

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne démocratique et populaire

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

جامعة سعد دحلب البلدية
Université SAAD DAHLAB de BLIDA1

كلية التكنولوجيا
Faculté de Technologie

قسم الإلكترونيك
Département d'Électronique



Mémoire de Master

Filière : Electronique

Spécialité : Electronique des systèmes embarqués

Présenté par

Tiourguiouine Aldjia

&

Rekab Ihssan

Thème

Synchronisation adaptative entre deux systèmes chaotiques

Proposé par :

Mr. FERDJOUNI Abdellaziz

Année Universitaire 2021-2022

Remerciements

Nos remerciements s'adressent d'abord à Dieu le tout puissant et miséricordieux qui nous a donné la force la volonté ainsi que la patience pour achever cette ~~modeste~~ étude.

Tout d'abord, ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu avoir le jour sans l'aide et l'encadrement de **Monsieur FERDJOUNI**, on le remercie pour la qualité de son encadrement exceptionnel, pour sa patience et pour sa disponibilité durant notre préparation de ce mémoire

Nos très sincères remerciements s'adressent également aux membres du jury.

Monsieur **CHIKHI L**, Professeur à l'Université de Blida 1, qui nous a honoré en acceptant de présider le jury.

Monsieur **MADDI A** d'avoir accepté d'examiner ce mémoire.

Nos sincères remerciements à Mme.**NACEUR D** notre chef d'option pour son aide et efforts contribués.

Notre infinie gratitude va à tous nos enseignants qui ont contribué à notre travail et à tous les enseignants de département d'électronique

Finalement, nous remercions tous ceux qui ont participé de près ou de loin à l'achèvement de ce travail.

Dédicace

- A ma chère Mère, à mon cher Papa qui n'ont jamais cessé de formuler des douaas à mon égard, de me soutenir et de m'épauler, pour que je puisse atteindre mes objectifs.
- A mes chers frères Wahab et Abdelhadi.
- A ma chère sœur et son Mari et ses enfants Nadia et Rokaia.
- A mon cher grand père a qui je souhaite une bonne santé et une longue vie.
- A mon cher fiancé et sa famille.
- A ma chère binôme « Rekab Ihsen » pour son entente et sa sympathie, pour son indéfectible et sa patience infinie.
- A mes chers amis « Boumehira Oussama », « Ferhat Abdelfattah », « Semmar Belkacem », « Lehachi Aïmed dine » qui m'ont aidé et supporté dans les moments les plus difficiles.

Tiourguiouine Aldjia

Dédicace

A ma très chère maman

Quoi que je fasse ou que je dise, je ne saurai point te remercier comme il se doit, Ton affection me couvre, Ta bienveillance me guide et ta présence a mes cotes a toujours été ma source de force pour affronter les différents obstacles.

A mon très cher papa

A l'homme, mon précieux offre du dieu, qui doit ma vie, ma réussite et tout mon respect, a qui m'encourager et me protéger.

A ma grande sœur

Mon âme sœur, avec qui je partage tout, la lumière de mes jours, ma confidente, qui m'a toujours soutenu et encouragé, je lui souhaite tout le bonheur du monde.

A la meilleure des binômes

Ma partenaire de mémoire, ma meilleure amie « Tiourquiouine Aldjia », sans qui rien n'aurait été pareil. Je te remercie tout particulièrement pour ta patience et ta confiance en moi envers et contre tout.

A la personne très chère à mon cœur« Riyad », mon soutien moral et source de joie, qui n'a pas cessé de m'encourager et soutenir, que dieu le protège et lui offre la chance et le bonheur.

A mes très chers amis « Oussama », « Fatah », « Belkacem », « Imad », avec qui j'ai passé les plus beaux moments de ma vie à l'université.

Sans oublier mes meilleures « Lyna » et « Neila », je vous aime beaucoup

Rekab Ihsen

ملخص:

فئة من الأنظمة غير الخطية، وتجد العديد من التطبيقات في المجال التقني. (CDS) تشكل الأنظمة الديناميكية الفوضوية للتطبيقات في نقل البيانات الآمن. الهدف من هذا العمل هو تنفيذ اتصال آمن بين SDCs تنشأ مشكلة التزامن بين اثنين من أولاً، بدأت المحاكاة للتحقق من الأداء السليم للنظام. SDC المرسل والمستقبل المكون من اثنين من

كلمات المفاتيح: نظام Qi , التزامن , فوضى.

Résumé : Les systèmes dynamiques chaotiques (SDC) forment une classe de systèmes non linéaires. Ils trouvent de nombreuses applications dans divers domaines. Dans ce travail, le problème de la synchronisation entre deux SDC est traité par deux méthodes. La méthode du contrôle actif est appliquée en premier. Ensuite, la synchronisation adaptative est traitée pour des applications en transmission sécurisée des données. La modulation d'un paramètre de l'émetteur paramétrique est choisie pour ce travail. D'abord, les lois d'adaptation des paramètres sont élaborées suivies par l'insertion et la récupération du message. La simulation est entamée pour vérifier le bon fonctionnement du système. Les résultats obtenus sont satisfaisants.

Mots clés : système Qi ; synchronisation ; chaos.

Abstract: Chaotic dynamical systems (CDS) are a class of non-linear systems, which have many applications in the technical field. The problem of synchronization between two DCS arises for applications in secure data transmission. The objective of this work is to implement a secure communication between a transmitter and a receiver formed by two TCS. First, the simulation is started to verify the correct operation of the system.

Keywords : Chaos, synchronisation, systems Qi,

Listes des acronymes et abréviations

\emptyset : Une fonction réelle

x_0 : L'état initial de la variable x .

R^n : Ensemble des nombres réels.

R_+ : Ensemble des nombres réels positifs.

t : Le temps.

λ : Les exposants de Lyapunov.

$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$: La dérivée de x par rapport au temps.

x_i : Variable d'état d'ordre i .

\dot{e} : La dérivée de l'erreur.

K_i : Le gain d'ordre i .

A : Amplitude.

f : La fréquence.

Table des matières

Introduction générale	1
------------------------------------	----------

Chapitre 1 Généralités sur les systèmes dynamiques chaotiques	3
--	----------

1.1	Introduction	3
1.2	Les systèmes dynamiques.....	3
1.2.1	Systèmes dynamiques discrets	4
1.2.2	Systèmes dynamiques continus.....	4
1.3	Les systèmes dynamiques chaotiques	5
1.3.1	La non linéarité :	5
1.3.2	La non périodicité :	5
1.3.3	Le déterminisme :.....	5
1.3.4	Sensibilité aux conditions initiales :.....	5
1.4	L'espace de phase.....	6
1.4.1	Notion d'attracteur	6
1.5	Exposant de Lyapunov	7
1.6	Points d'équilibres	8
1.7	Section de Poincaré	8
1.8	Diagramme de Bifurcation	9
1.9	Présentation du système QI :	10
1.9.1	Calcul du point fixe :.....	11
1.9.2	Étude du système de Qi en fonction de temps :	12
1.9.3	Sensibilité aux conditions initiales.....	13
1.9.4	Plan de phase.....	15
1.9.5	Les exposants de Lyapunov	17
1.9.6	Section de Poincaré	19
1.9.7	Attracteur étrange.....	20
1.9.8	Diagramme de bifurcation.....	22

1.10	Conclusion.....	22
Chapitre 2	Synchronisation du système QL.....	23
2.1	Introduction :	23
2.2	Les classes de synchronisation:	23
2.2.1	Synchronisation unidirectionnelle :.....	23
2.2.2	Synchronisation bidirectionnelle.....	24
2.3	Méthodes de synchronisation :	24
2.3.1	Synchronisation par la méthode du contrôle actif.....	24
2.3.1.1	Simulation.....	26
2.3.2	Synchronisation des systèmes par la méthode du contrôle Adaptatif ...	29
2.3.2.1	Simulation.....	30
2.4	Conclusion :.....	37
Chapitre 3	cryptage-decryptage chaotique.....	38
3.1	Introduction :	38
3.2	Technique de communication sécurisé a base du chaos :.....	38
3.2.1	Cryptage par addition.....	38
3.2.2	Cryptage par modulation paramétrique :.....	39
3.2.3	Cryptage par commutation :	40
3.2.4	Cryptage par inclusion :	41
3.3	Simulation :	41
3.3.1	Cas d`un seul signal sinusoïdal :	41
3.3.1.1	L`insertion du message :.....	41
3.3.1.2	La récupération du message :.....	42
3.3.1.3	Discussion des résultats :	42
3.3.2	Cas de la somme de trois signaux sinusoïdaux :	43
3.3.2.1	L`insertion du message :.....	43
3.3.2.2	La récupération de message :.....	43
3.3.2.3	Discussion des résultats	43

3.4 Conclusion :.....	49
Conclusion générale.....	50
bibliographie	51

Liste des figures

Figure 1.1. Attracteur de Lorenz.....	7.
Figure 1.2. Représentation de la section de Poincaré pour le système de Lorenz.....	9.
Figure 1.3. Diagramme de Bifurcation.....	9.
Figure 1.4. Représentation du système Qi sous Matlab Simulink.....	12.
Figure 1.5. Evolution de x_1 en fonction du temps.....	12.
Figure 1.6. Evolution de x_2 en fonction du temps.....	13.
Figure 1.7. Evolution de x_3 en fonction du temps.....	13.
Figure 1.8. Evolution de x_4 en fonction du temps.....	13.
Figure 1.9. Evolution de l'ensemble des états en fonction du temps.....	14.
Figure 1.10. Évolution de x_1 et y_1 en fonction du temps.....	14.
Figure 1.11. Plan de phase avant et après le changement des conditions initiales x_1 ..	16.
Figure 1.12. L'interface de l'outil MATDS.....	17.
Figure 1.13. Système de Qi en MATDS.....	18.
Figure 1.14. La dynamique des exposants de Lyapunov du système de Qi.....	18.
Figure 1.15. Section de Poincaré avec le plan de phase (x_1, x_2)	19.
Figure 1.16. Section de Poincaré sans le plan de phase (x_1, x_2)	19.
Figure 1.17. Attracteur étrange.....	20.
Figure 1.18. Section de Poincaré avec l'attracteur (x_1, x_2, x_3)	21.
Figure 1.19. Section de Poincaré sans l'attracteur (x_1, x_2, x_3)	21.
Figure 1.20. Diagramme de bifurcation du système de Qi pour $d = [0-24]$	22.
Figure 2.1 Couplage unidirectionnelle.....	23.
Figure 2.2 Couplage bidirectionnelle.....	24.
Figure 2.3 Synchronisation par la méthode contrôle actif.....	27.
Figure 2.4 La synchronisation de système.....	28.

Figure 2.5 Synchronisation entre x_1y_1	28.
Figure 2.6 Synchronisation entre x_2y_2	29.
Figure 2.7 Synchronisation entre x_3y_3	29.
Figure 2.8 Synchronisation entre x_4y_4	30.
Figure 2.9 Synchronisation par la méthode de contrôle adaptatif.....	33.
Figure 2.10 Synchronisation entre x_1y_1 par la méthode de contrôle adaptatif.....	33.
Figure 2.11 Synchronisation entre x_2y_2 par la méthode de contrôle adaptatif.....	34.
Figure 2.12 Synchronisation entre x_3y_3 par la méthode de contrôle adaptatif.....	34.
Figure 2.13 Synchronisation entre x_4y_4 par la méthode de contrôle adaptatif.....	34.
Figure2.14 L'estimation de paramètre a.....	35.
Figure2.14 L'estimation de paramètre b.....	35.
Figure2.14 L'estimation de paramètre c.	36.
Figure2.14 L'estimation de paramètre d.	36.
Figure2.14 L'estimation de paramètre r.	36.
Figure2.14 L'estimation de paramètre f.	37.
Figure 3.1 Schéma du cryptage chaotique par addition.....	39.
Figure 3.2. Principe du chiffrement chaotique par modulation.....	39.
Figure3.3 Cryptage par commutation.....	40.
Figure 3.4. Insertion du message sinusoïdale.....	42.
Figure 3.5 Message $m(t)$ d'origine.....	42.
Figure3.6. Message $m(t)$ après cryptage.....	43.
Figure3.7. Message $m(t)$ après décryptage.....	43.
Figure3.8. Comparaison entre le message émis $m(t)$ et le message reçu après décryptage....	44.
Figure3.9. Les erreurs de synchronisation e_1, e_2, e_3 et e_4	44.
Figure3.10. Insertion de la somme des trois signaux sinusoïdaux.....	45.

Figure3.11. Le message d'origine.....	46.
Figure3.12. Le message après cryptage.....	46.
Figure3.13. Le message après décryptage.....	47.
Figure3.14. Comparaison entre le message émis et le message reçu après décryptage.....	47.
Figure3.15. Synchronisation du système.....	48.

Introduction générale

Depuis l'antiquité, l'homme n'a pas cessé de chercher les différents moyens pour transmettre un message à son correspondant et pouvoir ainsi communiquer avec lui en toute sécurité. Il a fourni à travers des époques successives, des efforts autant physiques qu'intellectuels pour pouvoir trouver une technique de communication efficace et appropriée.

C'est pour cela qu'on a choisi ce thème en mathématiques, la théorie du chaos étudie le comportement des systèmes dynamiques très sensibles aux conditions initiales, un phénomène généralement illustré par l'effet papillon. Pour de tels systèmes, des différences infimes dans les conditions initiales entraînent des résultats totalement différents, rendant en général toute prédiction impossible à long terme. Cela concerne même les systèmes purement déterministes (ceux dont le comportement futur est entièrement déterminé par les conditions initiales, sans aucune intervention du hasard) : leur nature déterministe ne les rend pas prévisibles car on ne peut pas connaître les conditions initiales avec une précision infinie. Ce comportement paradoxal est connu sous le nom de chaos déterministe, ou tout simplement de chaos. Le comportement chaotique est à la base de nombreux systèmes naturels, tels que la météo ou le climat. Ce comportement peut être étudié grâce à l'analyse par des modèles mathématiques chaotiques, ou par des techniques analytiques de récurrence et des applications de Poincaré. La théorie du chaos a des applications en météorologie, sociologie, physique, informatique, ingénierie, économie, biologie et philosophie.

Ce mémoire est organisé de la façon suivante :

- Le premier chapitre présente un rappel sur les systèmes dynamiques en général et chaotiques en particulier et nous avons étudié le comportement du système

hyperchaotique de Q_i et en vue de déterminer toutes ses caractéristiques à l'aide des outils de simulation.

- Dans le deuxième chapitre, des lois de commande sont calculées pour obtenir la synchronisation entre 2 SDC. Une première loi de commande, basée sur la linéarisation de l'erreur de synchronisation est développée. Ensuite, une seconde loi de commande est développée, elle permet l'identification des paramètres de l'émetteur grâce à une approche de commande adaptative.

- Dans le troisième chapitre, le masquage par modulation de paramètre est testé. Il s'agit de définir la façon d'introduire le message dans l'émetteur et comment reconstituer les données cryptées au niveau de récepteur. Des simulations dans différentes situations sont présentées et les résultats analysés et commentés.

Enfin, la conclusion reprend les principaux points abordés dans ce travail et montre l'importance de l'étude des systèmes chaotiques.

Chapitre 1 Généralités sur les systèmes dynamiques chaotiques

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, on commence d'abord par la présentation des notions générales sur les systèmes dynamiques, puis nous aborderons d'autres notions mathématiques, spécifiques aux systèmes chaotiques [1], notamment, les attracteurs étranges, les exposants de Lyapunov, les points fixes, la section de Poincaré et le diagramme de bifurcation.

1.2 Les systèmes dynamiques

En mathématiques, en physique théorique et en ingénierie, un système dynamique est un système classique qui évolue au cours du temps de façon à la fois :

- **Causale**, c'est-à-dire que son avenir ne dépend que de phénomènes du passé ou du présent
- **Déterministe**, c'est à dire qu'à partir d'une « condition initiale » donnée à l'instant « présent » va correspondre à chaque instant ultérieur un et un seul état « futur » possible.

Les systèmes dynamiques sont classés en deux catégories :

- Systèmes dynamiques discrets.
- Systèmes dynamiques continus [2].

1.2.1 Systèmes dynamiques discrets

Un système dynamique discret est défini par une application bijective $\phi : \Gamma \rightarrow \Gamma$ de l'espace des phases sur lui-même.

Elle opère de la façon suivante étant donnée une condition initiale x_0 de l'état du système, le premier état suivant est :

$$x_1 = \phi(x_0) \quad (1.1)$$

Le second état, qui suit immédiatement le premier, est :

$$x_2 = \phi(x_1) = \phi(\phi(x_0)) = \phi \circ \phi = \phi^2(x_0) \quad (1.2)$$

et ainsi de suite, de telle sorte que le n ième état est donné par :

$$x_n = \phi(x_{n-1}) = \dots = \phi^n(x_0) \quad (1.3)$$

Pour remonter dans le passé, il suffit d'inverser la fonction ϕ , ce qui est toujours possible pour une bijection [2].

1.2.2 Systèmes dynamiques continus

L'évolution d'un système dynamique continu est décrit par l'équation différentielle ordinaire suivante :

$$\dot{x} = f(x, t, v) \quad (1.4)$$

Où, $x \in E$ (E un ensemble non vide de R^n appelé espace de phase) est le vecteur d'état,

$v \in R^p$ est un vecteur des paramètres et $f : E \times R_+ \times R^p$ est le champ de vecteur, qui représente la dynamique du système [3].

1.3 Les systèmes dynamiques chaotiques

Le chaos tel que le scientifique le comprend ne signifie pas l'absence d'ordre ; il se rattache plutôt à une notion d'imprévisibilité, d'impossibilité de prévoir une évolution à long terme du fait que l'état final dépend de manière si sensible de l'état initial [4].

On appelle donc un système chaotique, un système dynamique déterministe non linéaire qui se distingue par son imprévisibilité due à son extrême sensibilité aux

conditions initiales. Il est modélisé par un système d'équations non linéaires, d'ordre supérieur ou égal à 3.

Un système chaotique a plusieurs caractéristiques, qui sont décrites dans ce qui suit.

1.3.1 La non linéarité :

L'évolution irrégulière du comportement d'un système chaotique est due aux non linéarités.

Un système chaotique est un système dynamique non linéaire. Un système linéaire, ne peut pas être chaotique.

1.3.2 La non périodicité :

Un système présentant un comportement chaotique évolue dans une orbite qui ne se répète jamais. C'est à dire, les orbites ne sont jamais périodiques.

1.3.3 Le déterminisme :

Un système chaotique a des règles fondamentales déterministes et non probabilistes. Il est généralement régi par des équations différentielles non linéaires qui sont connues, donc par des lois rigoureuses et parfaitement déterministes.

1.3.4 Sensibilité aux conditions initiales :

Généralement les phénomènes dynamiques non linéaires sont si sensibles aux conditions initiales que, même s'ils sont régis par des lois rigoureuses et parfaitement déterministes, les prédictions exactes sont impossibles.

L'un des premiers chercheurs à s'en être aperçu fut Edward Lorenz qui s'intéressait à la météorologie et par conséquent aux mouvements turbulents d'un fluide comme l'atmosphère. Lorenz venait de découvrir que dans des systèmes non linéaires, d'infimes différences dans les conditions initiales engendraient à la longue des trajectoires totalement différentes. Il a illustré ce fait par l'effet papillon. Le battement d'ailes d'un papillon aujourd'hui à Blida engendrerait une tempête le mois prochain à Québec.

Il est clair que la moindre erreur ou imprécision sur la condition initiale interdit de décider à tout temps quelle sera la trajectoire effectivement suivie et, en conséquence, de faire une prédiction sur l'évolution à long terme du système.

1.4 L'espace de phase

Dans un système dynamique de dimension n , l'espace x_1, x_2, \dots, x_n est appelé espace de phases ou espaces d'états. L'évolution suivant t du système se traduit alors par un déplacement du point représentatif dans l'espace de phase, traçant ainsi une trajectoire de phase et x_1, x_2, \dots, x_n sont les états du système. Par un point de l'espace de phase ne passe qu'une seule trajectoire. Par conséquent, deux trajectoires avec deux conditions initiales différentes ne coïncident jamais au cours du temps [5].

1.4.1 Notion d'attracteur

La région de l'espace de phases vers laquelle convergent toutes les trajectoires d'un système dynamique dissipatif s'appelle un attracteur. Il en existe deux type d'attracteurs : attracteurs réguliers et attracteurs étranges [3].

a. Attracteur régulier

Les attracteurs réguliers caractérisent l'évolution de systèmes non chaotiques, et peuvent être de trois sortes :

- Un attracteur réduit à un point fixe, c'est le plus simple attracteur.
- Un attracteur formant une courbe fermée est appelée cycle limite.
- L'attracteur "tore" représente les mouvements résultant de deux ou plusieurs oscillations indépendantes que l'on appelle parfois "mouvements quasi périodique" [6].

b. Attracteur étrange

Cet attracteur n'est pas une surface lisse, mais une surface repliée plusieurs fois sur elle-même. En effet, les trajectoires divergent (puisque, par définition deux point ne peuvent avoir la même évolution), mais comme l'attracteur a des dimensions finies, il doit se replier sur lui-même. Un attracteur chaotique dit aussi étrange possède notamment la propriété suivante :

La trajectoire ne repasse jamais par un même état. Ce qui signifie que cette trajectoire passe par une infinité d'états [6].

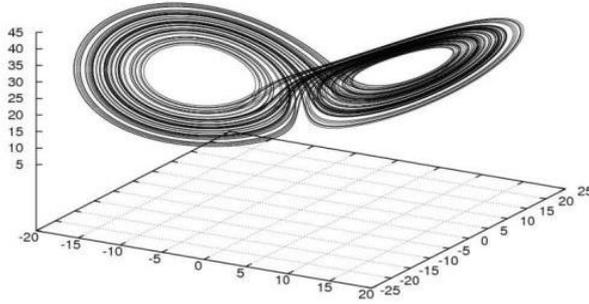


Figure 1.1 Attracteur de Lorenz

1.5 Les exposants de Lyapunov

La vitesse de divergence de deux trajectoires initialement voisines peut être étudiée à partir des exposants de Lyapunov afin de caractériser la nature du chaos détecté.

L'exposant de Lyapunov sert à mesurer le taux de divergence des deux trajectoires.

Lyapunov a démontré que le nombre d'exposants de Lyapunov est égal à la dimension de l'espace des phases. Par exemple, pour un système à temps continue d'ordre 4, soient λ_1 ; λ_2 ; λ_3 et λ_4 les exposants de Lyapunov de ce système satisfaisant $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4$. Alors ce système se comporte de la manière suivante :

- Si $\lambda_4 < \lambda_3 < \lambda_2 < \lambda_1 < 0$. Il s'agit d'un point d'équilibre asymptotiquement stable.
- Si $\lambda_1 = 0$; $\lambda_4 < \lambda_3 < \lambda_2 < 0$. Il s'agit d'un cycle limite stable.
- Si $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$; $\lambda_4 < \lambda_3 < 0$. Il s'agit d'un tore stable.
- Si $\lambda_1 > 0$; $\lambda_2 < 0$; $\lambda_3 < \lambda_4 < 0$. Il s'agit d'un système chaotique.
- Si $\lambda_1 > 0$; $\lambda_2 > 0$; $\lambda_3 < 0$; $\lambda_4 < 0$. Il s'agit d'un système hyper chaotique [3].

1.6 Points d'équilibres

En général, on ne sait pas résoudre explicitement des équations différentielles non linéaires. On fait alors une étude qualitative de ses solutions. Cette étude va commencer par la recherche des points d'équilibres de notre équation différentielle.

En ce point d'équilibre, la vitesse s'annule :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}. \quad (1.5)$$

Les points d'équilibre qui sont notés x_{eq} vérifient alors l'équation suivante :

$$\mathbf{f}(x_{eq}) = \mathbf{0} \quad (1.6)$$

On peut ramener le point d'équilibre x_{eq} à l'origine. Les points fixes jouent un rôle très important dans les applications car ils permettent de caractériser les trajectoires voisines [3].

1.7 La section de Poincaré

La section de Poincaré est un outil mathématique simple permettant de transformer un système dynamique continu en un système dynamique discret.

Cette transformation se fait par une réduction d'une unité d'ordre du système. Faire une section de Poincaré revient à couper la trajectoire dans l'espace des phases, afin d'étudier les intersections de cette trajectoire avec, par exemple en dimension trois, un plan. La **figure 1.2** illustre en bleu l'attracteur de Lorenz avec en rouge sa section de Poincaré.

L'ensemble des points d'intersection, situé sur la surface représente la section de Poincaré [6].

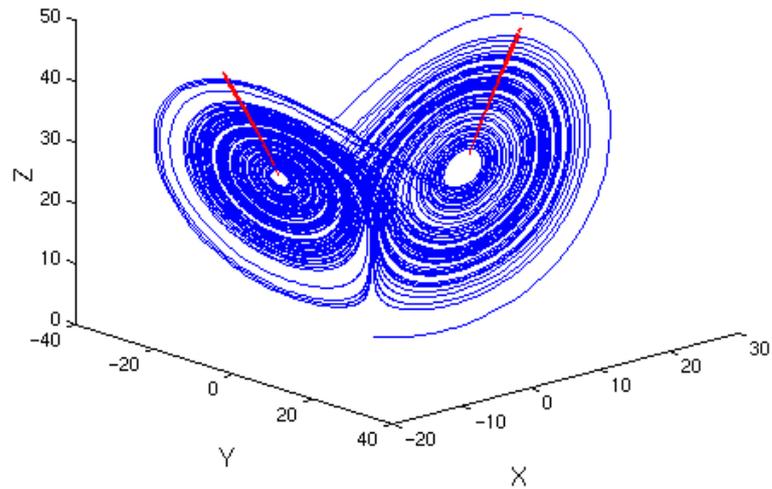


Figure 1.2 Représentation de la section de Poincaré pour le système de Lorenz.

1.8 Diagramme de Bifurcation

Un diagramme de bifurcation montre les comportements possibles d'un système, à long terme, en fonction des paramètres de bifurcation.

C'est un diagramme qui porte les valeurs du paramètre en abscisse et des valeurs particulières d'une variable d'état. Les valeurs des paramètres au moment du changement du comportement du système sont appelées valeurs de bifurcation. La figure (1.3) illustre cette notion [2].

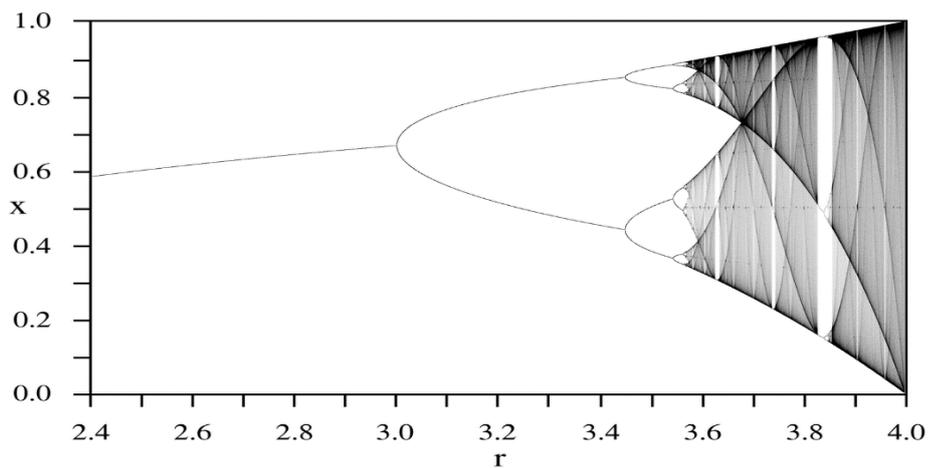


Figure 1.3. Diagramme de Bifurcation [2].

- Pour $2.4 < r < 3$, le système possède un point fixe stable (un cycle d'ordre 1).
- Pour $3 < r < 3.4$, le point fixe se déstabilise et un cycle d'ordre 2 apparait (doublement de période)
- Pour $3.4 < r < 3.6$, le cycle d'ordre 2 se déstabilise et un cycle d'ordre 4 apparait et ainsi de suite
- Pour $r > 5$, l'apparition du chaos [6].

La figure 1.3 donne le diagramme de bifurcation du système connu sous le nom d'application logistique [7].

1.9 Présentation du système QI

Le modèle suivant représente le système dynamique non linéaire de Qi [8] :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1) + x_2x_3 \\
 \dot{x}_2 &= b(x_2 + x_1) - x_1x_3 \\
 \dot{x}_3 &= -cx_3 - ex_4 + x_1x_2 \\
 \dot{x}_4 &= fx_3 - dx_4 + x_1x_3
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

Où $x_i \in \mathbb{R}$ pour $i = 1, 2, 3, 4$ représente les variables d'états, (a, b, c, d, e et f) sont des paramètres positifs constants du système.

Pour les valeurs ci-dessous des paramètres : $a = 42$, $b = 24$, $c = 13$, $d = 20$, $e = 50$, $f = 40$, on obtient un système hyperchaotique.

1.9.1 Calcul du point fixe

Pour déterminer les points fixes du système, on doit résoudre le système suivant :

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = f(x) = 0 \tag{1.8}$$

C'est-à-dire :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1) + x_2x_3 = 0 \\
 \dot{x}_2 &= b(x_2 + x_1) - x_1x_3 = 0 \\
 \dot{x}_3 &= -cx_3 - ex_4 + x_1x_2 = 0 \\
 \dot{x}_4 &= fx_3 - dx_4 + x_1x_3 = 0
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

La solution $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$ détermine un point d'équilibre.

Pour étudier la stabilité de ce point fixe, on doit résoudre l'équation caractéristique :

$$\det(\lambda I - A) = |\lambda I - J| = 0 \quad (1.10)$$

Soit **J** la matrice jacobéenne du système de Qi.

$$J = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & 0 \\ b & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c & -e \\ 0 & 0 & f & -d \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

$$\lambda I = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Avec : λ est une variable complexe et I la matrice identité

$$|\lambda I - J| = \begin{bmatrix} \lambda + a & -a & 0 & 0 \\ -b & \lambda - b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda + c & e \\ 0 & 0 & -f & \lambda + d \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

L'équation (1.13) peut s'écrire sous la forme :

$$[(\lambda + a)(\lambda - b) - ab][(\lambda + c)(\lambda + d) + fe] = 0 \quad (1.14)$$

La résolution de l'équation caractéristique nous donne les valeurs propres suivantes :

$$\lambda_1 = -54.79, \quad \lambda_2 = 36.79, \quad \lambda_3 = -16.5 + i44.58, \quad \lambda_4 = -16.5 - i44.58$$

On a quatre valeurs propres, trois sont à parties réelles négatives et une seule à partie réelle positive. Donc on a un point fixe instable.

1.9.2 Étude du système de Qi en fonction de temps

Dans cette partie nous avons utilisé Matlab Simulink pour pouvoir simuler le comportement du système de Qi et visualiser les états x_i en fonction de temps.

Nous commençons d'abord par réaliser le système

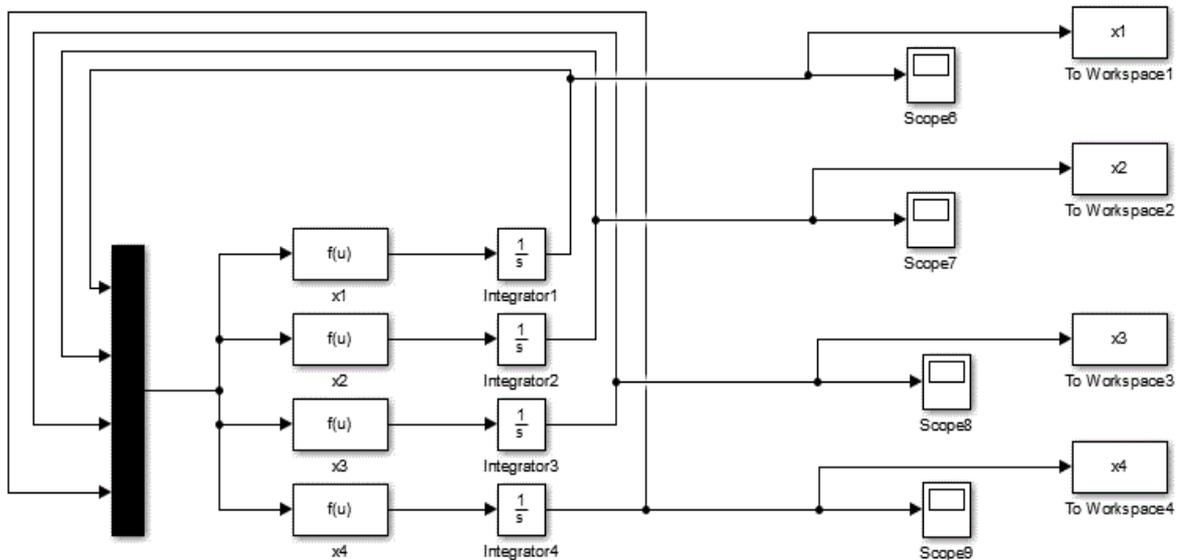


Figure 1.4. Système Qi sous Matlab Simulink

Les figures de 1.5 à 1.9 représentent les courbes des états x_1, x_2, x_3 et x_4 en fonction du temps.

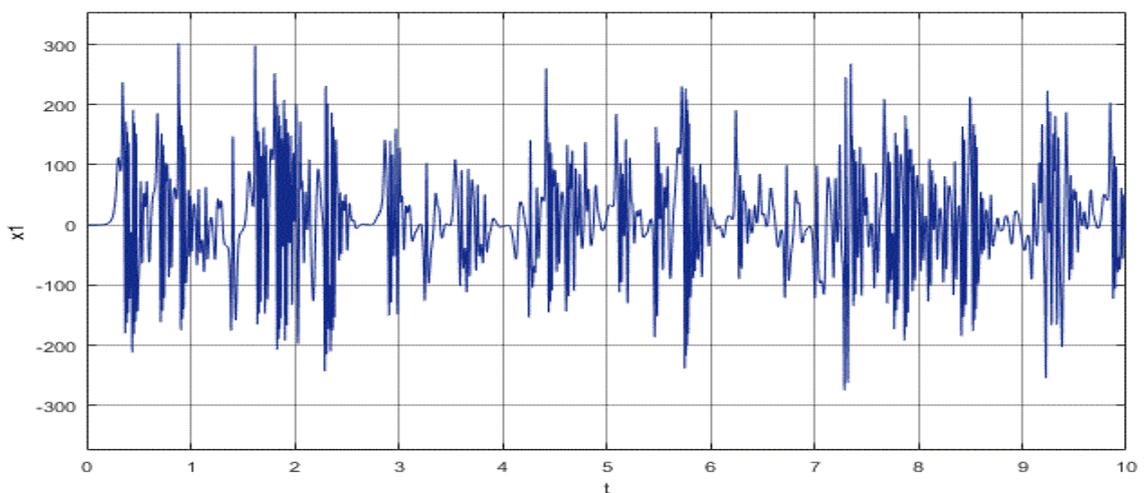


Figure 1.5. Evolution de x_1 en fonction du temps

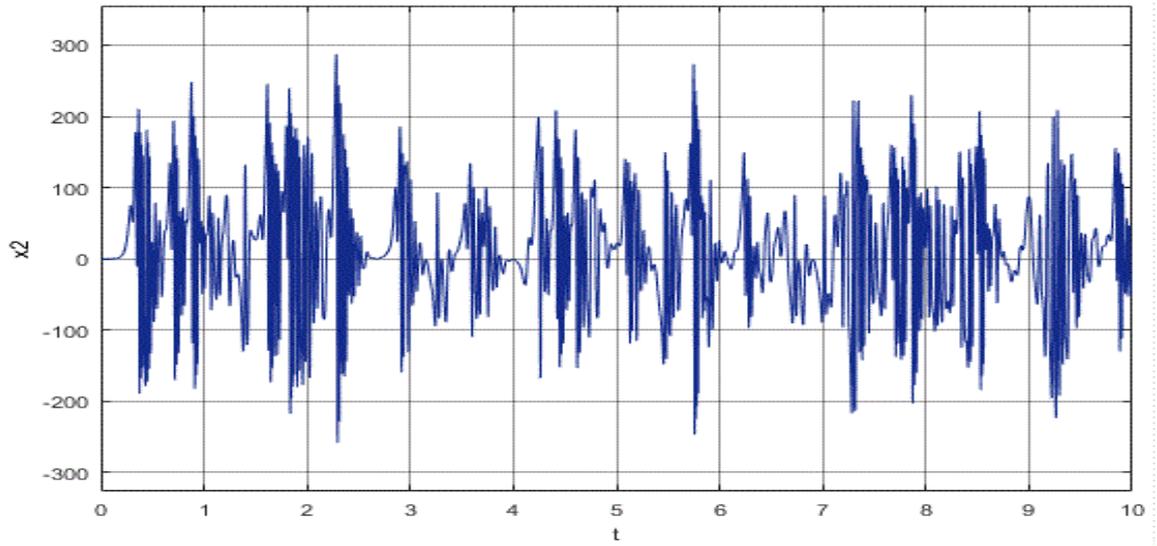


Figure 1.6. Evolution de x_2 en fonction du temps

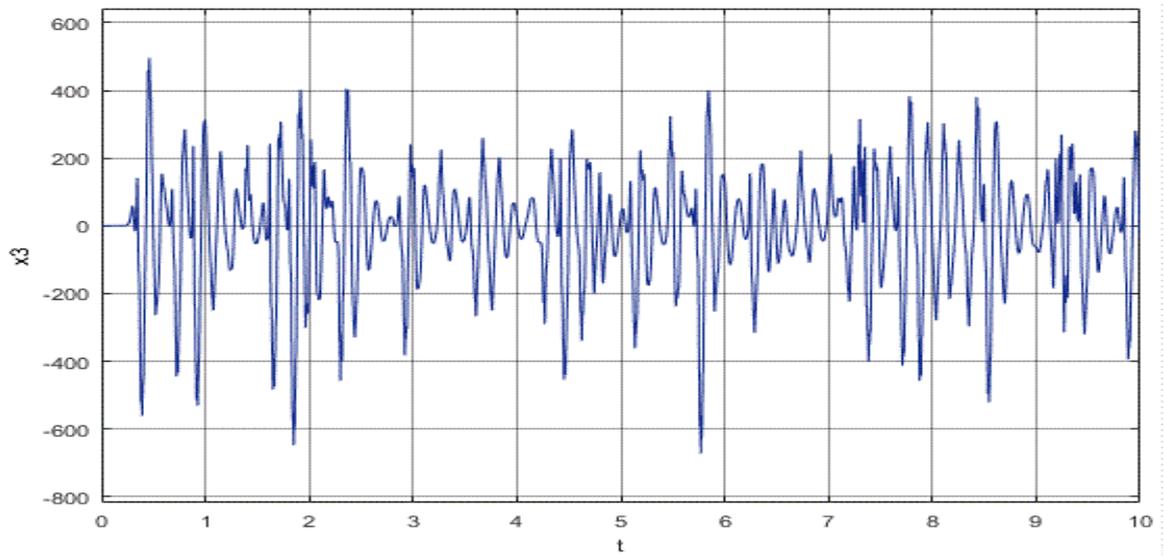


Figure 1.7. Evolution de x_3 en fonction du temps

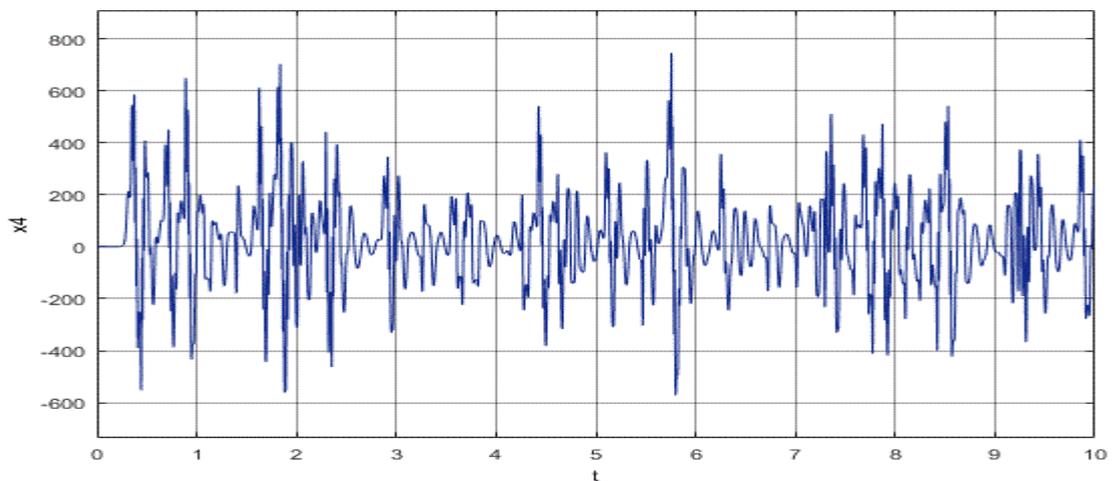


Figure 1.8. Evolution de x_4 en fonction du temps

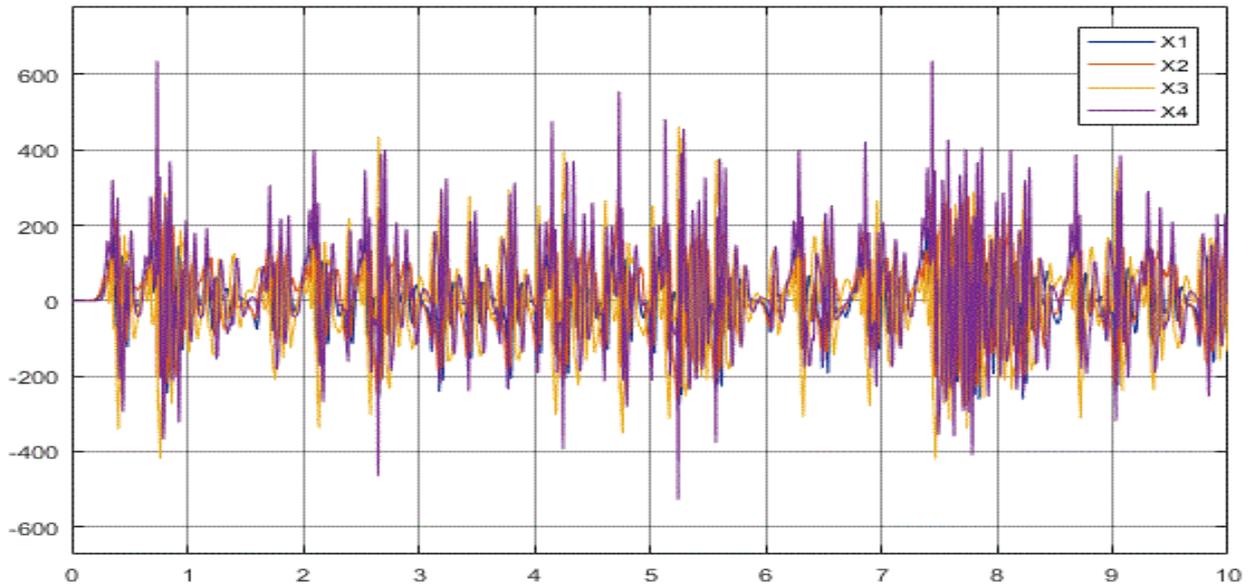


Figure 1.9. Evolution de l'ensemble des états en fonction du temps

1.9.3 Sensibilité aux conditions initiales

Nous avons modifié la condition initiale de $x_1(0) = 0.01$ pour $y_1(0) = 0.02$ et en gardant les mêmes paramètres.

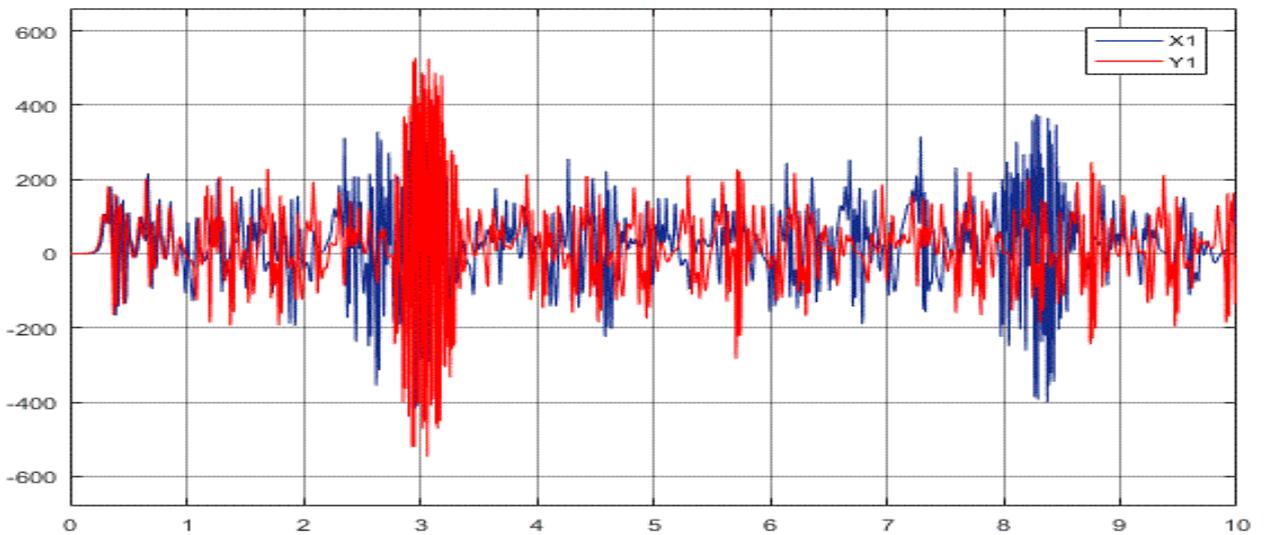
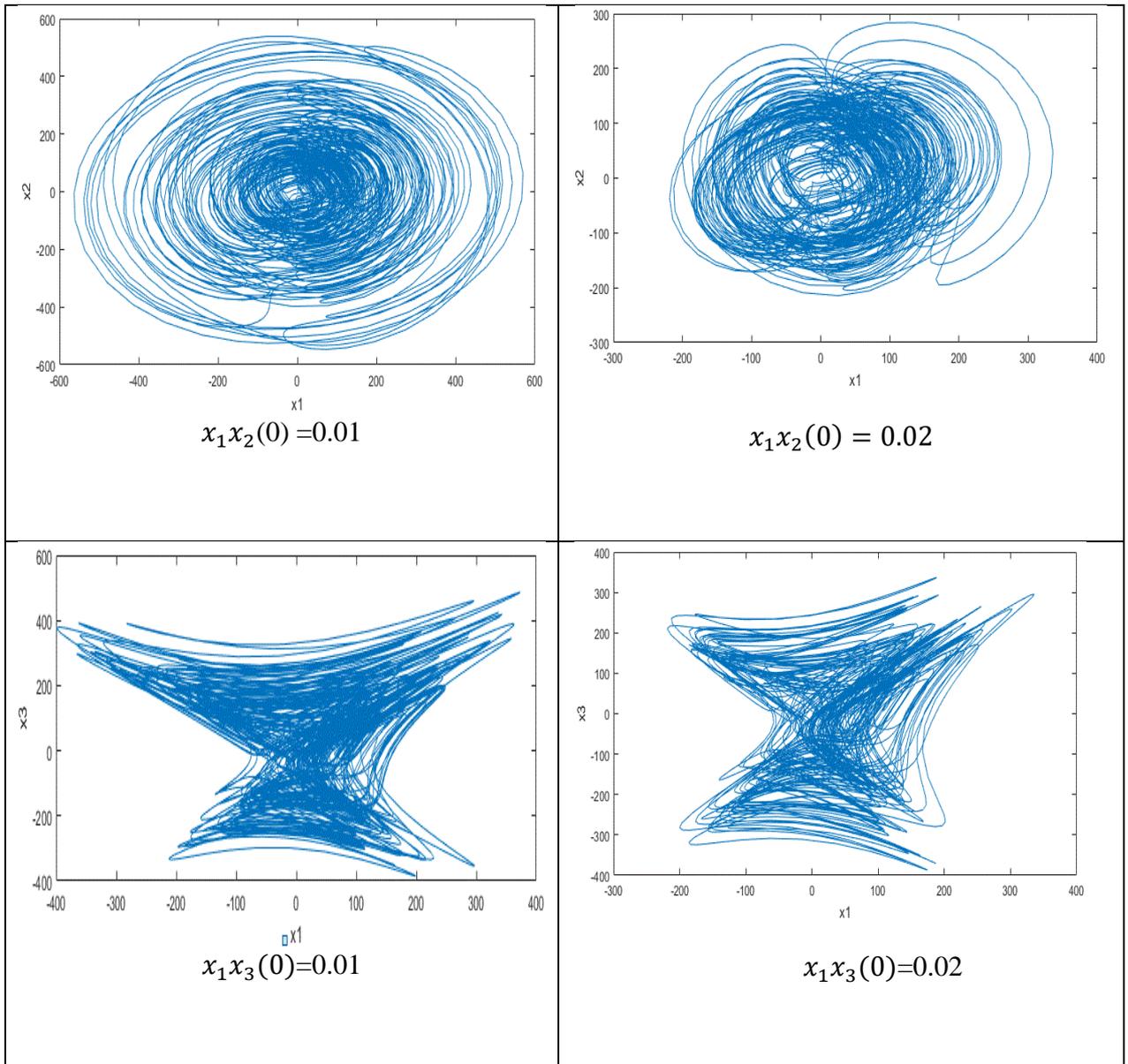


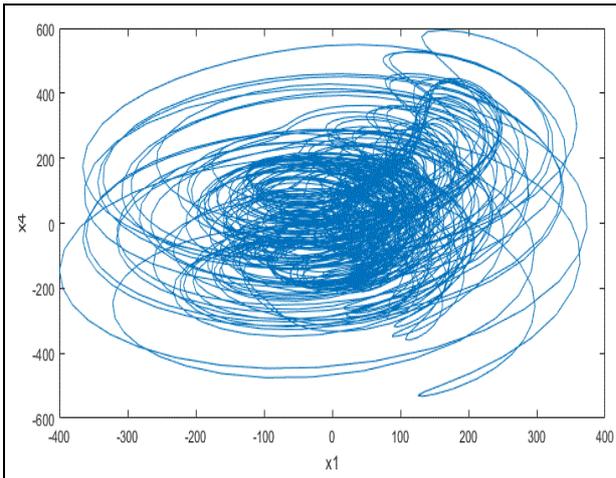
Figure 1.10. Évolution de x_1 et y_1 en fonction du temps

On remarque qu'après un temps très court toutes les variables d'états divergent, et que cette divergence devient plus importante avec le temps.

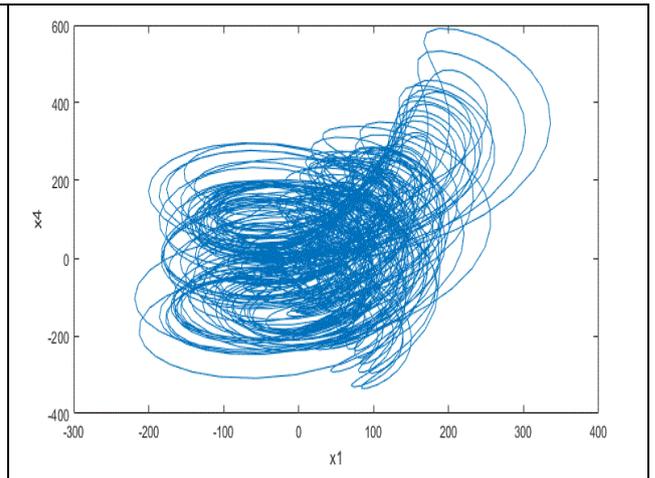
1.9.4 Plan de phase

Les figures suivantes (figure 1.11) représentent le plan de phase des états du système de Qi :

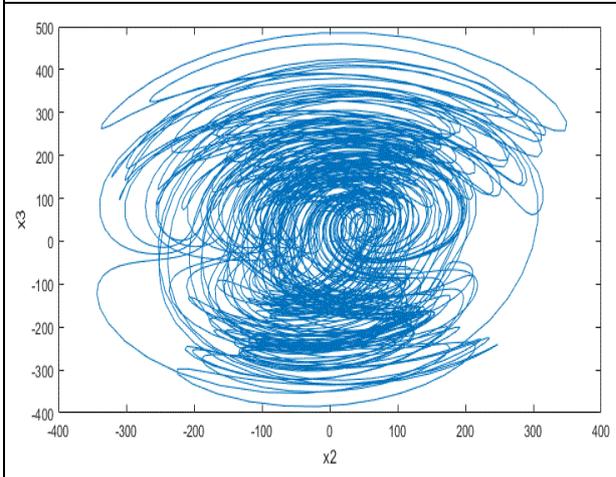




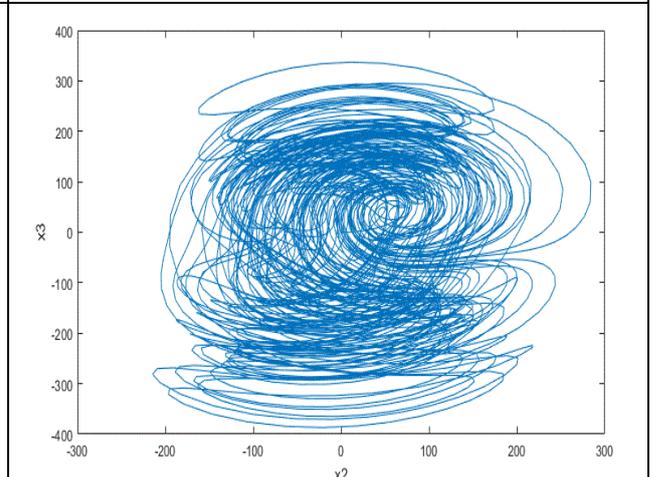
$$x_1x_4(0)=0.01$$



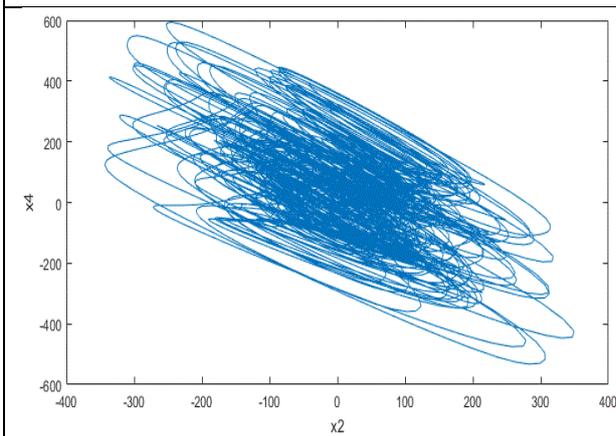
$$x_1x_4(0)=0.02$$



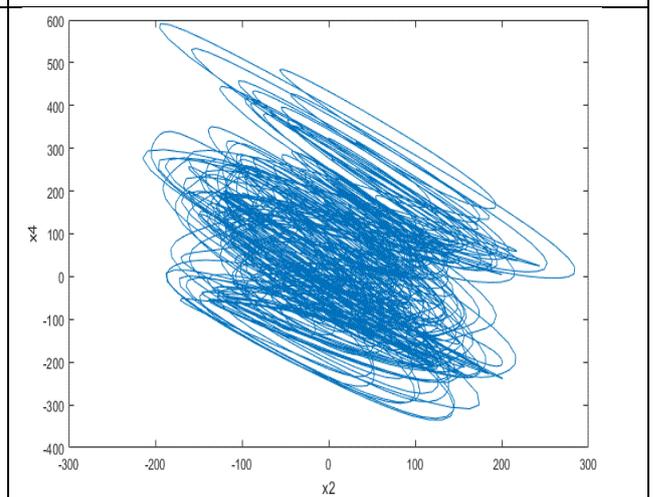
$$x_2x_3(0)=0.01$$



$$x_2x_3(0)=0.02$$



$$x_2x_4(0)=0.01$$



$$x_2x_4(0)=0.02$$

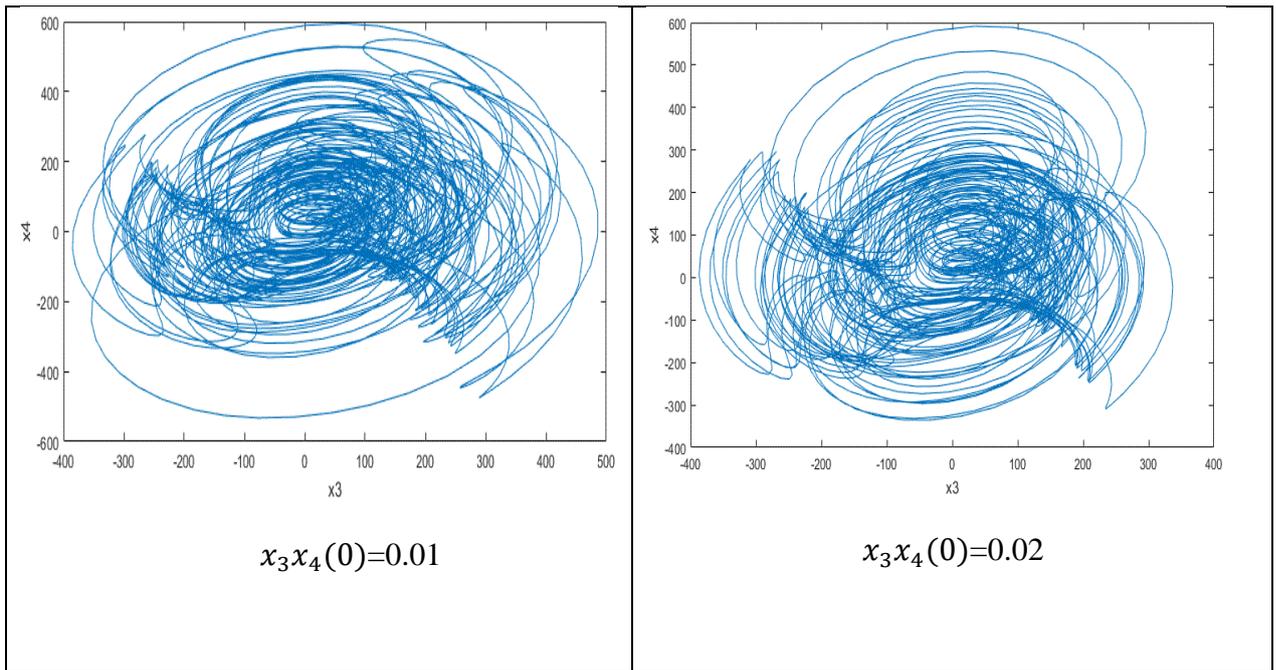


Figure 1.11. Plan de phase avant et après le changement des conditions initiale de x_1 .

1.9.5 Les exposants de Lyapunov

Avec l'aide de l'outil matds, qui est un outil d'analyse de systèmes dynamiques sous MATLAB, on va visualiser les exposants de Lyapunov. Pour $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$

On va commencer par la présentation de l'outil matds :

Lors ce qu'on lance le programme de matds la fenêtre suivante va apparaitre

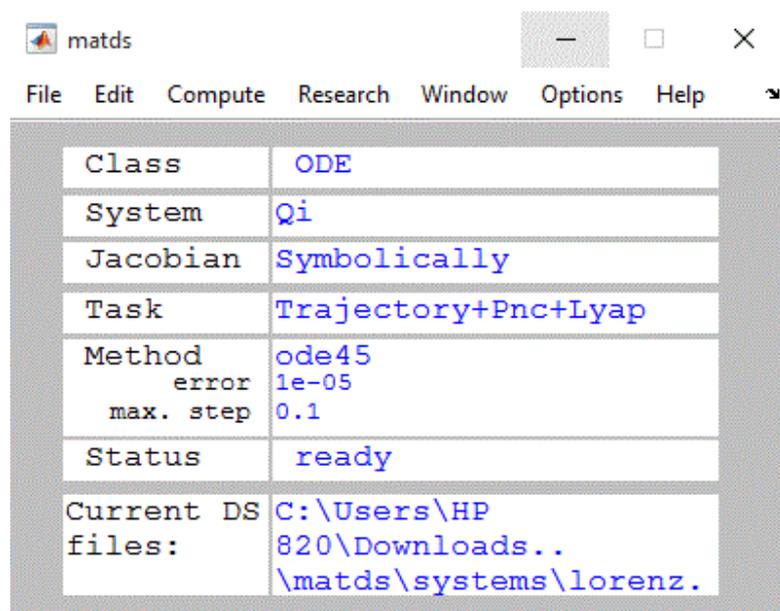


Figure 1.12. L'interface de l'outil MATDS.

On va créer par la suite notre système hyper chaotique de Qi en faisant entrer les paramètres et les équations :

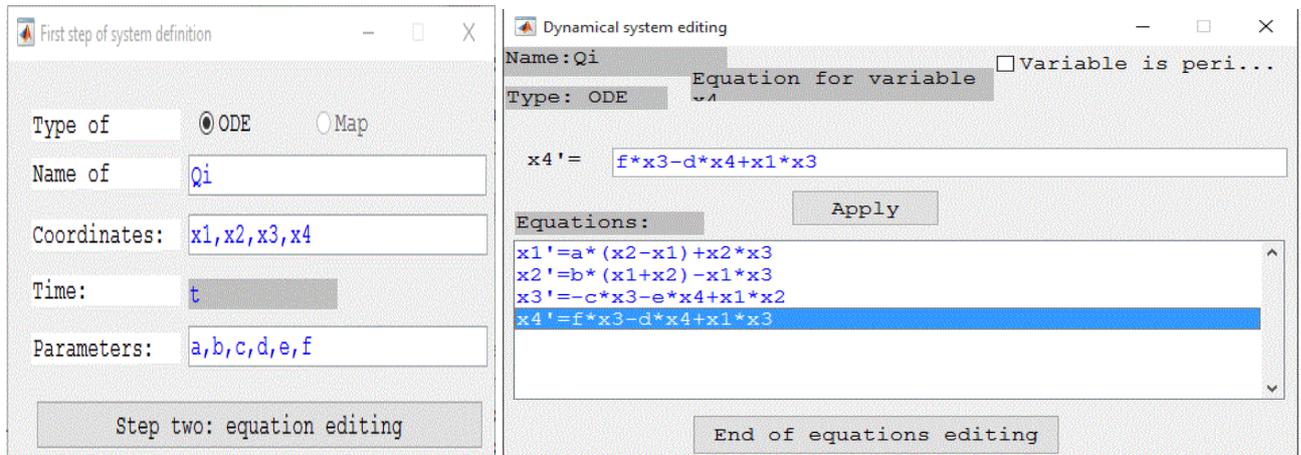


Figure 1.13. Système de Qi en MATDS

Les exposants de Lyapunov sont représentés sur la **figure 1.14**.

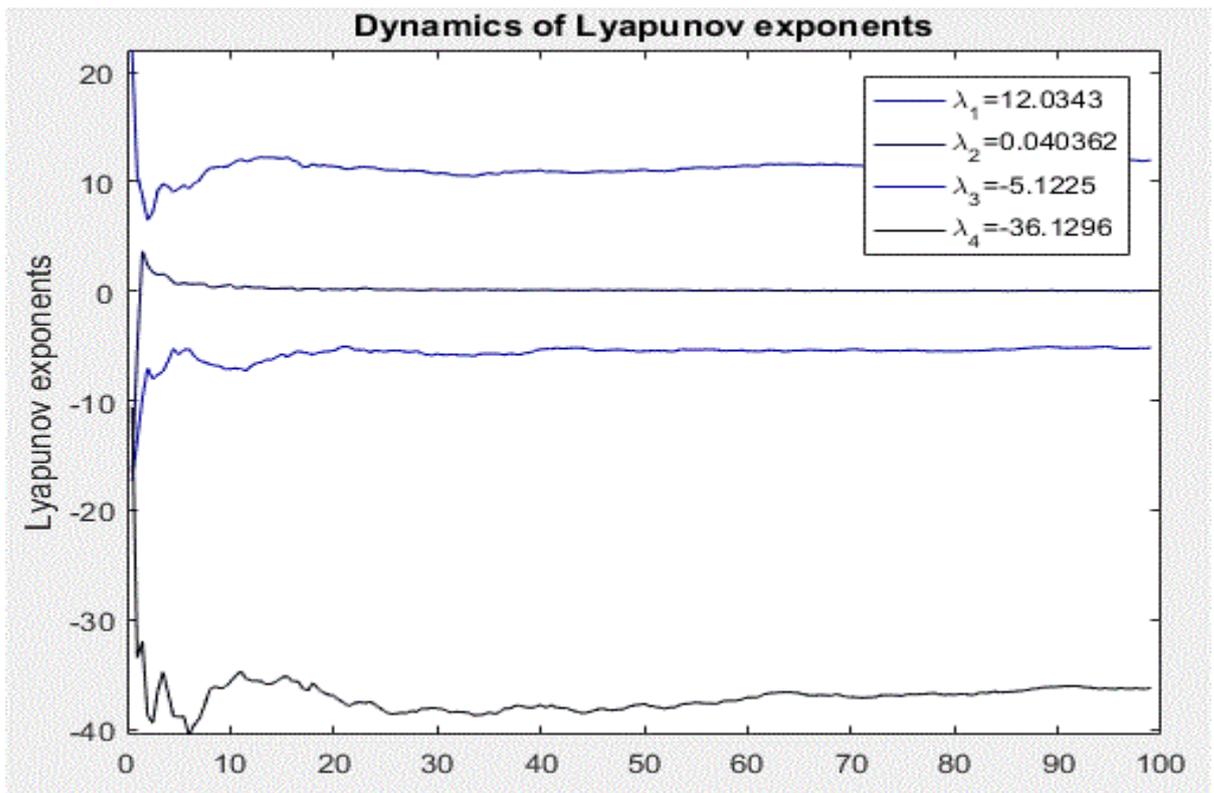


Figure 1.14. La dynamique des exposants de Lyapunov du système de Qi.

Notre système de Qi est un système d'ordre quatre donc on obtient quatre exposants de Lyapunov :

$$\lambda_1 = 12.0343, \quad \lambda_2 = 0.040362, \quad \lambda_3 = -5.1225, \quad \lambda_4 = -36.1296$$

Il faut que la somme des exposants de Lyapunov soit négative et au moins deux de ses exposants soient positifs pour que le système soit hyper chaotique, ce qui est le cas pour notre système.

1.9.6 Section de Poincaré

On va tracer l'intersection du plan de phase x_2 en fonction de x_1

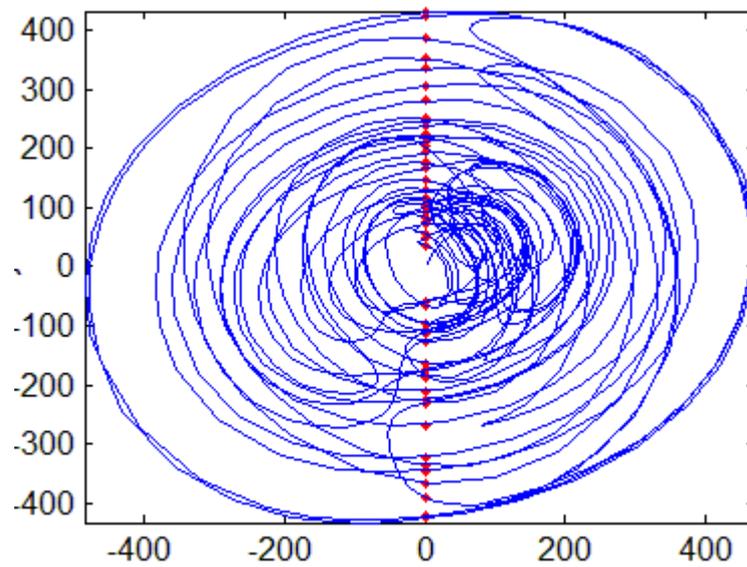


Figure 1.15. Section de Poincaré avec le plan de phase (x_2, x_1) .

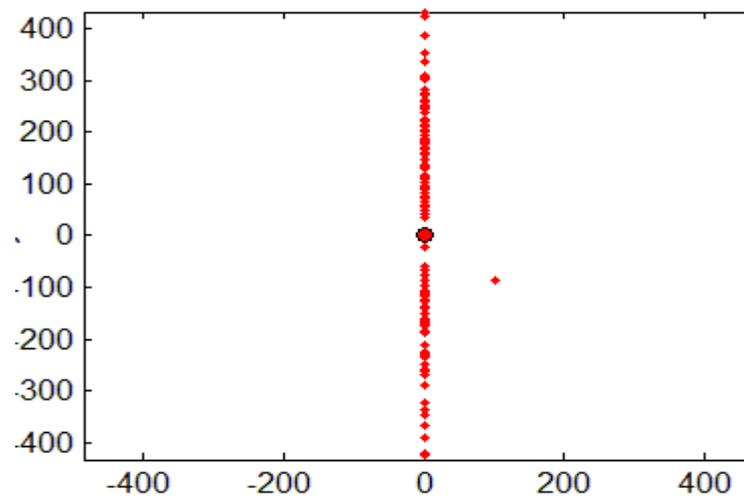


Figure 1.16. Section de Poincaré sans le plan de phase (x_2, x_1) .

1.9.7 Attracteur étrange

Les figures ci-dessous représentent l'attracteur du système hyper chaotique de Qi en 3D.

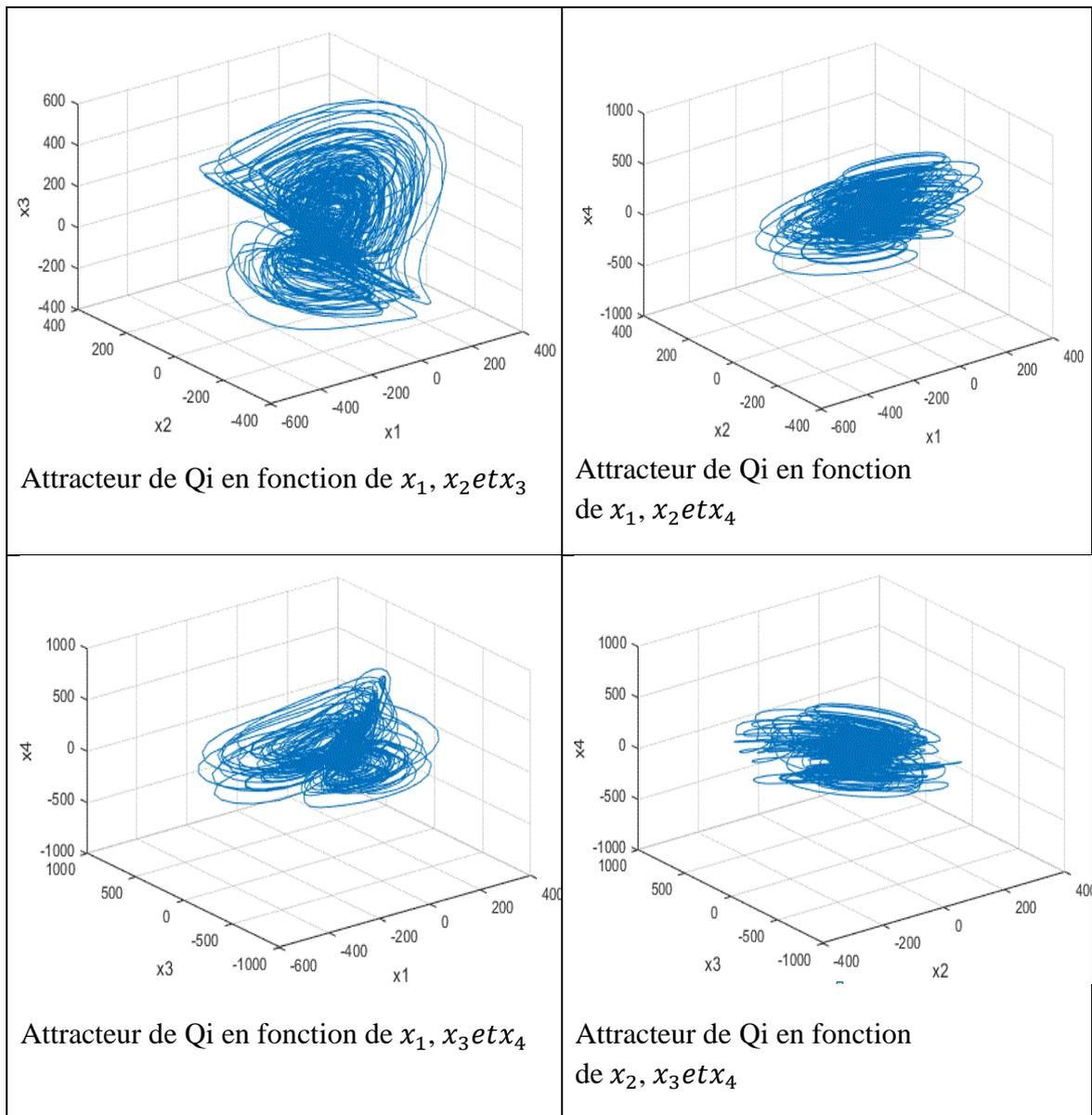


Figure 1.17. Attracteur étrange

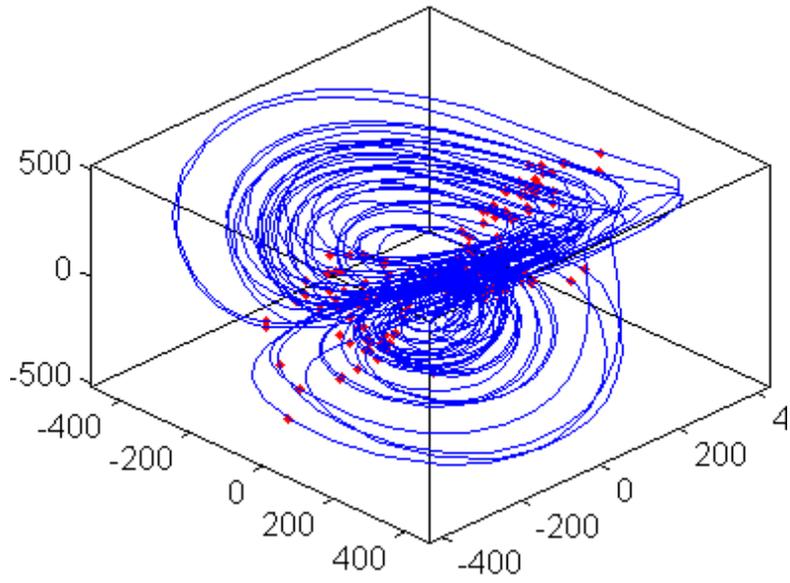


Figure 1.18. Section de Poincaré avec l'attracteur (x_1, x_2, x_3) .

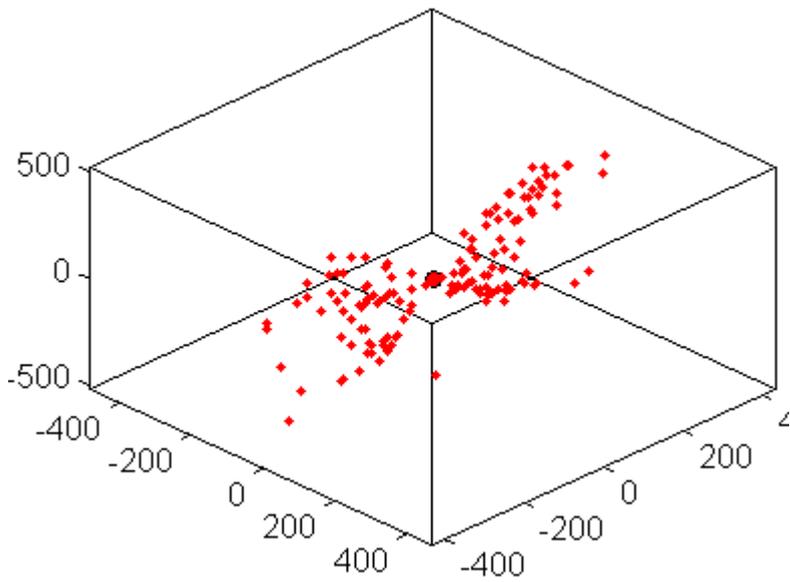


Figure 1.19. Section de Poincaré sans l'attracteur (x_1, x_2, x_3) .

1.9.8 Diagramme de bifurcation

Pour tracer diagramme de bifurcation, on a choisi la variable d d. le résultat est montré sur la figure 17.

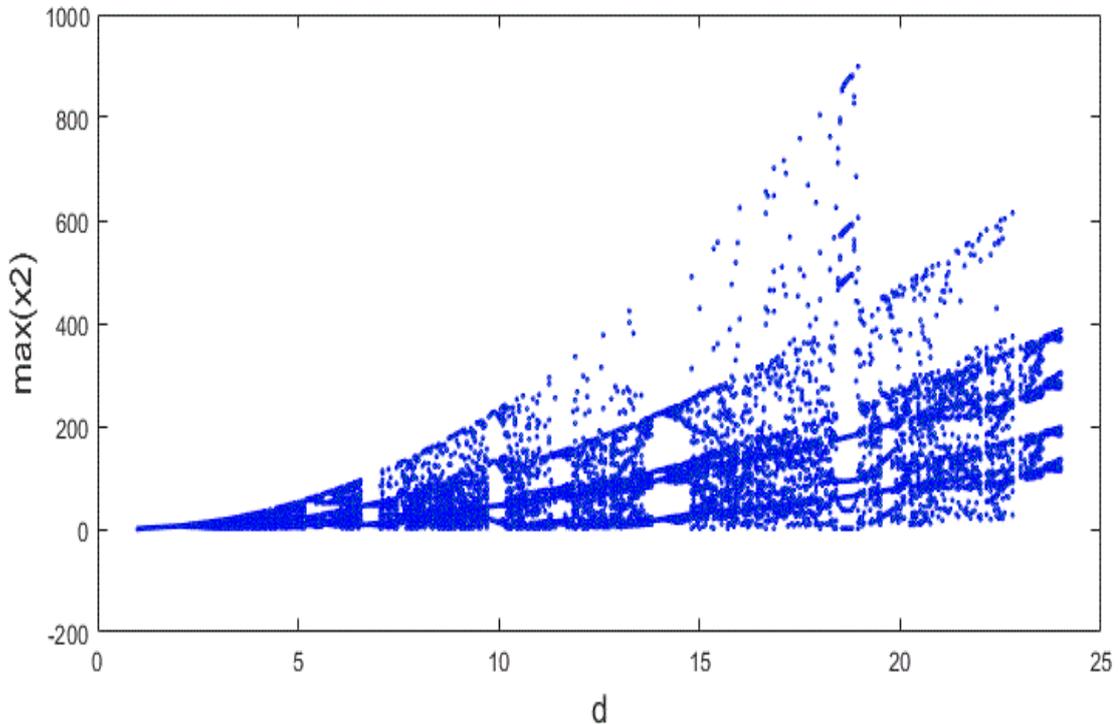


Figure 1.20. Diagramme de bifurcation du système de Qi pour $d = [0-24]$

Pour $0 < d < 3$ le système possède un seul point fixe.

Pour $d > 5$ le système devient chaotique.

1.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons avancé quelques notions fondamentales sur les systèmes dynamiques non linéaires et leurs propriétés générales. Puis, nous avons présenté quelques notions sur la théorie du chaos : calcul des points fixes, calcul des exposants de Lyapunov, section de Poincaré, diagramme de bifurcation et les attracteurs étranges, et cela est illustré avec des exemples. Nous avons utilisé l'outil matds et la simulation sous simulink pour caractériser le comportement chaotique du système de Qi.

Dans le chapitre suivant, on va définir les différents types de synchronisation et les diverses méthodes de synchronisation les plus performantes.

Chapitre 2 Synchronisation du système QI

2.1 Introduction :

La synchronisation c'est un phénomène qui se produit lorsque deux systèmes dynamiques, identiques ou non, produisent les mêmes trajectoires. Elle consiste à synchroniser et rapprocher les trajectoires des deux systèmes jusqu'à ce qu'elles deviennent confondues. La plus populaire des configurations de synchronisation consiste à obliger un système dynamique dit esclave à générer les mêmes trajectoires que celles fournies par un deuxième système dynamique dit maître.

2.2 Les classes de synchronisation:

On trouve deux types de synchronisation classés selon la direction de l'énergie échangée entre les deux systèmes chaotiques : La synchronisation par couplage unidirectionnelle et synchronisation par couplage bidirectionnelle.

Dans ce qui suit nous allons définir et donner le principe des deux types de synchronisation.

2.2.1 Synchronisation unidirectionnelle :

Dans le cas d'une synchronisation unidirectionnelle, le couplage entre deux systèmes identiques a et b est réalisé à l'aide d'un élément fonctionnant dans un seul sens, par exemple l'utilisation d'un circuit électrique suiveur.

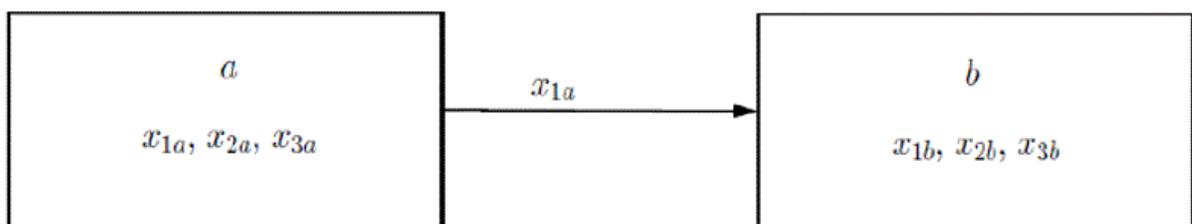


Figure 2.1 couplage unidirectionnel

2.2.2 Synchronisation bidirectionnelle

Dans le cas d'une synchronisation bidirectionnelle, les deux différents systèmes « maître » et « esclave » peuvent jouer au même temps le rôle d'émetteur comme de récepteur ; dans ce cas :

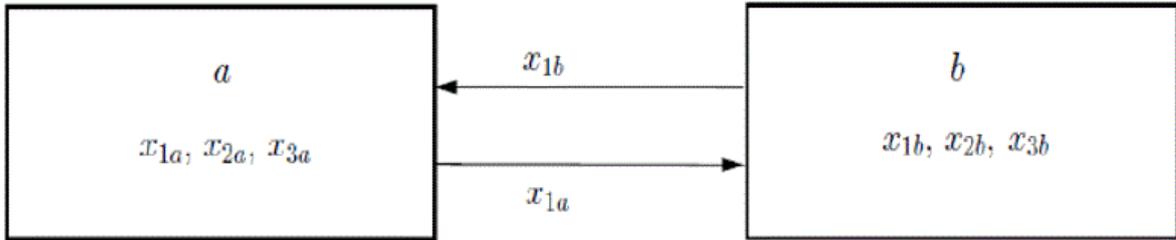


Figure 2.2 couplage bidirectionnel.

2.3 Méthodes de synchronisation :

Plusieurs méthodes de synchronisation ont été proposées dans la littérature. Dans ce qui suit nous citerons quelques approches en expliquant leurs principes.

2.3.1 Synchronisation par la méthode du contrôle actif

L'application du contrôle actif pour la synchronisation des systèmes chaotiques, a été proposée par Bai et Lonngren [7]. C'est une technique efficace qui a montré sa puissance pour la synchronisation des systèmes chaotiques et hyperchaotiques.

En effet, cette méthode offre une simplicité remarquable pour l'implémentation de l'algorithme.

Considérons le système hyperchaotique maître écrit sous la forme (équation 2.1) :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1) + x_2 x_3 \\
 \dot{x}_2 &= b(x_2 + x_1) - x_1 x_3 \\
 \dot{x}_3 &= -c x_3 - e x_4 + x_1 x_2 \\
 \dot{x}_4 &= f x_3 - d x_4 + x_1 x_3
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Où $x_i \in \mathbb{R}$ pour $i = 1, 2, 3, 4$ représentent les variables d'états du système maître, et a, b, c, d, e et f sont des paramètres positifs constants. Le système identique esclave est donné par :

$$\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= a(y_2 - y_1) + y_2 y_3 + U_1 \\
\dot{y}_2 &= b(y_2 + y_1) - y_1 y_3 + U_2 \\
\dot{y}_3 &= -c y_3 - e y_4 + y_1 y_2 + U_3 \\
\dot{y}_4 &= f y_3 - d y_4 + y_1 y_3 + U_4
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Où $y_i \in \mathbb{R}$ pour $i = 1, 2, 3, 4$ désignent les variables d'état du système esclave, et $U = [U_1 U_2 U_3 U_4]^T$ représente le vecteur de commande.

L'erreur de synchronisation entre les deux systèmes s'écrit sous la forme :

$$e_1 = y_1 - x_1, \quad e_2 = y_2 - x_2, \quad e_3 = y_3 - x_3, \quad e_4 = y_4 - x_4$$

Pour que les deux systèmes se synchronisent, il faut que :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_i = 0, \quad \text{pour } i = 1, 2, 3, 4.$$

Alors la dynamique de l'erreur est obtenue par une soustraction de (2.1) à (2.2) :

$$\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= a(e_2 - e_1) + e_2 y_3 - x_2 e_3 + U_1 \\
\dot{e}_2 &= b(e_2 + e_1) + e_1 y_3 + x_1 e_3 + U_2 \\
\dot{e}_3 &= c e_3 + e e_4 + e_1 x_2 + e_2 y_1 + U_3 \\
\dot{e}_4 &= f e_3 + d e_4 + x_1 e_3 + e_1 y_3 + U_4
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Il existe plusieurs choix possibles pour le contrôleur U. on choisit les fonctions de contrôle actif $U_i(t)$ ($i=1, 2, 3, 4$) de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
U_1 &= -e_2 y_3 + x_2 e_3 + K_1 e_1 \\
U_2 &= -e_1 y_3 - x_1 e_3 + K_2 e_2 \\
U_3 &= -e_1 x_2 - e_2 y_1 + K_3 e_3 \\
U_4 &= -x_1 e_3 - e_1 y_3 + K_4 e_4
\end{aligned} \tag{2.4}$$

La dynamique de l'erreur devient linéaire :

$$\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= -e_1(a + K_1) + a e_2 \\
\dot{e}_2 &= b e_1 + e_2(b - K_2) \\
\dot{e}_3 &= (c - K_3)e_3 - e e_4 \\
\dot{e}_4 &= f e_3 + (d - K_4)e_4
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Où K_i ($i=1, 2, 3, 4$) sont des gains de rétroaction. Par conséquent, le système d'erreur peut être réécrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(a + K_1) & a & 0 & 0 \\ -b & (b - K_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (c - K_3) & -e \\ 0 & 0 & f & (d - K_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix}$$

L'équation caractéristique est donnée par :

$$\det(\lambda I - A) = [(\lambda + (a + K_1))(\lambda - (b - K_2)) - ab][(\lambda - (c - K_3))(\lambda - (d - K_4)) + ef]$$

Où I est la matrice identité de dimension (4×4) et les conditions pour rendre le système esclave synchrone du système maître, où l'erreur est asymptotiquement stable sont remplies :

$$\begin{cases} (b - K_2) + (a + K_1) < 0 \\ (d - K_4) + (c - K_3) < 0 \\ (a + K_1)(b - K_2) - ab > 0 \\ (c - K_3)(d - K_4) + ef > 0 \end{cases}$$

2.3.1.1 Simulation

Le système de Qi montre un comportement chaotique du système (1), pour a=42, b=24, c=13, d=20, e=50 et f=40.

Au départ les deux systèmes évoluent de deux conditions initiales identiques :

$$x_1 = 0.1, \quad x_2 = 0.4, \quad x_3 = 0, \quad x_4 = 0$$

$$y_1 = 0.2, \quad y_2 = 0.3, \quad y_3 = 0, \quad y_4 = 0$$

Et les gains K_i peuvent être choisis comme suit :

$$K_1 = 200, \quad K_2 = 200, \quad K_3 = 200, \quad K_4 = 200$$

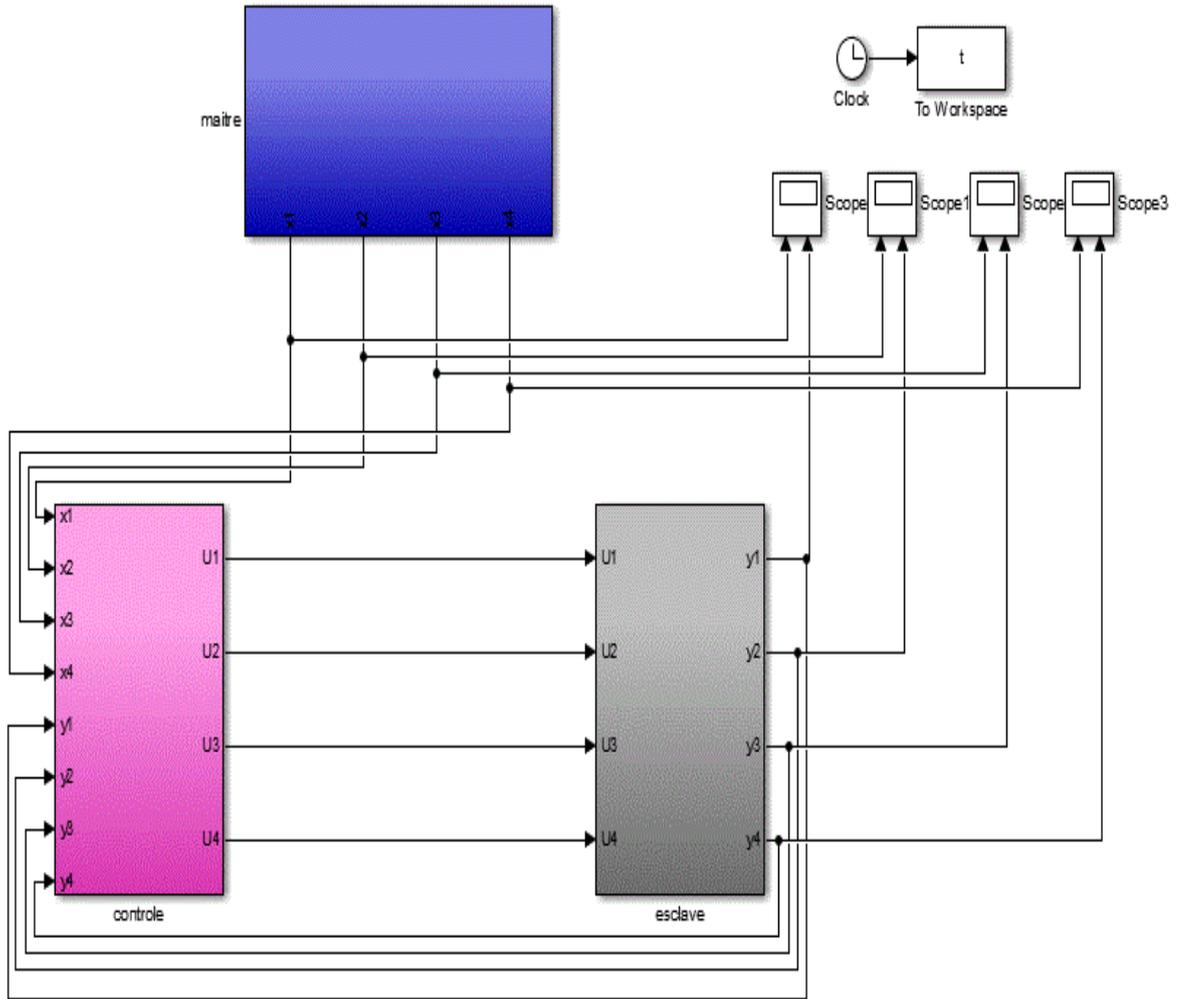
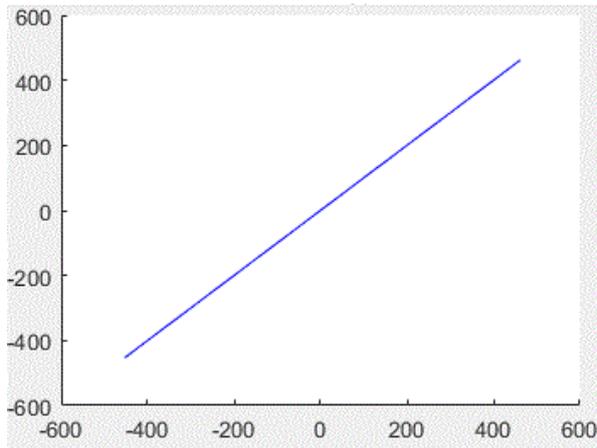
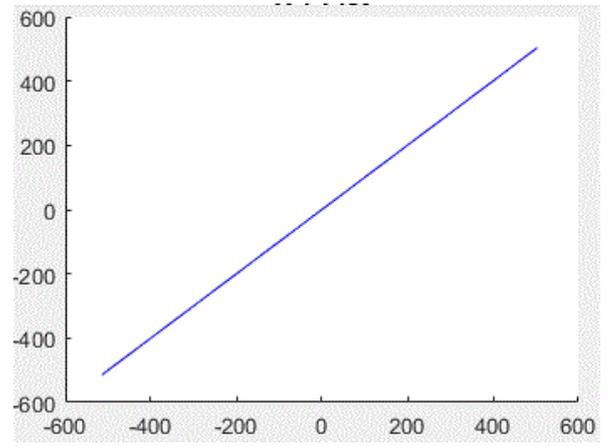


Figure 2.3 Synchronisation par la méthode contrôle actif.

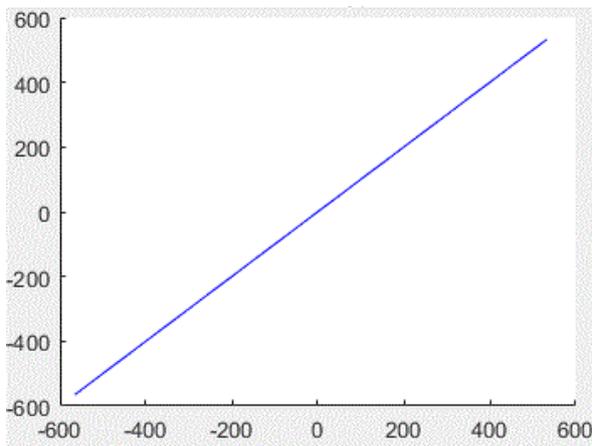
Les figures suivantes (de 2.4 à 2.8) illustrent la synchronisation par la méthode contrôle actif de système (maître- esclave).



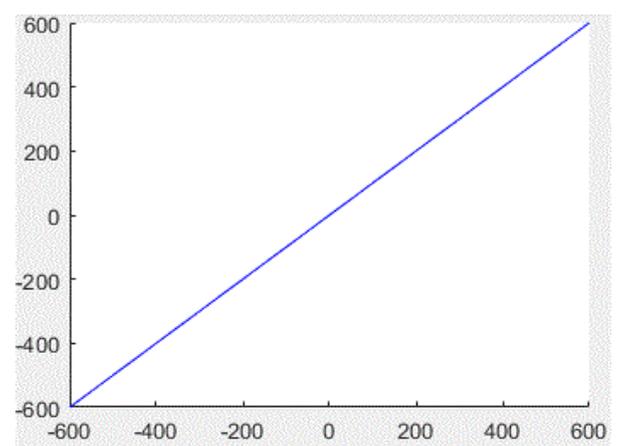
x_1 en fonction du y_1



x_2 en fonction du y_2

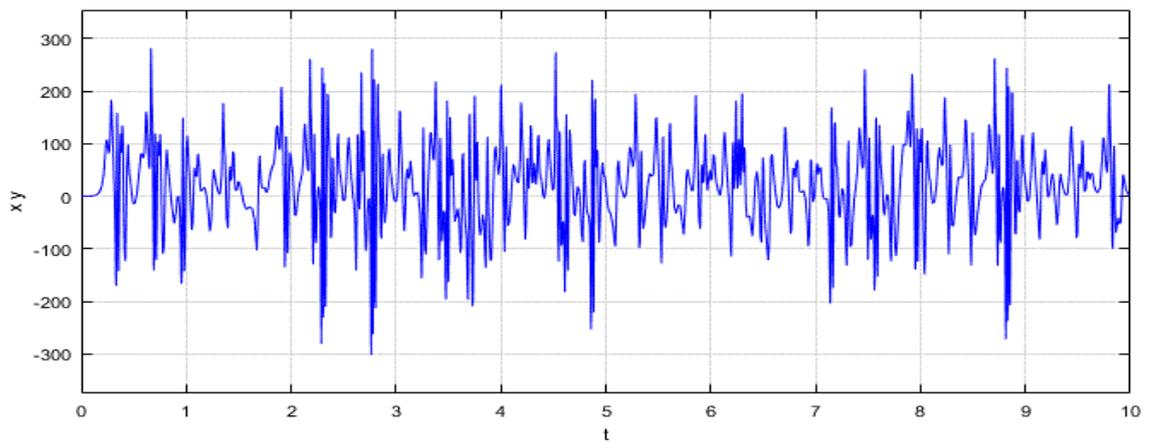


x_3 en fonction du y_3

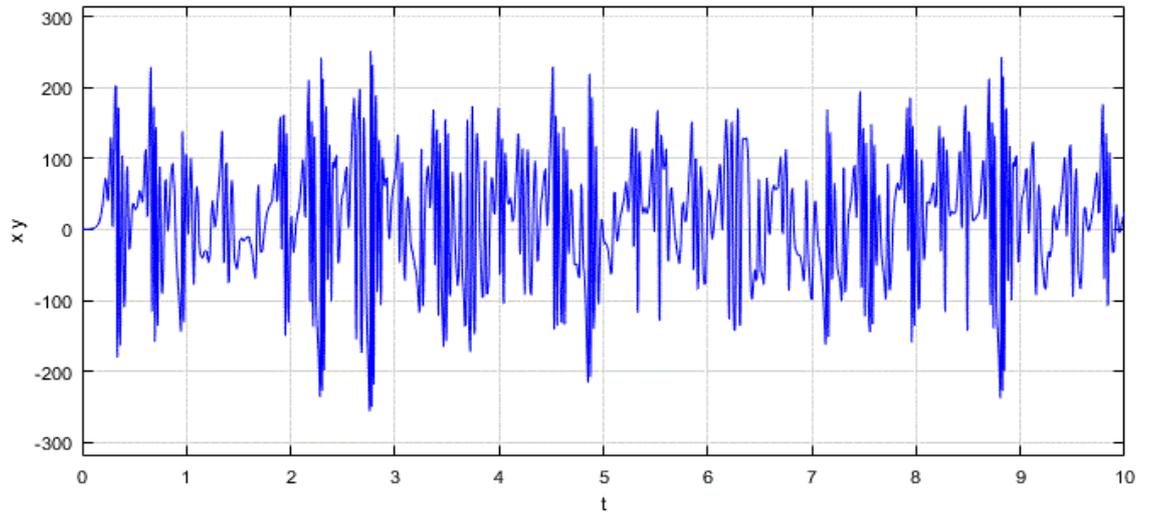


x_4 en fonction du y_4

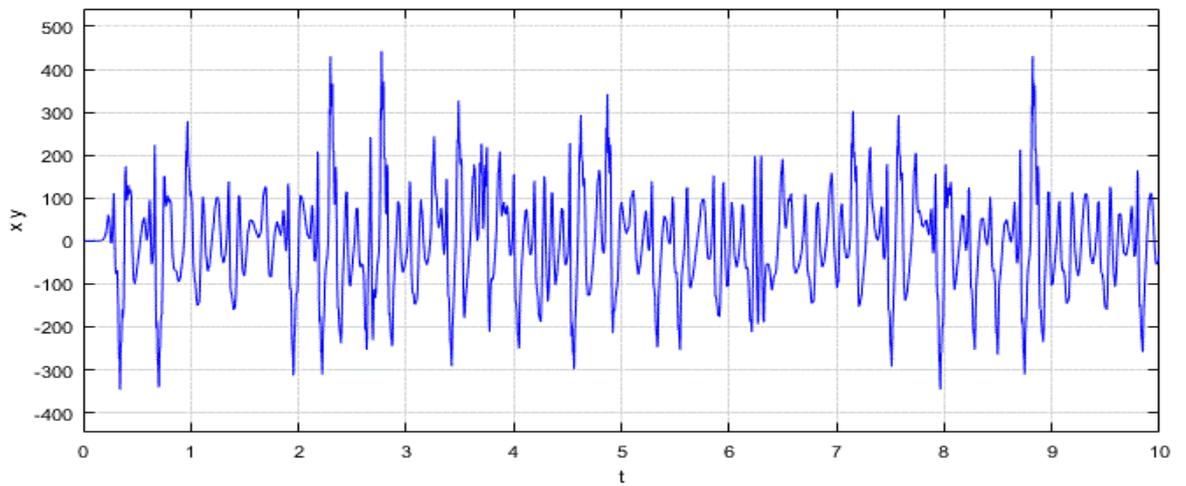
Figure 2.4. les 4 figures présentes la synchronisation de système.



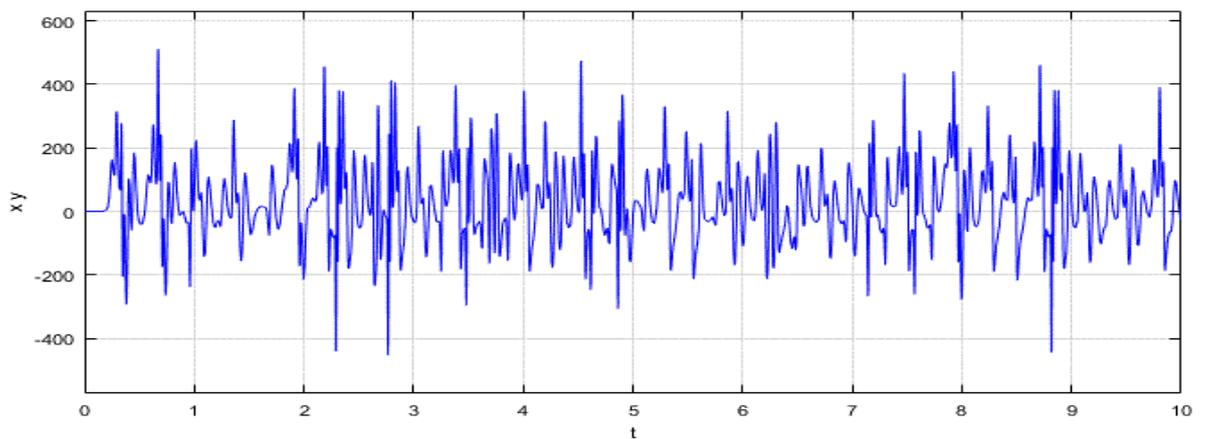
2.5. Synchronisation entre x_1 et y_1



2.6. Synchronisation entre x2y2



2.7. Synchronisation entre x3y3



2.8. Synchronisation entre x4y4

On remarque que le système est synchronisé sur les paramètres $a=42$, $b=24$, $c=13$, $d=20$, $e=50$ et $f=40$.

2.3.2 Synchronisation des systèmes par la méthode du contrôle Adaptatif

Dans cette partie, nous mettons en place le problème et présentons un schéma de synchronisation adaptative avec une loi de mise à jour des paramètres. Puis, en utilisant la théorie de la stabilité de Lyapunov, nous déterminons les conditions permettant la synchronisation entre le système maître et le système esclave. Définis

Soit deux systèmes chaotiques à synchroniser, maître et esclave. Ils sont définis ci-dessous.

Le maître est donné par (équation 2.6) :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1) + x_2x_3 \\ \dot{x}_2 &= b(x_2 + x_1) - x_1x_3 \\ \dot{x}_3 &= -cx_3 - ex_4 + x_1x_2 \\ \dot{x}_4 &= fx_3 - dx_4 + x_1x_3 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Et l'esclave est défini par (équation 2.7) :

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= \hat{a}(y_2 - y_1) + y_2y_3 + w_1 \\ \dot{y}_2 &= \hat{b}(y_2 + y_1) - y_1y_3 + w_2 \\ \dot{y}_3 &= -\hat{c}y_3 - \hat{e}y_4 + y_1y_2 + w_3 \\ \dot{y}_4 &= \hat{f}y_3 - \hat{d}y_4 + y_1y_3 + w_4 \end{aligned} \quad (2.7)$$

$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{e}, \hat{f}$: sont les paramètres de l'esclave.

La dynamique de l'erreur de synchronisation est obtenue par la soustraction de l'équation (2.6) à l'équation (2.7). L'équation (2.8) est le résultat de cette opération.

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \hat{a}(e_2 - e_1) - \check{a}(x_2 - x_1) + x_2e_3 + y_3e_2 + w_1 \\ \dot{e}_2 &= \hat{b}(e_2 + e_1) - e_1y_3 - \check{b}(x_2 + x_1) - x_1e_3 + w_2 \\ \dot{e}_3 &= \check{c}x_3 + \check{e}x_4 - \hat{c}e_3 - \hat{e}e_4 + e_1y_2 + x_1e_2 + w_3 \\ \dot{e}_4 &= -\check{f}x_3 + \check{d}x_4 + \hat{f}e_3 - \hat{d}e_4 + y_1e_3 + e_1x_3 + w_4 \end{aligned} \quad (2.8)$$

La fonction candidate de Lyapunov est choisie comme suit (équation 2.9)

$$V = \frac{1}{2} (e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 + \hat{a}^2 + \hat{b}^2 + \hat{c}^2 + \hat{d}^2 + \hat{e}^2 + \hat{f}^2) \quad (2.9)$$

Avec :

$$\tilde{a} = a - \hat{a} \quad , \tilde{b} = b - \hat{b} \quad , \tilde{c} = c - \hat{c} \quad , \tilde{d} = d - \hat{d} \quad , \tilde{e} = e - \hat{e} \quad , \tilde{f} = f - \hat{f}$$

La dérivée de la fonction candidate de Lyapunov devient :

$$\begin{aligned} \dot{V} = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4 + \check{a}(-\dot{\hat{a}}) + \check{b}(-\dot{\hat{b}}) + \check{c}(-\dot{\hat{c}}) + \check{d}(-\dot{\hat{d}}) + \check{e}(-\dot{\hat{e}}) \\ + \check{f}(-\dot{\hat{f}}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} = e_1 [\hat{a}(e_2 - e_1) - \check{a}(x_2 - x_1) + x_2 e_3 + y_3 e_2 + w_1] + \check{a}(-\dot{\hat{a}}) \\ + e_2 [\hat{b}(e_2 + e_1) - e_1 y_3 - \check{b}(x_2 + x_1) - x_1 e_3 + w_2] + \check{b}(-\dot{\hat{b}}) \\ + e_3 [\check{c}x_3 + \check{e}x_4 - \hat{c}e_3 - \hat{e}e_4 + e_1 y_2 + x_1 e_2 + w_3] + \check{c}(-\dot{\hat{c}}) + \check{e}(-\dot{\hat{e}}) \\ + e_4 [-\check{f}x_3 + \check{d}x_4 + \hat{f}e_3 - \hat{d}e_4 + y_1 e_3 + e_1 x_3 + w_4] + \check{d}(-\dot{\hat{d}}) + \check{f}(-\dot{\hat{f}}) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Les lois de commandes qui réalisent la synchronisation sont données par :

$$\begin{aligned} w_1 &= e_1(\hat{a} - K_1) - \hat{a} e_2 - x_2 e_3 - x_3 e_2 \\ w_2 &= -e_2(\hat{b} + K_2) - \hat{b} e_1 + x_1 e_3 + x_3 e_1 \\ w_3 &= e_3(\hat{c} - K_3) + \hat{e} e_4 - x_2 e_1 - x_1 e_2 \\ w_4 &= e_4(\hat{d} - K_4) - \hat{f} e_3 - x_1 e_3 - x_3 e_1 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Les lois d'adaptation des paramètres incertains sont donnés par:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}} &= -(x_2 - x_1) e_1 \\ \dot{\hat{b}} &= -(x_2 + x_1) e_2 \\ \dot{\hat{c}} &= x_3 e_3 \\ \dot{\hat{d}} &= x_4 e_4 \\ \dot{\hat{e}} &= x_4 e_3 \\ \dot{\hat{f}} &= -x_3 e_4 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Alors la dérivée de la fonction candidate de Lyapunov devient :

$$\dot{V} = -e_1^2 K_1 - e_2^2 K_2 - e_3^2 K_3 - e_4^2 K_4 \quad (2.14)$$

Évidemment, V est définie négative. Sur la base de la théorie de la stabilité de Lyapunov, les systèmes maître et esclave sont synchronisés et l'erreur de synchronisation est asymptotiquement stable.

2.3.2.1 SIMULATION

Pour vérifier la validité du schéma de la synchronisation adaptative proposé ci-dessus, les simulations suivantes sont effectuées. Les conditions de simulation et les valeurs des paramètres sont données ci-dessous.

Les paramètres du maître sont : $a = 42, b = 24, c = 13, d = 20, e = 50, f = 40$
 $a=42, b=24, c=13, d=20, e=50$ et $f=40$.

Les paramètres de l'esclave sont : $\hat{a} = 42, \hat{b} = 24, \hat{c} = 13, \hat{d} = 20, \hat{e} = 20, \hat{f} = 30$.

Il est à noter que quelques paramètres de l'esclave sont différents de ceux du maître, comme suit $e = 50$ et $\hat{e} = 20$; $f = 40$ et $\hat{f} = 30$.

La figure 2.9 donne le schéma de simulation sous Simulink.

La simulation donne les résultats représentés par les figures suivantes :

Les deux conditions initiales identiques :

Maître :

$$x_1 = 0.3, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 0$$

Et esclave

$$y_1 = 0.2, y_2 = 0, y_3 = 0.1, y_4 = 0.2$$

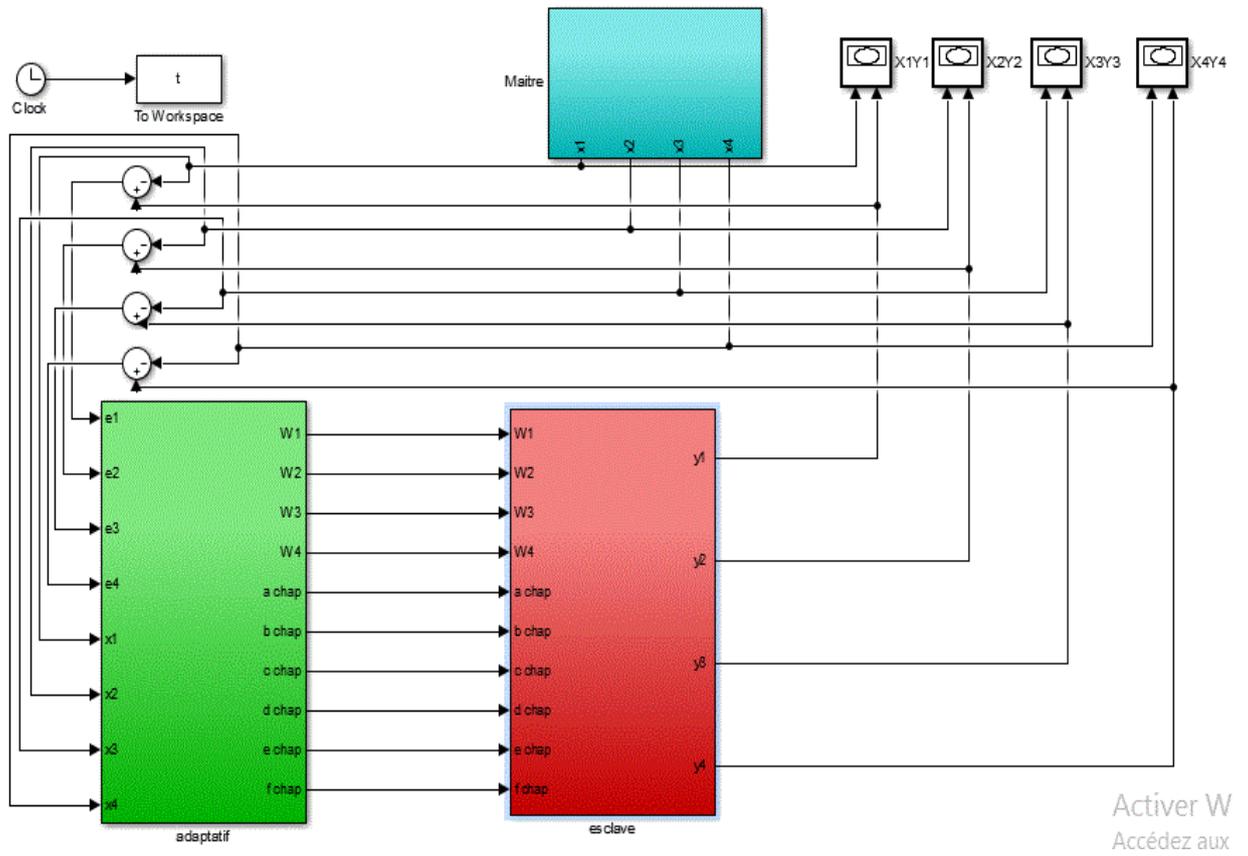


Figure2.9. Synchronisation par la méthode de contrôle adaptatif

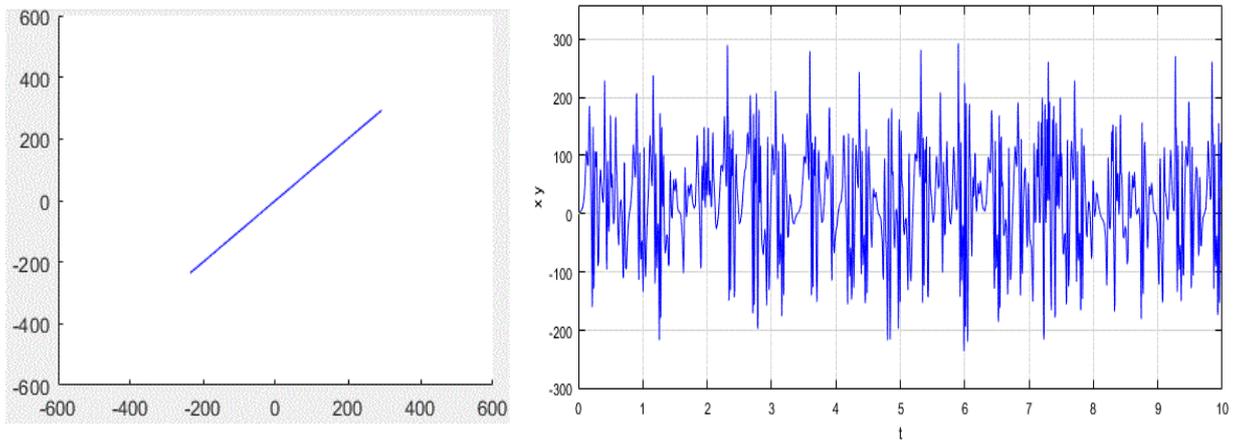


Figure2.10 Synchronisation des signaux x_1 et y_1

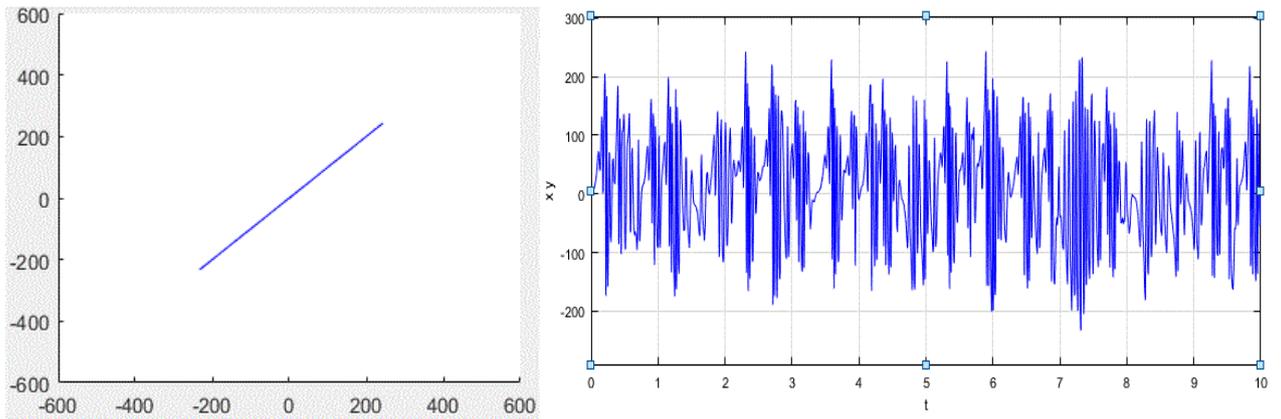


Figure 2.11 Synchronisation des signaux x_2 et y_2

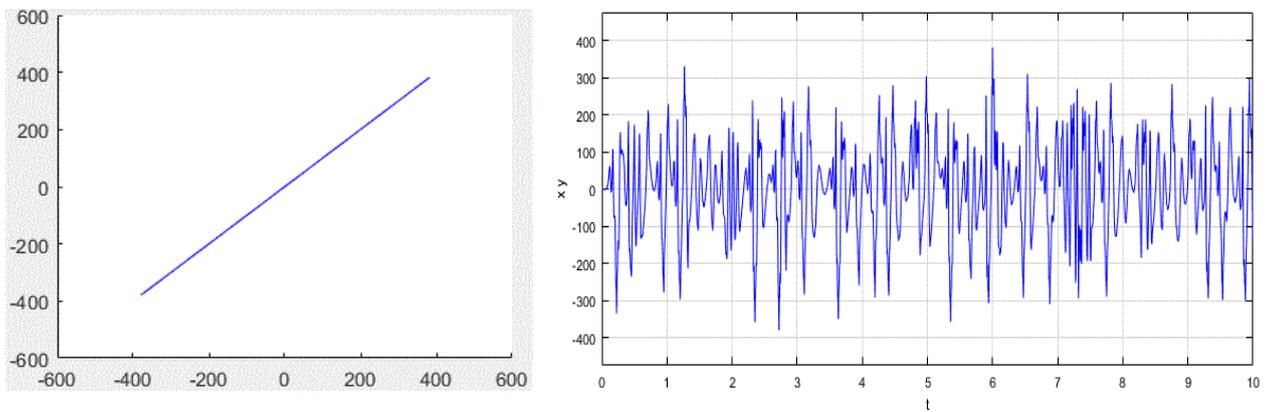


Figure 2.12 Synchronisation des signaux x_3 et y_3

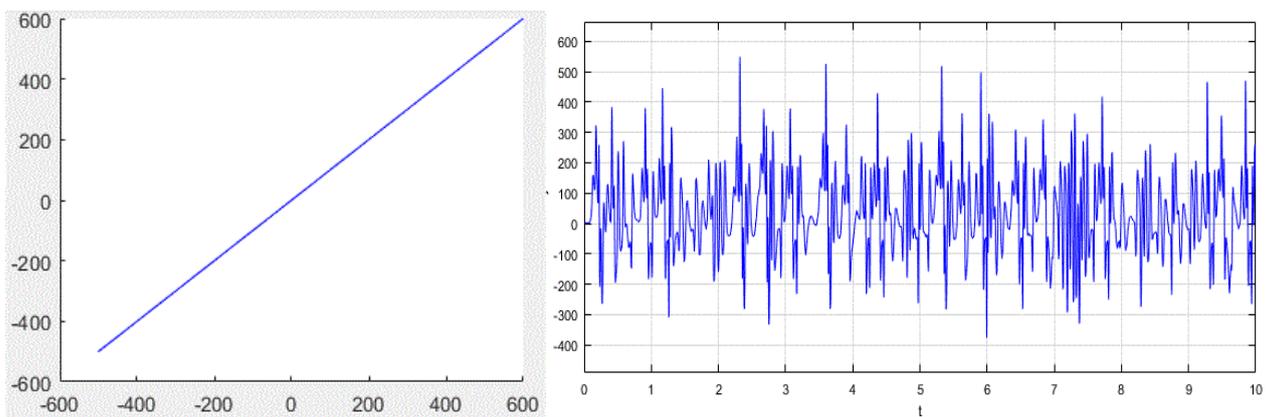


Figure 2.13 Synchronisation des signaux x_4 et y_4

On remarque d'après les graphes du **2.10** à **2.13** que les deux systèmes sont synchronisés ce qui prouve l'efficacité de la méthode de contrôle adaptatif. De plus la stabilité est garantie puisque les lois de commande sont tirées de la fonction de Lyapunov.

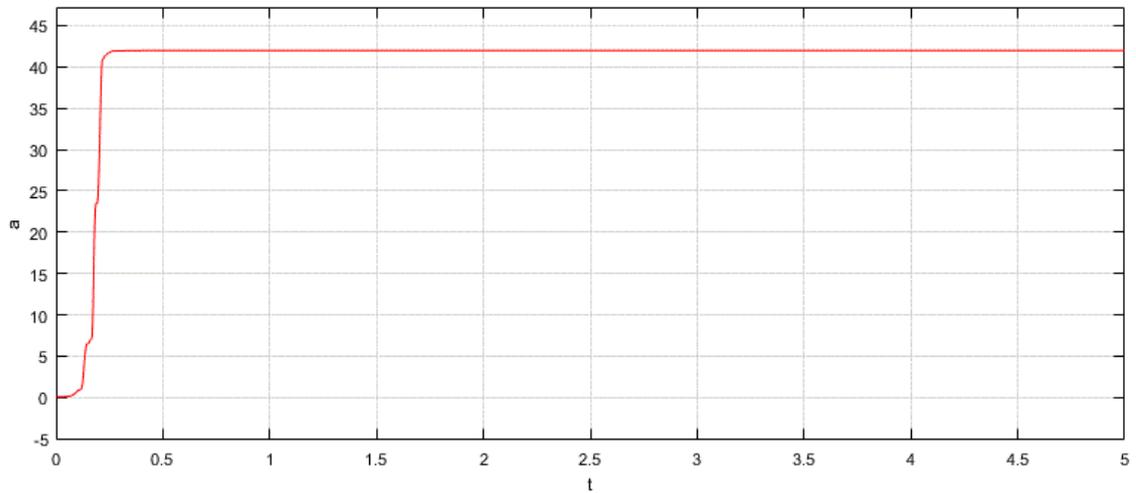


Figure2.14 L'estimation de paramètre a.

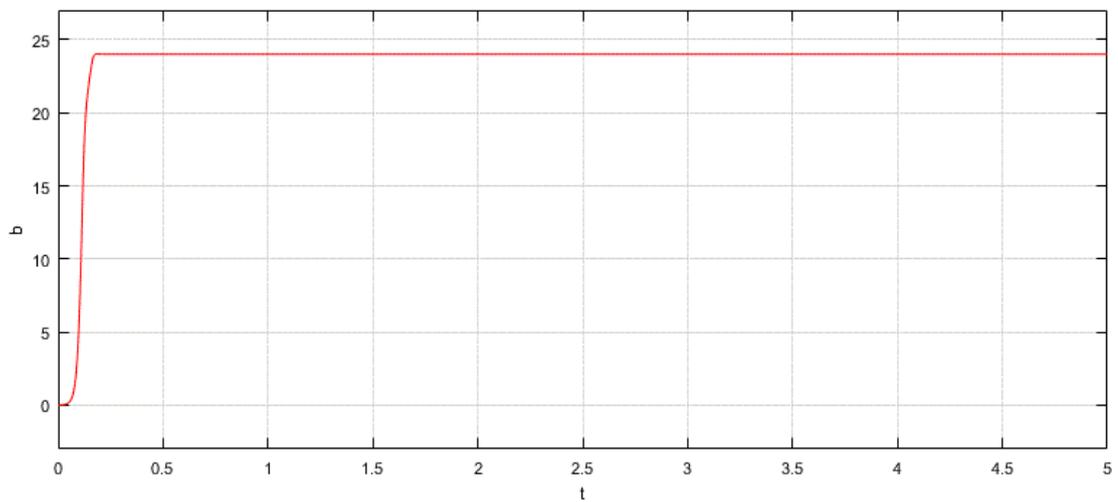


Figure2.15 L'estimation de paramètre b.

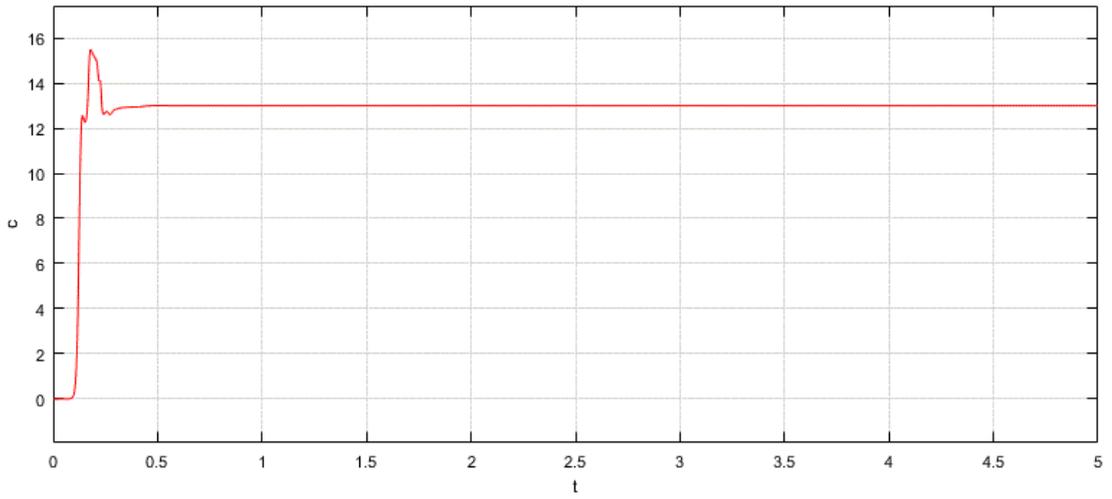


Figure2.16 L'estimation de paramètre c.

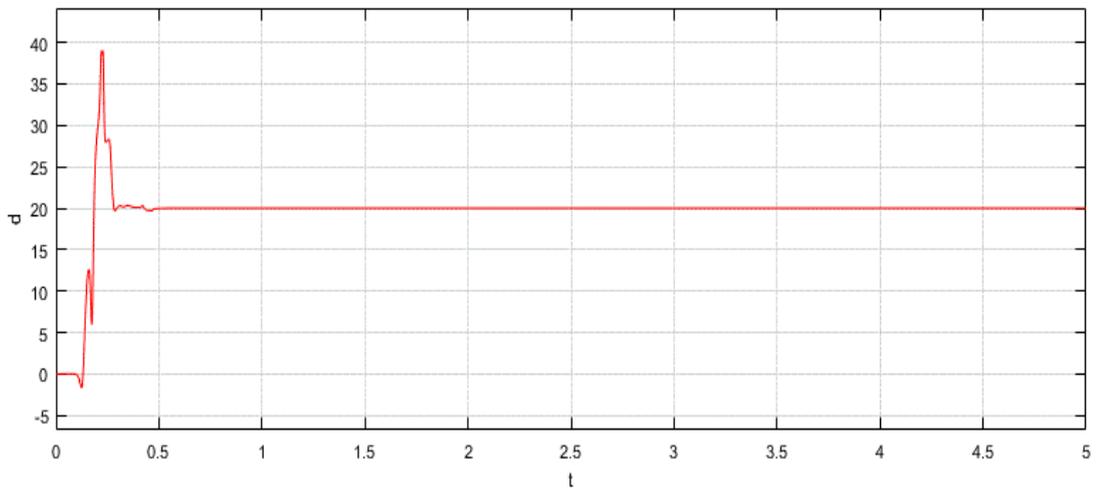


Figure2.17 L'estimation de paramètre d.

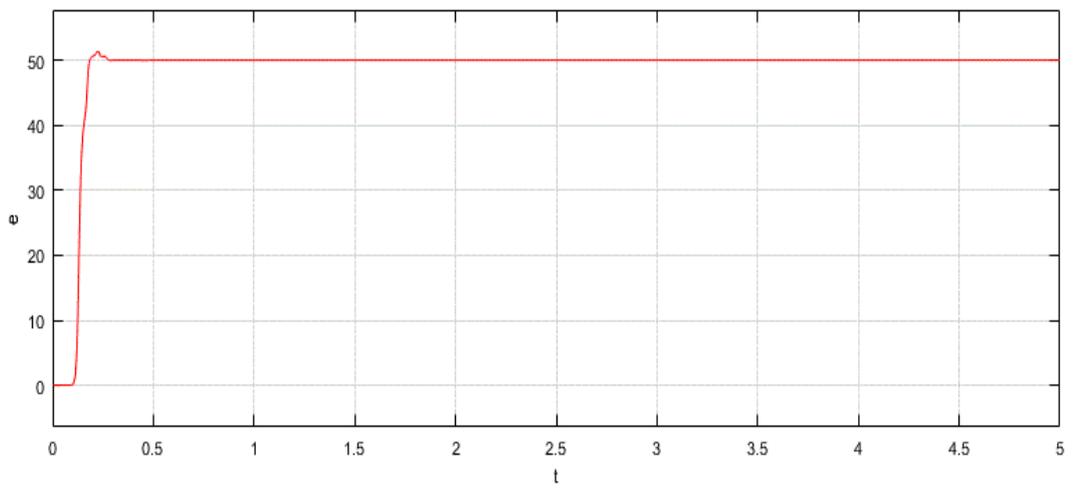


Figure2.18 L'estimation de paramètre e.

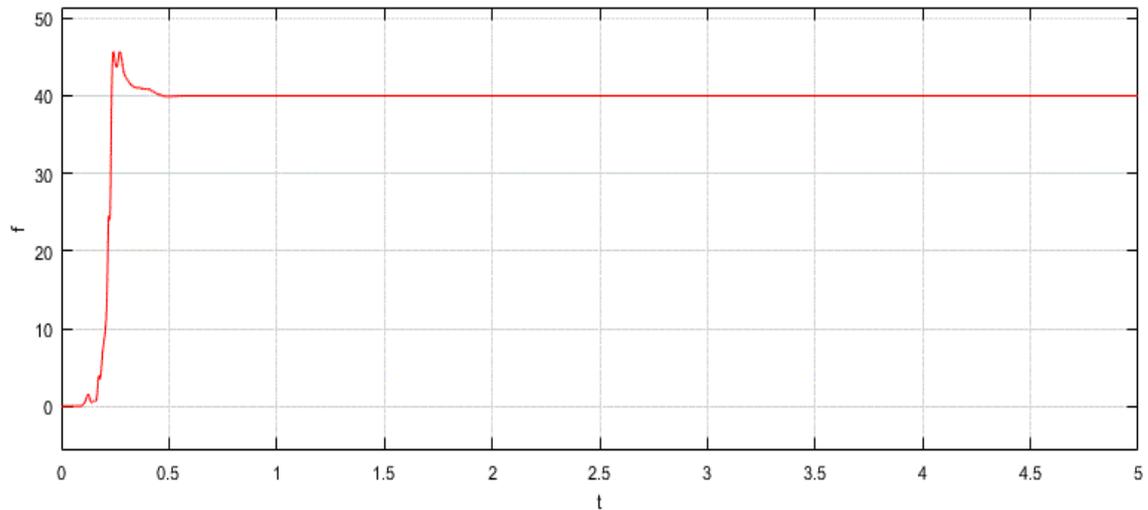


Figure2.19 L'estimation de paramètre f.

Les figures 2.14 jusqu'à 2.19 montrent l'efficacité du contrôle adaptatif. On remarque que le contrôleur calculé a parfaitement conduit le système esclave à estimer les paramètres inconnus du maître. Les trajectoires générées par l'esclave suivent parfaitement celles du maître.

2.4 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différents types de couplages (unidirectionnels et bidirectionnels), ainsi que les différentes méthodes de synchronisation : la méthode du contrôle actif et la méthode du contrôle adaptatif, puis nous avons présenté les résultats obtenus y compris les calculs numériques et la simulation sous Simulink.

Chapitre 3 Cryptage-Décryptage chaotique

3.1 Introduction :

Plusieurs techniques de communication sécurisée à base du chaos ont été proposées []. Dans ce chapitre, nous citerons ces différentes techniques. Premièrement, le cryptage par addition, deuxièmement le cryptage par modulation paramétrique, troisièmement le cryptage par commutation, et finalement le cryptage par inclusion.

Dans ce travail, nous appliquons la méthode de modulation paramétrique. Un message constitué de signaux sinusoïdaux est inséré pour ensuite être récupéré grâce aux lois d'adaptation des paramètres et de contrôle appliqué au récepteur.

3.2 Technique de communication sécurisée à base du chaos

3.2.1 Cryptage par addition

C'est la technique la plus simple pour la transmission d'une information. Dans cette technique, le signal d'information $m(t)$ est ajouté à un signal chaotique $C(t)$ généré par un système émetteur. Le signal du texte chiffré $S(t) = C(t) + m(t)$ ainsi obtenu est transmis à travers le canal de transmission vers un système récepteur qui se synchronise identiquement avec le système émetteur. Le signal d'information reconstruit $\hat{m}(t)$ est alors obtenu après la soustraction entre le signal chiffré (transmis) $S(t)$ et le signal porteur estimé par l'esclave $\hat{C}(t)$.

Le schéma de la figure (3.1), ci-dessous, montre le principe de fonctionnement de cette méthode

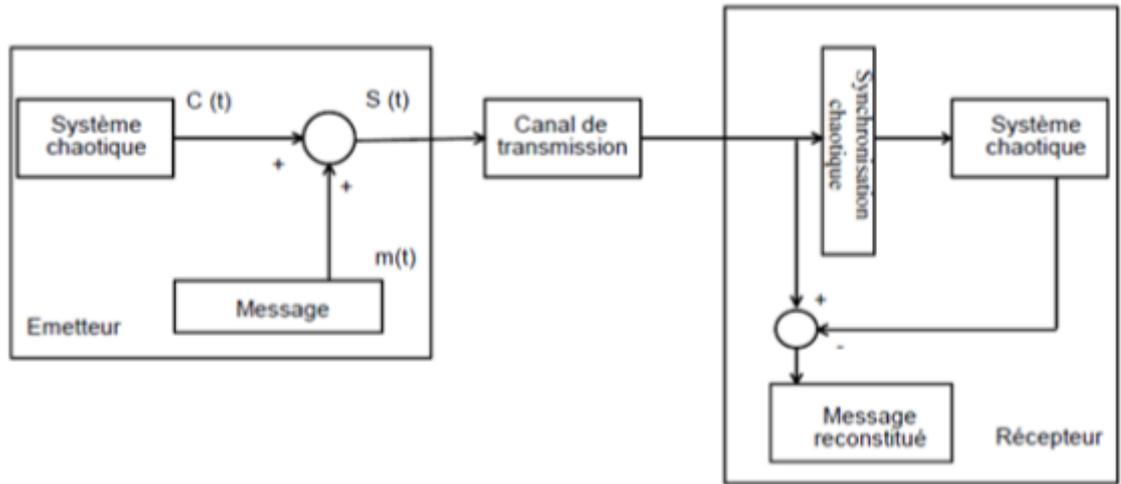


Figure 3.1. Schéma du cryptage chaotique par addition

3.2.2 Cryptage par modulation paramétrique

Cette technique utilise le message contenant l'information pour moduler un paramètre de l'émetteur chaotique. Un contrôleur adaptatif est chargé de maintenir la synchronisation au niveau du récepteur, tout en suivant les changements du paramètre modulé.

Voici le schéma explicatif, donné par la figure (3.2), de cette méthode :

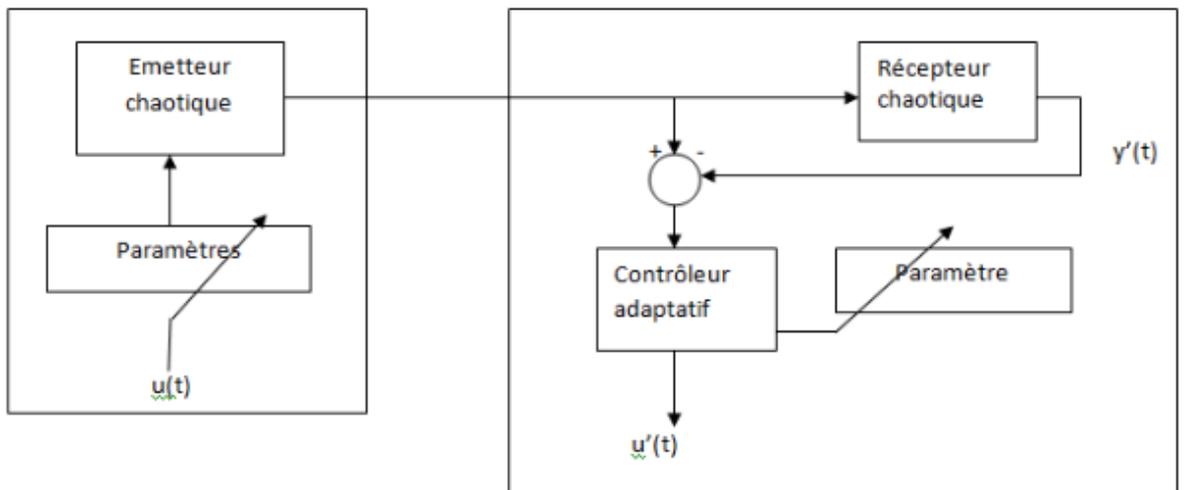


Figure 3.2. Principe du chiffrement chaotique par modulation.

3.2.3 Cryptage par commutation

Cette technique est un cas particulier de la technique de modulation paramétrique pour transmettre un message $m(t)$ numérique sur un canal de communication. Dans cette méthode, L'émetteur est composé de deux systèmes chaotiques et pour chaque niveau de message, ces deux systèmes peuvent avoir le même modèle dynamique, avec des paramètres différents ou avoir deux modèles dynamiques totalement différents. Le fonctionnement c'est selon la valeur de $m(t)$ à l'instant t . L'un des systèmes chaotique (1 ou 2) envoie sa sortie $y(t)$ sur la ligne de transmission. Ainsi, le signal transmis commute entre deux attracteurs étranges. Le récepteur est constitué de deux systèmes chaotiques (1' et 2') identiques à ceux de l'émetteur de sorties respectives $y_1'(t)$ et $y_2'(t)$. Si $m(t)$ prend la valeur 0, alors le système chaotique 1' se synchronise, et le système chaotique 2' ne se synchronise pas. Ainsi, l'erreur de synchronisation $e_1(t) = y_1'(t) - y(t)$ va tendre vers 0, tandis que l'erreur $e_2(t) = y_2'(t) - y(t)$ sera d'amplitude non nulle. Le processus est symétrique lorsque le message prend la valeur 1. La figure 3.3 montre le schéma de principe de cette méthode.

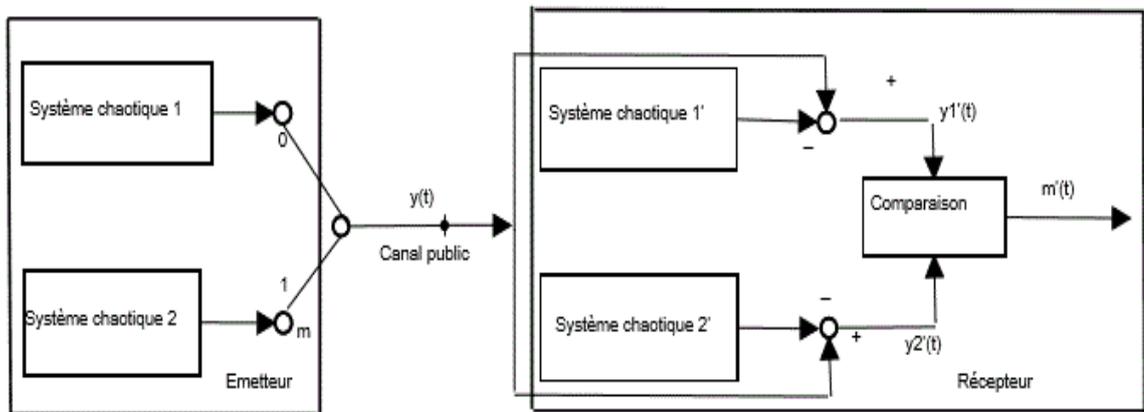


Figure3.3 Cryptage par commutation.

3.2.4 Cryptage par inclusion

Cette technique de cryptage consiste à injecter le message dans la dynamique de l'émetteur chaotique comme étant une entrée, sans toutefois réaliser une modulation de paramètres. La récupération du message devient alors un problème d'entrée inconnue dans le cas de la théorie du contrôle où les observateurs sont utilisés. Il devient

nécessaire que le système doit satisfaire la condition d'observabilité ainsi que la propriété d'inversion à gauche.

Par conséquent la restauration de l'information se fait principalement par deux techniques, reposant soit sur les observateurs à entrées inconnues, soit sur l'inversion du système émetteur.

3.3 Simulation

3.3.1 Cas d'un seul signal sinusoïdal

3.3.1.1 L'insertion du message

Le Maître devient :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1) + x_2 x_3 \\
 \dot{x}_2 &= b(x_2 + x_1) - x_1 x_3 \\
 \dot{x}_3 &= -c x_3 - e x_4 + x_1 x_2 \\
 \dot{x}_4 &= f x_3 - (d + m(t)) x_4 + x_1 x_3
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Avec $m(t)$ le message et les paramètres de l'émetteur sont les mêmes que ceux utilisés précédemment. On choisit pour message un signal sinusoïdal comme montre dans la figure (3.5).

$$m(t) = A \sin(2 * \pi * f * t)$$

Au niveau de l'émetteur on aura alors le message crypté représenté sur la figure (3.6) d'un signal sinusoïdale.

Les figures (3.7) et (3.8) illustrent l'opération de décryptage et Aussi on fait une comparaison entre le message d'origine et le message $m'(t)$ reconstitué après le décryptage du signal reçu.

Si on choisit pour les paramètres du message $m(t)$ (un signal sinusoïdal $f = 1$ Hz et $A = 1$)

Le message est injecté comme une entrée dans le système maître de cette façon :

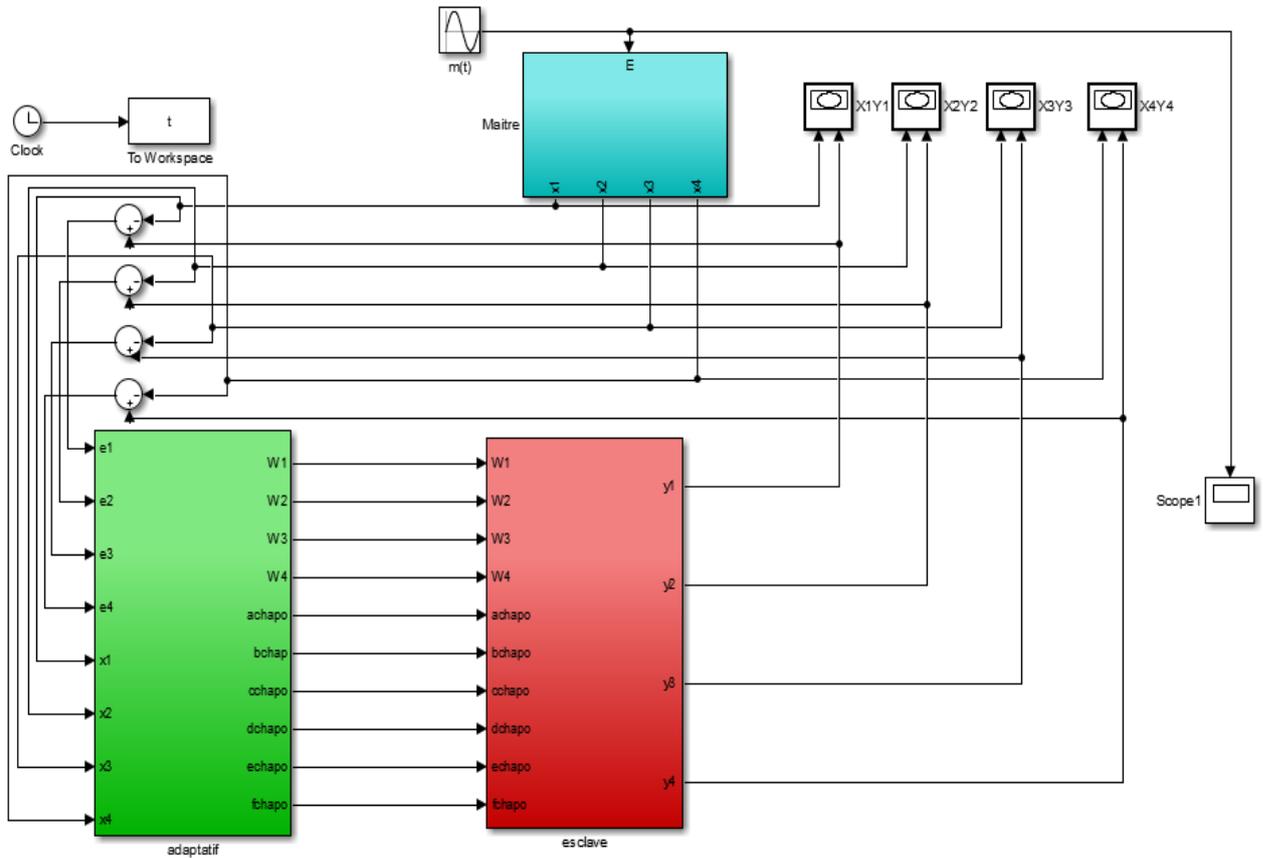


Figure 3.4. Insertion du message sinusoïdal.

On aura le message inséré comme montré dans **la figure 3.5** :

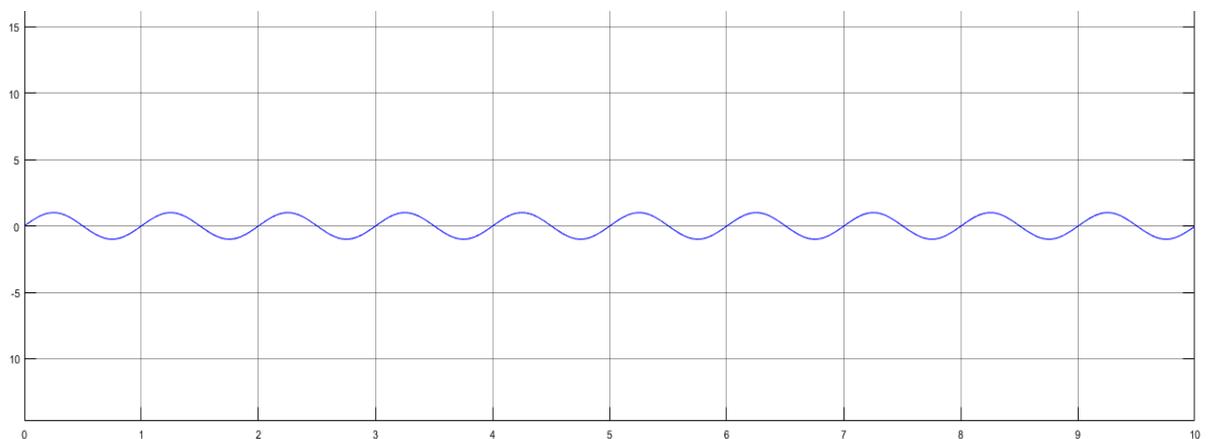


Figure 3.5 Message $m(t)$ d'origine

L'étude est faite dans une durée de temps de $T=10s$

3.3.1.2 LA RECUPERATION DU MESSAGE

Ensuite, pour la récupération, un oscilloscope est mis pour visualiser la sortie du message inséré (crypté et décrypté), le graphe ci-dessous montre la sortie :

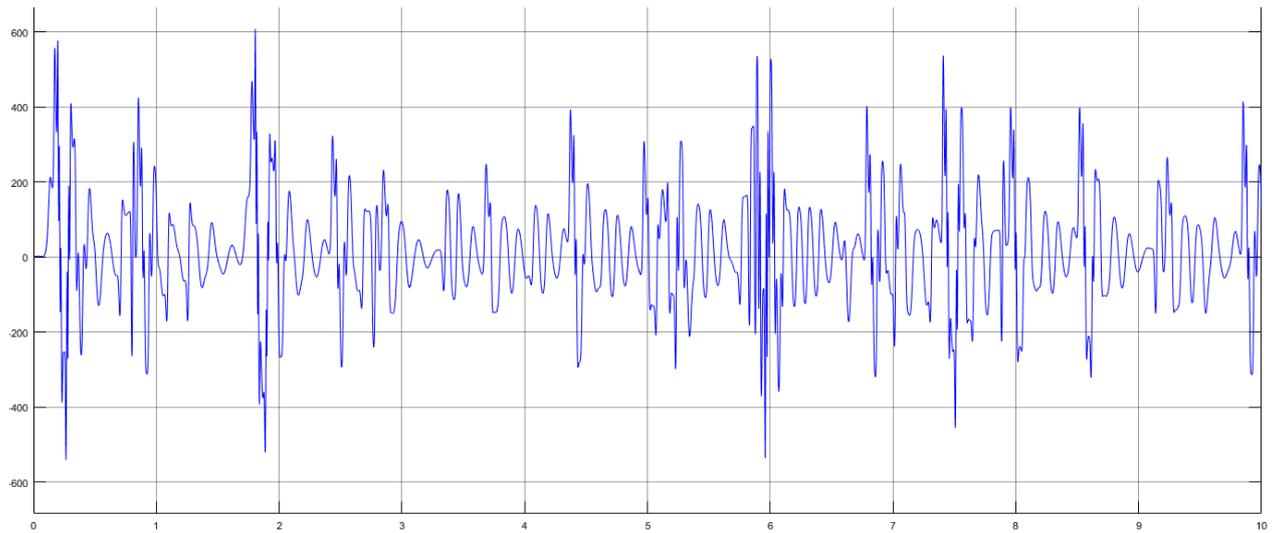


Figure 3.6. Signal $x_4(t)$ après cryptage par $m(t)$

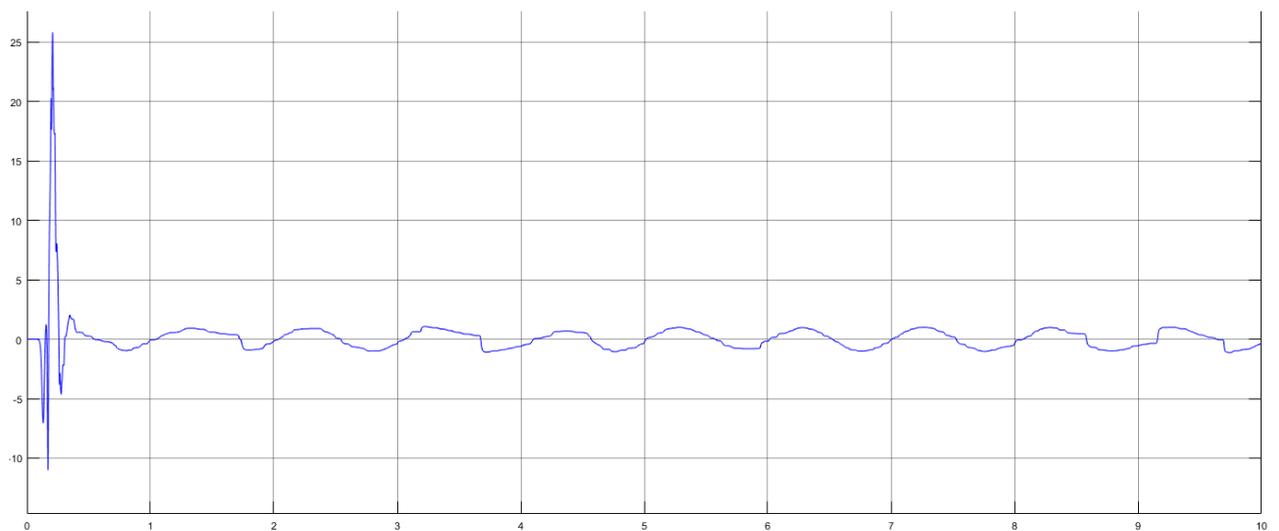


Figure 3.7. Message $m(t)$ après décryptage

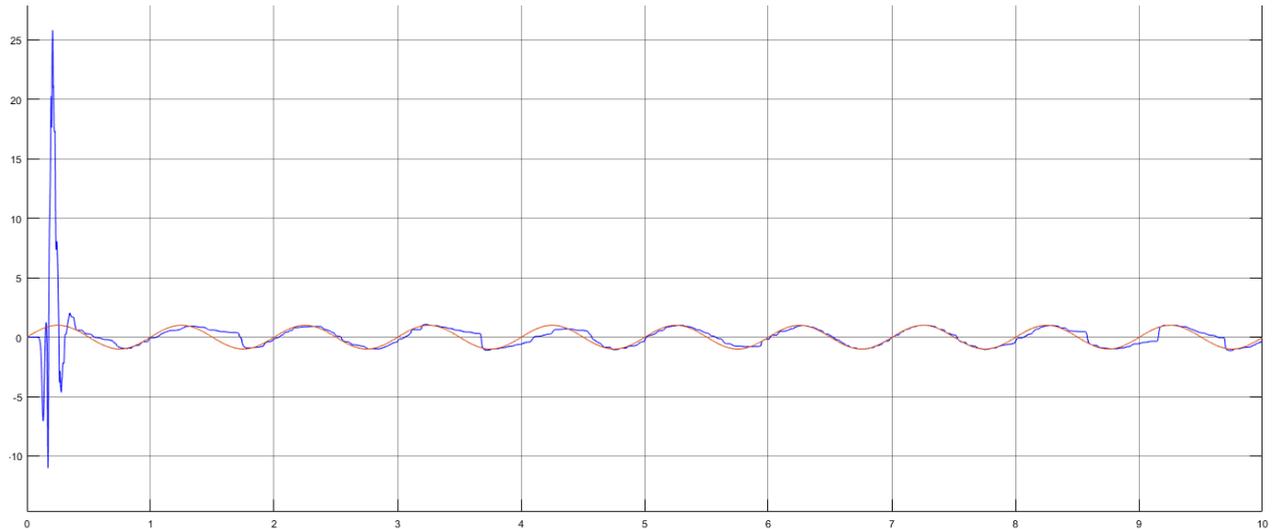


Figure 3.8. Comparaison entre le message émis $m(t)$ et le message reçu après décryptage.

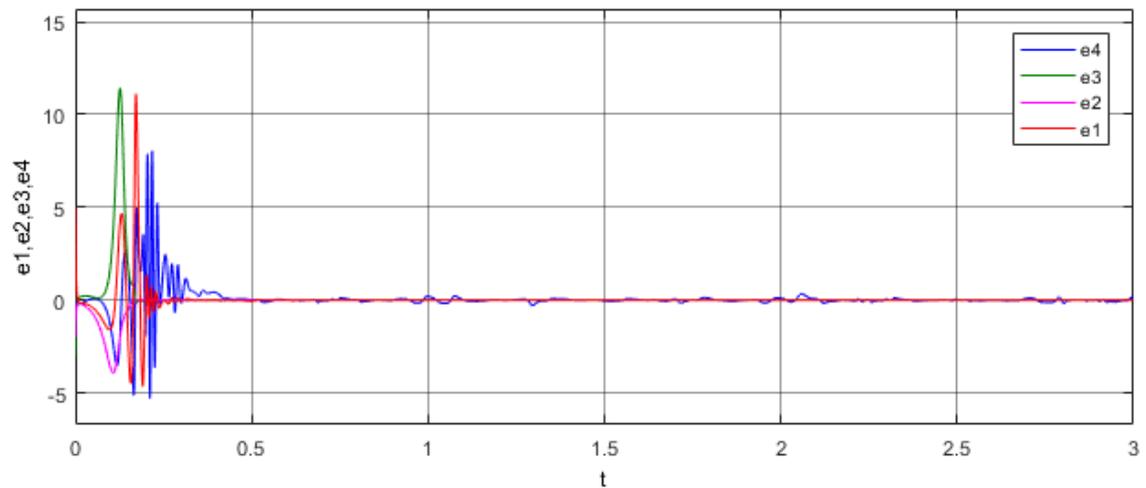


Figure 3.9. Les erreurs de synchronisation e_1, e_2, e_3 et e_4 .

3.3.1.3 DISCUSSION DES RESULTATS

D'après les figures précédentes on peut constater alors qu'au début de la simulation les deux signaux ne sont pas les mêmes, ensuite après une courte durée on remarque que le signal de sortie est identique de celui de l'entrée.

On conclue alors que la méthode qu'on a utilisé est efficace.

3.3.2 Cas de la somme de trois signaux sinusoïdaux

3.3.2.1 L'INSERTION DU MESSAGE

Maintenant, on va insérer comme message une somme de trois signaux sinusoïdaux,

$$m_1(t) = A \sin(2\pi f t); f = 1 \text{ Hz}; A = 1$$

$$m_2(t) = A \sin(2\pi f_2 t), f_2 = 2 \text{ Hz}; A = 1$$

$$m_3(t) = A \sin(2\pi f_3 t), f_3 = 3 \text{ Hz}; A = 1$$

$$m(t) = m_1(t) + m_2(t) + m_3(t)$$

- La somme des signaux sinusoïdaux comme montre dans la figure (3.11)

Au niveau de maître on aura alors le message crypté représenté sur la figure (3.12) d'un signal sinusoïdale.

Les figures (3.13) et (3.14) illustrent l'opération de décryptage et aussi on fait une comparaison entre le message d'origine et le message $m'(t)$ reconstitué après le décryptage du signal reçu.

Le schéma d'insertion sous Simulink se fait comme ceci (Figure 3.10).

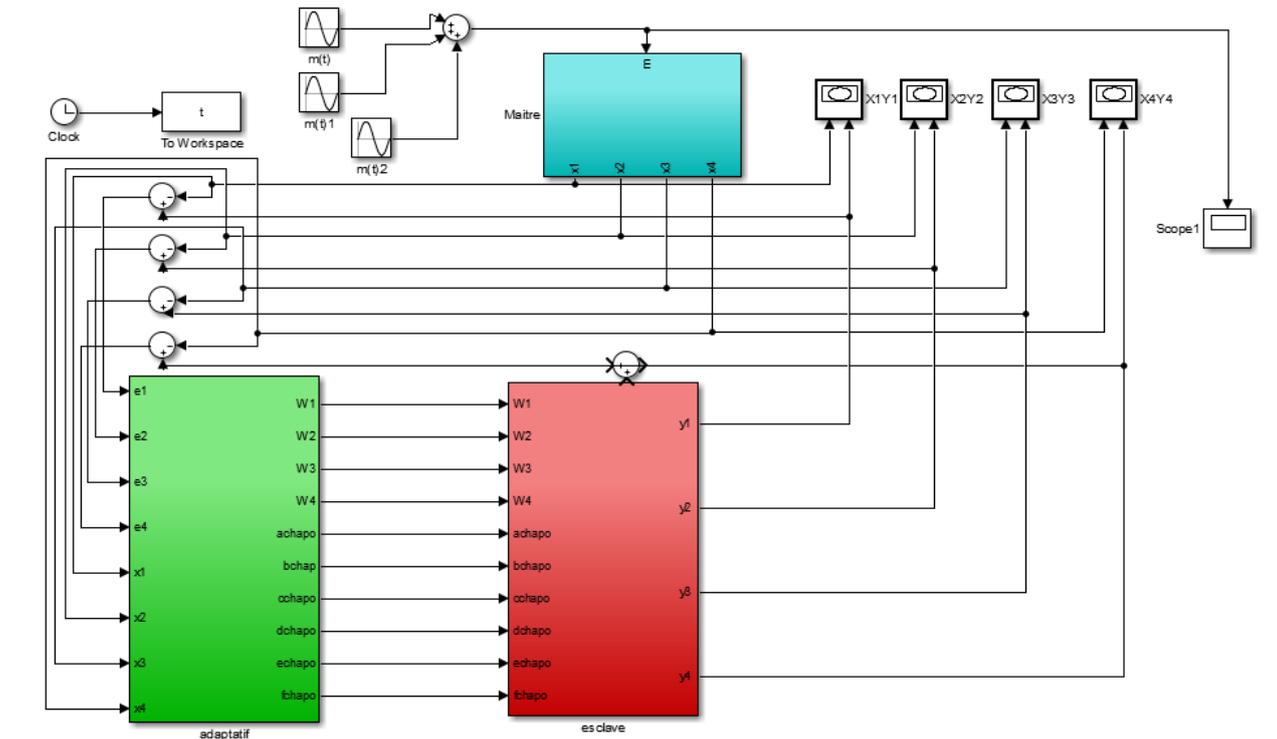


Figure 3.10. Insertion de la somme des trois signaux sinusoïdaux

Le message est représenté par la figure (3.11) ci-dessous :

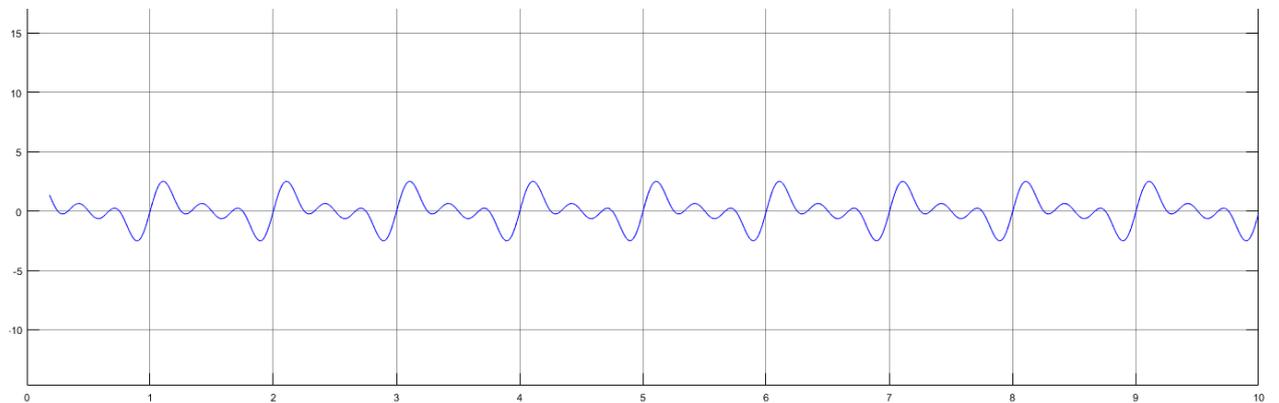


Figure 3.11. Le message émis

3.3.2.2 LA RECUPERATION DE MESSAGE :

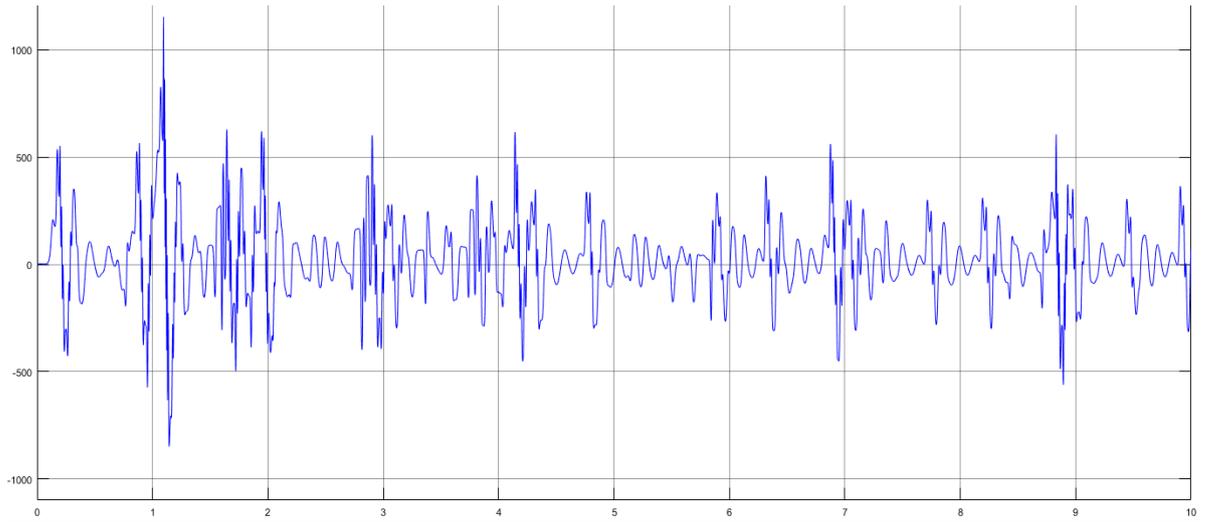


Figure 3.12. Le message après cryptage

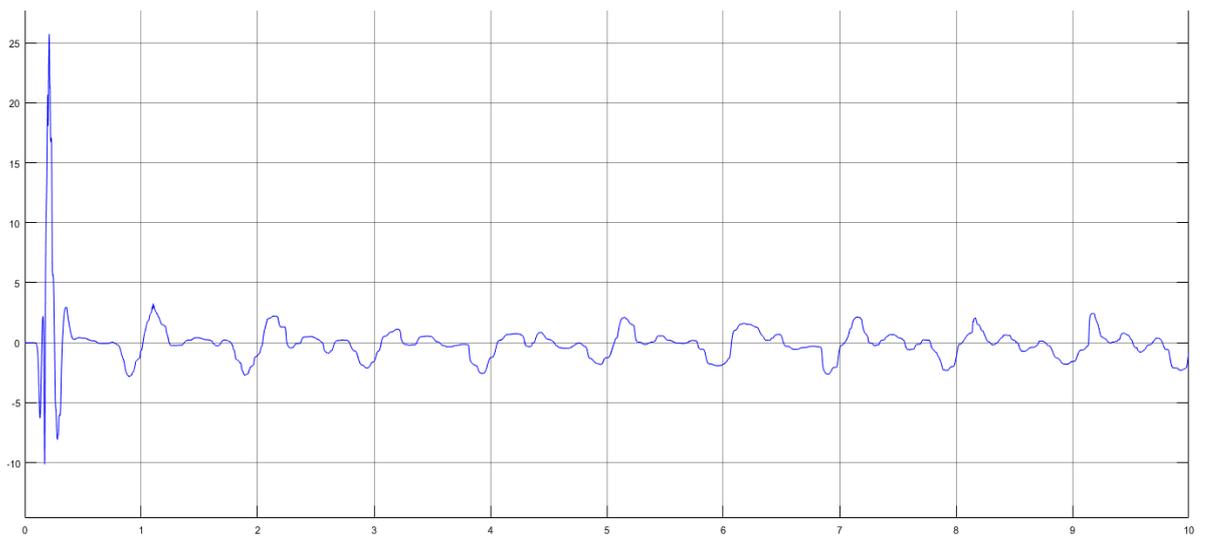


Figure 3.13. Le message après décryptage.

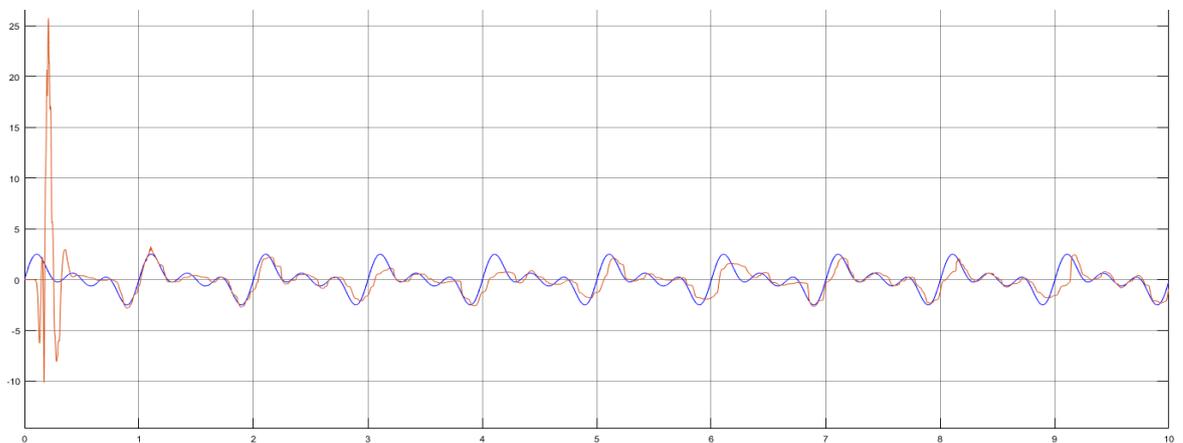
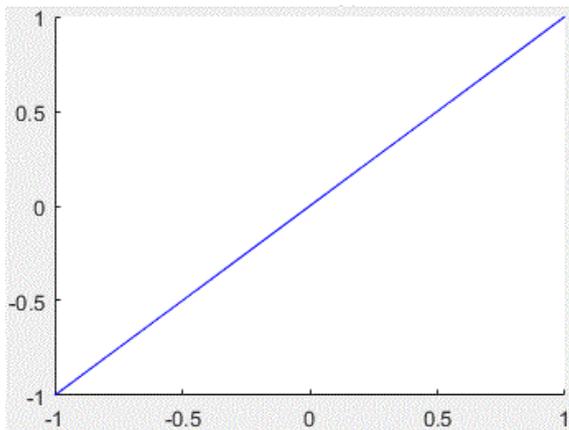
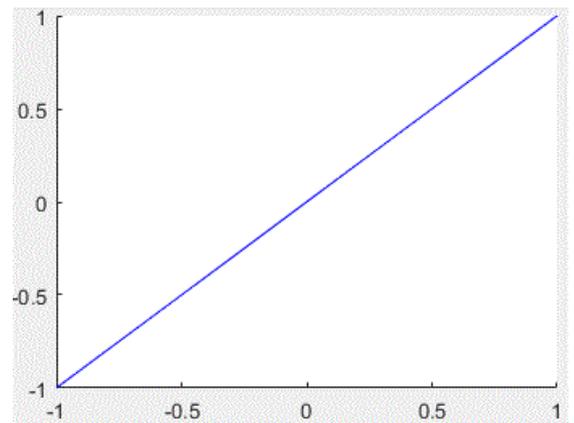


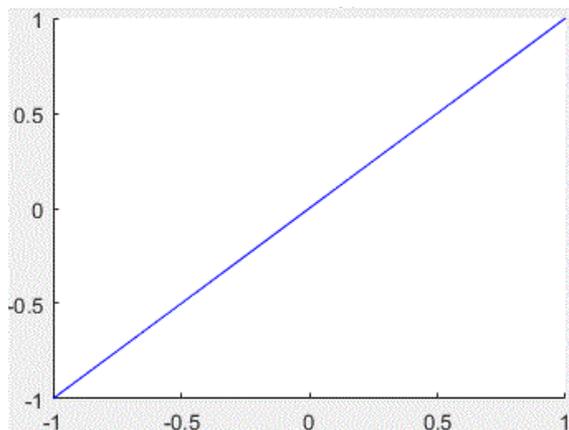
Figure 3.14. Comparaison entre le message émis et le message reçu après décryptage.



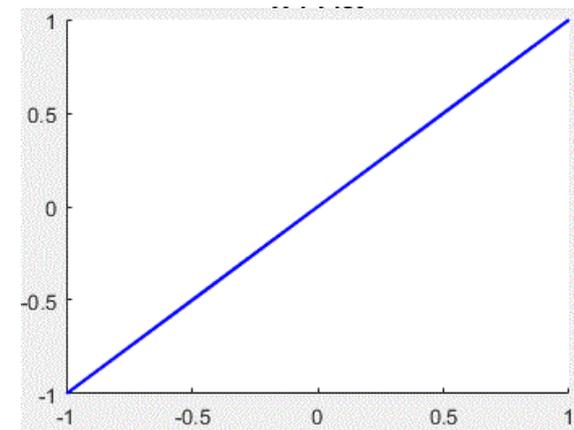
Synchronisation x_1y_1



Synchronisation x_2y_2



Synchronisation x_3y_3



Synchronisation x_4y_4

Figure 3.15. Synchronisation du système

3.3.2.3 Discussion des résultats

Comme le masquage par addition l'avantage réside dans la simplicité de réalisation et la possibilité de l'utiliser pour masquer n'importe quel type de donnée. La modulation du paramètre est moins robuste que la technique précédente et sensible au bruit de canal par contre elle est efficace à dispersion des paramètres, entre les systèmes chaotiques de l'émetteur et du récepteur au cours du temps.

3.4 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons expliqué quelques propriétés essentielles qui permettent d'effectuer la cryptographie chaotique avec différents schémas. Le cryptage par modulation de paramètres est testé. Il s'agit de définir la façon d'introduire le message dans l'émetteur et comment reconstituer les données cryptées au niveau du récepteur. Des exemples de simulations ont été présentés dans ce chapitre.

Enfin, d'après les résultats obtenus du modèle de cryptage par modulation en utilisant un message sinusoïdal ont donné une parfaite similarité entre le signal d'origine et le signal reconstitué à la réception. Toutes ces techniques ont donnée des bons résultats de simulation.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons étudié le système dynamique hyperchaotique de Qi, ainsi que la synchronisation maître-esclave de deux systèmes de Qi.

Le premier chapitre présente les notions de base sur les systèmes dynamiques Chaotiques, qui sont très utiles pour la bonne compréhension de notre travail, puis nous avons étudié le comportement du système hyperchaotique de Qi, cette étude a été mise en évidence à l'aide de simulations.

Le deuxième chapitre, a été consacré à l'étude du phénomène de la synchronisation entre deux systèmes de Qi, on s'est basée sur deux lois de contrôle.

Dans **le dernier chapitre**, nous avons expliqué les différentes méthodes de cryptage, dans notre étude c'est le cryptage par modulation paramétrique de système hyper chaotique de Qi que nous avons utilisé, des exemples de simulations ont été présentés dans ce chapitre.

La contribution de ce travail a été la synchronisation de deux systèmes hyper chaotique identiques grâce à une approche par contrôle actif. Des lois de commande sont calculées pour obtenir la synchronisation. Une première loi de commande, basée sur la linéarisation de l'erreur de synchronisation est développés. Ensuite, une seconde loi de commande est développée, elle permet l'identification des paramètres de l'émetteur grâce à une approche de commande adaptative. Nous avons montré par simulation que dans cette approche, les états de système maître et ceux de système esclave sont asymptotiquement synchronisés avec la détermination des paramètres inconnus.

Bibliographie

- [1] I. Saadi, ' Théorie de bifurcations et applications', Mémoire de Master, Université Mohamed Khider, Biskra, juin 2019.
- [2] https://www.techno-science.net/glossaire-definition/Systeme-dynamique.html#ref_1
- [3] C. Bouchelaghem, ' Nouveau schéma de communication sécurisée à base du chaos', Mémoire de Master , Centre universitaire Abd Elhafid Boussouf Mila, 2020.
- [4] O. Megherbi, ' Etude et réalisation d'un système sécurisé à base de systèmes chaotiques ', Thèse de magister, Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou, Algérie, 2013.
- [5] H. Azira et M. Khettal, ' Analyse des systèmes dynamiques chaotiques', Mémoire de Master , Université Saad Dahleb-Blida , 2016.
- [6] A. Bessam, ' Etude d'un système dynamique chaotique', Mémoire de Master, Université Mohamed Khider, Biskra, Juin 2020.
- [7] Bai, E.-W. et Lonngren, K.E. Synchronisation de deux systèmes de Lorenz utilisant le contrôle actif. Chaos, Solitons & Fractals, 1997
- [8] G. Qi, G. Chen, Y. Zhang, «Sur un nouveau système chaotique asymétrique», Chaos, Solitons and Fractals 37 (2008) 409–423.
- [9] J.M. Gonzalez-Miranda, « Synchronisation et contrôle du chaos », Imperial College Press, 2004.