

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



UNIVERSITE SAAD DAHLEB BLIDA -1-
Faculté de Technologie
Département Automatique



MEMOIRE DE FIN D'ETUDES MASTER

THÈME :

**Approche de commande à base de modèle prédictif
des systèmes dynamiques hybrides : Application à une
classe de système dynamique hybride non linéaire par
simulation & expérimentation**

Réalisé par :

Mr. KEFFAZ MOHAMMED SAMI

Mr. MELLAL MOHAMED ASSIL

Promoteur:

Prof. GESSOUM ABDERAZAK

Co-Promoteur:

Dr. BELAZREG M. FOUZI

Année universitaire : 2021/2022

ملخص- تعرض هذه المذكرة النمذجة والتحكم في النظم الهجينة باستخدام إطار نظام مختلط منطقي و ديناميكي، معرف بقوانين فيزيائية مترابطة ، وقواعد منطقية، إضافةً إلى قيود التشغيل. يتم وصف هذه الأخيرة بمعادلات ديناميكية خطية تخضع للمترجمات الخطية التي تستخدم متغيرات حقيقية و صحيحة. و باستخدام المتغيرات الملحقة، يمكن نمذجة التغيرات التي قد تظهر على هذه الديناميكيات مع الأخذ بعين الاعتبار الترابط الموجود بينها.و يتم استخدام هذا النموذج لتخليق قانون تحكم تنبؤي للنظام الهجين. هذا التحكم يستخدم حل أني بإستعمال برنامج مزدوج صحيح تربيعي أو خطي لحل مشكلة الإستمثال.رغم ما تمثله هذه الطريقة (MIQPs) من محاسن إلا أن كثافة الحساب فيها ينجم عنها إستغراق زمن طويل، مما يتطلب إستعمال برامج فعالة او اللجوء إلى طريقة غير أنية في مشكلة الإستمثال. من أجل إظهار نجاعة و كفاءة هذه الطرق و الأدوات، تم إجراء المحاكاة باستخدام نظام ثنائي خزانات.

الكلمات المفتاحية: الأنظمة الهجينة، نظام مختلط منطقي و ديناميكي، نموذج التحكم التنبؤي، البرمجة المزدوجة الصحيحة التربيعية أو الخطية.

Abstract—This work deals with the modeling and the control of hybrid systems by using Mixed Logical Dynamical (MLD) system framework described by interdependent physical laws, logic rules, and operating constraints. These are described by linear dynamic equations subject to linear inequalities involving real and integer variables. The changes which may appear over such dynamics are modeled by using the auxiliary variables which take into account the interconnections effects. The MLD model is used to synthesize the model predictive control (MPC) law. The discrete-time equivalent of the model predicts the hybrid system behavior over a prediction horizon. The controller requires solution of on line mixed integer quadratic or linear program to solve an optimization problem. However, an explicit form is permitted in off-line optimization, in order to reduce the computation load due to the complexity of the MIQPs to be solved in reel-time. Simulation and experimental was performed to illustrate performances and efficiently of this approach applied to the model of a cylindrical and spherical two tank system.

Keywords: Hybrid system, nonlinear systems, mixed logical and dynamical, model predictive control, Mixed integer quadratic/linear programming.

Résumé - Ce mémoire présente la modélisation et la commande des systèmes hybrides en utilisant le formalisme dynamique logique mixte (MLD) décrit par des lois physiques interdépendantes, règles logiques et des contraintes d'exploitation. Ils sont régis par des équations dynamiques linéaires soumis à des inégalités linéaires faisant intervenir des variables réelles et entières. Les changements qui peuvent apparaître sur ces dynamiques sont modélisés en utilisant les variables auxiliaires prenant en compte les interconnexions. Le modèle MLD est utilisé pour la synthèse d'une commande prédictive (MPC). Le système à temps discret équivalent du modèle prédit le comportement dynamique du système hybride sur un horizon de prédiction. La commande nécessite une solution en ligne en utilisant un programme mixte entière quadratique ou linéaire pour résoudre un problème d'optimisation. La simulation et l'expérimentation a été effectuée afin d'évaluer les performances et l'efficacité ce cet approche en utilisant le modèle à deux cuves cylindriques et sphérique.

Mots clés : Systèmes hybrides, systèmes non linéaires, Système MLD, la commande prédictive à horizon glissant, la programmation linéaire en nombre entier quadratique.

Remerciements

Ce projet de fin d'études a été préparé au sein du département de la Sûreté Nucléaire, DSNR du Centre de Recherche Nucléaire de Birine "CRNB"

Nous tenons tout d'abord à exprimer notre profonde gratitude à Messieurs Prof. GUESSOUM Abderazak, et Dr. BELAZREG Mohamed Fouzi, Chercheur principal au Centre de Recherche Nucléaire de Birine, respectivement encadreur et co-encadreur de mémoire, qui leur revient un grand mérite aussi bien pour la proposition du sujet et l'évolution et la valorisation du présent travail ainsi qu'à l'orientation et leurs encouragements durant l'achèvement du mémoire. Ils n'ont cessé de nous prodiguer de précieux conseils tout le temps pris pour arriver à terme de ce travail.

Nous tenons aussi à remercier vivement le Dr. K.ELMERAOUI maitre de conférences à l'université SAAD DAHLEB de BLIDA qui nous a fait l'honneur de présider notre jury de mémoire.

Nous souhaitons remercier également Monsieur Dr.S.SALAH, Maitre de Conférences A à l'université de BLIDA, d'avoir accepté d'examiner ce mémoire.

Nos remerciements vont également à Mrs. IDIR ABDELLANI, MANAA A., et H. GRAINE, respectivement Directeur Général, Secrétaire Général, Directeur de la Division DSNR du Centre de Recherche Nucléaire de Birine pour leur aide précieuse logistique et technique à l'avancement de notre projet de fin d'études.

Nous ne saurions terminer sans remercier tous nos amis qui nous ont partagé ces années d'études.

Enfin, pour toute personne qui nous a aidé de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire, Nous vous sommes très reconnaissant.

Cordialement merci

MELLAL MOHAMED ASSIL

KEFFAZ MOHAMMED SAMI

Dédicaces

*Nous dédions ce modeste travail à :
Nos très chers parents, à leurs grands
sacrifices et les dévouements pour
notre bonheur.*

*Nos frères et sœurs, et à toute nos
familles.*

*A Nos amis et toute Les personnes qui
nous ont aidés de loin ou de près.*

MELLAL MOHAMED ASSIL

KEFFAZ MOHAMMED SAMI

SOMMAIRE

| | |
|-------------------------------|--|
| Résumé | |
| Remerciements | |
| Dédicace | |
| Sommaire | |
| Liste des figures et tableaux | |
| Abréviation | |

| | |
|-----------------------------|---|
| Introduction Générale | 9 |
|-----------------------------|---|

CHAPITRE I

Les Systèmes Dynamiques Hybrides : Concepts et terminologies

| | |
|--|----|
| I.1 Introduction..... | 14 |
| I.2 Définition des systèmes dynamiques hybrides..... | 15 |
| I.2.1 Définition formelle des SDH..... | 17 |
| I.2.2 Classification des phénomènes hybrides..... | 17 |
| I.2.2.1 Phénomènes hybrides..... | 18 |
| I.2.2.2 Action des phénomènes hybrides | 18 |
| I.2.2.3 Déclenchement des phénomènes hybrides | 19 |
| I.2.2.4 Classification des phénomènes hybrides | 19 |
| I.3 Structure générique d'un système dynamique hybride..... | 21 |
| I.3.1 La partie discrète..... | 21 |
| I.3.2 La partie continue..... | 21 |
| I.3.3 Interface entre la partie continue et la partie discrète..... | 22 |
| I.4 Représentations des systèmes dynamiques hybrides..... | 22 |
| I.4.1 Modèle mixte dynamique et logique « Mixed Logical Dynamical » (MLD)..... | 22 |
| I.4.2 Modèle affine par morceaux (Piecewise Affine System PWA)..... | 23 |
| I.4.3 Automates hybrides..... | 24 |
| I.4.4 Autres modes de modélisation..... | 25 |
| I.5 Équivalence entre les modèles hybrides..... | 26 |
| I.6 Exemples de systèmes hybrides..... | 26 |
| I.6.1 Système hybride à saut autonome | 26 |
| I.6.2 Système hybride à commutation de modèle autonome..... | 30 |
| I.6.3 Système hybride de deux réservoirs..... | 31 |
| I.7 Conclusion..... | 34 |

CHAPITRE II

Modélisation et qualification du système expérimental à trois cuves sphériques 37

| | |
|---|----|
| II.1 Introduction..... | 36 |
| II.2 Description de l'installation expérimentale et de l'instrumentation..... | 36 |

| | |
|--|----|
| II.2.1 Le système hybride à trois cuves sphériques..... | 37 |
| II.2.2 La calibration des capteurs..... | 39 |
| II.2.2.1 calibration des capteurs de niveau de liquide..... | 40 |
| II.2.2.2 calibration des capteurs du débit..... | 41 |
| II.2.2.3 Calibration de la vanne de régulation du débit..... | 41 |
| II.2.2.4 Application par Automate hybride..... | 42 |
| II.3 Identification mathématique du modèle d'une cuve sphérique..... | 43 |
| II.3.1 Modèle de représentation par linéarisation partielle | 43 |
| II.3.2 Identification expérimentale du modèle de la cuve (Black-Box)..... | 47 |
| II.3.3 Régulation PI en boucle fermée en poursuite d'une trajectoire | 49 |
| II.4 Conclusion..... | 50 |

CHAPITRE III

La commande prédictive à base de modèle MPC des SDH

| | |
|--|----|
| III.1 Introduction..... | 51 |
| III.2 Commande prédictive MPC par le Framework MLD..... | 52 |
| III.2.1 Modélisation par le Framework MLD..... | 53 |
| III.2.2 La structure de modélisation par le Framework MLD | 54 |
| III.2.3 Programmation linéaire mixte et calcul propositionnel | 55 |
| III.3 Critère d'optimisation pour la commande hybride..... | 56 |
| III.4 Application par simulation sur un système à deux cuves cylindriques..... | 59 |
| III.4.1 Description du système hybride à deux cuves cylindriques..... | 59 |
| III.4.2 Elaboration du modèle MLD du système à deux cuves | 61 |
| III.4.3 Résultats et interprétation..... | 67 |
| III.4.4 Identification et validation du modèle du premier principe du procédé..... | 67 |
| III.4.5 Le modèle MLD pour une implémentation de la commande MPC..... | 68 |
| III.4.6 Etude de cas : Commande de régulation de niveau..... | 70 |
| III.5 Conclusion..... | 71 |
| Conclusion générale..... | 73 |
| Annexes..... | 75 |
| Références Bibliographiques..... | 88 |

Liste des figures

| | |
|---|----|
| Figure I.1: Principe des systèmes dynamiques hybride..... | 14 |
| Figure I.2: Couplage de phénomènes continus et discrets au sein d'un système dynamique hybride..... | 14 |
| Figure I.3: Système hybride avec 4 modes de fonctionnement..... | 16 |
| Figure I.4: phénomènes hybride | 19 |
| Figure I.5: Structure d'un système dynamique hybride..... | 20 |
| Figure I.6: Structure hiérarchique du Framework MLD..... | 22 |
| Figure I.7: Exemple d'une répartition polyédrale dans le plan..... | 23 |
| Figure I.8: Les équivalences entre les différents modèles hybrides..... | 25 |
| Figure I.9 : Automate hybride de la balle rebondissante..... | 26 |
| Figure I.10 : Simulation du comportement hybride de la balle rebondissante..... | 27 |
| Figure I.11: Modèle hybride du thermostat..... | 28 |
| Figure I.12 : Simulation de la température et de la transition d'état du système hybride..... | 28 |
| Figure I.13 : Trajectoire du système dynamique à commutation autonome..... | 29 |
| Figure I.14 : Système de deux cuves cylindriques..... | 30 |
| Figure I.15 : Le comportement dynamique discret du système hybride à deux cuves..... | 31 |
| Figure I.16: Simulation en boucle ouverte du système à deux cuves..... | 33 |
| Figure II.1 : Le banc d'essais expérimental du système hybride à trois cuves sphériques..... | 36 |
| Figure II.2 : Instrumentation du système hybride à trois cuves-sphériques..... | 38 |
| Figure II.3: Courbe caractéristique de la pompe VMD 1090..... | 39 |
| Figure II.4: Courbe caractéristique du capteur de niveau de liquide..... | 39 |
| Figure II.5: Courbe caractéristique du capteur de débit Ultrasonic DU-S-25-B..... | 40 |
| Figure II.6: Courbe caractéristique de la vanne de régulation et du débit J4C-S20..... | 40 |
| Figure II.7 : Modèle hybride de Pompe..... | 41 |
| Figure II.8 : Simulation du système hybride remplissage- vidange de la cuve-sphérique..... | 41 |
| Figure II.9 : La transition du modèle du système hybride..... | 42 |
| Figure II.10 : Diagramme schématique du système cuve-sphérique..... | 42 |
| Figure II.11 : La réponse en boucle ouverte du système cuve-sphérique autour de 70% de h_{\max} (30cm)... | 47 |
| FigureII.12: Diagramme schématique du système en boucle fermée basé sur in régulateur PI..... | 48 |
| Figure II.13: La réponse de régulation de notre PI sur notre système..... | 49 |
| Figure III.1: Principes de la commande Prédictive..... | 52 |
| Figure III.2: Structure d'un modèle MLD..... | 53 |
| Figure III.3: Stratégie de commande MPC hybride en ligne appliquée au système à deux-cuves..... | 57 |
| Figure III.4 : Système de deux cuves cylindriques..... | 58 |
| Figure III.5 : la linéarisation de la fonction racine..... | 59 |
| Figure III.6 : Commande prédictive des niveaux h_1, h_2 | 67 |

Liste des tableaux

| | |
|--|----|
| Tableau I.1: Déclenchement des phénomènes hybrides | 18 |
| Tableau I.2: Actions des phénomènes hybrides..... | 18 |
| Tableau I.3 : Modes discrets en dépendance des états continus..... | 31 |
| Tableau I.4 : Paramètres du système à deux cuves cylindriques..... | 32 |
| Table II.1 Technical specifications of Experimental Setup..... | 37 |
| Tableau II.2: Paramètres du régulateur PI pour une période $T_s=5s$ | 49 |
| Table III.1 : Les coefficients de perte de charge de l'installation des interconnexions entre les cuves..... | 69 |

Abréviations

| | |
|---------------------------|--|
| CARIMA | Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average |
| COSY | Control of Complex Systems |
| GPC | Generalized Predictive Control |
| HYSDEL | Hybrid system Description Language |
| MLD | Mixed Logical Dynamical |
| MILP | Mixed Integer Linear Programming |
| MIP | Mixed Integer Program |
| MIQP | Mixed Integer Quadratic Programming |
| MPC | Model Predictive Control |
| RdPH | Réseau de Petri hybride |
| RHC | Receding Horizon Control |
| SED | Système à événement discret |
| PWA | PieceWise Affine Systems |
| MIDO | Mixed Integer Dynamic Optimization |
| SQP | Sequential quadratic programming |
| MIP | Mixed Integer Program |
| RHC | Receding Horizon Control |
| LP | Linear Program(ming) |
| $x(k)$ | Measurement of state x at time k |
| x_k | Predicted value of state x at time k , given a measurement $x(0)$ |
| I | identity matrix of appropriate dimension |
| A^T | Transpose of matrix A |
| $\ x\ $ | Any vector norm of x |
| $\ x\ _2$ | Euclidian norm of vector x |
| $\ x\ _p$ | p -norm of a vector $x \in \mathbb{R}^n$, $\ x\ _p = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n x(i) ^p}$ |
| KKT | Karush-Kuhn-Tucker |
| $\mathbb{R}^{n \times n}$ | Set of real matrices with n rows and n columns |

Introduction Générale

Introduction Générale

L'appellation « systèmes dynamiques hybrides » désigne des catégories de systèmes faisant intervenir explicitement simultanément des phénomènes ou des modèles de type dynamique continue et de type événementiel. Ces systèmes sont classiquement constitués de processus continus (par exemple, des équation différentielle) interagissant avec ou supervisés par des processus discrets (exemple automates à état finis). Ils résultent également de l'organisation hiérarchique de systèmes de contrôle/commande complexes ou de l'interaction entre des algorithmes discrets de planification et des algorithmes continus de commande [1][2].

En automatique classique, le problème de commande est traité différemment selon la nature du système à étudier : continu ou discret. L'étude et l'analyse du système est basée sur un ensemble de théories et concepts faisant aboutir à des méthodes et développement de solutions performantes permettant le réglage du problème dans sa nature homogène sans faire appel aux solutions et apport de l'autre domaine. Une théorie générale et unifiée pour modéliser, analyser et concevoir des commandes pour de tels systèmes n'est pas disponible actuellement. Cependant, beaucoup de chercheurs travaillent sur des sous-classes de systèmes hybrides pour lesquelles de telles approches ont été développées [2][3][4][5].

Les procédés industriels sont de nature complexes et sont difficiles à commander d'une manière conventionnelle. A cet effet, les ingénieurs utilisent des systèmes de contrôle et commande par des automates séquentiels couplés avec des boucles de régulation dans les différents modes de fonctionnement du système pour pouvoir les piloter. Le comportement dynamique de ce type de système est caractérisé par une nature mixte continue et événementielle.

En conséquence, durant les deux dernières décennies, ont vus croître l'intérêt porté à la recherche concernant les systèmes hybrides, qui couvre plusieurs domaines d'application tels que les processus batch, les systèmes électrotechniques, les réseaux de communication, les systèmes de transport, la commande de processus industriels, les systèmes flexibles de production, la robotique, ..., etc. Les progrès rapides de l'informatique et de la technologie des ordinateurs encouragent l'analyse des systèmes hybrides car les ordinateurs sont capables de résoudre des calculs de plus en plus complexes.

A cet effet, l'étude des systèmes hybrides a retenu l'attention de la communauté des automaticiens, ainsi que celle de la communauté des informaticiens. Les objectifs que l'on peut assigner à l'étude des systèmes dynamiques hybrides SDH consistent à apporter une solution en termes de modèle, de méthode, de performance et de qualité à des problèmes mal traités par les approches homogènes ou classiques. En effet, la communauté des chercheurs a orienté ces efforts vers trois axes : modélisation, analyse et commande [6]

La modélisation permet de formaliser des modèles pour décrire le comportement dynamique des SDH. Plusieurs formalismes ont été proposés afin d'établir un modèle homogène permettant l'interaction entre la partie continue et discrète. Ces approches peuvent être classées en trois catégories [2] :

- ❖ Les approches basées sur une extension des modèles continus (exemple bond-graph),
- ❖ Les approches basées sur une extension des modèles des systèmes à événements discrets (réseaux de Pétri RdP hybrides),
- ❖ Les approches mixtes combinant les parties continues et discrètes dans une même structure qui reposent sur la collaboration de deux sous modèles. Le premier pour décrire l'aspect événementiel, et l'autre pour modéliser la partie continue exprimée par des équations d'état dont l'aspect hybride est pris en compte dans l'interface des deux sous-modèles.

Plusieurs auteurs ont proposé différents formalismes pour modéliser et analyser le comportement dynamique des systèmes hybrides. Les plus connus que nous avons retenus et utilisés dans le cadre du présent projet sont les automates hybrides linéaires HA [7] et les systèmes mixtes dynamiques et logiques MLD [4].

L'approche développée dans ce mémoire utilise ces deux Framework. Elle permet une modélisation des systèmes hybrides qui incluent des dynamiques continues et discrètes. Les interactions et des contraintes sont incluses au modèle. Par ailleurs, la commande prédictive à base de modèle (MPC) qui est largement diffusée dans l'industrie comme technique de commande simple et efficace est utilisée pour commander un système hybride sous forme MLD en termes de poursuite de trajectoire. La structure de commande prédictive à horizon glissant développée sous le Framework MLD est basée sur une technique d'optimisation quadratique mixte en nombre entier MIQP pour le calcul du vecteur de commande à chaque période d'échantillonnage.

C'est dans ce cadre que s'inscrit notre sujet de projet de fin d'études et qui a pour objectif d'étudier une méthode de modélisation et de commande en vue de commander un système non linéaire par une approche hybride. La validation de la technique de commande est mise en œuvre sur un banc d'essais composé de trois cuves sphériques interconnectés par l'utilisation de l'algorithme de commande hybride faisant appel à la prédiction et l'optimisation en temps réel.

Le travail de recherche réalisé dans le cadre de ce mémoire est résumé en trois points :

1. Etude de l'Automate hybride pour la modélisation des systèmes HDS,
2. Modélisation et identification du système non linéaire par la méthode de Broida,
3. Application de la commande prédictive (MPC) à base de modèle MLD.

Le formalisme MLD s'adapte à de très nombreuses classes de systèmes hybrides, par exemple, les systèmes à entrées et états mixtes (continus et discrets). Il permet de résoudre les problèmes pratiques tels que la commande et l'estimation des états. La structure MLD fournit des équations dynamiques linéaires à temps

discret, avec des contraintes exprimées par des inégalités, impliquant des variables réelles et entières. Elle s'intègre dès lors facilement dans la formulation standard de problèmes d'estimation ou de commande.

Dans le premier chapitre, les notions fondamentales relatives aux systèmes dynamiques hybrides sont introduites. Les caractéristiques, les différents classes et phénomènes hybrides citées dans la littérature sont présentés. Ensuite, une description succincte est donnée sur les principaux formalismes de modélisation des systèmes hybrides.

Au deuxième chapitre, nous nous sommes intéressés à la modélisation et l'identification d'une cuve sphérique faisant partie du système par le recours de la méthode de Brodia qui permet d'établir un modèle linéaire par une fonction de transfert de premier ordre. Par la suite, le modèle identifié est utilisé pour la synthèse d'une régulation PI pour mettre en place une régulation de poursuite en temps réel. Cette partie a été consacré à la qualification expérimentale du système dynamique.

La démarche de modélisation d'un système hybride avec la programmation linéaire et le calcul propositionnel sous le Framework **MLD** est présentée au troisième chapitre. Ensuite, une description est donnée sur les stratégies de commande prédictive à base de modèle (**MPC**) à horizon glissant pour un système hybride modélisé sous forme **MLD**. Enfin, le principe de la technique de résolution du problème d'optimisation **MIQP** « Branch & Bound » (B&B) est abordé.

Enfin, nous terminerons notre travail par une conclusion et proposition de perspectives.

Chapitre I

Les Systèmes
Dynamiques Hybrides
Concepts théoriques

I.1 Introduction :

En automatique, un système physique est traditionnellement représenté par un modèle à dynamique continu [8] ou par un modèle à événements discrets [9][10]. La nature de chacun de ces deux modèles dynamiques est définie par rapport aux variables utilisées pour d'écrire l'état du système et celles caractérisant le temps. Nous allons voir qu'à partir de la notion de variable d'état, on peut classer ces systèmes en différents types : Les systèmes dynamiques continus : sont modélisés par des variables d'état continues qui prennent leurs valeurs sur l'ensemble des réels \mathbb{R} . En ce qui concerne les variables utilisées pour d'écrire le temps, ils peuvent être séparés en deux catégories, celles des systèmes continus où le temps est une variable continue, dans ce cas le modèle est souvent représenté par un ensemble d'équations différentielles, et celles des systèmes échantillonnés où le temps est une variable discrète, et le modèle est donné sous la forme d'équations récurrentes. Les systèmes à événements discrets : sont des systèmes qui prennent leurs valeurs dans un ensemble dénombrable et évolue d'une manière discontinue en fonction des changements discrets appelés événements. Deux types de modèles sont à distinguer : les modèles non temporisés où seul l'ordre de l'occurrence des événements intervient et les modèles temporisés où la variable temps, de nature discrète ou continue, sert d'horloge sur laquelle l'occurrence des événements est synchronisée. Ces systèmes peuvent être modélisés par des automates, les réseaux de Pétri, etc. Ainsi, il est suffisant dans certains cas et pour des objectifs spécifiques d'utiliser l'une de ces deux catégories de modèles dynamiques pour présenter un système physique donné. Cependant, dans la pratique, il est nécessaire d'utiliser un modèle dynamique permettant la prise en compte des évolutions à la fois continues et événementielles, ce type de systèmes appelé systèmes dynamiques hybrides (SDH) [10][11] [12][13], couvrent plusieurs domaines d'applications tels que les systèmes électroniques, les systèmes de transport, les réseaux de communication, les systèmes flexibles de production, la robotique, etc. Dans ce qui suit, nous donnons une définition et une classification des systèmes dynamiques hybrides, dont les principes ont été proposés par Branicky [11][12][13], suivi des exemples venant de domaines variés puis les différents moyens de représentation de ces systèmes. Ensuite, nous présenterons brièvement quelques travaux consacrés à la commande des systèmes hybrides.

I.2 Définition des systèmes dynamiques hybrides :

Les systèmes dynamiques hybrides peuvent être définis comme des systèmes faisant intervenir explicitement et simultanément des phénomènes ou des modèles de type dynamique continu et événementiel, ce terme hybride se réfère au couplage essentiel de phénomènes continus et discrets au sein d'un système dont l'évolution au cours du temps est décrite par un ensemble de lois mathématiques qui peuvent être de natures continues au sens classique d'équations différentielles ou équations aux différences soumis aux éléments décisionnels discrets ou événementiels. La première formulation unitaire des concepts concernant les systèmes hybrides a été proposée par M.S Branicky [11][12]. Ses travaux ont permis d'établir une classification de ces systèmes.

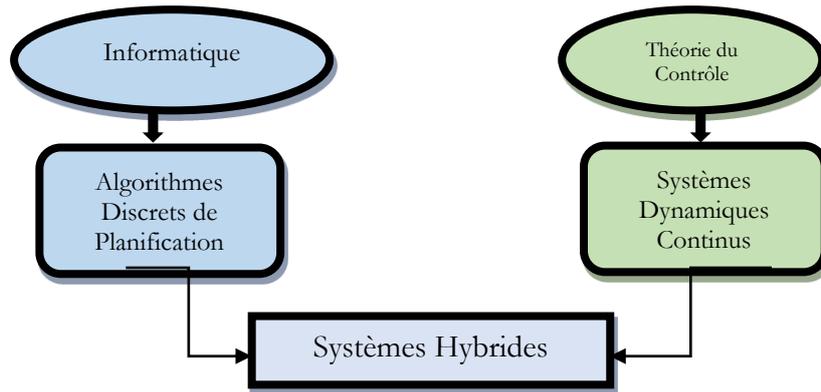


Figure I.1 : Principe des systèmes dynamiques hybride.

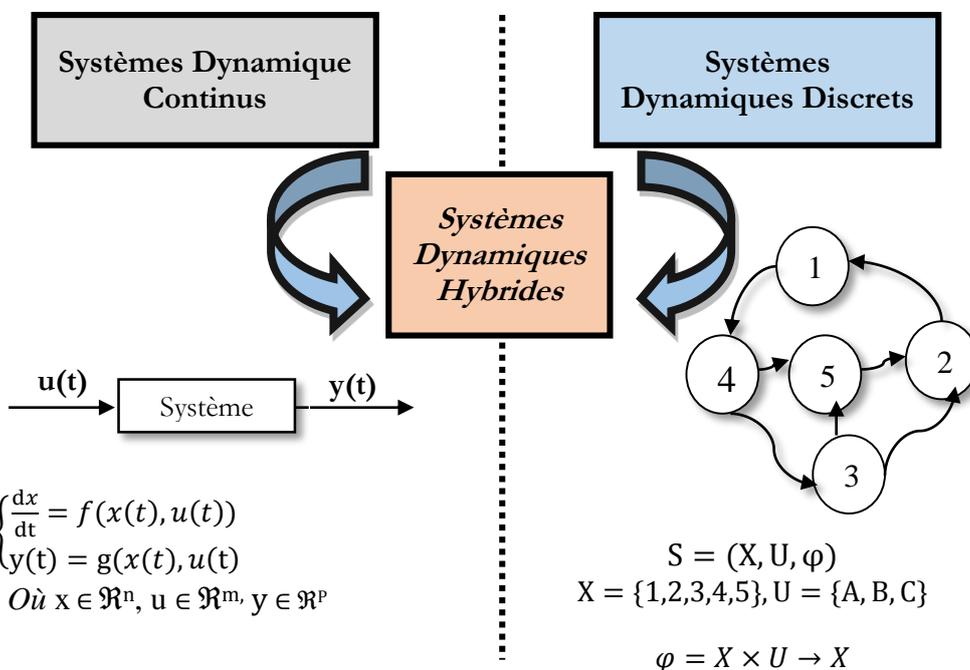


Figure I.2 : Couplage de phénomènes continus et discrets au sein d'un système dynamique hybride.

Les automates hybrides sont un modèle usuel de systèmes hybrides combinant des diagrammes de transition pour le comportement discret d'une part, et des équations différentielles pour les comportements continus d'autre part les réseaux des Pétri pour les Comportements Discret représentés sur la figure I.1 et la figure I.2

En principe, un système hybride présente un comportement caractérisé par plusieurs modes de fonctionnement. Dans chaque mode, l'évolution des états continus du système est décrite par une équation différentielle propre. Le système hybride commute entre les différents modes lorsqu'un événement particulier se produit. Les liens représentés sur la figure I.3 sont utilisés pour indiquer les événements qui provoquent des changements entre les dynamiques de système hybride.

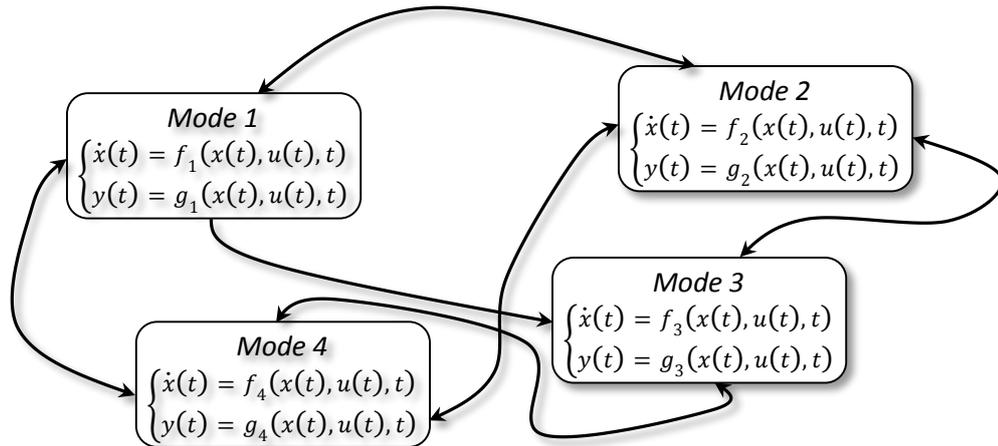


Figure. I.3 : Système hybride avec 4 modes de fonctionnement.

I.2.1 Définition formelle des SDH :

Soit $x(t) \in X \subset \mathbb{R}^n$, $q(t) \in Q \subset \mathbb{N}^m$, $u(t) \in U \subset \mathbb{R}^c$, $v(t) \in \Omega_c \subset \mathbb{N}^d$ et $t \in \mathbb{R}^+$ où n, m, c, d sont donnés. L'ensemble X représente l'ensemble des états continus et l'ensemble Q représente l'ensemble des états discrets. L'ensemble U représente l'ensemble des commandes continues et l'ensemble Ω_c représente l'ensemble des commandes discrètes. La variable t représente le temps.

Soit $S = X \times Q$ et soit P un sous-ensemble fermé de $\mathbb{R}^n \times Q$. On définit l'état hybride $x(t) \in S$ du système à l'instant t par la donnée du couple $[x(t), q(t)]$ et on appelle SDH un système dynamique décrit par les équations suivantes pour $t \in [t_0, t_f]$:

$$\dot{x}(t) = F(x(t), q(t), u(t)) \quad (\text{I.1})$$

$$[x(t^+), q(t^+)] = G(x(t), q(t), v(t)) \quad \begin{cases} \text{si } s(t) \in \partial P \\ \text{si } v(t) \in \Omega_c \text{ intervient} \end{cases} \quad (\text{I.2})$$

$$x(t_0) = x_0 \quad (\text{I.3})$$

$$q(t_0) = q_0 \quad (\text{I.4})$$

La fonction F représente la dynamique continue du système hybride et G représente la dynamique hybride du système correspondant aux phénomènes hybrides décrits précédemment. L'ensemble P est celui des zones de déclenchement des phénomènes hybrides et ∂P est la frontière de P . La commande discrète (t) détermine les instants où la fonction G intervient (instants de commutation/saut). Elle détermine également le nouveau modèle ou l'amplitude du saut de l'état suivant l'action du phénomène hybride. Les fonctions F et G sont supposées suffisamment régulières pour que le système défini par les équations (I.1-I.4) admette une solution unique.

I.2.2 Classification des phénomènes hybrides :

Nous présentons dans ce paragraphe la classification de Branicky des systèmes dynamiques hybrides :

I.2.2.1 Phénomènes hybrides :

Soit $x(t)$ la trajectoire d'un état continu du système hybride avec une valeur initiale fixée et arbitraire $x(t_0) \in \mathbf{x}$ et $\dot{x}(t)$ la vitesse de l'état continu pour le même système hybride. Avant d'étudier comment se produisent les interactions entre les deux parties qui forment le système hybride, nous allons d'abord présenter les actions discrètes qui peuvent intervenir lors de l'évolution d'un système continu d'écrit par une équation différentielle de la forme :

$$\dot{x}(t) = f(x, t), \text{ pour } t > 0 \quad (\text{I.5})$$

Où f représente le champ de vecteurs.

On note τ l'instant où intervient une action discrète dont nous verrons ultérieurement comment Elle peut être déclenchée. L'ensemble action et d'enclenchement est appelé phénomène hybride.

I.2.2.2 Action des phénomènes hybrides :

Les actions des phénomènes hybrides sur le système continu sont de deux types :

- ❖ Les phénomènes hybrides agissent sur la dynamique du système continu, modifiant ainsi cette dynamique. Le système hybride se situe alors pour $t \geq \tau$ dans un autre mode de fonctionnement. On appelle ce **phénomène commutation de modèle** et τ instant de commutation.

Un exemple simple de modèle formel avec deux modes de fonctionnement est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_1(x, t), \text{ pour } t > \tau \\ \dot{x}(t) = f_2(x, t), \text{ pour } t < \tau \end{cases} \quad (\text{I.6})$$

- ❖ Les phénomènes hybrides agissent également sur le vecteur d'état du système, le faisant évoluer de manière différente pour $t = \tau$. C'est-à-dire qu'à l'instant τ , l'état saute de $x(\tau^-)$ à $x(\tau^+)$ sans changement de modèle ($x(\tau^-) \neq x(\tau^+)$). On appelle ce phénomène saut de l'état. Un exemple de modèle formel est représenté par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, t), & \text{pour } t \geq 0 \text{ et } t \neq \tau \\ x(\tau^+) = x(\tau^-) + g & \text{pour } g \neq 0 \text{ et } t = \tau \end{cases} \quad (\text{I.7})$$

- ❖ Les deux actions peuvent être couplées. En effet, on peut considérer qu'à l'instant τ , on a une **commutation de modèle** et **saut du vecteur d'état**. Un exemple de modèle formel est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_1(x, t), \text{ pour} & t < \tau \\ x(\tau^+) = x(\tau^-) + g & g \neq 0 \\ \dot{x}(t) = f_2(x, t), \text{ pour} & t > \tau \end{cases} \quad (\text{I.8})$$

L'état continu du système, est alors réinitialise de $x(\tau^-)$ à $x(\tau^+)$. Notons que τ^- et τ^+ correspondent respectivement aux limites à gauche et à droite de τ , et g la constante provoquant une discontinuité de l'état à l'instant τ .

I.2.2.3 Déclenchement des phénomènes hybrides :

Nous proposons une classification des phénomènes hybrides intervenant dans les SDH, sachant qu'un système dynamique hybride SDH peut posséder plusieurs types de phénomènes. Ces phénomènes étant décrits par la fonction G , on définit les différents phénomènes hybrides suivant les propriétés de cette fonction G et notamment suivant son ensemble de départ, noté D et son ensemble d'arrivée, noté A comme est indiqué au table I.1.

| | |
|------------------------|------------------------|
| $D = X \times Q$ | $D = \Omega_c$ |
| Déclenchement Autonome | Déclenchement Contrôlé |

Tableau I.1 : Déclenchement des phénomènes hybrides.

Le tableau I.2 montre selon l'ensemble d'arrivée de la fonction G , le type d'action correspondante.

| | |
|-----------------------|----------------|
| $A=Q$ | $A=X$ |
| Commutation de modèle | Saut de l'état |

Tableau I.2 : Actions des phénomènes hybrides.

I.2.2.4 Classification des phénomènes hybrides :

Par la nature de l'action et la manière dont ils sont déclenchés, on distingue quatre types de phénomènes hybrides [14] :

- Les commutations de modèle Autonomes, notées G_{CA} .
- Les commutations de modèle contrôlé, notées G_{CC} .
- Les sauts de l'état Autonome, notés G_{SA} .
- Les sauts de l'état contrôlé, notés G_{SC} .

Ces quatre phénomènes sont représentés graphiquement sur la figure I.4.

P : Zone de déclenchement.

F : la dynamique continue du système hybride.

G : représente la dynamique hybride du système correspondant aux phénomènes hybrides décrits précédemment.

$$\text{Où : } \begin{cases} Sq_0 = X, q_0 \in S \\ Sq_1 = X, q_1 \in S \\ Sq_2 = X, q_2 \in S \\ Q = \{q_0, q_1, q_2\} \end{cases}$$

Ainsi, en partant de l'état initial (S) $t_0 = [x_0, q_0] \in Sq_0$, le système évolue suivant la dynamique F jusqu'à ce que (S) atteigne l'ensemble P . A cet instant noté τ_1 , la dynamique hybride intervient et modifie la valeur de q qui devient égale alors à q_1 . Ce phénomène est donc une commutation de modèle autonome G_{CA} (trait discontinu en rouge).

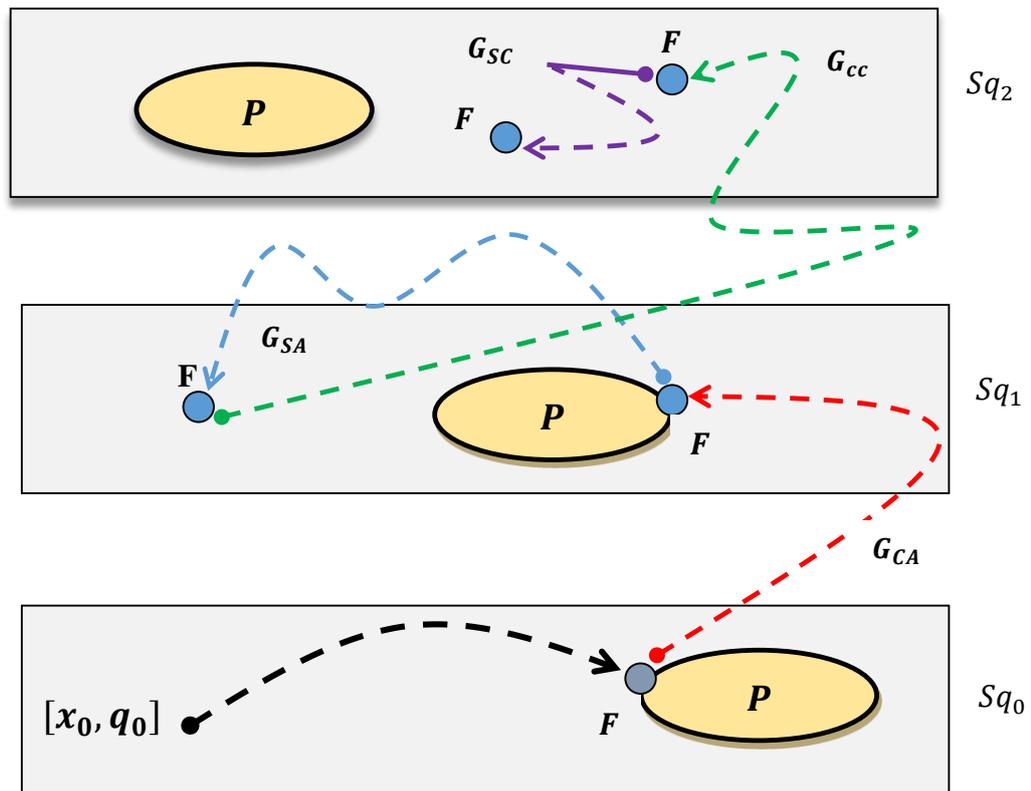


Figure I.4 : Phénomènes hybrides.

Ensuite, le système poursuit son évolution avec une nouvelle dynamique définie par F (qui a été modifiée). À l'instant τ_2 , (S) atteint à nouveau l'ensemble P , mais cette fois la dynamique hybride modifie l'état x . Ce phénomène est donc un saut autonome G_{SA} (trait discontinu en bleu).

Enfin, ces deux phénomènes se reproduisent mais sur l'intervention d'une commande discrète $v(t)$ qui détermine dans un cas le nouveau modèle G_{CC} (trait discontinu en vert) et dans l'autre cas la nouvelle valeur du vecteur d'état G_{SC} (trait discontinu en jaune). A partir de ces considérations, l'auteur Branicky [14] a proposé la classification suivante concernant les catégories fondamentales des systèmes hybrides :

- ❖ Systèmes hybrides à commutation autonome (avec continuité de l'état) : caractérisées par un changement de x lorsque l'état continu x atteint certains domaines dans l'espace des états continus, exemple d'un circuit électrique comportant une diode.
- ❖ Systèmes hybrides à saut autonome (avec discontinuité de l'état) : caractérisée par un changement discontinu de la variable d'état x lorsqu'elle atteint une certaine région de l'espace d'état, l'exemple de la balle en rebondissement.
- ❖ Systèmes hybrides à commutation contrôlée où la variable d'état x change instantanément en réponse à une entrée externe (commande). Le système constitué d'un réservoir avec une vanne d'alimentation et une vanne d'évacuation présente clairement un cas de système à commutation commandée.

- ❖ Systèmes hybrides à saut contrôlé où la valeur de x change de façon discontinue sous l'influence d'une action extérieure. Le système électrotechnique avec des entrées impulsionnelles illustrent un cas de saut commandé.

I.3 Structure générique d'un système dynamique hybride :

Généralement, un SDH peut être vu comme l'agrégation d'un système à événement discret SED, de système dynamique continu et d'une interface qui gère les interactions entre les deux évolutions (continue et discrète) [15]. Chaque partie du SDH dispose d'entrées (discrète σ et continue u) et de sortie (discrètes ψ et continues y). L'état discret est décrit par q et l'état continu est décrit par x . Ces différents éléments, à savoir la partie discrète, la partie continue et l'interface peuvent être décrits ou spécifiés de différentes manières comme l'illustre la figure ci-dessous I.5.

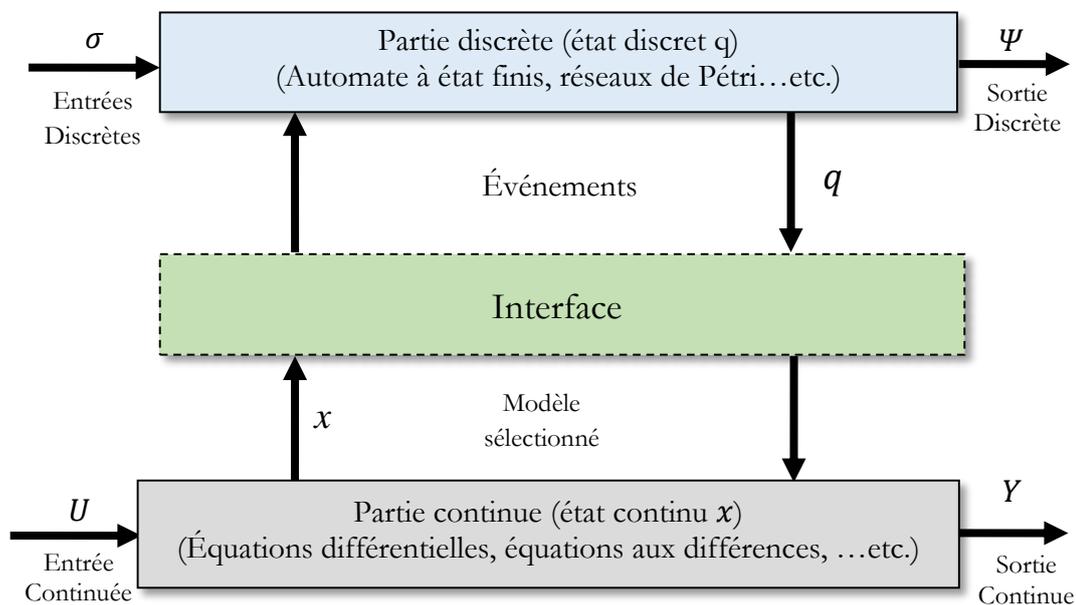


Figure I.5 : Structure d'un système dynamique hybride (Interaction entre la partie continue et la partie discrète).

I.3.1 La partie discrète :

La partie discrète du système hybride est associée à un SED dont l'espace d'état est un ensemble discret fini, où l'état discret ne change qu'à certains instants du temps de façon instantanée. Les transitions entre les états discrets sont associées à l'occurrence d'événements discrets. Les modèles qui permettent d'appréhender les SED sont les automates à états finis, les réseaux de Pétri RDP et les graphes d'état (State Charts).

I.3.2 La partie continue :

La partie continue est représentée par un ensemble de modèles continus. Elle est constituée d'une infinité de valeurs décrivant le comportement d'un phénomène physique. L'évolution de la partie continue est caractérisée par un espace de temps continu et peut être représentée de différentes manières. Les modèles souvent utilisés sont ceux à base d'équations différentielles ordinaires, ou encore de fonction de transfert, ou bond-graphs. Le modèle de comportement continue est exprimé sous la forme d'état :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), z(t)) \\ y(t) = h(x(t), z(t)) \end{cases} \quad (I.9)$$

Où : (t) est la vecteur d'état, $y(t)$ est le vecteur des sorties, $z(t)$ est un vecteur regroupant les entrées inconnues, les perturbations, etc. et f et h sont des fonctions vectorielles linéaires ou non linéaires.

I.3.3 Interface entre la partie continue et la partie discrète :

L'interface traduit l'interaction entre la partie continue et la partie discrète du SDH de façon que l'état discret q détermine la dynamique continue spécifique de la partie continue du SDH [15]. Par ailleurs, les signaux provenant de la partie continue déterminent par l'intermédiaire de l'interface les événements autorisant des transitions de l'état discret d'une situation vers une autre situation. Ce phénomène d'interaction entre ces types de dynamiques est appelé phénomène hybride. Les actions des phénomènes hybrides se profilent généralement sous forme d'une commutation de modèle continu ou sous forme d'une discontinuité apparaissant sur le vecteur d'état. Dans le cas de commutation de modèle, le choix de la nouvelle dynamique est déterminé par le système à événements discrets décrivant la dynamique discrète du système global. Par ailleurs, ces deux actions hybrides peuvent être couplées.

Les phénomènes hybrides peuvent être déclenchés lorsque des variables continues atteignent certains seuils spécifiques. Ce fait se manifeste en faisant basculer le système à événement discret à un nouvel état et suivant cet état une des actions décrites ci-dessous est déclenchée. Ce phénomène est dit alors autonome [15][16]. En revanche, une commande discrète extérieure agissant directement sur le système à événement discrets peut déclencher un phénomène hybride. Dans ce cas, le phénomène hybride est dit contrôlé. Ainsi, quatre types de phénomène hybrides peuvent être distingués selon le type de déclenchement et selon les actions des phénomènes hybrides. Ces phénomènes par référence aux types de déclenchement et aux actions sont appelés les commutations de modèle autonomes, les commutations de modèle contrôlées, les sauts de l'état autonomes et les sauts de l'état contrôlés. Un SED peut se caractériser par plusieurs types de phénomènes.

I.4 Représentations des systèmes dynamiques hybrides :

Les moyens de représentation des SED couramment utilisés sont les réseaux de Pétri (RdP) et les automates. Des travaux ont déjà été réalisés pour étendre les réseaux de Pétri et les automates aux SDH, qui sont utilisés pour modéliser les SDH sous un seul formalisme, principalement dans le but de simuler et d'analyser ces systèmes complexes. Il existe aussi une modélisation dite modulaire dans laquelle les deux dynamiques de nature continue et discrète sont séparées, la communication entre ces deux parties s'effectue par l'intermédiaire d'une interface. Enfin nous présentons le formalisme MLD et PWA.

I.4.1 Modèle mixte dynamique et logique « Mixed Logiciel Dynamical » (MLD) :

La forme MLD représente le système hybride par des équations linéaires, avec des inégalités linéaires portant sur les variables continues et binaires. L'ensemble des inégalités de la forme MLD rassemble donc d'une part les contraintes du système, d'autre part les inégalités issues des propositions logiques et des variables auxiliaires comme l'illustre la figure I.6 ci-dessous.

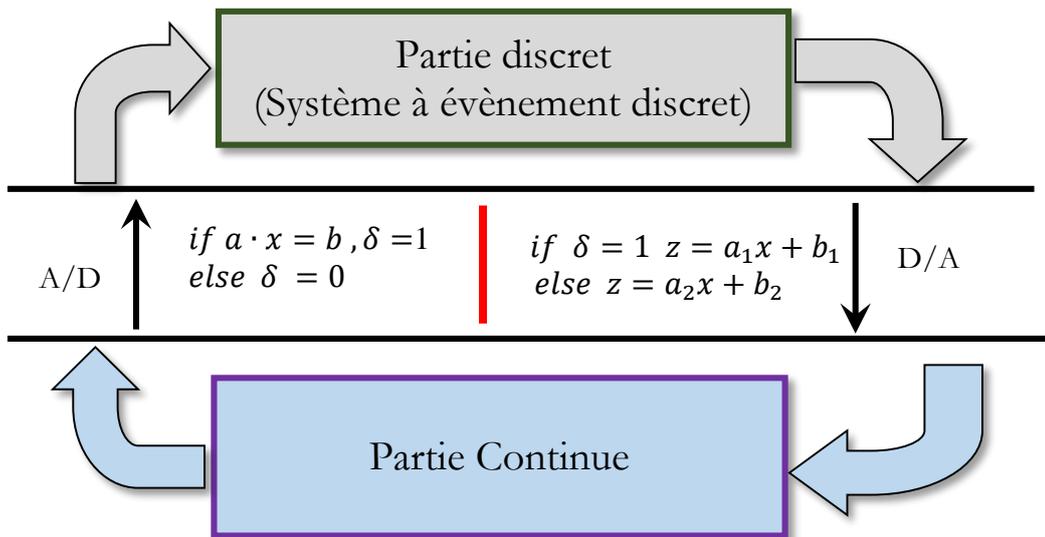


Figure I.6 : Structure hiérarchique du Framework MLD.

Des variables auxiliaires permettent de modéliser les relations existantes entre les parties continue et discrète. Ainsi, le passage de la partie continue à la partie discrète nécessite l'ajout de variables logiques. Les systèmes modélisés par le Framework MLD résultant de l'association continu/discrète sont décrits par les équations linéaires (I.10) suivantes :

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + B_1u_k + B_2\delta_k + B_3z_k \\ y_k = Cx_k + D_1u_k + D_2\delta_k + D_3z_k \\ E_2\delta_k + E_3z_k \leq E_1u_k + E_4x_k + E_5 \end{cases} \quad (\text{I.10})$$

Cette relation fait intervenir les grandeurs suivantes, mixtes continues/binaires, ou binaires, ou continues :

- Etat : $x = [x_c \ x_\ell]$ avec $x_c \in \mathcal{R}^{n_c}$, $x_\ell \in \{0,1\}^{n_\ell}$ et $n = n_c + n_\ell$
- Sortie : $y = [y_c \ y_\ell]$ avec $y_c \in \mathcal{R}^{p_c}$, $y_\ell \in \{0,1\}^{p_\ell}$ et $n = p_c + p_\ell$
- Entrée : $u = [u_c \ u_\ell]$ avec $u_c \in \mathcal{R}^{m_c}$, $u_\ell \in \{0,1\}^{m_\ell}$ et $m = m_c + m_\ell$
- Variables binaires auxiliaires : $\delta \in \{0,1\}^{r_\ell}$
- Variables continues auxiliaires : $z \in \mathcal{R}^{r_c}$

Un problème est dit « bien posé » si la solution en δ et z est unique pour une paire donnée u_k , et par conséquent u_{k+1} est défini de façon unique, ce qui permet de trouver la trajectoire unique des états x .

I.4.2 Modèle affine par morceaux PWA (Piecewise Affine System) :

L'évolution d'un système peut être gouvernée par différents modèles affines selon les valeurs courantes des états et des entrées. Dès lors, l'espace global est divisé en plusieurs régions, chaque région étant définie par des inégalités sur les états et les entrées. La dynamique de chaque région est caractérisée par une dynamique affine particulière. Un modèle affine par morceaux est défini de la façon suivante :

$$S^i: \begin{cases} x_{k+1} = A^i x_k + B^i u_k + f^i \\ y_k = C^i x_k + g^i \end{cases} \text{ pour } \begin{pmatrix} x_k \\ u_k \end{pmatrix} \in \mathcal{X}_i \quad (\text{I.11})$$

Où $\{\mathcal{X}_i\}_{i=1}^s$ représente la partition polyédrale de l'espace d'état et de commande (s est le nombre d'éléments de cette partition). Chaque \mathcal{X}_i est donné par :

$$\{\mathcal{X}_i\} = \left\{ \begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix} \middle| Q^i \begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix} \leq q^i \right\} \quad (I.12)$$

Où x_k, u_k, y_k sont respectivement les vecteurs d'état, de commande et de sortie à l'instant k .

Chaque sous-système \mathcal{X}_i défini par le 7-uplet $(A^i, B^i, C^i, f^i, g^i, Q^i, q^i), i \in (1, 2, \dots, s)$ est un composant du modèle PWA. Les matrices du modèle sont définies comme suit $A^i \in \mathfrak{R}^{n \times n}, B^i \in \mathfrak{R}^{n \times m}, C^i \in \mathfrak{R}^{p \times n}, C^i \in \mathfrak{R}^{p_i(n+m)}, f^i, g^i, q^i$ sont des vecteurs constants de dimensions appropriées, où n, m, p sont respectivement les dimensions de l'état, de l'entrée, de la sortie, et p_i est le nombre d'hyperplans définissant le $i^{\text{ème}}$ polyèdre. Dans ce formalisme, une entrée de commande logique est prise en compte en développant un modèle affine pour chaque valeur 1 et 0 de cette grandeur, et en définissant des contraintes linéaires de type inégalité liant le modèle avec la valeur correspondante de cette entrée. Il a été montré dans [17], que les modèles MLD et les modèles PWA sont équivalents, ce qui permet le passage d'un modèle à l'autre. La figure ci-dessous illustre une répartition polyédrale dans le plan :

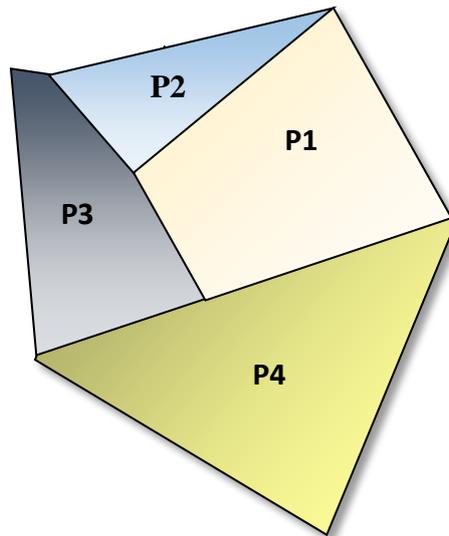


Figure I.7 : Exemple d'une répartition polyédrale dans le plan.

I.4.3 Automate hybride H.A :

L'automate hybride est constitué d'une machine à état fini. Une dynamique continue est associée à chaque état discret. Un automate hybride consiste en un ensemble de places et d'arcs entre chaque place. Une place représente un mode de fonctionnement et un arc décrit une transition d'un mode de fonctionnement à un autre. A chaque place est associée une inclusion différentielle, et chaque arc est étiqueté par une condition de transition et une relation de saut ou de réinitialisation. A chaque instant, l'état de l'automate hybride est donné par la paire l, x où l est la place, $x \in \mathfrak{R}^n$ est l'état continu et l_0, x_0 est l'état initial. La trajectoire de l'automate évolue d'une part en fonction des changements instantanés de places, d'autre part en fonction de l'état continu évoluant suivant l'inclusion différentielle dans chaque place [18][19].

Un automate hybride est défini par la donnée $AH = (Q, \Sigma, X, A, inv, F, q_0, x_0)$ tel que :

Q : Ensemble fini représentant les états discrets.

Σ : Ensemble d'événements.

X : Ensemble de variables continues à valeurs dans \mathbb{R}^n .

A : Ensemble des transitions entre les états discrets.

Dans ce modèle, une transition est définie par un quintuplet (q, G, σ, R, q') avec q et q' les sommets source et but respectivement, G sont les gardes qui déterminent les conditions de commutation d'un état discret à un autre, σ l'événement associé à l'arc et R un ensemble de fonctions qui permettent de faire évoluer les variables continues pendant les transitions.

- $F : Q \times X \rightarrow \rho(X)$: représente une équation ou inclusion différentielle qui donne l'évolution de la variable continue lorsque l'automate se trouve dans l'état discret correspondant.
- $inv : Q \rightarrow \varphi(X)$: Associé à un état une contrainte temporelle appelée « Invariant », qui, tant qu'elle est vraie, permet de rester dans l'état discret.
- q_0 : Etat initial, et x_0 : valeurs initiales des variables continues.

A chaque instant, comme mentionné précédemment, l'état de l'automate est donné par la paire (l, x) . L'état de l'automate peut évoluer de deux manières différentes, soit par transition d'un état discret vers un autre état discret en mettant à jour les variables continue, soit par la progression du temps où seules les variables continues sont modifiées.

I.4.4 Autres modèles de modélisation :

Il existe d'autres approches possibles de modélisation des systèmes hybrides, des classes des modèles qui ont des représentations mathématiques simplifiées, mieux structurées, et applicables dans un large domaine d'applications industrielles. Dans cette catégorie on peut trouver les modèles à complémentarité linéaire (LC ou Linear Complementarity), les modèles à complémentarité linéaire étendue (ELC ou Extended Linear Complementarity) et les modèles MMPS (Max-Min Plus Scaling) [20].

- **Modèle à complémentarité linéaire (LC)** : Un modèle à complémentarité linéaire en temps discret présente la structure suivante :

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + B_1u_k + B_2w_k \\ y_k = Cx_k + D_1u_k + D_2w_k \\ v_k = E_1x_k + E_2u_k + E_3w_k + g \\ 0 \leq v_k \perp w_k \leq 0 \end{cases}$$

- **Modèle à complémentarité linéaire étendue (ELC)** : certains systèmes hybrides peuvent être représentés sous la forme mathématique suivante d'un modèle à complémentarité linéaire étendue :

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + B_1u_k + B_2w_k \\ y_k = Cx_k + D_1u_k + D_2w_k \\ E_1x_k + E_2u_k + E_3d_k \leq g \\ \sum_{i=1}^p \prod_{j \in \theta} (g - E_1x_k + E_2u_k + E_3d_k)_j = 0 \end{cases}$$

- **Modèle MMPS (Min-Max Plus Scaling)** : Un modèle MMPS est décrit par :

$$\begin{cases} x_{k+1} = \mathcal{M}_x(x_k, u_k, d_k) \\ y_k = \mathcal{M}_y(x_k, u_k, d_k) \\ \mathcal{M}_c = (x_k, u_k, d_k) \leq c \end{cases}$$

I.5 Équivalence entre les modèles hybrides :

Chaque formalisme de modélisation présente ses propres avantages. Les modèles PWA ont été employés afin d'établir des critères de stabilité pour les systèmes hybrides [21][22]. Cependant, les modèles MLD ont servi à l'élaboration de lois de commande [23][24]. L'équivalence des modèles PWA et les autres classes de modèles hybrides (DHA, MLD, LC, ELC, MMPS) est démontrée [25][26]. Cette équivalence permet de transférer les propriétés et des outils théoriques d'une classe de modèles à une autre. A cet effet, le modèle choisi pour la représentation mathématique d'un système hybride pourra être converti vers un modèle équivalent afin de permettre l'analyse et la synthèse des lois de commande (figure I.8). Les étoiles marquent l'équivalence sous certaines conditions à satisfaire.

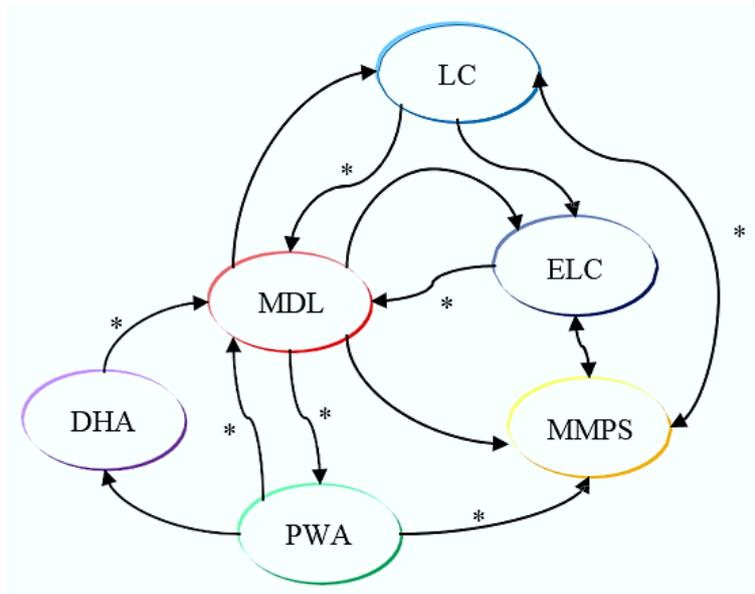


Figure I.8 : Les équivalences entre les différents modèles hybrides.

I.6 Exemples de systèmes hybrides :

I.6.1 Système hybride à saut autonome :

Dans ce cas, lorsque l'état atteint une certaine région de l'espace d'état, il effectue un saut, c'est à dire qu'il passe de façon discontinue de sa valeur courante à une autre. Généralement, dans le cas des systèmes à saut autonome, le système possède un seul mode de fonctionnement et une seule transition autorisant la réinitialisation de la variable continue.

❖ **Exemple 1 : La balle rebondissante**

La balle rebondissante est un système basé sur le phénomène de saut d'état qui décrit l'évolution d'une variable continue $x(t)$ régie par une équation différentielle sous contraintes. Lorsque $x(t)$ vérifie certaines conditions, il est alors possible de lui donner une impulsion, c'est à dire de lui affecter une nouvelle valeur.

On considère une balle de masse m soumise à l'action de la gravité. On la laisse tomber d'une altitude z_0 avec une vitesse initiale nulle. L'altitude $z(t)$ de la balle suit donc l'équation différentielle issue de la mécanique classique :

$$m \ddot{z}(t) = -mg$$

Quand $z(t) = 0$, la balle touche le sol et rebondit en perdant une fraction de son énergie :

$$\dot{z}(t^+) = -c\dot{z}(t^-) \quad , \text{ avec } c \leq 1.$$

Où le paramètre c définit le coefficient de restitution.

En posant $x_1(t) = z(t)$, $x_2(t) = \dot{z}(t)$ et en utilisant le formalisme des automates hybrides, le modèle hybride de la balle rebondissante est donné par :

1. $Q = \{q\}$
2. $E = \{e = (q, q)\}$
3. $D_q : R^+ \rightarrow R$
4. $f_q(x_1, x_2) = (x_2, -g)$
5. $G_e = \{x_1 = 0\}$
6. $\mathfrak{R}_e(x_1, x_2) = \{(x_1, -cx_2)\}$

L'automate hybride de la balle rebondissante est représenté ci-dessous :

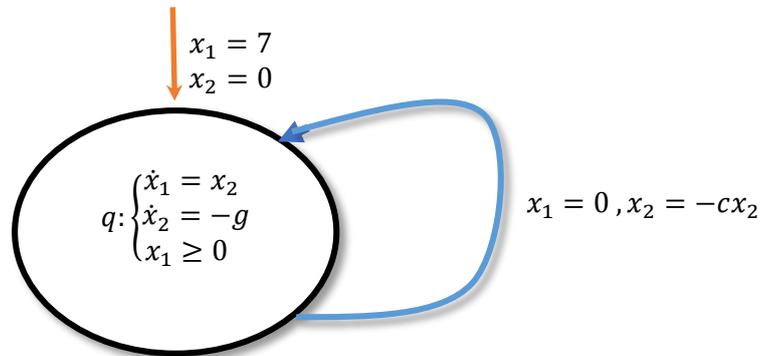


Figure I.9 : Automate hybride de la balle rebondissante.

La balle rebondissante est un exemple des systèmes Zénon c'est-à-dire le système exécute en un temps fini un nombre infini de commutations.

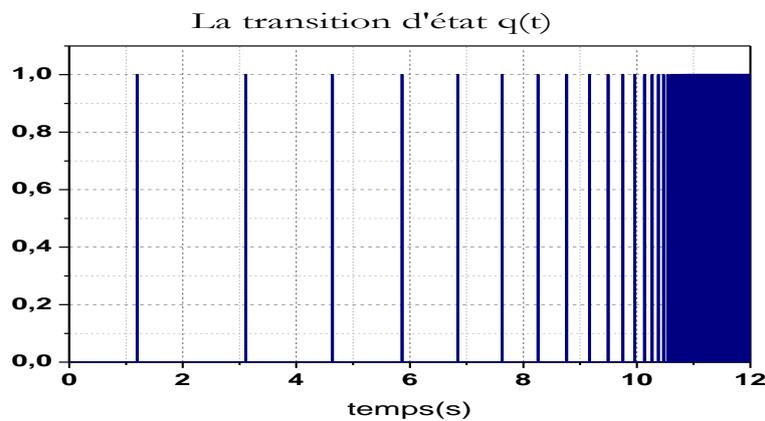
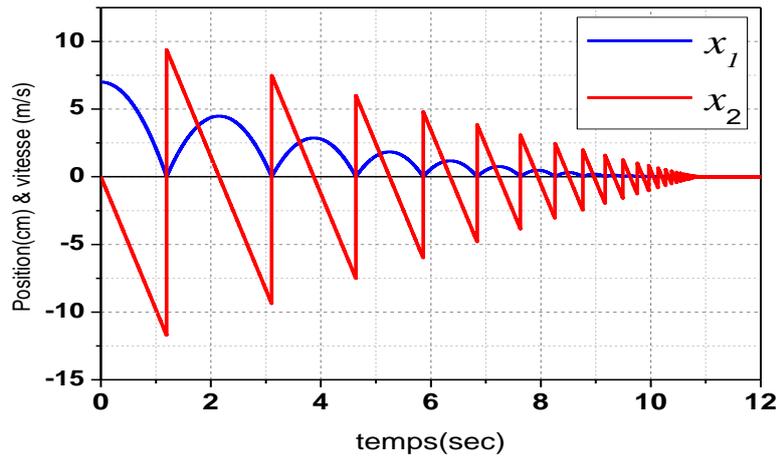


Figure I.10 : Simulation du comportement hybride de la balle rebondissante.

❖ Exemple 2 : Température-Thermostat

Le thermostat utilisé pour maintenir la température constante dans une chambre est un exemple pratique explicite du système linéaire à commutation. Ce système est composé d'un chauffage et d'un capteur de température. Les seuils limites du thermostat sont fixés à des valeurs θ_m et respectivement θ_M tel que $\theta_m < \theta_M$. Le système de chauffage est en marche tant que la température dans la chambre est inférieure au seuil θ_M . Le chauffage est arrêté lorsque le capteur détecte le seuil supérieur θ_M et il reste à l'arrêt jusqu'au moment où la température chute au-dessous du seuil inférieur θ_m .

La température de la chambre et le thermostat peuvent être vus comme un système linéaire à commutations dont l'évolution continue est définie par la variation de la température x dans la chambre et l'évolution discrète par passage du système de l'état de marche vers l'état d'arrêt et vice versa. Pour modéliser le système, nous considérons que l'évolution de la température peut être modélisée, par les équations différentielles suivantes :

$$\dot{x} = \begin{cases} f_1(x) = +x + \alpha u \\ f_2(x) = -x \end{cases}$$

$f_1(x)$: si le chauffage est en marche .

$f_2(x)$: si le chauffage est en arrêt .

Où $\alpha \in \mathfrak{R}^+$ est une constante réelle positive.

D'une manière graphique le système considéré peut être représenté par un graphe orienté présenté dans la figure 1.9, les sommets du graphe correspondent aux dynamiques continues des états discrets du système. Notamment, la dynamique f_1 est associée au sommet modélisant l'état en marche du système de chauffage (q_1), et f_2 au sommet modélisant l'état d'arrêt (q_2). Le passage d'un état vers l'autre est modélisé par des arcs étiquetés. Cette représentation graphique est un automate hybride.

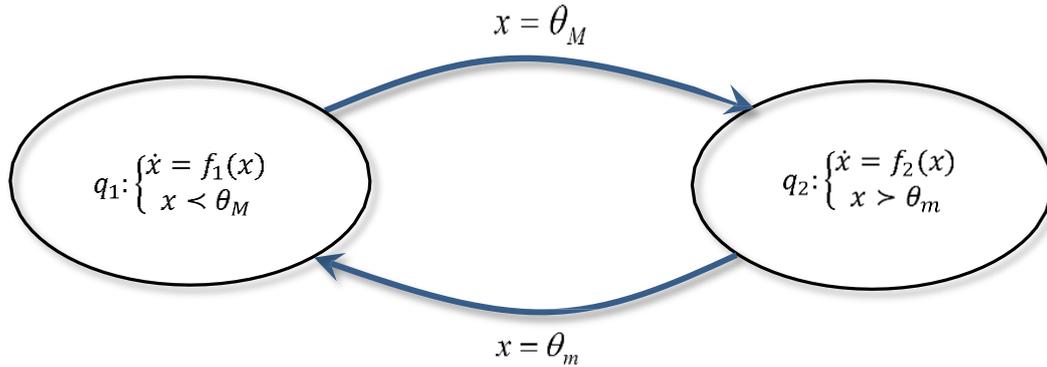


Figure I.11 : Modèle hybride du thermostat.

Les transitions discrètes $\Gamma = \{e = (q_1, q_2)\}$ sont de type invariant ($Inv(q_1) = (x < \theta_M)$), ($Inv(q_2) = (x < \theta_m)$), les conditions de garde sont données par $G_{q_1} = \{x = \theta_m\}$ et $G_{q_2} = \{x = \theta_M\}$. Lors du franchissement des transitions aucune sortie discrète mesurable n'est émise et le vecteur d'état n'est pas réactualisé. L'évolution de la température est donnée par la figure I.12.

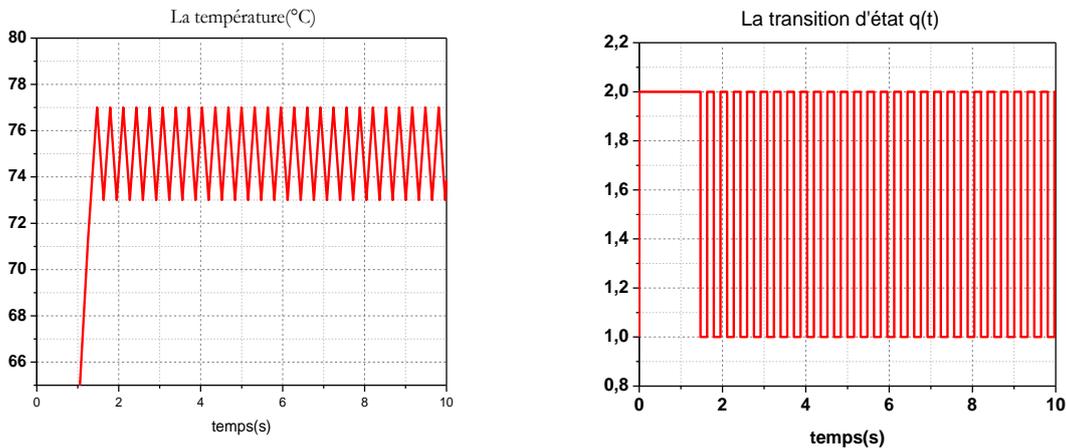


Figure I.12 : Simulation de la température et de la transition d'état du système hybride.

Le problème d'analyse consiste à vérifier que la température dans la chambre reste toujours dans l'intervalle désiré, notamment : $\theta_m \leq x \leq \theta_M$. Les solutions analytiques des équations différentielles peuvent être facilement trouvées. Ainsi, par une valeur initiale de la température $x(0) = x(0) = \theta_0$, les solutions analytiques trouvées sont $x(t) = \theta_0 e^{-t} + \alpha(1 - e^{-t})$ pour la dynamique correspondant à l'état de marche du système de chauffage, et $x(t) = \theta_0 e^{-t}$ pour l'état d'arrêt.

Initialement, supposons que le système est dans l'état en marche et la valeur initiale de la température vérifie la relation $\theta_0 \in [\theta_m, \theta_M]$. Dans cet état, l'évolution de la température respectera l'expression :

$$x(t) = \theta_0 e^{-t} + \alpha (1 - e^{-t})$$

L'évolution croissante fait que, au bout de t_1 unité de temps, le seuil θ_M est atteint. Alors, le système de chauffage passera dans l'état arrêté. Suite au changement d'état du système, la dynamique de la température change et la nouvelle évolution est par :

$$x(t) = \theta_0 e^{-(t+t_1)}$$

Dans cet état, la température aura une évolution décroissante jusqu'au moment où le seuil inférieur θ_m est atteint. A cet instant, le chauffage sera remis en marche et le système reviendra dans l'état initial.

D'après le graphe d'évolution de la température, on constate que ce système représente un système dynamique hybride, il comporte deux types d'évolution, une évolution continue et une évolution discrète (changement d'état discret) interagissant entre eux.

I.6.2 Système hybride à commutation de modèle autonome :

Ces systèmes sont représentés par des équations différentielles définies par morceaux. L'espace d'état X est un sous ensemble fermé de \mathbb{R}^n . La variable X est découpé en plusieurs sous domaines $\{X_q, q \in Q\}$, Fermé, d'intérieur non vide et deux à deux disjoints, et tel que :

$$\bigcup_{q \in Q} X_q = X$$

Dans chaque domaine X_q , on définit un champ de vecteurs f_q .

D'un autre point de vu, c'est un système qui est caractérisé par un changement discontinu du champ de vecteur $f(x(t), u(t))$ lorsque l'état atteint certains seuils. Ceci peut être illustré par la figure I.13 suivante :

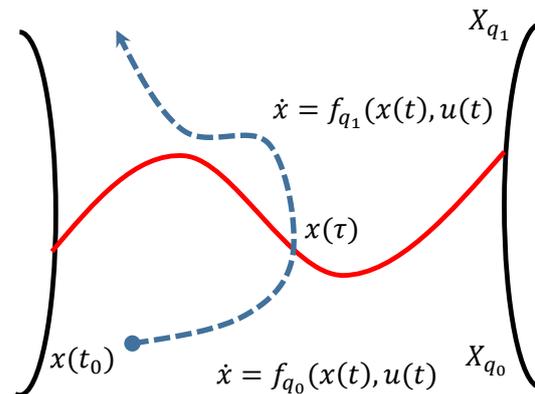


Figure I.13 – Trajectoire du système dynamique à commutation autonome.

La trajectoire du système dynamique à commutation autonome illustré par la figure I.13, se construit de la manière suivante. Si $x(t_0)$ appartient à l'intérieur du domaine X_{q_0} , alors $x(t)$ est solution de l'équation différentielle associée au champs de vecteurs $f_{q_0}(x(t), u(t))$ jusqu'à l'instant τ ou $x(t)$ atteint la frontière

séparant le domaine X_{q_0} du domaine X_{q_1} , $x(t)$ devient alors solution de l'équation différentielle associée aux champs de vecteurs $f_{q_1}(x(t), u(t))$.

Exemple 3 : Le système hybride à deux cuves cylindriques :

I.6.3.1 Description du procédé :

Le système à deux cuves cylindriques est un système hybride avec commutation de modèle autonome. La tâche principale de la commande est de stabiliser son état à un niveau de liquide prédéfini. Le système représente un exemple d'application des systèmes largement utilisés dans l'industrie des procédés qui permet d'imposer un débit de liquide continu en maintenant les niveaux de liquide des deux cuves aux valeurs prescrites (consignes). Cet exemple est constitué de deux cuves cylindriques couplés et interconnectés T_1 et T_2 reliés par des conduites (Figure I.14). Le débit d'eau entre les cuves et à la sortie peut être commandé par les électrovannes V_1, V_{12}, V_3, V_{L1} et V_{L2} , dont chacune peut être seulement ouvert ou fermé (vannes ouverte/fermée). Les conduites de raccordement entre les cuves sont placés en bas (vanne V_{12}) et à la hauteur h_0 (vanne V_1). Le niveau d'eau maximum dans chaque une des deux cuves est noté h_{max} . Tous les cuves ont la même section transversale A .

Dans une situation typique, les vannes V_1, V_{12}, V_3 sont ouvertes et les vannes V_{L1} et V_{L2} sont fermées. Le liquide au niveau de la cuve T_1 est alimenté en utilisant par la pompe P_1 . Les mesures des niveaux de liquide au niveau des cuves T_1 et T_2 sont notées $h_1(t)$ et $h_2(t)$ respectivement [27].

Le système a des entrées continues et discrètes. La commande continue est le débit d'entrée en utilisant la pompe P_1 $u_{p1}(t) = Q^{p1}(t)$ et les entrées discrètes sont les positions des électrovannes V_1, V_{12}, V_3 . Des perturbations affectant le système peuvent être induites en modifiant les positions des vannes V_{L1} et V_{L2} .

$$u(t) = (u_{p1}(t) \ u_1(t) \ u_2(t) \ u_3(t))^T$$

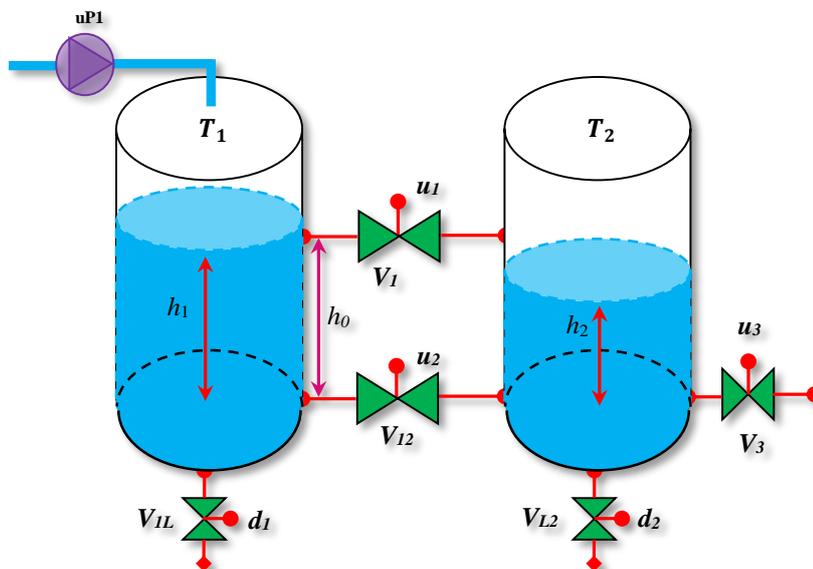


Figure I.14 : Système de deux cuves cylindriques.

I.6.3.2 Phénomènes hybrides :

Le système à deux cuves est un système exemple de système hybride typique, car il est caractérisé par une dynamique continue avec des commutations contrôlées dépendantes de l'état. Lorsque la position des électrovannes restent constants, la dynamique continue bascule de manière autonome entre quatre modes $q(t)$ selon que les niveaux de liquide dépassent ou non la hauteur h_0 de la conduite d'interconnexion supérieur. Le comportement dynamique du système discret est représenté par l'automate hybride illustré par figure I.15, où chaque état représente un mode discret.

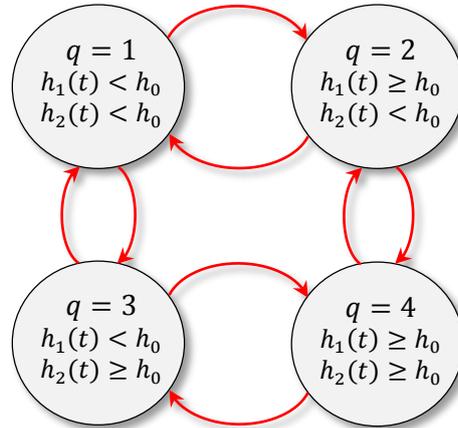


Figure I.15 : Le comportement dynamique discret du système hybride à deux cuves.

a. Modèle dynamique :

Le système à deux réservoirs à deux variables d'état continues :

$$x(t) = (h_1(t) \ h_2(t))^T, \ h_i \in \mathbb{R}$$

Et quatre états discrets :

$$q(t) \in \{1, 2, 3, 4\}$$

Ils dépendent des niveaux comme est indiqué au tableau I.3. La dynamique non linéaire selon la loi de Torricelli :

| $q(t)$ | $h_1(t)$ | $h_2(t)$ |
|--------|------------|------------|
| 01 | $< h_0$ | $< h_0$ |
| 02 | $\geq h_0$ | $< h_0$ |
| 03 | $< h_0$ | $\geq h_0$ |
| 04 | $\geq h_0$ | $\geq h_0$ |

$$Q_{ij}^{V_1}(t) = c \cdot \text{sgn}(h_i(t) - h_j(t)) \cdot \sqrt{2g \cdot |h_i - h_j(t)|} \cdot u_\ell(t)$$

Où $Q_{ij}^{V_1}(t)$ est le débit d'eau de la cuves T_i à la cuve T_j à travers la conduite utilisant l'électrovanne V_1 . La coefficient c est un constant de débit des électrovannes $u_\ell(t) \in \{0,1\}$. La position l'électrovanne V_1 (0 signifie que l'électrovanne est fermée et 1 l'électrovanne est ouverte), et g la constante de gravité. Le changement de volume d'eau $V(t)$ dans une cuves peut être décrit par :

$$\dot{V}(t) = h(t).A = \sum Q_{in}(t) - Q_{out}(t)$$

Où $\sum Q_{in}(t)$ est la somme de tous les apports des débits d'entrée dans la cuves et $\sum Q_{out}(t)$ (t) est la somme de toutes les débits de sortie. En appliquant cette équation au système composé par les deux cuves T_1 et T_2 , nous obtenons les équations différentielles non linéaire suivantes :

$$\begin{cases} \dot{h}_1(t) = \frac{u_{p1}(t) - Q_{12}^{V1}(t) - Q_{12}^{V2}(t) - Q_L^{V1L}(t)}{A} \\ \dot{h}_2(t) = \frac{Q_{12}^{V1}(t) + Q_{12}^{V2}(t) - Q_L^{V2L}(t) - Q_N^{V3}(t)}{A} \end{cases} \quad (I.13)$$

Le débit $Q_{12}^{V1}(t)$ dépend du mode $q(t)$ comme suit :

$$Q_{12}^{V1}(t) = \begin{pmatrix} 0 & q(t) = 1 \\ c \cdot \text{sgn}(h_1(t) - h_0) \cdot \sqrt{2g \cdot |h_1(t) - h_0|} \cdot u_1(t) & q(t) = 2 \\ c \cdot \text{sgn}(h_0 - h_2(t)) \cdot \sqrt{2g \cdot |h_0 - h_2(t)|} \cdot u_1(t) & q(t) = 3 \\ c \cdot \text{sgn}(h_1(t) - h_2(t)) \cdot \sqrt{2g \cdot |h_1(t) - h_2(t)|} \cdot u_1(t) & q(t) = 4 \end{pmatrix}$$

Les équations suivantes sont valables dans les quatre modes :

$$\begin{pmatrix} Q_{12}^{V2}(t) = c \cdot \text{sgn}(h_1(t) - h_2(t)) \cdot \sqrt{2g \cdot |h_1(t) - h_2(t)|} \cdot u_2(t) \\ Q_N^{V3}(t) = c \cdot \sqrt{2g \cdot h_2(t)} \cdot u_3(t) \\ Q_L^{V1L}(t) = c \cdot \sqrt{2g \cdot h_i} \cdot d_i(t), \quad i = 1,2 \end{pmatrix} \quad (I.13)$$

Où $Q_N^{V3}(t)$ est le débit d'eau sortant de la cuve T_2 à travers la conduite utilisant l'électrovanne V_3 , et $Q_L^{V1L}(t)$ est le débit d'eau sortant de la cuve T_i par la conduite utilisant l'électrovanne V_{Li} . Les équations différentielles et algébriques sont associées au modèle discret illustré par la figure I.14, le système peut être représenté par un modèle d'un automate hybride. Toutes les valeurs des paramètres pertinents sont données par le tableau I.4.

| Symbole | Signification | Valeur |
|------------|---|-----------------|
| A | Surface des deux cuves cylindriques | $0.0154m^2$ |
| a | Terme de perte de charge du débit | 1.0 |
| c | Surface des vannes V_h | $3.610^{-5}m^2$ |
| g | Constante de gravité | $9.81m/s^2$ |
| h_{max} | Niveau maximum dans les cuves | $0.62m$ |
| h_v | Hauteur des vannes V_1 et V_2 | $0.3m$ |
| Q_{max} | Débit maximum de pompes Q_i ($i = 1$) | $10^4m^3/s$ |
| Δt | Pas d'intégration numérique | $0.01sec$ |

Tableau I.4 : Paramètres du système à deux cuves cylindriques.

I.6.3.3 Comportement hybride :

La **Figure I.16** montre le comportement du système à deux cuves avec l'état initial $x_0 = (0.25 \ 0.45)^T$ et débit constant $u_{p1}(t) = 0.03 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. La figure I.16(a) illustre les trajectoires des niveaux de liquide des deux cuves T_1 et T_2 , tandis que la figure I.16(b) les modes de commutation autonome du système, lorsque la hauteur h_0 est atteinte.

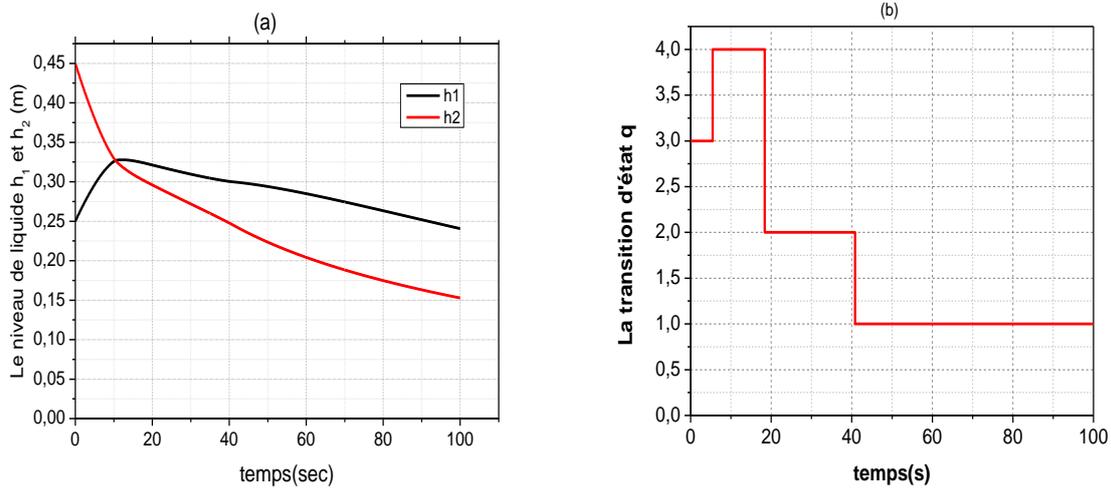


Figure I.16 : Simulation en boucle ouverte du système à deux cuves cylindrique.

I.7 Conclusion :

Ce chapitre nous a permis de mieux situer les systèmes dynamiques hybrides SDH par rapport aux systèmes continus et aux systèmes à événements discrets grâce notamment à une analyse des phénomènes hybrides.

En effet, nous avons mis en évidence dans les définitions que nous avons entamées aux sections précédentes que les dynamiques continues correspondant aux différents modes peuvent être modélisées à l'aide des systèmes linéaires. En revanche, les dynamiques discrètes sont naturellement modélisées à l'aide d'un automate hybride linéaire à état fini. La classe des automates hybrides $H.A$ a été proposée comme un Framework qui permet de combiner les deux aspects : les dynamiques continues et l'évolution discrète entre celles-ci.

Enfin des exemples variés ont été abordés dans ce chapitre et dans des domaines variés afin d'illustrer d'une manière simple et détaillée les caractéristiques des systèmes dynamiques hybrides SDH.

Chapitre II

**Modélisation et qualification
du système expérimental à
trois cuves sphériques**

II.1 Introduction :

La modélisation et identification des systèmes non linéaires est une phase primordiale dans l'étude et l'analyse d'un système physique. La modélisation de ce système désigne la procédure qui consiste à décider d'une structure paramétrée du modèle mathématique pour représenter le comportement de ce système. La première étape consiste d'établir à partir des lois régissant le comportement dynamique du système par des équations différentielles un modèle représentatif exprimé par une fonction de transfert ou par une équation d'état. Par contre, lorsque les connaissances a priori des mécanismes physiques qui régissent le système considéré ne sont pas disponibles, on procède alors à l'identification du système par le recours aux méthodes d'identification conventionnelles, ou paramétriques. C'est une approche dite « boîte noire ». Il s'agit, à partir des mesures entrée-sortie collectées sur un système donné, potentiellement non-linéaire, de construire puis d'estimer la fonction de transfert à partir de la réponse indicielle (Broida ou Strejc) ou appelées communément méthodes graphiques. D'autre part, on distingue les méthodes paramétriques qui consiste à proposer une structure de modèle qui pourrait reproduire au mieux son comportement dynamique.

Définition :

Identifier un système dynamique réel (appelé objet) c'est caractériser un autre système (appelé modèle), à partir de la connaissance expérimentale des entrées et sorties de manière à obtenir identité de comportement. Le modèle peut être un système physique (au sens de simulateur analogique ou numérique et de modèle réduit), ou bien un système abstrait (modèle mathématique, ex : système d'équations algébriques ou différentielles) [28]. Il existe une multitude de types de modèles, selon les applications. Les plus populaires sont les modèles de connaissance et les modèles de représentation.

Modèle de connaissance : Lorsqu'un système est peu complexe, il est possible d'écrire les relations "mathématiques" entre les différentes grandeurs physiques, décrivant les différents sous-systèmes qui le composent. Il s'agit du modèle de connaissance, on parle alors de modélisation du système.

Modèle de représentation : Si le modèle connaissance est difficile à obtenir ou s'avère imprécis, on peut alors obtenir un modèle de comportement en se basant sur la connaissance [29] des signaux d'entrée/sortie du système. L'objectif est d'obtenir un modèle 'mathématique' qui "se comporte comme" le système, il s'agit du modèle de représentation et on parle alors d'identification du système.

II.2 Description de l'installation expérimentale et de l'instrumentation :

Dans cette partie, on s'intéresse à la description du banc d'essais figure II.1, ainsi que toute l'instrumentation associée. Une phase d'identification des paramètres du modèle est effectuée afin de procéder à la modélisation par fonction de transfert en premier lieu et par la suite la mise en application de l'algorithme de la commande prédictive MPC. Les sections suivantes seront consacrées à la description détaillée du système expérimental accompagnée par des mesures de calibration des capteurs.

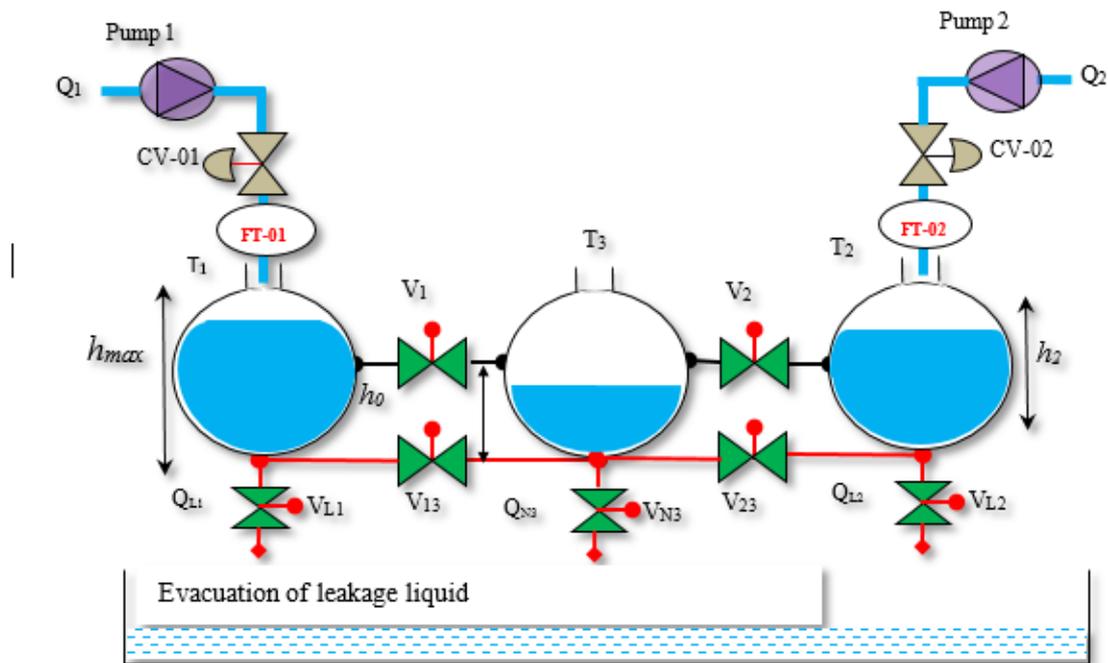


Figure II.1 : Le banc d'essais expérimental du système hybride à trois cuves sphériques.

La validation expérimentale de le l'algorithmes de commande qui sera développé au chapitre III sur le banc d'essais nécessite des moyens Softwares et hardwares pour mettre en exerce cet objectif. A cet effet, l'instrumentation associée au banc d'essai a été conçue et fabriquée pour permette son exploitation sous l'environnement MATLAB. Ainsi, le système I&C d'instrumentation et de contrôle comprend trois capteurs de niveau, deux capteurs de débit, deux vannes motorisées de commande, deux pompes centrifuges et sept électrovannes. Tous les capteurs et actionneurs ont été connectés à un ordinateur via une carte d'acquisition de données MF634 Humusoft. D'autre part, un modèle établi par des équations différentielles sera mis en évidence dans cette partie par l'utilisation dans un premier temps une seule cuve sphérique. Par la suite, le modèle MLD sera dérivé pour mettre en œuvre le contrôleur prédictif à base de modèle MPC pour l'applicabilité de l'approche de modélisation, de commande et d'optimisation.

II.2.1 Le système hybride à trois cuves sphériques :

Le benchmark à trois cuves a été utilisé par un certain nombre de chercheurs comme banc d'essai pour tester et valider divers problèmes découlant du comportement d'un système hybride [30][31][32][33] Une configuration expérimentale similaire a été conçue et fabriquée au département de sûreté au centre de recherche nucléaire de Birine . L'installation dispose de trois réservoirs sphériques d'une hauteur de 50 cm et d'un diamètre interne de 25 cm. Ces cuves sont reliées entre eux par des conduites de 12mm de diamètre. Divers détails de la configuration sont résumés dans le tableau II.1.

La figure II.1 décrit le système qui se compose de deux pompes indépendantes qui fournissent les débits de liquide Q_1 et Q_2 : vers le tank-1 et le tank-2, respectivement par les deux vannes de commande $CV - 01$ et $CV - 02$. Le système comprend sept électrovannes indépendantes on/off : $v_1, v_2, v_{13}, v_{23}, v_{L1}, v_{L2}, v_{N3}$

peuvent être manipulées pour interrompre les débits entrant ou sortant des trois réservoirs. Une électrovanne supplémentaire au bas de la Cuve-2 a été fournie pour simuler une fuite dans le tank- 2. La Cuve-1 et la Cuve-3 ainsi que la Cuve-2 et la Cuve-3 sont reliés par des conduits supérieurs et inférieurs. Les conduites inférieures sont situées au fond des réservoirs tandis que les conduites supérieures sont situées à une hauteur h_0 égale 0.25m. Ce système présente des caractéristiques typiques d'un système dynamique hybride non linéaire. Le système transite entre ses emplacements en raison des entrées logiques c.-à-d. les électrovannes et des variables continues par exemple, si $h_1 > h_0$, la dynamique de sortie dans la Cuve-1 change. La non linéarité dans le système résulte de la relation constitutive entre les débits de sortie et le niveau dans chaque une des cuves.

Les niveaux dans les trois réservoirs sont mesurés par des transmetteurs de pression différentielle **DP**. Les capteurs de débit dans la configuration expérimentale ont été installés comme le montre la figure II.1. Tous les capteurs, les électrovannes et vannes de régulation c'est-à-dire les actionneurs sont interfacés avec un ordinateur de bureau à l'aide d'un module d'adaptation Adapter Box TTS20 et d'une carte d'acquisition de données MF634 Humusoft.

Le schéma de commande adopté pour la mise en temps réel des algorithmes de commande est illustré par la figure II.2. Il est composé de trois parties : **la partie mécanique, la partie instrumentation et la partie acquisition des données**. Le module Signal Conditioning Adapter Box TTS20 permet de faire l'interface entre la partie instrumentation et l'ordinateur.

Table II.1 Technical specifications of Experimental Setup

| Part name | | Details |
|---------------------|--|---|
| Spherical tank | Material | Plexiglass |
| | Inner diameter | 50 cm |
| Storage tank | Material | Plexiglass |
| | Volume | 247 litres |
| | Range | -1...+60 bar |
| | Smallest range | +0.1bar...+10kPa |
| | Operating voltage | 12...36 V DC |
| | Make | VEGA |
| Flow transmitter | Material | Stainless steel |
| | Type | Ultrasonic DU-S-25-B |
| | Range | 180 l/min |
| | Operating voltage | 24 V DC |
| Centrifugal Pump | Type | VMD 1090 |
| | Range | 110 l/min |
| Control valve | Type | Electric actuator |
| | Operation time/90° | 9s |
| | Operation torque | Operation torque |
| | Maximum rated flow-rate for control valves | 85 l/min |
| Solenoid valve | Material | Stainless steel |
| | Operating voltage | 24 V DC |
| | Orifice(mm) | 12mm |
| MF634 Humusoft Card | | The card is designed for standard data acquisition and control applications in Real Time Toolbox for MATLAB |



Figure II.2 : Instrumentation du système hybride à trois cuves-sphériques.

II.2.2 La calibration des capteurs :

Les capteurs de niveau de liquide et de débit fournissent un signal de tension en $[-10, +10]$ V qui est transmis à la carte d'acquisition de données MF634 (A/N, D/A). De même, l'ordinateur produit des signaux dans la plage de 0 à 10 V qui par la suite sera fourni aux électrovannes vannes. Cependant, il est nécessaire de relier ces signaux à la grandeur d'origine physique mesurée qui est le niveau de liquide et le débit. De plus, dans le cas de la commande à base de modèle basé sur les premiers principes, il convient de formuler la loi de commande en utilisant des unités réelles de la grandeur physique. Par conséquent, les capteurs de niveaux et les vannes de régulation utilisés dans cette configuration sont étalonnés pour obtenir la relation entre le niveau d'eau et le signal de tension du capteur ainsi que le débit d'eau et le signal de tension aux deux vannes de régulation.

Ceci est réalisé en faisant le lien entre les niveaux dans chaque réservoir et les signaux de tension correspondants provenant des capteurs de niveau ainsi que le lien entre les différents signaux de tension aux vannes de régulation et les débits correspondants. Un capteur de débits ultra sonique est utilisé pour la mesure du débit délivré par la pompe Q_1 et Q_2 . L'équation d'étalonnage des vannes de régulation est obtenue en utilisant l'ajustement est une fonction polynomiale au deuxième degré des données, tandis que les équations d'étalonnage des capteurs de niveau sont obtenues en utilisant un ajustement d'une fonction linéaire des données.

La courbe caractéristique de la pompe est donnée par la figure II.3 ci-dessous :

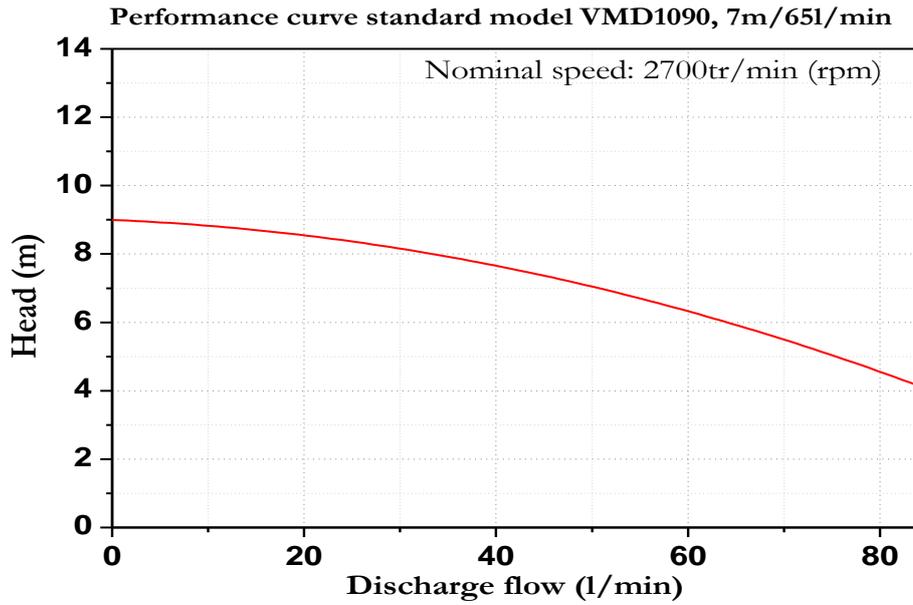


Figure II.3 : Courbe caractéristique de la pompe VMD 1090.

II.2.2.1 calibration des capteurs de niveau de liquide :

La calibration du capteur de niveau est obtenue à partir d'une courbe de mesure pour plusieurs niveaux relatifs aux tensions prélevées par la carte d'acquisition de données comme est indiqué sur la figure II.4.

La fonction d'étalonnage est obtenue par une fonction polynomiale d'ordre 1 :

$$h_1(t) = -3.3742x_1(t) + 32.38817$$

Où $x_1(t)$ désigne la tension mesurés par la carte d'acquisition de données MF634.

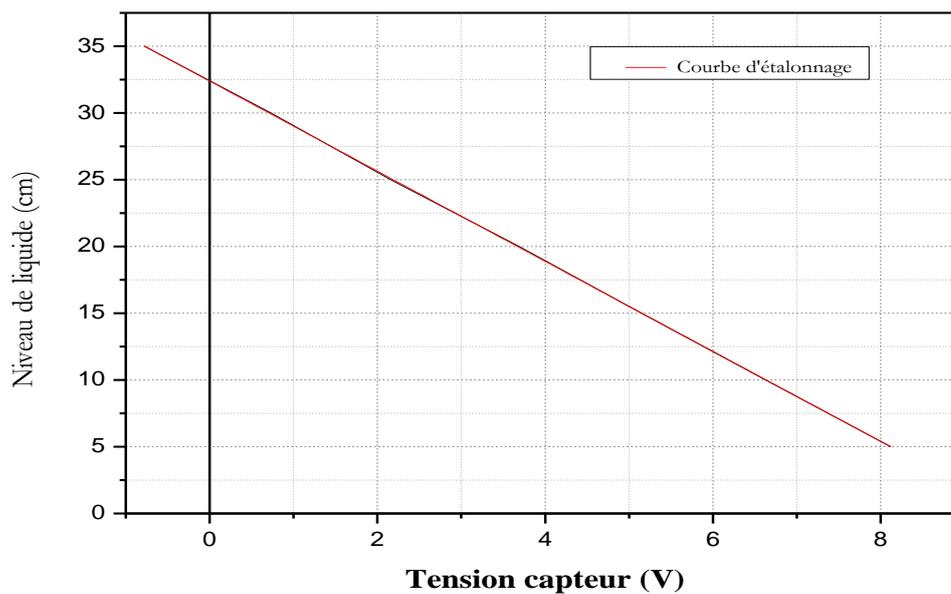


Figure II.4 : Courbe caractéristique du capteur de niveau de liquide.

II.2.2.2 calibration des capteurs du débit :

La calibration du capteur de débit est obtenue à partir d'une courbe de mesure pour plusieurs débits relatifs aux tensions prélevées sur le capteur de débit Ultrasonic DU-S-25 - B par la carte d'acquisition de données MF634 Humusoft comme est indiqué sur la figure II.5.

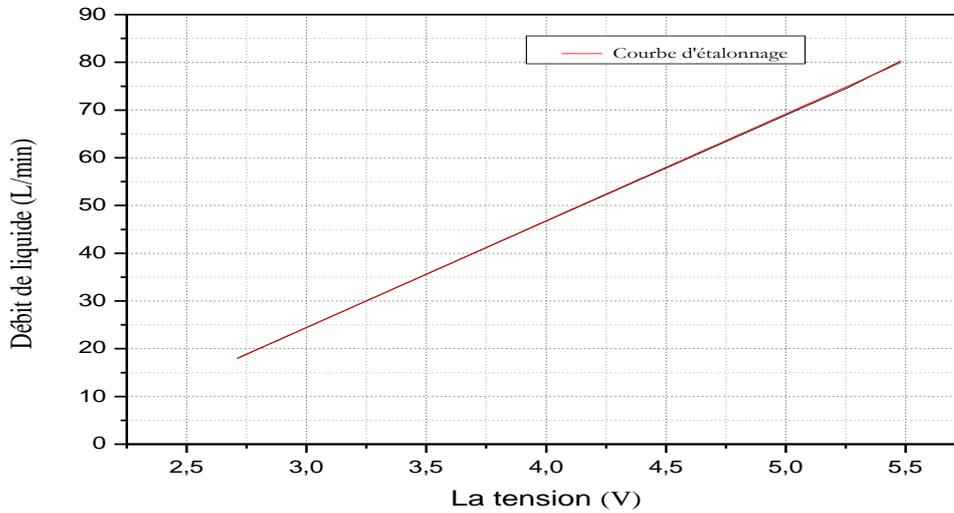


Figure II.5 : Courbe caractéristique du capteur de débit Ultrasonic DU-S-25-B.

$$Q_1(t) = 22.3948x_1(t) - 42.76056$$

Où $x_1(t)$ désigne la tension mesurées par la carte d'acquisition de données MF634

II.2.2.3 Calibration de la vanne de régulation du débit :

La calibration de la vanne de régulation de débit est obtenue à partir d'une courbe de mesure pour plusieurs débits relatifs à position angulaire prélevées sur la vanne de régulation J4C - S20 Automation par la carte d'acquisition de données MF634 Humusoft comme est indiqué sur la figure II.6.

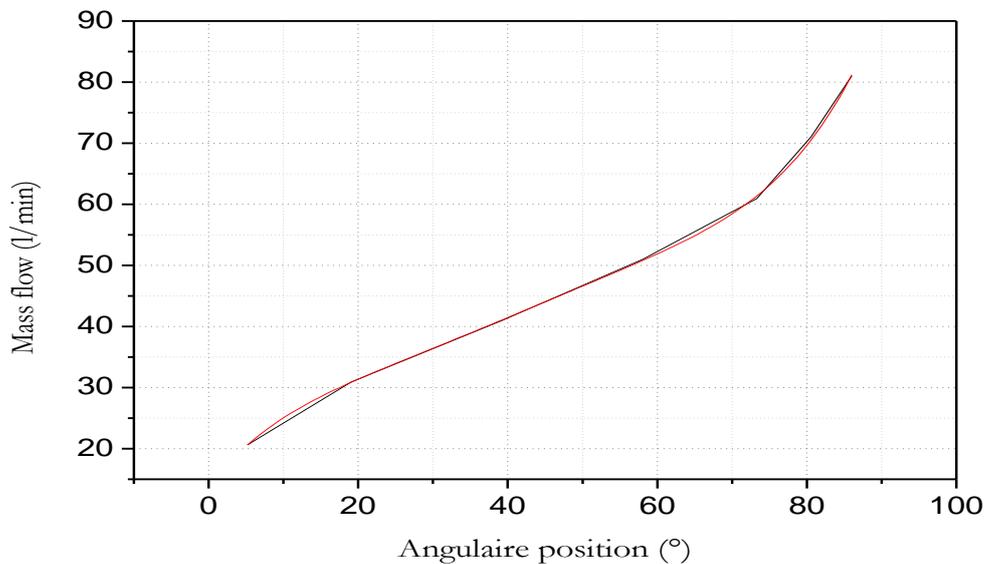


Figure II.6 : Courbe caractéristique de la vanne de régulation et du débit J4C-S20.

$$Q_1(t) = 13.90 + 1.55 \cdot x(t) - 0.0569 \cdot x^2 + 0.00149 \cdot x^3 - 1.8810^{-5} \cdot x^4 + 9.3510^{-8} \cdot x^5$$

Où $x(t)$ désigne la position angulaire ($^\circ$) de la vanne J4C-S20.

II.2.2.4 Application par Automate hybride :

Dans cette partie, on s'intéresse à l'utilisation d'une seule cuve pour clarifier notre comportement hybride de notre système. A cet effet, le système a été soumis à une approche de commande expérimentale par On/Off permettant la variation du niveau de liquide entre deux limites extrêmes L_{max} et L_{min} . L'algorithme par Automate est illustré par la figure II.7, tandis que la figure II.8 donne l'évolution dynamique du niveau de liquide en fonction du temps.

Cette application nous a permis de mettre en valeur un aspect hybride du comportement relevant d'un phénomène hybride de commutation de modèle autonome.

La figure II.9, donne l'état de commutation q entre les deux modes discrets.

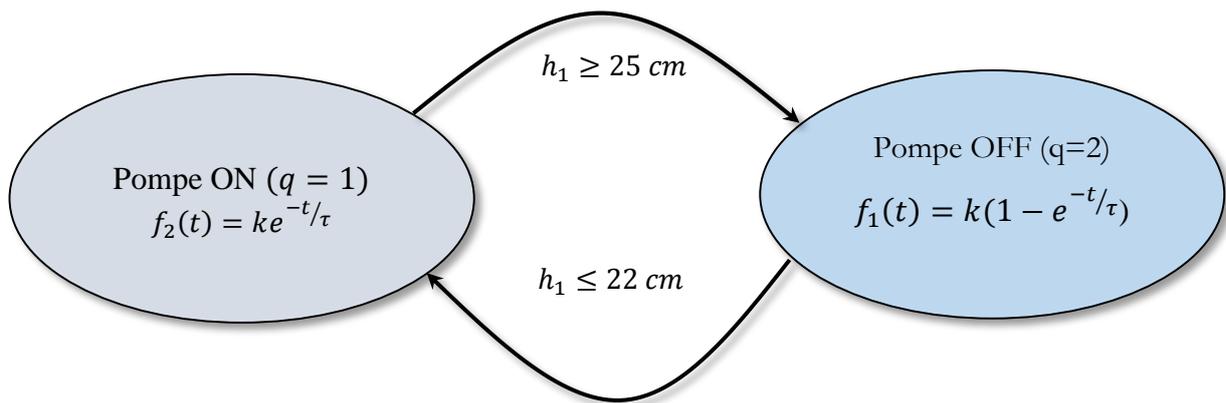


Figure II.7 : Modèle hybride de Pompe.

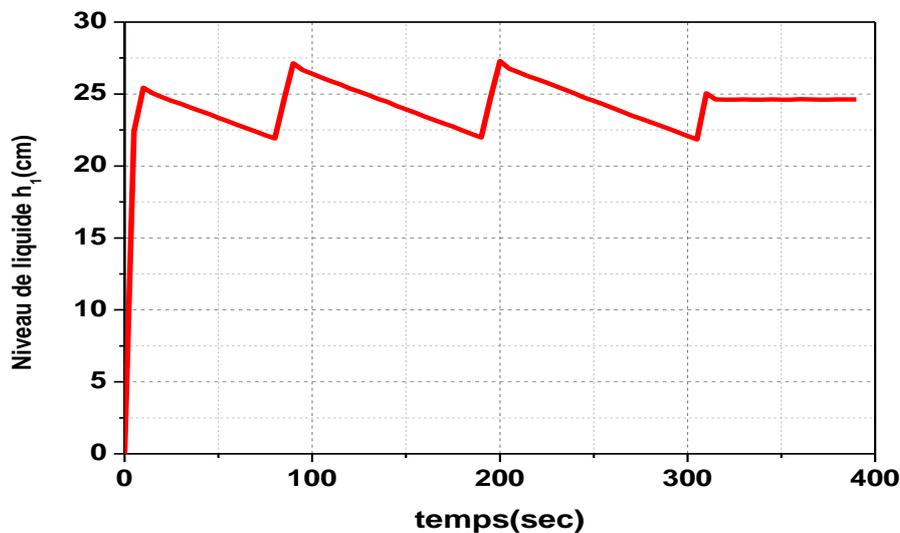


Figure II.8 : Simulation du système hybride remplissage- vidange de la cuve-sphérique.

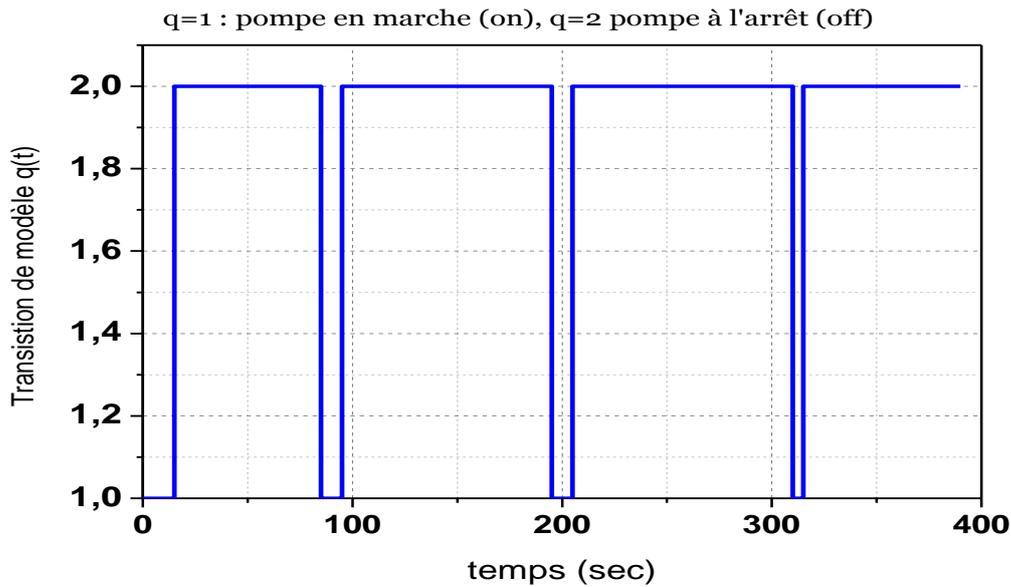


Figure II.9 : La transition du modèle du système hybride.

II.3 Identification mathématique du modèle d'une cuve sphérique :

II.3.1 Modèle de représentation par linéarisation partielle :

Un modèle mathématique de représentation est défini par :

- La nature des équations (par exemple : équations différentielles d'ordre n à coefficients constants) caractérisant la structure du modèle.
- Un ensemble de valeurs numériques intervenant dans cette structure. Une méthode classique d'obtention du modèle consiste à mettre le système en "équation" à partir de lois physiques connues [28].

Le modèle global est en général trop complexe (pour un but de représentation). Des simplifications (obtenues en linéarisant, en négligeant certains termes) peuvent alors conduire à la définition de la structure d'un modèle de représentation. Les valeurs numériques caractérisant cette structure sont ensuite déterminées (à partir d'essais expérimentaux) par des algorithmes que nous nous proposons de décrire dans la suite. Dans le but de procéder à l'identification de modèle d'une seule cuve sphérique comme est indiqué par la figure II.10 pour maintenir le niveau de liquide à une position désirée.

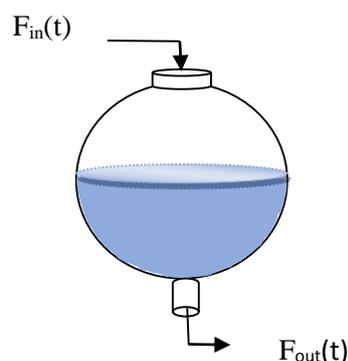


Figure II.10 : Diagramme schématique du système cuve-sphérique.

Cet objectif est atteint par la commande de débit d'entrée de la cuve Q_1 . La variable à commander est le niveau de liquide h_1 et la variable de commande est le débit d'entrée Q_{in} .

Le changement de volume d'eau $V(t)$ dans une cuve peut être décrit par:

$$\dot{V}(t) = h(t).S = \sum Q_{in}(t) - Q_{out}(t) \quad (\text{II.1})$$

Où :

$$Q_{in}(t) = F_{in}(t) \quad \text{et} \quad Q_{out}(t) = f_{out}(t)$$

$F_{in}(t)$: désigne le débit d'entrée l/min.

$F_{out}(t)$: désigne le débit de sortie l/min.

D'autre part, le débit de sortie est donné par l'équation suivante :

$$F_{out}(t) = C_p \sqrt{2gh(t)} \quad (\text{II.2})$$

C_p définit le coefficient de perte de charge.

$$C_p = a.S \quad (\text{II.3})$$

S définit est la surface transversale de la vanne est égale à 1.13cm^2

Dans le cas ou $h_1 = 32\text{ cm}$ dans ce cas, on aura :

$$F_{out}(t) = 6.02 \frac{L}{min} == 6.02 * \frac{1000}{60} \text{ cm}^3/s \quad (\text{II.4})$$

Donc :

$$C_p = \frac{6.02 * \frac{1000}{60} \text{ cm}^3/s}{\sqrt{2gh}} \quad (\text{II.5})$$

Enfin, à partir des équations (II.1) et (II.2) et en utilisant le principe de conservation de masse et d'énergie, on obtient :

$$F_{in}(t) - f_{out}(t) = S(h(t))h(t) \quad (\text{II.6})$$

La variable $h(t)$ à l'équation (II.6) dénote le niveau de liquide et $S(h(t))$ est la section transversale de la cuve, qui dépend de niveau de liquide comme est exprimé par la formule ci-dessous :

$$S(h(t)) = \pi(2Rh(t) - h^2(t)) \quad (\text{II.7})$$

Où R définit le rayon de la cuve sphérique.

Le débit de sortie est donné par l'équation suivante :

$$f_{out}(t) = c_p \sqrt{2gh(t)} \quad (\text{II.8})$$

En remplaçant les équations (II.7) et (II.8) dans l'équation (II.1), en obtient :

$$F_{in}(t) - F_{out}(t) = \pi(2Rh(t) - h^2(t))h(t) \quad (\text{II.9})$$

Le modèle non linéaire qui exprime le niveau de liquide h_1 est exprimé par l'équation ci-dessous :

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{F_{in}(t)}{\pi(2Rh(t) - h^2(t))} - \frac{c_p \sqrt{2gh(t)}}{\pi(2Rh(t) - h^2(t))} \quad (\text{II.10})$$

Ainsi, le modèle donnant la variation du niveau de liquide est décrit par :

$$\frac{dh(t)}{dt} = f(F(t), h(t)) \quad (\text{II.11})$$

La linéarisation :

RMQ : Le modèle de linéarisation est définie par :

$$\dot{x} = \frac{df}{dx_{(x_0, u_0)}} * x + \frac{df}{du_{(x_0, u_0)}} * u$$

Dont notre cas :

$$x = h, u = f_{in}$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= cx(t) + Dv(t) \end{aligned}$$

Donc on obtient

$$\begin{aligned} A &= \frac{df}{dx_{(x_0, u_0)}} \\ B &= \frac{df}{du_{(x_0, u_0)}} \end{aligned}$$

Le modèle non linéaire doit être linéarisé afin de décrire le comportement du système autour d'un point de fonctionnement. Le système linéarisé aura la forme d'un système de premier ordre exprimé par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dh(t)}{dt} = A(F_{in0}, h_0)h(t) + B(F_{in0}, h_0)F_{in}(t) \quad (\text{II.12})$$

Les paramètres constants $A(F_{in0}, h_0)$ et $B(F_{in0}, h_0)$ du système linéaire du modèle de la cuve sont donnés par le facteur dérivative suivant :

$$A(F_{in0}, h_0) = \frac{\partial f(f_{in}(t))}{\partial h(t)} |_{h_0(t), F_{in0}(t)} \quad (\text{II.13})$$

$$A = \frac{df}{dh} \left(\frac{f_{in} - C_p \sqrt{2gh}}{\pi(2Rh - h^2)} \right) \quad (\text{II.14})$$

$$A = \frac{df}{dh} \left(\frac{f_{in}}{\pi(2Rh - h^2)} - \frac{C_p \sqrt{2gh}}{\pi(2Rh - h^2)} \right)$$

$$\text{On a : } \sqrt{2gh} = \sqrt{2g} * \sqrt{h}$$

$$A = \frac{\pi - f_{in}(2R - 2h)}{\pi^2(2Rh - h^2)^2} - \left[\frac{C_p\sqrt{2g} - 1/2\sqrt{h}(\pi(2Rh - h^2))}{\pi^4(2Rh - h^2)^2} - \frac{\pi(2R - 2h)(C_p\sqrt{2g} * \sqrt{h})}{\pi^2(2Rh - h^2)^2} \right]$$

$$A = (1) - \left[\frac{C_p\sqrt{2g} - (2Rh - h^2)}{2\sqrt{h} \pi(2Rh - h^2)^2} - \frac{2C_ph(2R - 2h)(\sqrt{2g})}{2\sqrt{h} \pi(2Rh - h^2)^2} \right]$$

$$A = (1) - \left[\frac{C_p\sqrt{2g}(2Rh - h^2 - 4Rh + 4h^2)}{2\sqrt{h} \pi(2Rh - h^2)^2} \right]$$

$$A = (1) - \left[\frac{C_p\sqrt{2g}(-2Rh + 3h^2)}{2\sqrt{h} \pi(2Rh - h^2)^2} \right]$$

$$A = \frac{-f_{in}(2R - 2h)}{\pi(2Rh - h^2)^2} - \frac{C_p\sqrt{2g}(-2Rh + 3h^2)}{2\sqrt{h} \pi(2Rh - h^2)^2}$$

$$A = \frac{-f_{in}(2R - 2h)}{\pi(2Rh - h^2)^2} - \frac{C_p\sqrt{2gh}(-2Rh + 3h^2)}{2h \pi(2Rh - h^2)^2}$$

$$A = \frac{-2f_{in}h(2R - 2h)}{\pi(2Rh - h^2)^2} - \frac{C_p\sqrt{2gh}(-2Rh + 3h^2)}{2h \pi(2Rh - h^2)^2}$$

$$A = \frac{-2f_{in}h(2R-2h)-C_p\sqrt{2g}(-2Rh+3h^2)}{2h\pi(2Rh-h^2)^2} |_{h_0, f_0} \quad (\text{II.15})$$

$$B(F_{in0}, h_0) = \frac{\partial f(f_{in}(t))}{\partial f_{in0}(t)} |_{h_0(t), F_{in0}(t)} \quad (\text{II.16})$$

$$B = \frac{df}{df_{in}} \left(\frac{f_{in}}{\pi(2Rh - h^2)} \right) - \frac{df}{df_{in}} \left(\frac{C_p\sqrt{2gh}}{\pi(2Rh - h^2)} \right)$$

$$\frac{df}{df_{in}} \left(\frac{C_p\sqrt{2gh}}{\pi(2Rh - h^2)} \right) = 0$$

$$B = \frac{1}{\pi(2Rh-h^2)} |_{h_0, f_0} \quad (\text{II.17})$$

Pour un système conventionnel, le comportement dynamique de la cuve est décrit par la constante de temps τ et le gain statique K dépendant directement du point de fonctionnement $h_0(t)$ et du débit d'entrée $F_{in0}(t)$.

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (\text{II.18})$$

Pour obtenir le gain et la constante de temps :

$$\dot{h} = A h + B f_{in}$$

En utilisant le transformé de Laplace :

$$P h(p) - A h(p) = B f_{in}(p)$$

$$h(p)(P - A) = B f_{in}(p)$$

$$\frac{h(p)}{f_{in}(p)} = \frac{B}{P - A}$$

$$\frac{h(p)}{f_{in}(p)} = \frac{-B/A}{-1/A p + 1} \quad (\text{II.19})$$

On a :

$$\frac{y(t)}{u(t)} = \frac{K}{1 + \tau p} \quad (\text{II.20})$$

A partir des équations (II-19) et (II-20), on obtient le gain et la constante de temps :

$$\begin{cases} K = -B/A \\ \tau = -1/A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K = \frac{\sqrt{2Rh_0}}{C_p g} \\ = \frac{\pi \sqrt{2Rh_0} \cdot (2Rh_0 - h_0^2(t))^2}{C_p g} \end{cases}$$

II.3.2 Identification expérimentale du modèle de la cuve (Black-Box) :

L'obtention de la fonction de transfert d'un système contrôlé n'est pas une tâche facile lorsque le système est dominé par des équations non linéaires. Les techniques de modélisation expérimentale fournissent un modèle représentatif avec un minimum d'effets d'incertitude et de perturbations (bruit de mesure, erreurs de modélisation, etc.). A cet effet, il s'agit de maintenir le niveau de liquide dans une position stable, un système de premier ordre qui a la fonction de transfert $\mathbf{G}(s) = \mathbf{K}/(\mathbf{rs} + \mathbf{1})$ est suffisant pour décrire le comportement dynamique du système. Dans cette partie, un modèle du premier ordre est obtenu expérimentalement par une excitation en échelon par le débit d'entrée Q_1 . La méthode procédée d'une manière expérimentale en temps réel en utilisant des mesures sur la réponse en du système en boucle ouverte. Ainsi, l'identification du modèle de la cuve est effectuée par une approche de modélisation **Black Box**. En fixant le débit d'entrée, le débit de sortie, le système atteindra le régime stationnaire. Par la suite, un échelon sur le débit d'entrée est appliqué sur l'entrée de la cuve et plusieurs mesures sont prélevées jusqu'au l'instant

stationnaire. Enfin, la fonction de transfert est obtenue en utilisant le principe de la modélisation en boîte noire (black box Modelling) autour du point de fonctionnement 30cm figure II.11.

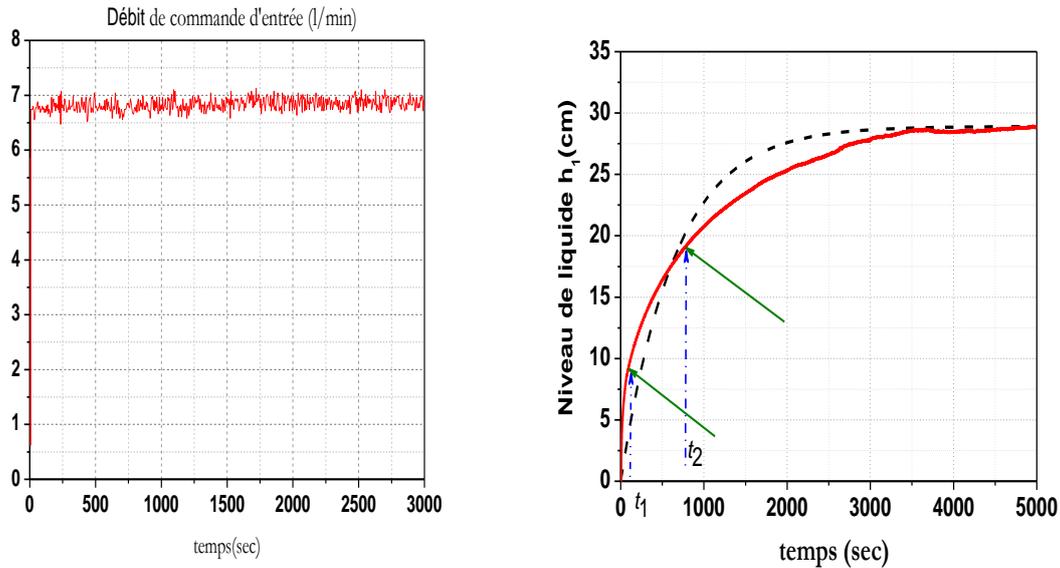


Figure II.11 : La réponse en boucle ouverte du système cuve-sphérique autour de 60% de h_{\max} (30cm).

Pour obtenir les paramètres de la fonction de transfert du système en premier ordre en aura besoin de constant de temps qui s'obtiennent de la réponse du système boucle ouverte pour atteindre deux niveaux de liquide t_1 à 28 % et t_2 à 40 % de la valeur finale à régime stationnaire. La constant de temps τ peut être estimés par la méthode de Broïda comme suit :

On prend t_1 et t_2 :

$$\tau = 5.5. (t_2 - t_1)$$

Le gain K est le rapport entre la sortie $h_1(t)$ et le débit d'entrée $Q_1(t)$:

Ou K définie gain statique, Δy le changement sur la sortie h_1 et Δu sur le changement sur de débit d'entrée, on a travers la figure II.13 :

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u}$$

$$K = \frac{y(\infty)}{u(\infty)} = \frac{30}{6.9} = 4,3478$$

Lorsque la réponse atteint 28 % donc t_1 égale a:

$$t_1 = 69sec$$

Lorsque la réponse atteint 40 % donc t_2 égale a :

$$t_2 = 208sec$$

$$\tau = 5.5(t_2 - t_1) = 764 \quad (II.21)$$

Le gain K est le rapport entre la sortie $h_1(t)$ et le débit d'entrée $Q_1(t)$:

Ou K définie gain statique, Δy le changement sur la sortie h_1 et Δu sur le changement sur de débit d'entrée, on a travers la figure II.13 :

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u}$$

$$K = \frac{y(\infty)}{u(\infty)} = \frac{30}{6.9} = 4,34 \quad (\text{II.22})$$

Enfin, la fonction de transfert est obtenue par (II.21) (II.22) est

$$G(s) = \frac{4.34}{764s + 1}$$

II.3.3 Régulation PI en boucle fermée en poursuite d'une trajectoire :

Les applications du contrôleur PI peuvent être dues en partie à des performances robustes dans une large gamme de conditions de fonctionnement et en partie à la simplicité des fonctionnalités. Cela vous permet de faire fonctionner le processus de manière simple et facile. Le modèle mathématique du système obtenu précédemment est utilisé en concevant plusieurs contrôleurs pour évaluer les performances du système.

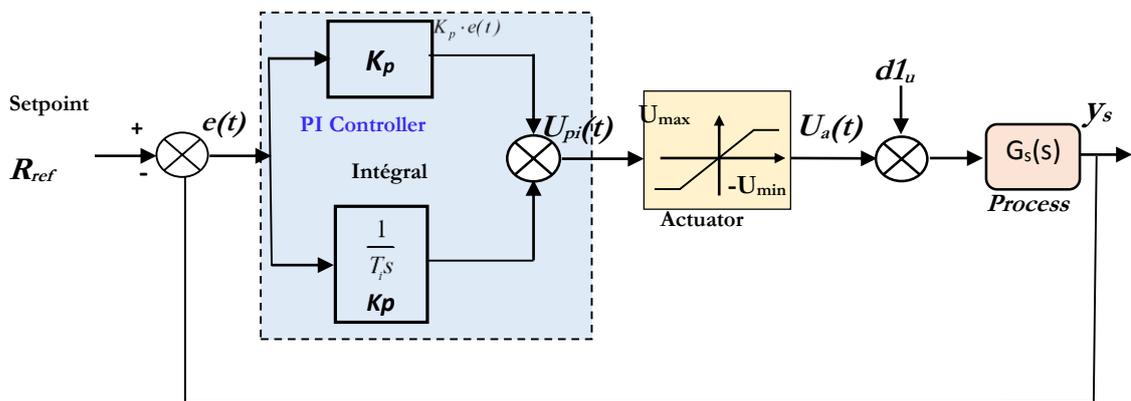


Figure II.12 : Diagramme schématique du système en boucle fermée basé sur un régulateur PI.

Les paramètres de contrôleur PI sont réglés à l'aide de la méthode de Tuning de MATLAB basée sur la détermination de la période T_i et de gain P . Les paramètres de régulateur PI sont donnés par le tableau ci-dessous :

Dans notre cas en une régulation PI donc notre fonction doit être :

$$G(PI) = P + I * T_s \frac{z}{z-1}$$

$$G(PI) = 2.075 + 0.006 * 5 * \frac{Z}{Z-1}$$

$$G(PI) = 2.075 + \frac{2.105Z}{Z-1}$$

$$G(PI) = \frac{2.075Z - 2.075 + 2.105Z}{Z-1}$$

$$G(PI) = \frac{4,18 Z - 2,075}{Z-1}$$

| Tableau II.2 : Paramètres du régulateur PI pour une période $T_s=5s$ | | | | | | | |
|--|-------|--------|--|-------------|--------------------|---------|------|
| Paramètres du régulateur PI pour une période $T_s=5s$ | | | | | | | |
| Cases | K_p | T_i | PI(Z) | Performance | | | |
| | | | | Rise Time | Setting Time t_s | $M_p\%$ | Peak |
| PI-1 | 4,18 | 0.0068 | $c_1(z) = \frac{4,18z - 2.075}{z - 1}$ | 145s | 850s | 9.58% | 1.1 |

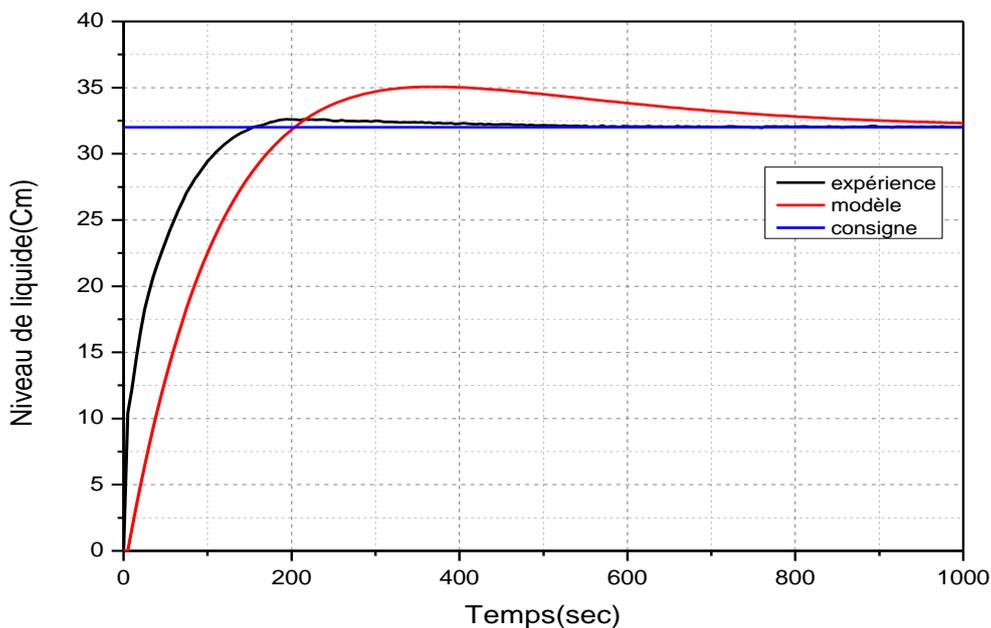


Figure II.13 : La réponse de régulation de notre PI sur notre système.

II.4 Conclusion

Dans cette partie, on a abordé la modélisation mathématique d'un élément mécanique fondamental qui fait partie du système à savoir la cuve sphérique. Cet élément est caractérisé par une dynamique non linéaire régie par une équation différentielle non linéaire. L'obtention du modèle ou la fonction de transfert nécessite le recours à une méthode d'indentification expérimentale directe ou paramétrique. La méthode de Broida répond parfaitement à notre besoin et la fonction de transfert fait usage aux données expérimentaux afin de ressortir le modèle décrit par le gain statique et la constant de temps sur la base d'une réponse indicielle en boucle ouverte. Enfin, une régulation PI en boucle fermée a été mise en application sur la base de la fonction de transfert et la poursuite de la trajectoire est quasi parfaite et les performances sont très satisfaisantes en temps réel.

Chapitre III

**La commande prédictive
MPC à base de modèle MLD
des SDH**

III.1 Introduction :

La commande prédictive (Model Predictive Control MPC), aussi appelée commande optimale sur horizon fini glissant, est une stratégie bien adaptée pour le contrôle de procédés non linéaires soumis à des contraintes sur les variables de commandes et/ou d'états. Récemment la commande prédictive a été formulée en relation avec des modèles hybrides. L'environnement MLD offre notamment l'avantage d'une méthode standardisée de commande prédictive par modèle MPC, technique de commande optimale bien connue.

Nous allons aborder dans ce chapitre le couplage MLD-MPC qui présente l'avantage de résoudre des problèmes complexes d'optimisation avec minimisation du facteur coût-revenu (appelé fonction Coût) sur un horizon de prévision donné, tout en tenant compte des contraintes de production. Selon les besoins, le même environnement peut être appliqué soit comme outil décisionnel (ordonnancement) en boucle ouverte, soit comme outil de rejet des perturbations (ré-ordonnancement) en boucle fermée.

En comparaison avec d'autres stratégies de commande qui utilisent des régulateurs déterminés « hors-ligne », la commande prédictive exploite la structure d'un modèle à temps discret afin de prédire son comportement futur. Cette approche offre trois avantages clés : flexibilité de la modélisation, temps de calcul acceptables et rejet optimal des perturbations.

III.2 Commande prédictive MPC par le Framework MLD :

La prédiction est une notion qui joue un rôle important pour toute activité dans laquelle on cherche à anticiper une trajectoire prédéfinie. De fait, de nombreuses activités humaines telles que la marche, la conduite d'une automobile ou la pratique sportive cherchent à anticiper une trajectoire afin de prévoir les gestes et manœuvres à effectuer. C'est sur ce concept intuitif et naturel que se base la commande prédictive. Les processus industriels, pour une grande partie d'entre eux, doivent également suivre certaines consignes.

Les premiers résultats théoriques et pratiques liés à la commande prédictive ont été obtenus à la fin des années 1970, notamment par les travaux effectués par J. Richalet, A. Rault, J. L. Testud et J. Jap [34]. Dans les années 1980, plusieurs méthodes basées sur les mêmes concepts prédictifs ont été développées. Parmi, celles-ci, citons la commande prédictive généralisée GPC, développée par Clarke [35], qui s'est avérée la technique la plus largement utilisée par la suite. Une introduction historique sur les diverses méthodes de commande prédictive peut être trouvée dans le livre de Camacho et Bordond [36]. Cette diversité dans la commande prédictive est l'origine de la naissance de la commande prédictive à base de modèle : Model Predictive Control ou « MPC ».

La commande prédictive à base de modèle MPC a reçu un écho très favorable dans l'industrie parce qu'elle s'avère une technique de commande simple et efficace. La commande prédictive a été implantée dans un grand nombre d'applications industrielles, parmi lesquelles les processus chimiques, qui ont été les premiers à utiliser ce type de commande, les processus de distillation, l'industrie pétrolière et les systèmes électromécaniques. Ces applications industrielles ont toutes un dénominateur commun : la connaissance de la trajectoire à suivre par le système dans le futur, au moins sur un certain horizon. Enfin, ces techniques sont

capables de commander une grande variété de processus.

Le but à atteindre par l'utilisation de la commande prédictive est de créer un effet anticipatif exploitant les connaissances explicites sur l'évolution de la trajectoire à suivre dans le futur (connaissance explicites sur l'horizon de quelques points au-delà de l'instant présent). Cette contrainte permet de tirer parti de toutes les ressources de la méthode ce qui restreint nécessairement le domaine d'application à la commande de système pour lesquels la trajectoire à suivre est parfaitement connue et stockée point par point dans le calculateur.

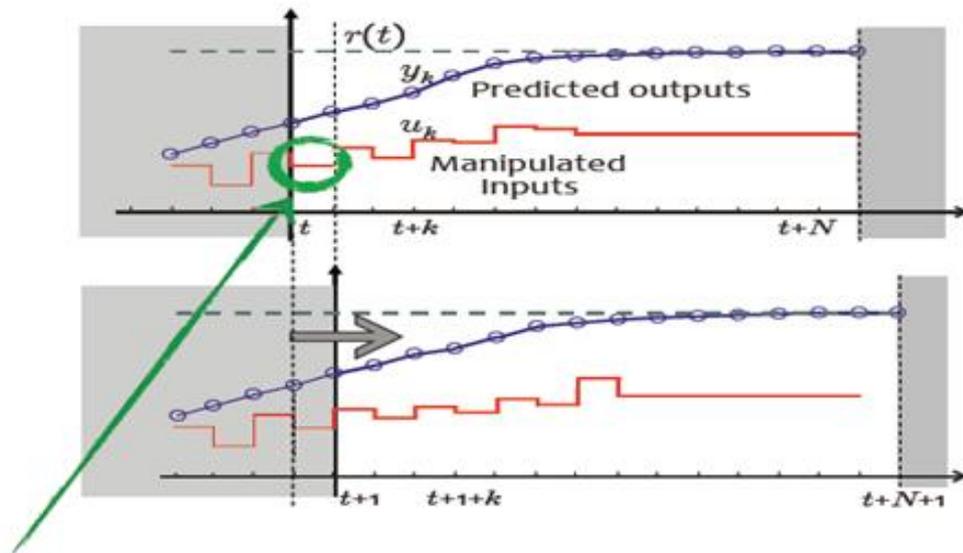


Figure III.1 : Principe de la commande prédictive.

Quatre points sont communs à toutes les méthodes :

1. Définition d'un modèle numérique du système permettant de réaliser la prédiction du comportement futur du système. Ce modèle discret résulte le plus souvent d'une identification préalable hors ligne.
2. Minimisation d'un critère quadratique à horizon fini portant sur les erreurs de prédiction futures, écarts entre la sortie prédite du système et la consigne future ou une trajectoire de référence réalisant un filtre de la consigne.
3. Elaboration d'une séquence de commandes futures, optimale au sens du critère précédent, dont seule la première valeur est appliquée sur le système et le modèle.
4. Répétition des étapes précédentes à la période d'échantillonnage suivante selon le principe de l'horizon glissant.

La commande prédictive, basée sur l'utilisation d'un modèle et le principe de l'horizon glissant (RHC), peut se concevoir comme une stratégie pour laquelle la commande à l'instant t est obtenue en résolvant en ligne, à chaque instant d'échantillonnage, un problème de commande optimale en boucle ouverte à horizon fini, en utilisant l'état courant du système comme état initial.

III.2.1 Modélisation par le Framework MLD :

La modélisation MLD d'un système hybride se base sur la combinaison des trois idées principales :

1. Représenter des relations logiques par des inégalités linéaires sur des variables binaires.

2. Associer des variables logiques et continues via des inégalités linéaires sur des variables binaires et continues.
3. Inclure les variables binaires dans les équations différentielles.

Il est clair que la partie logique peut être facilement transformée en un système d'inégalités. Les propositions logiques sont transformées en inégalités impliquant des variables binaires. Ces propositions peuvent être transcrites en équations traduisant une évolution, comme pour la partie continue, mais avec des contraintes supplémentaires liées aux variables logiques.

Les systèmes sous formalisme MLD résultant de l'association continu/discret sont dès lors décrits par les relations linéaires suivantes :

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + B_1u_k + B_2\delta_k + B_3z_k \\ y_k = Cx_k + D_1u_k + D_2\delta_k + D_3z_k \\ E_2\delta_k + E_3z_k \leq E_1u_k + E_4x_k + E_5 \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

- Etat : $x = [x_c \ x_\ell]$ avec $x_c \in \mathcal{R}^{n_c}$, $x_\ell \in \{0,1\}^{n_\ell}$ et $n = n_c + n_\ell$
- Sortie : $y = [y_c \ y_\ell]$ avec $y_c \in \mathcal{R}^{p_c}$, $y_\ell \in \{0,1\}^{p_\ell}$ et $n = p_c + p_\ell$
- Entrée : $u = [u_c \ u_\ell]$ avec $u_c \in \mathcal{R}^{m_c}$, $u_\ell \in \{0,1\}^{m_\ell}$ et $m = m_c + m_\ell$
- Variables binaires auxiliaires : $\delta \in \{0,1\}^{r_\ell}$
- Variables continues auxiliaires : $z \in \mathcal{R}^{r_c}$

III.2.2 La structure de modélisation par le Framework MLD :

La forme MLD (Mixed Logical Dynamical) représente le système hybride par des équations linéaires, avec des inégalités linéaires portant sur les variables continues et binaires. L'ensemble des inégalités de la forme MLD rassemble donc d'une part les contraintes du système, d'autre part les inégalités issues des propositions logiques et des variables auxiliaires.

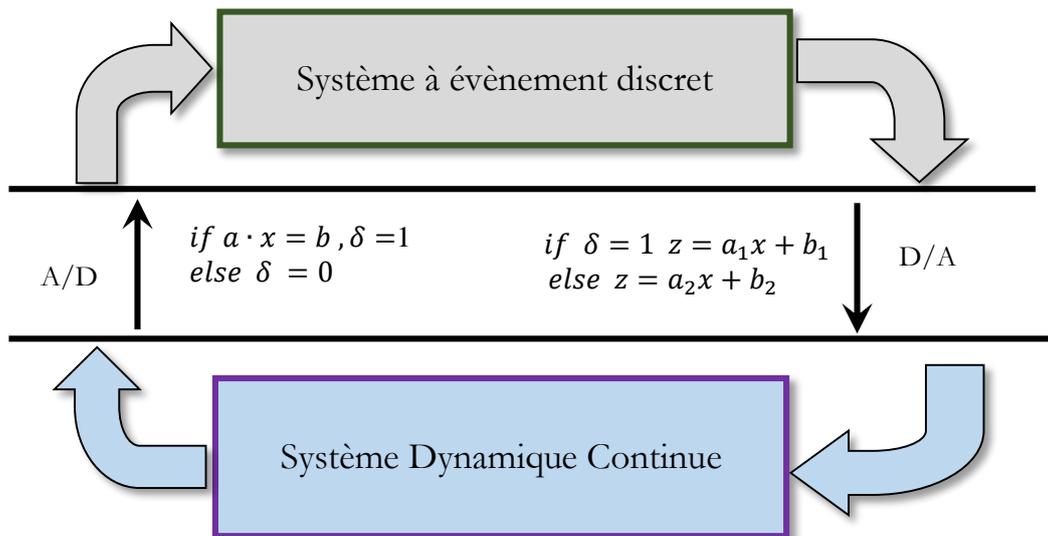


Figure III.2 : Structure d'un modèle MLD.

Les variables auxiliaires permettent de modéliser les relations existantes entre les parties continue et discrète. Ainsi, le passage de la partie continue à la partie discrète nécessite l'ajout de variables logiques. En général, une variable logique auxiliaire est définie pour traduire un phénomène de commutation. Un tel phénomène, on l'a vu préalablement, peut être représenté par une proposition de la forme $[\delta = 1] \Leftrightarrow [f(x) \leq 0]$. Pour la partie correspondant au passage discret /continu, des variables auxiliaires continues sont ajoutées, telles que si $\delta = 1$, alors $z = f_1(x)$, sinon $z = f_2(x)$.

III.2.3 Programmation linéaire mixte et calcul propositionnel :

Faisant référence à la notation standard [37][38], nous adopterons par la suite les majuscules X_i pour représenter des relations. La variable X_i est généralement désigné sous le nom de littéral qui peut avoir une valeur de vérité 'T' « true » ou 'F' « false ».

On peut également associer à un X_i littéral une variable logique $\delta_i \in \{0,1\}$, qui a une valeur 1 si $X_i = T$ ou 0 autrement.

La programmation linéaire en nombre entier « Linear Integer Programming » a été préconisée comme moteur efficace pour effectuer de façon systématique la transformation de relations logiques en inégalités linéaires sur des variables binaires [39]. Un problème de logique propositionnel, où l'on doit vérifier qu'une relation X_i est vraie, pour un ensemble de déclarations composées littérales notées X_2, \dots, X_n peut-être en fait résolu au moyen d'une programmation entière linéaire [40]. Ceci peut être obtenu en traduisant convenablement les déclarations composées initiales en inégalités impliquant des variables logiques δ_i . En fait, les propositions suivantes et les contraintes linéaires peuvent facilement être vues comme équivalentes [37].

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 \vee X_2 \text{ est équivalente à } \delta_1 + \delta_2 \geq 1 \\ X_1 \wedge X_2 \text{ est équivalente à } \delta_1 = 1, \delta_2 = 1 \\ \sim X_1 \text{ est équivalente à } \delta_1 = 0 \\ X_1 \rightarrow X_2 \text{ est équivalente à } \delta_1 - \delta_2 \leq 1 \\ X_1 \leftrightarrow X_2 \text{ est équivalente à } \delta_1 - \delta_2 = 0 \\ X_1 \oplus X_2 \text{ est équivalente à } \delta_1 + \delta_2 = 1 \end{array} \right. \quad (\text{III.2})$$

Autres méthodes et formulations alternatives pour effectuer la transformation de logique proportionnelle à programmation entière équivalente existent.

Cette technique de calcul d'inférence dépend servira par la suite pour modéliser les parties logiques des processus (commutateurs 'March/Arrêt', réseaux de mécanismes, réseaux combinationnels et séquentiels) et la connaissance heuristique liée à l'opération des systèmes à inégalité linéaires entières.

Se préoccuper des systèmes mixtes dynamiques et logiques impose d'établir un lien entre les deux mondes. A cet effet, il est nécessaire d'établir un lien entre les deux modes ; qui se traduit par des relations entre les événements en entrée et la dynamique physique, en utilisant des inégalités linéaires impliquant des variables continues $x \in \mathfrak{R}^n$ et des variables logiques (indicateurs) $\delta \in \{0,1\}$ (« Mixed-Integer Linear Inequalities »).

Considérons, $X = [f(x) \leq 0]$ où $f : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ est linéaire, et $x \in \chi$, où χ est un ensemble borné, tel que :

$$\begin{cases} M = \max_{x \in X} f(x) \\ m = \min_{x \in X} f(x) \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Par association d'une variable binaire δ à la relation littérale, on peut déduire la relation [41] :

$$[f(x) \leq 0] \leftrightarrow [\delta = 1] \text{ est vrai si et seulement si } \begin{cases} f(x) \geq \varepsilon + (m - \varepsilon)\delta \\ f(x) \leq M(1 - \delta) \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

Où ε est une tolérance (précision de la machine), au-delà de laquelle la contrainte est considérée comme violée.

Par ailleurs, le terme $\delta f(x)$, où $f : \mathfrak{R}^n \mapsto \mathfrak{R}$ et $\delta \in \{0,1\}$, peut être remplacé par une variable auxiliaire réelle $z = \delta f(x)$, qui satisfait : $[\delta = 0] \rightarrow [z = 0]$, $[\delta = 1] \rightarrow [z = f(x)]$. Par conséquent, en définissant M, m comme dans l'équation (III.3), $z = \delta f(x)$ est équivalent à :

$$\begin{cases} z \leq M\delta \\ z \geq m\delta \\ z \leq f(x) - m(1 - \delta) \\ z \geq f(x) - M(1 - \delta) \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

Tous ces outils seront utilisés pour transformer des faits logiques impliquant des variables continues en inégalités linéaires et exprimer également des relations décrivant l'évolution des systèmes où les lois physiques, les règles logiques et les contraintes de fonctionnement sont interdépendantes.

III.3 Critère d'optimisation pour la commande hybride :

Pour un système sous forme MLD, la stratégie de commande prédictive MPC développée par [42] peut se résumer de la façon suivante :

Soit k l'instant courant, $x(k)$ l'état courant, (x_e, u_e) un point d'équilibre ou une valeur de référence à atteindre, $k + N$ l'instant final de prédiction, on cherche à élaborer la séquence de commande future $u_k^{k+N+1} = \{u(k), \dots, u(k + N - 1)\}$ permettant de passer de l'état $x(k)$ à x_e en minimisant la fonction de coût suivante :

$$\min_{\{u_k^{k+N-1}\}} J(u_k^{k+N-1}, x(k)) = \sum_{i=0}^{N-1} \|u(k+i) - u_i\|_{Q_1}^2 + \|\delta((k+i/k)) - \delta_e\|_{Q_2}^2 + \|z(k+i/k) - z_e\|_{Q_3}^2 + \|x(k+i/k) - x_e\|_{Q_4}^2 + \|y(k+i/k) - y_e\|_{Q_5}^2 \quad (\text{III.6})$$

Sous les contraintes :

$$\begin{cases} x(k + N/k) = x_e \\ x(k + i + 1/k) = Ax(k + i/k) + B_1 u(k + i) + B_2 \delta(k + i/k) + B_3 z(k + i/k) \\ y(k + i + 1/k) = Cx(k + i/k) + D_1 u(k + i) + D_2 \delta(k + i/k) + D_3 z(k + i/k) \\ E_2 \delta(k + i/k) + E_3 z(k + i/k) \leq E_1 u(k + i) + E_4 x(k + i/k) + E_5 \end{cases}$$

N est l'horizon de prédiction sur la sortie, δ_e et z_e les valeurs des variables auxiliaires au point de référence, calculées par résolutions d'un problème MIQP pour l'équation portant sur les inégalités. On

pose $x(k + i/k) \triangleq x(k + i, x(k), u_k^{k+i})$. Par ailleurs, on suppose que : $Q_i = Q_i^T > 0$, pour $i = 1, 4$ et $Q_i = Q_i^T > 0$, pour $i = 2, 3, 5$.

Supposons que la solution $\{u_k^{k+N-1}(j)\}_{j=0, \dots, N-1}$ optimale existe. Selon la philosophie de l'horizon glissant, seule la première valeur u_k de cette séquence est appliquée au système.

Les commandes optimales suivantes : $u(k + 1), \dots, u(k + N - 1)$ sont alors négligées et le processus d'optimisation complet est répété à l'instant $k + 1$.

Pour pouvoir examiner plus en détail cette stratégie de commande, il convient au préalable de reformuler le problème d'optimisation quadratique (III.6) initialement proposé par Bemporad et Morari [42] sous une forme similaire au problème GPC [43], permettant de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \min_{\{u_k^{k+N-1}\}} J(u_k^{k+N-1}, x(k)) &= \sum_{i=0}^{N-1} \|u(k+i) - u_i\|_{Q_1}^2 + \|\delta(k+i/k) - \delta_e\|_{Q_2}^2 + \|z(k+i/k) - z_e\|_{Q_3}^2 \\ &+ \|x(k+i/k) - x_e\|_{Q_4}^2 + \|y(k+i/k) - y_e\|_{Q_5}^2 \end{aligned}$$

Sous les relations :

$$\begin{cases} x(k+i/k) = Ax(k+i/k) + B_1u(k+i) + B_2\delta(k+i/k) + B_3z(k+i/k) \\ y(k+i/k) = Cx(k+i/k) + D_1u(k+i) + D_2\delta(k+i/k) + D_3z(k+i/k) \\ E_2\delta(k+i/k) + E_3z(k+i/k) \leq E_1u(k+i) + E_4x(k+i/k) + E_5 \end{cases}$$

En utilisant cette formulation dans le critère d'optimisation quadratique :

$$\begin{cases} F(\chi, x(k)) = \min_x \frac{1}{2} \chi^T H \chi + f^T \chi \\ \text{Sous la contrainte : } c\chi \begin{bmatrix} \bar{} \\ \leq \end{bmatrix} b \end{cases}$$

On aura les matrices suivantes :

$H = P^T Q P, f = Y_e^T Q P$ avec

$$c = \begin{bmatrix} -E_1 & \dots & 0 & E_2 & \dots & 0 & E_3 & \dots & 0 \\ -E_4 B_1 & & & -E_4 B_2 & & & -E_4 B_3 & & \\ -E_4 A B_1 & \ddots & & -E_4 A B_2 & \ddots & & -E_4 A B_3 & \ddots & \\ -E_4 A^2 B_1 & & & -E_4 A^2 B_2 & & & -E_4 A^2 B_3 & & \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -E_4 A^{N-2} B_1 & \dots & -E_1 & -E_4 A^{N-2} B_2 & \dots & E_2 & -E_4 A^{N-2} B_3 & \dots & E_3 \end{bmatrix}$$

$$b^T = [(E_4 x(k) + E_5)^T (E_4 A x(k) + E_5)^T \dots (E_4 A^{N-1} x(k) + E_5)^T]$$

$$Y_e^T = \begin{bmatrix} (Ax(k) - x_e)^T (Ax(k) - x_e)^T \dots (A^N x(k) - x_e)^T \\ (Cx(k) - y_e)^T (CAx(k) - y_e)^T \dots (CA^{N-1} x(k) - y_e)^T \\ \underbrace{-u_e^T, -u_e^T, \dots, -u_e^T}_N, \underbrace{-\delta_e^T, -\delta_e^T, \dots, -\delta_e^T}_N, \underbrace{-z_e^T, -z_e^T, \dots, -z_e^T}_N \end{bmatrix}$$

$$Q^T = \text{diag}[\text{diag}(Q_4)_N \text{diag}(Q_5)_N \text{diag}(Q_1)_N \text{diag}(Q_2)_N \text{diag}(Q_3)_N]$$

$$P = \begin{bmatrix} B_1 & \dots & 0 & B_2 & \dots & 0 & B_3 & \dots & 0 \\ AB_1 & & & & & & & & \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ A^{N-1}B_1 & \dots & B_1 & A^{N-1}B_2 & \dots & B_2 & A^{N-1}B_3 & \dots & B_3 \\ D_1 & \dots & 0 & D_2 & \dots & 0 & D_3 & \dots & 0 \\ CB_1 & & & CB_2 & & & CB_3 & & \\ CAB_1 & & & CAB_2 & & & CAB_3 & & \\ CA^2B_1 & & & CA^2B_2 & & & CA^2B_3 & & \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots & & \vdots \\ CA^{N-1}B_1 & \dots & D_1 & CA^{N-1}B_2 & \dots & D_2 & CA^{N-1}B_3 & \dots & D_3 \\ I_{m \times m} & & & & & & & & \\ & & \dots & I_{m \times m} & & & & & \\ & & & & I_{r_l \times r_l} & & & & \\ & & & & & \dots & & & \\ & & & & & & I_{r_l \times r_l} & & \\ & & & & & & & I_{r_c \times r_c} & \\ & & & & & & & & \dots \\ & & & & & & & & I_{r_l \times r_l} \end{bmatrix}$$

Avec : $m = m_c + m_l$

Où $diag(Q_i)_N$ est une matrice diagonale d'éléments Q_i et de dimension N .

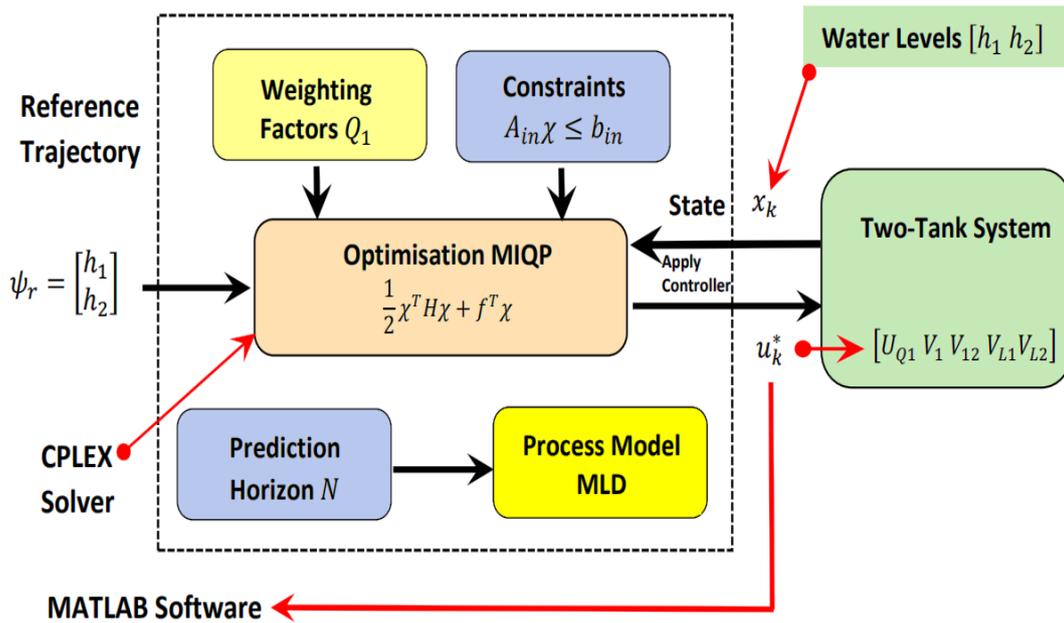


Figure III.3 : Stratégie de commande MPC hybride en ligne appliquée au système à deux-cuves.

Le nombre de variables binaire intervenant pour l'optimisation est alors égale à $L = N^*(m_l + r_l)$. Où m_l est le nombre de variable binaires de commande (logique/discrète), et r_l est le nombre de variables binaires auxiliaires.

III.4 Application par simulation sur un système à deux cuves cylindriques :

III.4.1 Description du système hybride à deux cuves cylindriques :

Le système hydraulique à deux cuves est régi par un ensemble d'équations mathématiques permettant de décrire son comportement dynamique transitoire et stationnaire :

Le système se compose de deux réservoirs alimentés par une pompe indépendante d'un débit Q_1 dans le réservoir 1. Cette pompe est manœuvrée de manière continue de 0 jusqu'à un débit maximum Q_{max} . Les deux vannes V_1 et V_{12} commandent les débits entre les réservoirs comme est illustré sur la figure III.4. Ces deux vannes sont de type tout ou rien (ouverte si $V_i=1$, fermée sinon). Les deux vannes V_{L1} et V_{L2} commandent le débit nominal de sortie des réservoirs T_1 et T_2 . Les niveaux d'eau à asservir sont notés h_1 et h_2 respectivement.

La conservation de masse dans les réservoirs fournit les équations différentielles :

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \frac{1}{A}(Q_1 - Q_{12V1} - Q_{12V12} - Q_{L1}) \\ \dot{h}_2 = \frac{1}{A}(Q_{12V1} + Q_{12V12} - Q_{L2}) \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

Où les variables Q_i représentent les débits et A la section de chacun des réservoirs. La loi de Torricelli fournit les expressions des débits dans les vannes :

$$Q_{12V12} = V_{12}c \operatorname{sign}(h_1 - h_2) \sqrt{|2g(h_1 - h_2)|}$$

$$Q_{12V1} = V_1c \operatorname{sign}(\max(h_1, h_v) - \max(h_2, h_v)) \sqrt{|2g(\max(h_1, h_v) - \max(h_2, h_v))|}$$

$$Q_{L1} = V_{L1}c \sqrt{2gh_1}, Q_{L2} = V_{L2}c \sqrt{2gh_2}$$

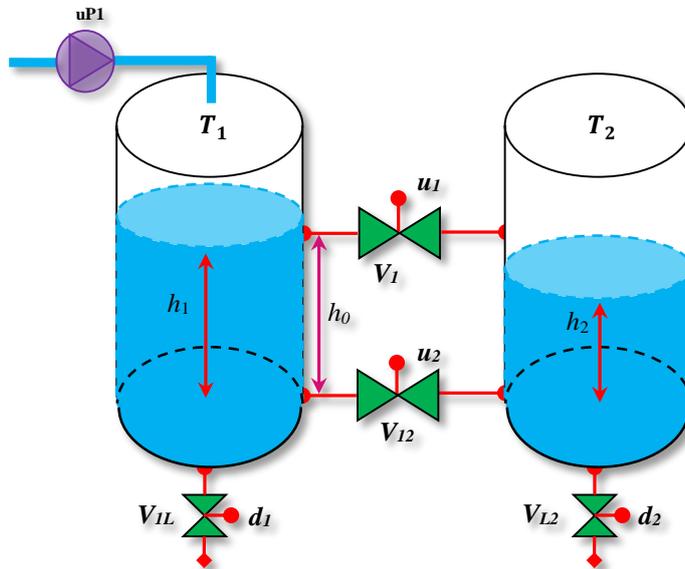


Figure III.4 : Système de deux cuves cylindriques.

Où les c représentent la surface de la vanne V_i et a est une constante dépendante du liquide.

Les paramètres du modèle ont été donnés au tableau I.1 du premier chapitre.

Pour pouvoir modéliser l'ensemble du banc d'essai sous la forme MLD, il convient d'approximer les relations non-linéaires donnant les débits par les équations linéarisées suivantes :

$$\begin{aligned} Q_{i2V_{i2}} &= k_{i2}V_{i2}(h_i - h_2) \\ Q_{i2V_i} &= k_iV_i(\max(h_v, h_i) - \max(h_v, h_2)) \\ Q_{Li} &= k_{Li}V_{Li}h_i \quad \text{tel que} \quad i = 1,2 \end{aligned}$$

Donc on veut obtenir $k_{i2}, k_i, k_{L1}, k_{L2}$:

On a travers la Figure II.4 :

- La section de la vanne **L1** est égale à la section de la vanne **L2**, C à d :

$$SL_1 = SL_2$$

Est-on à cette figure suivante :

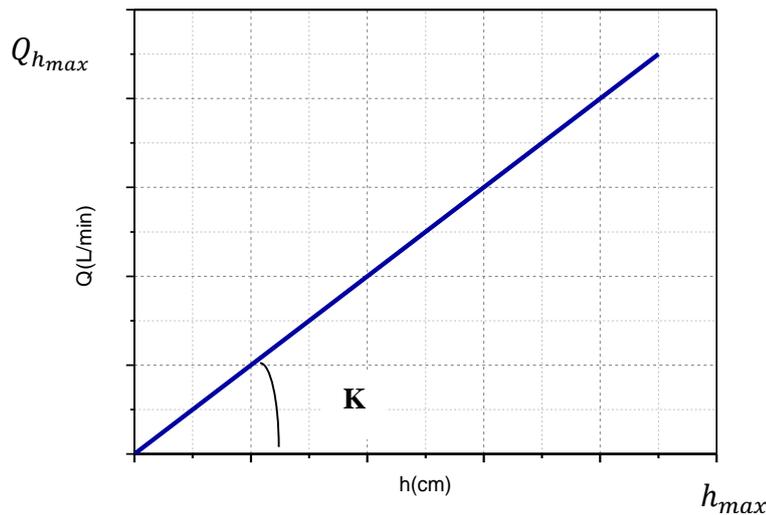


Figure III.5 : la linéarisation de la fonction racine.

K : la tangente.

Donc on obtient : $k = \frac{Q_{h_{max}}}{h_{max}} = \frac{v_i \sqrt{2gh_{max}}}{h_{max}}$

$$K_i = v_i \sqrt{\frac{2gh_{max}}{h_{max}^2}} = v_i \sqrt{\frac{2g}{h_{max}}}$$

- la distance entre la vanne v_1 et $h_{max} = h_{max} - h_0$

Donc on a Avec : $i = 1$

$$\begin{aligned}
 k_{i2} &= av_{i2} \sqrt{\frac{2g}{h_{max}}} \\
 k_i &= av_i \sqrt{\frac{2g}{h_{max} - h_v}} \\
 k_{L1} &= av_{L1} \sqrt{\frac{2g}{h_{max}}} & k_{L2} &= av_{L2} \sqrt{\frac{2g}{h_{max}}}
 \end{aligned}$$

III.4.2 Elaboration du modèle MLD du système à deux cuves :

De ces expressions, un modèle MLD peut être obtenu par les techniques classiques exposées dans [42][43][44][45] en introduisant les variables auxiliaires continues et binaires requises par la traduction des interfaces, de sorte que l'on fera intervenir les vecteurs suivants :

$$\begin{aligned}
 x &= [h_1 \ h_2]^T \\
 u &= [Q_1 V_1 \ V_{12} V_{L1} V_{L2}]^T \\
 \delta &= [\delta_{01} \ \delta_{02}] \\
 z &= [z_{01} z_{02} z_1 z_{12} z_{L1} z_{L2}]^T
 \end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 [\delta_{oi}(k) = 1] &\leftrightarrow [h_i(k) \geq h_v], i = 1,2 \\
 z_{oi}(k) &= \delta_{oi}(k)(h_i(k) - h_0), i = 1,2 \\
 z_i(k) &= V_i(k)(z_{oi}(k) - z_{02}(k)), i = 1 \\
 z_{i2}(k) &= V_{i2}(k)(h_i(k) - h_2(k)), i = 1 \\
 z_{Li}(k) &= k_{Li} h_i \quad i = 1,2
 \end{aligned}$$

Avec les matrices :

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 B1 &= \begin{bmatrix} 324.6753 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 B2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 B3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.0915 & -0.0658 & -0.0658 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0915 & 0.0658 & 0 & -0.0658 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Cette équivalence permet d'assigner les variables binaires à la dynamique des contraintes laquelle exprime les différents modes opératoires du système hybride. Une expression de la logique proportionnelle permet de donner l'équivalence de l'interaction entre une variable discrète et une fonction dynamique comme $z = \delta f(x)$ qui décrit la relation entre δ et la fonction $f(x)$ qui sera traduite en quatre inégalités linéaires mixtes :

$$\begin{cases} z \leq M\delta \\ z \geq m\delta \\ z \leq f(x) - m(1 - \delta) \\ z \geq f(x) - M(1 - \delta) \end{cases}$$

Pour tenir en compte du débit à travers les vannes V_1 et V_{12} , nous définissons les variables auxiliaires binaires $\delta_{0i}, i = 1, 2$ (quatre (04) contraintes) :

$$[\delta_{0i} = 1] \leftrightarrow [f(x) = h_v - h_i \leq 0] \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq M(1 - \delta_{0i}) \\ f(x) \geq \varepsilon + (m - \varepsilon)\delta_{0i} \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} M = \max f(x) = h_v \\ m = \min f(x) = h_v - h_{max} \end{cases}$$

$h_v = 0.3, h_{max} = 0.62$ et $\varepsilon = 0$.

- $i = 1$

$$-h_1 + h_v \leq -M\delta_{01} + M \Leftrightarrow M\delta_{01} \leq h_1 - h_v + M \Leftrightarrow 0.3\delta_{01} \leq h_1 - 0.3 + 0.3$$

$$0.3\delta_{01} \leq h_1$$

$$-h_1 + h_v \geq m\delta_{01} \Leftrightarrow m\delta_{01} \leq -h_1 + h_v \Leftrightarrow -0.32\delta_{01} \leq -h_1 + 0.3$$

$$-0.32\delta_{01} \leq -h_1 + 0.3$$

- $i = 2$

$$0.3\delta_{02} \leq h_2$$

$$-0.32\delta_{02} \leq -h_2 + 0.3$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} -0.32 & 0 \\ 0.3 & 0 \\ 0 & -0.32 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{01} \\ \delta_{02} \end{bmatrix}, E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{01} \\ Z_{02} \\ Z_1 \\ Z_{12} \\ Z_{L1} \\ Z_{L2} \end{bmatrix},$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ v_1 \\ v_{12} \\ v_{L1} \\ v_{L2} \end{bmatrix},$$

$$E_4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix}, E_5 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0 \\ 0.3 \\ 0.3 \end{bmatrix}.$$

Pour les variables continues $z_{0i}, i = 1, 2$ (huit (08) contraintes) :

$$z_{0i} = \max\{h_v, h_i\} - h_v = \delta_{0i}(h_i - h_v) \Leftrightarrow \begin{cases} z_{0i} \leq M\delta_{0i} \\ z_{0i} \geq m\delta_{0i} \\ z_{0i} \leq f(x) - m(1 - \delta_{0i}) \\ z_{0i} \geq f(x) - M(1 - \delta_{0i}) \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} m = -h_v \\ M = h_{max} - h_v \\ f(x) = h_i - h_v \end{cases}$$

- z_{01}

$$\begin{cases} z_{01} \leq 0.32\delta_{01} \\ z_{01} \geq 0.3\delta_{01} \\ z_{01} \leq h_1 - 0.3 + 0.3 - 0.3\delta_{01} \\ z_{01} \geq h_1 - 0.3 - 0.32 + 0.32\delta_{01} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_{01} - 0.32\delta_{01} \leq 0 \\ -z_{01} - 0.3\delta_{01} \leq 0 \\ z_{01} + 0.3\delta_{01} \leq h_1 \\ -z_{01} + 0.32\delta_{01} \leq -h_1 + 0.62 \end{cases}$$

- z_{02}

$$\begin{cases} z_{02} - 0.32\delta_{02} \leq 0 \\ -z_{02} - 0.3\delta_{02} \leq 0 \\ z_{02} + 0.3\delta_{02} \leq h_2 \\ -z_{02} + 0.32\delta_{02} \leq -h_2 + 0.62 \end{cases}$$

$$E_2(i = 5..12) = \begin{bmatrix} 0.32 & 0 \\ 0.32 & 0 \\ -0.3 & 0 \\ -0.3 & 0 \\ 0 & 0.32 \\ 0 & 0.32 \\ 0 & -0.3 \\ 0 & -0.3 \end{bmatrix}, E_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$E_4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_5 = \begin{bmatrix} 0.62 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.62 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ainsi, pour les variables continues auxiliaires $z_i (i = 1)$, nous avons (quatre (04) contraintes) :

$$\begin{cases} z_i \leq MV_i \\ z_i \geq mV_i \\ z_i \leq f(x) - m(1 - V_i) \\ z_i \geq f(x) - M(1 - V_i) \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} m = -h_{max} \\ M = h_{max} \\ f(x) = z_{0i} - z_{02} \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_1 \leq 0.62V_1 \\ z_1 \geq -0.62V_1 \\ z_1 \leq z_{01} - z_{02} + 0.62 - 0.62V_1 \\ z_1 \geq z_{01} - z_{02} - 0.62 + 0.62V_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 \leq 0.62V_1 \\ -z_1 \leq 0.62V_1 \\ z_1 - z_{01} + z_{02} \leq -0.62V_1 + 0.62 \\ -z_1 + z_{01} - z_{02} \leq -0.62V_1 + 0.62 \end{cases}$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 0 & -0.62 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.62 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.62 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.62 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$E_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_5 = \begin{bmatrix} 0.62 \\ 0.62 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ainsi, nous obtenons les inégalités du système comme suit (quatre (04) contraintes) :

$$z_{i2} = V_{i2}(h_i - h_2), i = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} z_{i2} \leq MV_{i2} \\ z_{i2} \geq mV_{i2} \\ z_{i2} \leq f(x) - m(1 - V_{i2}) \\ z_{i2} \geq f(x) - M(1 - V_{i2}) \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} m = -h_{max} \\ M = h_{max} \\ f(x) = h_i - h_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_{12} \leq 0.62V_{12} \\ z_{12} \geq -0.62V_{12} \\ z_{12} \leq h_1 - h_2 + 0.62 - 0.62V_{12} \\ z_{12} \geq h_1 - h_2 - 0.62 + 0.62V_{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_{12} \leq 0.62V_{12} \\ -z_{12} \leq 0.62V_{12} \\ z_{12} \leq h_1 - h_2 - 0.62V_{12} + 0.62 \\ -z_{12} \leq -h_1 + h_2 - 0.62V_{12} + 0.62 \end{cases}$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 0 & -0.62 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.62 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.62 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.62 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_4 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_5 = \begin{bmatrix} 0.62 \\ 0.62 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pour les variables auxiliaires z_{Li} ($i = 1, 2$), nous avons (huit (08) contraintes) :

$$\begin{cases} z_{Li} \leq MV_{Li} \\ z_{Li} \geq mV_{Li} \\ z_{Li} \leq f(x) - m(1 - V_{Li}) \\ z_{Li} \geq f(x) - M(1 - V_{Li}) \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} m = 0 \\ M = h_{max} \\ f(x) = h_i \end{cases}$$

- $i = 1$

$$\begin{cases} z_{L1} \leq MV_{L1} \\ z_{L1} \geq mV_{L1} \\ z_{L1} \leq h_1 - m(1 - V_{L1}) \\ z_{L1} \geq h_1 - M(1 - V_{L1}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_{L1} \leq 0.62V_{L1} \\ z_{L1} \geq 0 \\ z_{L1} \leq h_1 \\ z_{L1} \geq h_1 - 0.62 + 0.62V_{L1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_{L1} \leq 0.62V_{L1} \\ -z_{L1} \leq 0 \\ z_{L1} \leq h_1 \\ -z_{L1} \leq -h_1 + 0.62 - 0.62V_{L1} \end{cases}$$

- $i = 2$

$$\begin{cases} z_{L2} \leq 0.62V_{L2} \\ -z_{L2} \leq 0 \\ z_{L2} \leq h_2 \\ -z_{L2} \leq -h_2 + 0.62 - 0.62V_{L2} \end{cases}$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -0.62 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.62 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.62 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.62 \end{bmatrix}$$

$$E_4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_5 = \begin{bmatrix} 0.62 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.62 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

D'autre part, nous définissons les contraintes opératoires sur le niveau h_i et le débit Q_j comme suit (six (06) contraintes) :

$$\begin{cases} 0 \leq h_i \leq h_{max}, & i = 1, 2 \\ 0 \leq Q_j \leq Q_{max}, & j = 1 \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} h_{max} = 0.62 \\ Q_{max} = 10^{-4} \end{cases}$$

$$0 \leq -h_1 + 0.62$$

$$0 \leq h_1$$

$$0 \leq -h_2 + 0.62$$

$$\begin{aligned}
 & 0 \leq h_2 \\
 & 0 \leq -Q_1 + 10^{-4} \\
 & 0 \leq Q_1 \\
 E_2 = & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 & , E_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.62 \\ 0 \\ 0.62 \\ 0 \\ 10^{-4} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Par la suite, on procède par les mêmes étapes pour le développement de la commande GPC (CARIMA), de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 H(z) = & \frac{C}{z} \left(I + \frac{A}{z} + \frac{A^2}{z^2} + \frac{A^3}{z^3} + \dots \right) B_1 + \frac{D_1}{z} \left(I + \frac{A}{z} + \frac{A^2}{z^2} + \frac{A^3}{z^3} + \dots \right) B_2 + \frac{D_2}{z} \left(I + \frac{A}{z} + \frac{A^2}{z^2} + \frac{A^3}{z^3} + \dots \right) B_2 \\
 & + \frac{D_3}{z} \left(I + \frac{A}{z} + \frac{A^2}{z^2} + \frac{A^3}{z^3} + \dots \right) B_3
 \end{aligned}$$

On remplaçant l'opérateur z dans l'équation suivante, on obtient :

$$\begin{aligned}
 y(k) = & D_1 u(k) + C B_1 u(k-1) + C A B_1 u(k-2) + C A^2 B_1 u(k-3) + \dots + \\
 & D_2 \delta(k) + C B_2 \delta(k-1) + C A B_2 \delta(k-2) + C A^2 B_2 \delta(k-3) + \dots + \\
 & D_3 z(k) + C B_3 z(k-1) + C A B_3 z(k-2) + C A^2 B_3 z(k-3) + \dots +
 \end{aligned}$$

Les sorties futures peuvent être alors calculées :

$$\begin{aligned}
 y(k+1) = & D_1 u(k+1) + C B_1 u(k) + C A B_1 u(k-1) + C A^2 B_1 u(k-2) + \dots + \\
 & D_2 \delta(k+1) + C B_2 \delta(k) + C A B_2 \delta(k-1) + C A^2 B_2 \delta(k-2) + \dots + \\
 & D_3 z(k+1) + C B_3 z(k) + C A B_3 z(k-1) + C A^2 B_3 z(k-2) + \dots +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y(k+2) = & D_1 u(k+2) + C B_1 u(k+1) + C A B_1 u(k) + C A^2 B_1 u(k-1) + \dots + \\
 & D_2 \delta(k+2) + C B_2 \delta(k+1) + C A B_2 \delta(k) + C A^2 B_2 \delta(k-1) + \dots + \\
 & D_3 z(k+2) + C B_3 z(k+1) + C A B_3 z(k) + C A^2 B_3 z(k-1) + \dots +
 \end{aligned}$$

Pour un horizon de prédiction N , on obtient :

$$\begin{aligned}
 y(k+N) = & D_1 u(k+N) + C B_1 u(k+N-1) + C A B_1 u(k+N-2) + C A^2 B_1 u(k+N-3) + \dots + \\
 & D_2 \delta(k+N) + C B_2 \delta(k+N-1) + C A B_2 \delta(k+N-2) + C A^2 B_2 \delta(k+N-3) + \dots + \\
 & D_3 z(k+N) + C B_3 z(k+N-1) + C A B_3 z(k+N-2) + C A^2 B_3 z(k+N-3) + \dots +
 \end{aligned}$$

D'une manière plus générale, le terme $y(k+j)$ ($j = 1, 2, \dots, N$), l'équation précédente peut être écrite comme suite :

$$\begin{aligned}
 y(k+j) = & \sum_{i=1}^{\infty} C A^{i-1} B_1 u(k+j-i) + D_1 u \\
 & + \sum_{i=1}^{\infty} C A^{i-1} B_2 \delta(k+j-i) + D_2 \delta(j+1) + \sum_{i=1}^{\infty} C A^{i-1} B_3 z(k+j-i) + D_3 z(j+1) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y(k+j) &= \sum_{i=1}^{\infty} CA^{i-1}B_1u(k+j-i) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{\infty} CA^{i-1}B_1u(k+j-i) + D_1u(j+1) + \sum_{i=1}^{\infty} CA^{i-1}B_2\delta(k+j-i) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{\infty} CA^{i-1}B_2\delta(k+j-i) + D_2\delta(j+1) + \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{\infty} CA^{i-1}B_3z(k+j-i) + \sum_{i=1}^{\infty} CA^{i-1}B_3z(k+j-i) + D_3z(j+1) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y(k+j) &= \sum_{i=1}^{\infty} CA^{i-1}B_1u(k+j-i) \\
 &\quad + \sum_{m=0}^{\infty} CA^{m+j}B_1u(k-m-1) + D_1u(j+1) + \sum_{i=1}^{\infty} CA^{i-1}B_2\delta(k+j-i) \\
 &\quad + \sum_{m=0}^{\infty} CA^{m+j}B_2\delta(k-m-1) + D_2\delta(j+1) + \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{\infty} CA^{i-1}B_3z(k+j-i) + \sum_{m=0}^{\infty} CA^{m+j}B_3z(k-m-1) + D_3z(j+1) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y(k+j) &= \sum_{i=1}^j CA^{i-1}B_1u(k+j-i) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^j CA^{i-1}B_2\delta(k+j-i) + \sum_{i=1}^j CA^{i-1}B_3z(k+j-i) + D_1u(j+1) + D_2\delta(j+1) \\
 &\quad + D_3z(j+1) + \sum_{m=0}^{\infty} CA^{m+j}(B_1u(k-m-1) + B_2\delta(k-m-1) + B_3z(k+m-1))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y(k+j) &= \sum_{i=1}^j CA^{i-1}B_1u(k+j-i) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^j CA^{i-1}B_2\delta(k+j-i) + \sum_{i=1}^j CA^{i-1}B_3z(k+j-i) + D_1u(j+1) + D_2\delta(j+1) \\
 &\quad + D_3z(j+1) + \sum_{m=0}^{\infty} CA^{m+j}(x(k-m) - Ax(k-m-1))
 \end{aligned}$$

Après simplification, on obtient :

$$\begin{aligned}
 y(k+j) &= \sum_{i=1}^j CA^{i-1}(B_1u(k+j-i) + B_2\delta(k+j-i) + B_3z(k+j-i)) + D_1u(j+1) + \\
 &D_1u(j+1) + D_2\delta(j+1) + D_3z(j+1) + CA^jx(k) \tag{III.8}
 \end{aligned}$$

On pose :

$Y=[y(k) y(k+1) y(k+2)\dots y(k+N-1)]$ et $U=[u(k)\dots u(k+N-1), \delta(k)\dots \delta(k+N-1), z(k)\dots z(k+N-1)]$

On obtient la forme compacte suivante :

$$Y = GU + F \quad (\text{III.9})$$

Avec :

$$F = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{N-1} \end{bmatrix} x(k) \quad (\text{III.10})$$

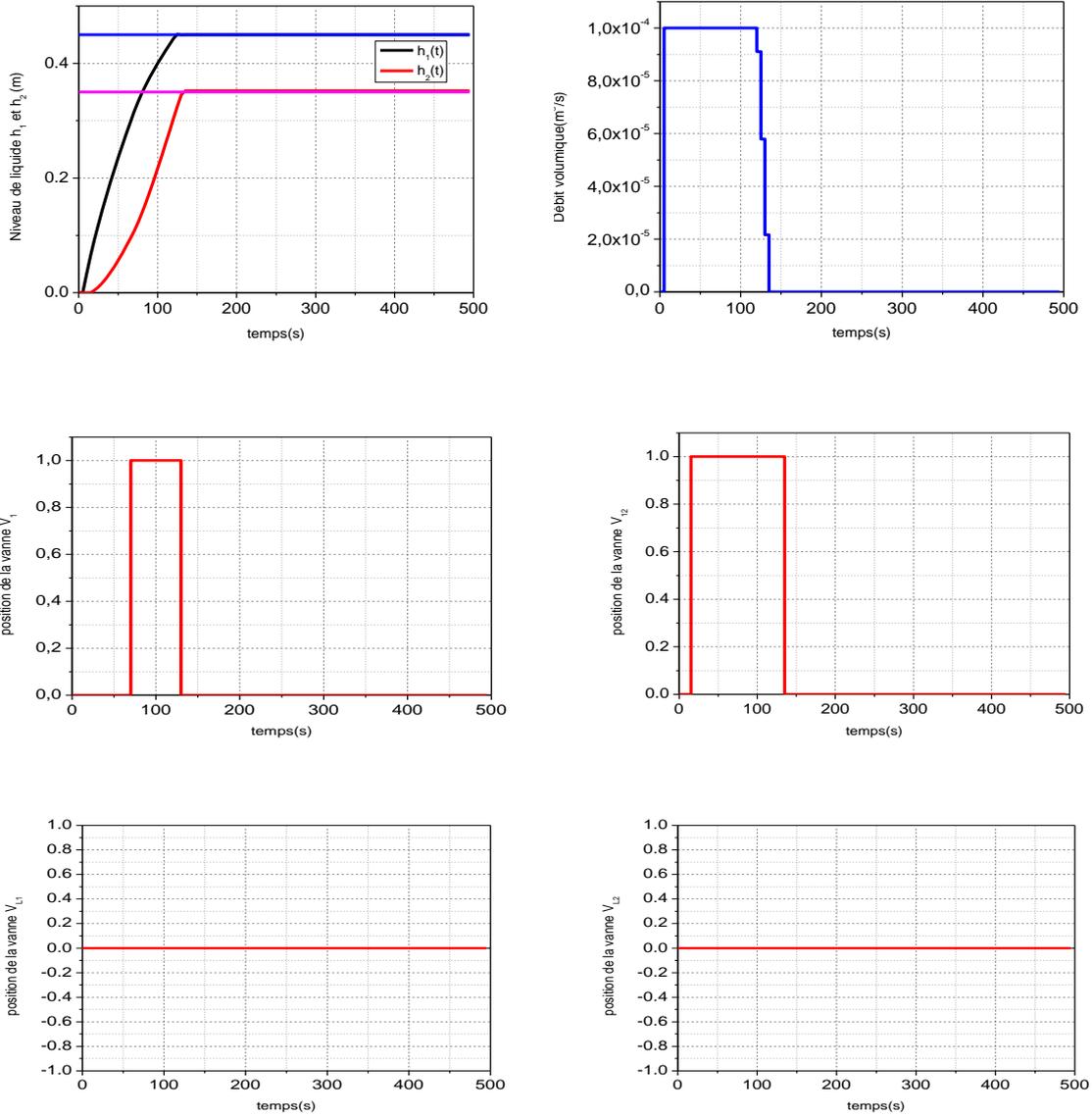
Et :

$$G = \begin{bmatrix} D_1 & \dots & 0 & D_2 & \dots & 0 & D_3 & \dots & 0 \\ CB_1 & & & CB_2 & & & CB_3 & & \\ CAB_1 & \ddots & \vdots & CAB_2 & \ddots & \vdots & CAB_3 & \ddots & \vdots \\ CA^2 B_1 & & & CA^2 B_2 & & & CA^2 B_3 & & \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots & & \\ CA^{N-1} B_1 & & D_1 & CA^{N-1} B_2 & & D_2 & CA^{N-1} B_3 & & D_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III.11})$$

III.4.3 Résultats et interprétation :

L'approche hybride MLD a été appliquée avec la configuration suivante :

Le vecteur commande $u = [Q_1 V_1 V_{12} V_{L1} V_{L2}]^T$ avec les deux vannes de sortie V_{12} sur les réservoirs T_1 et T_2 sont complètement fermées. Le modèle MLD élaboré pour la synthèse de la commande MPC est composé par une (01) variable de commande continue, quatre (04) variables binaires de commande, deux (02) variables binaires auxiliaires et six (06) variables continues auxiliaires avec 39 contraintes linéaires mixtes entières. Le problème de commande MPC est transformé en problème d'optimisation linéaire avec contraintes mixtes entières donnant sur un horizon de prédiction choisi égal à celui de commande $N=3$, à 39 variables continues et binaires avec 102 contraintes linéaires mixtes en nombre entiers. Les deux cuves étant initialement vides ($h_1 = 0$ et $h_2 = 0$). Le niveau sur la cuve T_1 est ajuster à la consigne introduite à une valeur de 0.45cm , tandis que la niveau à la cuves T_2 à ajuster à la valeur de consigne définit à 0.35m. Le réglage des deux niveaux fait appel à l'ouverture et la fermeture des deux vannes $[V_1 V_{12}]$ pour le réglage du niveau h_1 et h_2 autour de leurs consignes. Pour le choix des pondérations sur le critère d'optimisation, notre choix est particulièrement destiné à la pénalisation de l'erreur de poursuite entre les niveaux et leurs consignes affectées par la matrice $Q_y = 6000$.


 Figure III.6 : Commande prédictive des niveaux h_1, h_2 .

III.4.4 Identification et validation du modèle du premier principe du procédé :

Les six électrovannes peuvent se voir attribuer des variables indicatrices binaires, dont les valeurs sont égales à 1 lorsque la vanne correspondante est ouverte et à 0 dans le cas contraire. Ainsi, l'ouverture et la fermeture des vannes peuvent être classées comme événements de contrôle. L'équation de conservation de masse de volume d'eau pour chacun des trois cuves donne le modèle dynamique comme suit :

$$\begin{cases} \pi h_1 (h_{max} - h_1) \frac{dh_1}{dt} = (Q_1 - V_1 Q_{13V1} - V_{13} Q_{13V13} - V_{L1} Q_{L1}) \\ \pi h_2 (h_{max} - h_2) \frac{dh_2}{dt} = (Q_2 - V_2 Q_{23V2} - V_{23} Q_{23V23} - V_{L2} Q_{L2}) \\ \pi h_3 (h_{max} - h_3) \frac{dh_3}{dt} = (V_1 Q_{13V1} + V_{13} Q_{13V13} + V_2 Q_{23V2} + V_{23} Q_{23V23} - V_{N3} Q_{N3}) \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

Où $V_1, V_2, V_{13}, V_{23}, V_{L1}$ et V_{N3} représentent des variables indicatrices binaires pour les électrovannes $S_1, S_2, S_{13}, S_{23}, S_{L1}$ et S_{L3} respectivement. Les variables Q_1 et Q_2 représentent les débits à travers les vannes de régulation CV-01 et CV-02, respectivement.

Les variables $Q_{13}, Q_{23}, Q_1, Q_2, Q_{L1}, Q_N$ représentent les débits à travers les électrovannes respectives V_i et V_{i2} peuvent être évaluées en utilisant les équations constitutives suivantes :

$$Q_{i3V_{i3}} = k_{i3} S_{i3} \text{sign}(h_i - h_3) \sqrt{2g|h_i - h_3|}, \quad i = 1, 2 \quad (\text{III.13})$$

$$Q_{L1} = k_{L1} S_{L1} \sqrt{2gh_1} \quad (\text{III.14})$$

$$Q_{N3} = k_{N3} S_{N3} \sqrt{2gh_3} \quad (\text{III.15})$$

Les expressions pour Q_{i3V_i} dépendent du fait que les hauteurs h_j ($j=1, 2, 3$) sont supérieures ou inférieures à $h_v = 0.25m$. Donc :

$$Q_{i3V_i} = k_i \text{sign}(\max\{h_i, h_v\} - \max\{h_3, h_v\}) \sqrt{2g|\max\{h_i, h_v\} - \max\{h_3, h_v\}|}, \quad i = 1, 2 \quad (\text{III.16})$$

Où k_i, k_{i3}, k_{L1} et k_{N3} sont les coefficients de décharge pour l'écoulement à travers les électrovannes. Ceux-ci ont été obtenus en fixant la position en menant des expériences à l'état d'équilibre. La valeur des coefficients est présentée dans le tableau III.1.

| Table III.1 : Les coefficients de perte de charge de l'installation des interconnexions entre les cuves | | |
|---|-----------------------|-------------------------|
| N° | Discharge coefficient | Value (m ²) |
| | | Cross Section of valves |
| 01 | k_1 | $1.13 \cdot 10^{-04}$ |
| 02 | k_2 | $1.13 \cdot 10^{-04}$ |
| 03 | k_{13} | $1.13 \cdot 10^{-04}$ |
| 04 | k_{23} | $1.13 \cdot 10^{-04}$ |
| 05 | k_{L1} | $1.13 \cdot 10^{-04}$ |
| 06 | k_{N3} | $1.13 \cdot 10^{-04}$ |
| 07 | k_{L2} | $1.13 \cdot 10^{-04}$ |

III.4.5 Le modèle MLD pour une implémentation de la commande MPC :

Le modèle obtenu par les premiers de principes exprimé par les équations (III.12)-(III.16) avec les paramètres du tableau III.1 est utilisé pour obtenir trois modèles partiellement linéarisés. Les points de linéarisation sont choisis pour l'étude du système à trois-cuves sphériques comme ci-dessous :

$$\begin{cases} \text{Modèle - I : } h_1 = h_2 = 0.15, h_3 = 0.14 \text{ et } Q_1 = Q_2 = 0 \\ \text{Modèle - II : } h_1 = h_2 = 0.25, h_3 = 0.24 \text{ et } Q_1 = Q_2 = 0 \\ \text{Modèle - III : } h_1 = h_2 = 0.35, h_3 = 0.34 \text{ et } Q_1 = Q_2 = 0 \end{cases}$$

Les trois modèles partiellement linéarisés sont utilisés pour appliquer l'approche de commande MPC au benchmark à trois-cuves sphériques pour le contrôle des niveaux de liquide. Dans cette étude expérimentale, une étude de cas a été exploré pour le problème de commande de régulation de niveau est considérée.

III.4.6 Etude de cas : Commande de régulation de niveau :

La figure 5.18 explique les performances du problème de servo-control du benchmark à trois cuves. Dans ce cas, l'installation c.à.d. la configuration de benchmark à trois réservoirs est soumise à divers changements de point de consigne, comme l'illustre la figure III.7. On constate que toutes les consignes sont atteintes d'une manière satisfaisante. En outre, diverses caractéristiques physiques du procédé se reflètent également dans les résultats. Par exemple, les sorties d'eau sont fournies dans les cuves cuve-1 cuve-2 et cuve-3. Par conséquent, lorsqu'un le niveau de liquide h_3 atteint son point de consigne à l'instant 100 sec, en procède à la fermeture des vannes V_1 , V_2 , V_{13} et V_{23} avec un court ajustement en utilisant la vanne V_{L3} . La poursuite du niveau de consigne dans la cuve-1 est assurée en utilisant à la fois la pompe Q_1 et la vanne de sortie V_{L1} . La figure III.8 décrit les valeurs de la commande correspondantes. Pour les électrovannes, une valeur égale à 1 indique que la vanne est ouverte, tandis que la valeur 0 indique que la vanne est fermée.

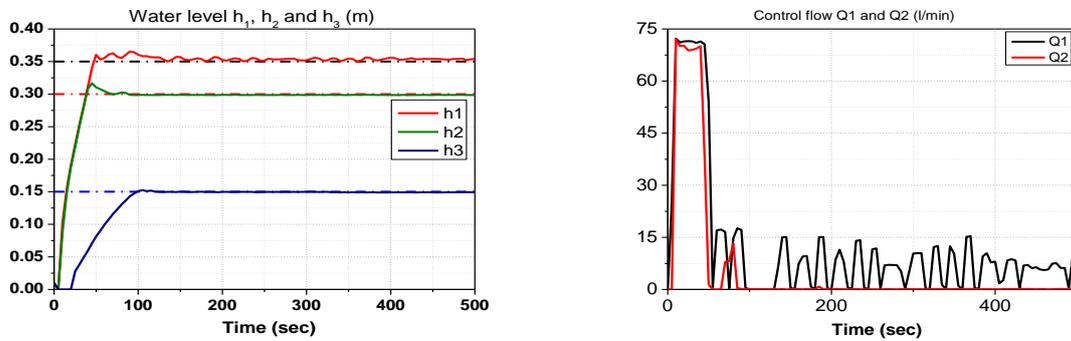
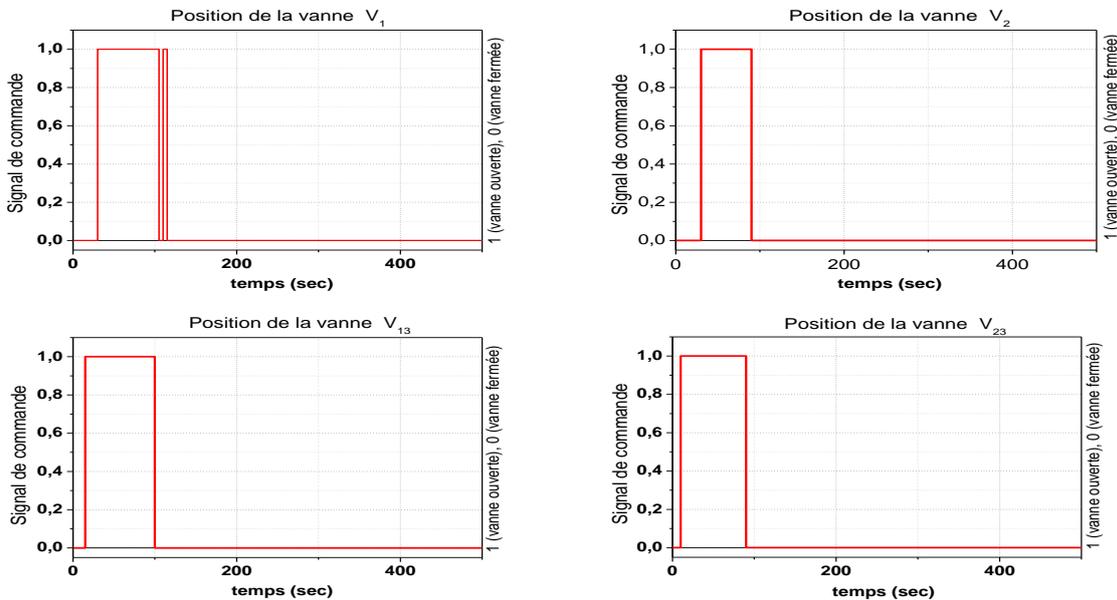


Figure III.7 : Premier cas-I: Servo-Control: Le profil de réponse du servo-control des niveaux de liquide du système de l'installation à trois cuves-sphériques.



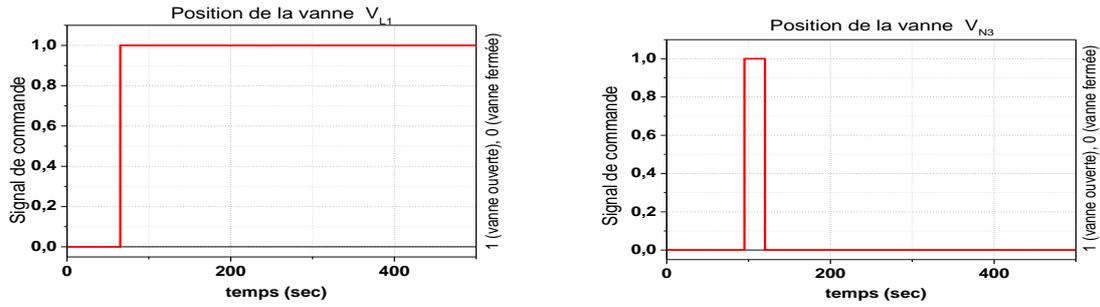


Figure III.8 : Premier cas-I: Servo-Control: les entrées de commande de servo-control des niveaux de liquide du système de l'installation à trois cuves-sphériques. Statut des électrovannes : chaque valeur égale à '1' correspond à la position ouverte et à '0' correspond à la position fermée.

III.5 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons utilisé les méthodes de synthèse d'une loi de commande prédictive explicite formulée sur des modèles linéaires et hybrides de type MLD soumis à des contraintes, L'objectif de poursuite est formulé en un problème d'optimisation non linéaire sous contraintes. Il s'agit de minimiser un critère de performances, fonction de l'écart entre la trajectoire de référence et la sortie du procédé, sur un horizon fini de prédiction. Un des principaux avantages de cette approche réside dans la prise en compte explicite des contraintes dans la synthèse de la loi de commande.

Conclusion Générale

Conclusion générale & Perspectives

Le présent travail dans le cadre du mémoire de Master qui consiste en la modélisation à l'application d'une approche de commande prédictive à base de modèle (MPC) sur un système non linéaire hybride composé de deux cuves interconnectés (MPC) en poursuite d'une trajectoire de référence. L'approche de commande s'appuie sur le formalisme MLD, qui prend en compte des dynamiques, des états, des entrées, des sorties et des contraintes continues et binaires ainsi que des interfaces entre ces deux aspects. Il permet de modéliser plusieurs classes de systèmes hybrides, telles que les systèmes hybrides linéaires, les systèmes linéaires sous contraintes, les systèmes dynamiques non linéaires où les non linéarités sont exprimés à travers des combinaisons logiques. La stratégie de commande prédictive à horizon glissant (MPC) développée est essentiellement basée sur une technique d'optimisation linéaire pour laquelle on cherche à minimiser une fonction de coût quadratique ou linéaire, résolvant des problèmes de programmation mixte (MIQP, MILP).

En premier, nous nous sommes intéressés à l'étude des concepts et modèles des systèmes dynamiques hybrides au premier chapitre, ce qui nous a permis d'aborder notre problématique de modélisation, simulation et commande. Par la suite, nous nous sommes penchés au chapitre deux sur l'étude du banc d'essais expérimental sur lequel sera effectuée la validation de notre approche de commande. A cet effet, il était indispensable de comprendre et d'analyser les éléments hardware constituant le système et plus particulièrement la partie instrumentation et contrôle. Pour cela, nous avons commencé par la calibration de la partie capteurs en procédant à l'établissement de la courbe d'étalonnage et par la suite la fonction correspondante entre la mesure et la tension de sortie du capteur. Cette partie est une phase importante dans notre travail.

Pour pouvoir utiliser et exploiter le système, il était important d'établir un modèle expérimental par le recours à l'identification d'une seule cuve. Le modèle identifié par la méthode de Brodia répond parfaitement à la régulation PI et nous a permis de qualifier le comportement dynamique du système.

Le troisième chapitre a été consacré à la commande prédictive des systèmes hybrides et l'introduction à la programmation linéaire et la logique propositionnelle. Les concepts de ce domaine ont été utilisés pour pouvoir établir le modèle MLD hybride de système composé de deux cuves cylindriques. Une fois le modèle établi, la synthèse de la commande prédictive à horizon glissant est reformulée et le critère d'optimisation est restitué sous forme d'un problème d'optimisation quadratique linéaire avec contraintes linéaires en présence de variables réelles et entières MIQP. Le résultat obtenu de la solution du problème d'optimisation constitue le vecteur de commande à l'instant d'échantillonnage par l'utilisation du solveur **CPLEX**.

Enfin, La synthèse de la commande **MPC** à horizon glissant nécessite dans un premier temps de faire une translation du modèle physique régis par les équations dynamiques du fluide et par les contraintes fonctionnelles. Le système fait intervenir des composants avec une dynamique continue et d'autres avec une dynamique discrète. Cette complexité du système par la présence de deux dynamiques fait apparaître la nature d'une dynamique hybride, qui ne pourra être résolu que par l'utilisation d'un formalisme permettant d'avoir un modèle hybride **MLD**.

Les résultats de simulations confirment la poursuite parfaite de la trajectoire de référence pour le contrôle des niveaux de liquide du système composé de deux cuves cylindriques et sphériques.

En, conclusion, le travail effectué dans le cadre de ce mémoire ouvre de nombreuses voies de recherches :

- La commande non linéaire hybride avec une optimisation non linéaire,
- La commande linéaire et non linéaire hybride par les algorithmes génétiques,
- Identification des systèmes dynamiques hybrides,
- Etude des systèmes dynamiques hybrides dans un milieu bruité,
- Les systèmes dynamiques hybrides incertains.

ANNEXES

Annexe A

Le langage de modélisation HYSDEL

A.1 Objectif et principe d'utilisation :

La transformation de la description initiale d'un système hybride en une forme **MLD** exige l'application d'un ensemble de règles données. Il est maintenant nécessaire d'adopter un outil qui permet d'obtenir cette forme **MLD** de façon systématique, évitant ainsi des calculs fastidieux. Pour cela, un compilateur est développé, fournissant après calcul les matrices $A, B_1, B_2, B_3, C, D_1, D_2, D_3, E_1, E_2, E_3, E_4, E_5$ de l'équation (III.6). Le langage spécifiant le problème au compilateur **HYSDEL** (Hybrid System Description Language)[1].

L'appel au compilateur se fit sous MATLAB, par l'intermédiaire d'un fichier source « *.hys ». Il résulte de la compilation un fichier « *.m » dans lequel la forme MLD complète du système. Ce fichier regroupe donc la formalisation d'un « Object MATLAB » toutes les matrices de la forme MLD comme suit :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_c(k+1) \\ x_l(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{cc} & A_{cd} \\ A_{dc} & A_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c(k) \\ x_l(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{1cc} & B_{1cd} \\ B_{1dc} & B_{1dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_c(k) \\ u_l(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{2cd} \\ B_{2dd} \end{bmatrix} \delta(k) + \begin{bmatrix} B_{3cd} \\ B_{3dd} \end{bmatrix} z(k) \\ \begin{bmatrix} y_c(k+1) \\ y_l(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{cc} & C_{cd} \\ C_{dc} & C_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c(k) \\ x_l(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{1cc} & D_{1cd} \\ D_{1dc} & D_{1dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_c(k) \\ u_l(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{2cd} \\ D_{2dd} \end{bmatrix} \delta(k) + \begin{bmatrix} D_{3cd} \\ D_{3dd} \end{bmatrix} z(k) \\ E_2 \delta(k) + E_3 z(k) \leq E_1 u(k) + E_4 x(k) + E_5 \end{cases} \quad (A.1)$$

Le fichier final inclut également un certain nombre de variables caractérisant les dimensions des matrices.

A.2 Description du langage HYSDEL :

HYSDEL est un langage permettant de traiter un système hybride selon la structure **MLD** à partir d'une description textuelle de ce système. Chaque fichier est en réalité composé de deux parties. La première partie, appelée « **Interface** » a pour but de déclarer toutes les variables : Les états, les entrées, les sorties, ainsi que toutes les constantes. La deuxième partie, dite « **mise en œuvre** », est composée de six sections spécialisées décrivant les relations existant entre les variables, de la façon suivante :

1. **Section «AD»** : elle définit les variables auxiliaires logiques issues de l'interprétation de relations continues. On trouve ainsi dans cette section des relations : $\delta = 1$ si $a_1 x_1 + a_2 x_2 \leq b$.
2. **Section «DA»**: Elle définit les variables auxiliaires continues, issues de la valeur prise par des variables booléennes. On trouve alors des relations: si $\delta = 1$ alors $z = a_1 x + b_1$ sinon $z = a_2 x + b_2$.
3. **Section « LOGIC »** : elle définit les fonctions impliquant des variables booléennes. Ainsi on pourra y inclure des relations du type : $\{\delta = \delta_1 \& (\delta_2 | \delta_3)\}$.
4. **Section « CONTINUOUS »** : elle décrit la dynamique linéaire, sous la forme d'équation aux différences, par exemple : $h(k+1) = h(k) + \frac{T_s}{A} (Q_1 - Q_2)$.

5. **Section « AUTOMATA »** : Cette section spécifie les équations caractérisant les transitions des états de l'automate. Ainsi, on trouvera des relations : $V = (X_1 \& a) | (X_2 \& b)$.
6. **Section « MUST »** : Cette section spécifie les contraintes sur les variables continues et binaires (contraintes linéaires et formules booléennes), par exemple: $x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, \{(u_1 \& \square u_2) | (\square u_1 \& u_2)\}$

Enfin le modèle MLD obtenu n'est pas unique, dépendant de la façon d'introduire les variables auxiliaires. Il existe en effet de multiples formes MLD pour un même système, il est alors préférable de rechercher celui qui procure le nombre de variables logiques le plus faible. Néanmoins, cet outil permet de fournir automatiquement des modèles MLD s'avère très utile pour la définition de la forme d'état associée.

Annexe B

Programme HYSDEL du modèle MLD classique pour le benchmark COSY « trois cuves »

```
SYSTEM Tanks {  
  
INTERFACE {  
  
STATE {  
    REAL h1,h2,h3;  
}  
  
INPUT {  
    REAL Q1,Q2;  
    BOOL V1,V2,V13,V23;  
}  
  
PARAMETER  
{  
REAL Su = 0.0154;  
REAL Ts = 5;  
REAL k1 = 0.0001125; /* constant for valves V13, V23, VL1 and VN3 */  
REAL k2 = 0.0001566; /* constant for valves V1 and V2 */  
REAL hmax = 0.62;  
REAL hv = 0.30;  
REAL Qmax = 0.0001;  
REAL VL1 = 0;  
REAL VN3 = 1;  
}  
}  
IMPLEMENTATION {  
  
AUX {  
    REAL z01,z02,z03,z1,z2,z13,z23;  
    BOOL d01,d02,d03;  
}  
  
AD  
{  
    d01 = hv-h1 <= 0;  
    d02 = hv-h2 <= 0;  
    d03 = hv-h3 <= 0;  
}  
  
DA  
{  
    z01={ IF d01 THEN h1-hv ELSE 0};  
    z02={ IF d02 THEN h2-hv ELSE 0};  
    z03={ IF d03 THEN h3-hv ELSE 0};  
    z1={ IF V1 THEN z01-z03 ELSE 0};  
    z2={ IF V2 THEN z02-z03 ELSE 0};  
    z13={ IF V13 THEN h1-h3 ELSE 0};
```

```

    z23={ IF V23 THEN h2-h3 ELSE 0};
}

CONTINUOUS
{
    h1=h1+(Ts/Su)*(Q1-k1*z13-k2*z1-k1*h1*VL1);
    h2=h2+(Ts/Su)*(Q2-k1*z23-k2*z2);
    h3=h3+(Ts/Su)*(k1*z13+k1*z23+k2*z1+k2*z2-k1*h3*VN3);
}

MUST
{
    h1<=hmax;
    h2<=hmax;
    h3<=hmax;
    -h1<=0;
    -h2<=0;
    -h3<=0;
    Q1<=Qmax;
    Q2<=Qmax;
-Q1<=0;
-Q2<=0;
}
}
}

```

Annexe C

Formulation de l'algorithme d'optimisation quadratique MPC à horizon glissant sous forme d'un problème **MIQP** :

Le modèle MLD décrivant le système trois-cuves est donné par :

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + B_1u(t) + B_2\delta(t) + B_3z(t) \\ y(t) = Cx(t) + D_1u(t) + D_2\delta(t) + D_3z(t) \\ E_2\delta(t) + E_3z(t) \leq E_1u(t) + E_4x(t) + E_5 \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

A partir du modèle MLD, la commande prédictive à base de modèle est considérée de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \min_{\{u_0^{N-1}\}} J(u_0^{N-1}, x_0) = & \sum_{k=0}^{N-1} \|u(k) - u_e\|_{Q_1}^2 + \|\delta(k/t) - \delta_e\|_{Q_2}^2 + \|z(k/t) - z_e\|_{Q_3}^2 \\ & + \|x(k+1/t) - x_e\|_{Q_4}^2 + \|y(k/t) - y_e\|_{Q_5}^2 \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Est soumis à l'équation (C.1).

Le critère d'optimisation précédent peut être réécrit comme suit :

$$\min_{\{u_0^{N-1}\}} J = \|T - T_e\|_Q = (T - T_e)^T Q (T - T_e) \quad (\text{C.3})$$

Où :

$$Q^T = \text{diag}[\text{diag}(Q_4)_N \text{diag}(Q_5)_N \text{diag}(Q_1)_N \text{diag}(Q_2)_N \text{diag}(Q_3)_N]$$

Où $\text{diag}(Q_i)_N$ est une matrice diagonale d'éléments Q_i et de dimension N .

$$\begin{aligned} T = & \left[x(k+1)^T, \dots, x(k+N)^T, y(k)^T, \dots, y(k+N-1)^T, u(k)^T, \dots, u(k+N-1)^T, \right. \\ & \left. \delta(k)^T, \dots, \delta(k+N-1)^T, z(k)^T, \dots, z(k+N-1)^T \right] \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Et que T_e représente le vecteur des points d'équilibre.

On utilisant la forme MLD (A.1), les variables (x, y) sont remplacées par leurs équivalente en (u, δ, z)

. Par conséquent, la forme MLD devient :

$$T = P\chi + \varphi \quad (\text{C.5})$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_N \\ y_0 \\ \vdots \\ y_{N-1} \\ u_0 \\ \vdots \\ u_{N-1} \\ \delta_0 \\ \vdots \\ \delta_{N-1} \\ z_0 \\ \vdots \\ z_{N-1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} B_1 & \cdots & 0 & B_2 & \cdots & 0 & B_3 & \cdots & 0 \\ AB_1 & \ddots & & & \ddots & & & \ddots & \\ A^{N-1}B_1 & \cdots & B_1 & A^{N-1}B_2 & \cdots & B_2 & A^{N-1}B_3 & \cdots & B_3 \\ D_1 & \cdots & 0 & D_2 & \cdots & 0 & D_3 & \cdots & 0 \\ CB_1 & & & CB_2 & & & CB_3 & & \\ CA^{N-1}B_1 & \cdots & D_1 & CA^{N-1}B_2 & \cdots & D_2 & CA^{N-1}B_3 & \cdots & D_3 \\ I_{m \times m} & & & & & & & & \\ & I_{m \times m} & & & & & & & \\ & & I_{m \times m} & & & & & & \\ & & & I_{r_1 \times r_1} & & & & & \\ & & & & I_{r_1 \times r_1} & & & & \\ & & & & & I_{r_1 \times r_1} & & & \\ & & & & & & I_{r_c \times r_c} & & \\ & & & & & & & I_{r_c \times r_c} & \\ & & & & & & & & I_{r_c \times r_c} \end{bmatrix}}_P \underbrace{\begin{bmatrix} u_0 \\ \vdots \\ u_{N-1} \\ \delta_0 \\ \vdots \\ \delta_{N-1} \\ z_0 \\ \vdots \\ z_{N-1} \end{bmatrix}}_\chi + \underbrace{\begin{bmatrix} Ax_0 \\ A^2x_0 \\ \vdots \\ A^Nx_0 \\ Cx_0 \\ CAx_0 \\ \vdots \\ CA^Nx_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_\varphi$$

De l'équation (C.5) et (C.3)

$$\begin{aligned} \min_{\{u_0^{N-1}\}} J &= \left\| \begin{matrix} P\chi + \varphi - T_e \\ \chi_e \end{matrix} \right\|_Q = (P\chi - \chi_e)^T Q (P\chi - \chi_e) \\ &= \chi^T P^T Q P \chi - 2\chi_e^T Q P \chi + \chi_e^T Q \chi_e \end{aligned} \quad (C.6)$$

Le troisième terme est constant, ainsi l'équation (A.6) peut être écrite comme suite :

$$\min_{\{u_0^{N-1}\}} J = \frac{1}{2} \chi^T H \chi + f^T \chi \quad (C.7)$$

Où : $H = P^T Q P$ et $f^T = \chi_e^T Q P$

Le problème d'optimisation (A.7) est résolu sous la contrainte : $c\chi \leq b$

Où : c, b sont calculées par l'équation d'inégalités du modèle MLD (A.1), on remplaçant la variable x par (u, δ, z) dans les contraintes d'égalités (A1).

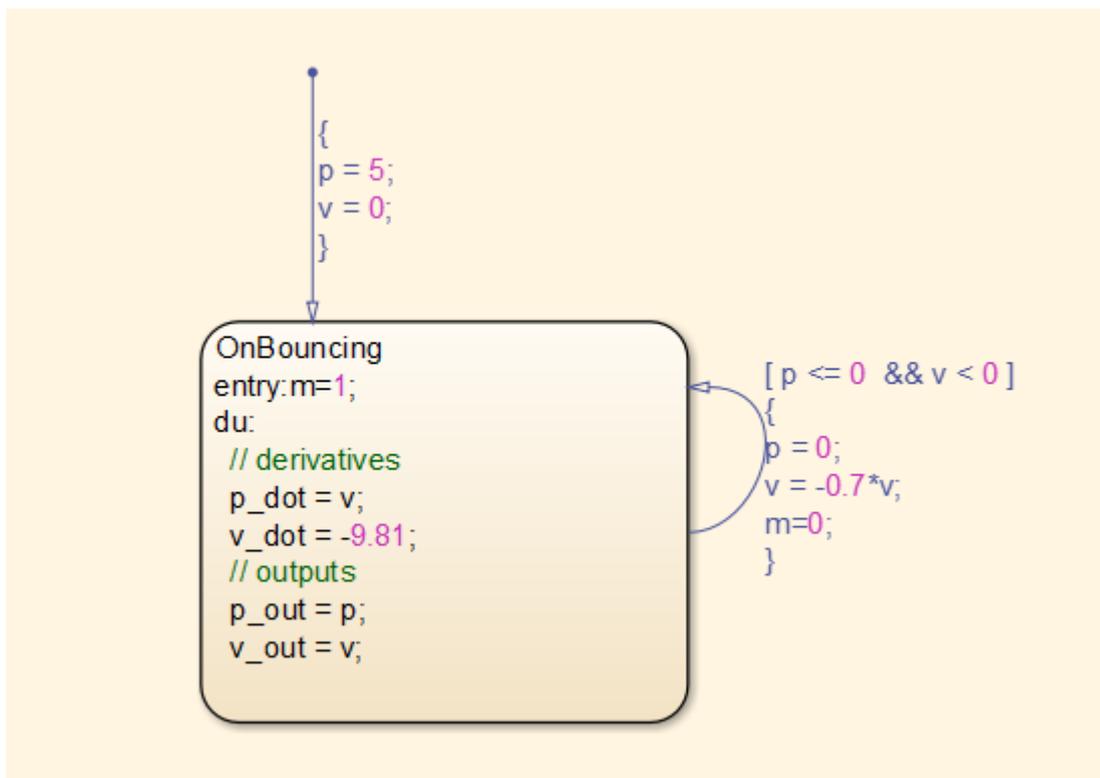
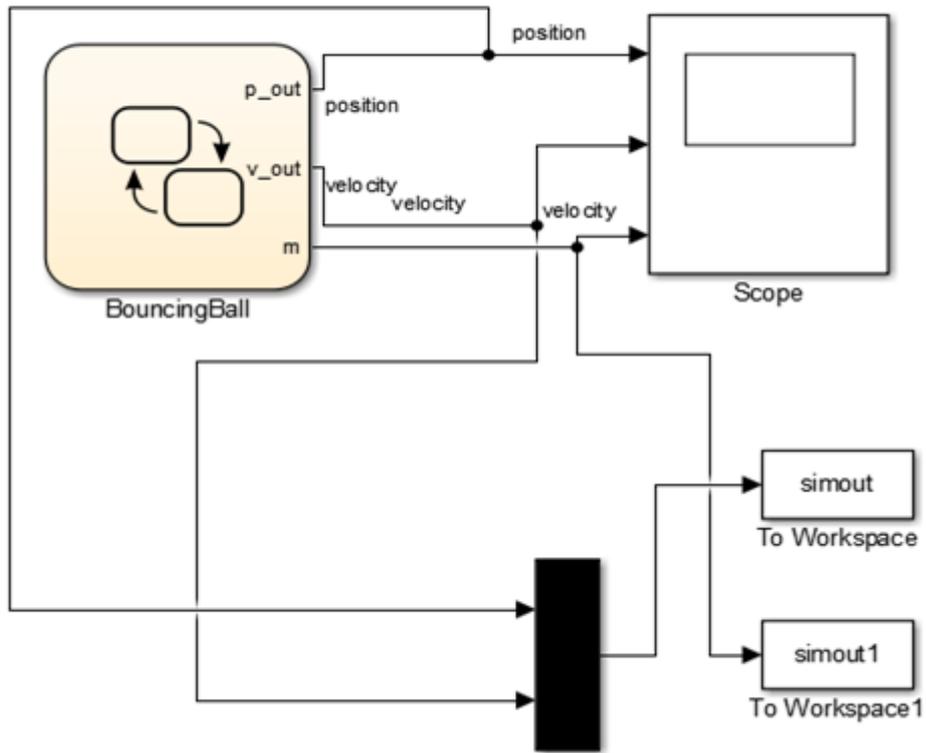
$$\begin{cases} E_2\delta(k) + E_3z(k) \leq E_1u(k) + E_4x(k) + E_5 \\ E_2\delta(k+1) + E_3z(k+1) \leq E_1u(k+1) + E_4x(k+1) + E_5 \\ \vdots \\ E_2\delta(k+N) + E_3z(k+N) \leq E_1u(k+N) + E_4x(k+N) + E_5 \end{cases} \quad (C.8)$$

Pour faire ressortir le vecteur χ , on procède à un réarrangement sur les équations de contraintes en remplaçant la valeur de la variable $x(k+j)$ par son équivalent :

$$\begin{cases} -E_1u(k) + E_2\delta(k) + E_3z(k) \leq E_4x(k) + E_5 \\ -E_1u(k+1) + E_2\delta(k+1) + E_3z(k+1) \leq E_4(Ax(k) + B_1u(k) + B_2\delta(k) + B_3z(k)) + E_5 \\ \vdots \\ -E_1u(k+N) + E_2\delta(k+N) + E_3z(k+N) \leq E_4x(k+N) + E_5 \end{cases} \quad (C.9)$$

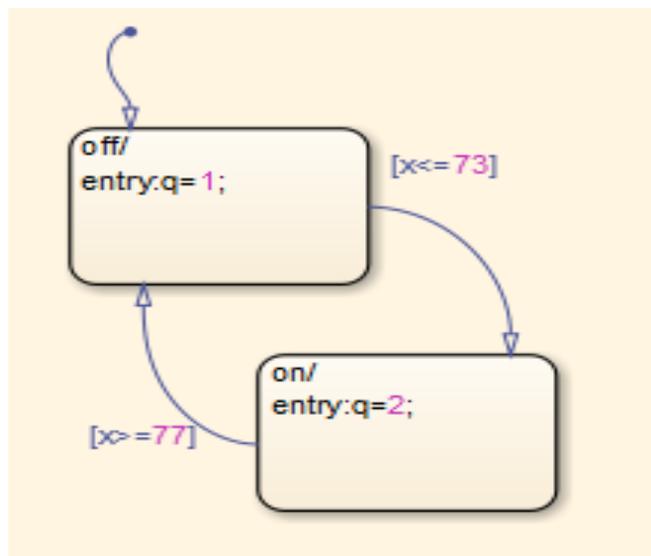
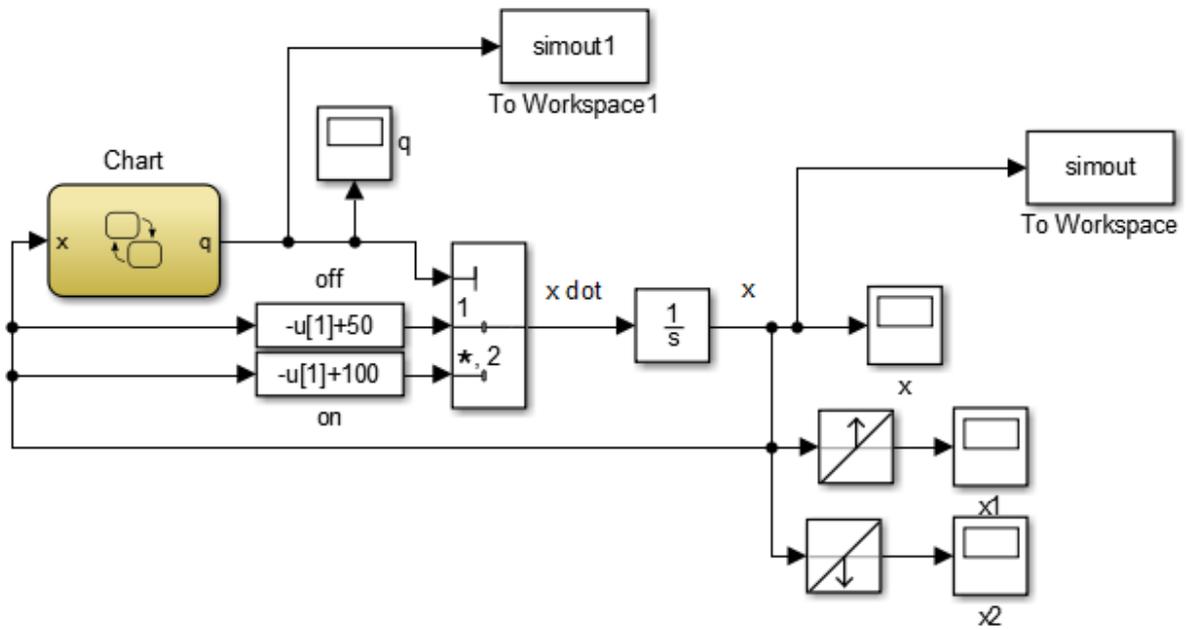
Annexe D

Modeling a Bouncing Ball



Annexe E

Thermostat



Annexe F

Le système à deux cuves cylindriques

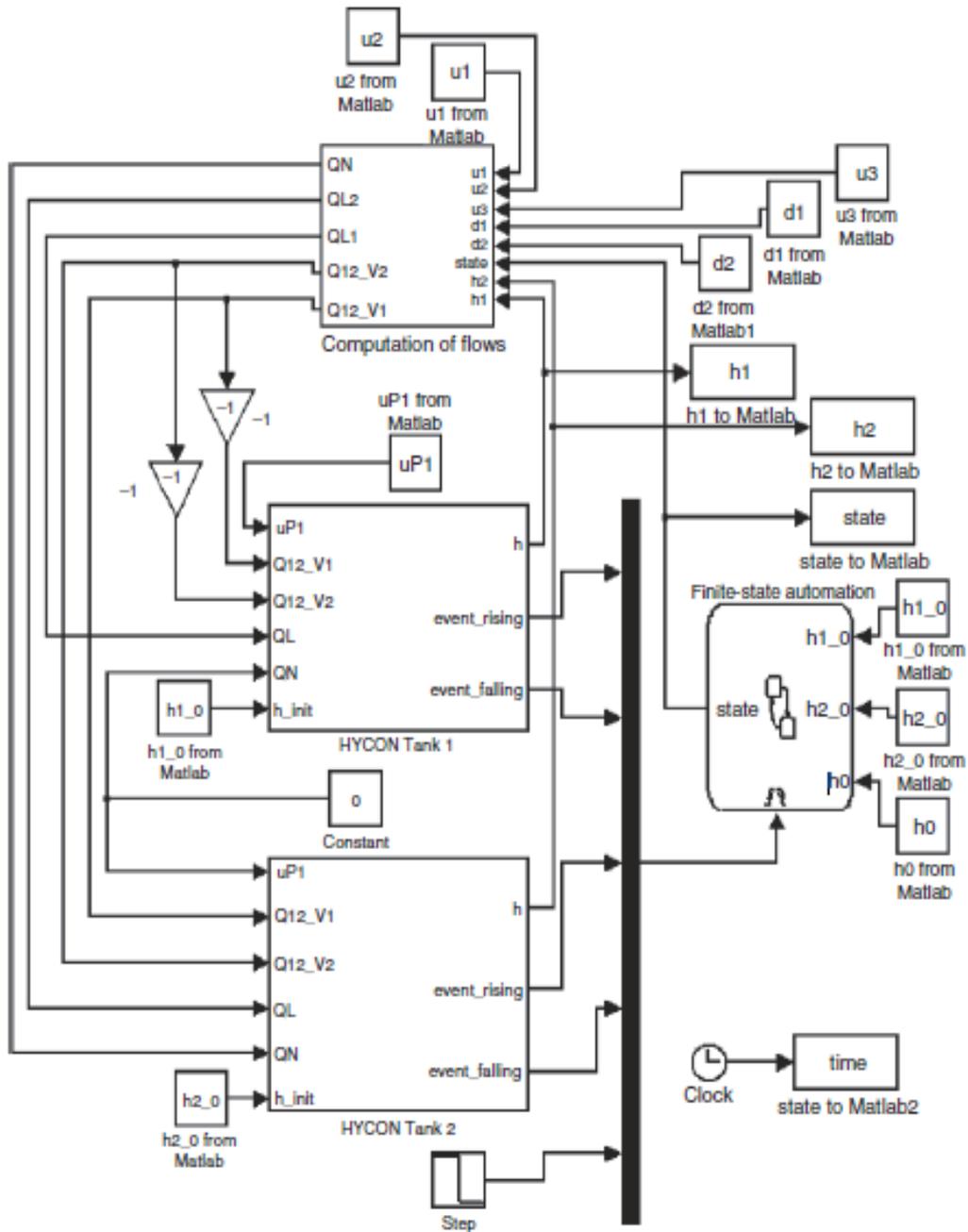


Figure F.1 Le modèle hiérarchique en Simulink du système à deux cuves cylindriques.

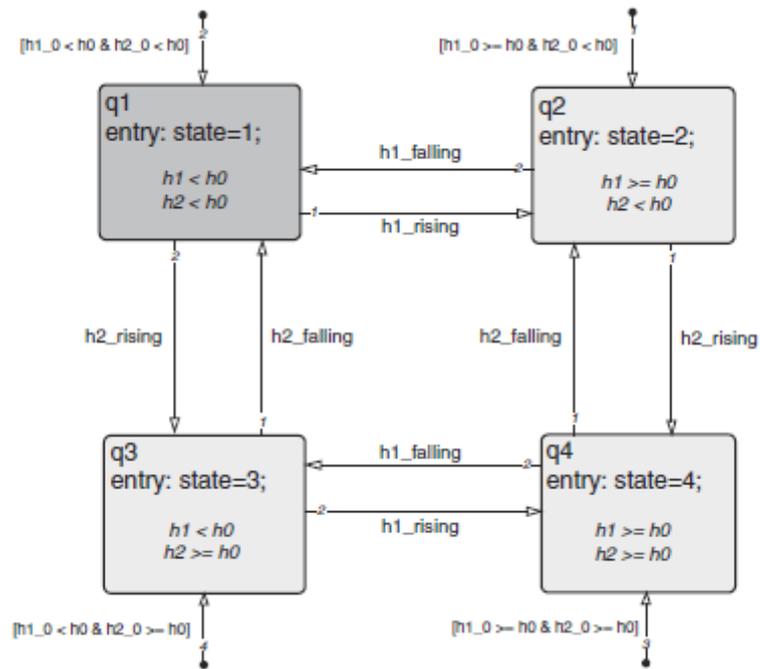


Figure F.2 Automate Etat–fini du système à deux cuves cylindriques en Stateflow.

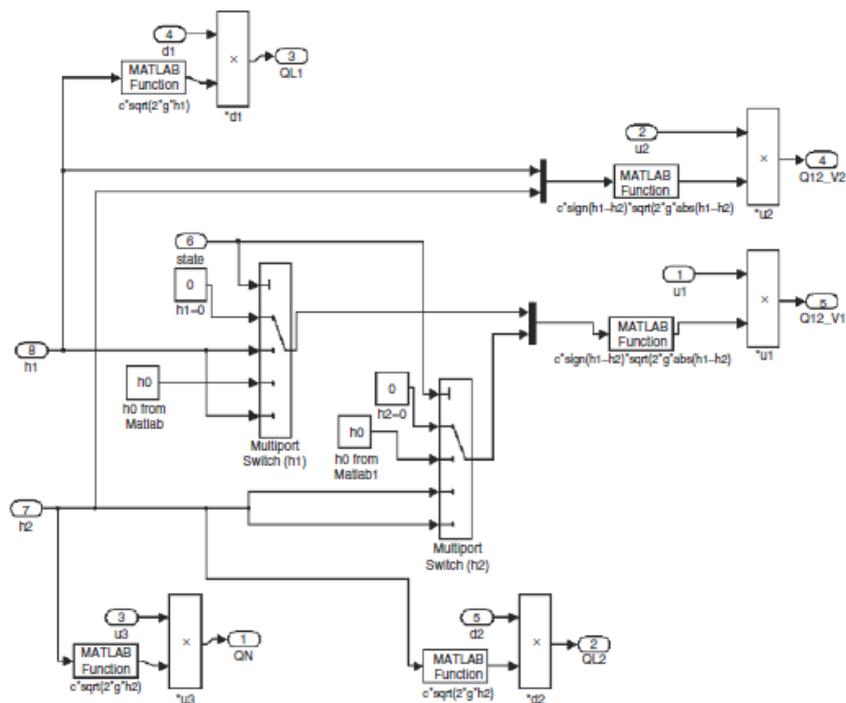


Figure F.3 Modèle Simulink pour le calcul des débit de liquide au niveau des cuves.

Références

Références Bibliographiques

- [1] J. Thomas, Estimation et commande prédictive à horizon glissant de systèmes hybrides, thèse de doctorat, de l'université Paris XI Orsay, Supelec, 2004.
- [2] B. De Schutter, Optimal control of a class of linear hybrid systems with saturation', SIAM Journal on Control and Optimization, 2000.
- [3] A. Bemporad and M. Morari, Control of Systems Integrating Logic, Dynamics and Constraints, In Automatica vol. 35, no. 3, pp. 407–427, March 1999.
- [4] M.E. van Wissen, J. Smeets, A. Muller, P.J.T. Verheijen, Discrete event modelling and dynamic optimization of a sugar plant, in : FOCAPO, Florida, USA, 2003.
- [5] A.J. Van der Schaft and J. M. Schumacher, An Introduction to Hybrid Dynamical Systems, Volume 251 of Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer, 2000.
- [6] D. Mignone, Control and Estimation of Hybrid Systems with Mathematical Optimization, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), thesis for the degree of Dr. Science, Italy, 2002.
- [7] F. D. Torrisi and A. Bemporad, HYSDEL - A Tool for Generating Computational Hybrid Models for Analysis and Synthesis Problems, In IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 12, no. 2, pp. 235–249, March 2004.
- [8] D.F. Delchamps. State space and input-output linear systems. Springer-Verlag, 1988.
- [9] C. Cassandras. Discrete Event Systems: Modeling and Performance Analysis, Asken Associates Incorporated Publishers. 1993.
- [10] M. Kurovsky. Etude des systèmes dynamiques hybrides par représentation d'état discrète et automate hybride. PhD thesis, Université de Grenoble, 2002.
- [11] M.S. Branicky. Studies in hybrid systems. Ph.D. dissertation, Dept. Elec. Eng. and Computer Sci., Massachusetts Inst. Technol., Cambridge, June 1995.
- [12] S.K. Mitter, M.S. Branicky and V. BORKAR. A unified framework for hybrid control: Model and optimal control theory. IEEE Trans. on Automatic Control, 43:31–45, 1998.
- [13] J. Zaytoon. Systèmes dynamiques hybrides, ouvrage collectif sous la direction de Janan Zaytoon, Hermès, Paris, 2001.
- Classification : (mémoire dj).
- [14] M.S Branicky "Studies in hybrid systems Modeling, Analysis and Control", thesis for Doctor of Science, Massachusetts Institute of Technology, USA, 1995.
- Structure :
- [15] Antsaklis et al "Hybrid system modelling and event identification", Technical report of the ISIS Group at the University of Notre Dame ISIS-93-002, Notre Dame, IN, USA, 1993.
- [16] Z. Li, Y. Soh and C. Wen "Switched impulsive systems: Analysis, Design, and applications", Lecture Notes in Control and Information Sciences vol. 313, Springer, New York, 2005.
- Représentation :
- [17] L. Cherif, 'Etude des Systèmes dynamiques hybrides : Commande et observation', Mémoire de fin d'études, ENP, 2006.

- [18] T. Henzinger, "The theory of hybrid automata", Proceedings of the 11th Annual IEEE Symposium on Logic in Computer Science, pp. 278-292, 1996.
- [19] R., C. Alur et al, "The algorithmic analysis of hybrid systems", Theoretical Computer Science, vol. 138, pp. 3-34, 1995.
- [20] C. Vlad, "Commande prédictive des systèmes hybrides et application à la commande de systèmes en électronique de puissance", thèse de doctorat, Supélec, 2013.
- Equivalence :
- [21] D. Mignone, G. Ferrari-Trecate and M. Morari. "Stability and Stabilization of Piecewise Affine and Hybrid Systems: An LMI Approach", In 39th IEEE Conference on Decision and Control, December, pp. 504-509, 2000.
- [22] G. Feng "Stability Analysis of Piecewise Discrete-Time Linear Systems", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 47, no. 7, pp. 1108–1112, 2002.
- [23] A. Bemporad and M. Morari "Robust Model Predictive Control: A Survey", In Garulli, A., A. Tesi and A. Vincio (editors): Robustness in Identification and control, volume 25 of Lecture Notes in Control and Information Sciences, pp. 207-226. Springer-Verlag, 1999.
- [24] A. Bemporad, F. D. Torrisi and M. Morari, "Optimization-Based Verification and Stability Characterization of Piecewise Affine and Hybrid Systems", In B. Krogh and N. Lynch, editors, Hybrid Systems: Computation and Control, volume 1790 of Lecture Notes in Computer Science, pp. 45–58. Springer Verlag, 2000.
- [25] A. Bemporad, G. Ferrari-Trecate and M. Morari, "Observability and Controllability of Piecewise Affine and Hybrid Systems", In IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 45, no. 10, pp. 1864–1876, 2000.
- [26] W. P. M. H., Heemels, B. De Schutter and A. Bemporad, "Equivalence of Hybrid Dynamical Models", In Automatica, vol. 37, no. 7, pp. 1085-1091, July 2001.
- [27] Jan Lunze, Francoise Lamnabhi-Lagarrigue-Handbook of Hybrid Systems Control_ Theory, Tools, Applications (2009).
- [28] Cours de l'université d'Annaba, Chapitre 1 et 2.
- [29] Dr Khaled HALBAOUI, Identification : Méthodes Classiques, cours de Magsiter, Centre de Recherche Nucléaire de Birine.
- [30] J. Thomas, D. Dumur, J. Buisson, Predictive control of hybrid systems under a multi-MLD formalism with state space polyhedral partition, in: Proceedings of the 2004 American Control Conference, IEEE, Boston, MA, USA, pp. 2516-2521, 30 June-2 July 2004
- [31] A. Bemporad, D. Mignone, M. Morari, Moving horizon estimation for hybrid systems and fault detection, in : Proceedings of the 1999 American Control Conference, 2-4 June 1999, IEEE, San Diego, CA, USA, pp. 2471-2475, 1999.
- [32] D. Mignone, Control and Estimation of Hybrid Systems with Mathematical Optimization', Swiss Federal Institute of Technology (ETH), thesis for the degree of Dr. Science, Italy, 2002.
- [33] J.L. Villa, M. Duque, A. Gauthier, N. Rakoto-Ravalontsalama, A new algorithm for translating MLD systems into PWA systems, in : Proceedings of the 2004 American Control Conference (ACC), Jun 30-Jul 2

- 2004, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., Piscataway, NJ 08855-1331, United States, Boston, MA, United States, pp. 1208-1213, 2004.
- [34] J. Richalet, A. Rault, J. L. Testud et J. Jap "Model predictive heuristic control: application to industrial processes", *Automatica*, 14(5), pp. 413-428, 1978.
- [35] D.W. Clarke, C. Mohtadi et P. S. Tuffs, 1987 "Generalized predictive control – Part I. and II", *Automatica*, 23(2), pp. 137-160, 1987.
- [36] E.F. Camacho et C. Bordons "Model predictive control", Springer-Verlag, London, 1999.
- [37] H.P. Williams "Model Building in Mathematical Programming" 3rd ed., New York, Wiley, 2013.
- [38] T.M. Cavalier, P. M Pardalos et A. L. Soyster "Modeling and integer programming techniques applied to propositional calculus", *Comput. Oper. Res.*, 17(6), 561-570, 1990.
- [39] R. Raman, I. E. Grossmann "Integration of logic and heuristic knowledge in MINLP optimization for process synthesis", *Computers Chem. Engineering*, 16(3), 155-171, 1992.
- [40] A. Schrijver "Theory of Linear and Integer Programming", Wiley-Interscience, 1986.
- [41] F. D. Torrisi and A. Bemporad "HYSDEL - A Tool for Generating Computational Hybrid Models for Analysis and Synthesis Problems", In *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 12, no. 2, pp. 235–249, March 2004.
- [42] A. Bemporad and M. Morari "Control of Systems Integrating Logic, Dynamics and Constraints", In *Automatica* vol. 35, no. 3, pp. 407–427, March 1999.
- [43] J. Thomas "Estimation et commande prédictive à horizon glissant de systèmes hybrides", 2004, thèse de doctorat, de l'université Paris XI Orsay, Supélec, 2004.
- [44] N.N. Nareshkumar "A Multiple model approach for modeling, identification and control of nonlinear hybrid systems", Indian Institute of technology Bombay, 2009.
- [45] D. Mignone "Control and Estimation of Hybrid Systems with Mathematical Optimization", Swiss Federal Institute of Technology (ETH), thesis for the degree of Dr. Science, Italy, 2002.