2 R_2) + \frac{B_2}{A_2} Y_1(k_2 R_2)]} = \frac{J_0(k_0 R_2) + \frac{B_0}{A_0} Y_0(k_0 R_2)}{J_1(k_0 R_2) + \frac{B_0}{A_0} Y_1(k_0 R_2)} \quad (I-23)$$

* Continuité en $r = R_1$ (surface de séparation entre le diélectrique et le verre)

$$\frac{J_0(k_1 R_1)}{\sqrt{\epsilon_1} J_1(k_1 R_1)} = \frac{J_0(k_2 R_1) + B_2/A_2 Y_0(k_2 R_1)}{\sqrt{\epsilon_2} [J_1(k_1 R_1) + B_2/A_2 Y_1(k_2 R_1)]} \quad (I-24)$$

En utilisant la notation introduite au paragraphe B. et en combinant les équations I.22, I.23, I.24 on obtient :

$$\sqrt{\epsilon_1} \frac{J_1(\sqrt{\epsilon_1} k_0 R_1)}{J_0(\sqrt{\epsilon_1} k_0 R_1)} = \sqrt{\epsilon_2} \frac{J_{022} Y_{121} - J_{121} Y_{022} + G(J_{121} Y_{122} - J_{122} Y_{121})}{J_{022} Y_{021} - J_{021} Y_{022} + G(J_{021} Y_{122} - J_{122} Y_{021})} \quad (I-25)$$

On fera remarquer que dans ces conditions k_1 et k sont complexes

avec :

$$G = \sqrt{\epsilon_2} \frac{J_{002} Y_{000} - Y_{002} J_{000}}{J_{102} Y_{000} - Y_{102} J_{000}} \quad (I-26)$$

qui nous donnera :

Cette expression est une équation transcendante qui permet d'obtenir la fréquence de résonance f_R de la cavité lorsque la constante diélectrique ϵ_1 de l'échantillon est connue et permet aussi d'obtenir ϵ_1 lorsque f_R est connue.

On suppose, bien sûr, que la constante diélectrique ϵ_2 du tube de verre est connue avec une précision acceptable.

D. La cavité contient un diélectrique solide à faibles pertes (ϵ^* , R_1).

Puisqu'on a affaire à un diélectrique à faibles pertes, ϵ'' et $1/Q_0$ sont faibles ce qui fait que k'' est faible devant k' . Ceci nous permettra donc de développer les fonctions de Bessel $J_0(kr)$ et $J_1(kr)$ en série de Taylor

$$Ez = \begin{cases} A_1 \cdot J_0(k_1 r) & 0 \leq r \leq R_1 \\ A_2 \cdot [J_0(kr) + A_2 / B_2 \cdot Y_0(kr)] & R_1 \leq r \leq R_0 \end{cases} \quad (I-32)$$

$$H_{\theta} = \begin{cases} (A_1 k_1 / j\omega\mu_0) \cdot J_1(k_1 r) & 0 \leq r \leq R_1 \\ A_2 k / j\omega\mu_0 \cdot [J_1(kr) + A_2 / B_2 \cdot Y_1(kr)] & R_1 \leq r \leq R_0 \end{cases} \quad (1-33)$$

On fera remarquer que dans ces conditions k_1 et k sont complexes avec :

$$k_1 = \sqrt{\epsilon' \sqrt{1 - j \operatorname{tg} \delta}} k \quad k = (1 + \frac{j}{2Q_L}) k_0 \quad k_0 = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \omega \quad (1-28)$$

qui nous donnera :

$$k_1 = k_1' + j k_1'' \quad (1-29)$$

avec :

$$k_1' = (1 + \frac{\operatorname{tg} \frac{\delta}{2}}{2Q_L}) \sqrt{\frac{\epsilon'}{\cos \delta}} \cos \frac{\delta}{2} k_0 \quad (1-30)$$

$$k_1'' = (\frac{1}{2Q_L} - \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}) \sqrt{\frac{\epsilon'}{\cos \delta}} \cos \frac{\delta}{2} k_0 \quad (1-31)$$

Puisqu'on a affaire à un diélectrique à faibles pertes, $\operatorname{tg} \delta$ et $1/Q_L$ sont faibles ce qui fait que k'' est faible devant k' . Ceci nous permettra donc de développer les fonctions de Bessel $J_0(k_1 r)$ et $J_1(k_1 r)$ en série de Taylor :

$$J_0(k_1 r) = J_0(k_1' r) + j k_1'' r J_0'(k_1' r) \quad (1-32)$$

$$J_1(k_1 r) = J_1(k_1' r) + j k_1'' r J_1'(k_1' r)$$

Ailleurs que dans l'échantillon les champs sont donnés par:

$$E_z = A_2 \left[J_0(kr) + \frac{B_2}{A_2} Y_0(kr) \right] \quad (I-33)$$

$$H_\theta = \frac{kA_2}{j\omega\mu_0} \left[J_1(kr) + \frac{B_2}{A_2} Y_1(kr) \right] \quad (I-38)$$

$$\text{avec} \quad \frac{B_2}{A_2} = -\frac{J_0(kR_0)}{Y_0(kR_0)} \quad (I-34)$$

En utilisant les notations définies au paragraphe II.B cette

k est aussi un nombre complexe avec:

$$k = k_0 (1 + j/2Q_L) = k' + j.k'' \quad (I-35)$$

$$J_0(kr) \approx J_0(k_0 r) + j.k''r.J_0'(k_0 r)$$

$$J_1(kr) \approx J_1(k_0 r) + j.k''r.J_1'(k_0 r)$$

$$(I-36)$$

$$Y_0(kr) \approx Y_0(k_0 r) + j.k''r.Y_0'(k_0 r)$$

$$Y_1(kr) \approx Y_1(k_0 r) + j.k''r.Y_1'(k_0 r)$$

$$(I-40)$$

Maintenant en écrivant la relation de continuité de \vec{E} et \vec{H} sur la surface de séparation entre l'échantillon et le reste de la cavité on aura:

$$\frac{E_z(r-R_1)}{H_\theta(r-R_1)} \Big|_{\text{échantillon}} = \frac{E_z(r-R_1)}{H_\theta(r-R_1)} \Big|_{\text{cavité}} \quad (I-37) \quad (I-41)$$

ceci donne:

Dans l'expression de B_1/A_1 on a ajouté un troisième terme au numérateur $J_0(k'R_1) + jk''R_1J_0'(k'R_1)$ car $J_{000} = J_0(k_0R_0) = 0$ (Voir conditions aux limites de la cavité vide).

$$\frac{J_0(k'R_1) + jk''R_1J_0'(k'R_1) + \frac{B_2}{A_2}[Y_0(k_0R_0) + jk''R_1Y_0'(k_0R_0)]}{(k'_1 + jk''_1) [J_1(k'_1R_1) + jk''_1R_1J_1'(k'_1R_1)]} \quad (I - 38)$$

$$\frac{(k_0 + jk''_0) [J_1(k_0R_0) + jk''_0R_0J_1'(k_0R_0)] + \frac{B_2}{A_2}[Y_1(k_0R_0) + jk''_0R_0Y_1'(k_0R_0)]}{(k'_1 + jk''_1) [J_1(k'_1R_1) + jk''_1R_1J_1'(k'_1R_1)]}$$

En utilisant les notations définies au paragraphe II.B cette équation s'écrit :

$$E_z = \left\{ \begin{array}{l} A_1 J_0(k_1 r) \quad 0 \leq r \leq R_1 \\ A_2 [J_0(k_2 r) + B_2/A_2 Y_0(k_2 r)] \quad R_1 \leq r \leq R_2 \\ B_2 Y_0(k_2 r) \quad R_2 \leq r \leq R_0 \end{array} \right.$$

$$\frac{J_0(k'R_1) + jk''R_1J_0'(k'R_1)}{(k'_1 + jk''_1) [J_1(k'_1R_1) + jk''_1R_1J_1'(k'_1R_1)]}$$

$$\frac{J_{001} - j\eta_1 J_{101} + \frac{B_2}{A_2} (Y_{001} - j\eta_1 Y_{101})}{(k_0 + j\frac{\eta_1}{R_1}) [J_{101} + j\eta_1 J'_{101} + \frac{B_2}{A_2} (Y_{101} + j\eta_1 Y'_{101})]} \quad (I - 39)$$

$$\frac{B_2}{A_2} = \frac{J_0(kR_0)}{Y_0(kR_0)} = \frac{J_{000} + \frac{1}{2}\eta_0^2 J'_{100} - j\eta_0 J_{100}}{Y_{000} - j\eta_0 Y_{100}} \quad (I - 40)$$

$$k_1 = \sqrt{\epsilon_1 \sqrt{1 - j\eta_1} k} \quad k = (1 + \frac{j}{2Q_L}) k_0 \quad k_0 = \sqrt{\epsilon_0} k_0 \quad (I - 43)$$

avec $\eta_1 = \frac{k_0 R_1}{2Q_L}$ $\eta_0 = \frac{k_0 R_0}{2Q_L}$ (I - 41)

Dans l'expression de B_2/A_2 on a ajouté un troisième terme au développement de $J_0(kR_0)$ car $J_{000} = J_0(k_0R_0) \approx 0$ (Voir conditions aux limites de la cavité vide).

$$k = \left(\frac{1}{2Q_L} - \frac{\delta}{2} \right) \sqrt{\frac{\epsilon'}{\cos \delta}} \cos \frac{\delta}{2} k_0 \quad (1-46)$$

E. La cavité contient un cylindre diélectrique liquide à faibles pertes (ϵ^* , R_1) dans un tube (ϵ_2 , R_2).

Puisqu'on a affaire à un diélectrique à faibles pertes, $\tan \delta$ et $2Q_L$ sont faibles ce qui fait que k'' est faible devant k' . Ceci nous permettra donc de développer les fonctions de Bessel $J_0(k_1 r)$

$$E_z = \begin{cases} A_1 \cdot J_0(k_1 r) & 0 \leq r \leq R_1 \\ A_2 \cdot [J_0(k_2' r) + B_2/A_2 \cdot Y_0(k_2' r)] & R_1 \leq r \leq R_2 \\ A_0 \cdot [J_0(kr) + B_0/A_0 \cdot Y_0(kr)] & R_2 \leq r \leq R_0 \end{cases} \quad (1-47)$$

$$H_\theta = \begin{cases} (A_1 k_1 / j\omega\mu_0) \cdot J_1(k_1 r) & 0 \leq r \leq R_1 \\ A_2 k_2' / j\omega\mu_0 \cdot [J_1(k_2' r) + B_2/A_2 \cdot Y_1(k_2' r)] & R_1 \leq r \leq R_2 \\ A_0 k / j\omega\mu_0 \cdot [J_1(kr) + B_0/A_0 \cdot Y_1(kr)] & R_2 \leq r \leq R_0 \end{cases}$$

De la même manière que pour le paragraphe D. et pour $0 \leq r \leq R_1$ k_1 et k sont complexes avec :

$$k_1 = \sqrt{\epsilon' \sqrt{1 - j \tan \delta}} k \quad k = \left(1 + \frac{j}{2Q_L} \right) k_0 \quad k_0 = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \omega \quad (1-43)$$

qui nous donnera :

$$k_1 = k_1' + j k_1'' \quad (1-44)$$

avec :

$$k_1' = \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \frac{\delta}{2}}{2Q_L}\right) \sqrt{\frac{\epsilon'}{\cos \delta}} \cos \frac{\delta}{2} k_0 \quad (\text{I-45})$$

$$k_1'' = \left(\frac{1}{2Q_L} - \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}\right) \sqrt{\frac{\epsilon'}{\cos \delta}} \cos \frac{\delta}{2} k_0 \quad (\text{I-46})$$

Puisqu'on a affaire à un diélectrique à faibles pertes, $\operatorname{tg} \delta$ et $1/Q_L$ sont faibles ce qui fait que k'' est faible devant k' . Ceci nous permettra donc de développer les fonctions de Bessel $J_0(k_1 r)$ et $J_1(k_1 r)$ en série de Taylor :

$$J_0(k_1 r) = J_0(k_1' r) + j k_1'' r J_0'(k_1' r)$$

$$J_1(k_1 r) = J_1(k_1' r) + j k_1'' r J_1'(k_1' r)$$

*Continuité de \vec{E} sur la paroi longitudinale de la cavité.

Ailleurs que dans l'échantillon les champs sont donnés par les équations écrites au début du paragraphe avec :

$$J_0(k_2 r) = J_0(k_2 r) + j k_2'' r J_0'(k_2 r)$$

$$Y_0(k_2 r) = Y_0(k_2 r) + j k_2'' r Y_0'(k_2 r)$$

*Continuité de \vec{E} et de \vec{H} sur la surface de séparation entre la paroi extérieure du tube de verre et le reste de la

$$J_0(k r) = J_0(k_0 r) + j k'' J_0'(k_0 r)$$

$$Y_0(k r) = Y_0(k_0 r) + j k'' Y_0'(k_0 r)$$

$$J_1(k_2 r) = J_1(k_2 r) + jk_2'' r J_1'(k_2 r) \quad J_0(kR_0) + \frac{B_0}{A_0} Y_0(kR_0) \quad (I-53)$$

$$Y_1(k_2 r) = Y_1(k_2 r) + jk_2'' r Y_1'(k_2 r) \quad J_1(kR_0) + \frac{B_0}{A_0} Y_1(kR_0)$$

$$J_1(kr) = J_1(k_0 r) + jk'' r J_1'(k_0 r)$$

$$Y_1(kr) = Y_1(k_0 r) + jk'' r Y_1'(k_0 r)$$

$$\frac{B_2}{A_2} = \frac{J_{100} - \sqrt{\epsilon_2} \eta_2 J_{100}' - \sigma V_{100} + \sqrt{\epsilon_2} \eta_2 J_{100}'}{\sigma V_{100} + \sqrt{\epsilon_2} \eta_2 J_{100}' - J_{100} + \sqrt{\epsilon_2} \eta_2 J_{100}'} \quad (I-54)$$

$$k_2' = \sqrt{\epsilon_2} k \quad ; \quad k_2 = \sqrt{\epsilon_2} k_0 \quad ; \quad k_2'' = \sqrt{\epsilon_2} k'' \quad (I-49)$$

$$k = k_0(1 + j/2Q_L) \quad ; \quad k'' = k_0/2Q_L \quad ; \quad k_0 = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \omega \quad (I-50)$$

*Continuité de \vec{E} sur la paroi longitudinale de la cavité.

$$E_z(R_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad B_0/A_0 = - J_0(kR_0)/Y_0(kR_0) \quad (I-51)$$

Vu que $J_0(k_0 R_0) \approx 0$ il y a une nœud sur la surface de séparation entre la paroi intérieure du tube de verre et l'échantillon liquide.

$$\frac{B_0}{A_0} = - \frac{J_{000} - \frac{1}{2} \eta_0^2 J_{100}' - j \eta_0 J_{100}}{Y_{000} - j \eta_0 Y_{100}} \quad (I-52)$$

*Continuité de \vec{E} et de \vec{H} sur la surface de séparation entre la paroi extérieure du tube de verre et le reste de la cavité.

$$\frac{J_0(k'_2 R_2) + \frac{B_2}{A_2} Y_0(k'_2 R_2)}{J_1(k'_2 R_2) + \frac{B_2}{A_2} Y_1(k'_2 R_2)} = \frac{k'_2}{k} \frac{J_0(k R_2) + \frac{B_0}{A_0} Y_0(k R_2)}{J_1(k R_2) + \frac{B_0}{A_0} Y_1(k R_2)} \quad (I-53)$$

Avec la notation définie au paragraphe B. on aura:

$$\frac{B_2}{A_2} = \frac{J_{022} - j\sqrt{\epsilon_2} \eta_2 J_{122} - G[J_{122} + j\sqrt{\epsilon_2} \eta_2 J'_{122}]}{G[Y_{122} + j\sqrt{\epsilon_2} \eta_2 Y'_{122}] - Y_{022} + j\sqrt{\epsilon_2} \eta_2 Y_{122}} \quad (I-54)$$

$$G = \sqrt{\epsilon_2} \frac{J_{002} - j\eta_2 J_{102} + \frac{B_0}{A_0} [Y_{002} - j\eta_2 Y_{102}]}{J_{102} + j\eta_2 J'_{102} + \frac{B_0}{A_0} [Y_{102} + j\eta_2 Y'_{102}]} \quad (I-55)$$

*Continuité de \vec{E} et \vec{H} sur la surface de séparation entre la paroi intérieure du tube de verre et l'échantillon liquide.

$$\frac{J_0(k'_1 R_1) + j k'_1 R_1 J'_0(k'_1 R_1)}{(k'_1 + j k''_1) [J_1(k'_1 R_1) + j k''_1 R_1 J'_1(k'_1 R_1)]}$$

On fera remarquer que dans ces conditions k_1 et k sont complexes

avec :

$$k_1^2 = k'^2 \epsilon_1 = \alpha^2 - j \beta^2 \quad (I-56)$$

$$\frac{J_0(k_2' R_1) + \frac{B_2}{A_2} Y_0(k_2' R_1)}{k_2' [J_1(k_2' R_1) + \frac{B_2}{A_2} Y_1(k_2' R_1)]} \quad (I-60)$$

$$\frac{J_0(k_2' R_1) + \frac{B_2}{A_2} Y_0(k_2' R_1)}{k_2' [J_1(k_2' R_1) + \frac{B_2}{A_2} Y_1(k_2' R_1)]} \quad (I-61)$$

$$\frac{J_{021} - j\sqrt{\epsilon_2} \eta_1 J_{121} + \frac{B_2}{A_2} [Y_{021} - j\sqrt{\epsilon_2} \eta_1 Y_{121}]}{\sqrt{\epsilon_2} (k_0 + j\frac{\eta_0}{R_0}) [J_{121} + j\sqrt{\epsilon_2} \eta_1 J_{121}' + \frac{B_2}{A_2} (Y_{121} + j\sqrt{\epsilon_2} \eta_1 Y_{121}')] } \quad (I-56)$$

$$\frac{J_{021} - j\sqrt{\epsilon_2} \eta_1 J_{121} + \frac{B_2}{A_2} [Y_{021} - j\sqrt{\epsilon_2} \eta_1 Y_{121}]}{\sqrt{\epsilon_2} (k_0 + j\frac{\eta_0}{R_0}) [J_{121} + j\sqrt{\epsilon_2} \eta_1 J_{121}' + \frac{B_2}{A_2} (Y_{121} + j\sqrt{\epsilon_2} \eta_1 Y_{121}')] } \quad (I-57)$$

$$\eta_0 = \frac{k_0 R_0}{2Q_L} ; \quad \eta_1 = \frac{k_0 R_1}{2Q_L} ; \quad \eta_2 = \frac{k_0 R_2}{2Q_L} \quad (I-57)$$

F. La cavité contient un cylindre diélectrique solide avec pertes (ϵ^* , R_1).

il est plus intéressant de les avoir sous la forme de la somme d'une partie réelle et d'une partie imaginaire :

$$E_z = \begin{cases} A_1 \cdot J_0(k_1 r) & 0 \leq r \leq R_1 \\ A_2 \cdot [J_0(kr) + A_2 / B_2 \cdot Y_0(kr)] & R_1 \leq r \leq R_0 \end{cases}$$

$$H_\theta = \begin{cases} (A_1 k_1 / j\omega\mu_0) \cdot J_1(k_1 r) & 0 \leq r \leq R_1 \\ A_2 k / j\omega\mu_0 \cdot [J_1(kr) + A_2 / B_2 \cdot Y_1(kr)] & R_1 \leq r \leq R_0 \end{cases}$$

On obtient (voir détail Annexe 2) :

On fera remarquer que dans ces conditions k_1 et k sont complexes avec :

$$k_1^2 = k^2 \cdot \epsilon^* = \alpha^2 - j \cdot \beta^2 \quad (I-59)$$

$$k^2 = \epsilon_0 \mu_0 \Omega^2 \quad (I-60)$$

$$\Omega = \omega (1 + j/2Q) \quad (I-61)$$

$$k^2 = k_0^2 (1 - 1/4Q^2 + j/Q) \quad (I-62)$$

$$k_0^2 = \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 \quad (I-63)$$

A partir de ces équations on peut tirer α et β :

$$\alpha^2 = k_0^2 \left[1 - \frac{1}{4Q^2} + \frac{jg\delta}{Q} \right] \quad (I-64)$$

$$\beta^2 = k_0^2 \left[\left(1 - \frac{1}{4Q^2} \right) jg\delta - \frac{1}{Q} \right] \quad (I-65)$$

Lorsque k_1 est complexe $J_0(k_1 r)$ et $J_1(k_1 r)$ deviennent complexes et il est plus intéressant de les avoir sous la forme de la somme d'une partie réelle et d'une partie imaginaire :

$J_0(k_1 r) = R_0 + j I_0$ et $J_1(k_1 r) = R_1 + j I_1$ remarque que dans les conditions d'expérimentation utilisées ; $f = 10$ GHz, $R_1 = 26.25$ mm et $R_0 = 0.151$ mm on tient compte seulement du premier terme du développement en série, l'erreur maximale commise est inférieure à 1% (voir annexe 1)

$$J_0(k_1 r) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \left(\frac{k_1 r}{2} \right)^{2i} \quad (I-66)$$

On obtient (voir détail Annexe 2) :

$$J_0(k_1 r) = J_0(\alpha r) - \frac{\beta^2 r^2}{8\alpha^2} J_2(\alpha r) + \frac{\beta^4 r^4}{384\alpha^4} J_4(\alpha r) + \dots \quad (I-71)$$

Ailleurs que dans l'échantillon les champs sont donnés par:

$$+ j\left[\frac{\beta^2 r}{2\alpha} J_1(\alpha r) - \frac{\beta^6 r^3}{48\alpha^3} J_3(\alpha r) + \frac{\beta^{10} r^5}{3840\alpha^5} J_5(\alpha r) + \dots \right] \quad (I-67)$$

$J_1(k_1 r)$ est obtenue en dérivant $J_0(k_1 r)$:

$$J_1(k_1 r) = - \frac{1}{k_1} \frac{\partial J_0(k_1 r)}{\partial r} \quad (I-68)$$

Donc on peut écrire E_z comme la somme d'une partie réelle et d'une partie imaginaire, $E_z = E_z' + jE_z''$, avec:

$$E_z' = A_1 J_0(\alpha r) - A_1 \frac{\beta^4 r^2}{8\alpha^2} J_2(\alpha r) + A_1 \frac{\beta^8 r^4}{384\alpha^4} J_4(\alpha r) + \dots \quad (I-69)$$

$$E_z'' = A_1 \frac{\beta^2 r}{2\alpha} [J_1(\alpha r) - \frac{\beta^4 r^2}{24\alpha^2} J_3(\alpha r) + \frac{\beta^8 r^4}{1920\alpha^4} J_5(\alpha r) + \dots] \quad (I-70)$$

Dans les expressions de E_z' et E_z'' , on remarque que dans les conditions d'expérimentation utilisées ; $f_0 = 10$ GHz, $R_0 = 26.25$ mm et $R_1 = 0.151$ mm ; si on tient compte seulement du premier terme du développement en série, l'erreur maximale commise est inférieure à 0.001 et ceci pour des valeurs de ϵ' allant de 1 à 80 et pour des valeurs de ϵ'' allant jusqu'à 30 (voir annexe 1).

Avec cette approximation on peut écrire

$$E_z = A_1 \left[J_0(\alpha r) + j \frac{\beta^2 r}{2\alpha} J_1(\alpha r) \right] \quad (I-71)$$

$$H_\theta = \frac{A_1 \alpha}{j\omega\mu_0} \left[J_1(\alpha r) - j \frac{\beta^2 r}{2\alpha} J_0(\alpha r) \right]$$

Ailleurs que dans l'échantillon les champs sont donnés par:

$$E_z = A_2 \left[J_0(kr) + \frac{B_2}{A_2} Y_0(kr) \right] \quad (1-72)$$

$$H_\theta = \frac{kA_2}{j\omega\mu_0} \left[J_1(kr) + \frac{B_2}{A_2} Y_1(kr) \right]$$

$$\text{avec} \quad \frac{B_2}{A_2} = -\frac{J_0(kR_0)}{Y_0(kR_0)} \quad (1-73)$$

k est maintenant un nombre complexe avec:

$$k = k_0 (1 + j/2Q_L) = k' + j.k''$$

Q_L étant le facteur de qualité de la cavité avec l'échantillon.

Q_L étant élevé, k'' est donc faible devant k' ce qui nous permet de développer les fonctions de Bessel en série de Taylor et d'écrire:

$$J_0(kr) \approx J_0(k_0 r) + j.k''r.J_0'(k_0 r)$$

$$J_1(kr) \approx J_1(k_0 r) + j.k''r.J_1'(k_0 r)$$

(1-74)

$$Y_0(kr) \approx Y_0(k_0 r) + j.k''r.Y_0'(k_0 r)$$

$$Y_1(kr) \approx Y_1(k_0 r) + j.k''r.Y_1'(k_0 r)$$

Maintenant en écrivant la relation de continuité de \vec{E} et \vec{H} sur la surface de séparation entre l'échantillon et le reste de la cavité on aura:

$$\frac{E_z(r-R_1)}{H_\theta(r-R_1)} \Big|_{\text{echantillon}} - \frac{E_z(r-R_1)}{H_\theta(r-R_1)} \Big|_{\text{cavité}} \quad (I-75)$$

ceci donne:

$$\frac{J_0(\alpha R_1) + j \frac{\beta^2 R_1}{2\alpha} J_1(\alpha R_1)}{\alpha J_1(\alpha R_1) - j \frac{\beta^2}{2\alpha} \alpha R_1 J_0(\alpha R_1)} - \frac{J_0(k_0 R_1) + j k'' R_1 J_0'(k_0 R_1) + \frac{B_2}{A_2} [Y_0(k_0 R_1) + j k'' R_1 Y_0'(k_0 R_1)]}{(k_0 + j k'') [J_1(k_0 R_1) + j k'' R_1 J_1'(k_0 R_1) + \frac{B_2}{A_2} [Y_1(k_0 R_1) + j k'' R_1 Y_1'(k_0 R_1)]]} \quad (I-76)$$

En utilisant les notations définies au paragraphe II.B cette équation s'écrit:

$$\frac{J_0(\alpha R_1) + j \frac{\beta^2 R_1}{2\alpha} J_1(\alpha R_1)}{\alpha [J_1(\alpha R_1) - j \frac{\beta^2 R_1}{2\alpha} J_0(\alpha R_1)]} - \frac{J_{001} - j \eta_1 J_{101} + \frac{B_2}{A_2} (Y_{001} - j \eta_1 Y_{101})}{(k_0 + j \frac{\eta_1}{R_1}) [J_{101} + j \eta_1 J_{101}' + \frac{B_2}{A_2} (Y_{101} + j \eta_1 Y_{101}')] } \quad (I-77)$$

$$\frac{B_2}{A_2} = \frac{J_0(kR_0)}{Y_0(kR_0)} = \frac{J_{000} + \frac{1}{2}\eta_0^2 J'_{100} - j\eta_0 J_{100}}{Y_{000} - j\eta_0 Y_{100}} \quad (I-78)$$

avec $\eta_1 = \frac{k_0 R_1}{2Q_L}$ $\eta_0 = \frac{k_0 R_0}{2Q_L}$

Dans l'expression de B_2/A_2 on a ajouté un troisième terme au développement de $J_0(kR_0)$ car $J_{000} = J_0(k_0 R_0) \approx 0$ (Voir conditions aux limites de la cavité vide).

G. La cavité contient un cylindre diélectrique liquide avec pertes (ϵ_1 , R_1) dans un tube (ϵ_2 , R_2).

$$E_z = \begin{cases} A_1 \cdot J_0(k_1 r) & 0 \leq r \leq R_1 \\ A_2 \cdot [J_0(k_2' r) + B_2/A_2 \cdot Y_0(k_2' r)] & R_1 \leq r \leq R_2 \\ A_0 \cdot [J_0(kr) + B_0/A_0 \cdot Y_0(kr)] & R_2 \leq r \leq R_0 \end{cases}$$

$$H_\theta = \begin{cases} (A_1 k_1 / j\omega\mu_0) \cdot J_1(k_1 r) & 0 \leq r \leq R_1 \\ A_2 k_2' / j\omega\mu_0 \cdot [J_1(k_2' r) + B_2/A_2 \cdot Y_1(k_2' r)] & R_1 \leq r \leq R_2 \\ A_0 k / j\omega\mu_0 \cdot [J_1(kr) + B_0/A_0 \cdot Y_1(kr)] & R_2 \leq r \leq R_0 \end{cases}$$

De la même manière que pour le paragraphe F. et pour $0 \leq r \leq R_1$

$$E_z = A_1 J_0(k_1 r) \approx A_1 \left[J_0(\alpha r) + j \frac{\beta^2 r}{2\alpha} J_1(\alpha r) \right] \quad (I-85)$$

$$H_\theta = - \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_z}{\partial r} = \frac{A_1 \alpha}{j\omega\mu_0} \left[J_1(\alpha r) - j \frac{\beta^2 r}{2\alpha} J_0(\alpha r) \right] \sqrt{\epsilon_0} k'' \quad (I-86)$$

$$J_0(k_2' r) \approx J_0(k_2 r) + j k_2'' r J_0'(k_2 r) \quad (I-87)$$

$$Y_0(k_2' r) \approx Y_0(k_2 r) + j k_2'' r Y_0'(k_2 r) \quad \text{paroi longitudinale de la cavité.}$$

$$J_0(k r) \approx J_0(k_0 r) + j k'' r J_0'(k_0 r) \quad J_0(k r) = -J_0(k R_0) / Y_0(k R_0)$$

$$Y_0(k r) \approx Y_0(k_0 r) + j k'' r Y_0'(k_0 r) \quad (I-81)$$

$$J_1(k_2' r) \approx J_1(k_2 r) + j k_2'' r J_1'(k_2 r)$$

$$Y_1(k_2' r) \approx Y_1(k_2 r) + j k_2'' r Y_1'(k_2 r)$$

$$J_1(k r) \approx J_1(k_0 r) + j k'' r J_1'(k_0 r) \quad \text{Il sur la surface de séparation entre la paroi extérieure du tube de verre et le reste de la cavité.}$$

$$Y_1(k r) \approx Y_1(k_0 r) + j k'' r Y_1'(k_0 r)$$

$$k_1^2 = k^2 \epsilon^* = \alpha^2 - j\beta^2 \quad (I-82)$$

$$k^2 = \epsilon_0 \mu_0 \Omega^2 = \epsilon_0 \mu_0 \omega_0^2 (1 + j/2Q)^2 \quad (I-83)$$

Avec la notation définie au paragraphe B. on aura:

$$\alpha = k_0 \sqrt{\epsilon'} [1 - 1/4Q_L^2 + tg\delta/Q_L]^{0.5} \quad (I-84)$$

$$\beta = k_0 \sqrt{\epsilon'} [(1 - 1/4Q_L^2) \operatorname{tg} \delta - 1/Q_L]^{0.5} \quad (I-85)$$

$$k'_2 = \sqrt{\epsilon_2} k \quad ; \quad k_2 = \sqrt{\epsilon_2} k_0 \quad ; \quad k''_2 = \sqrt{\epsilon_2} k'' \quad (I-86)$$

$$k = k_0(1 + j/2Q_L) \quad ; \quad k'' = k_0/2Q_L \quad ; \quad k_0 = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \omega \quad (I-87)$$

*Continuité de \vec{E} sur la paroi longitudinale de la cavité.

$$E_z(R_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad B_0/A_0 = - J_0(kR_0)/Y_0(kR_0)$$

Vu que $J_0(k_0 R_0) \approx 0$

$$\frac{B_0}{A_0} = - \frac{J_{000} - \frac{1}{2} \eta_0^2 J'_{100} - j \eta_0 J_{100}}{Y_{000} - j \eta_0 Y_{100}} \quad (I-88)$$

*Continuité de \vec{E} et de \vec{H} sur la surface de séparation entre la paroi extérieure du tube de verre et le reste de la cavité.

$$\frac{J_0(k'_2 R_2) + \frac{B_2}{A_2} Y_0(k'_2 R_2)}{J_1(k'_2 R_2) + \frac{B_2}{A_2} Y_1(k'_2 R_2)} = \frac{k'_2}{k} \frac{J_0(kR_2) + \frac{B_0}{A_0} Y_0(kR_2)}{J_1(kR_2) + \frac{B_0}{A_0} Y_1(kR_2)} \quad (I-89)$$

Avec la notation définie au paragraphe B. on aura:

$$\frac{B_2}{A_2} = \frac{J_{002} - j\sqrt{\epsilon_2} \eta_2 J'_{122} - G[J_{122} + j\sqrt{\epsilon_2} \eta_2 J'_{122}]}{G[Y_{122} + j\sqrt{\epsilon_2} \eta_2 Y'_{122}] - Y_{002} + j\sqrt{\epsilon_2} \eta_2 Y_{122}} \quad (I-90)$$

$$G = \sqrt{\epsilon_2} \frac{J_{002} - j\eta_2 J_{102} + \frac{B_0}{A_0}[Y_{002} - j\eta_2 Y_{102}]}{J_{102} + j\eta_2 J'_{102} + \frac{B_0}{A_0}[Y_{102} + j\eta_2 Y'_{102}]} \quad (I-91)$$

*Continuité de \vec{E} et \vec{H} sur la surface de séparation entre la paroi intérieur du tube de verre et l'échantillon liquide.

$$\frac{J_0(\alpha R_1) + j\frac{\beta^2 R_1}{2\alpha} J_1(\alpha R_1)}{\alpha[j_1(\alpha R_1) - j\frac{\beta^2 R_1}{2\alpha} J_0(\alpha R_1)]}$$

$$\frac{J_0(k'_2 R_1) + \frac{B_2}{A_2} Y_0(k'_2 R_1)}{k'_2 [J_1(k'_2 R_1) + \frac{B_2}{A_2} Y_1(k'_2 R_1)]}$$

$$\frac{J_{021} - j\sqrt{\epsilon_2} \eta_1 J'_{121} + \frac{B_2}{A_2}[Y_{021} - j\sqrt{\epsilon_2} \eta_1 Y_{121}]}{\sqrt{\epsilon_2} (k_0 + j\frac{\eta_0}{R_0})[J_{121} + j\sqrt{\epsilon_2} \eta_1 J'_{121}] + \frac{B_2}{A_2}(Y_{121} + j\sqrt{\epsilon_2} \eta_1 Y'_{121})} \quad (I-92)$$

$$\eta_0 = \frac{k_0 R_0}{2Q_L} ; \quad \eta_1 = \frac{k_0 R_1}{2Q_L} ; \quad \eta_2 = \frac{k_0 R_2}{2Q_L} \quad (I-93)$$

I. INTRODUCTION

Si la valeur propre (fréquence d'une cavité ou constante de phase d'un guide) d'un système S est connue et si S' est un autre système peu différent de S , la valeur propre de S' peut être déterminée par la théorie des perturbations.

Le système S peut être défini par un certain nombre de paramètres (dimensions, constante diélectrique, perméabilité relative, etc...) **CHAPITRE II** peu différent de S nous signifions que un ou plusieurs paramètres de S' sont peu différents de ceux de S .

La théorie des perturbations peut être utilisée pour le calcul des pertes **LA THÉORIE DES** cavités dues à la conductivité finie des parois métalliques, à la mesure des propriétés de **PERTURBATIONS** de matériaux, au calcul des déphasages dans les guides d'ondes dus à la présence de barreaux de dié **DANS** ou **LES**

Cette technique a été utilisée pour la première fois par Bethe & Schwinger **CAVITÉS RÉSONANTES** (1950) pour le calcul de l'effet, sur la fréquence de résonance d'une cavité, d'une faible déformation de ses parois. Casimir (1951) a appliqué cette méthode pour mesurer les propriétés magnétiques d'un barreau isotrope introduit dans la cavité. Waldron (1957) a modifié le traitement de Casimir pour tenir compte d'échantillons anisotropes.

I. INTRODUCTION

Dans ce qui suit on dérivera la formule des perturbations pour Si la valeur propre (fréquence d'une cavité ou constante de phase d'un guide) d'un système S est connue et si S' est un autre système peu différent de S , la valeur propre de S' peut être déterminée par la théorie des perturbations.

Le système S peut être défini par un certain nombre de paramètres (dimensions, constante diélectrique, perméabilité relative, etc...) en disant que S' est peu différent de S nous signifions que un ou plusieurs paramètres de S' sont peu différents de ceux de S .

La théorie des perturbations peut être utilisée pour le calcul des pertes dans les guides d'ondes et les cavités dues à la conductivité finie des parois métalliques, à la mesure des propriétés diélectriques et magnétiques de matériaux, au calcul des déphasages dans les guides d'ondes dûs à la présence de barreaux de diélectrique ou de ferrite. Cette technique a été utilisée pour la première fois par Bethe & Schwinger (1943), Kahan (1945) et Slater (1950) pour le calcul de l'effet, sur la fréquence de résonance d'une cavité, d'une faible déformation de ses parois. Casimir (1951) a appliqué cette méthode pour mesurer les propriétés magnétiques d'un barreau isotrope introduit dans la cavité. Waldron (1957) a modifié le traitement de Casimir pour tenir compte d'échantillons anisotropes.

II. DÉRIVATION DE LA FORMULE DES PERTURBATIONS ([7], [26], [37])

Dans ce qui suit on dérivera la formule des perturbations pour une cavité. L'induction électrique généralisée tenant compte de Pour une cavité non perturbée les champs électrique et magnétique sont donnés par : l'équation de Maxwell pour les états non-perturbés et perturbés de la cavité donnent :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r})e^{j\Omega t} \quad (\text{II} - 1)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0(\vec{r})e^{j\Omega t}$$

La présence d'une perturbation modifie les champs de la cavité qui deviennent : les deux équations précédentes on obtient :

$$\vec{E}'(\vec{r}, t) = [\vec{E}_0(\vec{r}) + \vec{E}_1(\vec{r})]e^{j(\Omega + \delta\Omega)t} \quad (\text{II} - 2)$$

$$\vec{H}'(\vec{r}, t) = [\vec{H}_0(\vec{r}) + \vec{H}_1(\vec{r})]e^{j(\Omega + \delta\Omega)t}$$

où l'on a supposé que la perturbation se manifeste par l'addition des champs E_1 et H_1 et le décalage de la fréquence d'une quantité $\delta\Omega$.

La perturbation doit être faible çàd une faible variation des propriétés sur un large volume ou bien une large variation des propriétés sur un faible volume.

E_1 et H_1 seront donc faibles comparés à E_0 et H_0 sauf au voisinage du volume où se trouve l'échantillon.

Tout champ électromagnétique doit vérifier les équations de Maxwell :

et après quelques manipulations mathématiques on obtient :

$$\text{RÔT } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} ; \quad \text{RÔT } H = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II} - 9)$$

où \vec{D} est l'induction électrique généralisée tenant compte de la conduction électrique.

En régime harmonique, les équations de Maxwell pour les états non-perturbés et perturbés de la cavité donnent :

$$\text{RÔT } \vec{E}_0 = -j\Omega \vec{B}_0 \quad (\text{II} - 3)$$

$$\text{RÔT}(\vec{E}_0 + \vec{E}_1) = -j(\Omega + \delta\Omega)(\vec{B}_0 + \vec{B}_1) \quad (\text{II} - 4)$$

En soustrayant les deux équations précédentes on obtient :

$$\text{RÔT } \vec{E}_1 = -j[\Omega \vec{B}_1 + \delta\Omega(\vec{B}_0 + \vec{B}_1)] \quad (\text{II} - 5)$$

En procédant de la même manière pour H on obtient :

$$\text{RÔT } \vec{H}_1 = j[\Omega \vec{D}_1 + \delta\Omega(\vec{D}_0 + \vec{D}_1)] \quad (\text{II} - 6)$$

En combinant les deux équations obtenues :

$$\vec{E}_0 \cdot \text{RÔT } \vec{H}_1 + \vec{H}_0 \cdot \text{RÔT } \vec{E}_1 = j[\Omega \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1 + \delta\Omega \vec{E}_0 \cdot (\vec{D}_0 + \vec{D}_1)] - j[\Omega \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1 + \delta\Omega \vec{H}_0 \cdot (\vec{B}_0 + \vec{B}_1)] \quad (\text{II} - 7)$$

Sachant que :

$$\nabla [(\vec{H}_0 \times \vec{E}_1) + (\vec{E}_0 \times \vec{H}_1)] = \vec{E}_1 \cdot \text{RÔT } \vec{H}_0 - \vec{H}_0 \cdot \text{RÔT } \vec{E}_1 + \vec{H}_1 \cdot \text{RÔT } \vec{E}_0 - \vec{E}_0 \cdot \text{RÔT } \vec{H}_1 \quad (\text{II} - 8)$$

Sachant que dans la cavité, ailleurs que dans l'échantillon (V_e):

et après quelques manipulations mathématiques on obtient :

$$\frac{\delta \Omega}{\Omega} = \frac{\iiint_{V_c} [(\vec{E}_1 \cdot \vec{D}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1) - (\vec{H}_1 \cdot \vec{B}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1)] dv}{\iiint_{V_c} [\vec{E}_0 \cdot (\vec{D}_0 + \vec{D}_1) - \vec{H}_0 \cdot (\vec{B}_0 + \vec{B}_1)] dv} \quad (\text{II} - 9)$$

Dans le cas de notre présente application \vec{E}_1 et \vec{H}_1 sont faibles devant \vec{E}_0 et \vec{H}_0 sauf au voisinage de l'échantillon dont le volume est faible comparé au volume de la cavité.

Pour le dénominateur on a :

$$\begin{aligned} \iiint_{V_c} [\vec{E}_0 \cdot (\vec{D}_0 + \vec{D}_1) - \vec{H}_0 \cdot (\vec{B}_0 + \vec{B}_1)] dv &\approx \\ \iiint_{V_c} [\vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0] dv + \iiint_{V_c} [\vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1] dv &\quad (\text{II} - 10) \end{aligned}$$

Vu que $V_e \ll V_c$, on supposera :

$$\iiint_{V_c} [\vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1] dv \ll \iiint_{V_c} [\vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0] dv \quad (\text{II} - 11)$$

Pour le numérateur on a :

$$\begin{aligned} \iiint_{V_c} [(\vec{E}_1 \cdot \vec{D}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1) - (\vec{H}_1 \cdot \vec{B}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1)] dv &= \\ \iiint_{V_c} [(\vec{E}_1 \cdot \vec{D}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1) - (\vec{H}_1 \cdot \vec{B}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1)] dv &+ \\ + \iiint_{V_c - V_e} [(\vec{E}_1 \cdot \vec{D}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1) - (\vec{H}_1 \cdot \vec{B}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1)] dv &\quad (\text{II} - 12) \end{aligned}$$

Sachant que dans la cavité, ailleurs que dans l'échantillon (Ve) :

$$\vec{D}_1 = \epsilon_0 \vec{E}_1 - \mu; \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{H}_1 - \mu^* \vec{H}_0 \quad (\text{II-13})$$

et donc

$$\iiint_{V_c-V_0} [(\vec{E}_1 \cdot \vec{D}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1) - (\vec{H}_1 \cdot \vec{B}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1)] dv = - \iiint_{V_c-V_0} [\epsilon_0 (\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{E}_1) - \mu_0 (\vec{H}_1 \cdot \vec{H}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{H}_1)] dv = 0 \quad (\text{II-14})$$

L'équation devient :

et l'équation devient :

$$\frac{\delta \Omega}{\Omega} = \frac{\iiint_{V_c} [(\vec{E}_1 \cdot \vec{D}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1) - (\vec{H}_1 \cdot \vec{B}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1)] dv}{\iiint_{V_c} [\vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0] dv} \quad (\text{II-15})$$

En faisant intervenir la notion de permittivité et de perméabilité complexes, on peut écrire :

$$\vec{D}_0 + \vec{D}_1 = \epsilon_0 \epsilon_r^* (\vec{E}_0 + \vec{E}_1) \quad ; \quad \vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}_0 \quad (\text{II-16})$$

$$\vec{B}_0 + \vec{B}_1 = \mu_0 \mu_r^* (\vec{H}_0 + \vec{H}_1) \quad ; \quad \vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}_0$$

$$\vec{D}_1 = \epsilon_0 \epsilon_r^* (\vec{E}_0 + \vec{E}_1) - \epsilon_0 \vec{E}_0 = \epsilon_0 (\epsilon_r^* - 1) \vec{E}_0 + \epsilon_0 \epsilon_r^* \vec{E}_1 \quad (\text{II-17})$$

$$\vec{E}_1 \cdot \vec{D}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1 = \epsilon_0 \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_0 - \epsilon_0 \vec{E}_0 [(\epsilon_r^* - 1) \vec{E}_0 + \epsilon_r^* \vec{E}_1] \quad (\text{II-18})$$

$$= \epsilon_0 (1 - \epsilon_r^*) \vec{E}_0 (\vec{E}_1 + \vec{E}_0)$$

$$\vec{B}_1 = \mu_0 \mu_r^* (\vec{H}_0 + \vec{H}_1) - \mu_0 \vec{H}_0 = \mu_0 [(\mu_r^* - 1) \vec{H}_0 + \mu_r^* \vec{H}_1] \quad (\text{II-19})$$

$$\vec{H}_1 \vec{B}_0 - \vec{H}_0 \vec{B}_1 - \mu_0 \vec{H}_0 \vec{H}_1 - \mu_0 \vec{H}_0 [(\mu_r^* - 1)\vec{H}_0 - \mu_r^* \vec{H}_1]$$

$$- \mu_0 (1 - \mu_r^*) \vec{H}_0 (\vec{H}_0 + \vec{H}_1)$$

(II - 23)

$$\vec{E}_0 \vec{D}_0 - \vec{H}_0 \vec{B}_0 - \epsilon_0 \vec{E}_0^2 - \mu_0 \vec{H}_0^2$$

(II - 24)

III. APPLICATION AU MODE TM020

L'équation devient :

$$\frac{\delta \Omega}{\Omega} = \frac{\epsilon_0 (1 - \epsilon_r^*) \iiint_{V_e} \vec{E}_0 \vec{E}_e \, dv - \mu_0 (1 - \mu_r^*) \iiint_{V_m} \vec{H}_0 \vec{H}_e \, dv}{\iiint_{V_c} (\epsilon_0 \vec{E}_0^2 - \mu_0 \vec{H}_0^2) \, dv} \quad (\text{II} - 22)$$

\vec{E}_0, \vec{H}_0 : champs dans la cavité non perturbée

$\vec{E}_e = \vec{E}_0 + \vec{E}_1, \vec{H}_e = \vec{H}_0 + \vec{H}_1$: champs dans l'échantillon

On fera remarquer que la formule précédente peut être utilisée soit pour la mesure de permittivités complexes ϵ^* ou de perméabilités complexes μ^* .

Pour la mesure des permittivités complexes il faut placer l'échantillon dans une position où le champ électrique est maximal et le champ magnétique nul et dans une position où le champ magnétique est maximal et le champ électrique nul pour la mesure des perméabilités complexes.

Dans le cadre de notre étude, on utilise la méthode des perturbations pour mesurer la permittivité complexe de matériaux diélectriques non magnétiques, d'où l'équation précédente se réduit à :

A. Cas d'un diélectrique sans pertes

$$\frac{\delta\Omega}{\Omega} = -\epsilon_0(\epsilon_r^* - 1) \frac{\iiint_{V_c} \vec{E}_0 \cdot \vec{E}_e \, dv}{\iiint_{V_c} (\epsilon_0 \vec{E}_0^2 - \mu_0 \vec{H}_0^2) \, dv} \quad (\text{II} - 23)$$

III. APPLICATION AU MODE TM020

Dans ce cas on suppose que les champs dans l'échantillon sont faiblement perturbés et peuvent être approximés par les champs dans la cavité non perturbée. Cette approximation donne des résultats acceptables dans les cas des diélectriques purs ou à faibles pertes et à constante diélectrique faible .

$$\vec{E}_e \approx \vec{E}_0 \rightarrow \vec{E}_0 + \vec{E}_1 \approx \vec{E}_0 \quad \text{et} \quad \vec{H}_0 + \vec{H}_1 \approx \vec{H}_0 \quad (\text{II} - 24)$$

IV. CALCUL DES EFFETS DE LA CAVITÉ RÉHLE

$$\frac{\delta\Omega}{\Omega} = -\epsilon_0(\epsilon_r^* - 1) \frac{\iiint_{V_c} E_0^2 \, dV}{\iiint_{V_c} (\epsilon_0 E_0^2 - \mu_0 H_0^2) \, dV} \quad (\text{II} - 25)$$

Cet effet peut être calculé à l'aide de la théorie des

Pour le mode TM020 on trouve (annexe 4) : la fréquence de résonance et une diminution du facteur de surtension de la

$$\frac{\iiint_{V_c} E_0^2 \, dV}{\iiint_{V_c} (\epsilon_0 E_0^2 - \mu_0 H_0^2) \, dV} = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{V_c}{V_c} \frac{1}{G_{020}} \quad (\text{II} - 26)$$

avec $G_{020} = \frac{J_1^2(\chi_{02})}{J_1^2(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0}) + J_0^2(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0})}$ (II - 27)

A. Cas d'un diélectrique sans pertes ($\epsilon = j0$). La perturbation consistera à remplacer le milieu à l'intérieur de la surface Σ par un

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = \frac{\delta\omega}{\omega} = \frac{\delta f}{f}; \quad \epsilon_r^* = \epsilon_r$$

$$\epsilon_r = 1 - 2 \frac{V_c}{V_e} G_{020} \frac{\delta f}{f} \quad (\text{II} - 28)$$

B. Cas d'un diélectrique à faibles pertes

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = \frac{\delta f}{f} + j \frac{1}{2} \Delta\left(\frac{1}{Q}\right) = - [(\epsilon' - j\epsilon'') - 1] \frac{1}{2} \frac{V_e}{V_c} \frac{1}{G_{020}} \quad (\text{II} - 29)$$

$$\epsilon' = 1 - 2 \frac{V_c}{V_e} G_{020} \frac{\delta f}{f} \quad (\text{II} - 30)$$

$$\epsilon'' = \frac{V_e}{V_c} G_{020} \Delta\left(\frac{1}{Q}\right) \quad (\text{II} - 31)$$

IV. CALCUL DES EFFETS DE LA CAVITÉ RÉELLE

A. Effet de la conductivité finie des parois ([2], [37])

Cet effet peut être calculé à l'aide de la théorie des perturbations, il va entraîner un décalage de la fréquence de résonance et une diminution du facteur de surtension de la cavité. Le facteur de surtension va passer d'une valeur infinie (conducteur parfait) à une valeur finie Q (conducteur imparfait).

On prendra pour la cavité non perturbée la région de l'espace délimitée par la surface Σ à l'extérieur de laquelle existe le

conducteur parfait ($\epsilon = -j$, $\mu_r = j0$). La perturbation consistera à remplacer le milieu à l'intérieur de la surface Σ par un métal ($\epsilon = -j\sigma/\omega\epsilon_0$, $\mu_r = 1$) .

On revient à la formule des perturbations

$$\delta \frac{\Omega}{\Omega} = \frac{\iiint_{V_1} [(\vec{E}_1 \cdot \vec{D}_0 - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_1) - (\vec{H}_1 \cdot \vec{B}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1)] dV}{\iiint_{V_c} (\vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0) dV}$$

Dans les équations précédentes l'indice M renvoie au métal et V_c est l'espace à l'intérieur de Σ

V_1 est l'espace à l'extérieur de Σ

Pour évaluer le numérateur de l'équation on fera remarquer que dans l'état non perturbé $\vec{E}_0 = \vec{0}$ et $\vec{B}_0 = \vec{0}$ et donc :

$$N = \iiint_{V_1} (\vec{E}_1 \cdot \vec{D}_0 + \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1) dV \quad (\text{II-32})$$

Nous ferons aussi remarquer que dans l'état non perturbé le champ électrique \vec{E}_0 est normal à Σ et le champ magnétique \vec{H}_0 est tangentiel à Σ . (conditions aux limites sur un conducteur parfait)

Puisque \vec{E}_0 est normal à Σ , \vec{D}_0 est continu à travers Σ .

Dans l'état perturbé \vec{D}_0 est remplacé par $(\vec{D}_0 + \vec{D}_1)$ à l'extérieur de Σ , donc en utilisant les conditions aux limites à travers Σ :

$$(\vec{D}_0 + \vec{D}_1)_M - (\vec{D}_0)_C \quad (\text{II-33})$$

$$(\vec{D}_0 + \vec{D}_1)_M - \epsilon_0 \epsilon (\vec{E}_0 + \vec{E}_1)_M \quad (\text{II-34})$$

Cette relation est valable sur la surface Σ seulement, mais en pénétrant dans le métal à l'extérieur de Σ et normalement à Σ

avec $\epsilon = -j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0}$ et $(\vec{E}_0)_M = \vec{0}$

$$(\vec{D}_0)_M - \epsilon_0 (\vec{E}_0)_C \rightarrow (\vec{E}_1)_M = \frac{(\vec{E}_0)_C}{\epsilon} \rightarrow \vec{E}_1 \cdot \vec{D}_0 = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{\epsilon} \quad (\text{II-35})$$

Dans les équation précédentes l'indice M renvoie au métal et l'indice C à la cavité.

Puisque \vec{H}_0 est tangent à Σ et vu que la composante tangentielle de \vec{H} est continue à travers Σ , nous avons :

$$(\vec{H}_0 + \vec{H}_1)_M = (\vec{H}_0)_C \quad (\text{II-36})$$

et puisque $\epsilon_0 E_0^2 / \epsilon$ devant $(\mu_0 H_0^2)$.

Ceci nous permet d'écrire que dans V_1 :

$$(\vec{H}_0)_M = (\vec{H}_0)_C \rightarrow (\vec{H}_1)_M = \vec{0} \quad (\text{II-37})$$

$$(\vec{B}_0 + \vec{B}_1)_M = \mu_0 (\vec{H}_0 + \vec{H}_1)_M = \mu_0 (\vec{H}_0)_M = \mu_0 (\vec{H}_0)_C \quad (\text{II-38})$$

mais on sait que

$$N = \iint_{\Sigma} \int_0^{\xi_1} \mu_0 \exp(-(1-j)\frac{\xi_1}{\delta}) d\xi_1 d\xi_2 = \frac{\mu_0 \delta (1-j)}{2} \iint_{\Sigma} H_0^2 d\xi_2 \quad (\text{II-44})$$

$$(\vec{B}_0)_M = \mu_0 \mu_r (\vec{H}_0)_M = \vec{0} \quad (\text{conducteur parfait} \rightarrow \mu_r = -j0) \quad (\text{II-39})$$

$$\text{donc } (\vec{B}_1)_M = \mu_0 (\vec{H}_0)_C \quad \iiint_{V_1} (\epsilon_0 E_0^2 - \mu_0 H_0^2) dV \quad (\text{II-40})$$

on peut donc finalement écrire $\iiint_{V_1} (\epsilon_0 E_0^2 - \mu_0 H_0^2) dV \quad (\text{II-45})$

$$\vec{E}_1 \cdot \vec{D}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1 = \frac{\epsilon_0}{\epsilon} E_0^2 + \mu_0 H_0^2 \quad (\text{II-41})$$

Cette relation est valable sur la surface Σ seulement, mais en pénétrant dans le métal à l'extérieur de Σ et normalement à Σ , \vec{E}_0 et \vec{H}_0 sont atténués de manière exponentielle suivant la loi:

$$\exp\left(-\frac{\xi}{\delta}\right); \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma}} \quad (\text{II-42})$$

où ξ représente la direction normale à Σ et δ la profondeur de pénétration dans le métal et tenant compte du fait que le métal utilisé devant être un bon conducteur c-à-d σ est très grand et donc ($\epsilon = -j\sigma/\omega\epsilon_0$) très grand ce qui nous conduit à négliger ($\epsilon_0 E_0^2/\epsilon$) devant ($\mu_0 H_0^2$).

Ceci nous permet d'écrire que dans V_1 :

$$(\vec{E}_1 \cdot \vec{D}_0 + \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_1) \sim \mu_0 H_0^2 \exp\left[-(1+j)\frac{\xi}{\delta}\right] \quad (\text{II-43})$$

$$N = \iint_{\Sigma} \int_0^{\infty} \mu_0 \exp\left[-(1+j)\frac{\xi}{\delta}\right] d\xi d\Sigma = \frac{\mu_0 \delta (1-j)}{2} \iint_{\Sigma} H_0^2 d\Sigma \quad (\text{II-44})$$

$$D = \iiint_{V_c} (\vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 - \vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0) dV = \iiint_{V_c} (\epsilon_0 E_0^2 - \mu_0 H_0^2) dV \\ = 2\epsilon_0 \iiint_{V_c} E_0^2 dV - 2\mu_0 \iiint_{V_c} H_0^2 dV \quad (\text{II-45})$$

Dans ce paragraphe on essaiera de calculer de manière

$$\frac{\delta\Omega}{\Omega} = \frac{\delta\omega}{\omega} + +j\frac{1}{2}\delta\left(\frac{1}{Q}\right) = -\frac{\delta(1-j)}{2} \frac{\iint_{\Sigma} H_0^2 d\Sigma}{\iiint_{V_c} H_0^2 dV} \quad (\text{II}-46)$$

Puisque $\delta\left(\frac{1}{Q}\right) = \frac{1}{Q} - \frac{1}{\infty} - \frac{1}{Q}$

1. Cavité vide

Sans les trous d'insertion la cavité entretient le mode TM_{020}

$$Q = \frac{1}{\delta} \frac{\iiint_{V_c} H_0^2 dV}{\iint_{\Sigma} H_0^2 d\Sigma} ; \quad \frac{\delta\omega}{\omega} = -\frac{\delta}{2} \frac{\iint_{\Sigma} H_0^2 d\Sigma}{\iiint_{V_c} H_0^2 dV} \quad (\text{II}-47)$$

Par continuité les champs dans les trous d'insertion seront de

Pour le mode TM_{020} , où le champ magnétique est donné par :

la cavité est donc une combinaison linéaire de modes TM_{0n} d'un

guide d'ondes cylindrique à la coupure dont l'expression

$$H_0 = jE_0 \left(\frac{\omega\epsilon}{k_c}\right) J_1(k_c r)$$

les équations précédentes donnent (voir annexe 3) :

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = -\frac{\delta}{4} \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{R}\right) ; \quad Q = \frac{1}{\delta\left(\frac{1}{L} + \frac{1}{R}\right)} \quad (\text{II}-48)$$

B. Effet des trous d'insertion ([9],[10],[17],[18],[20],[22])

Les trous d'insertion dans les cavités provoquent des variations dans les parties réelle et imaginaire de la fréquence de résonnance complexe ; ces changements sont généralement minimes (qq %) mais peuvent être significatifs dans des mesures de haute précision . $\ll R_0$

Dans ce paragraphe on essayera de calculer de manière analytique et en utilisant la théorie des perturbations, l'effet de ces trous d'insertion sur la mesure des constantes diélectriques. On pourra faire l'approximation $\gamma_v = k_v$ dans les expressions de E_z et H_z .

1. Cavité vide

Sans les trous d'insertion la cavité entretient le mode TM_{020} dont l'expression mathématique est connue de manière exacte et a été donnée plus haut.

Par continuité les champs dans les trous d'insertion seront de type TM et présenteront la même symétrie cylindrique que la cavité   ad donc une combinaison linéaire de modes TM_{0n} d'un guide d'ondes cylindrique à la coupure dont l'expression générale est donnée par :

$$E_z = \sum_{v=1}^{\infty} A_v J_0(k_v r) e^{-\gamma_v z}$$

$$H_z = \sum_{v=1}^{\infty} j\omega \frac{\epsilon}{k_v} A_v J_1(k_v r) e^{-\gamma_v z}$$

(II-49)

$$E_r = E_\theta = H_z = H_r = 0$$

Les A_v sont des constantes à déterminer et k_v , γ_v sont donnés par :

$$k_v^2 = \gamma_v^2 + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$$

(II-50)

En général le rayon des trous d'insertion est très faible devant le rayon de la cavité   ad $R_1 \ll R_0$.

D'un côté $k_v R_1$ est une racine de J_0 donc $k_v R_1 > \chi_{01} = 2.41$ et $k_v > 1/R_1$ de l'autre côté $\mu_0 \epsilon_0 R_0$ est une racine de J_0 donc $\mu_0 \epsilon_0 > 1/R_0$.

Ceci nous permet de faire l'approximation $\gamma_v = k_v$ dans les expressions de E_z et H_θ .

D'après les propriétés des séries de Fourier-Bessel et si E_z est connu à l'interface cavité-tube çàd en $z=0$, on peut calculer les coefficients A_v de la manière suivante :

$$A_v = \frac{\int_0^{R_1} e_0 J_0(k_v r) E_z(z=0) r dr}{\int_0^{R_1} e_0 J_0^2(k_v r) r dr} \quad (\text{II-51})$$

Donc la connaissance de E_z en $z=0$ détermine complètement les coefficients A_v .

Si maintenant on remarque que l'épaisseur des parois métalliques contenant les trous d'insertion étant grande devant le rayon du trou on pourra assumer que le champ en $z=0$ n'est pas perturbé. Donc E_z en $z=0$ est égal au champ dans la cavité. Les champs dans la cavité étant connus de manière exacte, le calcul des A_v nous donne :

$$A_v = \frac{2}{\chi_{0v}} \cdot \frac{J_0(\chi_{0v} \frac{R_1}{R_0})}{J_1(\chi_{0v})} \cdot E_0 \quad (\text{II-52})$$

et les coefficients A_v sont donnés par :

La théorie des perturbations nous permet de calculer la variation de la fréquence de résonance complexe de la cavité due aux trous d'insertion :

De la même manière qu'au paragraphe 1., $E_z(z=0)$ est égal au

$$\frac{\delta\Omega}{\Omega} = \frac{\delta\omega}{\omega} + \frac{1}{2}\delta\left(\frac{1}{Q}\right) = \frac{\iiint_{V_{\text{max}}} \epsilon_0 \vec{E} \vec{E}^* dV}{\iiint_{V_c} E_0^2 dV} \quad (\text{II} - 53)$$

\vec{E} étant le champ dans le tube .

Pour la cavité vide on obtient (voir annexe 5) :

Après calcul on trouve (voir annexe 5) :

$$\frac{\delta\Omega}{\Omega} = \frac{r_1^2}{R_0^2} \cdot \frac{r_1}{L} \cdot \frac{J_0^2(\chi_{02} \frac{r_1}{R_0})}{J_1^2(\chi_{02})} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{\chi_{0v}^3} \quad (\text{II} - 54)$$

2. Cavité contenant un diélectrique sans pertes

Le traitement est identique à celui de la cavité vide avec :

$$E_z = \sum_{v=1}^{\infty} A_v J_0(k_v r) e^{-\gamma_v z}$$

3. Cavité contenant un diélectrique avec pertes

$$H_\theta = -j\omega\epsilon_0\epsilon_r \sum_{v=1}^{\infty} \frac{A_v}{k_v} J_1(k_v r) e^{-\gamma_v z} \quad (\text{II} - 55)$$

précédents avec :

$$E_r = E_\theta = H_r = H_z = 0$$

$$k_v^2 = \gamma_v^2 + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \quad (\text{II} - 56)$$

De la même manière on a

$$\gamma_v = k_v \quad (\text{II} - 57)$$

et les coefficients A_v sont donnés par :

$$A_v = \frac{\int_0^{r_1} \epsilon_0 \epsilon_r J_0(k_v r) E_z(z=0) r dr}{\int_0^{r_1} \epsilon_0 \epsilon_r J_0^2(k_v r) r dr} \quad (\text{II-58})$$

De la même manière qu'au paragraphe 1. , $E_z(z=0)$ est égal au champ dans l'échantillon et donc :

$$A_v = E_0 \frac{\int_0^{r_1} \epsilon_0 \epsilon_r J_0(k_v r) J_0(\sqrt{\epsilon_r} k_0 r) r dr}{\int_0^{r_1} \epsilon_0 \epsilon_r J_0^2(k_v r) r dr} \quad (\text{II-59})$$

Après calcul on trouve (voir annexe 5) :

$$A_v = \frac{2}{(1 - \frac{df}{f_0}) [1 - e_r (\frac{\chi_{02}}{\chi_{0v}})^2 \frac{r_1^2}{R_0^2}]} \cdot \frac{1}{\chi_{0v}} \cdot \frac{J_0(\sqrt{\epsilon_r} k_0 r_1)}{J_1(k_v r_1)} \cdot E_0 \quad (\text{II-60})$$

$$\frac{\delta \Omega}{\Omega} = e_r \frac{r_1^2}{R_0^2} \cdot \frac{r_1}{L} \cdot \frac{J_0^2(\sqrt{\epsilon_r} k_0 r_1)}{J_1^2(\chi_{02})} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{\chi_{0v}^3 [1 - e_r (\frac{\chi_{02}}{\chi_{0v}})^2 \frac{r_1^2}{R_0^2}]} \quad (\text{II-61})$$

3. Cavity contenant un diélectrique avec pertes

Le traitement est là aussi similaire à celui des paragraphes précédents avec :

$$E_z = \sum_{v=1}^{\infty} A_v J_0(k_v r) e^{-\gamma_v z} \quad (\text{II-62})$$

$$H_\theta = -j\omega \epsilon_0 \epsilon_r \sum_{v=1}^{\infty} \frac{A_v}{k_v} J_1(k_v r) e^{-\gamma_v z}$$

C. Effet du tube de verre pour les échantillons liquides

$$E_r - E_0 - H_r - H_z = 0$$

Si R_1 est le rayon intérieur du tube et R_2 son rayon extérieur

et si $\epsilon' = \epsilon_0 (\epsilon' - j\epsilon'')$ est la constante diélectrique du tube

$$k_v^2 - \gamma_v^2 + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon' \quad (\text{II-63})$$

En appliquant la formule des perturbations simple (voir plus

haut) on obtient :

De la même manière on a

$$\gamma_v = k_v \quad (\text{II-64})$$

et les coefficients A_v sont donnés par :

$$A_v = E_0 \frac{\int_0^{R_1} \epsilon_0 \epsilon' J_0(k_v r) E_z(z=0) r dr}{\int_0^{R_1} \epsilon_0 \epsilon' J_0^2(k_v r) r dr} \quad (\text{II-65})$$

De la même manière qu'au paragraphe 1. , $E_z(z=0)$ est égal au champ dans l'échantillon et donc :

$$A_v = E_0 \frac{\int_0^{R_1} \epsilon_0 \epsilon' J_0(k_v r) J_0(\sqrt{\epsilon'} k_0 r) r dr}{\int_0^{R_1} \epsilon_0 \epsilon' J_0^2(k_v r) r dr} \quad (\text{II-66})$$

Après calcul on trouve (voir annexe 5) :

Ce qui nous permet d'écrire :

$$\frac{\Delta \Omega}{\Omega} = \frac{\delta \omega}{\omega} - j \frac{1}{2} \Delta \left(\frac{1}{Q} \right) - \frac{\epsilon' - j\epsilon''}{2} \cdot \frac{1}{R_0^2} \cdot \frac{1}{L} \cdot \frac{|J_0(k_1 r_1)|^2}{J_1^2(\alpha_{02})} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{k_v}{k_v^2 - k_1^2} \quad (\text{II-67})$$

C. Effet du tube de verre pour les échantillons liquides

Si R_1 est le rayon intérieur du tube et R_2 son rayon extérieur et si $\epsilon^t = \epsilon_0 \cdot (\epsilon' - j\epsilon'')$ est la constante diélectrique du tube, en appliquant la formule des perturbations simple (voir plus haut) on obtient :

$$\frac{\delta\Omega}{\Omega} = -\epsilon_0(\epsilon' - \epsilon'') \cdot \frac{\iiint_{V_{\text{verre}}} E_0^2 dv}{\iiint_{V_c} (\epsilon_0 E_0^2 - \mu_0 H_0^2) dv} \quad (\text{II-69})$$

1. Effet de ϵ'

Pour le mode TM_{020} on obtient (voir annexe 4) : l'expression de k pour la cavité vide et remplie d'air :

$$\frac{\delta\Omega}{\Omega} = \frac{\delta\omega}{\omega} + j\frac{1}{2}\delta\left(\frac{1}{Q}\right) = -(\epsilon' - j\epsilon'') \cdot \alpha \cdot \frac{1}{G_{\text{tube}}} \quad (\text{II-70})$$

Cavité remplie d'air :

$$\alpha = \frac{V_{\text{tube}}}{V_c} = \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_0^2} \quad (\text{II-71})$$

$$G_{\text{tube}} = \frac{J_1^2(\chi_{02})}{\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot [J_1^2(\chi_{02} \frac{R_2}{R_0}) + J_0^2(\chi_{02} \frac{R_2}{R_0})] - [J_1^2(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0}) + J_0^2(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0})]} \quad (\text{II-72})$$

Ce qui nous permet d'écrire :

$$\frac{\delta f}{f} = -\frac{(\epsilon' - 1)}{2} \cdot \alpha \cdot \frac{1}{G_{\text{tube}}} \quad (\text{II-73})$$

$$\delta\left(\frac{1}{Q}\right) = \epsilon'' \cdot \alpha \cdot \frac{1}{G_{\text{tube}}} \quad (\text{II-74})$$

D. Effet de l'air à l'intérieur de la cavité

Les calculs ont été faits au Chapitre I en supposant que la cavité était remplie de vide caractérisé par (ϵ_0, μ_0) . En réalité, suivant les conditions d'expérimentation, l'air dans la cavité contient toujours des impuretés sous forme de poussière et aussi de l'humidité, on supposera qu'il est toujours homogène et caractérisé par une constante diélectrique $\epsilon_a = \epsilon_0(\epsilon_a' - j\epsilon_a'')$.

1. Effet de ϵ_a'

Pour calculer l'effet de ϵ_a' il suffit de réécrire l'expression de k pour la cavité vide et remplie d'air.

$$\text{Cavité vide : } k_{01}^2 = \omega_{01}^2 \epsilon_0 \mu_0 \quad (\text{II} - 75)$$

$$\text{Cavité remplie d'air : } k_{02}^2 = \omega_{02}^2 \epsilon_0 \epsilon_a \mu_0 \quad (\text{II} - 76)$$

Les conditions aux limites sur les parois latérales donnent :

$$k_{01} R_0 = \chi_{01} \rightarrow \omega_{01} = \frac{\chi_{02}}{R_0 \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (\text{II} - 77)$$

$$k_{02} R_0 = \chi_{02} \rightarrow \omega_{02} = \frac{\chi_{02}}{R_0 \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{\epsilon_a}} \quad (\text{II} - 78)$$

Ceci nous permet d'écrire :

$$\frac{\delta \omega}{\omega_0} = \frac{\omega_{02}}{\omega_{01}} - 1 = - \frac{\sqrt{\epsilon_a} - 1}{\sqrt{\epsilon_a}} \quad (\text{II} - 79)$$

2. Effet de ϵ_a''

ϵ_a'' va agir comme une conductivité $\sigma_a = \epsilon_a'' \omega_0$ qui produira une densité de courant $j = \omega_a E$. La puissance moyenne dissipée dans le volume de la cavité est alors :

$$P = \iiint_{V_c} \frac{\vec{E} \vec{j}^*}{2} dv = \sigma_a \iiint_{V_c} \frac{\vec{E} \vec{E}^*}{2} dv \quad (\text{II-80})$$

L'énergie dissipée pendant une période vaut $W_d = P \cdot T_0 = 2\pi P / \omega$

L'énergie totale emmagasinée dans la cavité :

$$W = \iiint_{V_c} \frac{(\epsilon_0 \epsilon_a' E^2 - \mu_0 H^2)}{2} dv = \epsilon_0 \epsilon_a' \iiint_{V_c} E^2 dv \quad (\text{II-81})$$

Le coefficient de surtension dû aux pertes dans l'air est donc :

$$Q_{air} = 2\pi \frac{W}{W_d} = \frac{\epsilon_a'}{\epsilon_a''} = \frac{1}{\text{tg} \delta} \quad (\text{II-82})$$

Enfin on peut conclure que ϵ_a'' a pour effet de diminuer le facteur de surtension de la quantité :

$$\Delta\left(\frac{1}{Q}\right) = \text{tg} \delta = \frac{\epsilon_a''}{\epsilon_a'} \quad (\text{II-83})$$

I. INTRODUCTION

Notre choix a porté sur une cavité cylindrique pour leur très bon facteur de surtension Q (nécessaire dans la mesure des matériaux à pertes), la bonne séparation des modes et aussi parce que cette forme se prête mieux à la mesure de permittivités d'échantillons liquides contenus dans des tubes cylindriques.

II. DIAGRAMME DES MODS CHAPITRE 2 III

A. Linéarisation des formules

Pour les modes TM_{nmp} la fréquence de résonance est donnée par :

$$f_{TM} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{x_{nm}}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2} \quad \text{REALISATION} \quad (\text{III-1})$$

et pour les modes TE_{nmp} : DE LA

$$f_{TE} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{x'_{nm}}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2} \quad \text{CAVITÉ} \quad (\text{III-2})$$

R_0 étant le rayon de la cavité et L sa hauteur.

On peut unifier ces deux formules en posant :

$$u = \begin{cases} x_{nm} & \text{pour les modes TM} \\ x'_{nm} & \text{pour les modes TE} \end{cases} \quad (\text{III-3})$$

en notant que $D = 2.R_0$ on pourra récrire cette formule :

$$(u/D)^2 = \left(\frac{c}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 \left(\frac{D}{L}\right)^2 \quad (\text{III-4})$$

I. INTRODUCTION

Notre choix a porté sur une cavité cylindrique pour leur très bon facteur de surtension Q (nécessaire dans la mesure des matériaux à pertes), la bonne séparation des modes et aussi parce que cette forme se prête mieux à la mesure de permittivités d'échantillons liquides contenus dans des tubes cylindriques.

II. DIAGRAMME DES MODES ([5],[14],[32],[38])

A. Linéarisation des formules

Pour les modes TM_{mnp} la fréquence de résonance est donnée par:

$$f_{TM} = \frac{c}{2\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{\chi_{mn}}{R_0}\right)^2 + \left(p \frac{\pi}{L}\right)^2} \quad (\text{III} - 1)$$

et pour les modes TE_{mnp} :

$$f_{TE} = \frac{c}{2\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{\chi'_{mn}}{R_0}\right)^2 + \left(p \frac{\pi}{L}\right)^2} \quad (\text{III} - 2)$$

R_0 étant le rayon de la cavité et L sa hauteur.

On peut unifier ces deux formules en posant :

$$u = \begin{cases} \chi_{mn} & \text{pour les modes TM} \\ \chi'_{mn} & \text{pour les modes TE} \end{cases} \quad (\text{III} - 3)$$

en notant que $D = 2.R_0$ on pourra récrire cette formule :

$$(f.D)^2 = \left(\frac{c}{\pi} \cdot u\right)^2 + \left(p \cdot \frac{c}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{D}{L}\right)^2 \quad (\text{III} - 4)$$

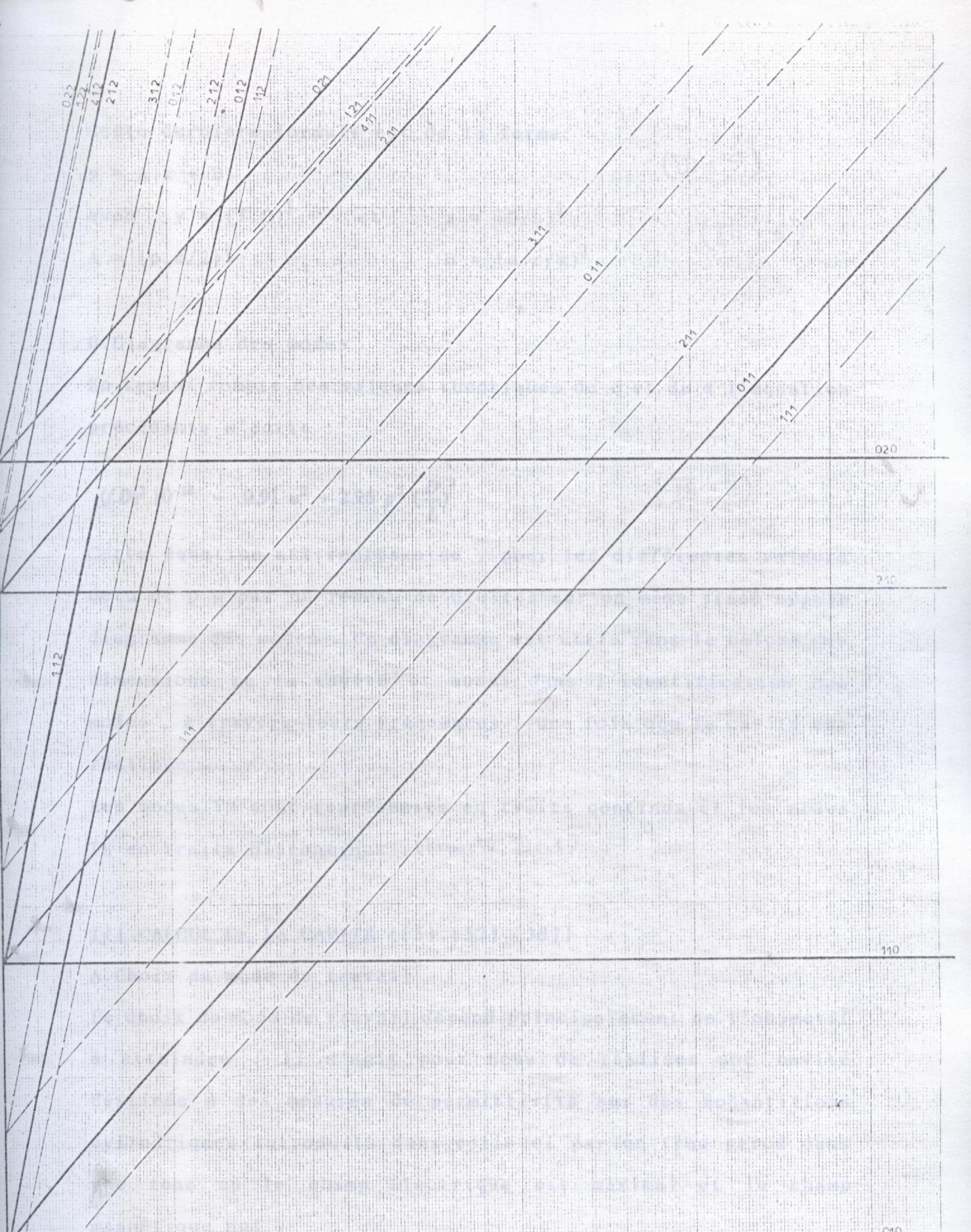


Planche III-1: Diagramme de modes
d'une cavité cylindrique

- - - - - Modes TE
 ————— Modes TM
 - · - · - Modes TM et TE

Cette dernière formule est de la forme:

$$y = A.x + B$$

(III - 5)

avec $y = (f.D)^2$ et $x = (D/L)^2$

$$A = (p.c/2)^2$$

$$B = (u.c/\pi)^2$$

(III - 6)

B. Diagramme des modes

En tenant compte des valeurs théoriques de c et de π l'équation précédente s'écrit :

$$(f.D)^2 \cdot 10^{-16} - 0.91 u^2 + 2.25 p^2 \left(\frac{D}{L}\right)^2$$

(III - 7)

Cette équation est représentée , pour les différentes valeurs de u et p , par un réseau de droites sur un même tracé appelé diagramme des modes . Ce diagramme est utile dans le calcul des dimensions de la cavité et aussi dans l'identification des modes , à travers leurs fréquences , une fois que la cavité est réalisée .

Les modes TM sont représentés en traits continus et les modes TE en traits discontinus . (Planche III - 1)

III. CALCUL DE LA CAVITÉ ([5],[32],[38])

A. Choix du mode de travail

Le choix du mode de travail dépend principalement de l'objectif à atteindre . Il s'agit pour nous de réaliser une cavité destinée à des mesures de permittivité sur des échantillons cylindriques introduits dans celle ci par un trou percé dans une zone où le champ électrique est maximal et le champ magnétique nul .

La cavité à réaliser doit donc présenter une telle zone .

Cette condition est vérifiée pour tous les modes de type TM_{0n0} . D'une part la configuration du champ est symétrique par rapport à l'axe du cylindre, d'autre part ces modes présentent un champ électrique axial, maximal et uniforme et un champ magnétique nul sur l'axe de la cavité.

De plus le calcul de la formule de perturbations, ainsi que la résolution de l'équation caractéristique sont grandement simplifiés. Les paramètres à calculer sont le diamètre D et la hauteur L de la cavité.

Les mesures doivent aussi se faire dans la bande X aux alentours de $f = 10$ GHz.

En s'aidant du diagramme des modes on voit qu'en première approche le TM_{010} est le plus approprié; mais en y regardant de plus près on voit que ce mode présente un inconvénient majeur qui se manifeste dans la valeur à donner au diamètre D pour pouvoir travailler à $f = 10$ GHz.

En effet pour le mode TM_{010} :

le diamètre de la cavité est théoriquement arbitraire car elle n'a pas d'influence sur la fréquence de résonance de la cavité. Mais en pratique on choisit L de façon à ce que, sur le diagramme des modes, la droite

$$D \text{ (mm)} = \sqrt{9106} \left(\frac{\chi_{01}}{f \text{ (GHz)}} \right) \quad (\text{III} - 8)$$

A $f = 10$ GHz on obtient $D = 22.95$ mm. Cette valeur de D ne permettra de réaliser la condition des faibles perturbations, qui conditionne l'application de la formule des perturbations dans le calcul de la permittivité, que pour les valeurs faibles de la permittivité. Cette condition étant que le diamètre de l'échantillon doit être négligeable devant le diamètre de la cavité.

De faibles dimensions de la cavité vont aussi limiter la valeur du facteur de surtension et donc les valeurs de ϵ'' que l'on pourra mesurer .

Ceci nous a poussé à éliminer le mode TM_{010} et à choisir le mode TM_{020} comme mode de travail .

B. Dimensions de la cavité

Les paramètres à calculer sont le diamètre D et la hauteur L de la cavité .

La valeur du diamètre est conditionnée par la fréquence de travail :

$$D \text{ (mm)} = \sqrt{9106} \left(\frac{\lambda_{02}}{f(\text{GHz})} \right) \quad (\text{III} - 9)$$

Pour $f = 10 \text{ GHz}$ on trouve $D = 52.76 \text{ mm}$

La valeur de la hauteur L de la cavité est théoriquement arbitraire car elle n'a pas d'influence sur la fréquence de résonance de la cavité . Mais en pratique on choisit L de façon à ce que , sur le diagramme des modes , la droite $x = (D/L)^2$ coupe la droite représentant le mode TM_{020} dans une zone aérée c'est à dire une zone aussi éloignée que possible des autres modes , ceci nous conduit donc à choisir $(D/L)^2$ aussi grand que possible .

$(D/L)^2 = 12$ nous parait un choix acceptable .

En résumé pour $f = 10 \text{ GHz}$ on a $D = 52.76 \text{ mm}$ et $L = 15.23 \text{ mm}$.

C. Excitation de la cavité

La cavité est excitée par une boucle inductive pour engendrer un champ magnétique tangentiel H_θ .

Pour le mode TM_{020} le champ magnétique est décrit par :

$$H_\theta(r) = j \frac{E_0}{k_c} J_1(\chi_{02} \frac{r}{R_0})$$

le champ magnétique H_θ est contenu dans un plan de section droite perpendiculaire à l'axe du cylindre et est tangent au cercle de rayon r contenu dans ce plan.

La boucle doit donc être positionnée perpendiculairement à ce plan. Le centre de la boucle doit être sur une position où le champ magnétique est maximal pour réaliser un bon couplage.

La figure III.2 montre les variations des champs électrique et magnétique le long de r dans la cavité. On y remarque que H_θ y est maximal en deux positions :

$$r_1 = 8.75 \text{ mm} \quad \text{et} \quad r_2 = 25.35 \text{ mm}$$

La valeur $r_1 = 8.75 \text{ mm}$ ne peut être retenue car la boucle serait trop proche de l'échantillon et constituerait ainsi une perturbation supplémentaire.

Donc il nous reste à retenir la deuxième possibilité à été $r_2 = 25.35 \text{ mm}$ qui est d'ailleurs assez intéressante parce que assez proche de la paroi de la cavité (à 1 mm de celle-ci).

La position de la boucle est schématisée par la figure III-1.

Bases du cylindre

Elles sont formées par deux disques de diamètre égal au diamètre extérieur du cylindre c'est à dire 80 mm.

Une des faces subit un polissage identique à l'intérieur du cylindre .

Antenne

En forme de Boucle (voir fig.III.4) en cuivre argenté , elle est soudée au conducteur central du connecteur et fait contact par sa deuxième extrémité avec l'une des bases de la cavité .

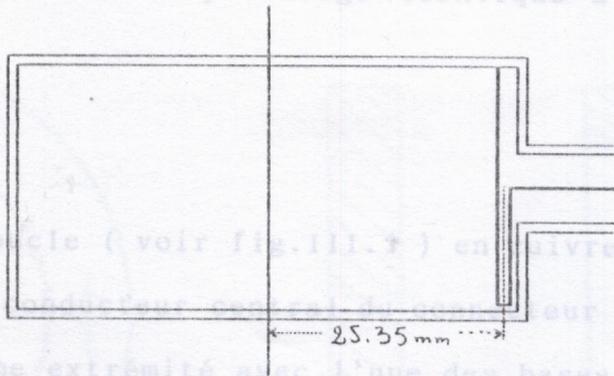


Figure III.4 : excitation de la cavité

IV. RÉALISATION DE LA CAVITÉ

La cavité a été réalisée dans un bloc de laiton , en trois pièces séparées : un cylindre et deux bases identiques (voir planche N°III-2).

Ses caractéristiques mécaniques sont :

Cylindre de cavité

C'est un cylindre de diamètre intérieur 52.5 mm , de longueur 15.1 mm .

Le polissage interne est du type semi-optique .

Un trou de couplage de l'antenne en forme de boucle a été prévu. son diamètre est de 3 mm , sur ce trou vient se fixer une embase pour accueillir un connecteur coaxial de type N .

Bases du cylindre

Elles sont formées par deux disques de diamètre égal au diamètre extérieur du cylindre c'est à dire 80 mm .

Une des faces subit un polissage identique à l'intérieur du cylindre .

Antenne

En forme de boucle (voir fig.III.1) en cuivre argenté , elle est soudée au conducteur central du connecteur et fait contact par sa deuxième extrémité avec l'une des bases de la cavité . L'installation et la mise au point de l'antenne ont été la partie la plus délicate de la réalisation de la cavité et n'a pu être menée à terme qu'après une multitude d'essais .

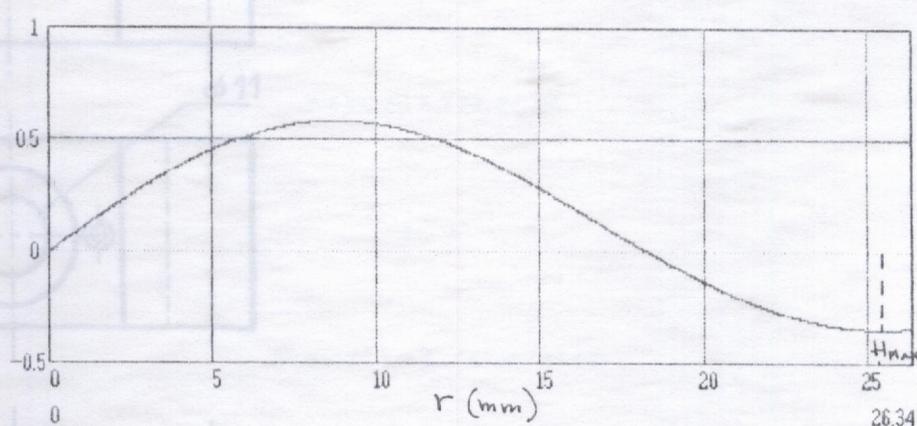


Fig. III-2: Variation du champ magnétique dans la cavité en fonction de la distance à l'axe

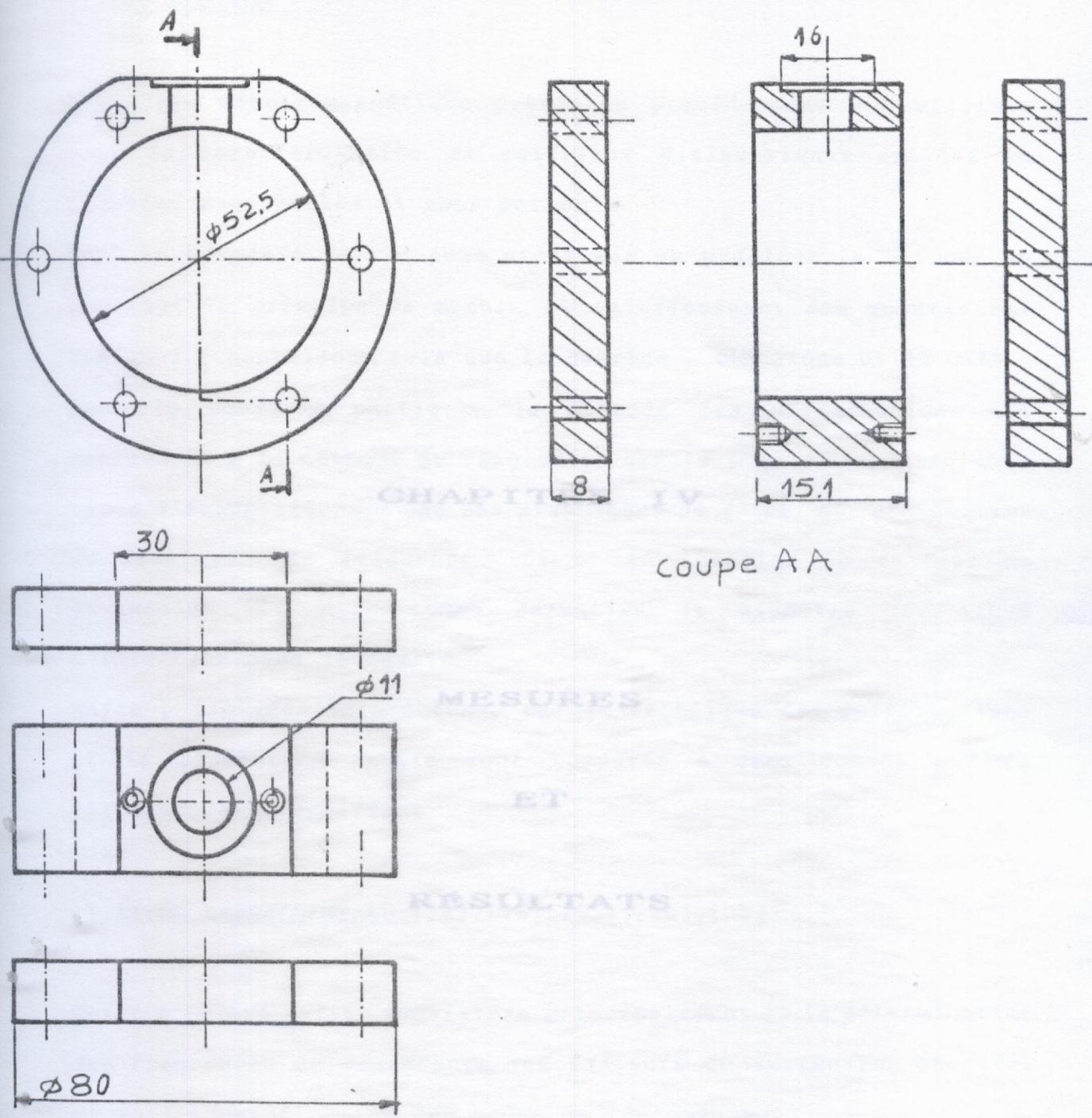


Planche III-2: Schema de la cavité électromagnétique TM_{020}

I. INTRODUCTION

L'analyse électromagnétique présentée précédemment est utilisée pour la caractérisation de matériaux diélectriques solides ou liquides avec pertes et sans pertes.

Dans la première partie nous avons mis en pratique la méthode en exposant le principe de mesure et en effectuant des mesures sur quelques échantillons tels que le Benzène, l'Acétone et le CCl_4 .

Dans la deuxième partie, la méthode des perturbations est confrontée à la méthode de résolution exacte, pour les différents

types d'échantillons, par des graphiques de ϵ' et ϵ'' en fonction du décalage de fréquence δf et en fonction du facteur de surtension Q avec comme paramètre le diamètre des trous d'insertion dans la cavité.

Enfin, les résultats obtenus par la technique des perturbations et la résolution exacte sont comparés à ceux donnés par la littérature scientifique.

CHAPITRE IV

MESURES

ET

RÉSULTATS

II. ETUDE EXPERIMENTALE (11), (12), (13), (14), (15), (16), (17), (18), (19), (20), (21), (22), (23), (24), (25), (26), (27), (28), (29), (30), (31), (32), (33), (34), (35), (36), (37), (38), (39), (40), (41), (42), (43), (44), (45), (46), (47), (48), (49), (50), (51), (52), (53), (54), (55), (56), (57), (58), (59), (60), (61), (62), (63), (64), (65), (66), (67), (68), (69), (70), (71), (72), (73), (74), (75), (76), (77), (78), (79), (80), (81), (82), (83), (84), (85), (86), (87), (88), (89), (90), (91), (92), (93), (94), (95), (96), (97), (98), (99), (100), (101), (102), (103), (104), (105), (106), (107), (108), (109), (110), (111), (112), (113), (114), (115), (116), (117), (118), (119), (120), (121), (122), (123), (124), (125), (126), (127), (128), (129), (130), (131), (132), (133), (134), (135), (136), (137), (138), (139), (140), (141), (142), (143), (144), (145), (146), (147), (148), (149), (150), (151), (152), (153), (154), (155), (156), (157), (158), (159), (160), (161), (162), (163), (164), (165), (166), (167), (168), (169), (170), (171), (172), (173), (174), (175), (176), (177), (178), (179), (180), (181), (182), (183), (184), (185), (186), (187), (188), (189), (190), (191), (192), (193), (194), (195), (196), (197), (198), (199), (200), (201), (202), (203), (204), (205), (206), (207), (208), (209), (210), (211), (212), (213), (214), (215), (216), (217), (218), (219), (220), (221), (222), (223), (224), (225), (226), (227), (228), (229), (230), (231), (232), (233), (234), (235), (236), (237), (238), (239), (240), (241), (242), (243), (244), (245), (246), (247), (248), (249), (250), (251), (252), (253), (254), (255), (256), (257), (258), (259), (260), (261), (262), (263), (264), (265), (266), (267), (268), (269), (270), (271), (272), (273), (274), (275), (276), (277), (278), (279), (280), (281), (282), (283), (284), (285), (286), (287), (288), (289), (290), (291), (292), (293), (294), (295), (296), (297), (298), (299), (300), (301), (302), (303), (304), (305), (306), (307), (308), (309), (310), (311), (312), (313), (314), (315), (316), (317), (318), (319), (320), (321), (322), (323), (324), (325), (326), (327), (328), (329), (330), (331), (332), (333), (334), (335), (336), (337), (338), (339), (340), (341), (342), (343), (344), (345), (346), (347), (348), (349), (350), (351), (352), (353), (354), (355), (356), (357), (358), (359), (360), (361), (362), (363), (364), (365), (366), (367), (368), (369), (370), (371), (372), (373), (374), (375), (376), (377), (378), (379), (380), (381), (382), (383), (384), (385), (386), (387), (388), (389), (390), (391), (392), (393), (394), (395), (396), (397), (398), (399), (400), (401), (402), (403), (404), (405), (406), (407), (408), (409), (410), (411), (412), (413), (414), (415), (416), (417), (418), (419), (420), (421), (422), (423), (424), (425), (426), (427), (428), (429), (430), (431), (432), (433), (434), (435), (436), (437), (438), (439), (440), (441), (442), (443), (444), (445), (446), (447), (448), (449), (450), (451), (452), (453), (454), (455), (456), (457), (458), (459), (460), (461), (462), (463), (464), (465), (466), (467), (468), (469), (470), (471), (472), (473), (474), (475), (476), (477), (478), (479), (480), (481), (482), (483), (484), (485), (486), (487), (488), (489), (490), (491), (492), (493), (494), (495), (496), (497), (498), (499), (500), (501), (502), (503), (504), (505), (506), (507), (508), (509), (510), (511), (512), (513), (514), (515), (516), (517), (518), (519), (520), (521), (522), (523), (524), (525), (526), (527), (528), (529), (530), (531), (532), (533), (534), (535), (536), (537), (538), (539), (540), (541), (542), (543), (544), (545), (546), (547), (548), (549), (550), (551), (552), (553), (554), (555), (556), (557), (558), (559), (560), (561), (562), (563), (564), (565), (566), (567), (568), (569), (570), (571), (572), (573), (574), (575), (576), (577), (578), (579), (580), (581), (582), (583), (584), (585), (586), (587), (588), (589), (590), (591), (592), (593), (594), (595), (596), (597), (598), (599), (600), (601), (602), (603), (604), (605), (606), (607), (608), (609), (610), (611), (612), (613), (614), (615), (616), (617), (618), (619), (620), (621), (622), (623), (624), (625), (626), (627), (628), (629), (630), (631), (632), (633), (634), (635), (636), (637), (638), (639), (640), (641), (642), (643), (644), (645), (646), (647), (648), (649), (650), (651), (652), (653), (654), (655), (656), (657), (658), (659), (660), (661), (662), (663), (664), (665), (666), (667), (668), (669), (670), (671), (672), (673), (674), (675), (676), (677), (678), (679), (680), (681), (682), (683), (684), (685), (686), (687), (688), (689), (690), (691), (692), (693), (694), (695), (696), (697), (698), (699), (700), (701), (702), (703), (704), (705), (706), (707), (708), (709), (710), (711), (712), (713), (714), (715), (716), (717), (718), (719), (720), (721), (722), (723), (724), (725), (726), (727), (728), (729), (730), (731), (732), (733), (734), (735), (736), (737), (738), (739), (740), (741), (742), (743), (744), (745), (746), (747), (748), (749), (750), (751), (752), (753), (754), (755), (756), (757), (758), (759), (760), (761), (762), (763), (764), (765), (766), (767), (768), (769), (770), (771), (772), (773), (774), (775), (776), (777), (778), (779), (780), (781), (782), (783), (784), (785), (786), (787), (788), (789), (790), (791), (792), (793), (794), (795), (796), (797), (798), (799), (800), (801), (802), (803), (804), (805), (806), (807), (808), (809), (810), (811), (812), (813), (814), (815), (816), (817), (818), (819), (820), (821), (822), (823), (824), (825), (826), (827), (828), (829), (830), (831), (832), (833), (834), (835), (836), (837), (838), (839), (840), (841), (842), (843), (844), (845), (846), (847), (848), (849), (850), (851), (852), (853), (854), (855), (856), (857), (858), (859), (860), (861), (862), (863), (864), (865), (866), (867), (868), (869), (870), (871), (872), (873), (874), (875), (876), (877), (878), (879), (880), (881), (882), (883), (884), (885), (886), (887), (888), (889), (890), (891), (892), (893), (894), (895), (896), (897), (898), (899), (900), (901), (902), (903), (904), (905), (906), (907), (908), (909), (910), (911), (912), (913), (914), (915), (916), (917), (918), (919), (920), (921), (922), (923), (924), (925), (926), (927), (928), (929), (930), (931), (932), (933), (934), (935), (936), (937), (938), (939), (940), (941), (942), (943), (944), (945), (946), (947), (948), (949), (950), (951), (952), (953), (954), (955), (956), (957), (958), (959), (960), (961), (962), (963), (964), (965), (966), (967), (968), (969), (970), (971), (972), (973), (974), (975), (976), (977), (978), (979), (980), (981), (982), (983), (984), (985), (986), (987), (988), (989), (990), (991), (992), (993), (994), (995), (996), (997), (998), (999), (1000)

Cette première partie consistera principalement en la détermination des fréquences de résonance des facteurs de surtension associés et en l'identification des modes de résonance.

Puisque dans la réalisation de la cavité on a prévu un seul trou de couplage, celle-ci sera donc utilisée en réflexion et sera donc placée en fin de ligne.

I. INTRODUCTION

L'analyse électromagnétique présentée précédemment est utilisée pour la caractérisation de matériaux diélectriques solides ou liquides avec pertes et sans pertes .

Dans la première partie nous avons mis en pratique la méthode en exposant le principe de mesure et en effectuant des mesures sur quelques échantillons tels que le Benzène , l'Acétone et le CCl₄.

Dans la deuxième partie , la méthode des perturbations est confrontée à la méthode de résolution exacte , pour les différents types d'échantillons , par des graphiques de ϵ' et ϵ'' en fonction du décalage de fréquence δf et en fonction du facteur de surtension Q avec comme paramètre le diamètre des trous d'insertion dans la cavité .

Enfin , les résultats obtenus par la technique des perturbations et la résolution exacte sont comparés à ceux donnés par la littérature scientifique .

II. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE ([4],[16],[23],[36],[38])

Cette première partie consistera principalement en la détermination des fréquences de résonance des facteurs de surtension associés et en l'identification des modes de résonance .

Puisque dans la réalisation de la cavité on a prévu un seul trou de couplage , celle ci sera donc utilisée en réflexion et sera donc placée en fin de ligne .

PLANCHE 1 : BANC DE MESURE

L'ensemble de mesure utilisé dans cette partie expérimentale est donné sur la planche 2. Il est constitué des éléments suivants :

- (1) Générateur-wobulateur
- (2) Atténuateur variable
- (3) Fréquence-mètre à cavité
- (4) Atténuateur calibré
- (5) Isolateur
- (6) Coupleur direct
- (7) Ligne d'adaptation
- (8) Détecteur à diode
- (9) Cavité
- (10) Oscilloscope en mode XY
- (11) Table traçante en mode XY

L'ensemble générateur-wobulateur permet de balayer une bande de fréquence quelconque dans la bande X. Les limites F_1 et F_2 sont choisies par l'expérimentateur. Il fait aussi intervenir deux marqueurs M_1 et M_2 , choisis aussi par l'expérimentateur, et permettant de définir une échelle de fréquences sur l'axe X de la table traçante. A chacun des marqueurs M_1 et M_2 , un affichage numérique indique la fréquence correspondante.

L'oscilloscope et la table traçante sont utilisés en mode XY. L'entrée X de l'oscilloscope (table traçante) est attaquée par le signal de balayage en dents de scie délivré par le générateur-wobulateur. En position rapide on utilise l'oscilloscope pour les réglages et on s'arrête au point de la courbe de résonance et en position lente on utilise la table traçante pour enregistrer la



A. Banc de mesure

Le banc de mesure utilisé dans cette partie expérimentale est donné sur la planche 2 . Il est constitué des éléments suivants :

- (1) Générateur-wobulateur
- (2) Atténuateur variable
- (3) Fréquencemètre à cavité
- (4) Atténuateur calibré
- (5) Isolateur
- (6) Coupleur directif
- (7) Ligne d'adaptation
- (8) Détecteur à diode
- (9) Cavité
- (10) Oscilloscope en mode XY
- (11) Table traçante en mode XY

L'ensemble générateur - wobulateur permet de balayer une bande de fréquence quelconque dans la bande X . Les limites F_1 et F_2 sont choisies par l'expérimentateur . Il fait aussi intervenir deux marqueurs M_1 et M_2 , choisis aussi par l'expérimentateur , et permettant de définir une échelle de fréquences sur l'axe X de la table traçante . A chacun des marqueurs M_1 et M_2 , un affichage numérique indique la fréquence correspondante .

L'oscilloscope et la table traçante sont utilisés en mode XY . L'entrée X de l'oscilloscope (table traçante) est attaquée par le signal de balayage en dents de scie délivré par le wobulateur . En position rapide on utilise l'oscilloscope pour les réglages et mises au point de la courbe de résonance et en position lente on utilise la table traçante pour enregistrer la

courbe de résonance qui servira aux mesures. L'entrée Y est attaquée par le signal prélevé par un détecteur monté à la sortie du coupleur.

Ce tracé représente la variation de la puissance réfléchie de la cavité en fonction de la fréquence.

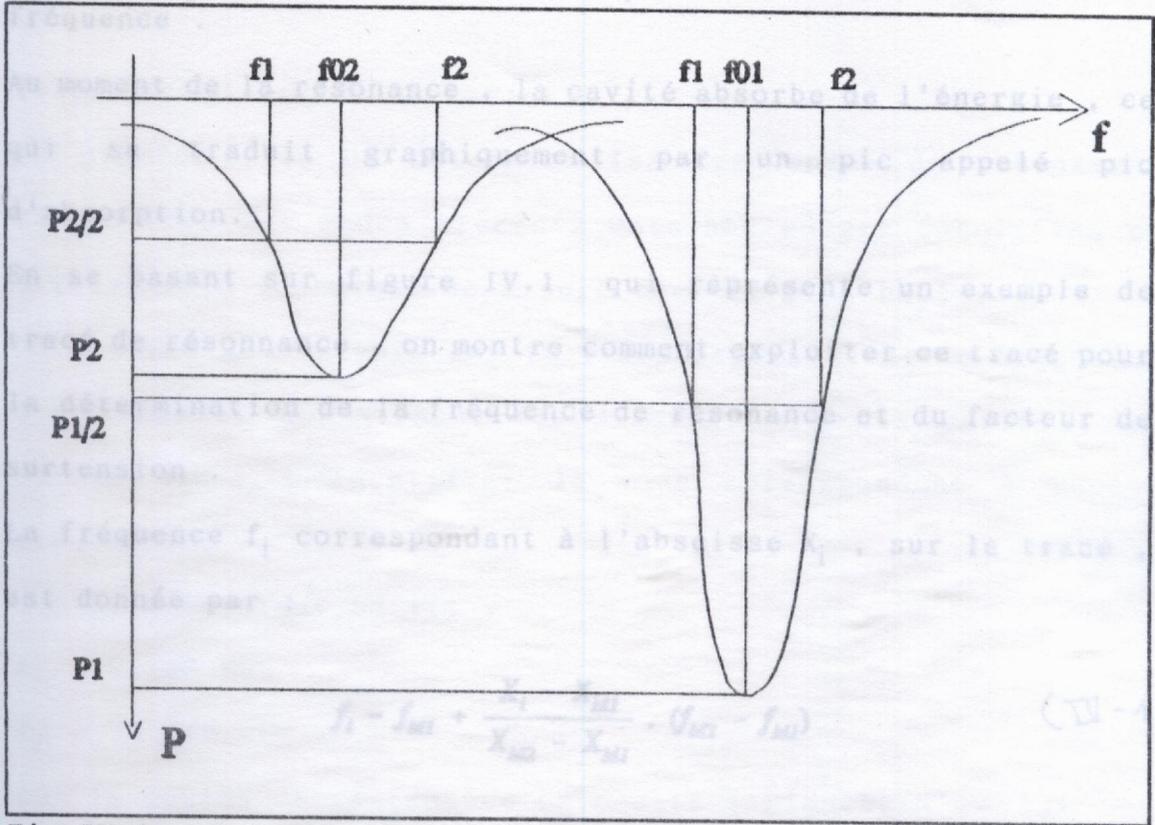


Fig.IV.1 : Exemple de tracé de résonance

Le signal HF wobulé est injecté dans le guide d'ondes par un câble coaxial blindé à travers une transition guide-coax. La bande de fréquence de travail est choisie selon l'enregistrement que l'on désire effectuer par le choix de F_1 et F_2 .

Les marqueurs M_1 et M_2 sont positionnés entre F_1 et F_2 et leurs fréquences sont lues sur le wobulateur.

Une fois les réglages et mises au point sur l'oscilloscope sont terminés, on remet la dent de scie sur position lente et on enregistre une courbe de résonance sur la table traçante.

Ce tracé représente la variation de la puissance électromagnétique réfléchie de la cavité en fonction de la fréquence.

Au moment de la résonance, la cavité absorbe de l'énergie, ce qui se traduit graphiquement par un pic d'absorption.

En se basant sur figure IV.1 qui représente un exemple de tracé de résonance, on montre comment exploiter ce tracé pour la détermination de la fréquence de résonance et du facteur de surtension.

La fréquence f_i correspondant à l'abscisse X_i , sur le tracé, est donnée par :

$$f_i = f_{M1} + \frac{X_i - X_{M1}}{X_{M2} - X_{M1}} \cdot (f_{M2} - f_{M1}) \quad (IV-1)$$

sur la courbe de résonance en mesure (Planche N° IV-1) :

f_{M2} , f_{M1} sont les fréquences correspondant aux marqueurs M1 et M2. X_{M1} , X_{M2} sont les abscisses correspondant aux marqueurs M1 et M2.

Donc connaissant l de l'extremum du pic d'absorption on peut déterminer la fréquence de résonance correspondante.

Connaissant la fréquence de résonance f_0 du pic, on détermine le facteur de surtension correspondant en mesurant les fréquences f_1 et f_2 à mi-hauteur du pic et en appliquant la relation :

	Valeur mesurée de la fréquence	$Q = \frac{f_0}{(f_2 - f_1)}$	Mode correspondant	Valeur de la fréquence (IV-2)
PIC 1	9.323		TM 210	9.331
PIC 2	10.023		TM 020	10.033
PIC 3	10.490		TE 111	10.481

C. Identification des modes de la cavité non percée

1. Spectre global de la cavité

Sur le premier lieu on déterminé les fréquences de résonance respectives des modes présents mais non encore identifiés en utilisant la technique de mesure décrite plus haut .

On reporte ces valeurs sur le tracé représentant le diagramme des modes et connaissant les dimensions de la cavité , on arrive ainsi à identifier le mode correspondant à chaque fréquence .

sur le wobulateur on lit :

$$f_{N1} = 9.140 \text{ GHz}$$

$$f_{N2} = 10.560 \text{ GHz}$$

sur la courbe de résonance on mesure (Planche N° IV-4) :

$$X_{N2} - X_{N1} = 225 \text{ mm}$$

$$X_1 - X_{N1} = 29 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad f_1 = 9.323 \text{ GHz}$$

$$X_2 - X_{N1} = 140 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad f_2 = 10.023 \text{ GHz}$$

$$X_3 - X_{N1} = 214 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad f_3 = 10.490 \text{ GHz}$$

Pour identifier les modes correspondants à ces différentes fréquences , on reporte ces valeurs sur l'abaque représentant le diagramme des modes et on relève le tableau ci-dessous :

	Valeur mesurée de la fréquence (GHz)	Mode correspondant	Valeur théorique de la fréquence (GHz)
PIC 1	9.323	TM 210	9.331
PIC 2	10.023	TM 020	10.033
PIC 3	10.490	TE 111	10.481

4. Conclusion

2. Spectre des modes TM020 et TM210

Sur le woblateur on lit :

$$f_{M1} = 9.290 \text{ GHz}$$

$$f_{M2} = 10.090 \text{ GHz}$$

Sur la courbe de résonance on mesure (Planche N° IV-2) :

$$X_{M2} - X_{M1} = 225 \text{ mm}$$

$$X_1 - X_{M1} = 11.5 \text{ mm}$$

$$X_2 - X_{M1} = 207 \text{ mm}$$

Ceci nous permet d'obtenir :

$$f_1 = 9.330 \text{ GHz}$$

$$f_2 = 10.026 \text{ GHz}$$

3. Spectre du mode TM020 seul

Sur le woblateur on lit :

$$f_{M1} = 10.020 \text{ GHz}$$

$$f_{M2} = 10.040 \text{ GHz}$$

sur la courbe de résonance on mesure (Planche N° IV-3) :

$$X_{M2} - X_{M1} = 132 \text{ mm}$$

$$X_0 - X_{M1} = 64 \text{ mm}$$

$$X_1 - X_{M1} = 55 \text{ mm}$$

$$X_2 - X_{M1} = 74 \text{ mm}$$

Ceci nous donne :

$f_0 = 10.030$ GHz
 $f_1 = 10.028$ GHz
 $f_2 = 10.031$ GHz
 $Q = 3450$

4. Conclusion mode TM₀₂₀ seul

On remarque que plus la bande de fréquence utilisée pour la mesure est étroite, plus la détermination de la fréquence est précise. On remarque aussi que plus la précision de la mesure est meilleure, plus on se rapproche de la valeur théorique de la fréquence de résonance du mode TM₀₂₀, il reste donc à confirmer sa présence par un test qualitatif, une fois la cavité percée pour trancher définitivement.

$$X_2 - X_{11} = 165 \text{ mm}$$

D. Identification des modes de la cavité percée

$$f_1 = 10.033 \text{ GHz}$$

1. Perçage de la cavité et test qualitatif

Pour pouvoir introduire l'échantillon dans la cavité, on perce celle-ci d'un trou de 1.5 mm de diamètre (diamètre des tubes capillaires disponibles) suivant l'axe central du cylindre. En introduisant une tige conductrice à l'intérieur du trou percé, on remarque que le mode TM₀₂₀ est complètement absorbé (le pic disparaît complètement) ce qui prouve l'existence, le long de cet axe d'un champ électrique E_z .

Ce résultat concorde parfaitement avec la configuration des champs du mode TM₀₂₀.

On remarque que pour les 2 autres modes, il n'y a aucune modification du pic de résonance. La tige métallique ne

perturbe donc pas ces deux modes . Ceci nous permet d'affirmer que ces deux modes ne présentent pas de composante axiale du champ électrique , ou bien que celle ci est nulle sur l'axe si elle est présente) .

2. Spectre du mode TM020 seul

Sur le wobulateur on lit :

$$f_{M1} = 10.020 \text{ GHz}$$

$$f_{M2} = 10.040 \text{ GHz}$$

sur la courbe de résonance on mesure (Planche N° IV-6) :

$$X_{M2} - X_{M1} = 140 \text{ mm}$$

$$X_0 - X_{M1} = 90 \text{ mm}$$

$$X_1 - X_{M1} = 84 \text{ mm}$$

$$X_2 - X_{M1} = 165 \text{ mm}$$

Ceci nous permet d'obtenir :

$$f_0 = 10.033 \text{ GHz}$$

$$f_1 = 10.032 \text{ GHz}$$

$$f_2 = 10.035 \text{ GHz}$$

$$Q = 3350$$

3. Conclusion

On remarque que les trous d'insertion de l'échantillon dans la cavité ont pour effet de décaler légèrement la fréquence de résonance vers le haut .

Planche IV - 11 Spectre global de la cavité

nV

M₁

(1)

(2)

(3)

M₂

$f_{M1} = 9,140 \text{ GHz}$

$f_{M2} = 10,560 \text{ GHz}$

(1) Mode TM₂₁₀

(2) Mode TM₀₂₀

(3) Mode TE₁₁₁

Planche I V -1: Spectre global de la cavité

M₁

(1)

Planche IV -2: Spectre entre M₁ et M₂

$f_{M1} = 9,290 \text{ GHz}$

(1) Mode TM₂₁₀

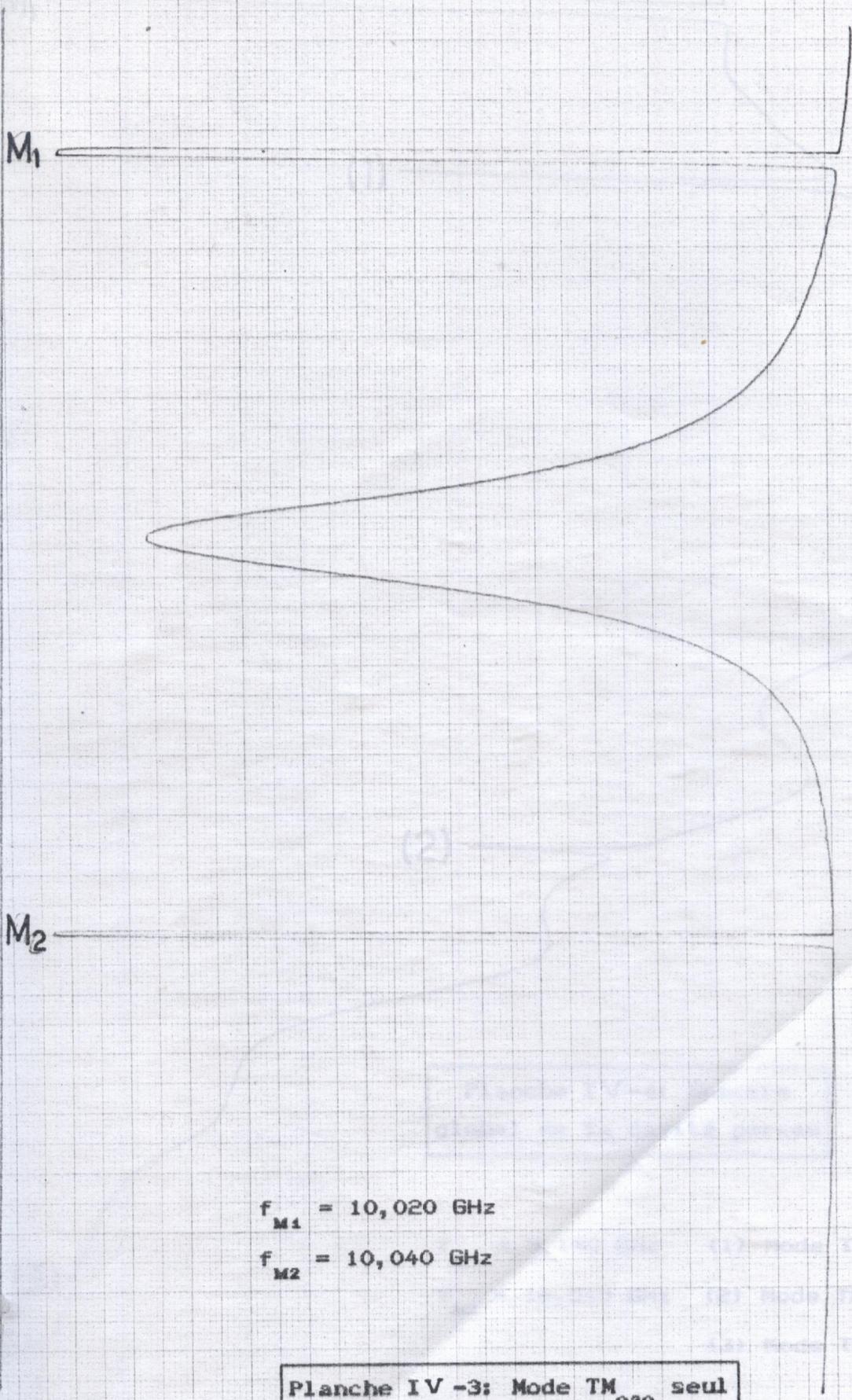
$f_{M2} = 10,090 \text{ GHz}$

(2) Mode TM₀₂₀

(2)

M₂

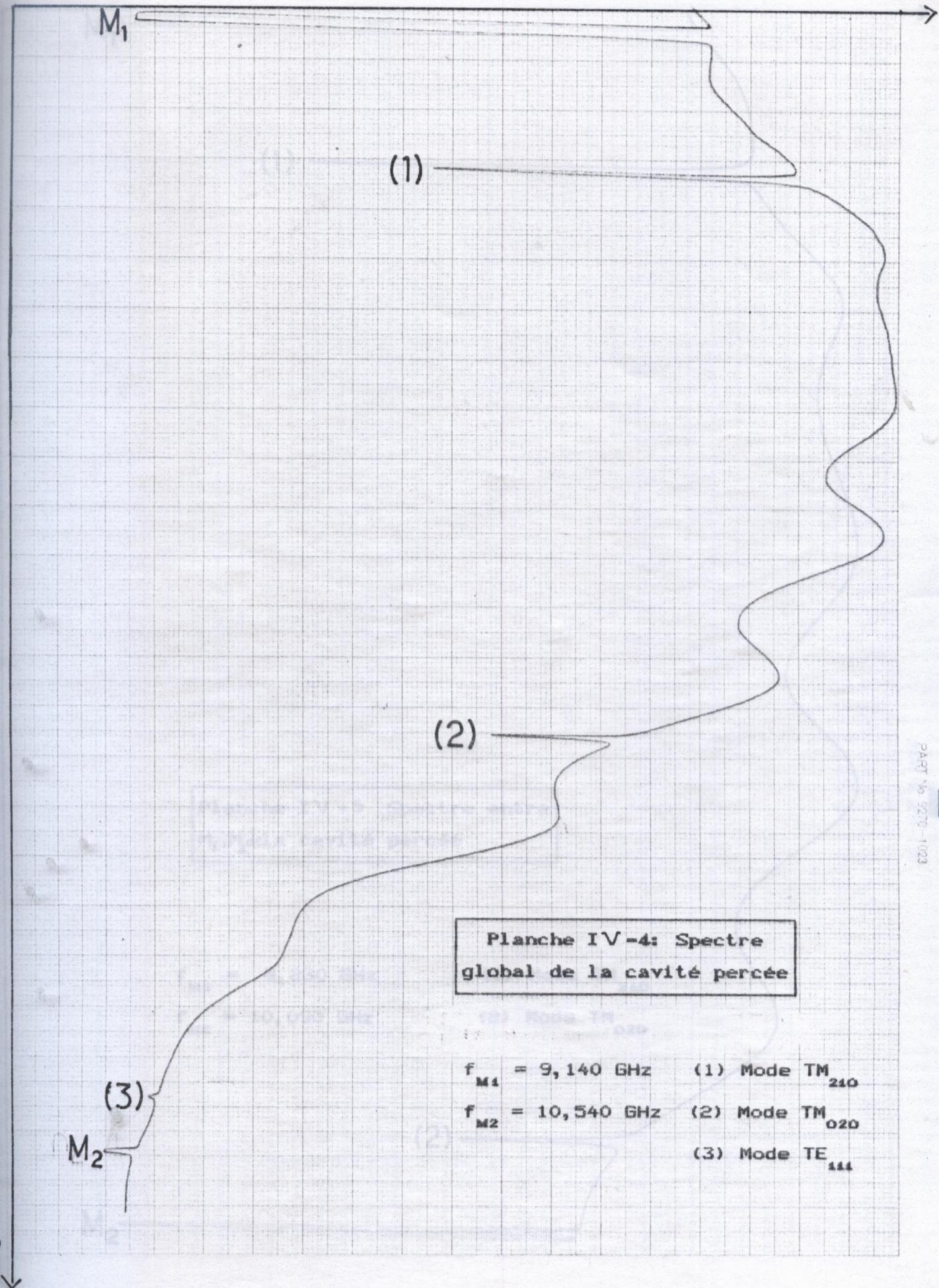
nV



$$f_{M1} = 10,020 \text{ GHz}$$

$$f_{M2} = 10,040 \text{ GHz}$$

Planche IV -3: Mode TM_{020} seul



mV

M₁

(1)

Planche I.V - 5 Spectre entre M₁, M₂ de la cavité percée

f_{M1} = 9,230 GHz

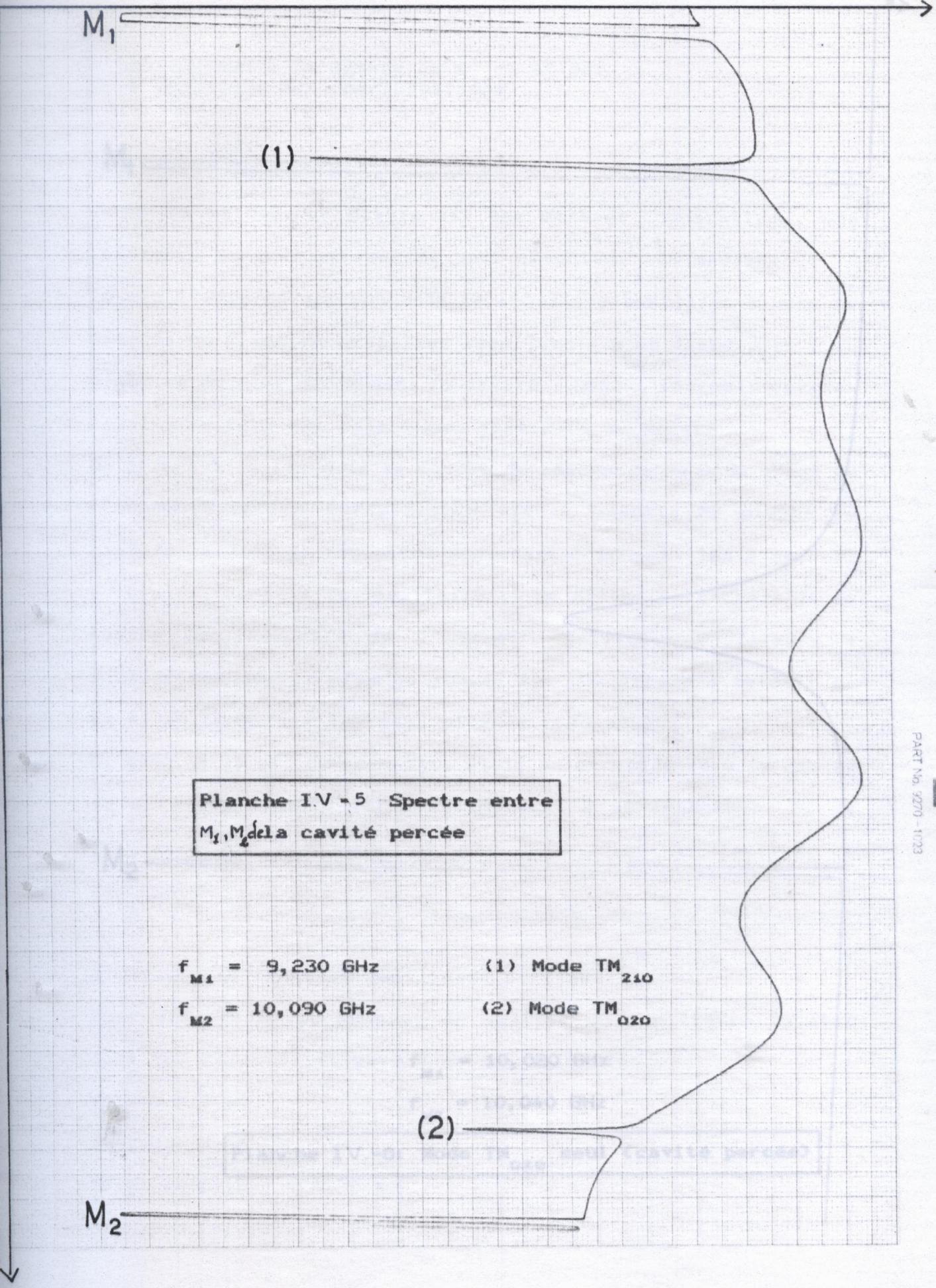
(1) Mode TM₂₁₀

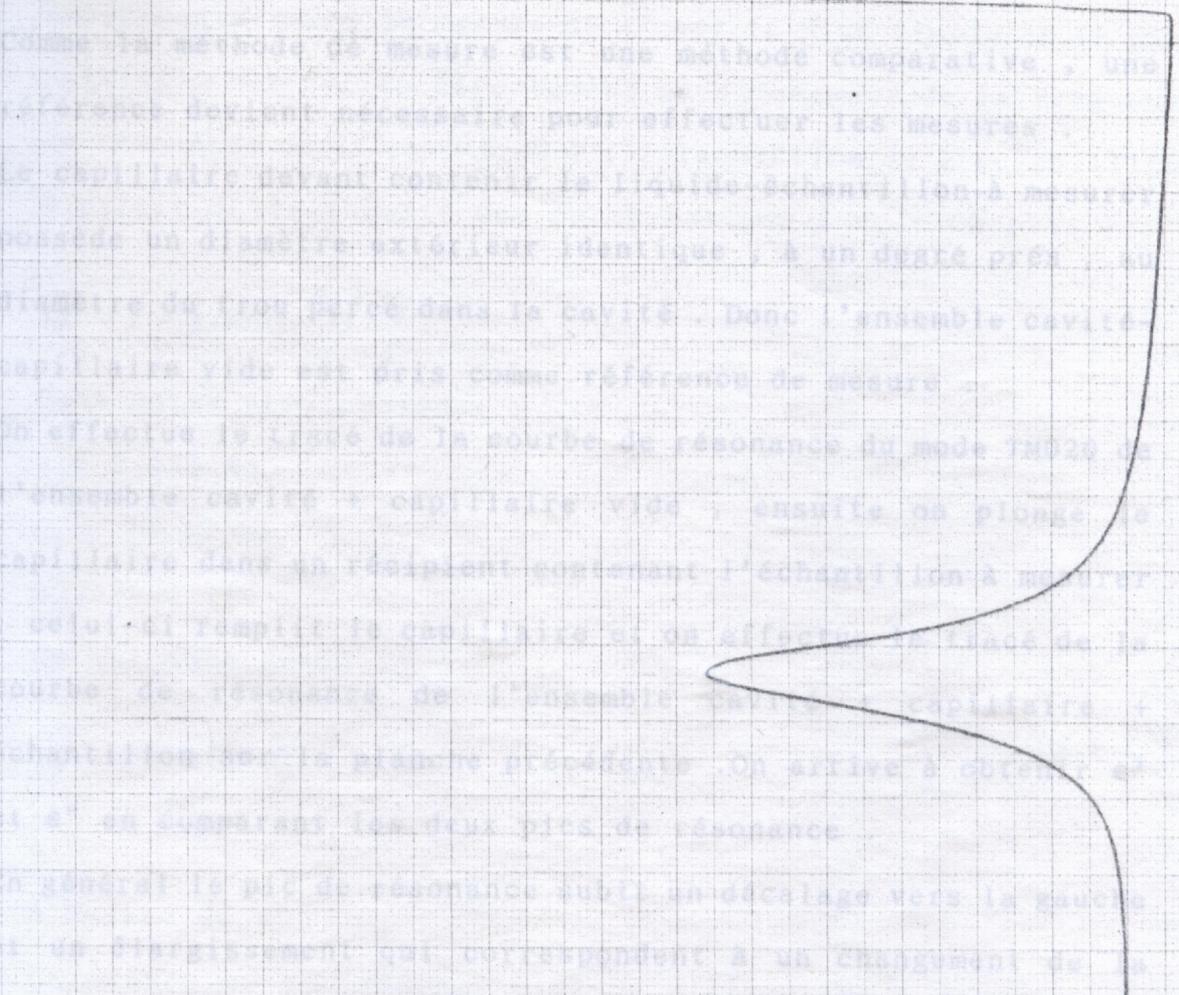
f_{M2} = 10,090 GHz

(2) Mode TM₀₂₀

(2)

M₂



M₁M₂

$$f_{M_1} = 10,020 \text{ GHz}$$

$$f_{M_2} = 10,040 \text{ GHz}$$

Planche IV.-6: Mode TM_{020} seul (cavité percée)

E. Application à la mesure de ϵ' et ϵ'' par la technique des perturbations

1. Principe de mesure

Expérimentalement la mesure de ϵ' est la plus simple et la plus précise, car reliée directement au glissement de la fréquence de résonance de la cavité dû à l'introduction de l'échantillon.

Le capillaire devant contenir le liquide-échantillon à mesurer possède un diamètre extérieur identique, à un degré près, au diamètre du trou percé dans la cavité. Donc l'ensemble cavité-capillaire vide est pris comme référence de mesure.

Dans notre application :
On effectue le tracé de la courbe de résonance du mode TM₀₂₀ de l'ensemble cavité + capillaire vide, ensuite on plonge le capillaire dans un récipient contenant l'échantillon à mesurer, celui-ci remplit le capillaire et on effectue le tracé de la courbe de résonance de l'ensemble cavité + capillaire + échantillon sur la planche précédente. On arrive à obtenir ϵ' et ϵ'' en comparant les deux pics de résonance.

En général le pic de résonance subit un décalage vers la gauche et un élargissement qui correspondent à un changement de la fréquence de résonance et une diminution du facteur de surtension.

2. Caractéristiques du capillaire utilisé

Pour effectuer les mesures on utilise un capillaire calibré dont les caractéristiques sont les suivantes :

volume = 5 μ l

longueur = 70 mm

rayon extérieur = 0.75 mm

rayon intérieur = 0.151 mm remarquer à ce niveau , une difficulté majeure à mesurer pratiquement sur le tracé de

3. Mesure de ϵ' leur du coefficient de surtension , car il est Expérimentalement la mesure de ϵ' est la plus simple et la plus précise , car reliée directement au glissement de la fréquence de résonance de la cavité dû à l'introduction de l'échantillon.

A partir de la théorie des perturbations (voir Chap II) :
d'adaptation . Pour remédier à ce problème et disposer de résultats précis sur la valeur de Q , il faudra utiliser un

$$\epsilon' - 1 - 2.G020.\left(\frac{R_0}{a}\right)^2.\frac{\delta f}{f}$$

Dans notre application : effectuer des mesures ponctuelles.

a = 0.151 mm théorie des perturbations (voir Chap II) :

$$R_0 = 26.25 \text{ mm}$$

$$G020 = 0.116$$

Ce qui nous donne : mesées plus haut

$$\epsilon' - 1 - 7.10^9 \frac{\delta f}{f}$$

(IV - 3)

4. Mesure de ϵ''

La mesure de ϵ'' présente plus de difficultés , surtout si le matériau est à fortes pertes . L'absorption provoque un élargissement et une atténuation du pic de la courbe de résonance. C'est d'ailleurs pour cela que l'on utilise des capillaires avec un diamètre intérieur très faible afin de minimiser l'absorption et donc l'atténuation du pic de résonance .

La mesure de ϵ'' se ramène à celle de la variation du facteur de surtension de la cavité .

$$\epsilon'' = 0.06$$

Il est nécessaire de faire remarquer à ce niveau, une difficulté majeure à mesurer pratiquement sur le tracé de résonance la valeur du coefficient de surtension, car il est difficile de localiser avec une précision acceptable les points à mi-puissance sur le pic de résonance. Vous remarquerez que sur certains tracés le pic est déjà situé sur une partie en pente qu'on n'est pas arrivé à redresser à l'aide de la ligne d'adaptation. Pour remédier à ce problème et disposer de résultats crédibles sur la valeur de Q, il faudra utiliser un wattmètre électronique et effectuer des mesures ponctuelles. A partir de la théorie des perturbations (voir Chap II) :

7. Mesures sur l'Acétone

$$\epsilon'' = G020 \cdot \left(\frac{R_0}{a}\right)^2 \cdot \delta\left(\frac{1}{Q}\right)$$

avec les valeurs données plus haut :

$$\delta f = f_0 - f_{11} = 0.028 \text{ GHz}$$

$$\epsilon'' = 3.5 \cdot 10^9 \cdot \delta\left(\frac{1}{Q}\right)$$

$$(IV - 4)$$

$$1/Q_1 = 0.00075$$

et donc

5. Mesures sur le Benzène

En se reportant aux tracés de résonance correspondant au Benzène (Planche N°(V-7)) et en faisant appel à la méthode décrite plus haut, on a trouvé les résultats suivants :

$$\delta f = f_{02} - f_{01} = - 0.00184 \text{ GHz}$$

$$1/Q_1 = 0.00051$$

$$1/Q_2 = 0.000493$$

Ceci nous permet d'obtenir :

$$\epsilon' = 2.30$$

$$\epsilon'' = 0.06$$

6. Mesures sur le Tétrachlorure de Carbone (CCl_4)

En se référant aux tracés de résonance correspondant au CCl_4
(Planche N° IV-8) :

$$\delta f = f_{02} - f_{01} = - 0.00178 \text{ GHz}$$

$$1/Q_2 = 0.00075$$

$$1/Q_1 = 0.0008$$

et donc

$$\epsilon' = 2.26$$

$$\epsilon'' = 0.178$$

$$\epsilon' = 1 - 12.533 \delta f / f$$

$$\epsilon'' = 6.266 \delta (1/Q)$$

7. Mesures sur l'Acétone

En se référant aux tracés de résonance correspondant à
l'Acétone (Planche N° IV-8) :

$$\delta f = f_{02} - f_{01} = - 0.028 \text{ GHz}$$

$$1/Q_2 = 0.002$$

$$1/Q_1 = 0.00075$$

et donc

$$\epsilon' = 20.59$$

$$\epsilon'' = 4.92$$

8. Mesures sur le tube capillaire

En comparant les tracés de résonance de la cavité vide et de la
cavité avec capillaire on obtient :

$$\delta f = f_{02} - f_{01} = -0.1119 \text{ GHz}$$

$$1/Q_2 = 0.0005$$

$$1/Q_1 = 0.0002$$

En se reportant au paragraphe III.C ϵ' et ϵ'' sont donnés par

$$\epsilon' = 1 - 2.G_{\text{tube}} \cdot \frac{V_c}{V_{\text{tube}}} \cdot \frac{\delta f}{f}$$

$$\epsilon'' = G_{\text{tube}} \cdot \frac{V_c}{V_{\text{tube}}} \cdot \delta \left(\frac{1}{Q} \right)$$

Pour notre application :

$$G_{\text{tube}} = 0.00491$$

$$V_c / V_{\text{tube}} = 1.277 * 10^3$$

et donc

$$\epsilon' = 1 - 12.533 \delta f / f$$

(IV - 5)

$$\epsilon'' = 6.266 \delta (1/Q)$$

(IV - 6)

Avec les valeurs de δf et de Q trouvés plus haut on obtient donc pour le capillaire :

$$\epsilon' = 1.25$$

$$\epsilon'' = 0.002$$

$f_{d_1} = 9880$ GHz

$f_{d_2} = 9930$ GHz

(1) Capillaire vide

(2) Benzène

M2

mV

M₁

$$f_{M_1} = 9.880 \text{ GHz}$$

$$f_{M_2} = 9.930 \text{ GHz}$$

(1) Capillaire vide

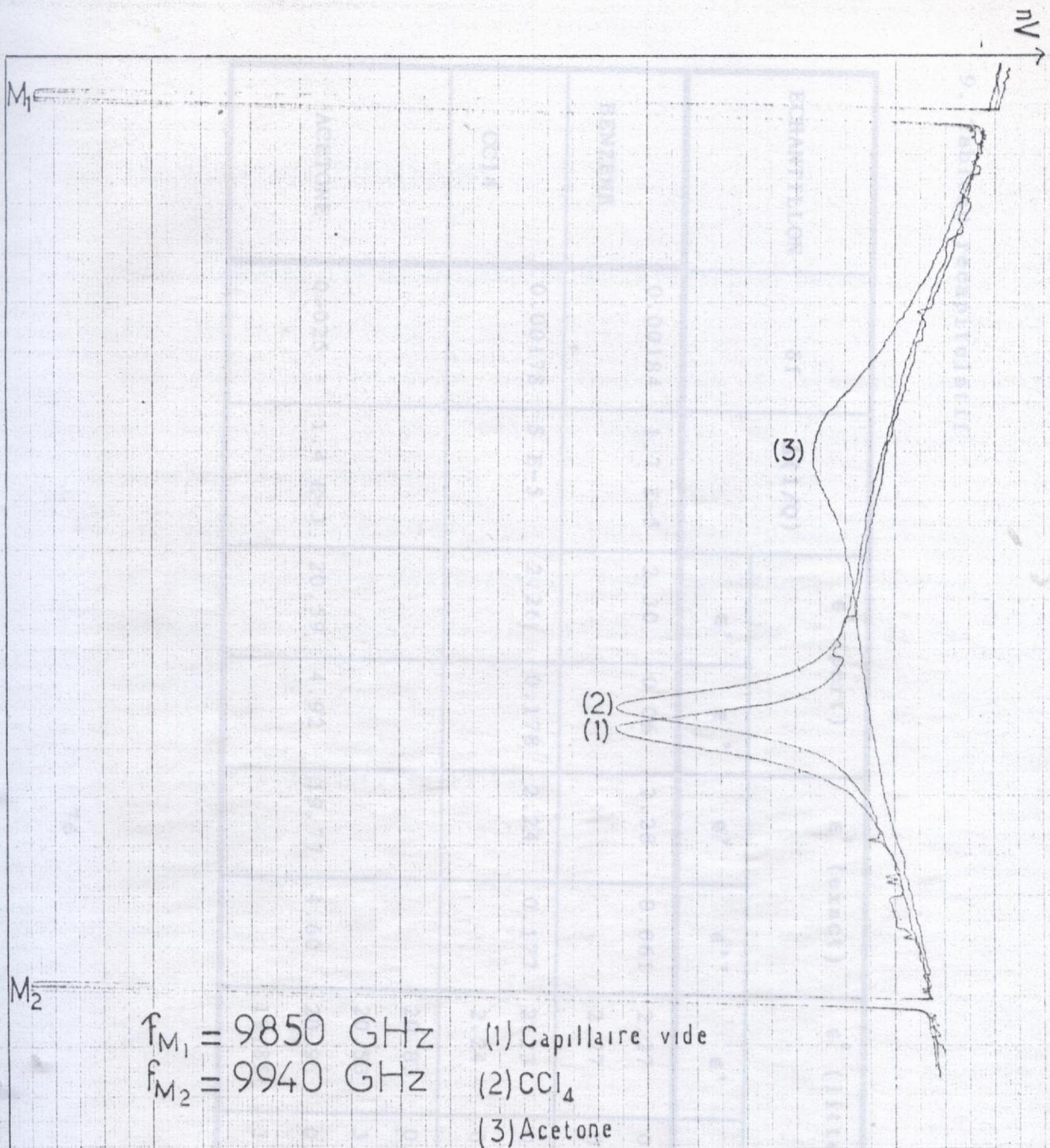
(2) Benzène

(2)

(1)

M₂

Planche IV-7: Mesures sur le Benzène



$f_{M_1} = 9850 \text{ GHz}$ (1) Capillaire vide
 $f_{M_2} = 9940 \text{ GHz}$ (2) CCl_4
 (3) Acetone

Planche W-8: Mesures sur le CCl_4 et l'Acétone

GHZ

CONDITIONS D'ESSAIS	
Y	X
CAUSE	01-1109 / 11-1109
POSITION 0	
DECALAGE	
FILTRE SUR	A 3 C A 3 C
SEC. 10/27	
Y 1	

1	19.25 GHz
2	19.25 GHz
3	19.25 GHz
4	19.25 GHz
5	19.25 GHz
6	19.25 GHz
7	19.25 GHz
8	19.25 GHz
9	19.25 GHz
10	19.25 GHz
11	19.25 GHz
12	19.25 GHz
13	19.25 GHz
14	19.25 GHz
15	19.25 GHz
16	19.25 GHz
17	19.25 GHz
18	19.25 GHz
19	19.25 GHz
20	19.25 GHz
21	19.25 GHz
22	19.25 GHz
23	19.25 GHz
24	19.25 GHz
25	19.25 GHz
26	19.25 GHz
27	19.25 GHz
28	19.25 GHz
29	19.25 GHz
30	19.25 GHz
31	19.25 GHz
32	19.25 GHz
33	19.25 GHz
34	19.25 GHz
35	19.25 GHz
36	19.25 GHz
37	19.25 GHz
38	19.25 GHz
39	19.25 GHz
40	19.25 GHz
41	19.25 GHz
42	19.25 GHz
43	19.25 GHz
44	19.25 GHz
45	19.25 GHz
46	19.25 GHz
47	19.25 GHz
48	19.25 GHz
49	19.25 GHz
50	19.25 GHz

9. Tableau recapitulatif

ECHANTILLON	δf	$A(1/Q)$	ϵ^+ (pert)		ϵ^+ (exact)		ϵ^+ (litter)		remarques
			ϵ'	ϵ''	ϵ'	ϵ''	ϵ'	ϵ''	
BENZENE	0.00184	1.7 E-5	2.30	0.06	2.28	0.061	2.27	0.0009 [40]	à 19.25 GHz
							2.27	0.075 [38]	à 9.2 GHz
CCl4	0.00178	5 E-5	2.26	0.178	2.24	0.177	2.23	0.0012 [40]	à 19.25 GHz
							2.24	0.121 [38]	à 9.2 GHz
ACETONE	0.025	1.4 E-3	20.59	4.92	19.77	4.60	20.83	0.744 [10]	à 2.23 GHz
							20.53	3.82 [39]	à 8.8 GHz
							20.9	0.85 [17]	à 2.23 GHz
							19.85	3.21 [40]	à 9.625 GHz

III. RÉSULTATS THÉORIQUES

Dans ce paragraphe, a été calculé par la formule des
Dans cette partie on se propose de calculer la permittivité
par les deux techniques de calcul.

Les résultats obtenus sont confrontés à travers des
graphiques de la permittivité complexe en fonction du
décalage de fréquence.

Les calculs ont été faits pour quatre types d'échantillons
et cinq dimensions différentes. Pour les échantillons avec
pertes on a aussi étudié l'influence du facteur de
surtension Q.

Les dimensions utilisées sont :

cap1 : 5 μ l	$r_1 = 0.151$ mm	$r_2 = 0.75$ mm
cap2 : 10 μ l	$r_1 = 0.190$ mm	$r_2 = 0.61$ mm
cap3 : 20 μ l	$r_1 = 0.306$ mm	$r_2 = 0.785$ mm
cap4 : 50 μ l	$r_1 = 0.423$ mm	$r_2 = 0.755$ mm
cap5 : 100 μ l	$r_1 = 0.598$ mm	$r_2 = 0.755$ mm

Les valeurs ci-dessous donnent la valeur de ϵ pour laquelle

Les dimensions de la cavité ont été données au chap. III.

On a fait varier la fréquence de $\delta f/f_0 = 10^{-5}$ à 0.05

On a fait varier le facteur de surtension de $\delta Q = 0.0001$ à

0.1 . $\epsilon = 11$

cap4 : $\epsilon = 9$

cap5 : $\epsilon = 5$

A. Diélectrique solide sans pertes conformes aux hypothèses

Dans ce paragraphe ϵ_p a été calculé par la formule des perturbations présentée au chapitre II :

$$\epsilon_r = 1 - 2 \frac{V_c}{V_e} G_{020} \frac{\delta f}{f}$$

$$G_{020} = \frac{J_1^2(\chi_{02})}{J_1^2(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0}) + J_0^2(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0})}$$

Ceci nous permet d'affirmer que plus la constante ϵ_e et ϵ_p par la résolution de l'équation caractéristique présentée au chapitre I :

$$\sqrt{\epsilon_e} \frac{J_1(\sqrt{\epsilon_e} k_0 r_1)}{J_0(\sqrt{\epsilon_e} k_0 r_1)} = \frac{J_1(k_0 r_1) Y_0(k_0 R_0) - J_0(k_0 R_0) Y_1(k_0 r_1)}{J_0(k_0 r_1) Y_0(k_0 R_0) - J_0(k_0 R_0) Y_0(k_0 r_1)}$$

On remarque que lorsque $\delta f/f_0$ est faible les résultats des deux techniques de calcul sont identiques. On remarque aussi que lorsque les dimensions de l'échantillon augmentent la séparation des deux courbes se fait pour un ϵ plus faible .

Les valeurs ci-dessous donnent la valeur de ϵ pour laquelle

$$(\epsilon_p - \epsilon_e) / \epsilon_e \approx 5\% :$$

cap1 : $\epsilon \approx 25$

cap2 : $\epsilon \approx 21$

cap3 : $\epsilon \approx 13$

cap4 : $\epsilon \approx 9$

cap5 : $\epsilon \approx 5$

Les résultats obtenus sont donc conformes aux hypothèses faites lors de l'obtention de la formule des perturbations au chapitre II :

- diamètre de l'échantillon négligeable devant le diamètre de la cavité
- décalage de fréquence très faible devant la fréquence de résonance .

Ceci nous permet donc d'affirmer que plus la constante diélectrique de l'échantillon est élevée plus petites doivent être ses dimensions pour avoir une précision acceptable des résultats de mesure.

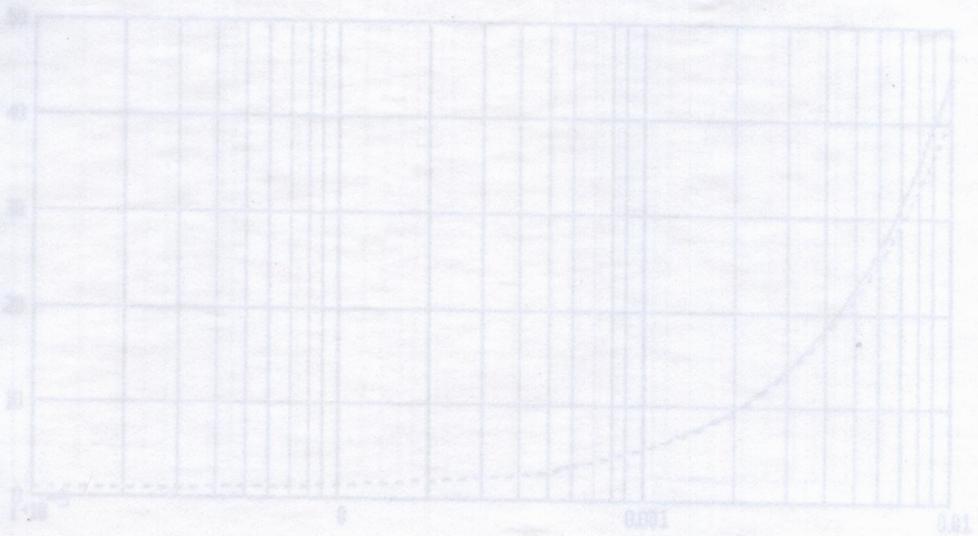


Fig. VL2 : Variations de la permittivité ϵ en fonction du décalage de fréquence (cap2)
----- : Pert ——— : Exact

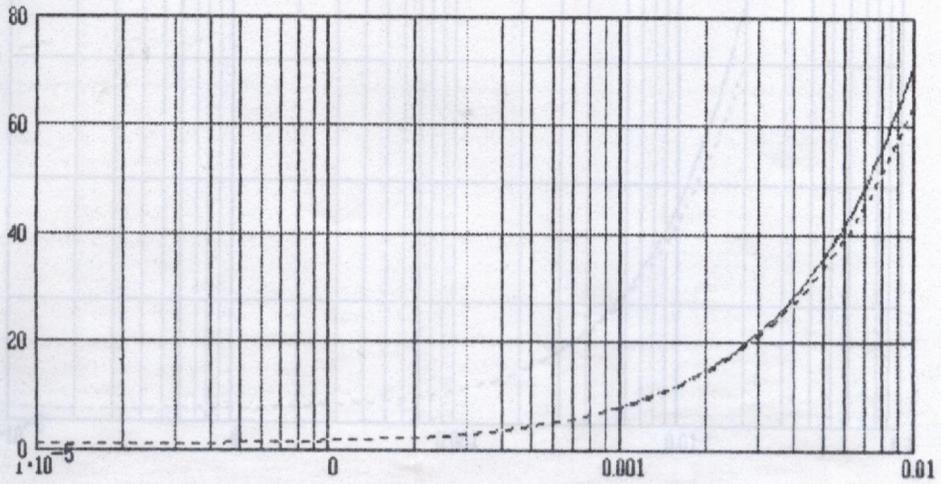


Fig. VI.1 : Variations de la permittivité ϵ en fonction du décalage de fréquence (cap1)
 — : Pert - - - : Exact

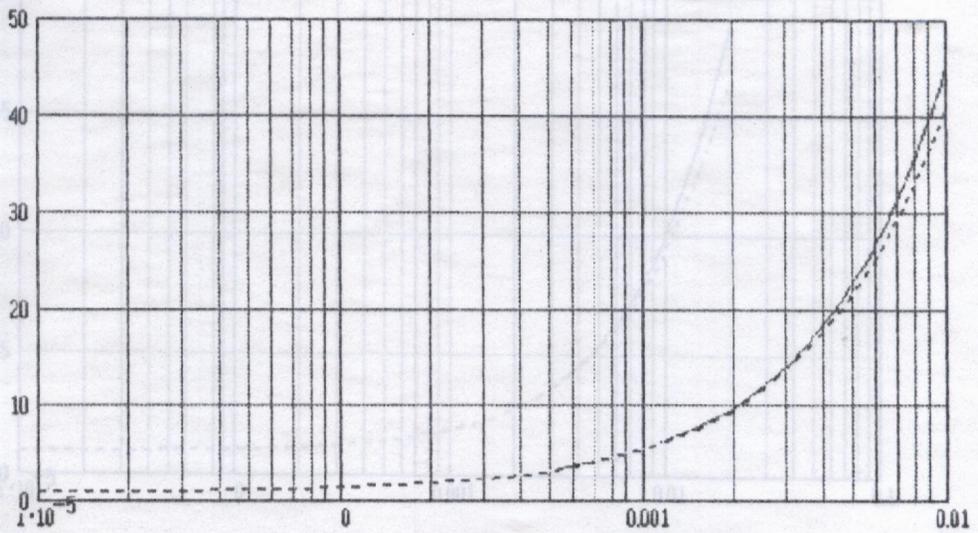


Fig. VI.2 : Variations de la permittivité ϵ en fonction du décalage de fréquence (cap2)
 — : Pert - - - : Exact

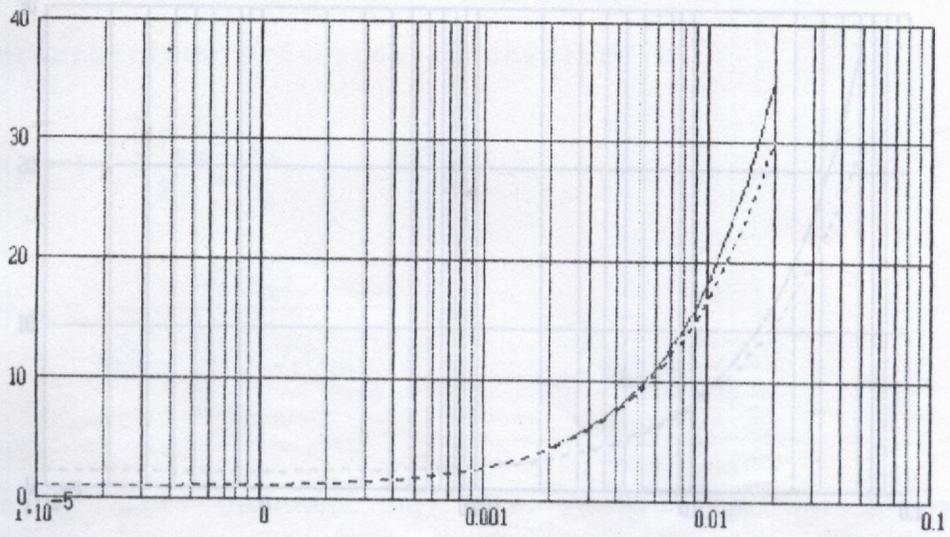


Fig. VI.3 : Variations de la permittivité ϵ en fonction du décalage de fréquence (cap3)
 — : Pert - - - : Exact

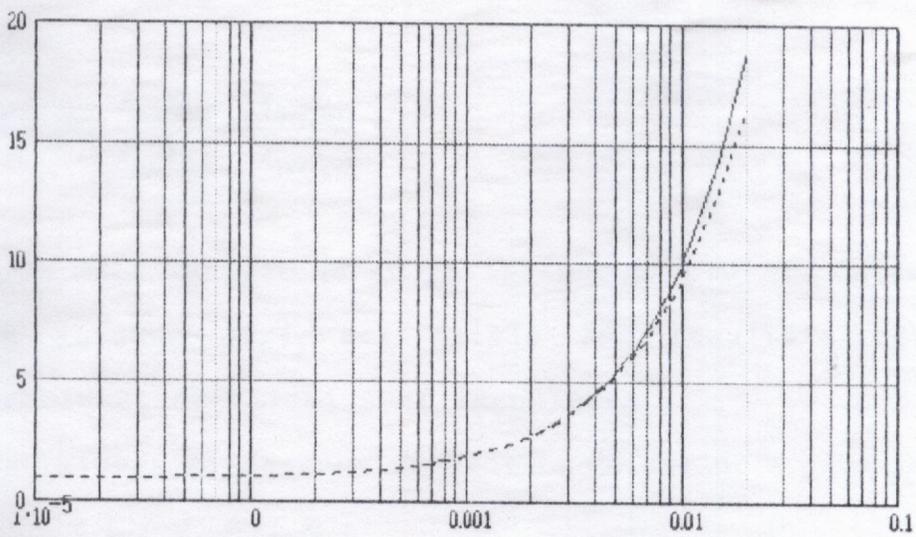


Fig. VI.4 : Variations de la permittivité ϵ en fonction du décalage de fréquence (cap4)
 — : Pert - - - : Exact

B. diélectrique liquide sans pertes

Dans ce paragraphe ϵ a été calculé par la formule des perturbations présentée au chapitre 1 :

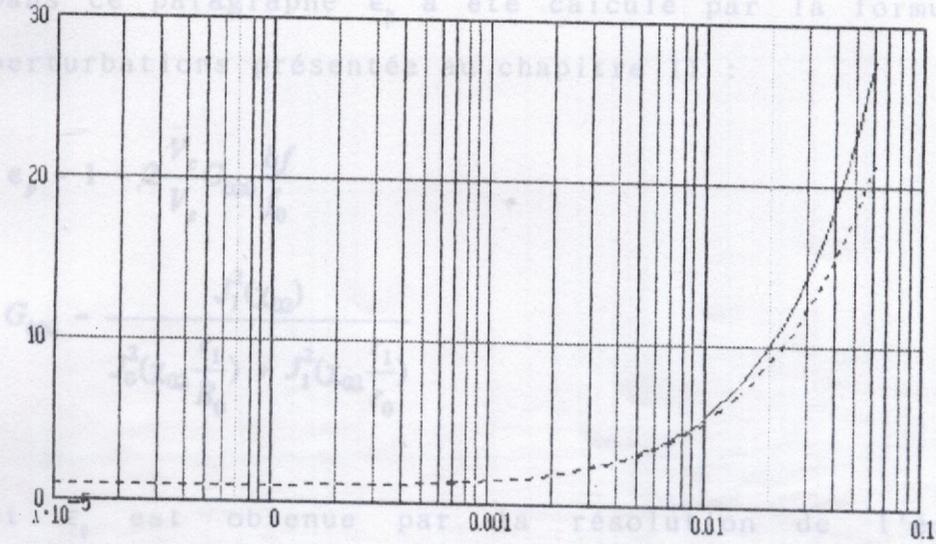


Fig.VI.5 : Variations de la permittivité ϵ en fonction du décalage de fréquence (cap5)
 — : Pert - - - : Exact

$$\sqrt{\epsilon} = \frac{J_{102} Y_{121} - J_{121} Y_{102} + G(J_{121} Y_{122} - J_{122} Y_{121})}{J_{102} Y_{101} - J_{101} Y_{102} + G(J_{101} Y_{122} - J_{122} Y_{101})}$$

$$G = \sqrt{\epsilon} \frac{J_{102} Y_{100} - Y_{100} J_{100}}{J_{102} Y_{100} - Y_{100} J_{100}}$$

De la même manière qu'au paragraphe précédent, on remarque que lorsque $\delta f/f_0$ est faible les résultats des deux techniques de calcul sont identiques.

Les valeurs ci-dessous donnent la valeur de ϵ pour laquelle $(\epsilon_p - \epsilon_s) / \epsilon_s \approx 5\%$:

cap1 : $\epsilon \approx 22$

cap2 : $\epsilon \approx 16$

cap3 : $\epsilon \approx 9$

cap4 : $\epsilon \approx 7$

cap5 : $\epsilon \approx 5$

B. diélectrique liquide sans pertes

Dans ce paragraphe ϵ_p a été calculé par la formule des perturbations présentée au chapitre II :

$$\epsilon_p - 1 = 2 \frac{V_c}{V_e} G_{020} \frac{\delta f}{f_0}$$

$$G_{020} = \frac{J_1^2(\chi_{02})}{J_0^2(\chi_{02} \frac{r_1}{R_0}) + J_1^2(\chi_{02} \frac{r_1}{r_0})}$$

et ϵ_e est obtenue par la résolution de l'équation caractéristique présentée au chapitre I :

$$\sqrt{\epsilon_e} \frac{J_1(\sqrt{\epsilon_e} k_0 r_1)}{J_0(\sqrt{\epsilon_e} k_0 r_1)} = \sqrt{\epsilon_2} \frac{J_{022} Y_{121} - J_{121} Y_{022} + G.(J_{121} Y_{122} - J_{122} Y_{121})}{J_{022} Y_{021} - J_{021} Y_{022} + G.(J_{021} Y_{122} - J_{122} Y_{021})}$$

$$G = \sqrt{\epsilon_2} \frac{J_{002} Y_{000} - Y_{002} J_{000}}{J_{102} Y_{000} - Y_{102} J_{000}}$$

De la même manière qu'au paragraphe précédent, on remarque que lorsque $\delta f/f_0$ est faible les résultats des deux techniques de calcul sont identiques.

Les valeurs ci-dessous donnent la valeur de ϵ pour laquelle

$$(\epsilon_p - \epsilon_e) / \epsilon_e \approx 5 \% :$$

cap1 : $\epsilon \approx 22$

cap2 : $\epsilon \approx 16$

cap3 : $\epsilon \approx 9$

cap4 : $\epsilon \approx 7$

cap5 : $\epsilon \approx 5$

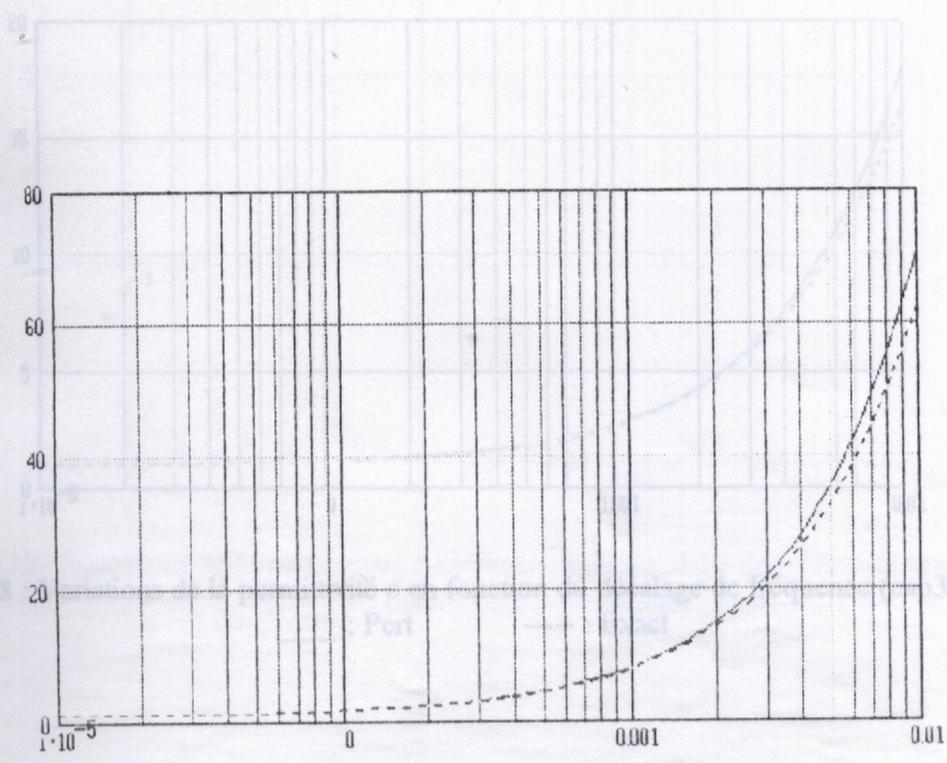


Fig. VI.6 : Variations de la permittivité ϵ en fonction du décalage de fréquence (cap1)
 — : Pert - - - : Exact

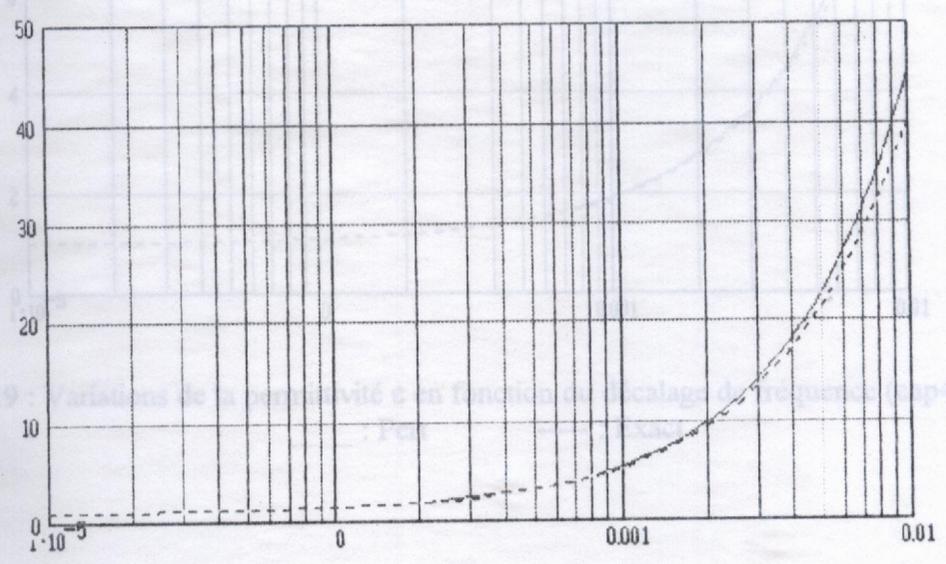


Fig. VI.7 : Variations de la permittivité ϵ en fonction du décalage de fréquence (cap2)
 — : Pert - - - : Exact

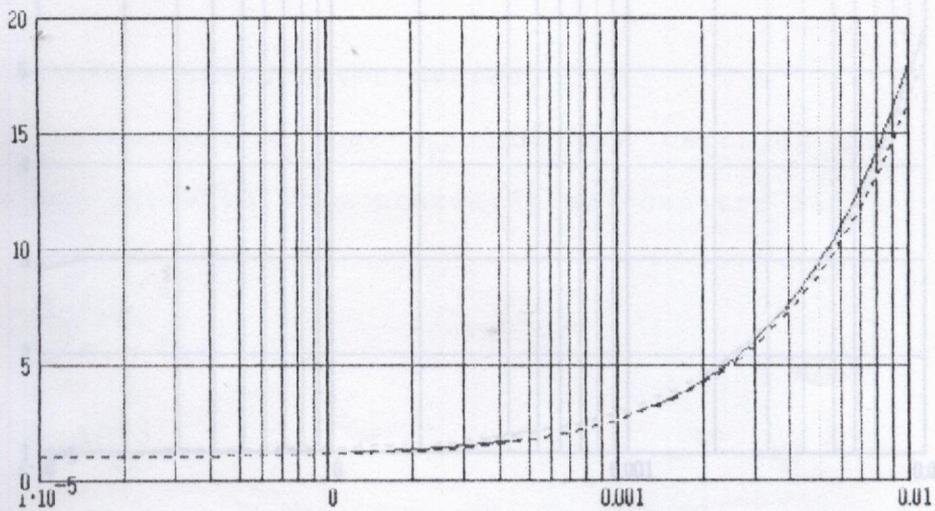


Fig. VI.8 : Variations de la permittivité ϵ en fonction du décalage de fréquence (cap3)
 — : Pert - - - : Exact

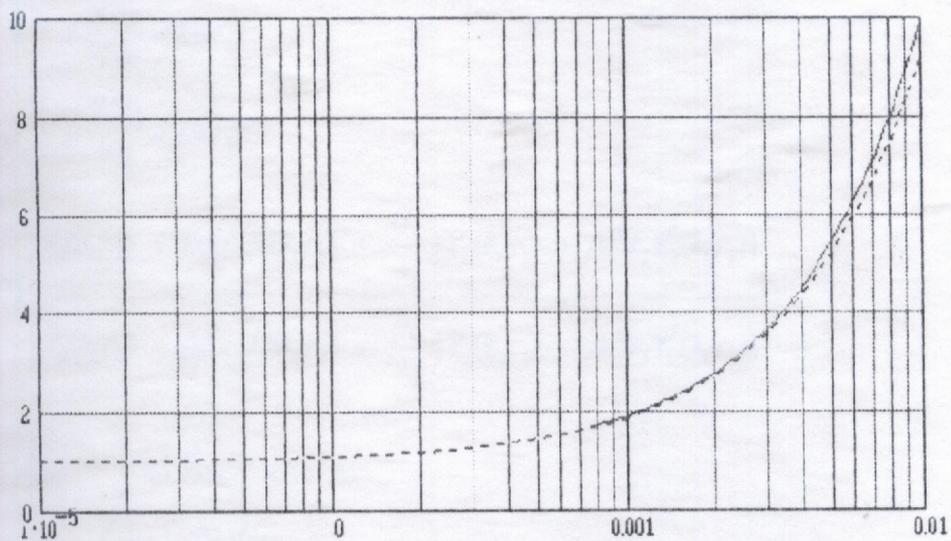


Fig. VI.9 : Variations de la permittivité ϵ en fonction du décalage de fréquence (cap4)
 — : Pert - - - : Exact

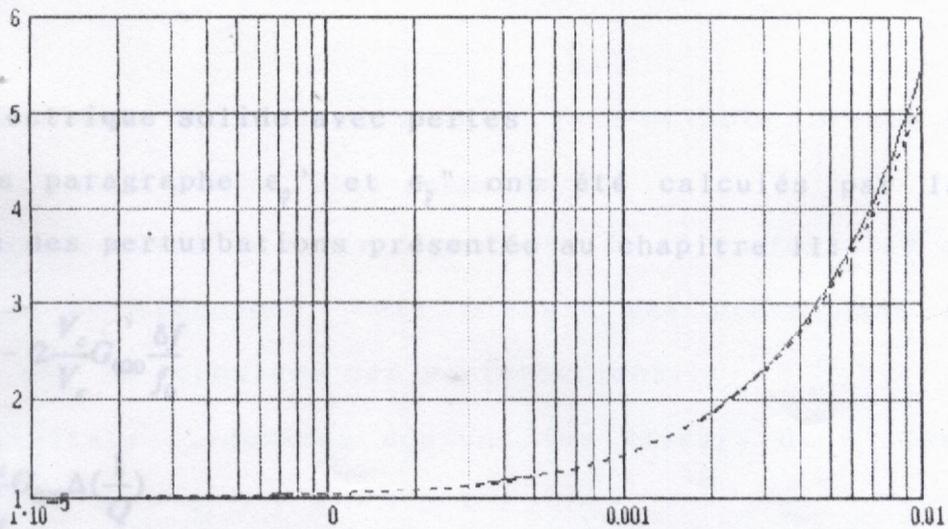


Fig. VI.10 : Variations de la permittivité ϵ en fonction du décalage de fréquence (cap5)

_____ : Pert ----- : Exact

$$\frac{J_1(kr_1) - j \frac{\beta^2 r_1}{2a} J_0(kr_1)}{J_0(kr_1) + j \frac{\beta^2 r_1}{2a} J_1(kr_1)} = \frac{B_2}{A_2} \frac{[Y_1(kr_1) + j k'' r_1 Y_0'(kr_1)]}{[Y_0(kr_1) + j k'' r_1 Y_1'(kr_1)]}$$

$$\frac{B_2}{A_2} = \frac{J_{000} + \frac{1}{2} \eta_0^2 J_{100} - j \eta_0 J_{100}}{Y_{000} - j \eta_0 J_{100}}$$

De la même manière qu'aux paragraphes précédents, on remarque que lorsque $\delta f/f_0$ est faible les résultats des deux techniques de calcul sont identiques.

On remarque aussi l'influence du facteur de surtension sur la dispersion des résultats pour une même dimension

C. Diélectrique solide avec pertes plus notable lorsque la
 Dans ce paragraphe ϵ_p' et ϵ_p'' ont été calculés par la
 formule des perturbations présentée au chapitre II :

$$\epsilon_p' = 1 - 2 \frac{V_c}{V_e} G_{020} \frac{\delta f}{f_0}$$

$$\epsilon_p'' = \frac{V_c}{V_e} G_{020} \Delta \left(\frac{1}{Q} \right)$$

ϵ_e' et ϵ_e'' sont calculés par la résolution de l'équation
 caractéristique présentée au chapitre I :

$$\alpha \frac{J_1(\alpha r_1) - j \frac{\beta^2 r_1}{2\alpha} J_0(\alpha r_1)}{J_0(\alpha r_1) + j \frac{\beta^2 r_1}{2\alpha} J_1(\alpha r_1)} =$$

$$(k_0 + jk'') \frac{J_1(k_0 r_1) + jk'' r_1 J_1'(k_0 r_1) + \frac{B_2}{A_2} [Y_1(k_0 r_1) + jk'' r_1 Y_1'(k_0 r_1)]}{J_0(k_0 r_1) + jk'' r_1 J_0'(k_0 r_1) + \frac{B_2}{A_2} [Y_0(k_0 r_1) + jk'' r_1 Y_0'(k_0 r_1)]}$$

$$\frac{B_2}{A_2} = \frac{J_{000} + \frac{1}{2} \eta_0^2 j_{100}' - j \eta_0 J_{100}}{Y_{000} - j \eta_0 J_{100}}$$

De la même manière qu'aux paragraphes précédents, on
 remarque que lorsque $\delta f/f_0$ est faible les résultats des
 deux techniques de calcul sont identiques.

On remarque aussi l'influence du facteur de surtension sur
 la dispersion des résultats pour une même dimension

d'échantillon. Cette dispersion est plus notable lorsque la dimension de l'échantillon augmente .

On remarque aussi la forte dépendance de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence. Ceci n'était pas prévu dans le calcul par la technique des perturbations.

Les résultats ci-dessous donnent les valeurs de ϵ' pour lesquels $(\epsilon_p - \epsilon_e) / \epsilon_e \approx 5\%$:

cap1 :	Q = 10000	$\epsilon' \approx 31$
	Q = 1000	$\epsilon' \approx 31$
	Q = 100	$\epsilon' \approx 22$

cap2 :	Q = 10000	$\epsilon' \approx 23$
	Q = 1000	$\epsilon' \approx 23$
	Q = 100	$\epsilon' \approx 1$

cap3 :	Q = 10000	$\epsilon' \approx 12$
	Q = 1000	$\epsilon' \approx 12$
	Q = 100	$\epsilon' \approx 1$

cap4 :	Q = 10000	$\epsilon' \approx 9$
	Q = 1000	$\epsilon' \approx 9$
	Q = 100	$\epsilon' \approx 1$

cap5 :	Q = 10000	$\epsilon' \approx 5$
	Q = 1000	$\epsilon' \approx 5$
	Q = 100	$\epsilon' \approx 1$

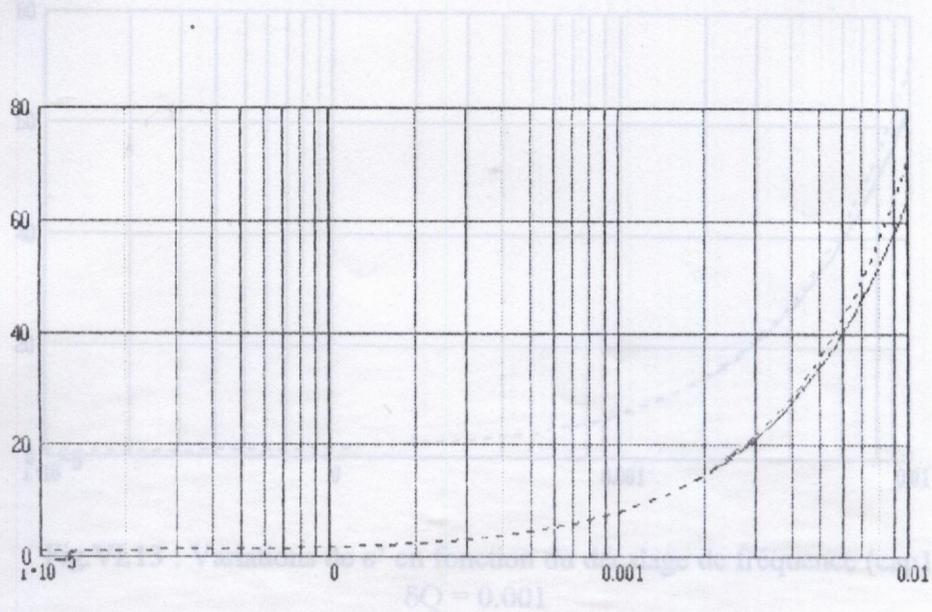


Fig. VI.11 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap1)
 $\delta Q = 0.0001$
 ----- : Pert _____ : Exact

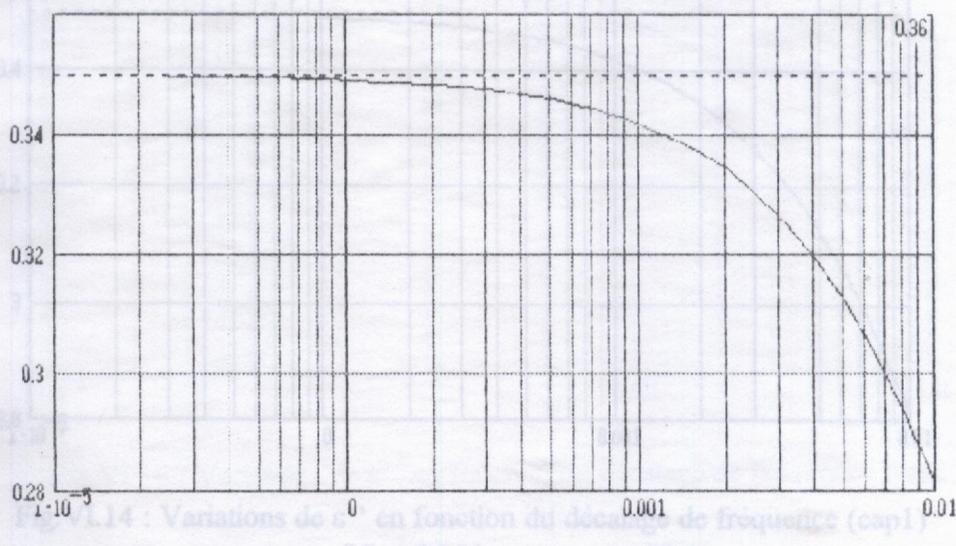


Fig. VI.12 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap1)
 $\delta Q = 0.0001$
 ----- : Pert _____ : Exact

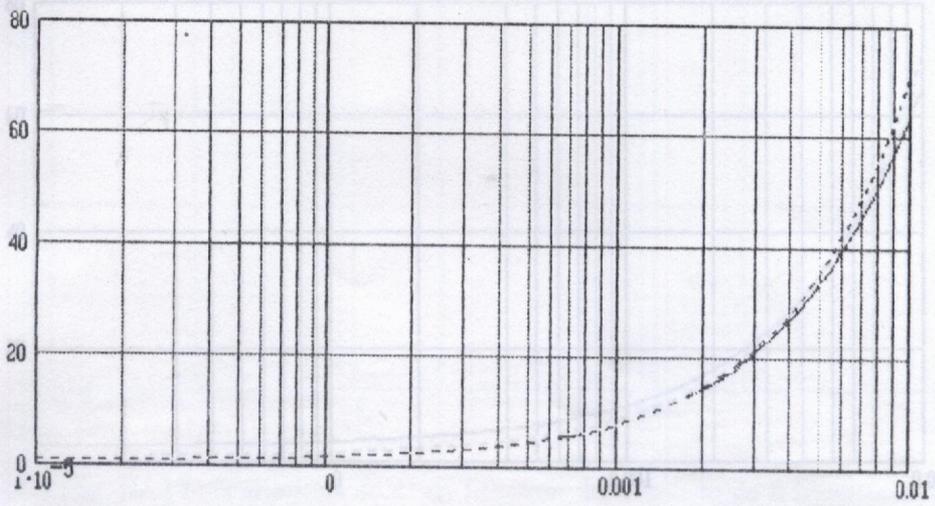


Fig.VI.13 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap1)
 $\delta Q = 0.001$
 ----- : Pert _____ : Exact

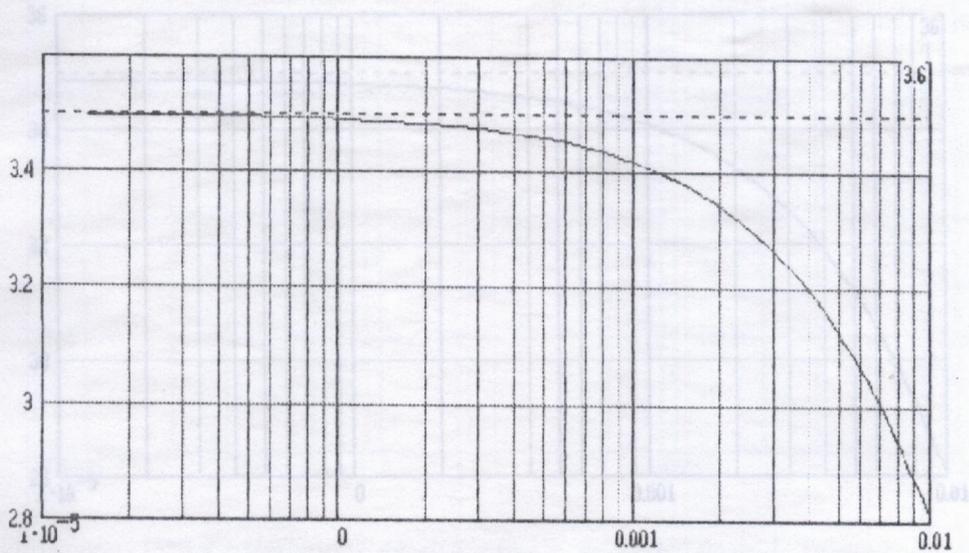


Fig.VI.14 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap1)
 $\delta Q = 0.001$
 ----- : Pert _____ : Exact



Fig. VI.15 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap1)
 $\delta Q = 0.01$
 ----- : Pert _____ : Exact

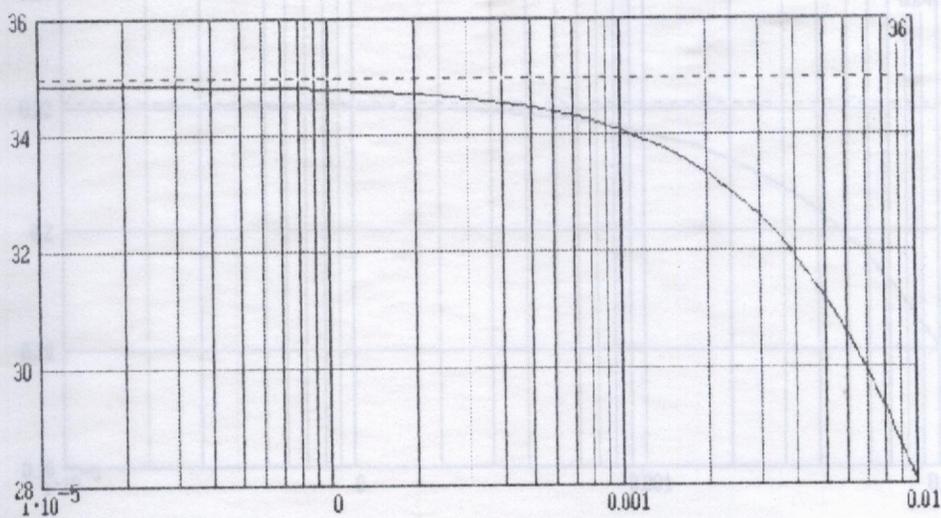


Fig. VI.16 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap1)
 $\delta Q = 0.01$
 ----- : Pert _____ : Exact

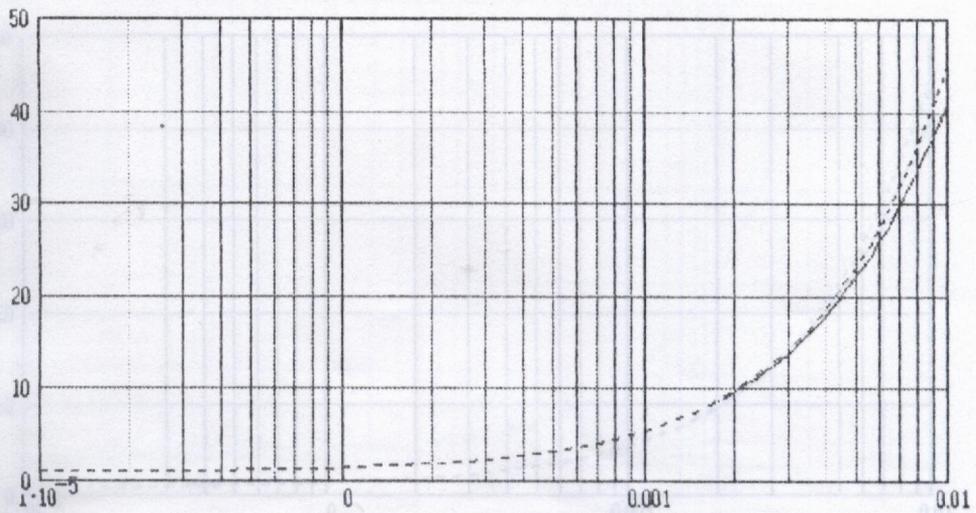


Fig. IV.17 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap2)
 $\delta(1/Q) = 0.0001$
 ----- : Pert _____ : Exact

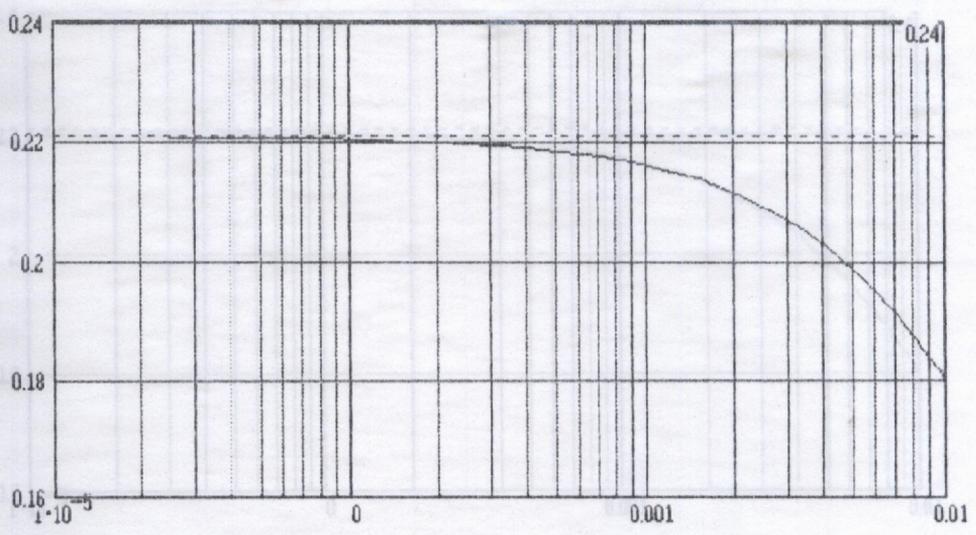


Fig. IV.18 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap2)
 $\delta(1/Q) = 0.0001$
 ----- : Pert _____ : Exact

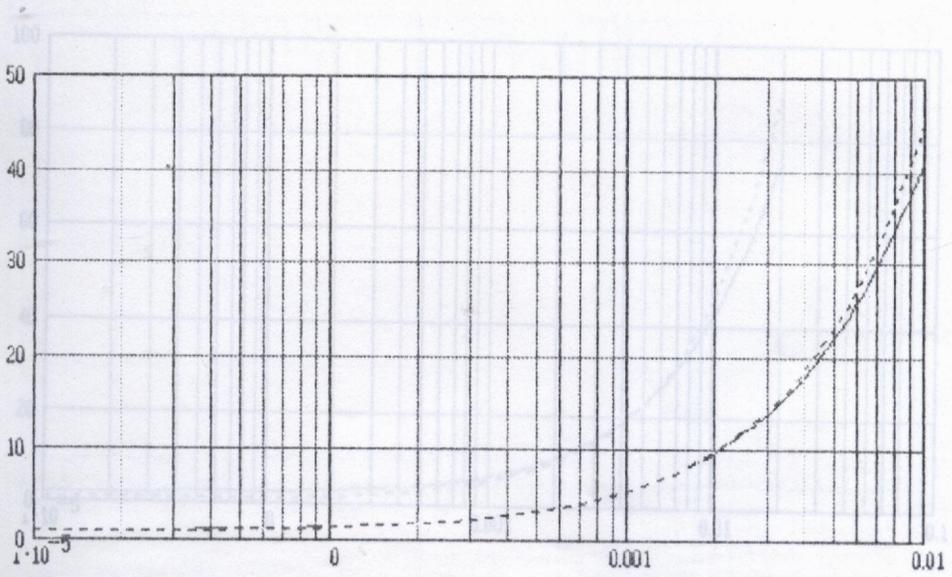


Fig. IV.19 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap2)

— : Pert $\delta(1/Q) = 0.001$ Exact
 ----- : Pert _____ : Exact

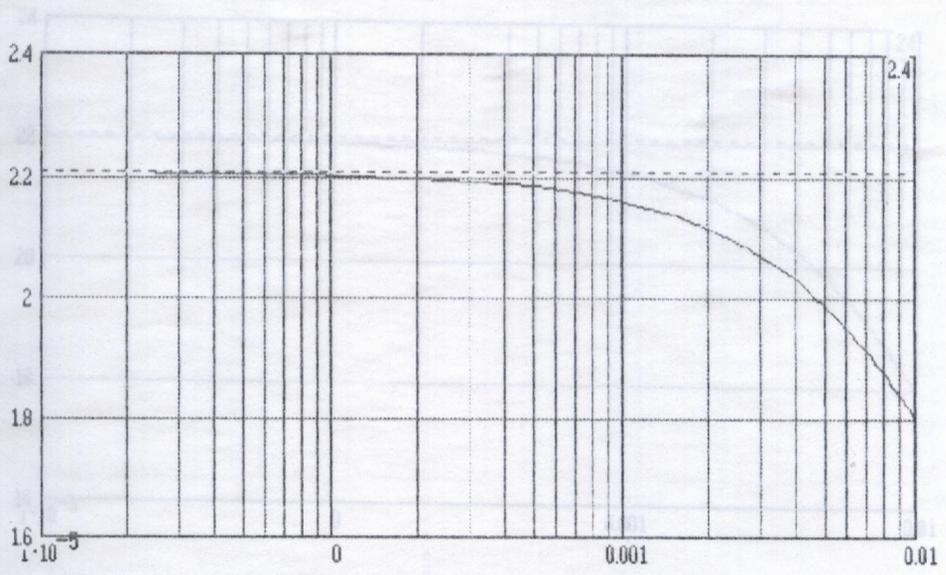


Fig. IV.20 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap2)

— $\delta(1/Q) = 0.001$: Exact
 ----- : Pert _____ : Exact

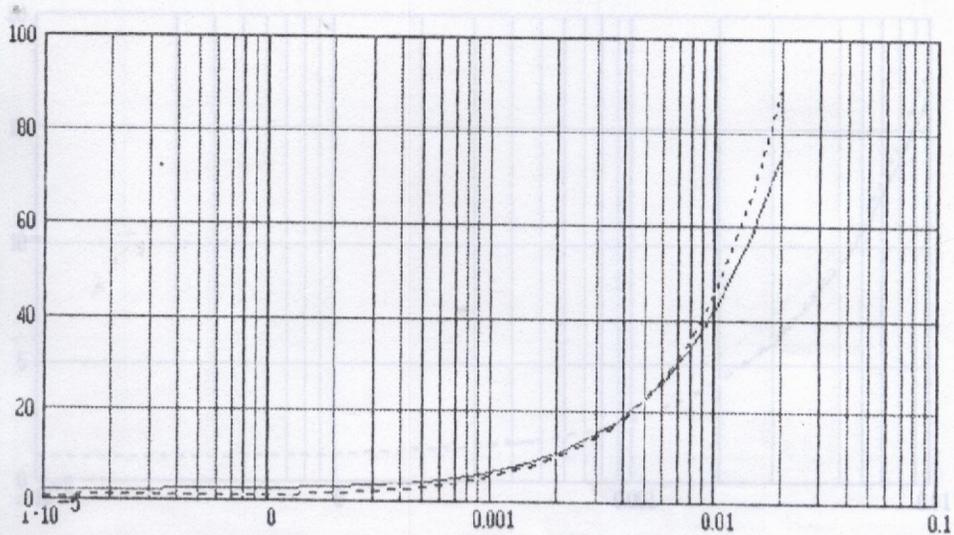


Fig. IV.21 : Variations de ε' en fonction du décalage de fréquence (cap2)

$$\delta(1/Q) = 0.01$$

----- : Pert _____ : Exact

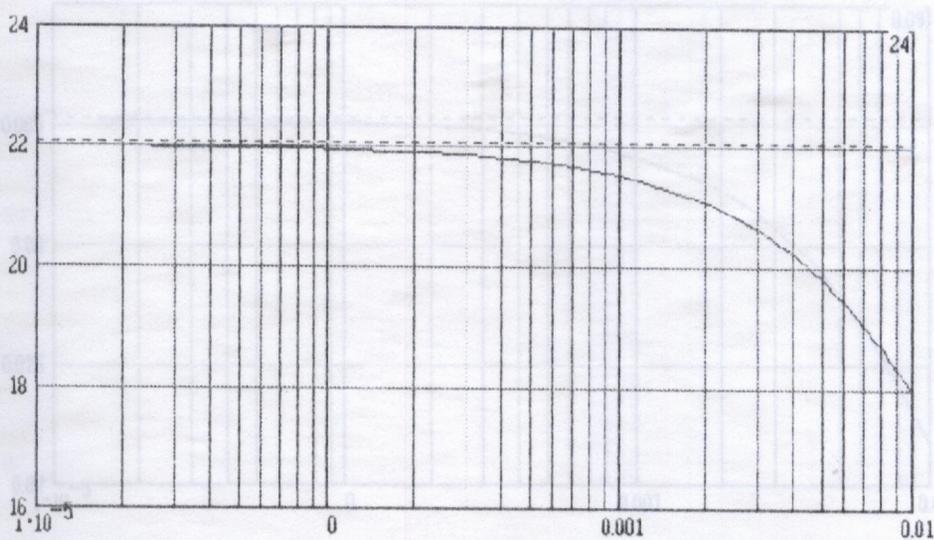


Fig. IV.22 : Variations de ε'' en fonction du décalage de fréquence (cap2)

$$\delta(1/Q) = 0.01$$

----- : Pert _____ : Exact

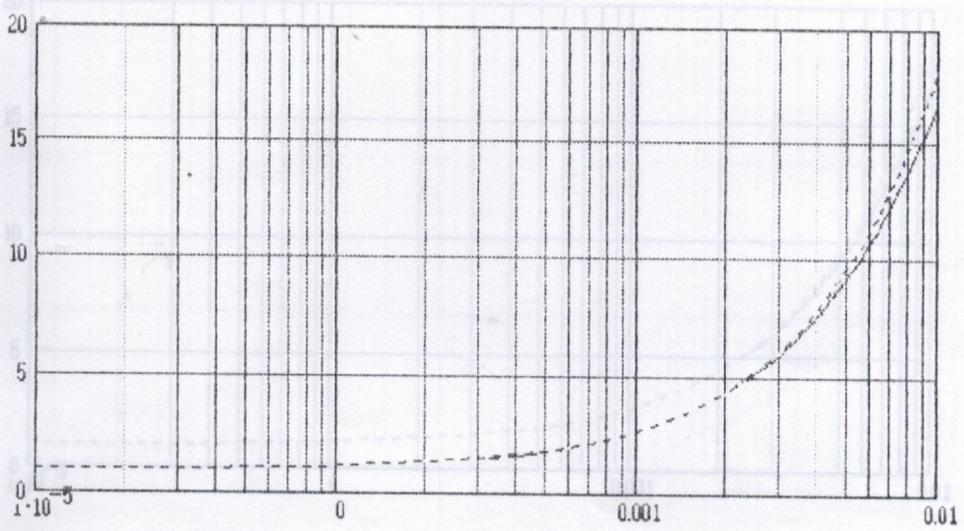


Fig. IV.23 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap3)
 $\delta(1/Q) = 0.0001$
 ----- : Pert _____ : Exact

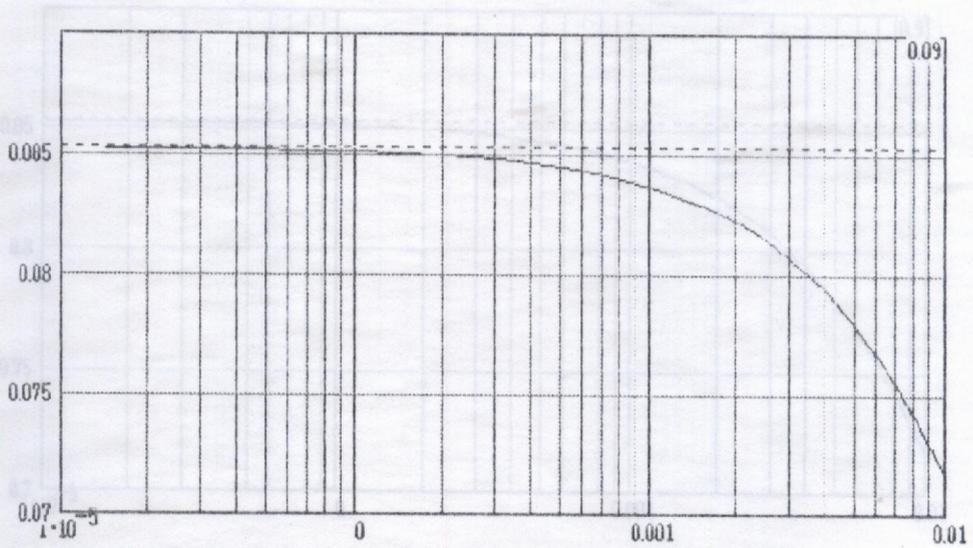


Fig. IV.24 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap3)
 $\delta(1/Q) = 0.0001$
 ----- : Pert _____ : Exact

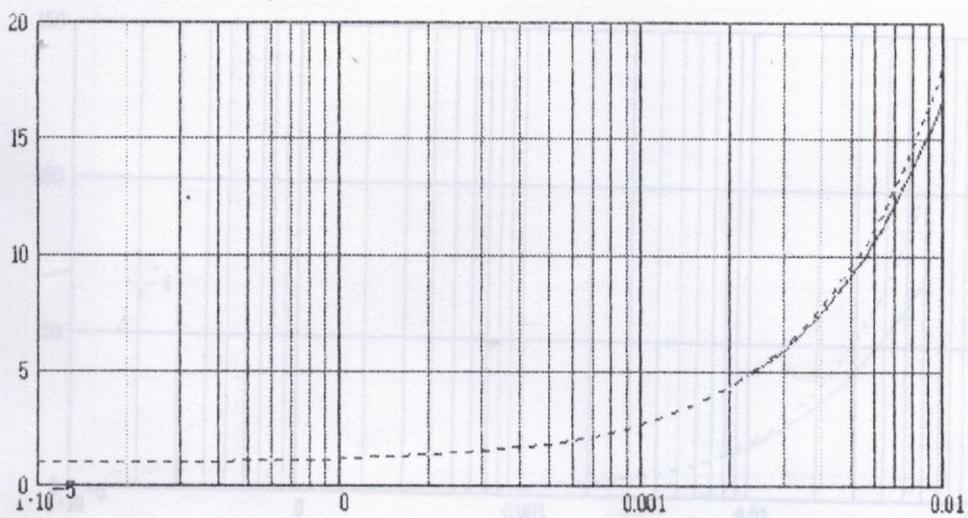


Fig. IV.25 : Variations de ε' en fonction du décalage de fréquence (cap3)
 $\delta(1/Q) = 0.001$
 ----- : Pert _____ : Exact

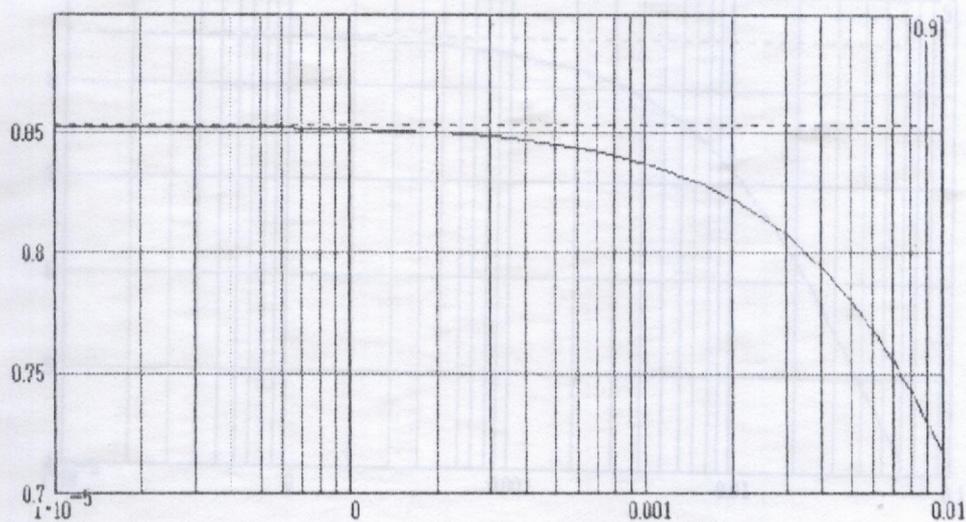


Fig. IV.26 : Variations de ε'' en fonction du décalage de fréquence (cap3)
 $\delta(1/Q) = 0.001$
 ----- : Pert _____ : Exact

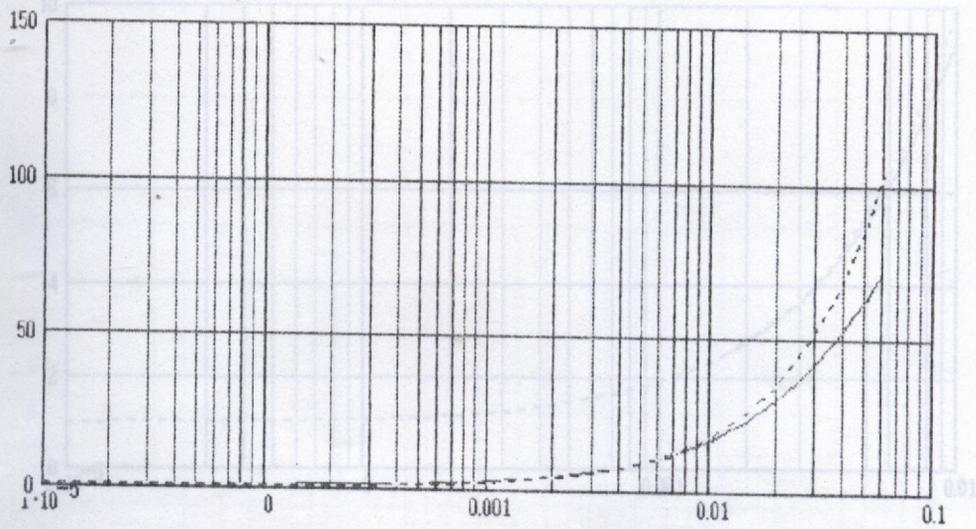


Fig. IV.27 : Variations de ε' en fonction du décalage de fréquence (cap3)
 $\delta(1/Q) = 0.01$
 ----- : Pert _____ : Exact

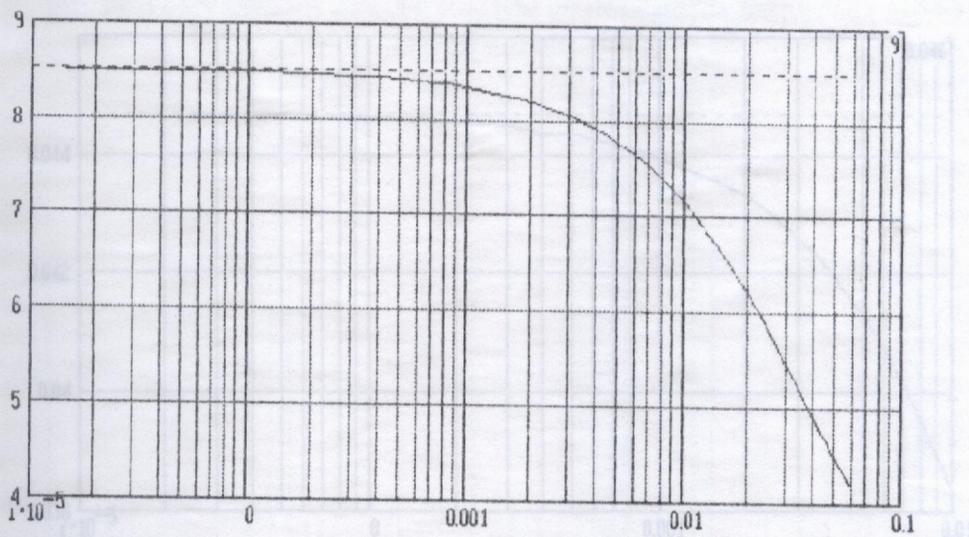


Fig. IV.28 : Variations de ε'' en fonction du décalage de fréquence (cap3)
 $\delta(1/Q) = 0.01$
 ----- : Pert _____ : Exact

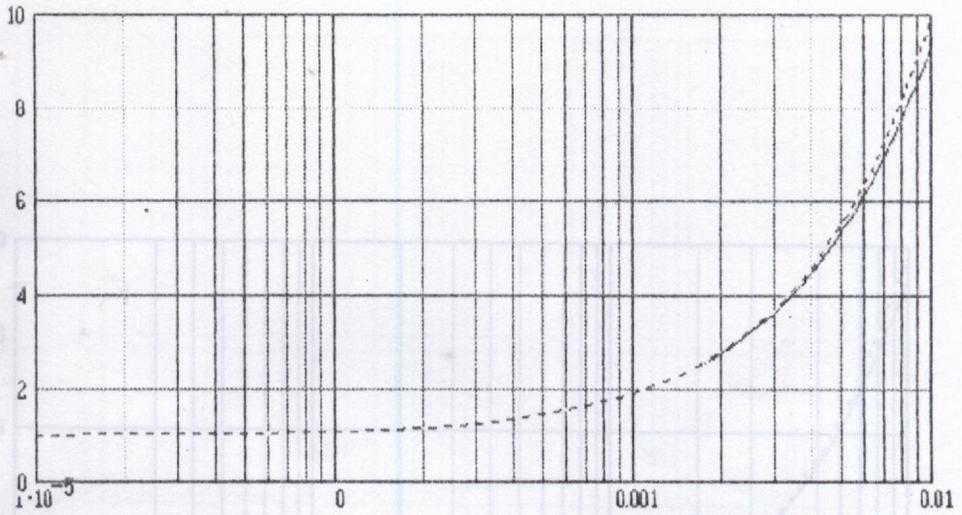


Fig. IV.29 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap4)

$\delta(1/Q) = 0.0001$

----- : Pert _____ : Exact

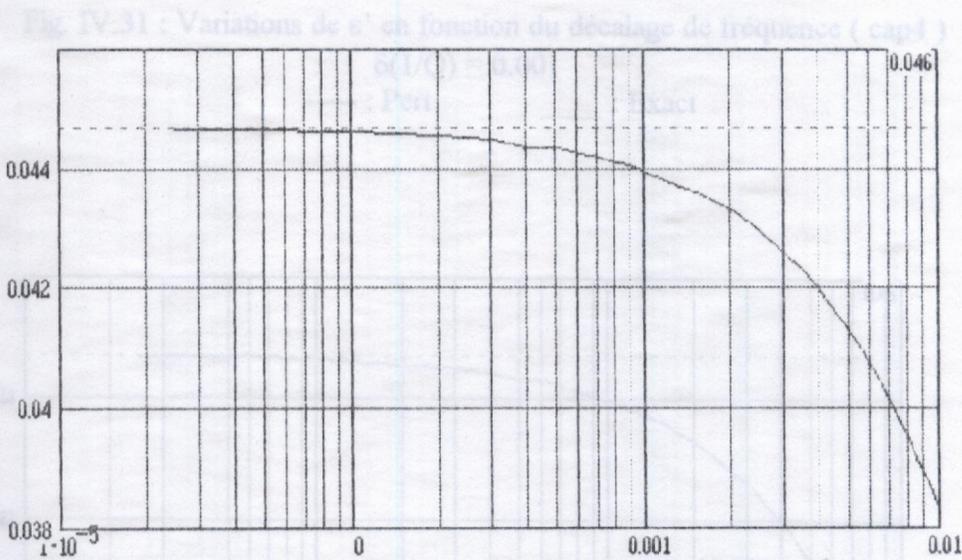


Fig. IV.30 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap4)

$\delta(1/Q) = 0.0001$

----- : Pert _____ : Exact

Fig. IV.32 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap4)

$\delta(1/Q) = 0.001$

----- : Pert _____ : Exact

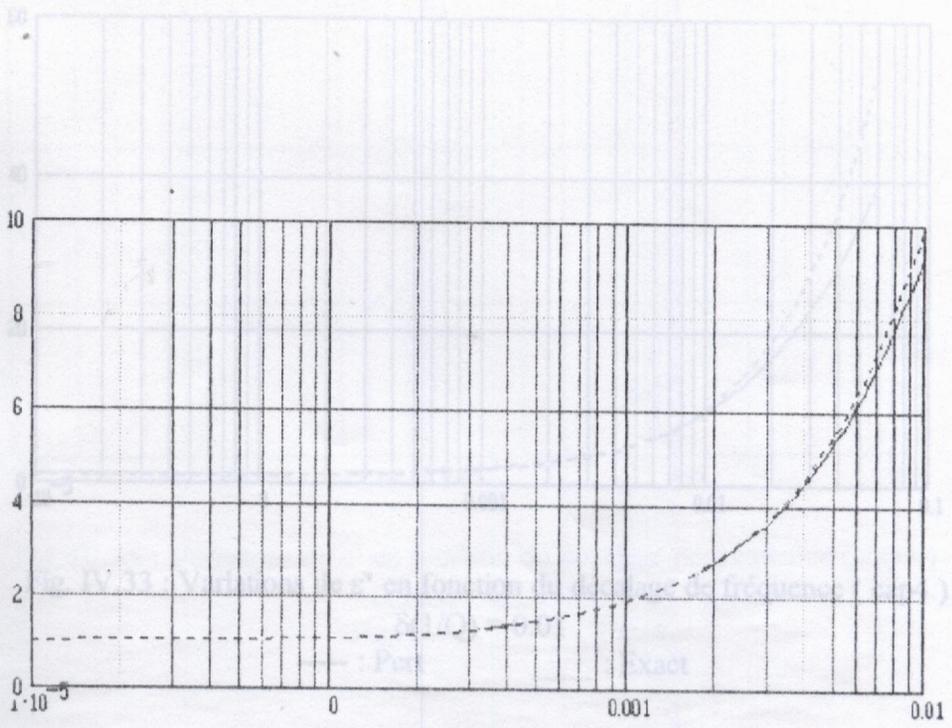


Fig. IV.31 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap4)

$\delta(1/Q) = 0.001$

----- : Pert _____ : Exact

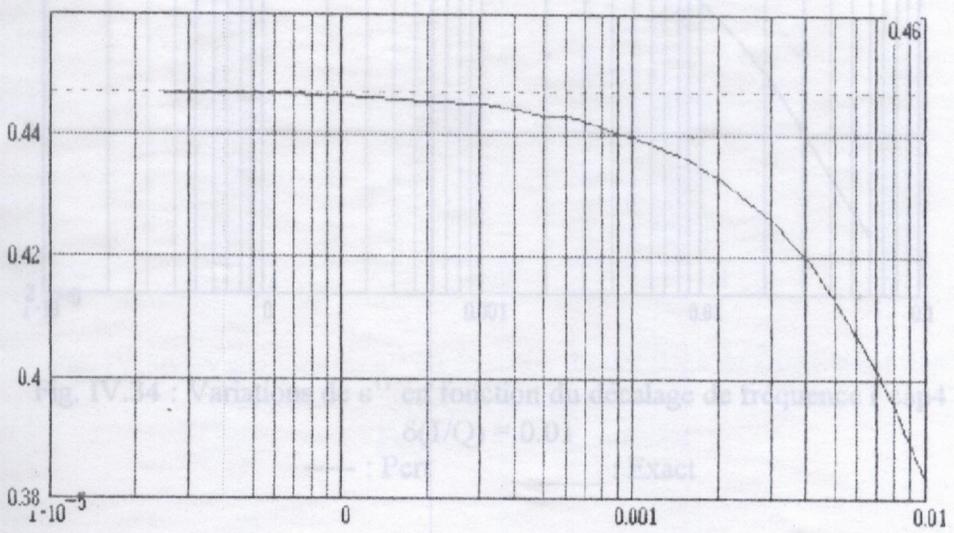


Fig. IV.32 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap4)

$\delta(1/Q) = 0.001$

----- : Pert _____ : Exact

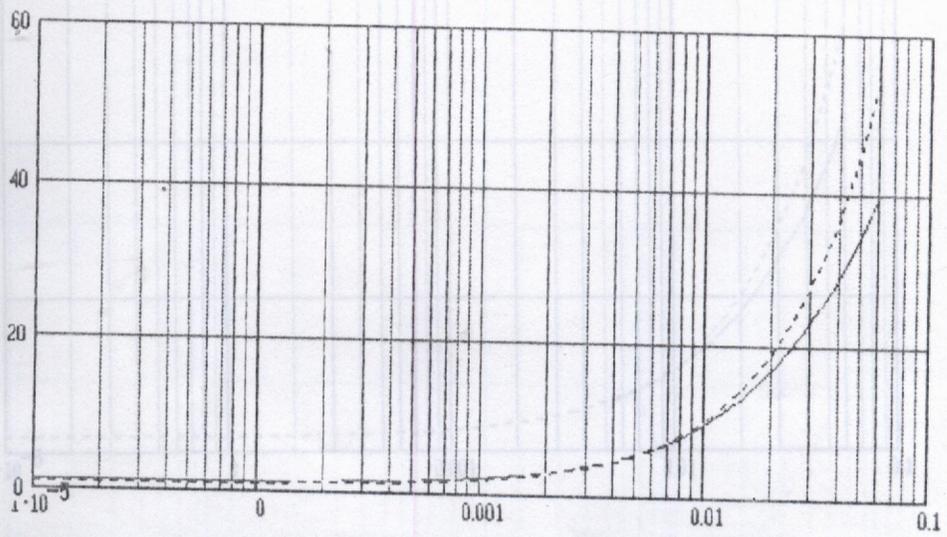


Fig. IV.33 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap4)

$\delta(1/Q) = 0.01$
 ----- : Pert _____ : Exact

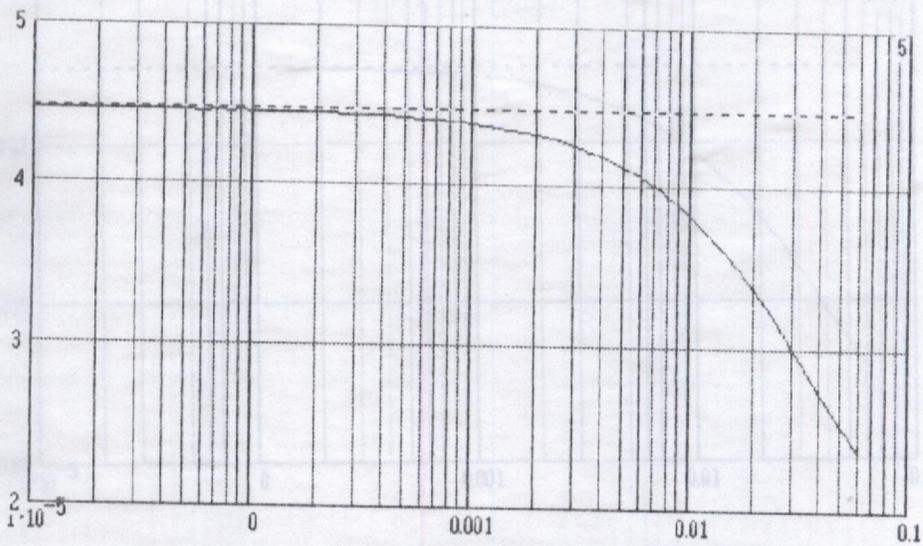


Fig. IV.34 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap4)

$\delta(1/Q) = 0.01$
 ----- : Pert _____ : Exact

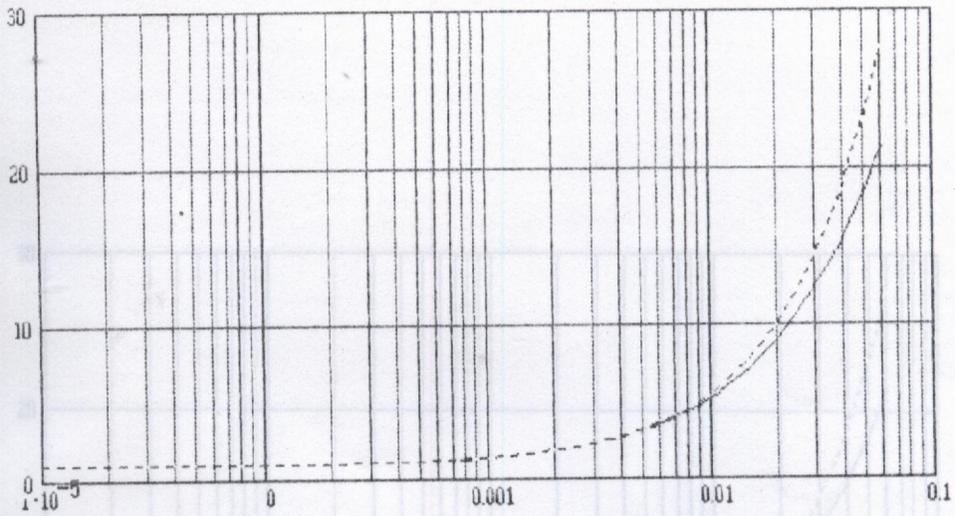


Fig. IV.35 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap5)
 $\delta(1/Q) = 0.0001$
 ----- : Pert _____ : Exact

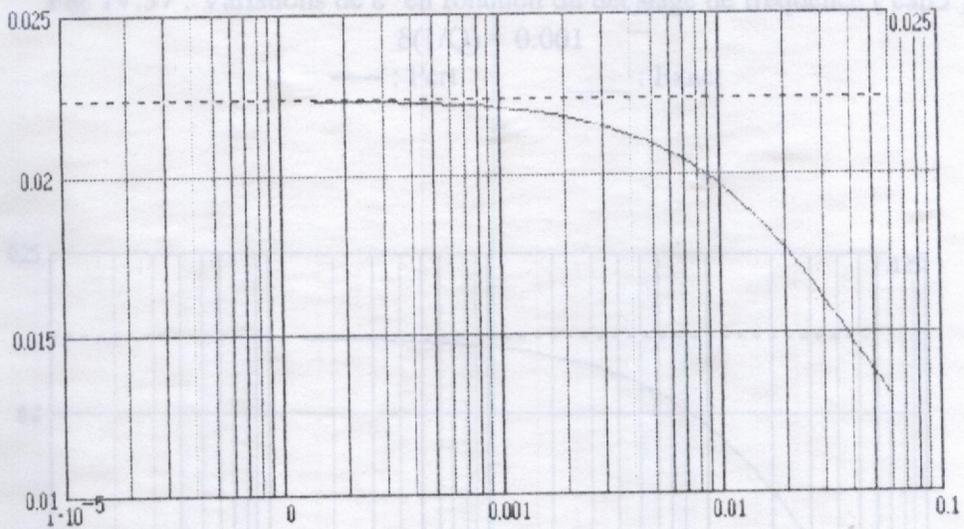


Fig. IV.36 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap5)
 $\delta(1/Q) = 0.0001$
 ----- : Pert _____ : Exact

Fig. IV.35 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap5)
 $\delta(1/Q) = 0.001$
 ----- : Pert _____ : Exact

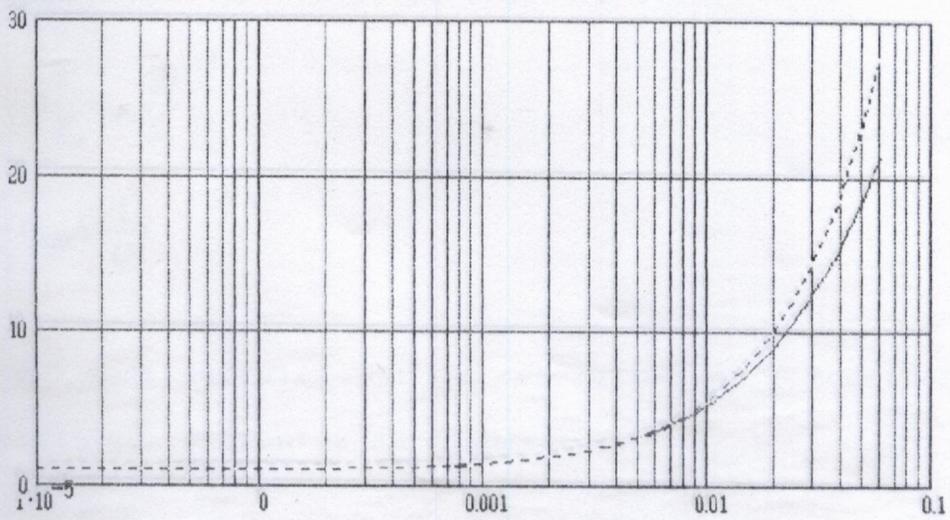


Fig. IV.37 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap5)
 $\delta(1/Q) = 0.001$
 ----- : Pert _____ : Exact



Fig. IV.38 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap5)
 $\delta(1/Q) = 0.001$
 ----- : Pert _____ : Exact

B. Diélectrique liquide avec pertes

Dans ce paragraphe ϵ_1' et ϵ_1'' ont été calculés par la formule des perturbations présentée au chapitre II:

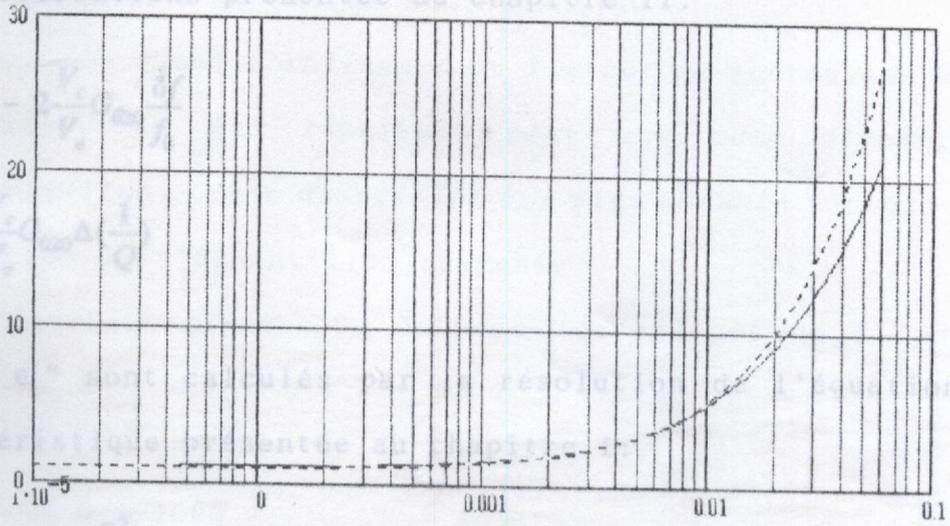


Fig. IV.39 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap5)

$$\delta(1/Q) = 0.01$$

----- : Pert _____ : Exact

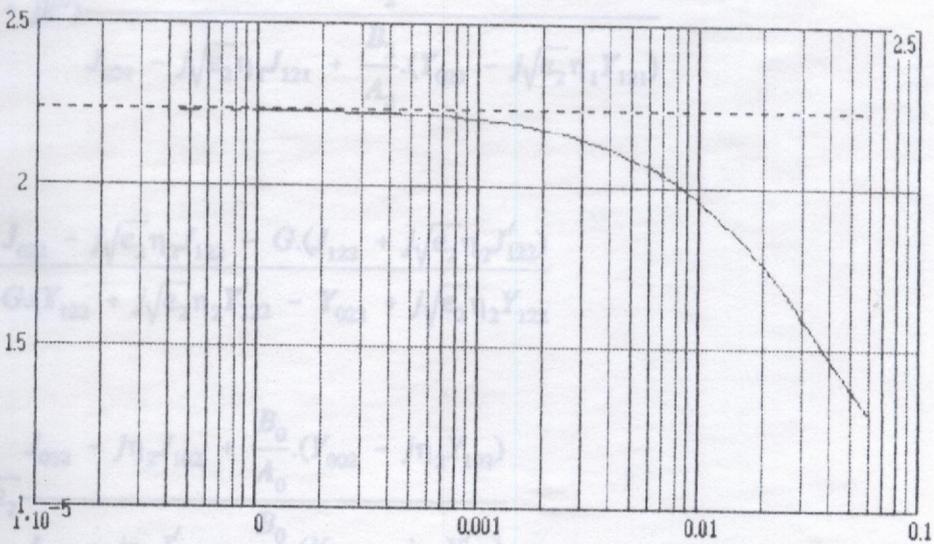


Fig. IV.40 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap5)

$$\delta(1/Q) = 0.01$$

----- : Pert _____ : Exact

D. Dielectrique liquide avec pertes

Dans ce paragraphe ϵ_p' et ϵ_p'' ont été calculés par la formule des perturbations présentée au chapitre II:

$$\epsilon' = 1 - 2 \frac{V_c}{V_e} G_{020} \frac{\delta f}{f_0}$$

$$\epsilon'' = \frac{V_c}{V_e} G_{020} \Delta \left(\frac{1}{Q} \right)$$

ϵ_e' et ϵ_e'' sont calculés par la résolution de l'équation caractéristique présentée au chapitre I:

$$\alpha = \frac{J_1(\alpha r_1) - j \frac{\beta^2 r_1}{2\alpha} J_0(\alpha r_1)}{J_0(\alpha r_1) + j \frac{\beta^2 r_1}{2\alpha} J_1(\alpha r_1)}$$

$$\sqrt{\epsilon_2}(k_0 + jk'') = \frac{J_{121} + j\sqrt{\epsilon_2}\eta_1 J'_{121} + \frac{B_2}{A_2} (Y_{121} + j\sqrt{\epsilon_2}\eta_1 Y'_{121})}{J_{021} - j\sqrt{\epsilon_2}\eta_1 J_{121} + \frac{B_2}{A_2} (Y_{021} - j\sqrt{\epsilon_2}\eta_1 Y_{121})}$$

$$\frac{B_2}{A_2} = \frac{J_{022} - j\sqrt{\epsilon_2}\eta_2 J'_{122} - G (J_{122} + j\sqrt{\epsilon_2}\eta_2 J'_{122})}{G (Y_{122} + j\sqrt{\epsilon_2}\eta_2 Y'_{122} - Y_{022} + j\sqrt{\epsilon_2}\eta_2 Y_{122})}$$

$$G = \sqrt{\epsilon_2} \frac{J_{022} - j\eta_2 J_{102} + \frac{B_0}{A_0} (Y_{002} - j\eta_2 Y_{102})}{J_{102} + j\eta_2 J'_{102} + \frac{B_0}{A_0} (Y_{102} + j\eta_2 Y'_{102})}$$

$$\frac{B_0}{A_0} = \frac{J_{000} + \frac{1}{2}\eta_0^2 J_{100} - j\eta_0 J'_{100}}{Y_{000} - j\eta_0 Y_{100}}$$

De la même manière qu'aux paragraphes précédents, on remarque que lorsque $\delta f/f_0$ est faible les résultats des deux techniques de calcul sont identiques.

On remarque aussi l'influence du facteur de surtension sur la dispersion des résultats pour une même dimension d'échantillon. Cette dispersion est plus notable lorsque la dimension de l'échantillon augmente.

Les résultats ci-dessous donnent les valeurs de ϵ' pour lesquels $(\epsilon_p - \epsilon_e) / \epsilon_e \approx 5\%$:

cap1 :	Q = 10000	$\epsilon' \approx 29$
	Q = 1000	$\epsilon' \approx 29$
	Q = 100	$\epsilon' \approx 1$

cap2 :	Q = 10000	$\epsilon' \approx 21$
	Q = 1000	$\epsilon' \approx 21$
	Q = 100	$\epsilon' \approx 1$

cap3 :	Q = 10000	$\epsilon' \approx 10$
	Q = 1000	$\epsilon' \approx 10$
	Q = 100	$\epsilon' \approx 1$

cap4 :	Q = 10000	$\epsilon' \approx 7$
	Q = 1000	$\epsilon' \approx 7$
	Q = 100	$\epsilon' \approx 1$

cap5 :	Q = 10000	$\epsilon' \approx 5$
	Q = 1000	$\epsilon' \approx 5$
	Q = 100	$\epsilon' \approx 1$

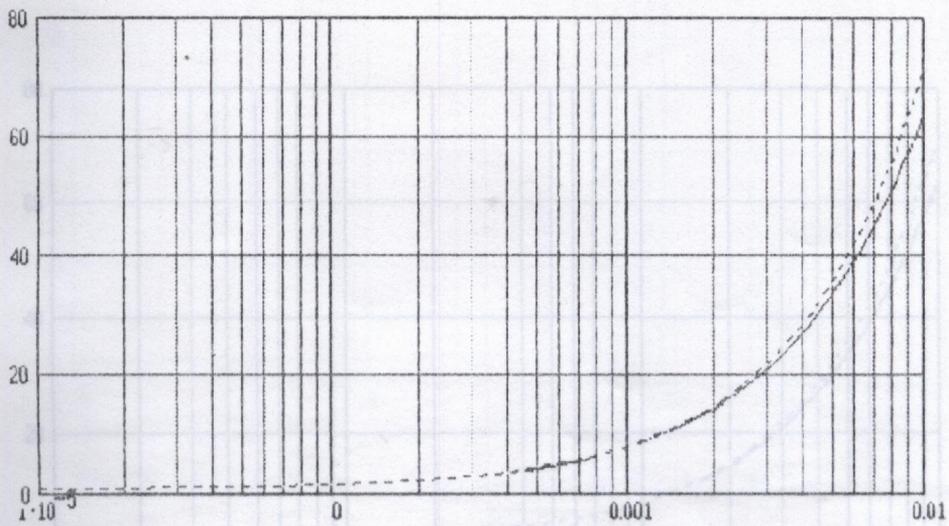


Fig.IV.41 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.1)

$$\delta Q = 0.0001$$

----- : Pert _____ : Exact

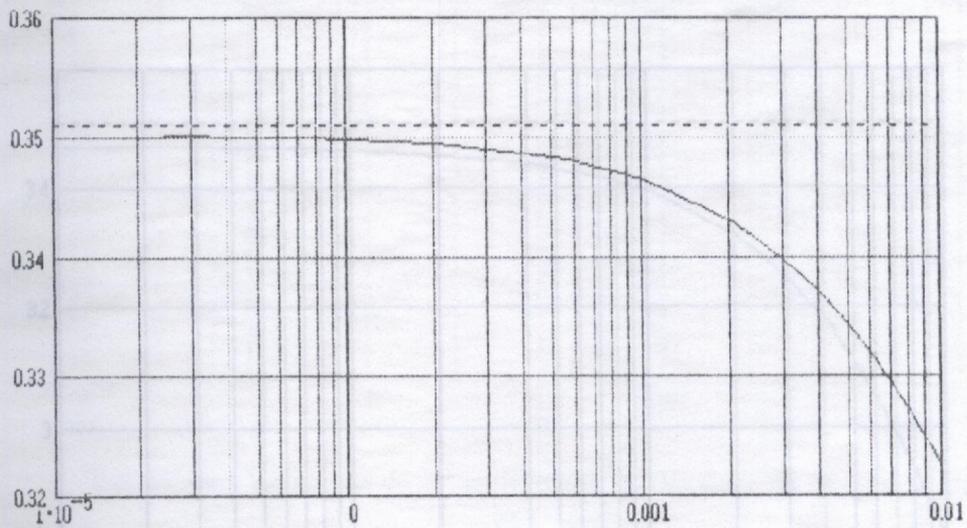


Fig.IV.42 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.1)

$$\delta Q = 0.0001$$

----- : Pert _____ : Exact

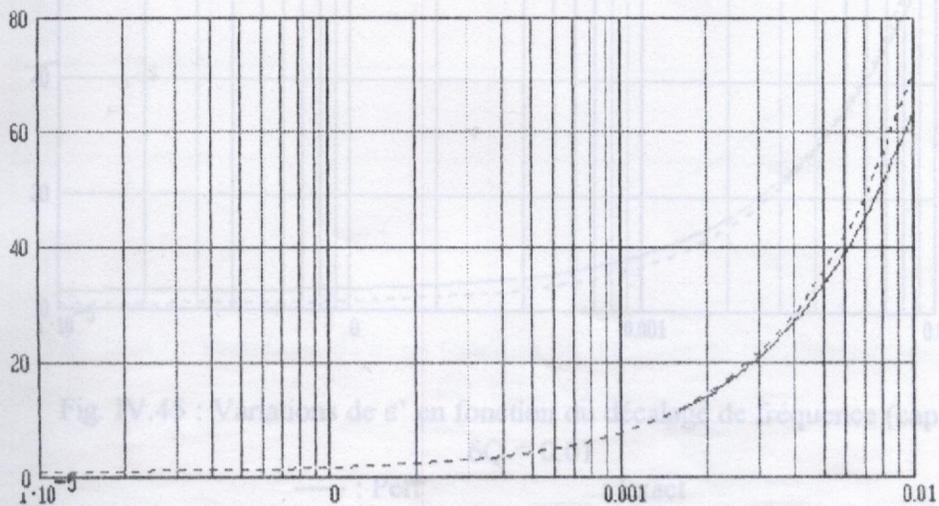


Fig. IV.43 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.1)
 $\delta Q = 0.001$
 ----- : Pert _____ : Exact

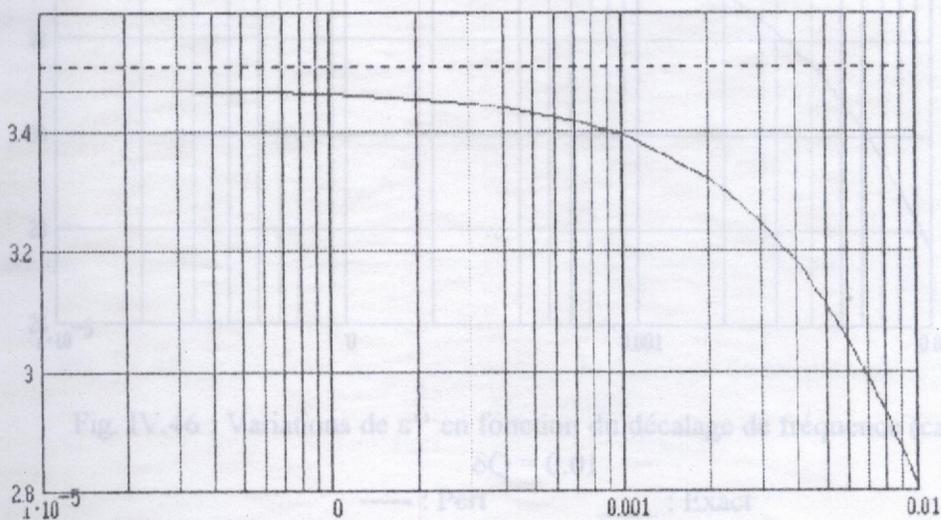


Fig. IV.44 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.1)
 $\delta Q = 0.001$
 ----- : Pert _____ : Exact

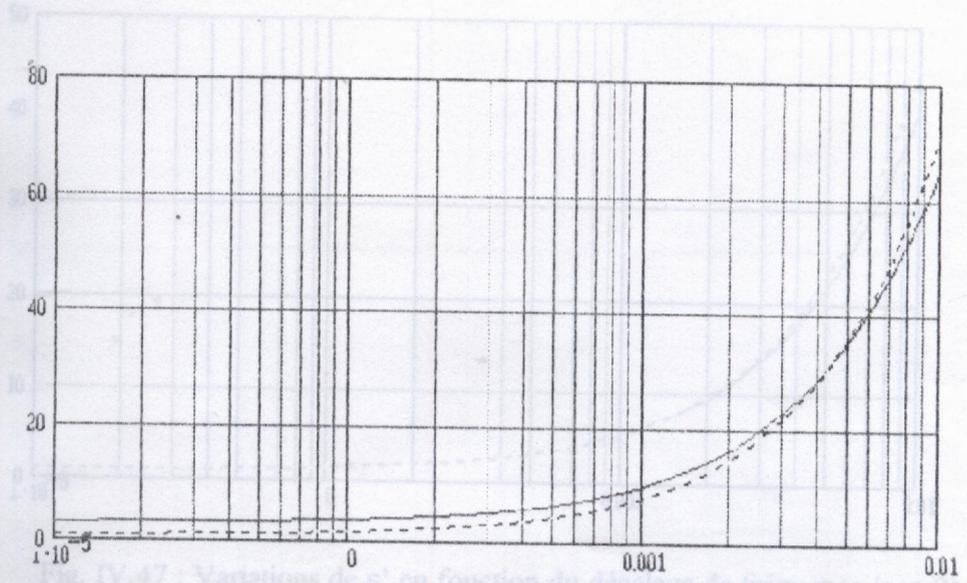


Fig. IV.45 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.1)
 $\delta Q = 0.01$
 ----- : Pert _____ : Exact

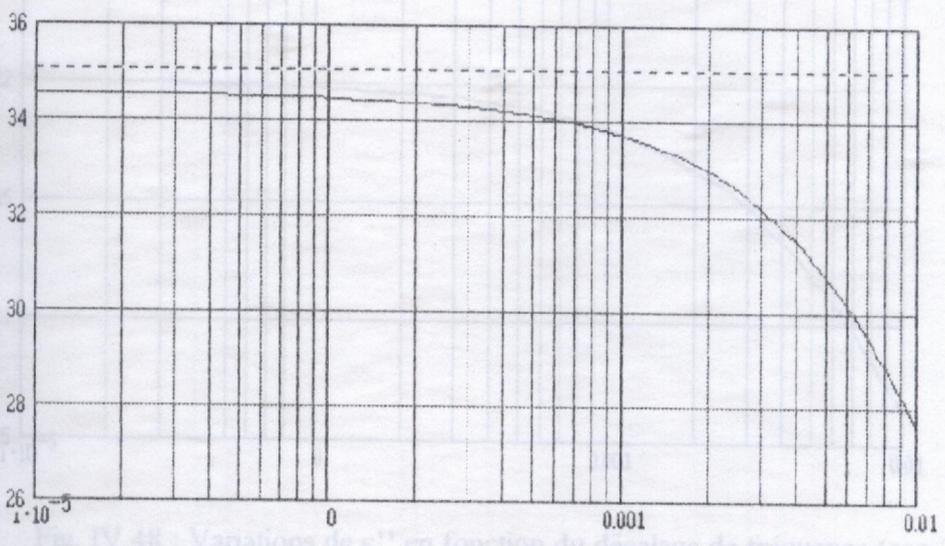


Fig. IV.46 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.1)
 $\delta Q = 0.01$
 ----- : Pert _____ : Exact

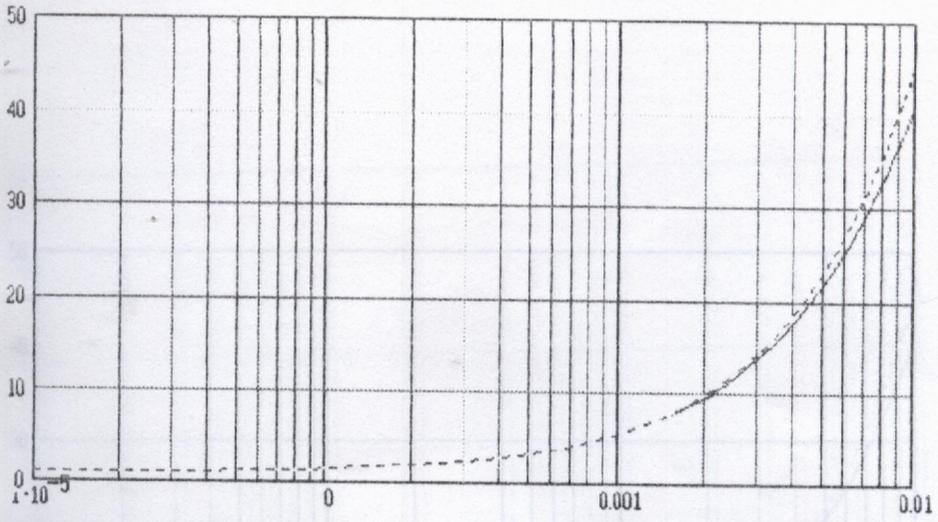


Fig. IV.47 : Variations de ε' en fonction du décalage de fréquence (cap.2)

$$\delta Q = 0.0001$$

----- : Pert _____ : Exact

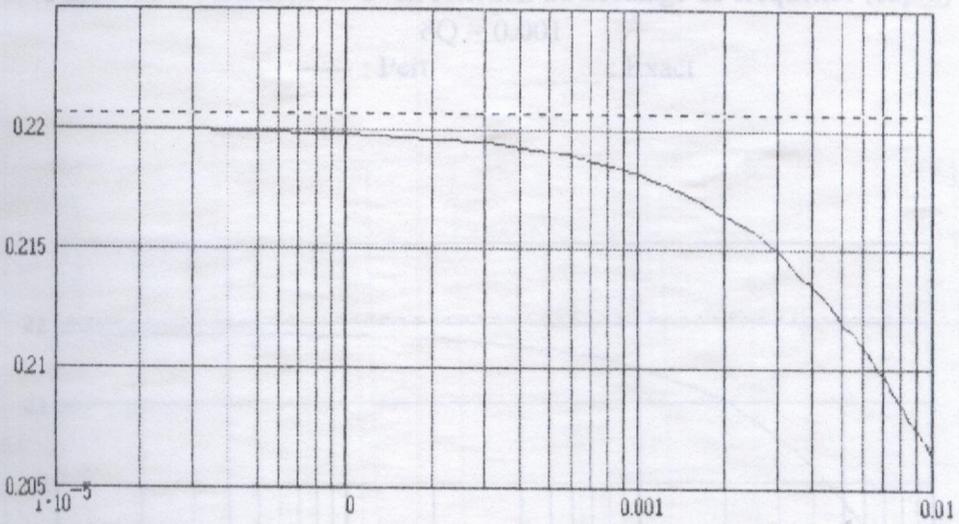


Fig. IV.48 : Variations de ε'' en fonction du décalage de fréquence (cap.2)

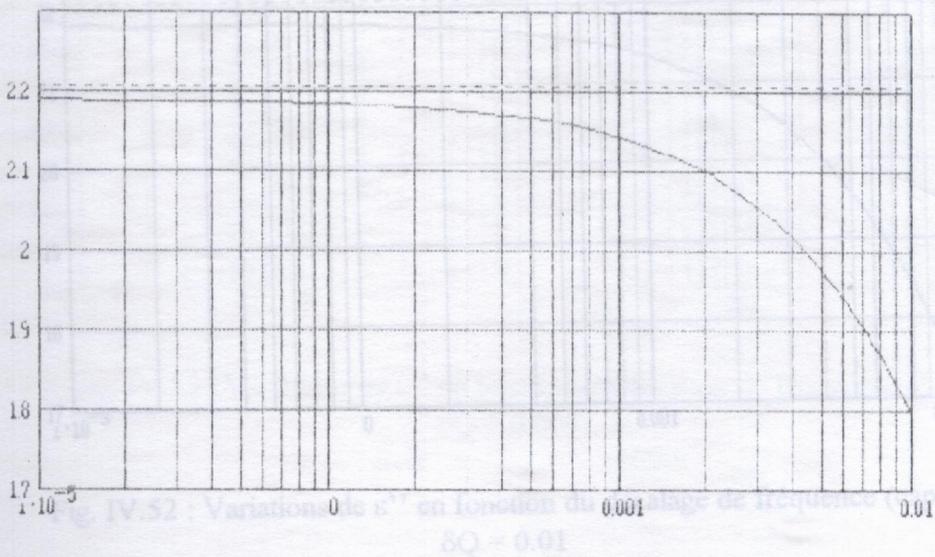
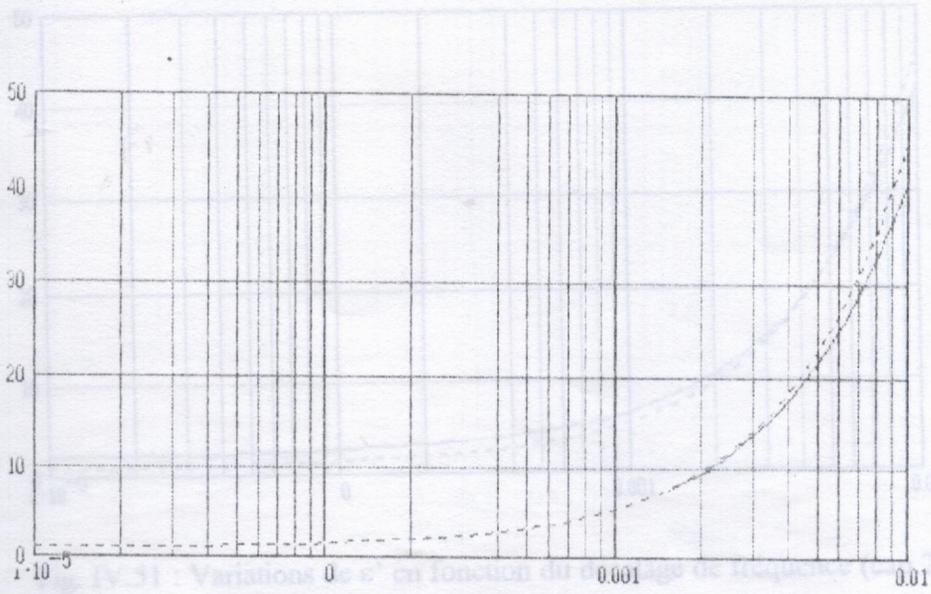
$$\delta Q = 0.0001$$

----- : Pert _____ : Exact

Fig. IV.49 : Variations de ε'' en fonction du décalage de fréquence (cap.2)

$$\delta Q = 0.001$$

----- : Pert _____ : Exact



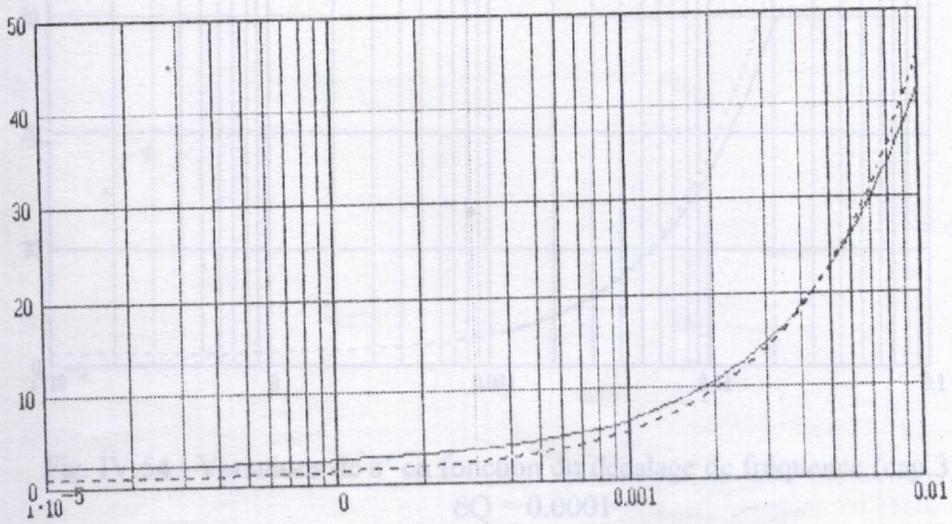


Fig. IV.51 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.2)
 $\delta Q = 0.01$
 ----- : Pert _____ : Exact

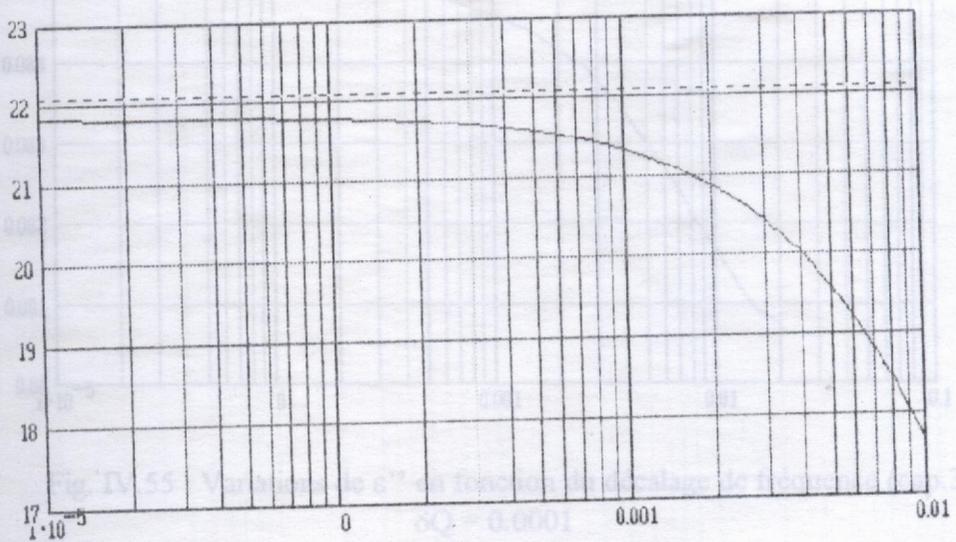


Fig. IV.52 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.2)
 $\delta Q = 0.01$
 ----- : Pert _____ : Exact

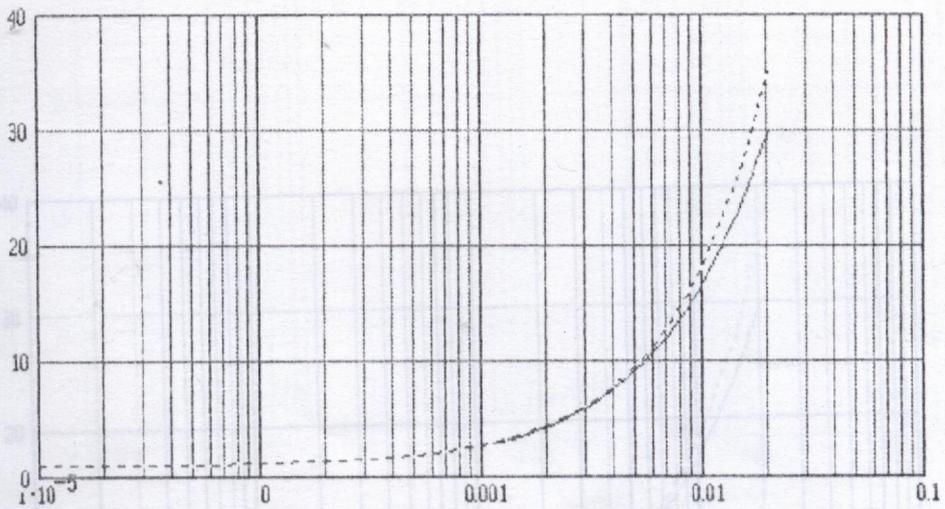


Fig. IV.54 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.3)
 $\delta Q = 0.0001$
 ----- : Pert _____ : Exact

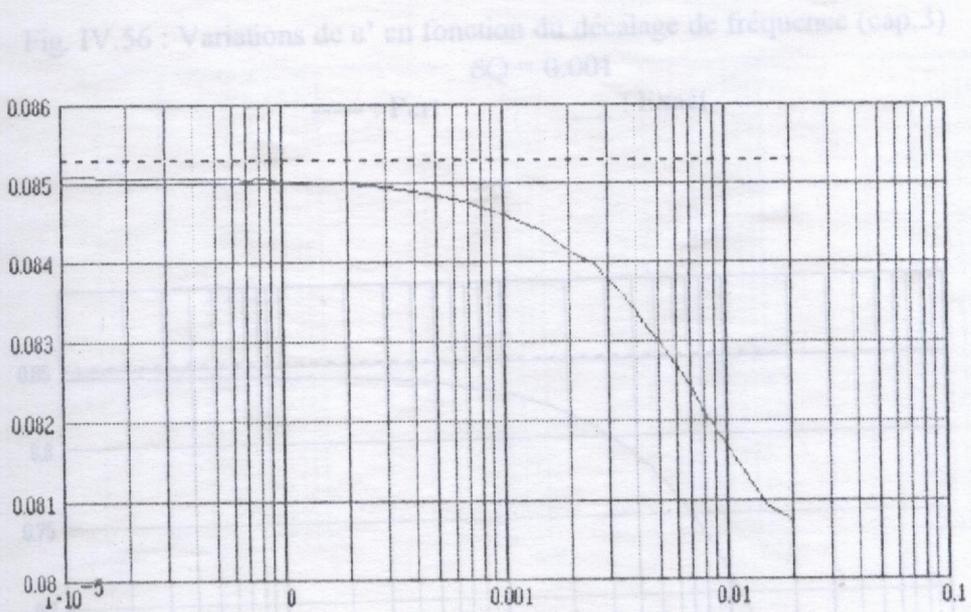


Fig. IV.55 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.3)
 $\delta Q = 0.0001$
 ----- : Pert _____ : Exact

Fig. IV.57 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.3)
 $\delta Q = 0.001$
 ----- : Pert _____ : Exact

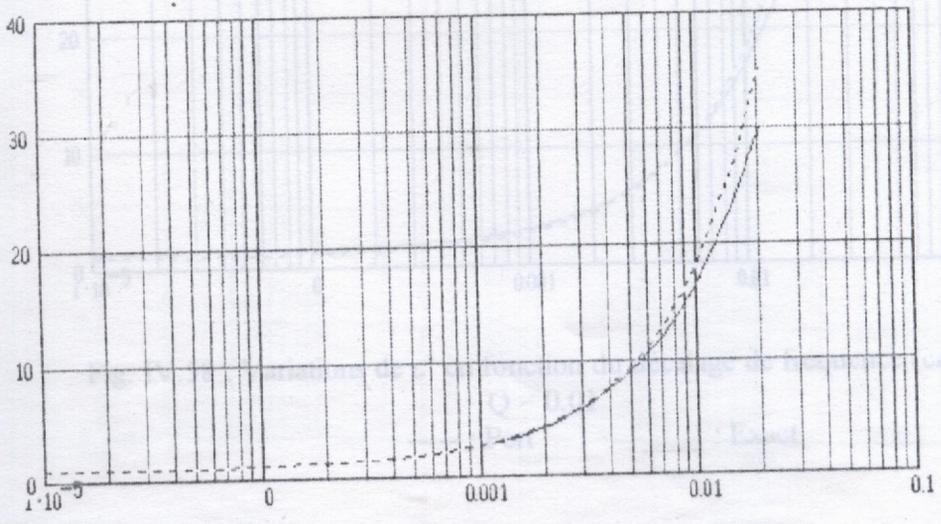


Fig. IV.56 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.3)

$\delta Q = 0.001$

----- : Pert _____ : Exact

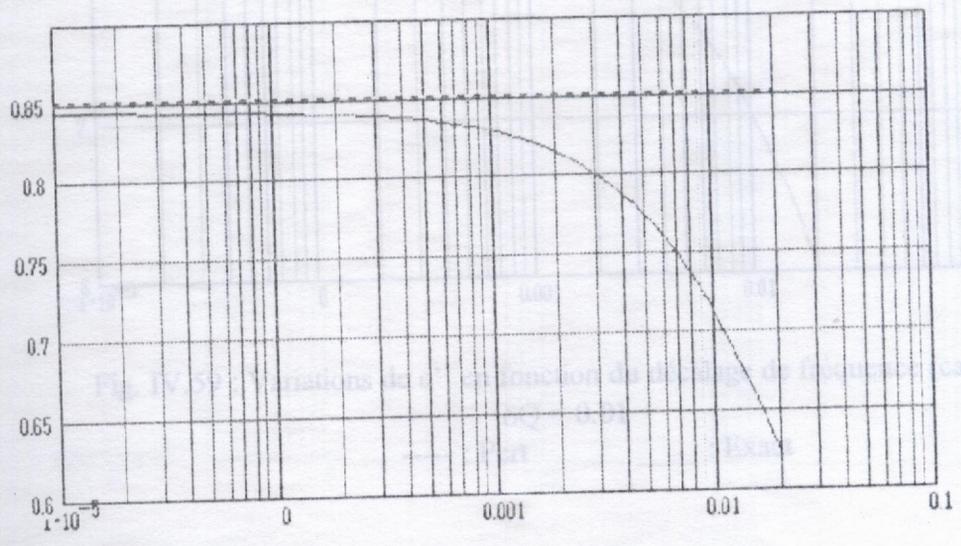


Fig. IV.57 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.3)

$\delta Q = 0.001$

----- : Pert _____ : Exact

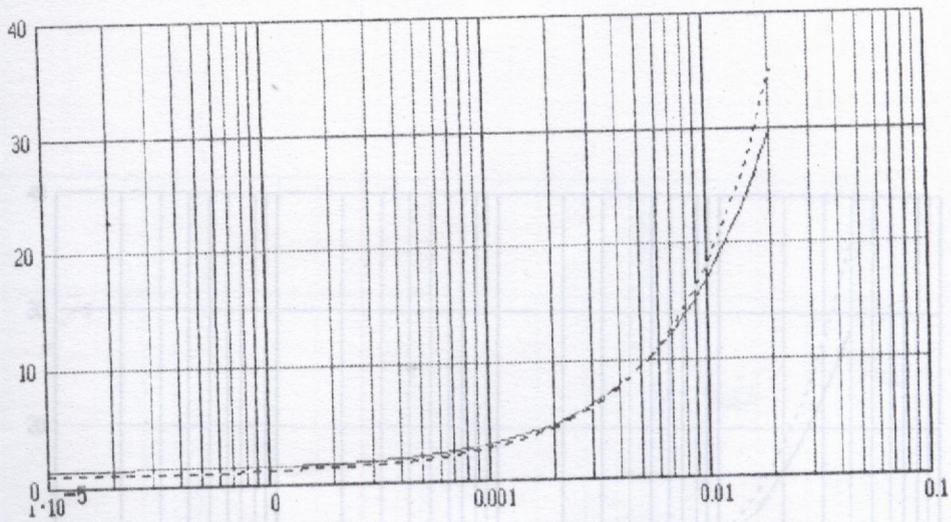


Fig. IV.58 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.3)
 $Q = 0.01$
 ----- : Pert _____ : Exact

Fig. IV.60 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.4)
 $\delta Q = 0.0001$

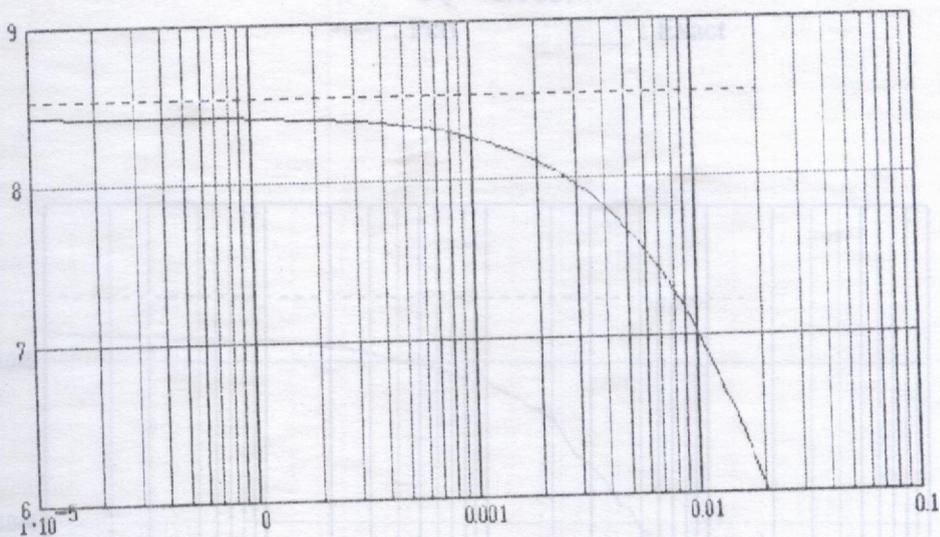


Fig. IV.59 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.3)
 $\delta Q = 0.01$
 ----- : Pert _____ : Exact

Fig. IV.61 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.4)
 $\delta Q = 0.0001$
 ----- : Pert _____ : Exact

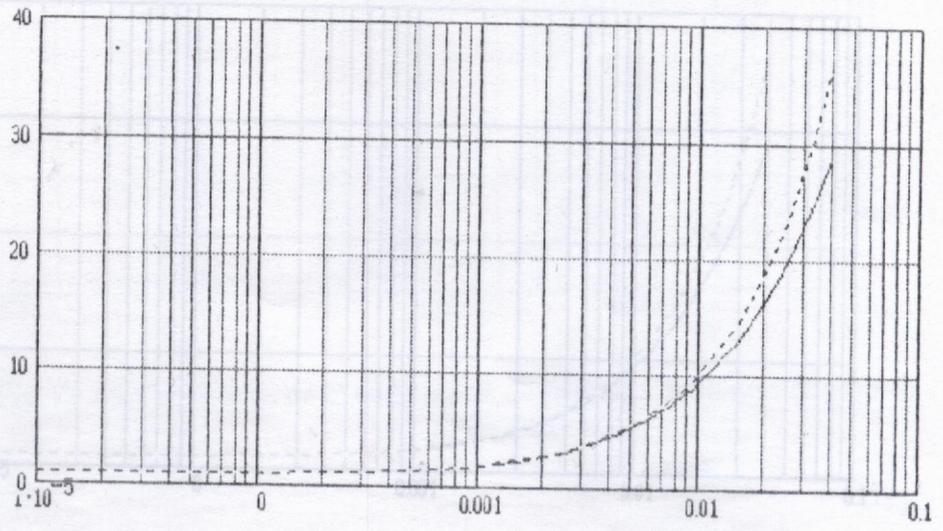


Fig. IV.60 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.4)
 $\delta Q = 0.0001$
 ----- : Pert _____ : Exact

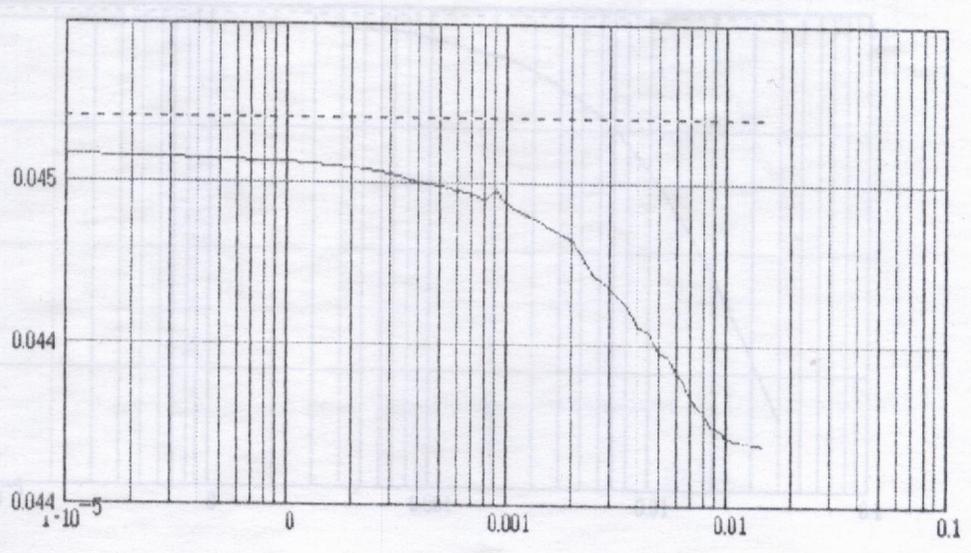


Fig. IV.61 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.4)
 $\delta Q = 0.0001$
 ----- : Pert _____ : Exact

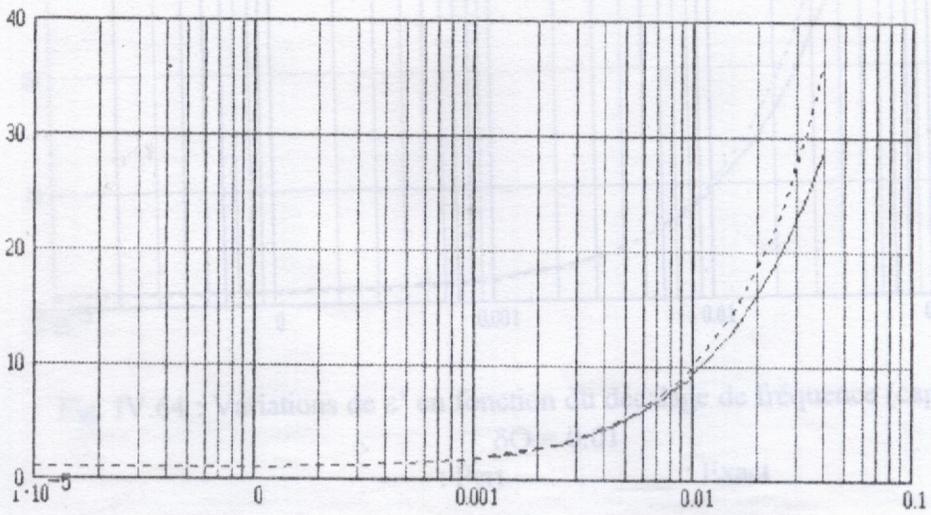


Fig. IV.62 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.4)

$$\delta Q = 0.001$$

----- : Pert _____ : Exact

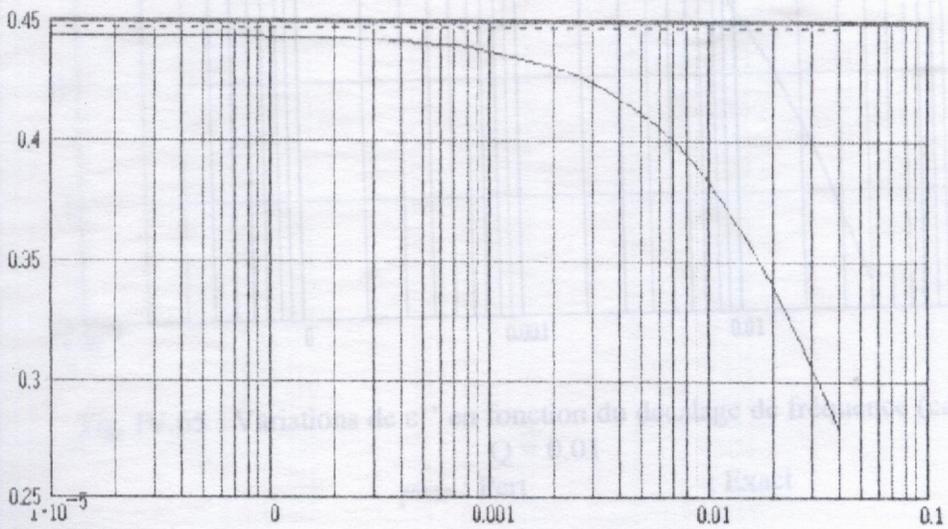


Fig. IV.63 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.4)

$$\delta Q = 0.001$$

----- : Pert _____ : Exact

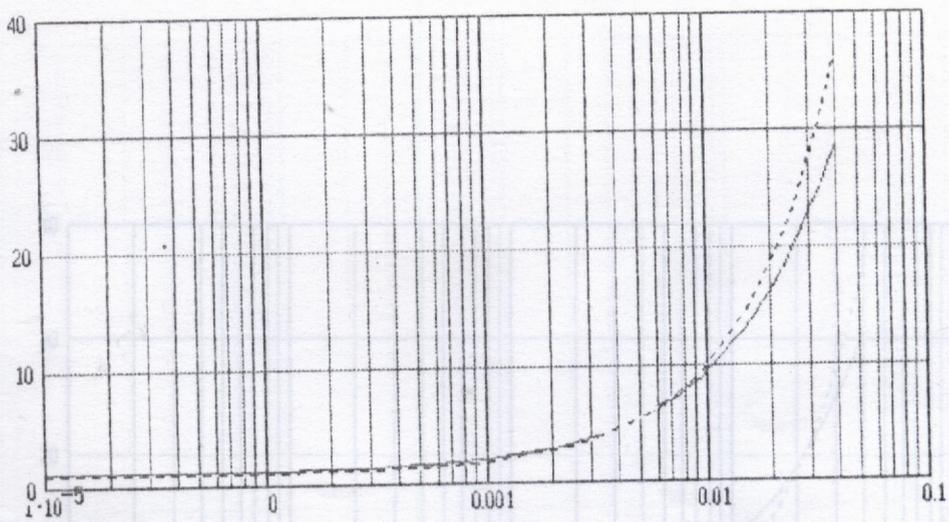


Fig. IV.64 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.4)

$$\delta Q = 0.01$$

----- : Pert _____ : Exact

Fig. IV.66 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.4)

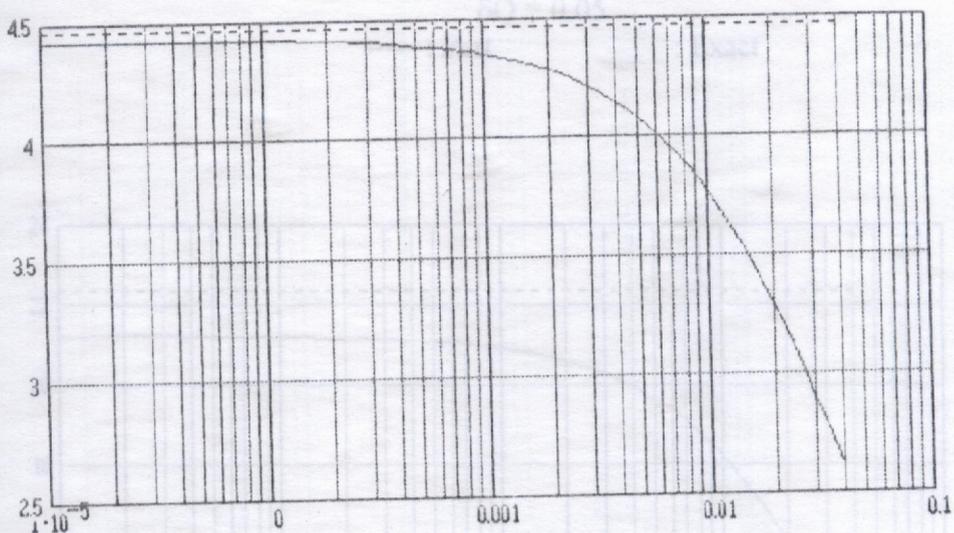


Fig. IV.65 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.4)

$$Q = 0.01$$

----- : Pert _____ : Exact

Fig. IV.67 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.4)

$$\delta Q = 0.05$$

----- : Pert _____ : Exact

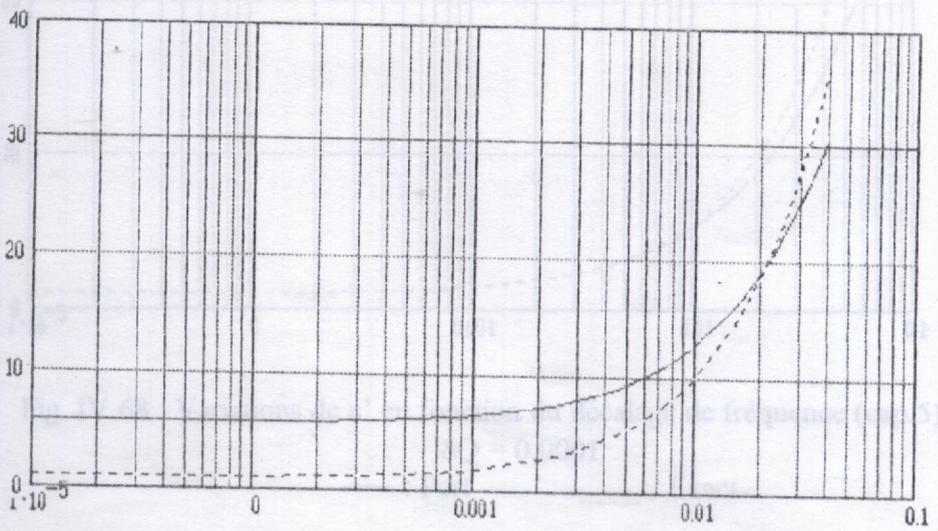


Fig. IV.66 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.4)
 $\delta Q = 0.05$

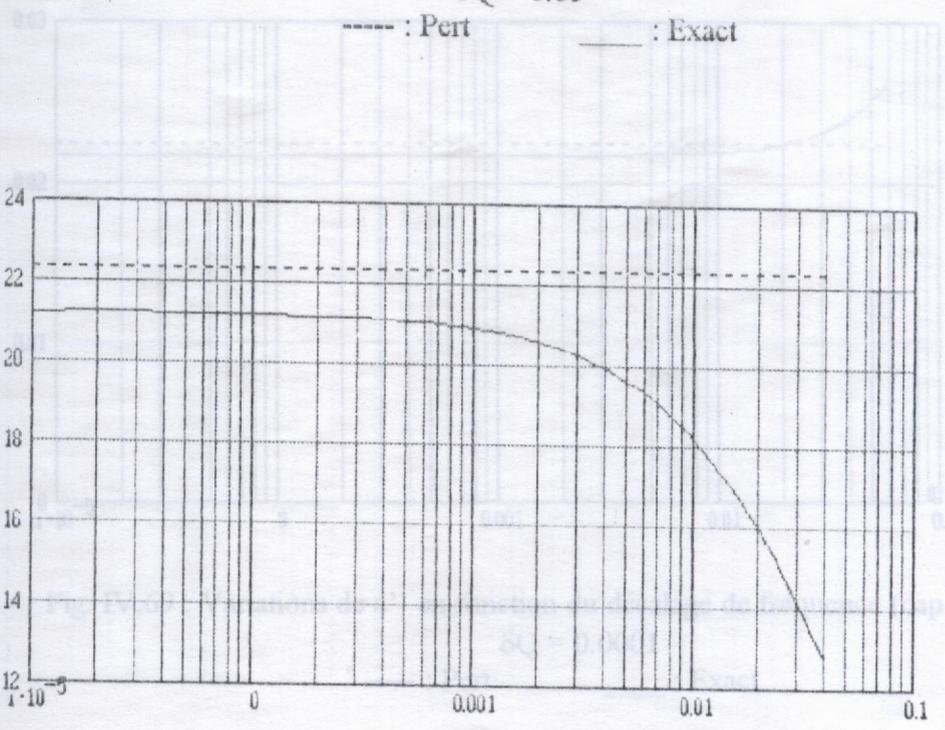


Fig. IV.67 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.4)
 $\delta Q = 0.05$

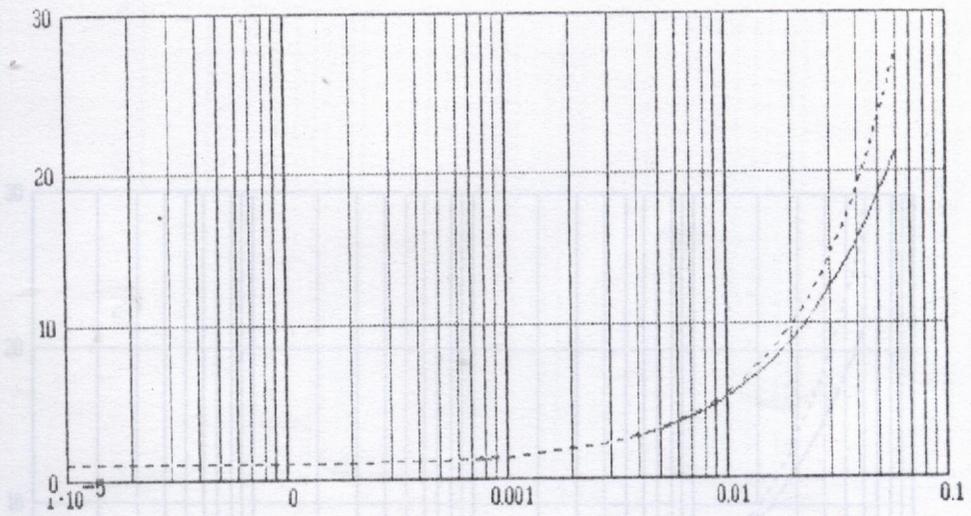


Fig. IV.68 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.5)
 $\delta Q = 0.0001$
 ----- : Pert _____ : Exact

Fig. IV.70 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.5)
 $\delta Q = 0.001$

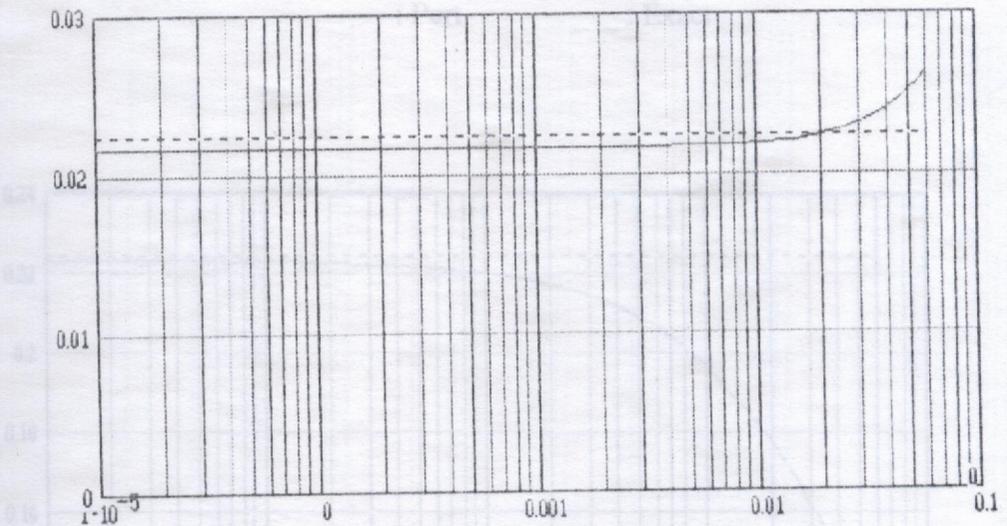


Fig. IV.69 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.5)
 $\delta Q = 0.0001$
 ----- : Pert _____ : Exact

Fig. IV.71 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.5)
 $\delta Q = 0.001$

----- : Pert _____ : Exact

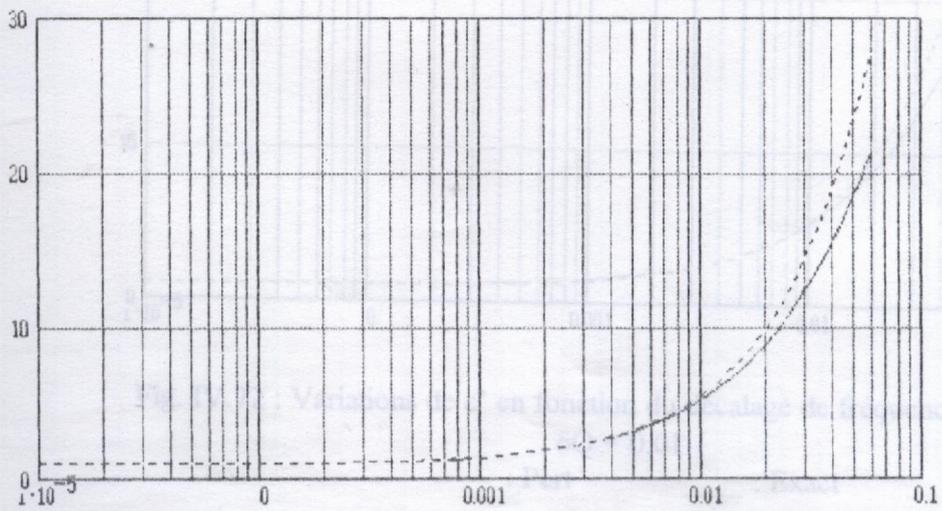


Fig. IV.70 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.5)

$$\delta Q = 0.001$$

----- : Pert _____ : Exact

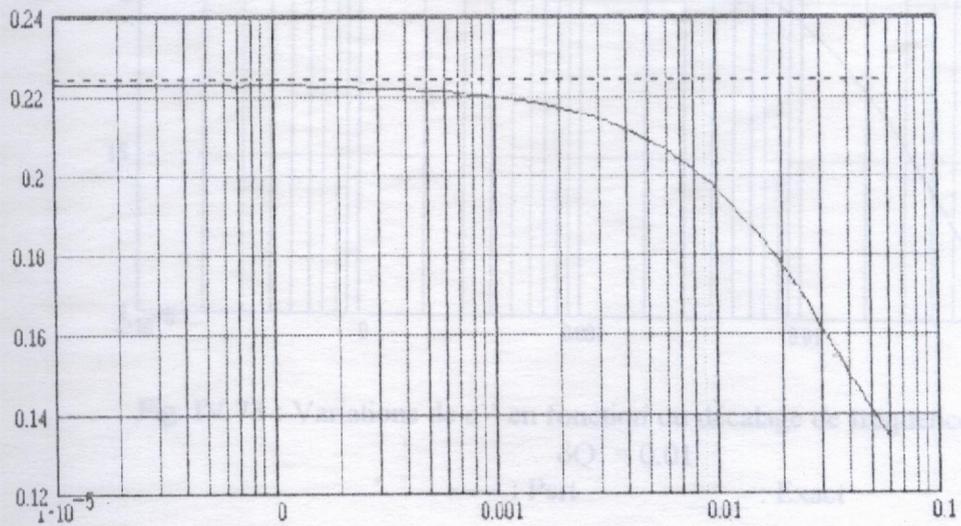


Fig. IV.71 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.5)

$$\delta Q = 0.001$$

----- : Pert _____ : Exact

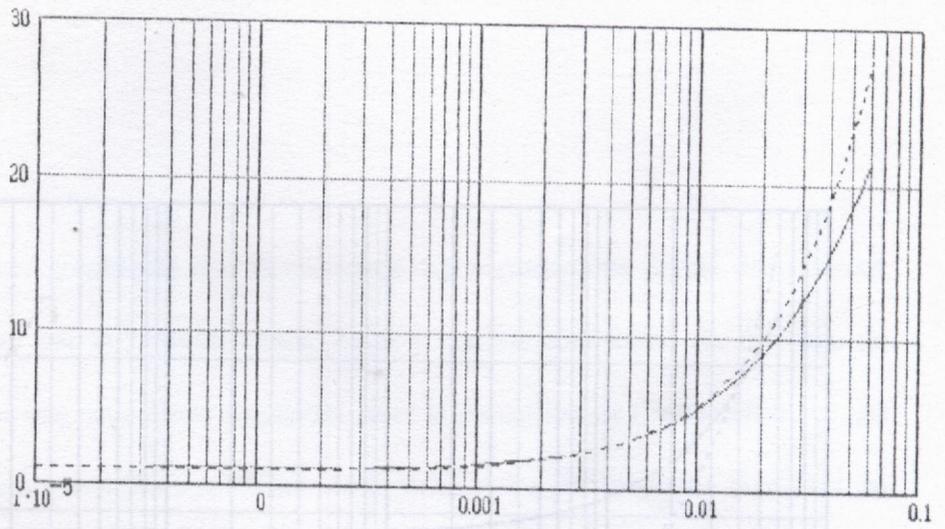


Fig. IV.72 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.5)
 $\delta Q = 0.01$
 ----- : Pert _____ : Exact

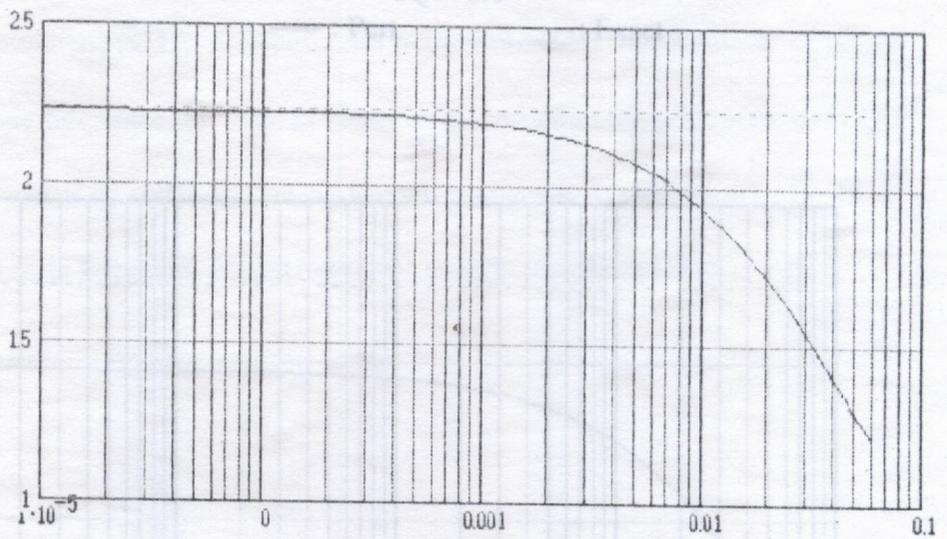


Fig. IV.73 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.5)
 $\delta Q = 0.01$
 ----- : Pert _____ : Exact

5. Conclusion

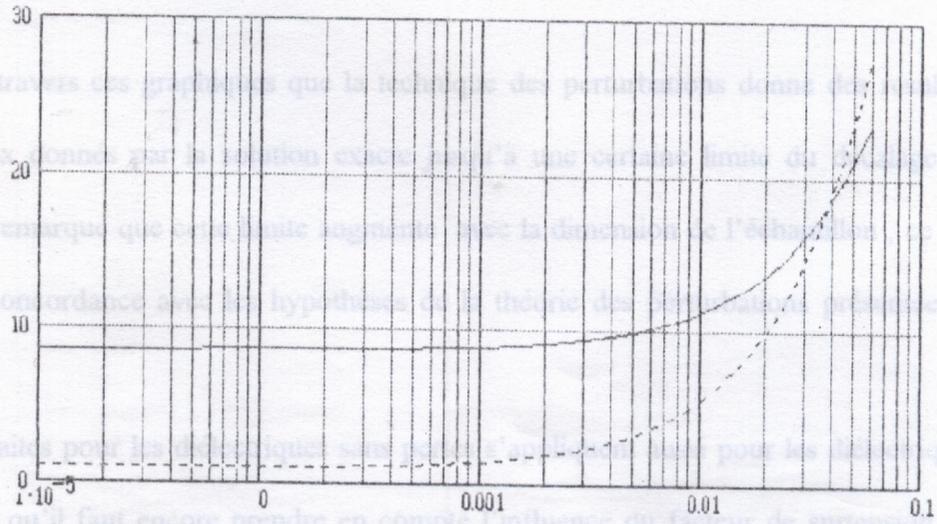
On remarque à travers ces graphiques que la technique des perturbations donne des résultats identiques à ceux obtenus par la solution exacte tant à une extrême limite de décalage de fréquence. On remarque que cette suite coïncide avec la dimension de l'échantillon qui est en parfaite concordance avec les hypothèses de la théorie des perturbations présentée au chapitre II.

Les remarques faites pour les diélectriques sans pertes s'appliquent également pour les diélectriques avec pertes sauf qu'il faut encore prendre en compte l'influence du facteur de surtension Q dans le calcul de ϵ' et l'influence du décalage de fréquence δf sur les valeurs de ϵ' et de ϵ'' .

Fig. IV.74 : Variations de ϵ' en fonction du décalage de fréquence (cap.5)

$$\delta Q = 0.1$$

----- : Pert _____ : Exact



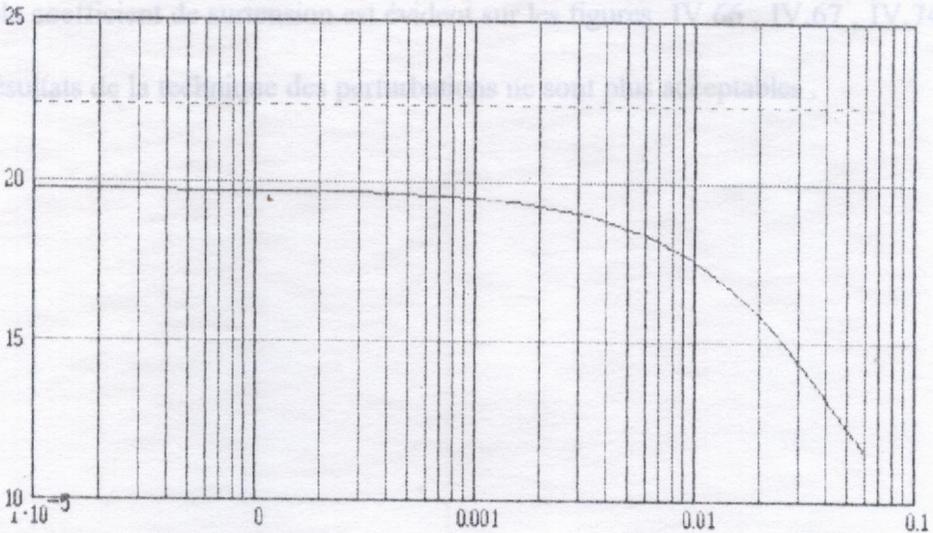
On remarque donc que contrairement à la technique des perturbations les valeurs de ϵ' et de ϵ'' dépendent du décalage de fréquence δf et de la valeur du décalage du facteur de surtension Q .

L'effet d'un fait est illustré par les graphiques IV.74, IV.75, IV.66, IV.67, IV.74 et IV.75, où les résultats de la technique des perturbations ne sont plus identiques.

Fig. IV.75 : Variations de ϵ'' en fonction du décalage de fréquence (cap.5)

$$\delta Q = 0.1$$

----- : Pert _____ : Exact



5. Conclusion

On remarque à travers ces graphiques que la technique des perturbations donne des résultats identiques à ceux donnés par la solution exacte jusqu'à une certaine limite du décalage de fréquence . On remarque que cette limite augmente avec la dimension de l'échantillon , ce qui est en parfaite concordance avec les hypothèses de la théorie des perturbations présentée au chapitre II .

Les remarques faites pour les diélectriques sans pertes s'appliquent aussi pour les diélectriques avec pertes sauf qu'il faut encore prendre en compte l'influence du facteur de surtension Q dans le calcul de ϵ' et l'influence du décalage de fréquence δf dans le calcul de ϵ'' . On remarque donc que contrairement à la technique des perturbations les valeurs de ϵ' et de ϵ'' dépendent du décalage de fréquence δf et de la valeur du décalage du facteur de surtension Q .

CONCLUSION

L'effet d'un faible coefficient de surtension est évident sur les figures IV.66 , IV.67 , IV.74 et IV.75 , où les résultats de la technique des perturbations ne sont plus acceptables .

Nous avons présenté dans ce travail une méthode de caractérisation de matériaux diélectriques dans le domaine des fréquences centimétriques.

L'analyse a été faite pour le mode TM_{010} mais elle est valable pour tous les modes de type TM_{0nl} .

Cette méthode fait intervenir deux techniques de calcul que nous avons présentée :

La technique des perturbations dans les cavités résonnantes aboutit sur une équation simple donnant des résultats satisfaisants pour les diélectriques à faibles pertes et à constante diélectrique modérée.

Par contre la méthode de l'équation caractéristique utilise une analyse électromagnétique rigoureuse qui aboutit sur une équation transcendante. **CONCLUSION** est résolue par des méthodes numériques et donne des résultats avec une très bonne précision pour ϵ' allant de 1 à 80 et ϵ'' de 0 à 10.

Une cavité résonnante a été réalisée, elle est de forme cylindrique et résonne sur le mode TM_{010} à la fréquence $f = 10 \text{ GHz}$.

Des mesures ont été effectuées sur trois (03) échantillons différents et les résultats obtenus sont conformes à ceux donnés par la littérature scientifique à notre connaissance. Cependant la précision peut être améliorée si on disposait d'équipement de mesure plus performant (compteur de fréquence, wattmètre).

Le domaine de mesure en micro-ondes mérite plus d'attention car la connaissance précise de ϵ' et $\tan \delta$ est d'une importance

Nous avons présenté dans ce travail une méthode de caractérisation de matériaux diélectriques dans le domaine des fréquences centimétriques.

L'analyse a été faite pour le mode TM_{020} mais elle est valable pour tous les modes de type TM_{0n0} .

Cette méthode fait intervenir deux techniques de calcul que nous avons présenté.

La technique des perturbations dans les cavités résonantes aboutit sur une équation simple donnant des résultats satisfaisants pour les diélectriques à faibles pertes et à constante diélectrique modérée.

Par contre la méthode de l'équation caractéristique utilise une analyse électromagnétique rigoureuse qui aboutit sur une équation transcendante. Cette équation est résolue par des méthodes numériques et donne des résultats avec une très bonne précision pour ϵ' allant de 1 à 80 et ϵ'' de 0 à 30.

Une cavité résonante a été réalisée, elle est de forme cylindrique et résonne sur le mode TM_{020} à la fréquence $f = 10 \text{ GHz}$.

Des mesures ont été effectuées sur trois (03) échantillons différents et les résultats obtenus sont conformes à ceux donnés par la littérature scientifique à notre connaissance. Cependant la précision peut être améliorée si on disposait d'équipement de mesure plus performant (compteur de fréquence, wattmètre).

Ce domaine de mesure en micro-ondes mérite plus d'attention car la connaissance précise de ϵ' et $\text{tg}\delta$ est d'une importance

essentielle dans des domaines aussi divers que les substrats pour micro-ondes [35] et la mesure du taux d'humidité dans le blé [13] .

Une automatisation du banc de mesure , avec l'introduction d'instruments de mesure plus performants , apporterait une meilleure efficacité et une meilleure précision à la méthode de mesure présentée . Enfin on voudrait signaler que l'on aurait aimé pouvoir effectuer des mesure sur des échantillons solides (Teflon , Nylon , Quartz) si on avait pu se les procurer .

ANNEXES

ANNEXE 1

Verification de la validité de l'approximation sur $J_0(k,r)$ avec k , complexe

soit :

$$F(\varepsilon', \varepsilon'') = \frac{\frac{\beta^2 r_i^2}{8a^2} J_2(ar_i) - \frac{\beta^2 r_i^2}{384a^4} J_4(ar_i)}{J_0(ar_i)}$$

$$G(\varepsilon', \varepsilon'') = \frac{\frac{\beta^2 r_i^2}{24a^2} J_1(ar_i) - \frac{\beta^2 r_i^2}{1920a^4} J_3(ar_i)}{J_1(ar_i)}$$

ANNEXES

Ci dessous on a représenté $F(\varepsilon', \varepsilon'')$ et $G(\varepsilon', \varepsilon'')$ pour ε' variant de 1 à 30 et ε'' variant de 0 à 30, ceci pour deux valeurs de Q : $Q = 100$ et $Q = 10000$.

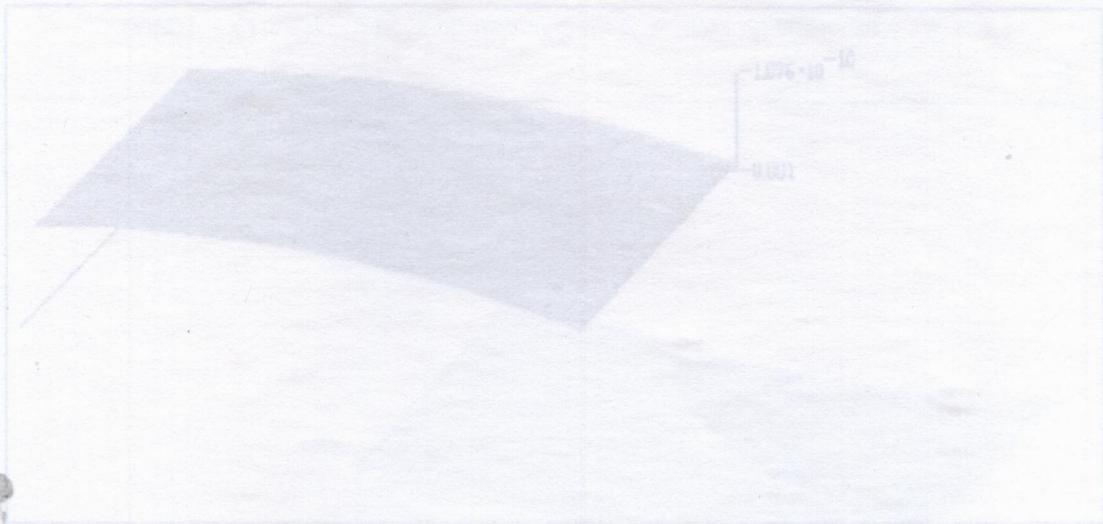


Fig.1.1 : Variations de $G(\varepsilon', \varepsilon'')$ en fonction de ε' et ε'' pour $Q = 100$

ANNEXE 1

Verification de la validité de l'approximation sur $J_0(k_1 r)$ avec k_1 complexe

soit :

$$F(\varepsilon', \varepsilon'') = \frac{\beta^4 r_1^2 \cdot J_2(\alpha r_1) - \frac{\beta^8 r_1^4}{384 \alpha^4} \cdot J_4(\alpha r_1)}{J_0(\alpha r_1)}$$

$$G(\varepsilon', \varepsilon'') = \frac{\beta^4 r_1^2 \cdot J_3(\alpha r_1) - \frac{\beta^8 r_1^4}{1920 \alpha^4} \cdot J_5(\alpha r_1)}{J_1(\alpha r_1)}$$

Ci dessous on a représenté $F(\varepsilon', \varepsilon'')$ et $G(\varepsilon', \varepsilon'')$ pour ε' variant de 1 à 80 et ε'' variant de 0 à 30 ,, ceci pour deux valeurs de Q : $Q = 100$ et $Q = 10000$.

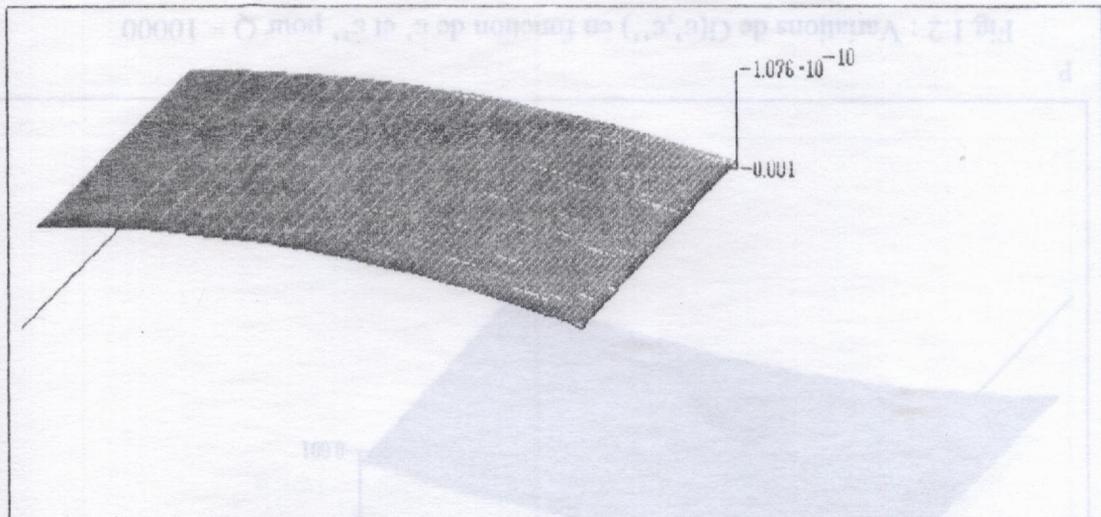


Fig.1.1 : Variations de $G(\varepsilon', \varepsilon'')$ en fonction de ε' et ε'' pour $Q = 100$

Fig.1.3 : Variations de $F(\epsilon', \epsilon'')$ en fonction de ϵ' et ϵ'' pour $Q = 100$

p

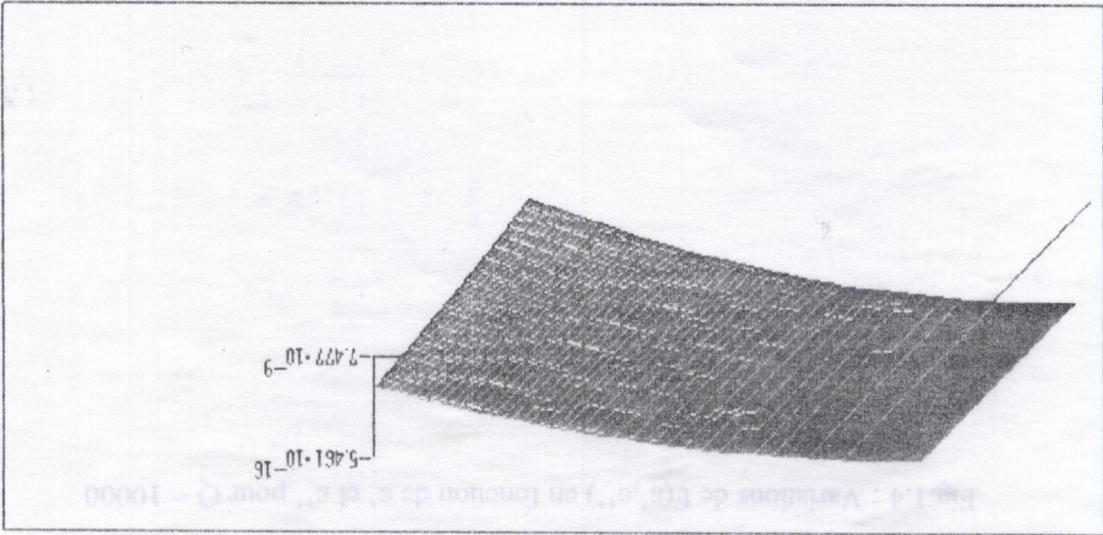
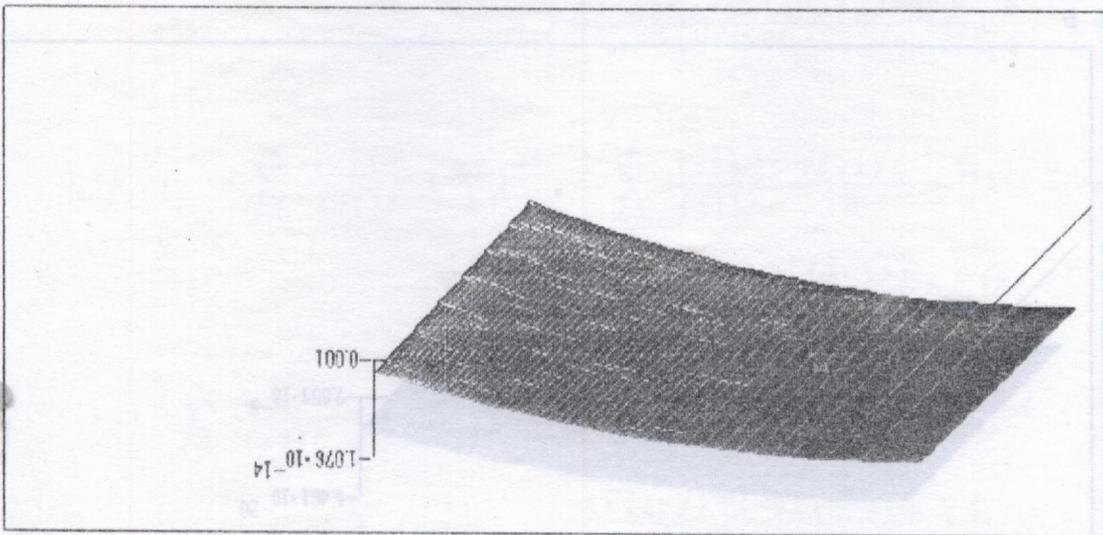


Fig.1.2 : Variations de $G(\epsilon', \epsilon'')$ en fonction de ϵ' et ϵ'' pour $Q = 10000$

p



ANNEXE 2

EXPRESSION DE $J_0(k_1 r)$ EN FONCTION DE αr ET βr

$$J_0(k_1 r) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j}{(j!)^2} \left(\frac{k_1 r}{2}\right)^{2j}$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j}{(j!)^2} \left(\frac{r}{2}\right)^{2j} (\alpha^2 - j\beta^2)^j$$

$$(\alpha^2 - j\beta^2)^j = \alpha^{2j} \left(1 - j\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2\right)^j$$

$$= \alpha^{2j} \left[1 - C_j^1 \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 + C_j^2 \left(-j\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2\right)^2 + \dots + C_j^j \left(-j\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2\right)^j \right]$$

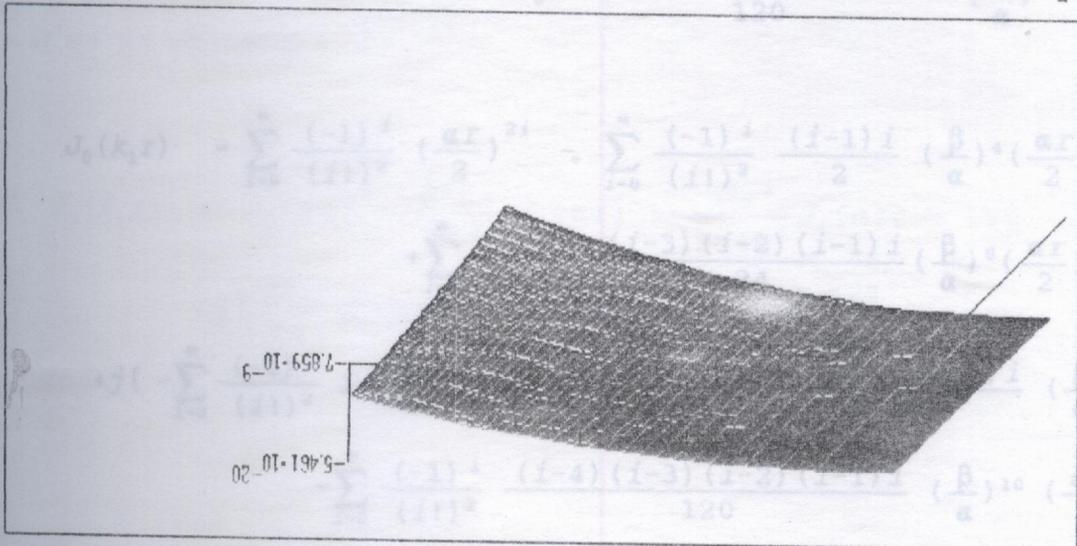
$$C_j^p = \frac{j!}{p!(j-p)!}$$

Fig. 1.4 : Variations de $F(\epsilon', \epsilon'')$ en fonction de ϵ' et ϵ'' pour $Q = 10000$

$$(\alpha^2 - j\beta^2)^j = \alpha^{2j} \left[1 - j! \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 + \frac{(j-1)!}{2} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^4 \right]$$

$$+ j \frac{(j-2)(j-3)!}{6} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^6 + \frac{(j-3)(j-2)(j-1)!}{24} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^8$$

$$- j \frac{(j-4)(j-5)(j-6)!}{120} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{10} + \dots$$



ANNEXE 2

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i} = J_0(\alpha r)$$

EXPRESSION DE $J_0(k_1 r)$ EN FONCTION DE αr ET βr

$$J_0(k_1 r) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \left(\frac{k_1 r}{2}\right)^{2i} - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i!(i-2)!} \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i-2} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^4 \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^2$$

$$= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \left(\frac{r}{2}\right)^{2i} (\alpha^2 - j\beta^2)^i$$

$$(\alpha^2 - j\beta^2)^i = \alpha^{2i} \left[1 - j\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2\right]^i$$

$$= \alpha^{2i} \left[1 - C_1^1 j\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 + C_1^2 (-j\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2)^2 + \dots + C_1^p (-j\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2)^p + \dots\right]$$

$$C_n^p = \frac{n!}{(n-p)! p!}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \frac{(i-2)(i-1)i}{6} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^6 \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i} = -\frac{\beta^6 r^3}{48\alpha^3} J_3(\alpha r)$$

$$(\alpha^2 - j\beta^2)^i = \alpha^{2i} \left[1 - ji\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 - \frac{(i-1)i}{2} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^4 + \dots\right]$$

$$+ j \frac{(i-2)(i-1)i}{6} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^6 + \frac{(i-3)(i-2)(i-1)i}{24} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^8 - j \frac{(i-4)(i-3)(i-2)(i-1)i}{120} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{10} + \dots$$

D'où on obtient :

$$J_0(k_1 r) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i} - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \frac{(i-1)i}{2} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^4 \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i}$$

$$+ \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \frac{(i-3)(i-2)(i-1)i}{24} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^8 \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i}$$

$$+ j \left[- \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} i \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i} + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \frac{(i-2)(i-1)i}{6} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^6 \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i} \right]$$

$$- \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \frac{(i-4)(i-3)(i-2)(i-1)i}{120} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{10} \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i}$$

ANNEXE 3

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i} = J_0(\alpha r)$$

CALCUL DE $\delta\omega/\omega$ ET Q DUS A L'EFFET DE LA CONDUCTIVITE FINIE DES PAROIS DE LA CAVITE

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \frac{(i-1)i}{2} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^4 \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i} = \left[\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i(i-2)!} \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i-2} \right] \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^4 \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^2$$

$$N = \iint_{\Sigma} H_0^2 da - 2 \iint_{\Sigma_1} H_0^2 da_1 - \iint_{\Sigma_2} H_0^2 da_2 = - \frac{\beta^4 r^2}{8\alpha^2} J_{-2}(\alpha r) - \frac{\beta^4 r^2}{8\alpha^2} J_2(\alpha r)$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \frac{(i-3)(i-2)(i-1)i}{24} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^8 \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i} = \frac{\beta^8 r^4}{384\alpha^4} J_4(\alpha r)$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} i \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i} = - \frac{\beta^2 r}{2\alpha} J_1(\alpha r)$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \frac{(i-2)(i-1)i}{6} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^6 \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i} = - \frac{\beta^6 r^3}{48\alpha^3} J_3(\alpha r)$$

En utilisant l'intégrale de Bessel :

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \frac{(i-4)(i-3)(i-2)(i-1)i}{120} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{10} \left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2i} = - \frac{\beta^{10} r^5}{3840\alpha^5}$$

D'où on obtient :

$$J_0(k_1 r) = J_0(\alpha r) - \frac{\beta^4 r^2}{8\alpha^2} J_2(\alpha r) + \frac{\beta^8 r^4}{384\alpha^4} J_4(\alpha r) + \dots$$

$$+ j \left[\frac{\beta^2 r}{2\alpha} J_1(\alpha r) - \frac{\beta^6 r^3}{48\alpha^3} J_3(\alpha r) + \frac{\beta^{10} r^5}{3840\alpha^5} J_5(\alpha r) + \dots \right]$$

$$I_1 = -2\pi \left(\frac{\omega\epsilon}{k_c}\right)^2 E_0^2 \left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot \left[J_0^2(k_c R_0) + \left(1 - \frac{1}{k_c^2 R_0^2}\right) J_1^2(k_c R_0) \right]$$

ANNEXE 3

CALCUL DE $\delta\omega/\omega$ ET Q DUS A L'EFFET DE LA CONDUCTIVITE FINIE DES PAROIS DE LA CAVITE

les conditions aux limites sur la paroi de la cavite

$$N = \iint_{\Sigma} H_0^2 d\sigma - 2 \iint_{\Sigma_1} H_0^2 d\sigma_1 + \iint_{\Sigma_2} H_0^2 d\sigma_1$$

$$I_2 = \iint_{\Sigma_2} H_0^2 d\sigma_2 = - E_0^2 \left(\frac{\omega\epsilon}{k_c}\right)^2 \int_0^L dz \int_0^{2\pi} R_0 d\theta J_1^2(k_c R_0) \\ = -2\pi L R_0 \left(\frac{\omega\epsilon}{k_c}\right)^2 E_0^2 J_1^2(k_c R_0)$$

$$N = -2\pi \left(\frac{\omega\epsilon}{k_c}\right)^2 E_0^2 R(L+R) J_1^2(k_c R_0)$$

$$I_1 = \iint_{\Sigma_1} H_0^2 d\sigma_1 = - \left(\frac{\omega\epsilon}{k_c}\right)^2 E_0^2 \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{R_0} r J_1^2(k_c r) dr$$

$$D = \iiint_V H_0^2 dv = -2\pi \left(\frac{\omega\epsilon}{k_c}\right)^2 E_0^2 L \frac{R^2}{2} J_1^2(k_c R_0)$$

En utilisant l'intégrale de Lommel :

$$\frac{N}{D} = \frac{R_0(L+R_0)}{R_0^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{L}{R_0} + \frac{1}{R_0} \right) \\ \int_0^a J_p^2(\alpha r) r dr = \frac{a^2}{2} \cdot [J_p'^2(\alpha a) + \left(1 - \frac{p^2}{\alpha^2 a^2}\right) \cdot J_p^2(\alpha a)]$$

Ceci nous permet d'écrire :

On aura :

$$I_1 = -2\pi \left(\frac{\omega\epsilon}{k_c}\right)^2 E_0^2 \left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot [J_1'^2(k_c R_0) + \left(1 - \frac{1}{k_c^2 R_0^2}\right) \cdot J_1^2(k_c R_0)]$$

Sachant que :

ANNEXE 4

CALCUL DE G_{020}

$$J_1'(k_c R_0) = J_0(k_c R_0) - \frac{J_1(k_c R_0)}{k_c R_0}$$

D'après les conditions aux limites sur la paroi de la cavité

$$J_0(k_c R_0) = 0$$

$$I_1 = -2\pi \left(\frac{\omega \epsilon}{k_c}\right)^2 E_0^2 \left(\frac{R}{2}\right)^2 J_1^2(k_c R_0)$$

$$N = -2\pi \left(\frac{\omega \epsilon}{k_c}\right)^2 E_0^2 R(L+R) J_1^2(k_c R_0)$$

$$D = \iiint_{V_c} H_0^2 dv = -2\pi \left(\frac{\omega \epsilon}{k_c}\right)^2 E_0^2 L \frac{R^2}{2} J_1^2(k_c R_0)$$

$$\frac{N}{D} = \frac{R_0 (L + R_0)}{L \frac{R_0^2}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{R_0}\right)$$

CALCUL DE G_{110}

Ceci nous permet d'écrire :

$$\frac{\delta \omega}{\omega} = -\frac{\delta}{4} \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{R_0}\right) \quad Q = \frac{\frac{1}{\delta}}{\frac{1}{L} + \frac{1}{R_0}}$$

ANNEXE 4

CALCUL DE G₀₂₀

$$\frac{\delta \Omega}{\Omega} = \frac{\delta \omega}{\omega} + j \cdot \frac{1}{2} \Delta \left(\frac{1}{Q} \right) = - (e_r^* - 1) \frac{\iiint_{V_c} E_0^2 dv}{2 \iiint_{V_c} E_0^2 dv}$$

$$N = 2\pi LA^2 \int_0^{R_1} J_0^2 \left(\chi_{02} \frac{r}{R_0} \right) r dr$$

$$= \pi LA^2 R_1^2 \left[J_0^2 \left(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0} \right) + J_1^2 \left(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0} \right) \right]$$

$$D = 2\pi LA^2 \int_0^{R_0} J_0^2 \left(\chi_{02} \frac{r}{R_0} \right) r dr$$

$$= \pi LA^2 R_0^2 J_1^2 (\chi_{02})$$

Ceci nous permet d'écrire :

$$\frac{\delta \Omega}{\Omega} = - \frac{(e_r^* - 1)}{2} \cdot \frac{V_e}{V_c} \cdot \frac{1}{G_{020}} = - \frac{(e_r^* - 1)}{2} \cdot \frac{R_1^2}{R_0^2} \cdot \frac{J_0^2 \left(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0} \right) + J_1^2 \left(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0} \right)}{J_1^2 (\chi_{02})}$$

$$G_{020} = \frac{J_1^2 (\chi_{02})}{J_1^2 \left(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0} \right) + J_0^2 \left(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0} \right)}$$

CALCUL DE G_{tube}

$$G_{\text{tube}} = 2\epsilon_0 \cdot \frac{V_c}{V_{\text{tube}}} \frac{\iiint_{\text{verre}} E_0^2 dv}{\iiint_{V_c} (\epsilon_0 E_0^2 - \mu_0 H_0^2) dv}$$

ANNEXE 5

$$\iiint_{\text{verre}} E_0^2 dv = A_0^2 \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} J_0^2(kr) r dr d\theta dz$$

CALCUL DE AV

$$= 2\pi A_0^2 L \int_{R_1}^{R_2} J_0^2\left(\chi_{02} \frac{r}{R_0}\right) r dr$$

1. Cavité vide

$$= \pi A_0^2 R_1^2 L \left[\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \left(J_1^2\left(\chi_{02} \frac{R_2}{R_0}\right) + J_0^2\left(\chi_{02} \frac{R_2}{R_0}\right) \right) \right.$$

$$\left. - \left(J_1^2\left(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0}\right) + J_0^2\left(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0}\right) \right) \right]$$

$$\iiint_{V_c} (e_0 E_0^2 - \mu_0 H_0^2) dv = 2e_0 V_c A_0^2 J_1^2(\chi_{02})$$

Ceci nous permet d'écrire :

$$G_{\text{tube}} = \frac{\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot [J_1^2(\chi_{02} \frac{R_2}{R_0}) + J_0^2(\chi_{02} \frac{R_2}{R_0})] - [J_1^2(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0}) + J_0^2(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0})]}{J_1^2(\chi_{02})}$$

Sachant que :

$$k_1 = \frac{\chi_{01}}{R_1} \quad k_2 = \frac{\chi_{02}}{R_0}$$

et que :

$$\left(\frac{\chi_{02}}{R_0}\right)^2 < \left(\frac{\chi_{01}}{R_1}\right)^2 \quad \forall \chi$$

$$A_1 = \frac{2}{\chi_{01}} \cdot \frac{J_0\left(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0}\right)}{J_1(\chi_{01})} \cdot E_0$$

2. Cavité contenant un **ANNEXE 5** diélectrique sans pertes

CALCUL DE A_v

1. Cavité vide

$$N = E_0 \cdot \frac{I_1^2}{k_v^2 - k_0^2} \cdot [k_v \cdot J_1(k_v I_1) \cdot J_0(k_0 I_1) - k_0 \cdot J_0(k_v I_1) \cdot J_1(k_0 I_1)]$$

$$A_v = E_0 \frac{\int_0^{I_1} J_0(k_v r) J_0(k_0 r) r dr}{\int_0^{I_1} J_0^2(k_v r) r dr}$$

$$N = E_0 \cdot \frac{I_1^2}{k_v^2 - k_0^2} \cdot [k_v \cdot J_1(k_v I_1) \cdot J_0(k_0 I_1) - k_0 \cdot J_0(k_v I_1) \cdot J_1(k_0 I_1)]$$

$$= E_0 \cdot \frac{k_v I_1^2}{k_v^2 - k_0^2} \cdot J_1(k_v I_1) \cdot J_0(k_0 I_1)$$

$$D = \frac{I_1^2}{2} \cdot J_1^2(k_v I_1)$$

Sachant que :

$$k_v = \frac{\chi_{0v}}{I_1} \quad k_0 = \frac{\chi_{02}}{R_0} \quad \frac{1}{\chi_{0v}} = \frac{J_0(\chi_{02} \frac{I_1}{R_0})}{J_1(\chi_{0v} I_1)} \cdot E_0$$

et que :

$$\left(\frac{\chi_{02}}{R_0}\right)^2 < \left(\frac{\chi_{0v}}{I_1}\right)^2 \quad \forall v$$

3. Cavité contenant un cylindre diélectrique avec pertes

$$A_v = \frac{2}{\chi_{0v}} \cdot \frac{J_0(\chi_{02} \frac{I_1}{R_0})}{J_1(\chi_{0v} I_1)} \cdot E_0$$

2. Cavité contenant un cylindre diélectrique sans pertes

$$A_v = E_0 \frac{\int_0^{r_1} J_0(k_v r) J_0(\sqrt{\epsilon_r} k_0 r) r dr}{\int_0^{r_1} J_0^2(k_v r) r dr}$$

$$N = E_0 \frac{\int_0^{r_1} J_0^2(k_v r) r dr}{k_v^2 - \epsilon_r k_0^2}$$

$$N = E_0 \cdot \frac{r_1}{k_v^2 - \epsilon_r k_0^2} \cdot [k_v \cdot J_1(k_v r_1) \cdot J_0(\sqrt{\epsilon_r} k_0 r_1) - \sqrt{\epsilon_r} k_0 \cdot J_0(k_v r_1) \cdot J_1(\sqrt{\epsilon_r} k_0 r_1)]$$

$$= E_0 \cdot \frac{k_v r_1}{k_v^2 - \epsilon_r k_0^2} \cdot J_1(k_v r_1) \cdot J_0(\sqrt{\epsilon_r} k_0 r_1)$$

$$D = \frac{r_1^2}{2} \cdot J_1^2(k_v r_1)$$

Sachant que :

$$k_v = \frac{\chi_{0v}}{r_1} \cdot \left(1 - \frac{df}{f_0}\right) \quad k_0 = \frac{\chi_{02}}{R_0} \cdot \left(1 - \frac{df}{f_0}\right)$$

donc on aura :

$$A_v = \frac{2}{\left(1 - \frac{df}{f_0}\right) \cdot \left[1 - \epsilon_r \left(\frac{\chi_{02}}{\chi_{0v}}\right)^2 \left(\frac{r_1}{R_0}\right)^2\right]} \cdot \frac{1}{\chi_{0v}} \cdot \frac{J_0(\sqrt{\epsilon_r} k_0 r_1)}{J_1(k_v r_1)} \cdot E_0$$

3. Cavité contenant un cylindre diélectrique avec pertes

CALCUL DU DECALAGE DE FREQUENCE

$A_v = E_0 \frac{\int_0^{r_1} J_0(k_v r) J_0(k_1 r) r dr}{\int_0^{r_1} J_0^2(k_v r) r dr}$

$N = E_0 \cdot \frac{r_1}{k_v^2 - k_1^2} \cdot [k_v \cdot J_1(k_v r_1) \cdot J_0(k_1 r_1) - k_1 \cdot J_0(k_v r_1) \cdot J_1(k_1 r_1)]$

$1. \quad - E_0 \cdot \frac{k_v r_1}{k_v^2 - k_1^2} \cdot J_1(k_v r_1) \cdot J_0(k_1 r_1)$

$D = 2\pi E_0^2 L R_0^2 J_1^2(\chi_{02})$

$D = \frac{r_1^2}{2} \cdot J_1^2(k_v r_1)$

$N = 2\pi \int_0^{r_1} \int_0^{r_1} (\sum_{p=1}^{\infty} A_p J_0(k_p r) e^{-k_p z}) \cdot (\sum_{q=1}^{\infty} A_q J_0(k_q r) e^{-k_q z}) r dr dz$

Sachant que :

$- 2\pi \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} A_p A_q \int_0^{r_1} \int_0^{r_1} J_0(k_p r) \cdot J_0(k_q r) \cdot e^{-(k_p+k_q)z} r dr dz$

$k_v = \frac{\chi_{0v}}{r_1} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{A_p A_p}{k_p k_p} \int_0^{r_1} J_0(k_p r) \cdot J_0(k_p r) r dr$

$k_1 = k \sqrt{\epsilon^*} = \sqrt{\epsilon^*} \cdot k_0 \cdot (1 + \frac{j}{2Q_L} - \sqrt{\epsilon^*} \cdot (1 + \frac{j}{2Q_L})) \cdot (1 - \frac{df}{f_0}) \cdot \frac{\chi_{02}}{R_0}$

$N = 2\pi \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{A_p A_q}{k_p k_q} \int_0^{r_1} J_0(k_p r) \cdot J_0(k_q r) r dr$

on aura :

$- 2\pi \sum_{p=1}^{\infty} \frac{A_p A_p}{k_p k_p} \cdot \frac{1}{R_0^2 - R_1^2} \cdot (k_p R_1 J_0(k_p R_1) \cdot J_0(k_p R_1) - k_p R_1 J_0(k_p R_1) \cdot J_0(k_p R_1))$

$A_v = \frac{k_v}{k_v^2 - k_1^2} \cdot \frac{2}{r_1} \cdot \frac{J_0(k_1 r_1)}{J_1(k_v r_1)} \cdot E_0$

$- 2\pi R_0^2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\chi_{0p}} \cdot \frac{J_0^2(\chi_{0p} \frac{R_1}{R_0})}{J_1^2(\chi_{0p})} \cdot E_0 \cdot \frac{J_1^2(k_p R_1)}{k_p}$

CALCUL DU DECALAGE DE FREQUENCE finalement :

Le décalage de fréquence est donné par :

$$\frac{\delta\Omega}{\Omega} = \frac{\delta\omega}{\omega} + \frac{1}{2} \cdot \delta\left(\frac{1}{Q}\right) = \frac{\iiint_{V_{tube}} \mathbf{e}^* \cdot \vec{E} \cdot \vec{E}^* dv}{\iiint_{V_c} E_0^2 dv}$$

2. Cavity contenant un cylindre diélectrique sans pertes

1. Cavity vide (ce qui pour la cavity vide on trouve :

$$D = 2\pi E_0^2 L R_0^2 J_1^2(\chi_{02})$$

$$N = 2\pi \int_0^\infty \int_0^{R_1} \left(\sum_{\nu=1}^{\infty} A_\nu J_0(k_\nu r) e^{-k_\nu z} \right) \cdot \left(\sum_{\mu=1}^{\infty} A_\mu^* J_0(k_\mu r) e^{-k_\mu^* z} \right) r dr dz$$

$$= 2\pi \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} A_\nu A_\mu^* \int_0^\infty \int_0^{R_1} J_0(k_\nu r) \cdot J_0(k_\mu r) \cdot e^{-(k_\nu + k_\mu^*)z} r dr dz$$

$$= 2\pi \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{A_\nu A_\mu^*}{k_\nu + k_\mu^*} \cdot \int_0^{R_1} J_0(k_\nu r) \cdot J_0(k_\mu r) r dr$$

La cavity est vide A_μ , k_μ et $J_0(k_\mu r)$ sont réels sans pertes

$$N = 2\pi \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{A_\nu \cdot A_\mu}{k_\nu + k_\mu} \int_0^{R_1} J_0(k_\nu r) \cdot J_0(k_\mu r) r dr$$

$$= 2\pi \sum_{\nu \neq \mu} \frac{A_\nu \cdot A_\mu}{k_\nu + k_\mu} \cdot \frac{1}{k_\mu^2 - k_\nu^2} \cdot [k_\nu R_1 J_0(k_\nu R_1) \cdot J_0'(k_\mu R_1) - k_\mu R_1 J_0(k_\mu R_1) \cdot J_0'(k_\nu R_1)]$$

$$+ 2\pi \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{A_\nu^2}{2k_\nu} \cdot \frac{R_1^2}{2} \cdot J_1^2(k_\nu R_1)$$

$$= 2\pi R_1^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\chi_{0\nu}^2} \cdot \frac{J_0^2(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0})}{J_1^2(\chi_{0\nu})} \cdot E_0^2 \cdot \frac{J_1^2(k_\nu R_1)}{k_\nu}$$

Sachant que $k_v = \chi_{0v} / R_1$ on aura finalement :

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2 \cdot \frac{R_1}{L} \cdot \frac{J_0^2(\chi_{02} \frac{R_1}{R_0})}{J_1^2(\chi_{02})} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{\chi_{0v}^3}$$

De cette manière on aura :

2. Cavité contenant un cylindre diélectrique sans pertes

De la même manière que pour la cavité vide on trouve :

$$D = 2\pi E_0^2 L R_0^2 J_1^2(\chi_{02})$$

3. Cavité contenant un cylindre diélectrique avec pertes

$$N = 2\pi \epsilon_r \int_0^{\infty} \int_0^{R_1} \left(\sum_{v=1}^{\infty} A_v J_0(k_v r) e^{-k_v z} \right) \cdot \left(\sum_{\mu=1}^{\infty} A_{\mu}^* J_0^*(k_{\mu} r) e^{-k_{\mu} z} \right) r dr dz$$

$$= 2\pi \epsilon_r \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} A_v A_{\mu}^* \int_0^{\infty} \int_0^{R_1} J_0(k_v r) \cdot J_0^*(k_{\mu} r) \cdot e^{-(k_v + k_{\mu}^*) z} r dr dz$$

$$= 2\pi \epsilon_r \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{A_v A_{\mu}^*}{k_v + k_{\mu}^*} \cdot \int_0^{R_1} J_0(k_v r) \cdot J_0^*(k_{\mu} r) r dr$$

La cavité contenant un échantillon diélectrique sans pertes

A_{μ} , k_{μ} et $J_0(k_{\mu} r)$ sont réels.

Sachant que :

$$k_v = \frac{\chi_{0v}}{R_1} \cdot \left(1 - \frac{df}{f_0}\right) \quad \text{et} \quad k_0 = \frac{\chi_{02}}{R_0} \cdot \left(1 - \frac{df}{f_0}\right)$$

$$N = 2\pi \epsilon_r \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{A_v \cdot A_{\mu}}{k_v + k_{\mu}} \int_0^{R_1} J_0(k_v r) \cdot J_0(k_{\mu} r) r dr$$

$$= 2\pi \epsilon_r \sum_{v \neq \mu} \frac{A_v \cdot A_{\mu}}{k_v + k_{\mu}} \cdot \frac{1}{k_{\mu}^2 - k_v^2} \cdot [k_v R_1 J_0(k_v R_1) \cdot J_0'(k_{\mu} R_1) - k_{\mu} R_1 J_0(k_{\mu} R_1) \cdot J_0'(k_v R_1)]$$

$$+ 2\pi \epsilon_r \sum_{v=1}^{\infty} \frac{A_v^2}{2k_v} \cdot \frac{R_1^2}{2} \cdot J_1(k_v R_1)$$

$$N = 2\pi e_r R_1^3 E_0^2 \frac{J_0^2(\sqrt{e_r} R_1)}{\left(1 - \frac{df}{f_0}\right)^3} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{\chi_{0v}^3 \cdot \left[1 - e_r \cdot \left(\frac{\chi_{02}}{\chi_{0v}}\right)^2 \cdot \frac{R_1^2}{R_0^2}\right]^2}$$

De cette manière on aura :

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = \frac{e_r}{\left(1 - \frac{df}{f_0}\right)^3} \cdot \frac{r_1^2}{R_0^2} \cdot \frac{R_1}{L} \cdot \frac{J_0^2(\sqrt{e_r} k_0 R_1)}{J_1^2(\chi_{02})} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{\chi_{0v}^3 \left[1 - e_r \left(\frac{\chi_{02}}{\chi_{0v}}\right)^2 \frac{R_1^2}{R_0^2}\right]^2}$$

3. Cavité contenant un cylindre diélectrique avec pertes

De la même manière que pour la cavité vide on trouve :

$$D = 2\pi E_0^2 L R_0^2 J_1^2(\chi_{02})$$

$$N = 2\pi e^* \int_0^{\infty} \int_0^{R_1} \left(\sum_{v=1}^{\infty} A_v J_0(k_v r) e^{-k_v z} \right) \cdot \left(\sum_{\mu=1}^{\infty} A_{\mu}^* J_0^*(k_{\mu} r) e^{-k_{\mu} z} \right) r dr dz$$

$$= 2\pi e^* \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} A_v A_{\mu} \int_0^{\infty} \int_0^{R_1} J_0(k_v r) \cdot J_0^*(k_{\mu} r) \cdot e^{-(k_v + k_{\mu}^*) z} r dr dz$$

$$= 2\pi e^* \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{A_v A_{\mu}^*}{k_v + k_{\mu}^*} \cdot \int_0^{R_1} J_0(k_v r) \cdot J_0^*(k_{\mu} r) r dr$$

$$N = \pi e^* R_1^2 \sum_{v=1}^{\infty} \frac{|A_v|^2}{k_v} J_1^2(k_v R_1)$$

finalement on aura :

$$\frac{\delta\Omega}{\Omega} = \frac{\delta\omega}{\omega} + j \cdot \frac{1}{2} \delta\left(\frac{1}{Q}\right) = \frac{e^* R_1^2}{2R_0^2 L E_0^2 J_1^2(\chi_{02})} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{|A_v|^2}{k_v} J_1^2(k_v R_1)$$

$$= \frac{(e' - j e'')}{2} \cdot \frac{1}{R_0^2} \cdot \frac{1}{L} \cdot \frac{|J_0(k_1 R_1)|^2}{J_1^2(\chi_{02})} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{k_v}{|k_v^2 - k_1^2|^2}$$

1. Agdur , B. ; Enander , B. " Resonances of a microwave cavity partially filled with a plasma " J. Appl. Phys. , Vol. 33 ; N°2 , pp. 575-581 , Feb. 1962 .
2. Bernier , J. " Sur les cavités électromagnétiques " , L'onde électrique , Vol. 26 , pp. 305-317 , Août-Sept. 1946 .
3. Bethe , H. A. ; Schwinger , J. " Perturbation theory of resonant cavities " N.D.R.C. report N° DI-117 , March 1943 .
4. Birnbaum , G. ; Franau , J. " Measurement of the dielectric constant and loss of solids and liquids by a cavity perturbation method " J. Appl. Phys. , Vol. 20 , pp. 817-818 , Aug. 1949 .

BIBLIOGRAPHIE

5. Braccwell , R. N. " Charts for resonant frequencies of cavities " Proc. of the I.R.E. : waves and electrons , Vol. 35 , N°8 , pp. 830-841 , Aug. 1946 .
6. Bussey , H. E. " Measurement of RF properties of materials " Proc. IEE , vol. 55 , N°6 , pp. 1040-1053 , June 1967 .
7. Casimir , H. B. G. " On the theory of electromagnetic waves in resonant cavities " Philips res. rep. 6 , pp. 162-182 , 1951 .

1. Agdur , B. ; Enander , B. " Resonances of a microwave cavity partially filled with a plasma " J. Appl. Phys. , Vol . 33 ; N°2 , pp. 575-581 , Feb. 1962 . N°6 , pp. 519-526 , June 1965 .
2. Bernier , J. " Sur les cavités électromagnétiques " , L'onde électrique , Vol. 26 , pp. 305-317 , Août-Sept. 1946 .
measurements due to a sample insertion hole in a cavity "
3. Bethe , H. A. ; Schwinger , J. " Perturbation theory of resonant cavities " N.D.R.C. report N° D1-117 , March 1943
10. Gauthier , S. ; Macchibdon , L. ; Akvel , C. " Shift of the
4. Birnbaum , G. ; Franeau , J. " Measurement of the dielectric constant and loss of solids and liquids by a cavity perturbation method " J. Appl. Phys. , Vol. 20 , pp. 817-818 , Aug. 1949 .
11. Horikx , C. M. " Resonant cavities for dielectric
5. Bracewell , R. N. " Charts for resonant frequencies of cavities " Proc. of the I.R.E. : waves and electrons , Vol. 35 , N°8 , pp. 830-841 , Aug. 1946 .
12. Johri , J. S. ; Johri , N. ; Roberts , J. " Dielectric
6. Bussey , H. E. " Measurement of RF properties of materials " Proc. IEEE , vol. 55 , N°6 , pp. 1046-1053 , June 1967 .
J. of Microwave Power and Electromagnetic Energy , Vol. 20,
7. Casimir , H. B. G. " On the theory of electromagnetic waves in resonant cavities " Philips res. rep. 6 , pp. 162-182 , 1951
13. 1992 , R. J. " Microwave moisture measurement of grains " IEEE Trans. on Instrum. and Meas. , Vol. 41 , N°1 , Feb. 1992 , pp. 114-115 .

8. Chao , S. " Measurement of microwave conductivity and dielectric constant by the cavity perturbation method and their errors " IEEE trans. MTT , Vol. 33 , N°6 , pp. 519-526, June 1985 .
15. Kurokawa , K. " The expansions of electromagnetic fields
9. Estlin , A. J. ; Bussey , H. E. " Errors in dielectric permittivity measurements due to a sample insertion hole in a cavity " IEEE trans. MTT , Vol. 8 , pp. 650-653 , Nov. 1960 .
16. Labuda , E. F. ; Lecraw , R. C. " New technique for
10. Gauthier , S. ; Marchildon , L. ; Akyel , C. " Shift of the complex resonance frequency of a dielectric loaded cavity produced by sample insertion holes " IEEE Trans. on MTT , Vol. 37 , N°4 , April 1989 , pp. 801-804 .
17. Precise calculations and measurements of the complex dielectric constant
11. Horikx , C. M. " Resonant cavities for dielectric constant measurements " J. Phys. E : Sci. Instrum. , Vol. 3 , pp. 871-874 , 1970 .
12. Johri , J. ; Johri , M. ; Roberts , J. " Dielectric constant and loss response of select ionic solutions using a loaded microwave cavity operating near 9 GHz , 21 GHz and 29 GHz as a probe " J. of Microwave Power and Electromagnetic Energy , Vol. 26 , N°2 , pp. 82-89 , 1991 .
19. Mansingh , A. ; Smith , A. M. " Dielectric and electrical
13. King , R. J. " Microwave moisture measurement of grains " IEEE Trans. on Instrum. and Meas. , Vol. 41 , N°1 , Feb. 1992 , pp. 111-115 .

14. Kinzer , J. P. ; Wilson , I. G. " Some results on P.S. cylindrical cavity resonators " Bell syst. techn. J. , Vol. 26 , N°3 , pp. 410-445 , July 1945 . Int. J. Num. Mod. Elect. Net. Dev. Fields , Vol. 4 , pp. 273-286 , 1991 .
15. Kurokawa , K. " The expansions of electromagnetic fields in cavities " IEEE Trans. MTT , Vol. 70 , pp. 178-187 , April 1958 . Dielectric loss measurements by a microwave cavity in fixed resonance condition " IEEE Trans. MTT , Vol. 33 .
16. Labuda , E. F. ; Lecraw , R. C. " New technique for measurement of microwave dielectric constants " Rev. Sci. Instrum. , Vol. 32 , N°4 , pp. 391-392 , April 1961 .
22. by using superconducting resonators " IEEE Trans. MTT .
17. Li , S. ; Akyel , C. ; Bosissio , K. G. " Precise calculations and measurements of the complex dielectric constant of lossy materials using TM₀₁₀ cavity perturbation technique " IEEE Trans. MTT , Vol. 29 , N°10 , pp. 1041-1047 , Oct. 1981 . Loss in absorbers and shielding " IEEE Trans. MTT , Vol. 39 , N°7 , pp. 1158-1164 , July 1991 .
18. Li , S. ; Bosissio , R. G. " Composite hole conditions on complex permittivity measurements using microwave cavity perturbation techniques " IEEE Trans. MTT , Vol. 30 , N°1 , pp. 100-103 , Jan. 1982 . IEEE Trans. MTT , Vol. 27 , N°9 , pp. 791-795 , Sept. 1979 .
19. Mansingh , A. ; Smith , A. M. " Dielectric and electrical conductivity studies in Potassium nitrite and Potassium nitrate " J. Phys. D : Appl. Phys. , Vol. 4 , pp. 560-567 , 1971-132 , Jan. 1957 .
- 25.

20. Marchildon, L. ; Akyel, C. ; Abdulnour, J. ; Gauthier, S. "Improvements in the analysis of a TH_{0mp} cavity for precise complex permittivity measurements " Int. J. Num. Mod. :
 27. Elect. Net. Dev. Fields , Vol. 4 , pp. 273-286 , 1991 .
 IEEE Trans. MTT , Vol. 16 , pp. 314-345 , May 1968 .
21. Martinelli , M. ; Rolla , P. A. ; Tombari , E. " A method
 28. for dielectric loss measurements by a microwave cavity in
 a fixed resonance condition " IEEE Trans. MTT , Vol. 33 ,
 N°9, pp. 779-783 , Sept. 1985 .
29. Ginzton , E. H. " Microwave measurements " Mc Graw Hill .
22. Meyer , W. " Dielectric measurements on polymeric materials
 by using superconducting resonators " IEEE Trans. MTT ,
 30. Vol. 25 , N°12 , pp. 1092-1099 , Dec. 1977 .
 Pergamon Press , New York , 1961 .
23. Naishadham , K. ; Kadaba , P. K. "Measurement of the
 31. microwave conductivity of a polymeric material with
 potential applications in absorbers and shielding " IEEE
 Trans. MTT , Vol. 39 , N°7 , pp. 1158-1164 , July 1991 .
32. Harvey , A. P. " Microwave engineering " Academic Press .
24. Parkash , A. ; Vaïd , J. K. ; Mansingh , A. " Measurement
 of dielectric parameters at microwave frequencies by cavity
 33. perturbation technique " IEEE Trans. MTT , Vol. 27 , N°9 ,
 pp. 791-795 , Sept. 1979 .
 Vol. 8 , Mc Graw Hill , 1948 .
25. Spencer , E. G. ; Lecraw , R. C. " Note on cavity
 perturbation theory " J. Appl. Phys. , Vol. 28 , N°1 , pp.
 130-132 , Jan. 1957 .

26. Waldron , R. A. " Perturbation theory of resonant cavities" Proc. IEE , Vol. 1070 , pp. 272-274 , 1960 .
27. Waldron , R. A. "Errors due to the uncertainty principle" IEEE Trans. MTT , Vol. 16 , pp. 314-315 , May 1968 .
28. Boumahrat , M. ; Gourdin , A. " Méthodes numériques appliquées " O.P.U. , Alger , 1993 .
29. Ginzton , E. H. " Microwave measurements " Mc GrawHill , New York , 1957 .
30. Goubeau , G. " Electromagnetic waveguides and cavities " Pergamon Press , New York , 1961 .
31. Harrington , R. F. "Time harmonic electromagnetic fields" Mc GrawHill , New York , 1961 .
32. Harvey , A. F. " Microwave engineering " Academic Press , New York , 1963 .
33. Montgomery , C. G. "Technique of microwave measurements" MIT Rad. Lab. Series , Vol. 8 , Mc GrawHill , 1948 .
34. Slater , J. C. " Microwave Electronics " D. Van Nostrand, Princeton NJ .

35. Tera , Z. " Caractérisation de substrats diélectriques dans le domaine des fréquences millimétriques " Thèse de Docteur Ingénieur , Déc. 1986 , Université de Limoges .
36. Von Hippel A. R. " Dielectric materials and applications " MIT Press , Cambridge MA , 1954 .
37. Waldron , R. A. "Theory of guided electromagnetic waves" Van Nostrand Reinhold, London, 1970.
38. Zaidi , H. " Conception et réalisation de résonateurs micro-ondes " Thèse de Magister, U.S.T.H.B., Alger, 1986.
39. Kang , T. W. ; Park , W. S. " Measurement of the complex permittivity of dielectrics using cylindrical cavity resonators" Journal of the Korean Institute of Telematics and Electronics , Vol.27 , N°4 , pp. 19-29 , April 1990 .
40. Van loon , R. ; Finsy , R. " Measurement of complex permittivity of liquids at frequencies from 5 to 40 GHz " Review of Sci. Instrum. , Vol.44 , N°9 , pp. 1204-1208 , Sept.1973 .
41. Watson, G.N. " Theory of Bessel functions " Cambridge University Press., 1952.

42. Alayli, Y.; Djouaher, R. et Al " Influence de l'humidité atmosphérique sur les mesures de la conductivité micro-onde d'un matériau composite: Application au blindage électromagnétique " 6èmes Journées Internationales de Thermique, Alexandrie, Avril 1993.
43. Alayli, Y. ; Djouaher, R. ; Zaidi, H. " Influence of the sorbed atmospheric humidity on the microwave conductivity of a material " 1st International Thermal Energy Congress, Marrakech, June 1993.
44. Djouaher, R. ; Alayli, Y. ; Leblond, J. " Matériau composite adsorbant l'humidité atmosphérique pour le blindage électromagnétique " 9èmes Journées Nationales de Micro-ondes, Paris, Avril 1995.