



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE BLIDA 1

Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales
Département de Construction

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme de Master en Aéronautique
Option : Propulsion

*Développement de la méthode des caractéristiques pour la
Conception des tuyères double galbe (méthode inverse)*

Réaliser par :

Mr. CHOUICHA Rachid

Encadré par :

Mr. BERGHEUL Saïd : promoteur

Mr. KBAB Hakim : Co-promoteur

Blida Sept 2015

RÉSUMÉ

Dans ce travail, nous avons essayé de développer un programme de calcul numérique permettant la conception des profils de tuyères double galbe. en utilisant le modèle des équations de compatibilité et de caractéristiques d'un gaz parfait (GP), calorifiquement parfait et thermiquement parfait, par la méthode des caractéristique inverse qui consiste à ne pas imposer un type de profil au préalable, mais un nombre de mach ou une pression ou une poussée à la sortie de la tuyère pour le premier galbe. Après l'expansion du deuxième divergent s'est faite avec l'hypothèse de l'écoulement du jet libre.

Pour donner plus de crédibilité à notre travail on a fait la simulation des profils des tuyères obtenues par notre programme on se basant sur l'ICM-CFD pour faire le maillage des différents cas et sur FLUENT pour faire la simulation des différents cas, bien sûr pour la description du comportement d'un fluide non visqueux dans notre tuyère supersonique, l'application a été faite sur un des types de tuyères dont on connaît les paramètres aérodynamiques et géométriques avec deux nombres de mach de sortie différents (3.4 et 3.8).

Les résultats ont été comparés à ceux des études qui ont été faites par la référence [25], Cette comparaison s'est montrée satisfaisante vue la concordance des résultats.

ABSTRACT

In this work, we tried to develop a numerical calculation program for the design of the dual bell nozzles profiles. Using the model of compatibility and characteristics equations of an ideal gas (IG), calorific and thermally perfect. By the inverse method of characteristics not to impose a type of profile but a Mach number or pressure or thrust at the outlet of the nozzle for the first curve, afterwards, the expansion of the second diverging was made with the assumption of the free jet flow.

To give more credibility to our work, we did simulations on the nozzles profiles obtained by our program. Basing on ICM-CFD, for the mesh of different cases and FLUENT for the simulation, of course for the description of the behavior of a non-viscous fluid in our supersonic nozzle, the application has been made on one of the types of nozzles with a known aerodynamic and geometric parameters with two different mach numbers at the exit (3.4 and 3.8).

The results were compared with those studies that have been made in reference [25], This comparison was proved satisfactory for the consistency of the results.



Remerciements

Avant de commencer le développement de ce travail je tien à remercier Dieu le tout puissant de ma avoir donné la fois et confiance en moi, ainsi que la volonté et le courage de toujours atteindre les objectifs que nous avons fixés, et pour pouvoir venir devant le jury, afin d'obtenir un diplôme.

Ce travail a été effectué sous la direction de Monsieur Saïd Bergueul, Professeur a l'Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales de l'Université Saad Dahlab de Blida; Qu'il me soit permis de lui exprimer mes vifs sentiments de gratitude, pour avoir dirigé ce travail, pour l'aide, le suivi et l'attention constante qu'il a apporté à mon égard, lors de l'élaboration de ce travail.

Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à Monsieur H. khab, Maitre-assistant a l'Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales de l'Université Saad Dahlab de Blida; pour toute l'aide qu'il m'a apportée durant toute la durée de la réalisation de ce mémoire.

Nous tenons à remercier à travers ces quelques lignes les nombreuses personnes qui ont contribué au succès de notre stage et qui, par la confiance, la patience et l'amitié qu'ils ont manifestées à notre égard, nous ont permis d'apprécier pleinement ces trois mois au sein de l'H400 (Air Algérie).

En fin, que tous ceux ou celles qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce long travail ; trouvant ici l'expression de nos remerciements les plus sincères.

Mr CHOUICHA RACHID.





Dédicace

Je dédie ce modeste travail à :

A la source d'une lumière incessante, d'une vision éclatante, de décisions tranchantes, à mes parents d'ont toute récompense est insuffisante pour leurs encouragements et leurs amours, je leurs souhaite longue vie.

A mes très chers frères et ma sœur.

*A mes très chers grands parents que dieu les protègent ainsi que toute la famille
« CHOUICHA ».*

A ceux qui se sont livrés chair et âme a la science et sont Progrès

Au martyres de la nation avec leur courage et leur persévérance ont cassé les entraves de l'impossible

A tous les Amis qui m'ont soutenu durant tout mon cursus universitaire et avec lesquels j'ai partagé des moments inoubliables.

A tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire de fin d'études.

A tous ceux qui me connaissent de près et de loin.

Enfin à vous qui prenez la peine de lire ce mémoire.

Mr CHOUICHA RACHID.



TABLE DES MATIÈRES

<i>Résumé</i>	
<i>Remercîments</i>	
<i>Dédicaces</i>	
<i>Table des matières</i>	
<i>Liste des figures et des tableaux</i>	
<i>Nomenclature</i>	
<i>Introduction.....</i>	<i>1</i>
<i>Organisation du mémoire</i>	<i>3</i>
<i>Chapitre I : Recherche bibliographique et généralité sur les tuyères.....</i>	<i>4-34</i>
<i>Partie 1 : Recherche bibliographique.....</i>	<i>4-12</i>
<i>Partie 2 : Généralité sur les tuyères.....</i>	<i>13-34</i>
<i>I.1. Définition de la tuyère</i>	<i>13</i>
<i>I.2. Rôle et utilisation de la tuyère.....</i>	<i>13</i>
<i>I.2.1. Moteur Fusée.....</i>	<i>13</i>
<i>I.2.2. Moteur Avions.....</i>	<i>14</i>
<i>I.2.3. Soufflerie.....</i>	<i>14</i>
<i>I.3. Les différentes configurations des tuyères supersoniques.....</i>	<i>15</i>
<i>I.3.1. Tuyères conventionnelles.....</i>	<i>16</i>
✚ <i>Tuyère conique.....</i>	<i>16</i>
✚ <i>Tuyère à contour profilé.....</i>	<i>16</i>
✚ <i>Tuyère à noyau centrale.....</i>	<i>17</i>
<i>I.3.2. Tuyères innovantes.....</i>	<i>17</i>
✚ <i>Tuyère à section variable.....</i>	<i>17</i>
✚ <i>Tuyère à chevrons (tuyères en dents de scie).....</i>	<i>18</i>
✚ <i>Tuyère orientable</i>	<i>18</i>
✚ <i>Tuyère à divergent déployable.....</i>	<i>19</i>
<i>I.3.3. Tuyère adaptée en altitude.....</i>	<i>19</i>
✚ <i>Tuyère AerospaKe.....</i>	<i>19</i>
✚ <i>Tuyère double galbe.....</i>	<i>20</i>
✚ <i>Tuyère détente-déviation.....</i>	<i>20</i>
✚ <i>Tuyère à duel mode (duel mode nozzle).....</i>	<i>21</i>
a) <i>Tuyère double col.....</i>	<i>21</i>
b) <i>Tuyère à double détente (dual-expander nozzle).....</i>	<i>21</i>
✚ <i>Tuyère type bouchon.....</i>	<i>22</i>
<i>I.4. L'approche quasi monodimensionnelle.....</i>	<i>22</i>
<i>I.4.1. Relations de la dynamique des gaz.....</i>	<i>23</i>
✚ <i>Température.....</i>	<i>23</i>
✚ <i>Pression.....</i>	<i>23</i>
✚ <i>masse volumique.....</i>	<i>23</i>
✚ <i>Le rapport de température.....</i>	<i>24</i>
✚ <i>Le rapport de pression.....</i>	<i>24</i>
✚ <i>Le rapport de masse volumique.....</i>	<i>24</i>
<i>I.4.2. les relations de rapport de section.....</i>	<i>24</i>
✚ <i>Vitesse du son.....</i>	<i>24</i>
✚ <i>Relation vitesse section (relation d'hugoniot).....</i>	<i>25</i>

✚ <i>Rapport de section</i>	26
<i>I.5. Les différents régimes de fonctionnement d'une tuyère</i>	26
<i>I.5.1. Ecoulement subsonique</i>	26
<i>I.5.2. Ecoulement sonique adapté</i>	27
<i>I.5.3. Ecoulement sonique non adapté</i>	27
<i>I.5.4. Ecoulement supersonique adapté</i>	28
<i>I.5.5. Ecoulement supersonique non adapté</i>	28
<i>I.6. Les paramètres principaux de performance</i>	29
✚ <i>La poussée</i>	29
✚ <i>Coefficient de poussée</i>	29
✚ <i>Coefficient de décharge</i>	29
✚ <i>Vitesse caractéristique</i>	30
✚ <i>Vitesse effective</i>	30
✚ <i>Impulsion spécifique</i>	30
✚ <i>Impulsion totale</i>	30
<i>I.7. Méthode de conception des profils des tuyères supersoniques</i>	31
<i>I.7.1. Tuyère conique</i>	31
<i>I.7.2. Tuyère idéale</i>	32
✚ <i>Tuyère à contour idéale tronqué(TIC)</i>	32
✚ <i>Tuyère idéale tronquée compressée (compressed truncated ideal nozzles)</i>	33
<i>I.7.3. Tuyère a poussée optimisé (thrust optimised contoured nozzles TOC)</i>	33
<i>I.8. Conclusion</i>	34
<i>Chapitre II : Méthode des caractéristiques et applications</i>	35-65
<i>II.1. Introduction</i>	35
<i>II.1.1. Hypothèses</i>	35
<i>II.2. L'équation différentielle simple</i>	36
<i>II.3. Système de deux équations différentielles partielles</i>	37
<i>II.4. Domaine de dépendance et champ d'influence</i>	41
<i>II.5. Application pour étude d'écoulement irrotationnel supersonique plan et axisymétrique</i>	42
<i>II.5.1. Introduction</i>	42
<i>II.5.2. Les équations gouvernantes</i>	42
<i>II.5.2.1. L'équation de caractéristiques</i>	43
<i>II.5.2.2. L'équation de compatibilité</i>	45
<i>II.5.3. Récapitulatif</i>	46
<i>II.6. Mise en œuvre numérique de la méthode des Caractéristiques</i>	46
<i>II.6.1. Introduction</i>	46
<i>II.6.2. Procédure d'intégration numérique</i>	46
<i>II.6.3. La méthode de prédiction et de correction d'EULER</i>	47
<i>II.6.4. La méthode directe et la méthode inverse</i>	48
<i>II.6.5. Les équations aux différences finis</i>	49
<i>II.6.6. Procédure de calcul pour un point interne</i>	49
<i>II.6.7. Procédure de calcul pour un point paroi direct</i>	52
<i>II.6.8. Procédure de calcul pour un point paroi inverse</i>	53
<i>II.6.9. Procédure de calcul pour un point sur l'axe de symétrie</i>	54
<i>II.6.10. Procédure de calcul pour un point du jet libre</i>	55
<i>II.7. Application pour études des tuyères à géométries connues</i>	56

<i>II.8. Application pour la conception de tuyères supersoniques.....</i>	<i>62</i>
<i>II.8.1. Cas d'une tuyère axisymétrique.....</i>	<i>62</i>
<i>II.8.2. Cas de tuyères planes.....</i>	<i>65</i>
<i>II.9. Conclusion.....</i>	<i>65</i>
<i>Chapitre III : Calculs numériques</i>	<i>66-99</i>
<i>III.1. Introduction.....</i>	<i>66</i>
<i>III.2. Les méthodes de discrétisation.....</i>	<i>67</i>
<i>III.2.1. Les méthodes d'approximation des équations.....</i>	<i>67</i>
<i>III.2.2. Les méthodes d'approximation des solutions.....</i>	<i>67</i>
<i>III.3. La méthode des différences finis.....</i>	<i>67</i>
<i>III.3.1. Formule différentielle pour la première et la deuxième dérivative.....</i>	<i>68</i>
✚ <i>La formule différentielle pour la première dérivative.....</i>	<i>68</i>
➤ <i>Différentielle directe première.....</i>	<i>68</i>
➤ <i>Différence inverse première.....</i>	<i>69</i>
✚ <i>La formule différentielle pour la deuxième dérivée.....</i>	<i>69</i>
<i>III.4. La méthode des volumes finis.....</i>	<i>69</i>
<i>III.4.1. Conditions sur la sélection des volumes finis.....</i>	<i>69</i>
✚ <i>Approche maille centrée.....</i>	<i>69</i>
✚ <i>Approche maille-sommet.....</i>	<i>70</i>
<i>III.4.2. Définition de la discrétisation en volumes finis.....</i>	<i>71</i>
<i>III.5. Le maillage.....</i>	<i>72</i>
<i>III.5.1. Notions de maillage.....</i>	<i>72</i>
✚ <i>Nœuds et éléments.....</i>	<i>72</i>
✚ <i>Types d'éléments.....</i>	<i>73</i>
<i>III.5.2. Classification des méthodes de maillage.....</i>	<i>73</i>
✚ <i>Les maillages sont caractérisés selon leurs propriétés.....</i>	<i>73</i>
✚ <i>Selon la méthode utilisée pour les générer.....</i>	<i>73</i>
<i>III.6. Maillage structuré.....</i>	<i>74</i>
<i>III.6.1. Techniques de génération de maillage structuré.....</i>	<i>74</i>
✚ <i>Méthode multi bloc.....</i>	<i>74</i>
✚ <i>Méthode d'interpolation algébrique.....</i>	<i>75</i>
<i>III.7. Maillage non structuré.....</i>	<i>76</i>
<i>III.7.1. Techniques de génération de maillage non structuré.....</i>	<i>76</i>
✚ <i>Méthode delaunay.....</i>	<i>76</i>
✚ <i>Méthode Avance de front.....</i>	<i>77</i>
✚ <i>Méthode d'Octree.....</i>	<i>77</i>
<i>III.8. Comparaison entre maillage structuré et non structuré.....</i>	<i>78</i>
<i>III.9. Maillage hybride.....</i>	<i>78</i>
☐ <i>Qualité.....</i>	<i>79</i>
a) <i>Sur un volume équilatéral.....</i>	<i>79</i>
b) <i>calculé basé sur la déviation angulaire.....</i>	<i>80</i>
☐ <i>Lissage (smoothness).....</i>	<i>80</i>
☐ <i>Résolution.....</i>	<i>81</i>
<i>III.10. La simulation numérique.....</i>	<i>81</i>
<i>III.10.1. Introduction.....</i>	<i>81</i>
<i>III.10.2. Géométrie.....</i>	<i>82</i>
<i>III.10.3. Maillage.....</i>	<i>82</i>
<i>III.10.4. Conditions aux limites.....</i>	<i>83</i>
<i>III.10.4.1. Conditions d'entrée.....</i>	<i>83</i>
<i>III.10.4.2. Conditions de sortie.....</i>	<i>84</i>

III.10.4.3 Condition de symétrie.....	84
III.10.4.4. Conditions aux parois solides.....	84
✚ Écoulement non-visqueux.....	84
✚ Écoulement visqueux.....	84
III.10.5. Résolution.....	85
III.10.6. Présentation de notre méthode de simulation numérique.....	85
➤ Modèle de calcul de l'ansys 15.....	85
➤ Les phases à suivre sur l'ansys pour la simulation du premier galbe.....	86
➤ Création de la géométrie.....	86
➤ Maillage de la géométrie.....	87
➤ Résolution par fluent.....	89
✚ Les phases à suivre sur l'ansys pour la simulation de la tuyère double galbe.....	92
➤ Création de la géométrie.....	92
➤ Maillage de la géométrie (Maillage structuré multi-blocs).....	94
➤ Résolution par fluent.....	96
III.11. Conclusion.....	98
Chapitre IV : Résultats et interprétations	100-138
IV.1. Introduction.....	100
IV.2. Méthode de conception d'une tuyère DOUBLE GALBE.....	100
IV.2.1. Conception du premier galbe.....	100
IV.2.1.1. Présentation du programme de calcul.....	100
✚ Les données thermodynamiques et géométriques pour le Programme.....	101
IV.2.1.2. Résultats	101
IV.2.1.2.1. Le profil obtenu	101
✚ Les coordonnées du point d'attachement "A " sont.....	102
✚ Le rayon de sortie est.....	102
IV.2.1.2.2. Evolution des paramètres de l'écoulement dans la tuyère	103
✚ Evolution du nombre de Mach.....	104
✚ Evolution de la pression.....	105
✚ Evolution de la masse volumique.....	106
✚ Evolution de la température.....	107
IV.2.2. Conception et simulation du deuxième galbe.....	108
IV.2.2.1. Résultats.....	109
IV.2.2.1.1. Le profil obtenu	109
✚ Les coordonnées du point de jonction "J " sont.....	109
✚ La longueur du 2ème galbe est.....	109
✚ La longueur totale du double galbe est.....	109
✚ Le rayon de sortie du double galbe est	109
IV.2.2.1.2. Evolution des paramètres de l'écoulement sur la paroi de la tuyère.....	111
✚ Evolution de la pression	111
✚ Evolution de la masse volumique.....	112
✚ Evolution du nombre de Mach.....	114
✚ Evolution de la température.....	115
IV.3. Influence du domaine extérieur.....	117
✚ Caractéristiques du maillage.....	117
✚ Conditions génératrices.....	117
✚ Conditions aux limites.....	117
IV.3.1. Résultats et discussions.....	118
✚ Contour du nombre de mach.....	118

<i>IV.4. Adaptation en altitude.....</i>	<i>119</i>
<i>IV.5. Autre cas d'étude (Application pour $M=3.8$).....</i>	<i>122</i>
<i>IV.5.1 .Conception du premier galbe.....</i>	<i>123</i>
<i>IV.5.1 .1. Les données thermodynamiques et géométriques.....</i>	<i>122</i>
<i>IV.5.1 .2 .Résultats.....</i>	<i>122</i>
<i>IV.5.1 .2 .1.Le profil obtenu.....</i>	<i>122</i>
<i>+ Les coordonnées du point d'attachement "A " sont.....</i>	<i>123</i>
<i>+ Le rayon de sortie est</i>	<i>123</i>
<i>IV.5.1.2.2.Evolution des paramètres de l'écoulement dans la tuyère.....</i>	<i>124</i>
<i>+ Evolution du nombre de Mach.....</i>	<i>124</i>
<i>+ Evolution de la pression.....</i>	<i>126</i>
<i>+ Evolution de la masse volumique.....</i>	<i>127</i>
<i>+ Evolution de la température.....</i>	<i>128</i>
<i>IV.3.2 .Conception du deuxième galbe</i>	<i>129</i>
<i>IV.3.2 .1. Résultats</i>	<i>129</i>
<i>IV.5.2 .1.1.Le profil obtenu.....</i>	<i>129</i>
<i>+ Les coordonnées du point de jonction "J " sont.....</i>	<i>130</i>
<i>+ La longueur du 2ème galbe</i>	<i>130</i>
<i>+ La longueur totale du double galbe</i>	<i>130</i>
<i>+ Le rayon de sortie du double galbe.....</i>	<i>130</i>
<i>IV.5.2.1.2.Evolution des paramètres de l'écoulement sur la paroi de la tuyère.....</i>	<i>131</i>
<i>+ Evolution de la pression</i>	<i>132</i>
<i>+ Evolution de la masse volumique.....</i>	<i>133</i>
<i>+ Evolution du nombre de Mach.....</i>	<i>134</i>
<i>+ Evolution de la température.....</i>	<i>135</i>
<i>IV.6. Adaptation en altitude.....</i>	<i>136</i>
<i>IV.7. Conclusion.....</i>	<i>138</i>
<i>Conclusion générale.....</i>	<i>139</i>
<i>Recommandations.....</i>	<i>140</i>
<i>Référence</i>	

LISTE DES FIGURES

Chapitre I : Recherche bibliographique et généralité sur les tuyères.....	4-34
<i>Fig. (I.1): Profils des Tuyères.....</i>	<i>13</i>
<i>Fig. (I.2): Différents formes géométriques des tuyères [22].....</i>	<i>13</i>
<i>Fig. (I.3) : Tuyère du moteur Européen Vulcain2 d'Ariane5.....</i>	<i>14</i>
<i>Fig. (I.4) :Tuyère d'un avion de Combat.....</i>	<i>14</i>
<i>Fig. (I.5) : Tuyère Mach 2 de la soufflerie S5Ch du Centre Onera de Meudon.....</i>	<i>15</i>
<i>Fig. (I.6) : Tuyère conique.....</i>	<i>16</i>
<i>Fig. (I.7) : Tuyère a contour profilé.....</i>	<i>17</i>
<i>Fig. (I.8) : Tuyère à noyau centrale.....</i>	<i>17</i>
<i>Fig. (I.9) : Tuyère à section variable.....</i>	<i>18</i>
<i>Fig. (I.10) : Tuyère à chevrons.....</i>	<i>18</i>
<i>Fig. (I.11) : Tuyère orientable.....</i>	<i>19</i>
<i>Fig. (I.12) : Tuyère déployable.....</i>	<i>19</i>
<i>Fig. (I.13) : Tuyère Aerospahe.....</i>	<i>20</i>
<i>Fig. (I.14) : Tuyère double galbe.....</i>	<i>20</i>
<i>Fig. (I.15) : Tuyère détente –déviation.....</i>	<i>21</i>
<i>Fig. (I.16) : Tuyère double col.....</i>	<i>21</i>
<i>Fig. (I.17) : Tuyère double détente.....</i>	<i>22</i>
<i>Fig. (I.18) : Tuyère type bouchon.....</i>	<i>22</i>
<i>Fig. (I.19) : La différence entre l'approche quasi et mono dimensionnel.....</i>	<i>23</i>
<i>Fig. (I.20) : Relation vitesse section.....</i>	<i>25</i>
<i>Fig. (I.21) : Canal convergent divergent.....</i>	<i>26</i>
<i>Fig. (I.22) : Régime subsonique.....</i>	<i>27</i>
<i>Fig. (I.23) : Ecoulement sonique adapté.....</i>	<i>27</i>
<i>Fig. (I.24) : Ecoulement sonique non adapté.....</i>	<i>28</i>
<i>Fig. (I.25) : Régime supersonique adapté.....</i>	<i>28</i>
<i>Fig. (I.26) : Régime supersonique non adapté.....</i>	<i>29</i>
<i>Fig. (I.27) : a. Définition du profil conique, b. schéma 3D.....</i>	<i>32</i>
<i>Fig. (I.28) : Structure de base de l'écoulement dans une tuyère idéale.....</i>	<i>32</i>
<i>Fig. (I.29) : Conception du profil TOC.....</i>	<i>33</i>
<i>Fig. (I.30) : Profils des tuyères TIC et TOC.....</i>	<i>34</i>
 Chapitre II : Méthode des caractéristiques et applications.....	 35-65
<i>Fig. (II.1) : Caractéristique d'une équation différentielle de premier ordre.....</i>	<i>37</i>
<i>Fig. (II.2) : Résultat de caractéristiques pour un système de deux EDP de premier ordre.....</i>	<i>41</i>
<i>Fig. (II.3) : Domaine de dépendance.....</i>	<i>42</i>
<i>Fig. (II.4) : Champ d'influence.....</i>	<i>42</i>
<i>Fig. (II.5) : Relation entre u, v et V, θ.....</i>	<i>44</i>
<i>Fig. (II.6) : Relation entre α et M.....</i>	<i>44</i>
<i>Fig. (II.7) : Les caractéristiques d'un écoulement Bidimensionnel Irrotationnel et Supersonique.....</i>	<i>45</i>
<i>Fig. (II.8) : Schéma de calcul par différences finis pour la méthode des caractéristiques.....</i>	<i>47</i>
<i>Fig. (II.9) : La méthode directe.....</i>	<i>49</i>
<i>Fig. (II.10) : La méthode inverse.....</i>	<i>49</i>

<i>Fig. (II.11) : Point intérieur sur l'axe de symétrie.....</i>	<i>52</i>
<i>Fig. (II.12) : Point paroi direct.....</i>	<i>53</i>
<i>Fig. (II.13) : Point paroi inverse.....</i>	<i>54</i>
<i>Fig. (II.14) : Point axiale.....</i>	<i>55</i>
<i>Fig. (II.15) : Point du jet libre.....</i>	<i>55</i>
<i>Fig. (II.16) : Tuyère supersonique à divergent conique.....</i>	<i>57</i>
<i>Fig. (II.17) : Schéma de la ligne initiale et des points pré-spécifiés.....</i>	<i>57</i>
<i>Fig. (II.18) : Procédure de calcul d'un point interne à partir de la ligne initiale.....</i>	<i>58</i>
<i>Fig. (II.19) : Procédure de calcul d'un point axial à partir de deux points initiales de la ligne initiale.....</i>	<i>58</i>
<i>Fig. (II.20) : Procédure de calcul d'un point inverse.....</i>	<i>59</i>
<i>Fig. (II.21) : Procédure de calcul de la zone d'expansion initiale.....</i>	<i>59</i>
<i>Fig. (II.22) : Procédure de calcul d'un point direct.....</i>	<i>60</i>
<i>Fig. (II.23) : Procédure de calcul de la partie divergente.....</i>	<i>60</i>
<i>Fig. (II.24) : Croisement de deux caractéristiques pour former une onde de choque Oblique.....</i>	<i>61</i>
<i>Fig. (II.25) : Méthode de correction de calcul dans le cas de croisement de deux caractéristiques de même famille.....</i>	<i>61</i>
<i>Fig. (II.26) : Données initiales du problème.....</i>	<i>63</i>
<i>Fig. (II.27) : Localisation du mach de désigne sur l'axe X.....</i>	<i>63</i>
<i>Fig. (II.28) : Les conditions imposées à la sortie de la tuyère.....</i>	<i>64</i>
<i>Fig. (II.29) : Détermination du contour d'une tuyère supersonique.....</i>	<i>65</i>
<i>Fig. (II.30) : Détermination du contour d'une tuyère supersonique plane.....</i>	<i>65</i>
<i>Chapitre III : Calculs numériques.....</i>	<i>66-85</i>
<i>Fig. (III.1) : Maillage uniforme à une dimension suivant x.....</i>	<i>68</i>
<i>Fig. (III.2) : Maille centrée pour un maillage en volumes finis structurés.....</i>	<i>70</i>
<i>Fig. (III.3) : Maille centrée pour un maillage en volume finis non structuré.....</i>	<i>70</i>
<i>Fig. (III.4) : Maille-sommet pour un maillage structuré en volume finis.....</i>	<i>70</i>
<i>Fig. (III.5) : Maille-sommet pour un maillage non structuré en volumes finis.....</i>	<i>70</i>
<i>Fig. (III.6) : Volume de control hexagonal.....</i>	<i>71</i>
<i>Fig. (III.7) : Volume de control trapézoïdal.....</i>	<i>71</i>
<i>Fig. (III.8) : Illustration de la notion du maillage.....</i>	<i>73</i>
<i>Fig. (III.9) : Eléments de maillage.....</i>	<i>73</i>
<i>Fig. (III.10) : Maillage structuré et non structuré.....</i>	<i>74</i>
<i>Fig. (III.11) : Maillage structuré autour d'un profil.....</i>	<i>74</i>
<i>Fig. (III.12) : Maillage structuré dans une tuyère double galbe, a) multi-blocs, b) monobloc.....</i>	<i>75</i>
<i>Fig. (III.13) : Transfert du domaine physique au domaine de calcul.....</i>	<i>76</i>
<i>Fig. (III.14) : Étapes de Maillage par La triangulation de Delaunay en 2D.....</i>	<i>77</i>
<i>Fig. (III.15) : Progression et algorithme du maillage par la méthode frontale.....</i>	<i>77</i>
<i>Fig. (III.16) : Progression du maillage sur une grille (méthode d'Octree).....</i>	<i>78</i>
<i>Fig. (III.17) : Maillage non structuré hybride.....</i>	<i>79</i>
<i>Fig. (III.18) : Qualité de maillage basé sur un volume équilatéral.....</i>	<i>80</i>
<i>Fig. (III.19) : Qualité de maillage basé sur la déviation angulaire.....</i>	<i>80</i>
<i>Fig. (III.20) : Changement brusque.....</i>	<i>81</i>
<i>Fig. (III.21) : Changement de taille optimal.....</i>	<i>81</i>

<i>Fig. (III.22) : Changement de taille.....</i>	<i>81</i>
<i>Fig. (III.23) : Résolution du maillage dans les régions à fort gradient.....</i>	<i>81</i>
<i>Fig. (III.24) : Exemple d'une géométrie 2D de la tuyère double galbe avec un convergent.....</i>	<i>82</i>
<i>Fig. (III.25) : Maillage structuré de la tuyère double galbe.....</i>	<i>83</i>
<i>Fig. (III.26) : Types des conditions aux limites utilisées dans les simulations numériques.....</i>	<i>85</i>
<i>Fig. (III.27) : Création de points sous ICM-CFD.....</i>	<i>86</i>
<i>Fig. (III.28) : Création du profil.....</i>	<i>87</i>
<i>Fig. (III.29) : Tuyère axisymétrique.....</i>	<i>87</i>
<i>Fig. (III.30) : création de surface sur ICM-CFD en 2 dimensions.....</i>	<i>88</i>
<i>Fig. (III.31) : création du bloc sur ICM-CFD en 2 dimensions.....</i>	<i>88</i>
<i>Fig. (III.32) : Maillage structure quadrilatère ICM-CFD.....</i>	<i>89</i>
<i>Fig. (III.33) : Maillage structure quadrilatère sur fluent.....</i>	<i>90</i>
<i>Fig. (III.34) : Condition aux limites sur fluent.....</i>	<i>90</i>
<i>Fig. (III.35) : Le graphe des résiduelles de notre simulation.....</i>	<i>91</i>
<i>Fig. (III.36) : Critère de convergence.....</i>	<i>91</i>
<i>Fig. (III.37) : la visualisation des variables de l'écoulement sous forme d'un champ (contours).....</i>	<i>92</i>
<i>Fig. (III.38) : Création de points de la tuyère double galbe sous ICM-CFD.....</i>	<i>93</i>
<i>Fig. (III.39) : Création du profil de la tuyère double galbe.....</i>	<i>93</i>
<i>Fig. (III.40) : Tuyère double galbe axisymétrique.....</i>	<i>94</i>
<i>Fig. (III.41) : Maillage structuré dans une tuyère double galbe, a) multi-blocs, b) monobloc</i>	<i>94</i>
<i>Fig. (III.42) : création de surface de la tuyère double galbe sur ICM-CFD en 2 dimensions.....</i>	<i>95</i>
<i>Fig. (III.43) : création du bloc de la tuyère double galbe sur ICM-CFD en 2 dimensions...</i>	<i>95</i>
<i>Fig. (III.44) : Maillage structure quadrilatère de la tuyère double galbe en ICM-CFD.....</i>	<i>96</i>
<i>Fig. (III.45) : Maillage structure quadrilatère de la tuyère double galbe sur fluent.....</i>	<i>96</i>
<i>Fig. (III.46) : Condition aux limites de la tuyère double galbe sur fluent.....</i>	<i>97</i>
<i>Fig. (III.47) : Le graphe des résiduelles de notre simulation de la tuyère double galbe.....</i>	<i>97</i>
<i>Fig. (III.48) : Critère de convergence de la tuyère double galbe.....</i>	<i>98</i>
<i>Fig. (III.49) : la visualisation des variables de l'écoulement sous forme d'un champ (contours) de la tuyère double galbe.....</i>	<i>98</i>
	<i>73</i>
<i>Chapitre IV : Résultats et interprétations.....</i>	<i>86-138</i>
<i>Fig. (IV.1) : le profil de la tuyère obtenu par notre méthode.....</i>	<i>102</i>
<i>Fig. (IV.2) : notre maillage qui présent la procédure de calcul.....</i>	<i>102</i>
<i>Fig. (IV.3) : Comparaison des deux profils (notre profil et celui de la référence [25]).....</i>	<i>103</i>
<i>Fig. (IV.4) : Evolution du nombre de mach sur la paroi de la tuyère.....</i>	<i>104</i>
<i>Fig. (IV.5) : contour d'évolution du nombre de mach dans notre tuyère.....</i>	<i>104</i>
<i>Fig. (IV.6) : Evolution de la pression sur la paroi de la tuyère.....</i>	<i>105</i>
<i>Fig. (IV.7) : Contour d'évolution de la pression dans notre tuyère.....</i>	<i>106</i>
<i>Fig. (IV.8) : Evolution de la masse volumique sur la paroi de la tuyère.....</i>	<i>106</i>
<i>Fig. (IV.9) : Contour d'évolution de la masse volumique dans notre tuyère.....</i>	<i>107</i>
<i>Fig. (IV.10) : Evolution de la température sur la paroi de la tuyère.....</i>	<i>107</i>
<i>Fig. (IV.11) : Contour d'évolution de la température dans notre tuyère.....</i>	<i>108</i>
<i>Fig. (IV.12) : Profil de la tuyère double galbe.....</i>	<i>109</i>
<i>Fig. (IV.13) : Maillage de la tuyère double galbe.....</i>	<i>110</i>
<i>Fig. (IV.14) : Comparaison des deux profils de la tuyère double galbe (notre profil et celui de la référence [25]).....</i>	<i>110</i>

<i>Fig. (IV.15): Evolution de la pression sur la paroi de la tuyère double galbe.....</i>	<i>111</i>
<i>Fig. (IV.16): Contour d'évolution de la pression dans la tuyère double galbe</i>	<i>112</i>
<i>Fig. (IV.17) : Evolution de la masse volumique sur la paroi de la tuyère double galbe.....</i>	<i>113</i>
<i>Fig. (IV.18) : Contour d'évolution de la masse volumique dans la tuyère double galbe.</i>	<i>114</i>
<i>Fig. (IV.19): Evolution du nombre de mach sur la paroi de la tuyère double galbe.....</i>	<i>114</i>
<i>Fig. (IV.20): Contour d'évolution du nombre de mach dans la tuyère double galbe.....</i>	<i>115</i>
<i>Fig. (IV.21) : Evolution de la température sur la paroi de la tuyère double galbe.....</i>	<i>116</i>
<i>Fig. (IV.22) : Contour d'évolution de la température dans la tuyère double galbe.....</i>	<i>116</i>
<i>Fig. (IV.23) : Maillage de la tuyère double galbe avec Domain extérieur sous fluent.....</i>	<i>117</i>
<i>Fig. (IV.24) : Type des conditions aux limites.....</i>	<i>118</i>
<i>Fig. (IV.25) : Contour du nombre de mach avec domaine extérieur.....</i>	<i>118</i>
<i>Fig. (IV.26) : Contour du nombre de mach sans domaine extérieur.....</i>	<i>118</i>
<i>Fig. (IV.27) : Contours de nombres de mach pour différents rapports de pression.....</i>	<i>120</i>
<i>Fig. (IV.28) : Décollement de la couche limite pour NPR=9.86.....</i>	<i>121</i>
<i>Fig. (IV.29) : La position de l'onde de choc pour différent rapport de pression.....</i>	<i>121</i>
<i>Fig. (IV.30): Profil du 1er galbe.....</i>	<i>122</i>
<i>Fig. (IV.31) : Le maillage du profil obtenu.....</i>	<i>123</i>
<i>Fig. (IV.32) : comparaison des profils des tuyères avec Ms=3.8.....</i>	<i>124</i>
<i>Fig. (IV.33): Evolution du nombre de mach sur la paroi du 1er galbe.....</i>	<i>125</i>
<i>Fig. (IV.34): Contour d'évolution du nombre de mach dans le 1er galbe.....</i>	<i>125</i>
<i>Fig. (IV.35): Evolution de la pression sur la paroi du 1er galbe.....</i>	<i>126</i>
<i>Fig. (IV.36): Contour d'évolution de la pression dans le 1er galbe.....</i>	<i>126</i>
<i>Fig. (IV.37) : Evolution de la masse volumique sur la paroi du 1er galbe</i>	<i>127</i>
<i>Fig. (IV.38) : Contour d'évolution de la masse volumique dans le 1er galbe.....</i>	<i>127</i>
<i>Fig. (IV.39) : Evolution de la température sur la paroi du 1er galbe.....</i>	<i>128</i>
<i>Fig. (IV.40) : Contour d'évolution de la température dans le 1er galbe.....</i>	<i>129</i>
<i>Fig. (IV.41): Profil de la tuyère double galbe.....</i>	<i>130</i>
<i>Fig. (IV.42): Le maillage du profil obtenu.....</i>	<i>131</i>
<i>Fig. (IV.43): comparaison des profils des deux tuyères</i>	<i>131</i>
<i>Fig. (IV.44): Evolution de la pression sur la paroi de la tuyère.....</i>	<i>132</i>
<i>Fig. (IV.45): Contour d'évolution de la pression dans la tuyère.....</i>	<i>133</i>
<i>Fig. (IV.46) : Evolution de la masse volumique sur la paroi de la tuyère.....</i>	<i>133</i>
<i>Fig. (IV.47) : Contour d'évolution de la masse volumique dans la tuyère.....</i>	<i>134</i>
<i>Fig. (IV.48): Evolution du nombre de mach sur la paroi de la tuyère.....</i>	<i>134</i>
<i>Fig. (IV.49): Contour d'évolutions du nombre de mach dans la tuyère.....</i>	<i>135</i>
<i>Fig. (IV.50) : Evolution de la température sur la paroi de la tuyère.....</i>	<i>135</i>
<i>Fig. (IV.51) : Contour d'évolution de la température dans la tuyère.....</i>	<i>136</i>
<i>Fig. (IV.52) : Contours de nombres de mach pour différents rapports de pression.....</i>	<i>137</i>

LISTE DES TABLEAUX

<i>Tab. (III.1) : Comparaison entre maillage structuré et non structuré.....</i>	<i>78</i>
<i>Tab. (III.2) : Qualité de maillage.....</i>	<i>80</i>
<i>Tab. (IV.1) : Conditions aux limites.....</i>	<i>103</i>
<i>Tab. (IV.2): Conditions aux limites de la tuyère double galbe.....</i>	<i>111</i>
<i>Tab. (IV.3): Conditions aux limites du 1er galbe.....</i>	<i>124</i>
<i>Tab. (IV.4): Conditions aux limites.....</i>	<i>132</i>

NOMENCLATURE

Système de coordonnées :

x : coordonnée axiale

y : coordonnée radiale

Lettres latines :

A_w : Coefficient du polynôme simulant le profil de la tuyère

A_e : Section de sortie

A^* : Section du canal où $M=1$

a : Vitesse locale du son

B_w : Coefficient du polynôme simulant le profil de la tuyère

C_d : Coefficient de décharge

C_f : Coefficient de poussée

C_w : Coefficient du polynôme simulant le profil de la tuyère

C^* : Vitesse caractéristique

C_+ : Caractéristique montante

C_- : Caractéristique descendante

F : Poussée

g : Accélération de la pesanteur

I : Impulsion totale

I_s : Impulsion spécifique

M : Nombre de mach

\dot{m} : Débit massique

P : Pression statique

P_t : Pression totale (d'arrêt)

P^* : Pression statique à la vitesse du son

R : Rayon de courbure ou rapport de courbure au rayon au col

RG : Constante des gaz parfaits

R_s : Rapport de sections

S : Aire de section

T : Température statique

T_t : Température totale

T^* : Température statique à la vitesse

t : Temps

u : Composante axiale du vecteur vitesse

v : Composante radiale du vecteur vitesse

V_{eff} : Vitesse effective des gaz

a^* : Vitesse du son au col

y_t : Rayon du col

U : Quantité scalaire par unité de volume

S : Surface

Lettres grecques :

α : Constante ou angle de mach

γ : Rapport de chaleurs spécifiques à pression et à volume constant

δ : Coefficient $\begin{cases} = \theta & \text{pour un écoulement plan} \\ = I & \text{pour un écoulement axisymétrique} \end{cases}$

λ_+ : Pentes de la courbe caractéristique montante

λ_- : Pentes de la courbe caractéristique descendante

θ : Angle

ρ : Densité

Ω : Volume de contrôle

Indice :

a : Ambient

A : Attache

c : col

cu : col amont

cd : col aval

t : total

0 : total

w : paroi

1 : premier galbe

2 : deuxième galbe

Abréviation :

ONERA : Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales

CNRS : Centre National des Recherches Spatiales

NPR : "Nozzle Pressure Ratio" ou taux de détente P_i/P_a

CFD : Computational Fluid Dynamics

INTRODUCTION GENERALE

La conception des engins aérospatiaux consiste à concevoir des tuyères générant des poussées et réalisant des déplacements performants. Ils interviennent dans beaucoup de structures telles que les missiles, les moteurs d'avions et dans tous les lanceurs qui mettent sur orbite : satellites, sondes spatiales et vaisseaux spatiaux avec équipage. Le besoin et le souhait d'obtenir une forme de tuyère est différent suivant son utilisation. Pour les applications des moteurs fusés, la conception est basée sur deux facteurs essentiels qui sont, l'obtention d'une poussée maximale avec un poids le plus petit possible de la tuyère (longueur minimale). Il est connu que la masse de la tuyère contient une grande portion de la masse totale des missiles.

En jouant sur ces facteurs, plusieurs formes de tuyères ont été trouvées, parmi lesquelles une tuyère qui est le but de ce présent travail : tuyère double galbe (DBN) qui est un compromis entre la performance au niveau de la mer (décollage et montée à basse altitude) et de la performance au vide (haute altitude), afin de satisfaire au mieux les exigences de la mission dans les limites de performances de la tuyère. Une contrainte supplémentaire dans le rapport d'expansion de la tuyère, qui doit être limité pour éviter le décollement de la couche limite dans la partie divergente de la tuyère au niveau de la mer. Plusieurs auteurs ont remarqué que dans ces conditions (à basse altitude), la pression de la chambre de combustion demeure insuffisante pour que l'écoulement soit uniformément supersonique dans tout le divergent de la tuyère, il y a une re-compression de l'écoulement à travers une onde de choc pour s'adapter à la pression extérieure. Cet état de fonctionnement est dit régime de "sur-détente". La structure complexe (onde de choc accompagnée d'un décollement) de l'écoulement ainsi générée peut avoir un caractère fluctuant très important. Le caractère instationnaire et la dissymétrie de l'écoulement dans la tuyère provoquent des charges latérales néfastes sur la structure de cette dernière. À ces contraintes, s'ajoute les exigences de la poussée, dite de lift-off, de moteur, poids et assemblage qui peuvent également limiter la taille de la tuyère. Tous ces facteurs contribuent à des limitations de performances du moteur à haute altitude.

Le concept de la tuyère double galbe (DBN : Dual-Bell Nozzle) repose sur le principe de forcer l'écoulement de se décoller de la paroi de la tuyère à l'emplacement désiré en imposant un point d'inflexion, ce qui augmente la poussée du lanceur à basse altitude. L'inflexion de contour assure un décollement contrôlé et symétrique, par conséquent elle limite la production de fortes charges latérales connues dans les tuyères classiques. Durant la montée, le jet se dilate progressivement jusqu'à ce qu'il se recolle définitivement à la paroi de la tuyère en aval du point d'inflexion, Une fois que le flux est attaché et la pression de sortie de la tuyère est supérieure à la pression ambiante, le rapport de section effective élevé résulte l'augmentation de la performance pour le reste de l'ascension. Dans le cas idéal, l'effet net est d'avoir deux tuyères dont chacune est optimisée pour une partie différente de la trajectoire de vol.

La tuyère propulsive de moteur-fusée d'un lanceur est soumise sur l'ensemble du vol à une pression ambiante (Pa) voisine de 1 bar au niveau du sol jusqu'à des pressions inférieures au dix-millième de Pascal en haute altitude. La conception de cette tuyère est réalisée de manière à ce que son régime d'adaptation soit atteint à une altitude moyenne. Au sol, son dimensionnement conduit au régime sur-détendu où la structure de décollement n'est pas au sein du divergent.

Les expériences en soufflerie ont permis aux concepteurs d'observer des lignes privilégiés dans le champ d'écoulement supersonique, appelées lignes caractéristiques, faisant un angle bien défini de part et d'autre avec le vecteur vitesse. La transformation mathématique des équations de conservation écrites dans le système de coordonnées cartésiennes suivant les lignes caractéristiques permet une simplification remarquable des équations de conservation . Ils ont appelé cette méthode la méthode des caractéristiques.

Parmi les méthodes de conception existantes, on cite la méthode des caractéristiques avec laquelle on peut concevoir le profil de la tuyère idéale qui réalise une poussée optimal et un écoulement uniforme à la sortie tuyère.

Dans le but de reproduire les différentes étapes de fonctionnement de la tuyère, et par la suite, procéder à son optimisation, on ne sera pas obligé ni de la réaliser ni de la faire passer par des tests en soufflerie, puisque la mécanique des fluide numérique connu sous le nom de la CFD, qui est définie comme un ensemble de méthodologies qui permettent à l'ordinateur de nous produire une simulation numérique de l'écoulement fluide. D'où tout le système est transformé en un environnement virtuel qui nous permet de reproduire des situations réelles et par la suite optimiser notre tuyère ou tout autre produit avec un cout minimum et efficacité maximale.

Le caractère prédictif des méthodes numériques pour la simulation des charges latérales lors d'un fonctionnement réel de tuyère de moteur-fusée est encore loin d'être atteint compte tenu de la grande diversité des paramètres physiques. Néanmoins l'outil numérique représente aujourd'hui un incontestable progrès pour la visualisation globale des écoulements tridimensionnels et de leurs topologies moyenne et instantanée, la simulation des phénomènes physiques instationnaires comme la dynamique de structures cohérentes, et il constitue une aide précieuse à l'interprétation physique des résultats expérimentaux. Ce constat sur les capacités prédictives des approches numériques a motivé le retour en grâce des méthodes physico-théoriques, très peu coûteuses en temps de calcul et dont l'ambition est de modéliser une physique simplifiée mais juste des phénomènes en jeu.

Le travail effectué dans notre mémoire consiste à développer une méthode pour la conception du profil d'une tuyère supersonique de propulsion évoluant à de très hautes altitudes comme c'est le cas des moteurs fusée. Cette méthode est programmée et validée sur une autre tuyère en fonction de l'évolution des paramètres thermodynamique de pression et de température et de mach et de masse volumique. Est de contribuer à l'étude et à l'évaluation à l'aide d'un outil numérique de caractéristiques aérodynamiques du concept de la tuyère double galbe. La base de données produite durant ce projet de master sur le profil du concept DBN, issue d'un calcul numérique par la méthode des caractéristiques, Et de contribuer à la compréhension du mécanisme de décollement de jet et ses charges latérales induites.

ORGANISATION DU MEMOIRE

Suite à cette introduction sur les tuyères double galbes, l'étude de la problématique envisagée est réalisée en quatre chapitres et une conclusion générale.

Le premier chapitre est une revue bibliographique détaillée sur les performances des tuyères de moteurs fusées, la logique de leur développement, les différentes configurations de tuyères conventionnelles, leurs problèmes et leurs régimes de fonctionnement. Enfin les différents concepts de tuyères à compensation d'altitude seront présentés.

Dans le deuxième chapitre on a essayé de développer l'une des méthodes de conception des profils de tuyères supersoniques qui est la méthode des caractéristiques. Cette dernière nous a permis de tracer le profil de la tuyère DOUBLE GALBE qui fait l'objet de nombreuses recherches dans les pays développés.

Ensuite dans troisième chapitre on a décrit les méthodes de discrétisation numériques à savoir la méthode des différences finis qui est une méthode beaucoup plus académique et la méthode des volumes finis qui est plus utilisée dans le domaine de la CFD. Ainsi que les différents types de maillage et leur méthode de génération. Enfin la présentation de notre méthode de simulation numérique.

Le quatrième chapitre qui représente le dernier chapitre, quant à lui, contient tous les résultats, interprétations et comparaisons des cas d'études développés par le même programme de calcul en FORTRAN. et les résultats de la simulation numérique de l'écoulement supersonique dans une tuyère double galbe et porte sur l'évolution des différents paramètres d'écoulement ainsi que la visualisation des phénomènes physiques dans notre tuyère double.

Le mémoire se termine par une conclusion générale qui reprend les objectifs du travail et les principaux résultats obtenus. Enfin, les perspectives envisagées pour la poursuite de cette étude seront abordées.

RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

La poussée d'un moteur dépend principalement de la vitesse des produits de combustions à travers la section de sortie de la tuyère qui le propulse. Durant leur passage à travers une tuyère De Laval, les gaz d'échappement sont accélérés de vitesses subsoniques à des vitesses supersoniques. Le passage de l'écoulement par ces différentes vitesses permet de visiter une tuyère convergente divergente en trois sections de convergent subsonique où l'écoulement passe d'une vitesse presque nulle à celle du son qu'il atteint au col pour enfin se détendre au sein du divergent supersonique.

Cette division est appropriée car d'une part elle permet la détermination de la poussée totale développée, et d'autre part elle permet d'analyse sont utilisées pour déterminer le champ d'écoulement dans chaque région.

L'optimisation du choix d'une tuyère de propulsion doit tenir compte en plus des calculs de dynamique des gaz qui nous intéressent tels que le matériau utilisé, le mode de fabrication de la paroi les exigences de refroidissement les limites admissibles de dimensionnement etc.

Les tuyères sont des canaux d'injection ayant pour le rôle principale de transformé l'énergie de pression "l'enthalpie" en énergie cinétique, les profils de ces tuyères sont tels qu'ils se confondent avec une ligne de courant, leur déterminations se fait généralement par la méthode de caractéristique.

Il en est plus de même depuis que des avions de transport supersoniques volent au-dessus de mach 2 pendant plusieurs heures, il apparait en effet clairement que la rentabilité de tels projets n'est assurée que si les performances optimales sont obtenues de tous les éléments du moteur. Dans un avion tel que le concorde par exemple, une diminution d'un pour cent de la consommation spécifique entraine un gain direct de 5 à 6 passagers sur la traversée atlantique.

Dans de tels projets le rôle assigné à la tuyère peut être défini par les conditions Suivantes :

1- Elle doit assurer le blocage de l'écoulement aux divers régimes du fonctionnement du moteur, avec ou sans postcombustion ; ceci implique une possibilité de la variation de la surface du col en fonction de débit et des conditions de température et de pression des gaz à évacuer.

2- La tuyère doit aussi assurer la détente optimale des gaz de combustion, c'est -à-dire la poussée maximale au régime de croisière, ce problème n'est pas simple car la section de la sortie de la tuyère doit être raccordée au maître couple du moteur ou à la structure de l'avion par un carénage. Il est évident que la forme de ce carénage, et par conséquent les pressions qu'il subira en vol du fait de l'écoulement extérieure, dépend de la forme es de la dimension de la sortie de la tuyère.

3- Il ne servira à rien d'optimiser la tuyère au banc d'essai, si des dépressions importantes devaient se produire en vol sur le carénage de raccordement. Ainsi l'étude d'optimisation impose l'étude globale l'arrière corps.

4- Aux régimes de vol intermédiaires, il faut encore que la tuyère ne provoque pas de perte de poussée trop élevées du fait de son inadaptation. Dans ces régimes, ce sont les sur-détentes qui sont à craindre et à éviter. Leur analyse impose une étude approfondie des conditions de découlement d'un écoulement.

5- En dehors de flux principal du moteur, il existe en général un ou plusieurs flux secondaires provenant soit à l'air de refroidissement soit d'un piège de la couche limite de la prise d'air. Ce flux qui représente jusqu'à 5 ou 6 % du débit total doivent être éjectés soit dans les tuyères séparées soit dans la tuyère principale comme le cas du concorde.

6- A l'atterrissage, la tuyère peut contribuer au freinage de l'avion en organisant un reversement de la poussée soit dans le circuit spécial de la sortie du moteur, ou bien par déviation du jet à la sortie de la tuyère principale.

Les tuyères supersoniques dont le but essentiel est d'assurer l'accélération des gaz de combustion à des vitesses supersoniques, interviennent dans beaucoup de structure telle que les moteurs fusées, les moteurs d'avion et dans la fabrication des souffleries supersonique pour une étude expérimentale des écoulements réels.

L'histoire de la fusée débuta des siècles bien plus tôt. En 1232 à la bataille de Kaifeng, les Chinois se servirent des "èches de feu volant" pour repousser les Mongols. Ces fusées, qui semaient la panique parmi les chevaux des adversaires, utilisaient la poudre noire inventée deux siècles avant notre ère. L'emploi de ces engins se limitait auparavant aux feux d'artifices, dès lors ils se répandirent en Europe essentiellement pour des usages militaires. Les avancées technologiques aidant, ces armes s'améliorèrent au fil des siècles.

Pour voir le jour d'un usage pacifiste des fusées et l'espoir de voyages interplanétaires, il fallut attendre la fin du XIXe siècle pour que Konstantin Tsiolkovski apporte la solution en imaginant le moteur-fusée, capable de créer sa propre force motrice aussi bien dans l'atmosphère que dans le vide spatial. En 1898, il recommande l'utilisation d'ergols liquides, l'hydrogène et l'oxygène, pour la propulsion des fusées. Cette combinaison est actuellement celle mise en œuvre pour le fonctionnement du moteur principal de la fusée Ariane 5. Les plans de fusées font apparaître non seulement les réservoirs d'oxygène et d'hydrogène liquides, séparés par la tuyère, mais également des volets de pilotage dans le jet et une cabine symbolisée par la partie avant.

A partir de cette époque, une course à la conquête spatiale est engagée entre les différentes puissances mondiales, dont les motivations sont essentiellement stratégiques et économiques. En effet, l'utilisation des fusées est aujourd'hui principalement dédiée à la mise en orbite de satellites de communication.

Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, les tuyères propulsives ont été considérées à cause de leur simplicité comme un organe annexe. Son rôle consistait à assurer le bon fonctionnement du turbocompresseur à un régime donné. Par conséquent, la conception de tuyères convergentes-divergentes reçoit une attention particulière et fait l'objet d'intenses et nombreuses recherches.

Depuis plusieurs années, la résolution numérique ou analytique des problèmes aérodynamiques, tels que les écoulements des fluides dans les tuyères convergentes divergentes, est devenu possible grâce aux travaux réalisés par plusieurs chercheurs dans le domaine.

Après la seconde guerre mondiale, l'étude des tuyères est devenue un domaine d'actualité, de concurrence et de compétitivité entre les États-Unis, l'Union Européen, la Russie, le Japon et la

Chine. Plusieurs agences de programmes (ESA, CNES, CNSA,...), d'organismes de recherches (NASA, ONERA, NASDA, DLR, LEA-Poitier,...) et industriels (Boeing, Rocketdyne, Pratt & Whitney, Snecma Moteurs, Volvo Aero, Astrium, Mitsubishi Heavy Industries,...) travaillent sur l'amélioration des performances des moteurs fusées et les tuyères propulsives.

Les écoulements compressibles à grande vitesse dans les tuyères supersoniques des moteurs fusées ont fait l'objet d'une quantité considérable d'études expérimentales et numériques depuis la deuxième moitié du vingtième siècle après la première application opérationnelle du fameux missile Allemand V2 en 1943 suite aux travaux de l'Allemand Werner Von Braun. Ces travaux de recherche se sont poursuivis et intensifiés jusqu'à aujourd'hui dans des laboratoires de recherche spécifiques dans différents pays tel que :



Au Etats-Unis :

Avec les travaux de : CHARLES E. TINNEY et AL (2012) de l'université du Texas, JOSEF H. RUF (2010) et TEN-SEE Wang (2009) (NASA Marshall Space Flight Center), DIMITRI PAPAMOSSCHOU et AL (2009) de l'université de Californie, Craig A.HUNTER (1998) (NASA LanglerResearch Center), CHEN, C. L. et CHAKRAVARTHY (1994) (Rockwell International Science Center), Horn, M., Fisher, S (1994), NAVE L. H. et COFFEY G. H. (1973), SCHMUCKER R. H. (1973), ROY A. LAWRENCE (1967) , CHAPMAN et AL (1958), SUMMERFIELD et AL (1954) et FOSTER et CAWLES (1949)



L'Union Européenne



En Allemagne :

Avec les travaux de : GERALD HAGEMANN, RALF STARK, MANUEL FREY, MICHAEL TERHARDT, ANDREAS GROSS, C. WEILAND, NURNBERGER-GENIN, (Laboratoire DLR Lampoldshausen).



En Suède (Sweden) :

Avec les travaux de : JAN OSTLAND et AL (Volvo Aero Corporation).



Au Pays-bas (Netherlands) :

Avec les travaux de : RICHARDS SCHWANE, YANG XIA, HENRY WONG et AL, (EADS/Space Transportation).



En Italie :

Avec les travaux de: MARCELLO ONOFRI, FRANCESCO NASUTI, EMANUELLE MARTILLI (Université de Rome : La sapienza).

**En Espagne :**

Avec les travaux de : JOSE A. MORINIGO (2004) , JOSE J. SALVA

**En France :**

Avec les travaux de :

ONERA-Meudon : JEAN DELERY (Professeur émérite), JEANPIERREVEUILLOT, L. JACQUIN, SEBASTIEN DECK (2002), A BOURGOING (2002), PHILIPPE REIJASSE (2005), ARNAUD GALLI (2005), SEBASTIEN GIRARD (2009), PIERRE-ÉLIE WEISS (2010), BRUNO SAINTE-ROSE (2010),(Département DAFE et DAAP)

CNES-Evry, Université d'Evry, Université Paris VI, SNECMA-Veron, IUSTI-Marseille.

Université Poitier : T. ALZIARY DE ROQUEFORT (Professeur émérite), PIERRE COMPTE, J.P. BONNET, STEVE GIRARD (1999), ANH THINGUYEN (2003), T.H.HIEU (2005), H. DENIAU, GUILLAUME LEHNASCH (2005), AFAQUE SHAMS(2010), VINCENT JAUNET (2010) (Institut PPRIME, ENSMA, LEA Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques, UMR CNRS/ENSMA 6609, 43 Route de l'Aérodrome, 86036 Poitiers Cedex, France).

CORIA-Rouen : DANY VANDROMME (1983 Lille), YANN LEBRET (1993),GUY DOUAY (1994), ERHAN SOLAKOGLU (1994), ABDELLAH HADJADJ (1997), E. LEFRANCOIS (1998), S. CARPENTIER (1998), E.KESSY (1998), ABDERRAHMANE NEBBACHE, CYRIL PILINSKI (2002), ANNE-SOPHIE MOURONVAL (2004), SAMUEL DUBOS (2005), YOHANN PERROT (2006) , ARNAB CHAUDHURI (2009),A. CHINNAYYA, D.TAIEB (2010), D.NGOMO (2010) , OUISSEM BEN NASR (2011), BENSAYAH KHALED, (LFMN- Laboratoire de mécanique des fluides numérique, laboratoire rattaché à l'UMR CNRS 6614 CORIA Rouen).

Dans une Etudes sur des tuyères de taille "classique" : PIERRE LAVAL [1] présente une méthode de résolution des équations d'Euler sous forme conservative d'un écoulement compressible dans une tuyère (2D et axisymétrique). La méthode proposée, de type prédicteur-correcteur explicite, utilise un terme de pseudo viscosité. Les résultats numériques sont obtenus pour une tuyère convergente-divergente ($45^\circ - 15^\circ$), étudiée expérimentalement par CUFFEL et ALL et une autre tuyère avec un angle du convergent égal à 20° en faisant varier le rapport des rayons de courbure et du col R_c/R_{thde} de 0 à 0.8. Ce dernier cas a été étudié expérimentalement, en 1970, par SOLIGNAC à l'ONERA. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux montrent une bonne cohérence.

W. J. RAE a présenté un calcul numérique sur un écoulement à faible masse volumique dans une tuyère de type convergente-divergente, en prenant de compte les effets de viscosité. Il a résolu les équations dans des micro-tuyères (SLENDER-CHANNEL) avec des conditions de glissement à la paroi. Un schéma aux différences finies implicite de type CRANK-NICHOLSON est utilisé pour déterminer les profils de pression, de vitesse et d'enthalpie le long de la tuyère. Il a également étudié l'effet de la géométrie, du nombre de Reynolds et des conditions de température pariétale.

Dans une série d'articles [2-5], M. C. CLINE présente des études numériques d'un écoulement de fluide compressible dans des tuyères rectangulaires et axisymétriques. La méthode utilisée pour la progression dans le temps permet de contourner les difficultés rencontrées par les méthodes d'intégration numérique des systèmes hyperboliques et elliptiques qui sont dues à la mixité des domaines des vitesses subsonique et supersonique.

Dans [6], l'auteur a validé son travail sur des écoulements Eulériens bidimensionnels, isentropiques et rotationnels dans trois types de tuyère : la première a une forme conique de type convergent-divergent, la seconde est aussi de forme conique mais avec un convergent uniquement et la dernière de forme convergente-divergente présente un raccordement à l'entrée. La comparaison des résultats montre une bonne cohérence avec ceux obtenus expérimentalement par CUFFEL et ALL.

En 1958, RAO a développé une méthode de base pour la conception des tuyères supersoniques. Elle permet la conception de tuyères performantes dont le contour est déterminé grâce à des calculs variationnels. Une autre approche directe pour la conception du contour de la tuyère a été proposée par GUDERLEY et HANTCH en 1955. Le problème de calcul de la section de sortie et du contour pouvant fournir une poussée optimale a été proposé en spécifiant uniquement la longueur et la pression ambiante. Un calcul variationnel permettant de résoudre le problème du champ d'écoulement à la sortie, nécessaire à atteindre. La dernière étape consiste à l'application de la méthode des caractéristiques, présentée dans différents ouvrages pour déterminer le contour supersonique de la tuyère [7], [8].

Afin d'atteindre un écoulement uniforme à la sortie par conséquent des poussées maximales, la majorité des travaux utilisent des tuyères convergentes-divergentes en forme de cloche dont la section divergente est simulée par un polynôme de second degré.

Cette simulation conduit à des tuyères dont les performances sont comparables à celles de RAO. Dans un premier temps, ils se sont intéressés aux calculs de l'écoulement transsonique se produisant au voisinage du col, celui-ci a été simulé grâce à plusieurs approches (Méthode de SAUER développée en 1942, Méthode de HALL développée en 1949 ou celle de KLEIGEL-LEVINE développée en 1969). Pour le calcul de l'écoulement supersonique se tenant au sein de la tuyère, ils utilisent la méthode des caractéristiques.

La méthode des caractéristiques est la plus ancienne technique utilisée pour résoudre les équations d'Euler dans la configuration d'un jet supersonique. On remarque tout particulièrement la thèse de I.S. CHANG parue en 1945 et dédiée spécifiquement aux jets supersoniques sous-détendus.

Cette méthode profite du caractère hyperbolique des équations d'Euler dans un écoulement supersonique dans un cas stationnaire bidimensionnel. Elle est présentée et discutée dans de nombreux ouvrages [9], [10].

Dans le livre Compressible Fluid Dynamics de P.A. THOMPSON [9], cette méthode est

appliquée à un jet sonique sous-détendu par un rapport de pression statique $NPR = 2$. Le résultat du calcul utilisant 8 lignes caractéristiques pour décrire l'expansion initiale et 5 lignes caractéristiques pour calculer le reste du champ. Un calcul identique est réalisé avec une routine écrite en FORTRAN 90 utilisant 20 lignes caractéristiques.

Le pôle de recherche « Aérothermodynamique des Tuyères et Arrière Corps –ATAC » (en France) – REIJASSE et AL. (2005) – et le groupement de recherche « Flow Separation Control Device– FSCD » (en Europe) – FREY et AL. (2005) – ont eu et continuent d'avoir un rôle de leader dans les activités de recherche pour les tuyères propulsives. En particulier, compte tenu de la difficulté des problématiques relatives au décollement de jet, le pôle ATAC a concentré ses activités dans ce domaine d'investigation, alors que le groupement FSCD s'est intéressé d'avantage aux concepts de tuyère innovants.

Une quantité considérable de travaux ont été réalisés depuis la deuxième moitié du vingtième siècle – SUMMERFIELD et AL. (1954), CHAPMAN et AL.(1958), ARENS & SPIEGLER(1963), HERBERT & HERD (1966), SCHMUCKER (1974) – afin de mieux comprendre l'influence des caractéristiques constitutives et opérationnelles des tuyères sur le décollement de jet. Des activités intenses se poursuivent en Europe (groupes de recherche FSCD et ATAC) et dans le reste du monde: des travaux de recherche sont en cours aux Etats-Unis, comme indiqué dans SHI (2005), PAPAMOSCHOU & Johnson (2006),SAMLLEY et AL.(2007) et RUF et AL. (2009), ainsi qu'au Japon – SATO (2005) et WATANABE (2004). De nombreuses études ont été menées en Russie –KUDRYAVTSEV (1975), BREZHNEV & CHERNOV (1981), Malik & TAGIROV(1988), DUMNOV et AL.(1995), IVANOV et AL.(2009) – et plusieurs travaux réalisés dans des centres de recherche chinois ont récemment été publiés – CHEN (1988), XIAO et AL. (2005), YANG et AL. (2007), XIAO et AL.(2009).

Néanmoins, ÖSTLUND (2002) a résumé de manière exhaustive les principaux types de décollement de jet qui peuvent se produire dans une tuyère propulsive. Il s'agit de deux configurations de l'écoulement, à savoir le décollement de jet libre (Free Shock Separation FSS), et le décollement restreint (Restricted Shock Separation- RSS).

Les scientifiques ne cessent de placer la barre haute dans leurs recherches d'où la Naissance des tuyères innovantes et cela dans le but d'améliorer le gain de performances par principe d'auto-adaptation.

Les tuyères déployables, pour lesquelles plusieurs études numériques existent en littérature. Récemment, SATO et AL. (2007) ont mené une campagne d'essais sur une maquette à échelle réduite, afin d'évaluer les charges latérales agissant sur la partie mobile lors du déploiement en vol. Ces charges représentent une contrainte majeure pour le dimensionnement mécanique du moteur (en particulier pour le système de déploiement et pour le divergent même). L'impossibilité de vérifier au sol le dimensionnement du moteur dans des conditions représentatives du vol reste un point bloquant pour l'utilisation de ce type de concept, sans compromettre la fiabilité du lanceur [11].

Les tuyères de type aérospike, qui ont fait l'objet de nombreuses études dans les années 1980 – 2000. L'exemple le plus connu est probablement le prototype NASA XRS-2200 testé

à feu en Aout 2001 au NASA's Stennis Space Center. Néanmoins, après la suppression du projet X-33, auquel ce moteur était destiné, les travaux ont été arrêtés [11].

Plusieurs variantes de ce type de concept ont été proposées en littérature: épine linéaire ou axisymétrique, tronquée avec et sans injection de gaz au culot, alimentée par une chambre de combustion unique ou multi chambre. Beaucoup d'études théoriques, numériques et expérimentales ont été menées afin d'évaluer la géométrie optimale de l'épine – DUNN & COATS (1999) – ainsi que pour évaluer les performances et les limites des différentes architectures possibles – HALLARD & MERIENNE (1998), CALABRO et AL. (2005), Le BOZEC et AL. (1998), WISSE (2005), ONOFRI (2002). Par sa conception, ce type de tuyère permet de faire fonctionner le moteur avec un écoulement supersonique constamment attaché, car le jet se trouve constamment en équilibre de pression avec l'atmosphère (quel que soit l'altitude de vol). Néanmoins, lorsque la tuyère fonctionne à haute altitude, la pression statique du milieu environnant étant faible, ses performances propulsives diminuent fortement. Il est aussi important de souligner que plusieurs difficultés doivent encore être résolues pour des applications en vol de cette technologie. D'une part, la maîtrise du réseau de chocs (et des chargements thermomécaniques associés) généré par l'interaction du jet propulsif avec l'atmosphère et la surface métallique de l'épine, dans toutes les conditions de fonctionnement du moteur et à toutes les altitudes de vol. D'autre part, le besoin de refroidir correctement l'épine, en particulier son extrémité, impose des contraintes de conception et de fabrication difficiles à respecter [11].

Tuyères de type expansion/déflexion: il s'agit de concepts qui ont pour but principal la réduction de l'encombrement global du moteur, en particulier en direction longitudinale. Plusieurs variantes de ce concept ont été proposées. La plus connue est celle où la chambre de combustion (et d'autres composants du moteur) se trouvent noyés au milieu de la tuyère Goetz et al. (2005). Dans ce concept, les gaz de combustion atteignent la vitesse sonique en correspondance de la zone où leur direction d'écoulement subit une forte déviation, pour être dirigés dans la tuyère supersonique (à écoulement interne), sans générer d'ondes de choc. En effet, la focalisation d'une onde de compression sur la paroi métallique du col serait rédhibitoire pour la tenue thermomécanique de la structure. La définition du profil de la région sonique de la chambre de combustion, ainsi que son refroidissement, représentent les points les plus critiques pour la réalisation de ce concept. Néanmoins, un prototype a été réalisé en Russie (moteur RD-0126E) et des essais à feu ont été réalisés dans les années 1990, démontrant le bon fonctionnement de cet engin. Toutefois, ce type de tuyère est destiné à une utilisation principalement dans le vide, car elle n'apporte aucune amélioration par rapport à la problématique du décollement de jet [11].

Le concept d'une tuyère avec une inflexion de profil a été proposé en 1949 par Foster et Cowles [12], pour contourner la limitation du rapport de section de tuyères de moteurs principaux de lanceurs, qui ont à supporter une large gamme de pression ambiante

Les premières études, de faisabilité, de la tuyère double galbe à la fois expérimentale (e.g. Horn et Fisher [13]) et analytique (e.g. Hagemann et al. [14]) ont été réalisées dans les années 1990. Toutes les analyses de performance ont confirmé le gain potentiel de performance pour un lanceur de configuration parallèle (comme le lanceur Européen Ariane 5) présentant une tuyère double galbe sur le moteur principal. L'étage principal d'un tel lanceur fonctionne dans une large

gamme d'altitude – du niveau de la mer à environ 150 km, pour le Vulcain 2, imposant des exigences étroites en matière du rapport de section pour assurer un écoulement attaché en tout temps.

La tuyère double galbe offre deux modes de fonctionnement, i.e. deux altitudes où les moteurs peuvent-être optimisés. Le petit rapport de section à l'extrémité du profil de base (Base Nozzle) offre un fonctionnement en toute sécurité à basse altitude et une poussée comparable à celle d'une tuyère galbée, optimisée, (TOC : Thrust-Optimized Contour) du même rapport de section. Après la transition vers le mode haute altitude, l'écoulement se recolle sur la paroi de l'extension, en utilisant l'ensemble du rapport de section pour générer une poussée supérieure à haute altitude. Le gain de performance obtenu à partir de ces études dépend fortement du moteur de référence choisi et les diverses hypothèses faites sur le comportement de l'écoulement dans la tuyère double galbe. Frey et Hagemann [15,16] ont prédit un gain en charge utile jusqu'à 72% si une tuyère double galbe a été utilisée sur le moteur FSS1 [16]. Immich et Caporicci [16,17] ont indiqué un gain en charge utile jusqu'à 33% ou 1400Kg dépendamment de l'utilisation de lanceur. Une augmentation de l'impulsion spécifique de 10s a été calculée par Miyazawa [18].

Cependant, le concept DBN a plusieurs inefficacités inhérentes qui réduisent ses performances de l'optimum théorique. Des pertes supplémentaires (de l'ordre de 3%) sont générées durant le fonctionnement en mode basse altitude en raison de la traînée d'aspiration due au non-attachement de l'écoulement sur l'extension de la tuyère et en mode haute altitude due à l'inflexion du profil de la tuyère (0,1 à 1,2 % par rapport à une tuyère optimisée) [14,16].

Différents types de conception de l'inflexion de la paroi et l'extension de la tuyère ont été examinés dans les études analytiques et expérimentales allemandes [15,19] avec une attention particulière à la dépendance du comportement de transition entre les deux modes de fonctionnement aux types d'extension de la tuyère. Plusieurs conclusions ont été tirées de ces études. Trois types d'extensions : extension à pression constante, à gradient de pression favorable et à gradient de pression adverse ont été testés. Un profil TIC (Truncated Ideal Contour : contour idéal tronqué) a été opté pour le premier galbe (Base Nozzle), et ainsi les trois configurations sont notées TICCP, TICNP et TICPP respectivement.

La configuration TICNP conduit à un décollement non contrôlé à l'intérieur de l'extension, comme on peut l'observer dans une tuyère conventionnelle de profil conique ou TOC [19]. Au contraire, les configurations TICCP et TICPP permettent une transition plus rapide entre les deux modes basse altitude et haute altitude [15]. Cependant, des expériences antérieures sur les tuyères conventionnelles comportant un gradient de pression adverse ont révélé des problèmes de charge latérale importante. Ainsi la configuration TICCP a été sectionnée en tant que le meilleur candidat pour les futures recherches.

Plusieurs campagnes de mesures expérimentales à gaz froid et à feu et plusieurs simulations numériques ont été réalisées pour étudier plus profondément la configuration TICCP durant ses deux modes de fonctionnement et la transition entre ces derniers [20], L'effet de l'angle de divergence de l'extension , l'effet de la densité des gaz froids, l'effet de l'injection de gaz au niveau du point d'inflexion sur la transition ont été analysés.

Une forte hystérésis a été observée aux alentours du rapport de pression de transition (NPR_{tr}) avec une valeur plus élevée pour le démarrage. Cet effet d'hystérésis se trouve soutenir le concept TICCP car il empêche l'interaction entre les deux modes de fonctionnement [19]. La distribution de la pression pariétale expérimentale et issue d'un calcul CFD visqueux [6, 21] en mode haute altitude. En raison des effets de viscosité à l'intérieur de la couche limite, la tendance de la pression, a une pente négative et non une discontinuité comme le prévoit la théorie. Cet effet a été déjà prédit par Martelli et al. [21]. L'extension doit, alors, être divisée en deux parties : la région d'inflexion, où le gradient de pression est négative, et la partie résiduelle, où la pression pariétale est constante. Martelli et al relèvent une troisième région à gradient de pression négatif à l'extrémité de l'extension.

Martelli et al ont remarqué qu'avant la transition réelle où l'écoulement se recolle brusquement sur l'ensemble de l'extension, la pression pariétale chute dans la région d'inflexion, et le point de décollement se déplace en aval de l'inflexion. Cette évolution qui précède la transition réelle est nommée "sneak transition". En application réelle du moteur-fusée, la pression totale reste constante durant la montée. La variation de NPR est uniquement due à la variation de la pression ambiante par le changement d'altitude. Cette variation est très lente, de sorte que la sneak-transition sera un autre enjeu crucial pour la qualification du concept DBN. La sneak-transition peut être la source de charges latérales très élevées du même ordre de grandeur que celles rencontrées lors de la phase de démarrage.

Le programme "CNES PERSEUS " a testé une tuyère double galbe dans la soufflerie R2Ch de l'ONERA. Les distributions de la pression sur la paroi et la poussée pour les deux régimes d'écoulement ont été caractérisées dans la gamme du rapport de la pression de sortie (NPR) allant de 51 jusqu'à 597. Un retard de la transition du NPR entre les deux régimes d'écoulement a été observé au cours de l'évolution du NPR. La durée pour le changement entre les deux régimes d'écoulement est moins de 10ms. Un retard approximatif de 20% sur le NPR est appliqué directement à la poussée. La poussée totale de la tuyère double galbe devient plus élevée que la poussée de la tuyère ordinaire pour $NPR > 1500$.

*GÉNÉRALITÉ SUR LES TUYÈRES***I.1. Définition de la tuyère :**

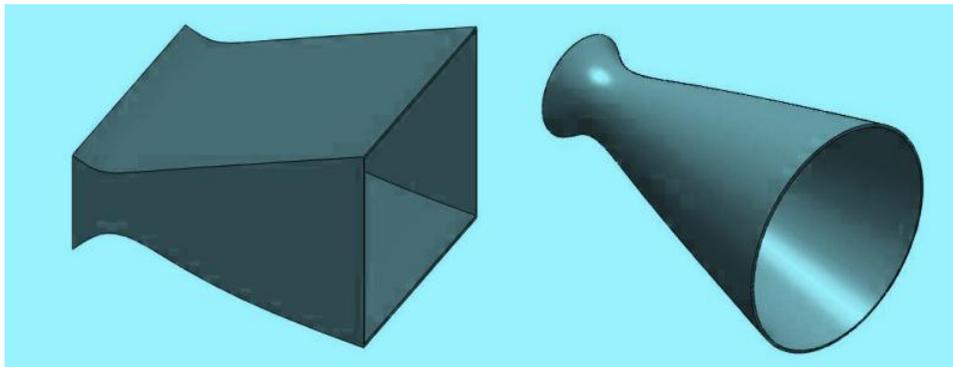
Une tuyère est un organe mécanique passif qui met en communication deux réservoirs à des pressions différentes, elle constitue un des éléments les plus importants dans les turbomachines et les turboréacteurs, d'ailleurs 40% de la poussée totale de ces derniers est produite par les tuyères.

Selon le taux de détente, les tuyères seront soit simplement convergente (Figure I.1.a) pour les taux de détente élevés, sinon seront convergente divergente (Figure I.1.b), selon la géométrie on trouve les tuyères à géométrie plane (Figure I.2.a) où axisymétrique (Figure I.2.b) [22].



a) Tuyère simplement convergente

b) Tuyères convergente divergente (de-Laval)

Fig. (I.1): Profils des Tuyères

a) Tuyère Plane

b) Tuyère Axisymétrique

Fig. (I.2): Différents formes géométriques des tuyères [22].**I.2. Rôle et utilisation de la tuyère:**

Les tuyères supersonique interviennent dans beaucoup de structures l'aéronautique et l'aérospatiale telles que les moteurs fusée et missile, moteurs avions et dans la fabrication des souffleries supersonique pour la modélisation et la réalisation expérimentale des écoulements supersonique.

I.2.1. Moteur Fusée:

Dans les moteurs fusées, l'organe tuyère constitue la partie essentielle, car elle permet d'accélérer les gaz à la sortie de la chambre de combustion jusqu'à une certaine vitesse dont le but d'obtenir une force de poussée comme une résultante de cette accélération. Notons ici que la structure d'un missile est constituée par la chambre de combustion et la tuyère et que cette dernière constitue environ 70% de la masse totale d'une chambre propulsive.



Fig. (I.3) : Tuyère du moteur Européen Vulcain2 d'Ariane5

I.2.2. Moteur Avions :

Le progrès majeur qui a été réalisé en aviation au cours de ce siècle, sans doute est l'avènement du vol supersonique, qui a ses débuts n'a d'ailleurs pas provoqué un changement d'attitude immédiat chez les constructeurs, car le souci primordial pour les premiers avions supersoniques militaires c'est d'assurer de bonnes conditions de vol subsonique ou transsonique de sorte que l'emploi d'un divergent était pratiquement proscrit pour éviter les régimes de surdétente à ces vitesses modérées.

La rentabilité de tels projets n'est assurée que si les performances optimales sont obtenues de tous les éléments du moteur, dans tels projets le rôle assigné à la tuyère est définie de la façon suivante :

- ✚ doit assurer la détente optimale des gaz de combustion. C'est -à-dire, la poussée maximale du régime de la croisière. Ce problème est délicat, car la section de sortie doit être raccordée au maître couple du moteur; ou la structure de l'avion par carénage.

- ✚ La tuyère doit assurer le blocage de l'écoulement aux divers régimes de fonctionnement par la variation de la surface au col en fonction du débit et des conditions de températures et de pression des gaz à évacuer.

- ✚ Au régime du vol intermédiaire, la tuyère ne doit pas provoquer des pertes de poussée trop élevées du fait de son inadaptation.

- ✚ Elle doit contribuer au freinage de l'avion à la phase d'atterrissage et à l'atténuation de bruit.



Fig. (I.4) : Tuyère d'un avion de Combat.

I.2.3. Soufflerie:

Une soufflerie permet de créer un courant d'air artificiel. Il existe plusieurs types de

souffleries, mais d'une façon générale une soufflerie se compose de trois parties principales :

✚ Le collecteur ou le convergent

✚ La chambre d'expérience

✚ Le diffuseur ou divergent : que l'air traverse à sa sortie de la chambre d'expérience, en direction de ventilateur qui l'aspire et le rejette ensuite à l'extérieur. Le diffuseur à la forme d'un tronc de cône dont la section va en augmentant, ainsi la vitesse du courant d'air se réduit progressivement jusqu'à la pale de ventilateur mû par un moteur électrique. Parmi les rôles d'une soufflerie, est de faire la simulation des écoulements réels mais sur des prototypes à échelles réduites. Pour arriver à ça, il faut modéliser l'écoulement à la sortie de la tuyère qui doit être uniforme et parallèle comme l'air libre de l'atmosphère [22].

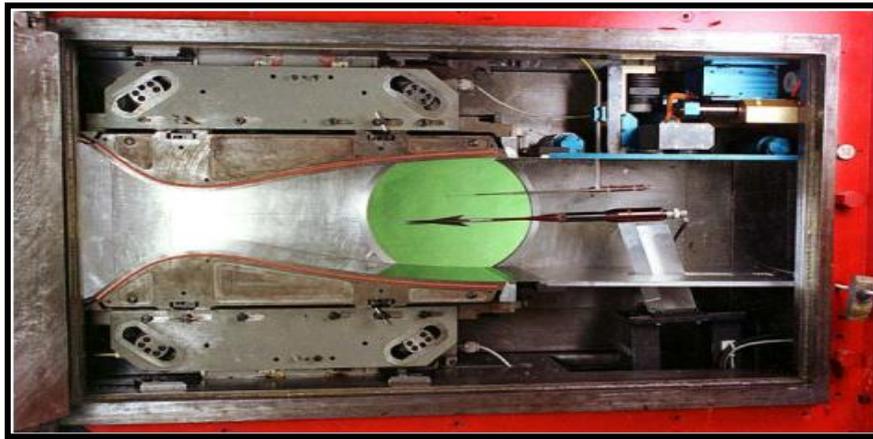


Fig. (I.5) : Tuyère Mach 2 de la soufflerie S5Ch du Centre Onera de Meudon.

I.3. Les différentes configurations des tuyères supersoniques :

La poussée des systèmes propulsifs dépend en premier lieu de la quantité des produits de Combustion éjectés à travers une tuyère où l'écoulement dans son passage est continuellement accéléré d'un régime subsonique à un régime supersonique à travers une section sortie. L'organe tuyère constitue environ 70% de la masse de la structure. Cet organe lui-même est constitué de deux parties l'une est convergente et l'autre est divergente.

La partie convergente est indispensable et sert à faire liaison entre la chambre de combustion et la partie divergente de la tuyère afin de donner un écoulement sonique au col de la tuyère. Cette forme est appropriée, car d'une part elle permet de déterminer le comportement de chaque section et de l'autre part évaluer la poussée développée par un système propulsif.

Différentes méthodes d'analyses doivent être adaptées afin d'étudier l'écoulement séparément dans chaque partie de la tuyère.

La vitesse sonique atteinte au col par les gaz d'échappement est fixée par les conditions prévalant au sein de la chambre de combustion. L'écoulement se poursuit en accélération par l'expansion des gaz dans la partie divergente de la tuyère. Cette augmentation de la vitesse dépend seulement de la configuration géométrique de la paroi du divergent et de la section sortie. Actuellement, un grand intérêt est porté à la conception de partie supersonique du divergent de la part des chercheurs afin d'atteindre des vitesses des sorties et de poussées de plus en plus importantes.

Le choix de la tuyère supersonique doit tenir compte des différents calculs concernant la dynamique des gaz, ainsi la science des matériaux joue un rôle important dans le choix du matériau adéquat, qui permet le refroidissement et les limites admissibles de dimensionnement structural. Sans oublier d'autres points qu'il faut vraiment faire attention dans leurs prises en charge.

En distinguant plusieurs types de tuyères, parmi eux on peut citer :

I.3.1. Tuyères conventionnelles :

+ Tuyère conique :

Historiquement la tuyère conique est le contour le plus usuel pour les moteurs fusés, puisqu'elle est simple et souvent facile à fabriquer. La vitesse de sortie d'une tuyère conique est essentiellement égale à la valeur correspondant à un rapport de détente unidimensionnel, avec l'exception que la direction de l'écoulement à la sortie n'est pas complètement axiale, d'où une perte de performances due à la divergence de l'écoulement.

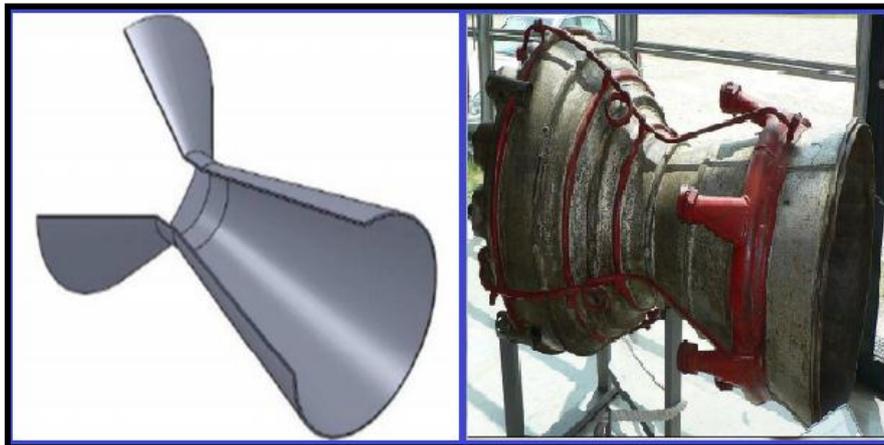


Fig. (I.6) : Tuyère conique.

Les tuyères coniques sont principalement utilisées pour les lanceurs à poudre avec un petit rapport de détente, ainsi que les petits lanceurs où des méthodes de fabrication simple sont préférées. Néanmoins, les tuyères coniques 15^0 sont souvent utilisées comme une référence dans la comparaison du point de vue longueurs et performances avec les autres types de tuyères [23].

+ Tuyère à contour profilé :

Comme on l'avait vu les tuyères coniques engendrent une perte de poussée considérable à cause de la divergence de l'écoulement à la sortie, donc pour remédier à ça il faut tourner le contour du divergent vers l'intérieur pour ramener l'écoulement à une direction axiale et aller avec la partie divergente près du col à des valeurs de divergence relativement importantes pour compenser la détente manquée en faisant incliner le profil vers l'intérieur c'est justement le but de notre travail.

Dans ce contexte une approche directe pour la conception d'une tuyère supersonique a été proposée par Guderley et Hentsch en 1955, le problème du calcul de la section de sortie et du contour pouvant fournir une poussée optimale a été posé en spécifiant uniquement la longueur et la pression ambiante, un calcul variationnel permettant de résoudre le problème du champ d'écoulement à la sortie nécessaire pour l'atteindre. La dernière étape consiste en l'application de

la méthode des caractéristiques pour développer le contour supersonique de la tuyère, le résultat de cette méthode est une tuyère développant une poussée optimale pour une valeur donnée de la section de sortie et de la longueur.

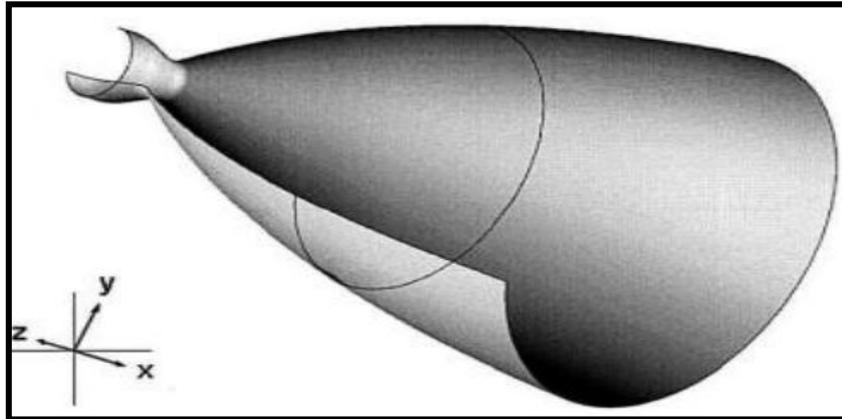


Fig. (I.7) : Tuyère a contour profilé.

✚ Tuyère à noyau centrale :

Tuyère comportant un corps central qui obture plus ou moins l'orifice de la sortie en vue d'améliorer les performances en modifiant le débit et la forme du jet.



Fig. (I.8) : Tuyère à noyau centrale.

I.3.2. Tuyères innovantes :

✚ Tuyère à section variable :

La sortie de la tuyère est à section variable et constituée d'une multitude de volets qui, en se rapprochant ou en s'écartant, modifient le diamètre de la tuyère afin qu'elle soit "adaptée". Afin de se rapprocher le plus possible de la forme circulaire, les demi-volets sont réalisés par une multitude de petits volets, s'emboîtant les uns dans les autres. En général la commande de position est assurée par un anneau qui est tiré ou poussé (fermeture – ouverture) par des vérins répartis à la périphérie du canal de post-combustion. La pression et la vitesse du jet maintiennent plaqués les volets sur l'anneau de commande. Un ergot de position interdit aux volets de descendre lorsque le moteur est arrêté.



Fig. (I.9) : Tuyère à section variable.

✚ Tuyère à chevrons (tuyères en dents de scie):

C'est une tuyère pour les turboréacteurs de type double flux d'air séparés, comportant :

- Une paroi interne à l'intérieur de laquelle circule un flux d'air primaire (FP) et qui comporte, à l'extrémité externe, des chevrons
- Une paroi externe entourant au moins partiellement la paroi interne et le long de laquelle s'écoule un flux d'air secondaire (FS), la paroi externe étant mobile le long de la paroi interne.

L'invention trouve des applications dans le domaine de l'aéronautique et, en particulier, dans le domaine de la réduction des nuisances sonores extérieures produites par les turboréacteurs d'un aéronef notamment lors de la phase de décollage.



Fig. (I.10) : Tuyère à chevrons.

✚ Tuyère orientable :

C'est une tuyère articulée autour d'un ou deux axes comportant une partie fixe d'une part et de l'autre une partie pivotante et des vérins de commande permettant de déplacer la partie pivotante avec déformation de la structure annulaire élastique ce qui permet d'orienter l'axe de poussé.

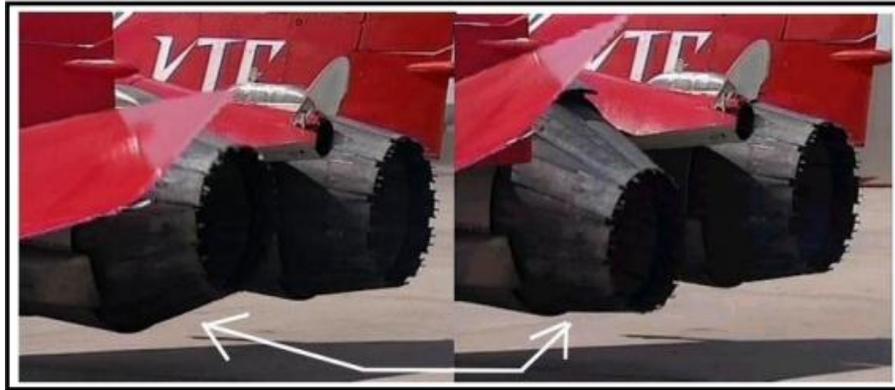


Fig. (I.11) : Tuyère orientable.

✚ Tuyère à divergent déployable :

Cette tuyère présente un axe longitudinal et comprend une première partie définissant un col de tuyère et un premier tronçon de divergent fixe, au moins un deuxième tronçon de divergent déployable de section supérieure à celle du premier tronçon et un mécanisme de déploiement du deuxième tronçon disposé à l'extérieur des premier et deuxième tronçons de divergent. Le déploiement de la partie déployable du divergent s'effectue de façon automatique à partir d'une commande électrique ou hydraulique, voire pneumatique.

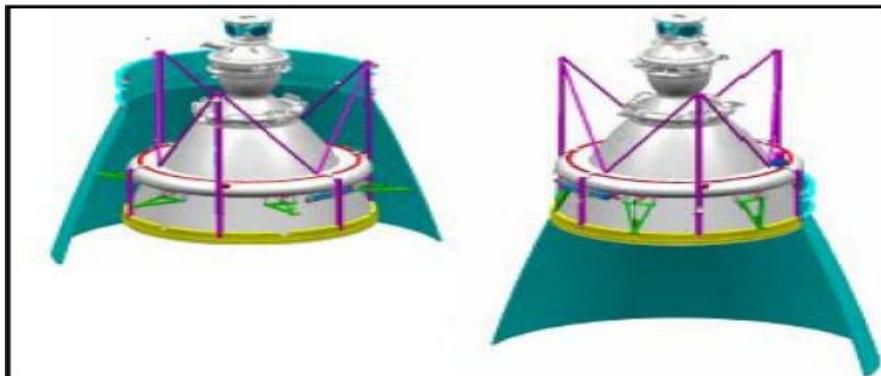


Fig. (I.12) : Tuyère déployable.

I.3.3. Tuyère adaptée en altitude :

Des progrès plus significatifs dans les performances d'une tuyère peuvent être réalisés à travers l'adaptation de la pression de sortie tuyère à la pression ambiante pendant la montée du lanceur dans l'atmosphère. Ceci peut être réalisé avec la conception d'une tuyère qui offre une adaptation en altitude continue.

✚ Tuyère Aerospake :

C'est l'une des tuyères innovantes utilisées généralement pour les navettes spatiales, leurs avantages c'est qu'elles s'adaptent facilement aux basses et aux hautes altitudes. Les tuyères de type aérospike, ont fait l'objet de nombreuses études dans les années 1980 – 2000. L'exemple le plus connu est probablement le prototype NASA XRS-2200 testé à feu en Aout 2001 au NASA's Stennis Space Center. Néanmoins, après la suppression du projet X-33, auquel ce moteur était destiné, les travaux ont été arrêtés [11].



Fig. (I.13) : tuyère AeroSpace

✚ Tuyère double galbe :

Les tuyères double galbe (dual bell nozzle) permettent une adaptation en l'altitude par une simple inflexion du contour. L'écoulement est forcé à décoller de façon stable et symétrique à l'inflexion, générant ainsi une poussée optimisée à basse altitude. Au cours du vol, lorsque la pression atmosphérique chute sous une certaine valeur, l'écoulement s'attache soudainement dans toute la tuyère, permettant ainsi une détente plus importante pour une poussée plus élevée.

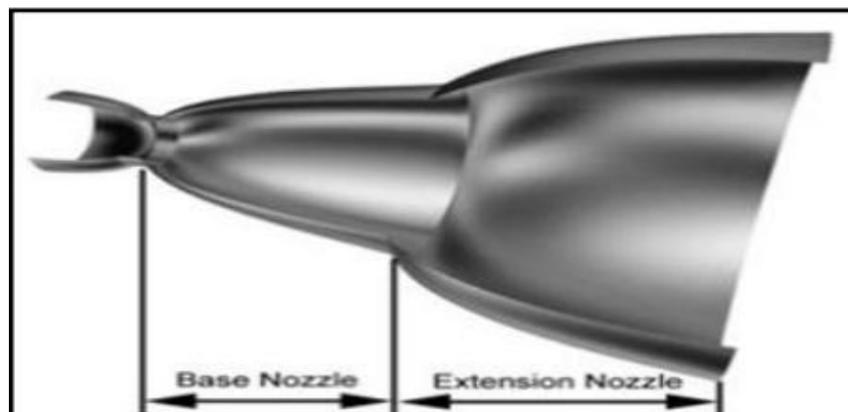


Fig. (I.14) : Tuyère double galbe.

✚ Tuyère détente-déviante :

Dans ce type de tuyères une chambre de combustion compacte se positionne autour de la ligne centrale et présente un col annulaire au voisinage de cette dernière. Dans ce cas, les gaz se dirigent dans la direction de l'écoulement du bouchon central qui réalise une rotation de l'écoulement en expansion à une direction presque axiale. C'est pourquoi, on la qualifie de tuyère à détente-déviante «E.D».

Le concept de la tuyère «E.D» est aussi l'objet de nombreuses études analytiques et expérimentales. Les résultats de ces études ont confirmé que les capacités de compensation en altitude de la tuyère «E.D» sont pauvres à cause des pertes d'aspiration et la sur-détente.

Malgré la faible compensation en altitude, la tuyère «E.D» a un potentiel pour l'application aux étages supérieurs des moteurs fusées [24].

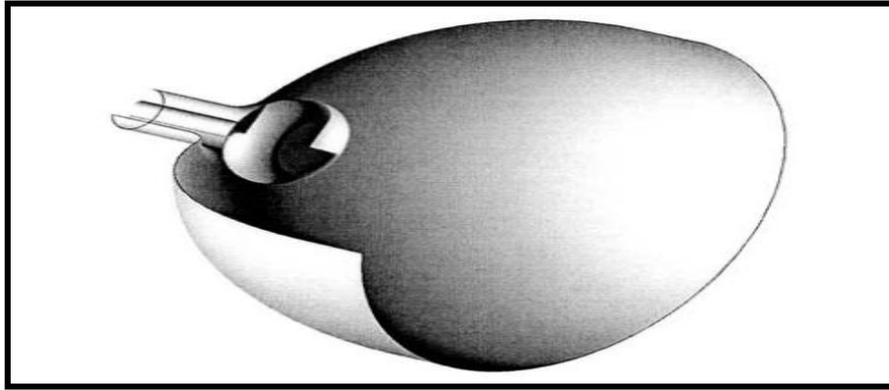


Fig. (I.15) : Tuyère détente –déviation.

✚ **Tuyère à duel mode (dual mode nozzle) :**

a) **Tuyère double col :**

À basse altitude la chambre de poussée (chambre de combustion + tuyère) externe fonctionne avec la chambre de poussée interne en parallèle.

Dans ce mode d'opération, le moteur a un col large qui produit un rapport de détente modéré. À une certaine altitude la chambre de poussée externe s'éteint et le moteur continue à fonctionner seulement avec la chambre de poussée interne. Avec cette configuration, l'écoulement de la chambre interne se détend et s'attache d'une manière supersonique à la chambre externe en résultant un rapport de détente élevé pour le reste de la mission [24].

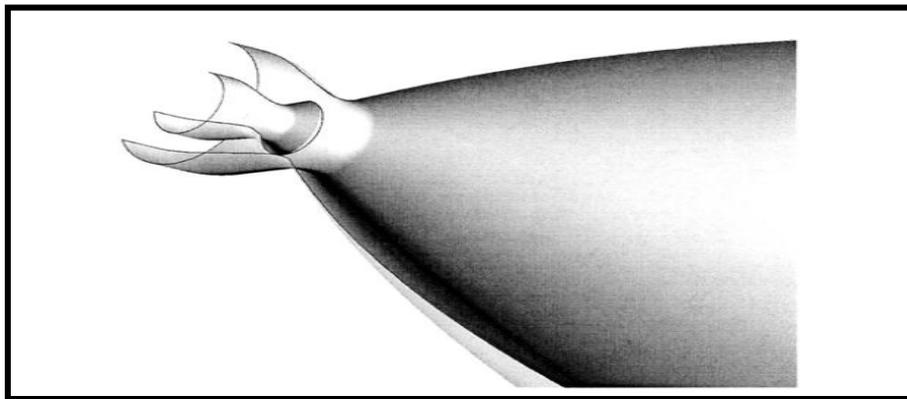


Fig. (I.16) : Tuyère double col.

b) **Tuyère à double détente (dual-expander nozzle) :**

À basses altitudes les deux chambres de poussées fonctionnent en partageant la même section de sortie, ce qui donne un rapport de section correspondant à une détente modérée.

À un certain point de la mission, l'une des deux chambres s'éteint, permettant à l'autre chambre d'utiliser la totalité de la section de sortie et de créer un grand rapport de section (une grande détente) pour le reste de la mission. En principe, les deux modes d'opération sont comparables à ceux d'une tuyère à double col.

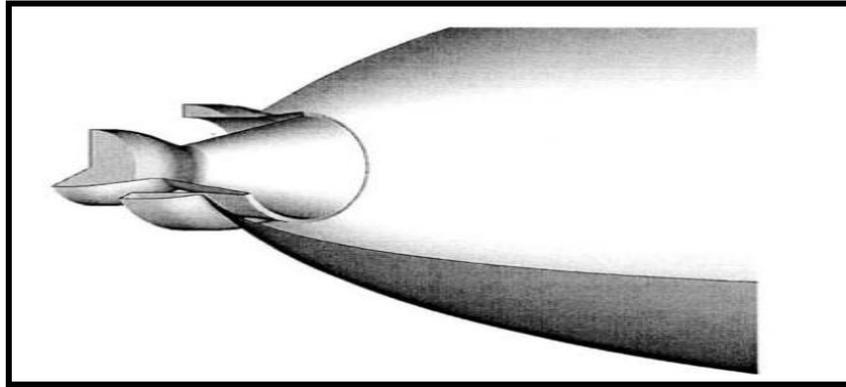


Fig. (I.17) : Tuyère double détente.

✚ **Tuyère type bouchon :**

Le col de ce type de tuyères possède la forme d'un anneau localisé au diamètre extérieur. L'écoulement est contrôlé par des ondes de détente provoquées par la déviation du bouchon dont la surface constitue le principal paramètre qui l'influence. Les gaz d'échappement subissent une détente de la pression de la chambre de combustion P_t jusqu'à la pression ambiante P_a (figure I.17). La poussée de ce type de tuyères est identique à celle de la tuyère convergente-divergente.

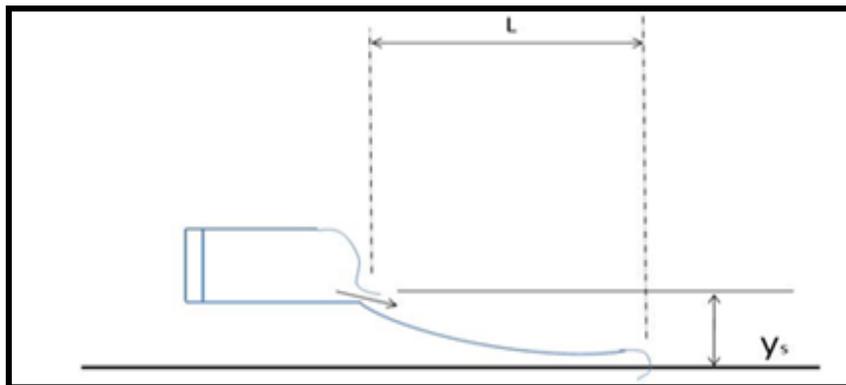


Fig. (I.18) : Tuyère type bouchon.

I.4. L'approche quasi monodimensionnelle :

L'approche quasi-monodimensionnelle est une approximation de l'écoulement dans une surface variable du tube de courant (figure I.18.a). En trois dimensions la solution exacte doit être trouvée avec des méthodes numériques comme : les différences finies, les volumes finis et la méthode des caractéristiques, toutefois, pour une large variété des problèmes d'ingénierie, comme l'étude de l'écoulement dans les souffleries ou les moteurs fusés, les résultats quasi-monodimensionnels sont fréquemment suffisants. L'approche quasi-monodimensionnelle permet à la section du tube de courant de varier contrairement à l'approche monodimensionnelle (figure I.18.b), en même temps, on continue de supposer que toutes les propriétés de l'écoulement sont uniformes à travers une section donnée, d'où ces propriétés sont fonction seulement de x et du temps « t » si l'écoulement est non permanent.

Chaque écoulement où $A=A(x)$, $P=P(x)$, $\rho=\rho(x)$ et $V=u=u(x)$ en plus d'être permanent (pas de variation par rapport au temps) est définie comme un écoulement quasi-monodimensionnel.

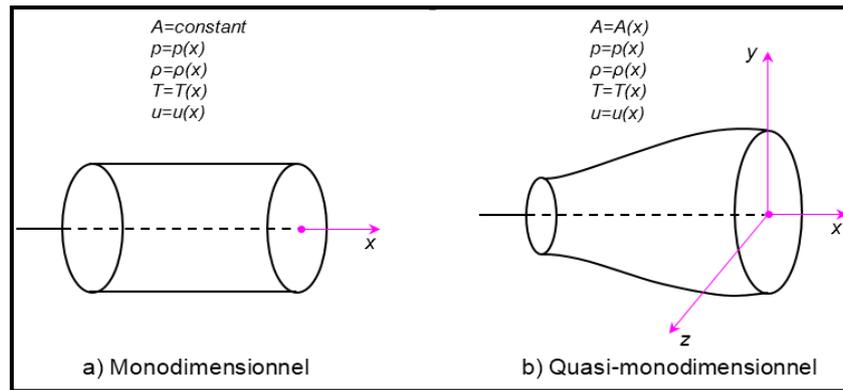


Fig. (I.19) : La différence entre l’approche quasi et mono dimensionnel.

Dans le cas de l’approche quasi-monodimensionnelle, les relations de la dynamique des gaz qui son développer dans ce chapitre permettent de calculer analytiquement les différents paramètres de l’écoulement dans n’importe quelle section du canal.

I.4.1. Relations de la dynamique des gaz :

Pour l’approche quasi mono dimensionnelle les relations de la dynamique des gaz suivantes permettent de calculer analytiquement les différents paramètres de l’écoulement dans n’importe quelle section du canal.

✚ Température :

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \tag{I.1}$$

Avec :

- T_0 : Température d’arrêt
- T : Température statique
- M : nombre de mach
- $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$
- C_p : Capacité calorifique a pression constante
- C_v : Capacité calorifique a volume constant

✚ pression :

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{I.2}$$

Avec :

- P_0 : Pression totale
- P : pression statique

+ masse volumique :

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (\text{I.3})$$

Avec :

ρ_0 : Masse volumique de référence

ρ : Masse volumique

Notes :

- les grandeurs totales (ρ_0, P_0, T_0) représentent les paramètres de l'écoulement quand il est ramené à l'arrêt d'une manière isentropique.
- On note les paramètres à la vitesse du son par un Astérisx $M^*=1, U^*=a^*, A_t=A^*$ et les relations ci-dessus deviennent alors:

+ Le rapport de température :

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{\gamma+1} \quad (\text{I.4})$$

Où :

T^* : La température statique à la vitesse du son

+ Le rapport de pression :

$$\frac{P^*}{P_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{I.5})$$

Où :

P^* : La pression statique à la vitesse du son

+ Le rapport de masse volumique :

$$\frac{\rho^*}{\rho_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (\text{I.6})$$

Où :

ρ^* : La masse volumique à la vitesse du son

Pour les conditions standards où $\gamma=1.4$ on aura :

$$\frac{T^*}{T_0} = 0.833 \quad \frac{\rho^*}{\rho_0} = 0.634 \quad \frac{P^*}{P_0} = 0.528 \quad (\text{I.7})$$

I.4.2. les relations de rapport de section :

✚ Vitesse du son :

Pour un écoulement non-visqueux et adiabatique, il n'y a pas de mécanisme de dissipation d'énergie comme : les frottements, la conduction thermique ou la diffusion, dans ce cas l'écoulement est considéré comme isentropique. D'où, n'importe quel changement dans la pression dp dans l'écoulement est accompagné par un changement isentropique de la densité $d\rho$ [26]. La relation (I.8) montre le rapport entre la pression et la densité pour un écoulement isentropique.

$$\frac{dP}{d\rho} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s = a^2 \tag{I.8}$$

Pour un gaz calorifiquement parfait :

$$H = C_p T \tag{I.9}$$

$$a = \sqrt{\gamma r T} \tag{I.10}$$

Avec :

a : vitesse du son

r : Constante du gaz (pour l'air $r=287$ j/kg.k)

✚ Relation vitesse section (relation d'hugoniot) :

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{dU}{U} \tag{I.11}$$

Cette équation nous montre des résultats très importants :

- Si $0 \leq M \leq 0.3$,ça correspond à un écoulement incompressible.
- Si $0.3 \leq M < 1$ (écoulement subsonique) : une augmentation de la vitesse ($dU > 0$) est associée à une diminution de la section ($dA < 0$) et vice-versa (voir fig I.20.a)
- Si $M > 1$ (écoulement supersonique): une augmentation de la vitesse s'accompagne d'une augmentation de section et vice-versa (fig I.20. b).
- Si $M=1$ (écoulement sonique) : l'équation (I.7) donne $\frac{dA}{A} = 0$, qui mathématiquement correspond à la section minimale ou maximale. La section minimale est la seule qui a une signification physique.

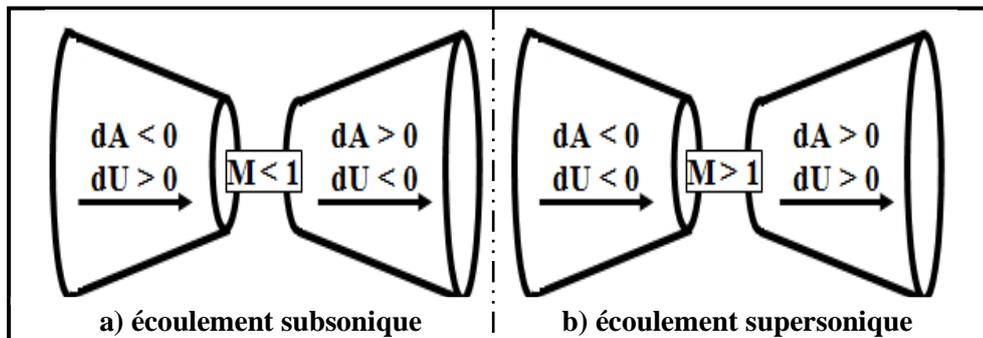


Fig. (I.20) : Relation vitesse section.

Les résultats ci-dessus montrent clairement que pour qu'un gaz se détend d'une manière isentropique à partir d'une vitesse subsonique à une vitesse supersonique, il doit s'écouler à travers un canal convergent-divergent comme le montre la figure (I.21). En outre, la section minimale qui sépare les sections convergentes et divergentes doit avoir un écoulement sonique, cette section est appelée col.

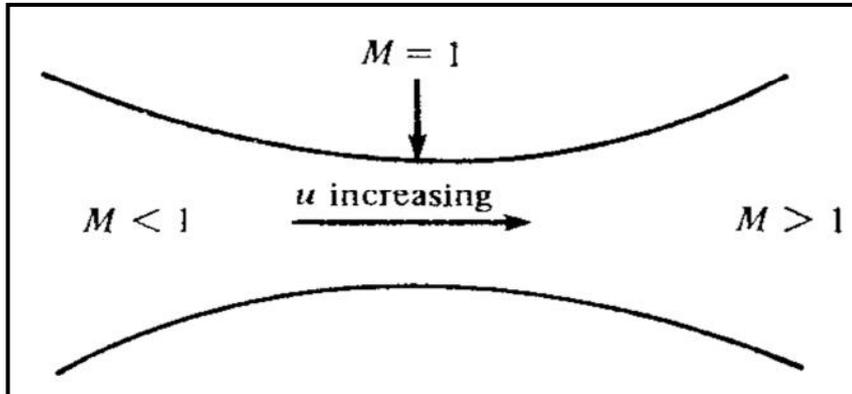


Fig. (I.21) : Canal convergent divergent.

✚ Rapport de section :

La relation (I.12) est appelée relation section-nombre de Mach, elle présente un résultat remarquable. En effet, elle montre que $M = f(A/A^*)$, c'est-à-dire que le nombre de Mach dans n'importe quelle position de la tuyère est fonction du rapport de la section locale sur celle du col.

$$\left(\frac{A}{A^*}\right)^2 = \frac{1}{M^2} \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \quad (\text{I.12})$$

Tel que :

A : Section du canal

A^* : Section du canal où $M=1$

I.5. Les différents régimes de fonctionnement d'une tuyère :

Considérons le système constitué d'une tuyère De-Laval. L'extrémité amont de la tuyère est en communication avec un réservoir contenant un gaz à une pression génératrice P_0 que nous allons supposer fixe. Laval du divergent débouche dans une enceinte quasi infinie, dont on peut faire varier la pression statique P_a .

Si la pression aval est égale à la pression d'arrêt, le fluide est entièrement au repos. On diminue progressivement la pression P_a du réservoir aval au-dessous de la pression P_0 supposé constante, on distingue cinq régimes particuliers d'écoulement.

I.5.1. Ecoulement subsonique

Au début l'écoulement est subsonique dans toute la tuyère et ses caractéristiques sont les suivantes:

✚ Dans le convergent la vitesse augmente et la pression diminue jusqu'à une valeur minimale atteinte au col

✚ Dans le divergent la vitesse diminue et la pression augmente jusqu'à la pression aval P_a . La pression est donc minimale dans la section au col ou et la vitesse passe par une valeur maximale. L'évolution du gaz est représentée par la courbe (A). Voir la figure (I.22)

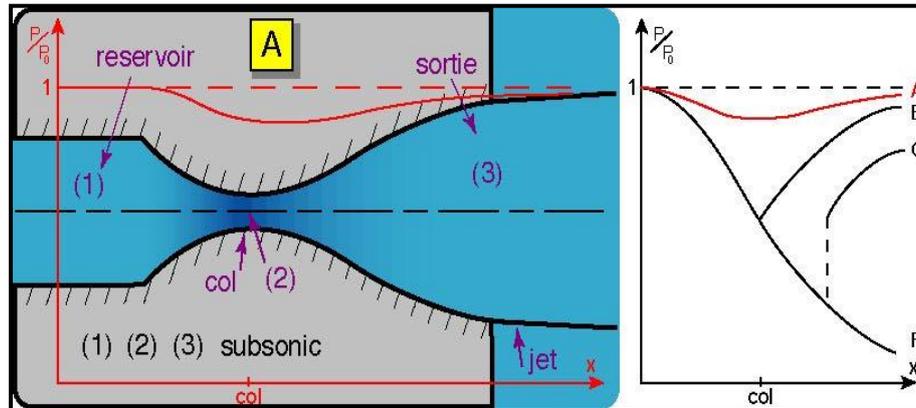


Fig. (I.22) : Régime subsonique

I.5.2. Ecoulement sonique adapté

Si P_a continue à diminuer jusqu' il arrive un moment ou Le régime au col devient sonique. L'écoulement est dit sonique adapté.

Soit P_{c1} la pression aval pour laquelle ce phénomène se produit, Partout tout au long de la tuyère le régime reste subsonique, a l'exception au niveau du col ou la pression atteint sa valeur minimale par contre la vitesse prend sa maximale qui est celle du son dans ce domaine. La figure suivante montre clairement l'évolution de la pression tout le long de la tuyère dans le régime cité ci-dessus.

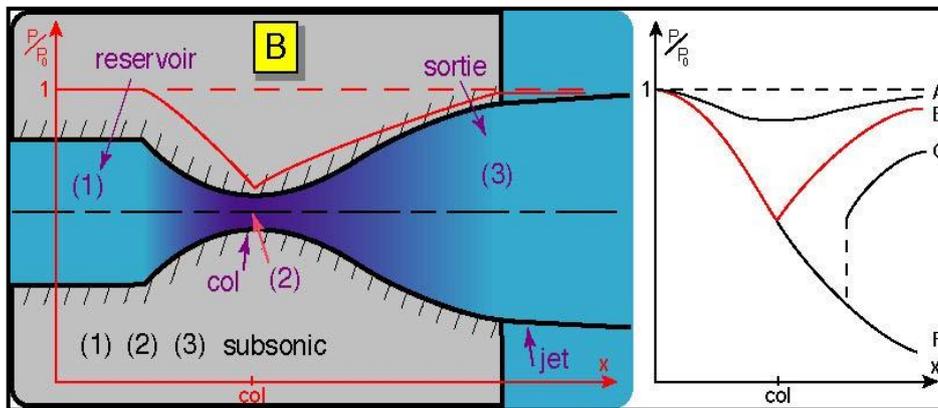


Fig. (I.23) : Ecoulement sonique adapté

I.5.3. Ecoulement sonique non adapté

Si P_a diminue encore au-dessous de P_{c1} , le col reste toujours sonique et les conditions sont critiques au col. Dans la partie divergente, une onde de choc prend place, ou elle engendre une augmentation brusque de la pression et un changement de régime de la vitesse du supersonique au subsonique. L'écoulement est dit sonique non adapté. L'évolution du rapport de pression est représentée par la courbe (C) de figure suivante.

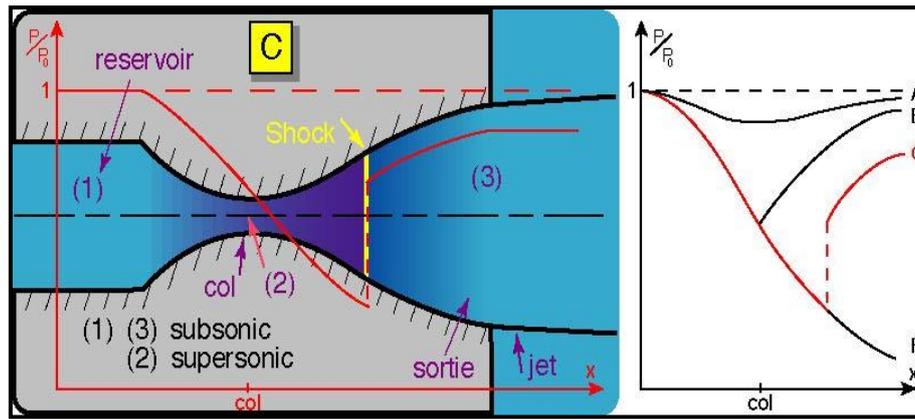


Fig. (I.24) : Ecoulement sonique non adapté

I.5.4. Ecoulement supersonique adapté

Si P_a continue à diminuer il arrive un moment où l'écoulement est entièrement supersonique dans toute la tuyère. Le phénomène d'onde de choc disparaît et il n'y a plus de compression externe, alors la tuyère est *parfaitement adaptée*, l'évolution du rapport de pression est représentée par la courbe (F) de la figure suivante. Soit P_{ac3} la pression aval pour laquelle ce phénomène se produit.

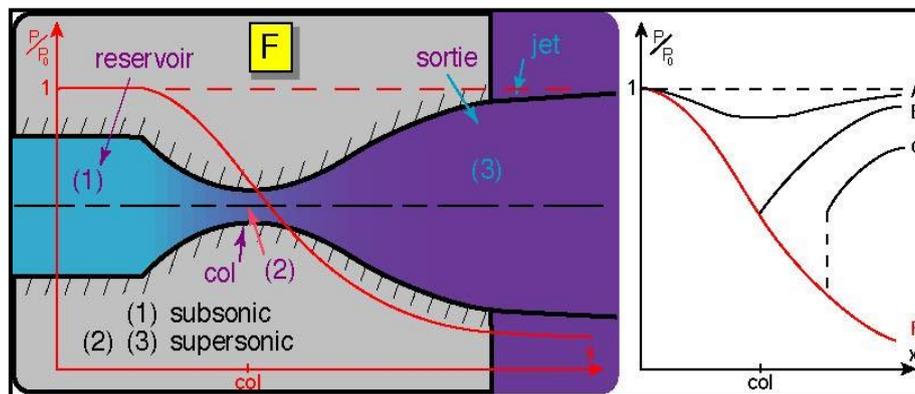


Fig. (I.25) : Régime supersonique adapté

I.5.5. Ecoulement supersonique non adapté

Lorsque la pression P_a devient inférieure à P_{ac3} , l'écoulement est dit *supersonique non adapté*, l'écoulement dans la tuyère de Laval ne subit aucune modification, la variation entre la tuyère et la pression aval doit se faire à l'extérieur de la tuyère, par l'intermédiaire d'une série d'ondes de détente obliques. Voir la figure (I.26).

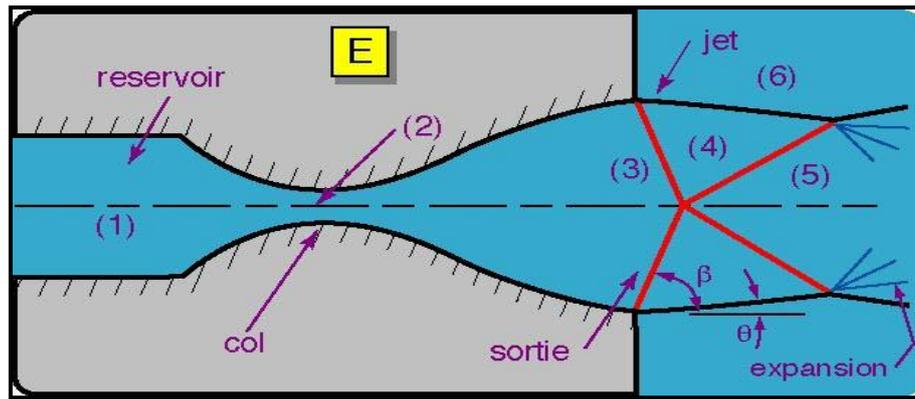


Fig. (I.26) : Régime supersonique non adapté

I.6. Les paramètres principaux de performance :

+ La poussée :

La poussée délivrée par une tuyère est fonction non seulement de la vitesse d'éjection des gaz de combustion mais aussi de la différence entre les pressions de sortie et ambiante.

En théorie monodimensionnelle d'un écoulement permanent non visqueux, la poussée s'écrit :

$$F = \dot{m}V_e + (P_e - P_a)A_e \quad (\text{I.13})$$

Avec :

F : La poussée(N)

V_e et A_e : Vitesse et Section de sortie tuyère (m)

\dot{m} : Débit massique (kg/s)

+ Coefficient de poussée :

Le coefficient de poussée est un paramètre sans dimension défini comme le rapport de la poussée F au produit de la pression dans la chambre de combustion ou pression totale P_t par l'aire de la section au col A^* :

$$C_F = \frac{F}{P_t A^*} \quad (\text{I.14})$$

C'est un coefficient caractéristique de la détente des gaz dans la section divergente de la tuyère. Il peut être considéré comme particulièrement caractéristique de la performance du contour de la section divergente supersonique.

+ Coefficient de décharge :

A cause principalement des effets de frottement, les performances réelles d'une tuyère sont généralement légèrement différentes de celles déterminées sur la base de l'hypothèse d'un écoulement isentropique. Le coefficient de décharge noté C_d est défini comme étant le rapport du débit actuel réel à celui déterminé à partir des relations isentropiques :

$$C_d = \frac{\text{Débit actuel réel}}{\text{Débit isentropique}} \quad (\text{I.15})$$

Le débit réel \dot{m}_{rel} est alors corrigé avec ce coefficient C_d approchant l'unité selon la relation:

$$\dot{m}_{rel} = C_d \cdot \dot{m} \quad (\text{I.16})$$

Vitesse caractéristique :

C'est un paramètre qui n'est fonction que de la nature du mélange et de la température de combustion :

$$C^* = \frac{P_t A^*}{\dot{m}} \quad (\text{I.17})$$

Où \dot{m} : Débit masse (kg/s)

Vitesse effective :

La vitesse effective notée V_{eff} est la vitesse de sortie de la tuyère adaptée. Elle est définie par le rapport de la poussée au débit massique :

$$V_{eff} = \frac{F}{\dot{m}} \quad (\text{I.18})$$

Avec F : La poussée (N)

C'est un paramètre qui tient compte de la correction atmosphérique.

Impulsion spécifique :

L'impulsion spécifique, notée I_s est définie comme le rapport de la poussée au produit du débit massique par l'accélération de la pesanteur :

$$I_s = \frac{F}{\dot{m} g} \quad (\text{I.19})$$

Avec g : La gravité (m.s^{-2})

C'est un paramètre généralement utilisé pour les performances des propergols utilisés pour la propulsion.

Impulsion totale :

L'impulsion totale, notée I , est définie comme l'intégrale de la poussée durant la totalité du temps de fonctionnement :

$$I = \int_0^t F \cdot dt \quad (\text{I.20})$$

I.7. Méthode de conception des profils des tuyères supersoniques :

Les motoristes d'une fusée, contraints par une spécification limitant le poids et la longueur du divergent d'une tuyère sont conduits, en fonction de la plage d'altitude de vol, à définir un rapport de sections et à rechercher un optimum du rapport poussé sur poids. Historiquement les tuyères qui équipaient les moteurs des premières fusées suborbitales étaient de faible rapport de sections et possédaient généralement un divergent conique de demi-angle d'environ 15°.

Après la seconde guerre mondiale, la demande continue pour augmenter les performances des moteurs fusées, d'abord pour les applications stratégiques (fusée balistique intercontinentale) puis dans le cadre de la conquête spatiale (course à la Lune, satellisation) a conduit à définir des tuyères à plus grand rapport de sections pour des moteurs fonctionnant à très hautes altitudes.

Pour des tuyères à grand rapport de sections, le concept de divergent conique devient vite irréalisable eu égard sa longueur et son diamètre de sortie. Si des tuyères à divergent quasi-conique continuent d'être utilisées pour des moteurs à ergols solides fonctionnant généralement aux basses altitudes, la plupart des tuyères qui équipent les moteurs fusés à liquides ont des profils optimisés calculés par la méthode des caractéristiques. Aujourd'hui, il existe deux grandes familles de tuyères à Profil optimisé [35] ;

✚ Les tuyères idéales tronquées

✚ Les tuyères paraboliques

Les principes de conception de ces profils sont succinctement décrits ci-après.

I.7.1. Tuyère conique :

Supposant un écoulement conique à la sortie, le rendement géométrique devient :

$$\eta_{géo} = \frac{1 + \cos\alpha}{2} \quad (\text{I.21})$$

Où

α : Demi-angle du cône (Fig. I.27)

La longueur de la tuyère conique peut être exprimé par :

$$L_{\alpha, \text{cône}} = \frac{r_t(\sqrt{\varepsilon} - 1) + r_{td}(\sec(\alpha) - 1)}{\tan\alpha} \quad (\text{I.22})$$

Avec :

$$\sec(\alpha) = \frac{1}{\cos\alpha}$$

r_t : Rayon du col ;

r_{td} : Rayon de courbure du col ;

ε : Rapport de détente.

Typiquement le demi-angle du cône α se situe entre [12°-18°]. Usuellement on prend 15° pour limiter les pertes engendrées par une grande divergence.

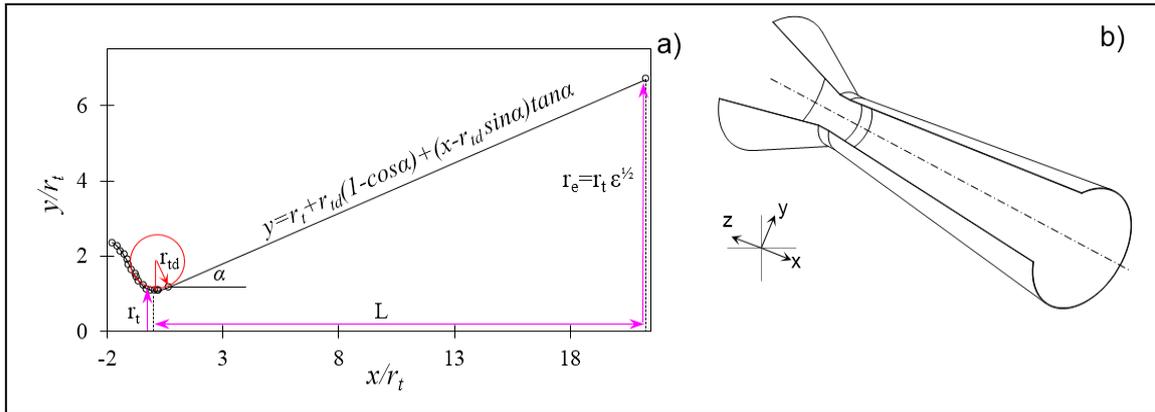


Fig. (I.27) : a. Définition du profil conique, b. schéma 3D.

I.7.2. Tuyère idéale:

La tuyère idéale est celle qui produit un écoulement uniforme à la sortie. Le contour de la tuyère qui réalise ce type d'écoulement peut être conçu par la méthode des caractéristiques (figure I.28). Le contour TNE est la portion divergente de la tuyère, après une détente initiale à TN la portion NE redresse l'écoulement dans la direction axiale. TN définit aussi le nombre de Mach au point K (figure I.28), qui est égale au nombre de Mach de conception obtenue à la sortie. Avec la définition de la ligne de Mach NK, il est possible de construire les lignes de courants entre N et E avec l'utilisation de la méthode des caractéristiques, qui raccorde l'écoulement et devient uniforme et parallèle à la sortie ainsi complété la conception de la tuyère [23].

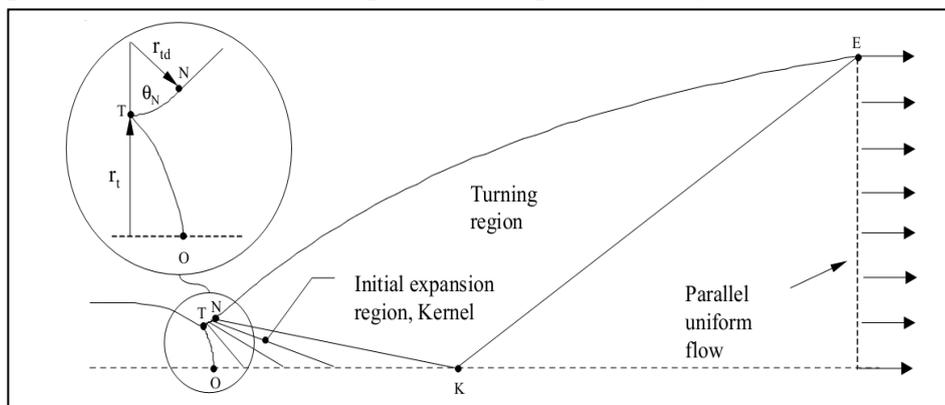


Fig. (I.28) : Structure de base de l'écoulement dans une tuyère idéale.

✚ Tuyère à contour idéal tronqué(TIC) :

Les premières familles de tuyères qui ont équipé les moteurs fusées à ergols liquides sont les *Tuyères à contour idéal tronqué*, baptisées par les motoristes européens tuyères TIC (de l'acronyme anglais qui signifie Truncated Ideal Contour nozzle). Le profil d'une tuyère TIC est obtenu à partir de celui d'une tuyère idéale de référence qui a été calculée pour engendrer dans le plan de sortie un écoulement parallèle à l'axe, de nombre de Mach uniforme Me est à la pression uniforme correspondante P_e .

La tuyère idéale produit la détente optimale des gaz et produit le coefficient de poussée maximal lorsque la pression ambiante Pa est égale à la pression P_e , c'est-à-dire à la pression d'adaptation. Toutefois il est irréaliste de vouloir équiper un moteur-fusée d'une tuyère idéale en raison de la masse et de l'inertie trop importantes qu'elle occasionne. Dans les conditions

d'adaptation d'un moteur type de premier étage d'Ariane 5, la longueur d'une telle tuyère représenterait 7 fois son rayon de sortie, soit 7m pour un moteur de premier étage d'Ariane 5 [27].

La dernière moitié du divergent de cette tuyère idéale ne contribuant qu'à hauteur de quelques pour cent à la poussée idéale, une telle tuyère peut donc être significativement tronquée. La pression à l'abscisse de troncature étant plus élevée que la pression en sortie de la tuyère idéale. Le motoriste procède à la troncature d'une tuyère idéale qui a été définie à une pression de sortie inférieure à la pression nominale. La tuyère idéale tronquée finale produit une divergence de l'écoulement à laquelle est associée une perte de poussée. À titre d'exemple, les tuyères équipant les moteurs **Viking** du lanceur Ariane 4 sont des tuyères idéales tronquées [27].

Tuyère idéale tronquée compressée (compressed truncated ideal nozzles (CTIC):

En 1966 Gorgish [28], propose une méthode de conception de tuyère extrêmement petite. La base de la méthode est de comprimer linéairement une tuyère TIC. Il suggère qu'en comprimant un contour idéal tronqué, on peut avoir de meilleures performances que les tuyères TOC (voir le prochain titre) pour la même enveloppe. Une tuyère CTIC est obtenue en comprimant linéairement une tuyère TIC dans la direction axiale, pour obtenir la longueur de la tuyère désirée. Cette procédure ramène la tuyère à une détente initiale plus rapide suivie par un retour d'écoulement plus sévère en comparant avec la tuyère TIC. Toutefois Hoffman [29], trouve que la tuyère TOC est supérieure à la tuyère CTIC. Néanmoins, pour certaines conceptions la différence en performances est petite, il indique alors que la tuyère optimale CTIC est certainement une bonne tuyère.

I.7.3. Tuyère à poussée optimisée (thrust optimised contoured nozzles TOC) :

Une méthode directe pour la conception des contours tuyères est la méthode utilisant le calcul variationnel. Guderly et Hantsh [30], ont formulé le problème de trouver le contour et la section de sortie d'une tuyère qui donne une poussée optimale pour des valeurs prescrites de pression ambiante et de la longueur de la tuyère. Toutefois, la méthode n'a pas été largement adoptée jusqu'à ce que cette méthode compliquée soit significativement simplifiée par Rao [31]. Donc le contour obtenu est souvent appelé, tuyère de Rao dans le West, en Russie ce type de tuyère est connu sous le nom de Shmyglevsky nozzle, puisque ce dernier a formulé indépendamment la même méthode en Russie. L'idée de base derrière la méthode est montrée dans la figure(I.29).

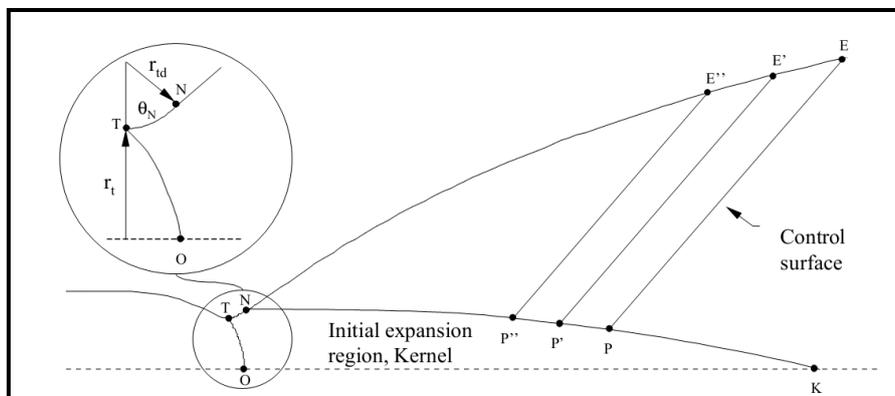


Fig. (I.29) : Conception du profil TOC.

Premièrement l'écoulement de Kernel (figure I.29) est généré avec la méthode des caractéristiques. Pour une variété de θ_N et une courbature de col donné r_{id} .

Pour des paramètres de conception donnés (comme ε et M_E ou ε et L), les points P et N peuvent être trouvés en respectant les conditions suivantes :

- ✚ Le débit-masse qui traverse PE égale au débit qui traverse NP.
- ✚ La tuyère résultante donne le maximum de poussée par l'utilisation du calcul variationnel.

Ces conditions sont formulées comme une relation spécifique qui doit être accomplie le long de PE et NP. Une fois N et P sont connus, la ligne kernel TNKO est fixée, la ligne du contour NE est construite en suivant les étapes suivantes :

➤ Par la sélection des points P', P'', etc. Le long de la ligne NK, une série de surfaces de contrôles peuvent être générées P'E', P''E''...etc. afin de définir les points E', E'', etc. le long de la ligne NE (figure I.29).

➤ Si le point P est égal à k, une tuyère idéale est produite par définition. Toutefois, quand $P \neq k$ un retournement d'écoulement plus sévère est obtenu en comparant avec la tuyère idéale. Des ondes de compression sont formées dans la région NPE qui vont s'unir dans un choc d'écoulement de droite en aval de la surface de contrôle PE [23].

La figure (I.30) présente les profils de deux tuyères TIC et TOC. Les deux tuyères ont le même rapport de section $S_{\text{sortie}} / S_{\text{col}}$ et ont les mêmes performances pour un écoulement parfait. Mais, la tuyère TOC est plus optimisée que la tuyère TIC. Donc une longueur plus faible, ce qui implique un poids plus faible. Ce gain d'optimisation est pénalisé par un écoulement réel plus perturbé dans la tuyère TOC que la tuyère TIC.

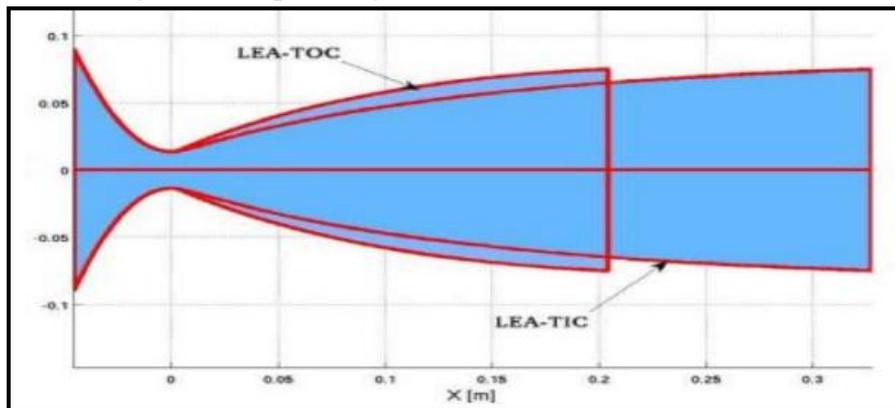


Fig. (I.30) : Profils des tuyères TIC et TOC.

I.8. Conclusion :

Dans ce chapitre on a exposé une petite recherche bibliographique sur les tuyères et les différents types de tuyères en partant des tuyères conventionnelles jusqu'aux tuyères adaptées en altitude.

Ensuite on a exposé la théorie quasi monodimensionnelle qui est très utile pour les écoulements deux dimensions où les résultats donnés par cette théorie sont fréquemment suffisants pour une large variété des problèmes d'ingénierie, comme l'étude de l'écoulement dans une soufflerie ou les moteurs fusées.

Enfin, on a exposé quelques méthodes de conception des profils de tuyères, qui permettent de mieux optimiser les performances des tuyères.

II.1. Introduction :

La tuyère est un organe utilisée pour accélérer un écoulement, afin d'engendrer une force de poussée comme une résultante de cette accélération. Dans ce chapitre, on va présenter la méthode de conception et dimensionnement des tuyères type double galbe, bidimensionnelle ou axisymétrique, en utilisant la méthode des caractéristiques.

L'interaction entre la mécanique des fluides et les mathématiques appliquées est depuis longtemps fluctueuse. Les phénomènes physiques complexes comme les écoulements supersoniques posent des problèmes mathématiques difficiles, ainsi les résultats théoriques actuelles ne concernent que des exemples où la physique est modélisée de façon très simplifiée, mais les méthodes numériques développées à partir de ces analyses mathématiques sont de plus en plus performantes et fournissent à l'ingénieur de nouveaux outils (éléments finis par exemple) d'aide à la conception (soufflerie numérique). Notons que ces progrès sont intimement liés à l'emploi de calculateurs de plus en plus puissants comme les ordinateurs.

II.1.1. Hypothèses :

La résolution du problème d'écoulement dans les tuyères supersoniques consiste à résoudre simultanément les équations de conservations de la masse, quantités de mouvement axiale et radiale et de l'énergie. Notons que ces équations sont des équations différentielles aux dérivées partielles dont la résolution n'est pas connue a priori, vu le manque des conditions aux limites pour l'unicité de la solution, étant donné encore que le profil de la tuyère est lui-même inconnu et recherché. A ce titre, on a mentionné et considéré les hypothèses suivantes :

- 1- l'écoulement est entièrement établi (stationnaire).
- 2- les forces à distances, telle que, l'effet de la pesanteur, les interactions entre les particules du fluide sont négligées et les forces extérieures de source électriques et magnétiques sont absentes.
- 3- le gaz est parfait. Cependant, le volume occupé par les molécules du gaz est supposé nul, ce qui donne que l'effet de la viscosité est négligé.
- 4- le gaz est thermiquement parfait. Cependant, la variation ou l'augmentation de la température ne permet pas la dissociation des molécules.
- 5- le gaz est caloriquement parfait, ce qui donne C_p et γ restent constantes durant la détente du gaz et ne dépendent pas de la température.
- 6- l'écoulement est entièrement isentropique. Cette propriété est expliquée par l'absence de dissipation causée par la naissance des ondes de choc.
- 7- l'écoulement est idéal, le transfert de chaleur par conduction entre les différentes particules de gaz est négligé.
- 8- l'écoulement est irrotationnel. Cette hypothèse est vérifiée tant que l'entropie est invariable.

9- le transfert de chaleur forcé par convection ou rayonnement avec la paroi de la tuyère est absent.

II.2. L'équation différentielle simple :

Faisons une combinaison linéaire de dérivées partielles de premier ordre de la fonction $f(x, y)$, on obtient l'équation différentielle partielle de premier ordre suivante :

$$a \cdot f_x + b \cdot f_y + c = 0 \quad (II.1)$$

Dans l'équation (II.1) les coefficients a et b et le coefficient de non homogénéité c , peuvent être fonction de x , y et f [$a = a(x, y, f)$, etc.] les équations de caractéristique et de compatibilité sont tirées ci-dessous.

Considérons premièrement l'approche de la recherche, et réécrivant l'équation (II.1) comme suit :

$$a \left(f_x + \frac{b}{a} \cdot f_y \right) + c = 0 \quad (II.2)$$

Si la fonction $f(x, y)$ est continue, la différence totale s'écrit :

$$df = f_x \cdot dx + f_y \cdot dy \quad (II.3)$$

Et peut-être encore écrite comme suit :

$$\frac{df}{dx} = \left(f_x + \frac{dy}{dx} f_y \right) \quad (II.4)$$

La caractéristique pour l'équation (II.1) est définie comme la courbe dans le plan (x, y) qui a une pente à chaque point donnée par :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b}{a} = \lambda(x, y, f) \quad (II.5)$$

Où la pente λ peut dépendre de x , y et f car en général les coefficients a et b sont à l'origine en fonctions de ces dernières.

L'équation (II.4) peut être écrite :

$$\frac{df}{dx} = \left(f_x + \frac{a}{b} f_y \right) \quad (II.6)$$

Substituant l'équation (II.6) dans (II.2) on obtient l'équation (II.7)

$$a \cdot df + c \cdot dx = 0 \quad (II.7)$$

L'équation (II.7) est une équation différentielle totale valable tout le long, et uniquement le long, de la caractéristique C spécifiée par (II.5), par conséquent l'équation (II.7) est l'équation de compatibilité qui correspond à (II.1).

La fonction $f(x, y)$ est déterminée le long de la caractéristique en solvant l'équation de compatibilité (II.7), qui est une équation différentielle totale reliant df à dx , donc la seule démarche pour la résolution de ce genre de problèmes c'est de remplacer l'équation (II.1) par le système d'équation (II.5) et (II.7), ce qui est à l'origine de la méthode des caractéristiques.

Dans le cas générale où a et b dépendent de la fonction inconnue $f(x, y)$, l'équation (II.5) ne peut être intégrée qu'après avoir déterminé la fonction f en intégrant l'équation (II.7).

Dans certains cas où a , b et c sont d'une expression compliquée, le recours au intégrales numériques est la seule issue.

Pour résoudre l'équation (II.1) une condition initiale est indispensable, la Fig. (II.1)[32], représente schématiquement la ligne de valeurs initiales $\Gamma_0(x, y)$ dans le plan (x, y) le long de laquelle $f(x, y) = f_0(x, y)$ est spécifiée.

On choisit n'importe quel point $P(x, y)$, en suite on intègre l'équation (II.5) pour pouvoir déterminer la caractéristique C passant par le point initial P et la valeur de f à n'importe quel point Q sélectionné sur la caractéristique C est déterminée en intégrant l'équation de compatibilité à partir du point P jusqu'au point Q le long de la caractéristique C , et comme cité auparavant, les deux équations de compatibilité et de caractéristique sont résolus simultanément et dans la majorité des cas on a toujours recours à des techniques de résolution numérique.

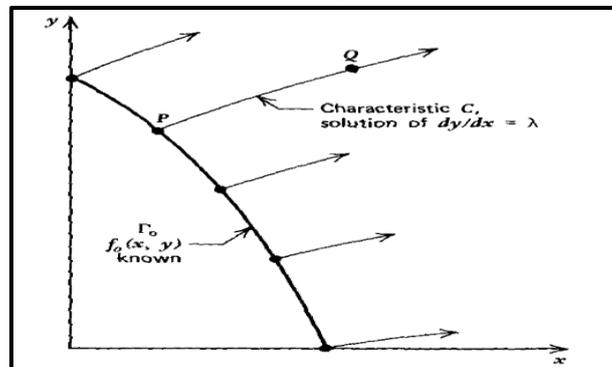


Fig. (II.1) : Caractéristique d'une équation différentielle de premier ordre.

En sélectionnant plusieurs points sur la ligne initiale Γ_0 comme le point P , le plan (x, y) est entièrement couvert de caractéristiques où sur chacune l'ensemble des valeurs de la fonction f sont déterminées.

Si la résolution est faite numériquement, plus qu'on réduit l'espacement entre les points, on s'approche d'avantage à la continuité de la distribution de la solution.

Il est très important d'observer les restrictions avant d'utiliser la méthode des caractéristiques, car elle est uniquement applicable dans le cas des équations différentielles hyperboliques quasi linéaires.

Elle est développée ici pour une équation différentielle partielle de premier ordre, mais la théorie peut être étendue à des équations différentielles d'ordre supérieur, autrement il n'y a guère de restrictions dans les équations, elles peuvent même être non homogènes et non linéaires.

II.3. Système de deux équations différentielles partielles :

Considérons un système d'équations différentielles partielles noté par L_1 et L_2 comprenant les deux variables dépendantes $u(x, y)$ et $v(x, y)$:

$$\begin{cases} L_1 = a_{11}u_x + b_{11}u_y + a_{12}v_x + b_{12}v_y + c_1 = 0 \\ L_2 = a_{21}u_x + b_{21}u_y + a_{22}v_x + b_{22}v_y + c_2 = 0 \end{cases} \quad (II.8)$$

Les coefficients a , b et c peuvent être fonctions de u et v , il est donc préférable de trouver un système d'équations de caractéristique et de compatibilité qui remplace l'équation (II.8).

Du fait que les équations (II.8) sont couplées de variables $u(x, y)$ et $v(x, y)$ les deux équations doivent être résolues simultanément.

$$\text{Soit :} \quad L = \sigma_1 L_1 + \sigma_2 L_2 = 0 \quad (II.9)$$

Où σ_1 et σ_2 deux coefficients à déterminer.

Remplaçons (II.8) dans (II.9) et exprimant le résultat sous la forme de (II.2) :

$$\begin{aligned} & (a_{11}\sigma_1 + a_{21}\sigma_2) \left[u_x + \frac{b_{11}\sigma_1 + b_{21}\sigma_2}{a_{11}\sigma_1 + a_{21}\sigma_2} u_y \right] \\ & + (a_{12}\sigma_1 + a_{22}\sigma_2) \left[v_x + \frac{b_{12}\sigma_1 + b_{22}\sigma_2}{a_{12}\sigma_1 + a_{22}\sigma_2} v_y \right] + (c_1\sigma_1 + c_2\sigma_2) = 0 \end{aligned} \quad (II.10)$$

Puisque les variables dépendantes doivent être continues, il faut que :

$$\text{et} \quad \begin{cases} \frac{du}{dx} = u_x + \lambda u_y \\ \frac{dv}{dx} = v_x + \lambda v_y \end{cases} \quad (II.11)$$

$$\text{Où} \quad \lambda = \frac{dy}{dx}$$

Donc les caractéristiques sont définies comme les courbes ayant les pentes suivantes :

$$\text{et} \quad \begin{cases} \lambda = \frac{b_{11}\sigma_1 + b_{21}\sigma_2}{a_{11}\sigma_1 + a_{21}\sigma_2} \\ \lambda = \frac{b_{12}\sigma_1 + b_{22}\sigma_2}{a_{12}\sigma_1 + a_{22}\sigma_2} \end{cases} \quad (II.12)$$

Le long de la caractéristique spécifiée par (II.12) l'équation (II.10) peut s'écrire comme suit :

$$(a_{11}\sigma_1 + a_{21}\sigma_2) du + (a_{12}\sigma_1 + a_{22}\sigma_2) dv + (c_1\sigma_1 + c_2\sigma_2) dx = 0 \quad (II.13)$$

L'équation (II.13) est l'équation de compatibilité de l'équation (II.8).

Par contre l'équation (II.12) peut être réécrite comme suit :

$$\begin{cases} \sigma_1(a_{11}\lambda - b_{11}) + \sigma_2(a_{21}\lambda - b_{21}) = 0 \\ \sigma_1(a_{12}\lambda - b_{12}) + \sigma_2(a_{22}\lambda - b_{22}) = 0 \end{cases} \quad (II.14)$$

Pour que cette équation ait une solution, autre que la triviale $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$, on doit satisfaire la

condition :

$$\begin{vmatrix} (a_{11}\lambda - b_{11}) & (a_{21}\lambda - b_{21}) \\ (a_{12}\lambda - b_{12}) & (a_{22}\lambda - b_{22}) \end{vmatrix} = 0 \quad (II.15)$$

Ce qui nous ramène à l'équation suivante :

$$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0 \quad (II.16)$$

Tel que les constantes a , b et c sont définies par:

$$\begin{cases} a = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \\ b = -a_{22}b_{11} - a_{11}b_{22} + a_{21}b_{12} + a_{12}b_{21} \\ c = b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21} \end{cases}$$

Du fait que a , b , c sont fonction des coefficients de l'équation d'origine (II.8), certainement il sont donc fonction de x , y , u et de v .

Le type de l'équation différentielle partielle est déterminé selon le signe de Δ tel que : $\Delta = b^2 - 4ac$.

- Si $\Delta < 0$; il n'existe pas de solution réel pour λ et les caractéristiques sont imaginaires, l'équation est de types elliptique.
- Si $\Delta = 0$; une caractéristique réelle traverse chaque point et le type de ce genre d'équations est parabolique.
- Si $\Delta > 0$; deux caractéristiques réelles traversent chaque point et l'équation est de type hyperbolique

Dans notre étude on se concentre sur le troisième type du fait qu'on veut étudier l'écoulement supersonique du fait qu'il est gouverné par un système d'équations hyperboliques.

Les deux caractéristiques qui satisfassent ce système d'équations hyperboliques sont :

$$\frac{dy}{dx} = \lambda_+ \quad \text{et} \quad \frac{dy}{dx} = \lambda_- \quad (II.17)$$

Puisque λ_+ et λ_- sont fonctions de x , y , u et v , la position des caractéristiques dépendent de la valeur particulière de u et v .

Supposons que la solution pour u et v existe, les équations $\frac{dy}{dx} = \lambda_+(u, v, x, y)$ et

$\frac{dy}{dx} = \lambda_-(u, v, x, y)$ où u et v sont fonctions de x et y , sont deux équations différentielles de premier ordre qui définissent deux familles de caractéristiques dans le plan (x, y) .

Retournons maintenant à l'équation (II.13) qui est l'équation de compatibilité du système, les paramètres arbitraires σ_1 et σ_2 peuvent être exprimés en fonction de λ_+ et λ_- .

La résolution du système d'équations (II.14) et (II.13) pour les valeurs de σ_1 et σ_2 est très simple puisque c'est un système de trois équations avec deux inconnus.

Donc deux équations sont obtenues la première est en fonction de λ_+ et la deuxième en fonction de λ_- , ce sont deux équations de compatibilités relient du , dv , dx et dy le long de la caractéristique donnée par l'équation (II.16), donc on peut remplacer l'équation différentielle d'origine (II.8) par les équations (II.13) et (II.16).

L'intégrale de l'équation (II.16) détermine deux caractéristiques dans le plan (x, y) passent par chaque point une correspond à λ_+ et la deuxième à λ_- . Comme le cas d'une équation différentielle partielle simple, une condition initiale doit être spécifiée ou calculée le long d'une ligne initiale Γ_0 située sur le plan (x, y) et la solution peut être étendue à partir de ces valeurs initiales le long de toutes les caractéristiques sur le plan (x, y) .

Le long de chaque caractéristique C_+ et C_- correspondant respectivement à λ_+ et λ_- une relation entre du , dv , dx et dy est établie à partir de l'équation de compatibilité, parce que cette équation comprend u et v au même temps, elle ne peut pas être résolue pour u et v dans une seule caractéristique.

Dans l'intersection des deux caractéristiques C_+ et C_- deux équations reliant u et v sont indispensables, une équation de compatibilité valable le long de C_+ et une autre valable le long de C_- , donc au lieu d'intersection on dispose des équations suffisantes pour trouver u et v .

La figure (II.2)[32] illustre schématiquement ce concept, la ligne initiale est notée par Γ_0 où u et v sont connues, en chaque point de cette dernière les deux caractéristiques C_+ et C_- sont extrudées dans le plan (x, y) en intégrant l'équation (II.13).

Les deux caractéristiques extrudées à partir d'un point par exemple A ne s'interceptent jamais pour cela la même démarche est répétée à partir d'un autre point B , alors maintenant la caractéristique C_- dite *descendante* provenant du point A intercepte la caractéristique C_+ dite *montante* provenant du point B au niveau du point D , les deux équations de compatibilités valables le long de AD et de BD doivent être résolus simultanément pour u et v au point D .

Cette procédure va être répétée pour chaque deux points adjacents sur la ligne initiale Γ_0 jusqu'aux points finaux.

Une nouvelle ligne initiale notée par Γ_1 sera obtenue sur laquelle la solution est connue, et on refait la même procédure précédente jusqu'à l'obtention d'un seul point final, si les points sur la ligne initiale sont terminés, on peut imposer des conditions aux limites sur la paroi par exemple pour démarrer de même manière le processus de calcul.

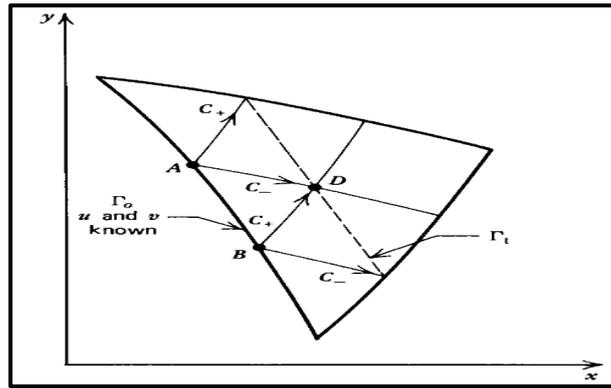


Fig. (II.2) : Résultat de caractéristiques pour un système de deux EDP de premier ordre.

En générale, du fait de la non linéarité des équations et que les équations de compatibilité et de caractéristiques sont couplées, le recours à la résolution numérique est pratiquement inévitable.

Il est très important de s'assurer que les deux variables indépendantes u et v sont bien continues sur tout le domaine d'intégration, inversement c'est ce qui se traduit par la présence d'ondes de choc, loin de ça aucune restriction ne peut s'opposer à l'utilisation de la méthode des caractéristiques.

II.4. Domaine de dépendance et champ d'influence :

Ce qui est présenté dans la section précédente est guidé justement par ce concept de domaine de dépendance et champ d'influence.

La figure (II.3). [32] illustre le domaine de dépendance du point P , elle est la région dans le plan (x, y) limitée par les deux caractéristiques extrudées à partir de la ligne initiale Γ_0 et qui se rencontrent au point P . c'est le domaine où la solution au problème de valeurs initiale peut être obtenue.

La figure (II.4). [32] illustre le champ d'influence du point Q situé sur la ligne initiale Γ_0 c'est la région dans le plan (x, y) qui contient tous les points influencés par la valeur initiale au point Q , le champ d'influence est composé de tous les points incluant le point Q dans leur domaines de dépendances, autrement dit c'est la région limitée par les deux caractéristiques extrudées à partir du point Q .

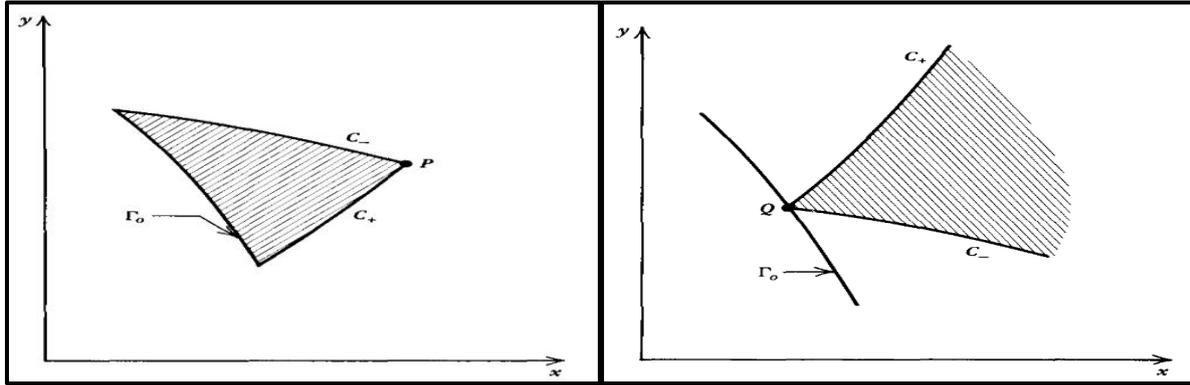


Fig. (II.3) : Domaine de dépendance.

Fig. (II.4) : Champ d'influence.

Maintenant pour que la solution soit exacte, la ligne de valeurs initiales ne peut pas être à n'importe quelle place. Mais elle est déterminée par la position des points qui la forme, qui doivent être à l'origine d'une intersection de deux caractéristiques, ce type de problème est appelé problème de Goursat [32].

En appliquant la méthode des caractéristiques on peut résoudre plusieurs systèmes d'EDP très compliquées, pourvu qu'il soit quasi-linéaire et hyperbolique, ce type d'équation est fréquemment rencontré dans des problèmes d'écoulements des fluides.

II.5. Application pour étude d'écoulement irrotationnel supersonique plan et axisymétrique :

II.5.1. Introduction :

La théorie de la méthode des caractéristiques est maintenant appliquée pour développer une procédure numérique afin d'analyser un écoulement bidimensionnel supersonique irrotationnel plan et axisymétrique.

On a montré déjà que les lignes caractéristiques sont des lignes de mach, et aussi on sait qu'il y'a suffisamment d'équations de compatibilité pour remplacer l'équation différentielle partielle qui gouverne ce phénomène physique.

II.5.2. Les équations gouvernantes :

Les équations qui gouvernent cet exemple d'écoulements ne sont autres que :

➤ **L'équation de dynamique des gaz:**

$$(u^2 - a^2)u_x + (v^2 - a^2)v_y - 2uvu_y - \delta \frac{a^2 v}{y} = 0 \tag{II.17}$$

Où : $\begin{cases} \delta = 0 \text{ pour un écoulement plan} \\ \text{et } \delta = 1 \text{ pour un écoulement axisymétrique.} \end{cases}$

➤ **La condition de l'irrotationalité :**

$$u_y - v_x = 0 \tag{II.18}$$

➤ *La relation de la vitesse de son:*

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}(\mathbf{V}) = \mathbf{a}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \quad (\text{II.19})$$

Les deux équations (II.17) et (II.18), représentent un système d'équations décrivant la variation de la vitesse axiale et radiale dans le cas d'un écoulement supersonique irrotationnel plan ou axisymétrique.

II.5.2.1. L'équation de caractéristiques :

La procédure citée avant dans la partie (II.3), est maintenant intégralement exploité, pour un système d'équation comprenant les deux équations (II.17) et (II.18).

$$\sigma_1(\text{II.17}) + \sigma_2(\text{II.18}) = 0$$

Remplaçons les deux équations (II.17) et (II.18) dans l'équation précédente et faisant ressortir σ_1 et σ_2 en facteur, on obtient l'équation (II.20) :

$$\sigma_1(\mathbf{u}^2 - \mathbf{a}^2) \left[\mathbf{u}_x + \frac{\sigma_1(2\mathbf{u}\mathbf{v}) + \sigma_2}{\sigma_1(\mathbf{u}^2 - \mathbf{a}^2)} \mathbf{u}_y \right] + (-\sigma_2) \left[\mathbf{v}_x + \frac{\sigma_1(\mathbf{v}^2 - \mathbf{a}^2)}{-\sigma_2} \mathbf{v}_y \right] - \frac{\sigma_1 \delta \mathbf{a}^2 \mathbf{v}}{y} = 0 \quad (\text{II.20})$$

Si on vérifie le critère de continuité des variables $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ et $\mathbf{v}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ alors l'équation est valable, et en accord avec l'équation (II.12) on obtient automatiquement les pentes des caractéristiques correspondant à la relation (II.20) qui sont égaux aux coefficients de \mathbf{u}_y et \mathbf{v}_y :

$$\text{et } \begin{cases} \lambda = \frac{\sigma_1(2\mathbf{u}\mathbf{v}) + \sigma_2}{\sigma_1(\mathbf{u}^2 - \mathbf{a}^2)} \\ \lambda = \frac{\sigma_1(\mathbf{v}^2 - \mathbf{a}^2)}{-\sigma_2} \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

Substituant l'équation (II.12) dans (II.21), on obtient :

$$\sigma_1(\mathbf{u}^2 - \mathbf{a}^2) d\mathbf{u} - \sigma_2 d\mathbf{v} - \left(\frac{\sigma_1 \delta \mathbf{a}^2 \mathbf{v}}{y} \right) d\mathbf{x} = 0 \quad (\text{II.22})$$

L'équation (II.22) est analogue à (II.13), elle est une équation différentielle totale, en conséquence elle est l'équation de compatibilité correspondant au système d'équation (II.17) et (II.18), l'équation (II.22) est valable lorsque λ est donné par l'équation (II.21).

Il reste maintenant à dériver les expressions par rapport à λ et éliminer les inconnues σ_1 et σ_2 de l'équation (II.22), l'équation (II.21) peut être écrite par :

$$\begin{cases} \sigma_1[(\mathbf{u}^2 - \mathbf{a}^2)\lambda - 2\mathbf{u}\mathbf{v}] + \sigma_2(-1) = 0 \\ \sigma_1(\mathbf{v}^2 - \mathbf{a}^2) + \sigma_2(\lambda) = 0 \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

L'équation (II.23) est analogue à l'équation (II.14), pour qu'il y'ait une solution pour σ_1 et σ_2 autre que la triviale, il faut bien que :

$$\begin{vmatrix} [(\mathbf{u}^2 - \mathbf{a}^2)\lambda - 2\mathbf{u}\mathbf{v}] & -1 \\ (\mathbf{v}^2 - \mathbf{a}^2) & \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{II.24})$$

Donc : $(u^2 - a^2)\lambda^2 - 2uv\lambda + (v^2 - a^2) = 0$ (II.25)

L'équation (II.25) est analogue à l'équation (II.16).

Résolvant l'équation (II.25) pour la valeur de λ pour que l'équation (II.22) soit valable, on obtient l'équation (II.26):

$$\lambda_{\pm} = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\pm} = \frac{uv \pm a^2 \sqrt{M^2 - 1}}{u^2 + a^2}$$
 (II.26)

L'équation (II.26) produit deux résultats différents pour λ notés en + et en - correspondant respectivement aux signes positif et négatif précédant la racine carrée.

Ces deux équations différentielles ordinaires représentent deux courbes dans le plan (x, y) qui sont bien entendu les deux caractéristiques de ce modèle de calcul.

Elles ne sont réelles que lorsque le nombre de Mach $M > 1$, par conséquent la méthode des caractéristiques est appliquées pour l'étude d'un écoulement bidimensionnel plan et axisymétrique supersonique et non pas pour un écoulement subsonique.

A partir des géométries présentées sur les figures (II.5) et (II.6) [32], une autre forme alternative de l'équation (II.26) peut être obtenue en exprimant u et v en fonction du module de vitesse V et de l'angle de lignes de courant ou de l'écoulement, et on déduit aussi une expression de M en fonction de l'angle de Mach α .

$$u = V \cos \theta ; \quad v = V \sin \theta ; \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{v}{u}\right)$$
 (II.27)

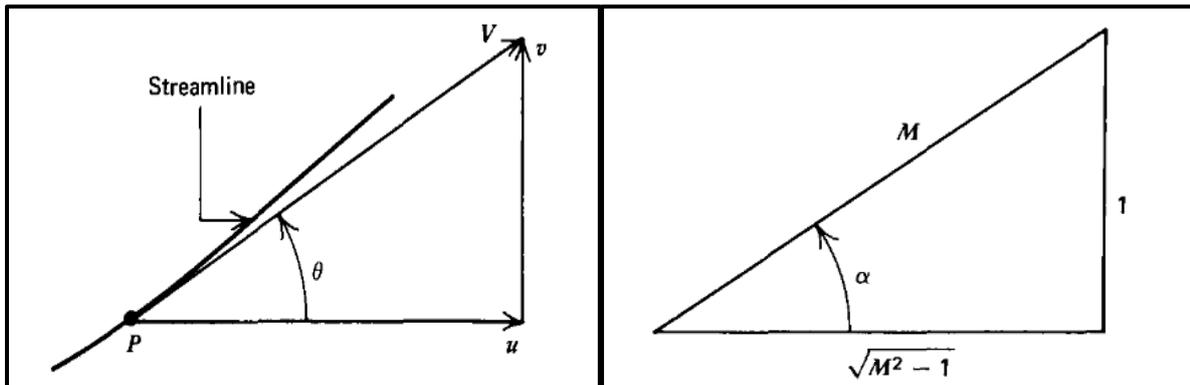


Fig. (II.5) : Relation entre u, v et V, θ .

Fig. (II.6) : Relation entre α et M .

A partir de la figure (II.6) [1] on peut obtenir les relations suivantes:

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{1}{M}\right); \quad M = \frac{v}{a} = \frac{1}{\sin \alpha} ; \quad \sqrt{M^2 - 1} = \cot \alpha$$
 (II.28)

Le remplacement des équations (II.27) et (II.28) dans l'équation (II.26) permet d'aboutir à l'équation (II.29):

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\pm} = \lambda_{\pm} = \tan(\theta \pm \alpha) \quad (II.29)$$

La figure (II.7)[32] illustre la géométrie des caractéristiques C_+ et C_- dans le plan (x, y) elle montre clairement aussi que les deux caractéristiques, sont bien symétriques par rapport à la ligne de courant, faisant respectivement les angles α_+ et α_- avec l'angle θ de la ligne de courant, qui est l'angle formé par la tangente à la ligne de courant au point P avec l'axe X .

La ligne caractéristique est la courbe, le long où les informations dans un écoulement sont propagées d'un point amont vers un point aval.

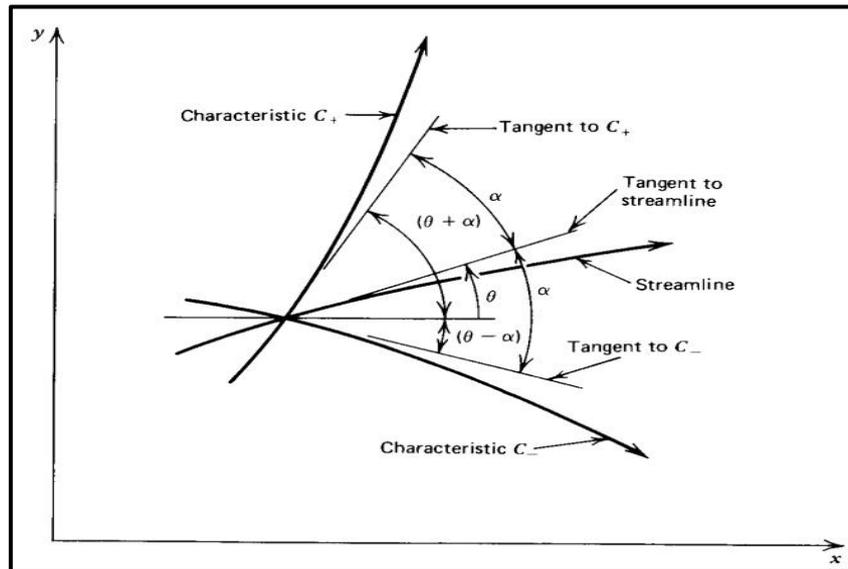


Fig.(II.7) : Les caractéristiques d'un écoulement Bidimensionnel Irrotationnel et Supersonique.

II.5.2.2. L'équation de compatibilité :

L'équation (II.22) est l'équation de compatibilité pour un écoulement supersonique. Elle exprime la relation entre u et v le long de la caractéristique (ligne de Mach).

Pour appliquer l'équation (II.22), les paramètres σ_1 et σ_2 doivent être éliminés, ce qui est fait en résolvant l'équation (II.23) pour σ_2 en fonction de σ_1 .

Donc :

$$\begin{cases} \sigma_2 = \sigma_1 [(u^2 - a^2)\lambda - 2uv] \\ \sigma_2 = -\sigma_1 \frac{v^2 - a^2}{\lambda} \end{cases} \quad (II.30)$$

En remplaçant l'équation (II.30) dans l'équation (II.22) et divisons par σ_1 , on obtient finalement l'équation de compatibilité pour ce type d'écoulement :

$$(u^2 - a^2)du_{\pm} + [2uv - (u^2 - a^2)\lambda_{\pm}]dv_{\pm} - \left(\frac{\delta a^2 v}{y}\right) dx_{\pm} = 0 \quad (II.31)$$

En remplaçant l'équation (II.29) dans l'équation (II.31) on obtient une autre forme pour l'équation de compatibilité présentée ci-dessous.

$$du_{\pm} + \lambda_{\mp} dv_{\pm} - \delta \left(\frac{a^2 v}{y} \right) dx_{\pm} = 0 \quad (\text{II.32})$$

Dans cette équation le signe inverse \mp indiqué pour λ montre que lorsque du , dv et dx sont calculés le long de la caractéristique, la valeur de λ représente celle de C_- et inversement.

Il existe une multitude, d'autres formes données à l'équation de compatibilité (II.31), mais dans notre cas, on se contente de ce résultat et on l'exploite pour trouver une solution numérique au problème d'écoulement supersonique bidimensionnel irrotationnel plan et axisymétrique.

II.5.3. Récapitulatif :

A présent, on a à résoudre un système d'équations différentielles totales suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{dy}{dx} \right)_{\pm} = \lambda_{\pm} = \tan(\theta \pm \alpha) \quad \text{équation de caractéristique (II.29)} \\ (u^2 - a^2) du_{\pm} + [2uv - (u^2 - a^2)\lambda_{\pm}] dv_{\pm} - \left(\frac{\delta a^2 v}{y} \right) dx_{\pm} = 0 \quad \text{équation de compatibilité (II.31)} \end{array} \right.$$

II.6. Mise en œuvre numérique de la méthode des Caractéristiques :

II.6.1. Introduction :

Dans la partie précédente, on a fait sortir l'équation de compatibilité pour un écoulement irrotationnel bidimensionnel supersonique permanent.

Dans cette partie une méthode numérique basée sur la méthode de prédiction correction d'Euler et de la méthode des différences finis est développée pour l'intégration de cette dernière.

II.6.2. Procédure d'intégration numérique :

On sait bien que la relation (II.29) représente deux caractéristiques passant à n'importe quel point dans l'écoulement et l'équation (II.31) définit une relation entre les composantes (u , v) de la vitesse V dans une des deux caractéristiques précédentes. Pour obtenir deux relations indépendantes entre u et v à un point dans l'écoulement, le processus de calcul doit se faire au point d'intersection des deux caractéristiques. Car au point d'intersection on a une relation entre u et v pour chaque caractéristique, donc deux équations à deux inconnues, alors deux relations pour les deux inconnues peuvent être tirées.

La figure (II.8) [32] illustre comment la caractéristique passant par le point I et celle passant par le point 2 s'intercepte au point 4 , cette procédure concerne un point interne, une petite modification et le processus sera applicable sur un point paroi et un point sur l'axe.

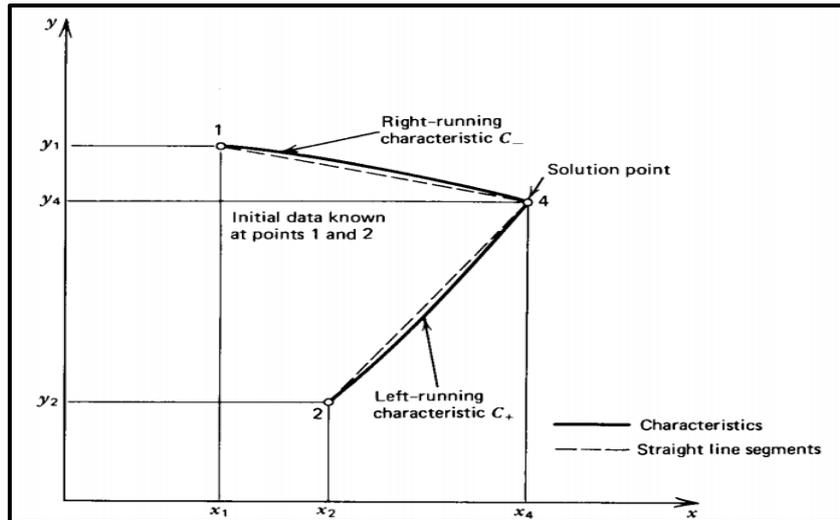


Fig.(II.8) :Schéma de calcul par différences finis pour la méthode des caractéristiques.

En générale la méthode des différences finis est employée pour intégrer les équations (II.29) et (II.31).Par conséquent en construisant le maillage, la portion du maillage qui connecte deux point du maillage comme le point 1 avec le point 4 et le point 2 avec le point 4 de la figure (II.8) est remplacé par la ligne droite montrée en pointillée.

Dans ce travaille on a utilisé pour intégrer les équations (II.29) et (II.31), la méthode de prédiction correction d'Euler [33],[34] qui est une méthode d'intégration numérique des équations différentielles totales. La partie correction de cet algorithme est basée sur la moyenne des coefficients.

Les coefficients des équations différentielles sont déterminés comme moyennes des valeurs initiales et de la solution initiale. Hoffman [35]a montré que de bons résultats sont obtenues en utilisant cet algorithme.

II.6.3. La méthode de prédiction et de correction d'EULER :

Les étapes de bases de cette méthode sont présentées ci-dessous.

Considérons l'équation différentielle ordinaire suivante : $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ (II.33)

Qui peut être écrite sous la forme : $dy = f(x, y)dx$ (II.34)

Le problème est d'intégrer l'équation (II.34) numériquement à partir d'un point de départ connu et désigné comme (x_i, y_i) où $y_i = y(x_i)$.

La valeur prédite de la solution à $x_{i+1} = x_i + \Delta x$, notée par $y^0(x_i + \Delta x) = y^0_{i+1}$ est obtenue à partir de l'algorithme de prédiction d'Euler suivant ;

$$y^0_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)\Delta x \tag{II.35}$$

Où Δx est le pas choisit pour la méthode des différences finis. Il faut vraiment faire attention au choix de ce dernier parce que l'erreur commise par la méthode de prédiction varie linéairement avec Δx [32].

L'exactitude de la solution par la méthode d'Euler est obtenue en employant y_i et y_{i+1}^0 pour estimer la valeur de $y_{i+\frac{1}{2}} = y\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}\right)$, et en remplaçant $f(x_i, y_i)$ dans l'équation (II.35) par $f(x, y)$ déterminé au point central de l'intervalle, donc;

$$y_{i+1}^1 = y_i + f\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, \frac{y_i + y_{i+1}^0}{2}\right) \Delta x \quad (II.36)$$

Où $y_{i+1}^1 = y^1(x_i + \Delta x)$ est la valeur correcte de la solution au point x_{i+1} . L'équation (II.36) est l'algorithme de correction. La méthode de prédiction correction peut être plus exacte en remplaçant la valeur de y_{i+1}^0 par la valeur de y_{i+1}^1 dans l'équation (II.36) pour obtenir le résultat le plus exact y_{i+1}^2 , ou le signe 2 représente la deuxième application du correcteur, et la formule suivante représente le cas générale du correcteur :

$$y_{i+1}^n = y_i + f\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, \frac{y_i + y_{i+1}^{n-1}}{2}\right) \Delta x \quad (II.37)$$

Où y_{i+1}^n est la valeur de y après n applications du correcteur.

L'équation (II.37) est appelé l'algorithme de prédiction correction d'Euler avec itérations.

Généralement pour la stabilité de cette méthode numérique, on limite toujours la valeur de Δx par une borne supérieure, mais dans notre cas d'étude d'un écoulement isentropique cette dernière est tellement grande que la stabilité n'est pas affecté [32].

II.6.4. La méthode directe et la méthode inverse :

Il existe deux solutions possibles pour intégrer les équations de caractéristiques et celles de compatibilité ; la méthode directe et la méthode inverse.

La figure (II.9) illustre schématiquement la méthode directe et la figure (II.10) montre la méthode inverse.

Dans la méthode directe, des familles continues de caractéristiques montantes et descendantes sont suivies à travers l'écoulement, en appliquant cette méthode directement à partir de deux points déterminés auparavant comme le point 1 et 2 dans la figure (II.9), la solution au point 4 peut être déterminée.

Dans la méthode inverse la solution est obtenue à partir de deux lignes successives appelées les lignes de solutions qui ne sont pas des caractéristiques. Typiquement ces lignes sont perpendiculaires à l'écoulement, comme la ligne AB et CD de la figure (II.10).

Les points où les propriétés du fluide doivent être déterminées sur la ligne solution comme la ligne **AB** dans la figure (II.10) sont pré-spécifiées. La procédure de calcul est obtenue en projetant un point sur la ligne solution, comme le point **4**, pour intercepter l'ancienne ligne de solution notée **CD**. Les propriétés du fluide aux points **1** et **2** sont obtenues à l'aide d'une interpolation le long de la ligne de solution connue **CD**.

L'avantage de la méthode directe c'est que les points **1** et **2** et leurs propriétés sont connus sans procéder à une interpolation. Quand à la méthode inverse, elle a un petit avantage dans la logique de calcul, toutefois du fait que le nombre et la position des point solutions doivent être déterminés à l'avance. En générale la méthode directe est la plus précise des deux méthodes.[32]

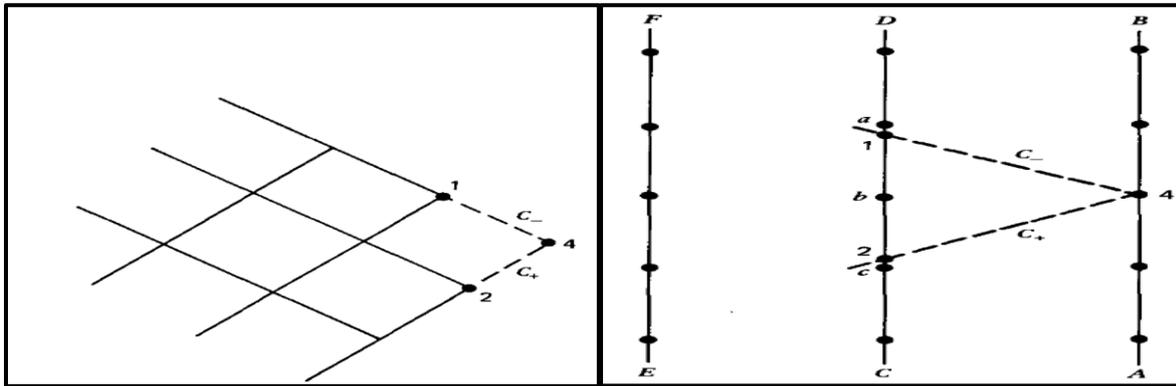


Fig.(II.9) : La méthode directe.

Fig.(II.10) : La méthode inverse.

II.6.5. Les équations aux différences finis :

La figure (II.8) illustre schématiquement le maillage pour différences finis pour la détermination des propriétés de l'écoulement dans un point interne.

$$\Delta y_{\pm} = \lambda_{\pm} \Delta x_{\pm} \tag{II.38}$$

$$Q_{\pm} \Delta u_{\pm} + R_{\pm} \Delta v_{\pm} - S_{\pm} \Delta x_{\pm} = 0 \tag{II.39}$$

$$\lambda_{\pm} = \tan(\theta \pm \alpha) \tag{II.40}$$

$$Q = u^2 - a^2 \tag{II.41}$$

$$R = 2uv - (u^2 - a^2)\lambda \tag{II.42}$$

$$S = \delta \frac{a^2 v}{y} \tag{II.43}$$

Les relations ci-dessus présente les équations en différences finis des équations de caractéristiques et de compatibilités où le signe + et - représentent respectivement les *caractéristiques montantes* et les *caractéristiques descendantes*. Pour la méthode d'Euler, les équation en différences finis sont obtenues à partir des équations différentielles en remplaçant **dx**, **dy**, **du** et **dv** par **Δx**, **Δy**, **Δu** et **Δv**. Les coefficients **λ**, **Q**, **R** et **S** sont déterminés aux points initiaux pour le prédicteur et à une valeur moyenne pour le correcteur.

II.6.6. Procédure de calcul pour un point interne :

Le point situé à l'intérieur de l'écoulement supersonique comme le point **4** sur la figure (II.9) est appelé un point interne. La logique des différences finis et le maillage correspondant est

présenté sur la figure (II.8), le point interne est situé à l'intersection des caractéristiques C_+ et C_- provenant respectivement des points **2** et **1**.

La position et les paramètres de l'écoulement aux points **1** et **2** sont supposés connus, Les deux points sont appelés valeurs initiales.

Maintenant le problème est de trouver une méthode pour déterminer la position et les paramètres de l'écoulement au point interne **4**, à partir des deux points **1** et **2**.

La solution est d'intégrer les équations des caractéristiques et de déterminer les deux caractéristiques **14** et **24**, en suite intégrer les équations de compatibilités valables le long de ces deux caractéristiques et enfin résoudre le système de quatre équations algébriques pour les quatre inconnus x_4, y_4, u_4 et v_4 .

On présente ci-dessous la logique de résolution sans entrer dans les détails de la résolution numériques ou les techniques de programmation.

En utilisant les équations (II.38) dans leurs formes éclatées on trouve ce qui suit :

$$y_4 - \lambda_+ x_4 = y_2 - \lambda_+ x_2 \quad (II.44)$$

$$y_4 - \lambda_- x_4 = y_1 - \lambda_- x_1 \quad (II.45)$$

Les équations (II.44) et (II.45) forment un système à deux équations d'où on peut tirer facilement les inconnues x_4 et y_4 , où les pentes sont présentées ci-dessous:

$$\lambda_+ = \tan(\theta_+ + \alpha_+) \quad (II.46)$$

$$\lambda_- = \tan(\theta_- + \alpha_-) \quad (II.47)$$

Où ;

$$\theta_{\pm} = \tan^{-1} \left(\frac{V_{\pm}}{u_{\pm}} \right) \quad (II.48)$$

$$V_{\pm} = \sqrt{u_{\pm}^2 + v_{\pm}^2} \quad (II.49)$$

$$a_{\pm} = a(V_{\pm}) \quad (II.50)$$

$$M_{\pm} = \frac{V_{\pm}}{a_{\pm}} \quad (II.51)$$

$$\alpha_{\pm} = \sin^{-1} \left(\frac{1}{M_{\pm}} \right) \quad (II.52)$$

Par conséquent les valeurs de θ_{\pm} , α_{\pm} et de λ_{\pm} peuvent être déterminées en spécifiant u_{\pm} et v_{\pm} .

Les équations de comptabilités (II.39) peuvent aussi être écrites comme suit :

$$Q_+ u_4 + R_+ v_4 = T_+ \quad (II.53)$$

$$Q_- u_4 + R_- v_4 = T_- \quad (II.54)$$

Tel que ;

$$T_+ = S_+(x_4 - x_2) + Q_+ u_2 + R_+ v_4 \quad (II.55)$$

$$T_- = S_-(x_4 - x_1) + Q_- u_1 + R_- v_1 \quad (II.56)$$

De même manière (II.53) et (II.54) forment un système à deux inconnues qu'on peut résoudre pour u_4 et v_4 , où les coefficients sont listés ci-dessous :

$$Q_+ = (u_+^2 - a_+^2) \quad (II.57)$$

$$R_+ = (2u_+ v_+ - Q_+ \lambda_+) \quad (II.58)$$

$$S_+ = \delta \frac{a_+^2 + v_+}{y_+} \quad (II.59)$$

$$Q_- = (u_-^2 - a_-^2) \quad (II.60)$$

$$R_- = (2u_- v_- - Q_- \lambda_-) \quad (II.61)$$

$$S_- = \delta \frac{a_-^2 - v_-}{y_-} \quad (II.62)$$

Par conséquent les coefficients Q_{\pm} , R_{\pm} et T_{\pm} peuvent être déterminées en spécifiant uniquement u_{\pm} , v_{\pm} et y_{\pm} .

Pour l'algorithme de prédiction d'Euler, les valeurs de u_{\pm} , v_{\pm} et y_{\pm} sont données par :

$$u_+ = u_2 \quad ; \quad v_+ = v_2 \quad ; \quad y_+ = y_2 \quad (II.63)$$

$$u_- = u_1 \quad ; \quad v_- = v_1 \quad ; \quad y_- = y_1 \quad (II.64)$$

Insérant ces valeurs dans les équations (II.44), (II.45), (II.53) et (II.54) et résolvant ces équations simultanément pour obtenir la solution prédite x_4^0 , y_4^0 , u_4^0 et v_4^0 .

Et pour l'algorithme de correction d'Euler, les valeurs de u_{\pm} , v_{\pm} et y_{\pm} sont données par :

$$u_+ = \frac{u_2 + u_4}{2} \quad ; \quad v_+ = \frac{v_2 + v_4}{2} \quad ; \quad y_+ = \frac{y_2 + y_4}{2} \quad (II.65)$$

$$u_- = \frac{u_1 + u_4}{2} \quad ; \quad v_- = \frac{v_1 + v_4}{2} \quad ; \quad y_- = \frac{y_1 + y_4}{2} \quad (II.66)$$

Les valeurs moyennes de θ_{\pm} , V_{\pm} , a_{\pm} , M_{\pm} et de α_{\pm} sont obtenues en injectant les valeurs ci-dessus dans les équations (II.57) à (II.62). En résolvant les mêmes équations qu'avant pour une deuxième fois, on obtient les solutions corrigées suivantes x_4^I , y_4^I , u_4^I et v_4^I .

On peut répéter la même démarche prescrite ci-dessus pour corriger la solution pour une deuxième fois ou pour une troisième, etc, et ça en utilisant l'algorithme de prédiction correction d'Euler avec itération (II.37).

On arrête le processus de calcul à n itérations, lorsque on atteint la convergence décrite par la relation logique suivante :

$$|P^n - P^{n-1}| \leq (\text{tolérance spécifiée}) \tag{II.67}$$

Où P représente x_4, y_4, u_4 et v_4 .

Pour un écoulement axisymétrique le coefficient S donné par la relation (II.43) est indéfini sur l'axe X car y et v sont nuls. Comme montré sur la figure (II.11) [32].

Dans ce cas le rapport $\frac{v_2}{y_2}$ est approximé au rapport $\frac{v_1}{y_1}$ pour le prédicteur, par contre le correcteur S est basé sur la valeur moyenne de y_+ et de v_+ qui ne sont pas nulles.

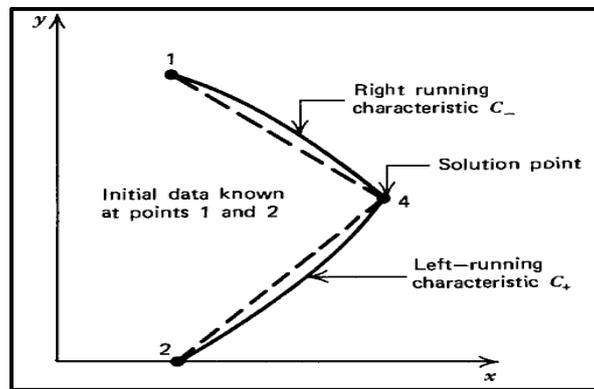


Fig.(II.11) : Point intérieur sur l'axe de symétrie.

II.6.7. Procédure de calcul pour un point paroi direct :

Sur la paroi, la direction du vecteur vitesse d'écoulement doit être exactement égale à la pente de la paroi, à cause des conditions aux limites à la paroi, certaines modifications doivent être portées sur la procédure de calcul applicable sur un point interne.

La figure (II.12) illustre schématiquement les conditions typiques pour un point paroi directe. Il est appelé comme point paroi direct parce que la caractéristique montante C_+ est tirée directement à partir d'un point interne connu (*point 2*) jusqu'à ce qu'elle intercepte la paroi (*point 4*). Le *point 1* n'est pas présent physiquement car il est en dehors de l'écoulement, pour cette raison la caractéristique C_- qui relie les points *1* et *4* est présentée comme une ligne discontinue. Par conséquent seulement une équation de caractéristique et une équation de compatibilité sont valables pour déterminer la position et les propriétés du point paroi direct (*point 4*), alors :

$$y = y(x) \quad \text{Spécifié} \tag{II.68}$$

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta = \frac{v}{u} \quad \text{Spécifié} \tag{II.69}$$

Les équations (II.68) et (II.69) constituent deux conditions supplémentaires pour déterminer la position et les propriétés au *point 4*.

La figure (II.12) montre le cas où la paroi est sur la moitié supérieure du plan (x, y) . Si le point paroi direct est déterminé, les équations (II.68) et (II.69) doivent être résolues simultanément avec les équations (II.44) et (II.53) qui sont valables le long de la caractéristique C_+ .

Si la paroi est sur la demi-partie inférieure du plan (x, y) , là on utilise les équations (II.45) et (II.54).

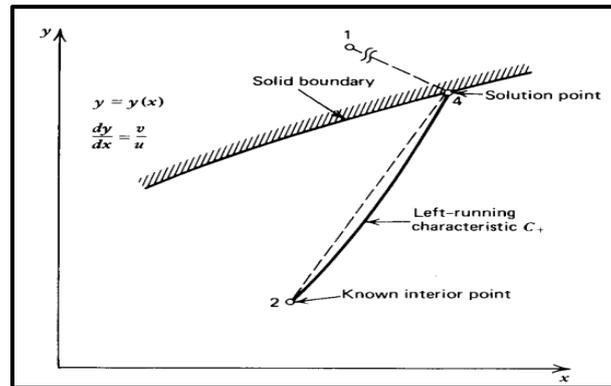


Fig.(II.12) : Point paroi direct.

II.6.8. Procédure de calcul pour un point paroi inverse :

Dans les endroits où le gradient d'un paramètre (pression, température, nombre de mach) est très important, la méthode directe nous donne un espacement incontrôlé ou relativement large entre deux solutions par conséquent un mauvais maillage induit automatiquement des erreurs dans les calculs. Dans ce cas la procédure de calcul par point paroi inverse est recommandée.

Cette méthode est basée sur un espacement préalable entre deux solutions, puis en utilisant la méthode des caractéristiques on calcule les propriétés de l'écoulement dans le point solution pré-spécifié (**point 4**).

La figure (II.13) [32] illustre schématiquement la situation où les valeurs initiales aux points **1** et **3** sont connues d'après des calculs précédents. Le **point 4** est le point solution pré-spécifié, le **point 2** est le lieu d'intersection de la caractéristique C_+ passant par le point **4** et la caractéristique **13**. Du fait que la position du **point 4** (x_4, y_4) est pré-spécifiée, donc il nous reste qu'à déterminer les propriétés de l'écoulement à ce point par la méthode des caractéristiques. Ainsi les équations de compatibilités (II.52) et (II.69), valable le long de la caractéristique **14**, peuvent être utilisées pour calculer u_4 et v_4 si la position et les propriétés au **point 2** sont connues.

Le point **2** est localisé en déterminant la position de l'intersection de la caractéristique **24** (II.44) avec la caractéristique **13** (II.45), les propriétés au point **2** sont déterminés par une interpolation linéaire entre les points **1** et **3**.

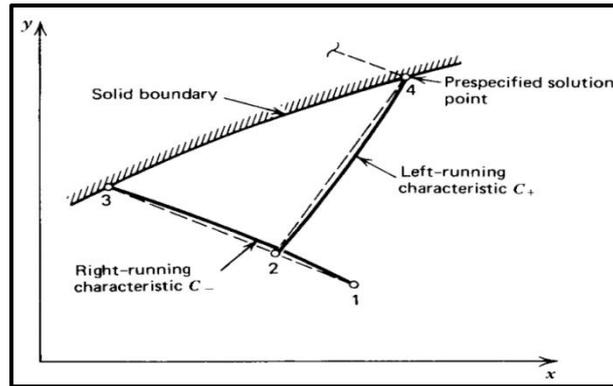


Fig.(II.13) : Point paroi inverse.

Comme la pente de la caractéristique 24 dépend des paramètres inconnus des points 2 et 4 , l'algorithme de prédiction correction d'Euler est utilisé pour localiser le *point 2*.

L'étape de prédiction primaire est pour déterminer les propriétés de l'écoulement au point 4 , la seconde méthode de prédiction correction est appliquée pour déterminer la position du point 2 .

Premièrement les propriétés au point 2 sont supposée égales à celles du point 3 et la pente λ_+ de la caractéristique 24 est déterminée.

Deuxièmement en utilisant cette valeur de la pente λ_+ , la position du point 2 sur la caractéristique 24 qui passe à travers le point 4 est déterminée.

Troisièmement les propriétés au point 2 sont obtenues à l'aide d'une interpolation linéaire entre les points 1 et 3 . L'étape de correction est après abordée en utilisant les valeurs de u_4 et v_4 à partir de la troisième étape, et le point 2 est relocalisé. La partie correction est répétée itérativement jusqu'à ce que la position du point 2 converge à une tolérance désirée.

Après avoir déterminé la position du point 2 , une étape de prédiction primaire est faite pour déterminer les propriétés du point 4 , l'étape de correction primaire est utilisé justement avec le point 2 repositionné avec l'étape de prédiction correction secondaire discutée ci-dessus. Maintenant la pente de la caractéristique 24 est basée sur la valeur de u et v entre les points 2 et 4 , des itérations peuvent être appliquées pour l'étape de correction primaire.

II.6.9. Procédure de calcul pour un point sur l'axe de symétrie :

Pour un écoulement bidimensionnel axisymétrique, l'axe X est l'axe de symétrie. La figure (II.14) [32] présente schématiquement le point axial (point 4). Si le point 1 est un point sur la caractéristique C_- passant sur le point 4 , alors comme illustré sur la figure (II.14), le point 2 en dessous de l'axe de symétrie peut être défini comme une image du point 1 . Le point 4 est alors analogue à un point interne, par conséquent la procédure développée pour un point interne peut être appliquée pour calculer les propriétés d'un point sur l'axe. Toutefois, dans ce cas $y_4 = v_4 = \theta_4 = 0$, ce qui simplifie la procédure de calcul. Pour ce qui suit, seule la caractéristique 14 est

employée et les équations (II.45) et (II.54) sont résolues simultanément avec les données $y_4 = v_4 = \theta_4 = 0$.

Pour un écoulement axisymétrique, le coefficient S est donné par l'équation (II.43) et indéterminé sur l'axe de symétrie, mais on ne trouve pas de problèmes durant le calcul du prédicteur, parce que le prédicteur calcule S au point I , de plus le correcteur calcule S en se basant sur les valeurs moyennes de y_+ et de v_+ qui sont différents de *zéro*.

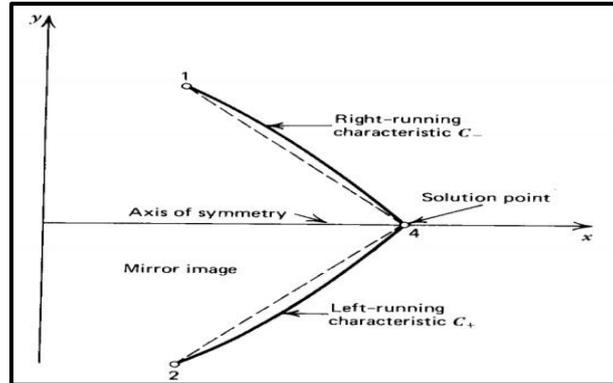


Fig.(II.14) : Point axiale.

II.6.10. Procédure de calcul pour un point du jet libre :

La figure (II.15) [32] illustre schématiquement la partie supérieure de la région où l'écoulement du fluide compressible se décharge dans une atmosphère ambiante de pression statique P_0 . Au point de la limite externe du jet dénoté point 4 , la pression statique du fluide est $P_4 = P_0$ d'où l'appellation *point du jet libre*. Par conséquent, la procédure numérique de l'analyse du point de jet libre doit prendre en considération la condition $P_4 = P_0$.

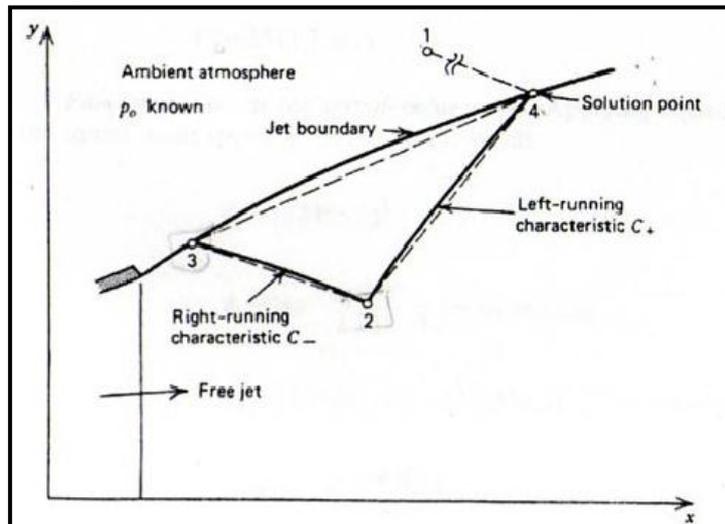


Fig.(II.15) : Point du jet libre.

Comme dans le cas d'un point pari, la caractéristique 14 se situe en dehors de l'écoulement, par conséquent, seulement une équation de la compatibilité est applicable, et c'est valide le long de la caractéristique 24 (voir Fig. II.15). Comme déclaré au-dessus, la pression statique au point 4 est connue, c'est $P_4 = P_0$. En outre, la vitesse d'écoulement V et la pression

statique P dans le jet libre sont uniquement reliées par la relation de l'écoulement isentropique. Donc la vitesse V_4 est donnée par:

$$V_4 = (u_4^2 + v_4^2)^{1/2} = f(p_4) = f(p_0) = \text{valeur connue} \quad (\text{II.70})$$

Les équations(II.53) et (II.70) donnent deux relations entre u_4 et v_4 :

$$u_4 = \frac{Q_+ T_+ - R_+ [V_4^2 (Q_+^2 + R_+^2) - T_+^2]^{1/2}}{Q_+^2 + R_+^2} \quad (\text{II.71})$$

$$v_4 = (V_4^2 - u_4^2)^{1/2} \quad (\text{II.72})$$

Un rapport supplémentaire est exigé pour déterminer l'emplacement du point 4, ce rapport est fourni par la condition que la limite du jet est une ligne de courant, le long de cette ligne λ_0 , le λ_0 est :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} = \lambda_0 \quad (\text{II.73})$$

En différences finies, l'équation(II.73) s'écrit :

$$y_4 - \lambda_0 x_4 = y_3 - \lambda_0 x_3 \quad (\text{II.74})$$

Les équations (II.44) et (II.74) doivent être résolus simultanément pour localiser le point 4.

II.7. Application pour études des tuyères à géométries connues :

La figure (II.16) illustre schématiquement la configuration d'une tuyère convergente-divergente à géométrie connue. Il est recommandé d'exprimer toutes les dimensions de la tuyère relativement à une longueur connue généralement prise égale au rayon du col, pour pouvoir généraliser le résultat sur n'importe quelle tuyère de même géométrie au col et un gaz à même chaleur spécifique sans être obligé d'exécuter pour chaque cas, le même programme de calcul.

Pour représenter la tuyère il faut définir le rapport de rayon de courbure de la portion convergente avale au col $\lambda_u = \rho_{tu}/y_t$, le rayon de courbure de la portion divergente amont au col $\lambda_d = \rho_{td}/y_t$, les coordonnées du point d'attachement et en fin la partie divergente après le point d'attachement au col.

Comme ça on a spécifié toutes les données géométriques, ce qui nous reste maintenant c'est bien les données thermodynamiques qui sont : la constante des gaz parfaits, la pression de stagnation, la température de stagnation et la chaleur spécifique du gaz en question.

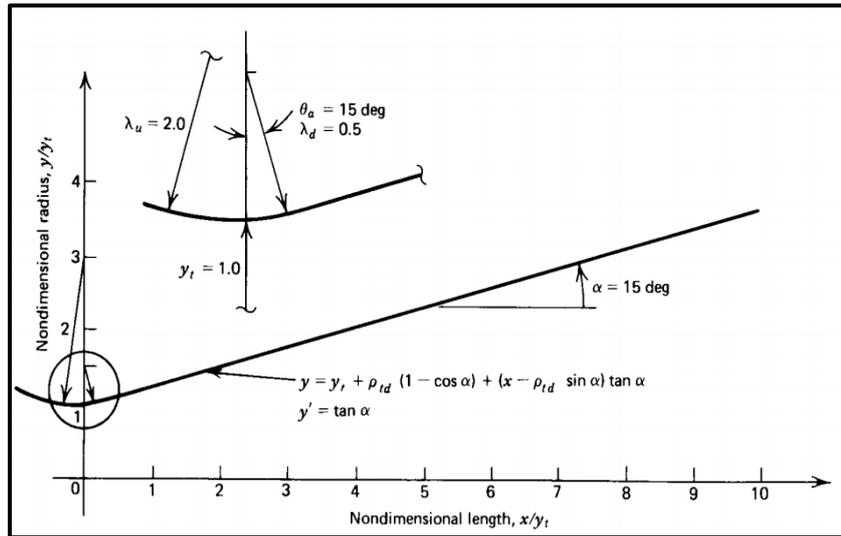


Fig.(II.16) : Tuyère supersonique à divergent conique.

A partir de l'écoulement à travers le col, une ligne initiale partout supersonique doit être définie, en suite la méthode des caractéristiques peut être démarrée pour calculer les paramètres de l'écoulement.

Dans la région du col l'écoulement est transsonique, connaissant le rayon de courbure du convergent et le rayon du col on peut utiliser pour cela plusieurs approches (Méthode de SAUER, Méthode de HALL ou celle de KLEIGEL-LEVINE) pour trouver la ligne initiale et les propriétés de l'écoulement sur l'ensemble des points qui la constituent. Le résultat est de la forme suivante :

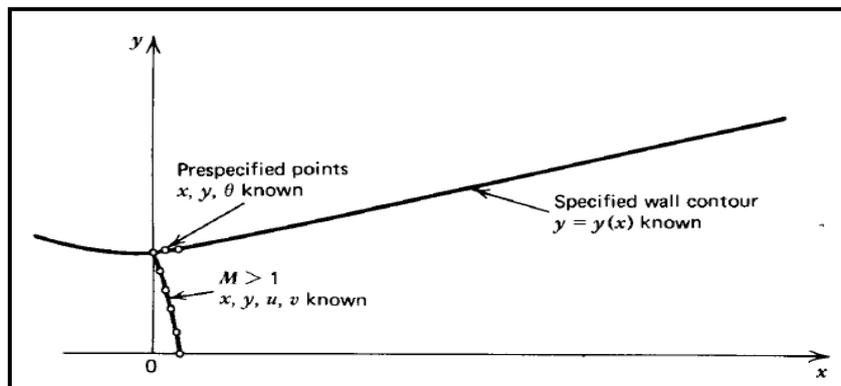


Fig. (II .17) : Schéma de la ligne initiale et des points pré-spécifiés.

Dans la partie divergente initiale amont au col appelée *zone d'expansion*, le gradient de propriétés thermodynamiques est très large, alors le maillage dans cette région doit être raffiné d'avantage, et pour le faire on opte pour la méthode inverse décrite dans la partie (II.6.3) qui nous offre l'opportunité d'un raffinement personnalisé. Avant d'arriver à la paroi il faut d'abord calculer les point internes commençant à partir du point initiale situé sur l'axe noté 2 représenté sur la figure (II.18) [32].

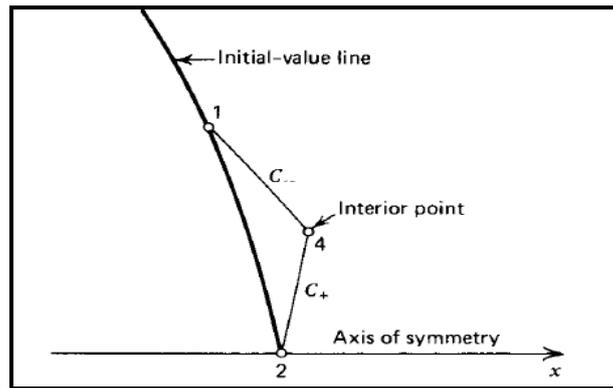


Fig. (II.18) : Procédure de calcul d'un point interne à partir de la ligne initiale.

Les propriétés de l'écoulement sur le point solution noté **4** sur la même figure sont alors déterminées. On procède ensuite au calcul du point sur l'axe noté **4** sur la figure (II.19) [32] à partir du point **1** qui est lui-même le point interne calculé avant.

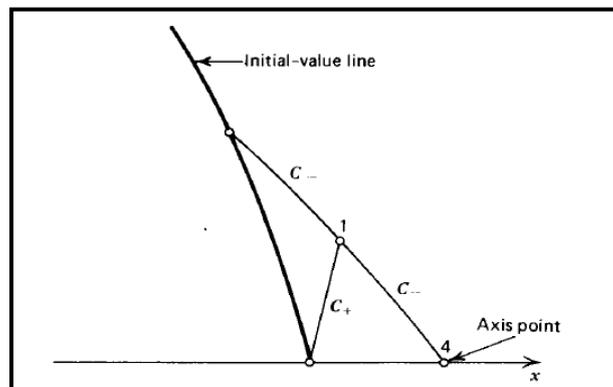


Fig.(II.19) : Procédure de calcul d'un point axial à partir de deux points initiales de la ligne initiale.

La même procédure est répétée pour les deux points suivants sur la ligne initiale, et puis on extrude la caractéristique descendante jusqu'à intersection de l'axe. On termine le calcul à partir de la ligne initiale en arrivant au point situé sur la paroi noté **3** sur la figure (II.20) [32].

Maintenant que la ligne initiale et son voisinage est raffiné, il nous reste donc qu'à déterminer les propriétés de l'écoulement dans toute la région d'expansion initiale en extrudant toutes les caractéristiques descendantes provenant des points pré-spécifiés en utilisant le processus du point interne représenté sur la figure (II.20)[32].

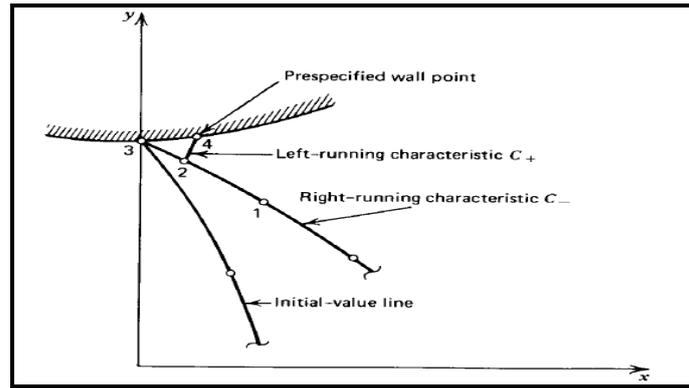


Fig.(II.20) : Procédure de calcul d'un point inverse.

On arrête le processus de calcul en arrivant au point d'attachement de la tuyère. La figure (II.21) [32] montre le résultat de maillage de la zone d'expansion initiale.

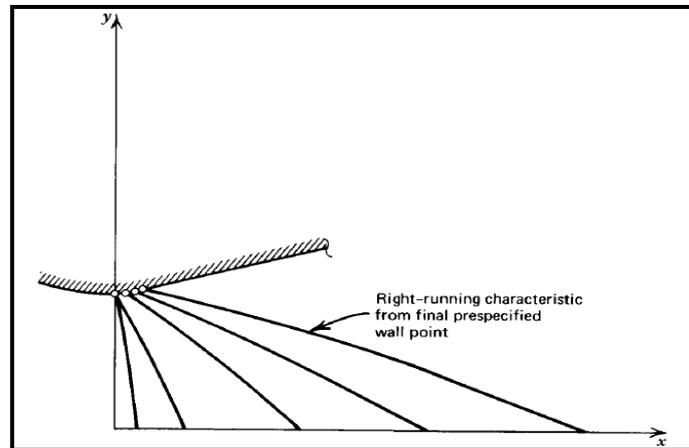


Fig.(II.21) : Procédure de calcul de la zone d'expansion initiale.

Dans la partie jointe à la zone d'expansion au niveau du point d'attache la géométrie est connue, elle peut être définie par un polynôme d'ordre 2 comme suit $A + Bx + Cx^2 = 0$ ou d'ordre supérieur dans le cas d'une meilleure approximation. Pour le cas d'une tuyère à divergent conique, il suffit de mettre $C=0$ et de calculer les autres facteurs A , B , ... Ets.

Dans cette région le gradient de propriétés est relativement faible du fait que l'angle de divergence a déjà atteint son maximum au niveau du point d'attache et à partir de là, la divergence diminue dans le cas des tuyères à contours profilés jusqu'à atteindre le zéro dans les tuyères adaptées et au moins reste constant dans le cas des tuyères coniques.

Pour cela on peut sans problèmes utiliser la méthode directe montrée sur la figure (II.22) [32] et expliquée dans la partie (II.6.3) pour trouver la distribution des propriétés le long de cette zone.

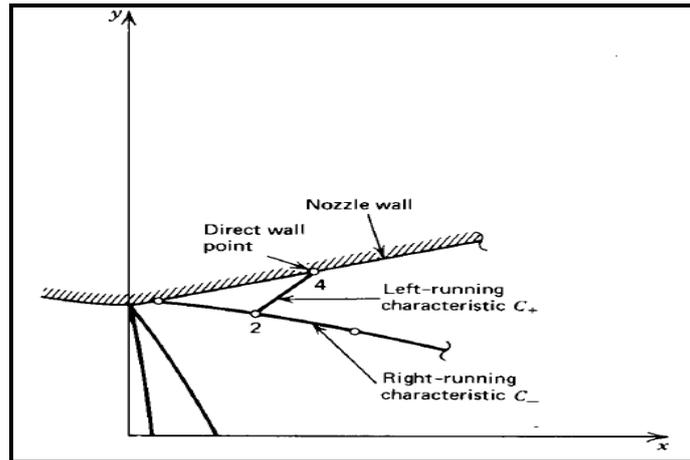


Fig.(II.22) : Procédure de calcul d'un point direct.

On applique la même logique de calcul pour toute la partie divergente et on arrête le processus de calcul dès l'arrivée au point de sortie de la tuyère ou aux lèvres de la tuyère, les résultats d'application de cette procédure sont montrés sur la figure (II.23).

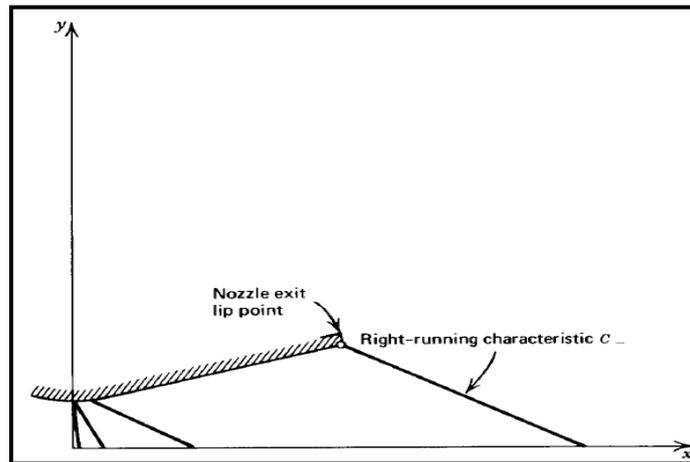


Fig.(II.23) : Procédure de calcul de la partie divergente.

Au niveau du point d'attache où le rayon de courbure avale au col se joint tangentiellement à la partie divergente. À ce point le contour du profil et sa pente sont continues, mais la courbure de la paroi (le taux de changement de la pente) est discontinue. Cette discontinuité généralement génère des ondes à faible compression. Quand deux caractéristiques de même famille se croisent une onde de choc oblique est formée comme le montre la figure (II.24)

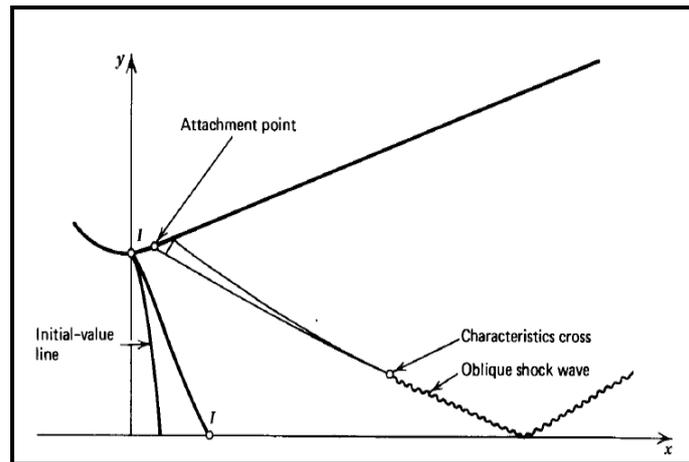


Fig.(II.24): Croisement de deux caractéristiques pour former une onde de choc oblique.

La négligence de celle-ci pendant les calculs peut engendrer de sérieux erreurs, pour cela il faut trouver une solution qui nous permis justement de surpasser ce type de problèmes. Plusieurs méthodes ont été proposées, parmi ces méthodes on trouve celles présentée sur la figure (II.25)

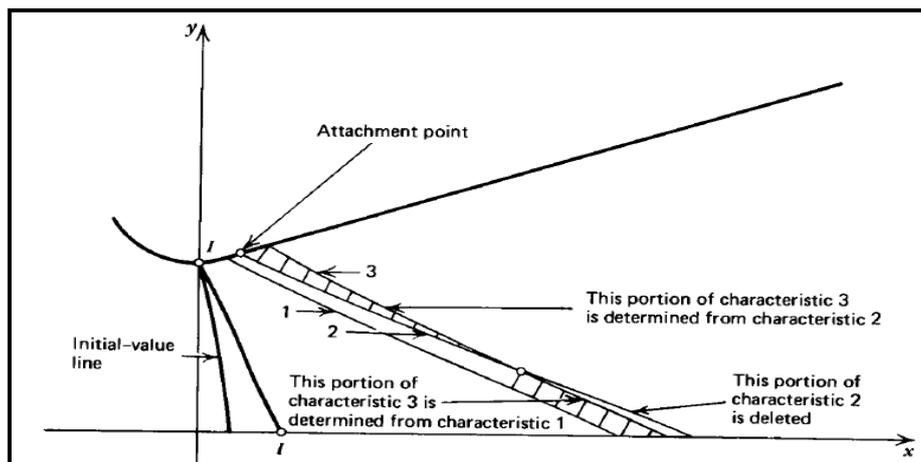


Fig.(II.25) : Méthode de correction de calcul dans le cas de croisement de deux caractéristiques de même famille.

Cette procédure est très simple elle est divisée en trois étapes :

- ✓ La première consiste à localier le lieu d'intersection des deux caractéristiques par exemple 2 et 3 présentées sur la figure (II.25)
- ✓ la deuxième étape est de supprimer la partie qui vient après l'intersection de la caractéristique 2
- ✓ en fin la dernière étape est de calculer la partie inferieur après l'intersection de la caractéristique 3 à partir de la caractéristique 1.

Cette méthode est répétée à chaque fois qu'un même cas se présente, mais pas pour un nombre illimité, car la méthode des caractéristiques est limité par le nombre d'ondes de choc

oblique présentes dans l'écoulement parce que l'accumulation d'erreurs due à la méthode, peut engendrer une divergence dans les résultats.

NOTE :

Cette méthode peut être appliquée pour n'importe quel type de tuyères TIC ou TOC, dans le cas où la géométrie de la paroi est définie que ce soit en spécifiant les points qui la décrit ou encore en spécifiant les coefficients du polynôme choisit. Mais dans le cas où rien n'a été spécifié, on calcule les coefficients du polynôme à partir des conditions aux limites de la partie divergente qui sont :

- Les coordonnées au point d'attache (x_a, y_a)
- La pente au point d'attachement $\theta = \frac{dy}{dx}$
- La section de sortie ou bien la longueur de la tuyère

Dans ce cas le résultat est généralement obtenu pour des tuyères TOC ou l'écoulement n'est pas systématiquement uniforme à la sortie de la tuyère.

II.8. Application pour la conception de tuyères supersoniques :

Dans cette partie on va utiliser la méthode des caractéristiques dans le but de dimensionner le divergent d'une tuyère supersonique pour justement nous donner un écoulement parallèle et uniforme à un nombre de mach ou à pression statique donnée à la sortie.

II.8.1. Cas d'une tuyère axisymétrique :

La procédure analytique suivie pour le dimensionnement de ce type de tuyères est basée sur ce qui est présenté dans la partie (II.7). La partie subsonique est transsonique de la paroi doit être défini en premier lieu et puis bien sûr les propriétés thermodynamiques à cette région doivent être aussi connues. La ligne initiale dans la région transsonique est alors établie en utilisant, une parmi les méthodes citées avant.

Le contour de la portion divergente immédiatement en aval du col est ensuite défini, par exemple par un arc de cercle de rayon donné. La figure (II.26) montre les données initiales nécessaires pour le démarrage de calculs dans le but de dimensionner la partie divergente de cette tuyère.

La courbe **AB** est le contour d'admission, **BC** est la courbe qui représente le contour de la zone d'expansion initiale, par contre **BD** est la ligne initiale supersonique.

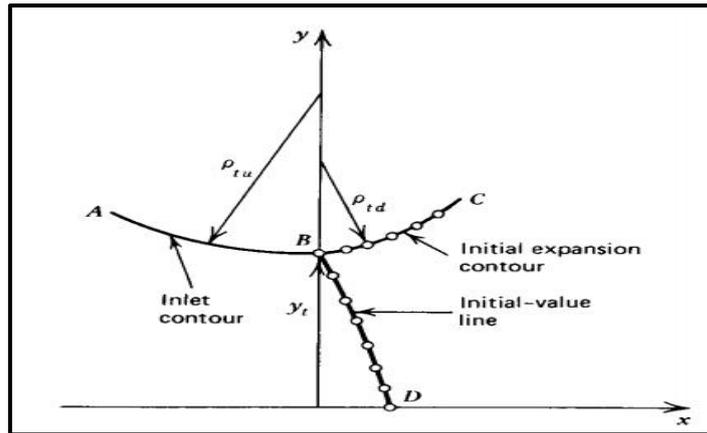


Fig.(II.26) : Données initiales du problème.

L'étape qui suit c'est bien de prendre en considération les données initiales sur paroi et sur la ligne initiale pour commencer le calcul des paramètres de l'écoulement dans la région d'expansion initiale représenté sur la figure (II.27) en utilisant le même algorithme de calcul que celui présenté dans la partie (II.7).

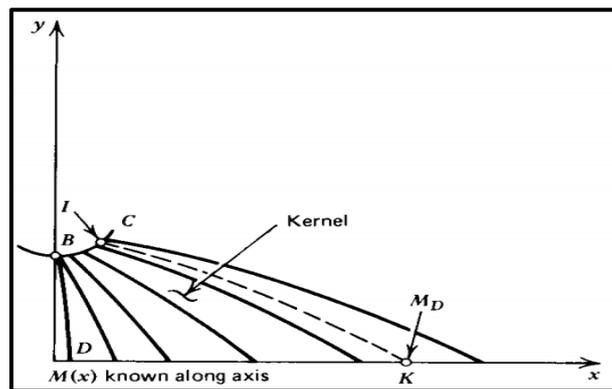


Fig.(II.27) : Localisation du mach de désigne sur l'axe X.

Les paramètres de l'écoulement dans la zone d'expansion initiale sont entièrement déterminés à partir des données de la ligne initiale et les conditions posées sur la paroi de cette zone, elle est appelée zone de **Kernel**.

La distribution du nombre de mach sur l'axe X, $M_{CL} = M(x)$ est déterminée à partir de cet écoulement, comme représenté sur la figure (II.27), le mach de design M_D est ensuite localisé sur l'axe X, les paramètres de l'écoulement sont ensuite déterminés sur la caractéristique sortante à partir de M_D noté **IK**, en faisant une simple interpolation entre les paramètres des deux caractéristiques sortantes des points amont et aval au point **K** sur l'axe de symétrie.

Dans le cas où on exige que l'écoulement à la sortie de la tuyère soit uniforme et parallèle à $M = M_D$ et $\theta = 0$, le cas par exemple des tuyères destinées à usage en soufflerie, alors dans cette région, toute les caractéristiques doivent êtres des lignes droites formant un angle de

$$\alpha_D = \sin^{-1} \left(\frac{1}{M_D} \right) \text{ comme le montre la figure (II.28).}$$

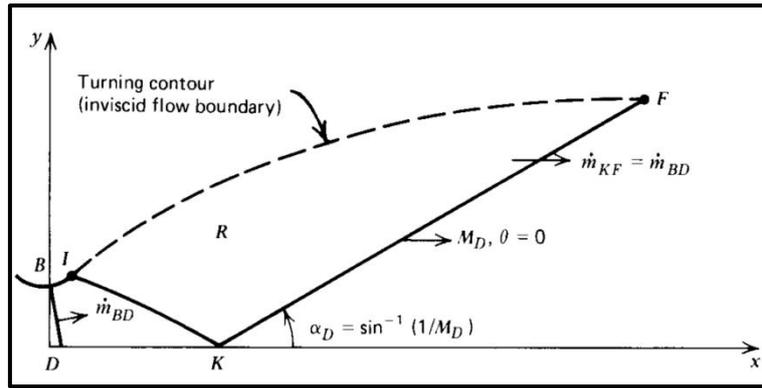


Fig.(II.28) : Les conditions imposées à la sortie de la tuyère.

Ainsi la caractéristique droite faisant l'angle α_D par rapport à l'axe de symétrie est extrudée à partir du point K jusqu'au point F . Le débit massique qui traverse la ligne KF , doit être égal au débit calculé qui traverse la ligne initiale BD sur la figure (II.28) [32].

Maintenant le problème est de déterminer les paramètres de l'écoulement à l'intérieur de la région R et au même temps le contour idéal de la paroi du divergente notée IF qui peut bien évidemment nous délivrer ce que on a exigé à la sortie de la tuyère.

La solution à ce problème n'est pas vraiment loin de ce qu'on a fait pour l'étude de tuyère à contour donné. Ce qu'il faut appliquer c'est bien la procédure de calcul d'un point interne et puis la généraliser sur tout le domaine de la région R en commençant par la ligne KF comme montré sur la figure (II.29).

En faisant monter la caractéristique à partir du point situé sur la ligne KF on calcule au même temps à chaque point interne de coordonnées (x, y) le débit massique qui traverse la tuyère entre l'axe de symétrie et le point au quel on est abouti en utilisant la relation suivante.

$$d\dot{m} = \rho V \cdot dA = \rho u \pi y dy \tag{II.75}$$

On sait bien que le débit au point sur l'axe est nul, alors l'intégrale de l'équation(II.75) est donnée par la relation suivante :

$$\dot{m} = 2\pi \int_0^{y_i} \rho u y dy \tag{II.76}$$

Pendant la procédure de calcul du débit le long de la caractéristique, on arrive à une étape où le débit trouvé dépasse le débit qui traverse la tuyère, alors en faisant une interpolation entre les deux derniers points calculés on trouve la position du point paroi.

Cette procédure est répétée pour chaque point sur la ligne KF jusqu'à ce qu'on trouve une caractéristique qui comporte un seul point qui définit le point F , là on arrête le calcul et on dit que le profil est défini.

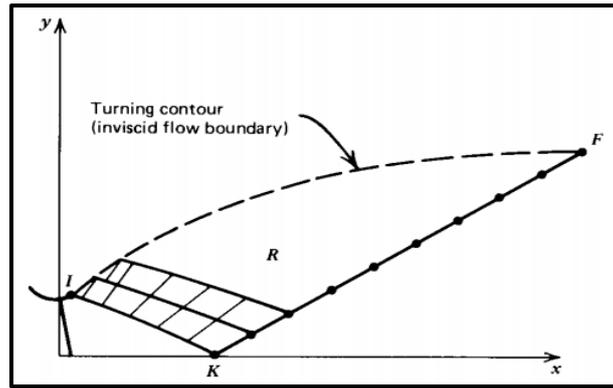


Fig.(II.29) : Détermination du contour d'une tuyère supersonique.

II.8.2. Cas de tuyères planes

Dans le dimensionnement des tuyères de souffleries supersoniques, qui sont généralement des tuyères planes, la région R est obtenue en appliquant le concept des ondes simples.

Une zone à ondes simples est une région où les caractéristiques sont des lignes droites ayant les mêmes propriétés, il est montré [32] que dans le cas des tuyères supersoniques planes, la région adjacente à la région d'écoulements parallèle et uniforme est toujours une région à ondes simples. Par conséquent la région du contour supersonique d'une tuyère plane est évidemment une région à ondes simples.

La figure (II.30) montre schématiquement les caractéristiques droites sortant d'un point sélectionné sur la ligne IK , la limite de chaque ligne caractéristique est déterminé par le calcul du débit massique comme décrit dans la partie (II.8.1) et le contour de la tuyère est déterminé sans intégration numérique.

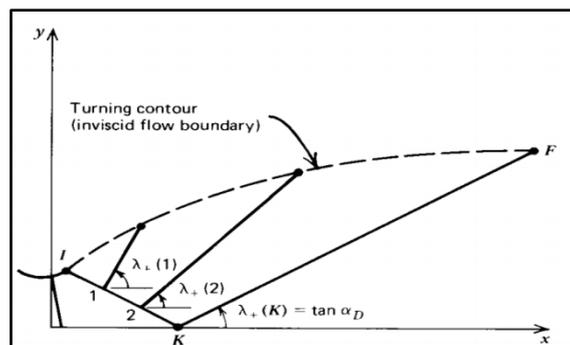


Fig.(II.30) : Détermination du contour d'une tuyère supersonique plane.

II.9. Conclusion :

La méthode des caractéristiques présente son importance dans le dimensionnement des tuyères supersoniques. En spécifiant le nombre de mach à la sortie ou le rapport de pression ou encore le rayon de sortie désirée, et les paramètres thermodynamiques d'arrêt du fluide en question et les dimensions du col, le profil de la tuyère est facilement obtenue. Pour l'étude de l'écoulement interne, on a à choisir entre deux méthodes, celle des caractéristiques et celle des éléments finis.

III.1. Introduction :

Les simulations numériques de la dynamique des fluides couramment connues la CFD (Computational Fluid Dynamics) sont devenues un outil privilégié d'investigation dans les sciences et les technologies. Elles ont pour but de reproduire par le calcul le comportement d'un système décrit par un modèle très souvent constitué d'équations aux dérivées partielles. Ces équations correspondent à la traduction mathématique de lois scientifiques. La simulation numérique renforce donc l'étude mathématique (analyse) de ces équations et de leur résolution numérique.

Les écoulements internes ont pour caractère particulier l'absence de conditions aux limites à l'infini, ce qui n'est pas le cas des écoulements externes. L'influence des parois se manifeste donc dans toutes les directions, sauf éventuellement aux sections d'entrée et de sortie du fluide. On trouve ces types d'écoulement particulièrement dans les systèmes de propulsion des avions et de fusées.

La détermination et l'identification des caractéristiques des écoulements internes dans les tuyères supersonique constituent un cas d'étude très intéressant vue la complexité de modéliser l'écoulement interne qui passe du régime subsonique au régime supersonique, d'où les effets de compressibilité non négligeables. La diversité des géométries possibles entraîne évidemment une grande variété dans la structure des écoulements (choc, décollement de couche limites, zones de recirculation). Ces phénomènes sévères rendent difficiles les simulations numériques.

L'expérience alimente la simulation. Inversement, l'exploration des nombreuses solutions rendue possible par la simulation, permet d'observer ou de prévoir des comportements inattendus, donc fait progresser la connaissance.

Les écoulements de fluides, que ce soient des écoulements internes ou écoulements externes, en régime laminaire ou turbulent sont décrits par le système d'équations aux dérivées partielles (E.D.P). Ainsi, tous les phénomènes physiques sont régis par ce système formé d'équations : de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie qu'il convient de résoudre pour connaître les caractéristiques du champ thermique et du champ d'écoulement.

La phase de discrétisation c'est une étape de l'approche numérique se met en accord avec le choix de la méthode de discrétisation pour le modèle mathématique sélectionné, et comporte deux étapes :

- ✚ Discrétisation de l'espace (maillage)
- ✚ Discrétisation des équations

La discrétisation de l'espace consiste à mettre en place un maillage, avec lequel on remplace l'espace continu par un nombre fini de points où les valeurs numériques des variables seront déterminées. Une fois le maillage est défini les équations peuvent être discrétisé, ce qui nous permet de transformer les équations de forme différentielle ou intégrale à des équations algébriques discrètes, comportant les valeurs des inconnus qui sont reliées à chaque point du maillage.

Pour mettre en œuvre un schéma numérique il faut suivre les étapes suivantes :

1. Le choix de la méthode de discrétisation des équations.
2. L'analyse de l'algorithme numérique sélectionné, cette étape concerne l'analyse des qualités du schéma en termes de stabilité et de convergence.

3. Choix de la méthode de résolution pour les systèmes d'équations différentielles ordinaires dans le temps, pour le système algébrique, le traitement itératif et éventuellement les non linéarités.

III.2. Les méthodes de discrétisation

Il Ya deux grande familles de méthode de discrétisation :

III.2.1. Les méthodes d'approximation des équations :

- ✚ Méthode des différences finies
- ✚ Méthode des volumes finis

Selon ces méthodes, on cherche une solution exacte des équations approchées

III.2.2. Les méthodes d'approximation des solutions :

- ✚ Méthode spectrale
- ✚ Méthode des éléments finis

Selon ces méthodes, on cherche une solution approchée à partir des équations exactes.

Dans ce qui suit, on va se focaliser sur les deux méthodes utilisées dans les problèmes d'écoulements. La méthode la plus traditionnelle et la plus ancienne est celle des différences finies, qui reste une référence pour toutes les études de discrétisation numérique quoiqu'elle s'applique seulement en pratique au maillage structuré.

La méthode la plus appliquée aujourd'hui en CFD est la méthode des volumes finis, qui discrétise directement la forme intégrale des équations de conservations. Sa popularité est due à sa généralité et sa simplicité ainsi que la facilité de son application sur les maillages structurés et non structurés.

La compréhension de la méthode des volumes finis va nous aider à suivre les développements actuels derrière les outils CFD et de mieux interprétés les résultats obtenus par l'application des codes commerciaux sur des problèmes pratiques (ex : fluent).

III.3. La méthode des différences finis

La méthode des différences finies est basée sur les propriétés du développement de Taylor. Elle est probablement la méthode la plus simple à appliquer, particulièrement sur le maillage uniforme.

La méthode a été applique pour la première fois par LEONARD EULER (1707-1783) [36]. L'idée de base de la méthode est simple, puisqu'elle correspond à une estimation des dérivées par le rapport de deux différentielles en s'accordant avec la définition théorique de la dérivée. Pour une fonction $u(x)$, la dérivée au point x est définie par :

$$U_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{U(x+\Delta x) - U(x)}{\Delta x} \quad (\text{III.1})$$

Si on enlève la limite à l'équation (III.1), on obtient la « différence fini ». Ce qui explique le nom donné à cette méthode. Si Δx est petit mais fini, l'expression de la droite est une approximation de la valeur exacte de U_x , l'approximation va être améliorée par la réduction de Δx .

Mais pour n'importe quelle valeur définie de Δx , une erreur est introduite (erreur de troncation) qui tend vers zéro quand $\Delta x \longrightarrow 0$.

La puissance de Δx avec laquelle l'erreur tend vers zéro est appelée (l'ordre d'exactitude de l'approximation différentielle) qui peut être obtenue par le développement en série de Taylor de

$[U(x + \Delta x)]$ au voisinage de x . Actuellement, le concept général d'approximation en différence finie est basé sur les propriétés du développement en série de Taylor.

Développant $U(x + \Delta x)$ au voisinage de x :

$$U(x + \Delta x) = U(x) + \Delta x U_x(x) + \frac{\Delta x^2}{2} U_{xx}(x) + \frac{\Delta x^3}{6} U_{xxx}(x) + \dots \tag{III.2}$$

Développant $U(x - \Delta x)$ au voisinage de x :

$$U(x - \Delta x) = U(x) - \Delta x U_x(x) + \frac{\Delta x^2}{2} U_{xx}(x) - \frac{\Delta x^3}{6} U_{xxx}(x) + \dots \tag{III.3}$$

III.3.1. Formule différentielle pour la première et la deuxième dérivative :

En appliquant la définition générale, on considère une dimension dans l'espace, suivant l'axe x où la discrétisation spatiale a été faite pour remplacer l'espace continue par un nombre discret de points $x_i, i=1, \dots, N$.

On indiquera par U_i la valeur de la fonction $U(x)$ aux points $x_i, U_i=U(x_i)$ et on considère que l'espace entre deux points constant et égal à Δx (fig (III.1))

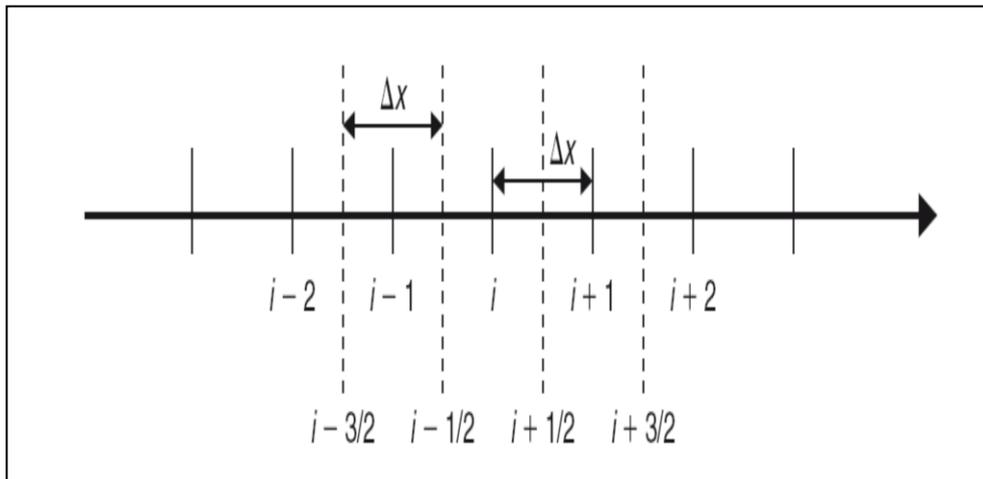


Fig. (III.1) : Maillage uniforme à une dimension suivant x .

La formule différentielle pour la première dérivative :

A partir de l'équation (III.2) on obtient:

➤ **Différentielle directe première :**

$$\frac{U(x+\Delta x) - U(x)}{\Delta x} = U_x(x) + \frac{\Delta x}{2} U_{xx}(x) \tag{III.4}$$

$$\frac{U(x+\Delta x) - U(x)}{\Delta x} \approx U_x(x) + O(\Delta x) \tag{III.5}$$

Erreur de troncature

On indique par U_i la valeur de la fonction $U(x)$ au point x_i :

$$(U_x)_i = \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_i = \frac{U_{i+1} - U_i}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2} (U_{xx})_i - \frac{\Delta x^2}{6} (U_{xxx})_i + \dots \approx \frac{U_{i+1} - U_i}{\Delta x} + o(\Delta x) \tag{III.6}$$

Comme cette formule comporte le point $(i+1)$ à la droite du point (i) , elle est appelée **différentielle directe première** (first order forward difference).

A partir de l'équation (III.3) on a :

➤ **Différence inverse première :**

$$(\mathbf{U}_x)_i \approx \frac{U_i - U_{i-1}}{\Delta x} + \mathbf{o}(\Delta x) \quad (\text{III.7})$$

Si on fait la soustraction de (III.2 – III.3) on obtient un schéma de différence centrale première:

$$(\mathbf{U}_x)_i = \frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2\Delta x} - \frac{\Delta x^2}{6} (\mathbf{U}_{xxx})_i + \dots \approx \frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2\Delta x} + \mathbf{o}(\Delta x^2) \quad (\text{III.8})$$

Cette formule qui comporte le point de droite et de gauche à « i » est appelé **différentielle centrale première**.

C'est clair que la différentielle centrale est souvent la meilleure approximation que la différentielle directe et inverse qui est reflétée par son deuxième ordre d'exactitude.

✚ **La formule différentielle pour la deuxième dérivée :**

L'approximation en différence finie d'un ordre de dérivative élevé peut être obtenue par la répétition de la première application de premier ordre. Par exemple l'approximation de deuxième ordre pour la deuxième dérivative peut être obtenue par :

$$(\mathbf{U}_{xx})_i \equiv \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)_i = \frac{U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1}}{\Delta x^2} + \mathbf{o}(\Delta x^2) \quad (\text{III.9})$$

III.4. La méthode des volumes finis :

L'avantage de la méthode des volumes finis est sa relation directe avec les propriétés physiques de l'écoulement, les bases de la méthode sont liées à la discrétisation directe de la forme intégrale de la loi de conservation. Ceci distingue d'une manière significative les volumes finis des différences finies, puisque cette dernière discrétise la forme différentielle des lois de conservation.

La forme intégrale des équations de conservation est l'expression la plus générale, comme elle n'exige pas que le flux soit continu (cette propriété n'est pas satisfaite le long des ondes de choc ou le long des surfaces libres). C'est pourquoi on peut dire que la méthode des volumes finis est plus proche du domaine physique du système d'écoulement.

C'est la méthode utilisée dans les principaux codes commerciaux existants : PHONICS, FLUENT, FLOW 3D, STAR –CD.

III.4.1. Conditions sur la sélection des volumes finis :

Due à sa généralité, la méthode des volumes finis peut traiter n'importe quel type de maillage, structuré tant bien que non structuré. En plus, un degré de liberté apparaît sur la manière de relier les volumes de contrôle aux points du maillage.

Ceci a un impact sur la position des points sur lesquels les valeurs de la fonction seront déterminées.

✚ **Approche maille centrée :**

Considérons les figures (III.2) et (III.3), on peut définir, pour le même maillage une approche de **maille centrée** où les inconnues sont au centre des mailles et les lignes du maillage définissent les volumes finis et les surfaces.

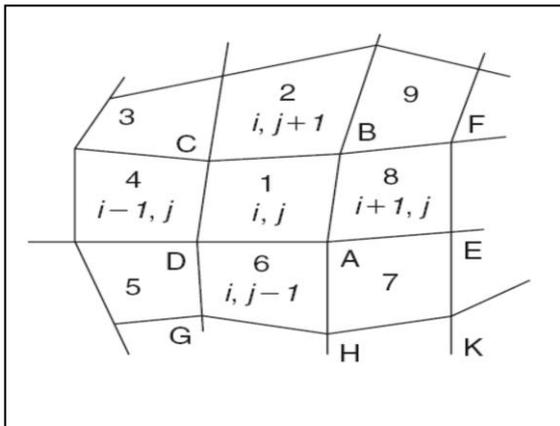


Fig. (III.2) : Maille centrée pour un maillage en volumes finis structurés.

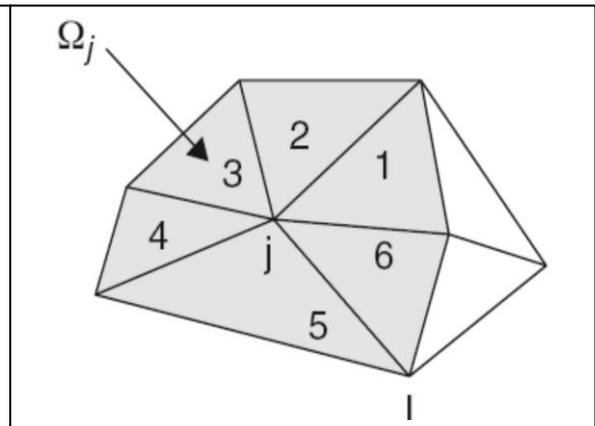


Fig. (III.3) : Maille centrée pour un maillage en volume finis non structuré.

Un choix évident pour les volumes de contrôle est effectivement de les mettre en coïncidence avec les mailles du maillage. Ici les variables sont associées à la maille comme le montre la figure (III.2). Les variables du flux sont les valeurs moyennes à travers la maille et peuvent être considérées comme représentatives d'un ensemble de points dans la maille.

Approche maille-sommet :

Dans ce cas, les inconnus sont définis aux coins du maillage. Les variables sont attachées aux sommets des mailles comme le montre les figures (III.4) et (III.5).

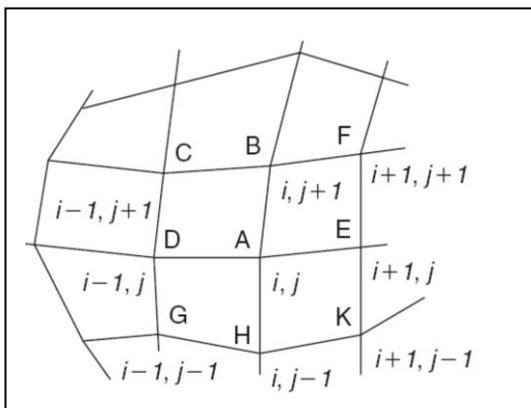


Fig. (III.4) : Maille-sommet pour un maillage structuré en volume finis.

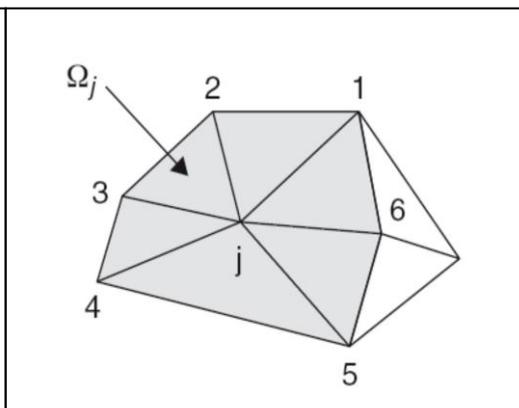


Fig. (III.5) : Maille-sommet pour un maillage non structuré en volumes finis.

Une large flexibilité existe pour la définition du volume de contrôle, en se référant à la figure (III.4), un choix évident est de considérer les quatre mailles qui ont le point de maillage (i,j) en commun comme volume de contrôle GHKEFBCDG , associe au point (i,j).

Plusieurs choix sont toutefois possibles comme le montre la figure (III.6) de Mc Donald (1971) pour un volume de contrôle hexagonal et la figure (III.7) de Denton (1975) pour un volume de contrôle trapézoïdal [36].

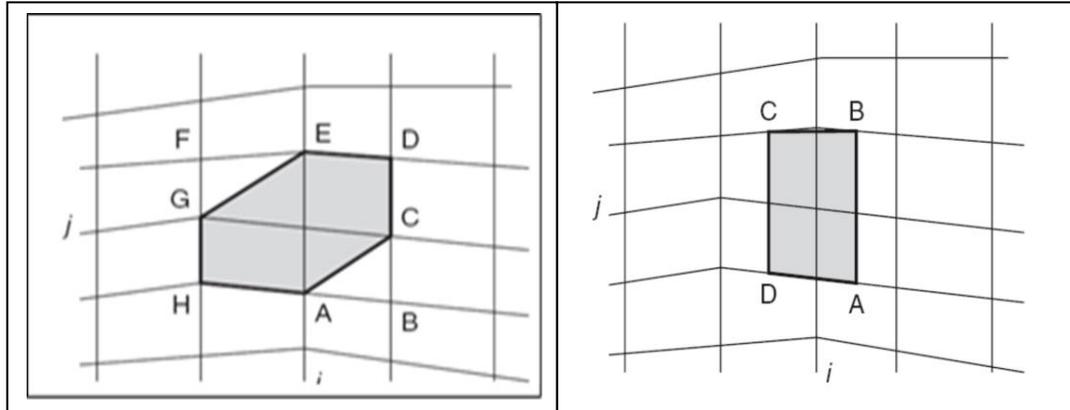


Fig. (III.6) : Volume de control hexagonal. Fig. (III.7) : Volume de control trapézoïdal.

III.4.2. Définition de la discrétisation en volumes finis :

La loi de conservation sous la forme intégrale :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{U} d\Omega + \oint_{\mathcal{S}} \vec{\mathbf{F}} d\vec{\mathcal{S}} = \int_{\Omega} \mathbf{Q}_V d\Omega \tag{III.12}$$

Avec :

Ω : Volume considéré

\mathbf{Q}_V : Source volumique

$\vec{\mathbf{F}}$: Flux

\mathbf{U} : Variable conservative (quantité scalaire par unité de volume)

L'équation (III.12) est appliquée sur chaque volume de contrôle Ω_j associé au point j . L'équation sous la forme intégrale d'inconnu U_j attaché au point de maillage j pour le sommet ou au centre de la maille s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_j} \mathbf{U} d\Omega + \oint_{\mathcal{S}_j} \vec{\mathbf{F}} d\vec{\mathcal{S}} = \int_{\Omega_j} \mathbf{Q}_V d\Omega \tag{III.13}$$

L'équation (III.13) est remplacée par sa forme discrète, où l'intégral volumique est exprimée comme valeur moyenne à travers la maille et l'intégral surfacique est remplacé par la somme à travers toutes les faces limites du volume de contrôle Ω_j :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{U}_j \Omega_j) + \sum_{\text{faces}} \vec{\mathbf{F}} \Delta \vec{\mathcal{S}} = \mathbf{Q}_{Vj} \Omega_j \tag{III.14}$$

On se référant à la figure (III.2) et à la maille (i,j) on doit identifier U_j par $U_{(i,j)}$ avec la surface A,B,C,D et les termes de flux sont sommés à travers les faces AB,BC,CD,DA.

Dans la figure (III.3) la sommation des flux s'étend à travers les six faces 12, 23, 34, 45, 56 et 61. Ceci est la formulation générale de la méthode des volumes finis, et l'utilisateur doit définir pour le volume sélectionné Ω_j , comment estimer le volume, les surfaces du volume de contrôle et le flux dans les faces.

Quelques fonctions très intéressantes qui distinguent la méthode des volumes finis de la méthode des différences et éléments finis sont:

- ✚ Les coordonnées du point qui est la position précise de la variable U_j à l'intérieur du volume de contrôle Ω_j , n'apparaît pas explicitement par conséquent, U_j n'est pas nécessairement attaché à un point fixe à l'intérieur du volume de contrôle et peut être considéré comme une valeur moyenne de la variable d'écoulement « U » à travers le volume de contrôle.
- ✚ Les coordonnées du maillage apparaissent seulement dans la détermination des volumes des mailles et les surfaces des côtés. Si on considère le volume de contrôle ABCD autour du point 1 (voir figure III.2) on aura seulement besoin des coordonnées A, B, C, D
- ✚ En absence des termes de sources, la formulation en volumes finis montre que la variation de la valeur moyenne « U » à travers l'intervalle de temps Δt est égale à la somme des flux échangés entre les deux mailles adjacentes.

Pour un écoulement permanent, la solution numérique est obtenue comme résultat de la différence de tous les flux entrant et quittant le volume de contrôle.

$$\sum_{\text{faces}} (\vec{F} \Delta \vec{s}) = 0 \quad (\text{III. 15})$$

III.5. Le maillage :

La génération du maillage est la partie majeure dans la création d'une simulation CFD. C'est la première étape nécessaire, puisque la simulation numérique ne peut pas commencer sans avoir un maillage approprié.

Le principe de base est de modéliser un problème physique par un système d'équations, puis de le résoudre dans le domaine du calcul représentant une géométrie particulière.

Des méthodes ont été développées dans le but d'aider les utilisateurs de l'outil numérique à générer des maillages avec la meilleure manière possible. Le choix du type de maillage est souvent un problème.

- ✚ Le premier choix est entre le maillage structural et non structural en se basant sur les propriétés du solveur et le niveau de complexité de la géométrie.
- ✚ Le deuxième choix est de sélectionner dans l'un ou l'autre choix le type de l'élément. Une fois le maillage est généré le solveur (ex : fluent) va évaluer les surfaces et les volumes en se basant sur les coordonnées des points de maillage et la forme des éléments.

III.5.1. Notions de maillage :

✚ Nœuds et éléments:

La modélisation numérique repose sur la reformulation des équations de conservation sur des volumes Ω élémentaires ou discrets, appelés éléments ou mailles. Associés à ces éléments, nous retrouvons les nœuds de discrétisation, c'est-à-dire les points de résolution des équations discrètes. Ceux-ci peuvent être aussi bien placés aux sommets des éléments qu'en leur centre ou encore sur les faces, selon la méthode de discrétisation utilisée. Les éléments et les nœuds associés composent le maillage. La figure (III.8) illustre la notion de maillage.

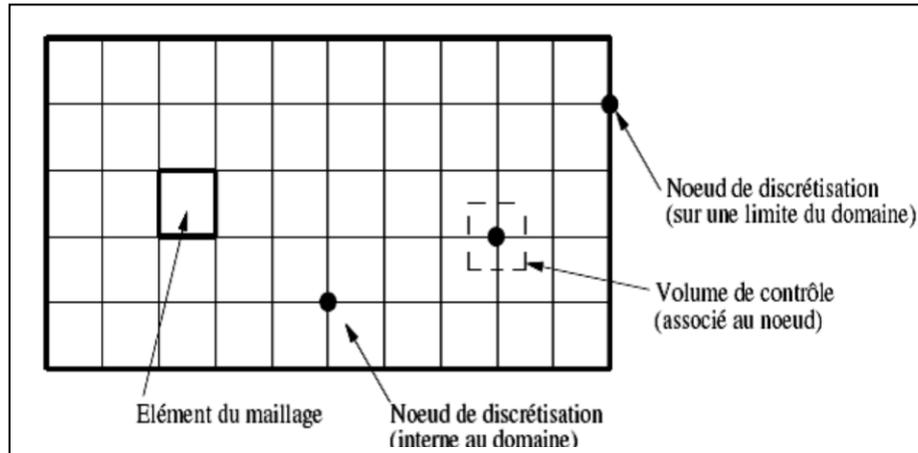


Fig. (III.8) : Illustration de la notion du maillage.

✚ Types d'éléments :

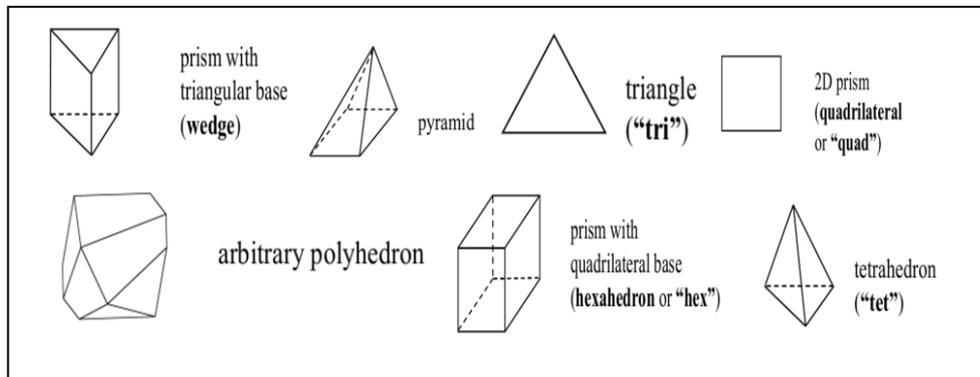


Fig. (III.9) : Éléments de maillage.

III.5.2. Classification des méthodes de maillage:

Les maillages sont classifiés selon leurs caractéristiques ou selon la méthode utilisée pour les générer. Dans ce qui suit, on ne présente que les grandes lignes de cette classification :

✚ Les maillages sont caractérisés selon leurs propriétés :

- Régulier structuré ;
- Curviligne adapté ;
- Non structuré ;
- Hybrides ;
- Selon leur forme géométrique (ex : o, c, i...).

✚ Selon la méthode utilisée pour les générer :

- Interpolation transfinie ou technique algébrique ;
- Equation différentielle ou transformation conforme ;
- Triangulation de Delaunay ;
- Avance de front ;
- Décomposition par blocs ;
- Décomposition hiérarchique.

Le type de classement fréquemment utilisé est basé sur la propriété structurée ou non structurée des maillages qui se rapportent à la nature de la connectivité entre les éléments.

Dans un maillage structuré, chaque nœud est entouré exactement du même nombre de nœuds. Une différence entre les maillages structurés et les maillages non structurés réside dans la présence de lignes (surfaces) ou des directions clairement identifiables à l'intérieur du maillage [36].

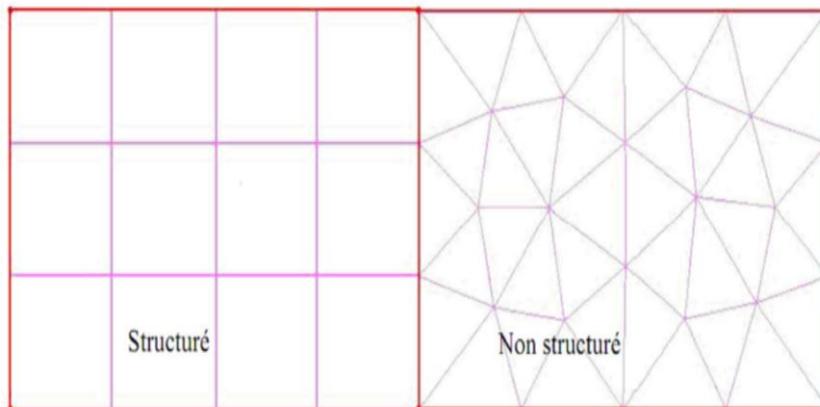


Fig. (III.10) : Maillage structuré et non structuré.

III.6. Maillage structuré :

Le maillage structuré peut être considéré comme le plus naturel pour les problèmes d'écoulement. Comme l'écoulement est généralement aligné avec le corps solide, on peut imaginer les lignes du maillage suivant le même sens que les lignes de courant [36].

Le domaine comporte des cellules quadrilatères en 2D ou hexaèdres (en 3D) et les nœuds sont identifiés par une paire en 2D (ou triplé en 3D) de nombre qui en dénote la position dans la grille.

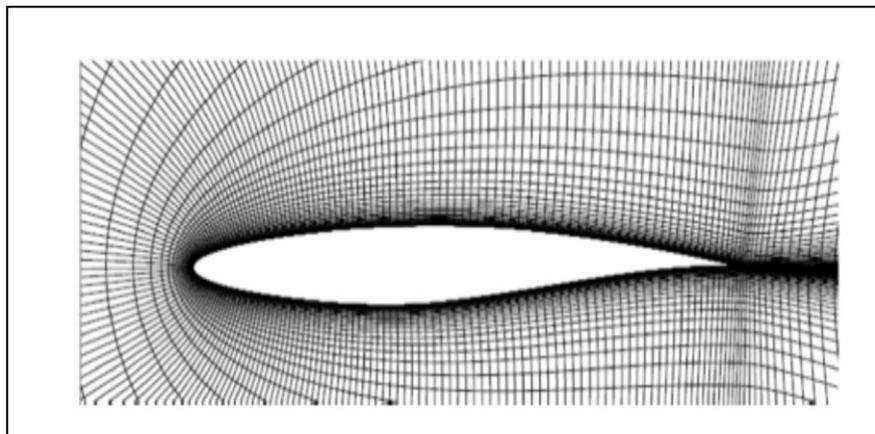


Fig. (III.11) : Maillage structuré autour d'un profil.

III.6.1. Techniques de génération de maillage structuré :

Méthode multi bloc :

Les maillages multi-bloc structurés sont générés par la décomposition du domaine manuellement en blocs avec des formes simples, puis chaque bloc est maillé d'une manière

structurée. L'utilisateur peut définir le nombre de nœuds et la distribution le long de chaque bord des blocs. La Figure(III.12) montre une vue en 2D d'un maillage multi-bloc structuré hexaèdres dans une tuyère double galbe. Le système de blocs à gauche et le maillage à droite.

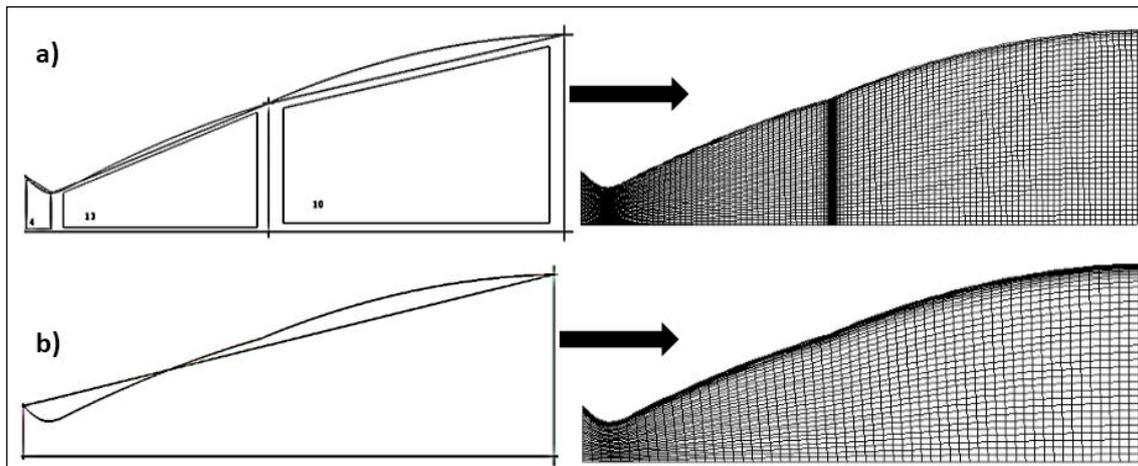


Fig. (III.12) : Maillage structuré dans une tuyère double galbe, a) multi-blocs, b) monobloc.

Malgré les difficultés rencontrées pour générer le maillage structuré, il a beaucoup d'avantages incontestables, en particulier pour les écoulements visqueux. Pour résoudre le flux dans la couche limite, il est relativement facile de générer un maillage quadri-angles avec des éléments allongés dans la direction parallèle à la paroi. Il est également facile de placer les bords perpendiculaires à la paroi. Ceci permet de minimiser l'erreur lors de l'évaluation du gradient de vitesse proche de la paroi. Enfin, une fois le bloc a été créé, il devient relativement facile de changer la densité du maillage en distribuant les points de grille en fonction des besoins du solveur, (Fig (III.12.a))

✚ Méthode d'interpolation algébrique :

Un moyen simple et néanmoins efficace pour générer un maillage structuré, consiste à utiliser une séquence de transformations pour réduire les domaines de géométries arbitraires à des formes simples (par exemple triangle, quadrangle, hexaèdre...). Après avoir défini un maillage structuré dans l'espace logique, la fonction de transfert est utilisée pour créer un maillage respectant les frontières du domaine.

Les fonctions de transfert et la distribution des points du maillage dans l'espace logique peuvent être choisies arbitrairement. En revanche, il s'avère souvent intéressant et parfois plus efficace de contraindre la discrétisation des frontières dans l'espace physique. Le contrôle de la distribution des points du maillage dans l'espace se fait avec des paramètres permettant le contrôle de la densité des points du maillage résultant du domaine physique.

La définition de la fonction de transfert est l'étape clé de la méthode. La fonction contient des coefficients qui permettent de trouver certaines valeurs spécifiques des coordonnées cartésiennes sur la frontière.

La détermination de la fonction devient de plus en plus difficile dans les géométries complexes.

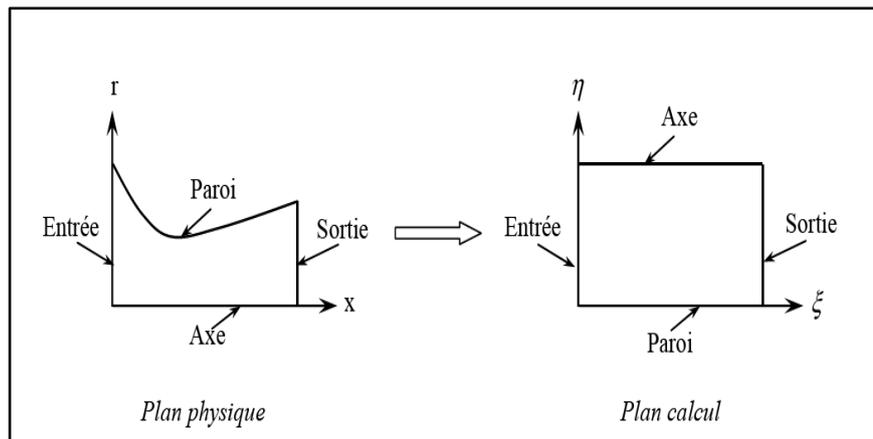


Fig. (III.13) : Transfer du domaine physique au domaine de calcul.

III.7. Maillage non structuré :

Les maillages triangulaires sont les types les plus communs de maillage non-structuré. Les mailles de forme triangulaires peuvent être connectées par de nombreuses manières, il est facile de remplir n'importe quel domaine de forme arbitraire. Parce que la connectivité est si flexible, des différentes techniques peuvent être utilisées pour générer ces types de maillages.

III.7.1. Techniques de génération de maillage non structuré :

Les techniques les plus couramment utilisées sont :

- Delaunay ;
- Avance de front ;
- Les méthodes d'Octree.

Elles sont brièvement résumées ci-dessous afin de donner une idée des différents défis de maillage triangulaire.

✚ Méthode delaunay :

Étant donné un nuage de points, les méthodes Delaunay sont utilisées pour communiquer les points de telle sorte que chaque point est entouré par une région qui est plus proche de ce point que de tout autre. Faces ou des arêtes d'un élément sont construites à la frontière entre les régions non chevauchées autour de chaque point. Les principaux avantages de la méthode de Delaunay se présentent dans son efficacité est le fait qu'un maillage valide qui peut toujours être obtenu. Toutefois, c'est difficile de préserver la définition des limites correctes, et cette méthode ne résout pas le problème de façon à générer le nuage initial de points à partir lequel le maillage est construit. La Figure (III.14) montre les étapes de maillage par la méthode de Delaunay.

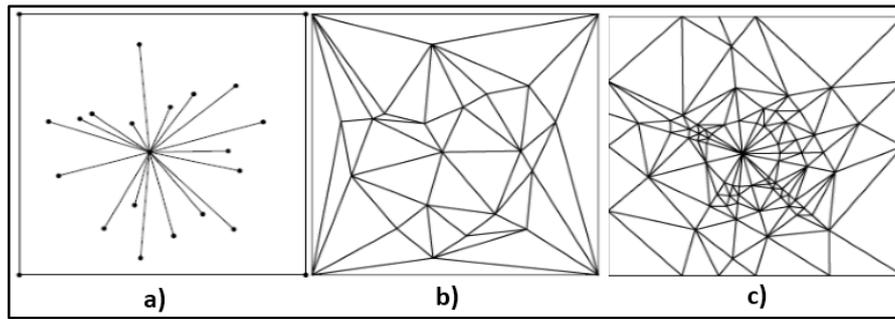


Fig. (III.14) : Étapes de Maillage par La triangulation de Delaunay en 2D.

✚ Méthode Avance de front:

Le maillage par la méthode (avance de front) commence par une triangulation initiale sur la surface limite et ensuite des tétraèdres sont construits sur les faces exposées, (Fig (III.15)). Comme chaque couche d'éléments est générée, un nouveau "front" sur les faces triangulaires est créé, sur lequel la couche suivante des éléments est construite. Un des inconvénients de cette méthode est qu'il est difficile de définir la taille de l'élément et l'étirement dans le module de génération. Un grand avantage par rapport aux deux autres méthodes est que la définition des limites et la qualité sont facilement conservées.

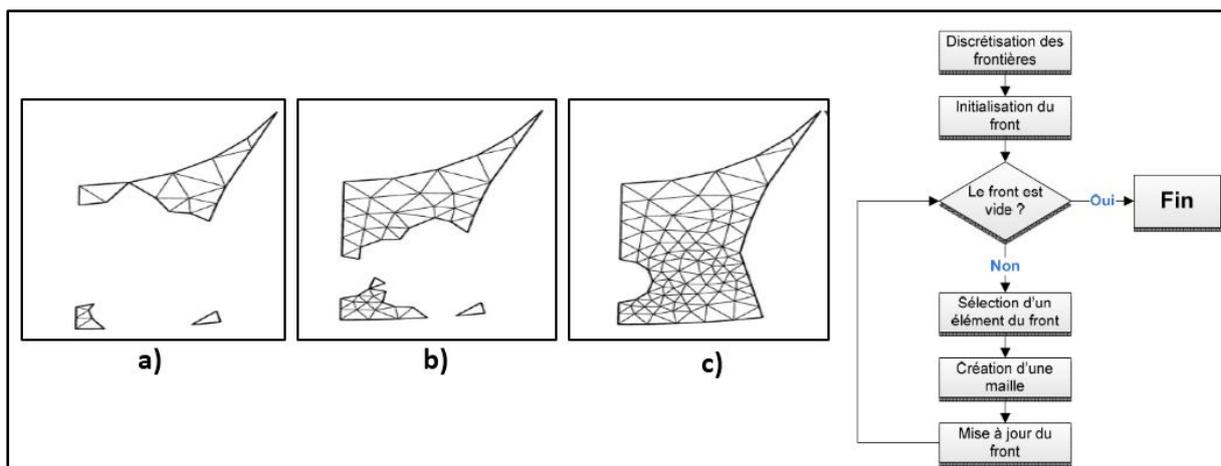


Fig. (III.15) : Progression et algorithme du maillage par la méthode frontale.

✚ Méthode d'Octree:

Les méthodes d'Octree débutent par la formation d'un premier quadri-angles immense qui englobe l'ensemble du domaine, puis en divisant récursivement l'hexaèdre jusqu'à ce que la taille de subdivisés octants sont égales à celles demandées par l'utilisateur, Figure III.18. Le principal avantage de cette méthode est qu'elle est plus rapide que les deux autres approches et plus facile à réaliser. Cependant, il tend à produire des mailles de mauvaise qualité aux frontières, où un maillage de bonne qualité est le plus important. Il peut également produire des maillages isotropes.

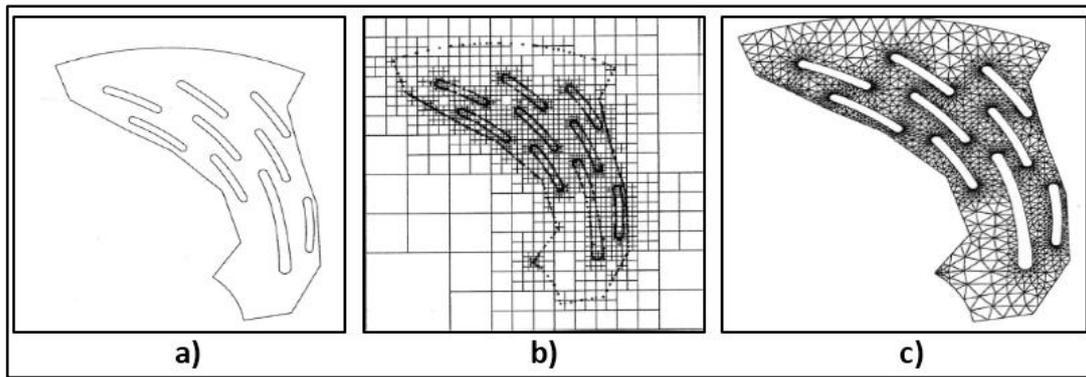


Fig. (III.16) : Progression du maillage sur une grille (méthode d'Octree).

L'avantage majeur de maillages non structurés est que leur génération peut facilement être automatisée avec une intervention limitée de l'utilisateur. Un des problèmes avec les méthodes décrites ci-dessus, c'est qu'elles ne sont pas toutes capables de générer des maillages anisotropes, et ceux qui ne peuvent atteindre un degré limité d'anisotropie. L'absence d'anisotropie peut gravement nuire à l'efficacité d'un maillage pour les simulations des écoulements visqueux. Cela réduit également l'efficacité du maillage pour la simulation CFD.

III.8. Comparaison entre maillage structuré et non structuré :

Tab. (III.1) : Comparaison entre maillage structuré et non structuré.

	Maillage structuré	Maillage non structuré
Avantage	<p>Il est beaucoup plus facile de le générer en utilisant une géométrie à multi blocs</p> <p>Economique en nombre d'éléments. présente un nombre inférieur de mailles par rapport à un maillage non structuré équivalent.</p> <p>Réduit les risques d'erreurs numériques, car l'écoulement est aligné avec le maillage.</p>	<p>Peut-être généré sur une géométrie complexe tout en gardant une bonne qualité des éléments.</p> <p>Les algorithmes de génération de ce type de maillage (tri/tetra) sont très automatisés.</p> <p>Contrairement aux maillages structurés, il n'y a aucune restriction sur la topologie du domaine.</p>
Inconvénient	<p>Difficile à générer dans les géométries complexes</p> <p>Difficile d'obtenir une qualité de maillage pour les géométries complexe.</p>	<p>Très gourmand en nombre de mailles comparativement au maillage structuré.</p> <p>Engendre des erreurs numériques, (fausse diffusion) qui peuvent être très importantes si l'on compare avec le maillage structuré.</p>

III.9. Maillage hybride:

Maillage généré par un mélange d'éléments de différents types, triangulaire ou quadrilatère en 2D, tétraédriques, prismatique ou pyramidaux en 3D.

Ses avantages :

- + Combine entre les avantages du maillage structuré et ceux du maillage non structuré.

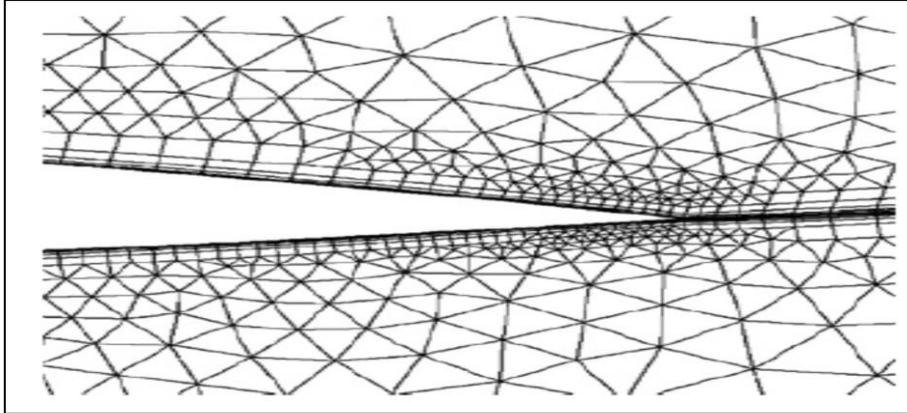


Fig. (III.17) : Maillage non structuré hybride.

Pratiquement, il n'existe pas de règle précise pour la création d'un maillage valable, cependant, il existe différentes approches qui permettent d'obtenir une grille acceptable.

Nous pouvons résumer ces règles ainsi :

- + Maintenir une bonne **Q**ualité des éléments ;
- + Assurer une bonne **R**ésolution dans les régions à fort gradient ;
- + Assurer un bon **L**issage dans les zones de transition, entre les parties à maillage grossier ;
- + Minimiser le nombre **T**otal des éléments (temps de calcul raisonnable).

On utilise la formulation mnémotechnique « QRLT ».

□ Qualité :

La génération d'une très bonne qualité de maillage est essentielle pour l'obtention d'un résultat de calcul précis, robuste et signifiant.

- + Minimisation des éléments présentant des distorsions (skewness en anglais) ;
- + Une bonne résolution dans les régions présentant un fort gradient (couche limite, ondes de choc...);

Enfin la qualité de maillage à un sérieux impacte sur la convergence, la précision de la solution et surtout sur le temps de calcul.

Il existe des facteurs pour l'estimation de la qualité du maillage :

- + **Distorsion (skewness) :** une bonne qualité de maillage est synonyme d'absence de grande distorsion d'élément (bon skewness)

Le facteur de distorsion est basé sur deux méthodes :

- a) **Sur un volume équilatéral ;**

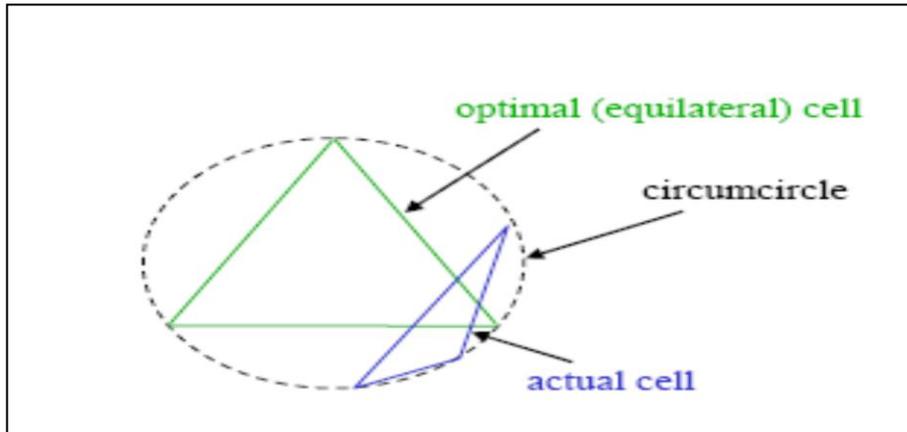


Fig. (III.18) : Qualité de maillage basé sur un volume équilatéral.

$$F_d = \frac{\text{taille}_{\text{element optimale}} - \text{taille}_{\text{element generé}}}{\text{taille}_{\text{element optimale}}}$$

Applicable seulement pour les éléments triangulaires ou tétraédriques.

b) calculé basé sur la déviation angulaire :

$$F_d = \max \left| \frac{\theta_{\max} - 90}{90}, \frac{90 - \theta_{\min}}{90} \right|$$

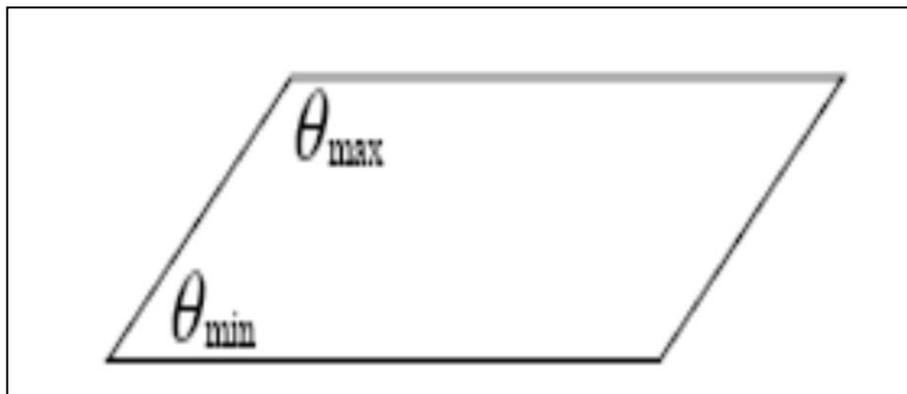


Fig. (III.19) : Qualité de maillage basé sur la déviation angulaire.

Applicable pour tout type d'élément. Le tableau suivant illustre la variation de la qualité du maillage en fonction de la valeur du coefficient de distorsion F_d , [37].

Tab. (III.2) : Qualité de maillage.

F_d	0-0.25	0.25-0.5	0.50-0.80	0.80-0.95	0.95-0.99	0.99-1.00
qualité	excellent	Bonne	acceptable	pauvre	Tres pauvre	mauvais

- ✓ La valeur maximale du skewness tolérée pour un maillage volumique doit être inférieure à 0.90.
- ✓ La valeur maximale du skewness toléré pour un maillage surfacique structuré ou non, hexaédrique ou tétraédrique doit être inférieure à 0.75.

☐ Lissage (smoothness) :

Le changement dans la taille des éléments de maillage d'une zone à une autre doit être graduel, la variation de la taille des éléments de deux zones adjacentes ne doit pas dépasser 20 % (fig (III.22)) [36].

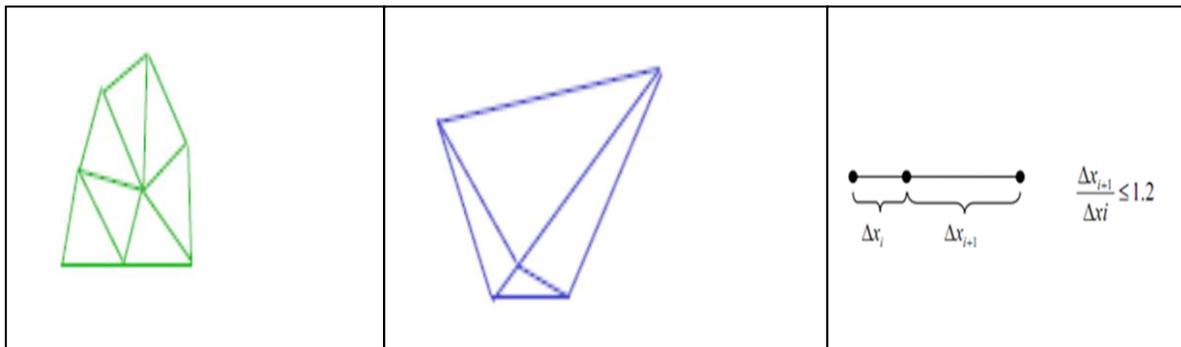


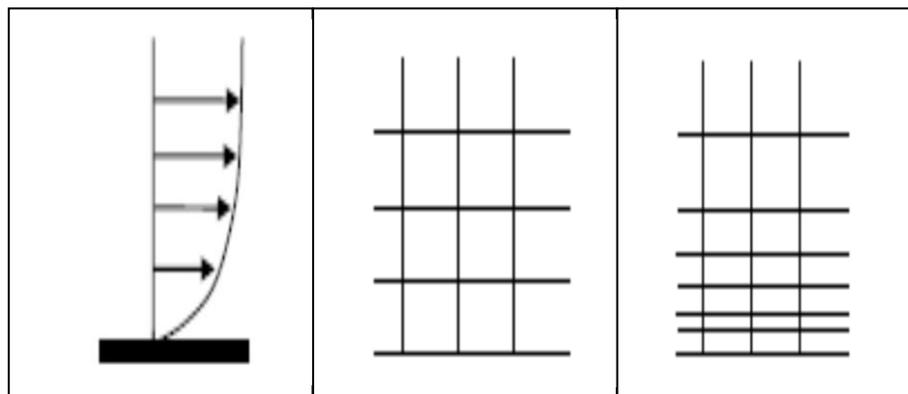
Fig. (III.20) : Changement brusque.

Fig. (III.21) : Changement de taille optimal.

Fig. (III.22) : Changement de taille.

□ **Résolution :**

La notion de résolution concerne plus particulièrement les zones qui présentent un fort gradient, ainsi une bonne résolution permet de mieux décrire les phénomènes physiques qui existent dans ces zones telles que les ondes de choc, ou les phénomènes liés à la couche limite [37].



Écoulement

résolution Inadéquate

résolution adéquate

Fig. (III.23) : Résolution du maillage dans les régions à fort gradient.

III.10. La simulation numérique :

III.10.1. Introduction

La simulation numérique de la dynamique des fluides est utilisée de plus en plus comme outil d'analyse en recherche et en industrie. Cependant, la génération de maillage demeure un défi majeur, en particulier pour la simulation d'écoulements turbulents, car il peut être très difficile et coûteux en temps de générer un maillage qui produira des résultats précis. La modélisation et la simulation interviennent pour :

- La compréhension de la structure et des interactions à l'intérieur d'un système (déterminer le rendement, la performance...);

- L'étude du comportement du système par rapport à son environnement extérieur (consommation énergétique/cout...);
- La prédiction du comportement d'un système pour des situations nouvelles ou extrêmes;
- La conception de nouveaux dispositifs/ composants, étude de système avant la création de prototype et mise en œuvre de nouveaux procédés (stratégies et algorithmes de contrôle);
- L'optimisation des solutions lors de la conception.

III.10.2. Géométrie

Le profil de la tuyère est donné sous forme d'une liste de coordonnées, Pour bien résoudre les détails géométriques d'une configuration, plus de points de maillage seront exigés, et comme résultat, de plus longs délais d'exécution seront exigés. Le niveau de précision auquel la géométrie est modélisée dépend du type des résultats exigés et du temps d'exécution acceptable.

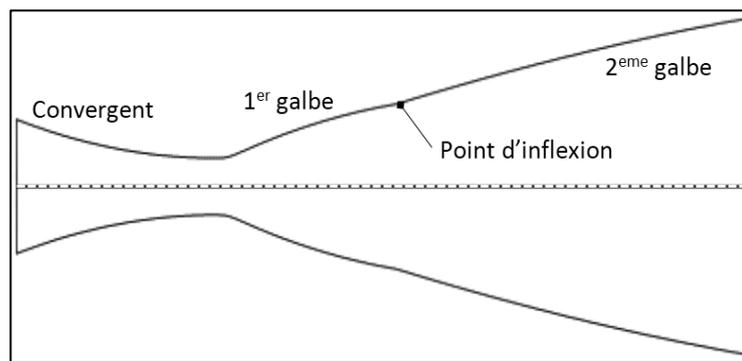


Fig. (III.24) : Exemple d'une géométrie 2D de la tuyère double galbe avec un convergent.

III.10.3 Maillage

La génération du maillage est primordiale quant à la réussite des calculs et à la précision des résultats. Il diffère fortement selon le problème et les calculs que nous allons vouloir effectuer. Il sert à la représentation discrète de variables continues. Toutefois, un bon maillage est un compromis entre la précision recherchée et le temps de calcul.

Dans cette partie, nous avons pour objectif de créer un maillage qui, sous la base de nos connaissances en mécanique des fluides et en méthodes numériques, serait approprié à des calculs à grand nombre de Mach, e.g. raffiner le maillage dans les zones où nous nous attendons à de forts gradients.

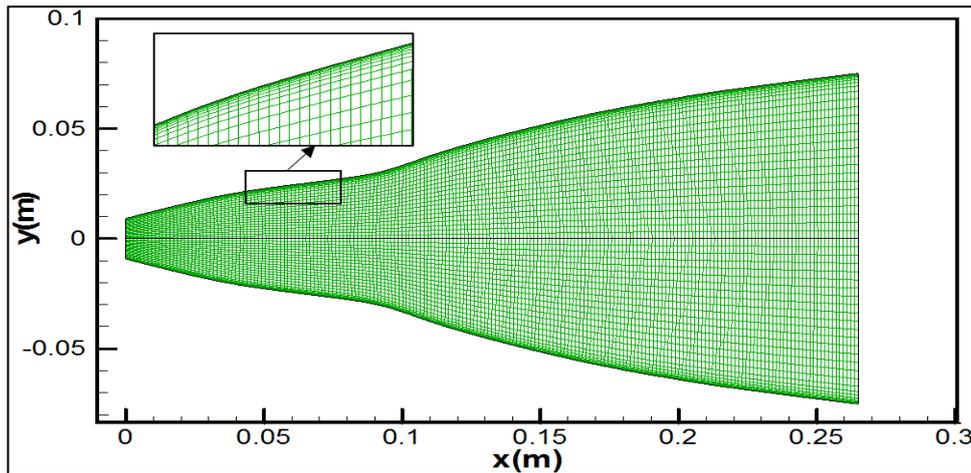


Fig. (III.25) : Maillage structuré de la tuyère double galbe.

III.10.4 Conditions aux limites

À toutes les frontières du volume de contrôle qui sont des interfaces entre les régions dans lesquelles l'écoulement sera simulé et les régions en dehors du domaine de calcul, les propriétés du fluide et de l'écoulement doivent être spécifiées. Souvent, simplement la spécification du type de la paroi, e.g. paroi adiabatique, paroi de non glissement ... etc., est suffisante, et dans d'autres cas, des informations complémentaires sont exigées, e.g. la température de la paroi.

Les écoulements étudiés dans ce travail s'effectuent dans des domaines confinés limités par la paroi de la tuyère. Nous avons, donc, à préciser pour chaque cas d'écoulement, quatre types de conditions aux limites à savoir :

- d'écoulement à l'entrée du domaine.
- Conditions d'écoulement à la sortie du domaine.
- Conditions de symétrie.
- Conditions aux parois solides.

Le nombre de conditions à l'entrée ou à la sortie dépend de la nature locale d'écoulement, i.e. supersonique ou subsonique.

III.10.4.1. Conditions d'entrée

Si l'écoulement à l'entrée est subsonique, trois conditions sont à imposer :

- Pression totale ou de stagnation ; P_0 .
- Température totale ou de stagnation ; T_0 .
- Vitesse transversale nulle ; $u_2 = 0$.

Pour un écoulement supersonique à l'entrée, le nombre de Mach doit être spécifié et par conséquent, quatre conditions sont nécessaires :

- Pression totale ; P_0 .
- Température totale ; T_0 .
- Vitesse transversale nulle ; $u_2 = 0$.

- Vitesse axiale u_1 correspondante au nombre de Mach spécifié.

La pression totale P_0 n'est pas une variable indépendante. Cependant, la valeur P_0 désirée est assurée par l'imposition de la pression statique P_s correspondante. Ainsi, la pression statique sera imposée de manière non linéaire. Elle est alors actualisée tout le long de calcul de façon à garantir la valeur de la pression totale désirée,

III.10.4.2 Conditions de sortie

En général, une seule condition à la sortie est imposée pour les écoulements internes. Cette condition correspond à la pression statique à la sortie.

III.10.4.3 Condition de symétrie

Les écoulements étudiés sont des écoulements bidimensionnels à symétrie plane. Seule la moitié du domaine fluide est alors considérée et la condition de symétrie est assurée en imposant une vitesse (donc la quantité de mouvement) transversale nulle le long du plan de symétrie.

III.10.4.4. Conditions aux parois solides

Les conditions aux parois solides sont différentes selon que l'écoulement est visqueux ou non.

Écoulement non-visqueux

Dans un écoulement non visqueux, les particules fluides doivent glisser au contact d'une paroi solide. Cette condition de glissement est assurée grâce à la condition d'imperméabilité de la paroi qui se traduit par une vitesse normale du fluide nulle le long de cette paroi.

Écoulement visqueux

Si l'écoulement est visqueux, au contact d'une paroi solide, la viscosité impose que les particules fluides restent attachées à cette paroi. La vitesse du fluide est alors nulle sur la paroi, [49]

$$u = 0 \quad \text{et} \quad v = 0$$

En ce qui concerne la condition d'une paroi adiabatique, nous imposons dans les deux cas d'écoulements, l'une des deux possibilités suivantes:

- Soit en imposant une répartition uniforme de la température, égale à la température de l'entourage (système extérieur), sur la paroi d'où, une paroi isotherme.
- Soit en isolant la paroi de l'extérieur en considérant que le flux de chaleur normale à la paroi soit nul. La paroi est alors dite adiabatique.

La Figure (III.26) montre les types de conditions aux limites.

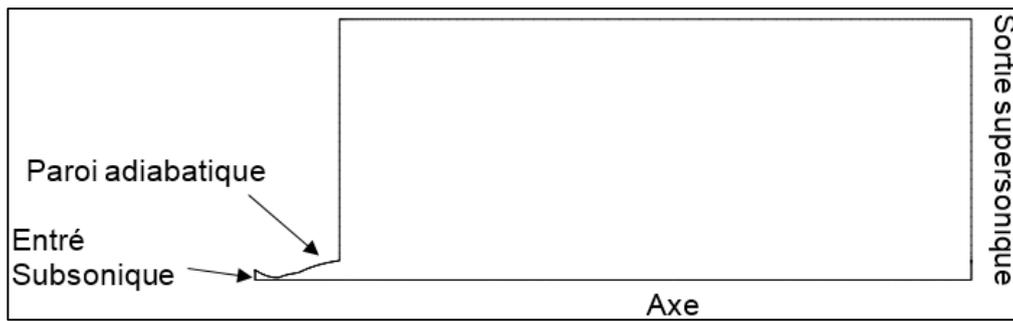


Fig. (III.26) : Types des conditions aux limites utilisées dans les simulations numériques.

III.10.5. Résolution

L'étape de la résolution est effectuée avec le solveur Fluent. Ce dernier fournit, en générale, de bons résultats en simulation des écoulements internes. L'un des intérêts de ce logiciel de simulation, est qu'il dispose d'un nombre relativement important de modèles, pouvant faire face à divers aspects de la mécanique des fluides : écoulements diphasiques (miscible, non miscible, cavitation, solidification), turbulence (LES, $k-\varepsilon$, $k-\omega$, S-A, Reynolds Stress...), combustion (pré-mélangé et non pré-mélangé), transport de particules, écoulements en milieux poreux, maillages mobiles et dynamiques avec reconstruction du maillage, entre autres. Les schémas numériques temporels et spatiaux peuvent être modifiés pour améliorer la convergence. Fluent est parallélisé et il permet de tirer parti des systèmes multiprocesseurs aussi bien au sein d'une seule machine qu'en réseau. Les équations gouvernantes utilisées dans ce logiciel sont formulées en utilisant l'approche de volume fini.

Les possibilités de visualisation sont nombreuses, on peut par exemple tracer les valeurs du coefficient de frottement pariétal afin de détecter un éventuel décollement, visualiser des lignes de courant ou d'autres paramètres de l'écoulement et de la turbulence. Il est également possible de tracer les contours de différentes variables qui décrivent l'écoulement : pression, vitesse, variables turbulentes.

III.10.6. Présentation de notre méthode de simulation numérique:

La CFD est devenu indispensable pour comprendre les différents phénomènes physiques intervenants dans les écoulements de fluides. Ces écoulements sont régis par des équations de conservation. Elles forment un système d'équations de conservation différentielles aux dérivées partielles (EDP) non linéaire qu'on doit résoudre.

Cela est difficile à résoudre pour la majorité des problèmes rencontrés dans le domaine de l'ingénierie. Cependant il est possible d'obtenir une approximation de la solution de ces systèmes à l'aide des méthodes numériques en utilisant les moyens informatiques.

Modèle de calcul de l'ansys 15

ANSYS 15 est un outil de conception assistée par ordinateur (CAO) qui permet la conception et la génération des géométries en 3D/2D et applique des simulations. Il permet de construire des surfaces et des volumes à partir d'une série de points définissant la géométrie de

base. Une fois la géométrie construite, elle peut être exportée en différents formats vers le générateur de maillage et les solveurs pour faire les analyses ou les simulations.

ANSYS 15 est un logiciel de génie mécanique qui collabore à de nombreux différents types de logiciels utilisés dans différents domaines comme : Vibrations, mécanique des fluides, aérodynamique, transfert de chaleur et dynamiques. Pour notre étude, deux systèmes de composants d'**ANSYS 15** sont utilisés pour effectuer le calcul aérothermique ; GEOMETRY, ICEM CFD et un système d'analyse FLUENT.

FLUENT est un solveur qui utilise un maillage non structuré 2D ou 3D (avec la méthode de volume fini). Ces maillages sont : soit des maillages triangulaires (tétraédriques en 3D), soit des maillages structurés interprétés en format non structuré comme des rectangles (hexaèdres), pour une simulation de tous les écoulements compressibles ou incompressibles, impliquant des phénomènes physiques complexes tels que la turbulence, le transfert thermique, les réactions chimiques, les écoulements multiphasiques... sur les géométries industrielles.

L'analyse en 2D ou 3D montre la capacité de FLUENT à simuler les caractéristiques de l'écoulement autour des tuyères supersonique. Ce problème est résolu en utilisant les équations d'Euler.

Les phases à suivre sur l'ansys pour la simulation du premier galbe:

➤ Création de la géométrie :

On procède à la création de la géométrie en insérant les coordonnées du profil de la tuyère (les résultats donnés par notre programme) dans l'interface de l'ICM-CFD à l'aide de la commande Import Geometry→formatted point data (fig III.27).

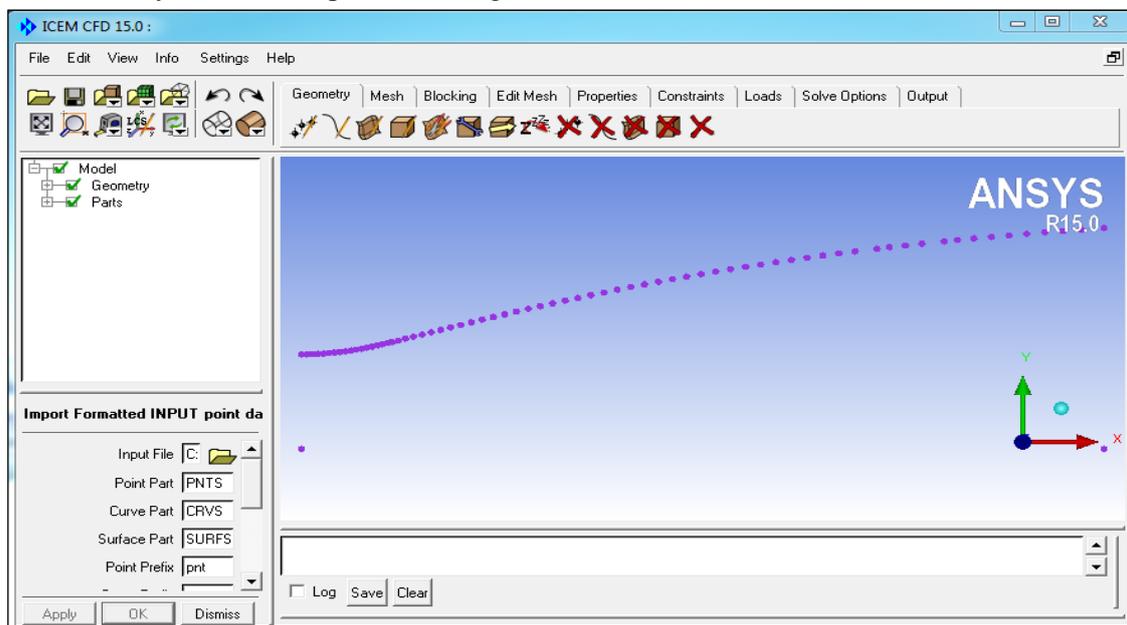


Fig. (III.27) : Création de points sous ICM-CFD

Ensuite on procède à la création de notre géométrie par des droites à l'aide des points insérés et cela par la fonction Create modify/curve (fig III.28).

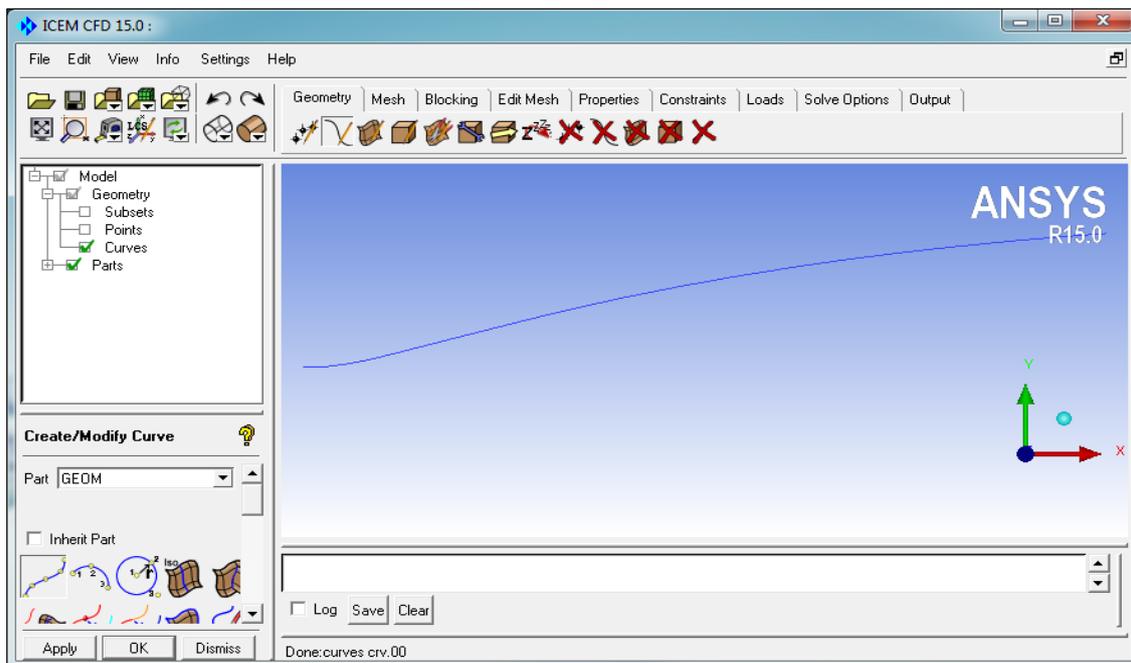


Fig. (III.28) : Création du profil.

Dans notre travail, on fait une simulation sur une tuyère deux dimension axisymétrique, alors on se contente de simuler une partie de la tuyère est ce dans le but de minimiser le nombre des mailles et par conséquent minimiser le temps de calcul et les erreurs machines. la figure(III.29) montre la géométrie à simuler :

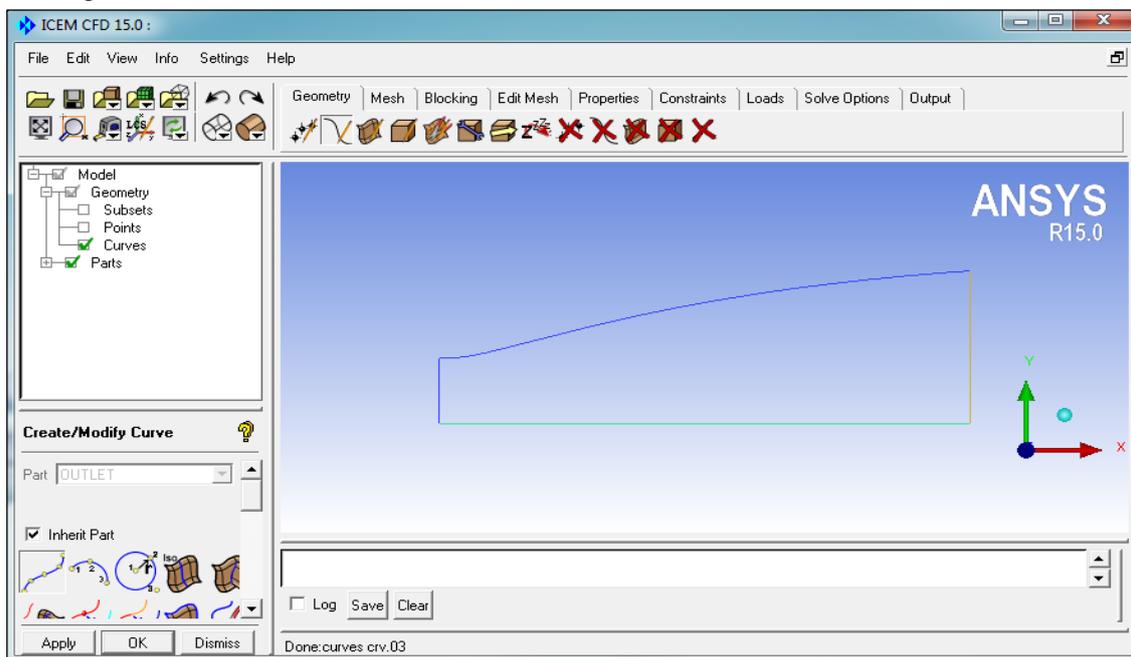


Fig. (III.29) : Tuyère axisymétrique.

➤ **Maillage de la géométrie :**

Pour les types de maillage, l'ICM-CFD offre des formes de cellules quadrilatérales ou Triangulaires ou les deux à la fois pour des géométries en deux dimensions et des cellules tétraédriques, hexaédriques, pyramidales et parallélépipédiques pour des géométries en trois dimensions

Comme on l'avait déjà mentionné l'exactitude de la solution est directement lié à la qualité du maillage qui ne devait pas comporter de distorsion très importantes et aussi essayer au maximum de minimiser le nombre de mailles et ce dans le but de minimiser les erreurs machines.

Comme déjà indiquer le maillage structuré rectangulaire (2D) et quadrilatère (3D) est le meilleur maillage et que nous devons essayer de le générer dès que c'est possible, pour des raisons multiples ; d'abord les mailles générées ne comporte pas de distorsion importante et aussi le nombre d'éléments et inférieur en comparant avec les autres types de maillage.

Pour que le mailler ICM-CFD peut mailler la géométrie suivant on doit créer une surface à l'aide de la fonction Create/Modify surface (voire figure III.30).

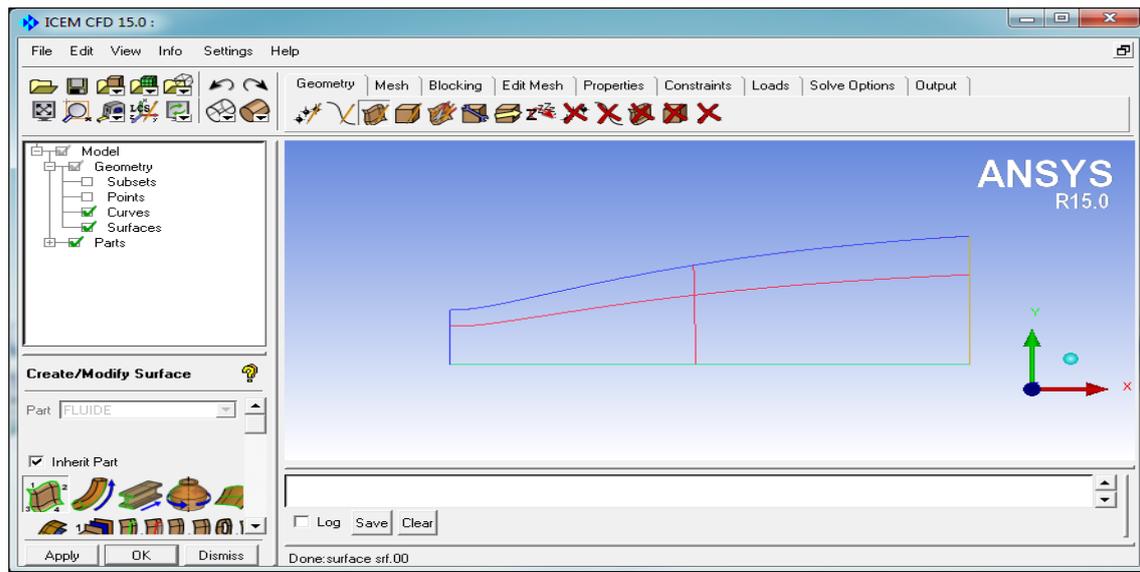


Fig. (III.30) : création de surface sur ICM-CFD en 2 dimensions.

Ensuite on doit créer un bloc à l'aide de la fonction create block (voire figure III.31).

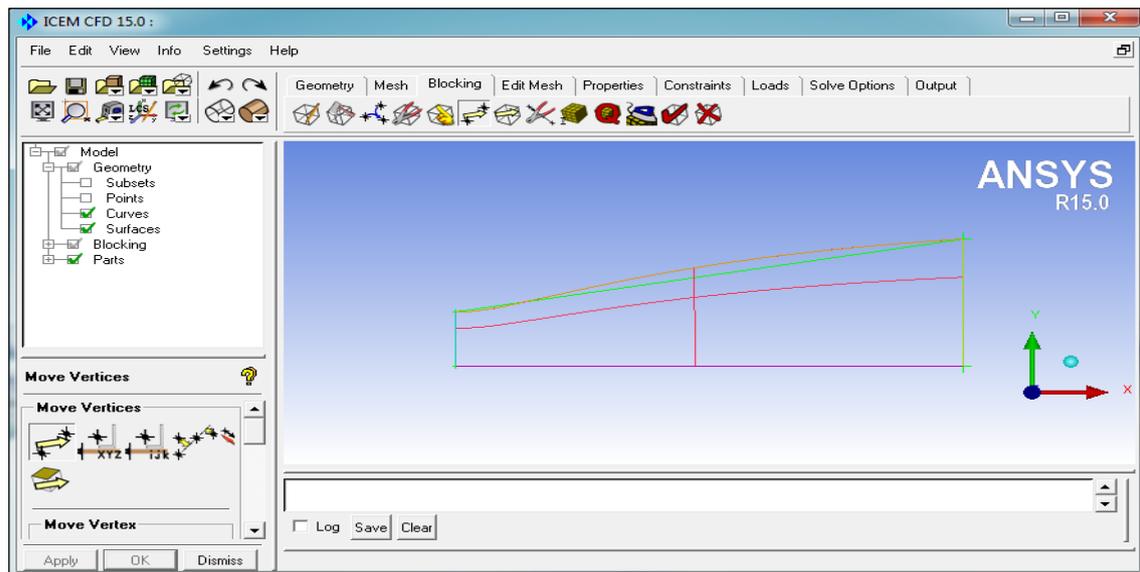


Fig. (III.31) : création du bloc sur ICM-CFD en 2 dimensions.

On procède à la génération du maillage par étape ce qui veut dire ,de choisir le nombre de maille sur chaque face avec un raffinement au niveau des zone de fort gradient des paramètres (le col et la paroi) pour notre cas en choisir un Maillage 50X100 ensuite on obtient le maillage de la surface à l'aide de la fonction Pre-Mesh Params (voire figure III.32).

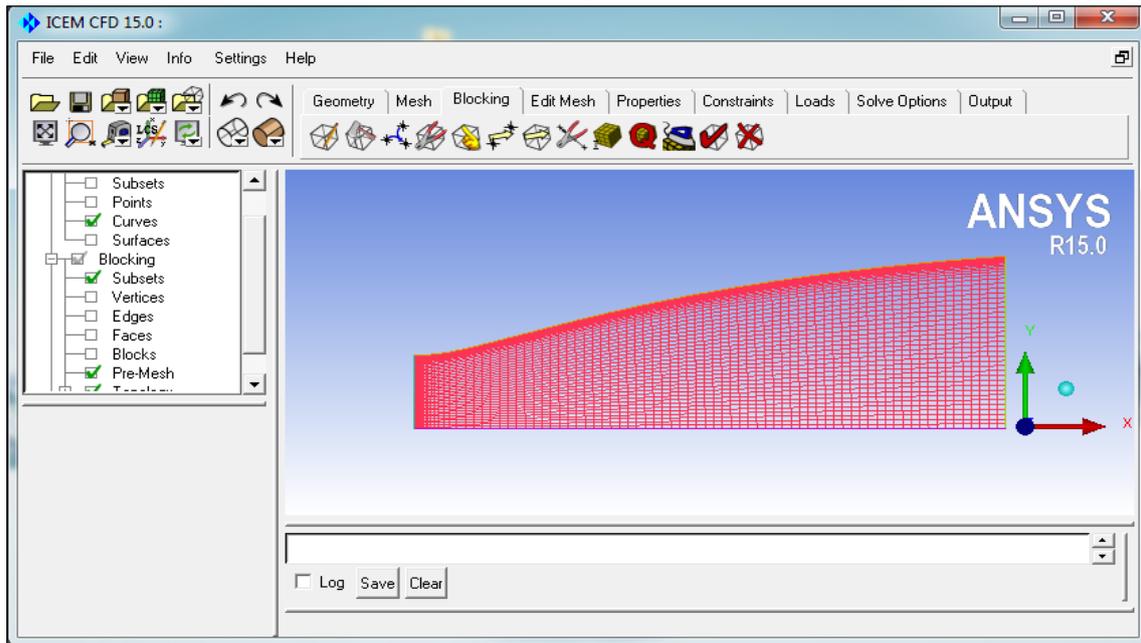


Fig. (III.32) : Maillage structure quadrilatère ICM-CFD.

Lorsque le maillage est terminé, il ne reste qu’à exporter ce maillage sous un format lisible par le solveur, Fluent en l’occurrence. Ceci se fait par la commande File/Export/Mesh qui permet d’écrire un fichier de maillage avec l’extension “.msh”.

➤ **Résolution par fluent :**

L’étape de la résolution est effectuée avec le solveur Fluent. Ce dernier fourni, en générale, de bons résultats en simulation des écoulements internes .on ouvre notre maillage à l’aide de la fonction Read mesh (voire figure III.33).

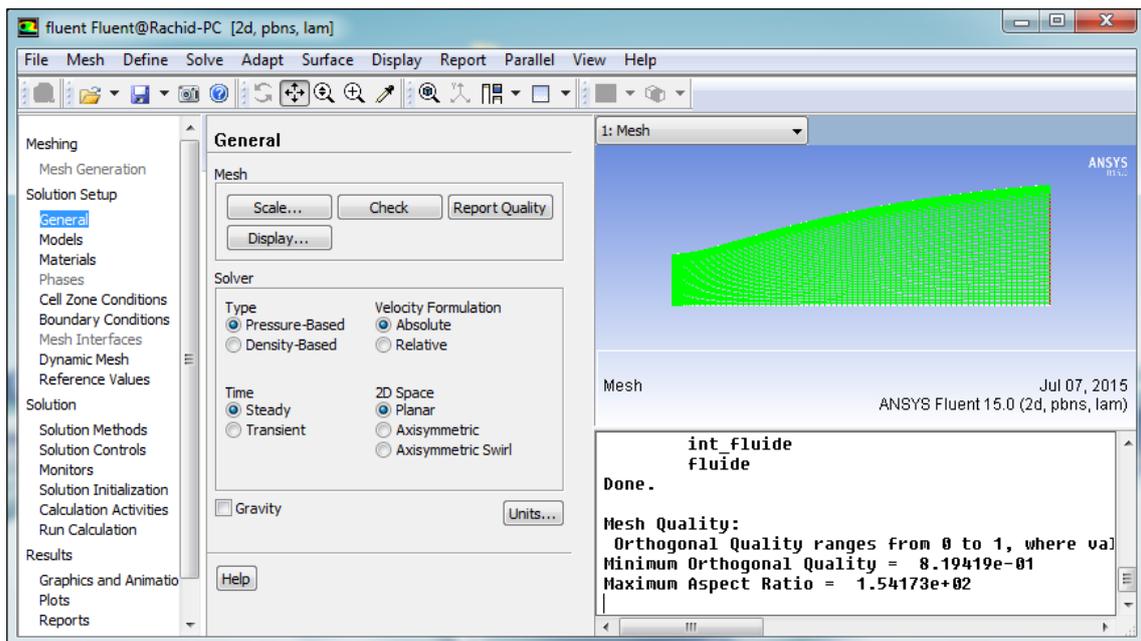


Fig. (III.33) : Maillage structure quadrilatère sur fluent.

Après avoir vérifier la qualité de notre maillage et choisir notre modèle de calcul et le type de matériaux utiliser elle vient l'étape d'entrer des conditions au limite à l'aide de la fonction Boundry Conditions (voire figure III.34).

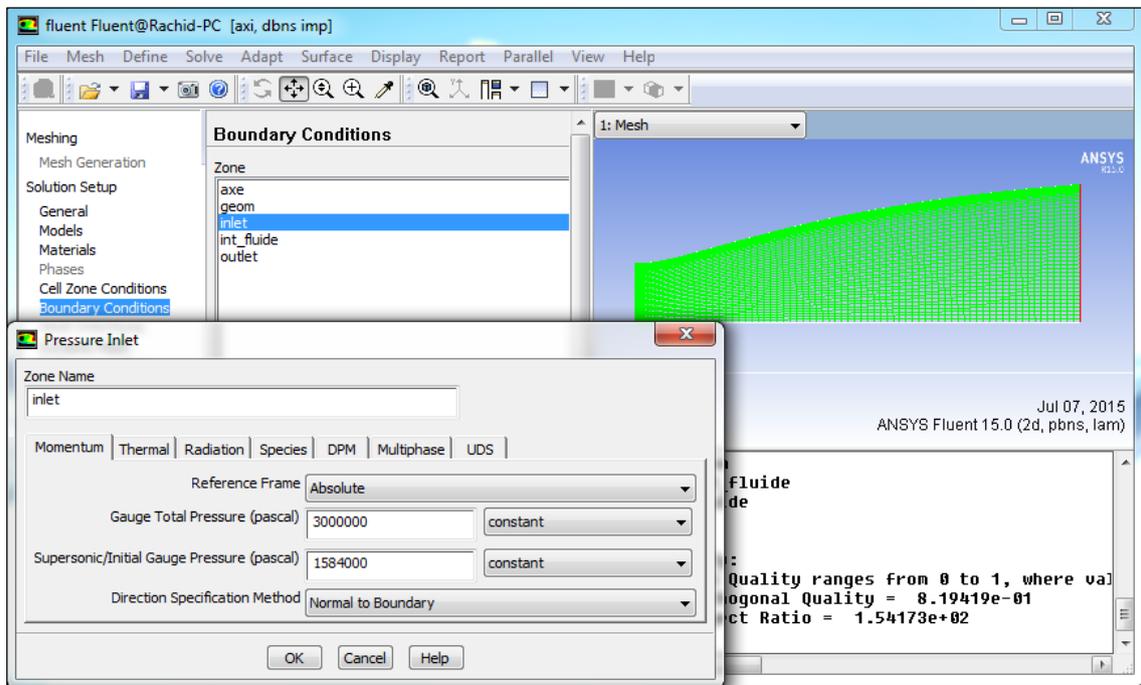


Fig. (III.34) : Condition aux limites sur fluent.

Ensuite après avoir choisir la méthode de calcul et le nombre d'itération on lance le calcul à l'aide de la fonction Run Calculation (voire figure III.35).

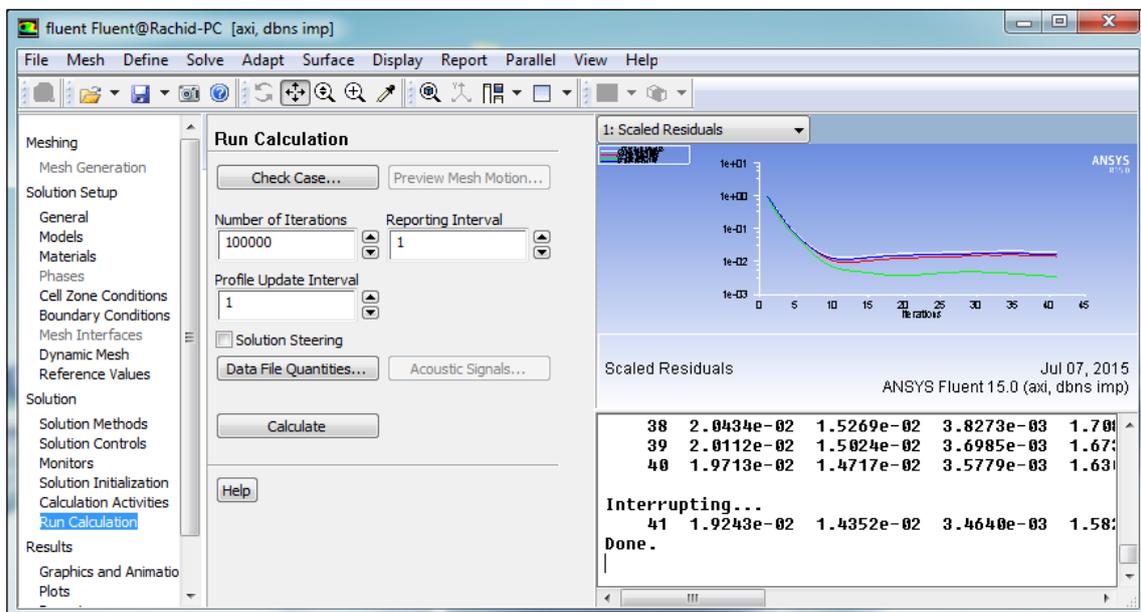


Fig. (III.35) : Le graphe des résiduelles de notre simulation.

A partir des graphes des résiduelles on peut dire que les calculs convergent, puisque la figure(III.35) montre que les résiduelles diminuent d'une manière continue. Pour être sure de la convergence, on fait la différence du flux entrant et sortant. (Voir figure III.36).

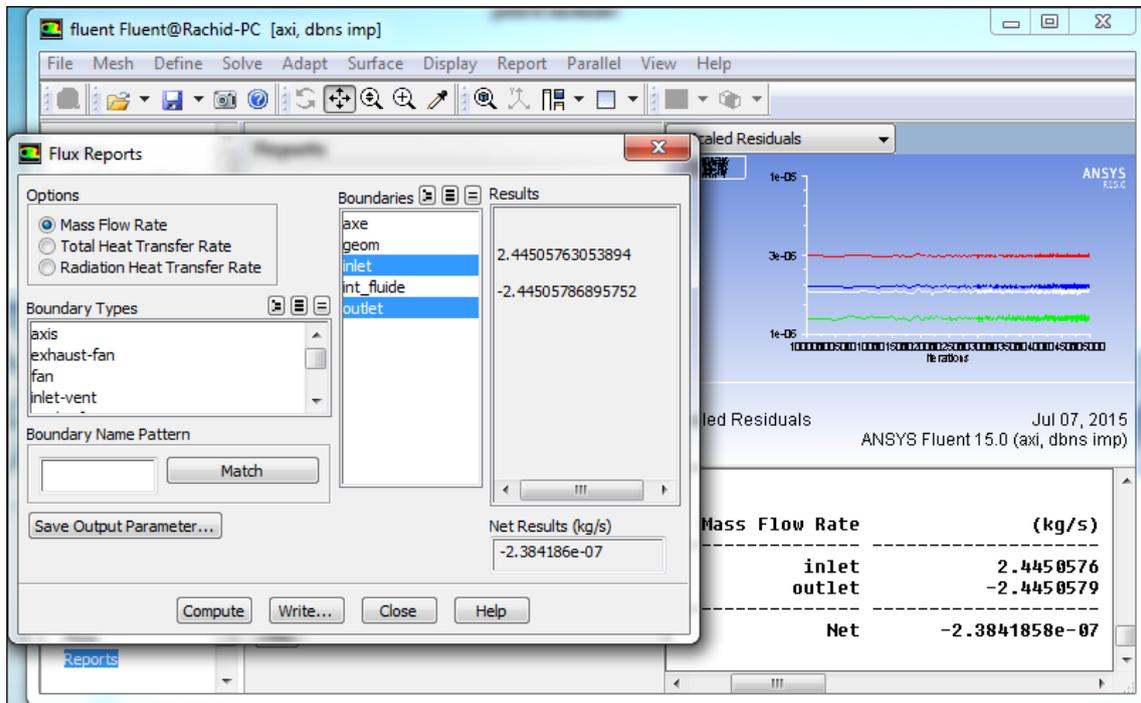


Fig. (III.36) : Critère de convergence.

Enfin après avoir la convergence on procède à la visualisation des variables de l'écoulement sous forme d'un champ (contours) à l'aide de la fonction Graphics and Animations ou sous forme de graph à l'aide de la fonction Plots (voire figure III.37).

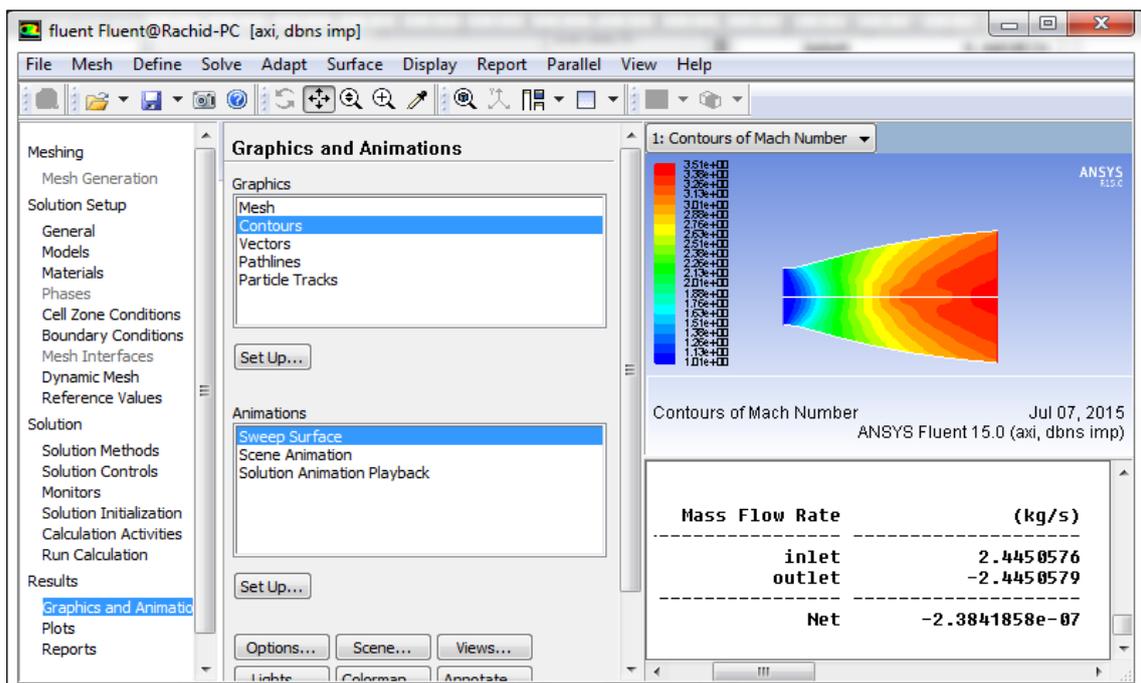


Fig. (III.37) : la visualisation des variables de l'écoulement sous forme d'un champ (contours)

Les phases à suivre sur l'ansys pour la simulation de la tuyère double galbe:

La simulation permet d'effectuer l'analyse du problème dans des conditions réalistes (reproduire des tests que l'on fait en expérimentation pour mieux les comprendre et à moindre coût) ou au contraire dans des conditions d'essais extrêmes/marginales (climats extrêmes, défauts d'installations...).

A travers la simulation, le système étudié devient plus flexible. On peut facilement faire des études paramétriques. L'utilisateur peut aussi faire varier l'échelle de temps pour une étude donnée, ce qui est impossible par ailleurs. La simulation se présente presque toujours sous forme d'un programme ou des outils informatiques. Ces derniers sont couramment appelés des environnements de simulation.

➤ Création de la géométrie :

On procède à la création de la géométrie en insérant les coordonnées du profil de la tuyère (les résultats donnés par notre programme) dans l'interface de l'ICM-CFD à l'aide de la commande Import Geometry → formatted point data (voire figure III.38).

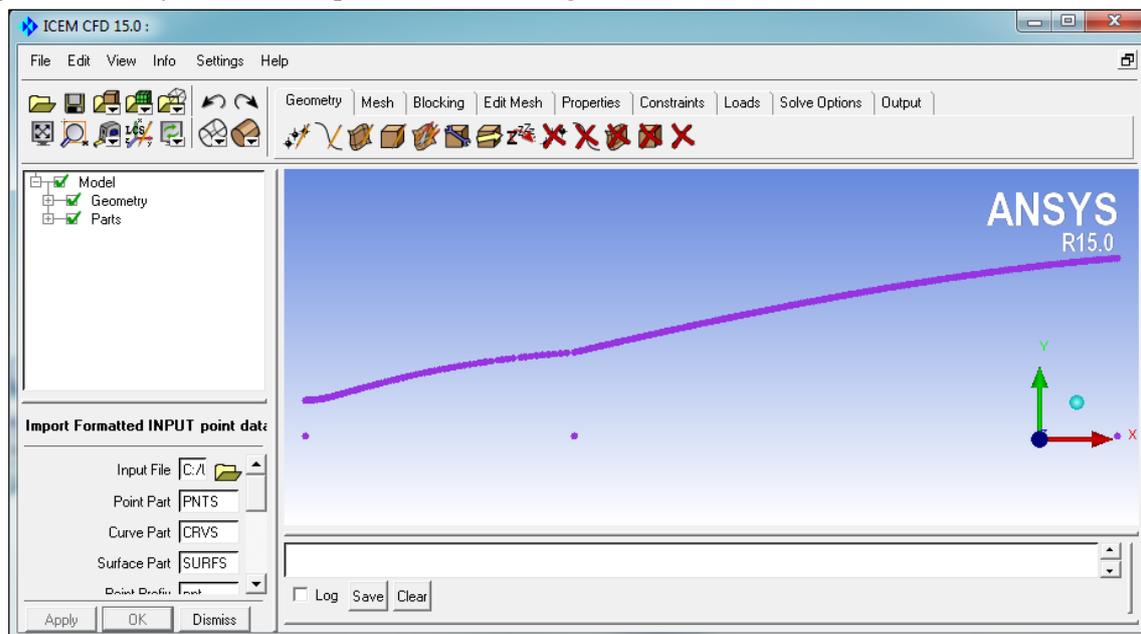


Fig. (III.38) : Création de points de la tuyère double galbe sous ICM-CFD

Ensuite on procède à la création de notre géométrie par des droites à l'aide des points insérés et cela par la fonction Create modify/curve (voire figure III.39).

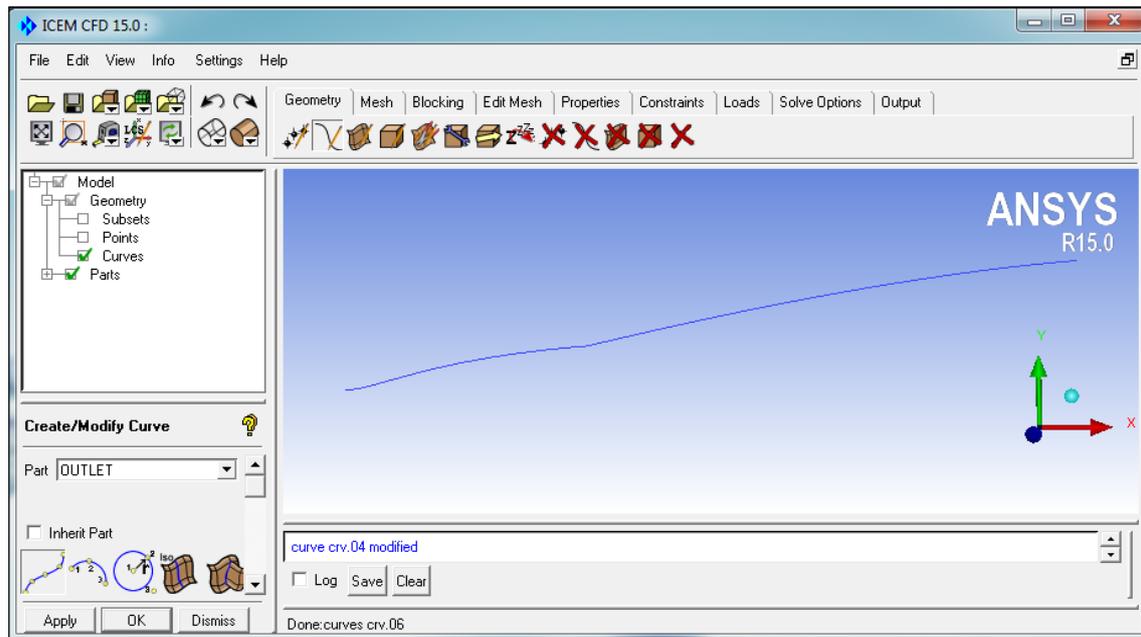


Fig. (III.39) : Création du profil de la tuyère double galbe.

Dans notre travail, on fait une simulation sur une tuyère deux dimensions axisymétrique, alors on se contente de simuler une partie de la tuyère est ce dans le but de minimiser le nombre des mailles et par conséquent minimiser le temps de calcul et les erreurs machines. la figure (III.40) montre la géométrie à simuler :

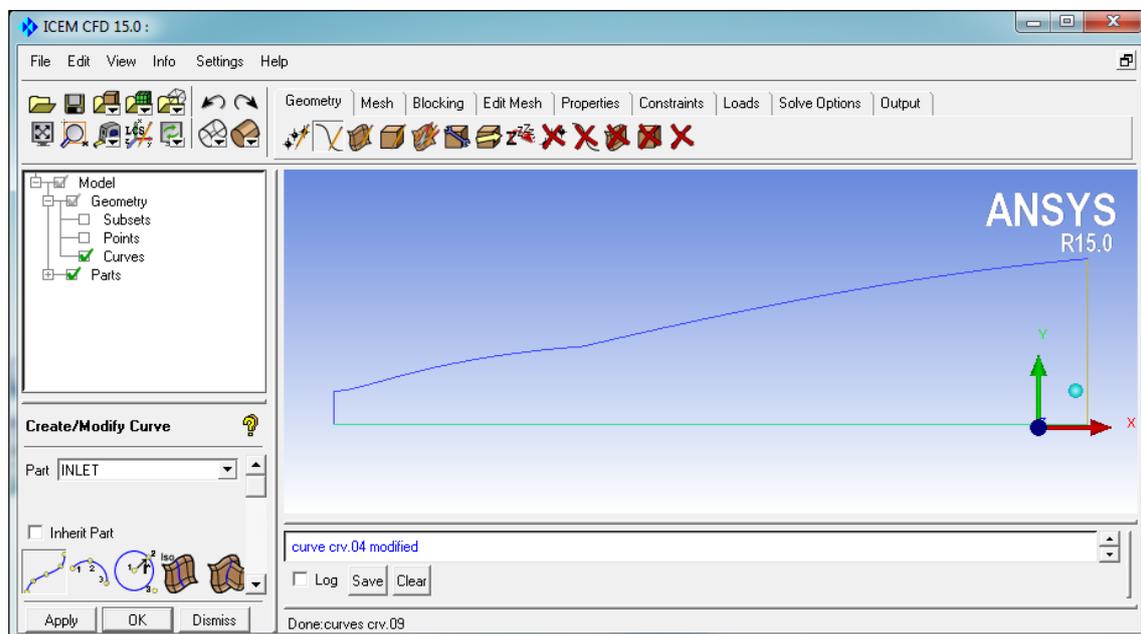


Fig. (III.40) : Tuyère double galbe axisymétrique.

➤ Maillage de la géométrie (Maillage structuré multi-blocs)

Les maillages multi-bloc structurés sont générés par la décomposition du domaine manuellement en blocs avec des formes simples, puis chaque bloc est maillé d'une manière structurée. L'utilisateur peut définir le nombre de nœuds et la distribution le long de chaque bord

des blocs. La Figure (III.41) montre une vue en 2D d'un maillage multi-bloc structuré hexaèdres dans une tuyère double galbe. Le système de blocs à gauche et le maillage à droite.

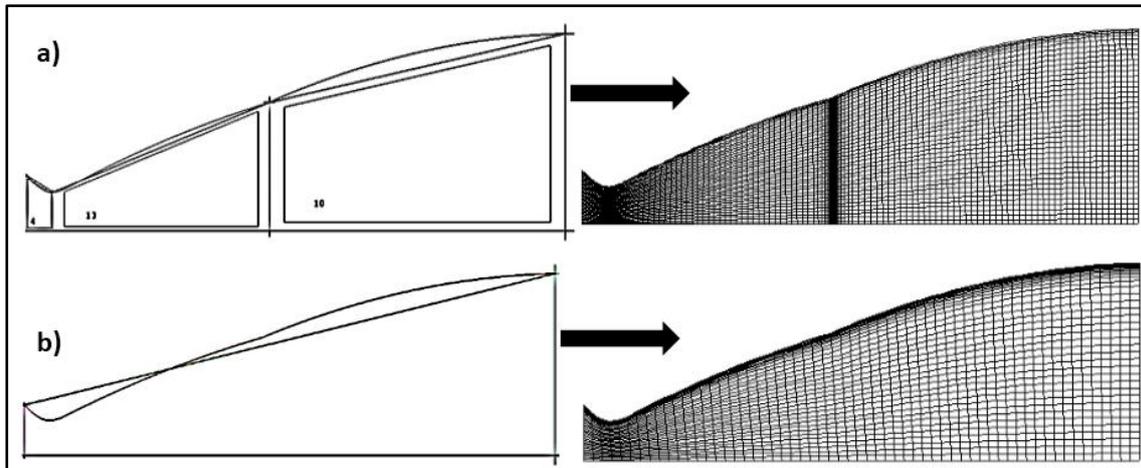


Fig. (III.41): Maillage structuré dans une tuyère double galbe, a) multi-blocs, b) monobloc.

Malgré les difficultés rencontrées pour générer le maillage structuré, il a beaucoup d'avantages incontestables, en particulier pour les écoulements visqueux. Pour résoudre le flux dans la couche limite, il est relativement facile de générer un maillage quadri-angles avec des éléments allongés dans la direction parallèle à la paroi. Il est également facile de placer les bords perpendiculaires à la paroi. Ceci permet de minimiser l'erreur lors de l'évaluation du gradient de vitesse proche de la paroi. Enfin, une fois le bloc a été créé, il devient relativement facile de changer la densité du maillage en distribuant les points de grille en fonction des besoins du solveur, Figure (III.41.a).

Pour que le mailleur ICM-CFD peut mailler la géométrie suivant on doit créer une surface à l'aide de la fonction Create/Modify surface (voire figure (III.42)).

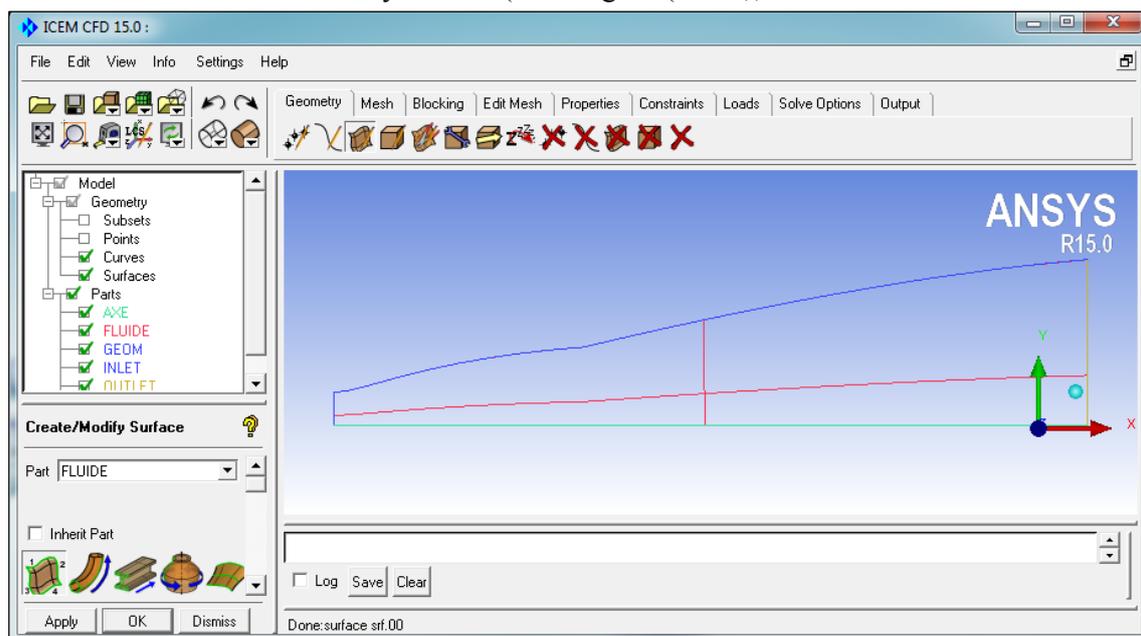


Fig. (III.42) : création de surface de la tuyère double galbe sur ICM-CFD en 2 dimensions.

Ensuite on doit créer deux blocs à l'aide de la fonction create block (voir figure III.43).

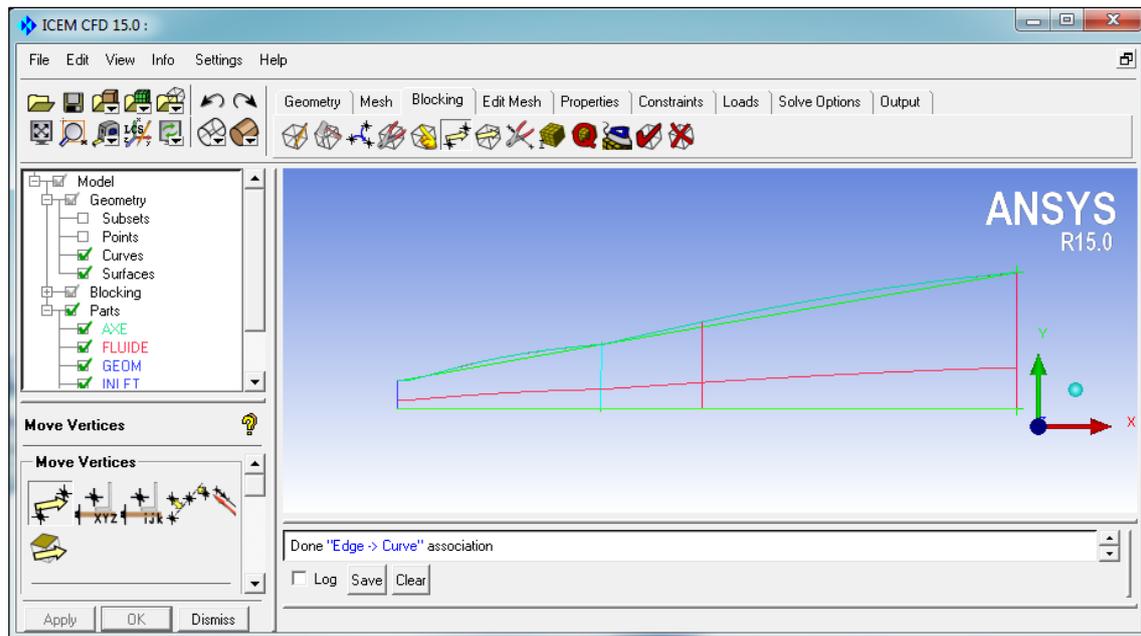


Fig. (III.43) : création du bloc de la tuyère double galbe sur ICM-CFD en 2 dimensions.

On procède à la génération du maillage par étape ce qui veut dire ;
De choisir le nombre de maille sur chaque face avec un raffinement au niveau des zone de fort gradient des paramètres (le col et la paroi et la jonction des deux galbe) pour notre cas en choisir un Maillage 50X100 pour le premier galbe et de même pour le deuxième galbe ensuite on obtient le maillage de la surface à l'aide de la fonction Pre-Mesh Params (voir figure III.44).

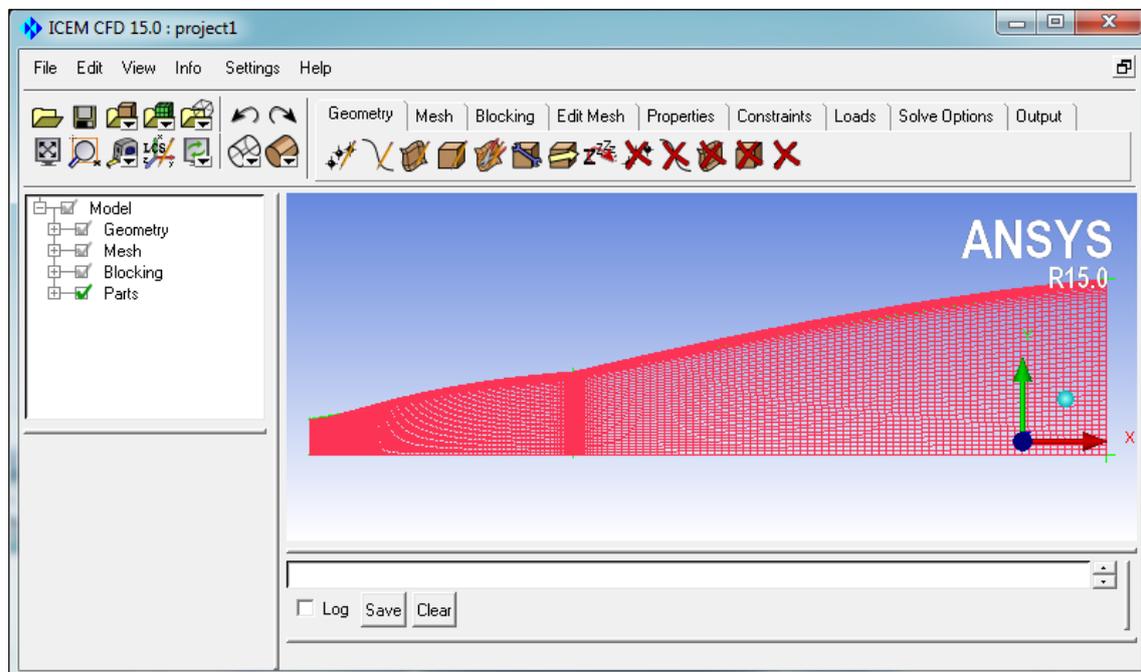


Fig. (III.44) : Maillage structure quadrilatère de la tuyère double galbe en ICM-CFD.

Lorsque le maillage est terminé, il ne reste qu'à exporter ce maillage sous un format lisible par le solveur, Fluent en l'occurrence. Ceci se fait par la commande File/Export/Mesh qui permet d'écrire un fichier de maillage avec l'extension ".msh".

➤ **Résolution par fluent :**

L'étape de la résolution est effectuée avec le solveur Fluent. Ce dernier fournit, en générale, de bons résultats en simulation des écoulements internes. On ouvre notre maillage à l'aide de la fonction Read mesh (voir figure III.45).

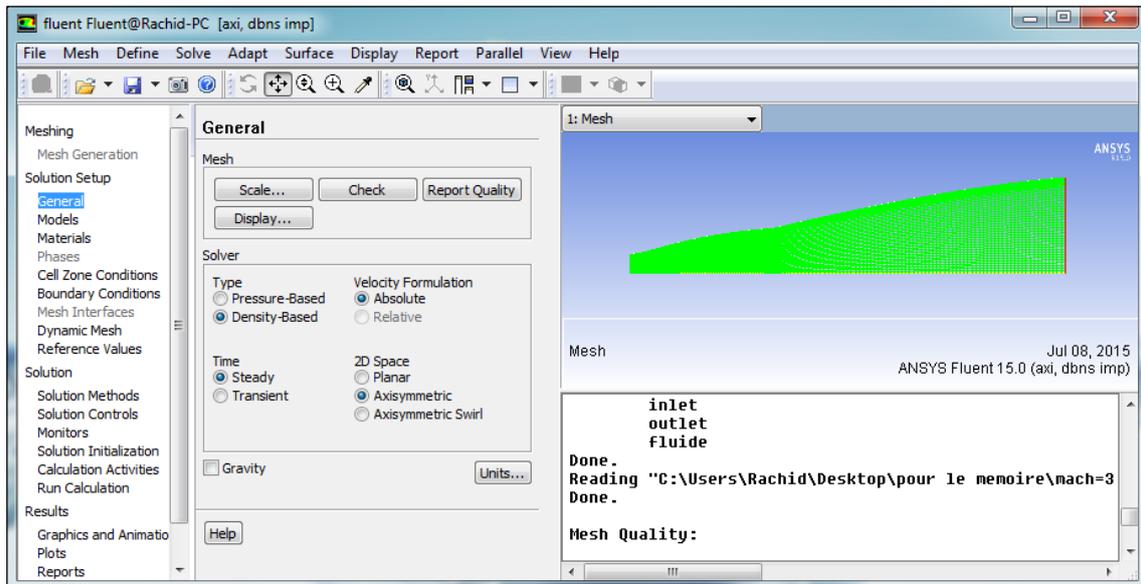


Fig. (III.45) : Maillage structure quadrilatère de la tuyère double galbe sur fluent.

Après avoir vérifié la qualité de notre maillage et choisi notre modèle de calcul et le type de matériaux à utiliser, elle vient à l'étape d'entrer des conditions aux limites à l'aide de la fonction Boundary Conditions (voir figure III.46).

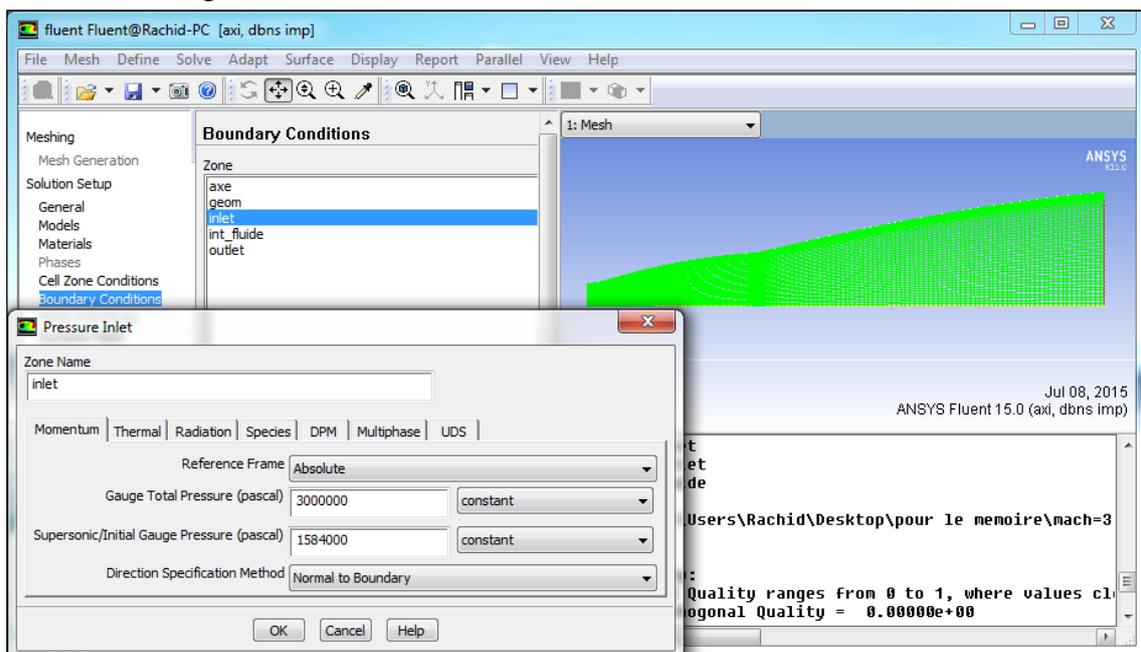


Fig. (III.46) : Condition aux limites de la tuyère double galbe sur fluent.

Ensuite après avoir choisir la méthode de calcul et le nombre d'itération on lance le calcul à l'aide de la fonction Run Calculation (voire figure III.47).

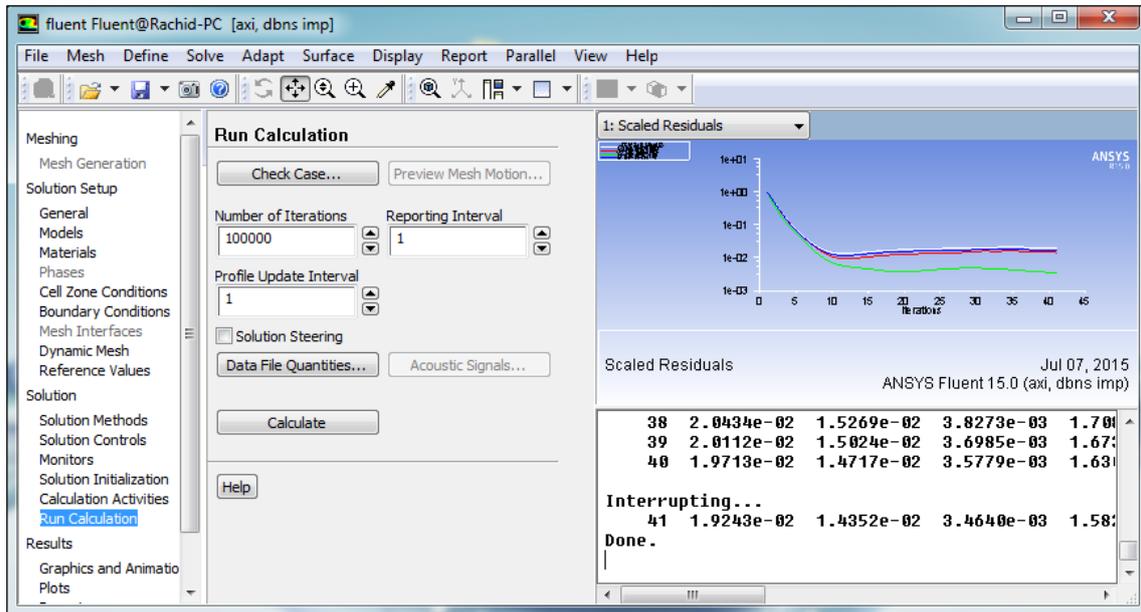


Fig. (III.47) : Le graphe des résiduelles de notre simulation de la tuyère double galbe.

A partir des graphes des résiduelles on peut dire que les calculs convergent, puisque la figure(III.47) montre que les résiduelles diminuent d'une manière continue. Pour être sûr de la convergence, on fait la différence du flux entrant et sortant. (voire figure III.48).

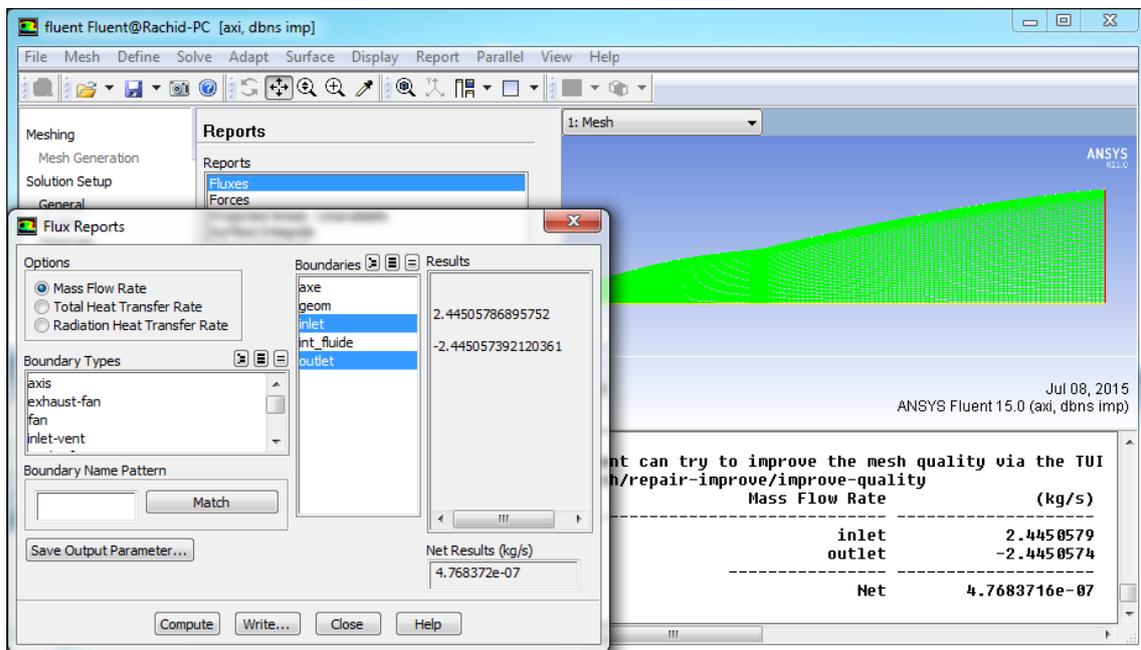


Fig. (III.48) : Critère de convergence de la tuyère double galbe.

Enfin après avoir la convergence on procède à la visualisation des variables de l'écoulement sous forme d'un champ (contours) à l'aide de la fonction Graphics and Animations ou sous forme de graph à l'aide de la fonction Plots (voire figure III.49).

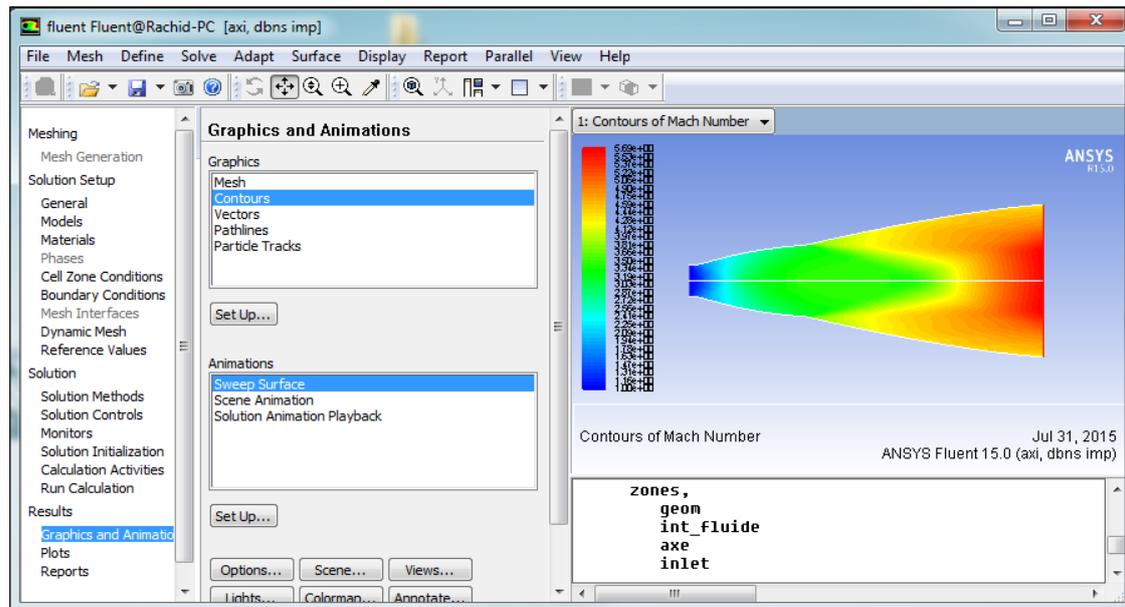


Fig. (III.49) : la visualisation des variables de l'écoulement sous forme d'un champ (contours) de la tuyère double galbe

III.11. Conclusion

Ce chapitre nous a permis de nous familiariser avec les techniques de génération de maillages très utilisées en aérodynamique, et les méthodes de discrétisation. On a vu qu'il y a un certain nombre de caractéristiques de maillage qui ont une influence sur la précision de la solution et la convergence. Le maillage doit être lisse, avec une densité variant progressivement, être raisonnablement aligné sur les caractéristiques de l'écoulement, et des éléments déformés doivent être évités autant que possible. Pour les simulations de l'écoulement supersonique, les besoins particuliers des conditions aux limites doivent également être respectés. En général, la densité du maillage doit être continue et variée graduellement afin d'éviter les instabilités numériques. De même, les éléments ne doivent pas être gravement déformés, sinon l'évaluation des fonctions de forme et de gradients de ces éléments peut être moins précise. Enfin on a présenté les étapes de calculs CFD dans les tuyères supersoniques.

IV.1.Introduction

Ce chapitre est consacré à l'application des méthodes de conception de tuyères supersoniques décrites dans le deuxième chapitre. La méthode est appliquée sur deux types de tuyères supersoniques dont le nombre de mach est donné successivement par 3.4 et 3.8. dans le but de valider nos résultats, ces derniers ont été comparés à ceux obtenus dans la référence (25), mais aussi avec ceux obtenus par la simulation numérique en utilisant l'ansys 15.

IV.2. Méthode de conception d'une tuyère DOUBLE GALBE :

IV.2.1. Conception du premier galbe :

Le premier galbe n'est que le profil d'une tuyère TIC obtenu à partir de celui d'une tuyère idéale de référence. La méthode consiste à imposer un écoulement qui va nous donner une géométrie qui répond aux exigences en terme de pression et de nombre de mach imposée préalablement ce qui est fait contrairement de la méthode directe[25] où le profil est imposé dès le départ.

IV.2.1.1. Présentation du programme de calcul

Le code de calcul de cette méthode est constitué principalement d'un programme principal qui communique avec dix sous-routines. Le programme principal contient les étapes logiques d'analyse de l'écoulement dans la partie divergente d'une tuyère supersonique axisymétrique. Les résultats obtenus sont représentés par les valeurs des propriétés de l'écoulement en chaque point du maillage interne ainsi que les performances de la tuyère.

Dix sous-routines avec leurs fonctions spécifiques sont énumérées ci-dessous :

- ✓ Subroutine « IVLINE » : initie les calculs le long de la ligne de départ par l'approche de SAUER. Cette méthode nous a permis de décrire l'écoulement du fluide dans le col (la région transsonique) d'une manière très précise en donnant la distribution de la pression et du nombre de mach sur chaque point de maillage sur la ligne sonique
- ✓ Subroutine « BOUNDY » : a pour tâche le calcul des paramètres définissant la forme de la paroi c'est-à-dire la détermination des coefficients du polynôme qui la simule. Et aussi de calculer la position de l'intersection des caractéristiques montantes avec la paroi.
- ✓ Subroutine « AXIS » : a pour rôle le calcul de la position des points axiaux.
- ✓ Subroutine « DRWALL » : après la zone d'expansion le gradient de pression devient moins important d'où l'inutilité de raffiner le calcul, cette sous-routine a pour rôle de calculer les points pré spécifiés le long du divergent.
- ✓ Subroutine « INWALL » : a pour rôle de calculer les points qui se situent sur la paroi de la zone d'expansion initiale à partir des points pré spécifiés. Cette sous-routine joue aussi un rôle très important dans le raffinement de cette zone à fort gradient.

- ✓ Subroutine « INTER » : a pour rôle le calcul des points internes.
- ✓ Subroutine « THRUST » : pour le calcul des performances de la tuyère, tel que la poussée et l'impulsion spécifique et les différents coefficients de la tuyère.
- ✓ Subroutine « THERMO » : permet le calcul des paramètres thermodynamique à chaque point de l'écoulement.
- ✓ Subroutine « MOVE » : pour classer, mémoriser et ensuite écrire tous les paramètres des différents types de points calculés.
- ✓ Subroutine « RAO » sa tâche est le positionnement des points paroi pour tracer le profil de la tuyère voulue.

Les données thermodynamiques et géométriques pour le programme

Les données thermodynamiques Ce sont les données décrivant l'état de stagnation de l'écoulement. Elles sont principalement représentées par les valeurs de pression et de température totale. Et aussi les conditions à la sortie de la tuyère tel que la pression ambiante un choix entre le nombre de mach la poussé ou également le rapport de pression qu'on veut avoir par le dimensionnement de la tuyère. Par contre, les données géométriques de la tuyère ce sont les données qui permettent de décrire la forme géométrique de la région du col.

- | | | |
|------------------------------|---------------------------|----------------------------|
| ✓ $P_a = 1.013 \text{ bars}$ | $y_t = 0.01 \text{ m}$ | $\theta_a = 14.6422^\circ$ |
| ✓ $P_S = 30.0 \text{ bars}$ | $R_{tu} = 0.03 \text{ m}$ | $\theta_e = 4.45^\circ$ |
| ✓ $T_S = 243 \text{ K}$ | $R_{td} = 0.03 \text{ m}$ | $X_e = 0.07377 \text{ m}$ |
| ✓ Avec : $\gamma = 1.4$ et | $RG = 280 \text{ J/Kg K}$ | |

IV.2.1.2. Résultats :

L'application du programme de calcul a permis d'atteindre les résultats présentés ci-dessus concernant notamment le profil du premier galbe, les coordonnées du point d'attache, ainsi que le rayon de sortie de cette dernière.

IV.2.1.2.1. Le profil obtenu :

Notre cas d'étude est une tuyère axisymétrique à contour idéal, avec une zone d'expansion initiale de contour simulé à un arc de cercle de rayon connu, délivrant à la sortie un écoulement supersonique parallèle et uniforme de nombre de Mach bien défini.

Les paramètres de l'écoulement sont calculés par la méthode de Sauer au niveau du col dans la région transsonique, et par la méthode des caractéristiques dans la partie divergente supersonique.

La figure (IV.1) illustre le profil de la tuyère obtenu par notre programme en imposant un écoulement pour une tuyère TIC pour un nombre de mach égale 3.4

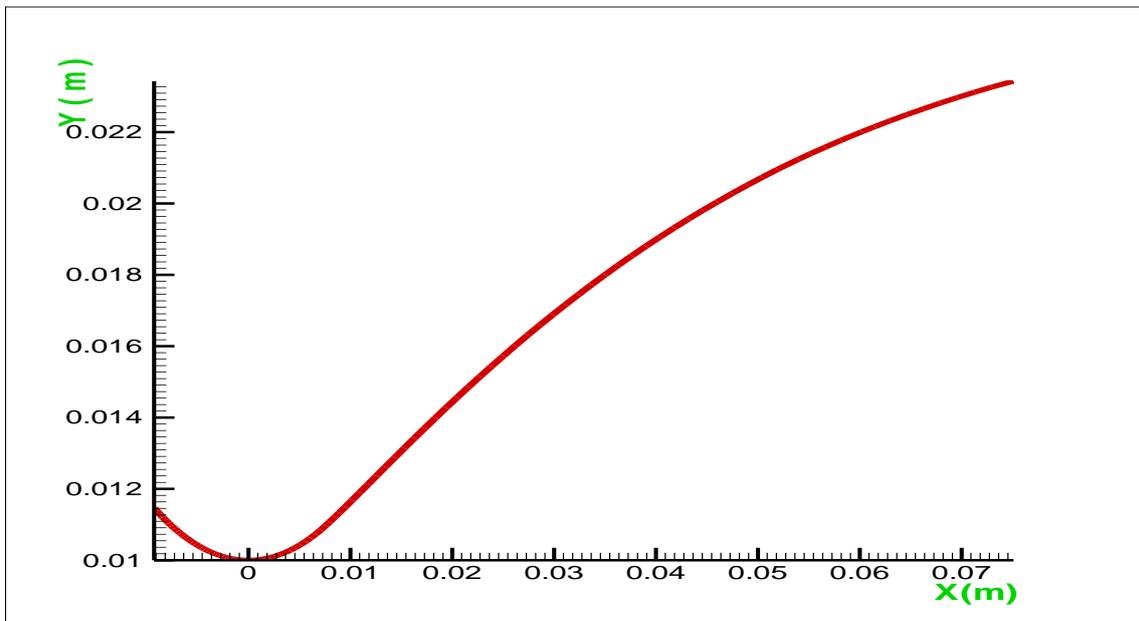


Fig. (IV.1) : le profil de la tuyère obtenu par notre méthode

Ce profil est caractériser par :

✚ Les coordonnées du point d'attachement "A " sont:

$$x_A = 0.007764 \text{ m}$$

$$y_A = 0.011022 \text{ m}$$

✚ Le rayon de sortie est :

$$RS = 0.023427 \text{ m}$$

La figure (IV.2) illustre le maillage de la tuyère obtenu par notre programme.

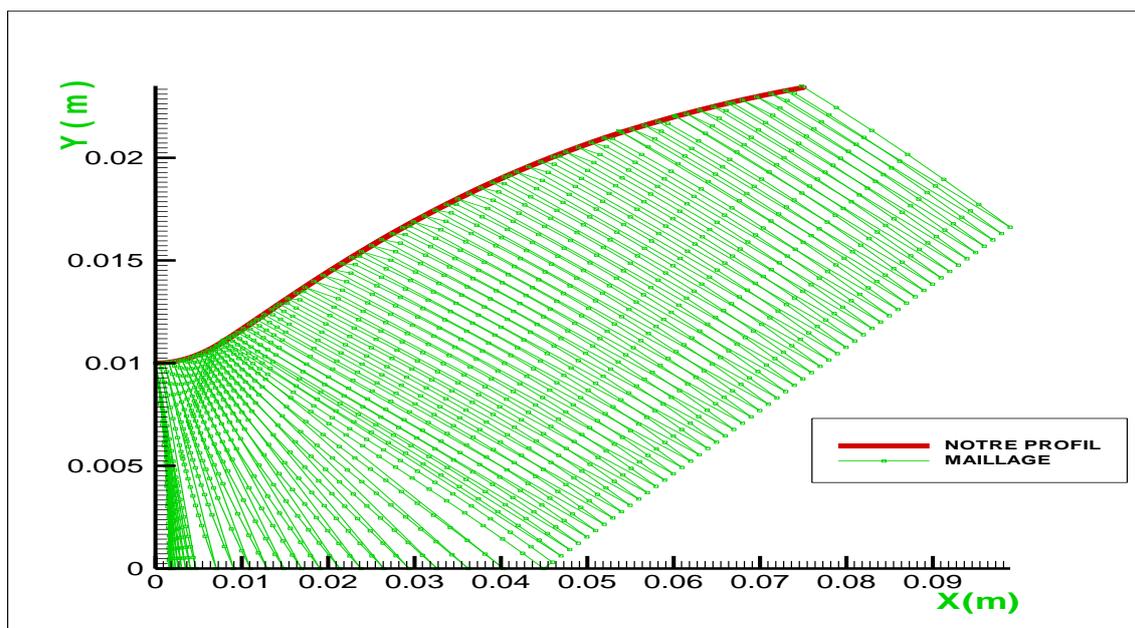


Fig. (IV.2) : notre maillage qui présent la procédure de calcul.

Dans le but de faire la comparaison de nos résultats avec ceux de la référence [25] on a représenté les deux profils dans la figure (IV.3)

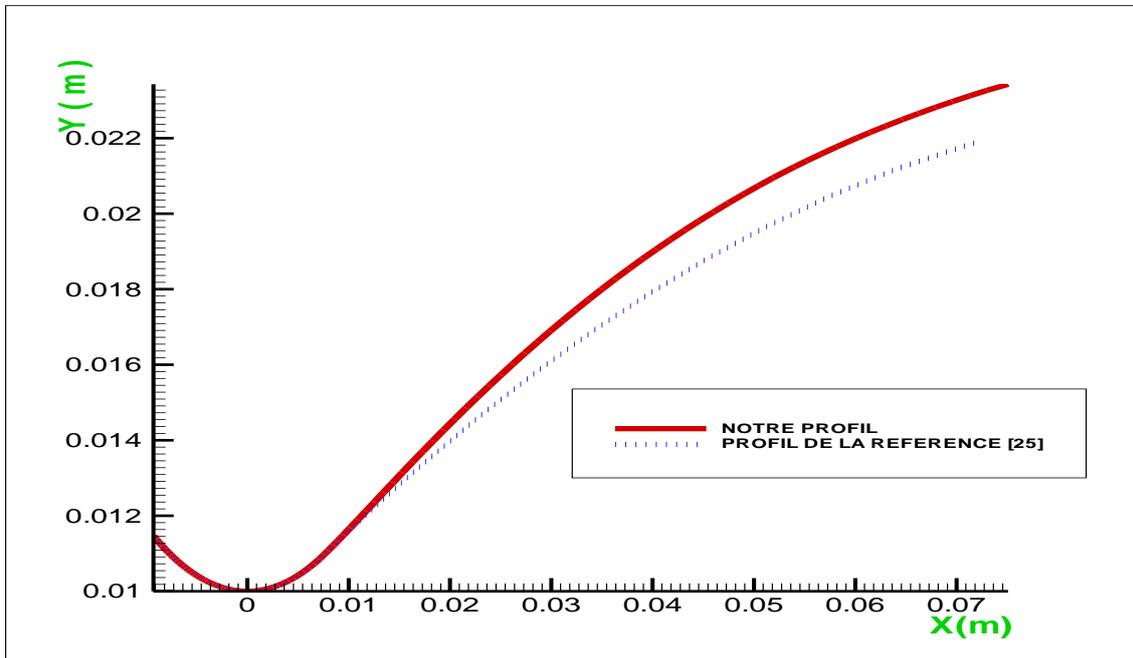


Fig. (IV.3) : Comparaison des deux profils (notre profil et celui de la référence [25]).

Comparant nos résultats à ceux obtenus par la référence [25], on remarque que nos résultats concordent bien avec ceux de la référence [25] ce qui montre la crédibilité de notre travail avec un léger écart qui est dû à la méthode utilisée pour le calcul citées avant. On remarque aussi que la section de sortie notre profil est légèrement grande par rapport à celle de la référence [25] ce qui implique une longueur de plus par conséquent un poids en plus.

IV.2.1.2.2. Evolution des paramètres de l'écoulement dans la tuyère

Les conditions aux limites utilisées dans notre simulation sont représentées dans le tableau (IV.1).

Tab. (IV.1) : Conditions aux limites

Modèle	2D, axisymétrique, permanent
Solveur	Couplé, implicite
Fluide	Air, loi des gaz parfaits
Conditions aux limites à l'entrée	Pression d'entrée $\begin{cases} P_0 = 3000000 \text{ Pa} \\ P_s = 1584000 \text{ Pa} \\ T_T = 243 \text{ K} \end{cases}$
Conditions aux limites à la sortie	Pression de sortie $\begin{cases} P_s = 101300 \text{ Pa} \\ T_T = 243 \text{ K} \end{cases}$
Parois	Wall (paroi adiabatique)

Evolution du nombre de Mach

La figure (IV.4) montre l'évolution du nombre de mach le long de la paroi de la tuyère.

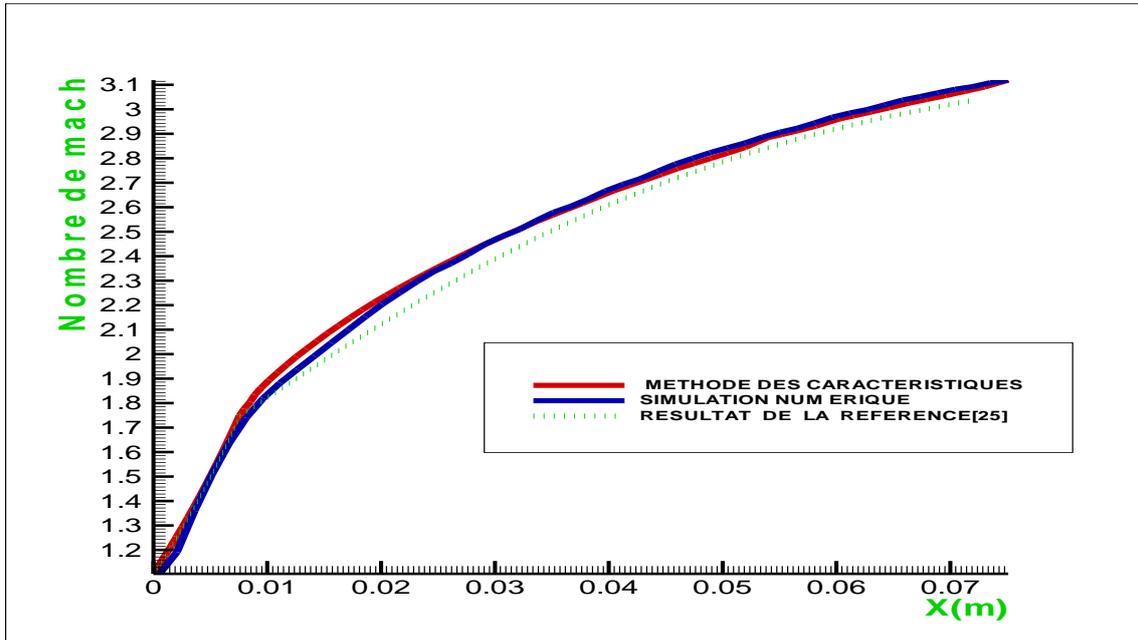


Fig. (IV.4) : Evolution du nombre de mach sur la paroi de la tuyère

On remarque que ce nombre de mach évolue très rapidement au niveau du col et de la zone d'expansion initiale jusqu' la valeur de 1.7496, puis lentement dans la partie divergente jusqu'à atteindre une certaine valeur imposée ou donnée par le constructeur.

Nos résultats sont comparés à ceux obtenus dans la référence [25], cette comparaison a donné une totale satisfaction, puisque les allures de ces courbes sont très proches.

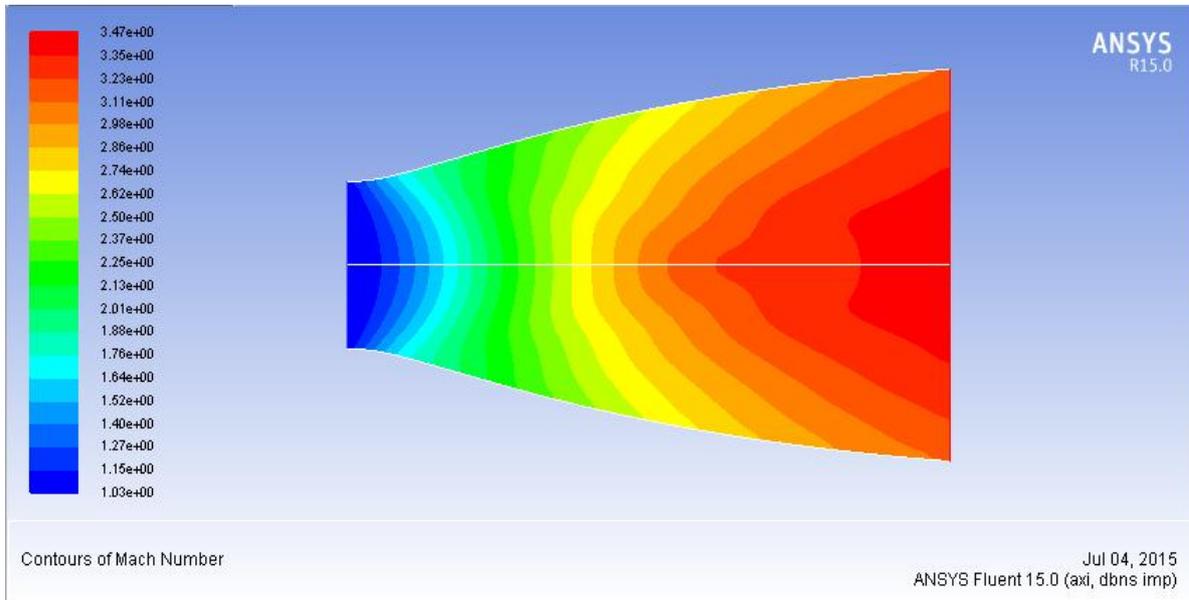


Fig. (IV.5) : contour d'évolution du nombre de mach dans notre tuyère

Le contour du nombre de mach évolue d'une manière croissantes où $M=1.03$ (au col), jusqu'à la valeur imposée par les calculs (sortie tuyère) et cela sans perte de vitesse sur la paroi, puisqu'on a pris la condition de glissement sur la paroi (écoulement non visqueux).

✚ Evolution de la pression

L'évolution de la pression le long de la paroi de la tuyère est donnée par la figure (IV.6).

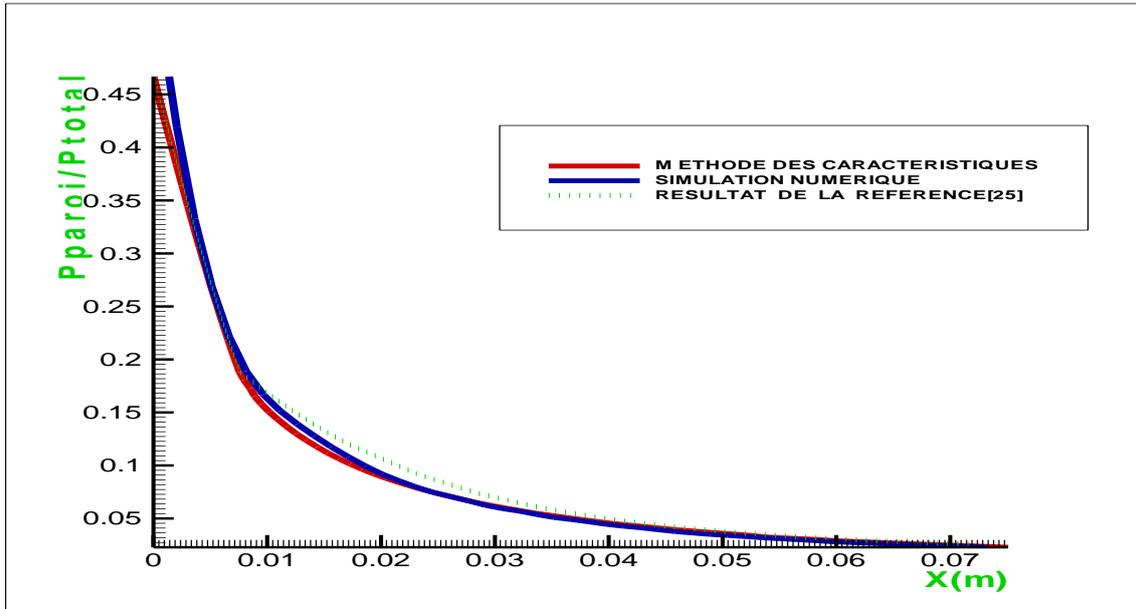


Fig. (IV.6) : Evolution de la pression sur la paroi de la tuyère.

On remarque que cette pression diminue rapidement dans la région du col et de la zone d'expansion initiale (tout à fait le contraire du nombre de mach), puis lentement dans le reste de la tuyère jusqu'à atteindre la pression imposée par les calculs.

En comparant nos résultats et ceux de la référence [25] on remarque que les deux résultats convergent de même manière et sont très proches.

La figure (IV.7) représente le contour d'évolution de la pression dans notre tuyère.

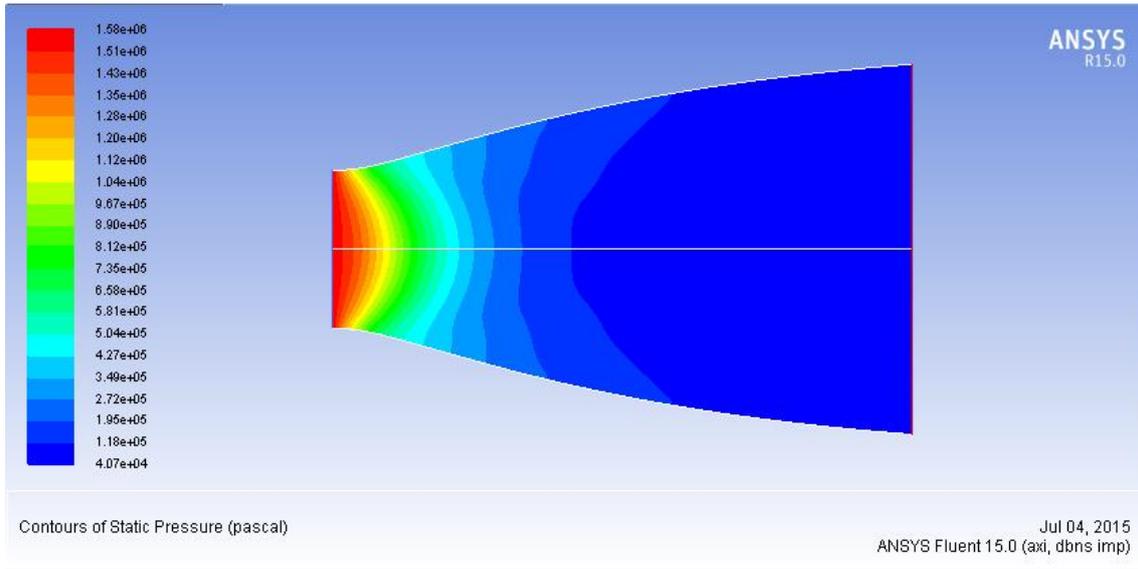


Fig. (IV.7) : Contour d'évolution de la pression dans notre tuyère.

Le contour d'évolution de la pression montre que la pression statique évolue d'une manière décroissante dans la tuyère du niveau du col jusqu'à la sortie de la tuyère et cela d'une manière complètement isentropique.

✚ Evolution de la masse volumique

La figure (IV.8) illustre l'évolution de la masse volumique des gaz sortant de la chambre de combustion.

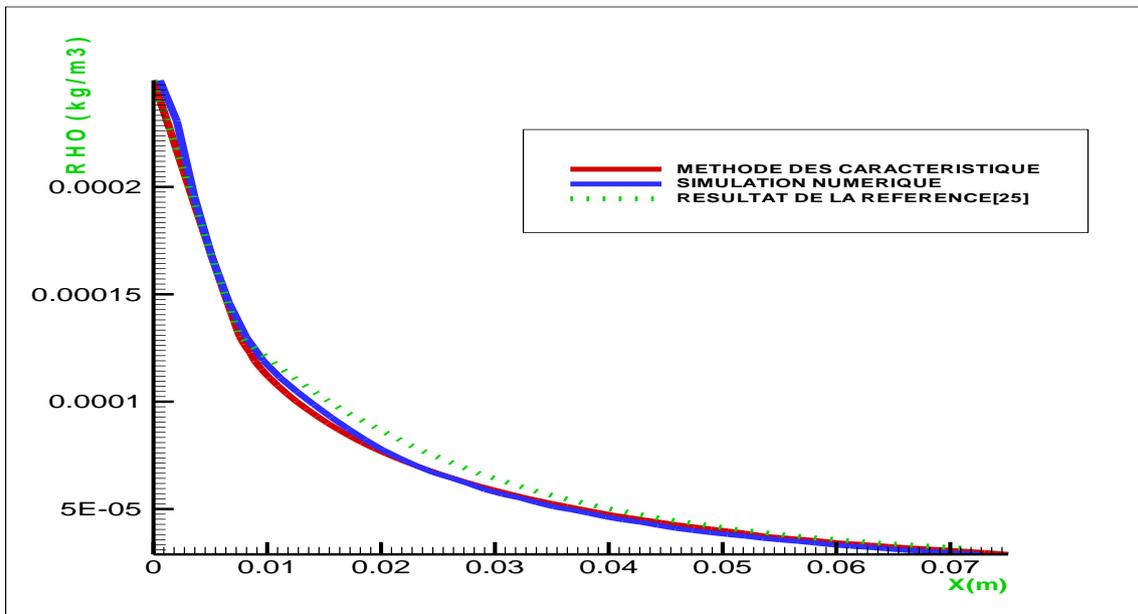


Fig. (IV.8) : Evolution de la masse volumique sur la paroi de la tuyère

La figure (IV.9) illustre le contour d'évolution de la masse volumique des gaz sortant de la chambre de combustion.

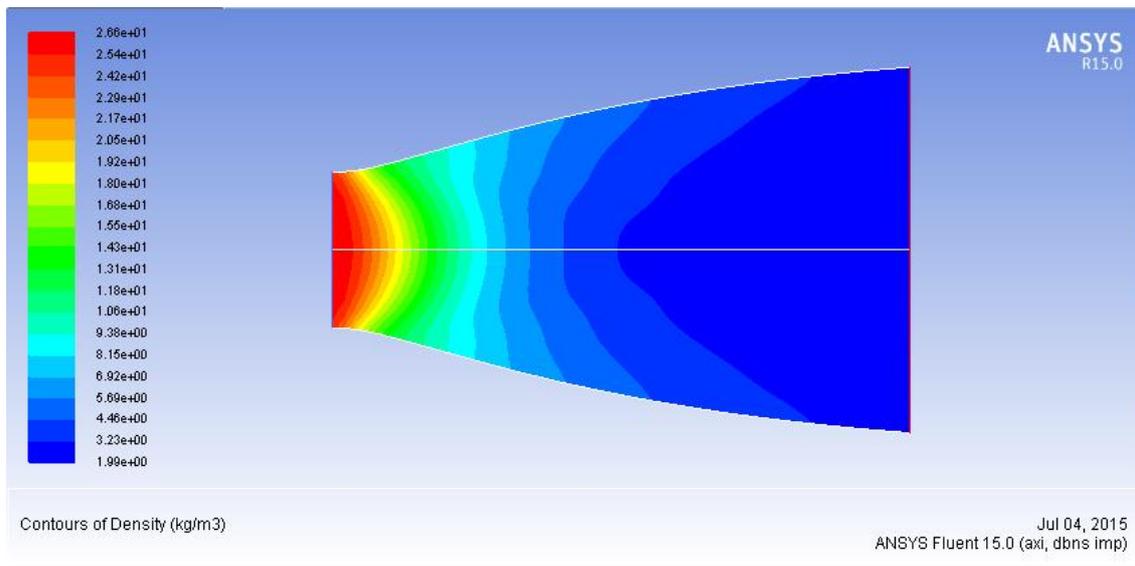


Fig. (IV.9) : Contour d'évolution de la masse volumique dans notre tuyère

On sait bien que cette masse volumique doit diminuer en s'éloignant de la sortie de la chambre de combustion ce qui est normale puisque la pression diminue, comme montré dans la figure (IV.8), c'est ce qui est donné par la courbe représentant nos résultats. Et pour donner plus de plausibilité à nos résultats, nous avons comparé avec les résultats de la référence [25], sur la même figure nous constatons que les deux courbes sont très proches.

✚ Evolution de la température

Pour le même nombre de mach, on s'est intéressé à l'évolution de la température le long de la tuyère qui est un paramètre très important pour le calcul des performances et le choix des matériaux de construction.

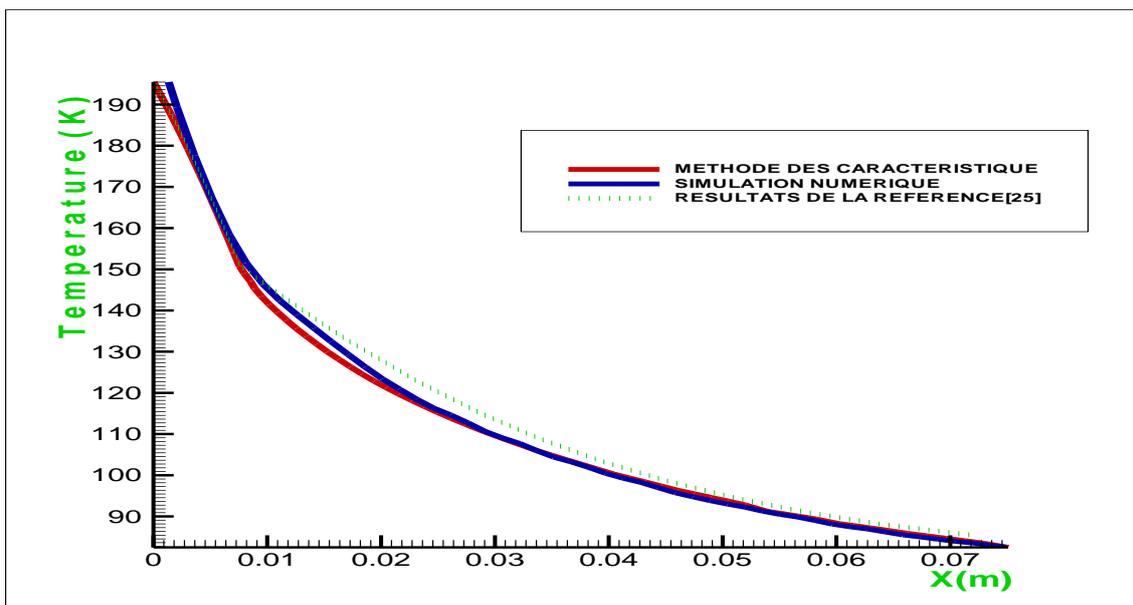


Fig. (IV.10) : Evolution de la température sur la paroi de la tuyère

On sait bien que cette température statique diminue le long de la tuyère du fais de l'augmentation de la vitesse, c'est ce qui est représenté par nos résultats dans la figure (IV.10)

Sur la même figure, on a représenté les résultats obtenus par la référence [25] et on a constaté que ces derniers concordent parfaitement avec les résultats de notre étude.

La figure (IV.11) représente le contour d'évolution de la température des gaz sortant de la chambre de combustion.

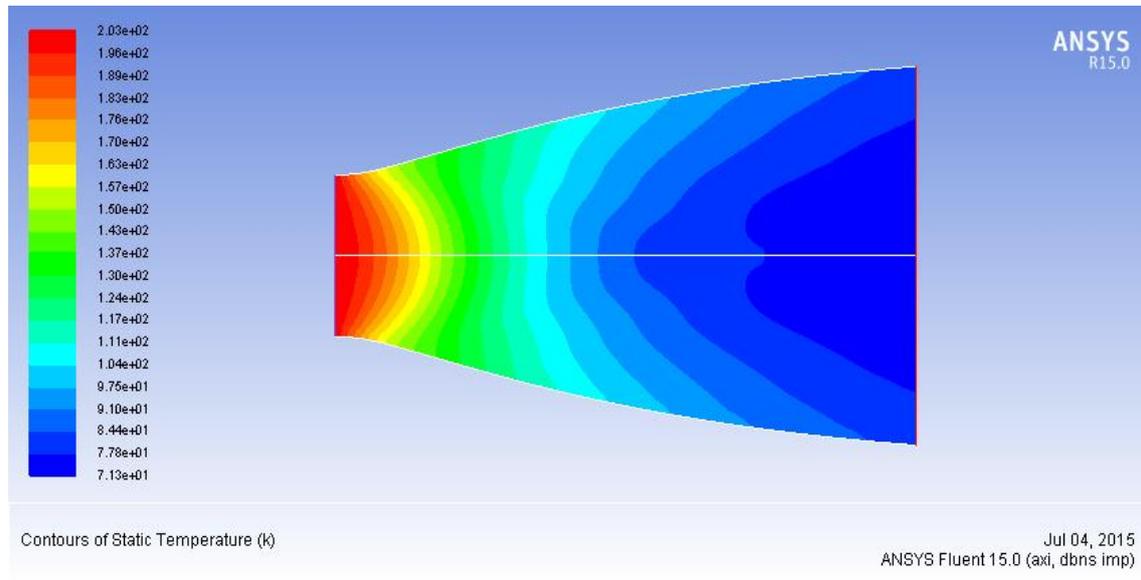


Fig. (IV.11) : Contour d'évolution de la température dans notre tuyère

Le contour d'évolution de la température montre que la température statique évolue d'une manière décroissante dans la tuyère du niveau du col jusqu'à la sortie de la tuyère et cela d'une manière complètement isentropique.

IV.2.2. Conception du deuxième galbe :

Le profil du deuxième galbe est calculé pour donner une pression paroi constante P_2 . Pour l'hypothèse de fluide non visqueux ce profil coïncide avec la ligne de courant isobare du fluide parfait de pression P_2 . Cette ligne de courant est obtenue en utilisant la méthode directe des caractéristiques appliquées pour une onde de détente (de Prandtl-Meyer) d'intensité P_2/P_1 au point de jonction J .

Comme le deuxième galbe n'est que l'expansion du premier galbe, le programme de calcul reste le même programme cité au-dessus avec quelques instructions complémentaires et une onzième subroutine " JET ". Et sa tâche est le positionnement des points paroi du jet libre pour tracer le profil du deuxième galbe.

Les données thermodynamiques et géométriques nécessaires au lancement de calcul reste les mêmes citées pour le premier galbe avec deux données complémentaires qui sont :

- ✓ $Pa_2 = 0.0389 \text{ bars}$
- ✓ $Xe_2 = 0.13026 \text{ m}$

IV.2.2.1. Résultats :

L'application du programme de calcul a permis d'atteindre les résultats présentés ci-dessous concernant notamment le profil du double galbe, les coordonnées du point de jonction J , la longueur du deuxième galbe, la longueur totale du double galbe et le rayon de sortie de cette dernière.

IV.2.2.1.1. Le profil obtenu :

La figure (IV.12) illustre le profil de la tuyère double galbe obtenu par notre programme en imposant un écoulement pour le 1er galbe et un jet libre pour le 2^{ème} galbe.

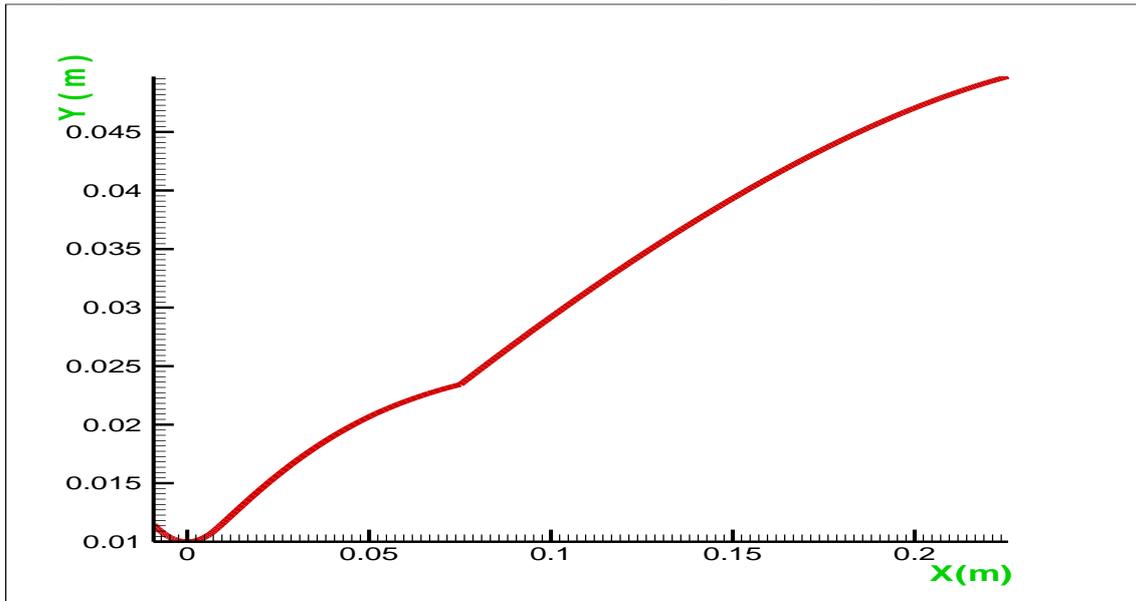


Fig. (IV.12) : Profil de la tuyère double galbe.

Ce profil est caractériser par :

- ✚ Les coordonnées du point de jonction "J " sont:

$$xJ = 0.075084 \text{ m}$$

$$yJ = 0.023427 \text{ m}$$

- ✚ La longueur du 2ème galbe est:

$$LG2 = 0.150604 \text{ m}$$

- ✚ La longueur totale du double galbe est:

$$LGt = 0.225689 \text{ m}$$

- ✚ Le rayon de sortie du double galbe est :

$$RS = 0.049729 \text{ m}$$

La figure (IV.13) illustre le maillage de la tuyère double galbe obtenu par notre programme.

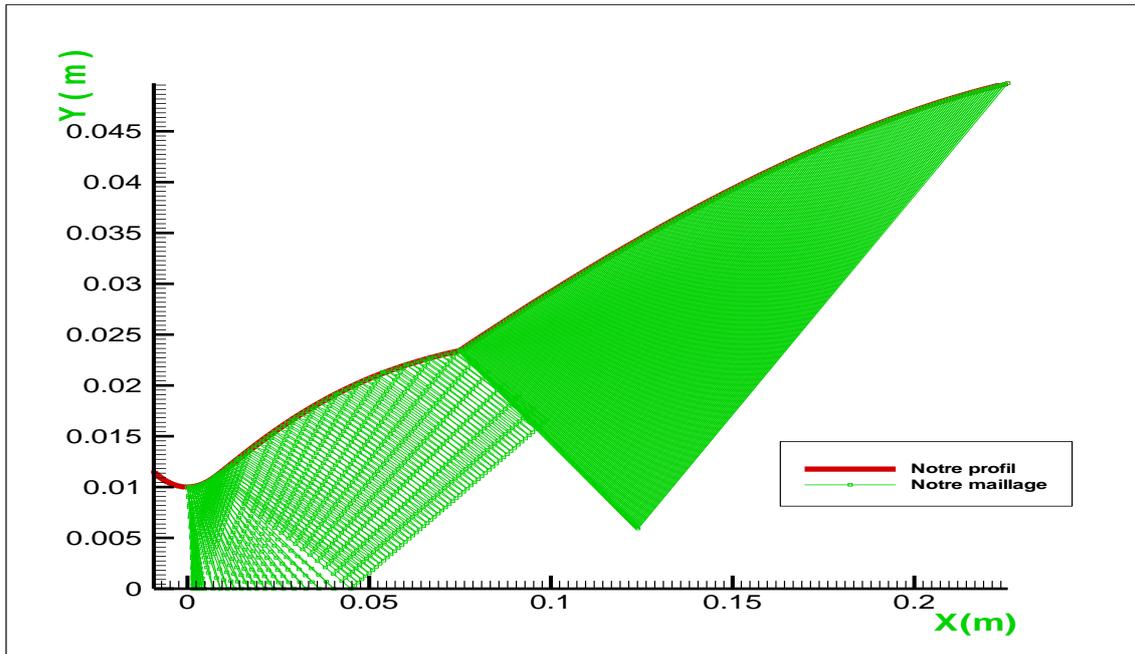


Fig. (IV.13) : Maillage de la tuyère double galbe.

Dans le but de faire la comparaison de nos résultats avec ceux de la référence [25] on a représenté les deux profils dans la figure (IV.14)

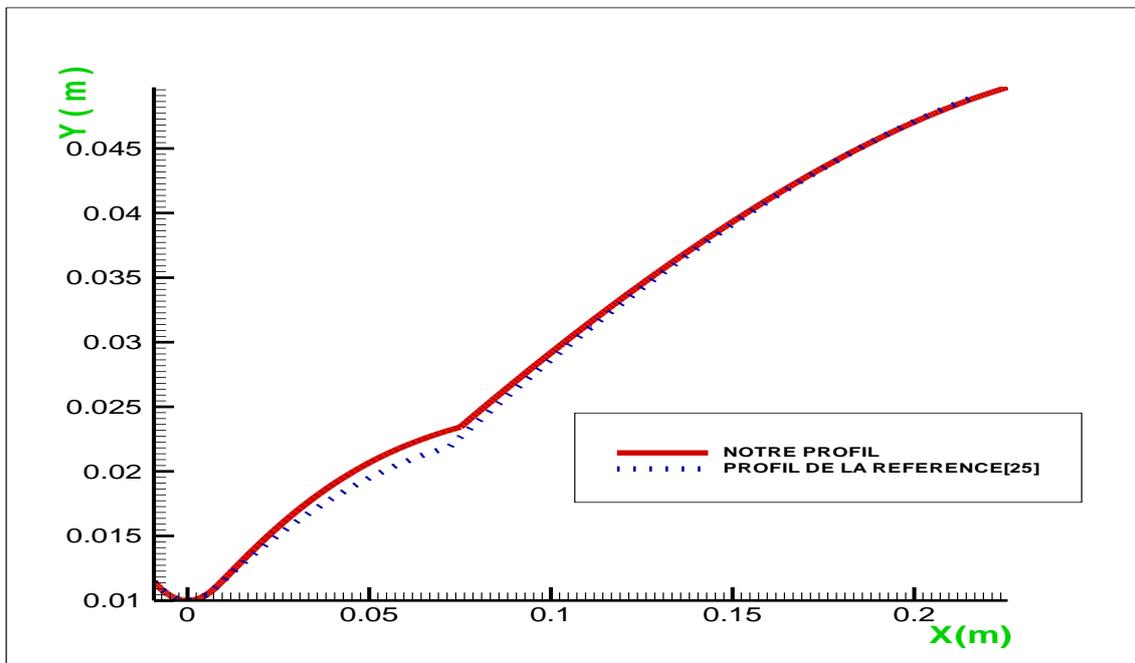


Fig. (IV.14): Comparaison des deux profils de la tuyère double galbe (notre profil et celui de la référence [25]).

Comparant nos résultats à ceux obtenus par la référence [25], On remarque que les deux résultats coïncide a la partie divergente proche du col, ce qui montre la crédibilité de notre

travail, ensuite pour le premier galbe on remarque qu'il y a un léger écart qui est dû à la méthode utilisée pour le calcul citées avant. On remarque aussi que la section de sortie notre profil est légèrement grand par rapport à celle de la référence [25] ce qui implique une longueur de plus par conséquent un poids en plus.

Pour le deuxième galbe on constate que les résultats de la référence [25] concordent parfaitement avec les résultats de notre étude.

IV.2.2.1.2. Evolution des paramètres de l'écoulement sur la paroi de la tuyère

Les conditions aux limites utilisées dans notre simulation sont représenté dans le tableau suivant.

Tab. (IV.2): Conditions aux limites de la tuyère double galbe

Modèle	2D, axisymétrique, permanent
Solveur	Couplé, implicite
Fluide	Air, loi des gaz parfaits
Conditions aux limites à l'entrée	Pression d'entrée $\begin{cases} P_0 = 3000000 \text{ Pa} \\ P_s = 1584000 \text{ Pa} \\ T_T = 243 \text{ K} \end{cases}$
Conditions aux limites à la sortie	Pression de sortie $\begin{cases} P_s = 3890 \text{ Pa} \\ T_T = 243 \text{ K} \end{cases}$
Parois	Wall (paroi adiabatique)

Evolution de la pression : La figure (IV.15) illustre l'évolution de la pression des gaz sortant de la chambre de combustion.

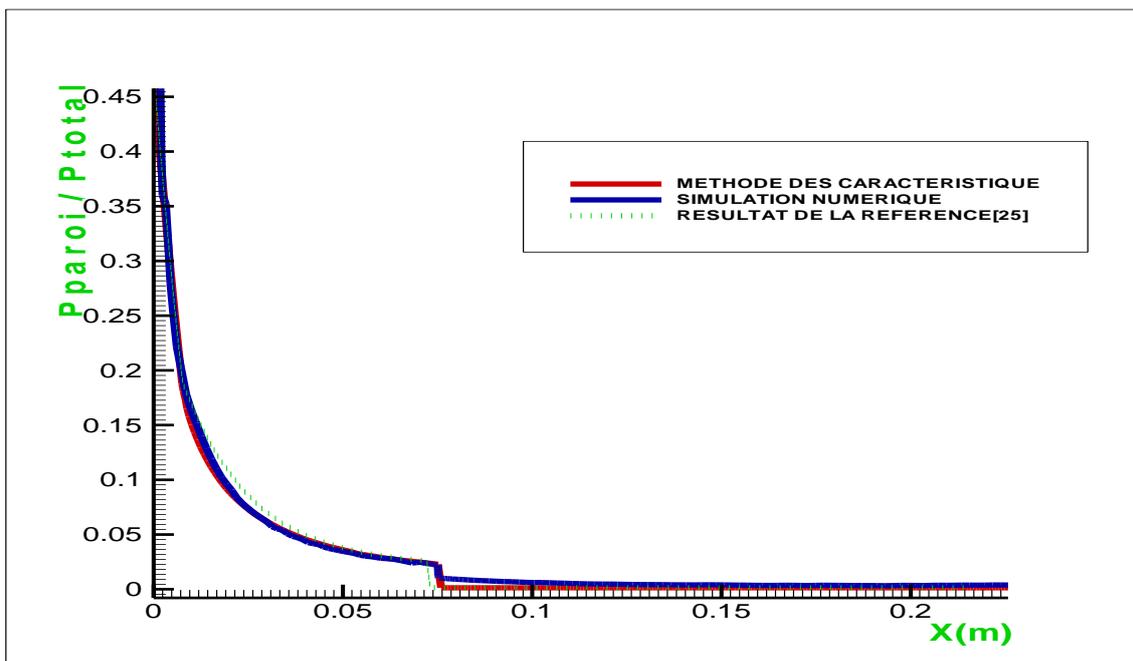


Fig. (IV.15): Evolution de la pression sur la paroi de la tuyère double galbe.

On voit que la pression diminue très rapidement au niveau du col et de la zone d'expansion initiale, puis lentement dans la partie divergente formant le 1er galbe pour les deux résultats avec un petit écart entre les deux résultats dans la partie divergente formant le 1er galbe due à la méthode de conception des deux tuyères qui est différente.

Au point de jonction J , l'onde de détente centrée en ce point apparaît clairement, puis la pression reste constante tout le long du deuxième galbe et égale à la pression imposée pour les deux résultats.

En comparant nos résultats et ceux de la référence [25] on remarque que les deux résultats convergent de même manière et sont très proches.

Dans la figure (IV.15) on remarque que nos résultats numériques obtenus par la méthode des caractéristiques pour la pression le long de la paroi pour un gaz parfait non visqueux sont identiques (dans le premier galbe) aux résultats de la simulation numérique par FLUENT en prenant les mêmes hypothèses à savoir gaz parfait et non visqueux, aussi pour le deuxième galbe, les résultats sont presque identiques. Mais à la jonction des deux galbes, on voit un léger écart entre les deux résultats et pour y remédier il suffit d'optimiser le programme de calcul dans cette zone.

La figure (IV.16) représente le contour d'évolution de la pression dans la tuyère double galbe.

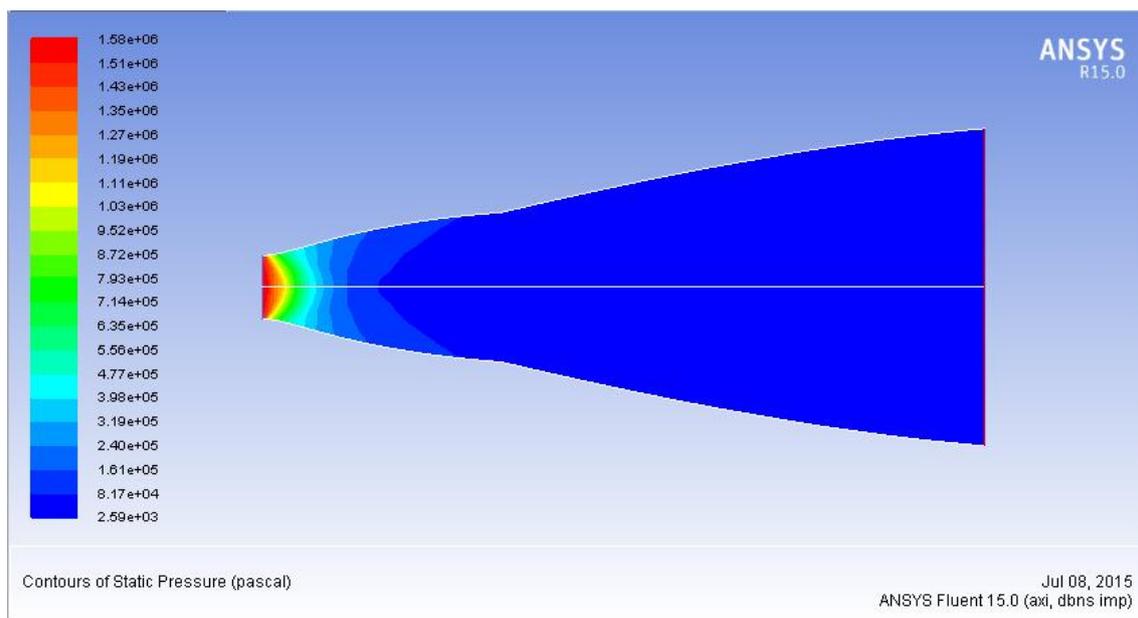


Fig. (IV.16): Contour d'évolution de la pression dans la tuyère double galbe.

Le contour d'évolution de la pression montre que la pression statique évolue d'une manière décroissante dans la tuyère du niveau du col jusqu'à la sortie de la tuyère et cela d'une manière complètement isentropique.

✚ Evolution de la masse volumique

La figure (IV.17) illustre l'évolution de la masse volumique des gaz sortant de la chambre de combustion.

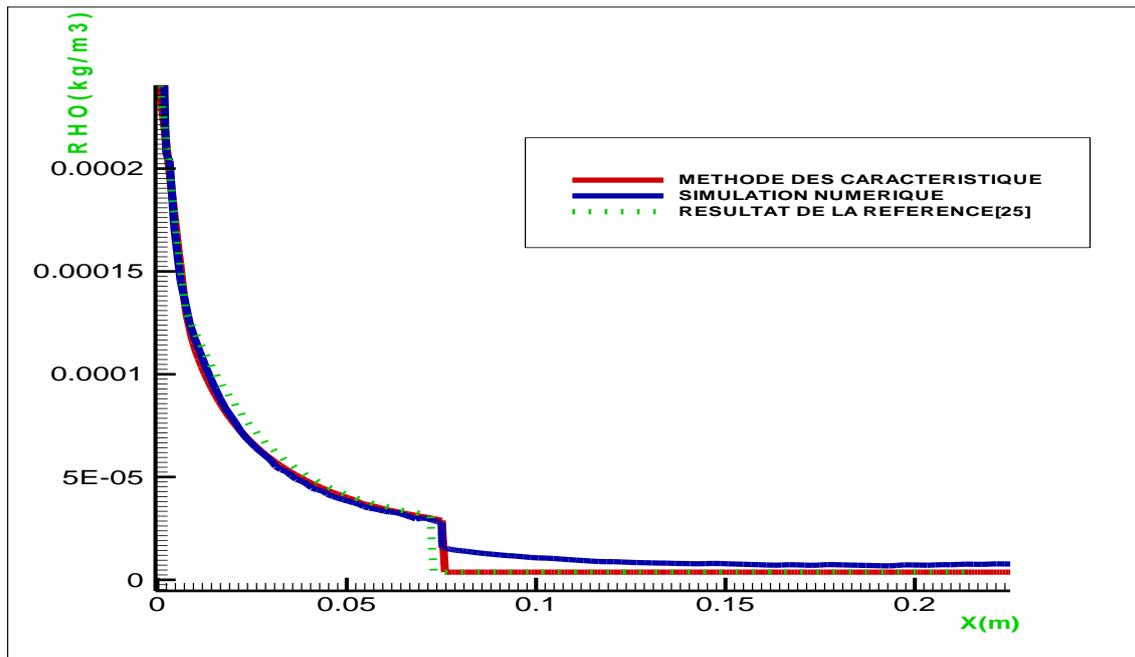


Fig. (IV.17) : Evolution de la masse volumique sur la paroi de la tuyère double galbe

On sait bien que cette masse volumique doit diminuer en s'éloignant de la sortie de la chambre de combustion ce qui est normale puisque la pression diminue, comme montré dans la figure précédente, c'est ce qui est donné par la courbe représentant nos résultats. et pour donner plus de plausibilité à nos résultats, nous avons comparé avec les résultats de la référence [25], sur la même figure nous constatons que les deux courbes sont presque identiques.

De la figure (IV.17) on remarque que nos résultats numériques obtenues par la méthode des caractéristiques pour la masse volumique le long de la paroi pour un gaz parfait non visqueux sont identiques (dans le premier galbe) aux résultats de la simulation numérique par FLUENT en prenant les mêmes hypothèses à savoir gaz parfait et non visqueux, aussi pour le deuxième galbe, les résultats sont presque identiques. Mais à la jonction des deux galbes, on voit un léger écart entre les deux résultats et pour y remédier il suffit d'optimiser le programme de calcul dans cette zone.

La figure (IV.18) illustre le contour d'évolution de la masse volumique des gaz sortant de la chambre de combustion.

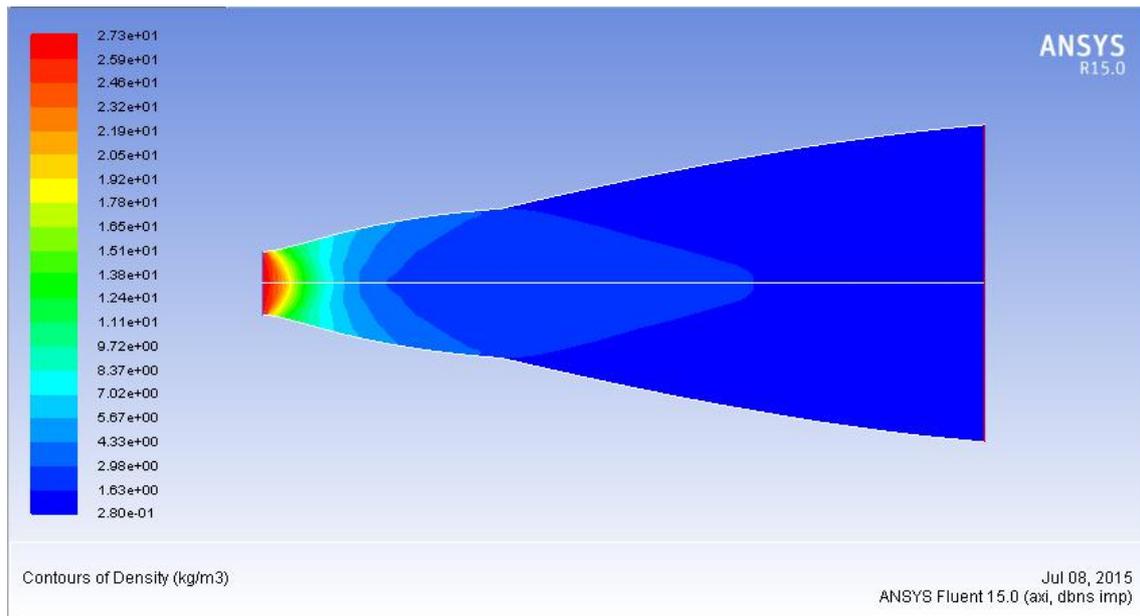


Fig. (IV.18) : Contour d'évolution de la masse volumique dans la tuyère double galbe

La figure (IV.18) montre que la masse volumique évolue d'une manière décroissante dans la tuyère du niveau du col jusqu'à la sortie de la tuyère et cela d'une manière complètement isentropique.

Evolution du nombre de Mach

La figure (IV.19) montre l'évolution du nombre de mach le long de la paroi de la tuyère double galbe.

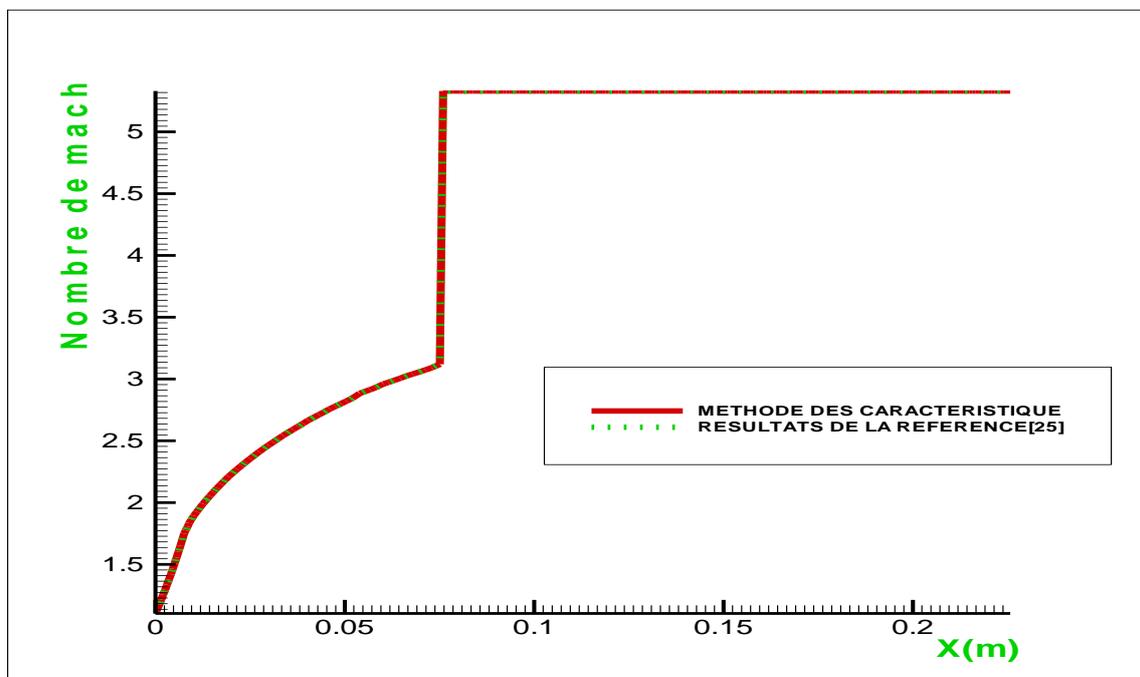


Fig. (IV.19): Evolution du nombre de mach sur la paroi de la tuyère double galbe

On remarque que le nombre de mach évolue très rapidement au niveau du col et de la zone d'expansion initiale jusqu'à la valeur de 1.74 pour les deux résultats, puis lentement dans la partie divergente formant le 1er galbe jusqu'à atteindre des valeurs bien déterminées et on remarque que nos résultats atteignent une valeur légèrement plus grande que celle de la référence [25] due à la méthode de conception des deux tuyères qui est différente.

Au point de jonction J , le nombre de Mach prend deux valeurs assez éloignées dû à l'onde de détente centrée en ce point, puis le Mach reste constant tout le long du deuxième galbe pour les deux résultats.

Nos résultats sont comparés à ceux obtenus par la référence [25], cette comparaison a donné une totale satisfaction, puisque les allures des deux courbes sont parfaitement confondues.

La figure (IV.20) montre le contour d'évolution du nombre de mach dans la tuyère double galbe.

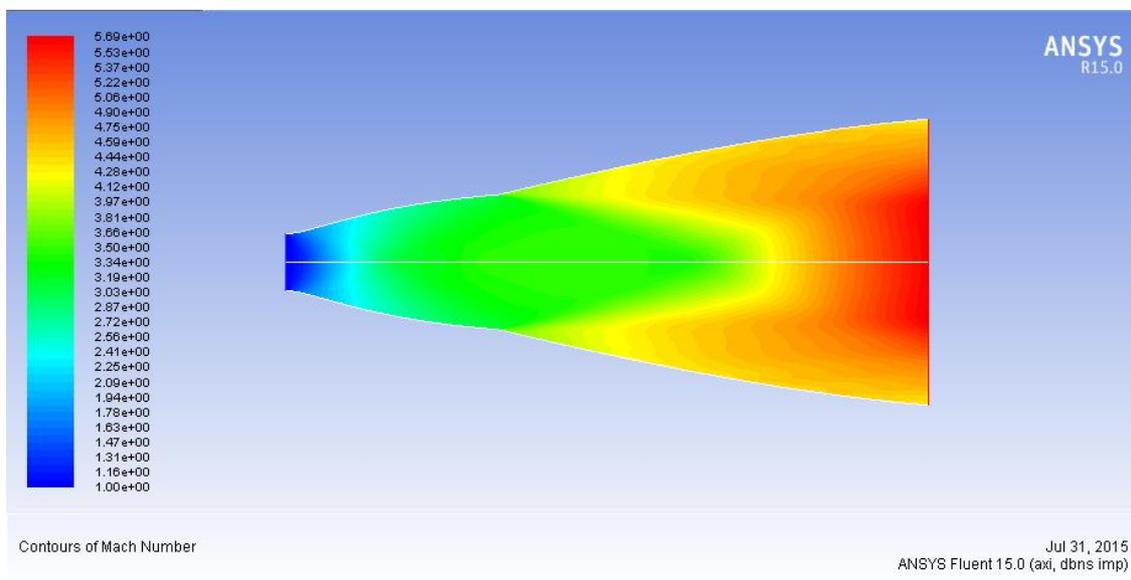


Fig. (IV.20): Contour d'évolution du nombre de mach dans la tuyère double galbe

Le contour du nombre de mach évolue d'une manière croissante du col où $M=1.00$, jusqu'à la sortie de la tuyère et cela sans perte de vitesse sur la paroi, puisqu'on a pris la condition de glissement sur la paroi (écoulement non visqueux).

Evolution de la température

Pour le même nombre de mach, on s'est intéressé à l'évolution de la température le long de la tuyère qui est un paramètre très important pour le calcul des performances et le choix des matériaux de construction.

La figure (IV.21) montre l'évolution de la température le long de la paroi de la tuyère double galbe.

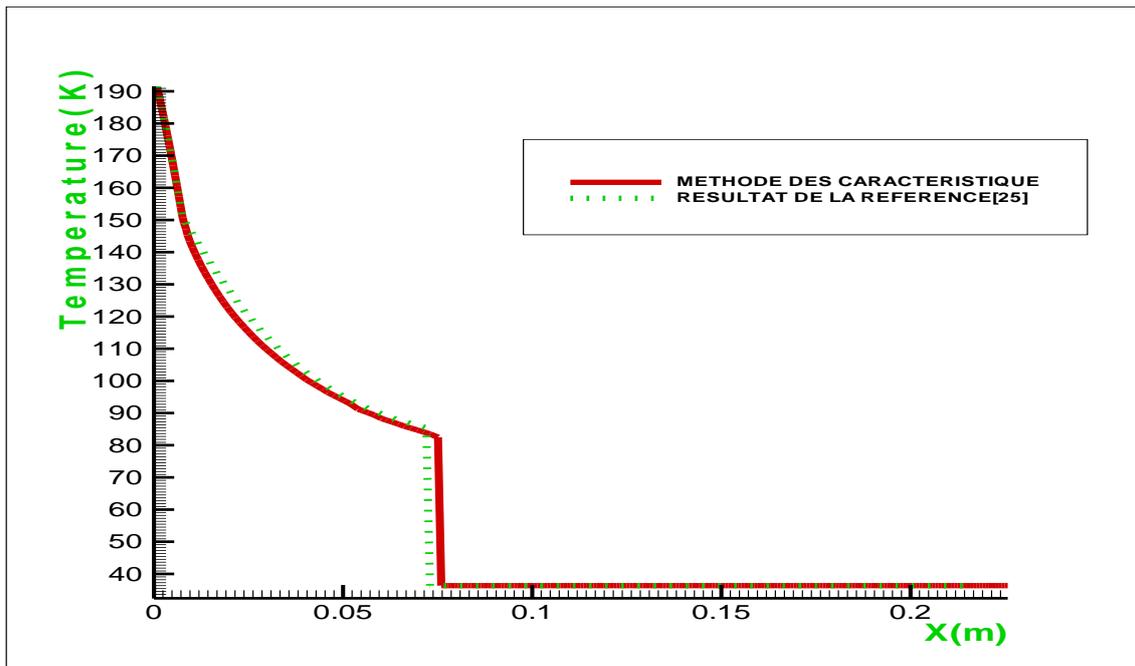


Fig. (IV.21) : Evolution de la température sur la paroi de la tuyère double galbe

La figure (IV.22) montre le contour d'évolution de la température dans la tuyère double galbe.

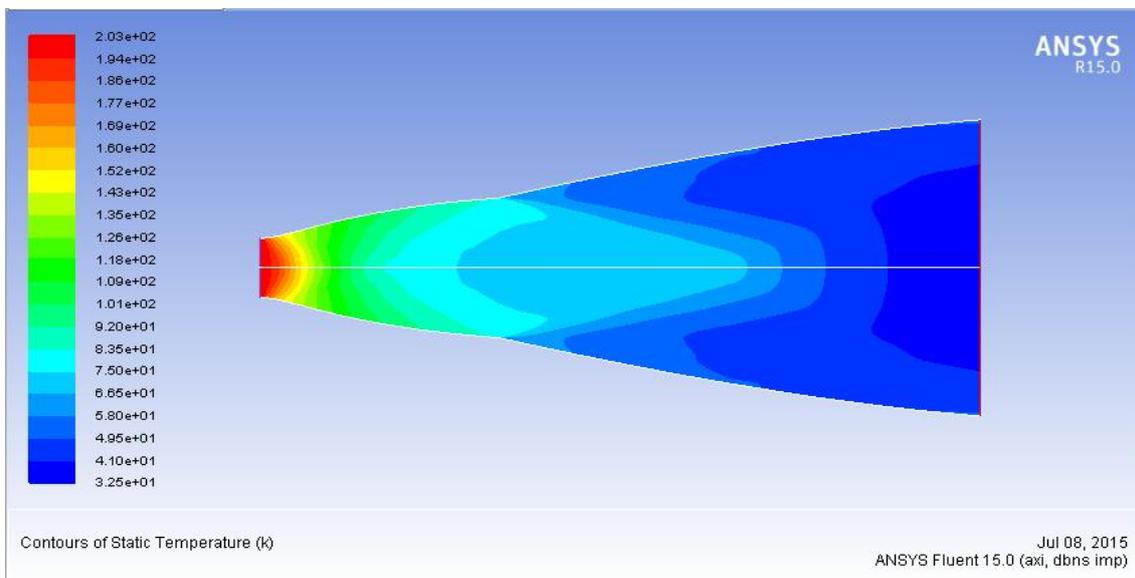


Fig. (IV.22) : Contour d'évolution de la température dans la tuyère double galbe

On sait bien que cette température statique diminue le long de la tuyère du fait de l'augmentation de la vitesse, c'est ce qui est représenté par nos résultats dans les figures (IV.21) et (IV.22).

Sur la même figure (IV.21), on a représenté les résultats obtenus par la référence [25] et on a constaté que ces derniers concordent parfaitement avec les résultats de notre étude

IV.3. Influence du domaine extérieur :

On ajoute le domaine extérieur pour plusieurs raisons, d'abord pour simuler un écoulement visqueux, puisque les résultats dont on dispose sont valables que pour un écoulement non visqueux. Dans ce cas on est confronté au problème des conditions aux limites à la sortie de la tuyère.

Pour remédier à ce problème on ajoute le domaine extérieur puis on impose les conditions atmosphériques loin de la sortie tuyère, et les conditions à la sortie tuyère sont atteintes après calcul et dépendront principalement de la forme du profil de la tuyère.

La deuxième raison, c'est pour visualiser l'écoulement à l'extérieur de la tuyère et comme ça on peut simuler la situation de démarrage ou encore la montée en altitude.

Dans ce qui suit, on va simuler un écoulement non visqueux dans la tuyère double galbe précédente avec l'ajout du domaine extérieure, et cela pour voir l'influence de ce domaine sur l'écoulement à l'intérieur de la tuyère.

✚ Caractéristiques du maillage :

C'est un maillage multi bloc structuré avec des éléments quadrilatère.

La figure (IV.23) illustre le maillage de la tuyère double galbe avec domaine extérieur.

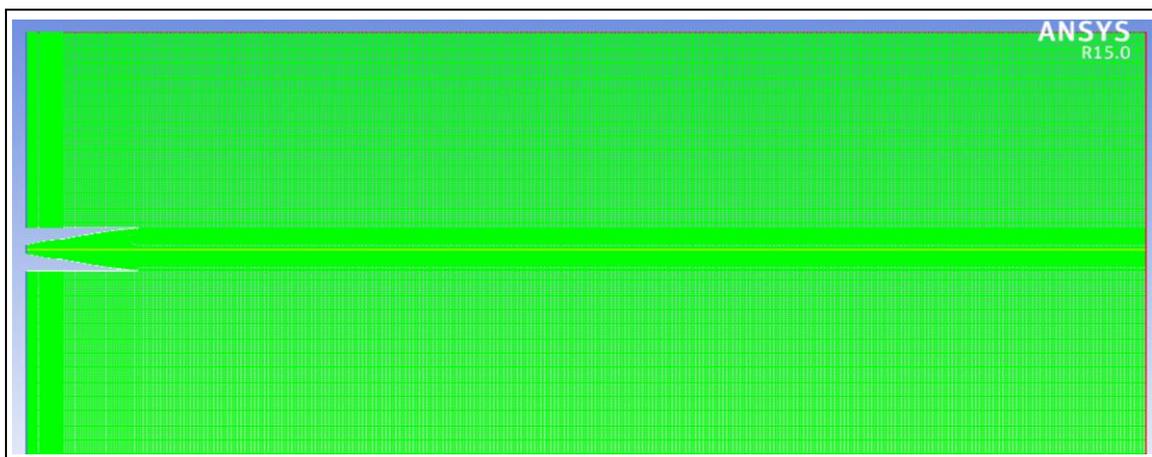


Fig. (IV.23) : Maillage de la tuyère double galbe avec Domain extérieur sous fluent.

✚ Conditions génératrices :

On choisit un rapport de pression NPR pour lequel la tuyère fonctionne d'une manière optimale, le NPR est définie comme le rapport de pression totale (pression d'arrêt) P_0 à l'entrée tuyère sur la pression ambiante P_a .

Dans notre cas on a pris :

- ✓ $P_0=30$ atm
- ✓ $T_0=243$ k
- ✓ $P_a=3890$ Pa

✚ Conditions aux limites :

La précision de la solution dépend fortement de la façon dont on traite les conditions aux limites. à l'entrée de la tuyère on impose des conditions aux limites déduites des conditions réservoir (P_0, T_0) par un comportement isentropique et une relation caractéristique. A la sortie, la pression statique P_a est supposé constante. Cette information est intégré de façon à ne pas générer d'onde de choc a l'intérieur du domaine de calcul (condition de non réflexion). ailleurs

on impose une condition de gradient nulle sur l'axe et une condition d'adhérence a une paroi adiabatique (fig. (IV.24)).

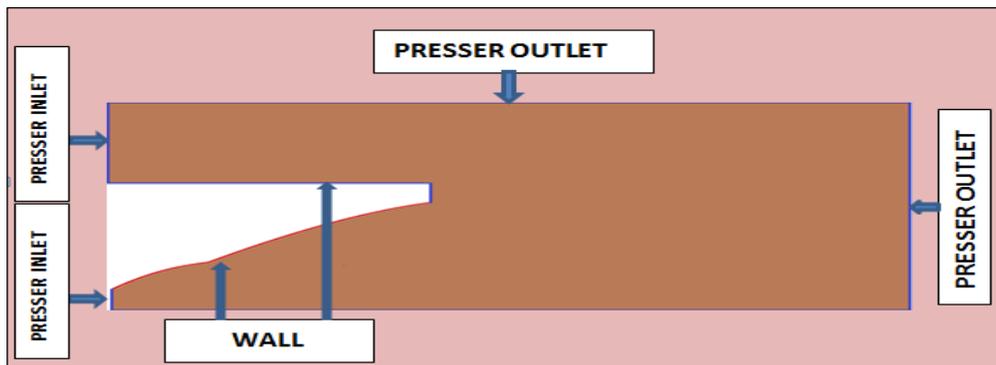


Fig. (IV.24) : Type des conditions aux limites.

IV.3.1. Résultats et discussions :

✚ Contour du nombre de mach :

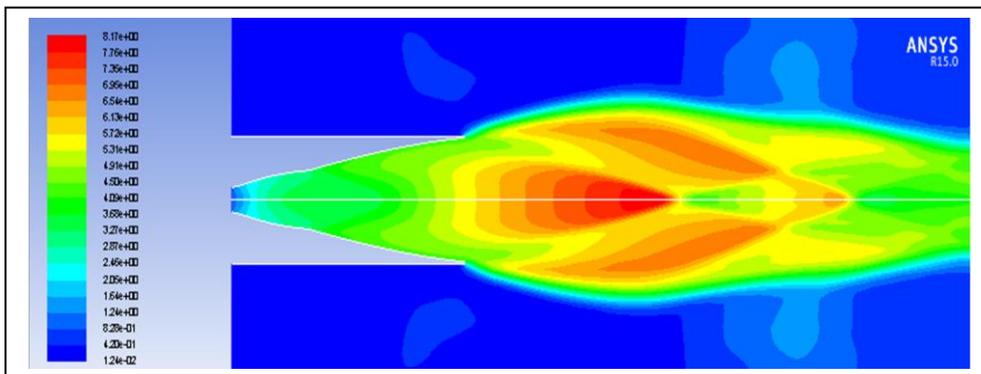


Fig. (IV.25) : Contour du nombre de mach avec domaine extérieur.

Dans ce cas on a pris la pression génératrice égale à 30 atm est ce dans le but d'avoir un écoulement complètement isentropique à l'intérieur de la tuyère.

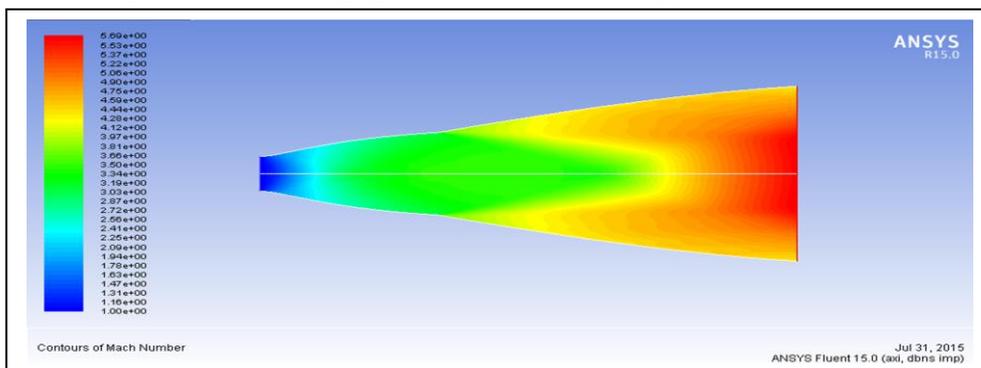


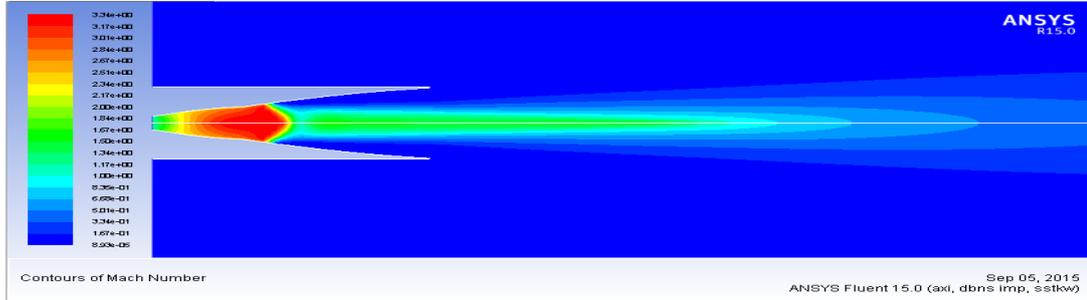
Fig. (IV.26) : Contour du nombre de mach sans domaine extérieur

À partir des deux contours, on constate que l'écoulement à l'intérieur de la tuyère est affecté par l'ajout du domaine extérieur puisque le nombre de mach atteint dans la tuyère sans domaine extérieur $M=5.62$ (fig (IV.26)) est très proche du mach de conception, alors que dans la tuyère avec domaine extérieur, l'écoulement atteint un nombre de mach de sortie $M=5.31$ (fig (IV.25)).

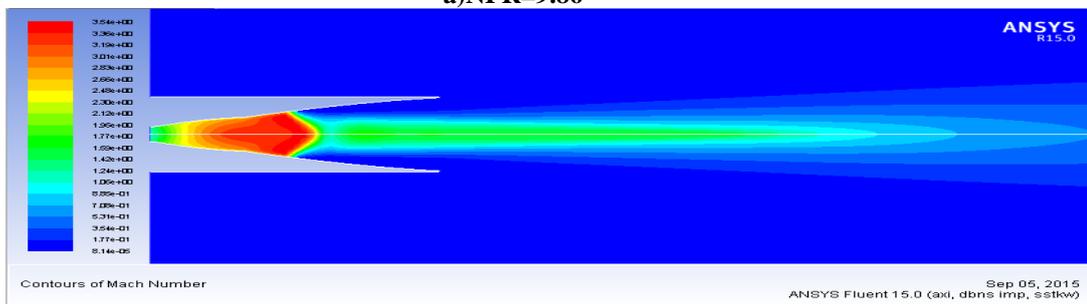
IV.4. Adaptation en altitude :

On fait varier la pression statique à l'extérieur de la tuyère puis on visualise la structure de l'écoulement à l'intérieur et l'extérieur de la tuyère.

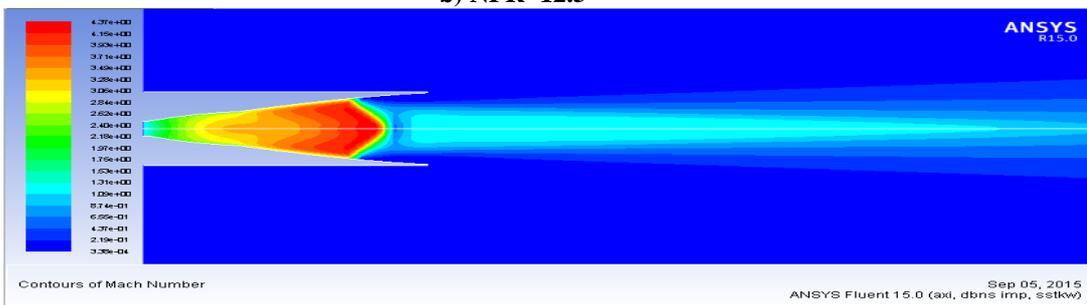
les conditions génératrices sont ; $P_0=10 \text{ atm}$, $T_0=243\text{k}$. Différents simulations de nombre de mach pour différent NPR sont montrées sur la figure (IV.27).



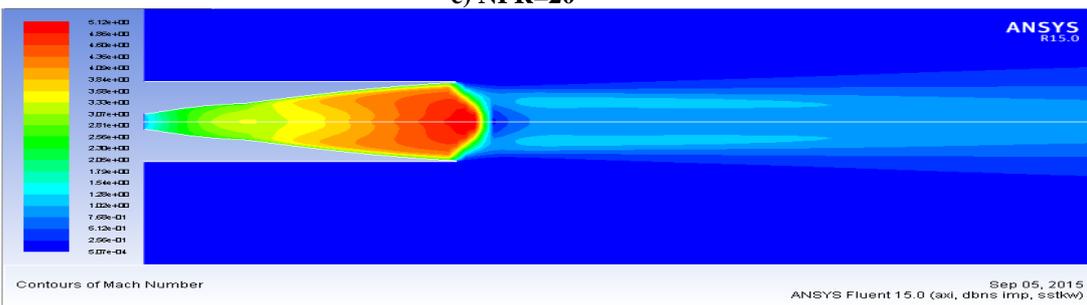
a) NPR=9.86



b) NPR=12.5



c) NPR=20



d) NPR=28.57

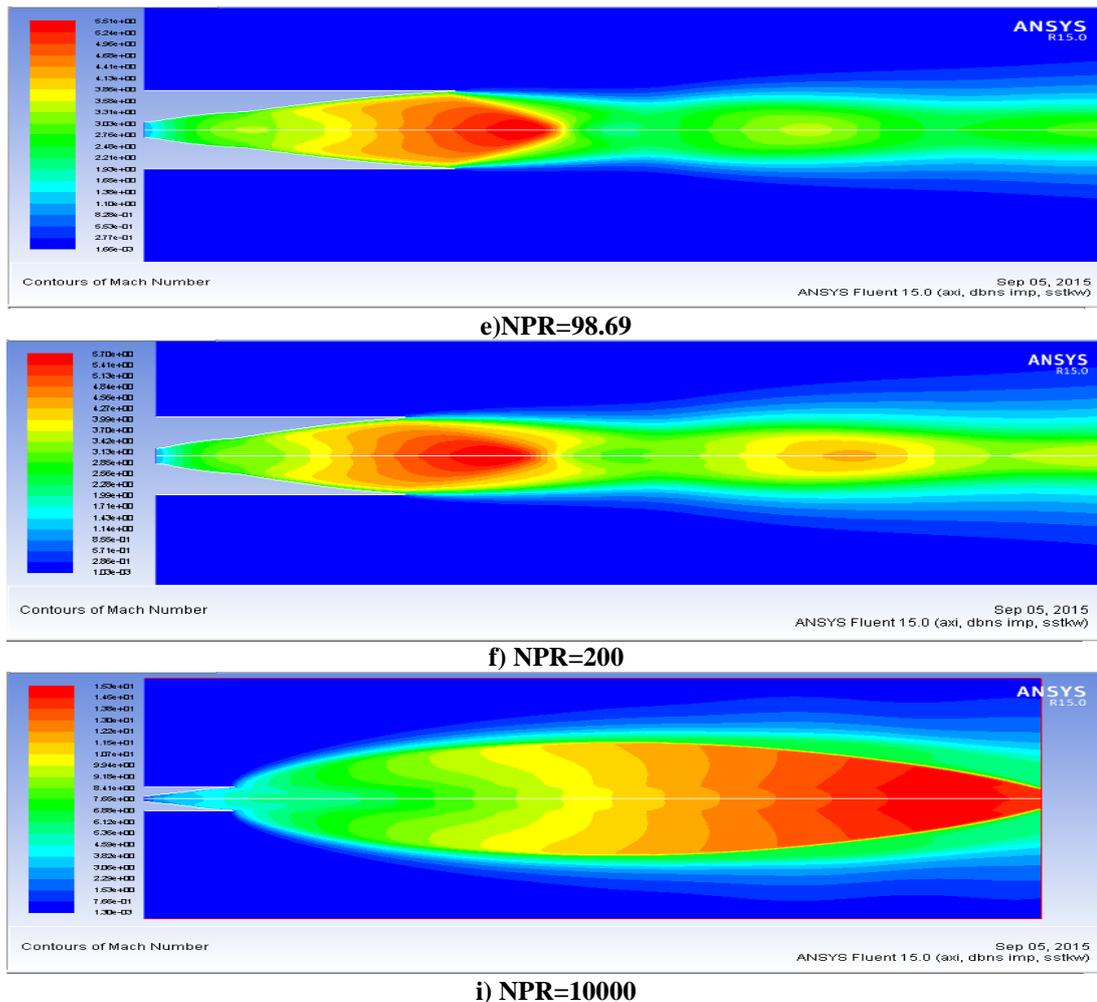


Fig. (IV.27) : Contours de nombres de mach pour différents rapports de pression.

Pour $NPR=9.86$ (fig. (IV.27 .a)) on remarque l'apparition d'ondes de choc à l'intérieur de la tuyère et l'écoulement en aval de l'onde de choc se sépare de la paroi puisque la pression aval est très élevée (régime de fort sur détente) le fluide en dehors de la couche limite possède une quantité de mouvement suffisante pour surpasser le gradient de pression adverse qui essaye de pousser le fluide vers l'arrière. Le fluide dans la couche limite possède une quantité de mouvement faible (domaine de flux d'impulsion plus faible) qui est dû au frottement entre le fluide et la paroi solide et par conséquent le fluide ne pourra plus contrer le gradient de pression adverse et sera vite ramené à l'arrêt et éventuellement renversé sa direction. si ce renversement arrive la couche limite décolle de la paroi solide, c'est ce qui arrive dans le cas du $NPR=9.86$ (fig. (IV.28)).

En augmentant le NPR à 12.5 (fig. (IV.27.b)) on remarque que l'écoulement se détend d'avantage et la position de l'onde de choc et le point de séparation avance en aval de la tuyère, mais l'écoulement reste toujours sur-détendu (fig. (IV.29)).

La figure (IV.28) illustre le Décollement de la couche limite pour $NPR=9.86$.

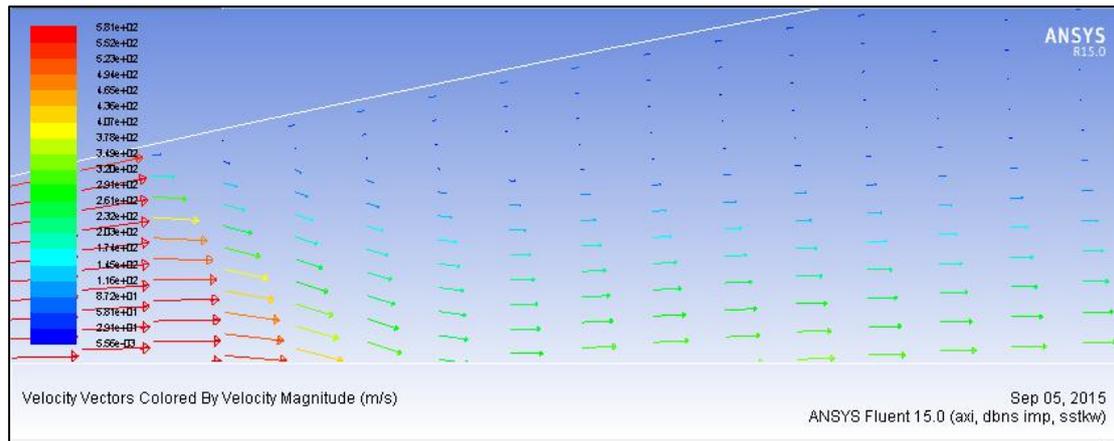


Fig. (IV.28) : Décollement de la couche limite pour NPR=9.86.

La figure (IV.29) illustre La position de l'onde de choc pour différent rapport de pression.

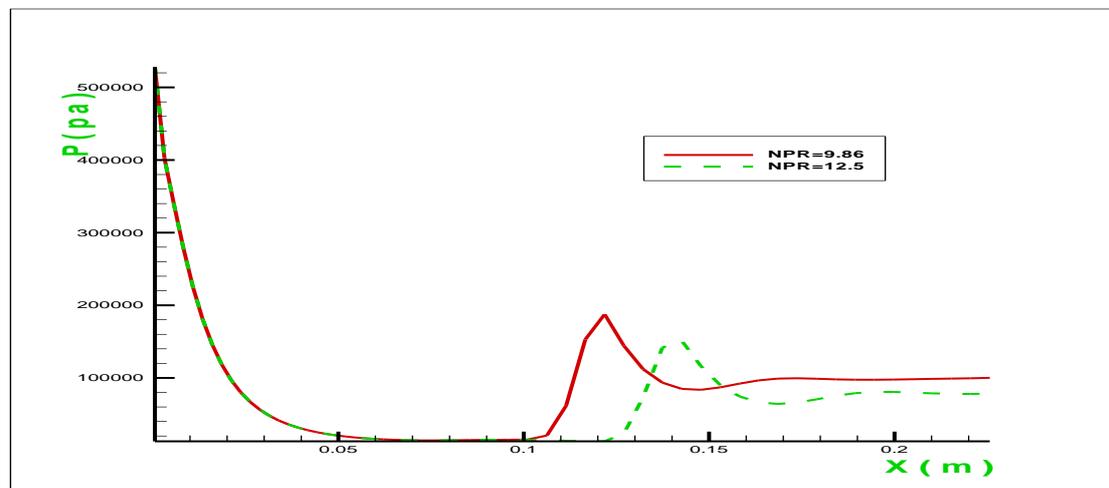


Fig. (IV.29) : La position de l'onde de choc pour différent rapport de pression.

En augmentant d'avantage le NPR pour atteindre 28.57 (fig. (IV.27.d)), la tuyère fonctionne d'une manière optimale puisque y'a pas d'onde de choc à l'intérieur de la tuyère et l'écoulement continue à se détendre d'une manière optimale à l'extérieur de la tuyère.

Maintenant, fixant le NPR à 200 (fig. (IV.27.f)) pour ce rapport de pression une sous détente apparait puisque la pression à la sortie tuyère est plus élevée que la pression ambiante alors les gaz continuent à se détendre à l'extérieur de la tuyère par une série d'ondes de détente.

Finalement pour un NPR=10000 (fig. (IV.27.i)), dans ce cas l'écoulement est caractérisé par une forte sous détente, tellement la pression ambiante est trop basse elle induit de sévères turbulences ce qui résulte un écoulement fortement instable, une onde de choc prend naissance à l'extérieur de la tuyère. Ceci indique que pour un certain débit masse cette pression ambiante est trop basse pour être utilisé pour cette tuyère.

IV.5. Autre cas d'étude (Application pour $M=3.8$)

Dans ce qui suit, et pour donner plus de crédibilité à notre travail, la même méthode sera appliquée sur la même tuyère mais avec un nombre de mach de sortie différents, on prendra par exemple : $M=3.8$

Les résultats obtenus concernant l'évolution des paramètres thermodynamiques (P , T , M , ρ) dans la tuyère, sont du point de vue logique identique à ceux du premier cas, c'est-à-dire toutes les courbes présentent la même allure.

Ces résultats sont comparés à ceux obtenus par la référence [25], sur les mêmes figures mentionnées ci-dessus, et la comparaison a donné une entière satisfaction

IV.5.1 .Conception du premier galbe :

IV.5.1 .1. Les données thermodynamiques et géométriques :

Le programme décrit précédemment est appliqué avec de nouvelles données qui sont :

✓ $P_a = 1.01300 \text{ bars}$	$y_t = 0.01 \text{ m}$	$\theta_a = 16.22923^\circ$
✓ $P_S = 30.0 \text{ bars}$	$R_{tu} = 0.03 \text{ m}$	$\theta_e = 8.85^\circ$
✓ $T_S = 243 \text{ K}$	$R_{td} = 0.03 \text{ m}$	$X_e = 0.06041 \text{ m}$

Avec :

✓ $\gamma = 1.4$	et	$RG = 280 \text{ J/Kg K}$
------------------	----	---------------------------

IV.5.1.2. Résultats :

L'application du programme de calcul a permis d'atteindre les résultats présentés ci-dessous concernant notamment le profil de la tuyère, les coordonnées du point d'attache, ainsi que le rayon de sortie de cette dernière.

IV.5.1 .2 .1. Le profil obtenu :

La figure (IV.30) illustre le profil de la tuyère TIC obtenu par notre programme en imposant un écoulement.

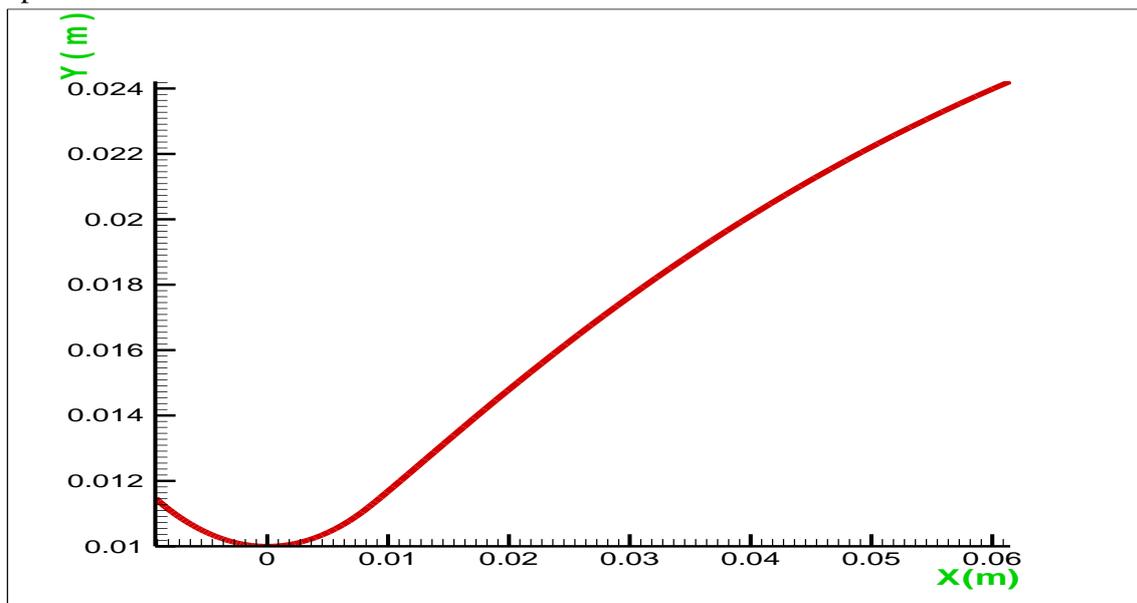


Fig. (IV.30): Profil du 1er galbe.

Ce profil est caractériser par :

✚ Les coordonnées du point d'attachement "A " sont:

$$x_A = 0.009372 \text{ m}$$

$$y_A = 0.011491 \text{ m}$$

✚ Le rayon de sortie est :

$$RS = 0.024217 \text{ m}$$

La figure (IV.31) illustre le maillage de la tuyère obtenu par notre programme.

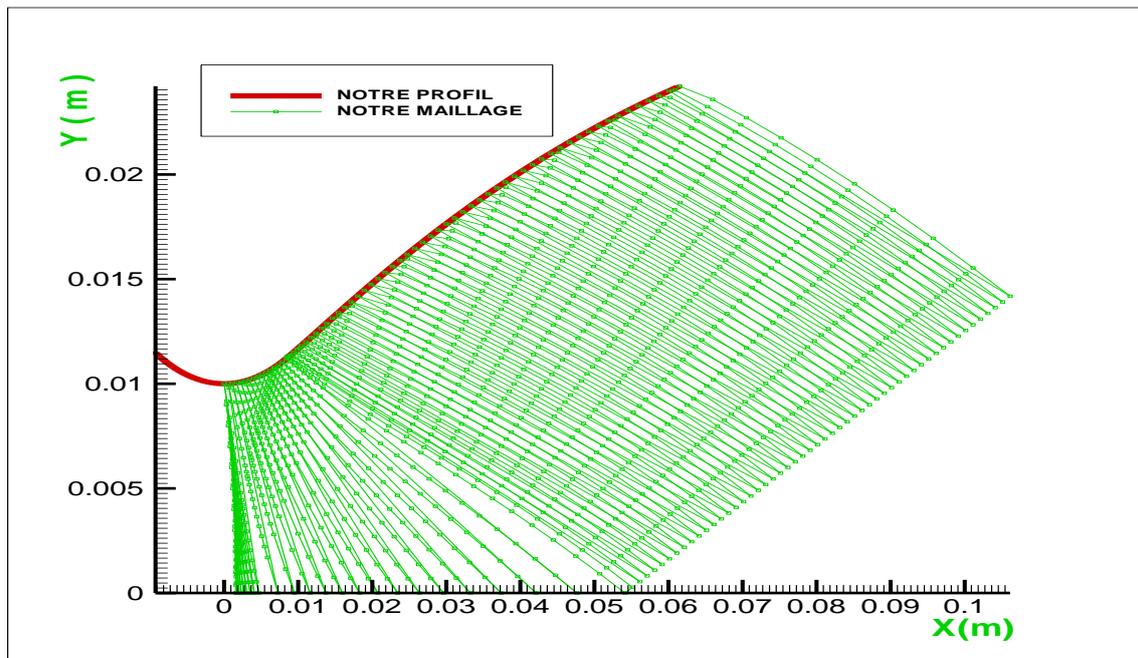


Fig. (IV.31) : Le maillage du profil obtenu.

Dans le but de faire la comparaison de nos résultats avec ceux de la référence [25] on a représenté les deux profils dans la figure (IV.32). Et on remarque la même chose, que le cas précédent ce qui valide notre méthode.

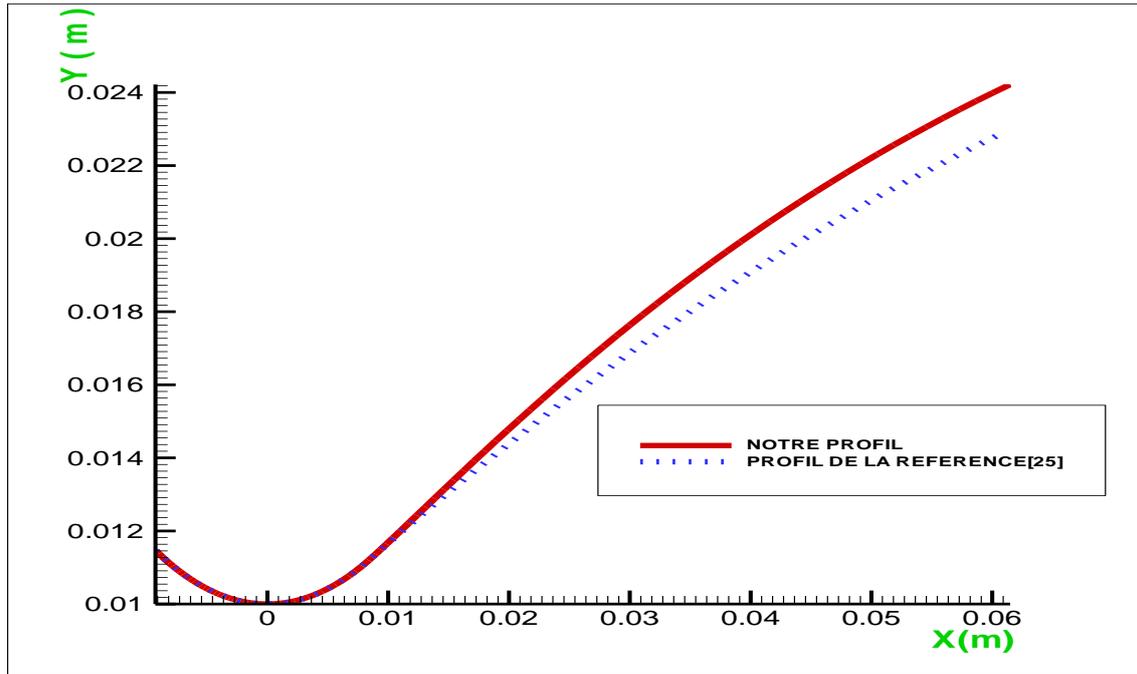


Fig. (IV.32) : comparaison des profils des tuyères avec Ms=3.8

IV.5.1 .2 .2. Evolution des paramètres de l'écoulement dans la tuyère

Les conditions aux limites utilisées dans notre simulation sont représenté dans le tableau suivant.

Tab. (IV.3): Conditions aux limites du 1er galbe

Modèle	2D, axisymétrique, permanent
Solveur	Couplé, implicite
Fluide	Air, loi des gaz parfaits
Conditions aux limites à l'entrée	Pression d'entrée $\begin{cases} P_0 = 3000000 \text{ Pa} \\ P_S = 1584000 \text{ Pa} \\ T_T = 243 \text{ K} \end{cases}$
Conditions aux limites à la sortie	Pression de sortie $\begin{cases} P_S = 101300 \text{ Pa} \\ T_T = 243 \text{ K} \end{cases}$
Parois	Wall (paroi adiabatique)

✚ Evolution du nombre de Mach

La fig. (IV.33) donne l'évolution du nombre de mach le long de la paroi de la tuyère pour ce deuxième cas d'études (mach=3.8), l'allure des courbes est identique à celle obtenue pour la tuyère précédente avec la même logique que le cas précédent.

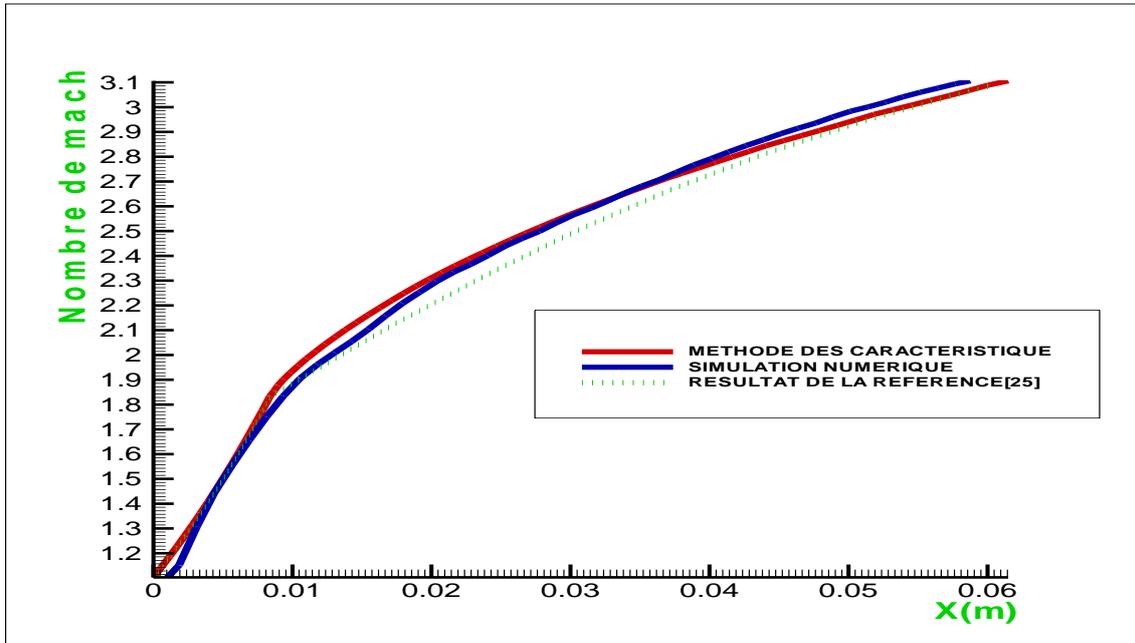


Fig. (IV.33): Evolution du nombre de mach sur la paroi du 1er galbe.

En comparant toujours nos résultats aux résultats de la référence [25] on remarque la même chose, que nos résultats coïncident bien avec ces résultats ce qui valide notre méthode.

La figure (IV.34) montre le contour d'évolution du nombre de mach dans le premier galbe de la tuyère double galbe.

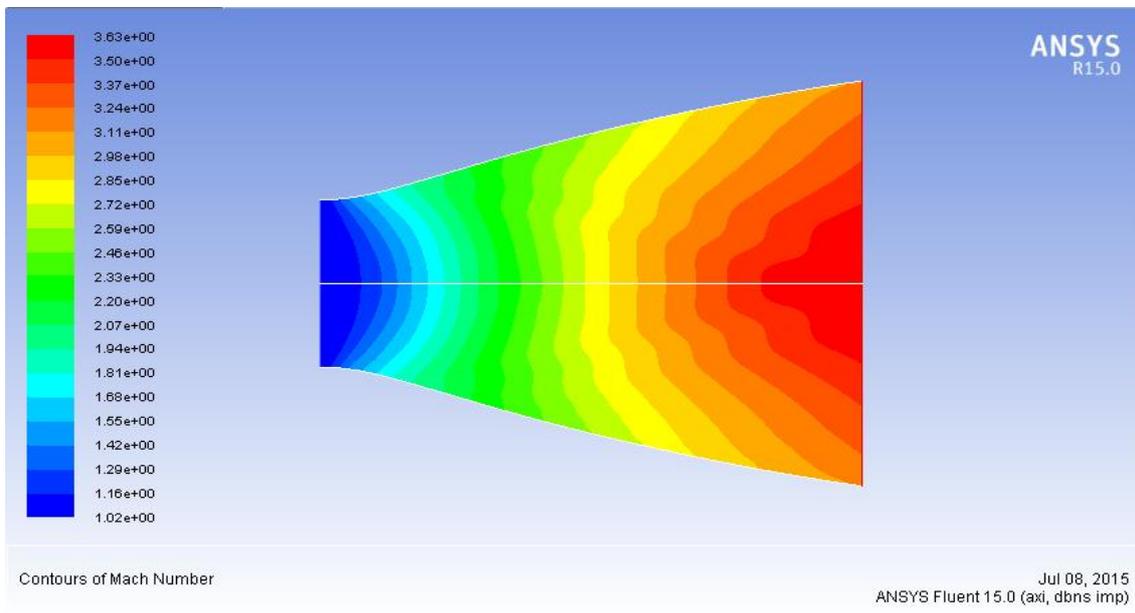


Fig. (IV.34): Contour d'évolution du nombre de mach dans le 1er galbe.

On voit la même chose que le cas précédent, Le contour du nombre de mach évolue d'une manière croissantes du col où $M=1.00$, jusqu'à la sortie de la tuyère.

Evolution de la pression

La figure (IV.35) donne l'évolution de la pression le long de la tuyère pour ce deuxième cas d'études (mach=3.8), l'allure des courbes est identique à celle obtenue pour la tuyère précédente avec la même logique que le cas précédent.

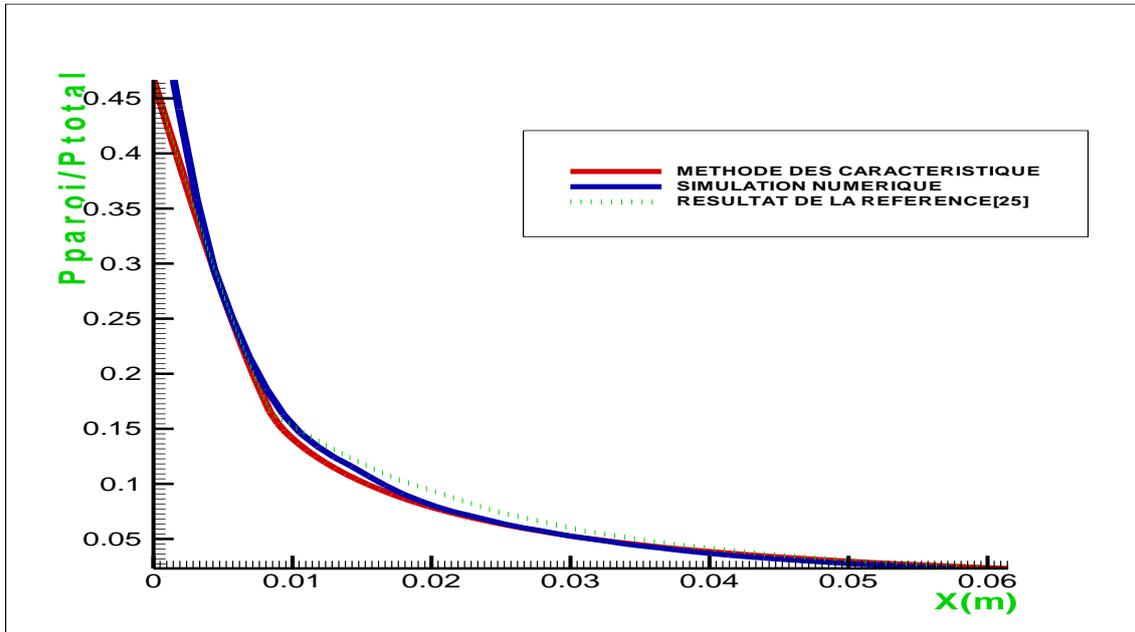


Fig. (IV.35): Evolution de la pression sur la paroi du 1er galbe.

La figure (IV.36) montre le contour d'évolution de la pression dans le premier galbe de la tuyère double galbe.

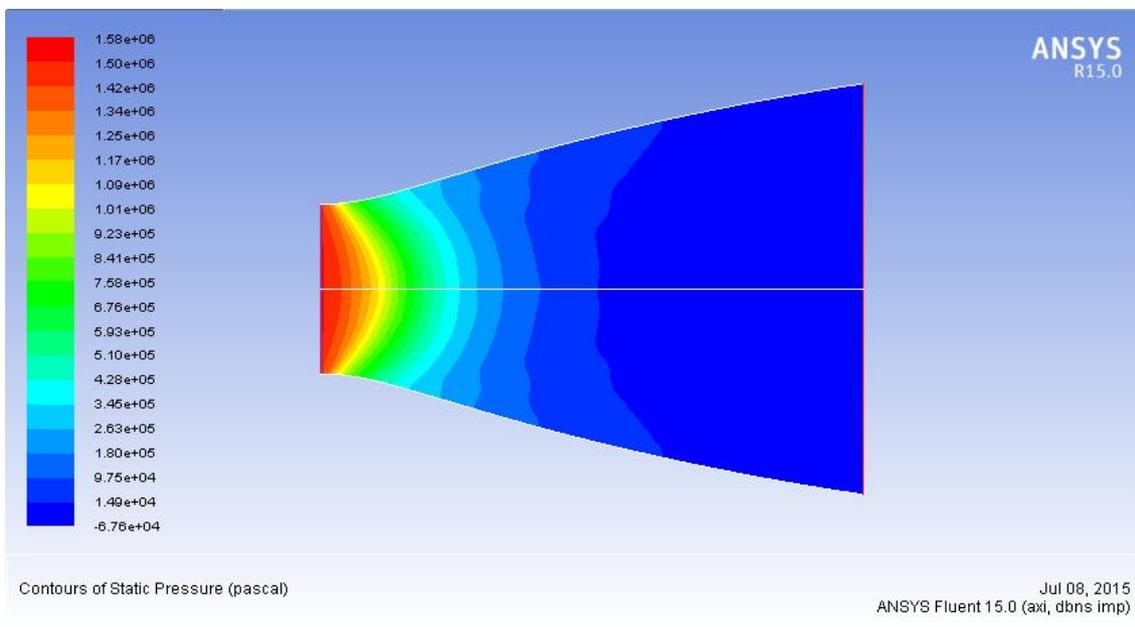


Fig. (IV.36): Contour d'évolution de la pression dans le 1er galbe.

On constate la même chose que le premier cas. La pression diminue le long de la tuyère sur la paroi jusqu'à atteindre la pression imposée par les calculs.

Comme le cas précédent, on constate que nos résultats sont proche des résultats obtenus par la référence [25].

✚ Evolution de la masse volumique

La figure (IV.37) illustre l'évolution de la masse volumique des gaz sortant de la chambre de combustion.

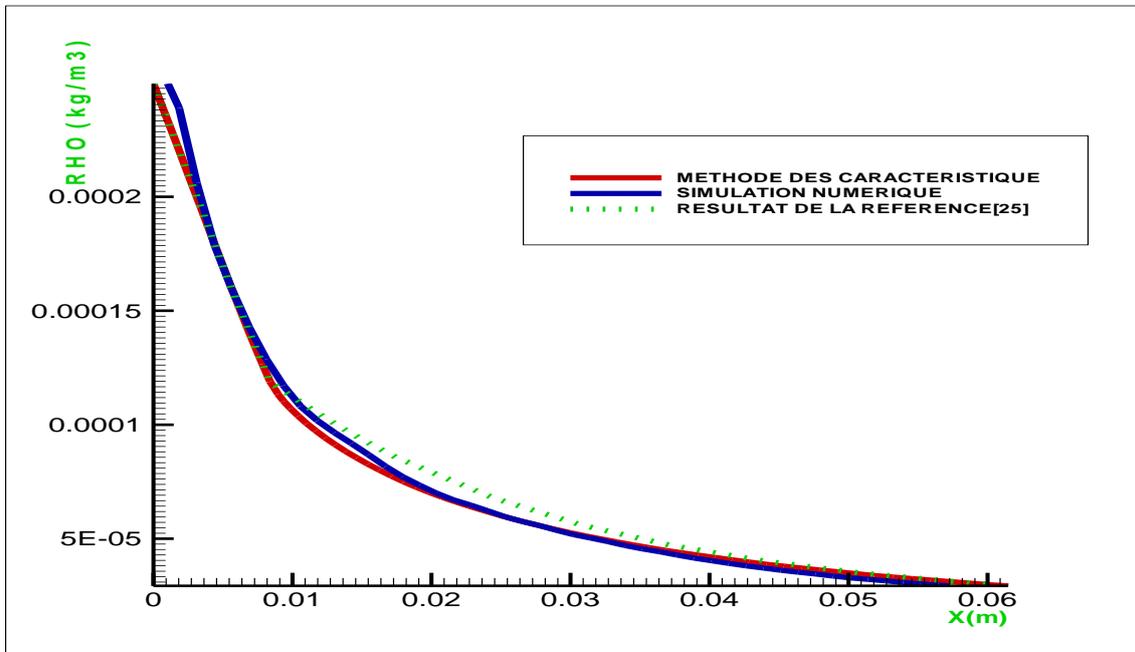


Fig. (IV.37) : Evolution de la masse volumique sur la paroi du 1er galbe

La figure (IV.38) illustre le Contour d'évolution de la masse volumique des gaz sortant de la chambre de combustion.

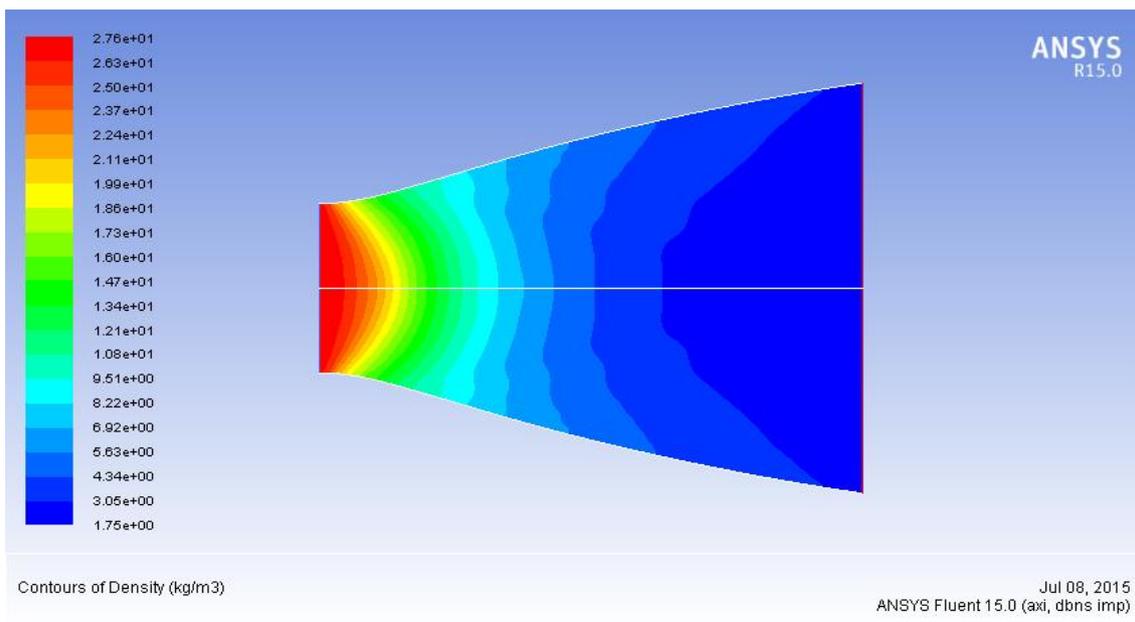


Fig. (IV.38) : Contour d'évolution de la masse volumique dans le 1er galbe

La même chose que le cas précédent est remarquée sur les figures (IV.37) et (IV.38), On sait bien que cette masse volumique doit diminuer en s'éloignant de la sortie de la chambre de combustion ce qui est normale puisque la pression diminue.

Evolution de la température

Pour le même nombre de mach, on s'est intéressé à l'évolution de la température le long de la tuyère qui est un paramètre très important pour le calcul des performances et le choix des matériaux de construction.

La figure (IV.39) illustre l'évolution de la température des gaz sortant de la chambre de combustion.

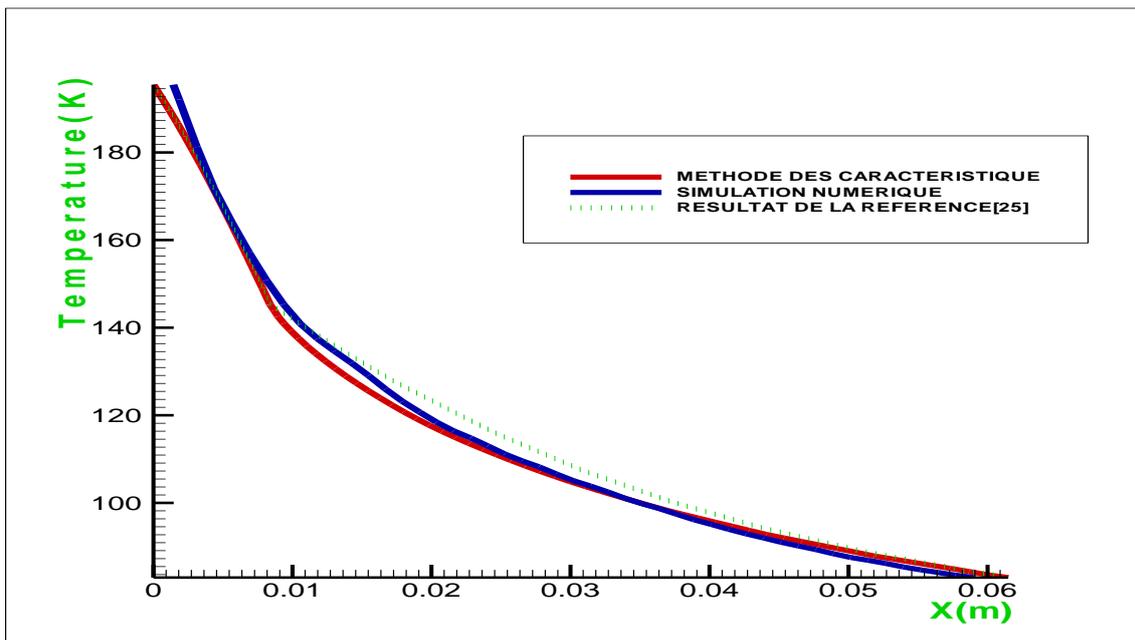


Fig. (IV.39) : Evolution de la température sur la paroi du 1er galbe

La figure (IV.40) illustre le Contour d'évolution de la température des gaz sortant de la chambre de combustion.

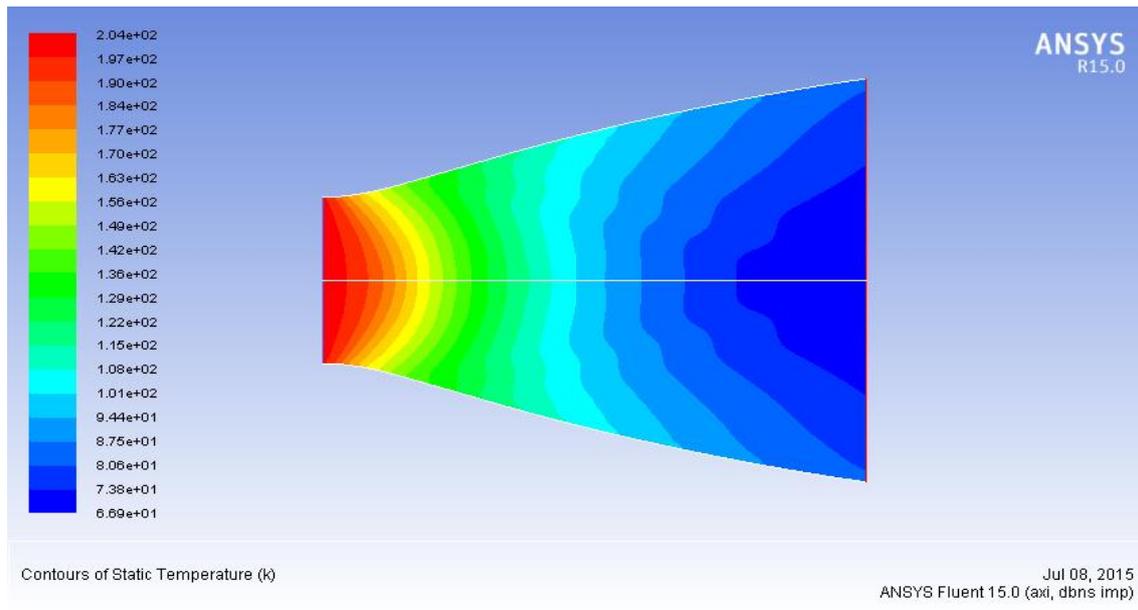


Fig. (IV.40) : Contour d'évolution de la température dans le 1er galbe

On remarque aussi que cette température statique diminue le long de la tuyère du fais de l'augmentation de la vitesse.

Sur la même figure, on a représenté les résultats obtenus par la référence [25] et on a constaté que ces derniers concordent parfaitement avec les résultats de notre étude.

IV.5.2 .Conception du deuxième galbe :

Les données thermodynamiques et géométriques nécessaires au lancement de calcul reste les même citée pour le premier galbe avec deux données complémentaires qui sont :

- ✓ $Pa2 = 0.03890 \text{ bars}$
- ✓ $Xe2 = 0.17666 \text{ m}$

IV.5.2 .1. Résultats :

L'application du programme de calcul a permis d'atteindre les résultats présentés ci-dessous concernant notamment le profil de la tuyère, les coordonnées du point de jonction J , la longueur du deuxième galbe, la longueur totale du double galbe et le rayon de sortie de cette dernière.

IV.5.2 .1.1.Le profil obtenu :

La figure (IV.41) illustre le profil de la tuyère double galbe obtenu par notre programme en imposant un écoulement pour le 1er galbe et un jet libre pour le 2ème galbe.

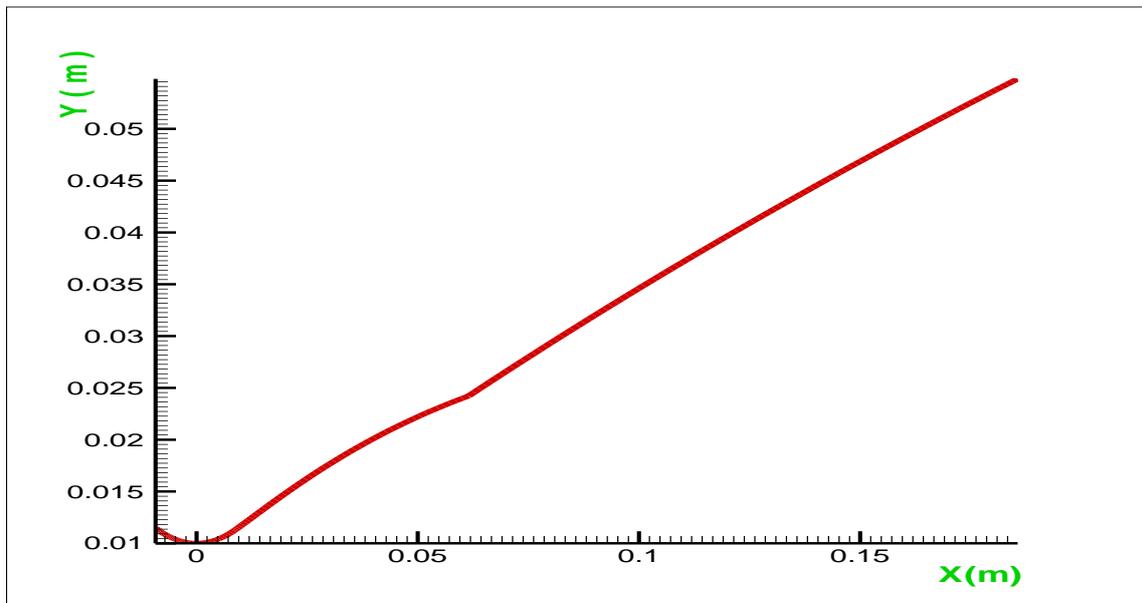


Fig. (IV.41): Profil de la tuyère double galbe.

Ce profil est caractériser par :

✚ Les coordonnées du point de jonction "J " sont:

$$xJ = 0.0614839 \text{ m}$$

$$yJ = 0.0242177 \text{ m}$$

✚ La longueur du 2ème galbe est:

$$LG2 = 0.124104 \text{ m}$$

✚ La longueur totale du double galbe est:

$$LGt = 0.185588 \text{ m}$$

✚ Le rayon de sortie du double galbe est :

$$RS = 0.0548180 \text{ m}$$

La figure (IV.42) illustre le maillage de la tuyère double galbe obtenu par notre programme.

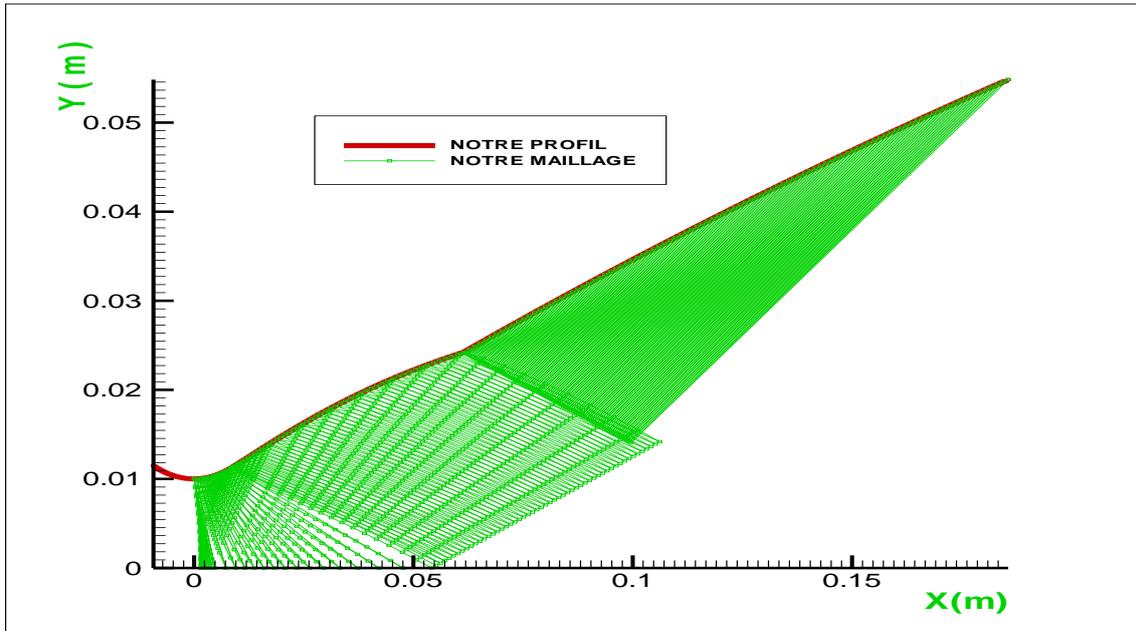


Fig. (IV.42): Le maillage du profil obtenu.

Dans le but de faire la comparaison de nos résultats avec ceux de la référence [25] on a représenté les deux profils dans la figure (IV.43). Et on remarque la même chose que le cas précédent ce qui valide notre méthode.

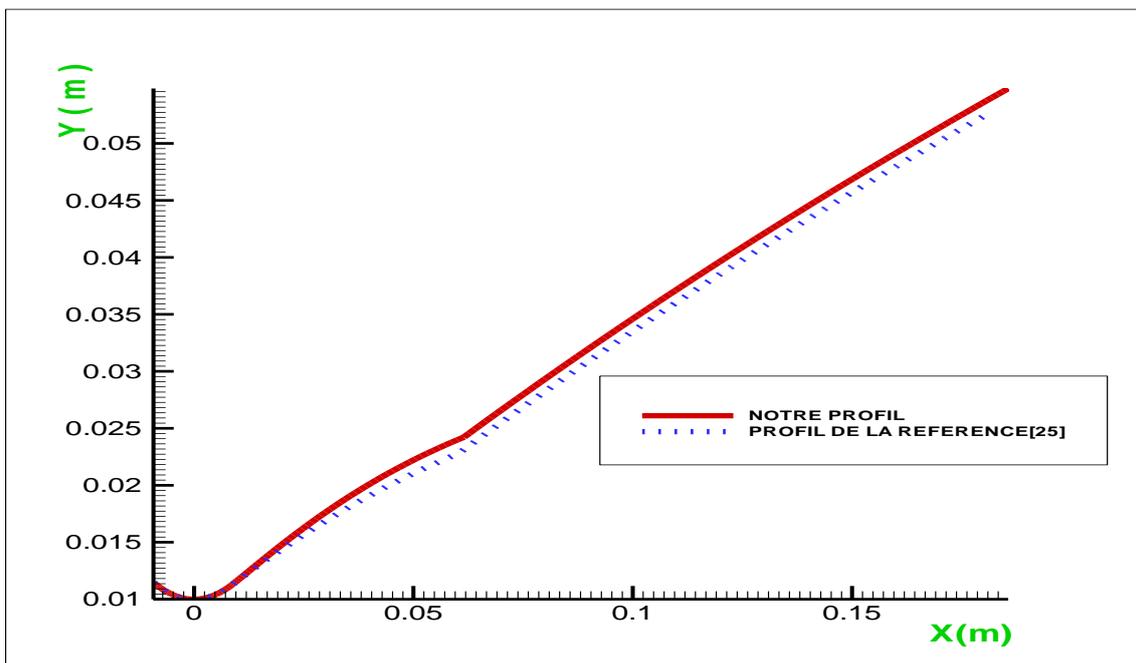


Fig. (IV.43): comparaison des profils des deux tuyères

IV.5.2 .1.2. Evolution des paramètres de l'écoulement sur la paroi de la tuyère

Les conditions aux limites utilisées dans notre simulation pour ce deuxième cas sont représentées dans le tableau (IV.4).

Tab. (IV.4): Conditions aux limites

Modèle	2D, axisymétrique, permanent
Solveur	Couplé, implicite
Fluide	Air, loi des gaz parfaits
Conditions aux limites à l'entrée	Pression d'entrée $\begin{cases} P_0 = 3000000 \text{ Pa} \\ P_s = 1584000 \text{ Pa} \\ T_T = 243 \text{ K} \end{cases}$
Conditions aux limites à la sortie	Pression de sortie $\begin{cases} P_s = 3890 \text{ Pa} \\ T_T = 243 \text{ K} \end{cases}$
Parois	Wall (paroi adiabatique)

Evolution de la pression :

La figure (IV.44) donne l'évolution de la pression le long de la tuyère double galbe pour ce deuxième cas d'études (mach=3.8), l'allure des courbes est identique à celle obtenue pour la tuyère précédente avec la même logique que le cas précédent.

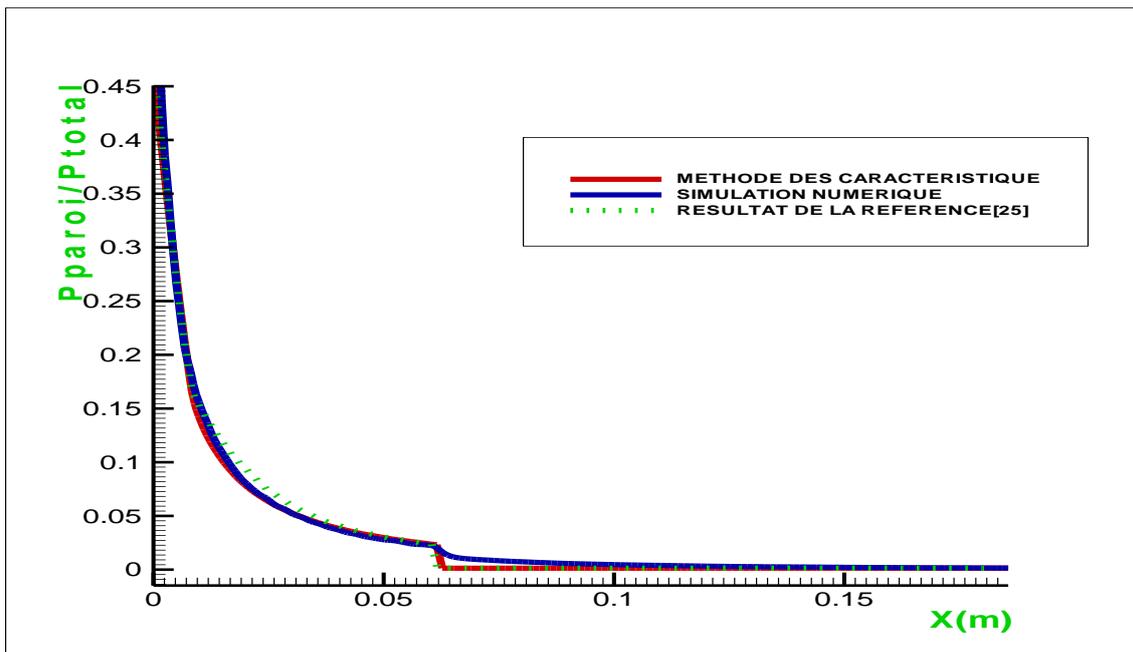


Fig. (IV.44): Evolution de la pression sur la paroi de la tuyère.

La figure (IV.45) montre le contour d'évolution de la pression dans la tuyère double galbe.

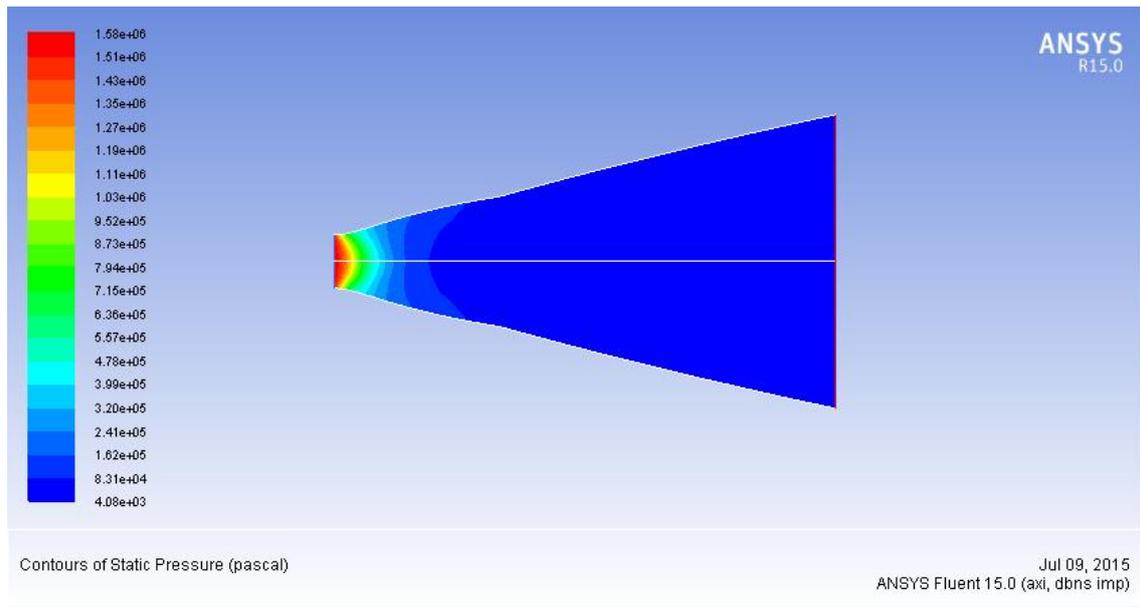


Fig. (IV.45): Contour d'évolution de la pression dans la tuyère.

On remarque aussi dans la figure (IV.44) que les résultats de notre étude concordent parfaitement avec les résultats obtenus par la référence [25].

✚ Evolution de la masse volumique

La figure (IV.46) illustre l'évolution de la masse volumique des gaz sortant de la chambre de combustion.

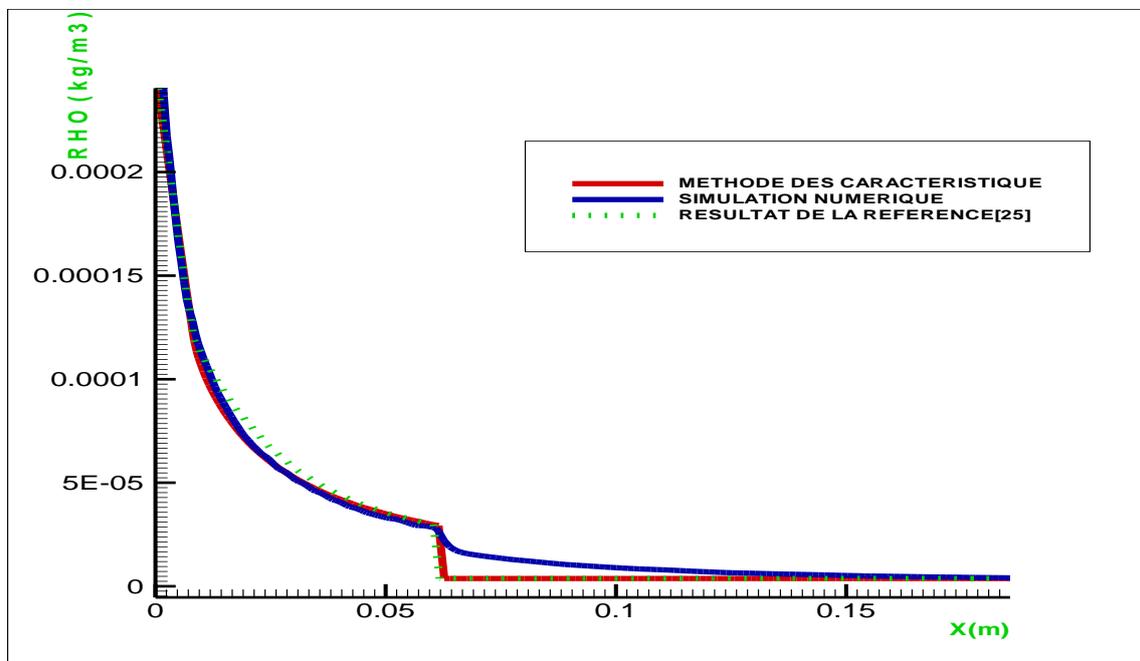


Fig. (IV.46) : Evolution de la masse volumique sur la paroi de la tuyère

La figure (IV.47) illustre le Contour d'évolution de la masse volumique des gaz sortant de la chambre de combustion.

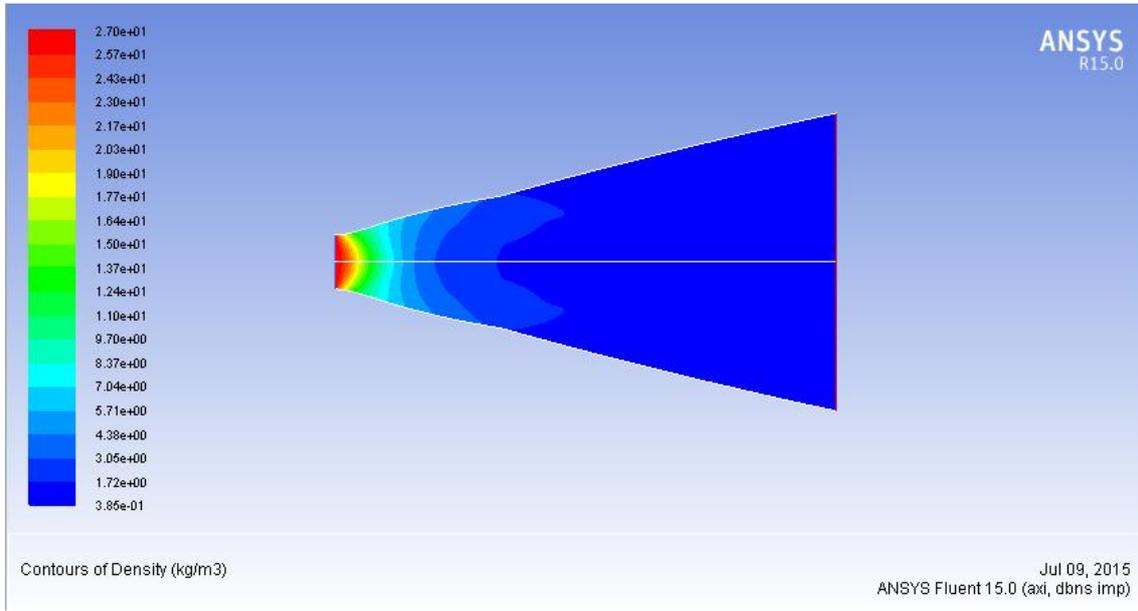


Fig. (IV.47) : Contour d'évolution de la masse volumique dans la tuyère

La même chose que le cas précédent peut être remarquée sur ces figures (IV.46) et (IV.47). On constate aussi que nos résultats sont proche des résultats obtenus par la référence [25].

✚ Evolution du nombre de Mach

La figure (IV.48) montre l'évolution du nombre de mach le long de la paroi de la tuyère double galbe.

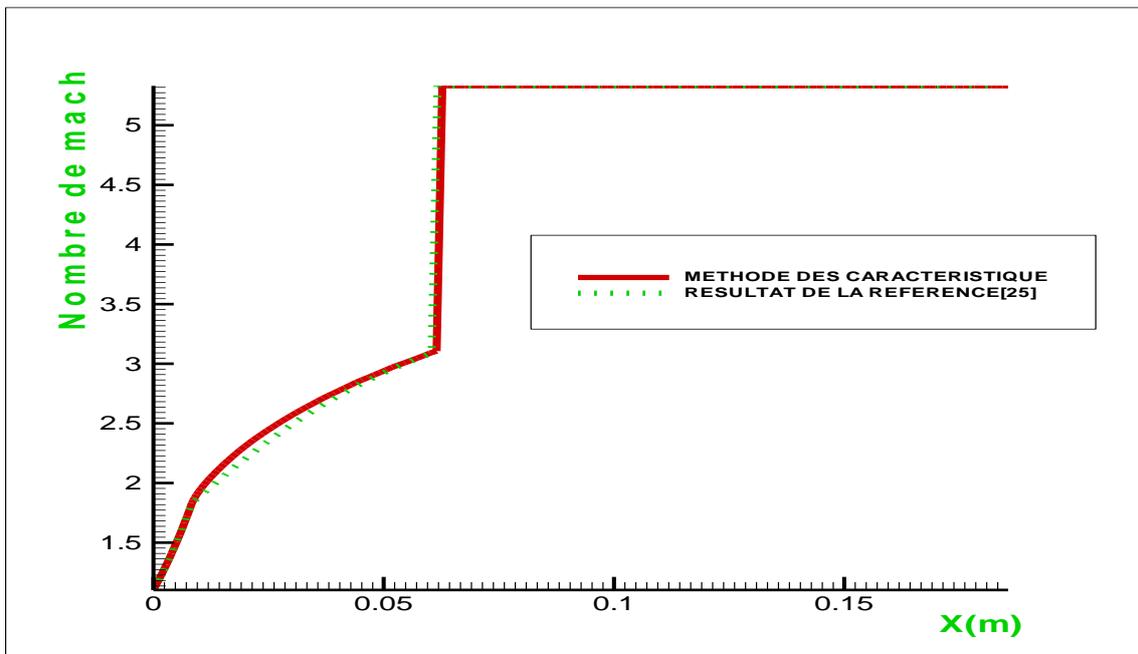


Fig. (IV.48): Evolution du nombre de mach sur la paroi de la tuyère.

La figure (IV.49) montre le contour d'évolution du nombre de mach le long de la tuyère double galbe.

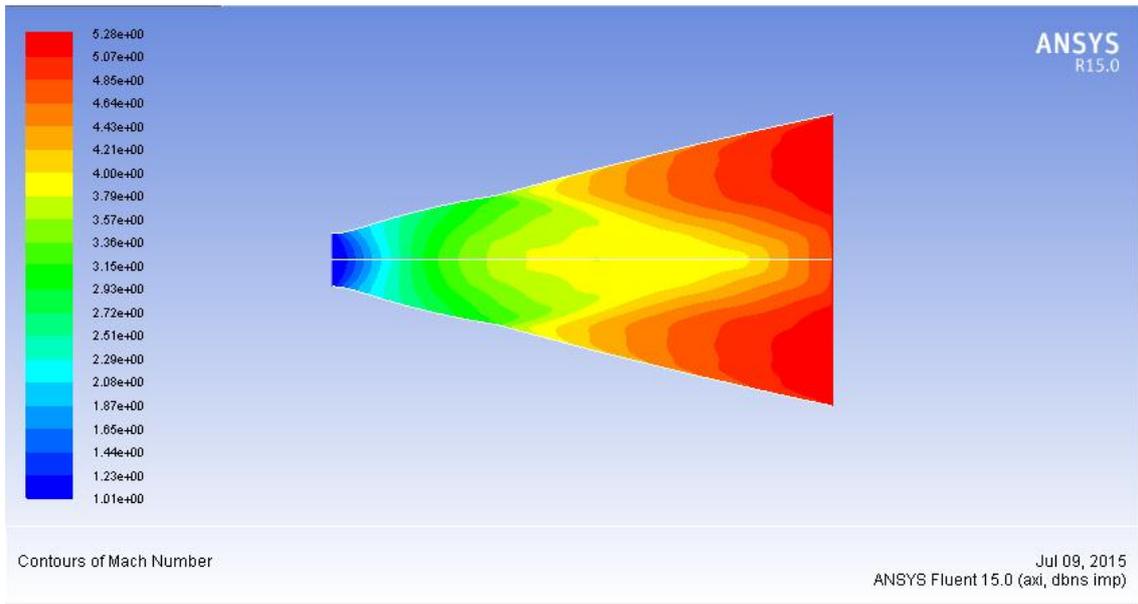


Fig. (IV.49): Contour d'évolutions du nombre de mach dans la tuyère.

En comparant toujours nos résultats aux résultats de la référence [25] on remarque la même chose, que nos résultats coïncident bien avec ces résultats ce qui valide notre méthode.

✚ Evolution de la température

La figure (IV.50) montre l'évolution de la température le long de la paroi de la tuyère double galbe.

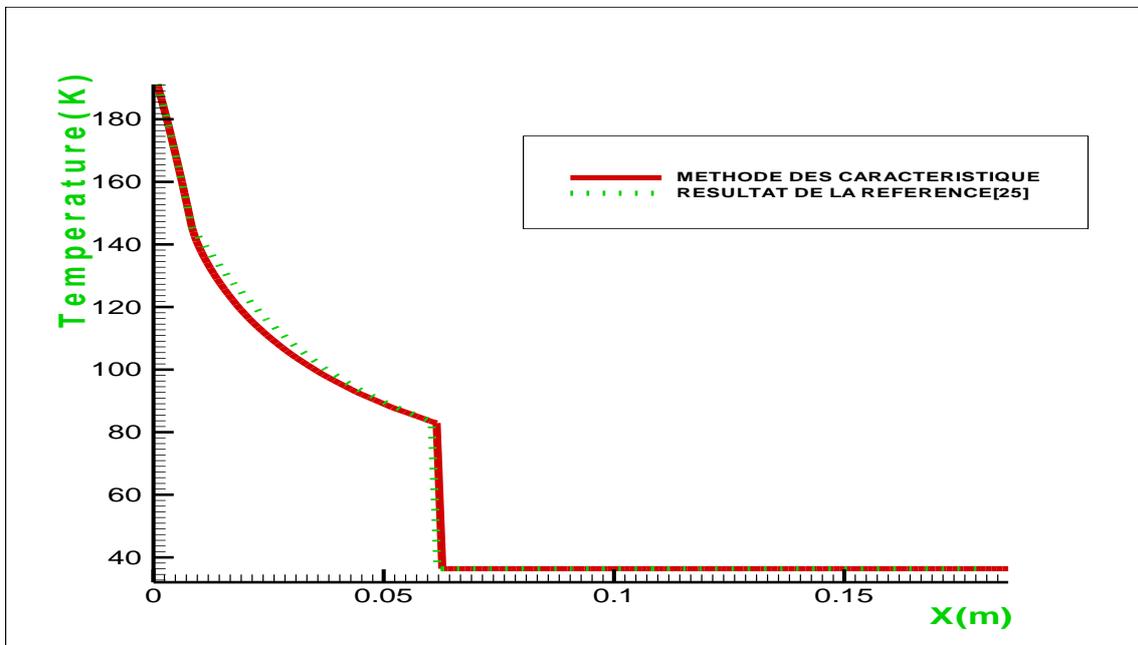


Fig. (IV.50) : Evolution de la température sur la paroi de la tuyère

La figure (IV.51) montre le contour d'évolution de la température dans la tuyère double galbe.

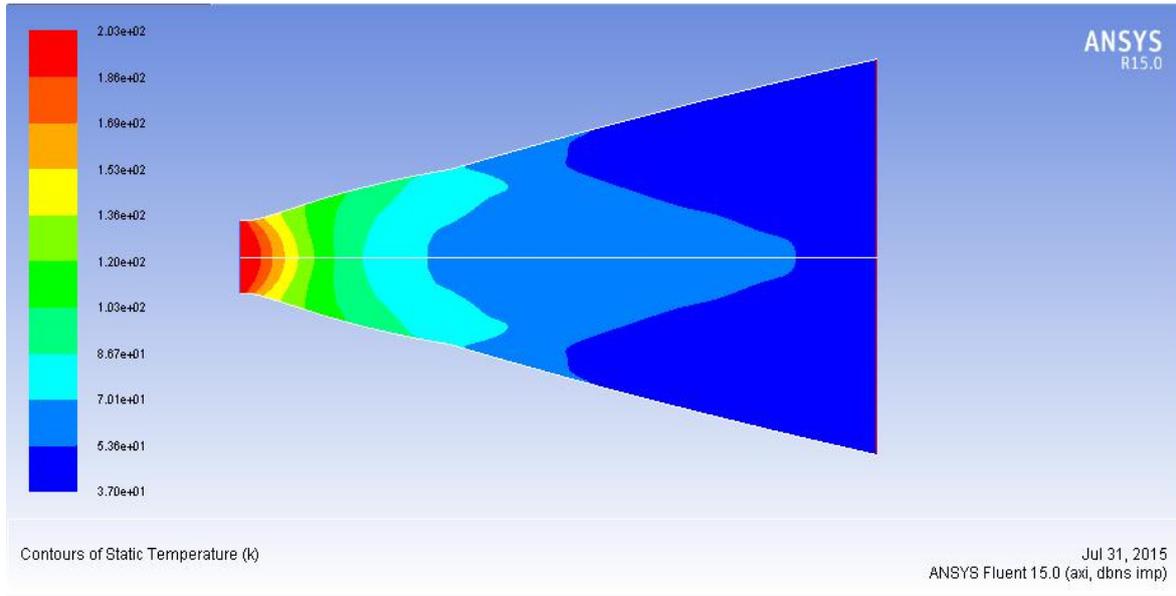


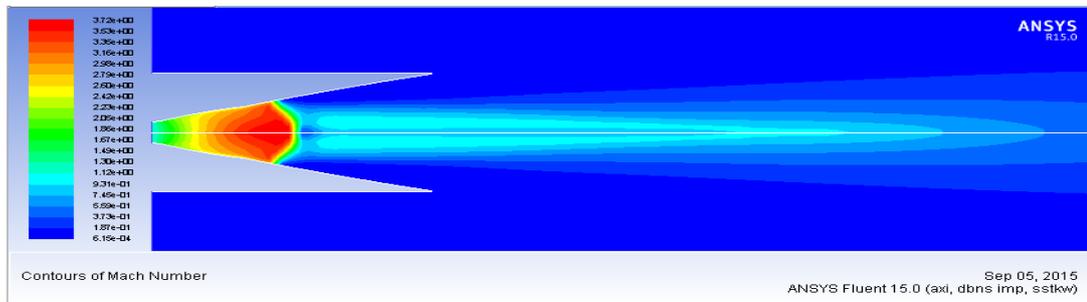
Fig. (IV.51) : Contour d'évolution de la température dans la tuyère

On remarque la même chose que le cas précédent, aussi que les résultats de notre étude concordent parfaitement avec les résultats obtenus par la référence [25].

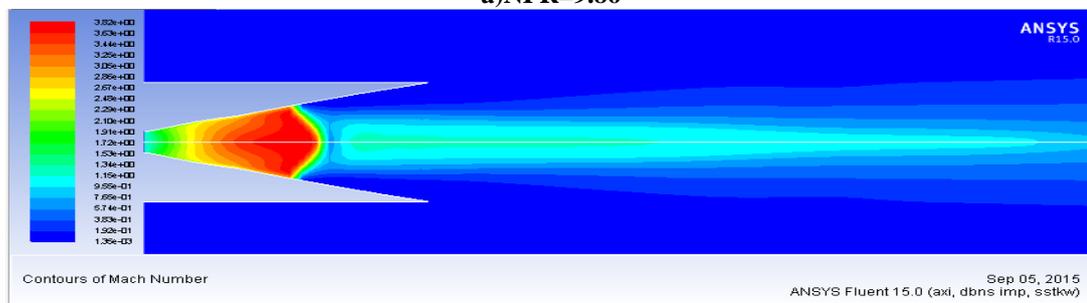
IV.6. Adaptation en altitude :

On fait varier la pression statique à l'extérieur de la tuyère puis on visualise la structure de l'écoulement à l'intérieur et l'extérieur de la tuyère.

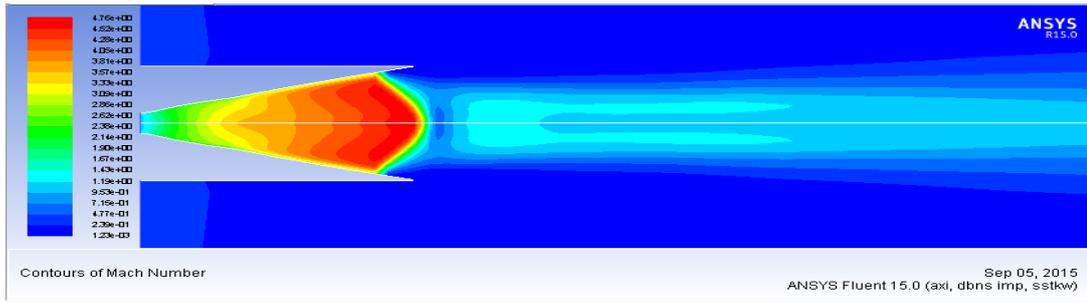
les conditions génératrices sont ; $P_0=10 \text{ atm}$, $T_0=243\text{k}$. Différents simulation de nombre de mach pour différent NPR sont montrées sur la figure (IV.52).



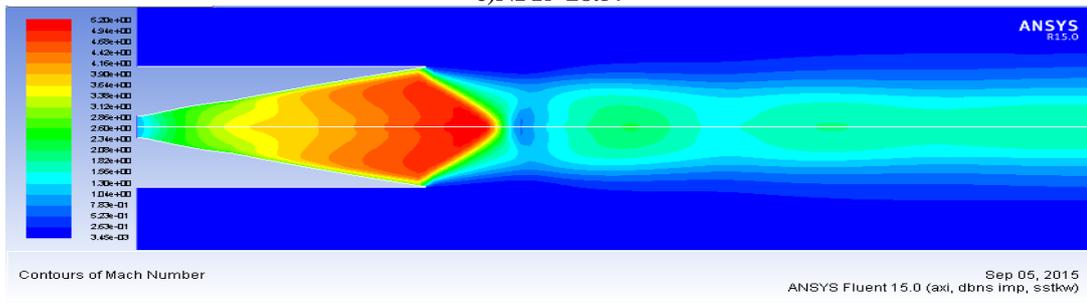
a) NPR=9.86



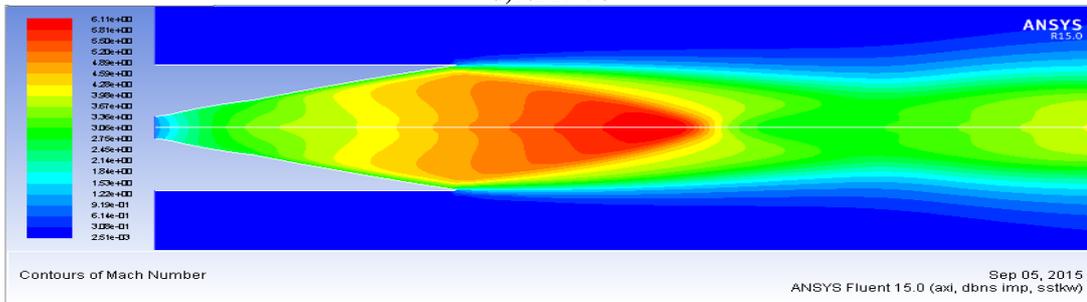
b) NPR=12.5



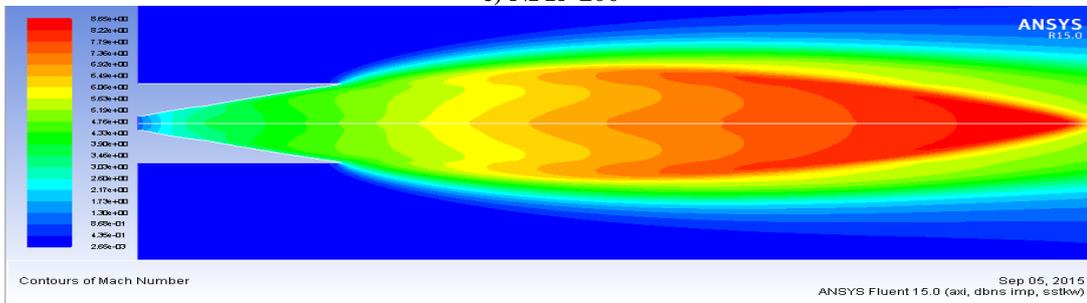
c) NPR=28.57



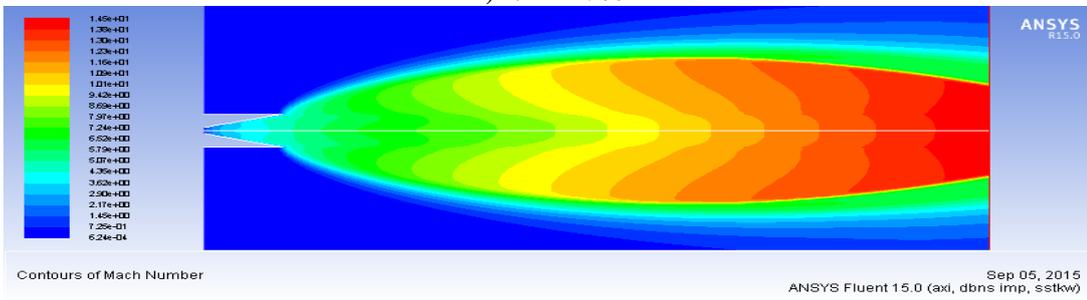
d) NPR=50



e) NPR=200



f) NPR=1500



i) NPR=10000

Fig. (IV.52) : Contours de nombres de mach pour différents rapports de pression.

La même chose peut être remarquée sur ces figure ce qui valide notre travail.

IV.7.Conclusion

Notre méthode développée et applicable pour n'importe quelle tuyère idéale délivrant un écoulement parallèle et uniforme avec un nombre de mach bien spécifié à la sortie. C'est le cas de tuyères utilisées dans les souffleries supersoniques qui sont des tuyères assez longues ou le problème de l'onde de choc interne est évité (contrairement aux tuyères TOC).

Comme nous l'avons vu, l'application de cette méthode a donné une satisfaction totale, nos résultats ont été validés d'une manière impeccable.

- 1) Premièrement la logique des écoulements dans les tuyères a été respectée.
- 2) deuxièmement nos résultats ont été comparés à des résultats de la référence [25] pour différents Mach de sortie et les résultats sont satisfaisants.

Ce type de tuyères sont très longues ce qui donne des tuyères très lourdes à utiliser dans les cas de propulsion d'engins aérospatiaux réels.

Pour remédier à ce problème on fait appel à la troncation de la tuyère à un rapport de pression donné, ce qui va nous permettre de réduire la longueur et le poids de la tuyère, et avoir un rapport poussée poids plus élevé.

Dans ce chapitre, pour optimiser notre travail on a utilisé l'environnement Ansys-ICEM pour générer les maillages et l'environnement Ansys-Fluent pour résoudre les équations de nos modèles pour différents Mach de sortie et les résultats sont satisfaisants.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Cette étude nous a permis la conception et la simulation des contours de profils de la tuyère double galbe. Mais aussi à la description du comportement de l'écoulement du fluide dans la partie divergente dite supersonique.

On a pu avoir nos résultats d'après le programme de calcul numérique, qui permet de faire le calcul de l'écoulement dans une tuyère supersonique axisymétrique en utilisant le modèle des équations de comptabilités et de caractéristiques. Ce qui montre que les problèmes posés par la définition et la caractérisation d'une tuyère supersonique peuvent pour la plupart être résolus par le calcul numérique souvent même avec précision.

Pour la conception de profils de tuyères double galbe, on s'est basé sur deux approches :

✚ Pour ce faire, en premier lieu on s'est intéressé aux calculs de l'écoulement transsonique. Celui-ci a été simulé grâce à l'approche de Sauer, qui résout l'équation des petites perturbations en termes de composantes de la vitesse. Ensuite, vue la nécessité du raffinement du calcul dans la zone d'expansion (zone de kernel) on a utilisé la méthode des caractéristiques inverse pour calculer les propriétés de l'écoulement et par la suite tracer le profil de cette zone à forts gradients. Pour la conception du premier galbe on a utilisé la méthode inverse des caractéristiques qui consiste à imposer un nombre de mach, une pression ou une poussée à la section de sortie d'où on fait sortir le profil de la tuyère .

✚ Dans la deuxième partie on s'est intéressé à la conception du deuxième galbe, En appliquant l'onde de Prandtl-Meyer on trouve l'angle de flexion du deuxième galbe par rapport au premier galbe (au point de flexion). Après, l'expansion du deuxième divergent s'est faite avec l'hypothèse de l'écoulement du jet libre.

Pour donner plus de crédibilité à notre travail on a fait la simulation des profils des tuyères obtenus par notre programme en se basant sur l'ICM-CFD pour faire le maillage des profils générés. Enfin pour terminer, les écoulements dans ce type de tuyères ont été simulés sur FLUENT, bien sûr pour la description du comportement d'un fluide non visqueux dans notre tuyère supersonique, l'application a été faite sur un des types de tuyères dont on connaît les paramètres aérodynamiques et géométriques avec deux nombres de mach différents (3.4 et 3.8).

Les résultats obtenus sont représentés en terme de courbes représentant les distributions de la pression et du nombre de Mach de la masse volumique et de température le long des parois des différentes configurations étudiées (TIC et double galbe). Ils montrent une détente des gaz de combustion se faisant normalement pour tous les cas. Celle-ci se réalise d'une manière rapide le long de l'arc de circulaire aval du col jusqu'au point d'attache (zone d'expansion). Au delà de ce dernier, elle continue d'une manière progressive jusqu'à la sortie du premier galbe. Au point de jonction se forme une onde de Prandtl-Meyer qui ramène le deuxième galbe à une pression d'adaptation tout le long de ce galbe. Ceci est en fait une caractéristique intrinsèque des tuyères profilées principalement dû à l'angle d'attache important choisi afin d'imposer que cette détente se fasse presque entièrement le long de l'arc circulaire aval du col, la partie restante ne servant

essentiellement qu'à redresser l'écoulement afin de rendre axial et obtenir ainsi une valeur maximale pour la poussée.

Les résultats obtenus sont comparées à ceux des études qui ont été faites par la référence [25]. Cette comparaison s'est montrée satisfaisante vu la concordance des résultats.

Ces résultats permettent de conclure à l'opportunité et l'intérêt d'une telle approche pour la conception et simulation de tuyères double galbe performantes et légères.

RECOMMANDATIONS

L'actuelle étude bien qu'assez complète dans son principe, pourrait recevoir d'intéressants développements nous en recommandons particulièrement :

✚ celui lié à l'expérimentation de telles tuyères (double galbe) qui pourraient valider d'une manière décisive une telle approche.

✚ l'évaluation de la couche limite se développant près de la paroi (bien que celle-ci soit généralement très faible pour les écoulements supersoniques) ainsi que l'influence de celle-ci sur les performances de la tuyère.

✚ Aussi, nous demandons d'élargir l'application de ces mêmes méthodes pour la conception de profils de tuyères innovantes, surtout pour les tuyères doubles galbe (Dual-Bell Nozzle) où le premier galbe travaille dans les basses altitudes et le deuxième galbe qui travaille à hautes altitudes.

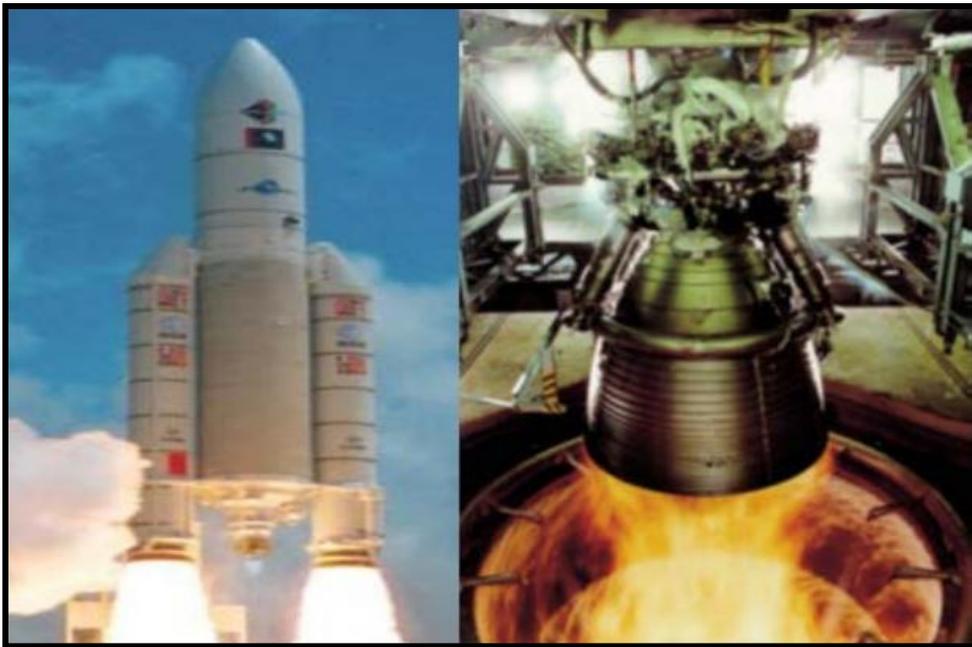
BIBLIOGRAPHIE

- [1] PIERRE LAVAL. *“Time dependent calculation method for transonic nozzle flows”*. Lecture Notes in Physics, Flow field calculations, Session IV, pp. 187 -192, 1971.
- [2] M. C. CLINE. *“Computation of steady nozzle flow by a time dependent method ”*. AIAA Journal, Vol. 12, No. 4, pp. 419-429, 1974.
- [3] M. C. CLINE. *“Computation of two-dimensional viscous nozzle flow”*. AIAA Journal, Vol. 14, No. 3, pp. 295-296, 1976.
- [4] M. C. CLINE, RICHARD G. WILMOTHF. *“Computation of High Reynolds Number Internal/External Flows”*. AIAA Journal, Vol. 21, No.2, pp. 172-173, 1982.
- [5] M. C. CLINE. VNAP2: *“A computer program for computation of two-dimensional, time-dependent compressible turbulent flow”*. Rapport LOS ALAMOS National Laboratory, 1981.
- [6] MARTELLI, et AL., *“Numerical parametric analysis of dual-bell nozzle flows,”* AIAA Journal, Vol. 45, No. 3, pp. 640-650, 2007.
- [7] RAO, G. V. R., *“Exhaust nozzle contour for optimum thrust”*. Jet Propulsion, Vol. 28, No. 6, June 1958.
- [8] RAO, G.V.R., *“Approximation of optimum thrust nozzle contours”*. ARS Journal J30 (6), Page 561, June 1960.
- [9] A.SHAPIRO, *“The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow”*. New York: Ronald Press, 1953.
- [10] P.THOMPSON, *“Compressible Fluid Dynamics”*. MCGRAW-HILL, 1972.
- [11] L. BOCCALETTO. *“Maîtrise du décollement de tuyère. Analyse du comportement d’une tuyère de type TOC et définition d’un nouveau concept: le BOCCAJET”*. thèse de doctorat à Aix-Marseille Université, soutenue le 19 janvier 2011.
- [12] C.FOSTER et F.COWLES, *“Experimental study of gas-flow separation in over-expanded exhaust nozzles for rocket motors,”* Progress Report No. 4-103. JPL, 1949.
- [13] M.HORN et S.FISHER, *“Altitude compensating nozzles,”* Rocketdyne Division. NASA-CR-194719, 1994.
- [14] G.HAGEMANN, et AL., *“Advanced rocket nozzles,”* J. of Propulsion and Power, Vol. 14, No. 5, pp. 620-634, 1998.
- [15] M.FREY et G.HAGEMANN, *“Critical assessment of dual-bell nozzles,”* J. of Propulsion and Power, Vol. 15, No. 1, pp. 137-143, 1999.

- [16] H.IMMICH, et M.CAPORICCI, *“FESTIP technology developments in liquid rocket propulsion for reusable launch vehicles,”* 32nd AIAA Joint propulsion conference, Lake Buena Vista, Florida, AIAA-96-3113, 1996.
- [17] H.IMMICH, et M.CAPORICCI, *“Status of the FESTIP rocket propulsion technology program,”* 33rd AIAA Joint propulsion conference, Seattle, WA, AIAA-97-3311, 1997.
- [18] M.MIYAZAWA et AL., *“Flight performance of dual-bell nozzles,”* 40th Aerospace science meeting, Reno, NV, AIAA-2002-0686, 2002.
- [19] G.HAGEMANN et AL., *“Experimental and analytical design verification of the dual-bell concept,”* J. of Propulsion and Power, Vol. 18, No. 1, pp. 116-122, 2002.
- [20] C.GENIN et R.STARK, *“Experimental study of dual-bell nozzle,”* 2nd European Conference for Aerospace Science (EUCASS) - Bruxelles, Belgium, 2007.
- [21] E.MARTELLI et AL., *“Thermo-fluid dynamics analysis of film Cooling in Overexpanded Rocket Nozzles,”* 42nd AIAA Joint Propulsion Conference, Sacramento, CA, AIAA 2006-5207, 2006.
- [22] K.EI-KACHBOUR et B.KOUDRI *“Simulation Numérique sur les tuyères supersoniques tronquées”*, 2009.
- [23] J.OSTLUND *“Flow processes in rocket nozzles with focus on flow separation and said loads”*, technical reports from royal institute of technology, Stockholm, Sweden, 2002.
- [24] M.HABIBALLAH *“Liquide rocket trust Chambers”*, office national d’étude et de la recherché aérospaciales, chatillon, France, 2004.
- [25] T.HAMITOUCHE et O.DJEBBAR, *“ Développement d’une méthode de conception de profils de tuyères double galbes (dual bell-nozzles) ”*, thèse de MASTER à l’Université saad dahleb de blida, 2014.
- [26] J.ANDERSON *“Modern compressible flow”*, professor of aerospace engineering, second edition, université de Maryland, college park, 1990.
- [27] P.REIJASSE *“Aérodynamique des tuyères propulsives”*, thèse de doctorat à l’université Paris VI, 2005.
- [28] Y.GORGISH *“Investigation of short supersonic nozzles”*, 1966.
- [29] J.HOFFMAN *“Design of compressed truncated perfect nozzles”*, journal AIAA-85-1172, 1985.
- [30] G.GUDERLY *“Rao’s method for computation of exhausts nozzles”*, 1959.
- [31] G.RAO *“Exhaust nozzle contour for optimum thrust”*, jet propulsion, 1958.

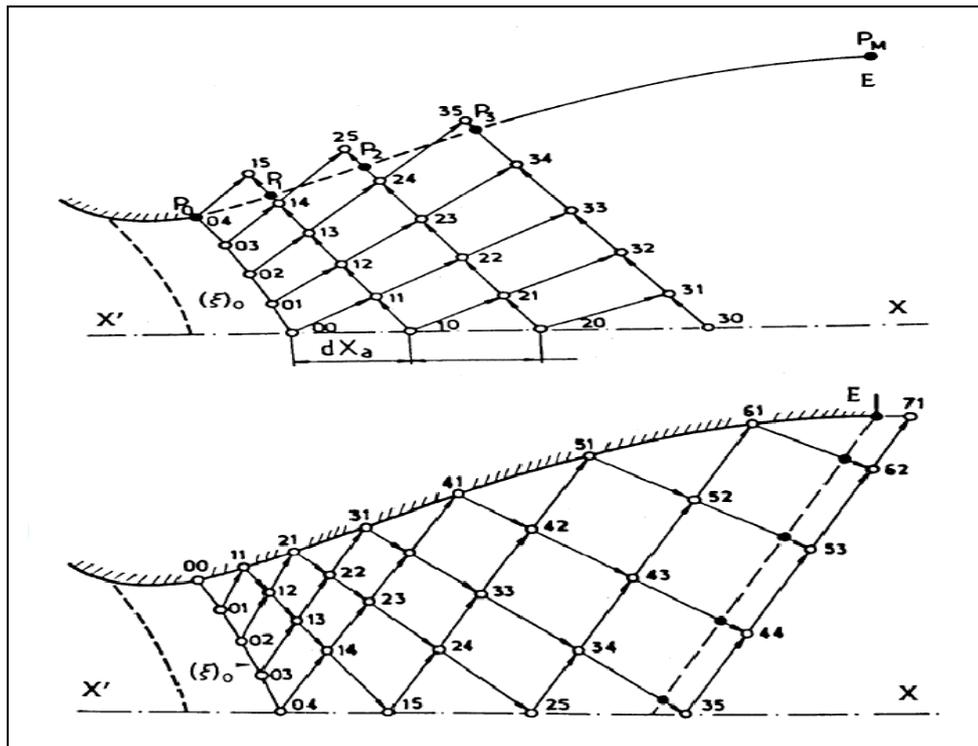
- [32] MAURICE J.ZUCROW/ JOE D.HOFFMAN, (1975-1977) ;
- Vol 1. "*Gas dynamics*". John Wiley & Sons, Inc. pp. 581-623, 1975.
- Vol 2. "*Multidimensional flow*". John Wiley & Sons, Inc. pp. 68-169, 1977.
- [33] BRUCE CARNAHAN, H. A. LUTHER, and JAMES O. WILKES, "*Applied numerical Methods*", Chap.6, John Wiley, New york, 1969.
- [34] S. D CONTE and C. DE BOOR, "*Elementary numerical Analysis*", second edition, chap.6, McGraw-Hill, New York, 1972.
- [35] J. D. HOFFMAN, "*Accuracy Studies of the Numerical Method of Characteristics for Axisymmetric, Steady Supersonic Flows*", Journal of Computational Physics, Vol. 11, No. 2, pp. 210-239, February 1973.
- [36] C.HIRSCH "*Numerical computational of internal and external flows* ",second edition, volume I,Burlington,USA,2007.
- [37] A.BAKKER "*Applied computational fluid dynamics* ",tutorial fluent,2002.

Chapitre I



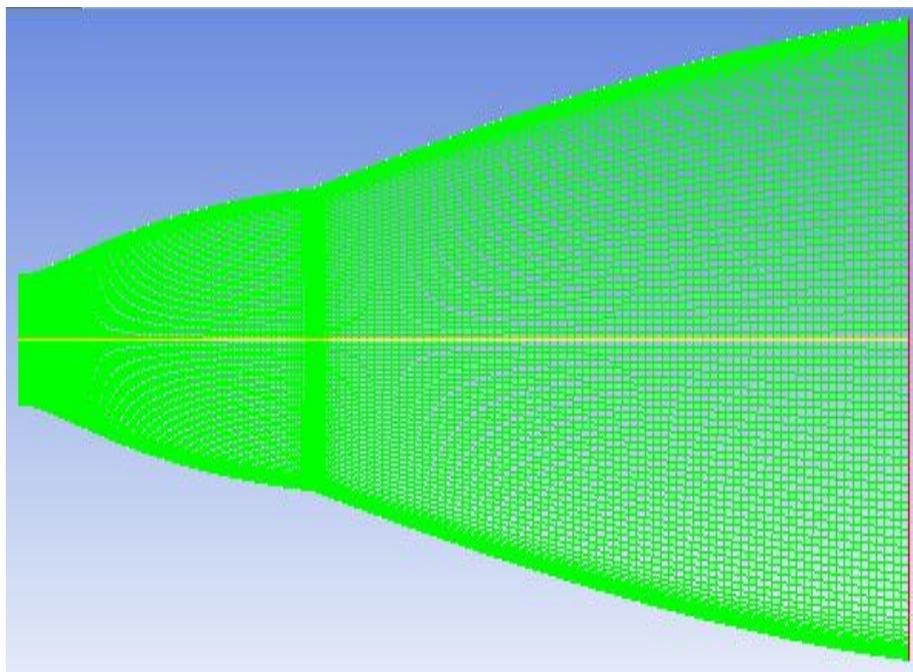
*Recherche bibliographique et
généralité sur les tuyères*

Chapitre II



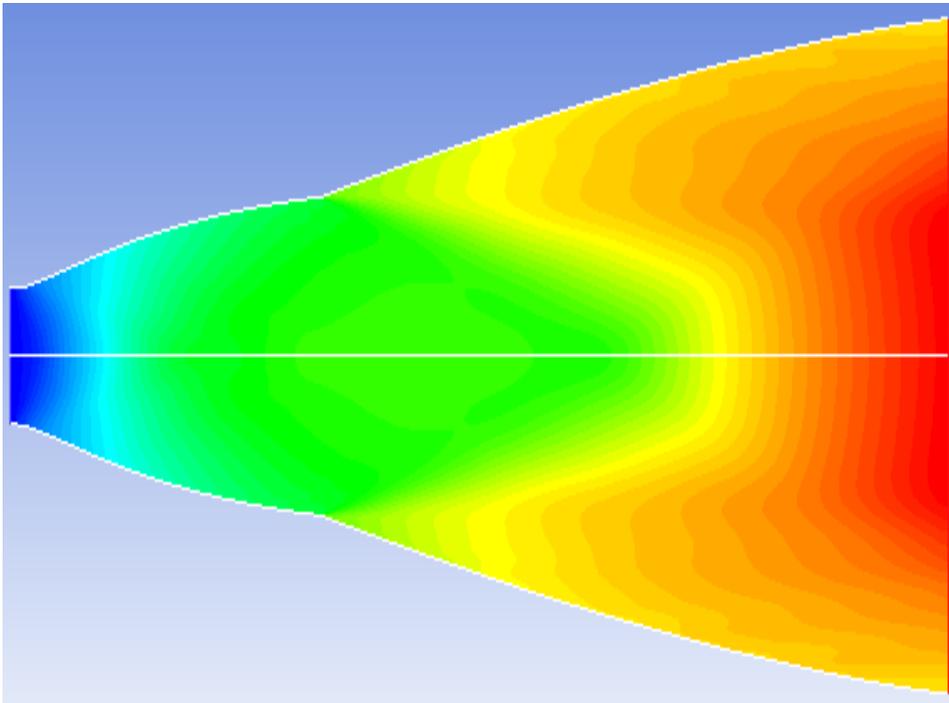
*Méthode des caractéristiques
et applications*

Chapitre III



Calculs numériques

Chapitre IV



Résultats et interprétations

*Conclusion générale et
Recommandations*



*Introduction générale et
Organisation du mémoire*

