

TECHNOSUP

Les FILIÈRES TECHNOLOGIQUES des ENSEIGNEMENTS SUPÉRIEURS

MILIEUX CONTINUS

Mécanique des milieux déformables

Équations générales, solides élastiques,
fluides, turbomachines, similitude

2^e édition

Mostafa FOURAR

Claude CHÈZE



La côte de l'ouvrage : 2-531-159

Table des matières

Avant-propos	3
Chapitre I : Description des milieux continus	11
1 – Concept de milieu continu.....	12
1.1 – Définition.....	13
1.2 – Les deux approches	13
1.3 – Prise en compte de la discontinuité microscopique	14
1.4 – Particule en milieu continu.....	16
2 – Description lagrangienne	16
2.1 – Définition.....	16
2.2 – Hypothèses des milieux continus	17
2.3 – Vitesses	17
2.4 – Trajectoires et lignes d'émission.....	18
2.5 – Utilisation	19
3 – Description eulérienne	19
3.1 – Définition.....	19
3.2 – Evolution du milieu	20
3.3 – Trajectoires et lignes de courant.....	20
3.4 – Mouvement stationnaire (ou permanent).....	21
4 – Evolution volumique.....	21
4.1 – Déplacement virtuel.....	21
4.2 – Variation du volume	22
4.3 – Taux de variation volumique.....	23
5 – Compléments.....	25
5.1 – Ecoulement vertical d'un tas de sable	25
5.2 – Lignes caractéristiques d'un mouvement plan.....	25
5.3 – Mouvement de la rotation d'un disque.....	27
Chapitre II : Théorèmes généraux	29
1 – Dérivées particulières	30
1.1 – Propriétés intensives scalaires	30
1.2 – Propriétés intensives vectorielles	32
2 – Grandeurs extensives – Théorème du transport	33
2.1 – Dérivée lagrangienne d'une grandeur extensive	33
2.2 – Instationnarité et convection – Approche eulérienne.....	34
2.3 – Grandeur extensive vectorielle	35
3 – Conservation de la masse	36
3.1 – Forme intégrale	36
3.2 – Forme locale – Equation de continuité	36
3.3 – Applications	37
4 – Théorèmes globaux	38
4.1 – Cas général	38
4.2 – Ecoulement permanent – Théorème d'Euler.....	40

5 – Compléments.....	42
5.1 – Autre expression de l'accélération.....	42
5.2 – Fusée sonde.....	43
5.3 – Tube de courant.....	43
5.4 – Réaction d'un ventilateur.....	44
5.5 – Détermination précise de la masse d'une mouche.....	45
Chapitre III : Les déformations	49
1 – Approche lagrangienne – Déformations.....	51
1.1 – Déplacements et évolution d'un bipoint.....	51
1.2 – Tenseur de Green-Lagrange.....	53
1.3 – Déplacements infinitésimaux.....	54
2 – Déformation pure.....	55
2.1 – Signification des coefficients ε_{ij}	55
2.2 – Potentiel des déformations pures.....	56
2.3 – Allongement et glissement.....	57
2.4 – Déformations principales.....	58
2.5 – Dilatation volumique.....	59
2.6 – Décomposition du tenseur de déformation.....	59
3 – Cercles de Mohr.....	60
3.1 – Représentation graphique des déformations.....	60
3.2 – Cercles de Mohr.....	60
3.3 – Interprétation des cercles de Mohr.....	63
4 – Approche eulérienne – Vitesses de déformations.....	64
4.1 – Variation spatiale du vecteur vitesse.....	64
4.2 – Tenseurs des taux de déformations et des taux de rotations.....	65
4.3 – Mouvement irrotationnel.....	66
5 – Compléments.....	67
5.1 – Conditions de compatibilité.....	67
5.2 – Glissement simple.....	68
5.3 – Torsion d'une pièce cylindrique.....	70
5.4 – Mesures des déformations.....	72
Chapitre IV : Les contraintes	75
1 – Facette et vecteur contrainte.....	76
1.1 – Définition.....	76
1.2 – Contrainte et théorèmes globaux.....	78
1.3 – Relation fondamentale de Cauchy.....	79
1.4 – Facettes tri-orthogonales.....	81
2 – Tenseur des contraintes.....	82
2.1 – Vecteur contrainte pour une facette quelconque.....	82
2.2 – Tenseur des contraintes en un point.....	83
2.3 – Potentiel des contraintes.....	84
2.4 – Contraintes principales.....	84
2.5 – Décomposition du tenseur des contraintes.....	85
2.6 – Tenseurs particuliers.....	86
3 – Cercles de Mohr.....	87
3.1 – Représentation graphique des contraintes.....	87

3.2 – Cercles de Mohr	88
3.3 – Interprétation des cercles de Mohr	90
4 – Equation dynamique locale	91
5 – Compléments	93
5.1 – Propriétés des cercles de Mohr	93
5.2 – Tube cylindrique circulaire	95
5.3 – Plaque chargée dans son plan	97
Chapitre V : Lois de comportements	101
1 – Nécessité et place des lois	102
2 – Comportements solides	103
2.1 – Essai de traction	103
2.2 – Comportement élastique	104
2.3 – Comportement plastique	106
3 – Comportements fluides	107
3.1 – Les fluides	107
3.2 – Comportement pascalien (fluides parfaits)	107
3.3 – Comportement visqueux	108
4 – Comportements complexes	111
4.1 – Comportements intermédiaires ou mixtes	111
4.2 – Autres comportements	112
5 – Compléments	113
5.1 – Déformation plastique parfaite	113
5.2 – Courbe intrinsèque de limite élastique	114
5.3 – Régimes d'écoulements – Expérience de Reynolds	117
Chapitre VI : Elasticité linéaire	119
1 – Loi de Hooke généralisée	120
1.1 – Hypothèses	120
1.2 – Loi de Hooke en paramètres E et ν	122
1.3 – Loi de Hooke en paramètres de Lamé	124
2 – Résolutions des problèmes d'élastostatique	125
2.1 – Les équations	125
2.2 – Méthode de Beltrami	125
2.3 – Méthode de Lamé et Clapeyron	126
2.4 – Conditions aux limites	127
3 – Cas particuliers – Simplifications	128
3.1 – Principe de Saint-Venant	128
3.2 – Relations complémentaires	128
3.3 – Cas particulier de déformation sans rotation	129
4 – Elasticité plane	130
4.1 – Définition	130
4.2 – Cas particuliers importants	130
4.3 – Contraintes et déformations	132
4.4 – Cercles de Mohr	133
4.5 – Conditions d'intégrabilité	134
4.6 – Fonction d'Airy	135
5 – Compléments	137
5.1 – Compression hydrostatique	137

5.2 – Traction simple d'une barre cylindrique	140
5.3 – Etude d'un barrage	141
Chapitre VII : Statique des fluides. Fluides parfaits	147
1 – Statique des fluides.....	149
1.1 – Equation générale	149
1.2 – Cas particuliers	150
1.3 – Théorème d'Archimède	152
1.4 – Hydrostatique	153
2 – Equations des fluides parfaits (ou pascaliens)	154
2.1 – Equation d'Euler	154
2.2 – Equation de Bernoulli	156
2.3 – Equations intrinsèques	158
3 – Ecoulements plans irrotationnels stationnaires.....	159
3.1 – Potentiel des vitesses et fonction de courant	159
3.2 – Circulation et débit.....	161
3.3 – Potentiel complexe	162
3.4 – Exemples simples.....	163
4 – Compléments.....	165
4.1 – Equilibre hydrostatique	165
4.2 – Equilibre des corps immergés	165
4.3 – Equilibre des corps flottants (navires)	166
4.4 – Compressibilité des fluides.....	166
4.5 – Variation de la pression atmosphérique avec l'altitude.....	167
4.6 – Statique des aérostats.....	168
4.7 – Ecoulement autour d'un cercle	168
Chapitre VIII : Fluides newtoniens	171
1 – Loi de comportement	173
1.1 – Tenseur des contraintes	173
1.2 – Cas particulier et extension	174
2 – Equation de Navier-Stokes	174
2.1 – Les équations	174
2.2 – Différents cas.....	176
2.3 – Conditions aux limites.....	177
3 – Ecoulements laminaires.....	178
3.1 – Définition – Condition.....	178
3.2 – Ecoulements plans de Poiseuille et Couette	179
4 – Ecoulements axiaux.....	181
4.1 – Equations générales.....	181
4.2 – Cas des fluides incompressibles	182
4.3 – Ecoulement permanent dans un tube cylindrique.....	183
4.4 – Ecoulement axial entre deux cylindriques fixes coaxiaux	185
5 – Compléments.....	186
5.1 – Graissage hydrodynamique.....	186
5.2 – Fuite entre deux cylindriques coaxiaux.....	187
5.3 – Courants marins induits par le vent	188
5.4 – Effet Coander	189

Chapitre IX : Energie	191
1 – Théorème de l'énergie cinétique.....	193
1.1 – Première forme.....	193
1.2 – Deuxième forme.....	194
1.3 – Puissance des forces intérieures – Fonction de dissipation.....	195
2 – Conservation de l'énergie.....	196
2.1 – Principe de conservation de l'énergie.....	196
2.2 – Puissance calorifique.....	198
2.3 – Equation ponctuelle de l'énergie.....	198
2.4 – Autres formes des équations.....	199
3 – Second principe de la thermodynamique.....	200
3.1 – Le principe.....	200
3.2 – Irréversibilité d'un écoulement.....	200
3.3 – Différentes formes de l'équation de l'énergie.....	201
4 – Mouvement permanent.....	202
4.1 – Equation de l'énergie.....	202
4.2 – Charge.....	204
4.3 – Ecoulement dans des canalisations et machines.....	207
5 – Compléments.....	209
5.1 – Vitesse de propagation d'une onde.....	209
5.2 – Tuyère.....	210
5.3 – Ecoulement à travers un orifice.....	211
Chapitre X : Pertes de charge	213
1 – Pertes de charge linéaires.....	214
1.1 – Régime laminaire.....	214
1.2 – Régime turbulent.....	215
2 – Pertes de charge singulières.....	217
2.1 – Ecoulement dans un coude à angle droit.....	217
2.2 – Elargissement brusque.....	220
2.3 – Rétrécissement brusque.....	222
2.4 – Ajustage extérieur.....	223
3 – Mesures des débits.....	224
3.1 – Tube de Venturi.....	225
3.2 – Diaphragme.....	225
4 – Compléments.....	227
4.1 – Performance d'un injecteur liquide-liquide.....	227
4.2 – Canalisations d'alimentation d'un moteur d'avion.....	228
Chapitre XI : Turbomachines	231
1 – Principe des turbomachines.....	232
1.1 – Définition.....	232
1.2 – Constitution.....	233
1.3 – Ecoulement dans la machine.....	233
2 – Théorèmes généraux en mouvement permanent.....	234
2.1 – Premier théorème d'Euler.....	234
2.2 – Deuxième théorème d'Euler.....	236
2.3 – Théorème de l'énergie.....	238

3 – Caractéristiques d'une turbomachine.....	239
3.1 – Expressions théoriques	239
3.2 – Autres expressions de la charge	240
3.3 – Caractéristiques réelles	241
4 – Compléments.....	243
4.1 – Turbopompe centrifuge.....	243
4.2 – Turbopompe hélicoïde.....	245
4.3 – Puissance d'une turbine	246
Chapitre XII : Analyse dimensionnelle et similitude	249
1 – Equations adimensionnelles	250
1.1 – Variables réduites	250
1.2 – Nombres caractéristiques	251
2 – Analyse dimensionnelle	252
2.1 – Dimension.....	252
2.2 – Grandeurs principales et groupements	253
2.3 – Théorème de Vashy-Buckingham ou théorème	257
2.4 – Les différentes étapes de l'analyse dimensionnelle.....	257
3 – Similitude	258
3.1 – Conditions générales.....	258
3.2 – Composantes de la similitude.....	259
4 – Différents cas pratiques	261
4.1 – Liquide parfait.....	261
4.2 – liquides visqueux en charge	263
4.3 – Gaz parfaits	264
5 – Compléments.....	266
5.1 – Pertes de pression dans une conduite	266
5.2 – Etude des caractéristiques d'une hélice	267
5.3 – Force de traînée d'une voiture.....	268
5.4 – Puissance d'une explosion nucléaire.....	270
Annexe : Rappels mathématiques	273
1 – Les tenseurs	273
1.1 – Champs de vecteur.....	273
1.2 – Tenseurs	274
2 – Notions élémentaires sur les tenseurs.....	275
2.1 – Définition.....	275
2.2 – Quelques propriétés des tenseurs d'ordre 2.....	276
2.3 – Invariants d'un tenseur	278
2.4 – Divergence et laplacien d'un tenseur.....	279
3 – Formule d'Ostrogradski.....	279
4 – Coordonnées cylindriques	280
4.1 – Vitesse du point M	280
4.2 – Fonction scalaire.....	280
4.3 – Accélération du point M	281
4.4 – Fonction vectorielle.....	281
Index	283
Bibliographie	285