

RUPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

**UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA**

Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales

**MEMOIRE DE FIN D'ETUDES**

En vue de l'obtention du Diplôme

**MASTER EN AERONAUTIQUE**

Spécialité : Structure Avion

---

**MODELISATION CINEMATIQUE D'UN BROYEUR  
VIBRATOIRE TYPE (SPEX) POUR NANOMATERIAUX**

---

Présenté par :

**TALEB Nawfel**

**BOUTIARA Abdelghani**

Encadré par :

**Dr ZIDANE DJILALI**

Blida, décembre 2014

*Tout d'abord nous tenons à remercier Dieu Clément et Miséricordieux de nous avoir donné la force et la volonté d'achever ce travail.*

*Nos remerciements les plus vifs s'adressent aussi à Mr Zidane qui nous a proposé le sujet de notre thèse et qui a bien voulu être notre promoteur.*

*Nous adressons, également nos sincères remerciements à nos familles ainsi que tous ceux qui ont contribué à notre formation de près ou de loin. Nos remerciements vont également aux membres du jury qui ont accepté d'examiner notre travail.*

*Enfin, nous présentons nos remerciements les plus distingués et nos salutations les plus chaleureuses à l'ensemble des enseignants du département d'aéronautique et des études spatiales de Blida.*

*Cette liste de remerciements n'est pas exhaustive, que tous ceux avec lesquels j'ai interagi lors de ce travail, sans toutefois les citer ci-dessus, sachent que leur contribution à la réalisation de ce mémoire a été grandement appréciée.*

## NAWFEL

Ce résultat, fruit de plusieurs années d'études, d'efforts pour lesquelles le mérite revient d'abord à ceux qui m'ont donné la vie mes chers parents (ALLAH YARHAMHOUM) aucune dédicace ne serait exprimer mon amour éternel et ma considération pour les sacrifices qu'ils ont faits pour mon instruction et pour mon bien-être.

Cet espace est très limité pour exprimer ma gratitude, et mes pensées très fortes pour eux, pour avoir été toujours présents à mes côtés, et partageants les peines et les moments de joie. Je dédie ce modeste travail à :

- Ma très chère mère qu'elle a fait plus qu'une mère puisse faire pour que ses enfants suivent le bon chemin
- Mon cousin Younes
- Mon frère Khaled
- Mes Chères Sœurs. "Ihcene et Imene ainsi qu'à son mari Badredine et leur enfant Maria
- Toute la famille Taleb

Sans oublier monsieur Hammoum Kamel qui nous a beaucoup aidé à franchir tous les obstacles qui nous ont survécu tout au long du chemin.

Tous mes amis : Hichem Nesnas, Hichem Yaïci, Farid Ben Ouali, Youcef Bouhiani et Kouider Moussaoui Mohamed ainsi que mon cher ami d'enfance Youcef Benkssiret sans oublier Tinhinan Slamani.

À l'option structure avion et toutes les options d'aéronautique (opération, exploitation, avionique, propulsion, CNS) tout(e)s les étudiant(e)s, les professeurs, les employés, et toute l'équipe d'aéronautique de Blida.

À tout qui veut et travail pour développer l'aéronautique en Algérie  
À monsieur le promoteur ZIDANE.

## **ABDELGHANI**

A mon père M'HAMED, et ma chère mère OM ELAZZE ;

A mon frère ABDELATIF, et mes sœurs MERIEM, HIND,  
SOUMIA ;

Vous vous êtes dépensés pour moi sans compter.

En reconnaissance de tous les sacrifices consentis  
par tous et chacun pour me permettre d'atteindre cette étape  
de ma vie.

Avec toute ma tendresse.

A toute la famille BOUTIARA et MANSOURI ;

A tous mes amis ISHAK, BILLEL, RAFIK, FOUAD, ABDEREZAK,  
SOFIANE, ILYES, HAFSA, IBTISSEME, ZINEB, FADHILA ;

A mes camarades les étudiants de l'option structure et tous ceux  
de l'institut de l'aéronautique et des études spatiales de l'université  
SAAD DAHLEB(Blida).

Je dédie ce travail.

## الملخص:

يشار الطحن الميكانيكي بالتأثير الميكانيكي الناتج عن التصادم بين الكرات، ومسحوق البودرة وجدار الجرة. أجريت دراسة على بعض معلمات الطحن في عملية التوليف الميكانيكية التي تؤثر على التغير في سرعة الكرة الناتجة عن تأثيرها مع الجدار (مسطحاً أو منحنياً) داخل جرة الطاحونة الميكانيكية، اقترحنا نوع جديد من المطاحن هو المطحنة الاهتزازية التي تعمل على مبدأ الإثارة الميكانيكية ذات الطاقة العالية في 3 أبعاد. لضمان كفاءة هذه المطحنة قارنا النتائج التي تحصلنا عليها مع النتائج المتحصل عليها من قبل. وقد استخدمنا في هذه الدراسة محاكي البرمجة: ماتلاب.

---

## Résumé :

Le broyage mécanique est référé à l'impact mécanique créé par la collision entre les billes, poudre et la paroi de la jarre.

Une étude a été menée sur certains paramètres de broyage dans le procédé de mécanosynthèse qui ont une influence sur la variation de la vitesse de la bille créée lors de son impact avec la paroi (plane et courbée) à l'intérieur de la jarre d'un broyeur mécanique, on a proposé un nouveau type de broyeur c'est le broyeur Vibratoire qui fonctionne selon le principe d'agitation mécanique à haute énergie en 3 dimensions .

Pour s'assurer de l'efficacité de ce broyeur on a comparé les résultats obtenus avec ceux déjà existants. En utilisant le logiciel Matlab.

**Mots clés :** Mécanosynthèse, Broyeur Vibratoire, mouvement de la jarre et de la bille, taux de collisions.

---

## Abstract :

Mechanical grinding referred to impact created by the collision between the balls and powder jar wall.

A study was conducted on some milling parameters in the mechanical alloying method which influence the variation of the speed of the ball created on impact with the wall (flat and curved) inside the jar of power mill, we proposed a new type of mill is the vibratory mill which operates on the principle of high energy mechanical agitation in three dimensions.

To ensure the effectiveness of this mill was compared the results with existing ones. Using Matlab.

**Keywords :** mechanical alloying, Vibratory mill, the jar and ball movement, collision rates

## Table des matières :

Liste des acronymes et abréviations

Table des matières

Introduction Générale .....	1
Chapitre 1 : Les Nanomatériaux	
1.1 Introduction .....	3
1.2 Quesque la nanotechnologie.....	4
1.3 Définition et classification des nanomatériaux.....	5
1.3.1 Définition .....	5
1.3.2 Classification Des Matériaux .....	6
A. Matériaux de dimension (0) .....	7
B. Matériaux de dimension (1) .....	7
C. Matériaux de dimension (2) .....	10
D. Matériaux de dimension (3) .....	10
1.4 Propriétés Des Nanomatériaux .....	10
1.4.1 Propriétés optiques .....	12
1.4.2 Propriétés de transfert thermique .....	12
1.4.3 Dureté .....	12
1.4.4 Malléabilité .....	12
1.4.5 Transparence .....	13
1.5 Les Risques Lies Aux Nanoparticules .....	13
1.6 L'application Des Nanomatériaux .....	15
1.6.1 Applications des nanomatériaux dans l'aéronautique .....	16
A. Structure de l'aéronef .....	17
B. Revêtements et les peintures .....	18
C. Moteurs et pièces de moteurs .....	18
D. Équipement intérieur et de l'ameublement .....	20
1.6.2 Autres applications aérospatiales des nanomatériaux .....	21
1.7 Les Procédés De Fabrication Des Nanomatériaux .....	21
1.7.1 Élaboration par voie physique .....	22

1.7.2	Élaboration par voie chimique	22
	A. Les réactions en Phase Vapeur	23
	B. Les réactions en phase liquide	24

## Chapitre 2 : Etude Cinématique D'un Broyeur Vibratoire

2.1	Introduction Sur La Mecanosynthese	26
2.2	Définition De La Mecanosynthese	26
2.3	Les Types De Broyeurs	27
2.3.1	Broyeur attriteur	28
2.3.2	Broyeur planétaire	28
2.3.3	Broyeur vibratoire	29
2.4	Introduction Sur L'étude Cinématique D'un Broyeur Vibratoire	30
2.4.1	Introduction	31
2.4.2	Le principe de fonctionnement du broyeur vibratoire	31
2.4.3	Spécifications d'un broyeur vibratoire	33
2.5	Etude Du Mouvement De La Jarre	34
2.5.1	Détermination de la position de chaque point de la jarre	35
2.5.2	Détermination de la vitesse de la jarre	37
2.5.3	Détermination de l'accélération de la jarre	37
2.6	Etude Du Mouvement De La Bille	39
2.6.1	Détermination de la trajectoire de la bille dans la jarre	41
A.	Dans le plan (YZ)	41
B.	Dans le plan (XY)	41
2.6.2	Détermination de la vitesse de la bille dans la jarre	42
A.	Dans le plan (YZ)	42
B.	Dans le plan (XY)	42
2.6.3	Détermination de l'accélération de la bille dans la jarre	42
A.	Dans le plan (YZ)	42
B.	Dans le plan (XY)	42

2.7 Détermination De L'énergie Cinétique De La Bille.....	43
2.8 Détermination De La Force Normale .....	44
2.9 Détermination De La Force Tangentielle .....	45
2.9.1 Détermination de la vitesse relative au point de contact.....	45
2.10 Détermination Des Moments Agissant Sur Les Billes .....	46
2.11 Détermination Du Couple De Frottement Du Roulement .....	46

### Chapitre 3 : Modélisation De La Méthode Des Eléments Discrets

3.1 Introduction a la méthode des éléments discrets .....	49
3.1.1 Détection et résolution du contact .....	51
3.1.2 Calculs des forces de contact .....	52
3.1.2.1 Modèle de la force normale.....	52
3.1.2.2 Modèle de la force tangentielle .....	54
3.2 Processus de réduction de la taille des particules de poudre.....	57
3.2.1 Hypothèses adoptées.....	57
3.2.2 Détermination de la taille des particules de poudre par.....	57
la modèle d'équilibre de population	
3.3 Application du processus broyage dans le broyeur mécanique. ....	63
3.3.1 Broyage de la poudre dans les broyeurs vibratoire et centrifuge ....	63
3.3.2 Autre modèle relatif à l'équilibre de population (PBM) .....	66
3.3.3 Tests de broyage mécanique .....	67
3.3.4 Résultats .....	68
3.3.4.1. Détermination des paramètres de fragmentation.....	68
par PBM	
3.3.4.2 La méthode DEM appliquée au broyage.....	69
dans le broyeur vibratoire	

### Chapitre 4 : Résultats et discussion

4.1 Introduction .....	71
4.2 Programme de calcul .....	72
4.3 Organigramme de calcul .....	73



4.4 Les résultats d'étude du mouvement de la jarre .....	74
4.4.1 Les trajectoires que fait la jarre durant le broyage .....	74
4.4.2 La variation de la vitesse de la jarre .....	75
4.4.3 La variation de l'accélération de la jarre .....	77
4.5 Les résultats d'étude du mouvement de la bille .....	78
4.5.1 Les trajectoires de la bille à l'intérieur de la jarre .....	78
4.5.2 La vitesse de la bille .....	80
4.5.3 L'accélération de la bille .....	81
4.6 L'énergie cinétique de la bille .....	82
4.6.1 L'énergie cinétique de la bille en fonction de sa vitesse .....	83
4.6.2 La variation de l'énergie cinétique en fonction du temps .....	84
4.7 La fréquence d'impact de la bille à l'intérieur de la jarre .....	85
4.8 Le rayon de la surface de contact (bille-paroi) .....	86
4.9 Etude comparative .....	87
4.9.1 Comparaison de la vitesse et de l'énergie cinétique de la bille en variant le paramètre de la fréquence du broyage $\omega$	87
A. la vitesse de la bille pour $\omega=80,120$ et $160$ rad/s .....	87
B. L'énergie cinétique de la bille pour $\omega=80,120$ et $160$ rad/s..	88
4.9.2 Comparaison de la vitesse de la bille en variant le rayon $R_j$ .....	89
4.9.3 Comparaison de la vitesse de la bille en variant le rayon .....	90
Conclusion .....	91
Liste des références	

## Liste des figures :

**Figure 1.1** : Exemples d'objets présents dans la nature dans une échelle de taille en nanomètres

**Figure 1.2** : Classification des nanostructures selon leur dimensionnalité

**Figure 1.3**: Nanofil de Zn

**Figure 1.4** : A gauche, un nanotube monofeuillet et sa structure moléculaire. A droite, la double hélice de l'ADN. Les dimensions sont comparables. (CNRS-ONERA)

**Figure 1.5**: Observation de tétrapodes de ZnO

**Figure 1.6** : représentation d'un modèle d'avion McDonnell-Douglas C-17 Globemaster III

**Figure 1.7** : l'intérieure d'un avion « structure interne »

**Figure 1.8** : Revêtement nano structuré

**Figure1.9** : l'application des nanomatériaux dans les Moteurs d'aéronefs

**Figure1.10** : l'utilisation de nanomatériaux dans l'intérieur d'avion

**Figure 2.1** - Distribution de la taille des particules provoquée par la tendance des petites particules à se souder et les grandes particules à se fracturer dans les conditions d'équilibre

**Figure2.2** - Schématisation des différents types de broyeur

**Figure2.3**- Broyeur attriteur : a) principe de fonctionnement, b) model 1-S

**Figure2.4** - Broyeur planétaire : a) modèle PM400.principe de fonctionnement, b) principe de fonctionnement.

**Figure2.5** - Broyeur vibratoire : a) principe de fonctionnement, b) modèle SPEX 8000

**Figure2.6** : Schéma d'un agitateur SPEX8000

**Figure2.7** : Un schéma simplifié du broyeur vibratoire type SPEX 8000

**Figure2.8** : schématisation des critères géométriques adoptées pour vérifier la survenance d'un effet: (a) sur la surface cylindrique; et (b) sur des bases flacon. Schématisation géométrique des impacts entre les sphères et les murs du flacon (a) et (b) comme un choc entre deux sphères.

**Figure 3.1** : Organigramme de la DEM. Avec Cr.1 : critère de mise à jour de la liste de voisinage et Cr.2 :  $t > T_{max}$ .

**Figure 3.2** : Représentation schématique du modèle de Cundall pour le contact entre deux grains ( $k_n$  et  $k_t$  sont les raideurs normale et tangentielle respectivement et  $c_n$  et  $c_t$  sont les capacités normale et tangentielle respectivement).

**Figure 3.3** : Représentation schématique du modèle élasto-plastique linéaire de Walton et Braun pour le comportement des forces normales de deux particules en contact.

**Figure 3.4** : Modèle de glissement pour la composante tangentielle de la force de contact entre particules.

**Figure 3.5** Schéma d'un broyeur centrifuge (à gauche), et des instantanés de simulations de DEM pour des billes en acier inoxydable de 15 mm à deux rapports de  $G / D$  et  $j = 0,5$ .

**Figure 3.6** Variation de la puissance électrique en fonction du taux de remplissage des billes.

**Figure 3.7** Distributions de la taille du produit en poudre pour différents temps de broyage avec  $j = 0,5$ ,  $U = 0,3$ , et  $d = 15$  mm.

**Figure 3.8.** Variation de la taille moyenne en fonction du temps de broyage et les conditions de broyage. Tous les essais ont été réalisés avec des billes d'alumine de 15 mm, à l'exception d'un test dans lequel des billes de 10 mm ont été utilisées ; les résultats de cet essai sont indiqués par ★.

**Figure 3.9** : Relation entre le paramètre de fragmentation  $A$ , et l'énergie d'impact spécifique calculée par la méthode DEM. Tous les essais ont été réalisés avec des billes en alumine de 15 mm de diamètre, à l'exception d'un essai de broyage dans lequel des billes de 10 mm de diamètre ont été utilisées ; les résultats de cet essai sont indiqués par ★.

**Figure 4.2** : Les trajectoires que fait la jarre au 3 plans : A) (XZ), B) (XY), C) (YZ)

**Figure 4.3** : Les formes de vitesse que fait la jarre durant son déplacement au 3 plans : A) (XZ), B) (XY), C) (YZ)

**Figure 4.4** : Les formes d'accélération que fait la jarre durant son déplacement au 3 plans : A) (XZ), B) (XY), C) (YZ)

**Figure 4.5** : la trajectoire que fait la bille suivant le plan (YZ)

**Figure 4.6** : la trajectoire que fait suivant le plan (XY)

**Figure 4.7** : La variation de la vitesse de la bille

**Figure 4.8** : La vitesse de la bille en fonction du taux de collision

**Figure 4.9** : Distribution statistique du module de vitesse d'impacte

**Figure 4.10** : La variation de l'accélération de la bille

**Figure 4.11** : L'énergie cinétique de la bille en fonction de sa vitesse

**Figure 4.12** : L'énergie cinétique d'impact de la bille en fonction du temps de broyage

**Figure 4.13** : L'évolution temporelle de la fréquence de l'impact de la bille

**Figure 4.14** : rayon du contact de la bille avec la paroi interne de la jarre

**Figure 4.15** : variation de la vitesse de la bille en fonction de la vitesse angulaire  $\omega$

**Figure 4.17** : variation de la vitesse de la bille en fonction du rayon de la jarre

**Figure 4.16** : variation de l'énergie cinétique de la bille en fonction de la vitesse angulaire  $\omega$

**Figure 4.18** : variation de la vitesse de la bille en fonction du rayon



## **La liste des tableaux :**

**Tableau 1.1 :** Evolution du pourcentage d'atomes situés en surface en fraction du nombre d'atomes constituant la nanoparticule

**Tableau 2.1 :** Comparaison entre les grandeurs caractéristiques des différents broyeurs

**Tableau 3.1 :** Fonctions de fragmentations utilisées pour le processus de broyage.

**Tableau 3.2 :** Paramètres utilisés dans le calcul par la méthode DEM

**Tableau 3.3 :** Conditions de broyage de la poudre par le broyeur vibratoire et les résultats obtenus

### Listes des acronymes et abréviations :

- $\theta$  : L'angle de rotation dans le repère absolue
- $\theta_0$  : L'amplitude du mouvement angulaire
- $\omega$  : La fréquence du broyage
- $\phi$  : L'angle de déphasage qui dépend de conditions initiales
- $\alpha$  : L'angle de rotation dans le repère relatif
- $\alpha_0$  : L'amplitude du mouvement angulaire dans le repère relatif
- $\mathfrak{R}_{\theta,Y}$  : Matrice de rotation dans le repère absolue
- $\mathfrak{R}_{\alpha,Z}$  : Matrice de rotation dans le repère relatif
- $\vec{T}$  : Vecteur de translation
- $\mathfrak{RT}^{0 \rightarrow 0}$  : La matrice de la roto-translation
- $X_j, Y_j, Z_j$  : Les expressions du déplacement de la jarre suivant les axes X,Y,Z
- $V_j$  : L'expression la vitesse de la jarre
- $V_{Xj}, V_{Yj}, V_{Zj}$  : Les expressions de la vitesse de la jarre suivant les axes X,Y,Z
- $A_j$  : L'expression de l'accélération de la jarre
- $A_{Xj}, A_{Yj}, A_{Zj}$  : Les expressions de l'accélération de la jarre suivant les axes X,Y,Z
- $R_j$  : Le Rayon de la jarre
- $R_b$  : Le Rayon de la bille
- $|\lambda_{\square}|$  : Le vecteur position radiale de la sphère dans le repère relatif
- $L_v$  : La longueur de la jarre
- $L$  : La longueur de la tige
- $X_b, Y_b, Z_b$  : Les expressions de la position de la bille
- $\omega_{xy}$  : La vitesse angulaire au repère (XY)
- $\omega_{yz}$  : La vitesse angulaire au repère (YZ)
- $V_{Xb}, V_{Yb}, V_{Zb}$  : Les expressions de la vitesse de la bille au repères x,y,z

## Liste des Acronymes et Abréviations

---

- $V_{b1}$  : La vitesse de la bille au repère (yoz)
- $V_{b2}$  : La vitesse angulaire au repère (xoy)
- $A_{Xb}, A_{Yb}, A_{Zb}$  : Les expressions de l'accélération de la bille au repères x,y,z
- $A_{b1}$  : L'accélération de la bille au repère (yoz)
- $A_{b2}$  : L'accélération de la bille au repère (xoy)
- $E_C$  : L'énergie cinétique de la bille
- $m$  : La masse de la bille
- $V$  : La vitesse de la bille
- $I$  : Le Moment d'inertie de la bille
- $\vec{F}_{ij}^N$  : L'expression de la force normale
- $\gamma$  : Le module de Young
- $\nu$  : Coefficient de poisson
- $A$  : Constante de la dissipation visqueuse
- $R_{eff}$  : Le rayon équivalent
- $\varepsilon_{ij}$  : Le champ des déformations
- $\vec{F}_{ij}^T$  : L'expression de la force tangentielle
- $m_{eff}$  : La masse effective
- $\gamma_T$  : Le coefficient d'amortissement dans le sens tangentiel
- $\mu$  : Le coefficient de frottement statique de Coulomb
- $\vec{t}$  : Le vecteur tangent unitaire
- $v_{ij}^{rel}$  : La vitesse relative de la sphère au point de contact
- $\vec{\Omega}_i, \vec{\Omega}_j$  : Les vitesses angulaires de rotation des sphères
- $\vec{\tau}_i$  : Le couple de frottement du roulement
- $\mu_{rol}$  : Le coefficient du frottement de roulement



## Liste des Acronymes et Abréviations

---

$\vec{r}_i$ :	Le déplacement de la bille
$\vec{F}_i$ :	La force totale agissant sur la bille
$\vec{g}$ :	La gravité
$\varepsilon$ Et $\phi$ :	Des paramètres auxiliaires sans dimension
$E_i$ :	L'énergie d'impact
$\psi(X)$ :	Variable décrivant la population est la fraction de masse de particules
$B(X, t)$ :	Le terme de taux de natalité de la classe granulométrique $X$
$D(X, t)$ :	Le terme de taux de mortalité
$F$ :	La force normale de contact
$K$ :	La raideur normale de contact
$\alpha_{ij}$ :	La distance de chevauchement
$K_1$ :	La rigidité normale pour le chargement ;
$K_2$ :	La rigidité normale pour le déchargement
$k_n$ :	Raideur normale
$k_t$ :	Raideur tangentielle
$c_n$ :	Capacité normale
$c_t$ :	Capacité tangentielle
$\alpha^0$ :	Le chevauchement résiduel
$\mu$ :	Le coefficient de frottement entre particules
$\gamma$ :	Un paramètre fixe
$K_t^0$ :	La rigidité tangentielle initiale
$\Delta s^{\parallel}$ :	Déplacement tangentiel parallèle à la force de frottement
$\Delta s^{\perp}$ :	Déplacement tangentiel perpendiculaire à la force de frottement
$t_{ij}^{\parallel}$ :	Vecteur unitaire dans le plan tangent qui est, parallèle à la force tangentielle
$t_{ij}^{\perp}$ :	Vecteur unitaire dans le plan tangent qui est perpendiculaire à la force tangentielle.

## Liste des Acronymes et Abréviations

---

$d_{ij}$  : Est la distance qui sépare les centres de gravité des deux particules.

$M_{ij}$  : Le moment appliqué à la particule  $i$  par rapport à son centre de gravité en contact avec la particule  $j$

$N_i$  : Est l'ensemble de toutes les particules en contact avec la particule  $i$ ,

$F_{i,\omega}$  et  $M_{i,\omega}$  : Sont la force résultante et le moment résultant exercés par le mélangeur sur la particule  $i$  si elle est en contact avec la paroi.

$\dot{p}^h(\chi, t)$  : La probabilité d'impact

$p^b(\chi, t)$  : La probabilité de la fragmentation

$\psi(\chi, t)$  : La masse totale de la poudre de taille  $\chi$  dans le broyeur

$V_{imp}$  : Volume d'impact de la poudre ;

$V_{avail}$  : Volume de poudre continue dans la jarre.

$\rho_b$  : Masse volumique de la bille ;

$R_b$  : Rayon de la bille ;

$n_b$  : Nombre de billes ;

$C_R$  : Rapport masse billes sur masse poudre;

$\rho_p$  : Masse volumique de la poudre ;

$D_v$  : Diamètre de la jarre ;

$L_v$  : Longueur de la jarre.

$r_h$  : Le rayon Hertzien

$V_{imp}$  : vitesse d'impact de la bille ;

$\gamma$  : Module d'Young de la bille.

$p^b(\chi, t)$  : La probabilité de fragmentation de la poudre ;

$\chi$  : La taille initiale des particules de poudre;

## Liste des Acronymes et Abréviations

---

$W_{imp}$  : L'énergie spécifique fournie à la masse de poudre lors d'un impact ;

$h(t)$  : Le nombre d'impacts à l'instant  $t$  ;

$f_{mat}$  : Paramètre dépendant du matériau définit la résistance des particules de poudre à la fragmentation lors du broyage

$W_{min}$  : Paramètre dépendant du matériau représentant le seuil énergétique

G : Diamètre de giration

D : Diamètre de l'enceinte de broyage

r : Le rayon de la jarre ;

R : Le rayon du plateau

$m_i$  , Est la masse de la matière dans la classe de taille  $i$  ;

$S_i$  , Le taux de fragmentation ;

$b_{ij}$  , La distribution de taille  $i$

$x_j$  : La taille des particules ;

$x_0$  : La taille de la particule initiale (normalement 1 mm) ;

A : Le taux spécifique de fragmentation à  $x_0$  ;

$\alpha$  : La pente de la courbe.

$B_{ij}$  : La distribution cumulative de la fragmentation

$\Phi, \gamma$  et  $\beta$  : Sont des constantes.

$j$  : Taux de remplissage des billes

U : Taux de remplissage de la poudre occupant le vide entre les billes

# **Chapitre 1 :**

# **Nanomatériaux**

Le développement des nanotechnologies recèle un potentiel considérable d'avancées des connaissances et de transformations positives dans notre vie quotidienne, nouveaux outils de diagnostic médical, médicaments mieux ciblés, notamment pour combattre les tumeurs cancéreuses ou d'autres maladies graves telles le Sida.

Saut technologique porteur de percées nouvelles dans les technologies de l'information et de la communication, matériaux à la fois plus solides, plus résistants et mieux formables ou déformables, ouverture à des progrès substantiels dans le domaine des économies d'énergie et des énergies nouvelles qui conditionneront notre futur, etc., sont quelques exemples des bienfaits qu'elles peuvent apporter.

D'ores et déjà, des produits issus des nanotechnologies commencent à peupler notre présent : textiles antitaches ou à imperméabilité renforcée, crèmes solaires particulièrement protectrices, huiles anti-cholestérols, vitres hydrophobes autonettoyantes, etc., la liste, déjà conséquente, de leurs premières applications ne cesse de s'allonger.

Technologies transversales, irriguant de multiples secteurs d'activités, révélant et libérant des capacités que la matière ne dévoile pas à un niveau supérieur d'agrégation, les nanotechnologies recèlent un potentiel de développement économique et de création d'emplois incontournable pour le devenir de notre pays et celui de l'humanité toute entière.

Ce mémoire est structuré en quatre chapitres :

Le premier chapitre traite des généralités, il est constitué de quelques rappels importants sur les nanostructures et présente les différents procédés de fabrication des nanomatériaux, on présente aussi plusieurs domaines d'applications des nanomatériaux, en se basant sur l'industrie aéronautique.

Le deuxième chapitre quant à lui, traite la mécano-synthèse d'une part et l'étude d'un broyeur vibratoire d'une autre part. Une grande place est donnée dans ce chapitre à la méthode de simulation du broyeur vibratoire « type spex ».

Au chapitre trois définir la méthode des éléments discrets et autres méthodes mathématiques pouvant simuler la taille des particules de poudre l'ors de la procédure de mécano-synthèse (Ramkrishna).

Dans le chapitre quatre y'aura l'interprétation des résultats et la discussion ainsi quelques tracés de courbes

Une partie conclusion, ou on donnera nos impression sur ce nouveau système de broyage.

## 1.1 INTRODUCTION

La nanotechnologie est un jeu de construction à l'échelle atomique. Ce domaine de recherche commence à peine à être exploré, mais il pourrait bien s'imposer comme le développement technologique le plus important du 21<sup>e</sup> siècle : avec elle, on quitte le monde mécanique de Newton et on rentre dans le monde quantique d'Einstein.

Le terme «nanotechnologie» regroupe un ensemble de théories et de techniques révolutionnaires qui visent à manipuler, étudier ou à fabriquer des objets de taille comparable à celle des atomes et des molécules, c'est-à-dire de l'ordre du milliardième de millimètre ou autrement nanomètre ( $10^{-9}$  m).

La conquête de l'infiniment petit a profité aux nanotechnologies les chercheurs peuvent maintenant concevoir des micromoteurs, des micros capteurs, des micros pompes, etc. L'essor des nanotechnologies, apparemment inéluctable dans le processus d'évolution, devait nous apporter énormément dans des domaines très vastes, il est également fort probable que ces technologies deviennent destructrices si nous ne les maîtrisons pas entièrement.

Ainsi les lois physiques paraissant insurmontables aujourd'hui, pourraient être dépassées. Les produits créés pourraient être moins coûteux, plus solides, plus efficaces grâce à la manipulation moléculaire. En ce qui concerne le revers de la médaille, en effet de telles technologies capables de se reproduire ou du moins de se répliquer par elles-mêmes pourraient être tout simplement cataclysmique puisque, par exemple, des bactéries créées dans un quelconque intérêt commun pourraient se répliquer à l'infini et causer des ravages sur la flore mais aussi sur la faune et même sur l'humanité pour le cas le plus pessimiste.

En plus de cela les nanotechnologies représentent de nos jours, à cause des diverses applications que l'on en fait, un risque pour les individus sur le plan éthique. Aussi, les questions autour de ce phénomène sont nombreuses :

- Comment observer, manipuler et construire des nano-objets ?
- En quoi les nanotechnologies amélioreront notre quotidien ?

Autant de questions qui trouveront des réponses à travers ce chapitre initiatique au monde de l'infiniment petit.

### 1.2 DEFINITION DE LA NANOTECHNOLOGIE

La nanotechnologie est l'avancée de la science. A présent nous pouvons créer des robots à la taille atomique. C'est à dire  $10^{-9}$  mètre.

La nanotechnologie, n'est autre que la science du futur. Bien sûr il y en aura d'autres, on peut penser à la fusion dans le nucléaire, mais toutes les sciences de la future restent encore impossibles.

Il ne faut pas oublier que la fusion est à l'heure d'aujourd'hui impossible, et même certains scientifiques disent qu'elle ne se fera jamais réellement. On peut alors retrouver cette science du futur un peu partout. En effet la nanotechnologie est présente dans différents secteurs, comme par exemple, l'informatique, la médecine, l'électronique, la mécanique, la biologie, la chimie et l'optique. Nous nous intéresserons plus particulièrement à la nanotechnologie dans le secteur aéronautique

Tout d'abord, cela permet de faire des pièces bien plus petites que les autres et bien plus performantes. Car grâce à leur taille elles pourront donc être intégrées plus facilement dans des systèmes.

De plus nous pouvons nous en servir dans les composants d'un ordinateur, n'oublions pas que ces pièces ont des couts réduits en matériaux, de par leurs taille réduite

Pour finir, elle peut servir dans de nombreux domaines que nous ne voyons pas à l'œil nu, mais dans le futur, elle sera certainement utilisée au quotidien.

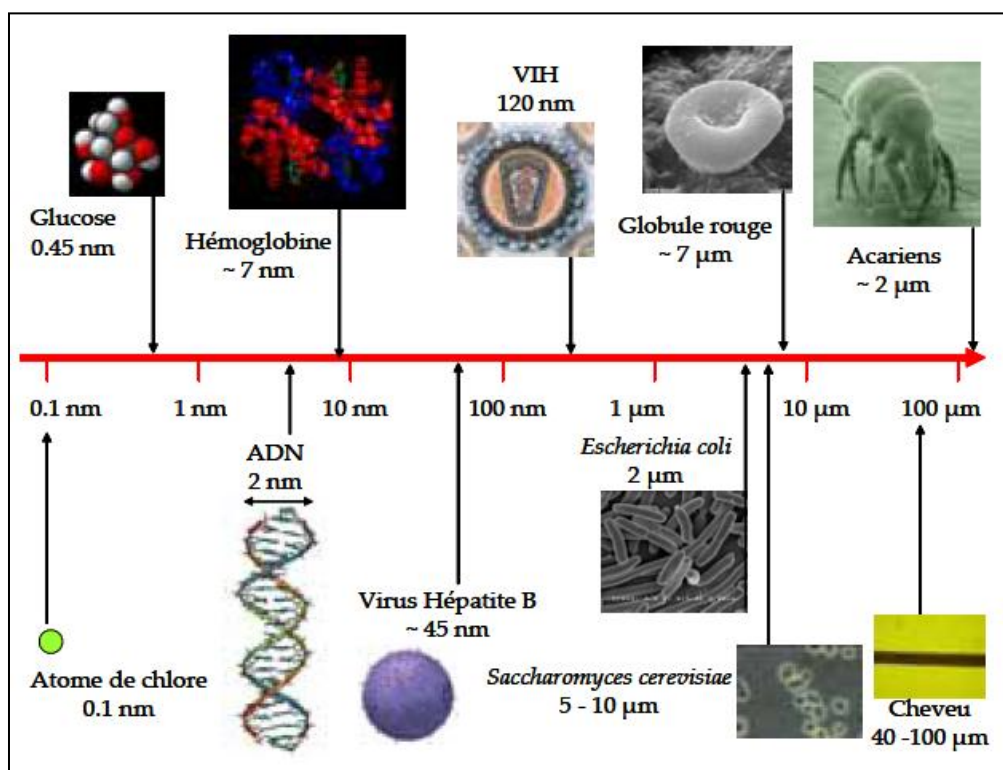


## 1.3 DEFINITION ET CLASSIFICATION DES NANOMATERIEUX

### 1.3.1 Définition :

Un nanomatériau est un matériau pour lequel au moins l'une des phases qui le compose a des dimensions inférieures à 100 nanomètres [1]

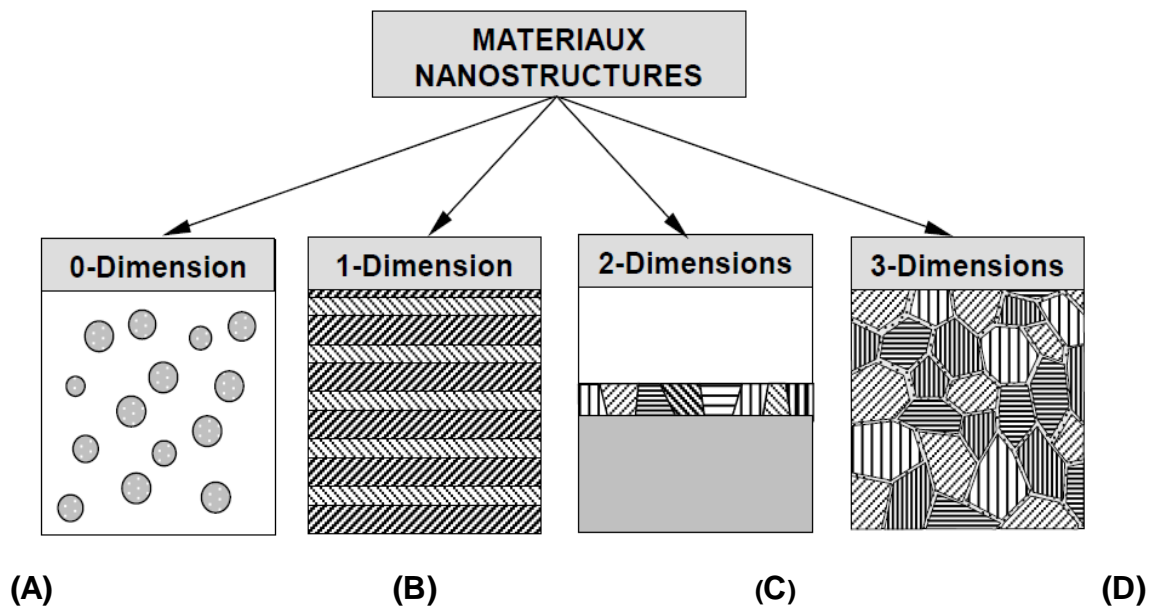
Un nanomètre (nm) est la milliardième partie d'un mètre. Il existe des nanomatériaux élaborés ou fabriqués par l'homme et d'autres existants dans la nature. La figure (1.1) montre divers objets présents dans la nature, placés par rapport à une échelle nanométrique. Cette échelle va depuis le dixième du nanomètre, typique des atomes de taille moyenne comme le chlore ou des petites molécules comme l'eau, jusqu'aux centaines de micromètres ( $1 \mu\text{m} = 10^3 \text{ nm}$ ), caractéristiques des petits insectes comme les acariens. Plusieurs molécules sont positionnées sur cette échelle : l'ADN (2 nm de diamètre). Au-dessus de cette gamme de taille, nous pouvons trouver les virus, tels que les virus de l'hépatite B (VHB), représentés sur la figure (1.1). Au-delà, dans le domaine des micromètres, on retrouve des bactéries, comme *Escherichia coli*. [2]



**Figure 1.1 :** Exemples d'objets présents dans la nature dans une échelle de taille en nanomètres

## 1.3.2 Classification des nanomatériaux :

Nous pouvons distinguer quatre familles de nanomatériaux, en fonction de leurs formes d'utilisation les matériaux de dimension 0 : sous forme dispersée, aléatoire ou organisée, les matériaux de dimension 1 : sous forme de nanofils ou de nanotubes, les matériaux de dimension 2 : sous forme de couche mince, et enfin les matériaux de dimension 3 : sous forme compacte comme dans les céramiques et les métaux nanostructurés. [1]



**Figure 1.2 :** Classification des nanostructures selon leur dimensionnalité

- (A) nanoparticules ou mass d'atomes.
- (B) multicouches constituées de couche d'épaisseur nanométrique.
- (C) couches simples nanostructurées.
- (D) matériaux nanocristallins ou nanostructurés à 3D

### A. matériaux de dimension 0 :

On désigne par nanocapsules les nanostructures creuses, dans lesquelles on peut introduire des substances comme des catalyseurs, nanoparticules ou cellules biologiques. Ces structures peuvent donc permettre le transport de médicaments par exemple. Ces nanocapsules ont une solubilité élevée et une résistance potentielle aux enzymes gastriques pour les applications médicales. [3]

On désigne par fullerènes les formes de carbone pur dont la structure est constituée de pentagones et d'hexagones. La forme la plus courante des molécules de fullerène est constituée de 60 atomes de carbones et a un diamètre d'environ un nanomètre.

Ces nanostructures sont antioxydante, ont une bonne résistance physique et possèdent des propriétés de supraconductivité à des températures très basses (absence de résistance électrique).

### B. matériaux de dimension 1 :

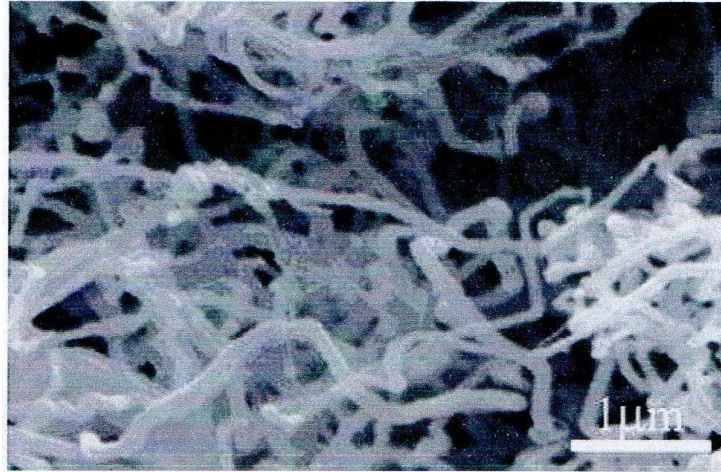
Dans le domaine des nanomatériaux à une dimension, il convient de considérer les nanofils, les nanotubes et les tétrapodes

- Nanofils :

Le terme de nanofil est généralement utilisé pour les nano-objets longilignes dont les dimensions vont d'un nanomètre à quelques dizaines de nanomètres pour la section et de 500 à 10.000 nanomètres pour la longueur.

Les nanofils peuvent être utilisés pour la transmission de signaux électriques, optiques et même chimiques.

Ils peuvent également être envisagés comme fibres de renforts de textiles à haute limite élastique (blindage antichocs).



**Figure 1.3 :** Nanofil de Zn

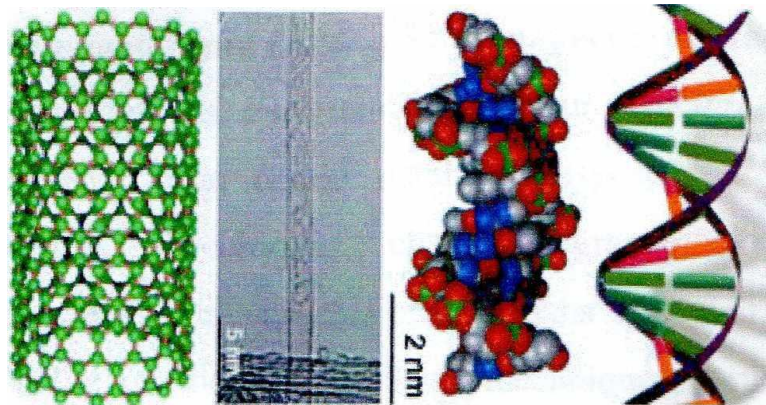
- Les nanotubes de carbone :

Les nanotubes de carbone sont constitués d'un ou de plusieurs tubes concentriques. Ils sont formés d'atomes de carbone disposés en réseau hexagonal ainsi que de deux demi-molécules de fullerène à chaque extrémité.

Les nanotubes peuvent avoir une longueur de plus de 5 μm pour un diamètre de 0,7 à 1,5 nm (nanotube simple) ou de 2 à 50 nm (nanotubes multiples). Il est possible actuellement de fabriquer des nanotubes dont la longueur n'est pratiquement plus limitée. [4]

Il n'a pas fallu longtemps aux nanotubes pour devenir mondialement célèbres. C'est en effet tout récemment, en 1991, que le Japonais Sumio Iijima, chercheur dans la société Nec a synthétisé ces longs cylindres carbonés baptisés depuis nanotubes.

En observant des suies produites par un arc électrique entre deux électrodes de carbone, il a observé des tubes aux dimensions surprenantes : plusieurs micromètres de longueur, pour seulement quelques milliardièmes de mètre (nanomètre) de diamètre, soit environ le diamètre de la molécule d'ADN présente dans nos cellules.

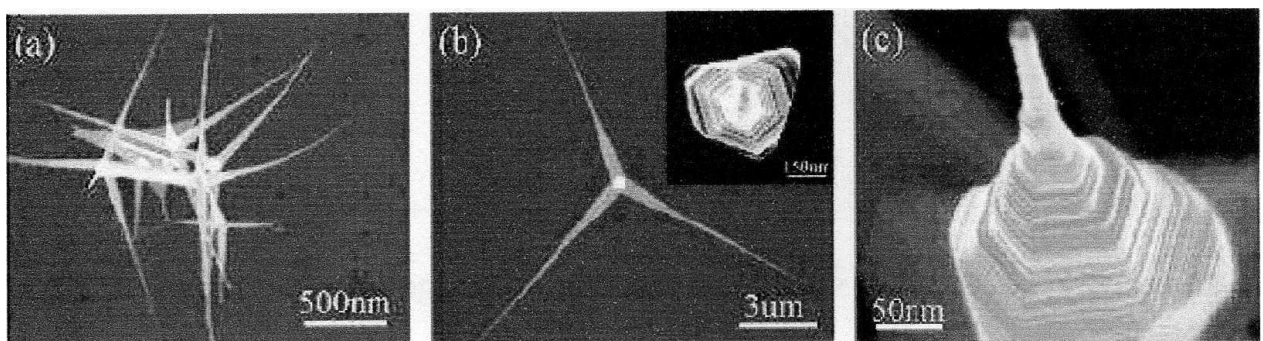


**Figure 1.4 :** A gauche, un nanotube monofeuillet et sa structure moléculaire. A droite, la double hélice de l'ADN. Les dimensions sont comparables. (CNRS-ONERA)

- Les Tétrapodes :

Les tétrapodes de ZnO sont susceptibles d'avoir des propriétés physiques particulières, notamment optiques. Les nanostructures en ZnO ont des propriétés de semi-conduction.

Elles pourraient avoir des applications telles que l'augmentation de la résistance de composites en polymères ou l'absorption de micro-ondes par exemple. Les jambes des nanotétrapodes de ZnO ont une longueur généralement inférieure à 20  $\mu\text{m}$ . [4]



**Figure 1.5 :** Observation de tétrapodes de ZnO



### **C. matériaux de dimension 2 : matériaux pour revêtements de surface**

Les revêtements réalisés à partir de nanomatériaux constituent une voie de recherche très importante. Un revêtement peut être réalisé à partir de nano-couches élémentaires ou de multi-nanocouches pour doter la surface de propriétés mécaniques (dureté), thermiques (résistance à la chaleur, isolation), chimiques (résistance à la corrosion), biologiques, électroniques, magnétiques ou optiques. Ces revêtements sont fabriqués par dépôt physique ou chimique.

Pour les besoins dans le domaine de l'électronique et des circuits intégrés ou encore dans le domaine des surfaces pour applications tribologiques, des multicouches peuvent être élaborées afin d'améliorer certaines propriétés physico-chimiques. [4]

### **D. matériaux de dimension 3 :**

Les matériaux nanocomposites disposent de propriétés physiques particulières de par leur structure intrinsèque (porosité, présence d'un réseau nanocristallin, microstructure), et ont une grande surface d'échange de par leurs formes complexes. Les nanoparticules sont produites dans une matrice, ce qui permet de changer des propriétés mécaniques, thermiques, magnétiques ou optiques. [3]

On distingue les composites à matrice organique, ceux à matrice polymère, à matrice métallique, ou encore à matrice céramique pour les hautes températures. Mais les propriétés sont aussi en fonction des renforts de différentes géométries contenus dans ces matrices. [3]

### **1.4 PROPRIETES DES NANOMATERIAUX :**







L'étude et l'utilisation de matériaux nanostructures connaissent un essor considérable en raison de leurs propriétés particulières par rapport aux matériaux massifs. Toutes les grandes familles de matériaux sont concernées : métaux, céramiques, diélectriques, oxydes magnétiques, charpentes silicatées, carbones, polymères, etc.

Du fait de leur taille, les nanomatériaux présentent des caractéristiques différentes de l'échelle macroscopique. La diminution du diamètre des particules conduit à une augmentation de la proportion d'atomes présents en surface (5 % des atomes d'une particule de 30 nm sont en surface, contre 20 % pour une particule de 10 nm et 50 % pour une particule de 3 nm). [4]

Une masse donnée de nanomatériaux sous forme de nanoparticules sera donc plus réactive que la même masse constituée de particules de plus grande dimension. Les matériaux nanocristallins sont constitués de polycristaux qui peuvent être monophasés ou polyphasés, ayant la dimension de cristallites dans le domaine [1 - 100] nm ou même dans une seule dimension. [6,7]

Ces matériaux contiennent une fraction importante des atomes situés aux limites des grains, fraction qui peut leur donner des propriétés intéressantes qui ne se retrouvent pas dans l'équivalent massif. [5]

Les matériaux nanocristallins ont des propriétés supérieures aux matériaux ayant des tailles de grain plus grande, parmi ces propriétés amplifiées par la présence des interfaces et du large rapport surface/volume, on peut citer : la dureté supérieure, diffusivité amplifiée, ductilité supérieure, densité réduite, module élastique réduit, résistivité électrique supérieure, chaleur spécifique plus grande, coefficient de dilatation thermique supérieur, conductivité thermique plus petite et propriétés magnétiques douces meilleures. [6]

		Nombre total d'atomes	Atomes en surfaces (%)
Un motif		13	92
Deux motifs		55	76
Trois motifs		147	63
Quatre motifs		309	52
Cinq motifs		561	45
Sept motifs		1415	35

**Tableau 1.1** : Evolution du pourcentage d'atomes situés en surface en fraction du nombre d'atomes constituant la nanoparticule

### 1.4.1 Propriétés optiques :

Les nanoparticules ont des dimensions inférieures aux longueurs d'onde de la lumière visible (380- 780 nm), ce qui permet d'améliorer les propriétés optiques du matériau.

### 1.4.2 Propriétés de transfert thermique :

L'ajout de nanoparticules peut permettre d'améliorer certaines propriétés avec de faibles fractions volumiques.

En effet, l'ajout de nanoparticules de fer ou de cuivre peut modifier la conductivité thermique de fluides caloporteurs. Un ajout de 0,2 % en fraction volumique de nanoparticules de fer se traduit par une augmentation de plus de 10 % de la conductivité thermique.

### 1.4.3 Dureté :

La dureté d'un matériau correspond à sa capacité à résister à la pression. Plus un métal est constitué de grains fins, plus il est dur. Ainsi, le cuivre nanophase est deux fois plus dur que le cuivre normal.

Au sein d'un métal classique, il existe des dislocations, qui sont des défauts de la structure unissant les agrégats. Lorsqu'on exerce une contrainte sur le métal, on provoque un déplacement des dislocations et le métal se déforme. Or, dans un métal nanophase, les agrégats sont trop petits pour contenir des dislocations. En l'absence de ces défauts, la résistance à la déformation devient donc beaucoup plus importante : le nanomatériau est plus dur qu'un métal normal.

### 1.4.4 Malléabilité :

La malléabilité d'un matériau représente sa capacité à se déformer sans se casser. Il s'avère que les céramiques nanophases sont beaucoup plus malléables que les céramiques classiques, à qui l'on reproche souvent d'être très cassantes. En effet, lorsqu'une fracture se forme dans un bloc solide de céramique, les atomes proches se déplacent et se réarrangent pour la combler.

Plus les agrégats sont fins, plus le mécanisme de réparation s'opère facilement et rapidement : les grains glissent les uns sur les autres et les atomes ont peu de distance à parcourir. Ainsi, la taille des agrégats constitutifs confère aux nanocéramiques une grande malléabilité.



### 1.4.5 Transparence :

Quand un matériau classique est opaque, le nanomatériau équivalent peut être transparent. En effet, les grains d'un matériau nanophase sont souvent trop petits pour disperser la lumière visible dont la longueur d'onde est supérieure à 380 nanomètres. Si sa structure ne comporte pas de lacunes trop grandes, le nanomatériau n'arrête donc pas la lumière.

### 1.5 LES RISQUES LIÉS AUX NANOPARTICULES :

Les hommes vivent en permanence et depuis toujours dans une atmosphère chargée de nanoparticules : nanoparticules d'origine naturelle (poussières de sable, de sel marin, d'origine végétal, émises lors d'incendies ou d'éruption volcaniques) ou nanoparticules liées à des activités humaines (feux de bois, condensation de gaz d'échappement des véhicules à moteur, chauffage urbain, etc.).

Ainsi, que soit en milieu rural ou en milieu urbain, chaque litre d'air que nous inspirons contient plusieurs millions de nanoparticules, parfois beaucoup plus, en milieu urbain fortement pollué par exemple.

On connaît depuis longtemps les maladies pulmonaires plus ou moins graves provoquées par l'inhalation de poussières de taille micrométrique (entre 1 et 100  $\mu\text{m}$ ), notamment en milieu professionnel : pneumoconioses, cancers broncho-pulmonaires ou de la plèvre, pour ne citer que les principales.

Certaines poussières ont ainsi une toxicité bien démontrée : poussières de fer, de béryllium, de charbon, de silice, d'amiante ou autres poussières minérales, poussières organiques, etc. [4]

Depuis une dizaine d'années, des données issues de l'épidémiologie environnementale et de la toxicologie expérimentale permettent de penser que les particules ultrafines (diamètre inférieur à 0,1  $\mu\text{m}$ ) pourraient, en raison même de leur dimension nanométrique, avoir une toxicité spécifique, et qu'il pourrait en être de même pour les nanoparticules manufacturées. [4]

Dans le cas d'une exposition respiratoire, la littérature évoque la possibilité d'un passage dans la circulation sanguine des particules de taille nanométrique. Cette affirmation est controversée et la question reste ouverte. Les particules nanométriques peuvent également s'introduire dans le système nerveux central.

D'après une expérience menée sur des rats exposés par voie inhalée pendant 6 heures à un aérosol de particules de graphite marquées avec un isotope radioactif, on observe une augmentation de la radioactivité dans les poumons mais aussi la présence d'environ 20 % de radioactivité dans le bulbe olfactif.

Cette étude a été approfondie en menant une expérience avec un aérosol de particules d'oxyde de manganèse pendant 12 jours. On a alors noté une accumulation de manganèse dans le poumon, dans le bulbe olfactif et dans plusieurs régions du cerveau (striatum, cervelet, lobe frontal).

Les propriétés physico-chimiques des nanomatériaux sont des déterminants majeurs de leurs potentiels effets délétères sur la santé ; la taille étant l'une des propriétés les plus importantes dans ce sens.

Une étude portant sur des rats exposés à des particules de noir de carbone de 14 nm et de 320 nm de diamètre, pour une quantité fixe de 500µg, a montré une augmentation de cellules inflammatoires pour les rats exposés aux nanoparticules de 14 nm tandis que cette même réaction ne s'observait pas dans l'autre groupe.

En raison de leur très petite taille, les nanoparticules peuvent présenter des propriétés physicochimiques totalement originales. [4] Une première caractéristique est leur forte réactivité. De façon générale, à volume total identique, celle-ci sera d'autant plus élevée, notamment avec les tissus biologiques, que leur taille individuelle est petite (rapport surface/volume élevé).

Une seconde caractéristique est liée à l'instabilité de leurs propriétés physico-chimiques, selon leur milieu. Pour les plus fines, les forces d'interaction augmentent lorsque la dimension diminue. Ainsi, des nanoparticules introduites dans un gaz ou dans des solutions liquides vont s'agglutiner ou absorber des substances chimiques en suspension, modifiant leurs propriétés initiales.

À l'inverse, la dispersion par usure des nanoparticules incluses dans des supports (peinture, pneumatiques ...) est peu connue. Au total, il semble impossible de dresser un modèle standard : chaque nanoparticule engendre des effets (notamment toxicologiques) spécifiques, et la réponse biologique croît avec leur surface et leur longueur.

### 1.6 L'APPLICATION DES NANOMATERIAUX :

Les nanotechnologies trouvent de nombreux domaines d'application, comme par exemple les économies d'énergie pour les moyens de transport, le développement des énergies renouvelables, le traitement des pollutions, les matériaux de construction, les applications médicales, la cosmétique, la pharmacie, les technologies de traitement de l'information, l'optique, les textiles, ou encore les peintures.

Ces technologies se développent donc et vont continuer à se développer rapidement. Elles sont d'ores et déjà utilisées dans l'industrie, comme par exemple lors de la fabrication des pneumatiques. [8]

Nous nous intéresserons ici à la fabrication des nanoparticules et à leurs applications, notamment dans l'environnement et surtout dans le domaine aéronautique.



**Figure 1.6** : représentation d'un modèle d'avion McDonnell-Douglas C-17 Globemaster

III

### 1.6.1 Applications des nanomatériaux dans l'aéronautique :

Le succès de l'industrie de l'aviation dépend de divers facteurs allant de la réduction de poids, la disponibilité des matériaux ayant des propriétés multifonctionnelles, éco-carburants favorables, une consommation de carburant inférieure, des systèmes de communication plus rapides et très réactives, des réparations moindre, une vie prolongée et sécuritaire, et beaucoup plus. [9]

La plus part des matériaux utilisés dans les avions, sont renforcés par des nanoparticules qui permettent d'améliorer leur rigidité tout en diminuant leur poids. Les trains d'atterrissage sont aussi renforcés par des nanoparticules recyclables et plus durables.

Il s'agit d'agrégats de noir de carbone et de silice qui est incorporés dans le caoutchouc lors de la fabrication d'un pneu, ces charges de renfort de dimension nanoparticulaires sont indispensables à la performance des pneumatiques car elles renforcent la résistance à la rupture et à l'abrasion du pneu et contribuent ainsi à la réduction de la consommation de carburant.

Des nanoparticules sont aussi intégrées dans de nombreux éléments : peinture extérieure insalissable, plastiques inflammables et peu coûteux, textiles et recouvrements autoréparables. [9]

Les nanomatériaux peuvent être utilisés principalement dans quatre domaines de l'industrie de l'aviation [10] :

- A. Structure de l'aéronef ;
- B. Revêtements et les peintures ;
- C. Moteurs et pièces de moteurs ;
- D. Équipement intérieur et de l'ameublement.

### A. Structure de l'aéronef :

L'utilisation des nanomatériaux permet d'obtenir des matériaux légers qui ne compromettent pas la résistance et qui réduisent la consommation en carburant [33], quelque exemple sont cités :

- Nano-composites polymères (NTC, BN, NCF) pour une haute résistance au poids, résistance élevée aux chocs et la protection contre les rayonnements ;
- L'auto-guérison ou la réparation des matériaux ;
- Nanocomposites à base d'argile pour renforcement structurel et résistance à la chaleur ;
- Nanomatériaux pour l'absorption acoustique ;
- Revêtements métalliques nanostructurés pour train d'atterrissage, une meilleure résistance à la corrosion et d'usure ;
- Dépôt de nanopoudres sur les surfaces vitrées (nettoyage auto et anti-éblouissement) ;
- Des métaux et des céramiques nanorenforcer, afin d'améliorer la fragilité et la ténacité [11]



**Figure 1.7** : l'intérieure d'un avion (structure interne)



### B. Revêtements et les peintures :

Céramique déjà en usage ; par exemple  $\text{ZrO-8mol\% Y}_2\text{O}_3$  dans les revêtements pour turbines à gaz et des jupes moteurs à réaction. [10]

Développements en cours :

1. Nano-revêtements pour alliages de magnésium : pour une meilleure résistance aux corrosions ;
2. Nano-revêtements pour réduire la traînée : amélioré l'efficacité aérodynamique ;
3. Diamond comme film pour une meilleure résistance à l'usure ; [12]
4. Revêtements de barrière thermique à base de  $\text{ZnO}$  ;
5. Revêtements super-hydrophobe, par exemple une aube de turbine à gaz dont les parties repoussent la saleté ;
6. Nano-pigments en céramique : la peinture ne perd pas de couleur lorsqu'elle est exposée à un rayonnement UV. [12]



**Figure 1.8 :** Revêtement nano structuré

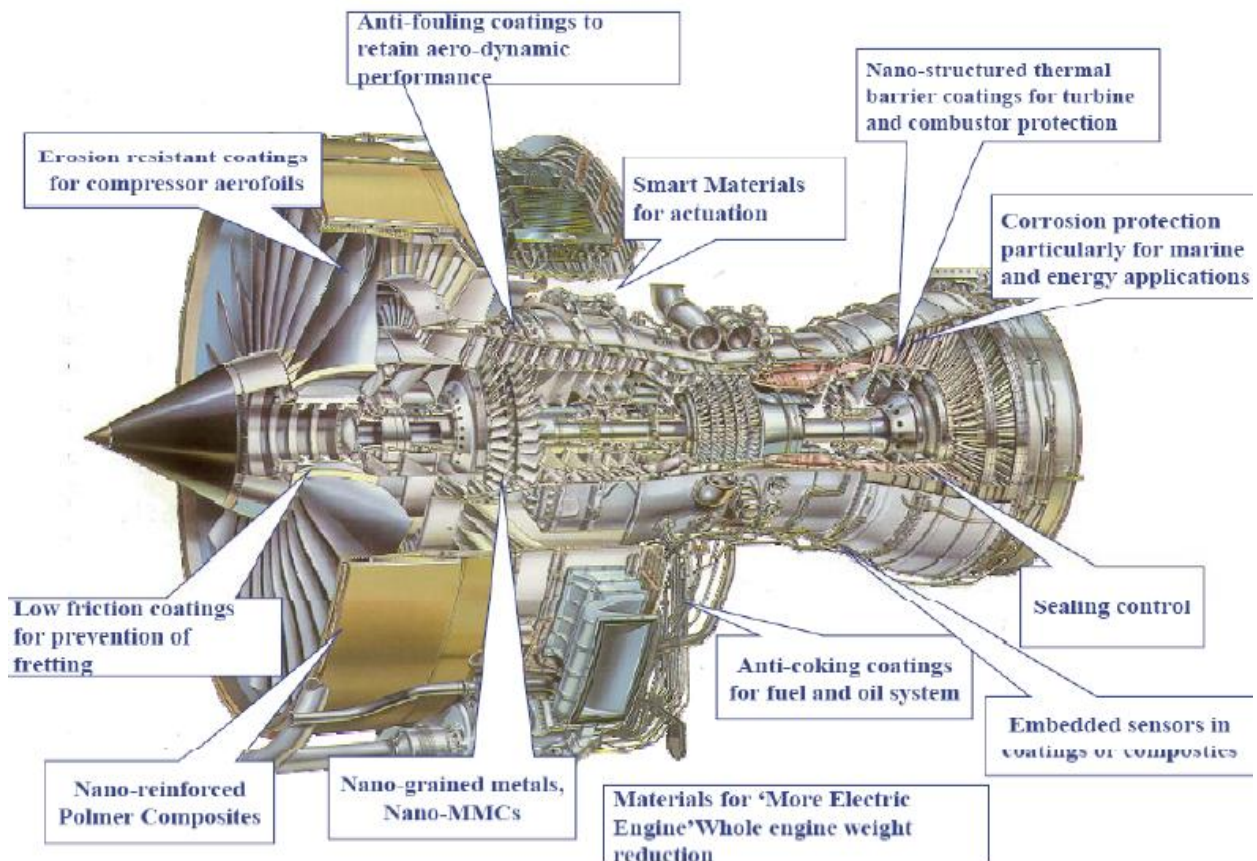
### C. Moteurs et pièces de moteurs :

On cite quelques applications des nanomatériaux dans la motorisation [13] :

- Nano-grain des alliages ;
- La dispersion Nano renforcée alliages et des polymères ;
- Nanostructure des revêtements protecteurs ;
- Les matériaux électriques et magnétiques ;
- Les capteurs et actionneurs ;

Les avantages de l'utilisation des nanomatériaux dans un moteur :

- Augmentation de l'efficacité du moteur et de la fonctionnalité ;
- Réduction de l'impact environnemental ;
- Une résistance accrue ;
- Augmentation de la capacité de la température ;
- Réduction des coûts. [14]



**Figure 1.9** : l'application des nanomatériaux dans les Moteurs d'aéronefs

### D. Équipement intérieur et de l'ameublement :

Le développement des nanotechnologies est à l'origine de plusieurs évolutions capitales dans le domaine de sécurité, de confort et d'hygiène. [15]

Quelques exemples d'applications sont cités ci-dessous :

- Composites polymères nanoargile pour une meilleure résistance à la flamme ;
- Capteurs chimique et biologiques de toxines et des émissions gazeux ;
- Nanomatériaux pour l'application de souffle et de balistiques ;
- Hygiène, ajout de nanoparticules ayant une activité anti-micorbial, exemple : des nanoparticules d'argent pour les selleries et les tapis [16] ;
- Des écrans plats de nanotubes, des chercheurs du CEA ont réussi à fabriquer un écran plat de télévision en faisant pousser un nanotube en face de chaque pixel de l'écran.
- Le nanotube conduit les électrons directement au bon endroit. Sa production industrielle est d'ores et déjà lancée [16].



**Figure 1.10** : l'utilisation de nanomatériaux dans l'intérieur d'avion



### 1.6.2 Autres applications aérospatiales des nanomatériaux :

- Ajout de nanoparticules (Al à l'hydrogène liquide) pour augmenter l'énergie de propulsion ;
- Ajout de nanoparticules (oxyde de fer) comme un catalyseur pour les propergols solides ;
- Les lubrifiants, non dangereux nano-fluides pour une utilisation hydraulique ;
- Les textiles techniques (vêtements et des équipements pour l'exploration spatiale) ;
- Les appareils électroniques nanométriques (batteries longue durée) ;
- Nanomatériaux pour fournir une protection contre le rayonnement cosmique [16] ;

### 1.7 LES PROCÉDES DE FABRICATION DES NANOMATERIAUX :

Les nombreuses techniques de création des nanostructures peuvent être classées selon deux voies [17] :

- La voie descendante (top-down) [18] : on part d'un matériau, on le « découpe » et on le « sculpte » pour réduire le plus possible les dimensions de l'objet ou du composant que l'on veut fabriquer. Cette technique permet notamment de fabriquer plusieurs milliers ou millions d'objets en parallèle. L'effort de miniaturisation a d'abord conduit à des composants de dimensions micrométriques pour descendre maintenant en dessous des 100 nanomètres. Il s'agit de la voie suivie par l'électronique depuis 30 ans. Toujours activement exploitée, elle se heurte de plus en plus à des limites techniques en descendant vers l'échelle nanométrique.
- La voie ascendante (bottom-up) [17] : on assemble la matière, atome par atome, pour construire des molécules que l'on intègre ensuite dans des objets ou des systèmes plus grands, afin d'obtenir les propriétés ou les fonctions désirées.

Les procédés actuels permettant l'élaboration de nano-objets sont classés en 3 grandes catégories :

- A. Élaboration par voie physique ;
- B. Élaboration par voie chimique ;
- C. Élaboration par méthode mécanique ;

Compte tenu de la complexité des applications et de l'évolution rapide des techniques, il paraît difficile de donner une liste exhaustive des procédés utilisés ou en développement.

Quelques exemples parmi les procédés les plus couramment utilisés pour la fabrication de nano-objets sont présentés ci-après :

### **1.7.1 Élaboration par voie physique :**

Le principe de la fabrication de nano-poudre, par voie physique, consiste la plupart du temps à "geler" la croissance des grains de matière. Ainsi, l'élaboration des nano particules se réalise souvent à partir d'une phase vapeur.

Cette vapeur est extraite d'un matériau en fusion puis refroidie par collisions avec un gaz neutre. La vapeur est ensuite recueillie le plus rapidement possible sur une paroi froide, on limite ainsi la croissance des grains solides ou l'agglomération de ces derniers [19].

Les techniques de PVD (Physical Vapor Deposition) permettent la réalisation de couches minces ou de poudres nanométriques sans fondre le matériau de départ. La pulvérisation cathodique (sputtering) nécessite la création d'une cible solide du composé à déposer.

On soumet cette cible à un bombardement d'ions lourds et peu réactifs chimiquement (souvent des ions Argon). Ces ions, chargés positivement, extraits d'un plasma, sont accélérés. Ils viennent percuter la cible et transfèrent leur énergie mécanique aux atomes qui sont pulvérisés vers le substrat.

La maîtrise des conditions de dépôts (pression, état de surface et température du substrat...) permet alors la croissance de couches minces continues ou de grains à la surface du substrat [20].

### **1.7.2 Élaboration par voie chimique :**

L'élaboration de nano-poudre par des procédés physiques nécessite le contrôle des étapes de germination et de croissance d'agrégats d'atomes par des paramètres physiques.

Les procédés chimiques font de même mais cette fois, des réactifs permettant de contrôler la germination, la croissance, la composition et la forme des grains interviennent. Ces réactions chimiques peuvent s'effectuer en phases vapeur, liquide, ou solide [21].

### A. Les réactions en Phase Vapeur :

La méthode la plus répandue est le dépôt chimique en phase gazeuse (CVD, chemical Vapor Deposition) [22]. Les matériaux précurseurs sont introduits sous forme gazeuse dans un réacteur permettant à la fois la dissociation des espèces et leur réaction chimique.

La dissociation des gaz introduits est obtenue soit par activation thermique (on chauffe le mélange à des températures importantes, 800 à 1500 °C), soit par l'obtention d'un plasma très réactif (ce plasma sera alors créé par des champs électriques et magnétiques appliqués au mélange gazeux). Les espèces ainsi créées pourront réagir chimiquement entre elles et venir se déposer en fines couches et/ou en nano-grains sur le substrat.

Le contrôle précis des conditions expérimentales (pression, température, mélange chimique) permettra de maîtriser la nature chimique ou cristallographique des composés fabriqués.

L'aspect morphologique sera lui aussi contrôlé (couches minces continues, agrégats plus ou moins denses, etc.). L'intérêt ? Cette nature chimique du substrat et la qualité cristalline de la surface jouent un rôle prépondérant dans les processus de croissance.

A titre d'exemple, on citera la fabrication de carbone dans tous ses états cristallins par cette technique. Ainsi, le mélange de méthane ( $\text{CH}_4$ ) et d'hydrogène ( $\text{H}_2$ ) introduit dans un réacteur de CVD pourra produire suivant les conditions expérimentales des couches continues et épitaxiales de diamant, des couches peu adhérentes de graphite ou la croissance localisée de nanotubes de carbone.

Cette technique de CVD est bien sûr très adaptée à la fabrication de couches minces continues utilisées en microélectronique (couches semi-conductrices de silicium ou isolantes d'oxyde de silicium).

Si la faible quantité de réactifs, contenue dans les gaz, est un atout pour la formation de très petites particules en concentration suffisamment faible pour limiter l'effet d'agglomération, elle ne favorise pas la fabrication en grande quantité de poudres et donc une productivité importante [22].

### **B. Les réactions en phase liquide :**

La synthèse en milieu liquide s'effectue souvent à partir d'une solution aqueuse ou organique contenant les réactants. La précipitation des nanoparticules est ici obtenue par modification de l'équilibre physicochimique, par exemple par l'ajout d'un réactif adéquat.

On distingue généralement la co-précipitation chimique facile à mettre en œuvre et très utilisée pour la fabrication industrielle et l'hydrolyse permettant la fabrication de poudres homogènes tant en taille qu'en géométrie.

La synthèse par voie liquide est adaptée aux grands volumes et à une production de masse de nano poudres. Le procédé sol-gel est le plus prometteur [23]. Il s'agit de produire des matériaux vitreux, sans recourir à la fusion.

#### **1.7.3 Élaboration par voie mécanique :**

La technique dite de mécanosynthèse, ou *Mechanical Alloying*, consiste à broyer des poudres micrométriques (1 à 30 micromètre) de plusieurs alliages. Ce broyage se réalise à sec ou en présence d'un agent de contrôle pour mélanger les poudres d'éléments purs ou pré alliés dans un broyeur à haute énergie.

Cette action mécanique sur la matière pourra avoir trois conséquences : d'abord, la réduction des tailles des grains de matière et leur homogénéisation à l'échelle nano, sans réaction chimique. Ainsi, le mélange initial composé de poudres base Al ou Ni (matrice du matériau) et des poudres d'oxydes et/ou de carbures, est sollicité mécaniquement et soumis à une succession de collage (soudage) décollage (décohésion) des particules.

Cette succession purement mécanique a pour rôle d'homogénéiser physiquement les constituants initiaux et de stabiliser des propriétés mécaniques ou thermiques à l'alliage ainsi constitué. Autre conséquence : l'amorphisation des grains. Le travail mécanique peut induire une transition d'une phase cristalline en une nouvelle phase amorphe souvent très difficile à obtenir par d'autres méthodes. Enfin, l'activation de réactions chimiques peut également être induite par l'extrême division de la matière [24].

Une autre approche mécanique de la synthèse de nanomatériaux passe par l'application de fortes déformations à des matériaux ou à des assemblages de matériaux. Une succession cyclique de laminage appliquée à des feuilles millimétriques de fer et d'argent permet d'obtenir des "millefeuilles" à l'échelle nanométrique de ces composés

possédant des propriétés magnétiques similaires à celles obtenues par dépôts successifs de ces éléments sur un substrat.

De la même manière, une succession d'étirage de fils de cuivre et de niobium permet la réalisation de conducteurs nanométriques de niobium, insérés dans une matrice de cuivre.

La fabrication des nanomatériaux nécessite le contrôle des conditions de synthèse afin de limiter la croissance des matériaux. Ce contrôle passe souvent par une dilution importante des réactifs (voie gazeuse) ou des conditions rapides ou métastables de cristallisation (voie chimique).

Ces conditions sont souvent peu compatibles avec une production de masse. La mécano-synthèse, malgré un rendement énergétique souvent peu satisfaisant, peut toutefois prétendre à la fabrication d'une plus grande quantité de matériau.

**Chapitre 2 :**  
**L'étude cinématique**  
**d'un broyeur**  
**Vibratoire**

### 2.1. INTRODUCTION :

La mécanosynthèse est un moyen d'obtenir des poudres avec des grains de taille nanométrique. Mais ce type de broyage à haute énergie ne sert pas seulement à l'affinement des microstructures, [22], il peut aussi induire des réactions chimiques entre poudres cobroyées ou entre poudres et atmosphère de broyage et diverses transformations structurales ou chimiques ...

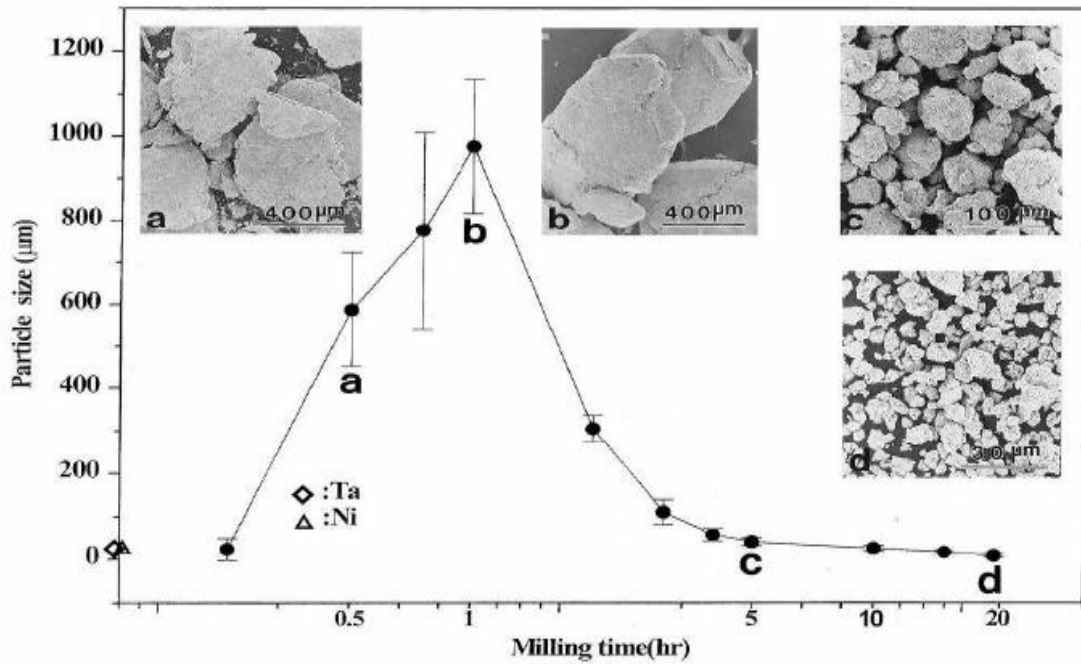
### 2.2. DEFINITION :

La mécanosynthèse ou broyage à haute énergie est une méthode mécanique qui permet la fabrication de poudre à grains nanométrique. Par cette technique, il peut également y avoir des réactions chimiques entre des poudres cobroyées ou entre poudre et atmosphère de broyage, il en résulte des transformations chimiques ou structurales [21].

Durant le broyage à haute énergie, les particules de poudres sont prises au piège entre bille et bille ou entre bille et parois des jarres. Par conséquent, il se produit une déformation plastique et une élévation locale de la température.

Les particules sont alors aplaties, fracturées puis soudées (collage-décollage). Lorsqu'un certain équilibre s'installe entre le taux de rupture et le taux de soudage, on parle d'état d'équilibre.

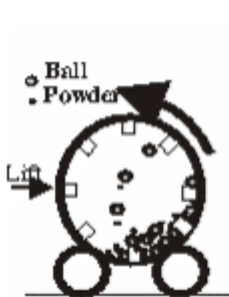
Le collage (soudage) tend à augmenter la taille moyenne des particules. Par contre, la rupture tend à diminuer leur taille moyenne (figure 2.1). [22] Les petites particules résistent à la déformation sans être fracturées et tendent à être soudées sous forme d'agglomérat.



**Figure 2.1 :** Distribution de la taille des particules provoquée par la tendance des petites particules à se souder et les grandes particules à se fracturer dans les conditions d'équilibre

### 2.3. TYPES DE BROyeurs :

Différents équipement, peuvent être utilisés pour la production de poudres par mécanosynthèse. Les principaux broyeurs utilisés sont trois types : broyeur attriteur, broyeur vibratoire et broyeur planétaire.



**Figure 1 :** Broyeur à boulets



**Figure 2 :** Attriteur



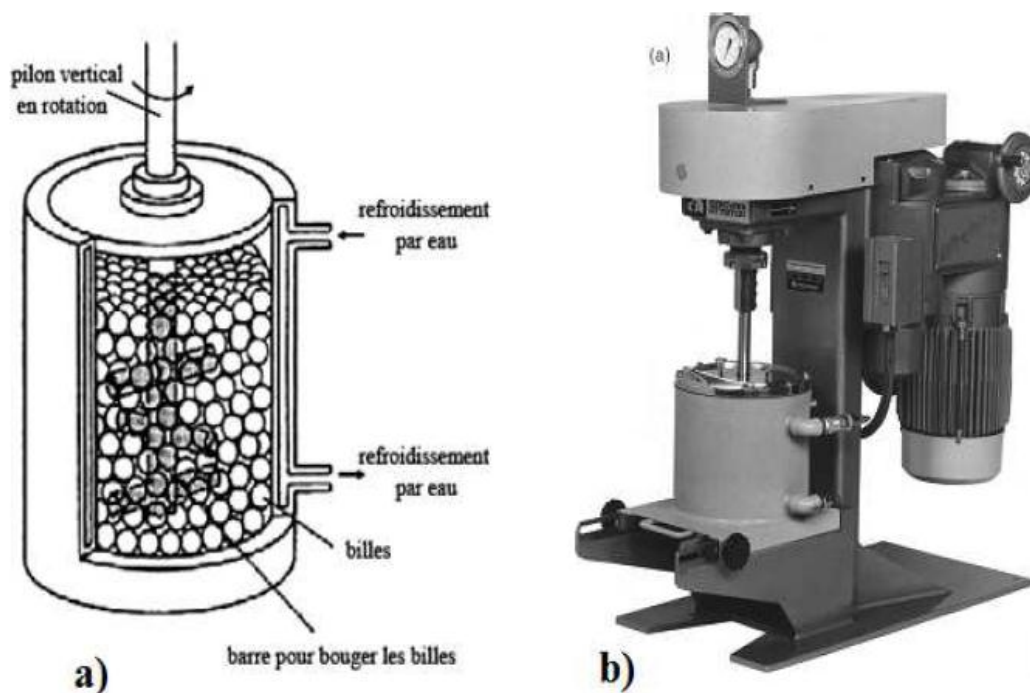
**Figure 3 :** Broyeur planétaire

**Figure 2.2 :** Schématisation des différents types de broyeur



### 2.3.1. Broyeur attriteur :

Il est constitué d'un caisson vertical, d'un axe agitateur sur lequel sont fixés des barres perpendiculairement (figure 2.3). Le broyage agit uniquement par frottements des billes sur la poudre [25]. Les broyeurs attriteurs sont utilisés pour la synthèse d'une grande quantité de poudre de 0.5 à 40kg. Ce type de broyeur est utilisé pour le broyage à basse énergie. Il est commercialisé par Union process, Akron, OH, Fritsch ou SPEX 8000[27].



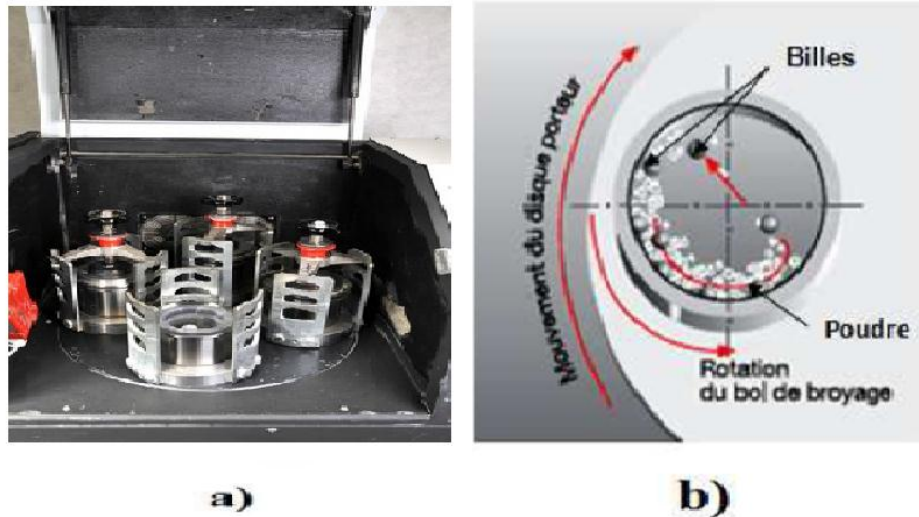
**Figure 2.3 :** Broyeur attriteur : a) principe de fonctionnement, b) model 1-S

### 2.3.2. Broyeur planétaire :

Son principe réside dans la mise en rotation d'un plateau sur lequel on dispose des jarres tournant sur elle-même dans le sens opposé (figure 2.4). La combinaison de ces mouvements crée un effet de frottement des billes qui restent collées contre la paroi avant d'être renvoyées violemment par la force centrifuge contre la paroi. Les poudres sont ainsi soumises à des effets de friction et de choc.

## Chapitre 2 : l'étude cinématique d'un broyeur vibratoire

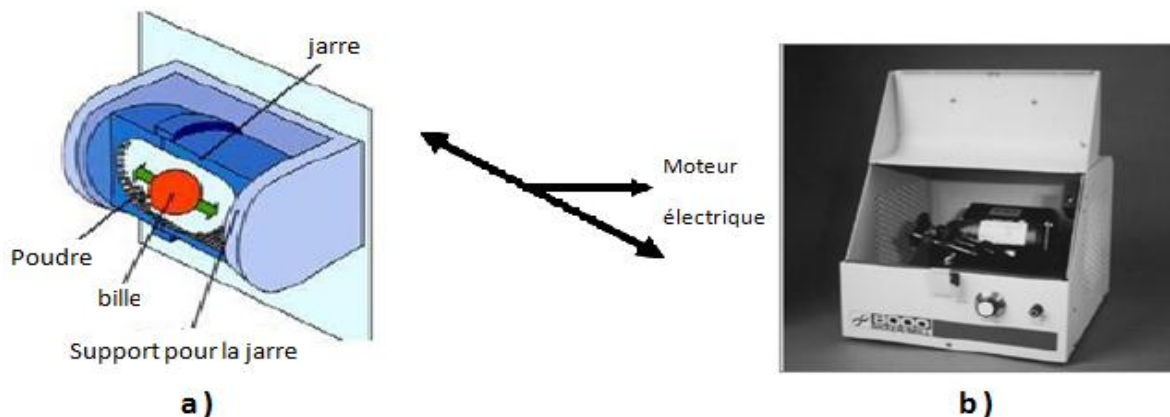
Selon les cas, une réaction entre les poudres à broyer et le matériau constituant les jarres et les billes peut être observée. Pour éviter cela, il est préférable d'utiliser des jarres et des billes de même nature que les matériaux à broyer. Divers matériaux sont disponibles tels que l'acier, le carbure du tungstène, l'agate ou la zircon [26].



**Figure 2.4 :** Broyeur planétaire : a) modèle PM400 : principe de fonctionnement, b) principe de fonctionnement.

### 2.3.3 Broyeur vibratoire :

Fréquence (20Hz) d'un cylindre contenant la poudre à broyer et des billes. Le broyeur vibrant le plus couramment utilisé est le SPEX 8000, pouvant contenir de 2 à 40 billes et Le principe du broyeur vibratoire est basé sur un mouvement de vibration à haute énergie, traiter une quantité de poudre de l'ordre de 10 g. Le broyage se fait uniquement par chocs [25].



**Figure 2.5 :** Broyeur vibratoire : a) principe de fonctionnement, b) modèle SPEX 8000

Broyeurs	Vitesse de collision des billes et de la poudres $V_{max}(m/s)$	Fréquences de collision pour une bille $f$ (Hz)	Température moyenne du broyeur ( $^{\circ}C$ )	Elévation locale de température ( $^{\circ}C$ )
Attriteur	0.01 à 0.8	/ (2)	150	< 1 pour une bille
SPEX	$\leq 3.9$	200	60	< 200
P0 (vibratoire)	0.16 à 0.47	19.0 à 35.0	< 35	< 10
P5 (planétaire)	0.28 à 11.24	4.5 à 90.7	50 à 120	60 à 290
P7 (planétaire)	0.24 à 6.58	5.0 à 92.4	50 à < 100	60 à 250

**Tableau 2.1 :** Comparaison entre les grandeurs caractéristiques des différents broyeurs

### 2.4 ETUDE D'UN BROYEUR VIBRATOIRE :

Dans un broyeur vibratoire, les billes et les poudres sont placés dans une jarre qui est agitée à haute fréquence dans les cycles complexes en 3D. Dans le but de simuler la dynamique des corps au cours du broyage dans cet équipement, nous avons développé un modèle qui prend en compte le mouvement d'une bille donc soumise à des chocs bille-paroi seulement.

Les broyeurs à vibrations verticales (Spex 8000) de capacité plus faible que  $10\text{ cm}^3$  présentent l'avantage d'être relativement simple et limités par les performances en termes d'énergie de chocs. Pouvant contenir environ 10-20 grammes de poudre, ce broyeur est couramment utilisé au laboratoire pour produire des alliages, poudres nanostructures, ... .

Le Spex 8000 possède une seule jarre qui contient des billes. Son principe est basé sur un mouvement de vibration à haute fréquence d'un cylindre contenant la poudre à broyer et des billes dans trois directions orthogonales. Le Caër et al [38] ont permis de modifier des modèles existants ou de créer des modèles de grande capacité permettant de mieux contrôler les paramètres comme la fréquence de chocs. Pour ces derniers, les performances du broyeur vibratoire vertical sont les suivantes : fréquence = 17 Hz, 30 mm d'amplitude, vitesse d'impact = 3.5 m/s, quantité de poudre maximale : 250g.

### 2.4.1 Introduction :

Plusieurs études antérieures ont examiné le développement de modèles cinétiques liés à l'usinage mécanique. Beaucoup de tentatives ont été faites pour simuler la cinétique du processus de broyage en termes de vitesse de la bille, la fréquence de l'impact, et de l'énergie cinétique transférée à la poudre pendant le broyage [30-31].

Le rendement de conversion de la puissance totale générée par un impact, à la puissance transférée de la bille à la poudre lors de l'impact et la fréquence d'impact sont deux paramètres importants qui déterminent l'efficacité du procédé de broyage. [30]

La vitesse d'impact de la bille de broyage et la température de la jarre peuvent être expérimentalement contrôlées pendant le broyage, et les mécanismes de variation de l'énergie peuvent ainsi être étudiés.

Plusieurs modèles pour décrire la cinétique et la trajectoire de la bille de broyage ont été proposées par Burgio, [32] Magini, [33] Abdellaoui, [34] Dallimore [35], et Chattopadhyay [36] de sorte à calculer la vitesse de la bille de broyage et de son transfert d'énergie.

Zidane et al [37], ont établis une équation décrivant la température de contact au point d'impact en fonction d'autres paramètres.

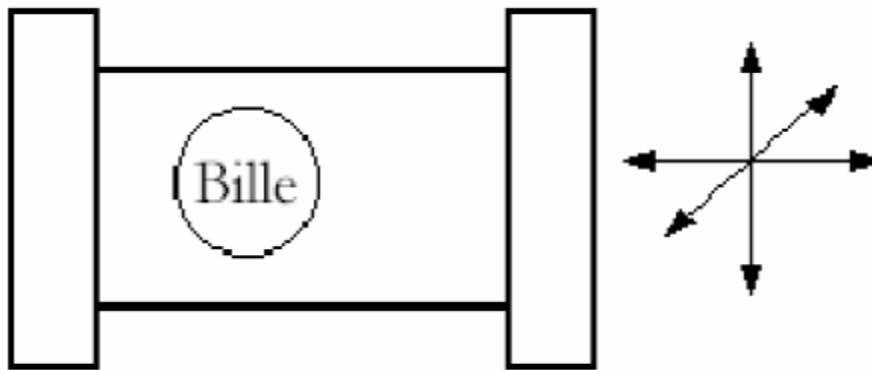
### 2.4.2 Le principe de fonctionnement du broyeur vibratoire :

Fonctionnellement décrit comme un moulin à agitateur ou un broyeur à billes de haute énergie, le broyeur vibratoire type SPEX 8000 est capable de serrer rapidement les conteneurs avant et en arrière de plusieurs milliers de fois par minute. Ce moulin polyvalent est capable de réduire rapidement, cassants à la finesse d'analyse, le mélange de poudres, ou la préparation d'émulsions. Il est également très efficace pour alliage mécanique. [39]

## Chapitre 2 : l'étude cinématique d'un broyeur vibratoire

Avec deux pinces pour augmenter le débit, le SPEX 8000 dispose également d'une minuterie de distance variable électronique, design moderne et élégant, refroidissement par air forcé, un verrouillage de sécurité, et un choix de l'acier, le carbure de tungstène, agate, la zircon, nitrure de silicium, de l'alumine, et des flacons en plastique, qui sont achetés séparément[39].

La jarre contenant l'échantillon et une ou plusieurs billes est fixée à la pince et énergiquement basculé d'avant en arrière. Le mouvement de secousse va-et-vient est associé à des mouvements latéraux des extrémités de la jarre, de telle sorte que la jarre a été mise en décrivant un signe 8 ou l'infini quand il se déplace.



**Figure2.6** : Schéma d'un agitateur SPEX8000

La longueur de cette oscillation est la même que la longueur interne de la jarre, à environ deux pouces. A chaque oscillation de la jarre les impacts de la bille contre l'échantillon et la paroi de la jarre, à la fois le broyage et le mélange de l'échantillon.

En raison de l'amplitude et de la vitesse de l'oscillation de la pince, chaque bille développe des forces G assez élevés, suffisamment pour pulvériser des roches les plus dures, de scories et de la céramique [39].

### 2.4.3 Spécifications d'un broyeur vibratoire [39] :

- Type de moulin : Broyeur vibratoire à haute énergie
- Récipient de broyage : une jarre avec une ou plusieurs billes Poids sans la jarre : 38 kg
- Dimensions : (56 cm) x (39 cm) x (28 cm)

Les jarres disponibles sont :

- 8001 aciers trempés.
- 8003 alumines céramiques
- 8004 en carbure de tungstène
- 8005 en céramique de zircon
- 8006 méthacrylates
- 8007 en acier inoxydable
- 8008 nitrures de silicium
- 8009 bouts ronds en acier trempé
- 8014 Agate

Les petites jarres sont également disponibles :

- 3114 en acier inoxydable
- 3117 trempé l'acier à outils
- 3127 trempé l'acier à outils
- 3118 Agate
- 5004 en carbure de tungstène-Doublé

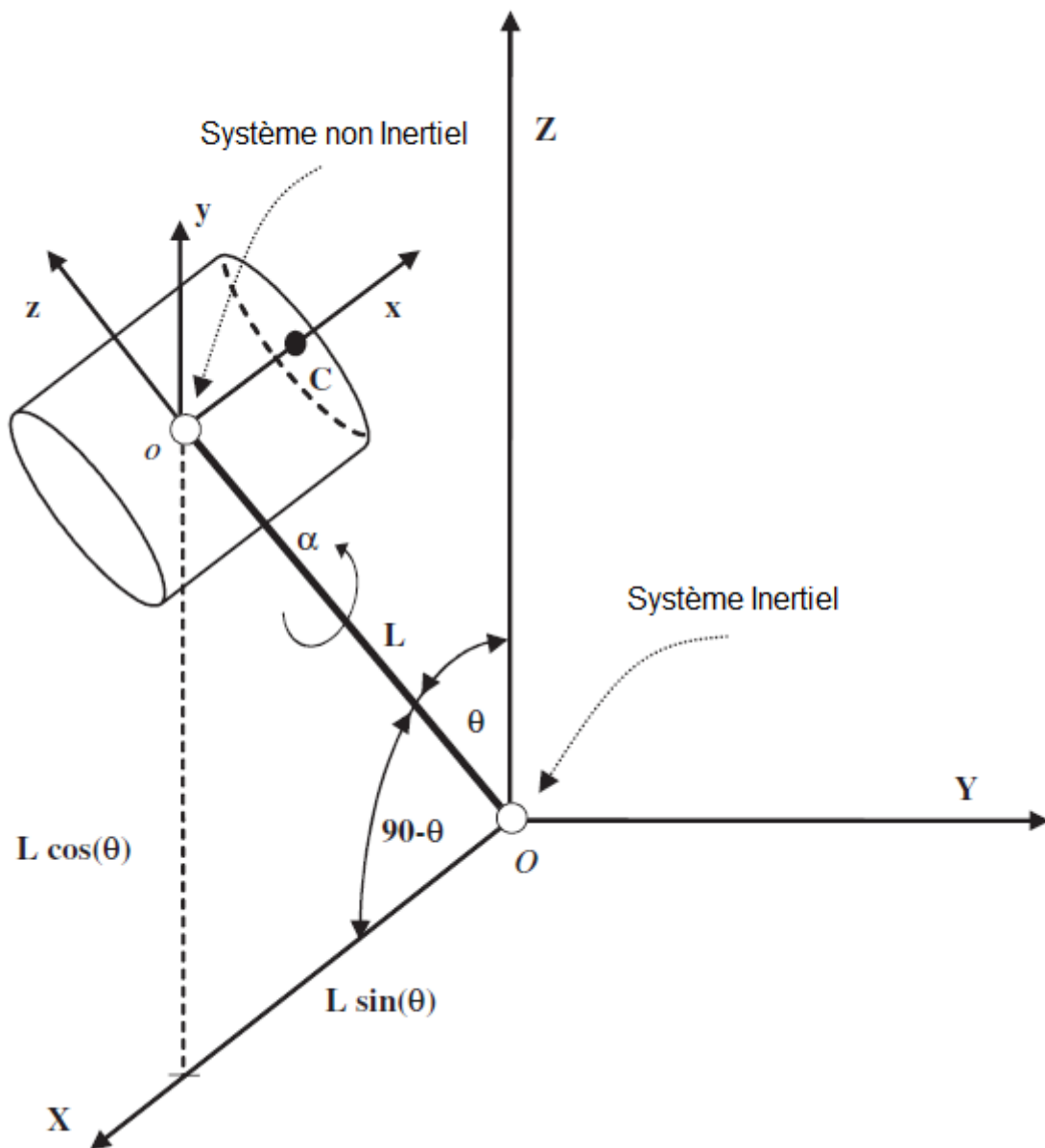


Figure 2.7 : Un schéma simplifié du broyeur vibratoire type SPEX 8000

### 2.5 ETUDE DU MOUVEMENT DE LA JARRE :

Afin de déterminer le moment où un impact entre la paroi de la jarre et la bille se produit, il est nécessaire de connaître la position, la vitesse et l'accélération de chaque point de la jarre et de la bille au cours du processus. Pour cette raison, le mouvement de la jarre en 3D a été tout d'abord simulé en considérant le mécanisme de l'appareil. Selon le schéma que montre la figure. (2.7), deux systèmes de coordonnées cartésiennes ont été sélectionnés pour attribuer la matrice roto-translation qui simule le plus de chaque point de la jarre par rapport

au repère fixe. Celle-ci est indiquée à la figure (2.7) dans le repère X, Y, Z et son origine (O) est supposé coïncider avec le point d'appui de l'arbre du bras mécanique (L).

### 2.5.1 Détermination de la position de chaque point de la jarre :

Le système non inertiel est indiquée par x, y, z axes, et son origine (O) est supposé être placé dans le barycentre de la jarre. La trajectoire (par rapport au système inertiel) de chaque point de la jarre est simulée par le couplage de deux rotations Harmonie synchronisés avec une translation déterminée par le bras. La première rotation, indiqué par  $\theta$ , est celle se produisant autour de l'axe Y (centrale inertielle) et peut être représentée comme suit :

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.1)$$

Où :

- $\theta_0$  est l'amplitude du mouvement angulaire
- $\omega$  est la fréquence,
- $\phi$  un l'angle de déphasage qui dépend de conditions initiales, respectivement.

La matrice décrivant la rotation autour de l'axe Y est alors donnée par :

$$\mathfrak{R}_{\theta, Y} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

La deuxième rotation, indiquée par le symbole  $\alpha$  dans l'équation (2.3), est celle se produisant autour de l'axe z du système non inertiel (qui coïncide avec la direction de l'axe du bras) et qui peut être écrite comme suit :

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (2.3)$$



Où :

- $\alpha_0$  est l'amplitude du mouvement angulaire autour de l'axe z non inertiel,

La matrice qui décrit la rotation autour de ce dernier axe peut s'écrire :

$$\mathfrak{R}_{\alpha,z} = \begin{bmatrix} \mathbf{cos}(\alpha) & \mathbf{sin}(\alpha) & \mathbf{0} \\ -\mathbf{sin}(\alpha) & \mathbf{cos}(\alpha) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Le vecteur de translation est défini par l'axe du bras, comme on peut voir dans la figure (2.7), et peut être exprimée comme suit :

$$\vec{T} = \begin{bmatrix} L \mathbf{sin}(\theta) \\ \mathbf{0} \\ L \mathbf{cos}(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

En combinant les trois mouvements ci-dessus, donnent la matrice de roto-translation, ce qui permet de simuler le mouvement de chaque point de la jarre par rapport à la centrale inertielle, est alors donnée par :

$$\begin{aligned} \mathfrak{RT}^{\vec{0}0} &= \begin{bmatrix} [\mathfrak{R}_{\theta,Y} \times \mathfrak{R}_{\alpha,z}] & \vec{T} \\ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{cos}(\theta) \mathbf{cos}(\alpha) & \mathbf{cos}(\theta) \mathbf{sin}(\alpha) & \mathbf{sin}(\theta) & L \mathbf{sin}(\theta) \\ -\mathbf{sin}(\alpha) & \mathbf{cos}(\alpha) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{sin}(\theta) \mathbf{cos}(\alpha) & -\mathbf{sin}(\theta) \mathbf{sin}(\alpha) & \mathbf{cos}(\theta) & L \mathbf{cos}(\theta) \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Une telle matrice permet d'obtenir les coordonnées de chaque point de la jarre dans le système inertiel en tant que fonction de ses coordonnées relatives au système non inertiel comme indiqué dans les équations suivantes :

$$\begin{cases} X_j(t) = x \cos(\theta(t)) \cos(\alpha(t)) + y \cos(\theta(t)) \sin(\alpha(t)) + z \sin(\theta(t)) + L \sin(\theta(t)) \\ Y_j(t) = -x \sin(\alpha(t)) + y \cos(\alpha(t)) \\ Z_j(t) = -x \sin(\theta(t)) \cos(\alpha(t)) - y \sin(\theta(t)) \sin(\alpha(t)) + z \cos(\alpha(t)) + L \cos(\theta(t)) \end{cases} \quad (2.7)$$

### 2.5.2 Détermination de la vitesse de la jarre :

La vitesse de la jarre, qui égale à  $V_j$  sera donnée par la dérivée par rapport au temps de la position de chaque point de la jarre ( $X_j Y_j Z_j$ ), et en tenant compte de l'équation (2.7), cette vitesse est donnée par les équations suivantes :

$$\begin{cases} V_{xj}(t) = -L\theta_0 \omega \sin(\omega t + \varphi) \times \cos(\theta(t)) - x\alpha_0 \omega \sin(\alpha(t)) \times \\ \cos(\theta(t)) \times \cos(\omega(t) + \varphi) + x\theta_0 \omega \sin(\theta(t)) \times \\ \sin(\omega(t) + \varphi) \times \cos(\alpha(t)) - \alpha_0 y \omega \cos(\alpha(t)) \times \\ \cos(\theta(t)) \cos(\omega(t) + \varphi) - y\theta_0 \omega \sin(\alpha(t)) \times \\ \sin(\theta_0 \cos(\omega(t) + \varphi)) \sin(\omega(t) + \varphi) - z\theta_0 \omega \sin(\omega(t) + \varphi) \\ \times \cos(\theta(t)) \\ V_{yj}(t) = \alpha_0 \omega \cos(\alpha) \cos(\omega(t) + \varphi) + y\alpha_0 \omega \sin(\alpha) \\ \cos(\omega(t) + \varphi) \\ V_{zj}(t) = L\theta_0 \omega \sin(\omega(t) + \varphi) \sin(\theta(t)) + x\alpha_0 \omega \sin(\alpha(t)) \times \\ \sin(\theta(t)) \cos(\omega(t) + \varphi) + x\theta_0 \omega \cos(\theta(t)) \times \\ \sin(\omega(t) + \varphi) \cos(\alpha(t)) + \alpha_0 y \omega \cos(\alpha(t)) \times \\ \sin(\theta(t)) \cos(\omega(t) + \varphi) - y\theta_0 \omega \sin(\alpha(t)) \times \\ \cos(\theta(t)) \sin(\omega(t) + \varphi) + z\theta_0 \omega \sin(\omega(t) + \varphi) \sin(\theta(t)) \end{cases} \quad (2.8)$$

### 2.5.3 Détermination de l'accélération de la jarre :

L'accélération de la jarre est obtenue par la dérivée de sa vitesse  $V_j$  par rapport au temps, est la suivante :

$$A_j = \frac{dv_j}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dv_x}{dt} \\ \frac{dv_y}{dt} \\ \frac{dv_z}{dt} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned}
 A_{xj}(t) = & -L\theta_0^2\omega^2 \sin(\theta(t)) (\sin(\omega(t) + \varphi))^2 - L\theta_0\omega^2 \cos(\theta(t)) \times \\
 & \cos(\omega(t) + \varphi) - x\alpha_0^2\omega^2 \cos(\alpha(t)) \cos(\theta(t)) (\cos(\omega(t) + \varphi))^2 \\
 & - 2x\alpha_0\theta_0\omega^2 \sin(\alpha(t)) \sin(\theta(t)) \sin(\omega(t) + \varphi) \cos(\omega(t) + \varphi) \\
 & + x\alpha_0\omega^2 \sin(\alpha(t)) \sin(\omega(t) + \varphi) \cos(\theta(t)) - x\theta_0^2\omega^2 \times \\
 & (\sin(\omega(t) + \varphi))^2 \cos(\alpha(t)) \cos(\theta(t)) + x\theta_0\omega^2 \times \\
 & \sin(\theta(t)) \cos(\alpha(t)) \cos(\omega(t) + \varphi) + \alpha_0^2y\omega^2 \sin(\alpha(t)) \times \\
 & \cos(\theta(t)) (\cos(\omega(t) + \varphi))^2 - 2\alpha_0y\theta_0\omega^2 \sin(\theta(t)) \sin(\omega(t) + \varphi) \\
 & \cos(\alpha(t)) \cos(\omega(t) + \varphi) + \alpha_0y\omega^2 \sin(\omega(t) + \varphi) \cos(\alpha(t)) \\
 & \cos(\theta(t)) + y\theta_0^2\omega^2 \sin(\alpha(t)) (\sin(\omega(t) + \varphi)^2) \cos(\theta(t)) \\
 & - y\theta_0\omega^2 \sin(\alpha(t)) \sin(\theta(t)) \cos(\omega(t) + \varphi) - z \times \\
 & \theta_0^2\omega^2 \sin(\alpha(t)) (\sin(\omega(t) + \varphi))^2 - z\theta_0\omega^2 \cos(\theta(t)) \\
 & \times \cos(\omega(t) + \varphi) \\
 A_{yj}(t) = & -x\alpha_0^2\omega^2 \sin(\alpha(t)) (\cos(\omega(t) + \varphi))^2 - x\alpha_0\omega^2 \sin(\omega(t) + \varphi) \times \\
 & \cos(\alpha(t)) - \alpha_0^2\omega^2 \cos(\alpha(t)) (\cos(\omega(t) + \varphi))^2 + \alpha_0y\omega^2 \\
 & \sin(\alpha(t)) \sin(\omega(t) + \varphi) \\
 A_{zj}(t) = & -L\theta_0^2\omega^2 \cos(\theta(t)) (\sin(\omega(t) + \varphi))^2 + L\theta_0\omega^2 \sin(\theta(t)) \times \\
 & \cos(\omega(t) + \varphi) + x\alpha_0^2\omega^2 \cos(\alpha(t)) \sin(\alpha(t)) \times \\
 & (\cos(\omega(t) + \varphi))^2 - 2x\alpha_0\theta_0\omega^2 \sin(\alpha(t)) \cos(\theta(t)) \\
 & \sin(\omega(t) + \varphi) \cos(\omega(t) + \varphi) - x\alpha_0\omega^2 \sin(\alpha(t)) \sin(\omega(t) + \varphi) \times \\
 & \sin(\theta(t)) + x\theta_0^2\omega^2 (\sin(\omega(t) + \varphi))^2 \cos(\alpha(t)) \times \\
 & \sin(\theta(t)) + x\theta_0\omega^2 \cos(\theta(t)) \cos(\alpha(t)) \times \\
 & \cos(\omega(t) + \varphi) - \alpha_0^2y\omega^2 \sin(\alpha(t)) \sin(\theta(t)) \times \\
 & (\cos(\omega(t) + \varphi))^2 - 2\alpha_0y\theta_0\omega^2 \cos(\theta(t)) \sin(\omega(t) + \varphi) \times \\
 & \cos(\alpha(t)) \cos(\omega(t) + \varphi) - \alpha_0^2y\omega^2 \sin(\alpha(t)) \times \\
 & \cos(\alpha(t)) \sin(\theta(t)) - y\theta_0^2\omega^2 \sin(\alpha(t)) \times \\
 & (\sin(\omega(t) + \varphi))^2 \sin(\theta(t)) - y\theta_0\omega^2 \sin(\alpha(t)) \times \\
 & \cos(\theta(t)) \cos(\omega(t) + \varphi) - z\theta_0^2\omega^2 \cos(\theta(t)) \times \\
 & (\sin(\omega(t) + \varphi))^2 + z\theta_0\omega^2 \sin(\theta(t)) \cos(\omega(t) + \varphi)
 \end{aligned}$$

(2.10)

Il est à noter que le même résultat est obtenu par [40] Delogu et Al. (2000) à la suite d'une procédure différente.

En inversant la matrice roto-translation (2.6), il est possible d'obtenir la transformation inverse qui donne les coordonnées de chaque point de la jarre dans le cadre du système non inertiel en fonction de ses coordonnées liées à l'une inertie.

Les mêmes transformations peuvent être utilisées pour évaluer la position en vertu de la bille centrale inertielle et non inertiel de coordonnées .

### 2.6 ETUDE DU MOUVEMENT DE LA BILLE :

Une fois le mouvement de la jarre est quantitativement décrit, l'étape suivante consiste à simuler le mouvement de la bille afin de vérifier ses impacts possibles de la paroi de la jarre et de quantifier les entrées énergétiques liées aux impacts correspondants.

Les dernières sont supposées se produire lorsque les conditions suivantes sont remplies :

- Un choc entre la  $i$ -ème bille de rayon  $R_i$  et la surface cylindrique (figure 2.8a) de la jarre ce produit si :

$$|\vec{\lambda}| \geq R_j - R_b \quad (2.11a)$$

Et

$$|\vec{\lambda}| = \sqrt{(y_b)^2 + (z_b)^2} \quad (2.11b)$$

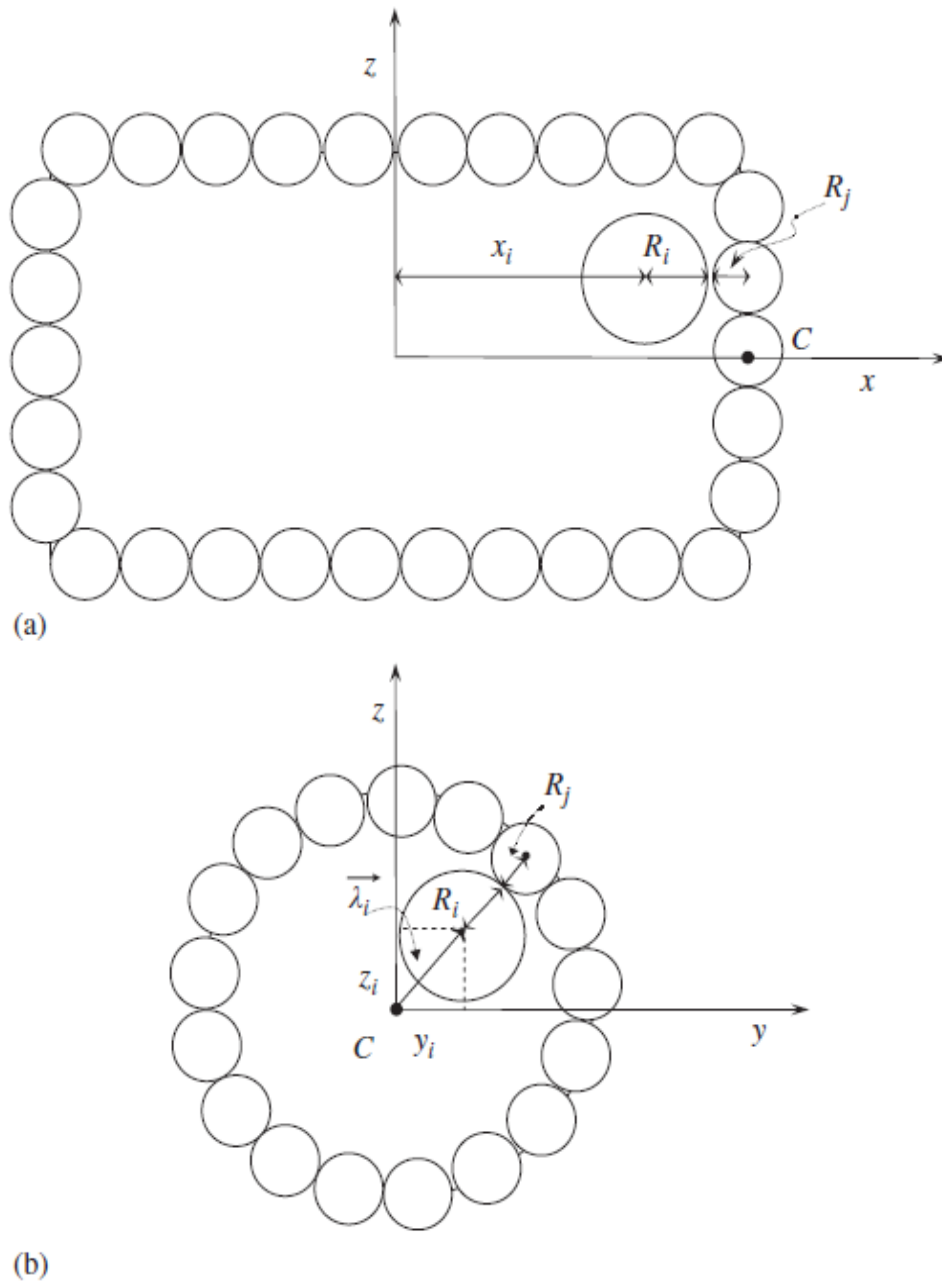
Où :

- $R_j$  [m], est le rayon de la jarre
  - $R_b$  [m] est le rayon de la bille
  - $|\vec{\lambda}|$  est le vecteur position radiale de la sphère dans le système non inertiel,  $y_b$  et  $z_b$  sont les coordonnées de la bille dans le cadre du système non-inertiel, respectivement.
- Un impact entre la bille et les bases de la jarre (Figue.2.8.b) se produit lorsque

$$|x_b| \geq |L_v/2 - R_b| \quad (2.12)$$

Où :

- $x_b$  est la position de la bille le long de l'axe non-inertiel  $x$
- $L_v$  est la longueur de la jarre respectivement.



**Figure 2.8** : schématisation des critères géométriques adoptées pour vérifier la survenance d'un effet : (a) sur la surface cylindrique ; et (b) sur la bases de la jarre. Schématisation géométrique des impacts entre les sphères et la paroi de la jarre (a) et (b) comme un choc entre deux sphères.

### 2.6.1 Détermination de la trajectoire de la bille dans la jarre :

#### A. Au plan (YZ) :

On à partir de l'équation d'un cercle :

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad (2.13)$$

On faisant la projection sur notre système, les équations deviendront :

$$y^2 + z^2 = (R_j - R_b)^2 \quad (2.14)$$

D'où :

- $R_j$  est le rayon de la jarre
- $R_b$  est le rayon de la bille

A partir de l'équation (2.14) on distingue :

$$\begin{cases} y_b(t) = (R_j - R_b) \cos(\omega_x(t)) \\ z_b(t) = (R_j - R_b) \sin(\omega_x(t)) \end{cases} \quad (2.15)$$

D'où :

- $\omega_x$  est la vitesse angulaire au plan (YZ) avec :

$$\omega_x = \sqrt{\frac{V_{jY}^2 + V_{jZ}^2}{(R_j - R_b)^2}} \quad (2.16)$$

#### B. Au plan (XY) :

Puisque on travaille au plan longitudinale de la jarre les équations du mouvement de la bille peuvent être données comme si dessous :

On a:

$$\begin{cases} x_b(t) = \left(\frac{L_v}{2} - R_b\right) \cos(\omega_z(t)) \\ y_b(t) = (R_v - R_b) \cos(\omega_x(t)) \end{cases} \quad (2.17)$$

D'où :

- $\omega_z$  est la vitesse angulaire au plan (XY) avec :

$$\omega_z = \frac{\sqrt{v_{jx}^2}}{\sqrt{\left(\left|X_j(t) - \frac{L_v}{2}\right|\right)^2 + \left(|Y_j(t) - R_v|\right)^2}} \quad (2.18)$$

### 2.6.2 Détermination de la vitesse d'une bille dans la jarre :

#### A. Au plan (YZ) :

On fait dériver l'équation (2.15) déplacement de la bille au plan (YZ) par rapport au temps on obtiendra  $V_{b1}$ :

$$V_{b1} = \begin{cases} V_{yb}(t) = -\omega_x(R_v - R_b)\sin(\omega_{yz}(t)) + R_b \cdot \omega_x(t) \\ V_{zb}(t) = \omega_x(R_v - R_b)\cos(\omega_{yz}(t)) + R_b \cdot \omega_x(t) \end{cases} \quad (2.19)$$

#### B. Au plan (XY) :

On fait dériver l'équation (2.17) déplacement de la bille au plan (XY) par rapport au temps on obtiendra  $V_{b2}$ :

$$V_{b2} = \begin{cases} V_{bx} = -\omega_z\left(\frac{L_v}{2} - R_b\right)\sin(\omega_z(t)) + R_b \cdot \omega_z(t) \\ V_{by} = -\omega_x(R_v - R_b)\sin(\omega_x(t)) + R_b \cdot \omega_x(t) \end{cases} \quad (2.20)$$

### 2.6.3 Détermination de l'accélération d'une bille dans la jarre :

#### A. Au plan (YZ) :

On fait dériver l'équation (2.19) vitesse de la bille dans la jarre au plan (YZ) par rapport au temps on obtiendra  $A_{b1}$ :

$$A_{b1} = \begin{cases} A_{yb}(t) = -\omega_x^2(R_v - R_b)\cos(\omega_x(t)) \\ A_{zb}(t) = -\omega_x^2(R_v - R_b)\sin(\omega_x(t)) \end{cases} \quad (2.21)$$

#### B. Au plan (XY) :

On fait dériver l'équation (2.20) accélération de la bille dans la jarre au plan (XY) par rapport au temps  $A_{b2}$

$$\mathbf{A}_{b2} = \begin{cases} \mathbf{A}_{xb}(\mathbf{t}) = -\omega_z^2 \left( \frac{L_v}{2} - \mathbf{R}_b \right) \cos(\omega_z(\mathbf{t})) \\ \mathbf{A}_{yb}(\mathbf{t}) = -\omega_x^2 (\mathbf{R}_v - \mathbf{R}_b) \cos(\omega_x(\mathbf{t})) \end{cases} \quad (2.22)$$

Afin de simuler les forces normale et tangentielle puis l'énergie cinétique en présence lors des chocs entre la bille libre et la paroi de la jarre, cette dernière est considérée comme étant constituée par des billes bornées comme indiqué sur les (figures. 2.8a et 2.8.b), le diamètre de ces billes égales à l'épaisseur de la paroi de la jarre. De cette façon, l'impact entre la bille et la paroi de la jarre est représenté comme un choc entre deux billes de diamètre différent.

### 2.7 DETERMINATION DE L'ENERGIE CINETIQUE DE LA BILLE :

On a l'expression de l'énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (2.23)$$

D'où :

- $m$  est la masse de la bille avec :

$$m = \rho v \quad (2.24)$$

$$\rho = 8000 \text{ KG/m}^3$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R_b^3$$

- $I$  est le moment d'inertie avec :

$$I = \frac{2}{5} m R_b^2 \quad (2.25)$$

- $v$  est la vitesse de la bille
- $\omega$  est la vitesse angulaire qui varie selon le repère qu'on a

En faisant la projection sur notre système on obtiendra :



$$E_c = \begin{cases} \frac{1}{2} m V_{bX}^2 + \frac{1}{5} (m R_b^2) \omega_z^2 \\ \frac{1}{2} m V_{bY}^2 + \frac{1}{5} (m R_b^2) \omega_x^2 \\ \frac{1}{2} m V_{bZ}^2 + \frac{1}{5} (m R_b^2) \omega_y^2 \end{cases} \quad (2.26)$$

## 2.8 DETERMINATION DE LA FORCE NORMALE :

Pour la simulation de l'impact, le model proposé par Cundal et Strack (1979) [41] et modifié ensuite par Brilliantov et al. (1996)[42], Saluefia et al. (1999) [43], Buchholz et al. (2000)[44] et Pöschel et al. (2001)[45], est utilisé. En particulier, par l'évaluation de la prise de déformation autant que  $\xi_{ij} = R_i + R_j - |r_i - r_j|$ , avec  $r_i$  et  $r_j$  les vecteurs de position de particules sphériques ayant un rayon  $R_i$  et  $R_j$ , respectivement, la matière entrant en collision est soumis à la force.

$\vec{F}_{ij} = \vec{F}_{ij}^N + \vec{F}_{ij}^T$ , où  $\vec{F}_{ij}^N$  et  $\vec{F}_{ij}^T$  sont les forces le long de directions normales et tangentielles, respectivement. Si plus d'une sphère ayant trait au mur simulé ( $j = 1, \dots, n_{imp}$ ) interagit avec la sphère  $i$ , la force résultante agissant sur elle est donnée par  $F_i = \sum_{j=1}^{n_{imp}} \vec{F}_{ij}$

La composante normale de la force d'interaction peut être écrite comme suit (cf. Pöschel et al. 2001) [45]:

$$\vec{F}_{ij}^N = \left[ \frac{2\gamma}{3(1-\nu^2)} \sqrt{R_{eff}} (\epsilon_{ij}^2 + \frac{3}{2} A \sqrt{\epsilon_{ij}} \frac{d\epsilon_{ij}}{dt}) \right] \vec{n} \quad (2.27)$$

Où :

- $\gamma$  est le module de Young
- $\nu$  est le coefficient de poisson
- $A$  constante de la dissipation visqueuse
- $R_{eff}$  est le rayon équivalent avec :

$$R_{eff} = (R_i \cdot R_j) / (R_i + R_j) \quad (2.28)$$

- $\epsilon_{ij}$  est le champ des déformations

### 2.9 DETERMINATION DE LA FORCE TANGENTIELLE :

Lorsque l'on considère la composante tangentielle  $\vec{F}_{ij}^T$ , la formulation mathématique consommée Cf. Salueña et al, 1999[43] prend en compte que les sphères glissent les unes sur les autres dans le cas où la condition de Coulomb  $|\vec{F}_{ij}^N| |\vec{F}_{ij}^T|$  contient, par ailleurs certaines frottements visqueux se produit. En particulier, il en résulte que :

$$\vec{F}_{ij}^T = \text{sgn}(\mathbf{v}_{ij}^{\text{rel}}) \min \left\{ m_{ij}^{\text{eff}} \gamma_T |\mathbf{v}_{ij}^{\text{rel}}|, \mu |\vec{F}_{ij}^N| \right\} \cdot \vec{t} \quad (2.29)$$

Ou :

- $m_{\text{eff}}$  est la masse effective avec :

$$\triangleright m_{\text{eff}} = (m_i m_j) / (m_i + m_j) \quad (2.30)$$

- $\gamma_T$  est le coefficient d'amortissement dans le sens tangentiel
- $\mu$  est le coefficient de frottement statique de Coulomb
- $\vec{t}$  représente le vecteur tangent unitaire
- $\mathbf{v}_{ij}^{\text{rel}}$  est la vitesse relative de la sphère au point de contact

#### 2.9.1 Détermination de la vitesse relative de la sphère au point de contact :

On a:

$$\mathbf{v}_{ij}^{\text{rel}} = \left( \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} - \frac{d\mathbf{r}_j}{dt} \right) + \left( \mathbf{R}_i \vec{n} \wedge \vec{\Omega}_i - \mathbf{R}_j \vec{n} \wedge \vec{\Omega}_j \right) \quad (2.31)$$

Ou :

- $\vec{\Omega}_i$  et  $\vec{\Omega}_j$  les vitesses angulaires de rotation des sphères

**2.10 DETERMINATION DES MOMENTS AGISSANT SUR LES BILLES :**

$$\vec{M}_i = \vec{F}_{ij}^T \wedge \vec{n} R_i \quad (2.32a)$$

Et

$$\vec{M}_j = -\vec{F}_{ij}^T \wedge \vec{n} R_j \quad (2.32b)$$

**2.11 DETERMINATION DU COUPLE DE FROTTEMENT DU ROULEMENT :**

Quand le contacte entre la bille et la surface cylindrique de la jarre ce produit, un couple résistant opposé à la requête de roulement de la bille doit être considéré. Comme suggéré par Brilliantov et Peschel (1998) [46], le couple de frottement du roulement peut être exprimé sous la forme :

$$\vec{\tau}_i = -\mu_{rol} |\vec{F}_{ij}^N| \cdot \frac{\vec{M}_i}{|\vec{M}_i|} \quad (2.33)$$

Ou :

- $\mu_{rol}$  Le coefficient du frottement de roulement
  - $\mu_{rol} = A$ , comme suggéré par les mêmes auteurs

Si aucun impact entre la bille et la paroi de la jarre ne se produit, la seule force qui agit sur la bille est celle de la gravité. Une fois les forces et moments agissant sur la sphère sont évalués, il est possible d'exprimer les équations de mouvement de la sphère i, de la manière suivante :

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i \quad (2.34)$$

$$\frac{d\vec{v}_i}{dt} = \varepsilon \frac{\vec{F}_i}{m_{eff}} + \vec{g} \quad (2.35)$$

$$\frac{d\vec{\Omega}_i}{dt} = \varepsilon \frac{\vec{M}_i - \phi \vec{\tau}_i}{I_i} \quad (2.36)$$

## Chapitre 2 : l'étude cinématique d'un broyeur vibratoire

Ainsi que les conditions initiales correspondantes :

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i^0 \quad \dot{\vec{r}}_i = \vec{0}, \quad (2.37)$$

$$\vec{v}_i = \vec{0} \quad \dot{\vec{v}}_i = \vec{0}, \quad (2.38)$$

$$\vec{\Omega}_i = \vec{0} \quad \dot{\vec{\Omega}}_i = \vec{0} \quad (2.39)$$

Où :

- $v_i$  la vitesse de la bille
- $\vec{F}_i$  la force totale agissant sur la bille
- $\vec{g}$  la gravité
- $I_i$  est le moment d'inertie de la bille

$$\triangleright I_i = \frac{2}{5} m_i R_i^2 \quad (2.40)$$

Il est à noter que les équations ci-dessus ont besoin de deux paramètres auxiliaires nommés  $\varepsilon$  et  $\phi$  pour discriminer l'apparition de l'impact du matériel comme suit :

- $\varepsilon = 1$  si l'impact se produit
- $\varepsilon = 0$  si aucun impact ne se produit

Et

- $\phi = 1$  si la rotation se produit
- $\phi = 0$  s'il n'y a pas de rotation

Où :

- $\varepsilon$  et  $\phi$  Des paramètres auxiliaires sans dimension

Grâce à l'intégration, les équations. (2.34) - (2.36), la position, la vitesse et l'accélération de la bille au cours du broyage peut être obtenue, permettant ainsi l'évaluation des paramètres énergétiques les plus importants qui influent les poudres à broyer à l'intérieur de l'appareil, à savoir l'énergie d'impact  $E_i$  et la fréquence de percussion (nombre des impacts / heure) avec :

$$E_i = \frac{1}{2} m_i |\vec{v}_i|^2 + \frac{1}{2} I_i |\vec{\Omega}_i|^2 \quad (2.41)$$

Afin d'utiliser la méthode d'équilibre de la population pour simuler les processus de fragmentation dans le broyeur vibratoire nous avons adopté les hypothèses suivantes :

- les poudres sont dispersées uniformément dans la jarre
- la croissance continue des phénomènes de particules ou d'agrégation ne sont pas considérés
- matériau de poudre est considéré comme fragile, donc pas de déformation plastique du produit

La seule variable décrivant la population est la fraction de masse  $\psi(\chi)$  de particules en fonction de la taille des particules( $\chi$ ). Sous les hypothèses ci-dessus, l'équation d'équilibre de la population détermine suivant (Ramkrishna, 2000) :

$$\frac{\partial \psi(\chi, t)}{\partial t} = \mathbf{B}(\chi, t) - \mathbf{D}(\chi, t) \quad (2.42)$$

Où :

- $\mathbf{B}(\chi, t)$  est le terme de taux de natalité de la classe granulométrique  $\chi$
- $\mathbf{D}(\chi, t)$  est le terme de taux de mortalité

À la fois en fonction uniquement sur les processus de rupture. En règle générale, ces termes ont été considérés seulement comme fonction de la taille de particules de mère et fille.

**Chapitre 3 :**  
**La méthode des**  
**éléments discrets et le**  
**modèle d'équilibre de**  
**population**

## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

---

### 3.1 INTRODUCTION A LA METHODE DES ELEMENTS DISCRETS :

Le succès des simulations de la dynamique moléculaire pour les systèmes de gaz et de liquide a motivé l'utilisation de la méthode des éléments discrets (DEM, Discrete Element Method) pour la modélisation des écoulements granulaires. Ces méthodes considèrent le matériau granulaire comme un ensemble de particules qui se déplacent indépendamment les unes des autres selon les lois déterministes de la mécanique newtonienne.

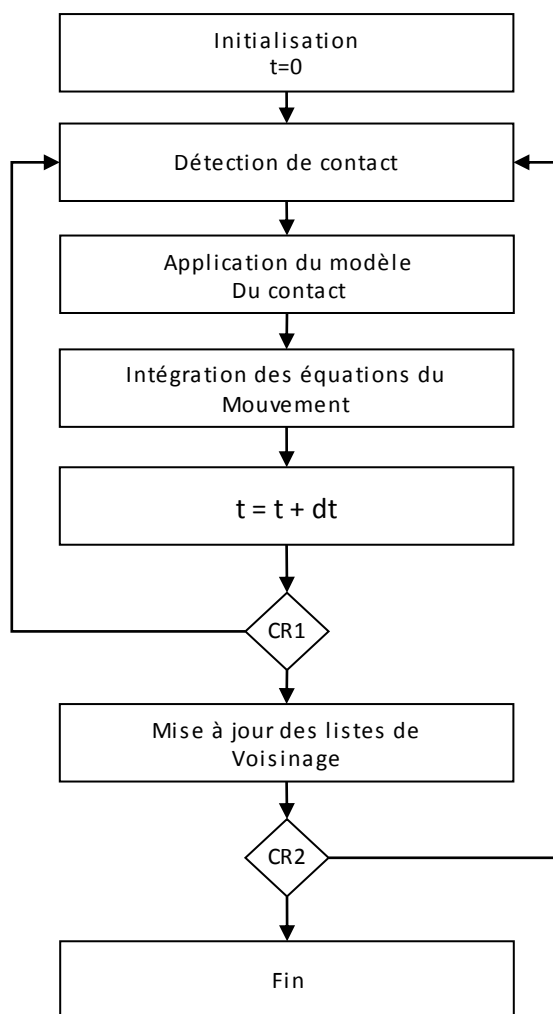
La DEM est basée essentiellement sur un algorithme de détection de contact entre particules, des lois de contact donnant les forces normales et tangentielles entre deux particules en contact et d'un algorithme d'intégration des équations du mouvement de chaque particule.

L'approche de la DEM est inspirée de la dynamique moléculaire (MD). Une des différences principales entre les deux est la force d'entraînement : dans la MD, les particules suivent le gradient d'un potentiel global, qui dépend alternativement des positions relatives des particules, alors que les particules de la DEM agissent l'une sur l'autre par les contacts locaux.

Une autre différence est induite par le fait que la MD traite habituellement des particules au niveau atomique dont l'échelle de temps est de l'ordre de la pico ou de la nano-seconde, alors que pour les grains dans la DEM, l'échelle de temps est de l'ordre de quelques secondes.[41], est basée sur l'application du principe fondamental de la dynamique à chaque grain dans le but de déterminer leur position à un instant donné.

Les forces extérieures sont essentiellement la gravité et les forces dues aux contacts particule-particule et particule-paroi. On suppose que la taille des particules est assez grande (de l'ordre de 1 mm) pour pouvoir négliger les forces d'interactions de van der Waals devant le poids.

L'algorithme de la DEM comporte essentiellement cinq étapes (voir Figure 3.1). On commence par l'initialisation des positions et des vitesses des grains. Ensuite, on répète à chaque pas de temps les étapes de détection des possibles contacts, l'intégration des équations du mouvement pour déterminer les positions des grains au pas de temps suivant. De temps en temps, on fait la mise à jour des listes de voisinage.



**Figure 3.1** : Organigramme de la DEM. Avec Cr.1 : critère de mise à jour de la liste de voisinage et Cr.2 :  $t > T_{max}$ . [66]



## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

---

Pour l'initialisation de la simulation de la dynamique des grains dans un mélangeur au cours du temps, il faut commencer par spécifier les caractéristiques géométriques du mélangeur (taille, forme, mouvements, etc.). Ensuite, il faut positionner  $N$  grains numérotés de 1 à  $N$  dans le mélangeur et leur attribuer des vitesses et vitesses angulaires initiales. Il faut également donner les caractéristiques physiques (masse, rugosité, etc.) et géométriques (taille, forme, etc.) des grains.

Le but de l'étape de détection et de résolution de contact est de voir si un grain est en contact avec un autre grain. Dans le cas du contact, il faut calculer les forces dues aux contacts entre les grains et entre les grains et la paroi. Pour cela, il faut déterminer le point de contact, la direction et la distance de chevauchement entre les grains en contact. Le chevauchement est une idéalisation de la déformation des grains supposés être des corps élastiques.

L'étape d'intégration des équations de mouvement consiste à appliquer à l'instant  $t$  le principe fondamental de la dynamique pour les forces et les moments, puis à intégrer les équations par rapport au temps, pour déterminer la position de chaque grain à l'instant  $t + \Delta t$ .

La mise à jour des listes de voisinage sert à réduire la recherche des possibles contacts entre les grains à un nombre limité de particules. Comme le pas de temps est très petit, la mise à jour de cette liste ne se fait pas à chaque pas de temps mais après un nombre de pas de temps (entre 10 et 100 pas de temps) selon un critère bien déterminé.

### 3.1.1 Détection et résolution du contact :

Cette étape est la plus complexe et la plus coûteuse en termes de temps de calcul de l'ordinateur. En effet, la difficulté varie selon la forme géométrique des grains (par exemple en 3D les grains peuvent avoir une forme sphérique, ellipsoïdale, polyédrique, etc.). Pour les particules sphériques déterminer si deux particules sont en contact ou non revient à tester si la distance entre leurs centres est inférieure à la somme de leurs rayons ou pas.

## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

---

### 3.1.2 Calculs des forces de contact :

Chaque particule dans le système peut agir sur ses voisines ou avec la paroi du mélangeur aux points de contact par des forces normales et tangentielles [47]. On suppose que les contacts entre particules ont une durée finie et que les déformations des particules sont négligeables comparées à leurs déplacements et à leurs tailles.

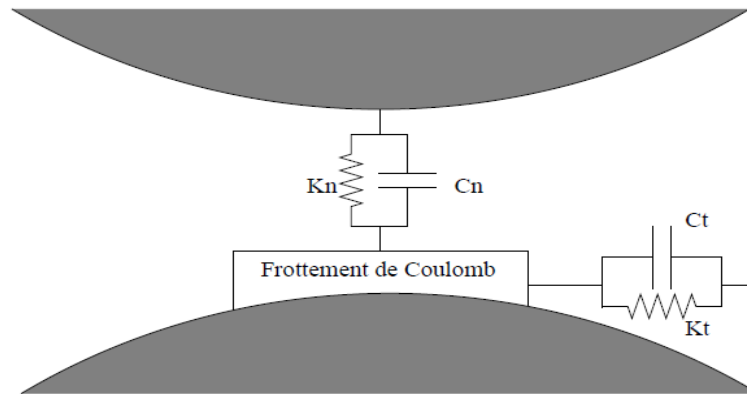
#### 3.1.2.1 Modèle de la force normale :

Selon la théorie classique de Hertz, la relation entre la force normale de contact,  $F$  et le déplacement normal,  $\alpha$  est donnée par :  $F = K\alpha^{3/2}$

Où :

- $K$  : est la raideur normale de contact qui dépend des propriétés des matériaux des deux corps en contact et les courbures au point de contact.

Il est à noter que le modèle (Non linéaire) d'Hertz est élastique, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de perte d'énergie suite à un déchargement. Par conséquent, le coefficient de restitution, défini comme le rapport entre la vitesse restituée et la vitesse initiale, est égale à un dans ce cas. Mais si lors d'une collision les charges dans la direction normale sont suffisamment élevées des déformations plastiques peuvent se produire. L'énergie est donc dissipée ce qui résulte en un coefficient de restitution ayant une valeur inférieure à un. Dans de tels cas, le modèle de contact élastique d'Hertz n'est plus approprié.



**Figure 3.2 :** Représentation schématique du modèle de Cundall pour le contact entre deux grains ( $k_n$  et  $k_t$  sont les raideurs normale et tangentielle respectivement et  $c_n$  et  $c_t$  sont les capacités normale et tangentielle respectivement). [66]

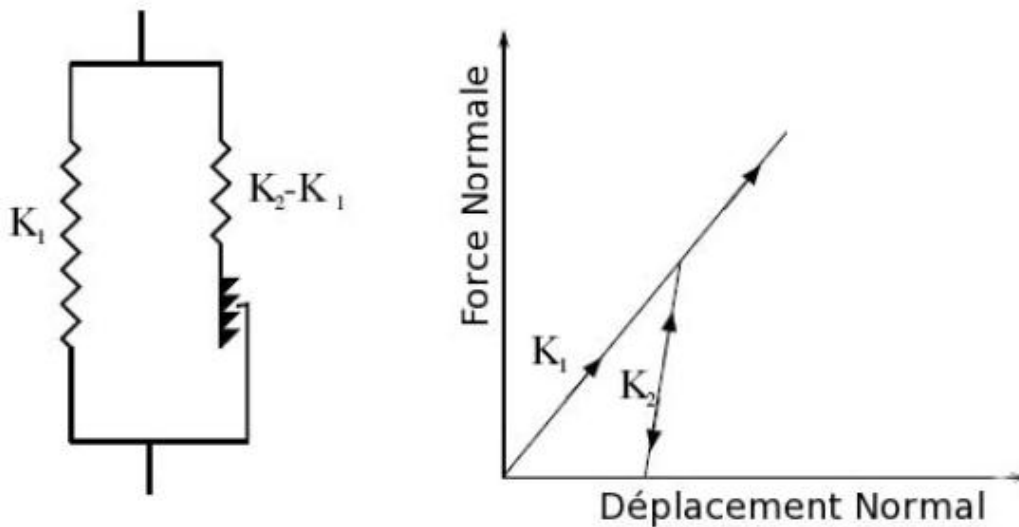
En se basant sur des simulations numériques par éléments fini pour des sphères élasto-plastiques en contact, Walton et Braun [48] ont proposé un modèle de contact normal permettant la dissipation de l'énergie. Dans ce modèle, la force normale  $F_{ij}^n$  agissant sur la particule  $i$ , résultant de son interaction avec la particule  $j$ , est fonction de la distance de chevauchement  $\alpha_{ij}$  :

$$F_{ij}^n = \begin{cases} K_1 \alpha_{ij} \mathbf{n}_{ij} & \text{pour le chargement} \\ K_2 (\alpha_{ij} - \alpha^0) \mathbf{n}_{ij} & \text{pour le déchargement} \end{cases} \quad (3.1)$$

Où :

- $K_1$  la rigidité normale pour le chargement ;
- $K_2$  la rigidité normale pour le déchargement.

Le coefficient de rigidité pour le déchargement est plus grand que celui du chargement. Lors du déchargement, la force normale diminue jusqu'à ce qu'elle soit nulle. À une force normale nulle, le chevauchement résiduel  $\alpha^0$  est fonction du degré d'inélasticité (plasticité). On ne permet aucune force de tension : la force normale demeure nulle en déchargeant plus loin. Rechargeant avec la rigidité  $K_2$  jusqu'à ce que la force normale atteigne sa valeur maximale avant le déchargement, puis continuer le chargement avec la rigidité  $K_1$  (voir Figure 3.3).



**Figure 3.3** : Représentation schématique du modèle élasto-plastique linéaire de Walton et Braun pour le comportement des forces normales de deux particules en contact. [66]

Ce modèle de collision binaire donne lieu à un coefficient de restitution indépendant de la vitesse relative d'impact donné par  $e = \sqrt{K_1/K_2}$

### 3.1.2.2 Modèle de la force tangentielle:

La force tangentielle de contact est calculée en utilisant le modèle de Walton [49] qui n'est qu'une extension en troisième dimension du modèle à deux dimensions de Walton et Braun [48]. Ce modèle est basé sur les travaux théoriques de Mindlin pour les forces de frottement de contact entre les corps élastiques [50].

Après contact, la force tangentielle s'accumule, non-linéairement, avec des déplacements dans le plan tangent (voir Figure 3.4). Elle est calculée incrémentalement de la façon suivante : le déplacement tangentiel est composé de deux parties : une composante parallèle à la force de frottement  $\Delta s^{\parallel}$ , et l'autre perpendiculaire,  $\Delta s^{\perp}$ . Dans la direction parallèle à la force tangentielle, la rigidité tangentielle initiale  $K_t^0$ , qui est une fraction de la rigidité normale  $K_1$ , puis la rigidité tangentielle effective se durcit selon que la force tangentielle augmente ou diminue :

$$K_{ij}^{\parallel} = \begin{cases} K_0^t \left( 1 - \frac{\|F_{ij}^t\| - F^*}{\mu \|F_{ij}^n\| - F^*} \right), & \text{pour } \|F_{ij}^t\| \text{ croissant,} \\ K_0^t \left( 1 + \frac{\|F_{ij}^t\| - F^*}{\mu \|F_{ij}^n\| + F^*} \right)^\gamma, & \text{pour } \|F_{ij}^t\| \text{ décroissant} \end{cases} \quad (3.2)$$

Où :

- $\mu$  est le coefficient de frottement entre particules,  $\gamma$  est un paramètre fixe,  $F_{ij}^t$  est la force tangentielle, et  $F^*$  est égale à zéro initialement.
- La rigidité tangentielle  $K^\perp$  est égale à  $K_0^t$  dans la direction perpendiculaire à la force tangentielle.

La nouvelle valeur de la force tangentielle  $F_{ij}^t$  appliquée sur la particule  $i$  par la particule  $j$  est calculée suivant les déplacements tangentiels et la rigidité tangentielle dans les deux directions :

$$\bar{F}_{ij}^t = K_{ij}^{\parallel} \Delta s^{\parallel} t_{ij}^{\parallel} + K_0^t \Delta s^\perp \cdot t_{ij}^\perp \quad (3.3)$$

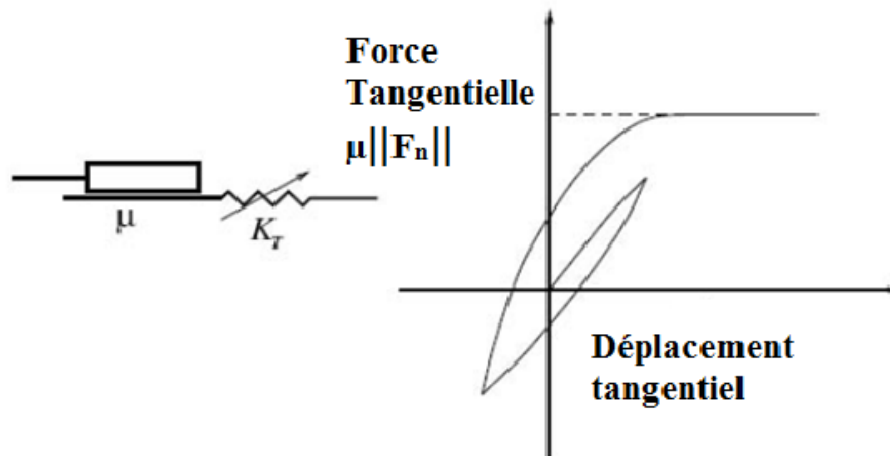
D'où :

- $t_{ij}^{\parallel}$  vecteur unitaire dans le plan tangent qui est, parallèle à la force tangentielle ;
- $t_{ij}^\perp$  vecteur unitaire dans le plan tangent qui est perpendiculaire à la force tangentielle.

En second lieu, nous utilisons la loi de frottement de Coulomb : si la valeur de la force tangentielle calculée,  $\bar{F}_{ij}^t$  au contact dépasse la limite de frottement  $\mu \|F_{ij}^n\|$ , le glissement se produit et l'intensité de la force tangentielle est réduite à la valeur limite.

Par conséquent, la force tangentielle est :

$$\left\{ \begin{array}{ll} F_{ij}^t, & \text{si } ||F_{ij}^t|| \leq \mu ||F_{ij}^n|| \\ \frac{\mu ||F_{ij}^n||}{F_{ij}^t} F_{ij}^t, & \text{sinon} \end{array} \right. \quad (3.4)$$



**Figure 3.4 :** Modèle de glissement pour la composante tangentielle de la force de contact entre particules. [66]

En tenant compte de la force tangentielle  $F_{ij}^t$ , le moment  $M_{ij}$  appliqué à la particule  $i$  par rapport à son centre de gravité en contact avec la particule  $j$  est donné par :

$$M_{ij} = -d_{ij} n_{ij} \times F_{ij}^t \quad (3.5)$$

Où :

- $d_{ij}$ , est la distance qui sépare les centres de gravité des deux particules.

La résultante des forces  $F_i$  agissant sur la particule  $i$  et la résultante des moments  $M_i$  agissant sur la particule  $i$  à son centre de gravité sont données par la somme de toutes les forces et moments de contact, exercés sur la particule :

$$F^i = F_{i,\omega} + \sum_{j \in N_i} F_{ij}$$

$$M^i = M_{i,\omega} + \sum_{j \in N_i} M_{ij} \quad (3.6)$$

D'où,

- $N_i$ , est l'ensemble de toutes les particules en contact avec la particule  $i$ ,
- $F_{i,\omega}$  et  $M_{i,\omega}$ , sont la force résultante et le moment résultant exercés par le broyeur sur la particule  $i$  si elle est en contact avec la paroi.

## 3.2 PROCESSUS DE REDUCTION DE LA TAILLE DES PARTICULES DE POUDRE

### 3.2.1 Hypothèses adoptées

Pour l'utilisation du modèle d'équilibre de population dans le processus de mécanosynthèse de la poudre dans le broyeur vibratoire « type Spex », nous avons adopté les hypothèses suivantes :

- La poudre est uniformément dispersée dans la jarre ;
- Le broyage se fait par étape d'arrêt et de marche du broyeur ;
- La Croissance et l'agglomération des particules de poudre ne sont pas prises en considération ;
- La poudre est fragile, où la déformation plastique est négligeable ;
- La seule variable décrivant la population est la fraction de masse  $\psi(\chi)$  des particules en fonction de la taille  $\chi$ .

### 3.2.2 Détermination de la taille des particules de poudre par la modèle d'équilibre de population :

Ainsi, l'équation différentielle d'équilibre de population est (Ramkrishna, 2000) [51]:

$$\frac{\partial \psi(\chi, t)}{\partial t} = B(\chi, t) - D(\chi, t) \quad (3.7)$$

## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

---

Où :

- $B(\chi, t)$ , est le taux de natalité de la classe granulométrique  $\chi$ ;
- $D(\chi, t)$ , est le de taux de mortalité.

Ces derniers, dépendent seulement du phénomène de la fragmentation de la poudre. Ces termes, ont été aussi considérés comme une fonction de la taille des particules mère et fille, particulièrement.

D'autre part, une approche semi-probabiliste est supposée dans cette étude pour l'évaluation de quelques variables qui sont fonctions de la nature du matériau de poudre, et de l'énergie fournie dans broyage.

En plus, le taux de décès est obtenu comme étant le produit de la probabilité  $p^h(\chi, t)$ , (appelée aussi la probabilité d'impact) qu'une certaine masse de particules de taille  $\chi$  subie le choc par unité de temps et la probabilité  $p^b(\chi, t)$  (appelée aussi : probabilité de la fragmentation), que cette masse une fois est mise en collision se fragmente.

Il est admis, que dans l'approche proposé par Gavrilov et al. (1999) [52], la probabilité qu'une certaine masse  $\psi(\chi, t)$  de la poudre de taille  $\chi$  subit l'impact, suit une loi binomiale en fonction des paramètres  $\psi(\chi, t)$  et  $p$ , tel que :

- $\psi(\chi, t)$ : la masse totale de la poudre de taille  $\chi$  dans le broyeur;

$$p = \frac{V_{imp}}{V_{avail}} \quad (3.8)$$

Où:

- $V_{imp}$  : volume d'impact de la poudre;
- $V_{avail}$  : volume de poudre continue dans la jarre.

Ainsi, la masse moyenne de la poudre de taille  $\chi$  qui subit le choc peut s'écrire:

$$\psi_m(\chi, t) = p \cdot \psi(\chi, t) \quad (3.9)$$

Les données pour le calcul du volume d'impact  $V_{imp}$  dans le broyeur mécanique, ont été obtenues par le modèle de Maurice et Courtney (1990, 1996) [30,53] définit par :

$$V_{imp} = \frac{16\pi(L_v - R_b)r_h^2\rho_b n_b R_b^3}{3\rho_p C_R(6D_V^2 L_v - 16n_b R_b^3)} \quad (3.10)$$



## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

---

Où :

- $\rho_b$  : masse volumique de la bille ;
- $R_b$  : rayon de la bille ;
- $n_b$  : nombre de billes ;
- $C_R$  : Rapport masse billes sur masse poudre ;
- $\rho_p$  : masse volumique de la poudre ;
- $D_v$  : diamètre de la jarre ;
- $L_v$  : longueur de la jarre.

Il est à noter, que dans l'approche donné par Maurice et Courtney (1990, 1996) [30,53], les caractéristiques thermophysiques des billes servant de broyage et leurs natures sont prises en compte.

La variable,  $r_h$  est appelée le rayon Hertzien, a été calculée par ces auteurs, et définit par :

$$r_h = R_b 1.475 |v_{imp}|^{0.4} \left(\frac{\rho_b}{\gamma}\right)^{0.2} \quad (3.11)$$

L'équation (3.11), est le cas du choc de la bille avec la surface plane de même matériau. Pour des impacts avec la surface courbée, le rayon est:

$$r_h = R_b 1.475 |v_{imp}|^{0.4} \left(\frac{\rho_b}{\gamma}\right)^{0.2} \left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)^{0.4} \quad (3.12)$$

Et

$$\beta = -\frac{R_v}{R_b} \quad (3.13)$$

Avec :

- $\gamma$  : module d' Young de la bille

En désignant par  $f$ , la fréquence de choc de la bille du broyeur vibratoire, qui peut être déterminée par la dynamique du mouvement de la bille dans la jarre. Ainsi, il est possible d'évaluer la probabilité d'impact par unité de temps :

$$\dot{p}^h(\chi, t) = fp\psi(\chi, t) \quad (3.14)$$

## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

---

En d'autres termes, la probabilité d'impact représente la vitesse moyenne à laquelle la masse des particules de poudre de taille  $\chi$  subissent le choc mécanique.

La probabilité de la fragmentation décrit la fraction des particules de poudre, qui diminue quand celles-ci subiront une ou plusieurs collisions. En particulier, nous ne supposons que la fonction correspondante, formulés par Vogel et Peukert (2003a, b) [54,55], où une seule courbe montre l'allure de la fragmentation de la poudre des différents matériaux de plusieurs tailles des particules.

Cette probabilité de réduction de la taille de poudre prend également en compte l'énergie spécifique de masse en raison de la charge des billes agissant sur les particules au cours du broyage.

En utilisant deux approches différentes, Vogel et Peukert (2003a, b) [54,55], issues d'une même formulation de la probabilité de fragmentation qui est donnée comme suit :

$$p^b(\chi, t) = 1 - \exp[-f_{mat}\chi h(t)(W_{imp} - W_{min})] \quad (3.15)$$

- $p^b(\chi, t)$  : probabilité de fragmentation des particules de poudre ;
- $\chi$  : taille initiale des particules de poudre ;
- $W_{imp}$  : énergie spécifique fournie à la masse de poudre lors d'un impact ;
- $h(t)$  : nombre d'impacts donné à la poudre au temps  $t$  ;
- $f_{mat}$  : paramètre dépendant du matériau (Vogel et Peukert, 2003a) [54], définit la résistance des particules de poudre à la fragmentation lors du broyage et il est fonction du module d'Young et du coefficient de poisson ainsi qu'en fonction de la charge des billes ;
- $W_{min}$  : paramètre dépendant du matériau (Vogel et Peukert, 2003 b) [55], représentant le seuil énergétique, c'est-à-dire, l'énergie spécifique que la particule de poudre peut l'absorber sans être fracturée.

Il est à noter que, la probabilité de fragmentation indiquée dans l'équation (3.15) est étroitement liée aux caractéristiques énergétiques du broyeur par les valeurs de l'énergie spécifique d'impact et au nombre d'impacts apportés à la poudre,  $h(t)$  pouvant être exprimée en fonction du temps  $t$ , par :

$$h(t) = f \cdot t \quad (3.16)$$

## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

---

Les valeurs de  $f_{mat}$  et  $\chi W_{min}$  sont obtenus expérimentalement par Vogel et Peukert (2003a, b) [54,55] pour différents matériaux. En particulier, il a été constaté que, dans plusieurs conditions de broyage, le produit de  $\chi W_{min}$  reste constant pour un même matériau.

L'apport du taux de mortalité apparaît dans l'équation (3.7) peut être exprimé comme suit : on considère deux termes de probabilité, c'est à dire, la probabilité de la poudre à subir le choc mécanique et la probabilité de la masse de poudre compacte à se fragmenter, ceci devient :

$$D(\chi, t) = fp \{1 - \exp[-f_{mat} \chi f \cdot t (W_{imp} - W_{min})]\} \psi(\chi, t) \quad (3.17)$$

Lorsque les seuls phénomènes de fragmentation de la poudre sont pris en considération, le taux de natalité est strictement lié à la durée de mortalité. En réalité, la naissance des fragments de taille  $\chi$  pouvant apparaître que par le fractionnement des fragments de taille  $\chi'$  supérieur, à celles de taille  $\chi$ .

Ainsi, si une seule taille du matériau en poudre est donnée, on peut obtenir la fraction de masse des fragments de taille  $\chi$  produite dans le temps, en multipliant le taux de mortalité des particules d'entrées pour la fonction appropriée  $b(\chi, \chi')$  qui donne la fraction de masse des particules de taille  $\chi$  obtenue par la fragmentation d'une particule d'entrée de taille  $\chi'$ .

Cette fonction se réfère dans la littérature (Vogel et Peukert, 2003a, b) [54,55] comme une fonction de transfert de masse qui peut être calculée à partir de la «fonction de fragmentation»,  $Br(\chi, \chi')$ , et elle est donnée par :

$$b(\chi, \chi') = \frac{\partial Br(\chi, \chi')}{\partial \chi} \quad (3.18)$$

Cependant, quand la poudre est de taille variée et en tenant compte de toutes les particules de taille supérieure à  $\chi$ , le terme du taux de naissance de l'équation (3.7) devient :

$$B(\chi, t) = \int_{\chi}^{\chi_{max}} D(\chi', t) \frac{\partial Br(\chi, \chi')}{\partial \chi} \partial \chi' \quad (3.19)$$

Diverses formules empiriques ont été proposées dans la littérature pour la "fonction de fragmentation". Cependant, il a été suggéré à effectuer des essais expérimentaux et pour dériver la fonction qui correspond le mieux aux résultats expérimentaux.

## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

En outre, les fonctions de fragmentation présentées dans le tableau (3.1) peuvent être utilisées dans cette étude.

Fonction de fragmentation	Références	Commentaires
$Br(\chi, \chi') = \frac{1 - \exp(\chi/\chi')}{1 - \exp(-1)}$	Broadbent and Calcott (1956) [56]	
$\frac{\partial Br(\chi, \chi')}{\partial \chi} = \delta\left(\frac{\chi'}{\chi} - 2^{1/3}\right)$	Kostoglou et al. (1997) <sup>b</sup> [57]	Homogénéité de la fragmentation en deux particules de poudre égales
$\frac{\partial Br(\chi, \chi')}{\partial \chi} = \delta\left(\frac{\chi'}{\chi} - n^{1/3}\right)$	Kostoglou et al. (1997) <sup>b</sup> [57]	Homogénéité de la fragmentation en n particules de poudre égales

$\chi^a$ : la taille des articles descendants ;  $\chi'$  : la taille des particules mères ;  $\delta^b$ : fonction de Dirac.

**Tableau 3.1** : Fonctions de fragmentation utilisées pour le processus de broyage.

En considérant tous les termes de l'équation (3.7) tel qu'ils sont décrits ci-dessus, et en intégrant le système d'équations donné ci-dessous, ainsi que les conditions initiales et aux limites suivantes :

$$\begin{aligned} \Psi(\chi, 0) &= \Psi^0(0) & \text{Pour } t = 0 \quad \forall \chi \\ \Psi(\chi, t) &= 0 & \text{Pour } t > 0 \quad \chi = 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Il est possible de simuler l'évolution temporelle de la distribution de masse de toutes les classes granulométriques dans l'appareil de broyage pour différents matériaux de poudre, et les caractéristiques géométriques et dynamiques du broyeur mécanique ainsi que les différentes tailles initiales de poudre échantillonnée.

Quant aux méthodes numériques adoptées, les équations (2.34) et (2.36) qui déterminent le mouvement de la bille dans la jarre sont substituées dans un système d'équation différentielle ordinaire, celui-ci peut être résolu par des méthodes numériques, telles que : Newton et différence fini par des schémas implicites ou/et explicites.

## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

---

D'autre part, l'équation (3.7) de l'équilibre de population couplé avec le terme de natalité de l'équation (3.19), représentent une équation différentielle partielle avec les variables  $t$  et  $\chi$ .

La dérivée qui apparaît dans l'équation (3.19) peut être réécrite analytiquement ou par une discrétisation appropriée de la variable indépendante  $\chi$ . Le système d'équation différentielle qui résulte, est résolu comme cité précédemment.

### 3.3 APPLICATION DU PROCESSUS DE BROUAGE MECANIQUE :

#### 3.3.1 Broyage de la poudre dans les broyeurs vibratoire et centrifuge :

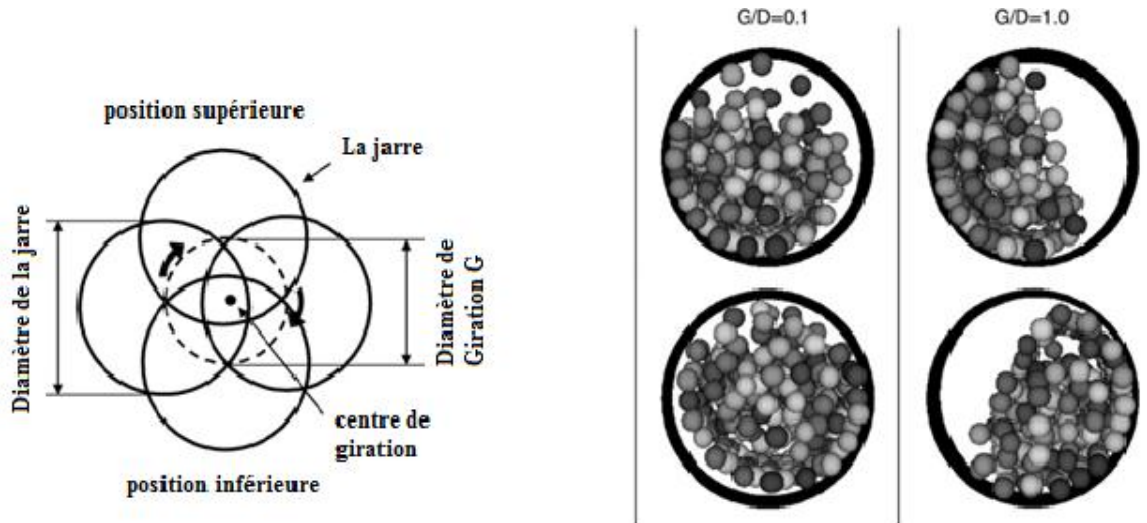
Les broyeurs centrifuge et vibratoire peuvent être considérés similaires au broyeur planétaire, dont la jarre est en mouvement de rotation et dans laquelle la charge de poudre et les billes en matériaux dur, engendrent des forces centrifuges nécessaires au broyage de la poudre.

En plus, les broyeurs centrifuges et planétaires diffèrent en ce qui concerne le rapport entre le diamètre de giration  $G$  et le diamètre de l'enceinte de broyage  $D$ , est inférieur à 1. [58]. Ainsi, ce rapport ( $G/D$ ) représente aussi ( $r/R$ ) dans le cas du broyeur planétaire où :

- $r$  : le rayon de la jarre ;
- $R$  : le rayon du plateau.

Lorsque ce rapport ( $G/D$ ) devient très faible ( $< 0.15$ ), cela signifie que la jarre est placée près du centre de rotation, ce broyeur centrifuge apparaît identique à celui du broyeur vibratoire. Par conséquent, le broyeur centrifuge est un type de broyeur vibratoire possédant une amplitude élevée du mouvement oscillatoire.

La figure (3.5) montre des résultats obtenus par la méthode des éléments discrets (DEM) pour différents rapports ( $G/D$ ) avec le modèle de broyage en 3D développé dans la présente étude, avec un taux de remplissage  $j$  égal à 0.5 et une vitesse de rotation égale à 800 tr/ min.



**Figure 3.5 :** Schéma d'un broyeur centrifuge (à gauche) et vue de plan de la jarre, contenant des billes en acier inoxydable de 15 mm de diamètre avec deux rapports ( $G/D$ ) et un taux de remplissage  $J$  égal à 0.5 [65].

Les paramètres utilisés dans les calculs de la taille des poudre et les billes ainsi que la jarre (en acier dur inoxydable) sont, donnés dans le tableau (3.2). Pour des rapports ( $G/D$ ) plus élevés, la charge des billes à l'intérieur de la jarre se déplace en rotation avec une seule masse regroupée. Cependant, pour un faible rapport ( $G/D$ ) égal à 0.1 la charge des billes se disperse dans la jarre.

Paramètre	Valeur	Unité
Module de Young	200	Gpa
Coefficient de poisson	0,3	-
Coefficient de la restitution	0,18	-
Coefficient de la friction	0,3	-

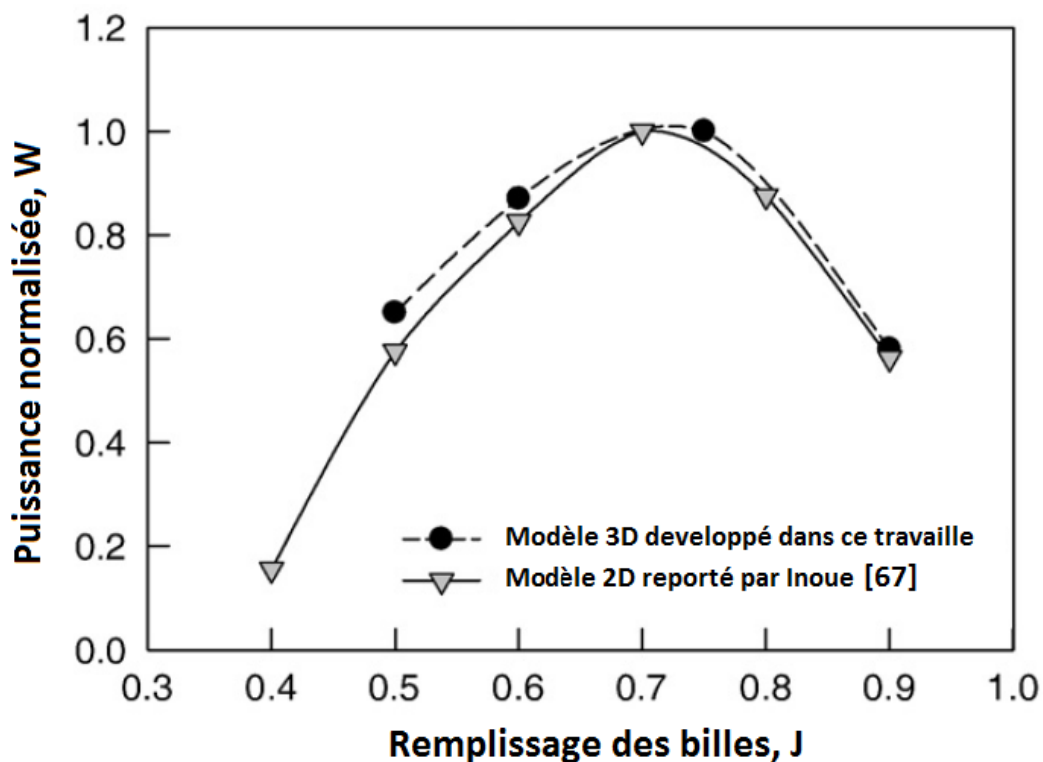
**Tableau 3.2 :** Paramètres utilisés dans le calcul par la méthode DEM [65].

Dans la figure (3.6), un modèle proposé de la méthode DEM pour une comparaison avec celui du modèle présenté par Inoue [59] en ce qui concerne la consommation d'énergie électrique lors du procédé de mécanosynthèse pour différentes charges des billes.

## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

Dans cette figure, les courbes de la puissance sont égales et présentent un maximum pour un taux de remplissage des billes,  $j$  égal à 0.7. D'autre part, les travaux réalisés par les auteurs [59,60] dans la modélisation du broyeur centrifuge par la méthode DEM montrent que, le mouvement des billes varie considérablement à l'intérieur de l'enceinte de broyage. Cependant, lorsqu'on augmente le nombre de billes, ces dernières se déplacent en une masse compacte, mieux qu'elles s'y dispersent individuellement et subissent des mouvements relatifs.

En revanche, lorsque le taux remplissage des billes devient faible, les billes glissent le long de la paroi interne de l'enceinte de broyage et sans aucun mouvement de type cascade. Par conséquent, l'utilisation de la méthode DEM ne fournit pas d'information directe sur le phénomène de réduction de la taille des particules de poudre. Cependant, l'intensité de fragmentation de la poudre peut être déduite à partir de l'énergie cinétique de choc calculée pour différentes charges des billes en mouvement de broyage.



**Figure 3.6 :** Variation de la puissance électrique en fonction du taux de remplissage des billes [65].

## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

---

### 3.3.2 Autre modèle relatif à l'équilibre de population (PBM) :

L'équilibre de population dépend de deux fonctions :

- la fonction de la vitesse de fragmentation de la poudre ;
- la fonction de la distribution de la taille de poudre.

La fonction de la vitesse de fragmentation est en rapport avec celle de la vitesse de broyage, à laquelle plusieurs particules de poudre sont fracturées.

La fonction de distribution de la taille des particules de poudre peut être définie par un équilibre massique, est donnée par l'équation :

$$\frac{dm_i}{dt} = -S_i m_i + \sum b_{ij} S_j m_j \quad (3.21)$$

Où :

- $m_i$  : la masse du matériau de poudre de taille  $i$  ;
- $S_i$  : le taux de fragmentation ou la vitesse de fragmentation ;
- $b_{ij}$  : la distribution de taille  $i$  .

La solution de l'équation (3.21) n'est obtenue qu'avec l'utilisation des valeurs expérimentales de  $S_i$  et  $b_{ij}$  pour pouvoir déterminer la distribution de la taille des particules en fonction de la durée de broyage.

En général, la valeur de  $S$  augmente avec la taille des particules, elle passe par un maximum, puis elle diminue lorsque les particules sont trop grandes pour ensuite vont être réduites par le broyage.

Pour une classe de tailles de particules de poudre, cette valeur de  $S$  peut être définie par l'équation :

$$S_j = Q_0 \left( \frac{x_j}{x_0} \right)^\alpha \quad (3.22)$$

Où :

- $x_j$  : la taille des particules ;
- $x_0$  : la taille de la particule initiale (généralement 1 mm) ;
- $Q_0$  : une constante spécifique de fragmentation à  $x_0$  ;
- $\alpha$  : la pente de la courbe.



## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

---

La distribution dans la réduction de la taille de poudre décrit les fragments des particules qui se produisent pour chaque événement de fragmentation. En plus, Il a été démontré que des valeurs typiques de  $B$  peuvent être utilisées dans une fonction empirique définie par l'équation :

$$B_{ij} = \Phi \left( \frac{x_j-1}{x_i} \right)^\gamma + (1 - \Phi) \left( \frac{x_j-1}{x_i} \right)^\beta, \quad i > j \geq 1 \quad (3.23)$$
$$B_{ij} = 1, \quad i = j$$

Où :

- $B_{ij}$  : la distribution cumulative de la fragmentation, qui est une fonction de fragments produits par la réduction des particules de taille  $x_i$ , lesquelles sont plus petites que celles de taille  $x_j$ ,
- $\Phi, \gamma$  et  $\beta$  sont des constantes.

### 3.3.3 Tests de broyage mécanique :

Une série d'essais de broyage a été effectuée dans un broyeur vibratoire type « MB-1, National Heavy Machine Inc., Japon » avec un diamètre de 15 cm et d'une longueur de 18,5 cm sous les conditions de broyage suivantes :

- Charge des billes,  $j$  (taux de remplissage des billes) allant de 40% à 80 % ;
- Charge de poudre,  $U$  (taux de remplissage de la poudre occupant le vide entre les billes) allant de 17 % à 38%.

Le broyeur a été mis en marche avec une fréquence égale à 20 Hz et d'une amplitude de vibration égale à 9 mm. La poudre initiale est de structure feuilletée. Les éléments chimiques composant la poudre ont été identifiés par XRF (Diffractomètre Rayon X), étaient les suivants :

- Oxyde de silicium,  $SiO_2$  est 51,20 % ;
- Oxyde d'aluminium,  $AlO_3$  est 31,1% ;
- Oxyde de potassium,  $K_2O$  est 8,41% ;
- Oxyde de fer,  $F_2O_3$  est 2,30 %.

L'évolution de la distribution de la taille du produit échantillonné en fonction du temps de broyage, a été mesurée pour un taux de 50 % de la charge des billes et 30 % pour un taux de la charge de poudre.

## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

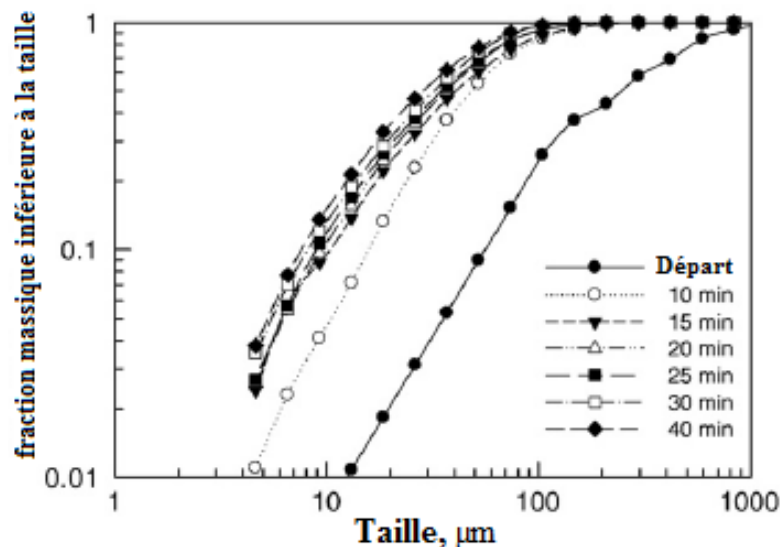
La durée de broyage est de 30 min, le broyage a été réalisé avec des billes en alumine de 15 mm de diamètre, à l'exception pour un test de broyage où les billes utilisées ont un diamètre de 10 mm.

La poudre initialement échantillonnée est de taille homogène, a été analysée par diffraction rayon laser (modèle MSS, Malvern Instruments).

### 3.3.4 RESULTATS :

#### 3.3.4.1 Déterminations des paramètres de fragmentation par le modèle d'équilibre de population :

La figure (3.7) montre les courbes de distribution de la taille des particules de poudre obtenues pour des billes en alumine de 15 mm de diamètre et pour plusieurs durées de broyage, avec un taux de remplissage des billes  $j = 0,5$  et celui de la poudre  $U = 0,3$ . D'après cette figure, nous remarquons que la distribution de la taille des particules varie rapidement pour atteindre de fines classes granulométriques.

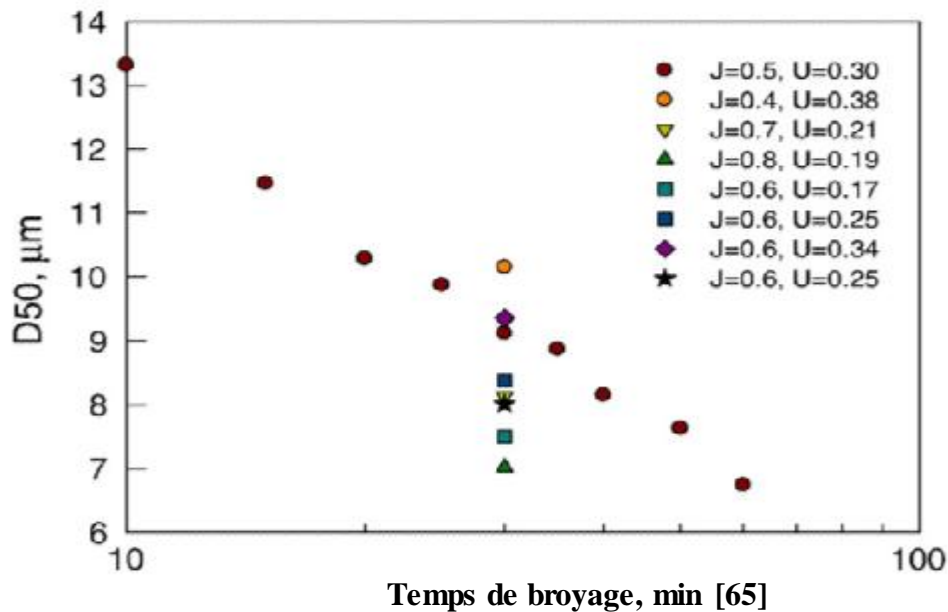


**Figure 3.7 :** Distributions de la taille du produit en poudre pour différents temps de broyage avec  $j = 0,5$ ,  $U = 0,3$ , et  $d = 15$  mm.[65]

En plus, nous remarquons dans la figure 3.7 que pour une poudre échantillonnée de taille égale à 1 mm, 100 % du produit atteint une taille de particules inférieure à 100  $\mu\text{m}$  après broyage pendant 10 minutes. Aussi, la figure (3.8) montre la variation de la taille moyenne de la poudre synthétisée par broyage en fonction du temps.

## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

Par conséquent, la taille moyenne des particules de poudre est réduite de façon linéaire jusqu'à 60 min.



**Figure 3.8 :** Variation de la taille moyenne en fonction du temps de broyage avec les conditions de broyage. Tous les essais ont été réalisés avec des billes en alumine de 15 mm de diamètre, à l'exception d'un test où des billes de 10 mm de diamètre ont été utilisées ; les résultats de cet essai sont indiqués par ★

De plus, dans la figure 3.8 ces auteurs ont noté que pour un temps de broyage égal à 30 min, la tendance générale était la taille moyenne des particules à diminuer en fonction de la charge de poudre.

### 3.3.4.2 La méthode DEM appliquée au broyage dans le broyeur vibratoire:

La méthode des éléments discrets (DEM) a été utilisée pour étudier le broyage dans le broyeur vibratoire avec les mêmes conditions citées précédemment. Les billes sont en alumine et leur nombre à introduire dans la jarre varie de 440 à 880, en fonction du taux de remplissage.

Sachant que les billes ont un :

- Module d'Young égal à 300 GPa ;
- Coefficient de Poisson égal à 0,3 ;
- Coefficient de restitution égal à 0,18 ;
- Coefficient de frottement égal à 0,3.

## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

Le mouvement du broyeur vibratoire été examiné par la rotation excentrique à la fréquence de 20 Hz. L'amplitude de vibration égale à 9 mm, ce qui correspond au rapport G/D égal à 0.06. L'énergie d'impact calculée pour chaque condition broyage, représente l'équation de l'énergie cinétique des billes par kg de la poudre broyée, comme montre le tableau (3.3).

N° du test	J	U	Diamètre des billes, mm	$A_0$	Poudre de taille moyenne, $\mu\text{m}$	Energie d'impact, W	Energie spécifique d'impact, W/kg
1	0,4	0,38	15	1,44	10,15	17	57
2	0,5	0,30	15	1,35	9,12	21	71
3	0,6	0,25	15	1,40	8,38	27	90
4	0,7	0,21	15	1,54	8,13	31	104
5	0,8	0,19	15	1,82	7,02	39	130
6	0,6	0,17	15	1,27	7,50	27	135
7	0,6	0,34	15	1,66	9,35	27	68
8	0,6	0,25	10	1,48	8,01	31	103

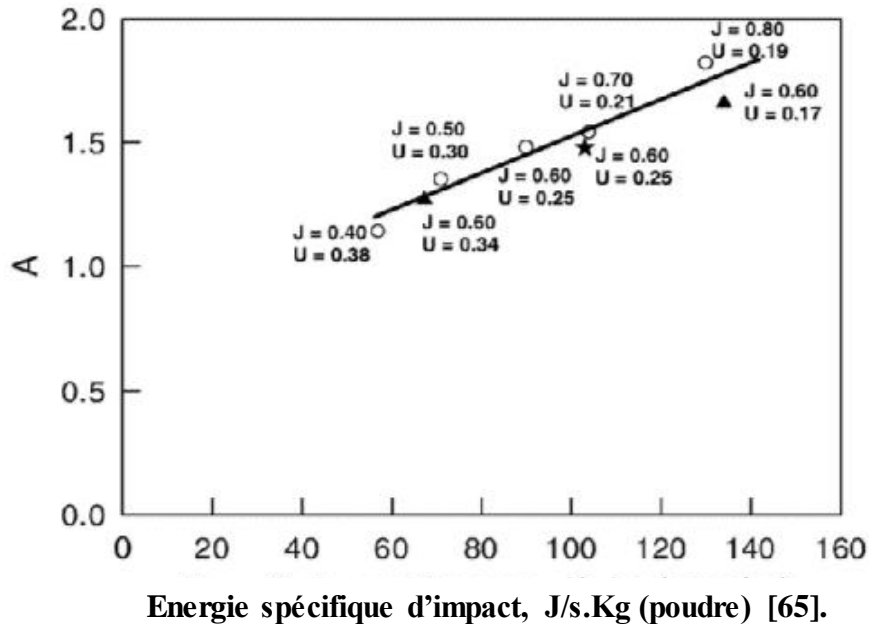
**Tableau 3.3 :** Conditions de broyage de la poudre dans le broyeur vibratoire et les résultats obtenus [65].

Il est admis, que l'étude du broyage par la méthode DEM ne dépend pas de la poudre échantillonnée dans la jarre, seule les billes dont l'énergie cinétique de choc a été calculée pour un taux de remplissage équivalent aux essais numéros 3, 6, et 7 du tableau ci-dessus. Cependant, l'énergie cinétique de choc par unité de masse de poudre ou l'énergie spécifique d'impact varie en fonction de la charge de poudre  $U$ .

Les résultats de l'essai de broyage ont révélé que seul, le paramètre  $A_0$  dans l'équation (3.22) était très cohérent avec les résultats de nombreux études effectuées sur des broyeurs à billes dans lesquels les paramètres d'échelle sont seulement développés dans les termes de  $A_0$ , car les autres paramètres restent invariables dans différentes conditions de broyage [61].

## Chapitre 3 : La méthode des éléments discrets et modèle d'équilibre de population

Par conséquent, ce paramètre  $A_0$  a été pris en corrélation dans le calcul de l'énergie spécifique d'impact dans plusieurs conditions de broyage. Les résultats sont représentés dans la figure (3.9) et l'énergie spécifique d'impact a été calculée par la méthode DEM qui convient avec la constante  $A_0$ .



**Figure 3.9 :** Relation entre le paramètre de fragmentation  $A_0$ , et l'énergie d'impact spécifique calculée par la méthode DEM. Tous les essais ont été effectués avec des billes en alumine de 15 mm de diamètre, à l'exception d'un essai de broyage dans lequel des billes de 10 mm de diamètre ont été utilisées ; les résultats de cet essai sont indiqués par  $\star$ .

**Chapitre 4 :**  
**Résultats**  
**Et**  
**Discussion**

### CHAPITRE 4

### RESULTATS ET DISCUSSION

#### 4.1 INTRODUCTION :

Notre travail consiste à élaborer un programme qui permettra de tracer les trajectoires de la jarre et de la bille, aussi bien calculer leurs vitesses et accélérations qui parviennent lors de l'impact de la bille avec la surface de contact à l'intérieur de la jarre de notre broyeur vibratoire de type spex8000 , et ce durant le procédé de mécanosynthèse, en utilisant les équations développées dans les chapitres précédents, et cela en faisant varier les paramètres suivants:

- Le rayon de la jarre ;
- La fréquence de rotation ;
- Le rayon de la bille.

En plus, nous avons, pour des angles de rotations ( $\alpha$  et  $\theta$ ), aussi d'autres paramètres géométriques et dynamiques qui peuvent avoir une influence sur les forces créées lors du processus du broyage, entre autres :

- La longueur de la jarre
- Le diamètre de la bille
- Les vitesses angulaires

### 4.2 PROGRAMME DE CALCULE :

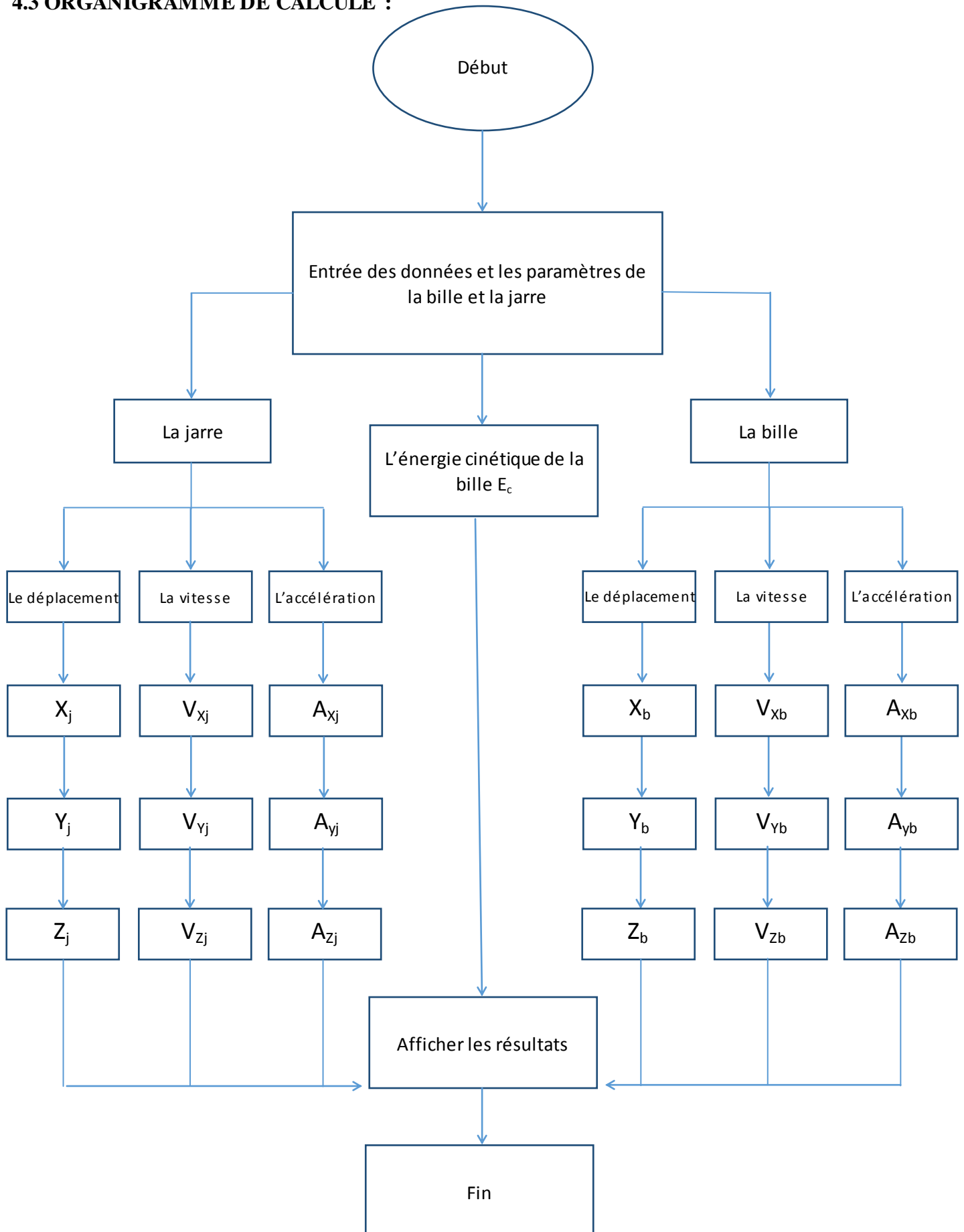
En utilisant le langage Matlab, un programme de calcul a été élaboré, ce dernier est basé sur la variation des différents paramètres et particulièrement les rayons de la jarre et de la bille, qui ont une influence sur la mécanosynthèse.

Ce programme est régi par plusieurs étapes à savoir :

- Introduction des données des constantes ;
- Une boucle de variation des différents paramètres cités auparavant ;
- Extraire les trajectoires que fait la jarre dans les trois axes ;
- Calcule de la vitesse et de l'accélération de la jarre sur les trois axes ;
- Extraire les trajectoires que fait la bille à l'intérieur de la jarre ;
- Calcul de la vitesse et de l'accélération de la bille ;
- Calcul de l'énergie cinétique de la bille ;
- Affichage des résultats.



4.3 ORGANIGRAMME DE CALCULE :



### 4.4 LES RESULTATS DE L'ETUDE DU MOUVEMENT DE LA JARRE :

#### 4.4.1 Les trajectoires de mouvement de la jarre du broyeur mécanique :

Le modèle mathématique décrit dans le chapitre deux, et en particulier l'équation. (2.7), a été utilisée pour simuler le mouvement de la jarre. Les trajectoires par rapport au centre de gravité de la jarre désigné par (le point C sur les figures. 2.7 et 2.8) sont illustrées dans la figure. (4.1), tandis que les données du modèle utilisées dans la simulation sont présentés de suite :

- Le Rayon de la jarre,  $R_j = 1,9$  cm
- La longueur de la jarre,  $L_v = 5,8$  cm
- Le Rayon de la bille,  $R_b = 6,3$  mm
- La longueur de la tige,  $L = 10$  cm
- La fréquence du broyage,  $\omega = 120$  rad /s
- L'amplitude angulaire  $\theta_0 = 15^\circ$
- L'amplitude angulaire dans le repère relatif  $\alpha_0 = 15^\circ$

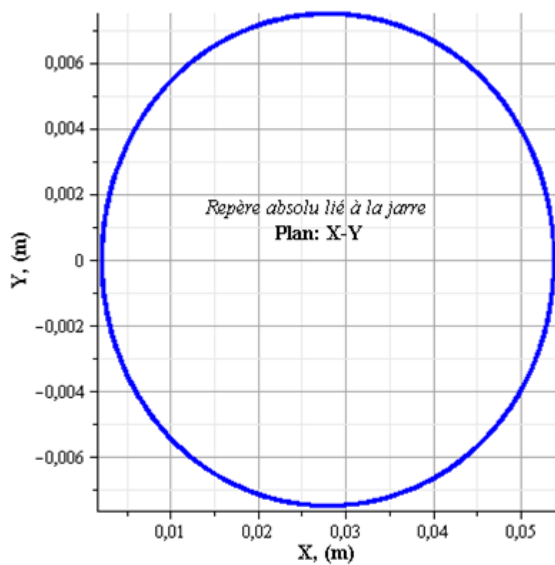
Les résultats du modèle ont été comparés avec les résultats expérimentaux obtenus par Caravati et al. (1999) [62] et Delogu et al. (2000) [40]. On voit que le modèle reproduit bien les données de l'expérimental, sauf pour le plan XY. Dans ce cas, la différence entre les résultats du modèle et les données expérimentales sont dues à la négligence des ressorts qui représentent les forces viscoélastiques.

Les graphes suivants montrent les trajectoires que fait la jarre durant le processus du broyage suivant les trois plans orthogonaux :

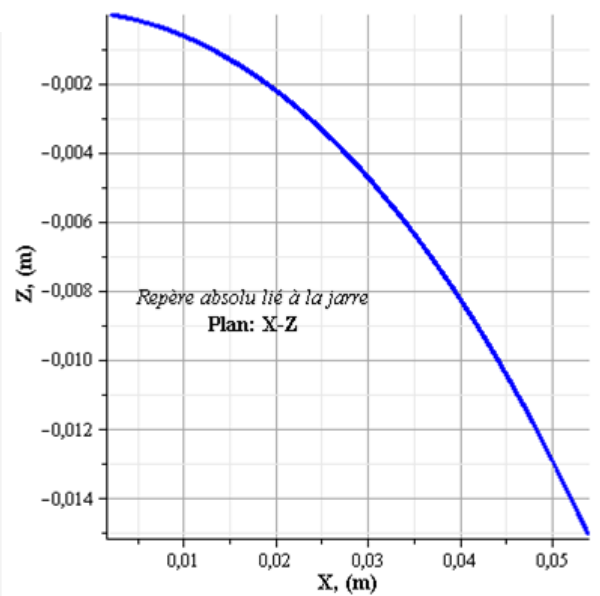
- Le plan (XZ)
- Le plan (XY)
- Le plan (YZ)

Le but, est de connaître la trajectoire de la bille à l'intérieur de la jarre dans les trois plans orthogonaux

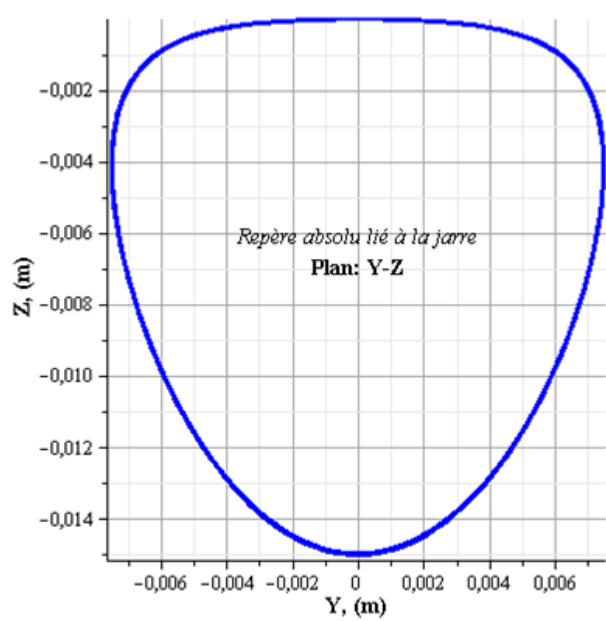
**A. Au plan (XZ) :**



**B. Au plan (XY) :**



**C. Au plan (YZ) :**



**Figure 4.2 :** Les trajectoires que fait la jarre dans trois plans : A) (XZ), B) (XY), C) (YZ)

### 4.4.2 La variation de la vitesse de la jarre :

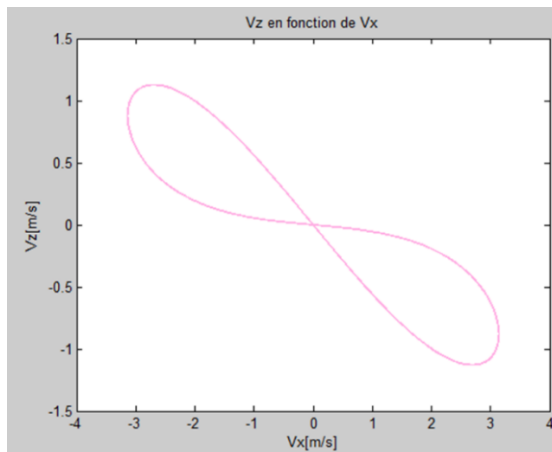
En tenant compte l'équation (2.7) du déplacement de la jarre, sa dérivée par rapport au temps a été utilisée pour simuler les allures de la vitesse de la jarre. Toujours au centre de gravité de la jarre désigné par (le point C sur les figures. 2.7 et 2.8) sont illustrées dans les figures. (4.2), en gardant toujours les mêmes paramètres qui ont été pris en considération lors de l'étude du déplacement de la jarre.

Les graphes suivants nous montrent la forme de la vitesse que fait la jarre durant le processus du broyage dans les trois plans :

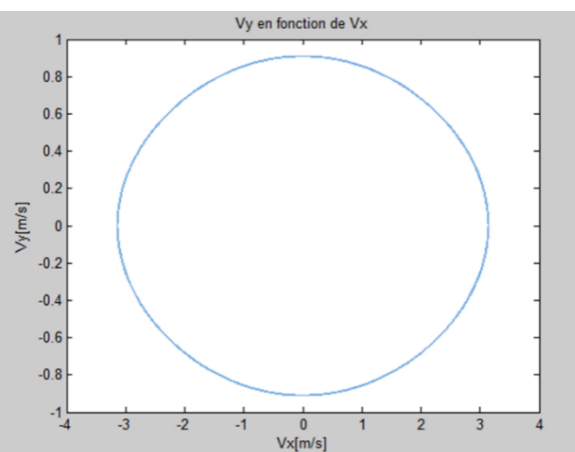
- Le plan (XZ)
- Le plan (XY)
- Le plan (YZ)

L'objectif principal est de connaître la vitesse linéaire et angulaire de la bille en mouvement à l'intérieur de la jarre par rapport au trois plans relatifs liés à la jarre.

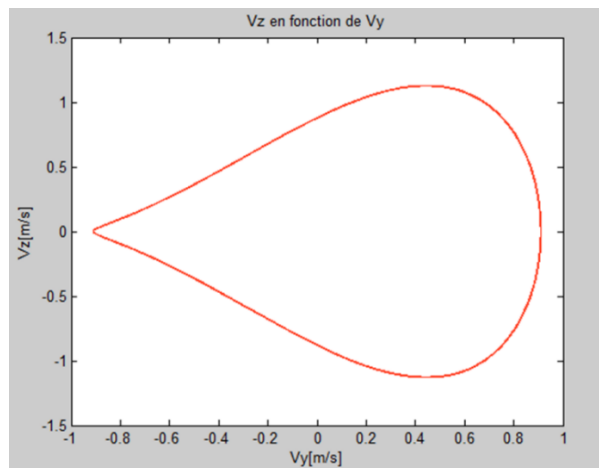
#### A. Au plan(XZ) :



#### B. Au plan (XY) :



### C. Au plan (YZ)



**Figure 4.3 :** Les formes de vitesse que fait la jarre durant son déplacement aux 3 plans : **A)** (XZ), **B)** (XY), **C)** (YZ)

#### 4.4.3 La variation de l'accélération de la jarre :

En tenant compte l'équation (2.8) la vitesse de la jarre, sa dérivée par rapport au temps a été utilisée pour simuler les allures de son accélération.

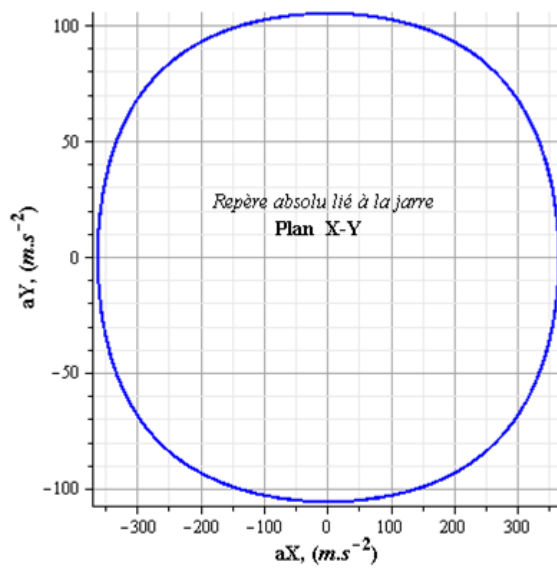
Toujours au centre de gravité de la jarre désigné par (le point C sur les figures. 2.7 et 2.8) sont illustrées dans la figure (4.4), en tenant en compte les mêmes paramètres du broyage qui ont été pris en considération lors du déplacement de la jarre.

Les graphes suivants nous montrent la forme de l'accélération que fait la jarre durant le processus du broyage toujours dans les trois plans au cours d'un certain temps de quelques secondes :

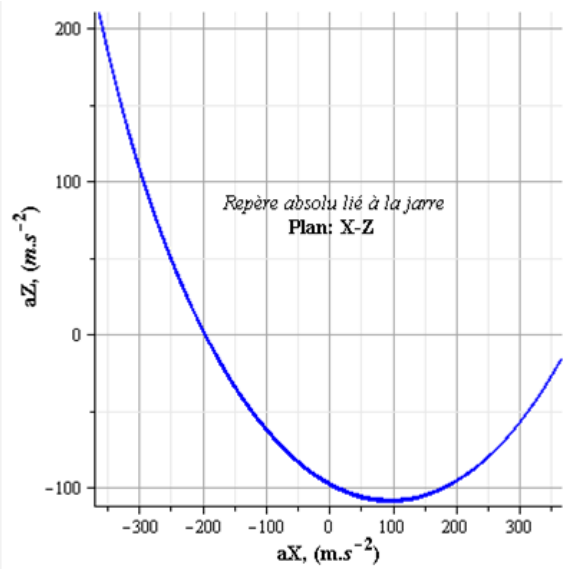
- Le plan (XZ)
- Le plan (XY)
- Le plan (YZ)

Ces courbes ont été obtenues en fonction du temps, on sait que lorsque la vitesse d'un corps en mouvement est constante, son accélération est bien nulle. En plus, ces allures de l'accélération nous permet aussi de déterminer l'accélération de la bille.

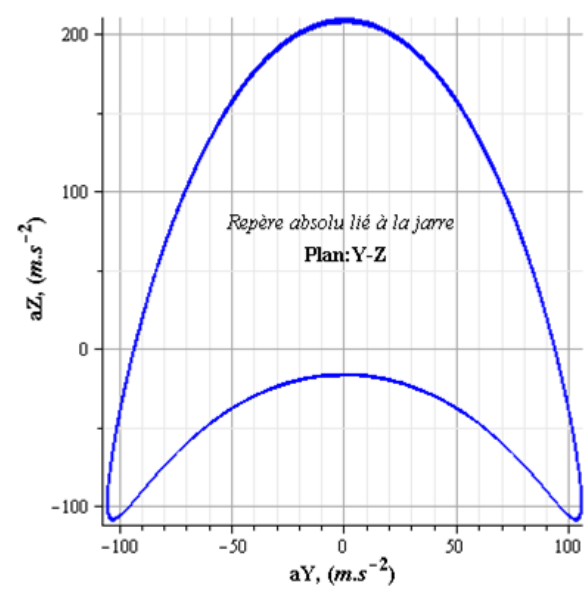
**A. Au plan (XZ) :**



**B. Au plan (XY) :**



**C. Au plan (YZ) :**



**Figure 4.4 :** Les formes d'accélération que fait la jarre durant son déplacement aux 3 plans :

**A)** (XZ), **B)** (XY), **C)** (YZ)

### 4.5 LES RESULTATS D'ETUDE DU MOUVEMENT DE LA BILLE :

#### 4.5.1 Les trajectoires de la bille à l'intérieur de la jarre :

Une fois le mouvement de la jarre est correctement simulé, en tenant compte de l'algorithme pour évaluer l'apparition des impacts entre la bille et la paroi de la jarre, nous analysons la solution des équations qui décrivent le mouvement de la bille dans la jarre.

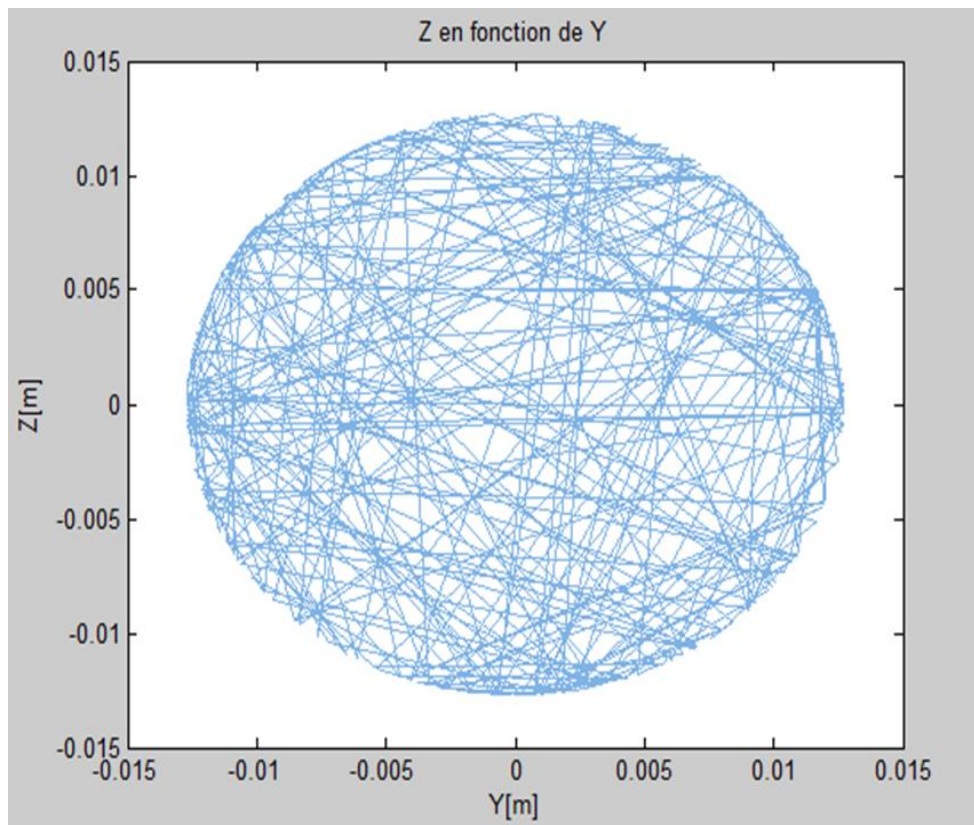
Les valeurs des paramètres du modèle utilisés dans la simulation du mouvement de la bille dans le broyeur vibratoire type Spex 8000 sont :

- Le module de Young,  $\gamma = 20,6 \cdot 10^{10}$  Pa
- Coefficient de poisson,  $\nu = 0,29$
- Constante de la dissipation visqueuse,  $A = 10^{-6}$
- Le coefficient de frottement statique de Coulomb,  $\mu = 0,5$
- Le coefficient du frottement de roulement,  $\mu_{rol} = 10^{-6}$
- Le coefficient d'amortissement dans le sens tangentiel,  $\gamma_T = 100$  Hz

Les graphes suivants montrent les trajectoires que fait la bille à l'intérieur de la jarre durant le processus du broyage suivant deux plans :

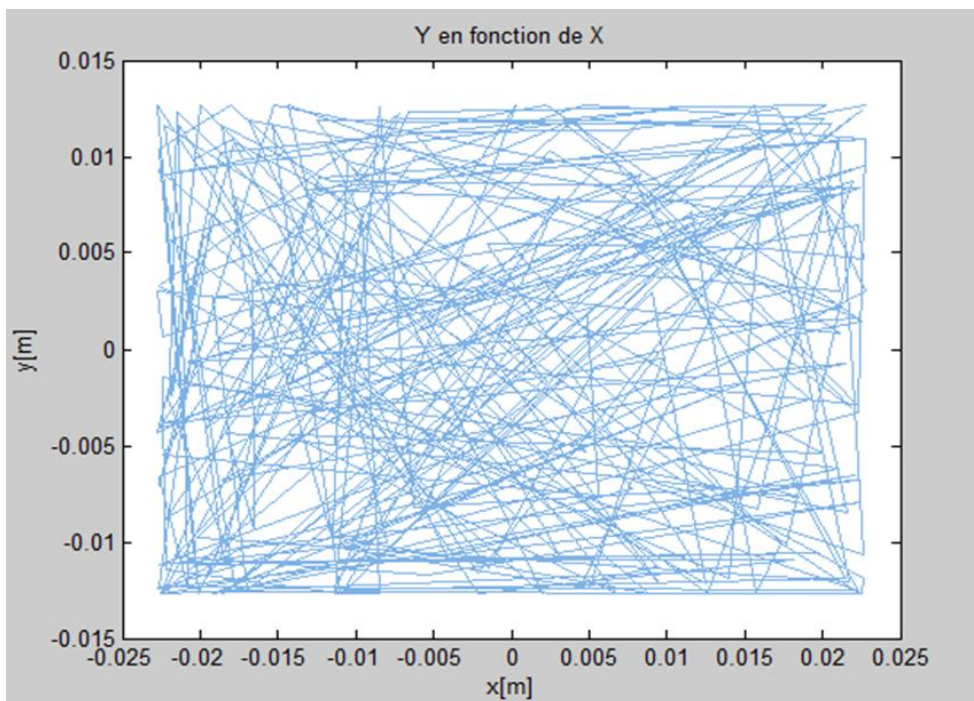
- Le plan (YZ)
- Le plan (XY)

A. Le plan (YZ) :



**Figure 4.5** : la trajectoire que fait la bille suivant le plan (YZ)

B. Le plan (XY) :



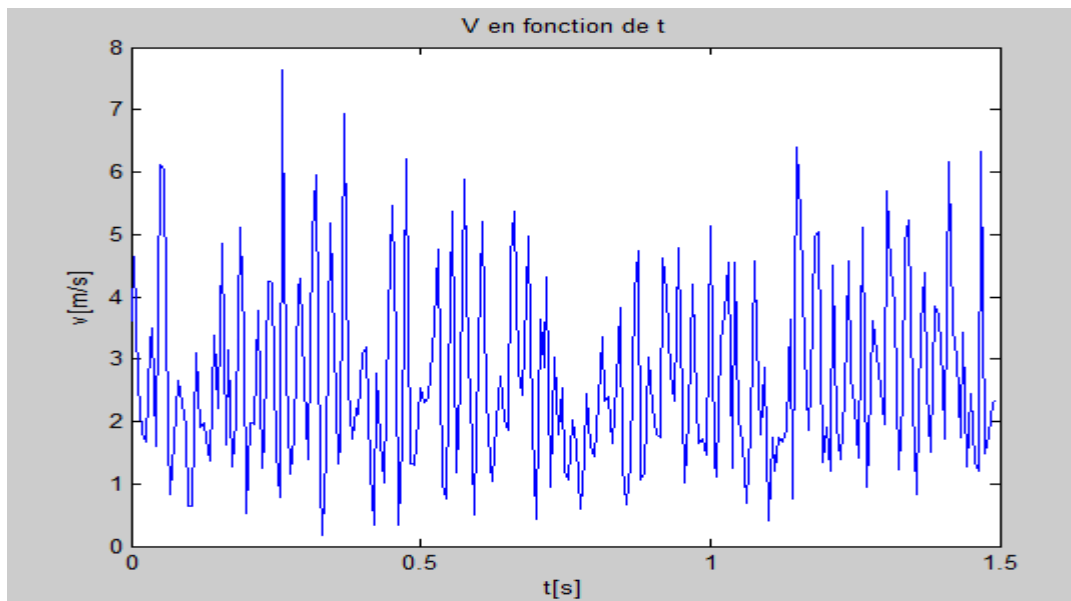
**Figure 4.6** : la trajectoire que fait suivant le plan (XY)



Les projections des trajectoires, de la bille sur le plan XY (la génératrice de la jarre) et YZ (la base de la jarre), respectivement, pendant 1,5 s du mouvement sont représentées sur les figures (4.5, 4.6) Comme prévu.

Ces résultats mettent en évidence que les collisions de la bille avec la paroi de la jarre engendrent un mouvement aléatoire à l'intérieur de la jarre qui est nécessaire aux chocs de la poudre par la mécanosynthèse.

### 4.5.2 : La vitesse de la bille :



**Figure 4.7 :** La variation de la vitesse de la bille

Cette figure montre la variation de la vitesse de la bille en fonction de la fréquence du choc, ici on remarque que la vitesse est maximale (7,57m/s) cela correspond u a une fréquence de (0,145 s<sup>-1</sup>)

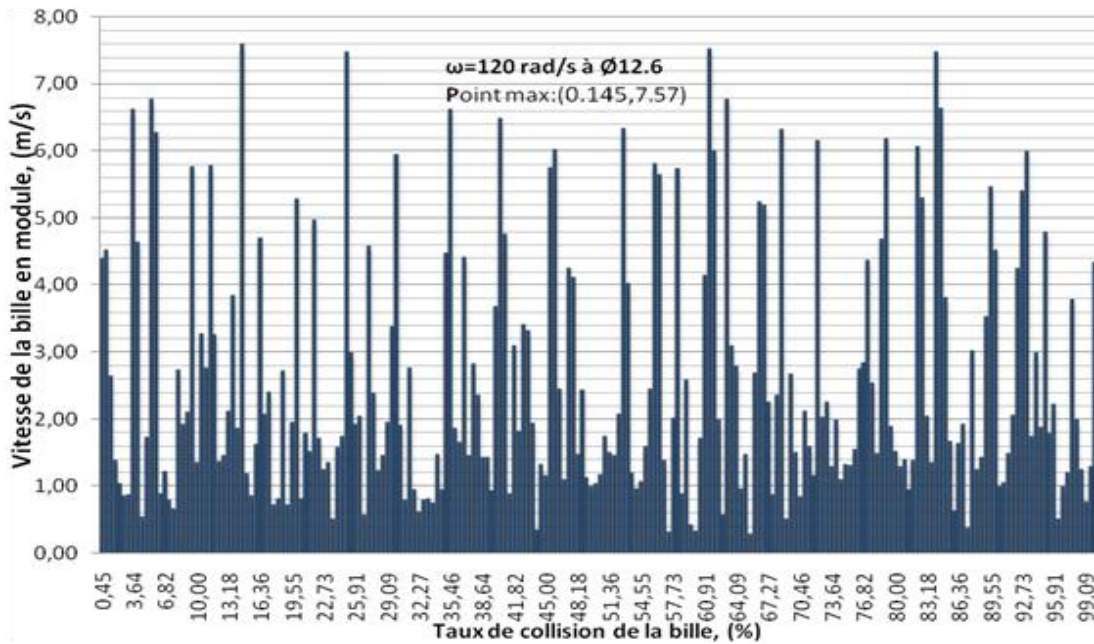


Figure 4.8 : La vitesse de la bille en fonction du taux de collision

La fréquence de distribution de la vitesse d'impact (cet est à dire, le rapport entre le nombre de collisions se produisant à une vitesse spécifique et le nombre total de collisions), est représentée sur la figure 4.8.

Elle a été prise à partir d'un travail d'un auteur ou il a pris une plage de fréquences de rotation (entre 90 et 130 rad/s) parmi les paramètres du broyage utilisés.

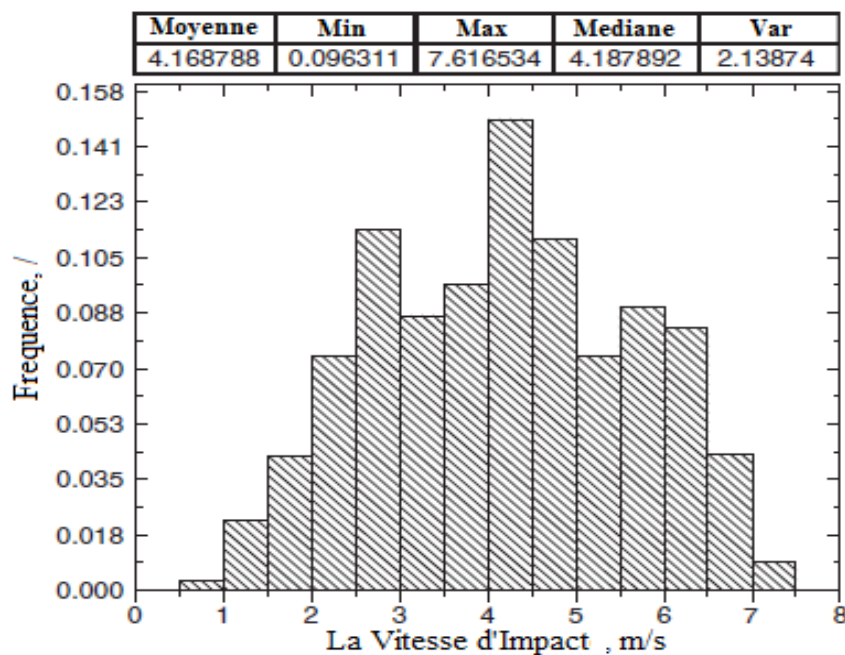


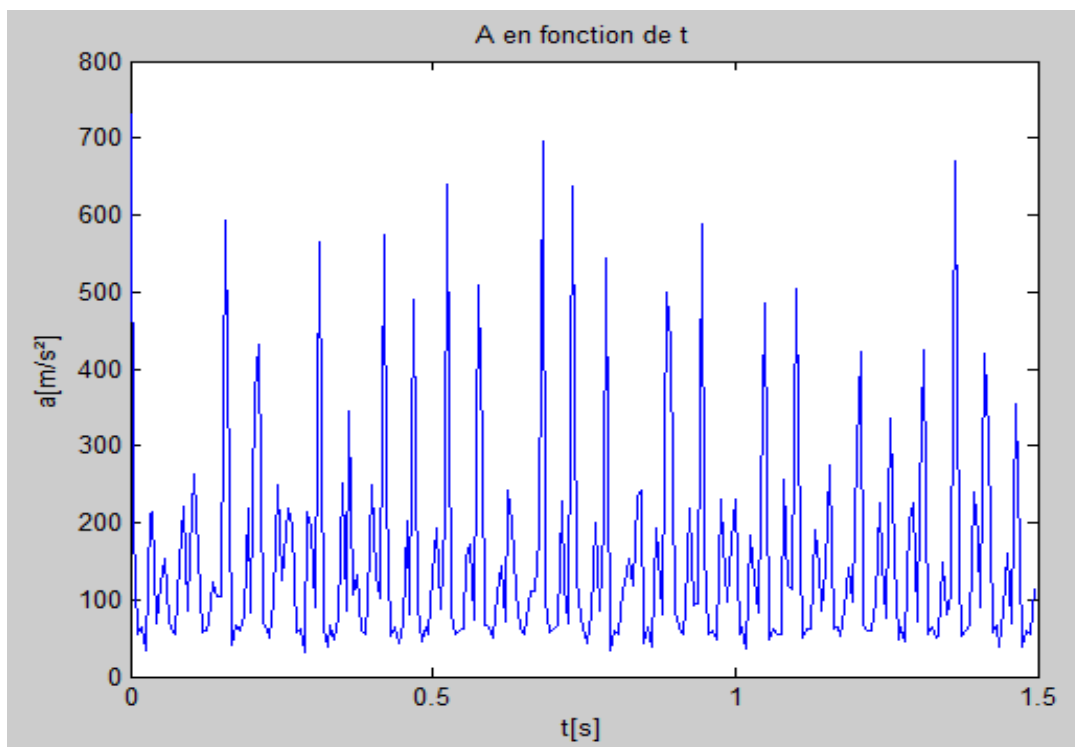
Figure 4.9 : Distribution statistique du module de vitesse d'impact [64]

Une Analyse statistique du nombre de collisions permet d'établir que le module de la vitesse d'impact varie d'une valeur minimale de 0,09 m/s à une valeur maximale de 7,61m/s, tandis que la vitesse d'impact moyenne est d'environ 4,168 m/s avec un écart type de 1,46 m/s comme le montre la figure (4.9)

### 4.5.3 L'accélération de la bille :

On a obtenu les résultats de l'accélération en dérivant l'équation de la vitesse citée avant (2.8). Nous remarquons que l'accélération de la bille peut atteindre une valeur maximale de 720 m/s<sup>2</sup> allons jusqu'à 760 m/s<sup>2</sup>.

Cette allure est conséquente du mouvement aléatoire de la bille et les vitesses de collision avec le voisinage (bille-paroi plane) ou (bille-paroi courbée) a l'intérieure de la jarre comme il est montré sur la figure 4.10.



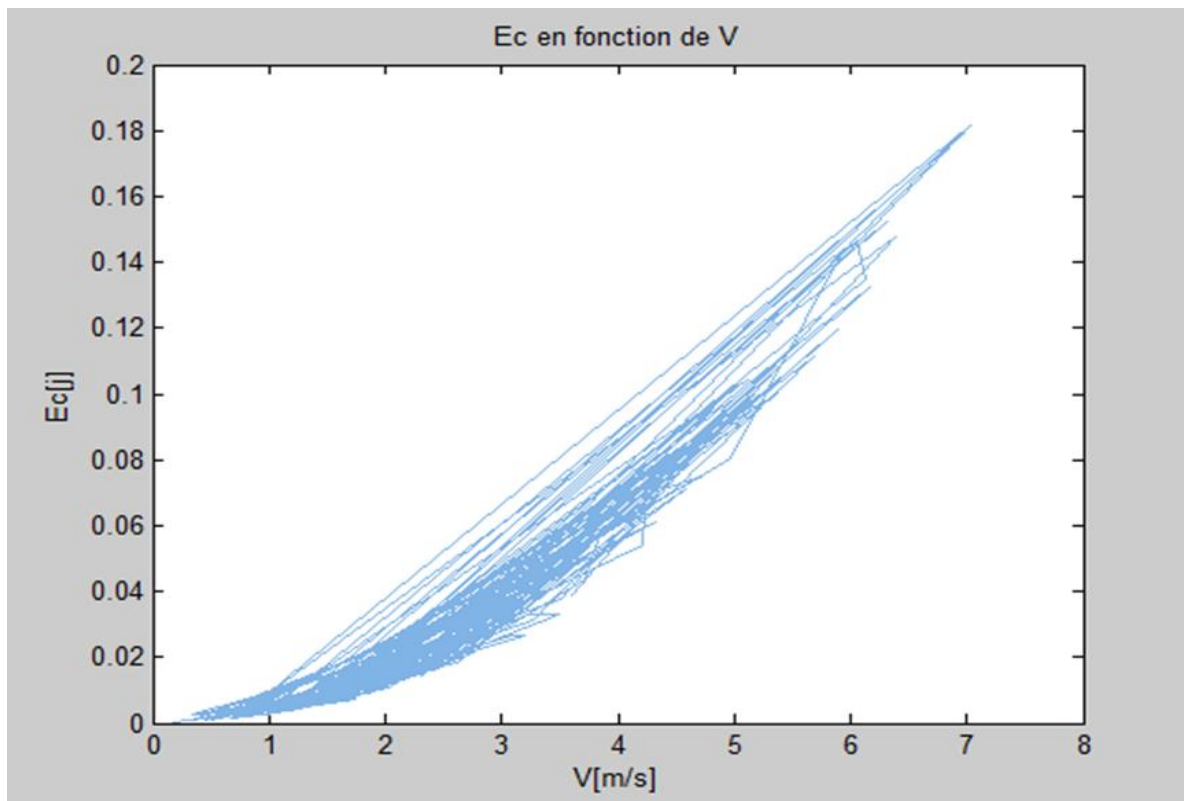
**Figure 4.10 :** La variation de l'accélération de la bille

### 4.6 L'ÉNERGIE CINÉTIQUE DE LA BILLE :

L'énergie cinétique de la bille varie en fonction du temps ainsi que sa vitesse, comme il est représenté dans la figure (4.11, 4.12) et sachant que :

- La longueur de la jarre,  $L_v=5,8\text{cm}$  ;
- Le rayon de la jarre,  $R_j=1,9\text{ cm}$
- Le rayon de la bille,  $R_b= 6,3\text{mm}$  ;
- La fréquence de broyage,  $\omega = 120\text{ rad/s}$ .

#### 4.6.1 L'énergie cinétique de la bille en fonction de sa vitesse :



**Figure 4.11 :** L'énergie cinétique de la bille en fonction de sa vitesse

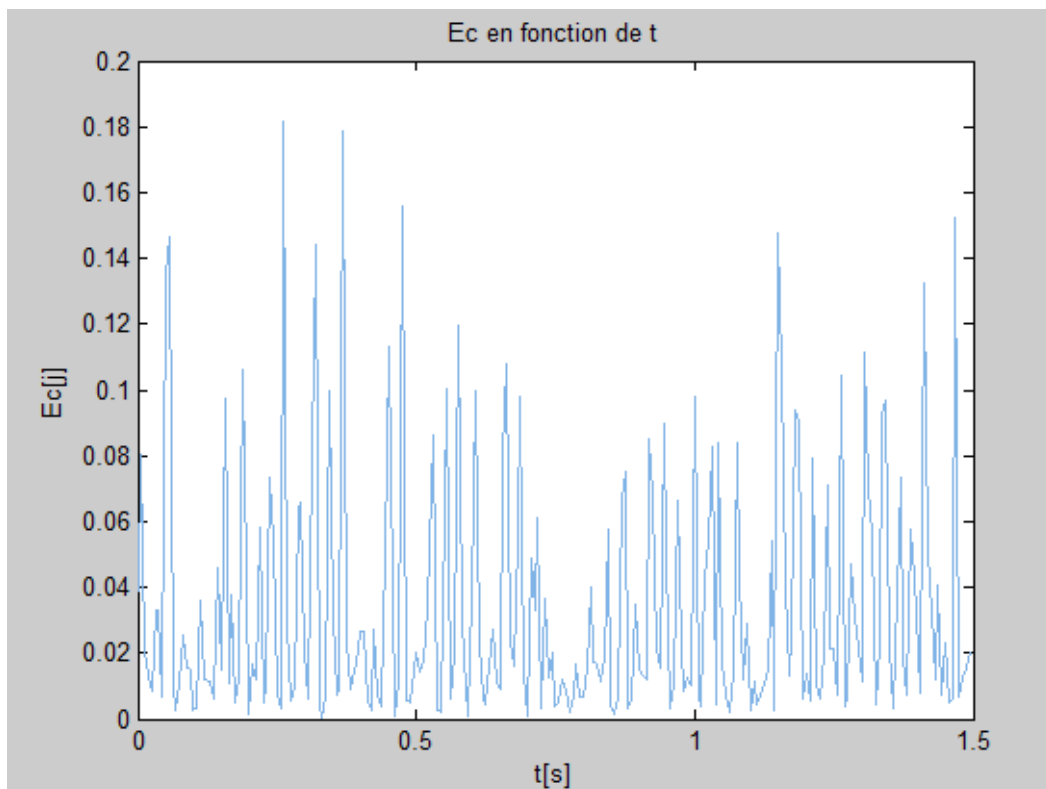
D'après cette figure, nous remarquons que la courbe de l'énergie cinétique de la bille est proportionnelle à sa vitesse de déplacement à l'intérieur de la jarre comme le montre la figure 4.11.

En effet, la vitesse de choc de la bille dépend de sa masse, ce qui résulte d'une augmentation de l'énergie cinétique de la bille.

En plus, l'énergie cinétique est liée au diamètre de la bille (12,6 mm) où le choix du matériau est l'acier dur inoxydable. Les résultats obtenus de la variation de l'énergie cinétique sont en comparaison avec ceux de l'auteur C. Suryanarayana [06].

La détermination de l'énergie cinétique est nécessaire pour l'intensité et l'efficacité du broyage de la poudre à l'intérieur de la jarre.

### 4.6.2 : La variation de l'énergie cinétique en fonction du temps de broyage :



**Figure 4.12 :** L'énergie cinétique d'impact de la bille en fonction du temps de broyage

La figure 4.12 montre la courbe de l'énergie cinétique d'impact de la bille qui varie en fonction du temps dans un intervalle défini (1-1,5s), ce qui est remarquable dans cette courbe que l'énergie cinétique est variable, elle peut atteindre un maximum de 0,19 J.

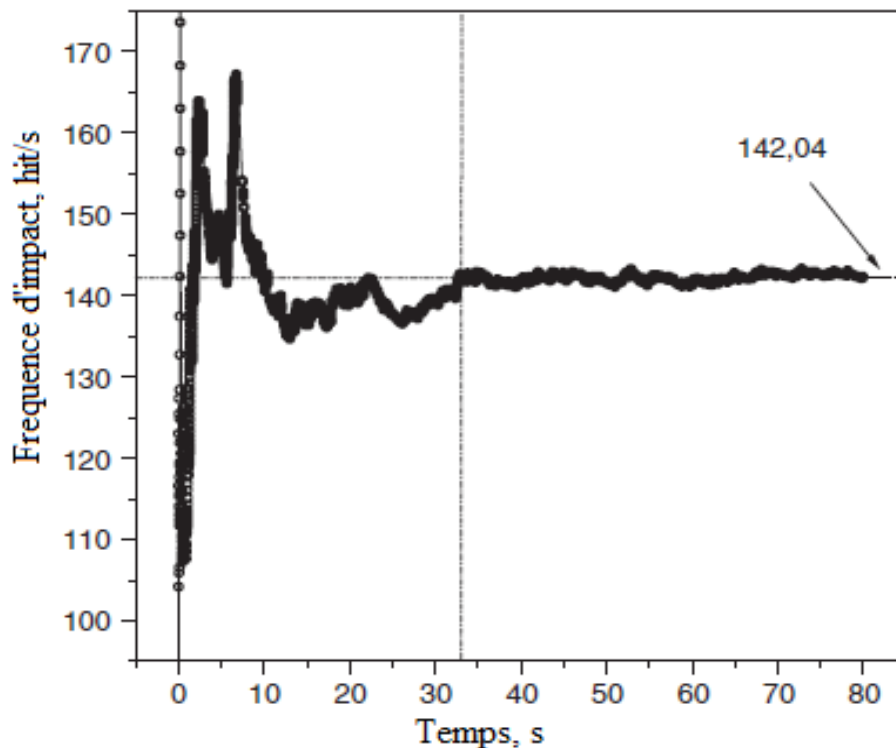
La même courbe nous montre aussi que la valeur moyenne de l'énergie est de 0,093 J par choc a été calculée. Cette valeur est en bonne corrélation avec l'expérimental rapporté par Delogu (1999) [40], et elle est similaire à d'autres résultats rapportés dans la littérature (cf. Davis et al, 1988 [63] ; Maurice et Courtney, 1996 [53] ; Caravati et al, 1999. [62])

D'autre part, la différence d'énergie cinétique avant et après le choc ne peut être dissipée entièrement dans le matériau, sous forme de défauts, une dissipation d'énergie par effet de joule est à considérer au niveau de la surface de la bille.

C'est pour cette raison, qu'on assiste à des élévations de températures locales dans l'enceinte de broyage qui est la jarre dans notre cas où, ce phénomène est habituellement connue par le processus mécanique d'élaboration des nanomatériaux.

### 4.7 LA FREQUENCE D'IMPACT DE LA BILLE A L'INTERIEUR DE LA JARRE :

La figure 4.13 représente la fréquence d'impact ou le nombre de collisions de la bille en fonction du temps, cette fréquence est liée aux conditions de natalité et du taux de mortalité figurant dans la balance de la population (3.7).

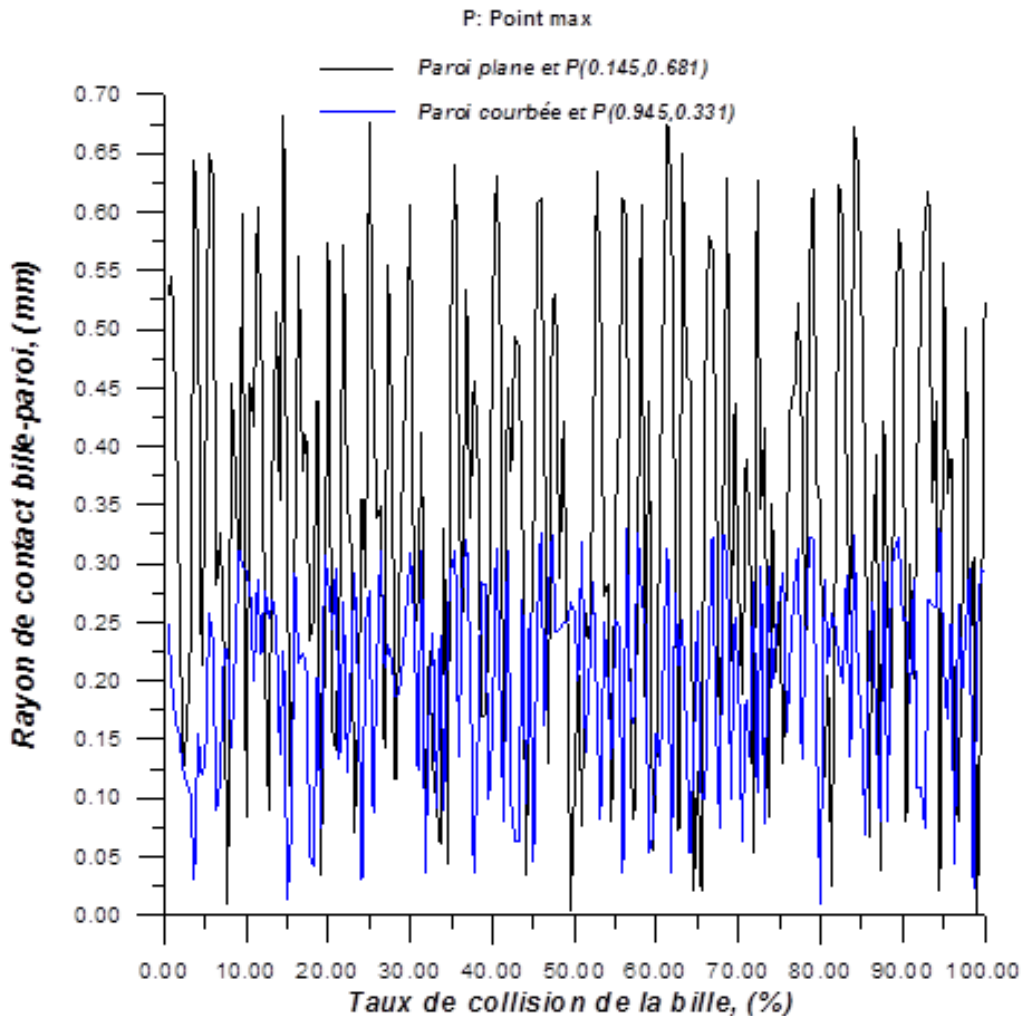


**Figure 4.13 :** L'évolution temporelle de la fréquence de l'impact de la bille [64]

On notera qu'après une période transitoire d'environ 34 s, la fréquence de l'impact atteint une valeur stable de l'ordre de 142 Hz (à savoir, les impacts  $s^{-1}$ ). On souligne aussi qu'après un certain temps critique, au cours de laquelle de grandes oscillations se produisent, le système atteint un régime de broyage stationnaire.

**4.8 LE RAYON DE LA SURFACE DE CONTACTE (BILLE-PAROI) :**

La figure suivante montre le rayon du contacte de la bille avec la paroi interne de la jarre en fonction du taux de collision de la bille :



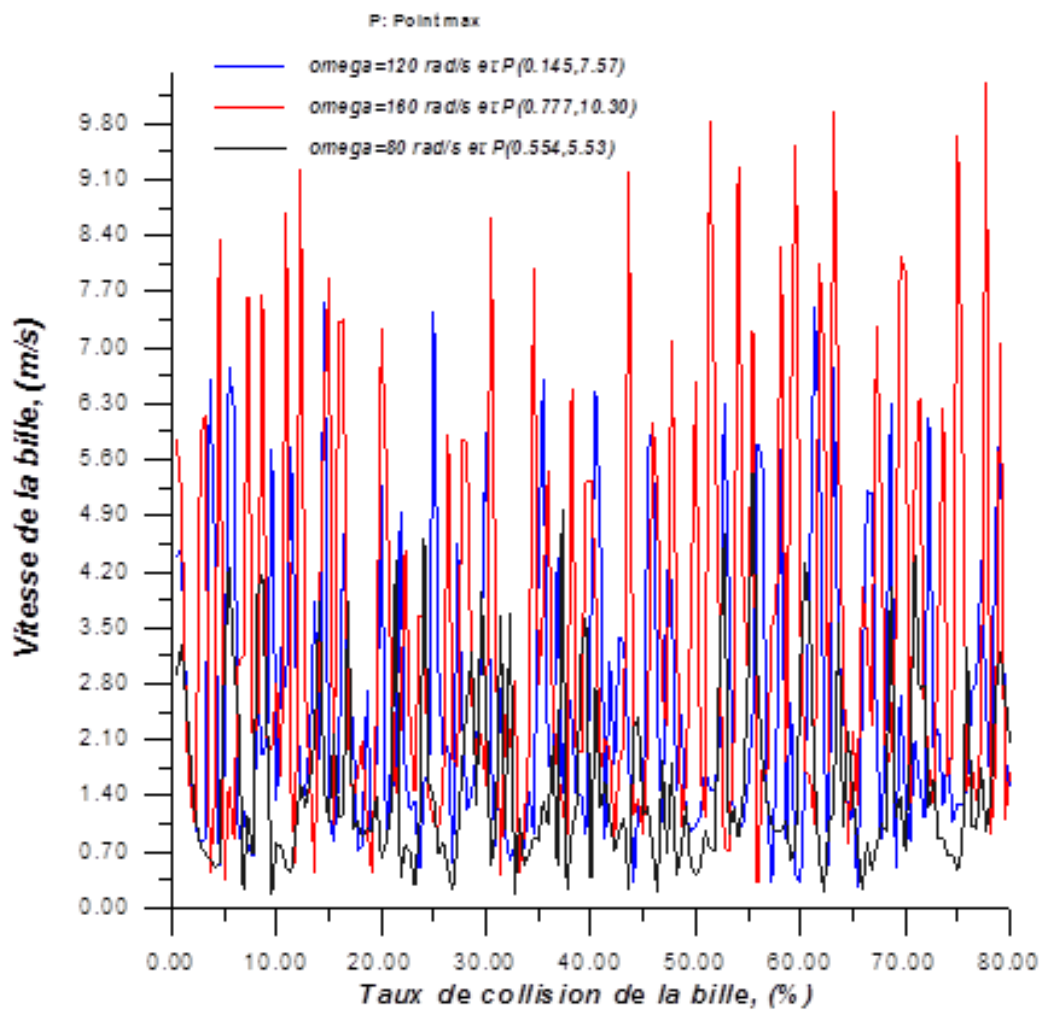
**Figure 4.14 :** rayon du contacte de la bille avec la paroi interne de la jarre

Le rayon de la surface de contacte de forme plane est, plus grand que celui de la surface de forme courbée (la génératrice du cylindre), en plus le rayon du contacte varie proportionnellement à la vitesse de la bille cela explique qu'on a une grande énergie cinétique de choc de la poudre.

**4.9 ETUDE COMPARATIVE :**

**4.9.1 Comparaison de la vitesse et de l'énergie cinétique de la bille en variant le paramètre de la fréquence du broyage  $\omega$ :**

Les figures (4.15 et 4.16) représentent la variation de la vitesse et de l'énergie cinétique de la bille respectivement en fonction de la vitesse angulaire du broyeur.



**Figure 4.15 :** variation de la vitesse de la bille en fonction de la vitesse angulaire  $\omega$



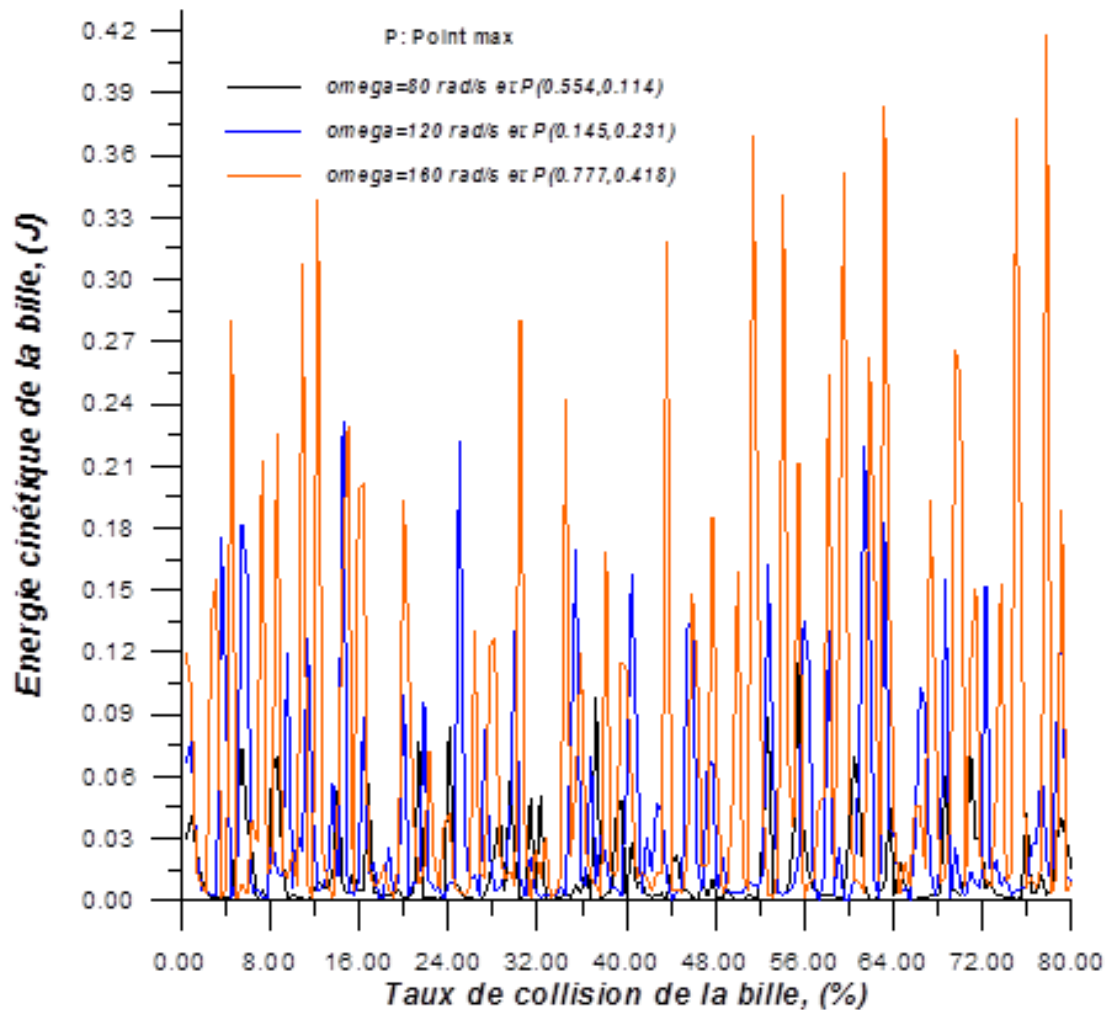
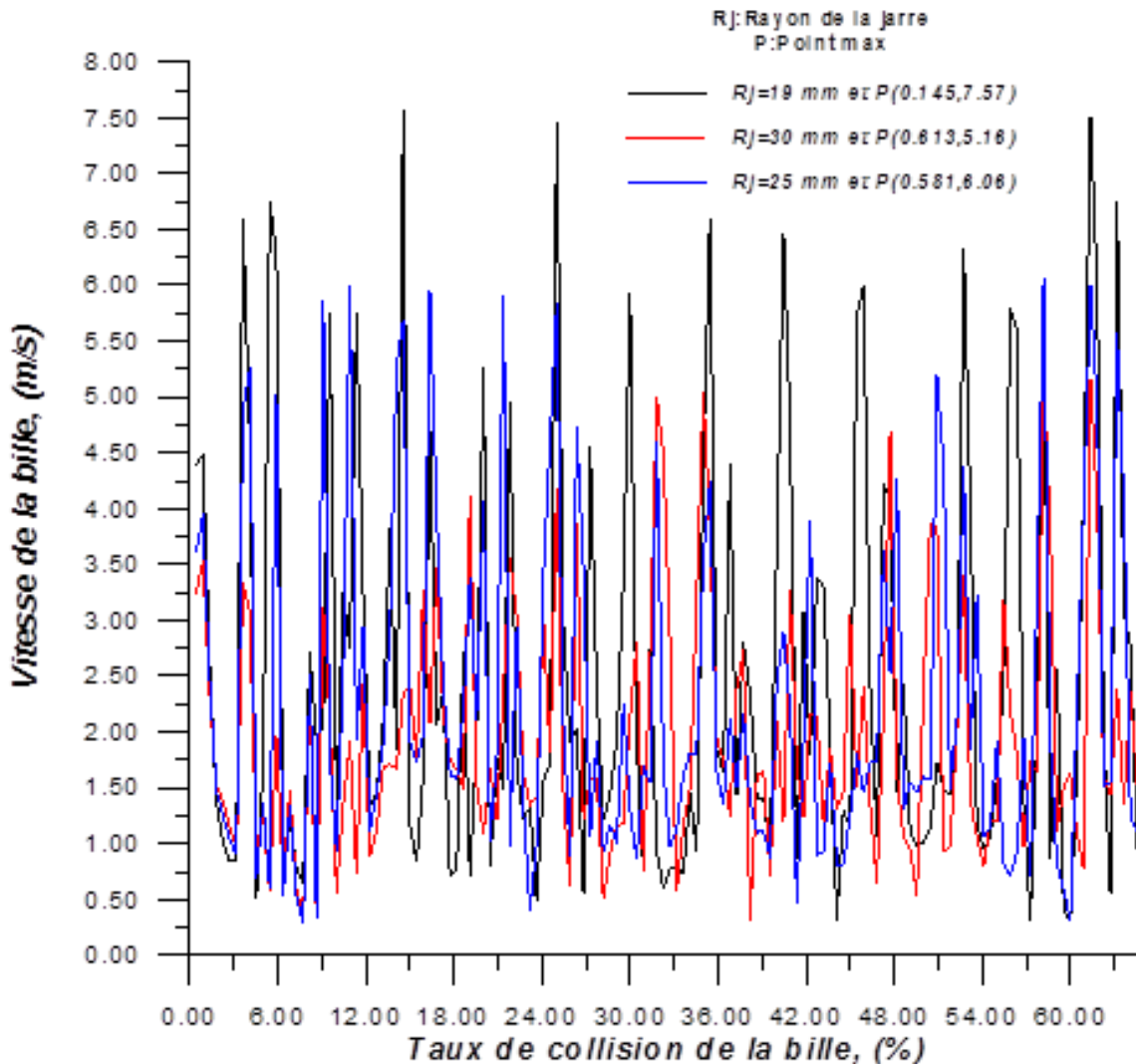


Figure 4.16 : variation de l'énergie cinétique de la bille en fonction de la vitesse angulaire  $\omega$

D'après les figures (4.15 et 4.16) on remarque que la vitesse et l'énergie cinétique de la bille varient proportionnellement à la vitesse angulaire  $\omega$ , en outre l'énergie cinétique dépend de la vitesse de la bille, donc cette énergie est importante dans le choc et l'efficacité du broyage de la poudre. D'autre part si on continue à augmenter encore plus la vitesse angulaire, on remarquera une diminution du mouvement de la bille.

**4.9.2 Comparaison de la vitesse de la bille en variant le rayon de la jarre  $R_j$  :**

La figure 4.17 représente la vitesse de la bille en fonction de la variation du rayon de la jarre pour une vitesse angulaire qui est égale à 120 rad/s.

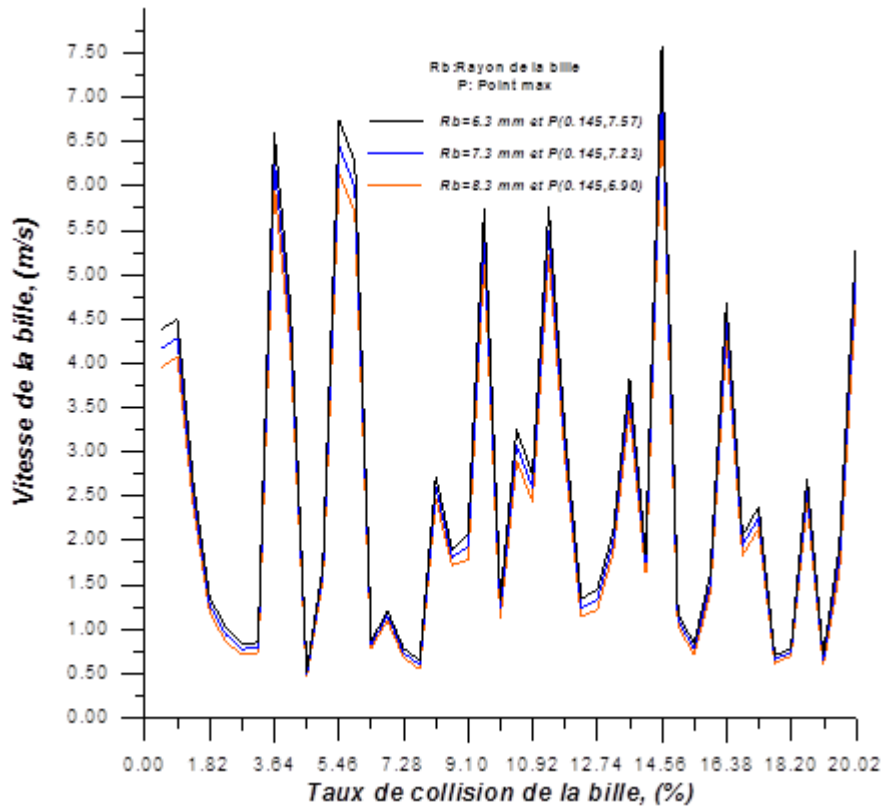


**Figure 4.17 :** variation de la vitesse de la bille en fonction du rayon de la jarre

On remarque d'après cette figure que la vitesse de la bille diminue proportionnellement avec le rayon de la jarre. Ceci explique, que la jarre présente un volume d'espace important d'où la trajectoire de la bille augmente donc une faible énergie cinétique de choc de la poudre à l'intérieur de la jarre.

**4.9.3 Comparaison de la vitesse de la bille en variant le rayon de la bille  $R_b$  :**

La figure 4.18 représente la vitesse de la bille en fonction de la variation de son rayon pour une même vitesse angulaire qui est égale à 120 rad/s.



**Figure 4.18 :** variation de la vitesse de la bille en fonction du rayon

D'après cette figure (4.18) on constate que la vitesse diminue proportionnellement à son diamètre ( $2 \times R_b$ ), par contre son énergie cinétique augmente proportionnellement au diamètre de la bille, ce qui résulte une énergie du choc importante au broyage de la poudre et une grande dissipation d'énergie sous forme de chaleur au cours du broyage par le procédé de mécanosynthèse.

### 4.10 Conclusion :

Un modèle pour la prédiction de la performance du broyage du broyeur vibratoire a été développé. Le modèle, qui décrit quantitativement le broyage, montre que les trajectoires de la bille ont un comportement désordonné.

D'autre part, il a été constaté qu'après un temps relativement faible le système atteint des conditions stationnaires et une stabilisation de la fréquence d'impact se produit.

Lorsqu'une configuration typique du broyeur est prise en compte, la vitesse d'impact moyenne est d'environ  $4,186 \text{ ms}^{-1}$  alors que l'énergie d'impact moyen est d'environ  $0,09 \text{ J}$ .

L'augmentation de la fréquence de rotation entraîne une grande vitesse de choc de la bille, mais elle diminue en fonction de son diamètre, elle diminue également en fonction du diamètre de la jarre. Le choc de la bille est moins faible par rapport à la génératrice du cylindre, le choc de la bille devient de plus en plus puissant au fur et à mesure que la bille atteint la base du cylindre. .

La sensibilité du modèle par rapport à la variation de la fréquence de broyage a été étudiée. Les résultats de l'analyse de sensibilité ont montré qu'une augmentation monotone de tous les paramètres dynamiques du modèle (c'est à dire, la vitesse d'impact, l'énergie, fréquence, etc.) se produisent lorsque la fréquence du broyage de la poudre est augmentée. L'énergie d'impact était identifiée comme le paramètre le plus sensible.

# Conclusion Générale

Du fait de sa capacité à broyer des matériaux à l'échelle nanométrique et à obtenir des alliages avec des densités particulièrement hautes, la mécanosynthèse a fait apparaître des propriétés que les autres méthodes ne pouvaient donner. Ainsi, les améliorations mécaniques ou encore les caractères magnétiques nouveaux des alliages obtenus par la mécanosynthèse ont donné l'élan nécessaire pour intéresser les scientifiques. Cependant, il existe de nombreuses lacunes concernant ce procédé de broyage.

Des meilleurs résultats de broyage pourraient venir en utilisant d'autres techniques qui utilisent l'énergie mécanique pour élaborer les mêmes types de matériaux métastables que la mécanosynthèse.

Ce travail a été consacré à l'étude d'un broyeur vibratoire fonctionnant avec une jarre contenant une ou plusieurs bille qui fait un mouvement de va et vient conçu à l'élaboration des nanomatériaux par la technique de mécanosynthèse en tenant compte de plusieurs paramètres de broyage dans le but de déterminer les trajectoires de la jarre ainsi que de la bille, déterminer aussi la vitesse du choc de la bille sans oublier son énergie cinétique qui se créent lors du choc de la bille avec une autre bille ou du choc de la bille avec la paroi interne de la jarre .

En effet, cette étude consiste à faire varier quelques paramètres de type géométrique et dynamique qui influent sur le mouvement de la bille, à savoir : son diamètre, la longueur et le rayon de la jarre, la vitesse de rotation de la tige dont la jarre se fixe à l'extrémité, ainsi que son angle de rotation.

Ce type de broyeur présente plusieurs avantages par rapport à d'autres broyeurs mécaniques utilisés en mécanosynthèse car, le mouvement de la bille s'effectue dans les trois plans orthogonaux lié à la jarre, ceci implique que la bille a plus de degrés de liberté au choc mécanique de la poudre avec la paroi de la jarre, par conséquent une grande intensité et une efficacité du broyage.

## La Liste des Références :

- [01] AFSSET, Agence Française de Sécurité Sanitaire de l'Environnement et du Travail - « Les nanomatériaux. Effets sur la santé de l'homme et sur l'environnement » : p248, Juillet 2006.
- [02] SARGENT T. « Bienvenue dans le nanomonde ». Paris : Dunod, 2006.- 201 p
- [03] Courtney TH «TRANSACTIONS MÉTALLURGISTES ET DES MATÉRIAUX, Modélisation de la mécanosynthèse: Partie II. Développement de programmes de modélisation computationnelle » Volume 26, Numéro 9,1995.
- [04] Afsset - Les nanomatériaux : effets sur la santé de l'homme et sur l'environnement - Juillet 2006.
- [05] K. Lu, Nanocrystalline metals crystallized from amorphous solids: nanocrystallization, Structure, and properties, Mater. Sei. Eng. R 16 (1996) 161-221.
- [06] C. Suryanarayana, Nanocrystalline materials, International Mater. Reviews, vol. 40 (1995) 41-64.
- [07] S. C. Tjong, H. Chen, Nanocrystalline materials and coatings, Mater. Sei. Eng. R 45 (2004) 1-88.
- [08] M. Lahlou-Mimi, J.M. Grenèche Computer simulation and magnetic frustration in cubic antiferromagnets:, J.M.M.M. 150, p 263, (1995)
- [09] J.M. Grenèche, J.M.D. Coey, J The topologically-disordered square lattice: . Phys. 51, p 231, 1990.
- [10] Tony McNally PhD, Nanomaterials in Aerospace Applications, School of Mechanical & Aerospace Engineering, Italy, 1/10/2010.
- [11] Sarah E. O'Donnell, « Impact of nanomaterials in airframes on commercial aviation. The MITRE Corporation Center for Advanced Aviation System Development, McLean, Virginia
- [12] Blue Road Research, Inc, "MNT-based sensors for aircraft/spacecraft structural health monitoring", Concept paper Ila, CANEUS, 2006, [www.caneus.org](http://www.caneus.org)
- [13] Piet Woelcken, Clemens Bockenheimer, Henrik Rösner, "Nanotechnology for future Airbus airframes", paper presented at Nanosolutions, Expo XXI, Cologne, 2006, 28- 30 November <http://www.nanosolutions-cologne.de/>
- [14] Nanomaterials for Aviation Industry: nanomaterials for aviation. Ptü. pdf. 10/2011.
- [15] E. Gonsalves Associate Director S&T ONR Global-Americas Santiago, Chile NAVAIR Nano/Meta Materials Workshop for Naval Aviation Applications California, MD Feb 2-3, 2011.

- [16] Nanomaterials for Aviation Industry: nanomaterials for aviation.Ptü. pdf. 10/2011.
- [17] A.SULIMAN, Y.TANG, L.XU, « Preparation of ZnO nanoparticles and nanosheets and their application to dye-sensitized solar cells ».- Solar Energy Materials & Solar Cells, 2007
- [18] M.BALLAUFF, Y. LU- "smart" nanoparticles: Preparation, caractérisation et applications - Polymer, 2007.
- [19] Philippe Houdy, Marcel Lahmani, Catherine Bréchnignac, « Les nanosciences : Nanomatériaux », vol2, Belin,- 732 pages, janv. 2012
- [20] Sandrine Poux « Etude et caractérisation de nanomatériaux composites obtenus par encapsulation », 146 pages, paris, 2002
- [21] J. Barton, P. Bowen, C. Carry and J.M. Haussonne. « Traité des Matériaux, Volume 16, Céramiques et Verres : Principes et techniques d'élaboration » ISBN 2-88074-605-1, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2005.
- [22] Sophie Carence Eric Gaffet Développons les nanomatériaux !, 67 pages, Paris 2012
- [23] B. Fultz, C.C. Ahn, E.E. Alp, W. Sturhahn, T.S. Toellner PHONONS IN NANOCRYSTALLINE 57FE: Phys. Rev. Lett. 79, p 937.1997.
- [24] Florin Popa, Elaboration et étude de poudres magnétiques douces (Ni-Fe, Ni-Fe-X, NiFe-X-Y) à l'état nanocristallin par broyage mécanique de haute énergie, 181 pages, 2008
- [25] K. Akkouche, mémoire de magistère, Université de Boumerdes, 2010 Etude des propriétés structurales et magnétiques des nano-particules
- [26] S. Lamrani, N. Maddache, mémoire d'ingénieur, Université de tiziOuzou, 2008.
- [27] C. Suryanarayana, Progr. Mater. Mechanical alloying and milling : Sei. 46 .2001.
- [28] S.Galdeano, thèse de doctorat. Paris 7 (2001).
- [29] C .Suryanarayana Progresse in Materials Sciences 46 .2001
- [30] Maurice D R and Courtney T H « Metallurgical and Materials Transactions, The Physics of Mechanical Alloying, A First Report» Volume 21, p289, 1990.
- [31] I. Manna, PP Chattopadhyay, B. Chatterjee et S. K. Pabi « Codeposition of nanocrystalline aluminides on a copper substrate » Volume 36, numéro 6, 2001.
- [32] Burgio N, Iasonna A, Magini M, Martelli S and Padella F Nuova Cimente « Alliage mécanique du système Fe-Zr. Corrélation entre les produits énergétiques et de fin d'entrée ». Volume 13, numéro, p459-476, (1991).
- [33] Magini Met Iasonna. « Le transfert d'énergie en alliage mécanique » JIM, vol. 36, n ° 2
- [34] M. Abdellaoui et E. Gaffet, La physique de mécanique d'alliage dans un broyeur planétaire : traitement mathématique, Acta Metall. Mater. 43, volume 3, p 1087 - 1098, 1995.
- [35] Dallimore M P and McCormick P G, « Dynamics of Planetary Ball Milling: A

- comparison of computer simulated processing parameters with CuO/Ni displacement reaction milling kinetics » JIM, Vo/.37 No.5 p1091-1098, 1996.
- [36] I. Manna, PP Chattopadhyay, B. Chatterjee et S. K. Pabi « Codeposition of nanocrystalline aluminides on a copper substrate » Volume 36, numéro 6, 2001.
- [37] D. Zidane, S. Bergheul, T. Rezoug, « Etude De La Variation De La Température de la Mécano Synthèse », 19ème Congrès Français de Mécanique, 2009
- [38] Le Caër, pour la science, 6(3), 22-23 (1992).
- [39] 8000D dual MixerMill Operating Manual
- [40], F., Monagheddu, M., Mulas, G., Schiffini, L., Cocco, G., 2000. Impact characteristics and mechanical alloying processes by ballmilling. Experimental evaluation and modelling outcomes. International Journal of Non-Equilibrium Processing 11, 235–269.
- [41] Cundall, P.A., Strack, O.D.L., 1979. A discrete numerical model for granular assemblies. Géotechnique 29, 47–65.
- [42] Brilliantov, N.V., Spahn, F., Hertzsch, J.M., Pöschel, T., 1996. Model for Collisions in granular gases. Physical Review E 53, 5382–5392.
- [43] Salueña, C., Pöschel, T., Esipov, S.E., 1999. Dissipative properties of vibrated granular materials. Physical Review E 59, 4422–4425.
- [44] Buchholtz, V., Freund, J.A., Pöschel, T., 2000. Molecular dynamics of comminution in ballmills. European Physical Journal B 16, 169–182.
- [45] Pöschel, T., Salueña, C., Schwager, T., 2001. Scaling properties of granular materials. Physical Review E 64, DOI:011308-1/4.
- [46] Brilliantov, N.V., Pöschel, T., 1998. Rolling friction of a viscous sphere on a hard plane. Europhysics Letters 42, 516–551.
- [47] M. Moakher, Sur quelques problèmes mathématiques issus de modèles continus et systèmes discrets, habilitation universitaire, ENIT, 2005.94, 59-72
- [48] O. Walton and R. Braun, Viscosity, granular-temperature, and stress calculations for shearing assemblies of inelastic, frictional disks, Journal of Rheology, 30 (1986), pp. 949–980.233-239.
- [49] O. Walton, Numerical simulation of inelastic, frictional particle-particle interactions, in : Particulate two-phase flow, M. C. Roco, ed., Butterworth-Heinemann, Boston, 25 (1993), pp. 884–911.
- [50] R. D. Mindlin, Compliance of elastic bodies in contact, J. Appl. Mech., 16 (1949), pp. 259–268.
- [51] Ramkrishna, D., 2000. Population Balances—Theory and Applications to



Particulate Systems in Engineering. Academic Press, San Diego.

- [52] Gavrilov, D., Vinogradov, O., Shaw, W.J.D., 1999. Simulation of grinding in a shaker ballmill. *Powder Technology* 101, 63–72.
- [53] Maurice, D., Courtney, T.H., 1996. Milling dynamics. Part II : dynamics of a spexmill and a one dimensional mill. *Metallurgical Transactions A* 27, 1981.
- [54] Vogel, L., Peukert, W., 2003a. Breakage behaviour of different materials—construction of a master curve for the breakage probability. *Powder Technology* 129, 101–110.
- [55] Vogel, L., Peukert, W., 2003b. Modelling of grinding in an air classifier mill based on a fundamental material function. *KONA Powder Technology* 21, 109–120.
- [56] Broadbent, S.R., Calcott, T.G., 1956. Coal Breakage process: II. A matrix representation of breakage. *Journal of the Institute of Fuel* 9, 528–529.
- [57] Kostoglou, M., Dovas, S., Karabelas, A.J., 1997. On the steady-state size distribution of dispersions in breakage processes. *Chemical Engineering Science* 52, 1285–1299.
- [58] H. Cho, H. Lee, Y. Lee, Some breakage characteristics of ultra-fine wet grinding with a centrifugal mill, *International Journal of Mineral Processing* 78 (2006)
- [59] T. Inoue, K. Okaya, Grinding mechanism of centrifugal mills — a simulation study based on the Discrete Element Method, *International Journal of Mineral Processing* 44–45 (1996) 425–435.
- [60] P.W. Cleary, D. Hoyer, Centrifugal mill charge motion and power draw: comparison of DEM predictions with experiment, *International Journal of Mineral Processing* 59 (2) (2000)
- [61] R.R. Klimpel, L.G. Austin, The back-calculation of specific rates of breakage from continuous mill data, *Powder Technology* 38 (1984) 77–91.
- [62] Caravati, C., Delogu, F., Cocco, G., Rustici, M., 1999. Hyperchaotic qualities of the ball motion in a ballmilling device. *Chaos* 9, 219–226.
- [63] Davis, R.M., McDermott, B., Koch, C.C., 1988. Mechanical alloying of brittle materials. *Metallurgical Transactions A* 19, 2867.
- [64] A. Concas, N. Lai, M. Pisu, G. Cao 2006. Modelling of comminution processes in Spex Mixer/Mill
- [65] Hoon Lee, Heechan Cho, Jihoe Kwon 2009 Using the discrete element method to analyze the breakage rate in a centrifugal/vibration mill
- [66] Brahim Trabelsi Thèse Doctorat 2013, Université de Toulouse, Simulation numérique de l'écoulement et mélange granulaire par des éléments discrets ellipsoïdaux
- [67] A. Misra, J. Cheung, Particle motion and energy distribution in tumbling ball mill, *Powder Technology* 105 (1999) 222–227.