

République Algérienne Démocratique et Populaire.
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de La Recherche Scientifique.

Université de Blida-1-

Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales.

Département de construction aéronautique



PROJET DE FIN D'ÉTUDES

**EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE MASTER
EN AERONAUTIQUE**

Option : Avionique

THEME :

Dynamique, Contrôle et Simulation d'un UAV

Réalisé par :

Mlle.RAHMOUNE Hiba

Mlle.MENEMMECHE Yousra

Encadré par :

Mr.CHEGRANI.Ahmed

Mr.Ben Trad .Hocine

☞ Promotion : 2015 ☛

Résumé :

Dans notre travail, nous nous sommes intéressés à l'évaluation de la stabilité dynamique d'un UAV utilisé pour la conservation écologique.

Le modèle mathématique d'un drone en boucle ouverte a été élaboré par les principes de la dynamique du vol afin de déduire les équations de mouvement qui ont été ensuite linéarisées pour établir les modèles longitudinal et latéral directionnel du drone ANCE.

Les lois de commande linéaire quadratique LQR par retour d'état et avec action intégrale ont été utilisées pour le contrôle du modèle linéaire, tandis que la résolution des équations non-linéaires a été faite par la méthode numérique de Runge-Kutta d'ordre 4. Les lois de commande envisagées sont utilisées pour suivre une consigne désirée, augmenter la stabilité et examiner la robustesse du modèle proposé.

Pour vérifier la conception des systèmes de contrôle, des simulations des systèmes en boucle ouverte et en boucle fermée ont été effectuées et chaque système de contrôle a été testé.

Mots clés : dynamique, contrôle, simulation, UAV, linéaire, non-linéaire, commande linéaire quadratique, Runge Kutta d'ordre 4

Summary:

In our work we were interested in evaluating the stability of an UAV used for ecological conservation.

The mathematical model of a drone in an open loop models to establish the longitudinal and lateral directional applied to the drone ANCE.

The mathematical model of an aircraft in the open loop has been defined by the principles of flight dynamics to derive the equations of motion which were then linearized to establish the longitudinal and lateral directional models applied to the drone ANCE.

LQR linear quadratic control laws with state feedback and integral action have been used to control the linear model, while solving nonlinear equations was made by the Runge Kutta numerical method of order 4. Proposed control laws are used to track a desired set point, increase stability and examine the robustness of the proposed model.

For verifying the design of control systems: systems simulations of open loop and closed loop have been performed, and each control system has been tested.

Keywords: dynamics, control, simulation, UAV, linear, nonlinear, linear quadratic control, Runge Kutta of order 4

ملخص

في عملنا نحن مهتموًا بتقييم الاستقرار لطائرة بدون طيار تستخدم للحفاظ على البيئة تم تحديد النموذج الرياضي لطائرة في حلقة مفتوحة من مبادئ ديناميكيات الطيران لاشتقاق معادلات الحركة التي أصبحت طية لتحديد نماذج الاتجاه الطولي والجانبى ثم تطبيقها على الطائرة بدون طيار

ANCE

قوانين الرقابة التربيعية الخطية LQR

مع عودة الحالة و يعمل اشتقاقى استعملت للسيطرة على النموذج الخطى، في حين حل المعادلات غير الخطية تم بالطريقة العددية رونج كوتا من الدرجة 4. تستخدم قوانين الرقابة المقترحة لتعقب نقطة مجموعة مرجوة، و زيادة الاستقرار ودراسة مدى متانة النموذج المقترح

للتحقق من تصميم أنظمة التحكم: تم تنفيذ محاكاة النظم في حلقة مفتوحة وحلقة مغلقة، ولقد تم اختبار كل نظم التحكم

كلمات البحث: الديناميكيات، التحكم، المحاكاة، الطائرات بدون طيار، الخطى، غير الخطى، السيطرة التربيعية الخطية، رونج كوتا من الدرجة 4



dédicace

Je dédie ce modeste travail

A mes parents OUM EL KHEIR et BOUDIA

Toutes les lettres ne sauraient trouver les mots qu'il faut... Tous les mots ne sauraient exprimer la gratitude, L'amour, le respect et la reconnaissance

Je vous remercie pour tout l'effort et le soutien incessant qui m'a toujours apporté et l'amour que vous me portez depuis mon enfance. Merci pour les sacrifices pour me voir atteindre ce jour et j'espère que votre bénédiction m'accompagne toujours. Enfin merci tout simplement d'être ma mère et mon père

A mon frère MOHAMED qui m'a énormément soutenu moralement

A mes chères sœurs ASSIA, ANISSA, HASSIBA, FATMA, RAFIKA et leurs petits enfants SIF EL ISLAM, ABD EL DJALIL, MOHAMED, MERIEM, ASRAR et SOUDJOURD

A la jumelle de ma mère ma tante FATMA

A tous mes cousins et toutes mes cousines

A la mémoire de ma tante MERIEM

A ma merveilleuse amie et binôme YOUSRA, ainsi que toute sa famille

A tous mes amis et collègues de la promotion 2015 option AVIONIQUE

A tous les amis qui m'ont encouragé durant mon cursus universitaire. Et avec lesquels j'ai partagé des moments inoubliables : NASSIMA, LYDIA, SAIDA, MOURAD, SAMIR, SADIA, ALDJIA, AREZKI, SARAH,

MANEL ainsi que mon adorable l'aimable RANIA IMENE

A tous ceux qui m'aime de près ou de loin

Enfin à vous qui lirez ce mémoire

... ✍

Hiba



dédicace

Je dédie ce modeste travail :

A mes parents « FAIZA » et « KAMAL », qui m'ont soutenu et encouragé pendant toute ma vie, qui ont sacrifié ce qu'ils avaient de cher pour me voir réussir. Les mots ne suffisent pas pour exprimer mon dévouement, mon estime et mon amour pour vous.

A la mémoire de ma très chère grand-mère « Mima HOURIA »

A mes adorables sœurs « HANANE », « MARWA », « SABRINE » et « RAHMA »

Aux deux petits bijoux de ma vie, mes chers frères « ABDELMALEK » et « ABDERAHIM »

A ma tante « LINDA », son mari « MOHAMED » et leurs enfants qui m'ont accueilli pendant les cinq années d'études à Blida, et qui m'ont donné une vraie sensation d'être chez moi

A ma merveilleuse amie et coéquipière « HIBA » et sa famille

A tous mes amis et collègues de la promotion 2015, surtout : « MERIEM », « LYDIA »,

« NASSIMA » et « SAMIRA »

A ma très chère « MAWYA »

A toute personne que j'aime

A vous qui lirez ce mémoire

... ✍

Yousra



Remerciements

On dit souvent que le trajet est aussi important que la destination. La durée des études nous a permis de bien comprendre la signification de cette phrase toute simple. Ce parcours, en effet, ne s'est pas réalisé sans défis et sans soulever de nombreuses questions pour lesquelles les réponses nécessitent de longues heures de travail.

*En préambule, louange à **ALLAH**, seigneur de l'univers, qui nous a comblé de ses bienfaits, nous a guidé toutes les années de formation et nous a donné force, volonté, patience et courage afin d'accomplir ce travail.*

Nous souhaitons adresser nos plus sincères remerciements à nos parents, nos frères et sœurs, nos proches et amis, qui nous ont accompagnés, soutenus et encouragés, ainsi qu'aux personnes avec lesquelles nous avons pu échanger et qui nous ont aidés pour la rédaction de ce mémoire.

*Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à notre promoteur Mr. **CHEGRANI AHMED** pour tout le temps qu'il nous a consacré afin de réaliser notre projet*

*Nos remerciements s'adressent aussi à tous les **enseignants** de l'institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales (IAES) qui nous ont aidés dans notre cursus universitaire.*

Pour conclure, aux membres du jury qui nous ont fait l'honneur de siéger dans notre soutenance. Veuillez trouver ici l'expression de nos salutations distinguées.

...  Hiba et Yusra

m [kg] : Masse de l'avion.

H [m] : Hauteur.

h [m] : Altitude au-dessus du niveau de la mer.

S [m²] : Surface de l'aile.

ρ [kg/m³] : Densité de l'air.

M : Nombre du mach.

c [m] : La corde aérodynamique moyenne.

b [m] : Envergure de l'aile.

P [hpa] : Pression atmosphérique.

\vec{V} [m/s] : La vitesse vraie.

$V_{(L/D)}$ [m/s] : Vitesse de croisière.

V_{stall} [m/s] : Vitesse de décrochage.

V_{flare} [m/s] : Vitesse de l'arrondi.

$\alpha_{C_{z_0}}$ [rad] : L'angle d'incidence de portance nulle.

λ [m] : Allongement.

f [m]: La flèche maximale.

f : finesse.

c : Cambrure.

ϕ [rad] : Angle de virage.

Cl_{max} : Coefficient de portance max.

Cd_{max} : Coefficient de traînée max.

X_bY_bZ_b : Repère lié a l'avion.

X_EY_EZ_E : Repère normal terrestre.

X_aY_aZ_a : Repère aérodynamique.

g [m/s²] : Force de gravité ou Pesanteur.

g_x, g_y, g_z : Les composantes d'accélération dans le repère X_bY_bZ_b.

C_x : Coefficient aérodynamique de traînée.

C_y : Coefficient aérodynamique de force latéral.

C_z : Coefficient aérodynamique de portance.

C_l : Coefficient aérodynamique de moment sur l'axe de roulis.

C_m : Coefficient aérodynamique de moment sur l'axe de tangage.

C_n : Coefficient aérodynamique de moment sur l'axe de lacet.

\vec{F} [N] : Force extérieure s'exerçant sur l'avion.

\vec{Ra} [N] : Force aérodynamique totale s'exerçant sur l'avion.

\vec{Rp} [N] : Force totale de poussée ou de propulsion.

$\vec{F}_{ax}\vec{F}_{ay}\vec{F}_{az}$ [N] : Forces aérodynamiques dans le repère $X_b Y_b Z_b$.

$\vec{F}_{Tx}\vec{F}_{Ty}\vec{F}_{Tz}$ [N] : Forces de propulsion dans le repère $X_b Y_b Z_b$.

\vec{Q}_{ext} [kg.m²] : Les moments extérieurs.

\vec{Q}_a [kg.m²] : Le moment dû aux efforts aérodynamiques.

\vec{Q}_p [kg.m²] : Le moment dû à la propulsion.

I_G : La matrice d'inertie de l'avion.

I_x [kg.m²] : Moment d'inertie suivant X_b .

I_y [kg.m²] : Moment d'inertie suivant Y_b .

I_z [kg.m²] : Moment d'inertie suivant Z_b .

J_{xx}, J_{yy}, J_{zz} [kg.m²] : Moment d'inertie de l'avion dans le repère $X_b Y_b Z_b$.

J_{xy}, J_{yz}, J_{xz} [kg.m²] : Produit d'inertie de l'avion dans le repère $X_b Y_b Z_b$.

a [m.s⁻¹] : Vitesse du son.

$a_{x,k}$ [g] : Accélération cinématique suivant X_b .

$a_{y,k}$ [g] : Accélération cinématique suivant Y_b .

$a_{z,k}$ [g] : Accélération cinématique suivant Z_b .

A_x [g] : Force spécifique au c.g suivant X_b .

A_y [g] : Force spécifique au c.g suivant Y_b .

A_z [g] : Force spécifique au c.g suivant Z_b .

X_a [N] : Force aérodynamique suivant l'axe X_b .

X_p [N] : Force propulsive suivant l'axe X_b .

Y_a [N] : Force aérodynamique suivant Y_b .

Y_p [N] : Force propulsive suivant l'axe Y_b .

Z_a [N] : Force aérodynamique suivant l'axe Z_b .

Z_p [N] : Force propulsive suivant l'axe Z_b .

α [rad] : Angle d'incidence.

β [rad] : Angle de dérapage.

$\lambda_{1long,2long,3long,4long}$: Les racines de l'équation caractéristique du mode longitudinal.

$\lambda_{1lat,2lat,3lat,4lat}$: Les racines de l'équation caractéristique du mode latéral-directionnel.

δ_a [rad] : Déflexion de la gouverne de gauchissement.

δ_e [rad] : Déflexion de la gouverne de profondeur.

δ_r [rad] : Déflexion de la gouverne de direction.

δ_T [rad] : La position de la manette des gaz.

p [rad/s] : Vitesse angulaire de lacet.

q [rad/s] : Vitesse angulaire de tangage.

r [rad/s] : Vitesse angulaire de roulis.

H_x, H_y, H_z [N.m] : Les moments cinétiques de l'avion dans le repère $X_b Y_b Z_b$.

L [N.m] : Le moment de roulis total.

M [N.m] : Le moment de tangage total.

N [N.m] : Le moment de lacet total.

θ [rad] : Angle de tangage (assiette longitudinal).

ϕ [rad] : Angle de roulis ou angle de gîte.

Ψ [rad] : Angle de lacet ou cap (azimut).

χ [rad] : Azimut aérodynamique.

γ [rad] : Pente aérodynamique.

μ [rad] : Angle de gîte aérodynamique.

Ω [rad/s] : Vitesse de rotation angulaire.

u [m/s] : La composante de la vitesse suivant l'axe X_b .

v [m/s] : La composante de la vitesse suivant l'axe Y_b .

w [m/s] : La composante de la vitesse suivant l'axe Z_b .

r : Le signal de référence.

$G(s)$: Fonction de transfert.

ξ : Coefficient d'amortissement.

ω [rad/s] : Pulsation propre ou fréquence angulaire.

t_s [s] : Temps de réponse.

U : Vecteur de la commande.

K_i : Gain de l'intégrateur.

K_p : Gain proportionnel.

K_d : Gain du dérivateur.

$e(t)$: Erreur statique.

x : Vecteur d'état.

y : Vecteur de sortie.

A : Matrice d'état du système linéaire.

B : Matrice d'action des commandes du système linéaire.

C : Matrice d'état de sortie du système linéaire.

D : Matrice de commande de sortie du système linéaire.

A_{long} = Matrice d'état du mode longitudinal.

B_{long} = Matrice d'action des commandes du mode longitudinal.

C_{long} = Matrice d'état de sortie du mode longitudinal.

D_{long} = Matrice de commande de sortie du mode longitudinal.

A_{lat} = Matrice d'état du mode latéral directionnel.

B_{lat} = Matrice d'action des commandes du mode latéral directionnel.

C_{lat} = Matrice d'état de sortie du mode latéral directionnel.

D_{lat} = Matrice de commande de sortie du mode latéral directionnel.

I : Matrice identité.

K : Matrice des gains retour.

Q : Matrice de pondération.

R : Matrice de pondération.

P : Solution de l'équation de Riccati.

C : Contrôlabilité.

Abréviations :

UAV: Unmanned Aerial Vehicule

c.g: centre de gravité

PID : Proportionel Integral Dérivé

LQR: Linear Quadratic Regulator

RK4: Runge Kutta d'ordre 4

Résumé	
Dédicaces	
Remerciement	
Nomenclature	
Tables des matières	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Introduction générale	
Chapitre I : Généralités sur les UAVs	
I-1) Définition :.....	2
I-2) Historique :.....	2
I-3) La classification des drones :.....	4
I-3-1) Critères de classification :.....	4
a) L'altitude et l'endurance :.....	4
b) La taille :.....	4
c) Leur capacité à emporter des armements ou non :.....	4
d) Leur caractère furtif ou non :.....	4
e) Leur capacité à participer à des missions de haute ou de basse intensité :.....	4
f) leur voilure :.....	4
I-3-2) Classification :.....	5
i. Les drones tactiques :.....	5
ii. Les drones MALE :.....	5
iii. Les drones HALE :.....	6
iv. Les drones de combatUCAV :.....	6
I-4) Règlementation :.....	7
I-5) Les applications :.....	7
I-6) Avenir des drones :.....	9
I-7) Exemples de drones en Algérie :.....	9
Chapitre II : Configuration Aérodynamique et Performances	
II-1) Configuration aérodynamique et géométrique :.....	12
II-1-1) Le profil :.....	12
II-1-1-1) Types et formes :.....	12
II-1-1-2) Quelques définitions liées au profil :.....	14

II-1-2) L'aile :.....	14
II-1-2-1) Types et formes :.....	15
II-1-2-2) Quelques définitions liées à l'aile :.....	15
II-1-3) Le fuselage :.....	16
II-1-4) Les empennages :.....	17
II-1-4-1) Empennage horizontal :.....	17
II-1-4-2) Empennage vertical :.....	18
II-1-4-3) Quelques définitions liées à l'empennage :.....	18
II-1-5) La motorisation :.....	19
II-1-5-1) Moteur électrique :.....	19
II-1-5-2) La batterie :.....	20
II-1-5-3) Hélice :.....	20
II-1-6) Systèmes électroniques :.....	20
II-2) PERFORMANCES :.....	21
II-2-1) Atmosphère standard :.....	21
II-2-1-1) Atmosphère type ISA :.....	21
II-2-1-2) Atmosphère type OACI :.....	21
II-2-2) Phase de décollage :.....	22
II-2-3) Phase de croisière :.....	22
II-2-4) Phase de virage :.....	22
II-2-5) Phase d'atterrissage :.....	23
 Chapitre III : Dynamique des UAVs	
III-1) Les trièdres de référence :.....	25
III-1-1) Trièdre inertiel ($O X_i Y_i Z_i$) :.....	25
III-1-2) Trièdres non inertiels :.....	26
a) Trièdre terrestre ($O X_E Y_E Z_E$) :.....	26
b) Trièdre de navigation ($O X_e Y_e Z_e$) :.....	26
c) Trièdre avion ($O X_b Y_b Z_b$) :.....	27
d) Trièdre de stabilité ($O X_S Y_S Z_S$) :.....	27
e) Trièdre aérodynamique ($O X_a Y_a Z_a$) :.....	28
III-1-3) Positions relatives des trièdres et matrices de passage associées :.....	28
a) Position du trièdre aérodynamique par rapport au trièdre avion :.....	28

b) Position du trièdre avion par rapport au trièdre normal terrestre porté par l'avion :.....	29
c) Position du trièdre aérodynamique par rapport au trièdre terrestre :.....	30
III-2) Équations du mouvement :.....	30
III-2-1) Équations dynamiques :.....	31
III-2-1-1) Etude des forces et des moments extérieurs :.....	31
a) Force de pesanteur :.....	31
b) Les forces aérodynamiques :.....	32
c) La force de propulsion :.....	32
d) Les moments de forces aérodynamiques :.....	32
III-2-2) Équations de force :.....	32
III-2-2-1) Projection dans le repère avion :.....	33
III-2-3) Équations de moments :.....	34
III-2-4) Équations cinématiques :.....	35
III-2-5) Système non linéaire :.....	37
III-3) Linéarisation des équations :.....	38
III-3-1) La théorie des petites perturbations :.....	39
III-3-2) La linéarisation des petites perturbations des équations latérale et longitudinal :.....	41
III-3-2-1) Les équations longitudinales :	41
III-3-2-2) Les équations latérales directionnelles :.....	41
III-4) Les équations d'états :.....	41
III-4-1) Mode longitudinale :.....	41
III-4-2) Mode latérale directionnel :	42
Chapitre IV : Techniques de contrôle	
IV-1) La commande PID :.....	45
IV-1-1) Définition :.....	45
IV-1-2) Système en boucle fermée :.....	45
IV-1-2-1) Principe de la commande :.....	46
a) Proportionnel :.....	47
b) Intégré :.....	47
c) Dérivé :.....	47
IV-2) la commande Linear Quadratic Regulator LQR :.....	47

IV-2-1) Formulation du problème de commande à retour d'état :.....	47
IV-2-2) Le critère d'optimalité LQ :.....	48
IV-2-2-1) Vitesse de rejet de perturbation :.....	48
IV-2-2-2) Energie de commande :.....	48
IV-2-2-3) Critère de compromis :.....	48
IV-2-2-4) Solution du problème LQR :.....	49
Chapitre V : Simulation et Interprétation des Résultats	
V-1) Présentation du drone :.....	51
V-1-1) Mission :.....	51
V-1-2) les caractéristiques physiques de l'ANCE:	52
V-1-3) les quatre vues de l'ANCE :.....	52
V-1-4) Les coefficients aérodynamiques longitudinal et latéral directionnel de l'ANCE :.....	53
V-1-5) Les dérivées de stabilité du mode longitudinal et latéral directionnel de l'ANCE :.....	53
V-2) Le système non-linéaire :	54
V-2-1) Action sur les gouvernes de profondeur (elevator) :.....	57
V-2-2) Action sur gouvernes de gauchissement (les ailerons) :.....	58
V-2-3) Action sur la gouverne de direction (rudder) :.....	61
V-2-4) Action sur les gouvernes de direction et de gauchissement:.....	63
V-3) Système linéaire :.....	66
A) le vol longitudinal :.....	66
B) le vol latéral directionnel :.....	66
V-3-1) les matrices de transfert du modèle mathématique pour le mode longitudinal et latéral directionnel :.....	67
V-3-2) Analyse du système en boucle ouverte :.....	68
V-3-2-1) le mode longitudinal :.....	68
➤ La commande des gouvernes de profondeur (elevator) δ_e :	70
V-3-2-2) Le mode latéral directionnel :.....	71
➤ La commande des gouvernes de gauchissement (ailerons) δ_a :.....	72
➤ La commande des gouvernes de direction (rudder) δ_r :.....	73
V-4) Comparaison du model dynamique linéaire et non-linéaire :.....	75
V-4-1) Action sur les gouvernes de profondeurs pour le cas linéaire et non-linéaire :.....	75

V-4-2) Action sur les gouvernes de gauchissement pour le cas linéaire et non-linéaire :.....	76
V-4-3) Action sur les gouvernes de direction pour le cas linéaire et non-linéaire :.....	79
V-5) Analyse du système en boucle fermée :.....	81
V-5-1) La commande optimale LQR :.....	81
- La contrôlabilité :.....	81
- L'observabilité :.....	83
V-5-2) Influence des matrices de pondération :.....	84
V-5-3) Simulation et interprétation :.....	84
- Pour le mode longitudinal :.....	84
- Pour le mode latéral directionnel :.....	86
V-5-4) LQR avec action intégrale :	89
V-5-5) Simulation et interprétation :	90
- Le vol longitudinal :.....	90
- Le vol latéral:	91
- Le vol directionnel :.....	92
V-5-6) La robustesse du système :.....	93
- Pour le mode longitudinal :.....	93
- Pour le mode latéral directionnel :.....	94

Conclusion générale

Annexes

Liste des Références

Figure (I-1): Hewitt-Sperry-automatic-airplane.....	3
Figure (I-2): Heron.....	5
Figure (I-3): Global Hawk.....	6
Figure (I-4): X-45A.....	7
Figure (II.1) : profil double courbure.....	12
Figure (II.2): profil creux.....	12
Figure (II.3) : profil plan convexe.....	12
Figure (II.4) : profil biconvexe symétrique.....	13
Figure II.5 : profil biconvexe dissymétrique.....	13
Figure (II.6): profil NACA 4415.....	14
Figure (II.7) : géométrie du profil.....	14
Figure (II.8) : formes géométriques de l'aile.....	15
Figure (II.9) : positions possibles de l'aile et du dièdre.....	15
Figure (II.10) : géométrie de l'aile.....	16
Figure (II.11) : La géométrie du fuselage.....	17
Figure (II.12) : empennage en T.....	17
Figure (II.13) : empennage en V.....	18
Figure (II.14) : géométrie de l'empennage horizontale et verticale.....	18
Figure (II.15) : Géométrie de l'hélice.....	20
Figure (III.1) : différents trièdres de références.....	25
Figure (III.2) : le système d'axe lié à l'avion.....	27
Figure (III.3) : Position du trièdre aérodynamique par rapport au trièdre avion : α angle d'incidence et β angle de dérapage.....	29
Figure (III.4) : Position du trièdre avion par rapport au trièdre terrestre : φ azimuth, θ assiette longitudinale et φ angle de gîte.....	29
Figure (III.5) : Position du trièdre aérodynamique par rapport au trièdre terrestre : χ azimuth aérodynamique, γ pente aérodynamique et μ angle de gîte aérodynamique..	30
Figure (III.6) : les forces agissant sur l'avion.....	31
Figure (VI-1) : le control d'une machine.....	45
Figure (IV-2) : Asservissement avec régulateur PID.....	45
Figure (V-1) : Croquis de l'ANCE.....	52
Figure (V-2) : Le modèle non-linéaire du drone.....	56

Figure (V-3) : Le modèle non-linéaire avec entrée gouverne de profondeur 'elevator'	57
Figure (V-4) : la réponse du système non-linéaire du mode longitudinal : $\delta e = \text{échelon}$	58
Figure (V-5) : le modèle non linéaire avec entrée gouverne de gauchissement 'aileron'	59
Figure (V-6) : la réponse du système non-linéaire du mode latéral directionnel : $\delta a = \text{échelon}$	60
Figure (V-7) : le modèle non linéaire avec entrée gouverne de direction 'rudder'	61
Figure (V-8) : la réponse du système non-linéaire du mode latéral directionnel : $\delta r = \text{échelon}$	63
Figure (V-9) : le modèle non linéaire avec deux gouvernes de gauchissement et de direction.....	64
Figure (V-10) : la réponse du système non-linéaire du mode latéral directionnel : $\delta a =$ $\text{échelon et } \delta r = \text{échelon}$	65
Figure (V-11) : Les pôles du mode longitudinal.....	69
Figure (V-12) : la simulation du mode longitudinal en boucle ouverte sur δ_e	70
Figure (V-13) : la réponse du système longitudinal : $\delta e = \text{échelon}$	71
Figure (V-14) : Les pôles du mode latéral directionnel.....	72
Figure (V-15) : la simulation du mode latéral directionnel en boucle ouverte sur δ_a	72
Figure (V-16) : la réponse du système latéral directionnel : $\delta a = \text{échelon}$	73
Figure (V-17) : la simulation du mode latéral directionnel en boucle ouverte sur δ_r	73
Figure (V-18) : la réponse du système latéral directionnel : $\delta r = \text{échelon}$	74
Figure (V-19) : la réponse du système linéaire et non-linéaire du mode longitudinal : $\delta e =$ échelon	76
Figure (V-20) : la réponse du système linéaire et non-linéaire du mode latéral directionnel : $\delta a = \text{échelon}$	78
Figure (V-21) : la réponse du système linéaire et non-linéaire du mode latéral directionnel : $\delta r = \text{échelo}$	80
Figure (V-22) : La réponse indicielle de la vitesse linéaire 'u' avec la commande LQR....	85
Figure (V-23) : La réponse indicielle de l'angle de tangage 'θ' avec la commande LQR...86	
Figure (V-24) : La réponse indicielle de l'angle de dérapage « β » de la commande (1) avec LQR.....	87
Figure (V-25) : La réponse indicielle de l'angle de roulis « φ » de la commande (1) avec LQR.....	88

Figure (V-26) : La réponse indicielle de l'angle de dérapage « β » de la commande (2) avec LQR.....	88
Figure (V-27) : La réponse indicielle de l'angle de roulis ' φ ' de la commande (2) avec LQR.....	89
Figure (V-28) : Le schéma synoptique de la commande LQR par action intégrale.....	90
Figure (V-29) : La réponse indicielle de la vitesse linéaire (u) avec compensation de l'erreur.....	90
Figure (V-30) : La réponse indicielle de l'angle de tangage « θ » avec compensation de l'erreur.....	91
Figure (V-31) : La réponse indicielle de l'angle de dérapage « β » de la commande (1) avec compensation de l'erreur.....	91
Figure (V-32) : La réponse indicielle de l'angle de roulis « φ » de la commande (1) avec compensation de l'erreur.....	92
Figure (V-33) : La réponse indicielle de l'angle de dérapage « β » de la commande (2) avec compensation de l'erreur.....	92
Figure (V-34) : La réponse indicielle de l'angle de roulis « φ » de la commande (2) avec compensation de l'erreur.....	93
Figure (V-35) : La perturbation de la gouvernes de profondeur avec les amplitudes $0.3^\circ, 1^\circ$ et 4°	94
Figure (V-35-1) : La sortie vitesse linéaire 'u' perturbé.....	94
Figure (V-35-2) : La sortie angle de tangage ' θ ' perturbé.....	94
Figure (V-36) : La perturbation des gouvernes de gauchissement avec les amplitudes $0.3^\circ, 1^\circ$ et 4°	95
Figure (V-36-1) : La sortie angle de dérapage ' β ' perturbé.....	95
Figure (V-36-2) : La sortie angle de roulis ' φ ' perturbé.....	95
Figure (V-37) : La perturbation de la gouverne de direction avec les amplitudes $0.3^\circ, 1^\circ$ et 4°	96
Figure (V-37-1) : La sortie angle de dérapage ' β ' perturbé.....	96
Figure (V-37-2) : La sortie angle de roulis ' φ ' perturbé.....	96

Liste des tableaux

Tableau (II.1) : paramètres nécessaires pour la phase de décollage.....	22
Tableau (II.2) : paramètre nécessaire pour la phase de croisière.....	22
Tableau (II.3) : paramètres nécessaires pour en virage.....	22
Tableau (II.4) : paramètres nécessaires pour la phase d'atterrissage.....	23
Tableau (III.1) : Résumé des dérivées longitudinales.....	42
Tableau (III.2) : Résumé des dérivées latérales directionnelles.....	43
Tableau (IV-1) : Influence de l'augmentation des paramètres du PID sur le comportement du Système en boucle fermée.....	46
Tableau (V-1) : Paramètre de masse de l'ANCE.....	52
Tableau (V-2) : dimensionnement.....	52
Tableau (V-3) : performances de l'ANCE.....	52
Tableau (V-4) : caractéristiques aérodynamiques de l'ANCE.....	52
Tableau (V-5) : coefficients aérodynamiques du mode longitudinal de l'ANCE.....	53
Tableau (V-6) : coefficients aérodynamiques du mode latéral directionnel de l'ANCE.....	53
Tableau (V-7) : dérivées de stabilité du mode longitudinal de l'ANCE.....	54
Tableau (V-8) : dérivées de stabilité du mode latéral directionnel de l'ANC.....	54
Tableau (V-9) : les caractéristiques linéaire et non-linéaire du mode longitudinal : δe =échelon.....	76
Tableau (V-10) : les caractéristiques linéaire et non-linéaire du mode latéral directionnel : δa = échelon.....	78
Tableau (V-11) : les caractéristiques linéaire et non-linéaire du mode latéral directionnel : δr =échelon.....	81
Tableau (V-12) : performances de régulation en mode de période courte.....	85
Tableau (V-13) : performances de régulation en mode de période longue.....	86
Tableau (V-14) : performances de régulation des deux commandes en mode latéral directionnel.....	89

Les drones sont une alternative viable pour les aéronefs habités pour une variété d'applications. Ils promettent plus de précision et des coûts d'exploitation beaucoup plus bas que les méthodes traditionnelles. Le pilote automatique est le système essentiel pour la réussite des systèmes de drones, il maintient le véhicule dans l'air et dans le contrôle en l'absence d'un pilote humain. Alors, le développement d'une modélisation mathématique traduisant le comportement de l'appareil, tout comme l'établissement de lois de commande pour le stabiliser sont des objectifs importants afin d'assurer une meilleure sécurité aux phases critiques de vol et lui permettre de suivre une trajectoire prédéfinie avec suffisamment de précision.

La synthèse de lois de guidage est d'autant plus difficile que l'on ne peut ignorer l'importance des fortes non-linéarités et les couplages existants dans la dynamique des avions, car leur mouvement est gouverné par des forces et moments aérodynamiques variables dans le temps. Par conséquent, il s'agit d'aller bien au delà des techniques issues de l'automatique linéaire afin de conférer aux systèmes de pilotages des performances accrues.

Le présent projet est organisé en cinq chapitres :

Le chapitre 1 donne une idée générale sur les drones, leurs catégories et leurs domaines d'utilisation.

Le chapitre 2 consiste en une étude géométrique et aérodynamique globale du drone, ainsi que ses performances pendant toutes les phases du vol.

Le chapitre 3 définit :

- les repères et notations utiles à la localisation du drone dans l'espace.
- la modélisation non-linéaire, sous forme plusieurs entrées/ plusieurs sorties (MIMO) du drone, qui sera ensuite linéarisée et simplifiée.
- une mise en équations de sa dynamique à travers une représentation d'état.

Le chapitre 4 présente une vue d'ensemble des techniques linéaires pour le contrôle du drone.

Le chapitre 5 est consacré essentiellement à :

- la résolution des équations du modèle non-linéaire avec la méthode Runge Kutta d'ordre 4 et comparer les résultats avec ceux obtenus dans le cas du modèle linéaire.

- l'algorithme de recherche de gain optimal pour un régulateur LQR à retour d'état avec action intégrale au modèle et par la suite une simulation est faite pour décrire son comportement suite à cette commande.
- L'évaluation de la robustesse du système en cas d'existence d'une rafale de vent.

CHAPITRE I : ***Généralités sur*** ***les UAVs***

Dans ce chapitre nous allons exposer les différents types de drones, voir leur historique et leur classification, parler de leurs domaines d'application et leur utilisations.

I-1) Définition :

Un drone (de l'anglais « faux-bourdon »), désigne un avion-cible. Un aéronef sans présence humaine à bord, télécommandé ou autonome, qui peut emporter une charge utile, destiné à des missions spécifiques. [s1]

Appelé aussi « UAV » pour « *Unmanned Aerial Vehicle* », soit « véhicule aérien sans pilote » ou « UAS » pour « *Unmanned Aerial System* », soit « système d'aéronef(s) sans pilote(s) ».

L'organisation de l'aviation civile internationale a quant à elle retenu l'appellation « RPA » (pour « *Remotely Piloted Aircraft* », soit « avion piloté à distance »). [1]

L'OTAN (Organisation du Traité de l'Atlantique Nord), définit les UAV comme : « *un véhicule aérien motorisé, qui ne transporte pas d'opérateur humain, utilise la force aérodynamique pour assurer sa portance, peut voler de façon autonome ou être piloté à distance, être non réutilisable ou récupérable et emporter une charge utile létale ou non létale. Les engins balistiques ou semi balistiques, les missiles de croisière et les projectiles d'artillerie ne sont pas considérés comme des drones* ». [2]

- **La charge utile :**

La charge utile du drone de combat ou *UCAV* en fait une arme, tandis que les drones civils embarquent une charge utile spécifique qui peut notamment comprendre :

- une caméra, pour retransmettre ce qui se passe sur le terrain en temps réel,
- une caméra infrarouge, détectant la chaleur (d'un feu, d'un moteur...),
- un gyroscope, permettant de stabiliser les mouvements du drone, améliorant le suivi d'une cible ou la qualité d'une image.

I-2) Historique :

Le concept naît pendant et après la première guerre mondiale : des prototypes d'avions sans pilote radiocommandés ont ainsi vu le jour, avec des tentatives de « torpilles aériennes » télécommandées par télégraphie sans fil et embarquant un gyroscope, mais ce type d'avions n'a jamais été opérationnel sur le terrain.

En 1916, au Royaume-Uni, fut conçu l'Aerial Target, un projet d'avion-cible, par l'ingénieur Archibald Low. En 1917, aux États-Unis, le projet Hewitt-Sperry automatic

airplane des ingénieurs Elmer Ambrose Sperry, Lawrence Sperry et Peter Cooper Hewitt se développe.



Figure (I-1): *Hewitt-Sperry-automatic-airplane*

En France, le 2 juillet 1917 le pilote Max Boucher, fait voler un avion Voisin « sans l'intervention de l'homme » sur 1km. Au début de l'année 1918, Georges Clemenceau, président de la Commission sénatoriale de l'Armée, lance un projet d'« avions sans pilotes ». Le capitaine Boucher améliore son système de pilotage automatique et le 14 septembre, il fait voler pendant 51 min sur un parcours de 100 km un avion Voisin BN3. Ainsi, dans les années 1920, des avions sans pilotes radiocommandés voient le jour, avec les tentatives de torpilles aériennes télécommandées par des ondes de télégraphie sans fil.

En 1941, l'US Navy passa commande d'un nouveau modèle baptisé Target Drone Denny 1 (TDD-1), fabriqué à Los Angeles à plus de mille exemplaires.

L'armée allemande développa à partir de 1938 des recherches sur des vecteurs guidés à distance et prenant la forme de bombes planantes antinavires, de bombes antichar radioguidées et surtout de véhicules à chenilles filoguidés : en 1943 fut par exemple opérationnel le Goliath, d'après le prototype confisqué à Adolphe Kégresse.

Un drone tri sonique Lockheed D-21 porté par un Lockheed A-12 Oxcart dans les années 1960. Ce programme ultrasecret n'a pas réussi à remplir ses missions.

Dans les années 1990, la doctrine de la guerre « zéro mort » conduit à développer les projets de drones armés à travers le monde, mais la toute première utilisation de ceux-ci a eu lieu durant la guerre Iran-Irak où l'Iran a déployé un drone armé de six RPG-7.

En 2013, événement intéressant à noter, pour la première fois, le conseil de sécurité de l'Organisation des Nations Unies a autorisé l'ONU à contracter des drones de surveillance en appui à sa mission de maintien de la paix au Congo.

En juin 2014, Les États-Unis autorisent le premier vol d'un drone à usage commercial, en autorisant l'envoi d'un appareil en Alaska.

I-3) La classification des drones :

La classification des drones varie selon le contexte et les pays :

I-3-1) Critères de classification :

Les drones aériens peuvent être classés selon plusieurs critères :

a) L'altitude et l'endurance :

- l'altitude considérée est l'altitude de croisière avec les ordres de grandeur suivants : les moyennes altitudes $5\,000\text{ m} < h < 15\,000\text{ m}$; les hautes altitudes : $h > 20\,000\text{ m}$.
- l'autonomie est le temps que peut passer l'aéronef en vol. Un ordre de grandeur d'une autonomie dite longue est de 20 à 40 heures. [s1]

b) La taille (longueur, envergure,..) : qui varie de quelques centimètres à plusieurs dizaines de mètres:

Drones miniatures: envergure moins de 50cm, dont le micro drone de dimensions inférieures à 15cm et le nano drone de quelques centimètres destinés à l'observation en milieu urbain.

Drones à rayon d'action moyen : sur le plan des drones tactiques à rayon d'action moyen, on trouve principalement des drones militaires qui sont des systèmes capables de voler à basse altitude en s'affranchissant de la couverture nuageuse et ne nécessitant pas de piste de décollage ou d'atterrissage. D'une portée allant jusqu'à 200 km, ils évoluent à une altitude de 5000 mètres avec une autonomie de 5 à 10 heures pour un poids proche de 300 kg. Le plus réputé est le *Sperwer* développé par Sagem qui équipe l'armée de terre française.

Drones à rayon d'action court : Pesant moins de 5 kg, les mini-drones ont un rayon d'action de moins de 10 km et une endurance de 1 heure. Ils évoluent entre 100 et 250 mètres d'altitude. S'il existe des exemplaires volants aujourd'hui, les applications militaires et la doctrine d'emploi ne sont pas encore définies à ce jour.

- c) Leur capacité à emporter des armements ou non (drones de surveillance / drones armés / drones de combats)
- d) Leur caractère furtif ou non en termes de dimension, de bruit, voire de signature. Ils sont dotés de moteurs moins puissants que les moyens aériens traditionnels, ce qui permet une surveillance plus discrète.
- e) Leur capacité à participer à des missions de haute ou de basse intensité.
- f) leur voilure (fixe, tournante ou battante).

I-3-2) Classification :

Le classement le plus répandu est fondé sur les critères d'altitude et d'endurance, auquel on peut rajouter la catégorie des drones de combat :

a) Les drones tactiques : TUAU (Tactical Unmanned Air Vehicle)

Le segment tactique se décompose lui-même en cinq sous-segments :

- micro-drones (*Micro Air Vehicule* ou MAV), qui s'apparentent plus à des modèles réduits, avec une masse inférieure à 5Kg et une envergure de moins de 0.7m.
- drones de très courte portée (TCP).
- drones moyenne portée lents (multichargés multi-missions ou MCMM lents).
- drones rapides basse altitude (MCMM rapides).
- drones maritimes tactiques (DMT).

Constituant un outil idéal pour la surveillance à courte portée, les drones tactiques comblent la lacune qui existait entre les mini drones à courte portée et les plates-formes à longue portée, comme les drones MALE et HALE, combinant ainsi souplesse et autonomie.

Les drones tactiques sont utilisés pour les activités d'appréhension de la situation, de surveillance, de reconnaissance, d'acquisition de cibles, et d'évaluation des dégâts.

b) Les drones MALE : (Moyenne Altitude Longue Endurance)

Un drone MALE, permettant d'utiliser une charge de mission pouvant atteindre 500 kg, vole entre 3000 et 9100 mètres d'altitude pour une durée de 24 à 48 heures. Le plus connu est le Predator de la société américaine General Atomics.

Les capacités d'autonomie des drones MALE en font un outil idéal pour la surveillance de théâtres étendus. Ces systèmes peuvent être utilisés pour identifier la position des forces ennemies, les mouvements de masse des populations civiles, l'état des infrastructures sur le théâtre d'opération, ainsi que pour établir une liste des objectifs. [3]



Figure (1.2) : Heron

c) **Les drones HALE :** (Haute Altitude Longue Endurance)

Un drone HALE vole plus longtemps et plus haut encore que le MALE. Ainsi le plus connu, le drone américain RQ-4 Global Hawk, de la société américaine Northrop Grumman, peut voler jusqu'à 18 300 mètres d'altitude pendant 36 heures.



Figure (1.3) : Global Hawk

On atteint dans cette catégorie les dimensions d'un avion civil (Airbus A320 par exemple) pour des autonomies de plusieurs milliers de kilomètres (10 000 km et plus) parcourues en volant largement au dessus des trafics aériens courants, tant civils que militaires (jusqu'à 20 000 m d'altitude), en utilisant des turboréacteurs.

Toutes les informations recueillies par les capteurs sont transmises par satellite au centre d'opérations. Leur densité requiert en général de gigantesques capacités de transmission, et donc le support d'un important segment spatial.

d) **Les drones de combatUCAV :** (Unmanned Combat Aerial Vehicle)

Il s'agit bien sûr des drones à vocation offensive, dont la charge utile comprend des armements, le plus souvent : des missiles, afin d'effectuer des missions d'attaque au sol voire, à plus long terme de défense aérienne et de police du ciel.

Ce sont de véritables avions de combat non pilotés mais dont la gestion déportée de l'armement accroît considérablement la complexité technologique. Ces engins doivent être capables d'identifier et de désigner des cibles, avec la capacité d'être réorientés en vol à partir d'informations obtenues en temps réel sur l'évolution de la situation au sol, pour des tirs d'opportunité. Ils doivent également disposer d'une certaine autonomie pour la poursuite des cibles, et être capables de manœuvres de dégagement après le tir.

En outre, il faut prévoir que l'homme reste toujours dans la boucle décisionnelle, depuis une station au sol ou un PC volant, afin qu'il garde la décision de tir et puisse éventuellement annuler la mission.



Figure (1.4) : X-45A

I-4) Règlements :

Il existe différents types de pilotages :

- Le pilotage **à vue** : aéronef à moins de 100m de la télé pilote, vue directe sur l'aéronef.
- Le pilotage **hors vue** : plus de 100m de la télé pilotée, guidage par retour vidéo.
- Le **vol automatique** : vol selon des paramètres prédéfinis.

La Direction Générale de l'Aviation Civile a également décrit et segmenté différents scénarios de vol tels qu'il suit :

- **Scénario S1** : opération en vue directe de la télé pilotée se déroulant hors zone peuplée, à une distance horizontale maximale de 100 mètres de la télé pilotée.
- **Scénario S2** : opération se déroulant hors vue directe, hors zone peuplée, dans un volume de dimension horizontale maximale de rayon d'un kilomètre et de hauteur inférieure à 50 m du sol et des obstacles artificiels, sans aucune personne au sol dans cette zone d'évolution.
- **Scénario S3** : opération se déroulant en agglomération ou à proximité de personnes ou d'animaux, en vue directe et à une distance horizontale maximale de 100m de la télé pilote.
- **Scénario S4** : activité particulière (relevés, photographies, observations et surveillances aériennes) hors vue directe, hors zone peuplée et ne répondant pas aux critères du scénario S2.

I-5) Les applications :

Les drones ont d'abord été utilisés au profit des forces armées ou de sécurité d'un État, ou leurs premières applications étaient dans les tâches dites « 3D » : *dirty, dull, dangerous* (Sales / Monotones / Dangereuses).

Les raisons avancées par les responsables de la défense pour justifier leurs usages sont les suivantes :

- Ils permettent de protéger les pilotes de l'armée de l'air, qui peuvent effectuer des missions sans être à bord de l'appareil.
- Le drone assure des missions dangereuses pour l'homme. Par ailleurs, un pilote de drone n'est pas forcément un pilote de l'armée de l'air, ce qui élargit considérablement le périmètre des opérateurs.
- La surveillance en temps réel s'est imposée comme norme, notamment avec l'usage de l'informatique, et le drone est devenu une sorte d'extension de ce concept sur le théâtre d'opérations sensibles.
- La réduction des budgets de défense a entraîné la recherche de technologies moins coûteuses, le drone, réutilisable, apportant une solution aux armées moins onéreuse que des appareils classiques (surveillance aérienne, satellitaire).
- L'idée souvent associée aux drones de « frappes chirurgicales » qui évitent les dommages collatéraux est plus facilement acceptable socialement que des frappes plus larges qui pourraient atteindre de nombreux civils, même si, les drones ne frappent pas toujours de manière si chirurgicale, car l'homme à distance qui enclenche le tir, peut se tromper de cible.
- Le drone évite le risque de perdre un pilote en zone ennemie. Ainsi, les risques de prise d'otage sont diminués.

Leur transfert vers le secteur civil a permis d'imaginer plusieurs centaines d'applications, ce qui ouvre une croissance potentielle considérable dans des secteurs très variés et nouveaux tels que :

- le secteur pétrolier (pipelines, installations industrielles),
- l'énergie (lignes à haute tension, pylônes),
- le transport (surveillance et inspections de rails, routes, fleuves),
- l'agriculture de précision,
- la photographie et vidéo professionnelle,
- les contrôles sur le trafic,
- la surveillance maritime et environnementale,
- des opérations de recherches aériennes et de sauvetage,
- la récolte de données d'intérêt météorologique ou en environnement difficile (en zone de risque NRBC « nucléaire, radiologique, bactériologique et chimique »),
- le relais d'informations.

I-6) Avenir des drones :

Grâce aux techniques de miniaturisation et à la baisse des coûts, les drones croissent et se multiplient, tant dans le secteur militaire que dans le civil, affirme l'Institut international d'études stratégiques (IISS). [4]

L'avenir appartient aux drones. Ces appareils sans pilote ne sont plus, comme hier, l'apanage des seules forces armées de l'ouest, ils deviennent accessibles à un nombre croissant de pays grâce aux barrières technologiques qui tombent les unes après les autres. [4]

- ***Percée dans le domaine civil :***

Si jusqu'ici l'utilisation d'engins sans pilote a été orientée vers des applications militaires, la vague « drones » gagne aujourd'hui le domaine civil. En décembre 2013, le géant américain du commerce en ligne *Amazon* a marqué les esprits en annonçant qu'il projetait, dès 2015, d'utiliser des mini-drones pour livrer de petits colis. Des mini-drones, comme celui présenté par l'entreprise française *Parrot* au Las Vegas peuvent également servir à des fins de cartographie, de surveillance des pipelines, des lignes de chemin de fer ou à haute tension ou encore dans l'agriculture. « *Les drones sont appelés au même développement que la téléphonie mobile. Chaque entreprise aura bientôt son service d'analyse en vol pour inspecter les infrastructures, surveiller une flotte ou gérer ses récoltes.* » [4]

En 2013, le président de la communauté urbaine de Marseille Eugène Caselli a suggéré de faire de l'agglomération phocéenne « un véritable laboratoire contre le crime » en utilisant des drones pour lutter contre l'insécurité. Le vendredi 19 septembre 2014, la Préfecture de police de Paris (PP) réalise à Créteil (Val-de-Marne) un test grandeur nature d'utilisation de drones de surveillance, à l'occasion d'une rencontre de Ligue 2 de football ; la perspective étant, à l'Euro 2016, de faire usage des drones comme à la dernière Coupe du monde de football 2014 au Brésil.[s1]

I-7) Exemples de drones en Algérie :

- *Amel* est un drone de conception algérienne une fois opérationnel en octobre 2013, le drone a une autonomie de vol de 6 heures sur une distance de 200 km et accomplit ses missions à 3 500 m d'altitude de sa cible. Deux caméras sont intégrées dans l'avion. La première pour le pilotage et la seconde pour ses missions. Cette dernière est dotée d'une capacité de balayage optimisé. L'autre particularité majeure du drone est son

système de guidage et de transmission des renseignements collectés hautement sécurisé.

- *AL fajer L-10* est un drone construit par l'Algérie qui peut servir à plusieurs usages civils et militaires. De type HALE, il peut voler jusqu'à 7 000 m d'altitude avec une autonomie de 36 heures. Il a une envergure de 2,3 m de long et peut supporter une charge de 70 kg grâce à une puissance de 32 CV. [s1]

CHAPITRE II :
Configuration
aérodynamique
et Performances

Un avion peut, d'une manière générale, être décomposé en un nombre limité de sous ensembles : cellule, groupe motopropulseur, commandes de vol, servitudes de bord, avionique, emports internes ou externes.

L'aérodynamique définit le comportement en vol des aéronefs. Dans ce chapitre, nous allons étudier les phénomènes qui se créent autour d'un avion en déplacement dans l'air, examiner le milieu dans lequel il évolue et déterminer les critères pour qu'il ait la forme la plus appropriée au vol.

II-1) Configuration aérodynamique et géométrique :

II-1-1) Le profil :

C'est le contour de la voilure, vue de côté sur une section donnée.

II-1-1-1) Types et formes :

Les profils sont spécifiques à l'application de l'avion et leurs différents types sont classés par familles, suivants leur forme général.

- Le profil classique : qui met plutôt l'accent sur la portance; il est bombé au dessus (extrados), et quasiment plat en dessous (intrados).
- Le profil supercritique : caractérisée par :
 - une ligne moyenne à double courbure, inversée dans la partie avant (concavité vers le haut),
 - un extrados aplati,
 - un intrados « creuse » dans sa partie arrière.
- Double courbure : La ligne moyenne est à double courbure (auto stable).

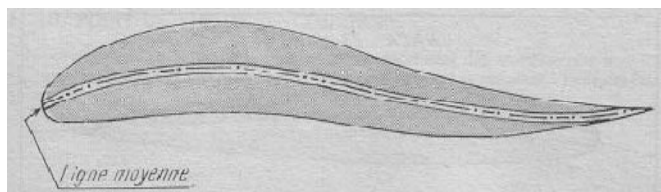


Figure (II.1) : profil double courbure

- Creux et Plan convexe: la ligne moyenne est à simple courbure (intrados concave, extrados convexe).

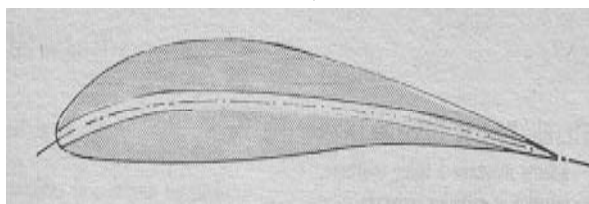


Figure (II.2): profil creux

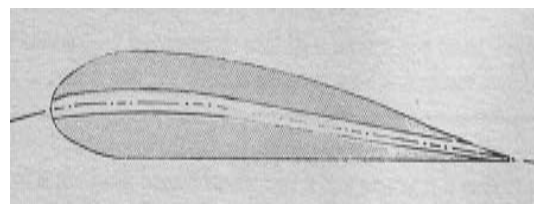


Figure (II.3) : profil plan convexe

- Biconvexe : sensé favoriser un écoulement laminaire sur une plus grande plage, et diminuer la traînée aérodynamique.
- Biconvexe symétrique : la ligne moyenne est rectiligne (confondue avec la corde).

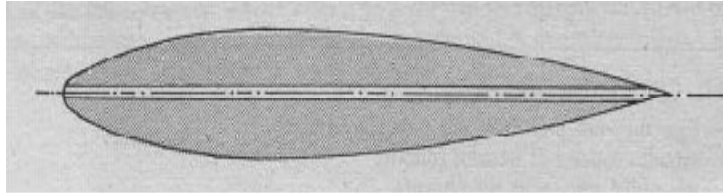


Figure (II.4) : profil biconvexe symétrique

- Biconvexe dissymétrique : La ligne moyenne est à simple courbure (intrados et extrados convexe). [5]

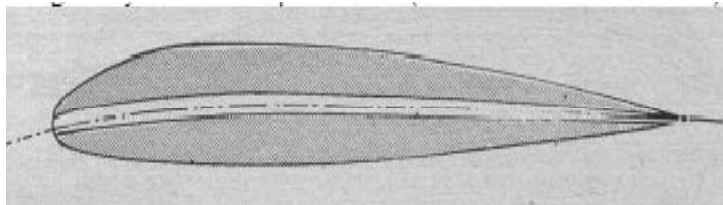


Figure (II.5) : profil biconvexe dissymétrique

- Les profils NACA : sont des profils aérodynamiques pour les ailes d'avions développés par le Comité Consultatif National pour l'Aéronautique (NACA).

Ces profils sont définis par le code NACA suivi de quatre chiffres MPXX définissant la géométrie du profil [s1]:

- Le premier chiffre M définit la cambrure maximale en pourcentage de la corde.
- Le deuxième chiffre P définit le point de cambrure maximale par rapport au bord d'attaque en pourcentage de la corde.
- Les deux derniers chiffres XX définissant l'épaisseur maximale du profil en pourcentage la corde.

Pour notre modèle ; la section de l'aile est un profil NACA 4415 (une cambrure relative maximale est de 4 % (f/c) qui est situé a une distance relative à 40 % (d_{max}/c) à partir du bord d'attaque ; avec une épaisseur relative maximale de 15 % (e_{max}/c), sans dièdre. Pas de dispositifs hypersustentateurs ont été inclus dans la conception, pour réduire le poids structurel. [6]

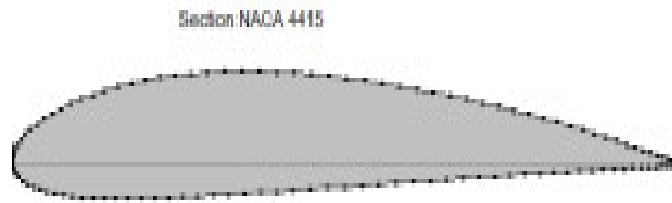


Figure (II.6): profil NACA 4415

II-1-1-2) Quelques définitions liées au profil :

-Camberure : La cambrure est une caractéristique importante d'un profil porteur.

C'est le rapport f/c entre la flèche maximale f de la ligne moyenne et la corde c , elle permet de déterminer si le profil est plus ou moins creux. Les coefficients C_x et C_z dépendent également de la cambrure.

- La portance mais aussi la trainée d'un profil augmente avec sa cambrure et son épaisseur
- Les profils minces et de faible cambrure ont une meilleure finesse mais moins de résistance.

❖ Relation portance – cambrure :

Il existe un rapport statistique entre le coefficient de portance nominal (utilisé en croisière) d'un profil et sa cambrure :

$$C_z = 10 \text{ à } 12 \text{ fois } f/c \tag{II-1}$$

❖ Relation angle de portance nulle – cambrure :

Il existe un rapport statistique entre l'angle d'incidence de portance nulle ($\alpha_{C_{z_0}}$) d'un profil et sa cambrure :

$$\alpha_{C_{z_0}} = -100 \text{ fois } f/c \tag{II-2}$$

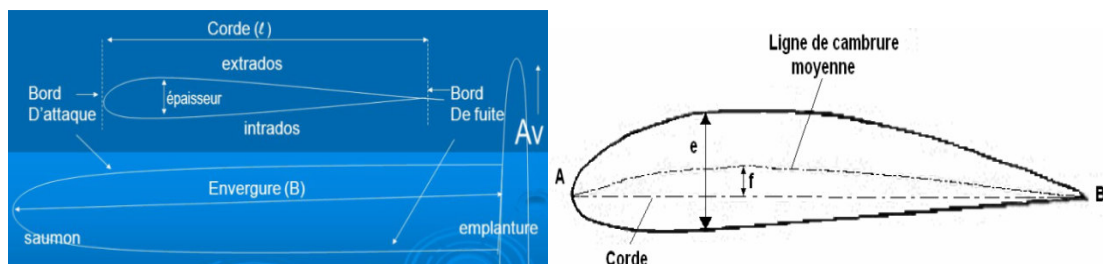
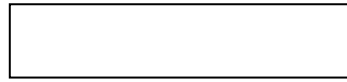


Figure (II.7) : géométrie du profil

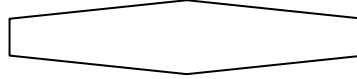
II-1-2) L'aile : Est l'ensemble des surfaces d'un avion assurant la portance en vol. La portance repose sur la déflexion d'une masse d'air par une aile en mouvement.

II-1-2-1) Types et formes :

Elle peut être rectangulaire :



Trapézoïdale :



Droite/trapézoïdale :



Elliptique :



En flèche:



En delta :



Figure (II.8) : formes géométriques de l'aile

Elle peut également être caractérisée par son dièdre (angle que fait l'aile par rapport au plan horizontal) positif ou négatif :



Figure (II.9) : positions possibles de l'aile et du dièdre

Et sa flèche (angle que fait la ligne moyenne - en général 25% de la corde - et l'axe du fuselage).

II-1-2-2) Quelques définitions liées à l'aile :

-Envergure (b) : distance entre les deux bords marginaux des ailes

-Allongement (λ) : rapport de l'envergure sur la surface de l'aile :

$$\lambda = b^2/S \quad (S : \text{surface de l'aile})$$

Pour un traineur : $\lambda = 5 \text{ à } 8$

Pour un planeur : $\lambda = 20 \text{ à } 30$ (voir plus)

-Epaisseur d'un profil : c'est la distance maximum (e) entre l'extrados et l'intrados

-Corde d'une aile (l): distance entre le bord d'attaque et le bord de fuite

-Effilement (ef) : rapport entre la corde de l'aile d'extrémité à la corde d'emplanture

Pour les ailes rectangulaires : $ef = 1$

Pour les ailes delta : $ef = 0$

-Épaisseur relative : rapport (e/AB) ; donné en %, il permet de construire des profils de tailles différentes avec les mêmes références. Les coefficients C_x et C_z dépendent en partie de l'épaisseur.

-La ligne moyenne : ligne équidistante entre l'extrados et l'intrados

Si le profil est symétrique, la cambrure est nulle.

-Finesse « f »: rapport $(R_z/R_x = \text{portance}/\text{traînée})$; plus la finesse est élevée, mieux l'avion vole. Etant donné que R_z et R_x dépendent de l'incidence, la finesse dépend de l'incidence.

-Charge alaire : rapport entre la masse de l'avion et la surface de l'aile. En aéromodélisme elle s'exprime en grammes par dm^2 . [5]

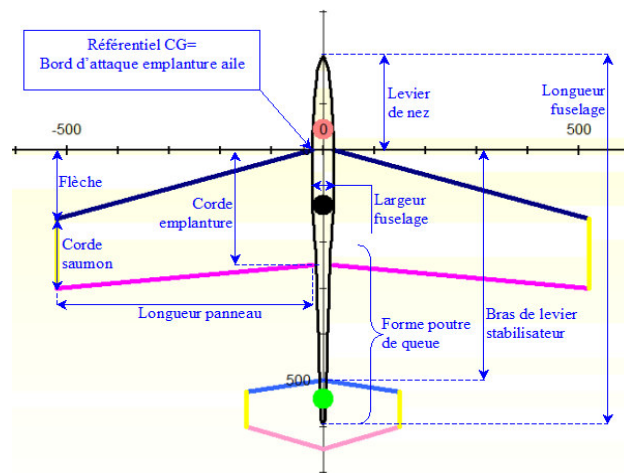


Figure (II.10) : géométrie de l'aile

II-1-3) Le fuselage :

La forme du fuselage dépend des spécifications opérationnelles. La section n'est donc pas toujours circulaire.

On peut considérer que le fuselage est constitué de deux parties. Une partie avant du cône de nez au caisson central et une partie arrière du caisson central au cône de queue. Sous l'effet du poids, il se crée des efforts de flexion, la partie supérieure est étirée alors que la partie inférieure est comprimée.

Le braquage des gouvernes de profondeur ou de direction crée également des efforts sur le fuselage.

Si les moteurs sont accrochés à l'arrière du fuselage, la partie amont aux réacteurs sera comprimée alors que la partie arrière sera tirée dû à la traînée de l'empennage.

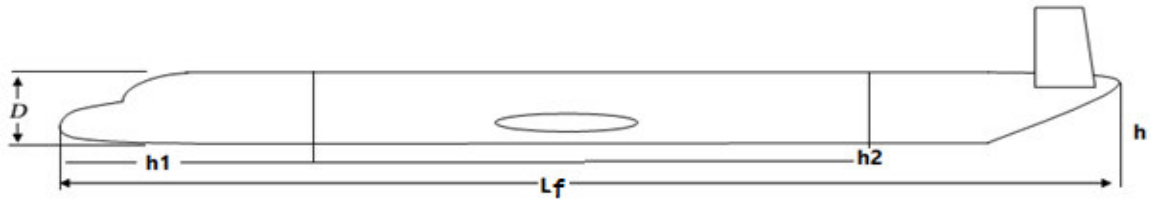


Figure (II.11) : La géométrie du fuselage

Lf : Longueur de fuselage.

h : Hauteur maximum de fuselage

D : Diamètre de la partie cylindrique

h1 : Taille de fuselage au quart de la longueur de fuselage à partir de nez

h2 : Taille de fuselage à trois quart de la longueur de fuselage à partir de nez.

Et on note aussi: **w** : Largeur maximal du fuselage

cg : Position du centre de gravité par rapport au nez

Sf : La surface maximale du fuselage

II-1-4) Les empennages :

II-1-4-1) Empennage horizontal :

L'empennage horizontal se compose généralement d'une partie horizontale qui peut présenter plusieurs variantes :

- un plan horizontal fixe muni d'une gouverne de profondeur mobile.
- un plan horizontal réglable muni d'une gouverne de profondeur.
- un plan horizontal mobile muni d'un volet de profondeur mobile également (empennage des Airbus).

Empennage en T :

Un plan horizontal "monobloc" mobile muni d'un petit volet arrière ; les deux surfaces pivotent dans le même sens, le petit volet arrière (*tab*) servant à la fois de compensateur d'effort (pour diminuer les efforts nécessaires au manche pour déplacer le plan horizontal) et de *trim* de profondeur en T pour diminuer l'effet de sol (stabilité en tangage).

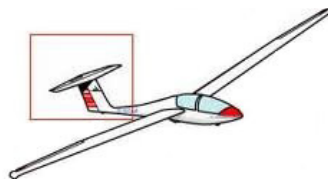


Figure (II.12) : empennage en T

II-1-4-2) Empennage vertical :

L'empennage vertical aussi appelé dérive, a le rôle de reculer le centre de portance derrière le centre de masse afin que le modèle ne tourbillonne pas autour de son centre de masse. La dérive compense donc l'effet déstabilisant de l'avant du fuselage. Cette surface devra alors être d'autant plus grande que le fuselage se prolongera loin devant les ailes.

Empennage en V :

Assurant en même temps l'équilibre et le contrôle dans les deux plans.



Figure (II.13) : empennage en V

Sur certains modèles, l'empennage est composé de deux parties obliques, réalisant un empennage « papillon ».

II-1-4-3) Quelques définitions liées à l'empennage :

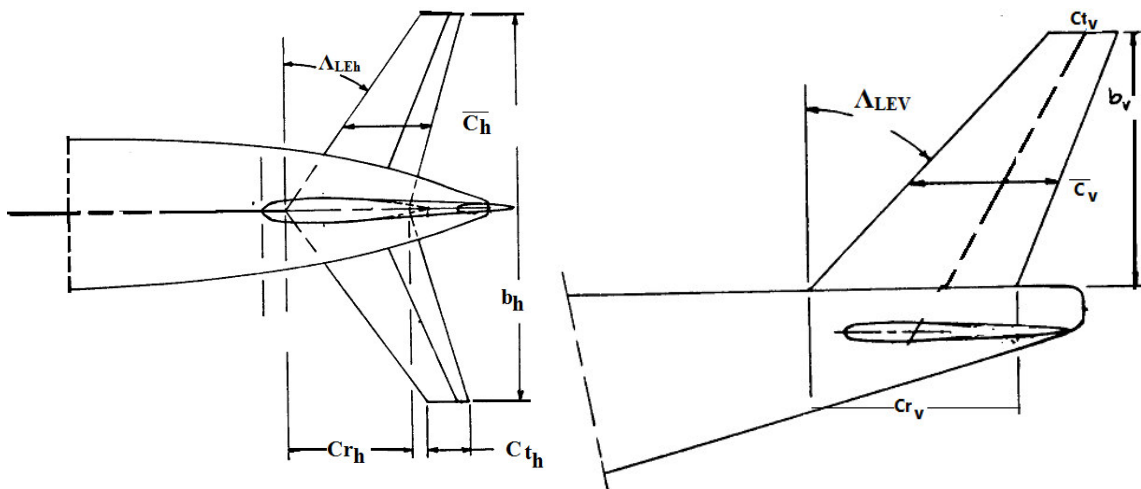


Figure (II.14) : géométrie de l'empennage horizontale et verticale

$\Lambda_{c/2h}$: La flèche à la moitié de la cordede l'empennage horizontal

$S_{wet h}$: La surface mouillée de l'empennage horizontal

L_{act} : Localisation du centre aérodynamique par rapport au nez

A_h : L'allongement de l'empennage horizontal

λ_h : L'effilement de l'empennage horizontal

S_h : La surface de l'empennage horizontal.

b_h : Envergure de l'empennage horizontal

C_{r_h} : La corde d'emplanture de l'empennage horizontal

\bar{C}_h : La corde aérodynamique moyenne de l'empennage horizontal

C_{t_h} : La corde à l'extrémité de l'empennage horizontal

Λ_{LEh} : Flèche de bord d'attaque de l'empennage horizontal

$\Lambda_{c/4h}$: La flèche au quart de la corde de l'empennage horizontal

S_v : La surface de l'empennage vertical.

b_v : Envergure de l'empennage vertical

C_{r_v} : La corde d'emplanture de l'empennage vertical

\bar{C}_v : La corde aérodynamique moyenne de l'empennage vertical

C_{t_v} : La corde à l'extrémité de l'empennage vertical.

Λ_{LEV} : Flèche de bord d'attaque de l'empennage vertical

$\Lambda_{c/4v}$: La flèche au quart de la corde de l'empennage vertical

$\Lambda_{c/2v}$: La flèche à la moitié de la corde de l'empennage vertical

$S_{wet\ v}$: La surface mouillée de l'empennage vertical

A_v : L'allongement de l'empennage vertical

λ_v : L'effilement de l'empennage vertical

II-1-5) La motorisation :

II-1-5-1) Moteur électrique :

Pour choisir correctement un moteur, plusieurs paramètres entrent en compte [s2] :

- **Le KV** : nombre de rotations par minute du moteur pour 1 volt. Généralement, plus un moteur tourne vite moins il a de couple, et inversement. Un moteur avec un KV bas, pourra donc supporter de plus grandes hélices qu'un moteur à KV élevé.
- **La puissance max en continu** (exprimée en Ampères ou en Watts) : Lorsque on choisit le moteur on doit choisir à quel voltage on l'alimentera et vérifier quel type d'hélices lui convient afin de ne pas dépasser les limites.

- **le rendement** : La qualité des roulements, des aimants, du bobinage, ou encore le nombre de pôles magnétiques jouent un rôle essentiel. La taille des hélices et le voltage choisi pour l'alimentation ont aussi leur importance.

Pour notre cas, l'avion est destiné à la surveillance et la photographie aérienne, avec un plafond de service de 2438 m et une autonomie qui peut aller jusqu'à 11 heures de vol. La puissance maximale du moteur est estimée à environ 26 KW. [6]

II-1-5-2) La batterie :

On doit choisir une batterie avec une capacité suffisante pour avoir un temps de vol correct (sans exploser le poids), un voltage cohérent avec le moteur, et un taux de décharge suffisant pour l'alimenter. [s2]

II-1-5-3) L'hélice :

Les hélices d'un moteur électrique représentent l'ensemble de pales disposées autour d'un moyeu dans le système propulsif, les paramètres caractéristiques des hélices sont : le rendement (dû à son glissement dans l'air), le diamètre et le pas (distance théorique parcouru en 1 tour complet).

Pour notre cas, l'avion est propulsé par une hélice bipale de 0,915 m.

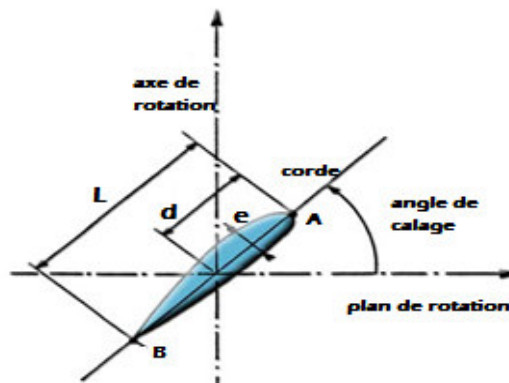


Figure (II.15) : Géométrie de l'hélice.

II-1-6) Systèmes électroniques :

Ensemble des systèmes qui permettent :

- la navigation : compas, centrale à inertie, GPS, récepteur VOR-DME, etc.
- le pilotage et le contrôle du vol : indicateurs de vitesse, d'attitude, altimètre, variomètre, paramètres moteurs, etc.
- les communications
- la connaissance de l'environnement du vol : radar météorologique, systèmes anticollision, etc.

II-2) PERFORMANCES :

II-2-1) Atmosphère standard :

L'analyse des forces permettant le vol d'un avion relève de la mécanique des fluides. Le fluide dans lequel évolue l'avion étant l'atmosphère, il est donc nécessaire de définir l'état de l'air en fonction de l'altitude de vol de l'avion. On va donc chercher des lois [7]:

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{pression}} &= P(H), \\ T_{\text{température}} &= T(H), \\ \rho_{\text{masse volumique}} &= \rho(H) \end{aligned} \right\} \quad (II-3)$$

II-2-1-1) Atmosphère type ISA :

Pour pouvoir comparer les performances des avions, on doit les placer dans des conditions atmosphériques semblables. Pour cela, on est convenu d'effectuer les calculs de performances dans une Atmosphère Standard Internationale (ISA).

Les conventions de l'atmosphère standard sont les suivantes :

– l'air est sec et assimilé à un gaz parfait avec une constante massique :

$$R = 287 \text{ J/kgK}, \quad (II-4)$$

– le vent météorologique est nul (pas de turbulence atmosphérique),

– l'atmosphère est en équilibre hydrostatique, c'est-à-dire :

$$dP = -\rho g(h) dh \quad (II-5)$$

Où h est l'altitude au-dessus du niveau de la mer.

Avec ces conventions, la spécification de la distribution de température en fonction de l'altitude suffit à déterminer les conditions thermodynamiques en fonction de l'altitude. [7]

II-2-1-2) Atmosphère type OACI :

Définie par l'Organisation de l'aviation civile internationale. C'est le modèle qui couvre les altitudes jusqu'à 80 km (262 500 ft), sans prendre en compte la vapeur d'eau.

En ce qui concerne l'aéronautique, elle est définie comme suit :

- Au niveau de la mer, l'air est à 15 °C et à 1 013,25 hPa et de 0 % pour l'humidité.
- la troposphère s'étend de 0 à 11 km ; la température décroît linéairement selon le gradient thermique adiabatique 6,5 °C par km, elle a donc une température de -56,5 °C à la tropopause.

CHAPITRE III :
Dynamique des
UAVs

L'étude de la dynamique du vol nécessite un développement du modèle mathématique pour les forces et les moments qui agissent sur l'avion. L'établissement de ce modèle est obtenu par l'application des lois fondamentales de la mécanique pour obtenir les équations du mouvement pour un avion supposé rigide dans un système référentiel choisi.

Dans ce chapitre le modèle dynamique général d'un avion rigide sera présenté, nous commencerons par écrire les équations du mouvement de l'aéronef, ensuite le résultat obtenu représente avant découplage le système d'équations non-linéaires et après découplage le système linéaire sous forme de vecteurs d'états et matrices d'états avec deux mouvements longitudinal et latéral directionnel.

III-1) Les trièdres de référence :

Les forces et les moments qui s'exercent sur un appareil doivent être exprimés dans un trièdre convenablement défini. Nous présentons les systèmes d'axes les plus utilisés en dynamique de vol et les matrices de transformation d'un système d'axe à un autre. Le passage d'un système d'axes à un autre est effectué par plusieurs méthodes : Angles d'Euler, Cosinus directeur et quaternions.

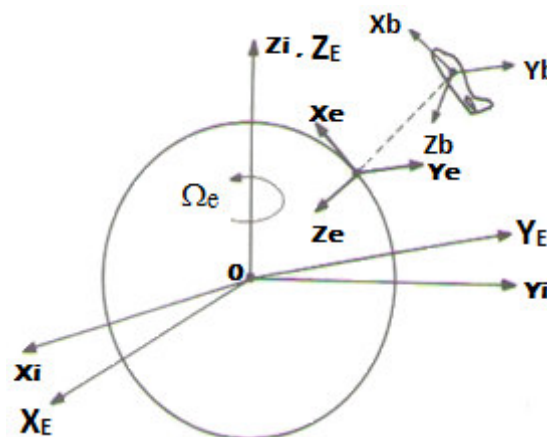


Figure (III.1) : différents trièdres de références

III-1-1) Trièdre inertiel (O Xi Yi Zi):

Un trièdre inertiel est défini comme étant soit fixe dans l'espace ou en mouvement à vitesse constante. En dynamique du vol, il est nécessaire de spécifier un trièdre (repère) inertiel de référence car les lois fondamentales de la mécanique classique sont valides seulement que dans un repère inertiel.

Le repère inertiel choisi est décrit comme suit :

- ✓ L'origine **O** est au centre de masse de la Terre.

- ✓ L'axe Z_i est l'axe de rotation de la terre autour du pôle Nord.
- ✓ L'axe des X_i est dans le plan équatorial pointant vers l'équinoxe de printemps.
- ✓ L'axe des Y_i complète un système orthogonal.

III-1-2) Trièdres non inertiels :

a) Trièdre terrestre ($OX_E Y_E Z_E$):

La position dans l'espace d'un objet mobile est à priori définie dans un repère « fixe » c'est-à-dire lié à la terre. Le repère terrestre est un repère orthonormé direct supposé galiléen.

- ✓ L'origine « O » de ce repère est fixe par rapport à la terre, et se coïncide avec le centre de gravité « C.G » de l'avion.
- ✓ L'axe « OX_E » est dirigé suivant l'azimut (nord vrai ou nord magnétique).
- ✓ L'axe « OY_E » est perpendiculaire au plan ($X_E Z_E$) et est orienté vers l'est.
- ✓ L'axe « OZ_E » complète le trièdre, il est orienté dans une direction du centre de la terre.

Ce trièdre est appelé trièdre normal terrestre. Il est en outre commode de définir un trièdre équivalent au trièdre précédent et dont l'origine est liée au centre de gravité de l'avion ; trièdre normal terrestre porté par l'avion. Le champ de vitesse de la rafale de vent est souvent connu dans le repère terrestre, ainsi que l'expression de l'effet de la pesanteur. [8]

b) Trièdre de navigation ($OX_e Y_e Z_e$):

L'origine de ce trièdre (Figure III.1) est située sur la surface de la terre, il est également connu comme la locale géodésique ou un trièdre de navigation tels que:

- ✓ L'axe OZ_e est orienté vers le centre de la terre.
- ✓ L'axe OX_e se dirige habituellement vers le nord.
- ✓ L'axe OY_e se dirige vers l'est.

L'emplacement de l'origine de ce système de coordonnées, est choisi de sorte qu'il se trouve lié à l'avion à $t = 0$. Il est utile pour définir la position de l'avion au moment du décollage, et représenter l'attitude et la vitesse d'un aéronef lorsqu'il est sur ou près de la surface de la Terre.

c) Trièdre avion ($OX_b Y_b Z_b$):

Ce système d'axes est fixé à l'avion et se déplace avec lui. C'est une base d'étude pour le mouvement de l'avion par rapport aux trièdres de référence. Généralement, le centre de masse ou le centre de gravité est choisi comme l'origine « O » du système d'axes lié à l'avion:

- ✓ L'axe « OX_b » se trouve habituellement suivant la ligne longitudinale. De l'origine O vers le nez de l'avion, en générale voisin de son axe principale d'inertie.
- ✓ L'axe « OY_b » est perpendiculaire au plan de symétrie de l'avion « $OX_b Z_b$ » et dirigé vers le côté droit ou la direction de l'aile droite, et se coïncide avec le plan symétrique de l'avion.
- ✓ L'axe « OZ_b » se situe dans le plan de symétrie et se dirige vers le bas pour former un système droit.

Le système d'axes lié à l'avion est utile pour spécifier les moments d'inertie, les produits d'inertie, les forces et les moments agissant sur l'avion. [8]

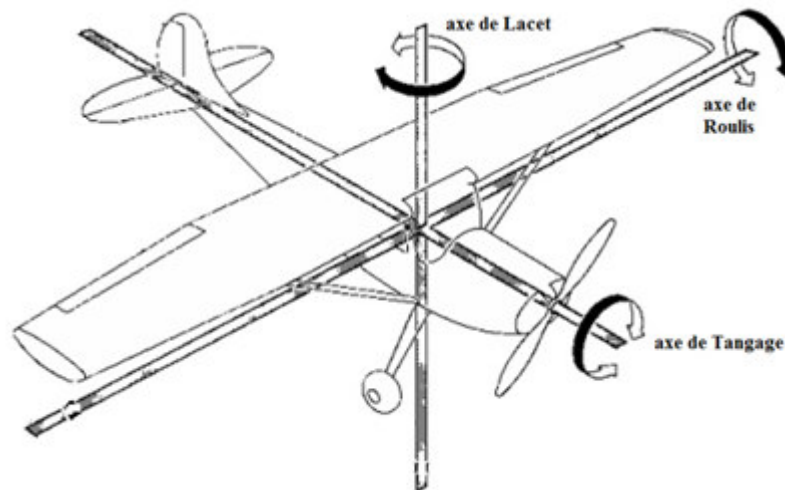


Figure (III .2) : le système d'axes lié à l'avion

d) Trièdre de stabilité ($OX_S Y_S Z_S$):

Un cas particulier du système d'axes lié à la vitesse dans le plan vertical de l'avion s'appelle système d'axes de stabilité. [9]

- ✓ L'axe « OX_S » se situe dans le plan de symétrie et est parallèle à la vitesse.
- ✓ L'axe « OY_S » est normal au plan de symétrie ($OX_S Z_S$) et est dirigé suivant l'aile droite.
- ✓ L'axe « OZ_S » est dirigé vers le bas pour former un système d'axes droit.

e) Trièdre aérodynamique (OX_aY_aZ_a):

Un autre cas particulier du système d'axes lié à la vitesse dans le plan horizontal de l'avion s'appelle système d'axes aérodynamique. [9]

- ✓ L'axe OX_a se dirige vers la direction de la vitesse.
- ✓ L'axe OY_a est normal au plan OX_aZ_a et est dirigé vers la droite ou suivant l'aile droite.
- ✓ L'axe OZ_a est situé dans le plan de symétrie.

III-1-3) Positions relatives des trièdres et matrices de passage associées :

a) Position du trièdre aérodynamique par rapport au trièdre avion :

Il faut en général trois angles pour définir l'orientation d'un repère par rapport à un autre. Dans le cas qui nous intéresse, deux angles suffisent, l'axe OZ_a étant situé par définition dans le plan (OX_b Z_b) plan de symétrie de l'avion.

- ✓ L'angle d'incidence α est l'angle de l'axe OX_b (référence fuselage) avec le plan OX_aY_a du trièdre aérodynamique. L'incidence est positive si la projection du vecteur vitesse sur l'axe OZ_b est positive.
- ✓ L'angle de dérapage β est l'angle d'OX_a avec le plan de symétrie (OX_b Z_b) de l'avion. Cet angle est positif si la projection du vecteur vitesse sur l'axe OY_b est positive. [8]

- La matrice de passage du trièdre aérodynamique au trièdre avion est :

$$\begin{bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{bmatrix} = [T] * \begin{bmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix} \tag{III.1}$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos\alpha \cos\beta & -\cos\alpha \sin\beta & -\sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ \sin\alpha \cos\beta & -\sin\alpha \sin\beta & \cos\alpha \end{bmatrix} \tag{III.2}$$

$[T]^{-1}$ est la symétrique de $[T]$ et représente la matrice de passage du trièdre avion au trièdre aérodynamique.

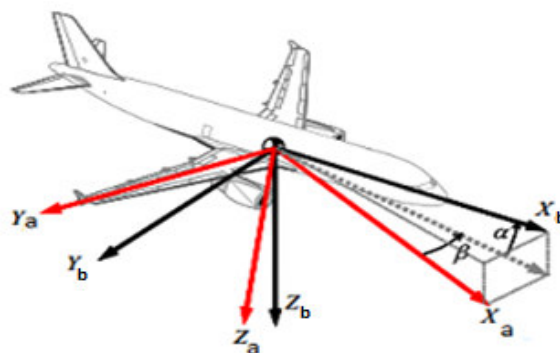


Figure (III.3): Position du trièdre aérodynamique par rapport au trièdre avion : α angle d'incidence et β angle de dérapage.

- b) Position du trièdre avion par rapport au trièdre normal terrestre porté par l'avion :
 Soit le trièdre auxiliaire $O_{XE} Y_E Z_E$ confondu avec le trièdre normal terrestre, amené en coïncidence avec le trièdre avion à l'aide de trois rotations successives :
- _ Une première rotation (angle Ψ),
 - _ Une deuxième rotation (angle θ),
 - _ Et une dernière rotation (angle φ).

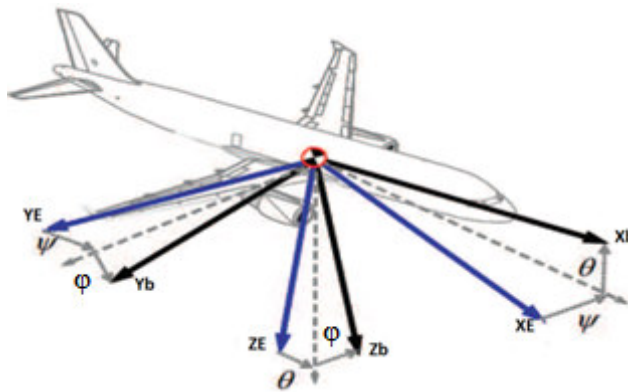


Figure (III.4): Position du trièdre avion par rapport au trièdre terrestre : φ azimut, θ assiette longitudinale et ψ angle de gîte

- Matrice de passage du trièdre avion au trièdre normale terrestre :

$$\begin{bmatrix} X_E \\ Y_E \\ Z_E \end{bmatrix} = [R] * \begin{bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{bmatrix} \quad (III.3)$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos\Psi \cos\theta & \sin\Psi \cos\theta & -\sin\theta \\ \cos\Psi \sin\theta \sin\varphi - \sin\Psi \cos\varphi & \cos\Psi \cos\varphi + \sin\Psi \sin\theta \sin\varphi & \cos\theta \sin\varphi \\ \sin\Psi \sin\theta \sin\varphi + \cos\Psi \sin\theta \cos\varphi & \sin\Psi \sin\theta \cos\varphi - \cos\Psi \sin\varphi & \cos\theta \cos\varphi \end{bmatrix} \quad (III-4)$$

$[R]^{-1}$ est la symétrique de $[R]$ et représente la matrice de passage du trièdre avion au trièdre normal terrestre.

- c) Position du trièdre aérodynamique par rapport au trièdre terrestre :

La position du trièdre aérodynamique $O_{X_a} Y_a Z_a$ par rapport au trièdre normale terrestre $O_{X_E} Y_E Z_E$ est repérée par un système de trois angles d'Euler.

- _ Une première rotation (angle χ)
- _ Une deuxième rotation (angle γ)
- _ Enfin une dernière rotation (angle μ)

Les angles χ, γ, μ sont positifs si ces rotations sont effectuées dans le sens positif des rotations dans un trièdre direct.

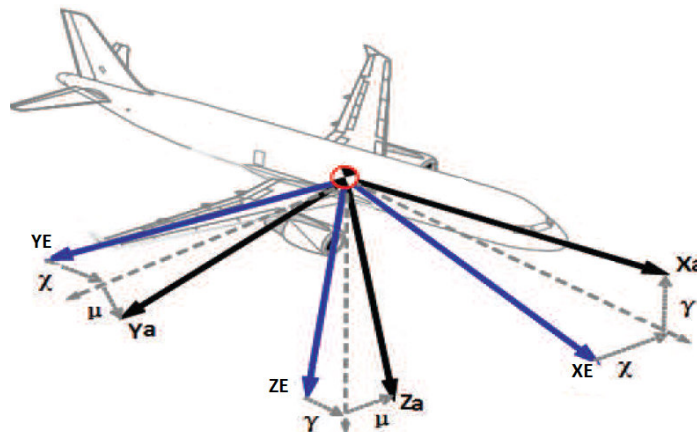


Figure (III.5): Position du trièdre aérodynamique par rapport au trièdre terrestre : χ azimut aérodynamique, γ pente aérodynamique et μ angle de gîte aérodynamique

- La matrice de passage du trièdre aérodynamique au trièdre normal terrestre :

$$\begin{bmatrix} X_E \\ Y_E \\ Z_E \end{bmatrix} = [R'] * \begin{bmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix} \tag{III.5}$$

R'

$$= \begin{bmatrix} \cos X_a \cos Y_a & \sin X_a \cos Y_a & -\sin Y_a \\ \cos X_a \sin Y_a \sin \mu - \sin X_a \cos Y_a & \cos X_a \cos \mu + \sin X_a \sin Y_a \sin \mu & \cos Y_a \sin \mu \\ \sin X_a \sin Y_a + \cos X_a \sin Y_a \cos \mu & \sin X_a \sin Y_a \cos \mu - \cos X_a \sin \mu & \cos Y_a \cos \mu \end{bmatrix} \dots\dots\dots(III-6)$$

$[R0]^{-1}$ est la symétrique de $[R0]$ et représente la matrice de passage du trièdre aérodynamique au trièdre normal terrestre.

III-2) Équations du mouvement :

Avant d’aborder l’étude du comportement des aéronefs, il faut revenir sur les équations qui décrivent leur évolution dans le temps et l’espace pour faire apparaître la complexité du problème et énoncer les hypothèses simplificatrices qui permettront une approche accessible et néanmoins réaliste des phénomènes les plus importants des qualités de vol. [7]

III-2-1) Équations dynamiques :

L’avion est un solide déformable, soumis à des forces externes très variables, dépendant à la fois de sa trajectoire, de son attitude, de ses déformations et de l’action de la

pesanteur terrestre. Il n'est pas nécessaire de prendre en compte simultanément tous les facteurs régissant le mouvement de l'avion. Des hypothèses simplificatrices appropriées au type de problème que l'on cherche à traiter ici sont donc introduites :

Hypothèse 1 : l'avion est un corps rigide à six (6) degrés de liberté, portant un plan de symétrie.

Hypothèse 2 : la masse et la matrice d'inertie de l'avion sont constantes (durant notre étude : $\frac{dm}{dt}=0$).

Hypothèse 3 : la terre est supposée plate et immobile, le repère terrestre est donc galiléen.

III-2-1-1) Etude des forces et des moments extérieurs :

Un avion volant dans l'atmosphère est soumis à des forces et des moments extérieurs associés principalement à la poussée du moteur, la gravité et les effets aérodynamiques qui peuvent s'exprimer dans le trièdre avion tels que :

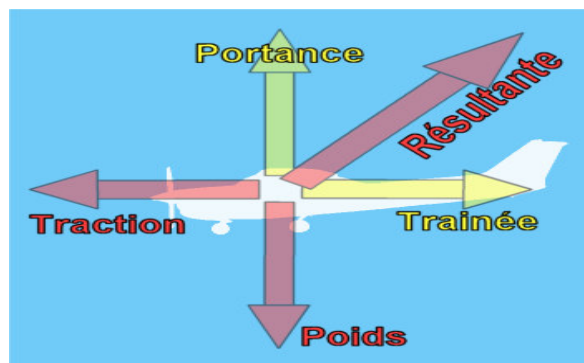


Figure (III.6) : les forces agissant sur l'avion

- a) Force de pesanteur : le poids $m\vec{g}$ est porté par l'axe OZ_0 , d'après la matrice R les composantes du poids $m\vec{g}$ dans le trièdre avion $Ox_b y_b z_b$ sont donc :

$$\begin{cases} \text{Sur l'axe } Ox : -m\vec{g} \sin \theta \\ \text{Sur l'axe } Oy : m\vec{g} \cos\theta \sin\varphi \\ \text{Sur l'axe } Oz : m\vec{g} \cos\theta \cos \varphi \end{cases} \quad (III.7)$$

On peut constater que l'angle d'azimut Ψ n'existe pas dans cette équation, la raison est la supposition que la terre est plate dans l'hypothèse 1.

- b) Les forces aérodynamiques : la force aérodynamique présente trois composantes : la trainée D, la portance L, et la force latérale Y ce sont les coefficients C_x, C_y, C_z

$$\begin{cases} \text{sur l'axe } Ox: \frac{1}{2}\rho SV^2 C_x \\ \text{sur l'axe } Oz: \frac{1}{2}\rho SV^2 C_y \\ \text{sur l'axe } Oz: \frac{1}{2}\rho SV^2 C_z \end{cases} \quad (III.8)$$

- c) La force de propulsion : ayant pour composantes $F_{Tx}, \mathbf{0}, F_{Tz}$; pas de composante perpendiculaire au plan de symétrie de l'avion.
- d) Les moments de forces aérodynamiques : le moment aérodynamique résultant des différents actionneurs est en général défini par rapport au centre de poussée des forces aérodynamiques, il a pour composantes :

$$\begin{cases} \text{sur l'axe } Ox: \frac{1}{2}\rho SIV^2 C_l \\ \text{sur l'axe } Oy: \frac{1}{2}\rho SIV^2 C_m \\ \text{sur l'axe } Oz: \frac{1}{2}\rho SIV^2 C_n \end{cases} \quad (III.9)$$

III-2-2) Équations de force :

D'après les hypothèses générales de la mécanique du vol, un repère lié à la terre est supposé galiléen. Pour mémoire, dans un repère galiléen, le théorème de la quantité de mouvement appliqué à un point matériel s'exprime par la relation suivante :

$$\sum \vec{F} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} \quad (III.10)$$

Si on prend en considération les hypothèses précédentes, la relation précédente au cas du système matériel et réécrite sous la forme [10] :

$$\sum \vec{F} = m \frac{d(\vec{V}k)}{dt} \quad (III.11)$$

Dans laquelle :

$\sum \vec{F}$ est la somme des forces extérieures,

m est la masse de l'avion,

$\vec{V}k$ est le vecteur vitesse absolue du centre de masse dans le repère galiléen,

$\frac{d(m\vec{V}k)}{dt}$ est la dérivée du vecteur vitesse de rotation autour du centre de masse par rapport au temps dans le repère galiléen.

Les forces extérieures qui s'appliquent sur l'avion sont : l'effet de la pesanteur : $m\vec{g}$, La résultante des efforts de nature aérodynamique : \vec{Ra} , La résultante des forces de propulsion : \vec{Rp} .

Alors :

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= m\vec{g}_x + \vec{F}_{ax} + \vec{F}_{Tx} = \frac{d(mu)}{dt} \\ \Sigma F_y &= m\vec{g}_y + \vec{F}_{ay} + \vec{F}_{Ty} = \frac{d(mv)}{dt} \\ \Sigma F_z &= m\vec{g}_z + \vec{F}_{az} + \vec{F}_z = \frac{d(mw)}{dt}\end{aligned}\tag{III.12}$$

Par définition, la vitesse absolue, par rapport à un repère lié à la terre, est composée dans le cas d'une atmosphère turbulente de deux termes, le premier étant la vitesse de l'avion par rapport à l'air, le second étant la vitesse de la masse d'air par rapport à la terre

$$\vec{V}\mathbf{k} = \vec{V} + \vec{V}\mathbf{w}\tag{III.13}$$

III-2-2-1) Projection dans le repère avion :

Après avoir exprimé l'accélération du vecteur vitesse aérodynamique absolue dans le repère avion et projeté l'ensemble de la relation dans le repère avion, la relation (III.11) s'écrit :

$$\frac{d\vec{v}}{dt}/\text{avion} + \vec{\Omega}_{\text{avion/terre}} \wedge \vec{V}/\text{avion} + \frac{d\vec{V}\mathbf{w}}{dt}/\text{avion} = \vec{g}/\text{avion} + \frac{\vec{R}\mathbf{a} + \vec{R}\mathbf{p}}{m}/\text{avion}\tag{III.14}$$

Dans laquelle :

\vec{V}/avion est le vecteur vitesse aérodynamique projeté dans le repère avion

$\frac{d\vec{v}}{dt}/\text{avion}$ est la dérivée temporelle du vecteur vitesse aérodynamique dans le repère galiléen projetée dans le repère avion

$\vec{\Omega}_{\text{avion/terre}}$ est le vecteur rotation angulaire du repère lié à l'avion par rapport au repère terrestre (galiléen) projeté dans le repère avion

$\frac{d\vec{V}\mathbf{w}}{dt}/\text{avion}$ est la dérivée temporelle du vecteur vitesse vent dans le repère galiléen projetée dans le repère avion $\frac{d\vec{V}\mathbf{w}}{dt}/\text{avion} = [\gamma_x \ \gamma_y \ \gamma_z]^T$

\vec{g}/avion est le vecteur accélération de pesanteur projeté dans le repère avion $\vec{g}/\text{avion} = [g_x \ g_y \ g_z]^T$

$\vec{R}\mathbf{a}/\text{avion}$ est le vecteur résultant des efforts aérodynamiques projeté dans le repère avion

$$\vec{R}\mathbf{a}/\text{avion} = [X_a \ Y_a \ Z_a]^T$$

$\vec{R}\mathbf{p}/\text{avion}$ est le vecteur résultant des efforts de poussée projeté dans le repère avion

$$\vec{R}\mathbf{p}/\text{avion} = [X_p \ Y_p \ Z_p]^T$$

Alors on remplace le vectoriel dans l'équation (III.14) pour obtenir :

$$\dot{u} - rv + wq + \gamma_x = -g\sin\theta + \frac{X_a + X_p}{m}$$

$$\begin{aligned} \dot{v} + ur - pw + \gamma_y &= g \cos \theta \sin \varphi + \frac{Y_a + Y_p}{m} \\ \dot{w} - qu + vp + \gamma_z &= g \cos \theta \sin \varphi + \frac{Z_a + Z_p}{m} \end{aligned} \quad (III.15)$$

Après simplification :

$$\begin{aligned} m(\dot{u} + qw - rv) + m\gamma_x &= X_a + X_p - mg \sin \theta \\ m(\dot{v} + ru - pw) + m\gamma_y &= Y_a + Y_p + mg \cos \theta \sin \varphi \\ m(\dot{w} + pv - qu) + m\gamma_z &= Z_a + Z_p + mg \cos \theta \cos \varphi \end{aligned} \quad (III.16)$$

III-2-3) Équations de moments :

L'avion étant supposé rigide, le théorème du moment cinétique s'exprime en fonction du vecteur rotation du mobile par rapport à un repère lié à la terre et du tenseur d'inertie. La dérivée du moment cinétique projeté dans le repère avion s'exprime de la façon suivante :

$$[I_G] \frac{d\vec{\Omega}}{dt}_{\text{avion/terre}} + \vec{\Omega}_{\text{avion/terre}} \wedge [I_G] \vec{\Omega}_{\text{avion/terre}} = \sum \vec{Q}_e \quad (III.17)$$

Dans laquelle :

$\sum \vec{Q}_{\text{ext}}$ est la somme des moments extérieurs par rapport au centre de masse :

$[I_G]$ est la matrice d'inertie de l'avion :

$$[I_G] = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} \text{ ou : } \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (III.18)$$

$\vec{\Omega}_{\text{avion/terre}}$ est le vecteur vitesse de rotation autour du centre de masse par rapport au temps dans le repère galiléen projeté dans le repère avion.

$\frac{d\vec{\Omega}}{dt}_{\text{avion/terre}}$ est la dérivée du vecteur vitesse de rotation autour du centre de masse par rapport au temps dans le repère avion projetée dans le repère avion.

Si l'on considère que les moments extérieurs $\sum \vec{Q}_{\text{ext}}$ se décomposent de la façon suivante :

- Le moment dû aux efforts aérodynamiques : \vec{Q}_a
- Le moment dû à la propulsion : \vec{Q}_p

On appelle : $h = I_G \cdot \Omega$

Alors :

$$\left| \frac{dh}{dt}_{x0y0z0} \right| = \frac{dh}{dt}_{xyz} + \vec{\Omega} \wedge \vec{h} \quad (III.19)$$

$$\begin{cases} \frac{dh_x}{dt} = A\dot{p} - F\dot{q} - E\dot{r} \\ \frac{dh_y}{dt} = -F\dot{p} + B\dot{q} - D\dot{r} \\ \frac{dh_z}{dt} = -E\dot{p} - D\dot{q} + C\dot{r} \end{cases} \quad (III.20)$$

On obtient la relation :

$$\begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} La(\dot{\alpha}) & La(\dot{\beta}) \\ Ma(\dot{\alpha}) & Ma(\dot{\beta}) \\ Na(\dot{\alpha}) & Na(\dot{\beta}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} La + L_p \\ Ma + M_p \\ Na + N_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (III.21)$$

Laquelle se simplifie si les termes instationnaires sont nuls :

$$\begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} La + L_p \\ Ma + L_p \\ Na + N_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (III.22)$$

On obtient les 3 équations suivantes :

$$\begin{aligned} \sum L &= A\dot{p} - F\dot{q} - E\dot{r} + qr(C - B) + p(Fr - qE) + D(r^2 - q^2) \\ \sum M &= -F\dot{p} + B\dot{q} - D\dot{r} + pr(A - C) + E(P^2 - r^2) + q(Dp - Fr) \\ \sum N &= -E\dot{p} - D\dot{q} + C\dot{r} + pq(B - A) + r(Eq - Dp) + F(q^2 - p^2) \end{aligned} \quad (III.23)$$

III-2-4) Équations cinématiques :

La vitesse d'un point situé dans un repère mobile $Px_b y_b z_b$ par rapport à un repère fixe est donnée par la relation suivante :

$$\dot{O}M = \dot{O}P + \Omega \wedge \overline{PM} \quad (III.24)$$

Avec :

$$\Omega = p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k} \quad (III.25)$$

La position relative du trièdre avion par rapport au trièdre terrestre est définie par les trois angles : φ, θ, Ψ .

Par conséquent :

$$\Omega = \dot{\Psi}\vec{k}_0 + \dot{\theta}\vec{j}_h + \dot{\varphi}\vec{i} \quad (III.26)$$

Avec : \vec{k}_0 est le vecteur unitaire de l'axe OZ_0

\vec{j}_h est le vecteur unitaire de l'axe OY_h

\vec{i} est le vecteur unitaire de l'axe OX_0

- La matrice de transformation du repère mobile vers le repère terrestre permet d'écrire :

$$\vec{k}_0 = -\sin\theta\vec{i} + \cos\theta \sin\varphi \vec{j} + \cos\theta \cos\varphi \vec{k} \quad (III.27)$$

Par ailleurs :

$$\vec{k}_0 = \cos\varphi \vec{j} - \sin\varphi \vec{k} \quad (III.28)$$

On remplace (III.27) et (III.28) dans (III.26) :

$$\Omega = (-\dot{\Psi} \sin\theta + \dot{\varphi})\vec{i} + (\dot{\Psi} \cos\theta \sin\varphi + \dot{\theta} \cos\varphi)\vec{j} + (\dot{\Psi} \cos\theta \cos\varphi - \dot{\theta} \sin\varphi)\vec{k} \quad (III.29)$$

Ainsi les composants de Ω dans le référentiel avion s'écrivent :

$$\begin{aligned} p &= -\dot{\Psi} \sin\theta + \dot{\varphi} \\ q &= \cos\theta \sin\varphi \dot{\Psi} + \cos\varphi \dot{\theta} \\ r &= \cos\theta \cos\varphi \dot{\Psi} - \sin\varphi \dot{\theta} \end{aligned} \quad (III.30)$$

Ou bien sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\varphi & \cos\theta \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\theta \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} \quad (III.31)$$

L'évolution des angles d'attitude est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= p + \tan\theta (q \sin\varphi + r \cos\varphi) \\ \dot{\theta} &= q \cos\varphi - r \sin\varphi \\ \dot{\Psi} &= \frac{q \sin\varphi + r \cos\varphi}{\cos\theta} \end{aligned} \quad (III.32)$$

On observera que les évolutions de l'angle de roulis et de l'angle d'azimut ne sont pas continues quand l'assiette longitudinale est égale à : $\pm\pi/2$. Aussi quand les évolutions de l'avion seront telles que l'assiette longitudinale pourrait atteindre des valeurs très élevées.

Si on appelle T l'origine du repère terrestre et l'évolution des coordonnées $(x_0, y_0, -H)$ du centre de masse du mobile dans ce repère est donnée par la relation suivante :

$$\frac{d(TG)}{dt} = \vec{V}_K = \vec{V} + \vec{V}_w \quad (III.33)$$

D'où :

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= u_0 + u_{w0} \\ \dot{y}_0 &= v_0 + v_{w0} \\ \dot{H} &= -(w_0 + w_{w0}) \end{aligned} \quad (III.34)$$

Les coordonnées du vecteur vitesse dans le repère terrestre s'écrivent :

$$\begin{cases} \dot{x} = u \cos\Psi \cos\theta + v(-\sin\Psi \cos\varphi + \cos\Psi \sin\theta \sin\varphi) + w(\sin\Psi \sin\theta + \cos\Psi \sin\theta \cos\varphi) \\ \dot{y} = u \sin\Psi \cos\theta + v(\cos\Psi \cos\varphi + \sin\Psi \sin\theta \sin\varphi) + w(-\cos\Psi \sin\theta + \sin\Psi \sin\theta \cos\varphi) \\ \dot{H} = u \sin\theta - v \cos\theta \sin\varphi - w \cos\theta \cos\varphi \end{cases} \dots\dots\dots(III.35)$$

III-2-5) Système non linéaire :

- Equations :

D'après les équations de newton, nous obtenons le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} X = m(\dot{u} + qw - rv + g\sin\theta) \\ Y = m(\dot{v} + ru - pw - g\cos\theta\cos\varphi) \\ Z = m(\dot{w} + pv - qu - g\cos\theta\cos\varphi) \\ L = \dot{p}I_x - I_{xz}(\dot{r} + pq) + (I_z - I_y)qr \\ M = \dot{q}I_y + I_{xz}(p^2 - r^2) + (I_x - I_z)rq \\ N = \dot{r}I_z - I_{xz}\dot{p} + pq(I_y - I_x) + I_{xz}qr \end{cases} \quad (III.36)$$

Avec ces équations, on peut facilement calculer les dérivées de vitesse $\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \dot{p}, \dot{q}$ et \dot{r} , qui sont:

$$\begin{cases} \dot{u} = \frac{X}{m} - qw + rv - g\sin\theta \\ \dot{v} = \frac{Y}{m} - ru + pw + g\cos\theta\sin\varphi \\ \dot{w} = \frac{Z}{m} - pv + qu + g\cos\theta\cos\varphi \\ \dot{p} = \frac{1}{\left(I_x\left(1 - \frac{I_{xz}^2}{I_z}\right)\right)} \left(L + \frac{I_{xz}}{I_z} [N - pq(I_y - I_x) - I_{xz}qr] + I_{xz}pq - (I_z - I_y)qr \right) \\ \dot{q} = \frac{1}{I_y} (M - I_{xz}(p^2 - r^2) - (I_x - I_z)rq) \\ \dot{r} = \frac{1}{\left(I_z\left(1 - \frac{I_{xz}^2}{I_x}\right)\right)} \left(N + \frac{I_{xz}}{I_x} [L + pqI_{xz} - (I_z - I_y)qr] - I_{xz}qr - pq(I_y - I_x) \right) \\ \dot{\theta} = q\cos\varphi - r\sin\varphi \\ \dot{\varphi} = p + r\tan\theta\cos\varphi + q\tan\theta\sin\varphi \\ \dot{\psi} = \frac{1}{\cos\theta} (q\sin\varphi + r\cos\varphi) \end{cases} \quad (III.37)$$

Nous avons besoin de ces équations [11] pour les remplacer dans (III.37) :

- $\frac{X}{m} = X_u(u - u_0) + X_w w + X_{\delta_e} \delta_e$
- $\frac{Y}{m} = Y_v v + Y_{\delta_a} \delta_a + Y_{\delta_r} \delta_r$
- $\frac{Z}{m} = Z_u(u - u_0) + Z_w w + Z_{\delta_e} \delta_e$
- $L = I_x(L_v v + L_p p + L_r r + L_{\delta_a} \delta_a + L_{\delta_r} \delta_r)$ (III.38)
- $M = I_y \left(M_u(u - u_0) M_w w + M_w \left[\frac{Z}{m} - pv + qu + g\cos\theta\cos\varphi \right] + M_q q + M_{\delta_e} \delta_e \right)$
- $N = I_z(N_v v + N_p p + N_r r + N_{\delta_a} \delta_a + N_{\delta_r} \delta_r)$

Par conséquent, on obtient les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \bullet \dot{u} = X_u(u - u_0) + X_w w + X_{\delta_e} \delta_e - q w + r v - g \sin \theta \\
 \bullet \dot{v} = Y_v v + Y_{\delta_a} \delta_a + Y_{\delta_r} \delta_r - r u + p w + g \cos \theta \sin \varphi \\
 \bullet \dot{w} = Z_u(u - u_0) + Z_w w + Z_{\delta_e} \delta_e - p v + q u + g \cos \theta \cos \varphi \\
 \bullet \dot{p} = \frac{1}{\left(I_x \left(1 - \frac{I_{xz}^2}{I_z}\right)\right)} \left(\left(I_x (L_v v + L_p p + L_r r + L_{\delta_a} \delta_a + L_{\delta_r} \delta_r) \right) + \frac{I_{xz}}{I_z} \left[I_z (N_v v + N_p p + N_r r + N_{\delta_a} \delta_a + N_{\delta_r} \delta_r) - p q (I_y - I_x) - I_{xz} q r \right] + I_{xz} p q - (I_z - I_y) q r \right) \\
 \bullet \dot{q} = \frac{1}{I_y} \left(\left(I_y \left(M_u (u - u_0) M_w w + M_w \left[\frac{Z}{m} - p v + q u + g \cos \theta \cos \varphi \right] + M_q q + M_{\delta_e} \delta_e \right) \right) - I_{xz} (p^2 - r^2) - (I_x - I_z) r q \right) \\
 \bullet \dot{r} = \frac{1}{I_z \left(1 - \frac{I_{xz}^2}{I_x}\right)} \left(I_z (N_v v + N_p p + N_r r + N_{\delta_a} \delta_a + N_{\delta_r} \delta_r) + \frac{I_{xz}}{I_x} \left[I_x (L_v v + L_p p + L_r r + L_{\delta_a} \delta_a + L_{\delta_r} \delta_r) + p q I_{xz} - (I_z - I_y) q r \right] - I_{xz} q r - p q (I_y - I_x) \right)
 \end{array} \right. \dots\dots\dots(III.39)$$

Ceci, est un modèle non-linéaire, couplé et variable dans le temps.

III-3) Linéarisation des équations :

On décompose le mouvement entre l'état d'équilibre de référence identifié par l'indice 0 et les écarts par rapport à cet état (perturbations), identifiés par le préfixe Δ. L'état de référence étant un mouvement rectiligne uniforme ; $p_0 = q_0 = r_0 = 0$

On suppose que :

- l'état de référence est un vol symétrique, de sorte que $v_0 = \varphi_0 = 0$.
- On prend $w_0 = 0$ en alignant l'axe x avec le vecteur vitesse à l'équilibre (trièdre avion de stabilité) et $\Psi_0 = 0$ en choisissant la direction x_0 du repère sol dans le plan de symétrie de l'avion.
- le moment cinétique est suffisamment faible pour être négligé, et que l'atmosphère est au repos (vent nul).

III-3-1) La théorie des petites perturbations :

En appliquant la théorie des petites perturbations nous supposons que le principe de mouvement de l'avion se compose de petites déviations sur les conditions de vol,

toutes les variables dans les équations du mouvement sont remplacées par une référence de valeur plus une perturbation.

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u} & \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \Delta\mathbf{v} & \mathbf{w} = \mathbf{w}_0 + \Delta\mathbf{w} \\
 \mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \Delta\mathbf{p} & \mathbf{q} = \mathbf{q}_0 + \Delta\mathbf{q} & \mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \Delta\mathbf{r} \\
 X = X_0 + \Delta X & Y = Y_0 + \Delta Y & Z = Z_0 + \Delta Z \\
 M = M_0 + \Delta M & N = N_0 + \Delta N & L = L_0 + \Delta L \\
 \varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi & \theta = \theta_0 + \Delta\theta & \Psi = \Psi_0 + \Delta\Psi \\
 \delta = \delta_0 + \Delta\delta & &
 \end{array} \quad (III.40)$$

Les conditions de vol de référence sont supposées pour être symétriques et les forces de propulsion sont supposées rester constantes.

Si nous introduisons la notation des petites perturbations dans les équations du mouvement, nous pourrions simplifier l'équation du mouvement. Prenons l'exemple de l'équation des forces X :

$$X - mg \sin \theta = m(\dot{u} + qw - rv) \quad (III.41)$$

Son remplacement par les variables des petites perturbations est :

$$X_0 + \Delta X - mg \sin(\theta_0 + \Delta\theta) = m\left[\frac{d}{dt}(u_0 + \Delta u) + (q_0 + \Delta q)(w_0 + \Delta w) - (r_0 + \Delta r)(v_0 + \Delta v)\right] \quad (III.42)$$

Alors l'équation X devient :

$$X_0 + \Delta X - mg \sin(\theta_0 + \Delta\theta) = m\Delta\dot{u} \quad (III.43)$$

Cette équation peut être réduite en appliquant les formules trigonométriques suivantes :

$$\sin(\theta_0 + \Delta\theta) = \sin \theta_0 \cos \Delta\theta + \cos \theta_0 \sin \Delta\theta = \sin \theta_0 + \Delta\theta \cos \theta_0 \quad (III.44)$$

Par conséquent :

$$X_0 + \Delta X - mg(\sin \theta_0 + \Delta\theta \cos \theta_0) = m\Delta\dot{u} \quad (III.45)$$

Si toutes les perturbations sont égales à zéro dans l'équation ci-dessus nous aurons la condition de vol de référence :

$$X_0 - mg \sin \theta_0 = 0 \quad (III.46)$$

Cela réduit l'équation de force X :

$$\Delta X - mg\Delta\theta \cos \theta_0 = m\Delta\dot{u} \quad (III.47)$$

La force ΔX est le changement dans la force aérodynamique et de propulsion dans la direction X et peut être exprimée au moyen d'une série de Taylor en ce qui concerne les variables de la perturbation, si nous supposons que ΔX est une fonction uniquement de u, w, δ_e et δ_T alors ΔX pourra être exprimée par :

$$\Delta X = \frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \quad (III.48)$$

Ou : $\partial X/\partial u$, $\partial X/\partial w$, $\partial X/\partial \delta_e$ et $\partial X/\partial \delta_T$ sont appelées dérivées de stabilité et sont évaluées à la condition de vol de référence, les variables δ_e et δ_T sont le changement de l'angle de l'elevator et le réglage de la manette des gaz respectivement.

On remplace cette expression dans l'équation (III.47):

$$\frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T - mg \Delta \theta \cos \theta_0 = m \Delta \dot{u} \quad (III.49)$$

Ou bien:

$$\left(m \frac{d}{dt} - \frac{\partial X}{\partial u} \right) \Delta u - \left(\frac{\partial X}{\partial w} \right) \Delta w + (mg \cos \theta_0) \Delta \theta = \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \quad (III.50)$$

L'équation peut être réécrite en une forme plus commode en divisant par le biais de la masse m de :

$$\left(\frac{d}{dt} - X_u \right) \Delta u - X_w \Delta w + (g \cos \theta_0) \Delta \theta = X_{\delta_e} \Delta \delta_e + X_{\delta_T} \Delta \delta_T \quad (III.51)$$

Ou : $X_u = \frac{\partial X/\partial u}{m}$, $X_w = \frac{\partial X/\partial w}{m}$...ect : les dérivées aérodynamiques divisées par la masse de l'avion.

Le changement des forces aérodynamiques et des moments est en fonction du mouvement des variables $\Delta u, \Delta w$...ect) les dérivées aérodynamiques qui sont généralement les plus importantes pour l'analyse de mouvement d'avions classiques sont données ci-dessous. [12]

$$\begin{aligned} \Delta X &= \frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \\ \Delta Y &= \frac{\partial Y}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial Y}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial Y}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial Y}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r \\ \Delta Z &= \frac{\partial Z}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial Z}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial Z}{\partial \dot{w}} \Delta \dot{w} + \frac{\partial Z}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial Z}{\partial \delta_e} \delta_e + \frac{\partial Z}{\partial \delta_T} \delta_T \end{aligned} \quad (III.52)$$

Et :

$$\begin{aligned} \Delta L &= \frac{\partial L}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial L}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial L}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial L}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial L}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a \\ \Delta M &= \frac{\partial M}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial M}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial M}{\partial \dot{w}} \Delta \dot{w} + \frac{\partial M}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial M}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial M}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \\ \Delta N &= \frac{\partial N}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial N}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial N}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial N}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial N}{\partial \delta_a} \delta_a \end{aligned} \quad (III.53)$$

III-3-2) La linéarisation des petites perturbations des équations latérales et longitudinales :

III-3-2-1) Les équations longitudinales :

$$\left(\frac{d}{dt} - X_u \right) \Delta u - X_w \Delta w + (g \cos \theta_0) \Delta \theta = X_{\delta_e} \Delta \delta_e + X_{\delta_T} \Delta \delta_T$$

$$-Z_u \Delta u + \left((1 - Z_{\dot{w}}) \frac{d}{dt} - Z_w \right) \Delta w - \left((u_0 + Z_q) \frac{d}{dt} - g \sin \theta_0 \right) \Delta \theta = Z_{\delta_e} \Delta \delta_e + Z_{\delta_T} \Delta \delta_T$$

$$-M_u \Delta u - \left(M_{\dot{w}} \frac{d}{dt} + M_w \right) \Delta w + \left(\frac{d^2}{dt^2} - M_q \frac{d}{dt} \right) \Delta \theta = M_{\delta_e} \Delta \delta_e + M_{\delta_T} \Delta \delta_T$$

.....(III.54)

III-3-2-2) Les équations latérales directionnelles:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{dt} - Y_v \right) \Delta v - Y_p \Delta p + (u_0 - Y_r) \Delta r - (g \cos \theta_0) \Delta \varphi &= Y_{\delta_r} \Delta \delta_r \\ -L_v \Delta v + \left(\frac{d}{dt} - L_p \right) \Delta p - \left(\frac{I_{xz}}{I_x} \frac{d}{dt} + L_r \right) \Delta r &= L_{\delta_a} \Delta \delta_a + L_{\delta_r} \Delta \delta_r \\ -N_v \Delta v - \left(\frac{I_{xz}}{I_z} \frac{d}{dt} + N_p \right) \Delta p + \left(\frac{d}{dt} - N_r \right) \Delta r &= N_{\delta_a} \Delta \delta_a + N_{\delta_r} \Delta \delta_r \end{aligned}$$

.....(III.55)

III-4) Les équations d'états :

III-4-1) Mode longitudinal :

La linéarisation des équations fondamentales de mouvement longitudinale sont formulées dans l'espace d'état comme $\dot{X} = AX + BU$; ou $X = [\Delta u, \Delta w, \Delta q, \Delta \theta]^T$ sont les vecteurs d'état

et $U = [\Delta \delta_e]^T$: est le vecteur de contrôle. [12]

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{w} \\ \Delta \dot{q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u & Z_w & u_0 & 0 \\ M_u + M_{\dot{w}} Z_u & M_w + M_{\dot{w}} Z_w & M_q + M_{\dot{w}} u_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_e} \\ Z_{\delta_e} \\ M_{\delta_e} + M_{\dot{w}} Z_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} [\Delta \delta_e]$$

.....(III.56)

L'équation d'état en fonction de l'angle d'attaque α est donnée par la relation suivante :

$$\Delta \alpha = \Delta w / u_0 \tag{III.57}$$

La nouvelle équation d'état est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{\alpha} \\ \Delta \dot{q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u / u_0 & Z_\alpha & 1 & 0 \\ M_u + M_{\dot{w}} Z_u & M_w + M_{\dot{w}} Z_w & M_q + M_{\dot{w}} u_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta \alpha \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_e} \\ Z_{\delta_e} \\ M_{\delta_e} + M_{\dot{w}} Z_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} [\Delta \delta_e]$$

.....(III.58)

Les matrices sont donc:

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u / u_0 & Z_\alpha & 1 & 0 \\ M_u + M_{\dot{w}} Z_u & M_w + M_{\dot{w}} Z_w & M_q + M_{\dot{w}} u_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Et : } B = \begin{bmatrix} X_{\delta_e} \\ Z_{\delta_e} \\ M_{\delta_e} + M_w Z_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Avec : } X_u = \frac{\partial X / \partial u}{m} \quad \text{et : } M_u = \frac{\partial M / \partial u}{m}$$

Les lois des dérivées de stabilité du mode longitudinal sont représentées dans le tableau ci-dessous :

Dérivée	Unité S.I	Dérivée	Unité S.I
$X_u = \frac{-(C_{D_u} + 2C_{D_0})QS}{mu_0}$	s ⁻¹	$M_w = C_{m_\alpha} \frac{\bar{c}}{2u_0} \frac{QS\bar{c}}{u_0 I_y}$	s ⁻¹
$X_w = \frac{-(C_{D_\alpha} - C_{L_0})QS}{mu_0}$	s ⁻¹	$M_u = C_{m_u} \frac{(QS\bar{c})}{u_0 I_y}$	(m.s) ⁻¹
$X_{\delta_e} = C_{X_{\delta_e}} QS/m$	m/s ²	$M_{\delta_e} = C_{m_{\delta_e}} (QS\bar{c})/I_y$	(m.s) ⁻¹
$Z_u = \frac{-(C_{L_u} + 2C_{L_0})QS}{mu_0}$	s ⁻¹	$M_q = C_{m_q} \frac{\bar{c}}{2u_0} (QS\bar{c})/I_y$	m ⁻¹
$Z_w = \frac{-(C_{L_\alpha} + C_{D_0})QS}{mu_0}$	s ⁻¹	$M_w = C_{m_\alpha} \frac{(QS\bar{c})}{u_0 I_y}$	s ⁻²
$Z_\alpha = U_0 Z_w$	m/s ²		
$Z_{\delta_e} = C_{Z_{\delta_e}} QS/m$	m/s ²		

Tableau (III.1) : Résumé des dérivées longitudinales.

Avec :

S= la surface de l'aile

C_{D0} : le coefficient de traînée

m : la masse de l'avion

u₀ : la vitesse de l'avion

III-4-2) Mode latérale directionnel :

Les équations fondamentales de mouvement latéral directionnel sont formulées dans l'espace d'état ; ou $X = [\Delta\beta, \Delta p, \Delta r, \Delta\phi]^T$ sont les vecteurs d'état et $U = [\Delta\delta_a, \Delta\delta_r]^T$ sont les vecteurs de contrôle. [12]

$$\dot{X} = AX + BU$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{v} \\ \Delta\dot{p} \\ \Delta\dot{r} \\ \Delta\dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & Y_p & -(u_0 - Y_r) & g \cos \theta_0 \\ L_v & L_p & L_r & 0 \\ N_v & N_p & N_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & Y_{\delta_r} \\ L_{\delta_a} & L_{\delta_r} \\ N_{\delta_a} & N_{\delta_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_a \\ \Delta\delta_r \end{bmatrix} \quad (III.59)$$

L'équation d'état en fonction de l'angle de dérappage β est donnée par la relation suivante :

$$\Delta\beta \approx \tan^{-1} \frac{\Delta v}{u_0} = \frac{\Delta v}{u_0} \tag{III.60}$$

Donc :

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\beta} \\ \Delta\dot{p} \\ \Delta\dot{r} \\ \Delta\dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{u_0} & \frac{Y_p}{u_0} & -\left(1 - \frac{Y_r}{u_0}\right) & \frac{g \cos \theta_0}{u_0} \\ L_\beta & L_p & L_r & 0 \\ N_\beta & N_p & N_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta\varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{Y_{\delta r}}{u_0} \\ L_{\delta a} & L_{\delta r} \\ N_{\delta a} & N_{\delta r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_a \\ \Delta\delta_r \end{bmatrix} \tag{III.61}$$

Les lois des dérivées de stabilité du mode latéral directionnel sont représentées dans le tableau ci-dessous :

Dérivée	Unité S.I	dérivée	Unité S.I
$Y_\beta = C_{Y\beta}QS/m$	m/s ²	$N_{\delta a} = C_{n\delta a}QSb/I_z$	s ⁻²
$Y_p = \frac{C_{Yp}b}{(2u_0)QS}/m$	m/s	$N_{\delta r} = C_{n\delta r}QSb/I_z$	s ⁻²
$Y_r = \frac{C_{Yr}b}{(2u_0)QS}/m$	m/s	$L_\beta = \frac{C_{l\beta}b}{(2u_0)QSb}/I_x$	s ⁻²
$Y_{\delta r} = C_{Y\delta r}QS/m$	m/s ²	$L_p = \frac{C_{lp}b}{(2u_0)QSb}/I_x$	s ⁻¹
$N_\beta = C_{n\beta}QSb/I_z$	s ⁻²	$L_r = \frac{C_{lr}b}{(2u_0)QSb}/I_x$	s ⁻¹
$N_p = \frac{C_{np}b}{(2u_0)QSb}/I_z$	s ⁻¹	$L_{\delta a} = C_{l\delta a}QSb/I_x$	s ⁻²
$N_r = \frac{C_{nr}b}{(2u_0)QSb}/I_z$	s ⁻¹	$L_{\delta r} = C_{l\delta r}QSb/I_x$	s ⁻²

Tableau (III.2) : Résumé des dérivées latérales directionnelles.

CHAPITRE IV :
Techniques
de contrôle

Notons les difficultés de piloter les systèmes mécaniques face au comportement dynamique complexe, perturbation extérieurs, mesure indirectes et bruitées.

Le but du control automatique est de Concevoir un contrôleur (qui sera matérialisé par un circuit électronique ou un programme informatique) transformant la machine réelle en une “machine virtuelle” facile à piloter et peu sensible aux perturbations.

Le contrôleur s’intercale entre la machine et l’opérateur. Il manipule en permanence les commandes réelles en utilisant les mesures réelles et les ordres de l’opérateur.

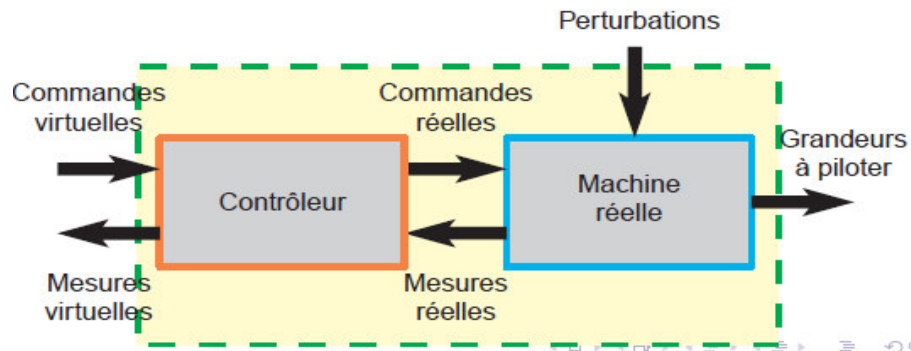


Figure (VI-1) : le control d'une machine

IV-1) La commande PID :

IV-1-1) Définition :

Le régulateur PID (Proportionnel, Intégral, Dérivé) pour (Correcteur, Régulateur, Contrôleur) est une simple implémentation de retour d'information (Feedback). Ayant la capacité d'éliminer la compensation de l'état d'équilibre grâce à l'action intégrale, et il peut anticiper le futur grâce à une action dérivée ou bien se sont des algorithmes de calcul qui délivrent des signaux de commande à partir de la différence entre la consigne et la mesure. [13]

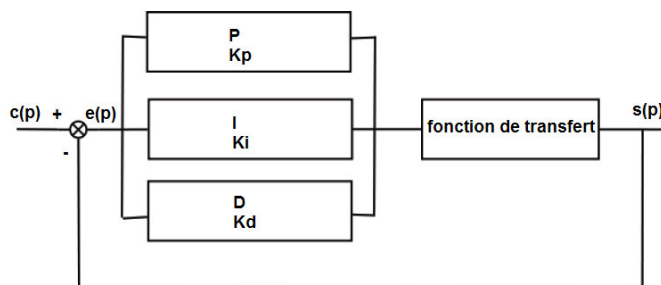


Figure (IV-2) : Asservissement avec régulateur PID

IV-1-2) Système en boucle fermée :

Les parties proportionnelle, intégrale et dérivée peuvent être considérées comme des actions de commande basées sur le présent, le passé et le futur respectivement. L'adaptation de la commande U aux exigences du système en boucle fermée se fait en

sélectionnant de façon appropriée le gain proportionnel Kp , le gain intégral Ki et le gain dérivé Kd .

Le tableau suivant indique le comportement de la boucle fermée lorsque les paramètres augmentent indépendamment les uns des autres. Cependant, il n'existe pas de méthode unique pour déterminer ces paramètres et il est alors nécessaire de réaliser des compromis entre : durée du régime transitoire, dépassement, erreur statique et robustesse.

Paramètres	Temps de montée	Temps de stabilisation	dépassement	Erreur statique
Kp	diminue	augmente	augmente	diminue
Ki	diminue	augmente	augmente	annule
Kd	diminue	diminue	...

Tableau (IV-1) : Influence de l'augmentation des paramètres du PID sur le comportement du système en boucle fermée. [13]

En automatique, l'action du correcteur PID est généralement écrite dans le domaine de Laplace sous la forme d'une fonction de transfert $H_{PID}(s)$ entre l'écart $e(s)$ et le signal de commande $U(s)$:

$$H_{PID}(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = Kp + \frac{Ki}{s} + Kd.s \tag{IV-1}$$

Mais, cette fonction de transfert n'est pas réalisable car le degré de son numérateur est supérieur à celui de son dénominateur. Donc, son action dérivée est toujours filtrée de la façon suivante :

$$Kd.s \longrightarrow \frac{Kd.s}{1 + \frac{Kd}{N}s} \text{ avec } : N > 1 \tag{IV-2}$$

Le choix du paramètre N résulte d'un compromis dans le comportement désiré du système en boucle fermée. En effet, si N est trop grand, l'action dérivée ne sera plus filtrée, ce qui donnera une grande sensibilité du signal de commande par rapport aux bruits de mesure. Et, si N est trop petit, l'effet de l'action dérivée sera quasiment inexistant.

IV-1-2-1) Principe de la commande :

L'idée centrale de ce régulateur est de délivrer un signal de commande à partir de la différence entre une consigne y_{ref} et une mesure y . Soit ϵ l'écart entre y_{ref} et y défini par $\epsilon = y_{ref} - y$, l'expression du signal de commande U généré par un correcteur PID est donnée dans le domaine temporel par :

$$U(t) = Kp.e(t) + Ki \int_0^t e(\tau) d\tau + Kd \frac{de(t)}{dt} \tag{IV-3}$$

Le signal de commande est donc la somme de trois termes : un terme proportionnel à l'erreur, un terme proportionnel à l'intégrale de l'erreur et un terme proportionnel à la dérivée de l'erreur. [14]

a) Proportionnel :

Dans le cas d'un contrôle proportionnel, l'erreur est virtuellement amplifiée d'un certain gain constant qu'il conviendra de déterminer en fonction du système.

$$\text{Consigne}(t) = K_p \cdot \varepsilon(t) \quad (\text{IV-4})$$

L'idée étant d'augmenter l'effet de l'erreur sur le système afin que celui-ci réagisse plus rapidement aux changements de consignes. Plus la valeur de K_p est grande, plus la réponse l'est aussi. En revanche, la stabilité du système s'en trouve détériorée et dans le cas d'un K_p démesuré le système peut même diverger.

b) Intégré :

Nous pouvons ajouter l'intégration de l'erreur au contrôle proportionnel. Dans ce cas nous obtenons une régulation PI (proportionnelle et intégré).

L'erreur entre la consigne et la mesure est ici intégrée par rapport au temps et multipliée par une constante qu'il faudra aussi déterminer en fonction du système.

$$\text{Consigne}(t) = K_p \cdot \varepsilon(t) + K_i \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau \quad (\text{IV-5})$$

Lors d'un simple contrôle proportionnel, il subsiste une erreur statique. Lorsque le système s'approche de sa consigne, l'erreur n'est plus assez grande pour faire avancer le moteur. Le terme intégral permet ainsi de compenser l'erreur statique et fournit, par conséquent, un système plus stable en régime permanent. Plus K_i est élevé, plus l'erreur statique est corrigée.

c) Dérivé :

Pour obtenir un contrôle en PID, il nous faut encore rajouter un terme. Celui-ci consiste à dériver l'erreur entre la consigne et la mesure par rapport au temps et à le multiplier lui aussi par une constante.

$$\text{Consigne}(t) = K_p \cdot \varepsilon(t) + K_i \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau + K_d \frac{d}{dt} \varepsilon(t) \quad (\text{IV-6})$$

Le contrôle PI peut amener à un dépassement de la consigne, ce qui n'est pas toujours très souhaitable. Le terme dérivé permet de limiter cela. Lorsque le système s'approche de la consigne, ce terme freine le système en appliquant une action dans le sens opposé et permet ainsi une stabilisation plus rapide. [14]

IV-2) la commande Linear Quadratic Regulator LQR :**IV-2-1) Formulation du problème de commande à retour d'état :**

Soit le système à régler décrit par le modèle d'état:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{IV-7})$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (\text{IV-8})$$

$x(t)$: vecteur d'état, $\dim x(t) = n \times 1$

$u(t)$: vecteur de commande de dimension : $l \times 1$, ou l est le nombre d'actionneurs.

$y(t)$: vecteur des grandeurs à régler, $\dim y(t) = m \times 1$

A : matrice d'état du système, $\dim A = n \times n$

B : matrice de commande, $\dim B = n \times l$

Le problème est de trouver un retour d'état stabilisant, optimal au sens du compromis rapidité-énergie de commande. Il s'agit donc de trouver la matrice de gain du retour d'état K :

$$u(t) = -K x(t) \quad (IV-9)$$

avec : $\dim K = l \times n$

En boucle fermée, l'équation d'état devient, après calcul de K :

$$(x(\dot{t}))_{bf} = [A-BK]x_{bf}(t) \quad (IV-10)$$

$$y(t) = Cx_{bf}(t) \quad (IV-11)$$

Les conditions initiales sont rejetées d'autant plus rapidement que les valeurs propres de la matrice $(A - B K)$, ont une partie réelle très négative. Les « gains » de la matrice K seront d'autant plus grands que l'on accélère le rejet de perturbation. [15]

IV-2-2) Le critère d'optimalité LQ :

IV-2-2-1) Vitesse de rejet de perturbation :

Soit :

$$J_x = \int_0^{\infty} x^T(t) Q x(t) dt \quad (IV-12)$$

Q : est une matrice symétrique définie non négative : $x^T Q x \geq 0$

C 'est une matrice de pondération : elle donne un poids différent à chaque composant du vecteur d'état dans le critère.

IV-2-2-2) Energie de commande :

De la même façon on peut évaluer l'énergie de commande par le critère :

$$J_u = \int_0^{\infty} u^T(t) R u(t) dt \quad (IV-13)$$

R est une matrice symétrique définie positive : $u^T(t) R u(t) > 0$, si $u(t) \neq 0$. C'est la matrice de pondération de la commande. On peut ainsi affecter un poids différent à chaque composante du vecteur de commande. [15]

IV-2-2-3) Critère de compromis :

$$J_{LQ} = J_x + J_u = \int_0^{\infty} x^T(t) Q x(t) dt + \int_0^{\infty} u^T(t) R u(t) dt \quad (IV-14)$$

Dans ce critère, les matrices Q et R doivent être spécifiées : les performances de la commande dépendent fortement des valeurs numériques des coefficients de ces matrices.

IV-2-2-4) Solution du problème LQR :

Le problème est de calculer la matrice K qui permet de déterminer le retour d'état :
 $u(t) = -Kx(t)$ afin que le critère : (IV-14) soit minimal.

- **Solution:** loi de feedback optimal :

$$u(t) = -Kx(t) \quad (IV-15)$$

$$u(t) = -Q^{-1}B^T S^0 x(t) \quad (IV-16)$$

Où S^0 est l'unique solution symétrique stabilisante de l'équation de « Riccati » algébrique :

$$SA + A^T S - SBR^{-1}B^T S + Q \quad (IV-17)$$

Et la valeur du critère qui lui est associée est : $x^T(0)S^0x(0)$. [16]

CHAPITRE V :
Simulation et
Interprétation
des résultats

L'objet de l'Automatique est de déterminer les propriétés d'un système et d'utiliser ces informations pour obtenir du système à la fois les performances voulues et une immunité accrue aux perturbations.

Après modélisation, la phase d'analyse consiste à déduire les différentes propriétés caractéristiques du système, Ce qui permet de l'asservir, c'est-à-dire d'élaborer son entrée afin que sa sortie présente les performances temporelles et fréquentielles requises. Le calcul d'un correcteur remplissant cette fonction et sa mise en œuvre sont appelés commande du système.

V-1) Présentation du drone :

V-1-1) Mission :

Depuis 1917 au Venezuela, le lac de Maracaibo a été une zone d'extraction de pétrole. Les fuites d'huile continues des tours d'extraction et de pipelines de transport ont affecté négativement son écosystème délicat pendant les derniers 90 ans. Parce que la détection précoce des fuites d'huile aide à minimiser les dommages écologiques et économiques, Petróleos de Venezuela SA (PDVSA) est une société pétrolière qui effectue des patrouilles quotidiennes avec des hélicoptères habités. Ceux-ci ne peuvent fonctionner que dans la lumière du jour et dans de bonnes conditions climatiques et leur activité est relativement coûteuse. [6]

En 2002, la conception d'un véhicule aérien sans pilote pour la conservation écologique (ANCE, pour son sigle espagnol) était lancée comme un projet conjoint entre l'Université nationale polytechnique expérimentale des forces armées (UNEFA) et l'Université Simón Bolívar (USB). La conception préliminaire a été achevée en mai 2003, en utilisant une méthodologie de conception basée sur des estimations, calculs analytiques et statistiques.

L'ANCE est conçu pour transporter 40 kg de charge utile dont un appareil photo de haute technologie composé d'un matériel infrarouge capable de détecter des substances polluantes sur la surface de l'eau et trouver des fuites d'huile pendant le jour ou la nuit, afin d'accomplir deux missions principales simultanément : la surveillance et la photographie aérienne.

V-1-2) les caractéristiques physiques de l'ANCE :

Les caractéristiques massiques	Les données
La masse maximale de décollage	182.055 kg
La masse de la charge maximale	40 kg
Ixx	150 kg.m ²
Iyy	400 kg.m ²
Izz	400 kg.m ²
Ixz	0 kg.m ²

Tableau (V-1): Paramètre de masse de l'ANCE

Les dimensions	Les données
La longueur	4.65 m
L'envergure de l'aile	5.187 m
La surface de l'aile	3.13 m ²

Tableau (V-2) : dimensionnement

Les Performances	Les données
L'altitude	2438 m
La masse volumique	1.165 kg/m ³

Tableau (V-3) : performances de l'ANCE

Les caractéristiques de l'ANCE	Les données
La corde aérodynamique de l'aile	0.60343 m
Le centre de gravité situé a	0.25c
Theta initial	0 rad

Tableau (V-4) : caractéristiques aérodynamiques de l'ANCE.

V-1-3) les quatre vues de l'ANCE:

On représente les quatre vues de l'ANCE ci-dessous :

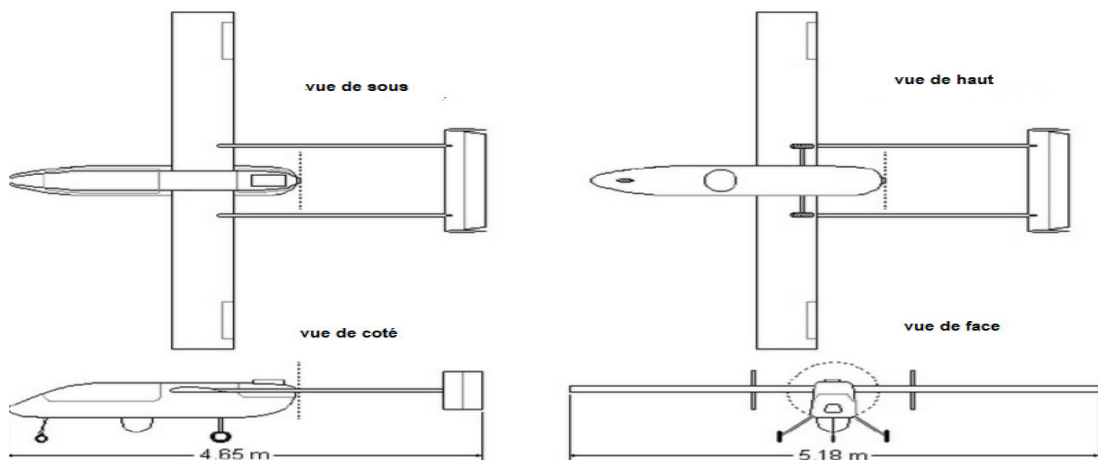


Figure (V-1) : Croquis de l'ANCE.

V-1-4) Les coefficients aérodynamiques du mode longitudinale et latérale directionnel de l'ANCE :

Les coefficients aérodynamiques sont calculés par CMARC, pour le mode longitudinal :

Les coefficients aérodynamiques du mode longitudinal	Les valeurs
$C_{L\alpha}$	0.327
$C_{M\alpha}$	-0.096
$C_{D\alpha}$	0.173
C_{Lq}	5.420
C_{Lp}	6.221
$C_{L\delta e}$	0.630
C_{Mq}	-3.839
C_{Mp}	-18.663
$C_{M\delta e}$	-2.687
$C_{L\dot{\alpha}}$	5.4×10^{-15}
$C_{M\dot{\alpha}}$	-11.956

Tableau (V-5) : coefficients aérodynamiques du mode longitudinal de l'ANCE [6]

Et pour le mode latéral directionnel :

Les coefficients aérodynamiques du mode latéral directionnel	Les valeurs
$C_{Y\beta}$	-0.327
C_{Yp}	-0.005
C_{Yr}	0.421
$C_{Y\delta a}$	-0.003
$C_{Y\delta r}$	-0.281
$C_{l\beta}$	-0.138
C_{lp}	-1.127
C_{lr}	0.211
$C_{l\delta r}$	-0.017
$C_{l\delta a}$	-0.430
$C_{n\beta}$	0.189
C_{np}	-0.032
C_{nr}	-0.526
$C_{n\delta r}$	0.292
$C_{n\delta a}$	0.017

Tableau (V-6) : coefficients aérodynamiques du mode latéral directionnel de l'ANCE

V-1-5) Les dérivées de stabilité du mode longitudinal et latéral directionnel de l'ANCE :

Les dérivées de stabilité du mode longitudinal sont :

Les dérivées dimensionnelles de stabilité longitudinale	Les valeurs
X_u	-0.0263 s^{-1}
X_w	0.0735 s^{-1}
M_u	0 s^{-1}
M_w	-0.0099 m^{-1}
Z_u	-0.3122 s^{-1}
Z_w	-2.5742 s^{-1}
M_w	$-0.5033 \text{ (m.s)}^{-1}$
M_q	-0.7382 s^{-1}
X_{δ_e}	0 m/s^2
Z_{δ_e}	14.3307 m/s^2
M_{δ_e}	-16.7867 s^{-2}

Tableau (V-7) : dérivées de stabilité du mode longitudinal de l'ANCE

Les dérivées de stabilité du mode latéral directionnel sont :

Les dérivées dimensionnelles de stabilité latérale directionnelle	Les valeurs
y_β	-7.4383 m/s^2
y_p	-0.0062 m/s
y_r	0.5212 m/s
L_β	-19.7621 s^{-2}
L_p	-8.7838 s^{-1}
L_r	1.6445 s^{-1}
N_β	10.1496 s^{-2}
N_p	-0.0935 s^{-1}
N_r	-1.5374 s^{-1}
Y_{δ_r}	-6.3920 m/s^2
L_{δ_a}	61.5777 s^{-2}
L_{δ_r}	-2.4345 s^{-2}
N_{δ_a}	-0.9129 s^{-2}
N_{δ_r}	15.6808 s^{-2}

Tableau (V-8) : dérivées de stabilité du mode latéral directionnel de l'ANCE

V-2) Le système non-linéaire :

Les équations du mouvement ci-dessous sont écrites sous cette forme pour être programmées sur MATLAB/SIMULINK :

- $\dot{u} = X_u u - X_u u_0 + X_w w - qw + rv - g \sin \theta$
- $\dot{v} = Y_v v - ru + pw + g \cos \theta \sin \varphi + Y_{\delta_a} \delta_a + Y_{\delta_r} \delta_r$
- $\dot{w} = Z_u u - Z_u u_0 + Z_w w - pv + qu + g \cos \theta \cos \varphi + Z_{\delta_e} \delta_e$
- $\dot{p} = L_v v + L_p p + L_r r - \frac{I_z}{I_x} qr + \frac{I_y}{I_x} qr + L_{\delta_a} \delta_a + L_{\delta_r} \delta_r$

- $\dot{q} = (M_w + M_{\dot{w}}Z_w)w + M_{\dot{w}}Z_u u - M_{\dot{w}}Z_{u_0} u_0 - M_{\dot{w}}pv + M_{\dot{w}}qu + M_{\dot{w}}g \cos\theta \cos\varphi + M_q q - \frac{I_x}{I_y} r q + r q + M_{\dot{w}}Z_{\delta_e} \delta_e + M_{\delta_e} \delta_e$
 - $\dot{r} = N_v v + N_p p + N_r r - p q + \frac{I_x}{I_z} p q + N_{\delta_a} \delta_a + N_{\delta_r} \delta_r$
 - $\dot{\varphi} = p + r \tan\theta \cos\varphi + q \tan\theta \sin\varphi$
 - $\dot{\theta} = q \cos\varphi - r \sin\varphi$
 - $\dot{\Psi} = \frac{1}{\cos\theta} q \sin\varphi + \frac{1}{\cos\theta} r \cos\varphi$
-(V-1)

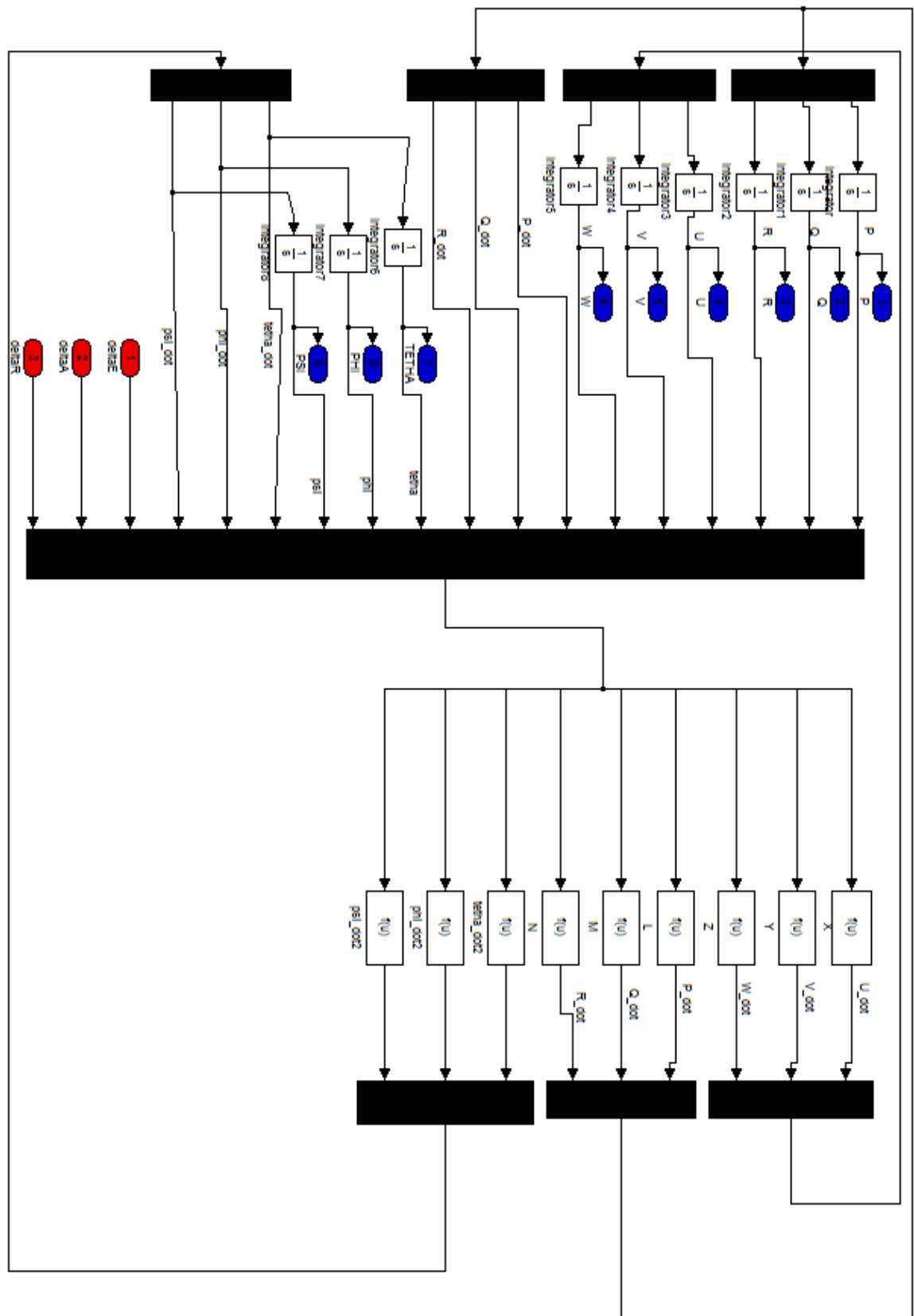


Figure (V-2) : Le modèle non-linéaire du drone

- Les neuf équations sont introduites sur la partie droite du modèle et toutes les variables nécessaires pour les équations sont situées sur la partie gauche, nous avons calculé les dérivées de vitesse et ensuite intégré pour obtenir les nouvelles vitesses le long des trois axes.
- Nous présenterons d'abord les résultats de simulation obtenus lors de l'actionnement des 3 commandes de vol en modèle non-linéaire et linéaire, puis les commenterons dans la partie comparaison entre les deux modèles.

V-2-1) Action sur les gouvernes de profondeur (elevator) :

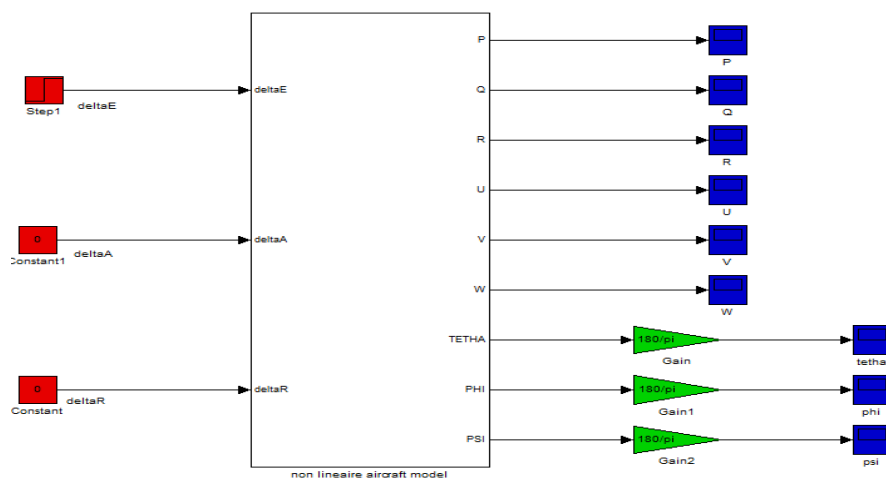
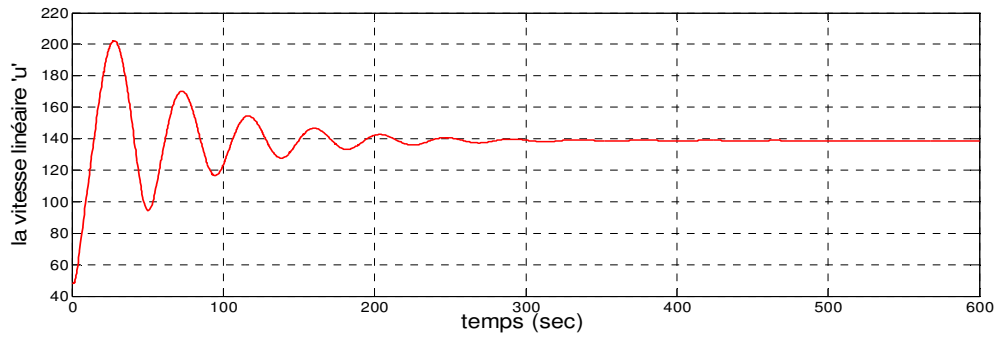


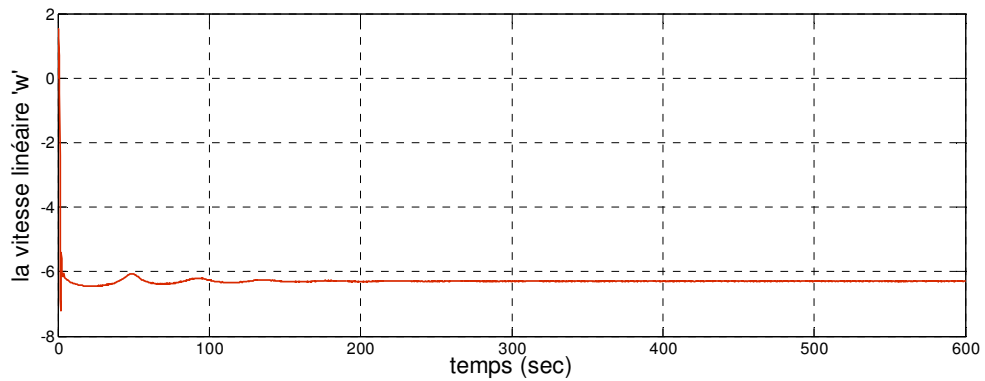
Figure (V-3) : Le modèle non-linéaire avec entrée gouverne de profondeur « elevator »

- Le modèle ci-dessus représente le mode longitudinal car nous avons une seule entrée différente de zéro, ou l'action est appliquée sur la gouverne de profondeur.
- Contrairement au mode linéaire, cette fois-ci, on peut directement passer du cas du vol longitudinal vers le cas latéral-directionnel et aussi, on peut combiner les deux cas pour un éventuel changement du type d'entrée.

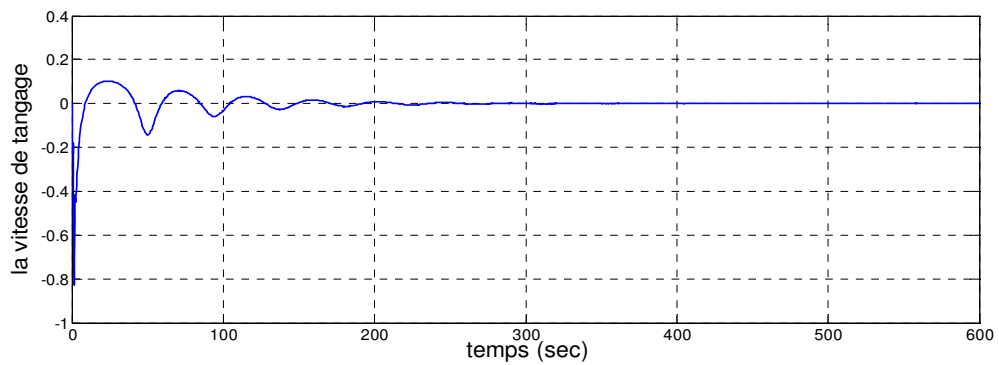
Nous nous intéressons aux paramètres de simulation (u, w, q, θ), et analysons les réponses indicielles du système non-linéaire du vol longitudinal avec une action sur la gouverne de profondeur δ_e :



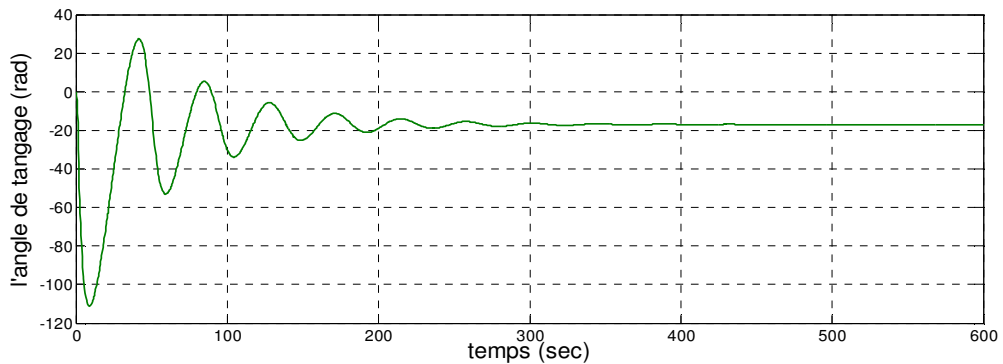
La vitesse linéaire (u)



La vitesse linéaire (w)



La vitesse de tangage (q)



L'angle de tangage (θ)

Figure (V-4) : la réponse du système non-linéaire du mode longitudinal : δ_e = échelon

V-2-2) Action sur gouvernes de gauchissement (les ailerons) :

Nous avons changé maintenant l'entrée, il n'y a pas d'actions sur les gouvernes de profondeur, mais sur les ailerons.

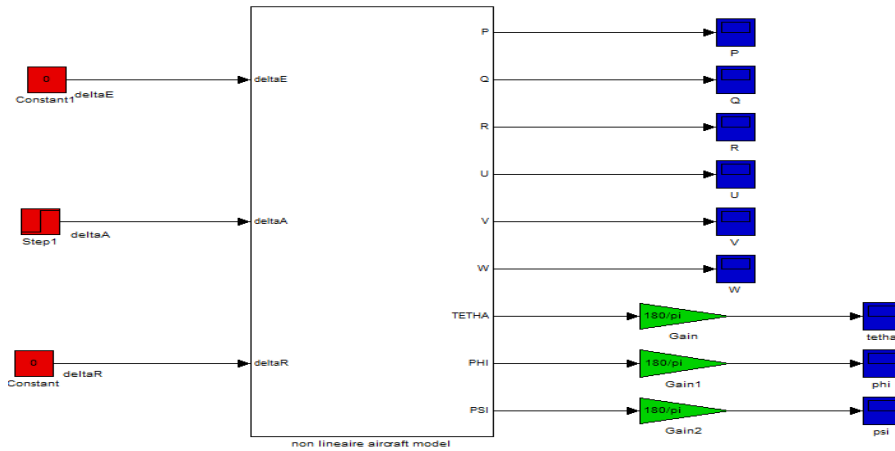
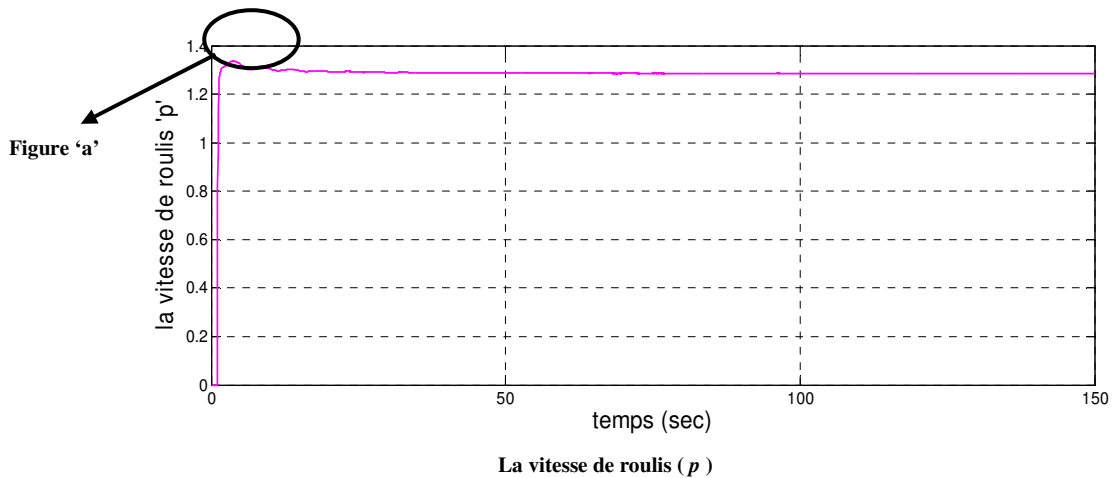
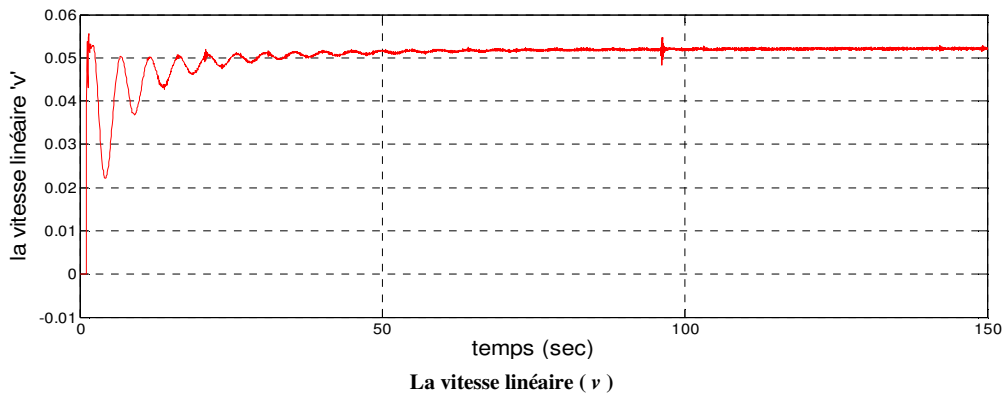
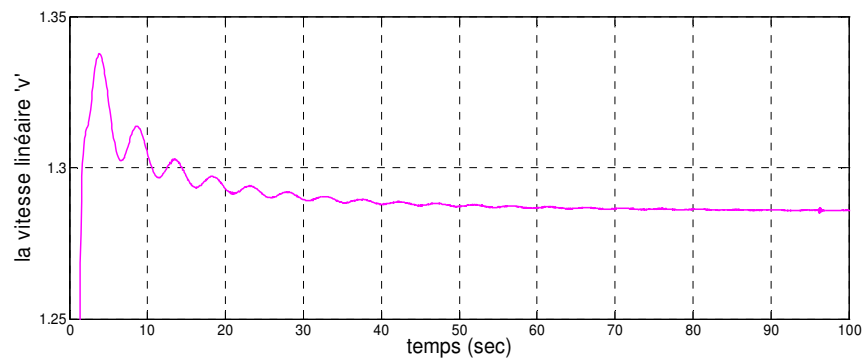


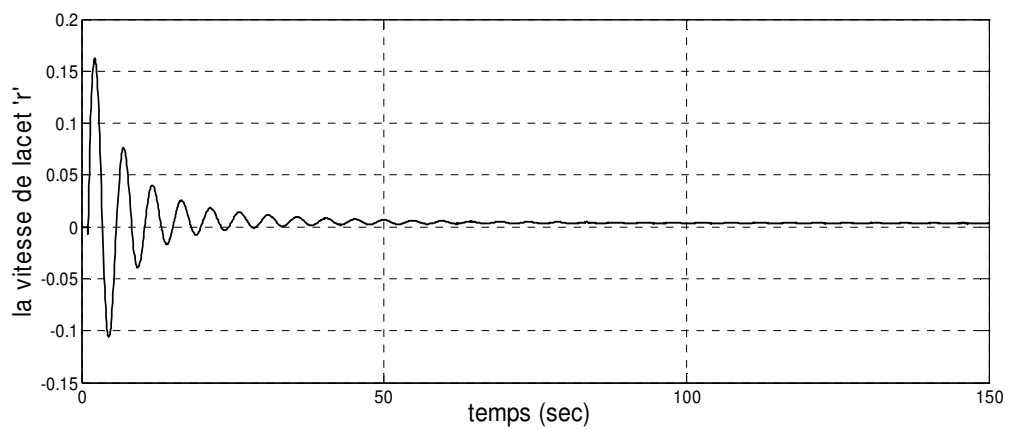
Figure (V-5) : le modèle non linéaire avec entrée gouverne de gauchissement « aileron »

Nous notons les paramètres à simuler (v, p, r, φ, Ψ), et analysons les réponses indicielles du système non-linéaire du mode latéral directionnel avec une action sur la gouverne de gauchissement δ_a :

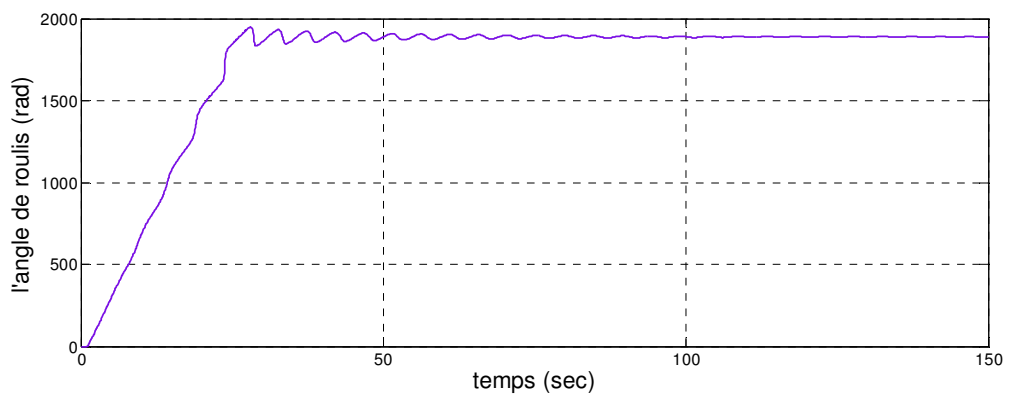




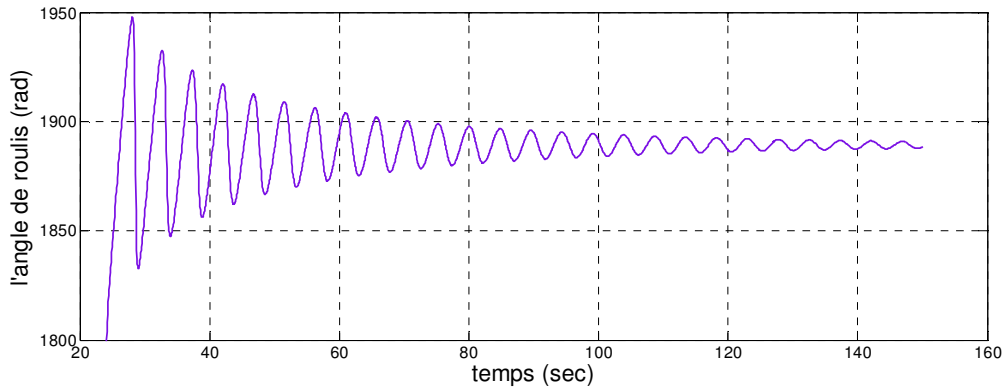
La figure 'a' : le zoom de la figure de la vitesse de roulis



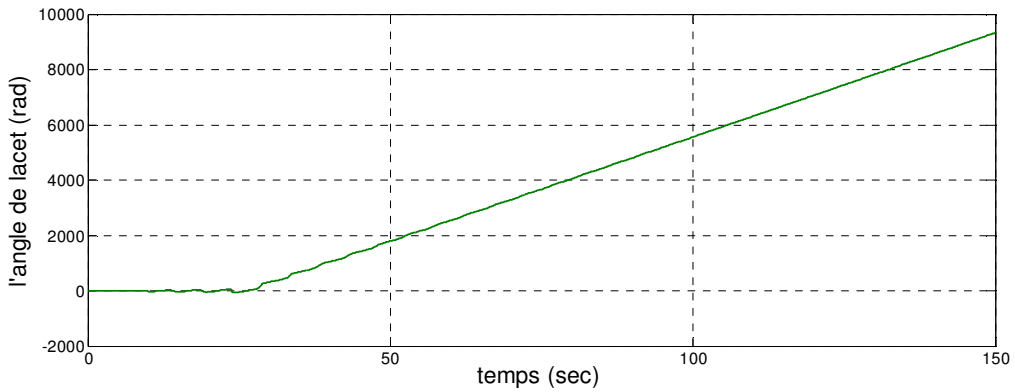
La vitesse de lacet (r)



L'angle de roulis (φ)



L'angle de roulis (φ) avec une diminution de l'échelle



L'angle de lacet (Ψ)

Figure (V-6) : la réponse du système non-linéaire du mode latéral directionnel : $\delta a = \text{échelon}$

V-2-3) Action sur la gouverne de direction (rudder) :

Dans ce cas, nous avons appliqué une action sur la gouverne de direction.

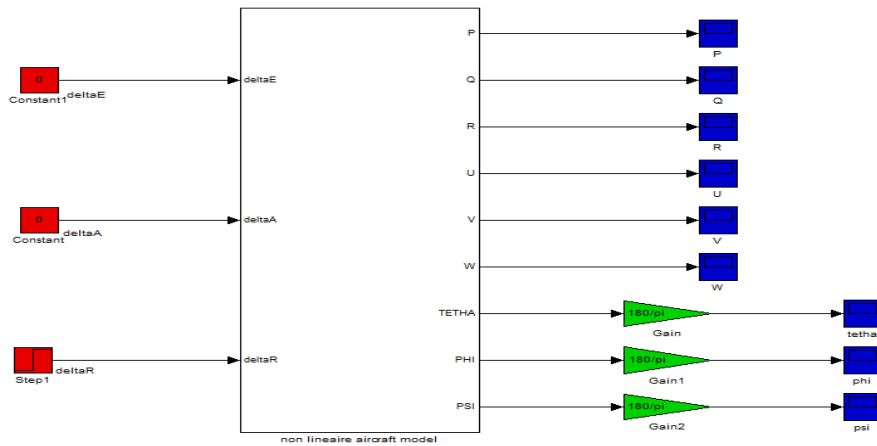
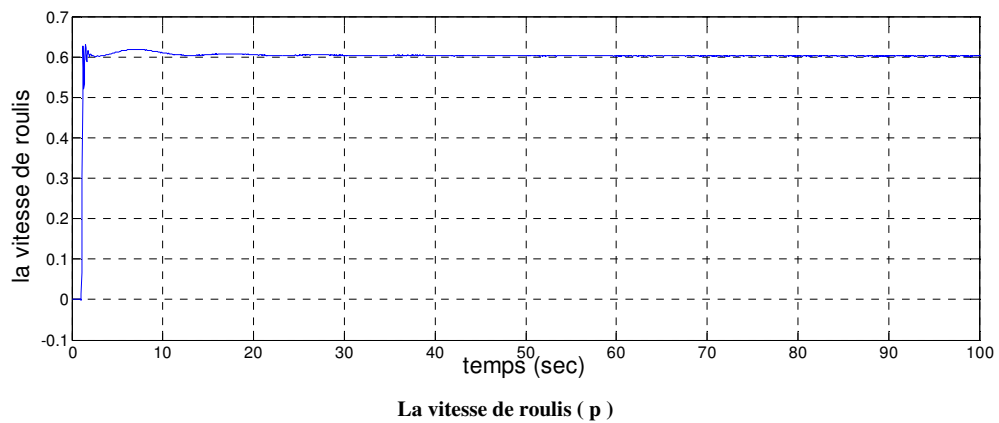
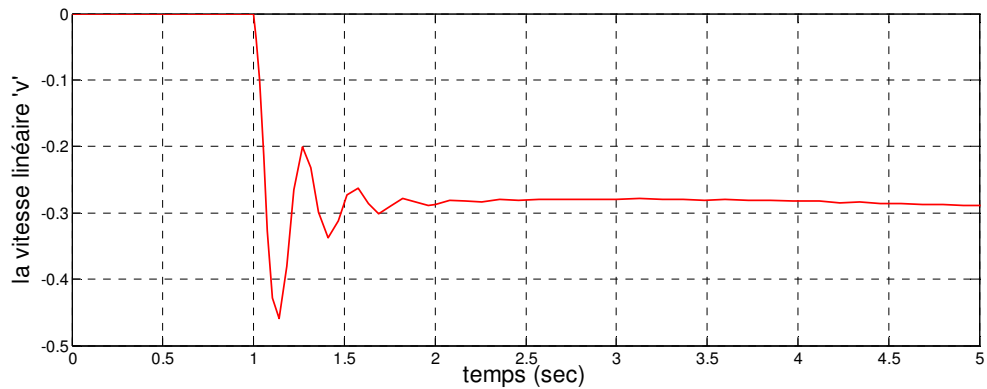
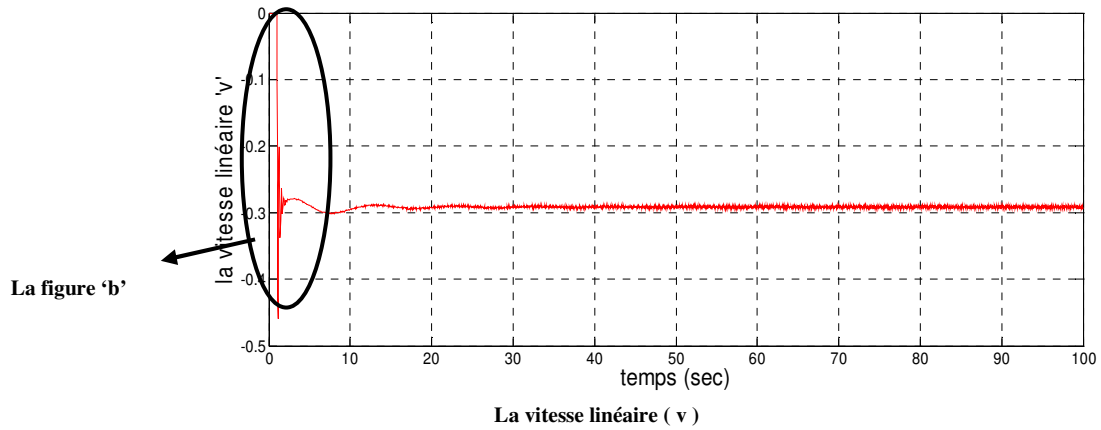


Figure (V-7) : le modèle non linéaire avec entrée gouverne de direction « rudder »

Nous notons les paramètres à simuler (v, p, r, φ, Ψ), et analysons les réponses indicielles du système non-linéaire du vol latéral-directionnel avec une action sur la gouverne de direction δ_r :



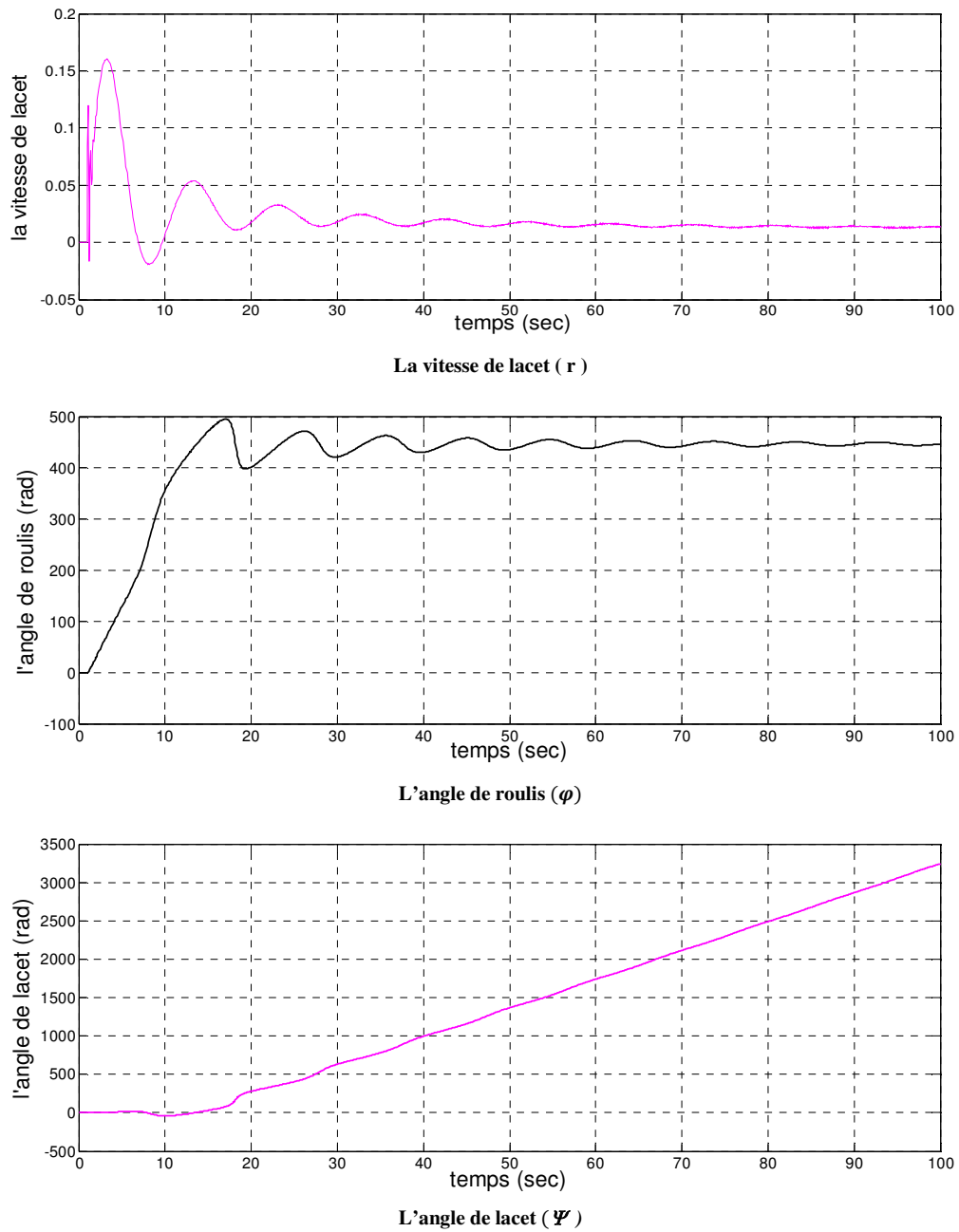


Figure (V-8) : la réponse du système non-linéaire du mode latéral directionnel : $\delta r = \text{échelon}$

V-2-4) Action sur les gouvernes de direction et de gauchissement:

Dans ce cas, nous avons appliqué une action sur les gouvernes de direction et de gauchissement en même temps.

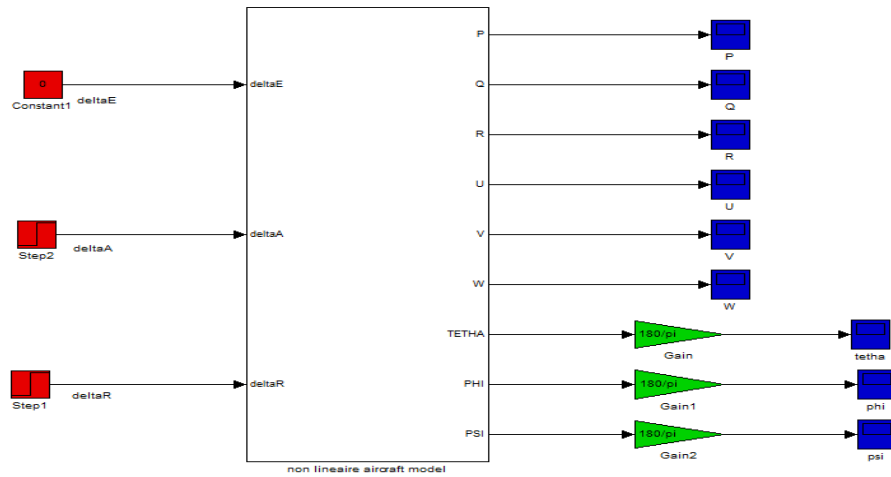
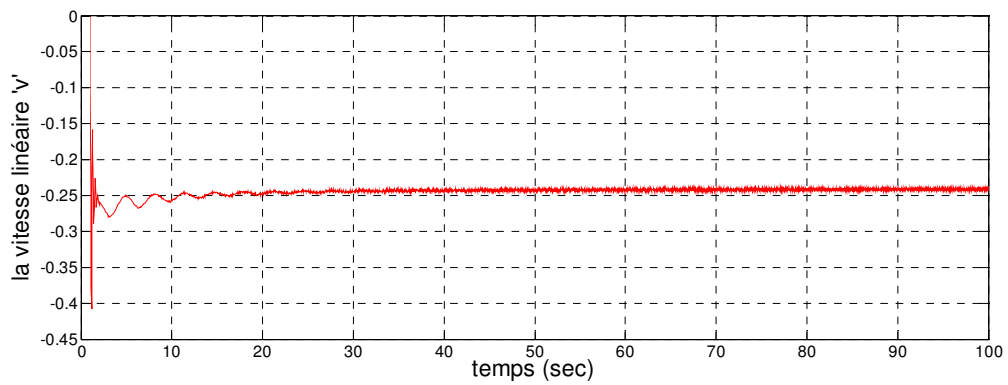
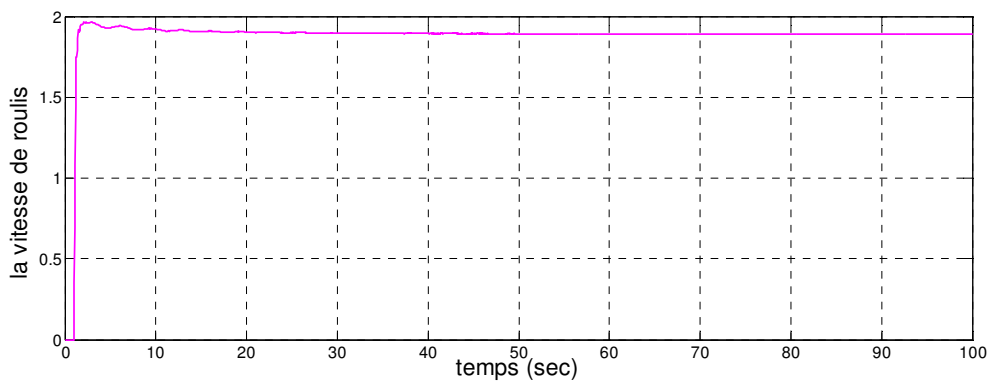


Figure (V-9) : le modèle non linéaire avec deux gouvernes de gauchissement et de direction

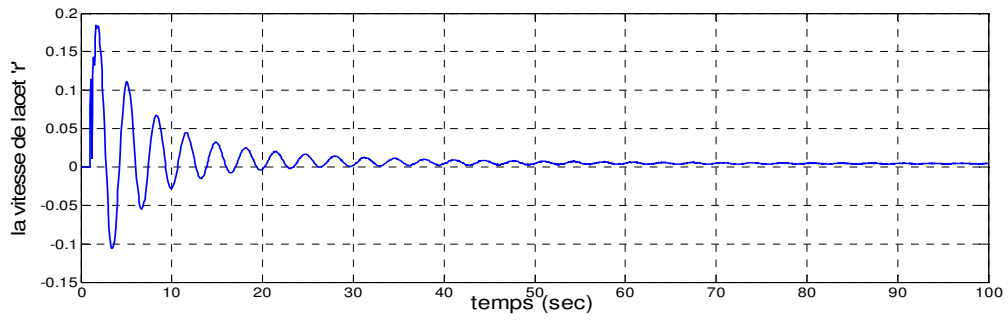
Nous gardons les mêmes paramètres de simulation (v, p, r, φ, Ψ), et analysons les réponses indicielles du système non-linéaire du vol latéral-directionnel avec une action sur les deux entrées des gouvernes de direction δ_r et de gauchissement δ_a :



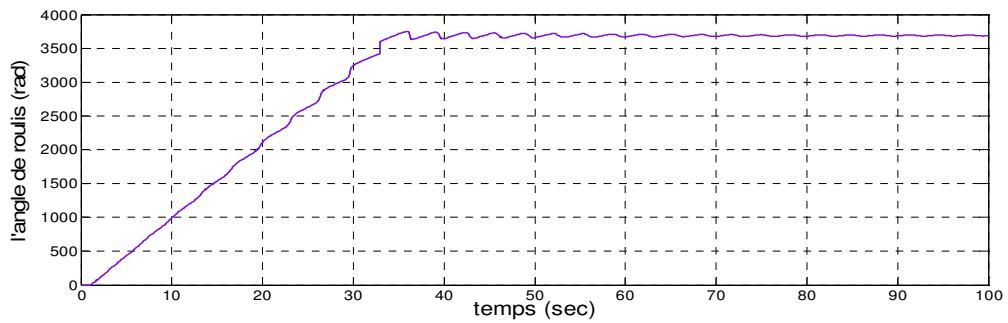
La vitesse linéaire (v)



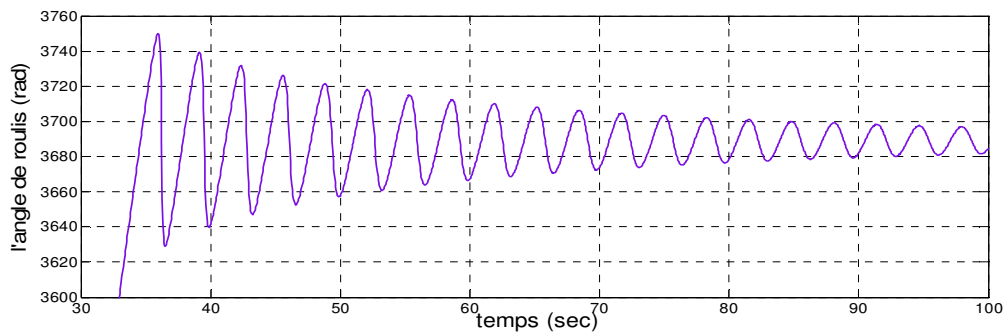
La vitesse de roulis (p)



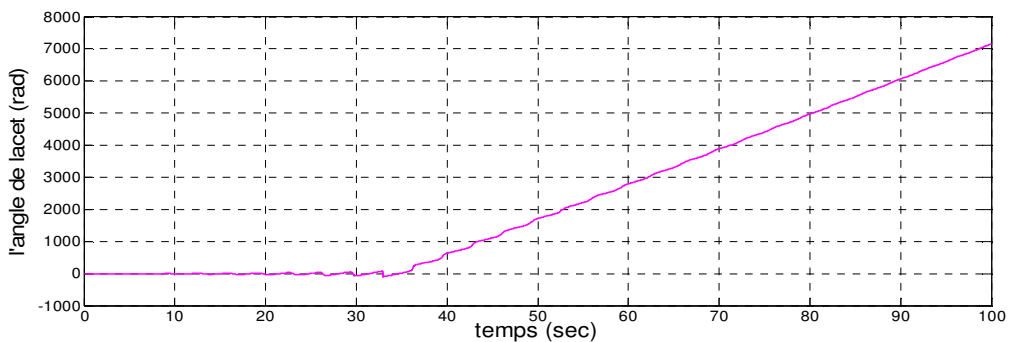
La vitesse de lacet (r)



L'angle de roulis (φ)



L'angle de roulis (φ) avec une diminution de l'échelle



L'angle de lacet (Ψ)

Figure (V-10) : la réponse du système non-linéaire du mode latéral directionnel : $\partial a =$ échelon et $\partial r =$ échelon

V-3) Système linéaire :

D'après les données présentées ci-dessus, on peut déduire la représentation du système des deux cas du vol par l'espace d'état :

A) le vol longitudinal :

La représentation du vol longitudinal en espace d'état est :

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0263 & 0.0736 & 0 & -9.8100 \\ -0.3127 & -2.6027 & 47.6598 & 0 \\ 0.0031 & -0.4778 & -1.2112 & 0 \\ 0 & 0 & 1.000 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 14.3307 \\ -16.9289 \\ 0 \end{bmatrix} [\delta_e]$$

.....(V-2)

$$\begin{aligned} \text{D'où : } A_{long} &= \begin{bmatrix} -0.0263 & 0.0736 & 0 & -9.8100 \\ -0.3127 & -2.6027 & 47.6598 & 0 \\ 0.0031 & -0.4778 & -1.2112 & 0 \\ 0 & 0 & 1.000 & 0 \end{bmatrix} \\ B_{long} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 14.3307 \\ -16.9289 \\ 0 \end{bmatrix} \\ C_{long} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & D_{long} = 0 \end{aligned}$$

B) le vol latéral-directionnel :

La représentation du vol latéral-directionnel en espace d'état est :

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1561 & -0.0001 & -0.9891 & 0.2059 \\ -19.7621 & -8.7838 & 1.6445 & 0 \\ 10.1496 & -0.0935 & -1.5374 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -0.11991 \\ 62.63217 & -2.50528 \\ -0.93948 & 15.9712 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix}$$

..... (V-3)

$$D'où : A_{lat} = \begin{bmatrix} -0.1561 & -0.0001 & -0.9891 & 0.2059 \\ -19.7621 & -8.7838 & 1.6445 & 0 \\ 10.1496 & -0.0935 & -1.5374 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{lat} = \begin{bmatrix} 0 & -0.11991 \\ 62.63217 & -2.50528 \\ -0.93948 & 15.9712 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{lat} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D_{lat} = 0$$

V-3-1) les matrices de transfert du modèle mathématique pour les cas du vol longitudinal et latéral directionnel :

$$G(s) = C(SI - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} [G_{11} & \dots & G_{1m}] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [G_{n1} & \dots & G_{nm}] \end{bmatrix} \quad (V-4)$$

Pour le vol longitudinal :

$$\begin{bmatrix} u(s) \\ w(s) \\ q(s) \\ \theta(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) \\ G_{21}(s) \\ G_{31}(s) \\ G_{41}(s) \end{bmatrix} [\delta_e(s)] \quad (V-5)$$

Avec : δ_e : La commande de gouverne de profondeur « elevator ».

Les équations de transfert de l'entrée gouverne de profondeur « elevator » dans les sorties sont :

$$G_{11}(s) = \frac{u(s)}{\delta_e(s)} = \frac{1.0554s^2 + 107.9322s + 499.4722}{s^4 + 3.8434s^3 + 26.0789s^2 + 0.7296s + 1.5468}$$

$$G_{21}(s) = \frac{w(s)}{\delta_e(s)} = \frac{14.3307s^3 - 789.0472s^2 - 20.7430s - 51.5002}{s^4 + 3.8434s^3 + 26.0789s^2 + 0.7296s + 1.5468}$$

$$G_{31}(s) = \frac{q(s)}{\delta_e(s)} = \frac{-16.9289s^3 - 51.3594s^2 - 1.7245s}{s^4 + 3.8434s^3 + 26.0789s^2 + 0.7296s + 1.5468}$$

$$G_{41}(s) = \frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{-16.9289s^2 - 51.3594s - 1.7245}{s^4 + 3.8434s^3 + 26.0789s^2 + 0.7296s + 1.5468}$$

Pour le vol latéral-directionnel :

$$\begin{bmatrix} \beta(s) \\ p(s) \\ r(s) \\ \varphi(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \\ G_{31}(s) & G_{32}(s) \\ G_{41}(s) & G_{42}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(s) \\ \delta_r(s) \end{bmatrix} \quad (V-6)$$

Avec :

δ_a : La commande de gauchissement (aileron).

δ_r : La commande de gouverne de direction (rudder).

Les équations de transfert de l'entrée « aileron » dans les sorties sont :

$$G_{11}(s) = \frac{\beta(s)}{\delta_a(s)} = \frac{0.9230s^2 + 26.8410s + 19.5081}{s^4 + 10.4773s^3 + 25.3061s^2 + 96.2076s + 2.8190}$$

$$G_{21}(s) = \frac{p(s)}{\delta_a(s)} = \frac{62.6322s^3 + 104.5226s^2 + 625.1885s}{s^4 + 10.4773s^3 + 25.3061s^2 + 96.2076s + 2.8190}$$

$$G_{31}(s) = \frac{r(s)}{\delta_a(s)} = \frac{-0.9395s^3 - 14.2550s^2 - 2.2640s + 127.0661}{s^4 + 10.4773s^3 + 25.3061s^2 + 96.2076s + 2.8190}$$

$$G_{41}(s) = \frac{\varphi(s)}{\delta_a(s)} = \frac{62.6322s^2 + 104.5226s + 625.1885}{s^4 + 10.4773s^3 + 25.3061s^2 + 96.2076s + 2.8190}$$

Les équations de transfert de l'entrée gouverne de direction « rudder » dans les sorties sont :

$$G_{21}(s) = \frac{\beta(s)}{\delta_r(s)} = \frac{-0.1199s^3 - 17.0345s^2 - 141.1462s + 4.6148}{s^4 + 10.4773s^3 + 25.3061s^2 + 96.2076s + 2.8190}$$

$$G_{22}(s) = \frac{p(s)}{\delta_r(s)} = \frac{-2.5053s^3 + 24.3916s^2 + 292.1741s}{s^4 + 10.4773s^3 + 25.3061s^2 + 96.2076s + 2.8190}$$

$$G_{23}(s) = \frac{r(s)}{\delta_r(s)} = \frac{15.9712s^3 + 141.7981s^2 + 10.9947s + 59.7515}{s^4 + 10.4773s^3 + 25.3061s^2 + 96.2076s + 2.8190}$$

$$G_{24}(s) = \frac{\varphi(s)}{\delta_r(s)} = \frac{-2.5053s^2 + 24.3916s + 292.1741}{s^4 + 10.4773s^3 + 25.3061s^2 + 96.2076s + 2.8190}$$

V-3-2) Analyse du système en boucle ouverte :

- *Réponse indicielle* : On applique une variation d'entrée $U(t)$ (échelon) et on observe l'évolution de la variation de la sortie $y(t)$ (la grandeur réglée).
- *Stabilité* : Pour étudier la stabilité du système en boucle ouverte, on doit d'abord calculer ses pôles

V-3-2-1) Le vol longitudinal :

L'équation caractéristique du vol longitudinal est :

$$s^4 + 3.8434s^3 + 26.0789s^2 + 0.7296s + 1.5468 = 0$$

(V-7)

Les racines de l'équation caractéristique sont :

- $\lambda_{1long} = -1.9120 + 4.7212i$ et $\lambda_{2long} = -1.9120 - 4.7212i$: deux pôles complexes et conjugués, avec :

La pulsation naturelle : $\omega_n = 5.09 \text{ rad/s}$,

Le coefficient d'amortissement : $\varepsilon = 0.375$,

Le temps de réponse : $t_s = 4/|-1.9120| = 2.0920s$.

Ce mode s'appelle période courte « Short Period », c'est un mode bien amorti et de haute fréquence, il affecte : w, θ et q .

- $\lambda_{3long} = -0.00967 + 0.244i$ et $\lambda_{4long} = -0.00967 - 0.244i$: deux pôles complexes et conjugués, avec :

La pulsation naturelle : $\omega_n = 0.244 \text{ rad/s}$,

Le coefficient d'amortissement : $\varepsilon = 0.0396$,

Le temps de réponse : $t_s = 4/|-0.00967| = 413.6504s$.

Ce mode s'appelle Phygoïde, c'est un mode faiblement amorti et de faible fréquence, il est oscillatoire et affecte la vitesse linéaire u .

Tenant compte du fait que les deux modes Phygoïde et Short period sont très séparés, il est possible de concevoir des systèmes de commande spécifiques pour chaque mode.

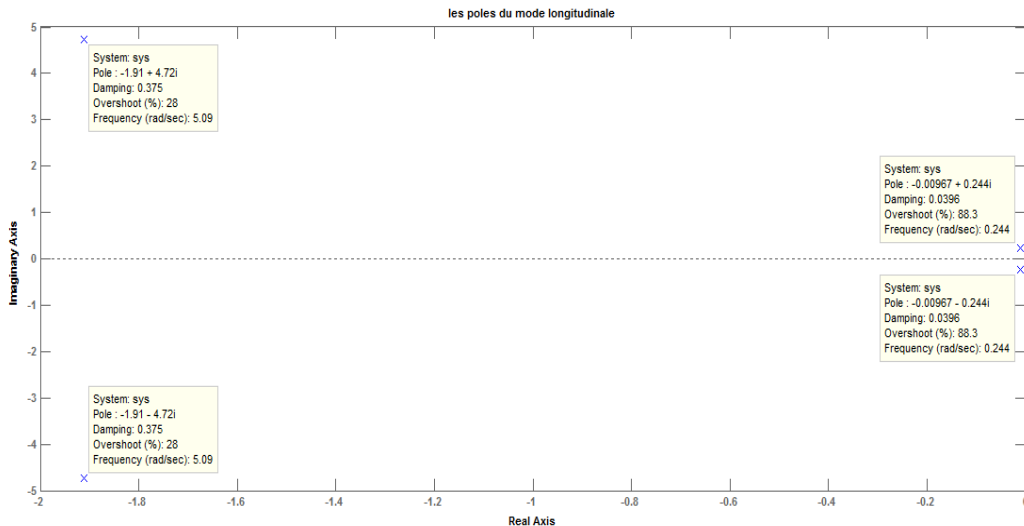


Figure (V-11) : Les pôles du mode longitudinal

On applique le signal d'entrée échelon sur la commande de gouverne de profondeur comme il est montré dans la figure (V-12).

➤ La commande des gouvernes de profondeur (elevator) δ_e :

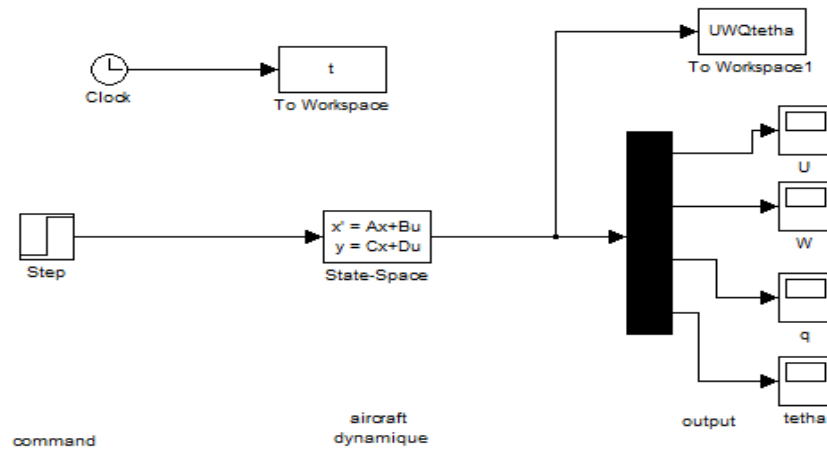
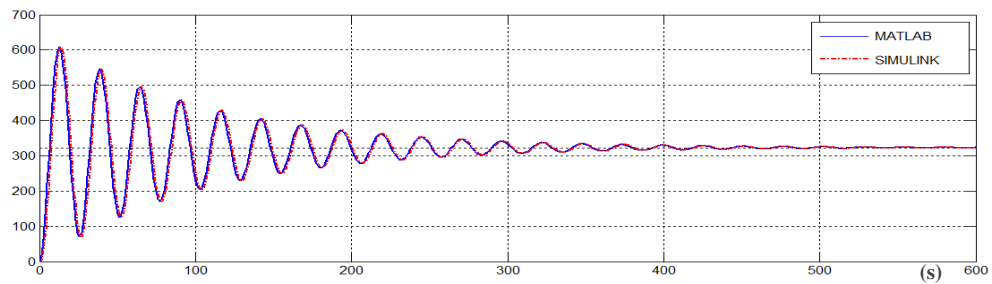
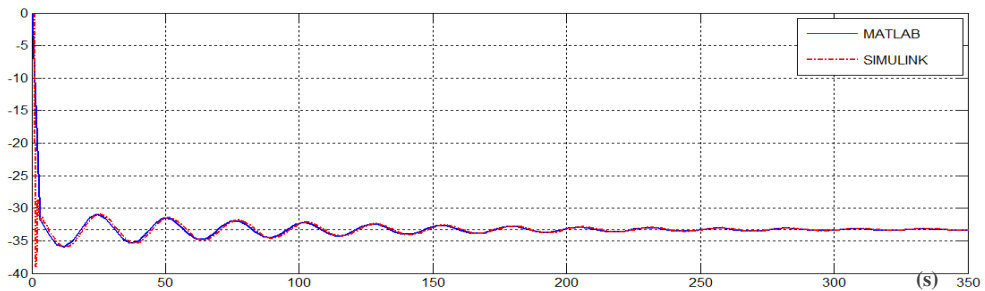


Figure (V-12) : la simulation du mode longitudinal en boucle ouverte sur δ_e

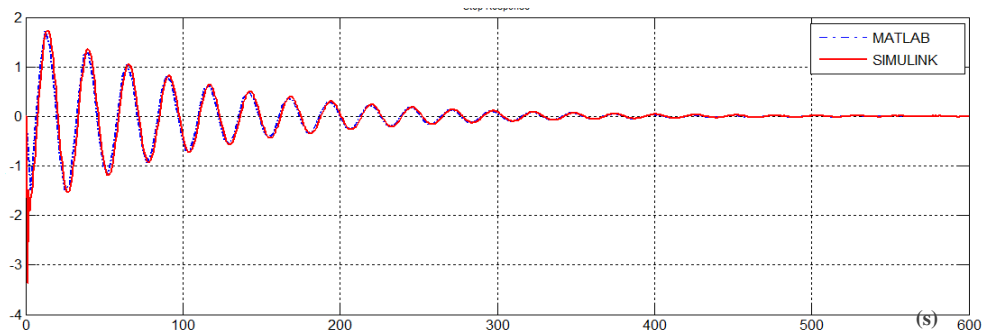
Nous notons les paramètres à simuler (u, w, q, θ), et analysons les réponses indicielles du système:



La vitesse linéaire « u »



La vitesse linéaire « w »



La vitesse de tangage « q »

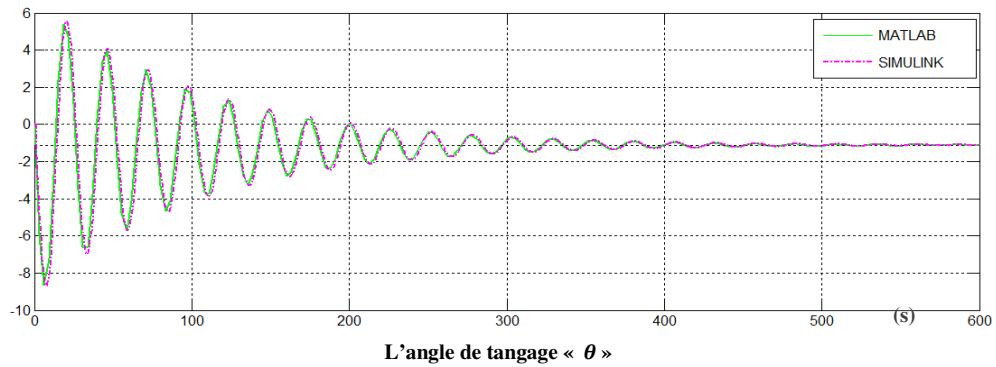


Figure (V-13) : la réponse du système longitudinal : $\delta e = \text{échelon}$

- On remarque que les vitesses linéaires « u » et « w » selon les axes x et z , et l'angle de tangage « θ » sont presque les mêmes avec le système non-linéaire, les valeurs sont différentes car les conditions initiales ne sont pas les mêmes, les entrées n'ont pas les mêmes valeurs avec les sorties dans le cas du système non-linéaire.

V-3-2-2) Le mode latéral directionnel :

L'équation caractéristique du vol latéral-directionnel est :

$$s^4 + 10.4773s^3 + 25.3061s^2 + 96.2076s + 2.8190 = 0 \quad (V-8)$$

Les racines de l'équation caractéristique sont :

- $\lambda_1 = -8.8418$; valeur propre stable qui caractérise le mode roulis pur avec :
 $t_s = 4/|-8.8418| = 0.45239s$,
 Ce mode affecte p et φ .
- $\lambda_2 = -0.8030 + 3.1863i$ et $\lambda_3 = -0.8030 - 3.1863i$ deux pôles complexes et conjugués, qui caractérisent le mode roulis hollandais « dutch roll » avec :

La pulsation naturelle : $\omega_n = 3.29 \text{ rad/s}$,

Le coefficient d'amortissement : $\varepsilon = 0.244$,

Le temps de réponse : $t_s = 4/|-0.8030| = 4.9813s$.

Ce mode est bien amortie et aussi stable.

Le roulis hollandais, présente des oscillations de lacet couplées aux oscillations de roulis.

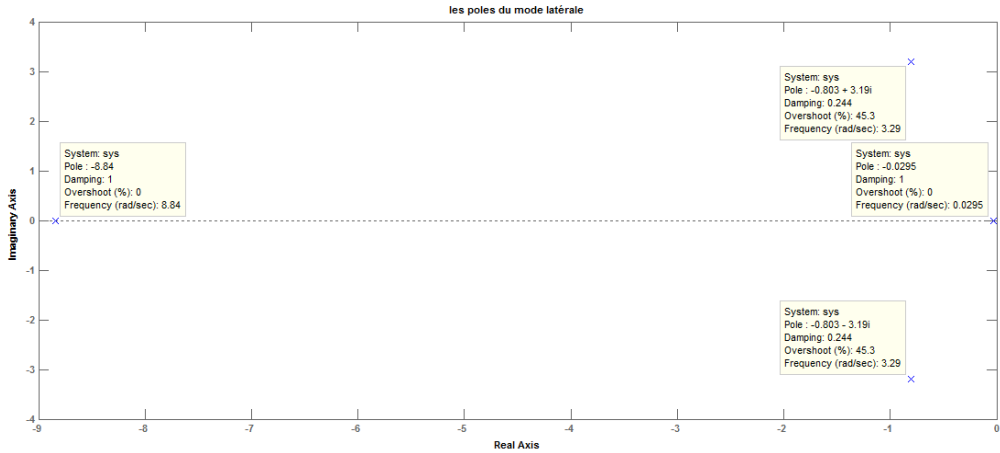


Figure (V-14) : Les pôles du mode latéral directionnel

On applique le signal d'entrée échelon d'abord sur la commande de gauchissement, ensuite sur la commande de gouverne de direction comme il est montré dans les figures (V-15) et (V-17) :

➤ La commande des gouvernes de gauchissement (ailerons) δ_a :

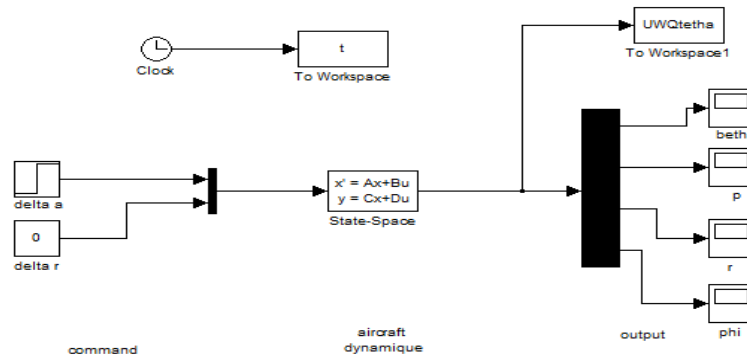
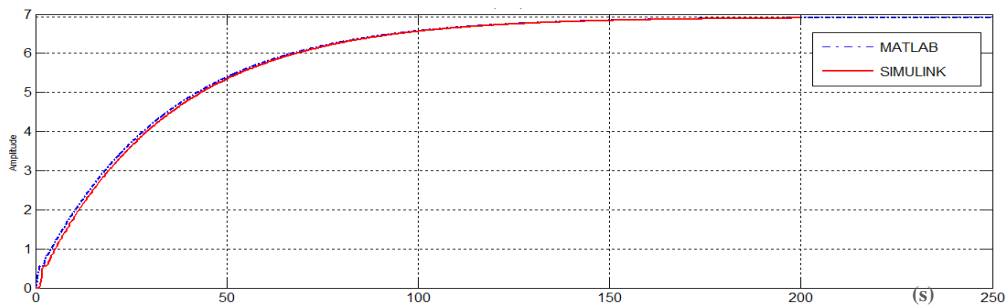


Figure (V-15) : la simulation du mode latéral directionnel en boucle ouverte sur δ_a

Nous notons les paramètres de simulation par (β, p, r, ϕ) , et analysons les réponses indicielles du système :



L'angle de dérapage (β)

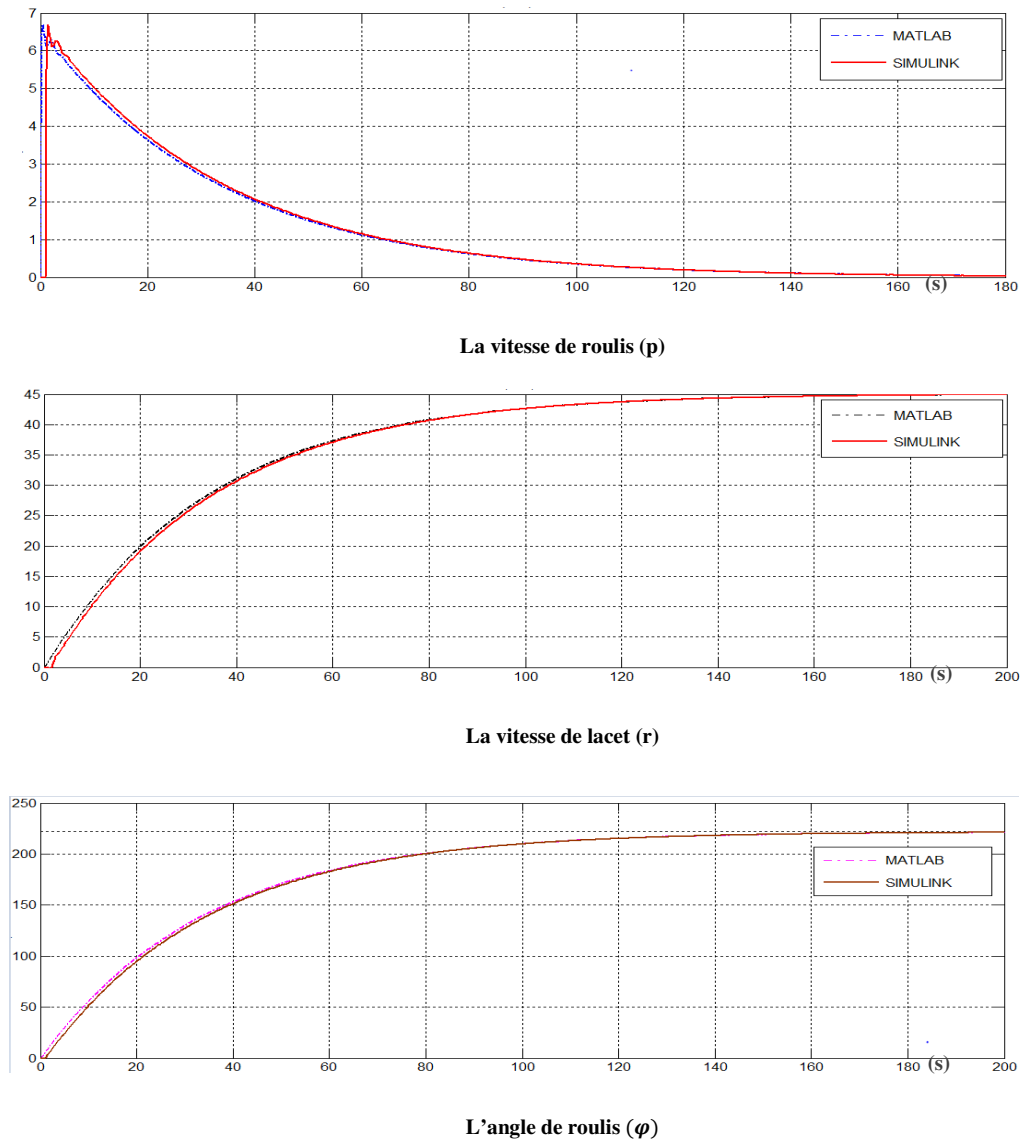


Figure (V-16) : la réponse du système latéral directionnel : $\delta a = \text{échelon}$

➤ La commande des gouvernes de direction (rudder) δ_r :

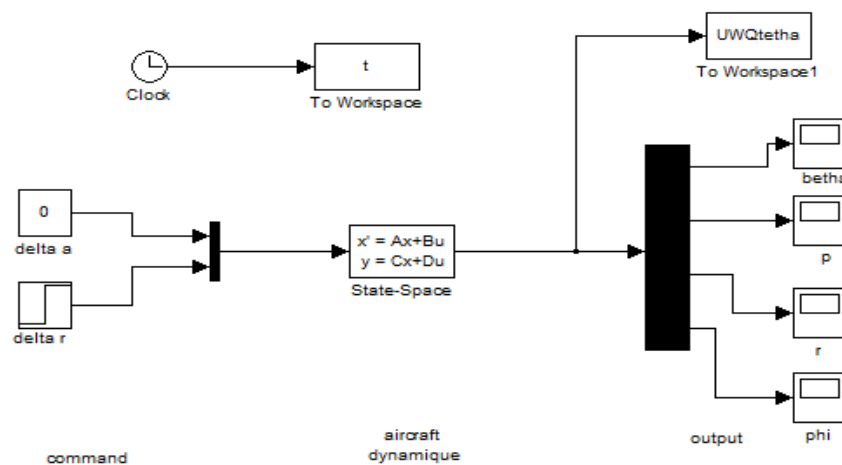
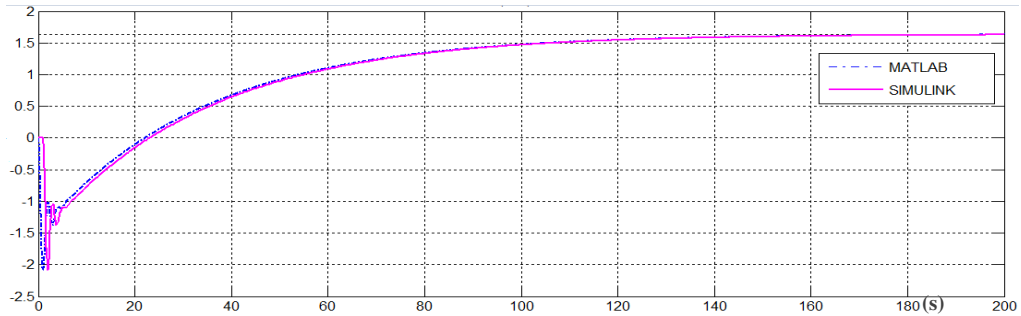


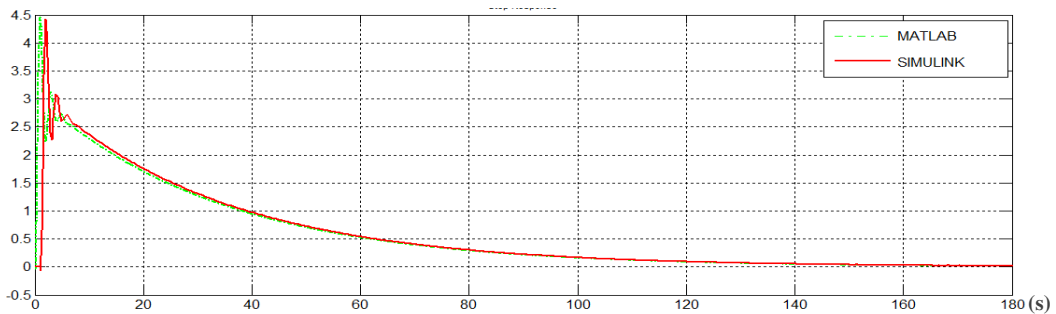
Figure (V-17) : la simulation du mode latéral directionnel en boucle ouverte sur δ_r

Cette fois-ci, les variables de simulation sont : (β, p, r, φ)

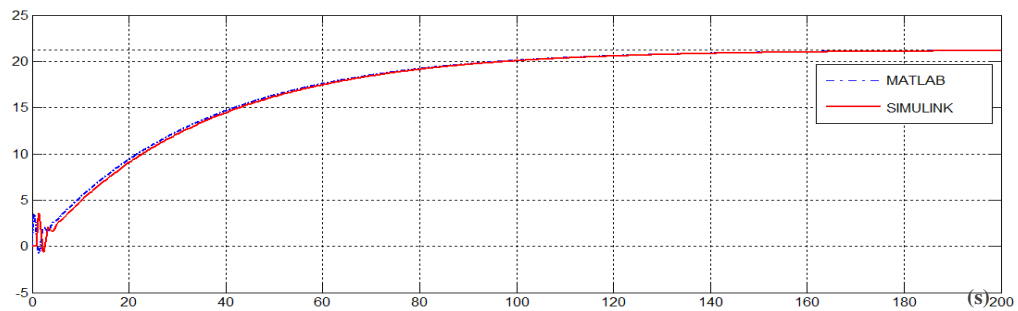
L'analyse des réponses indicielles du système par rapport à la consigne donne :



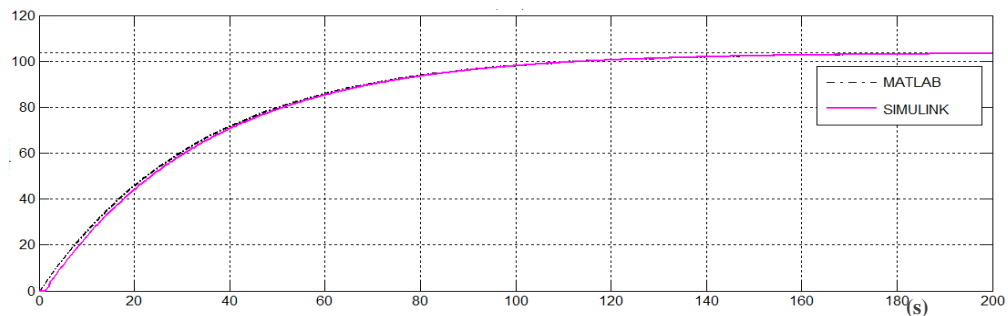
L'angle de dérapage (β)



La vitesse de roulis (p)



La vitesse de lacet (r)



L'angle de roulis (φ)

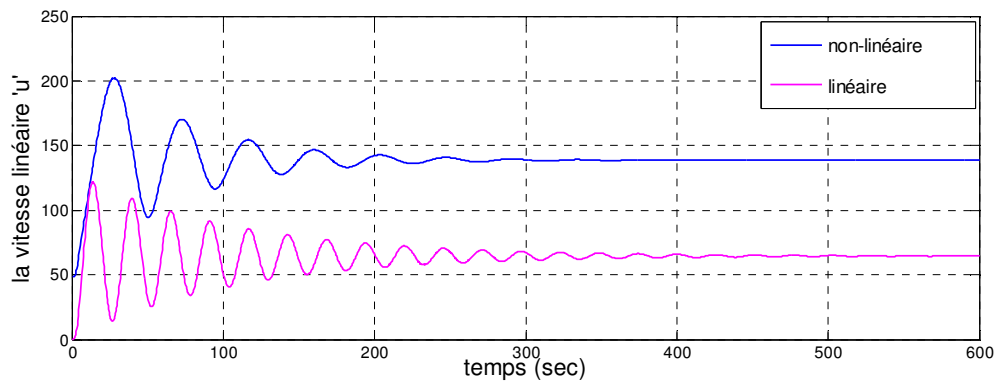
Figure (V-18) : la réponse du système latéral directionnel : $\delta r = \text{échelon}$

- Les résultats du système linéaire sont un peu différents que ceux du cas non-linéaire tels que les oscillations et le temps de réponse.

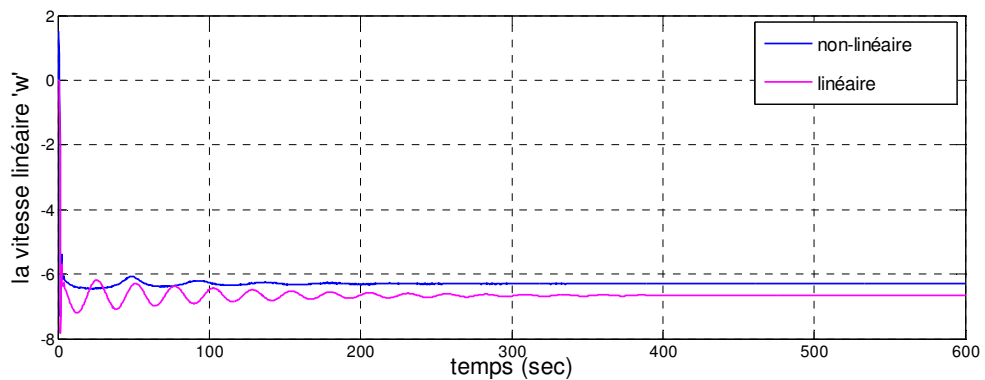
La stabilité théoriquement est assurée mais ces résultats ne sont pas acceptables en pratique car les pôles sont très proches de l'axe imaginaire, ce qui peut conduire l'avion vers le problème de décrochage. Ainsi que l'erreur statique $e(t)$ et le temps de réponse sont importants d'où la nécessité de la régulation pour stabiliser le système en boucle fermée

V-4) Comparaison du model dynamique linéaire et non-linéaire :

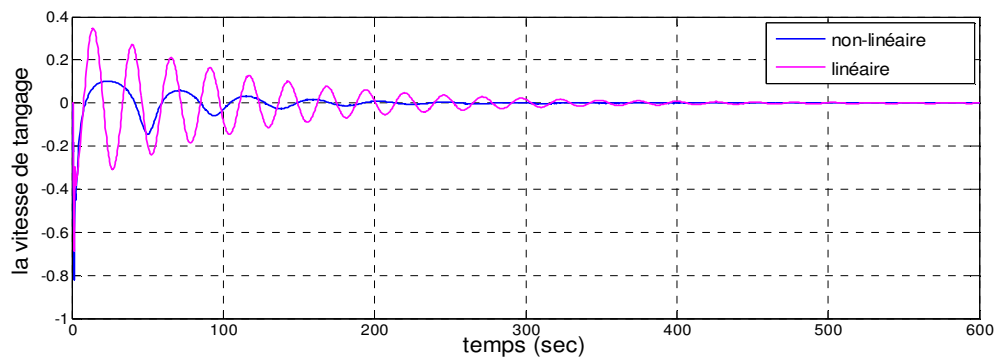
V-4-1) Action sur les gouvernes de profondeurs pour le cas linéaire et non-linéaire :



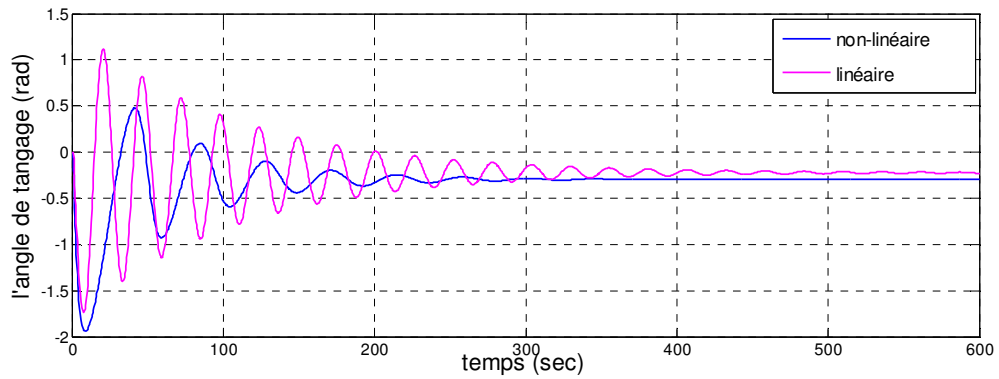
La vitesse linéaire 'u'



La vitesse linéaire 'w'



La vitesse de tangage 'q'



L'angle de tangage 'θ'

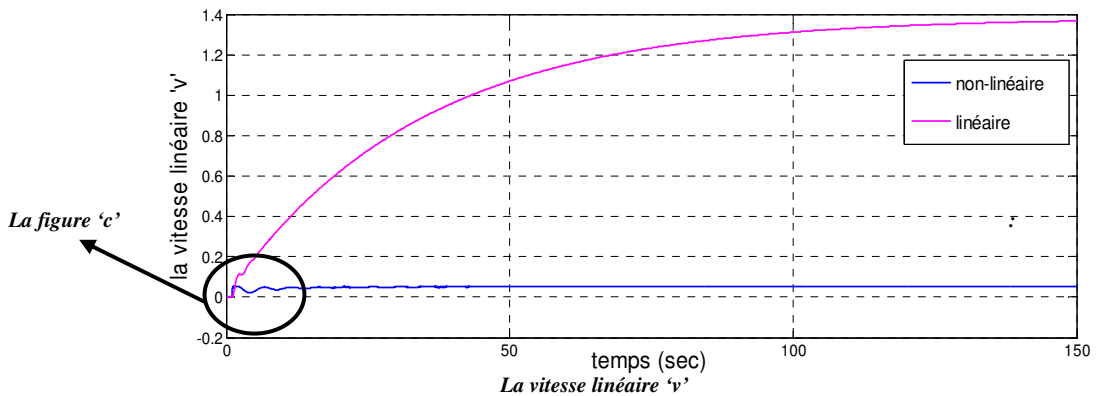
Figure (V-19) : la réponse du système linéaire et non-linéaire du mode longitudinal : δe = échelon

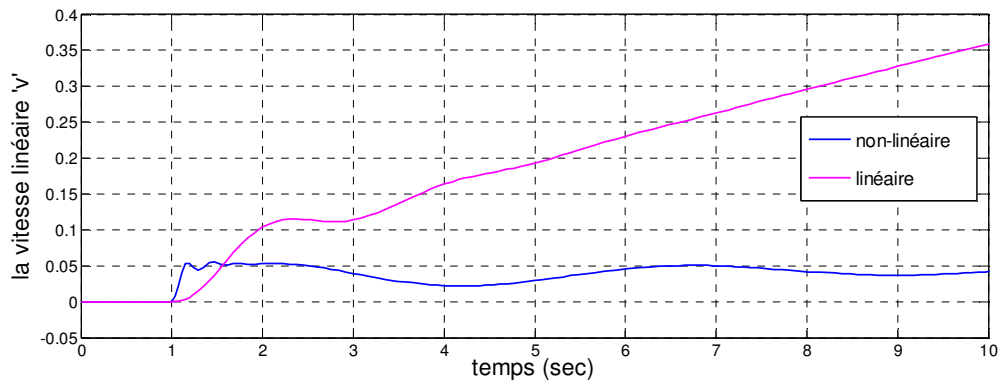
Les paramètres	Le temps de réponse (sec)		La valeur finale d'amplitude	
	Linéaire	Non linéaire	Linéaire	Non linéaire
La vitesse linéaire 'u'	500	300	62.5	140
La vitesse linéaire 'w'	300	150	-6.66	-6.33
La vitesse de tangage 'q'	450	250	0	0
L'angle de tangage	500	300	-0.25	-0.35

Tableau (V-9) : les caractéristiques linéaire et non-linéaire du mode longitudinal : δe = échelon

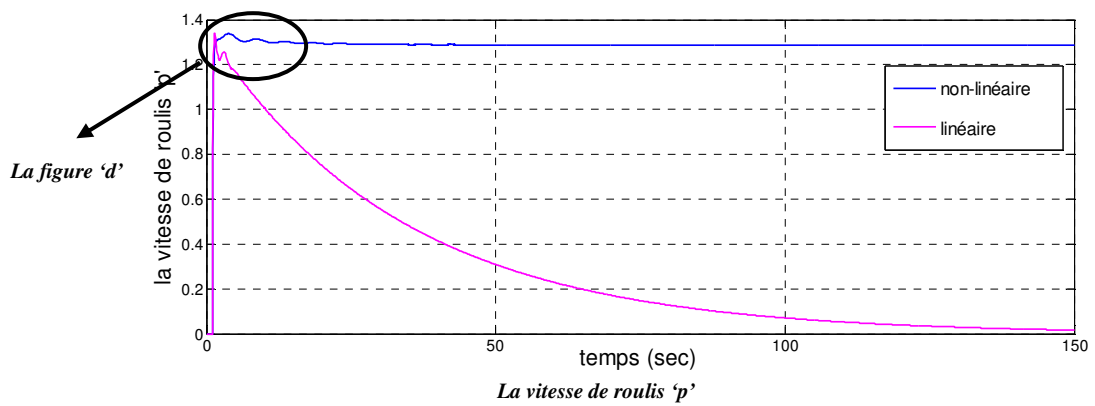
- si on actionne les gouvernes de profondeur on remarque que le temps de réponse dans le cas linéaire est presque le double par rapport au cas non-linéaire.
- Et pour l'erreur statique entre les deux cas est importante pour la vitesse linéaire 'u'.

V-4-2) Action sur les gouvernes de gauchissement pour le cas linéaire et non-linéaire :





La figure 'c' : le zoom de la figure de la vitesse linéaire 'v'



La vitesse de roulis 'p'

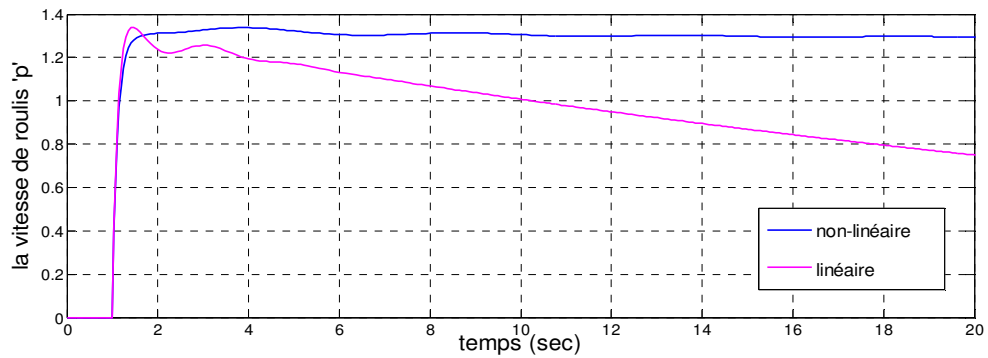
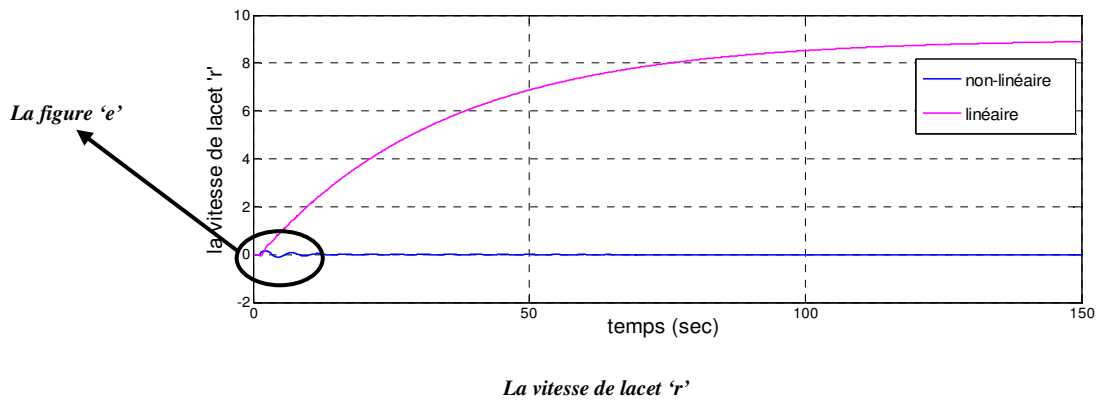
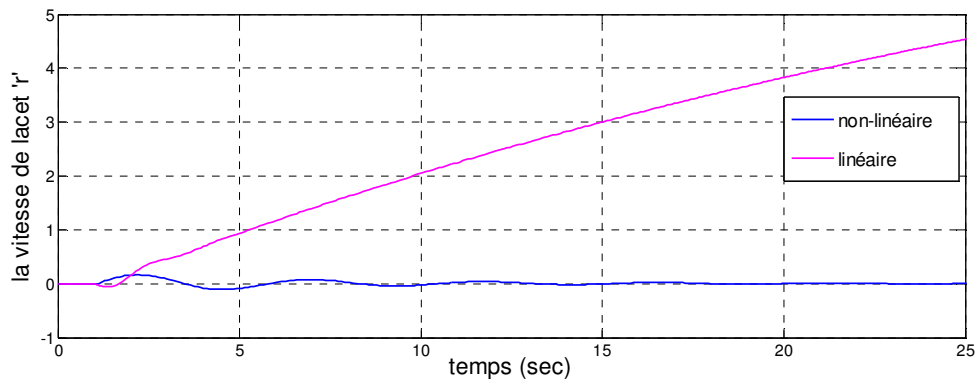


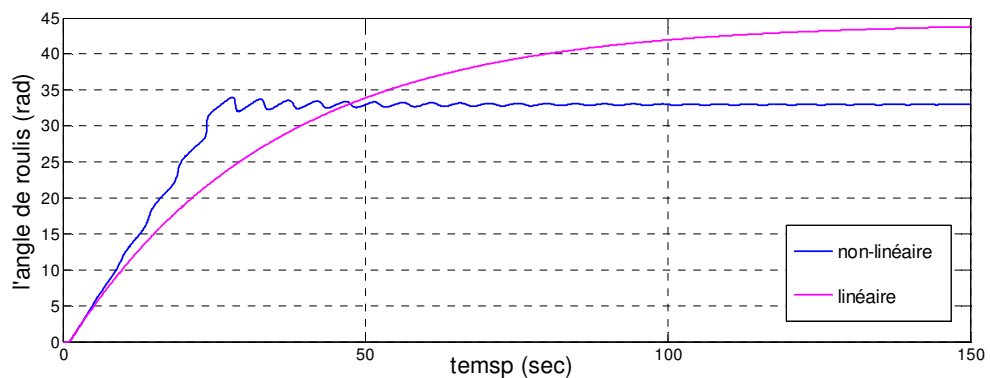
Figure 'd' : le zoom de la figure de la vitesse de roulis



La vitesse de lacet 'r'



La figure 'e' : le zoom de la figure de la vitesse de lacet



L'angle de roulis 'φ'

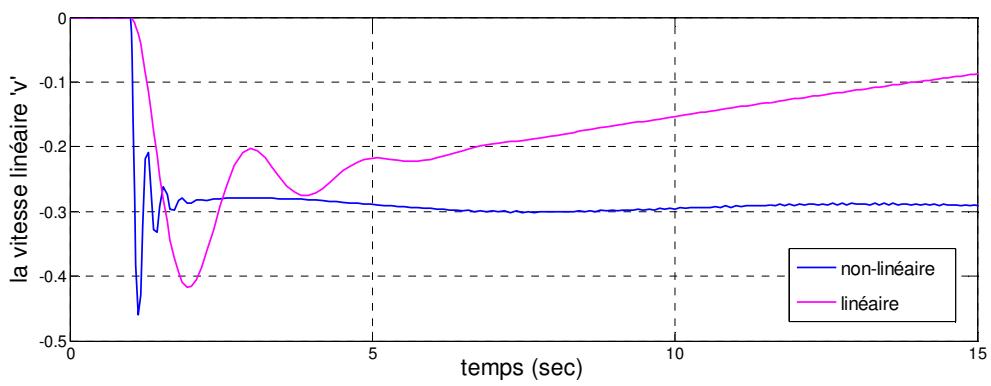
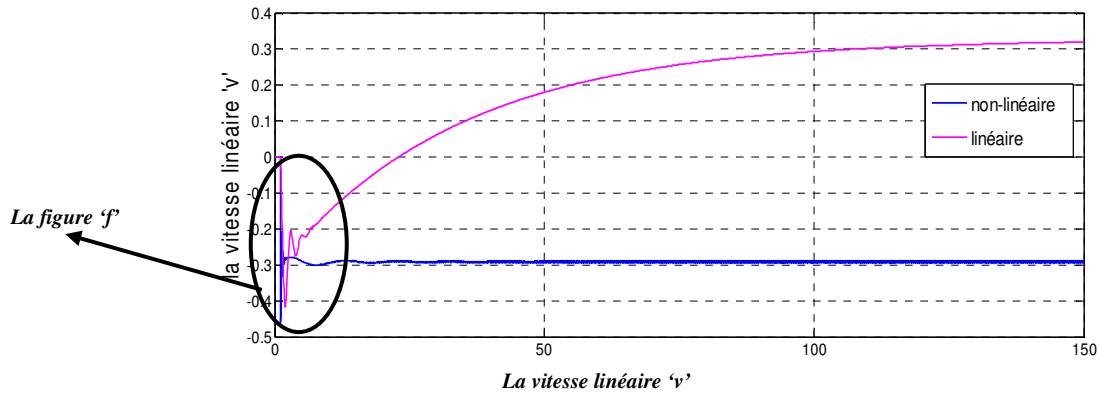
Figure (V-20) : la réponse du système linéaire et non-linéaire du mode latéral directionnel : $\delta a = \text{échelon}$

Les paramètres	Le temps de réponse (sec)		La valeur finale d'amplitude	
	Linéaire	Non linéaire	Linéaire	Non linéaire
La vitesse linéaire 'v'	150	75	1.37	0.05
La vitesse roulis 'p'	100	35	0.09	1.3
La vitesse de lacet 'r'	150	25	9	0
L'angle de roulis 'φ'	150	100	44	33

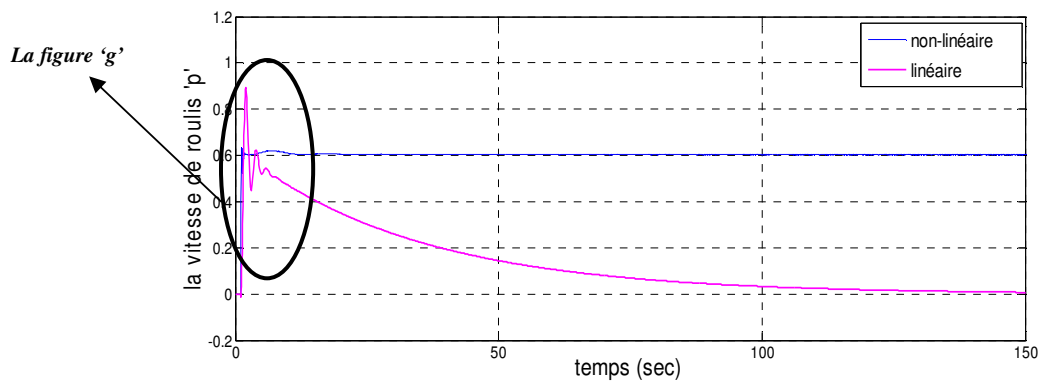
Tableau (V-10) : les caractéristiques linéaire et non-linéaire du mode latéral directionnel : $\delta a = \text{échelon}$

- Si on actionne les gouvernes de gauchissement on remarque que le temps de réponse dans le cas linéaire est presque le double par rapport au cas non-linéaire.
- Et pour l'erreur statique entre les deux cas est importante pour la vitesse de lacet 'p' et l'angle de roulis 'φ'.

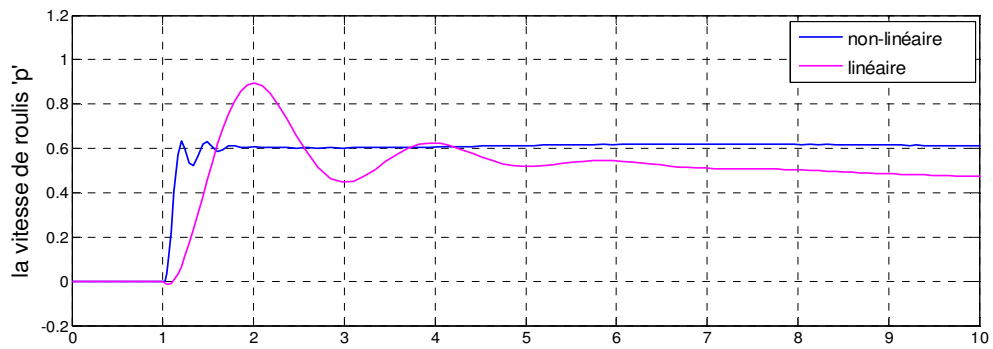
V-4-3) Action sur les gouvernes de direction pour le cas linéaire et non-linéaire :



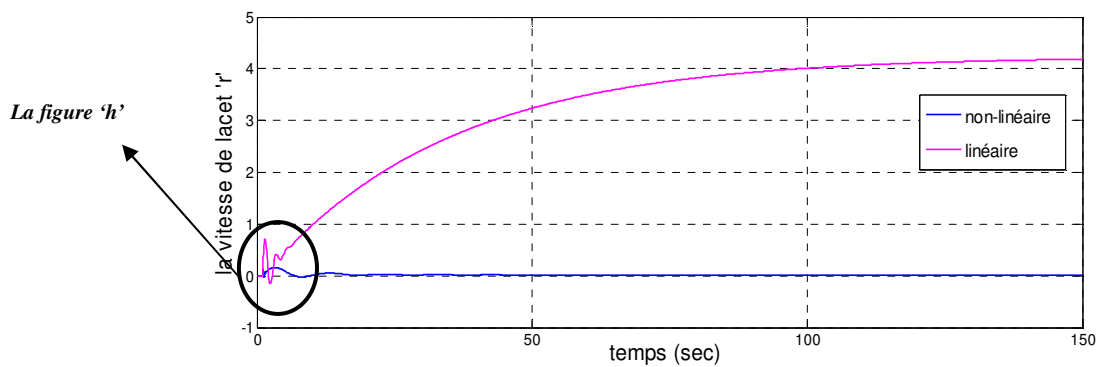
La figure 'f' :le zoom de la figure de la vitesse linéaire 'v'



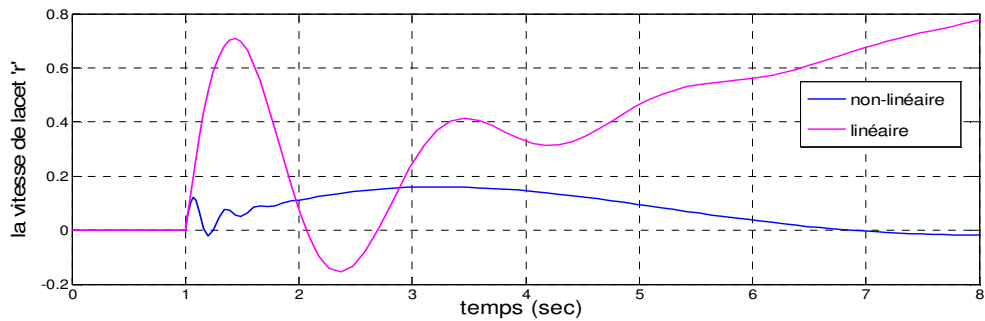
La vitesse de roulis 'p'



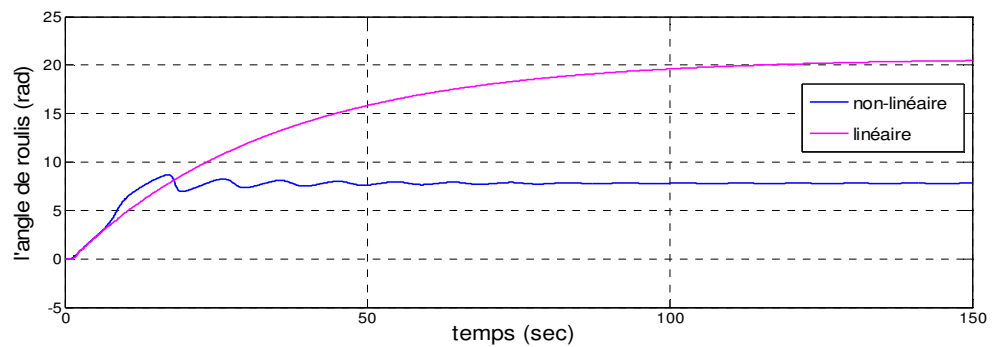
La figure 'g' : le zoom de la figure de la vitesse de roulis



La vitesse de lacet 'r'



La figure 'h' : le zoom de la figure de la vitesse de lacet



L'angle de roulis 'φ'

Figure (V-21) : la réponse du système linéaire et non-linéaire du mode latéral directionnel : $\delta r = \text{échelon}$

Les paramètres	Le temps de réponse (sec)		La valeur finale d'amplitude	
	Linéaire	Non linéaire	Linéaire	Non linéaire
La vitesse linéaire 'v'	150	50	0.33	-0.29
La vitesse roulis 'p'	150	30	0.01	0.6
La vitesse de lacet 'r'	150	40	4.2	0
L'angle de roulis 'φ'	150	75	20.05	8

Tableau (V-11) : les caractéristiques linéaire et non-linéaire du mode latéral directionnel : δr = échelon

- Si on actionne les gouvernes de direction on remarque que le temps de réponse dans le cas linéaire est presque le triple par rapport au cas non-linéaire.
- Et pour l'erreur statique entre les deux cas est importante pour la vitesse de lacet 'r' et l'angle de roulis 'φ'.

V-5) Analyse du système en boucle fermée :

Le but du système de commande est de suivre la commande de référence souhaitée, en présence de perturbations externes. Le système de contrôle atteint cet objectif en tentant d'éliminer l'erreur entre la commande de référence et la variable de sortie mesurée.

Nous nous intéressons à contrôler la vitesse linéaire (u) et l'angle de tangage(θ) pour le cas longitudinal, et l'angle de dérapage (β) et l'angle de roulis(φ) pour le cas latéral directionnel.

Pour la régulation du système, nous avons utilisé d'abord le régulateur PID, mais cette méthode classique est largement maîtrisée, par conséquent, nous avons opté pour la régulation en utilisant la technique de contrôle LQR qui est plus moderne et d'actualité.

V-5-1) La commande optimale LQR :

Dans notre étude, nous appliquerons la commande LQR (Linear Quadratic Regular) pour satisfaire le cahier de charge mais avant de passer à la simulation il faut s'assurer que le système soit contrôlable et observable.

La contrôlabilité :

Nous allons déterminer la matrice $\Gamma = [B \ AB \ A^2B \ A^3B]$, par l'application de la fonction **ctrb** qui est reconnue par MATLAB et calculons les déterminants des sous matrices. [Annexe 2].

Pour le mode longitudinal : la matrice de contrôlabilité est :

$$\Gamma = 10^4 * \begin{bmatrix} 0 & 0.0001 & 0.0104 & 0.0073 \\ 0.0014 & -0.0844 & 0.2850 & 1.0999 \\ -0.0017 & 0.0014 & 0.0387 & -0.1833 \\ 0 & -0.0017 & 0.0014 & 0.0387 \end{bmatrix} \tag{V-9}$$

Le déterminant de cette matrice est : $\Gamma = -3.5729 * 10^8$.

Le déterminant est différent de zéro et le rang de cette matrice est égal à 4.

Le système est donc contrôlable et on peut y appliquer toutes les lois de commande possibles.

Pour le mode latéral directionnel :

$\Gamma = 1.0e * 10^4 *$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.000 & 0.0001 & -0.0016 & 0.0015 & 0.0022 & -0.0146 & 0.012 \\ 0.0063 & -0.0003 & -0.0494 & 0.0041 & 0.3854 & -0.0033 & -3.0503 & -0.0391 \\ -0.0001 & 0.0016 & -0.0004 & -0.0021 & 0.0055 & -0.0139 & -0.0237 & 0.0423 \\ 0 & 0 & 0.0063 & -0.0003 & -0.0494 & 0.0041 & 0.3854 & -0.0033 \end{bmatrix}$$

.....(V-10)

On calcule les déterminants des sous matrices : $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$ et Γ_5 .

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.11991 & 0.93752 & -15.8506 \\ 62.6321 & -2.505 & -493.5469 & 40.7372 \\ -0.9394 & 15.9712 & -3.8361 & -20.543 \\ 0 & 0 & 32.6321 & -2.5052 \end{bmatrix} \tag{V-11}$$

Le déterminant de sous matrice $\Gamma_1 = 5.0874 * 10^5$

$$\Gamma_2 = \begin{bmatrix} 0.11991 & 0.93752 & -15.8506 & 14.9591 \\ -2.505 & -493.5469 & 40.7372 & 3853.8981 \\ 15.9712 & -3.8361 & -20.543 & 55.3915 \\ 0 & 32.6321 & -2.5052 & -493.5469 \end{bmatrix} \tag{V-12}$$

Le déterminant de sous matrice $\Gamma_2 = 2.9408 * 10^7$

$$\Gamma_3 = \begin{bmatrix} 0.93752 & -15.8506 & 14.9591 & 22.1283 \\ -493.5469 & 40.7372 & 3853.8981 & -32.6007 \\ -3.8361 & -20.543 & 55.3915 & -138.858 \\ 32.6310 & -2.5052 & -493.5469 & 40.7372 \end{bmatrix} \tag{V-13}$$

Le déterminant de sous matrice $\Gamma_3 = 3.1272 * 10^8$

$$\Gamma_4 = \begin{bmatrix} -15.8506 & 14.9591 & 22.1283 & -145.9459 \\ 40.7372 & 3853.8981 & -32.6007 & -30502.6356 \\ -20.543 & 55.3915 & -138.858 & -237.3010 \\ -2.5052 & -453.5419 & 40.7372 & 3853.8981 \end{bmatrix} \tag{V-14}$$

Le déterminant de sous matrice $\Gamma_4 = 6.3815 * 10^5$

$$\Gamma_5 = \begin{bmatrix} 14.9591 & 22.1283 & -145.9459 & 141.94 \\ 3853.8981 & -32.6007 & -30502.6356 & -391.2405 \\ 55.3915 & -138.858 & -237.3010 & 422.5223 \\ -493.5419 & 40.7372 & 3853.8981 & -32.6007 \end{bmatrix} \quad (V-15)$$

Le déterminant de sous matrice $\Gamma_5 = 9.5154 * 10^6$

Les déterminants des sous matrices $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$ et Γ_5 , ne sont pas nuls.

Donc le rang=4

Le système est contrôlable et on peut appliquer toutes les lois de commande possibles.

L'observabilité :

Pour tester l'observabilité d'un système, nous appliquerons l'instruction **obsv** sur **MATLAB** [Annexe3]

Pour le vol longitudinal : dans ce cas, nous allons contrôler l'observabilité de la vitesse u et l'angle de tangage θ

La matrice d'observabilité est :

$$ob1 = \begin{bmatrix} 1.000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ -0.263 & 0.0736 & 0 & -9.8100 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ -0.0223 & -0.1936 & -6.2999 & 0.2578 \\ 0.0031 & -0.4783 & -1.2145 & 0 \\ 0.0415 & 3.5154 & -1.3192 & 0.2192 \\ 0.1457 & 1.8259 & -21.3198 & -0.0305 \end{bmatrix} \quad (V-16)$$

Les déterminants des sous matrices ne sont pas nuls, Le rang n est égal à 4 alors, le système est observable.

Pour le vol latéral-directionnel : dans ce cas, nous allons contrôler l'observabilité de l'angle de dérapage β et l'angle de roulis φ

La matrice d'observabilité est :

$$ob2 = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ -0.1561 & -0.0001 & -0.9891 & 0.2059 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ -10.0126 & 0.2993 & 1.6749 & -0.321 \\ -19.6480 & -8.7838 & 1.6445 & 0 \\ 12.6480 & -2.8165 & 7.8207 & -2.0616 \\ 193.3622 & 77.0034 & 2.5735 & -4.0690 \end{bmatrix} \quad (V-17)$$

Les déterminants des sous matrices ne sont pas nuls. Le rang n est égal à 4 par conséquent, le système est observable.

V-5-2) Influence des matrices de pondération :

On peut choisir les matrices Q et R arbitrairement car le choix n'influe pas sur la structure du réglage, par contre les coefficients de réglage optimaux dépendent de ces matrices, par conséquent aussi le comportement dynamique du système.

Pour obtenir un réglage optimal, on exige que le critère quadratique prenne la valeur minimale. Pour atteindre cet objectif, on peut intervenir uniquement sur le vecteur de commande.

V-5-3) Simulation et interprétation :

On présente les résultats obtenus par simulation des systèmes contrôlés par la technique de contrôle optimale LQR. Cette méthode est basé sur le choix des matrices de pondération Q et R à fin d'atteindre les performances exigées par le cahier de charge.

Pour le vol longitudinal : Pour le vol longitudinal, on ne peut pas contrôler le mode de période courte (short period) et le mode de longue période (phygoïde) simultanément avec un seul choix de Q et R , se qui nous oblige à séparer le contrôle des deux modes.

Le mode période courte (short period): les matrices Q et R sont choisies comme suit :

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et } R = 0.25 \quad (V-18)$$

Le gain de la commande LQR calculé est:

$$K = [2.7618 \quad 0.0844 \quad -6.3619 \quad -20.9348] \quad (V-19)$$

La matrice $(A-B*K)$ est donnée par :

$$A - B * K = \begin{bmatrix} -0.0263 & 0.0736 & 0 & -9.8100 \\ -39.8908 & -3.8127 & 138.8296 & 300.0106 \\ 46.7568 & 0.9511 & -108.9136 & -354.4034 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix} \quad (V-20)$$

Les valeurs propres de cette matrice sont:

$$VP = \{-106.85, -1.36 + 1.52i, -1.36 - 1.52i, -3.18\} \tag{V-21}$$

Nous remarquons que les parties réelles des valeurs propres sont négatives alors le système est stable.

La réponse indicielle de la vitesse linéaire avec la consigne (échelon = 0.2) du système commandé par LQR est la suivante :

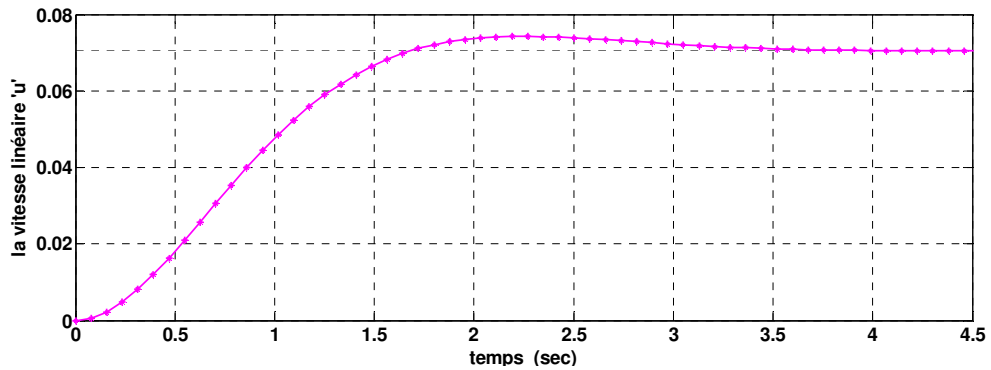


Figure (V-22) : La réponse indicielle de la vitesse linéaire « u » avec la commande LQR

Les performances de la régulation en mode longitudinal (short period) :

	Temps de réponse (Setting time) (s)	Temps de montée (Rise time) (s)	Erreur statique (Steady state) (%)	Dépassement (Overshoot) (%)
La vitesse linéaire	3.04	1.1	12.93	4.83

Tableau (V-12) : performances de régulation en mode de période courte

Le mode phygoïde : les matrices Q et R sont choisies comme suit :

$$Q = \begin{bmatrix} 2 * 10^{-8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 \end{bmatrix} \text{ et } R = [0.25] \tag{V-22}$$

Le gain de la commande LQR calculé est :

$$K = [0.0081 \quad 0.0284 \quad -199.9295 \quad -6.0741] \tag{V-23}$$

La matrice $(A-B*K)$ est donnée par :

$$A - B * K = \begin{bmatrix} -0.0262 & 0.7364 & 0 & -9.810 \\ -0.4293 & -3.009 & 2912.78 & 87.046 \\ 0.140 & 0.0024 & -3385.801 & 87.0464 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{V-24}$$

Les valeurs propres de cette matrice sont:

$$VP = \{-3385.77, -0.0321 + 0.0201i, -0.0321 - 0.0201i, -2.999\} \quad (V-25)$$

Nous remarquons que les parties réelles des valeurs propres sont négatives alors le système est stable.

La réponse indicielle de l'angle de tangage avec la consigne (échelon = 0.2) du système commandé par LQR est la suivante :

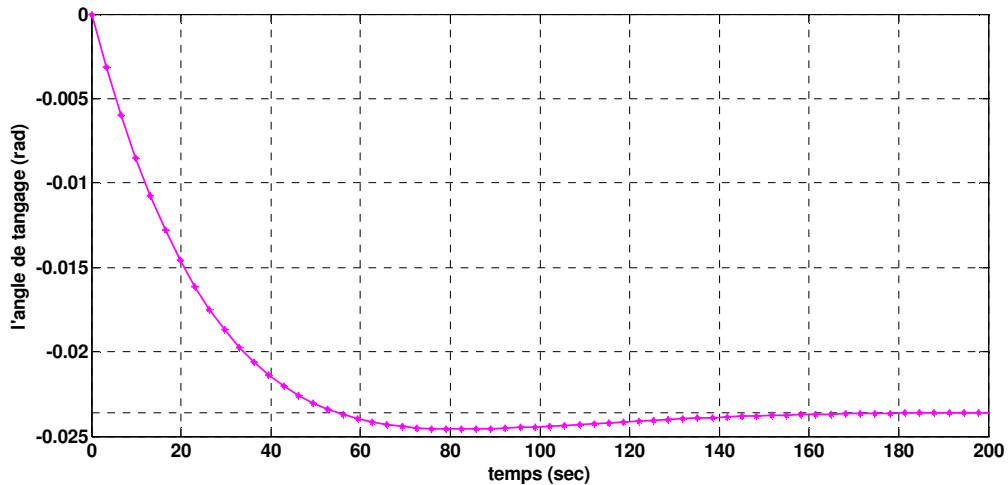


Figure (V-23) : La réponse indicielle de l'angle de tangage « θ » avec la commande LQR

Les performances de la régulation en mode longitudinal (phygoïde) :

	Temps de réponse (Setting time) (s)	Temps de montée (Rise time) (s)	Erreur statique (Steady state) (%)	Dépassement (Overshoot) (%)
L'angle de tangage	125	36.4	22.36	4.23

Tableau (V-13) : performances de régulation en mode de période longue

Pour le mode latéral directionnel : Les matrices Q et R sont choisies comme suit :

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \text{ et } R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (V-26)$$

Le gain de la commande LQR calculé est:

$$K = \begin{bmatrix} 0.5869 & 0.0890 & -0.0872 & 1.0294 \\ -2.3624 & -0.0036 & 1.5533 & -0.0348 \end{bmatrix} \quad (V-27)$$

La matrice $(A-B*K)$ est donnée par :

$$A - B * K = \begin{bmatrix} -0.4394 & -0.0005 & -0.8028 & 0.2017 \\ -62.4379 & -14.3659 & 10.9957 & -64.5582 \\ 48.4318 & 0.0478 & -26.4273 & 1.5233 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (V-28)$$

Les valeurs propres de cette matrice sont:

$$VP = \{-24.8360, -2.2158, -7.0904 + 3.3966i, -7.0904 - 3.3966i\} \quad (V-29)$$

Nous remarquons que les parties réelles des valeurs propres sont négatives alors le système est stable.

La commande U_1 :

- La réponse indicielle de l'angle de dérapage avec la consigne (échelon = 0.2) du système commandé par LQR est la suivante :

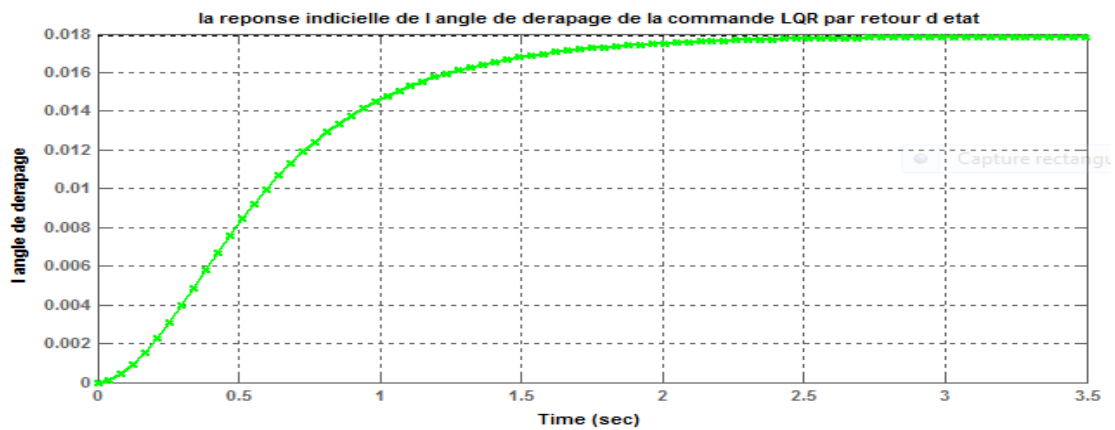


Figure (V-24) : La réponse indicielle de l'angle de dérapage « β » de la commande (1) avec LQR

- La réponse indicielle de l'angle de roulis avec la consigne (échelon = 0.2) du système commandé par LQR est la suivante :

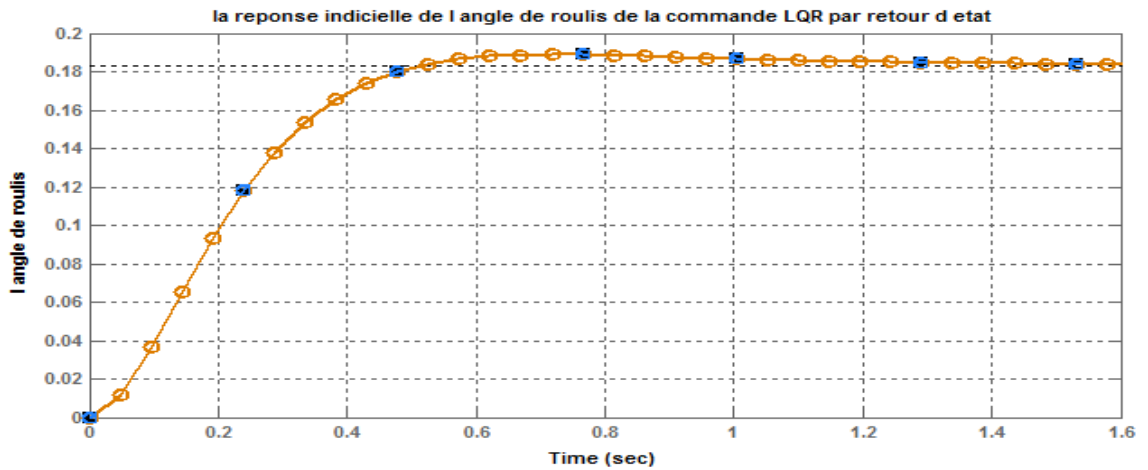


Figure (V-25) : La réponse indicielle de l'angle de roulis « ϕ » de la commande (1) avec LQR

La commande U_2 :

- La réponse indicielle de l'angle de dérapage avec la consigne (échelon = 0.2) du système commandé par LQR est la suivante :

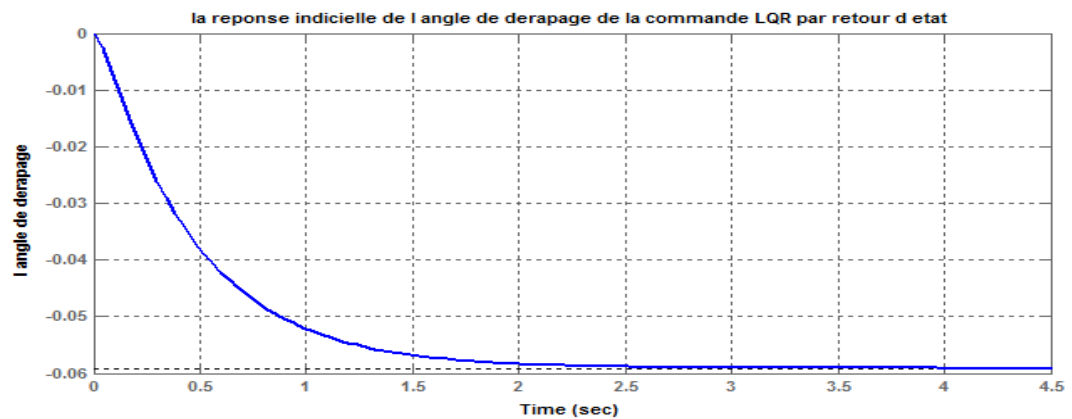


Figure (V-26) : La réponse indicielle de l'angle de dérapage « β » de la commande (2) avec LQR

- La réponse indicielle de l'angle de roulis avec la consigne (échelon = 0.2) du système commandé par LQR est la suivante :

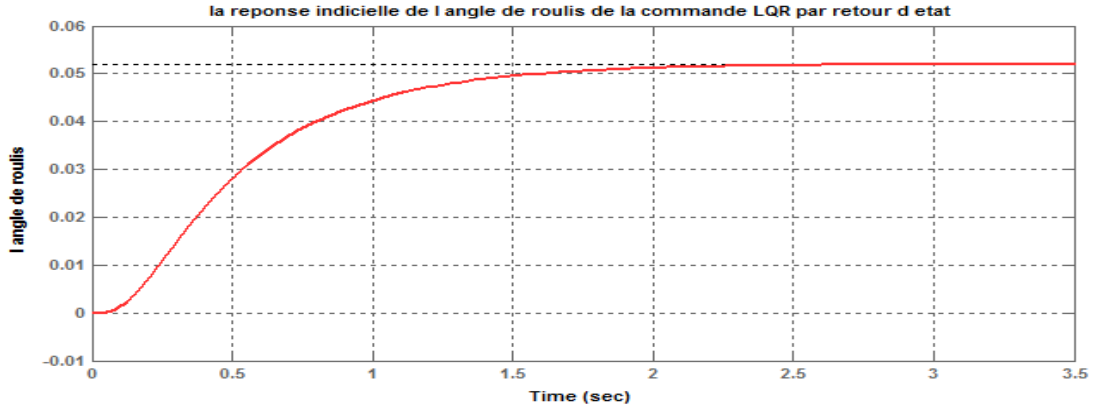


Figure (V-27) : La réponse indicielle de l'angle de roulis « φ » de la commande (2) avec LQR

Les performances de la régulation en mode latérale directionnel :

	Les commandes	Temps de réponse (Setting time) (s)	Temps de montée (Rise time) (s)	Erreur statique (Steady state) (%)	Dépassement (Overshoot) (%)
L'angle de dérapage	La commande U ₁	2	1.08	18.21	0
	La commande U ₂	1.8	0.997	14.9	0
L'angle de roulis	La commande U ₁	1.02	0.317	1.7	3.24
	La commande U ₂	1.9	0.996	14.79	0

Tableau (V-14) : performances de régulation des deux commandes en mode latéral directionnel

On remarque que les temps de réponse, les dépassements et les temps de montée sont satisfaisants. Cependant, les signaux de la régulation LQR ne suivent pas les signaux de références, ce qui pose un problème de présence d'erreurs statiques importantes. Alors, pour corriger ce problème, on introduit un pré-compensateur à l'échelle de référence (action intégrale).

V-5-4) LQR avec action intégrale :

La commande à retour d'état ne permet généralement pas d'éliminer les erreurs statiques, l'action intégrale permet de réduire ou d'éliminer complètement ces erreurs.

L'erreur statique : c'est la différence entre le signal d'entrée et le signal de sortie d'un système lorsque t tend vers l'infini pour une entrée de control.

Le terme intégral est définie par :

$$e(t) = \int_0^t (r - y) dt = \int_0^t (r - c x) dt \tag{V-30}$$

$$\dot{e}(t) = \dot{x}_t(t) = r - c x \quad \text{et} \quad U = -K x + K_I x_I \tag{V-31}$$

Nous avons alors le système augmenté du vecteur d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = (A - B * K) x + B * K_I * x_I \\ \dot{x}_I = r - c x \end{cases} \tag{V-32}$$

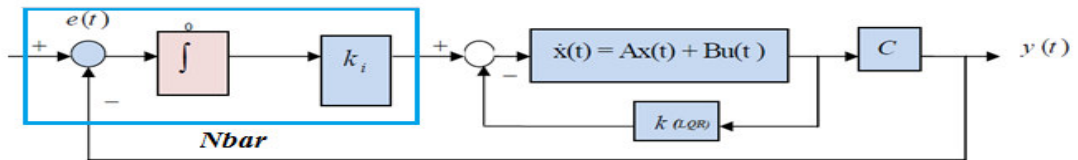


Figure (V-28) : Le schéma synoptique de la commande LQR par action intégrale

V-5-5) Simulation et interprétation :

Dans ce cas, nous allons éliminer les erreurs statiques et préserver les mêmes performances du système (dépassement, temps de réponses, temps de montée) mais comme les matrices de pondération utilisées précédemment ne le permettent pas, donc on est obligé de porter des changements sur les gains K et les résultats sont obtenus comme suit :

A l'aide de la fonction **rscale** qui est exécuté par **MATLAB**, on a déterminé les gains : \bar{N} . [Annexe 4]

Le vol longitudinal :

- La réponse indicielle de la commande LQR par action intégrale de la vitesse linéaire :

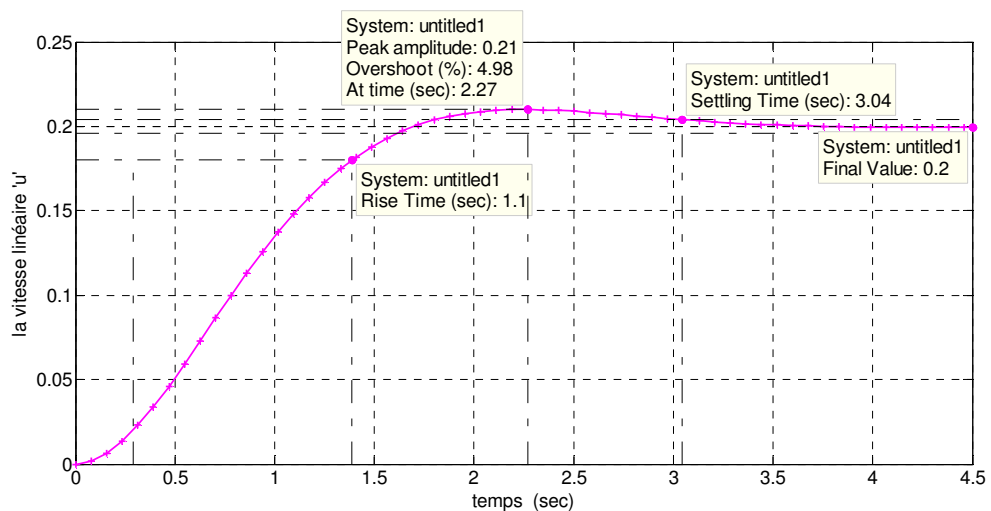


Figure (V-29) : La réponse indicielle de la vitesse linéaire (u) avec compensation de l'erreur

Avec : $\bar{N} = 2.8284$

- La réponse indicielle de la commande LQR par action intégrale de l'angle de tangage:

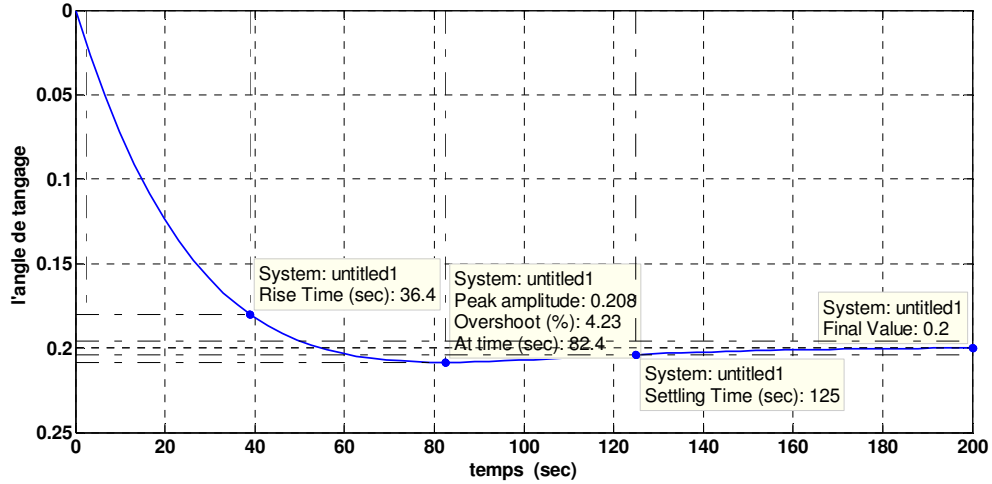


Figure (V-30) : La réponse indicielle de l'angle de tangage « θ » avec compensation de l'erreur
Avec : $\bar{N} = -13.1371$

Le vol latéral:

- La réponse indicielle de la commande LQR par action intégrale de l'angle de dérapage par la commande U_1 :

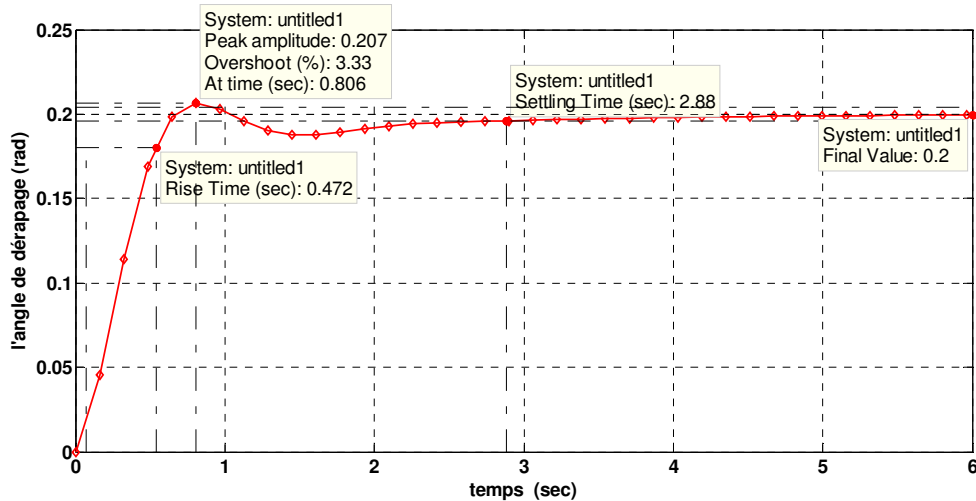


Figure (V-31) : La réponse indicielle de l'angle de dérapage « β » de la commande (1) avec compensation de l'erreur

Avec : $\bar{N} = 63.9130$

- La réponse indicielle de la commande LQR par action intégrale de l'angle de roulis par la commande U_1 :

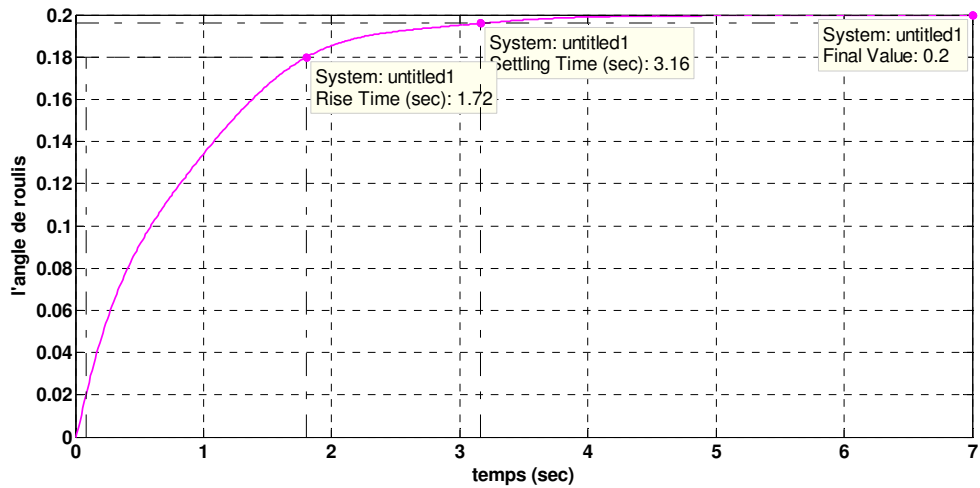


Figure (V-32) : La réponse indicielle de l'angle de roulis « ϕ » de la commande (1) avec compensation de l'erreur

Avec : $\bar{N} = 2.1342$

Le vol directionnel :

- La réponse indicielle de la commande LQR par action intégrale de l'angle de dérapage par la commande U_2 :

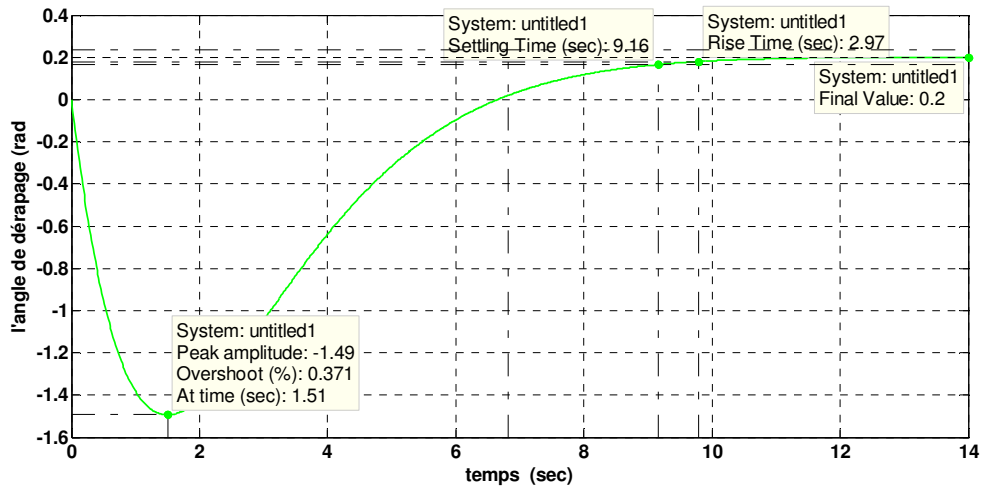


Figure (V-33) : La réponse indicielle de l'angle de dérapage « β » de la commande (2) avec compensation de l'erreur

Avec : $\bar{N} = 34.4074$

- La réponse indicielle de la commande LQR par action intégrale de l'angle de roulis par la commande U_2 :

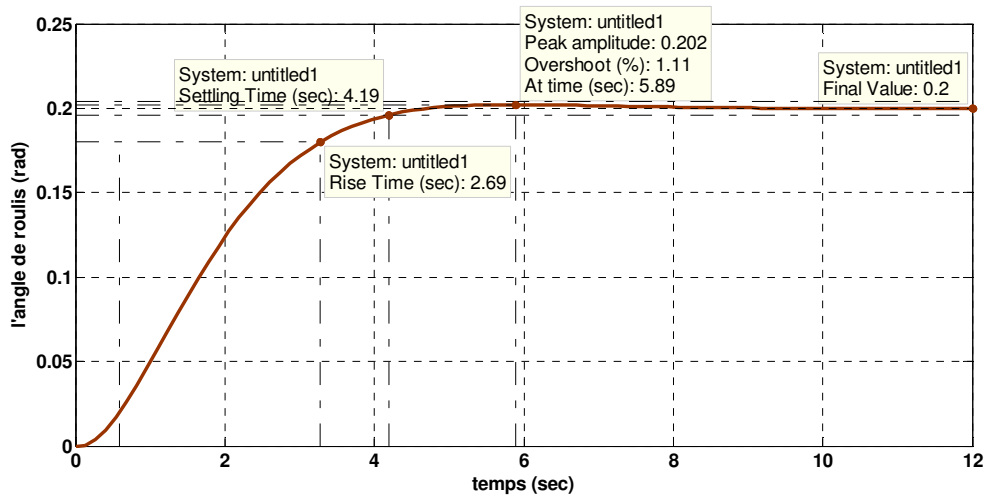


Figure (V-34) : La réponse indicielle de l'angle de roulis « φ » de la commande (2) avec compensation de l'erreur

Avec : $\bar{N} = 1.1381$

- Nous remarquons que les signaux de sortie du vol longitudinal u , θ et latéral-directionnel β et φ suivent les signaux de référence avec des erreurs statiques nulles en assurant toujours la stabilité.

V-5-6) La robustesse du système :

La robustesse d'un système est définie comme étant la stabilité de sa performance, dans notre cas, on doit faire subir le drone à des perturbations externes dues à une rafale de vent au niveau de la commande pour trois valeurs d'amplitude (0.3° , 1° et 4°) afin de tester sa robustesse.

Pour le mode longitudinal :

Nous avons perturbé la commande de gouverne de profondeur avec 0.3° , 1° et 4° :

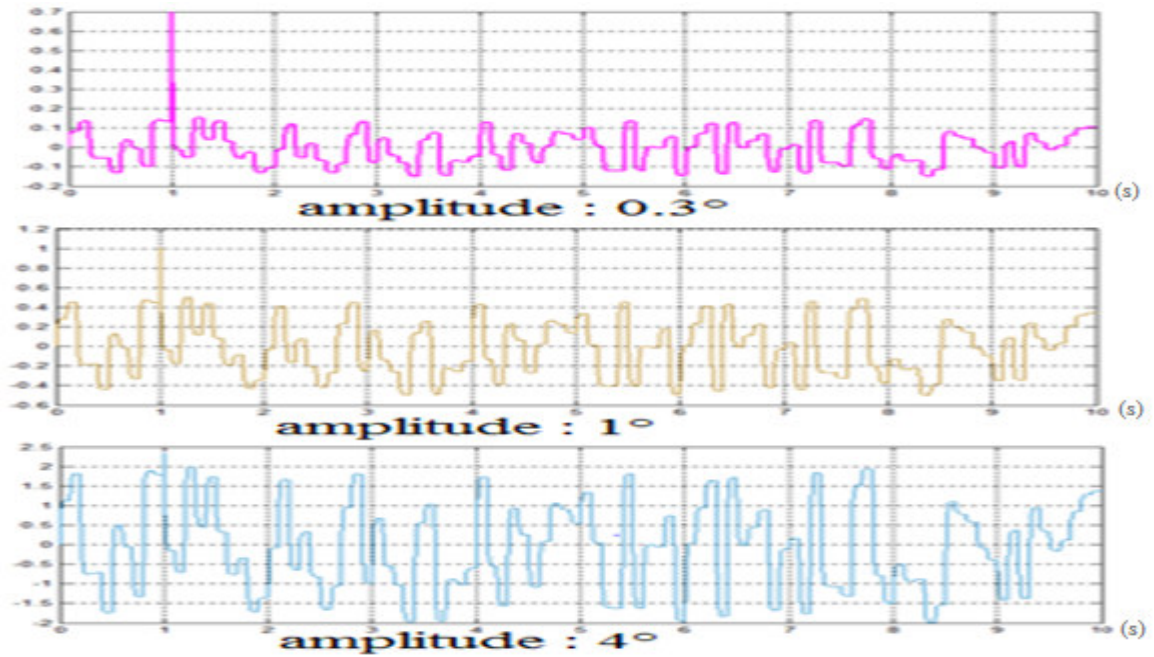


Figure (V-35) : La perturbation de la gouvernes de profondeur avec les amplitudes $0.3^\circ, 1^\circ$ et 4°
 Nous obtenons les paramètres de sorties qui sont la vitesse linéaire « u » et l'angle de tangage « θ » :

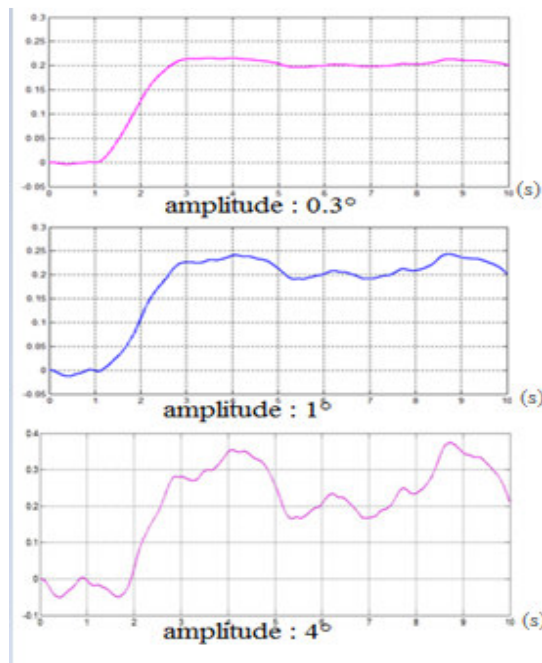


Figure (V-35-1) : La sortie vitesse linéaire « u » perturbé

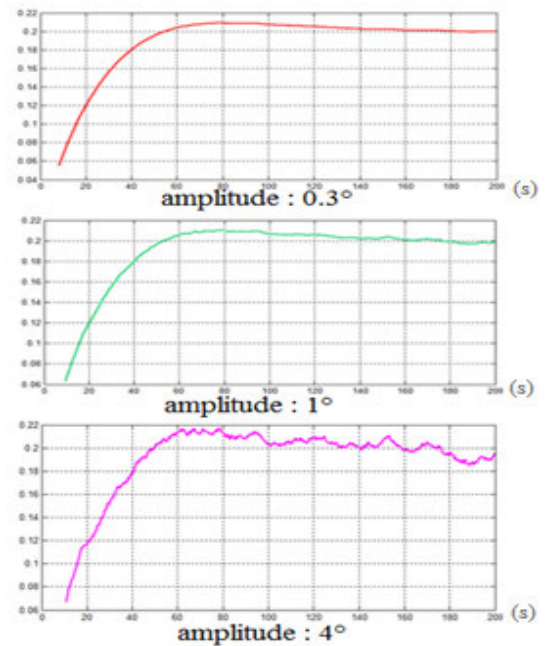


Figure (V-35-2) : La sortie angle de tangage « θ » perturbé

Pour le mode latéral directionnel :

Dans ce cas, nous avons perturbé les deux commandes qui sont la gouverne de gauchissement et la gouverne de direction avec trois amplitudes $0.3^\circ, 1^\circ$ et 4° :

La commande de la gouverne de gauchissement U_1 :

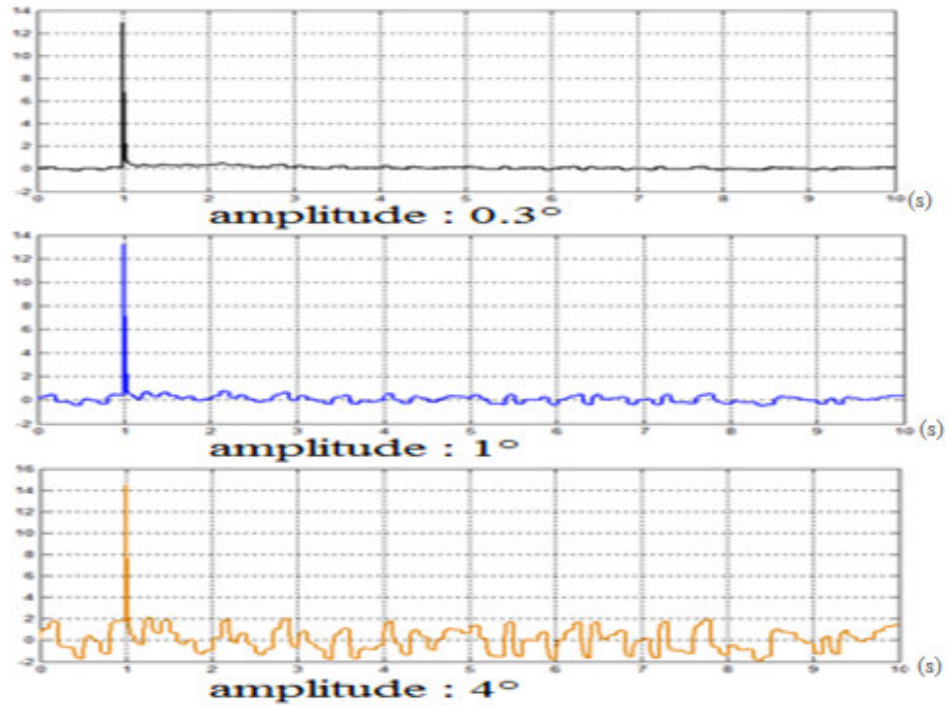


Figure (V-36) : La perturbation des gouvernes de gauchissement avec les amplitudes 0.3° , 1° et 4°
 Dans ce cas, nous obtenons les variables de sorties qui sont l'angle de dérapage « β » et l'angle de roulis « φ » :

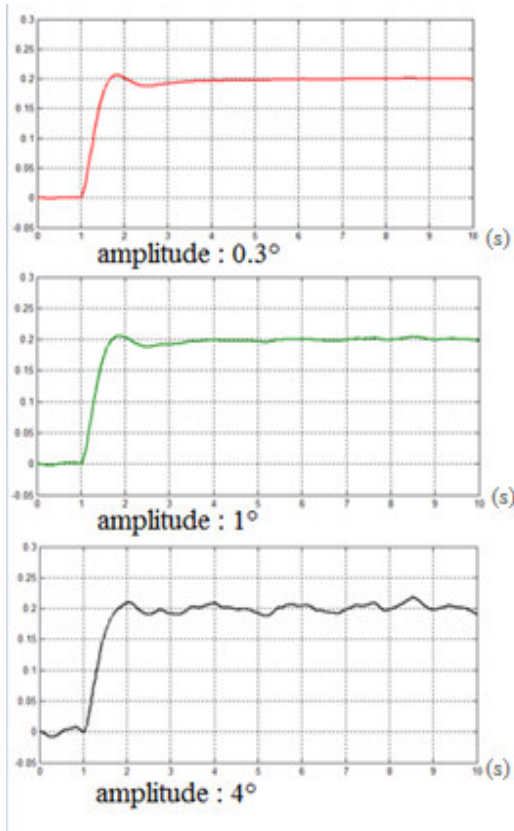


Figure (V-36-1) : La sortie angle de dérapage « β » perturbé

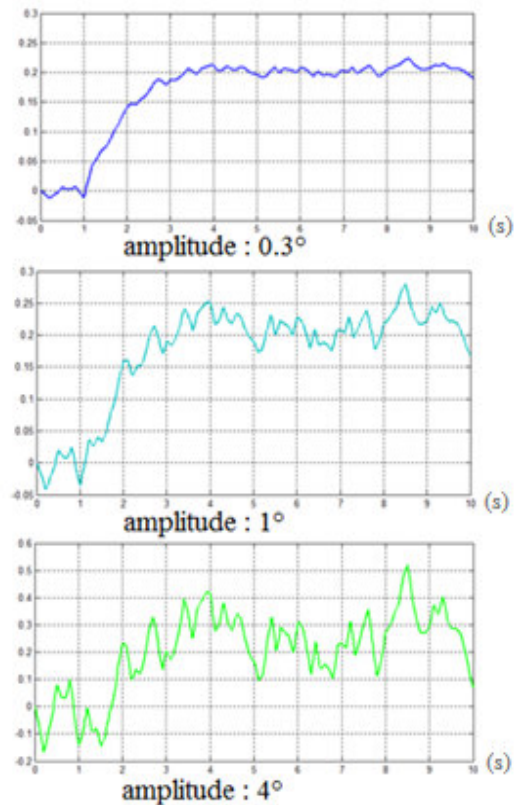


Figure (V-36-2) : La sortie angle de roulis « φ » perturbé

La commande de la gouverne de direction U_2 :

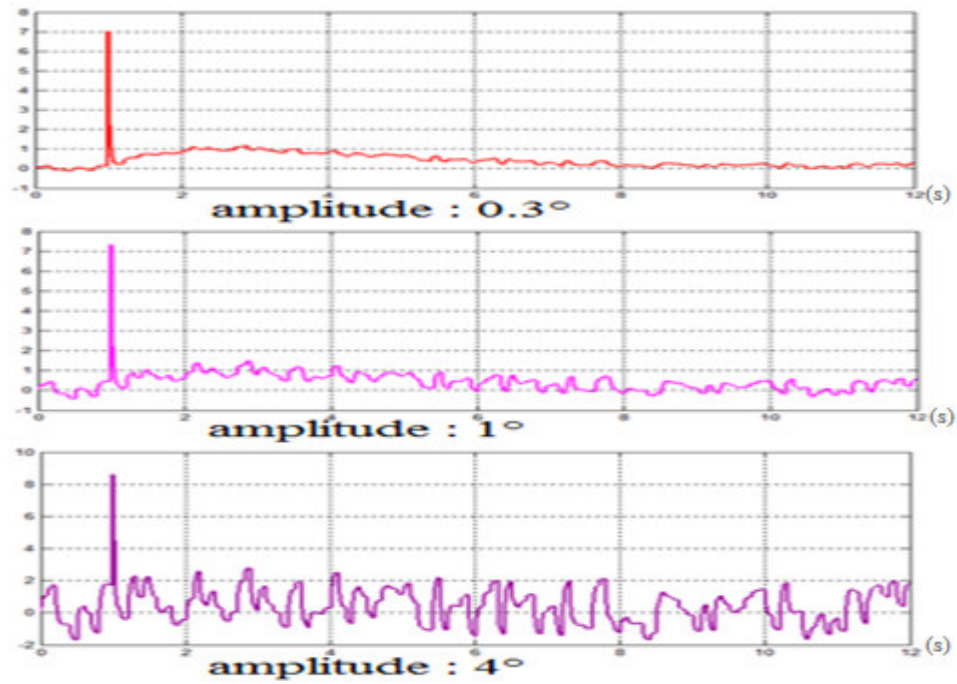


Figure (V-37) : La perturbation de la gouverne de direction avec les amplitudes $0.3^\circ, 1^\circ$ et 4°

Les variables de sortie obtenues sont l'angle de dérapage « β » et l'angle de roulis « φ » :

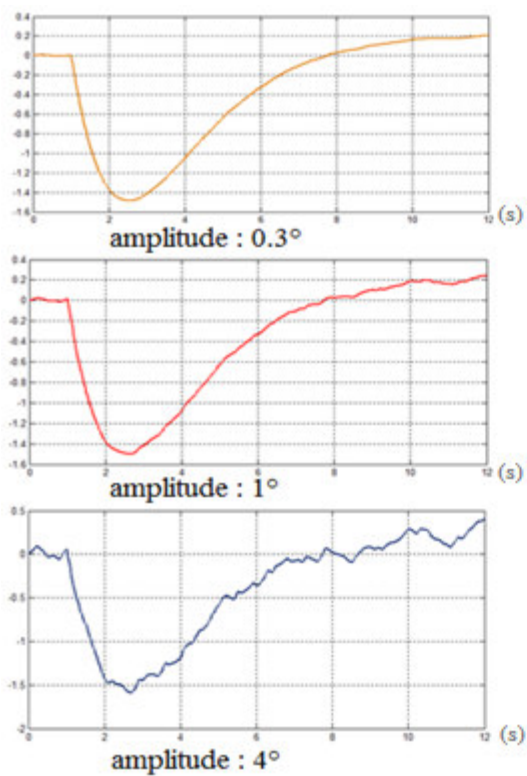


Figure (V-37-1) : La sortie angle de dérapage « β » perturbé

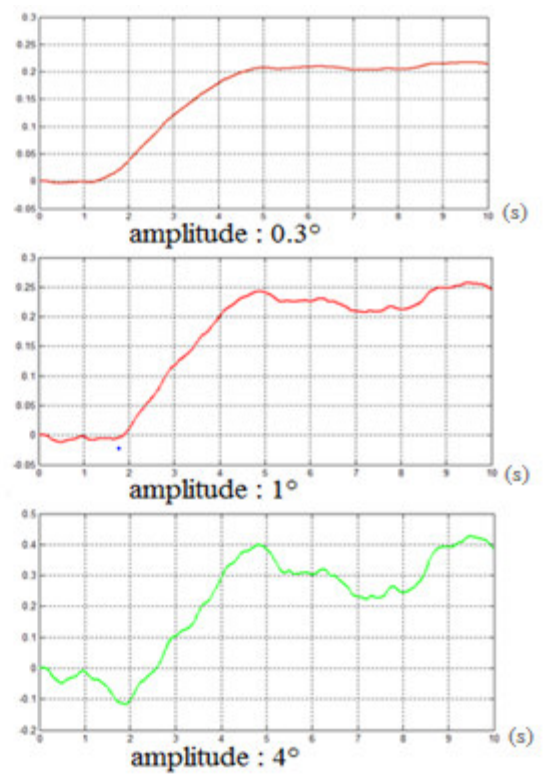


Figure (V-37-2) : La sortie angle de roulis « φ » perturbé

- On remarque qu'il y'a un bon suivi des signaux de sortie par rapport aux signaux de référence, on déduit que la commande est robuste face à ces perturbations et maintient le système stable.

Conclusion Générale :

Ce projet visait à établir le modèle dynamique et de concevoir des lois de commande pour contrôler la stabilité du drone ANCE.

D'abord, pour résoudre les équations du modèle non-linéaire de l'ANCE, nous avons utilisé la méthode numérique de Runge-Kutta d'ordre 4 (RK4).

En suite, une structure basée sur la commande linéaire quadratique LQR à retour d'état a été appliquée sur le mouvement longitudinal et latéral directionnel du drone. Ainsi, on peut constater que si on applique la commande LQR avec action intégrale sur le modèle utilisé, il conservera la stabilité avec un avantage d'une erreur statique nulle. Cette synthèse a été utilisée aussi, lorsqu'on a fait subir au système des perturbations externes (rafale de vent), pour tester la robustesse et les performances de la commande.

Les performances imposées par le cahier de charge du drone peuvent être obtenues selon l'entrée de référence désirée en choisissant convenablement les variables commandées du système et les matrices de pondération Q et R .

Notre objectif a été atteint et les résultats de simulation, dans le chapitre 5, confirment que la méthode numérique Runge-Kutta d'ordre 4 (RK4) utilisée dans le cas non-linéaire donne des résultats plus précis en la comparant avec le modèle linéarisé et que les performances du contrôleur LQR sont satisfaisantes dans le cas linéaire.

Comme perspective, nous projetons l'implémentation de cette technique de commande sur un prototype réel afin de voir son véritable comportement et de montrer sa faisabilité.

Annexes

Principe de la méthode de Runge-Kutta (RK4)

1- Méthode de Runge-Kutta à 4 étages

Pour la méthode de Runge-Kutta pour $E=4$, il y a un système de 11 équations non linéaires à 13 inconnues à résoudre. Il y a donc une infinité double ($13-11=2$) de formule de Runge-Kutta à 4 étages.

$$V_{n+1} = V_n + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \text{ avec :}$$

$$k_1 = f(x, y)$$

$$k_2 = f\left(x + \frac{h}{2}k_1, y + \frac{h}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = f\left(x + \frac{h}{2}k_2, y + \frac{h}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = f(x + hk_3, y + hk_3)$$

2- Méthode à pas variable (Runge-Kutta 4) :

Idée : faire les calculs deux fois.

- On calcul une première fois $x(t+h)$ (noté $x^{(1)}$) à partir de $x(t)$ par une méthode de Runge-Kutta 4 (RK4).

- On recommence avec un pas $\frac{h}{2}$ en faisant deux fois le calcul : on calcul $x(t+\frac{h}{2})$ par RK4 à partir de $x(t)$; puis, par RK4 on calcule $x(t+h)$ (noté $x^{(2)}$) à partir de $x(t+\frac{h}{2})$, $x^{(2)}$ sera donc plus précis.

- Si le pas h est trop grand, c'est à dire que $x^{(1)}$ est fort différent de $x^{(2)}$:

$\Delta x = |x^{(1)} - x^{(2)}| > \text{précision demandée}$. **Alors**, on diminue le pas et on recommence cette étape.

- Si le pas h est adapté, c'est à dire $\Delta x = |x^{(1)} - x^{(2)}| \leq \text{précision demandée}$. **Alors**, on passe à l'étape suivante et la prochaine fois, le pas sera augmenté.

-C'est de cette façon que se fait l'adaptation du pas.

-Nous allons maintenant donner et démontrer l'équation pour l'adaptation du pas :

$$h_0 = h \left(\frac{E_0}{E_r} \right)^{\frac{1}{5}} \times 0.9$$

où :

- h_0 est le nouveau pas,
- h est le pas précédemment calculé,
- E_r est l'erreur en objectif,
- E_0 est l'erreur réalisée.

La contrôlabilité :

La notion de contrôlabilité a été inventée en 1960 par « Kalman » à propos des systèmes linéaires de la forme :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{pmatrix} \quad (1)$$

Où :

$\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_m)$ et $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ sont, respectivement, la commande et l'état.

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ sont des matrices constantes.

On dit que (1) est *contrôlable*, ou *commandable*, si on peut joindre deux points de l'espace d'état E , c'est-à-dire : si, et seulement si, étant donnés deux points $P_0, P_1 \in E$ et deux instants t_0, t_1 , tel que : $t_0 < t_1$, il existe une commande \mathbf{u} , définie sur $[t_0, t_1]$, telle que $\mathbf{x}(t_i) = P_i$, $i = 0, 1$

1-Cas sans contrainte sur le contrôle : condition de Kalman :

Théorème : On suppose que $\Omega = \mathbb{R}^m$ (pas de contrainte sur le contrôle).

Le système $\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) + \mathbf{r}(t)$ est contrôlable en temps T (quelconque) si et seulement si la matrice :

$$C = (B, AB, \dots, A^{n-1}B)$$
 est de rang n .

La matrice C est appelée matrice de Kalman, et la condition $\text{rang } C = n$ est appelée condition de Kalman.

2-Cas avec contrainte sur le contrôle :

Remarque : Les propriétés de contrôlabilité globale sont reliées aux propriétés de stabilité de la matrice A .

Alors tout point de \mathbb{R}^n peut être conduit à l'origine en temps fini (éventuellement grand).

Dans le cas mono-entrée $m = 1$, on a un résultat plus précis que nous admettrons.

Théorème : Soit $b \in \mathbb{R}^n$ et $\Omega \in \mathbb{R}$ un intervalle contenant 0 dans son intérieur. Considérons le système $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u}$, $\mathbf{u} \in \Omega$. Alors tout point de \mathbb{R}^n peut être conduit à l'origine en temps fini si et seulement si la condition de Kalman est satisfaite pour la paire (A, B) et toutes les valeurs propres de la matrice A sont de partie réelle négative ou nulle.

Annexe 4:

La fonction qui assure l'élimination de l'erreur statique **rscale** est la suivante:

```
function [Nbar] = rscale(a,b,c,d,k)

% Given the single-input linear system:
% .
% x = Ax + Bu
% y = Cx + Du
% and the feedback matrix K,
%
% the function rscale(sys,K) or rscale(A,B,C,D,K)
% finds the scale factor N which will
% eliminate the steady-state error to a step reference
% for a continuous-time, single-input system
% with full-state feedback using the schematic below:
%
%
%          /-----\
% R      +      u | .      |
% ----> N ----> () ----> | X=Ax+Bu |--> y = Cx ----> y
%          -|          \-----/
%          |              |
%          |<---- K <-----|
%
%
% 8/21/96 Yanjie Sun of the University of Michigan
% under the supervision of Prof. D. Tilbury
% 6/12/98 John Yook, Dawn Tilbury revised error(nargchk(2,5,nargin));

% --- Determine which syntax is being used --- nargin1 = nargin;

if (nargin==2), % System form

    [A,B,C,D] = ssdata(a); K=b;

elseif (nargin==5), % A,B,C,D matrices A=a;
    A = a;
    B = b;
    C = c;
    D = d;
    K = k;
else
    error('Input must be of the form (sys,K) or (A,B,C,D,K)')
end;

% compute Nbar
s = size(A,1);
Z = [zeros([1,s]) 1];
N = inv([A,B;C,D])*Z';
Nx = N(1:s);
Nu = N(1+s);
Nbar = Nu + K*Nx;
```

Annexe 3 :

Observabilité :

Définition :

– En continu :

Le système linéaire stationnaire continu :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}$$

est complètement observable à t_0 , si pour tout état x_0 à l'instant t_0 , il existe $t_1 (> t_0)$ fini tel que la connaissance de $u_{[t_0, t_1]}$ et $y_{[t_0, t_1]}$ soit suffisante pour déterminer de manière unique l'état x_0 initial.

NB : la commande n'intervient pas dans l'observabilité (on supposera $u(t) = 0$).

On parle d'observabilité de la paire (C, A) . Le système est Complètement Observable à t_0 si et seulement si : $\exists t_1 > t_0$ fini tel que : $\{y(t, t_0, x_0) = 0 \forall t \in [t_0, t_1]\} \Rightarrow x_0 = 0$.

– En discret :

La définition est analogue au cas continu, mais il existe une différence entre

- observabilité (on "veut" x_0)
- reconstructibilité (on "veut" x_1)

Critère d'observabilité :

(C, A) Complètement Observable si et seulement si : la matrice d'observabilité

$$O_{C,A} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \text{ est de rang } n.$$

Dualité observabilité–commandabilité :

- (A, B) Complètement Commandable si et seulement si: (B^T, A^T) Complètement Observable.
- Forme canonique observable : utiliser la dualité
- Propriétés :
 - L'observabilité est invariante par changement de base sur l'état.
 - L'observabilité est invariante par retour d'état.

Remarque : L'observation n'intervient pas dans la commandabilité.

Bibliographie :

- [1] : « réalisation d'un avion radiocommandé par les procédures de moulage », thèse 2014.
- [2] : « Les drones tactiques à voilure tournante dans les engagements contemporains », recherches & documents, N° 08/2010.
- [3] : Thales aux avant-postes dans le développement des drones, www.thalesgroup.com.
- [4] : **JEAN-MICHEL GRADT**, « Drones : en route vers un avenir radieux », LE 05/02/14 À 10H43.
- [5] : Guide du débutant en aéromodélisme, Club Berry Marche Modelisme, Partie 1.
- [6] : **Pedro J, Boschetti, Elsa M. Cardenas and Andrea Amerio** «Stability of an Unmanned Airplane using A low order panel method » -university of Simon Bolivar, Naiguata, Estado Vargas , 1160, Venezwela.
- [7] : **Gérard Degrez**, « Performances et stabilité des avions », Automne 2001.
- [8] : **François Veysset**, « Modélisation et identification de comportements de l'avion en vol turbulent par modèles à retards », Ecole Centrale de Lille, 2006.
- [9] : cors qualité vol2 MDV2- institut d'aéronautique et des études spatiales Université de Blida.
- [10] : **Philippe Guicheteau**, « Mécanique du vol – Tome 2 – Qualités de vol des avions », édition 2005 (ONERA).
- [11] : **Montarnal Philippe**, « Non linear aircraft dynamics and PIO », 08 july 2009.
- [12] : **Dr. Robert C. Nelson**, « Flight stability and automatic control», Aerospace and mechanical engineering department, University of Notre Dame.
- [13]: **Daniel Ross, Etienne Deguine, Mickaël Camus**, « Asservissement par PID », 30 mars 2010.
- [14] : « Stratégies de Commande pour la Navigation Autonome d'un Drone Projectile Miniature », Doctorat de l'Université de Lorraine, le 2 décembre 2013.
- [15] : **Professeur Benoît Bergeon**, « Commande linéaire Des systèmes multivariables».
- [16] : **Florent Di Meglio**, florent.di_meglio@mines-paristech.fr , 7 novembre 2014.

Sites internet:

- [s1]: www.wikipedia.org .
- [s2] : www.mondrone.net .