

Cours

Jean-Marie Monier

Géométrie

Cours et 400 exercices corrigés

1^{re} et 2^e années MP, PSI, PC, PT

2^e édition

l'intégrale

DUNOD

Table des matières

Première partie – Cours

Chapitre 1

Géométrie affine dans le plan et dans l'espace de dimension 3 3

- 1.1** Les espaces affines \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 4
 - 1.1.1 Rappels sur les \mathbb{R} -ev \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 4
 - 1.1.2 Les espaces affines \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 4
- 1.2** Droites et plans affines 6
 - 1.2.1 Droites affines dans \mathcal{A}_2 6
 - 1.2.2 Plans affines dans \mathcal{A}_3 14
 - 1.2.3 Droites affines dans \mathcal{A}_3 19
- 1.3** Repères cartésiens 29
- 1.4** Applications affines 33
 - 1.4.1 Généralités 33
 - 1.4.2 Exemples usuels d'applications affines 35
- 1.5** Barycentres, convexité 44
 - 1.5.1 Barycentres 44
 - 1.5.2 Convexité 47

Chapitre 2

Géométrie affine euclidienne dans le plan et dans l'espace de dimension 3 51

- 2.1** Rappels de géométrie vectorielle euclidienne dans \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 52
 - 2.1.1 Produit scalaire canonique 52
 - 2.1.2 Orthogonalité 53
 - 2.1.3 Produit mixte et produit vectoriel dans \mathbb{R}^3 54
 - 2.1.4 Endomorphismes orthogonaux de \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 56
- 2.2** Géométrie affine euclidienne plane 62
 - 2.2.1 Distances, angles 62
 - 2.2.2 Isométries affines du plan 67
 - 2.2.3 Similitudes directes du plan 70
 - 2.2.4 Le cercle dans le plan 74
 - 2.2.5 Coniques dans le plan affine euclidien 81
 - 2.2.6 Utilisation des nombres complexes en géométrie euclidienne plane 90

Chapitre 3

2.3	Géométrie affine euclidienne en dimension 3	102
2.3.1	Distances, angles	102
2.3.2	Isométries affines de \mathcal{E}_3	109
2.3.3	La sphère et le cercle dans l'espace	113
	Compléments aux exercices	121

Géométrie affine réelle

137

3.1	Structure affine canonique d'un espace vectoriel	138
3.1.1	Points	138
3.1.2	Translations	139
3.2	Sous-espaces affines d'un espace vectoriel	140
3.2.1	Généralités	140
3.2.2	Parallélisme	142
3.3	Applications affines	145
3.3.1	Généralités	145
3.3.2	Exemples usuels d'applications affines	147
3.4	Repères cartésiens	151
3.4.1	Généralités	151
3.4.2	Repères cartésiens et sous-espaces affines	152
3.4.3	Repères cartésiens et applications affines	153
3.5	Barycentres, convexité	154
3.5.1	Barycentres	154
3.5.2	Convexité	158

Chapitre 4

Courbes du plan

161

4.1	Arcs paramétrés	162
4.1.1	Généralités	162
4.1.2	Etude locale en un point d'un arc paramétré	165
4.1.3	Branches infinies	173
4.1.4	Symétries	176
4.1.5	Points multiples	177
4.1.6	Plan d'étude d'un arc paramétré	179
4.1.7	Exemples de tracé d'arcs paramétrés	180
4.1.8	Calculs d'aires planes	187
4.2	Courbes en coordonnées polaires	192
4.2.1	Coordonnées polaires	192
4.2.2	Représentation d'une courbe en coordonnées polaires	193
4.2.3	La droite en coordonnées polaires	193
4.2.4	Le cercle en coordonnées polaires	194
4.2.5	Coniques ayant un foyer à l'origine	195
4.2.6	Etude locale en un point d'une courbe définie par une équation polaire	195
4.2.7	Branches infinies	196
4.2.8	Symétries	198
4.2.9	Concavité par rapport à l'origine, inflexions	199
4.2.10	Points multiples	201

Chapitre 5

Chapitre 6

4.2.11	Plan d'étude d'une courbe donnée par une équation polaire	202
4.2.12	Exemples de tracé de courbes en coordonnées polaires	203
4.2.13	Calculs d'aires planes en coordonnées polaires	206
4.3	Courbes définies par une équation cartésienne	208
4.3.1	Généralités	208
4.3.2	Exemples	210
4.4	Enveloppe d'une famille de droites du plan	214
4.4.1	Théorie	214
4.4.2	Exemples	216
	Propriétés métriques des courbes du plan	221
5.1	Propriétés du premier ordre	222
5.1.1	Abscisse curviligne	222
5.1.2	Représentation paramétrique en fonction de l'abscisse curviligne	228
5.2	Propriétés du deuxième ordre	231
5.2.1	Rayon de courbure	231
5.2.2	Centre de courbure	238
5.2.3	Développée d'une courbe du plan	242
5.2.4	Développantes d'une courbe du plan	246
	Courbes de l'espace et surfaces	249
6.1	Courbes de l'espace	250
6.1.1	Généralités	250
6.1.2	Tangente en un point	253
6.1.3	Abscisse curviligne	255
6.1.4	Etude métrique	257
6.2	Surfaces	265
6.2.1	Généralités	265
6.2.2	Plan tangent	266
6.2.3	Surfaces usuelles	272
6.2.4	Quadriques	278
6.2.5	Surfaces réglées, surfaces développables	286
6.2.6	Exemples de recherche de courbes tracées sur une surface et satisfaisant une condition différentielle	291

Deuxième partie

Indications et réponses des exercices

Chap. 1, **305** ; Chap. 2, **319** ; Chap. 3, **367** ; Chap. 4, **375** ; Chap. 5, **415** ;
Chap. 6, **427**.

Index des notations 451

Index alphabétique 453

Jean-Marie Monier

2^e édition

GÉOMÉTRIE

Cours et 400 exercices corrigés

COURS

Cette nouvelle édition du *cours de mathématiques* de Jean-Marie Monier a été entièrement repensée, de manière à répondre très précisément aux aspirations les plus exigeantes des élèves des classes préparatoires : un format agrandi et une nouvelle mise en pages en deux couleurs en améliorent la convivialité et la lisibilité.

Chaque chapitre s'ouvre par une introduction signalant les **prérequis** et dégageant les **objectifs à atteindre**. Une nouvelle rubrique, intitulée « **Du cours aux exercices** », regroupe des conseils de méthodologie pour aider l'étudiant dans la résolution des exercices qui suivent. Des questions situées à la limite du programme sont traitées, en fin de chapitre, sous forme de compléments avec solutions détaillées. Enfin des notes en marge donnent des informations complémentaires au cours (rappels, schémas, conseils...), et des encadrés mettent en valeur les points les plus importants (théorèmes, définitions et propositions à retenir).

L'objectif de ce cours de mathématiques est de devenir l'outil de travail familier, efficace et adapté des élèves des classes préparatoires, des étudiants du 1^{er} cycle universitaire scientifique et des candidats aux concours externes et internes de recrutement de professeurs.

JEAN-MARIE MONIER
est professeur en classe
de Spéciales au lycée
La Martinière-Monplaisir
à Lyon.

COURS		EXERCICES CORRIGÉS		
	ANALYSE	ALGÈBRE	ANALYSE	ALGÈBRE & GÉOMÉTRIE
SUP	MPSI • PCSI • PTSI		MPSI	
	Analyse 1	Algèbre 1	Analyse MPSI	Algèbre et géométrie MPSI
	Analyse 2	Géométrie 1 ^{re} et 2 ^e années	PCSI • PTSI	
			Analyse PCSI • PTSI	Algèbre et géométrie PCSI • PTSI
SPÉ	MP • PSI • PC • PT		MP	
	Analyse 3	Algèbre 2	Analyse MP	Algèbre et géométrie MP
	Analyse 4	Géométrie 1 ^{re} et 2 ^e années	PSI • PC • PT	
			Analyse PSI • PC • PT	Algèbre et géométrie PSI • PC • PT

MATHÉMATIQUES
PHYSIQUE
CHIMIE
SCIENCES DE L'INGÉNIEUR
INFORMATIQUE



9 782100 049189

ISBN 2 10 004918 6
Code 044918

<http://www.dunod.com>

