

التحكم الكلاسيكي في الطيران, يتمثل في احتواء المغلف الجوي و ذلك في اختيار مجم التشغيل. و تطوير وحدات التحكم الخطي المحلية لكل من هذه النقاط. و للعلم ان ذلك يتط جهدا كبيرا للتصميم. احد التحديات الرئيسية في التحكم في الطيران الحديثة, هو تحديد هده القيود بسبب تصميم قوانين مراقبة غير خطية التي تستند على نماذج الطائرات الغير الخطية . الهدف من هده الدراسة هو استعمال تحكم غير خطي في الطيران, للسيطرة على وية هجوم , و زاوية المرحلة الأولى من هذه الدراسة في معالجة النمذجة و التحليل الغير الخطي من ديناميكيات الطيران. ام المرحلة الثانية, يتم تطبيق قانون سيطرة انعكاس ديناميكيات

La commande de vol classique consiste à discrétiser l'enveloppe de vol, en y choisissant un ensemble de points de fonctionnement, et à concevoir des contrôleurs linéaires locaux pour chacun de ces points. Toutefois cette méthode demande un effort de conception important.

Un des principaux défis de la commande de vol moderne est de se dégager de ces contraintes grâce à la conception de lois de commande non linéaires basées sur des modèles non linéaires d'avion.

L'objectif de ce mémoire est de développer une commande de vol non linéaire, permettant de contrôler un aéronef en angle d'attaque α , en angle de dérapage et en angle de roulis ϕ .

La première phase de cette étude consiste à traiter la modélisation non linéaire ainsi que l'analyse de la dynamique d'avion. En deuxième phase, une loi de commande par inversion dynamique est appliquée.

The classic flight control is to discretize the flight envelope in there choosing a set of operating points, and develop local linear controllers for each of these points. However, this method requires a major effort to design.

One of the main challenges of modern flight control is to identify these constraints due to the design of non-linear control laws based on nonlinear aircraft models.

The objective of this study is to develop a nonlinear flight control, to control an aircraft angle of attack , sideslip angle in and roll angle .

The first phase of this study is to treat the nonlinear modeling and analysis of flight dynamics. In the second phase, a control law by dynamic inversion is applied.

Sommaire

Introduction générale	1
CHAPITRE I : MODELISATION NON LINEAIRE	
I.1. Introduction	4
I.2. Modélisation de l'aéronef	4
I.2.1. Repères utilisées	4
I.2.2. Définitions des angles entre repères	5
I.2.3. Equations non linéaire de mouvement	8
I.2.4. Coefficients aérodynamiques non linéaire	12
I.3. Conclusion	14
CHAPITRE II : REVU SUR LA COMMANDE NON LINEAI	IRE
II.1. Introduction	15
II.2. Historique	15
II.3. Système non linéaire et point d'équilibre	16
II.3.1. le système non linéaire	16
II.3.2. point d'équilibre	18
II.4. Commande non linéaire	18
II.4.1. Introduction au besoin de la commande non linéaire	18
II.4.2. La commande non linéaire	21
II.4.3. Différentes types de commandes non linéaires	21
II.4.3.1. la commande prédictive	21

II.4.3.1.1. Introduction	21
II.4.3.1.2. Principe de la commande prédictive	22
II.4.3.1.3. Eléments d'une commande prédictive	24
II.4.3.2. la commande neuronale	27
II.4.3.2.1. Introduction	27
II.4.3.2.2. Modèle d'un neurone	27
II.4.3.2.3. Fonction de transfert	30
II.4.3.2.4. le modèle neuronale inverse	31
II.4.3.3. La commande plate	31
II.4.3.4. La commande inverse	32
II.5. Conclusion	33
CHAPITRE III : CONCEPTION DE LA COMMANDE INVEI	RSE
III.1. Introduction	34
III.2. Qualités de manœuvrabilités	34
III.2.1. Qualités de manœuvrabilités longitudinales	37
III.2.2. Qualités de manœuvrabilités latérales	40
III.3. Commande de vol par inversion dynamique	43
III.3.1. Notions fondamentales	43
III.3.1.1. La représentation d'état affine	43
III.3.1.2. La forme normale des systèmes affins	43
III.3.1.2.1. Le cas monodimensionnel	45
III.3.1.2.2. Le cas multidimensionnel	47
III.4. Séparation temporelle de la dynamique	49

III.5. Dynamique désirée50		
III.6. Conclusion		
CHAPITRE IV : SIMULATIONS ET INTERPRETATIONS		
IV.1. Choix des gains des dynamiques désirées54		
IV.2. Simulation boucle ouverte55		
IV.3. Application de la commande59		
IV.3.1. Etude du modèle longitudinal simplifié59		
IV.3.1.1. Application à la boucle interne60		
IV.3.1.2. Application à la boucle externe67		
IV.3.2. Contrôle du modèle latérale70		
IV.3.2.1 Conception de la boucle interne70		
IV.3.2.2 Conception de la boucle externe71		
Conclusion général		
Annexes		

Bibliographies

Liste des tableaux

Tableau I.1	Compositions repères	5
Tableau II.1	fonction de transfert	30
Tableau III.1	Niveau de manœuvrabilité	36
Tableau III.2	Classe d'avion	36
Tableau III.3	Catégories des phases de vol	
Tableau III.4	Coefficient d'amortissement pour le mode phugoide	
Tableau III.5	Coefficients d'amortissements pour le mode rapide	
Tableau III.6	CAP pour le mode rapide	40
Tableau III.7	Constante de temps pour le mode de roulis	42
Tableau III.8	Qualités de manœuvrabilité du roulis hollandais	42
Tableau III.9	Temps pour doubler l'amplitude du mode spirale	42

Table des variables principales

	Angle d'attaque	[rad ou °]
	Angle de dérapage	[rad ou °]
а в	Corde aérodynamique moyenne	[m]
Ĉ	Coefficient aérodynamique	[sans unité]
CAP	Paramètre d'anticipation du contrôle	[sans unité]
h	altitude	[m]
	Moment d'inertie de roulis	$\begin{bmatrix} nn & u \\ [m] \\ ka & m^{-2} \end{bmatrix}$
	Moment d'inertie de tangage	$\begin{bmatrix} m \\ -2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} kg & m \\ m \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} kg & m \end{bmatrix} $
	Moment d'inertie de lacet	$\begin{bmatrix} kg.m^{-2} \\ kg.m^{-2} \end{bmatrix}$
1 _z	Produit d'inertie	$\begin{bmatrix} kg.m^{-2} \\ kg.m^{-2} \end{bmatrix}$
M	Vitesse de l'avion	[nbr Mach]
m	Masse de l'avion	[kg]
р	Vitesse angulaire de roulis dans le repère avion	$\begin{bmatrix} br \\ Ikg \end{bmatrix}$
q	Vitesse angulaire de tangage dans le repère avion	$\begin{bmatrix} ikg^{-1} \\ rd.s^{-1} \end{bmatrix}$
9 9	Pression dynamique	[Pa]
r	Vitesse angulaire de lacet dans le repère avion	$\begin{bmatrix} rd.s \\ [Pa] \\ rd.s^{-1} \end{bmatrix}$
व F P	Densité de l'air	$\begin{bmatrix} Pa \\ rd. s^{-1} \\ kg/m^3 \end{bmatrix}$
Ŝ	Surface des ailes de l'avion	$\begin{bmatrix} 2 & 2^m \\ 2 & 2^m \end{bmatrix}$
u	Vitesse de l'avion selon l'axe u	$\begin{bmatrix} kg/n \\ 1m^{\frac{3}{2}} \end{bmatrix}$
	Vitesse vrais de l'avion	$[m^{;-1}]_{m,s^{-1}]}^{[m;-1]}$
v	Vitesse de l'avion selon l'axe y	$\begin{bmatrix}m,s^{-1},s\\m,s^{-1}\end{bmatrix}$
W	Poids de l'avion	$\begin{bmatrix} m, s^{-1} \\ m, s^{-1} \end{bmatrix}$
W	Vitesse de l'avion selon l'axe z	$\begin{bmatrix} m, s^{-1}, s \\ g, m, s^{-1} \end{bmatrix}$
× ×	Position de l'avion vers le nord dans le repère terre	[m]
\mathbf{x}_{E}^{E}	Position de l'avion vers l'est dans le repère terre	[m]
	Assiette de roulis	$\begin{bmatrix} tm \\ tm \end{bmatrix}$
VE D B	Assiette de tangage	$\begin{bmatrix} m^{-1} \\ rd.s^{-1} \end{bmatrix}$
Ф 0	Azimut	$\begin{bmatrix} rd.s^{-1} \\ rd.s^{-1} \end{bmatrix}$
	Pulsation propre	$[rd.s^{-1}] rd.s^{-1}] rd.s^{-1}]$

Coefficient aérodynamique de force de trainé	[sans unité]
Coefficient aérodynamique de force latérale	[sans unité]
Coefficient aérodynamique de force de portance	[sans unité]
Coefficient aérodynamique de moment de roulis	[sans unité]
Coefficient aérodynamique de moment de tangage	[sans unité]
Coefficient aérodynamique de moment de lacet	[sans unité]

Introduction générale

Introduction

Les commandes électriques ont amené un plus indéniable au monde de l'aéronautique, aussi bien dans l'aviation civile que militaire. Elles permettent de substantielles réductions de masse et du cout. Du point de vue du pilote, elles assurent une meilleure flexibilité en réponse du système, donc une meilleure manœuvrabilité de l'appareil sur tout le domaine de vol et une sécurité accrue avec la protection de l'enveloppe de vol.

Le système assure en fait que le pilote ne va pas voler dans des configurations à risque (vitesse trop faible, angle d'incidence trop grand, altitude trop élevée...).

Elles permettent aussi de manœuvrer dans des configurations ou les marge de stabilité naturelles de l'avion sont faibles voire même des configurations aérodynamiquement instables sur une partie de l'enveloppe de vol.

De plus, dans un souci d'améliorer les qualités de vol et le confort, l'ingénieur est maintenant confronté à un imposant cahier des charges composé de plusieurs contraintes appelées qualités de manœuvrabilité et/ou qualités de vol [27]. Ces contraintes portant aussi bien sur l'amortissement de certains modes que sur les réponses fréquentielles de certains transferts de boucles, définissent plusieurs niveaux de satisfaction et traduisent la facilité qu'a un pilote à manœuvrer l'appareil. Les qualités de manœuvrabilité constituent un aspect très important de la synthèse d'un contrôleur de vol et il est primordial de bien définir les contraintes afin d'obtenir le comportement désiré de l'avion.

Un des principaux défis de la commande de vol moderne est de se dégager de ces contraintes grâce à la conception de lois de commande non linéaires et/ou adaptatives basées sur des modèles non linéaires d'avion.

Et ce n'est qu'au milieu des années 1980, que ces méthodes de contrôle non linéaires sont appliquées, dans la théorie, à la commande de vol. Une des

premières méthodes utilisées pour la commande de vol non linéaire et l'inversion dynamique, une technique qui transforme un système initial non linéaire en un système résultant à dynamique linéaire [28].

Dans les applications de l'inversion dynamique à la commande de vol, la dynamique de vol est séparée en deux ensembles : celui à dynamique lente et celui à dynamique rapide. Une première boucle externe contrôle les états lents (les angles significatifs) en utilisant les états rapides (les taux de rotation significatifs) comme entrée, et une boucle interne contrôle les états rapides à partir des entrées réelles du système (élévateur, ailerons et gouvernail).[24]

Objectif:

L'objectif principal de notre thèse est de concevoir un contrôleur de vol non linéaire, basé sur l'utilisation de l'inversion dynamique, dans le cadre d'une application sur un avion de chasse, le Fighting Falcon F-16. L'étude se prolonge sur quatre chapitres.

Chapitre 1 : Est consacré à la modélisation non linéaire de l'avion, le système à l'étude, ainsi que les outils mathématiques sont présentés.

Chapitre 2 : L'avion venant d'être modélisé, il devient possible de concevoir des lois de commandes permettent de piloté l'avion, donc, il est alors utile de faire un rappel théorique des différentes techniques de commandes à première vus, les plus adaptées. Sans oublier les notions de base nécessaire.

Chapitre 3 : Cette partie est consacrée à la conception de la commande inverse, elle explique le choix de cette commande, ainsi que son importance pour les systèmes non linéaires, mais bien avant, Les qualités de manœuvrabilité sont abordées de façon plus spécifique dans ce chapitre. Et finalement le contrôle de l'avion est présenté, ainsi que la dynamique désiré.

Chapitre 4 : Il constitue la pierre d'angle de ce mémoire de fin d'étude, c'est la partie application et simulation, un modèle longitudinale simplifié est pris en première lieu pour le contrôlé, afin de se familiarisé avec la dynamique inverse.

Introduction générale

Un deuxième modèle est pris pour le contrôle, mais cette fois un modèle latérale du même avion.

La simulation du modèle considéré est en premier lieu en boucle ouvert, afin de visualiser les caractéristiques dynamique naturelle de l'avion, puis, on introduit la commande choisi pour le contrôlé.

On finalise notre travail par une conclusion générale, et quelques perspectives pour travaux future.



Modélisation de l'aéronef

I.1 Introduction :

Cette première partie traite la modélisation et l'analyse de la dynamique d'avion, dont elle est basée actuellement sur la mécanique de vol. En effet, le développement d'une modélisation mathématique traduisant le comportement de l'avion, est une phase préliminaire indispensable, tout comme l'établissement de lois de commande pour aider à l'analyse et à la conception des avions, sont des objectifs important afin d'assurer une meilleure sécurité aux phases critiques de décollage et atterrissage ainsi que d'améliorer le confort des passagers.

I.2 Modélisation de l'aéronef :

I.2.1 Repères utilisées :

Avant de plonger dans les équations de mouvement, ainsi que leurs dérivations, il est important de définir les repères de référence. Les repères utilisés, sont les repères droitiers et orthogonaux suivants [1] :

- ✓ Repère normal terrestre ; $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$: repère lié à la terre que l'on suppose localement plate et immobile.
- ✓ Repère avion ; $R_b(G, \vec{x}_b, \vec{y}_b, \vec{z}_b)$: repère lié à l'avion que l'on suppose indéformable.
- ✓ Repère aérodynamique ; $R_a(G, \vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)$: repère lié à la vitesse de l'avion.

Le tableau qui suit complète la définition des repères utilisés.

Repères utilisées				
Trièdre	G_{x_0} direction du nord.	La position dans l'espace d'un		
terrestre locale	G ^{xo} : direction de l'est.	objet mobile est a priori définie		
$(\boldsymbol{G},\boldsymbol{X_0},\boldsymbol{Y_0},\boldsymbol{Z_0})$	$G_{x^{\circ}}^{\circ}$ a verticale	dans repère fixe, c'est-à-dire la		
	descendante.	terre.		
Trièdre	G ^z selirection de la vitesse	Lié à l'avion, souvent utilisé pour		
aérodynamique	air.	exprimer les forces et les		
$(\boldsymbol{G},\boldsymbol{X}_a,\boldsymbol{Y}_a,\boldsymbol{Z}_a)$	G_r lans le plan vertical	coefficients aérodynamiques.		
	avion (vers le bas).			
	G_{za} complète le trièdre direct.			
Tèlr€avon	Great direction de l'axe de	Il est rigidement lié à l'appareil,		
$(_{G' X^{b'} Y^{b'} Z^{b}})$	fuselage.	considérer lui-même comme		
	Genalans le plan des ailes,	rigide. Utilisé pour exprimer les		
	comprète le trièdre direct.	forces de propulsions et		
	$G_{z,p}^{r}$ idans le plan de	l'expression des moments.		
	symetrie de l'avion (vers le			
	Dasj.			

Tableau (I.1): Compositions repères.

I.2.2 Définitions des angles entre repères :

Après que les repères ont été définis, leurs positions relatives vont être définies au moyen d'angles. Plusieurs rotations sont nécessaires pour passer d'un repère à un autre.[1]

- Passage de R₀ à R_b. Le passage du repère normal terrestre R₀ correspond au passage d'un repère définissant l'orientation d'un solide à un autre (figure). Il nécessite l'introduction d'un système de 3 angles :
- 1. Une rotation de Ψ (azimut) autour de \vec{z}_0 amène dans le plan horizontal \vec{x}_0 sur \vec{x}_i , et \vec{y}_0 sur \vec{y}_i . Le vecteur \vec{y}_i est porté par l'intersection du plan horizontal

contenant G et du plan perpendiculaire à l'axe du fuselage contenant lui aussi G. on en déduit $\vec{x}_i = \vec{y}_i \wedge \vec{z}_0$.

- 2. Une rotation de θ (assiette longitudinale) autour de \vec{y}_b amène \vec{x}_i sur \vec{x}_b .
- 3. Enfin, une rotation de Φ (angle de gite) autour de \vec{x}_b amène \vec{y}_i sur \vec{y}_b .



Figure (I.1) : Passage du repère $R_0 \ge R_b$ [1]

- Passage du repère R_b à R_a : le passage du repère avion R_b au repère aérodynamique R_a est le passage du vecteur \vec{x}_{ib} porté par l'axe du fuselage au vecteur \vec{x}_a porté par la vitesse aérodynamique $|\vec{y}_b|$ (figure). Puisque \vec{z}_b est dans le plan défini par (\vec{x}_b, \vec{z}_b) (plan de symétrie de l'avion), deux rotations suffisent :
- 1. Une rotation de α (angle d'incidence) autour de \vec{y}_b amène \vec{z}_b sur \vec{z}_a .
- 2. Une rotation de β (angle de dérapage) autour de \vec{z}_a amène \vec{y}_b sur \vec{y}_a .



Figure (I.2) : Passage du repère R_b à R_a .[1]

Transformation d'un repère à un autre se fait à l'aide des matrices de rotation. Par Exemple, la matrice de rotation pour F_b à F_a est défini dans l'équation (I.1). [2]

$$F_{ab} = \begin{bmatrix} \cos\alpha \cdot \cos\beta & \sin\beta & \sin\alpha \cdot \sin\beta \\ -\cos\alpha \cdot \sin\beta & \cos\beta & -\sin\alpha \cdot \sin\beta \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}$$
(I.1)

Afin de calculer les équations du mouvement, un certain nombre d'hypothèses doit être fait:[2]

- L'avion est un corps rigide.
- La terre est plate et non rotatif.

 Les propriétés de la masse de l'avion sont constantes, toute variation de masse est négligeable. L'appareil dispose d'un plan de symétrie, qui est le plan X_BZ_B. Cela implique que le moment d'inertie I_{yz} et I_{xy} sont égaux à zéro. Cette hypothèse est valable pour les avions en bon état. Lorsque les avions souffrent de dommages asymétriques, l'hypothèse ne s'applique plus.

I.2.3 Equations non linéaire de mouvement :

Les équations de mouvement d'avions peuvent être tirées de la deuxième loi de Newton. Mathématiquement, la deuxième loi de Newton peut être exprimée comme suit dans le référentiel inertiel. [2]

$$\sum F = \frac{d}{dt} (m V_t)|_E \tag{I.2}$$

$$\sum M = \frac{d}{dt}(H)|_E \tag{I.3}$$

Où **F** est la somme de toutes les forces extérieures; **m** est la masse de l'aéronef; **M** représente la somme de tous les moments externes autour du centre de la masse; **H** est la quantité de mouvement angulaire autour du centre de masse.

Les équations ci-dessus peuvent être écrites dans le repère fixe, comme F_B

$$F = \frac{d}{dt} (mV_t)|_B + \omega \times mV_t \tag{I.4}$$

$$M = \frac{d}{dt}(H)|_{B} + \omega \times H \tag{I.5}$$

Où *a* est la vitesse angulaire total de l'aéronef par rapport à la terre. Les termes de vecteur dans l'équation (I.4) et (I.5) peuvent être exprimés en :

$$V_t = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k} \tag{I.6}$$

$$\omega = p\mathbf{i} + q\mathbf{j} + r\mathbf{k} \tag{I.7}$$

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{I}\boldsymbol{\omega} \tag{I.8}$$

Où I est définie comme

$$I = \begin{bmatrix} I_x & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_y & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_z \end{bmatrix}$$
(I.9)

En remplaçant l'équation (I.6) à (I.8) dans l'équation (I.4) et (I.5), le résultat est:

$$F_x = m(\dot{u} + qw - rv) \tag{I.10}$$

$$F_y = m(\dot{v} + ru - pw) \tag{I.11}$$

$$F_z = m(\dot{w} + pv - qu) \tag{I.12}$$

$$M_{x} = \dot{p}I_{x} - \dot{r}I_{y} + qr(I_{z} - I_{y}) - pqI_{xz}$$
(I.13)

$$M_y = \dot{q}I_y + pq(I_x - I_z) + (p^2 - r^2)I_{xz}$$
(I.14)

$$M_{z} = \dot{r}I_{z} - \dot{p}I_{xz} + pq(I_{y} - I_{z}) - prI_{xz}$$
(I.15)

Sachant que les forces externes sont les forces aérodynamiques, les forces de poussée et les forces de gravité et les moments externes comprennent les moments aérodynamiques et les moments de moteur.

$$F_x = \overline{q}SC_{xb} + F_{Tx} - mg\sin\theta \tag{I.16}$$

$$F_{y} = \overline{q}SC_{yb} + F_{Ty} - mg\cos\theta\sin\phi \qquad (I.17)$$

$$F_z = \overline{q}SC_{zb} + F_{Tz} - mg\cos\theta\cos\phi \tag{I.18}$$

$$M_x = \overline{q}SbC_{lb} + M_{engx} \tag{I.19}$$

$$M_y = \overline{q} S \overline{c} C_{mb} + M_{engy} \tag{I.20}$$

$$M_z = \overline{q}SbC_{nb} + M_{engz} \tag{I.21}$$

Où $\overline{q} = \frac{1}{2}\rho V_t^2$ est la pression dynamique.

Les équations présentés avant sont rassemblées et réorganisés en une série de douze équations du premier ordre de mouvement d'avions.

Équations dynamiques :

$$\dot{u} = rv - qw - mg\sin\theta + \frac{1}{r}\left(\overline{q}SC_{xb} + F_{Tx}\right)$$
(I.22)

$$\dot{v} = -ru + pw + g\sin\phi\cos\theta + \frac{1}{m}\left(\overline{q}SC_{yb} + F_{Ty}\right)$$
(I.23)

$$\dot{w} = qu - pv + g\cos\phi\cos\theta + \frac{1}{r}\left(\overline{q}SC_{yb} + F_{Ty}\right)$$
(I.24)

Equations cinématiques :

A condition $\cos \theta \neq 0$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$
(I.25)

Équations de moments :

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_x + (I_{yy} - I_{zz})qr + I_{xz}pq \\ M_y + (I_{zz} - I_{xx}) + I_{xz}(r^2 + p^2) \\ M_z + (I_{xx} - I_{yy})pq - I_{xz}qr \end{bmatrix}$$
(I.26)

Équations de navigation :

$$\begin{bmatrix} \dot{x_E} \\ \dot{y_E} \\ \dot{h_E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \cos\psi\sin\theta\sin\phi - \sin\psi\cos\phi & \sin\psi\sin\phi + \cos\psi\sin\theta\cos\phi \\ \sin\psi\cos\theta & \cos\psi\cos\phi + \sin\psi\sin\theta\sin\phi & \sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi \\ \sin\theta & -\sin\phi\cos\theta & -\cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

(I.27)

Où (u, v, w) sont les composantes de la vitesse, (ϕ, θ, ψ) sont les angles d'Euler, (p, q, r) sont le taux roulis, le taux tangage et le taux de lacet; ((x_E, y_E, h_E)) Sont les positions inertielles.

Les équations suivantes sont utilisées pour remplacer les équations dynamiques. Leurs dérivations sont inclus dans l'annexe A.

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{m V_t \cos \beta} \left(-F_x \sin \alpha + F_z \sin \alpha + m V_t (-p \cos \alpha \sin \beta + q \cos \beta - r \sin \alpha \sin \beta) \right)$$

$$\dot{\beta} = \frac{1}{mV_t} \Big(-F_x \cos\alpha \sin\beta + F_y \cos\beta - F_z \sin\alpha \sin\beta - mV_t (-p \sin\alpha + r \cos\alpha) \Big)$$
(I.29)

$$\dot{V}_t = \frac{1}{r} \left(F_x \cos \alpha \cos \beta + F_y \sin \beta + F_z \sin \alpha \cos \beta \right)$$
(I.30)

Par conséquence le vecteur des 12 états est le suivant :

$$X = [V_t \alpha \beta \phi \theta \psi p q r x_E y_E h_E]^T$$
(I.31)

I.2.4 Coefficients aérodynamiques non linéaires :

Les coefficients aérodynamiques sont basés sur un certain nombre de dérivés de stabilité, qui sont définis dans le cadre de la stabilité de référence. Les relations suivantes sont utilisées pour accomplir la transformation.[2]

$$C_{Xb} = -C_D \cos \alpha + C_L \sin \alpha \tag{I.32}$$

$$C_{Zb} = -C_D \sin \alpha + C_L \cos \alpha \tag{I.33}$$

$$C_{mb} = C_m \tag{I.34}$$

$$C_{Yb} = C_Y \tag{I.35}$$

$$C_{lb} = -C_l \cos \alpha + C_n \sin \alpha \tag{I.36}$$

$$C_{nb} = -C_l \sin \alpha + C_n \cos \alpha \tag{I.37}$$

La complexité du modèle sera réduite en éliminant certains dérivés de stabilité qui ne contribuent guère aux coefficients aérodynamiques globaux. Les équations simplifiées des coefficients aérodynamiques suivants sont utilisés: [2]

$$C_L = C_{Lbasic} + \frac{dC_L}{dq} \frac{q_s \overline{c}}{2V_t} + \left(\frac{dC_L}{d\delta_{EI}} \delta_{EI} + \frac{dC_L}{d\delta_{E0}} \delta_{E0}\right)$$
(I.38)

$$C_D = KC_{Dbasic} + (1 - K)C_{Dmach} + \Delta C_{Dsideslip}$$
(I.39)

$$C_Y = \frac{dC_Y}{d\beta}\beta + \frac{dC_Y}{dp}\frac{p_s b}{2V_t} + \Delta C_{Yrudders}$$
(I.40)

$$C_{l} = \frac{dC_{l}}{d\beta}\beta + \frac{dC_{Y}}{dp}\frac{p_{s}b}{2V_{t}} + \frac{dC_{l}}{dr}\frac{r_{s}b}{2V_{t}} + \Delta C_{l \ inbd \ ailerons} + \Delta C_{l \ rudders}$$
(I.41)

$$C_m = C_m + \frac{dC_{m0.25}}{dq} \frac{q_s \bar{c}}{2V_t} + \left(\frac{dC_{m0.25}}{d\delta_{EI}} \delta_{EI} + \frac{dC_{m0.25}}{d\delta_{EO}} \delta_{EO}\right)$$
(I.42)

$$C_n = \frac{dC_n}{d\beta}\beta + \frac{dC_n}{dp}\frac{p_sb}{2V_t} + \frac{dC_n}{dr}\frac{r_sb}{2V_t} + \Delta C_{n\,inbd\,ailerons} + \Delta C_{n\,rudders} \tag{I.43}$$

Il est supposé dans ce cas que le centre de gravité coïncide avec le centre aérodynamique.

Pour n'importe quel avion, le vecteur d'état est :

$$X = [V_t \alpha \beta \phi \theta \psi p q r x_E y_E h_E]^T$$

Le vecteur de commande est :

$$u = [\delta_{th}, \delta_e, \delta_a \delta_r]^T$$

Ou, δ_{th} est le paramètre de poussée compris entre 0-1 ; δ_e est la déviation d'ascenseur ; δ_a est le braquage des ailerons ; δ_r est le débattement de la gouverne.

I.3 Conclusion :

La modélisation de la dynamique de l'avion, ainsi que la mise en équations a permis d'obtenir une représentation d'état d'ordre 12, afin de pouvoir synthétiser des lois de commande dans les parties qui viennent dans ce mémoire.



Revu sur la commande non linéaire

II.1 Introduction :

La commande des systèmes non linéaires constitue un domaine très actif de recherche en automatique et, on peut dire, encore très ouvert. La diversité des comportements des phénomènes dynamiques qui peuvent être observé pour cette classe de systèmes explique, au plan fondamental, la grande variété des approches qui, depuis longtemps déjà, et pour une durée encore très longue certainement, ont été et vont être développées.

II.2 Historique:

Les premiers automaticiens étaient soit mathématiciens, soit hydrauliciens, soit encore électriciens. Les premiers travaux portaient essentiellement sur les problèmes de bouclage des sorties sur les entrées. On entend alors parler de Lyapunov (1863) pour ses travaux sur la stabilité, mais aussi de Bode, Nyquist et Nichols (entre 1930 et 1960) en Automatique fréquentielle. C'est d'ailleurs à cet instant que le PID et les corrections par avance et retard de phase font leur apparition. On assiste alors à un développement fulgurant de l'Automatique. C'est cependant Black, automaticien du vingtième siècle, qui peut être considéré comme le "père" du feedback.

A partir des années 60, on commence à voir apparaître des travaux portant sur la synthèse de loi de commande minimisant un critère de type énergétique. On parle alors de commande optimale. Les premières approches de type Linéaire Quadratique (LQ) sont proposées et permettent alors de calculer un gain de retour d'état. Dans la foulée, les techniques de filtrage de Kalman ou encore de synthèse Linéaire Quadratique Gaussienne (LQG) ont permis de régler des difficultés sur la notion de filtrage de bruit sur l'état ou les sorties. Toutes ces techniques reposent sur l'existence d'une modélisation la plus fine possible représentative de la dynamique réelle du système.

Parallèlement, les approches modales deviennent populaires. Elles utilisaient initialement la notion de lieu des racines. Il y eu ensuite des extensions aux systèmes multidimensionnels et grâce à l'introduction de la représentation d'état, ces techniques connurent un élan nouveau. C'est avec l'idée du placement des éléments propres que la commande modale s'est définitivement imposée au début des années 80 en permettant de régler les problèmes de découplage et d'insensibilité.

Au cours des années 70, le principe de robustesse a commencé à être plus précisément abordé. On définit la robustesse comme une propriété permettant de garantir la stabilité et la performance d'un système incertain; l'incertitude pouvant être de nature variée : fréquentielle, paramétrique, … Plus récemment, des techniques de synthèse prenant en compte explicitement la robustesse ont été proposées : la commande H_, la μ -synthèse, la commande LQG-LTR ou encore la commande QFT ([3],[4],[5]).

On constate, jusque-là, que les travaux se sont essentiellement intéressés à l'Automatique linéaire. Cependant, l'évolution des besoins en termes de performance ont introduit de nouveaux besoins en termes de commande. C'est de ce fait que la modélisation du comportement entrées-sorties des systèmes s'est fortement complexifié. Les modèles mathématiques sont devenus non linéaires. C'est certainement pour ces raisons que l'Automatique non linéaire connaît aujourd'hui un fort essor.

II.3 Système non-linéaire et point d'équilibre :

II.3.1 Système non linéaire :

Un système non linéaire commandé est un ensemble d'équations (différentielles par exemple) non linéaires, décrivant l'évolution temporelle des variables constitutives du système sous l'action d'un nombre fini de variables indépendantes appelées entrées ou variables de commande, ou simplement commandes, que l'on peut choisir librement pour réaliser certains objectifs.

On en connait de nombreux exemples parmi les systèmes mécaniques : satellites, Avions, automobiles, grues, machines-outils, régulateurs thermiques, réacteurs chimiques. Les entrées peuvent être choisies en boucle ouverte, c'està-dire ne dépendant que du temps, ou en boucle fermée, c'est-à-dire comme des fonctions des variables mesurées, appelées observations, qui rendent compte de l'état du système à chaque instant.

Un système est non linéaire s'il n'est pas équivalent à un système linéaire dans un sens à préciser. Plusieurs relations d'équivalence peuvent être introduites, donnant des classifications très déférentes si le système est commandé ou non.

Dans le cas non commandée on classe les comportements par rapport à la stabilité et l'instabilité linéaires et on fait apparaitre les dynamiques centres (ni linéairement stable ni linéairement instable) au voisinage d'un point d'équilibre ou d'une orbite périodique. Dans le cas commandé, beaucoup plus compliqué, l'équivalence à un système linéaire décrit une propriété de l'ensemble des trajectoires du système que l'on appellera platitude. Au-delà de l'analyse des types de comportement des systèmes, se pose le problème de leur utilisation. Un objectif de commande se traduit par la donnée d'une ou plusieurs trajectoires de référence à suivre (boucle ouverte) et, en boucle fermée, par certaines exigences sur la vitesse de poursuite, l'atténuation des perturbations. l'insensibilité aux erreurs et variations paramétriques, la précision du suivi. Bien sûr, les réglages de la boucle ouverte et de la boucle fermée interagissent de façon complexe, surtout dans le contexte non linéaire, mais on peut, dans certains cas, arriver à rendre ces deux aspects aussi indépendants que possible pour en faciliter la mise au point.[6]

17

III.3.2 Point d'équilibre :

Un système non linéaire peut être toujours décrit par une équation différentielle de la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x,t) \\ x(t) &= x_0 \end{aligned} \tag{II.1}$$

Ou $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est l'état du système, et *f* est la fonction non linéaire.

Il est possible pour une trajectoire d'un système de correspondre à un seul point singulier, tel que ce point représente un point d'équilibre.

Xe est un point d'équilibre du système (II.1) si :

$$f(x,t) = 0, \forall t \tag{II.2}$$

Pour la plus part des cas, on considère que l'origine de l'espace d'état est un point d'équilibre $X_e=0$.

II.4 Commande non-linéaire :

II.4.1 Introduction au besoin en lois de commande non linéaires :

L'automaticien cherche usuellement à transformer le système étudié, qu'il soit linéaire ou non-linéaire, en un système corrigé. Pour ce faire, il existe deux possibilités :

1. Soit l'on considère une approximation linéarisée tangente du système étudié sur laquelle on définit une loi de commande linéaire, comme suit :



Figure (II.1) : synthèse de correcteurs linéaires pour des systèmes complexes [7]

2. Soit l'on considère le système étudié tel qu'il est sur lequel on définit une loi de commande non-linéaire mais linéarisante.



Figure (II.2) : Synthèse d'un correcteur de type non-linéaire inverse. [7]

Donc, la première solution permet d'étudier un système linéarisé tangent, simple à manipuler et à analyser. Malheureusement, comme pour toute approximation, la validité de cette technique est limitée.

Pour la deuxième solution, la validité sur un domaine est plus étendue au prix d'une plus grande difficulté de manipulation et d'analyse.

Dans le cadre de l'aviation, le système avion est un système non-linéaire à paramètres variantes. Historiquement, quand les lois de commande ont commencé à être développées pour fonctionner en plusieurs points du domaine de vol, il a fallu trouver une technique pour assurer une bonne cohabitation et une bonne transition entre les correcteurs.

II.4.2 La commande non-linéaire :

La commande non-linéaire a réellement commencé à émerger au début des années 80. L'idée fondatrice de ce type de commande relève d'un constat simple : un système physique n'est jamais totalement linéaire. Donc, si l'on désire le commander finement, il faut commencer par le modéliser tel qu'il est, c'est-à-dire de manière non-linéaire.

Dans ce qui suit, on représente le système étudié par des équations d'état entièrement non-linéaires ou non-linéaires affines (forme plus restrictive mais pleinement adaptée aux problèmes aéronautiques) de type :

$$\begin{cases} \dot{X} = A(X) + B(X).U\\ Y = C(X) \end{cases}$$
(II.3)

Ou $U \in \Re^n$ est l'entrée du système, autrement appelée variable de commande, $X \in \Re^n$ et l'état du système et $Y \in \Re^p$ est la sortie du système, autrement appelée variable d'observation.

Dans le cas de la commande non-linéaire, les outils d'analyse et méthodes de synthèse sont parcellaires ou complexes.

II.4.3 Différentes types de commandes non-linéaires :

II.4.3.1 la commande prédictive :

II.4.3.1.1 Introduction :

Ces dernières années la commande prédictive est largement utilisée dans le domaine industriel et a été appliquée avec sucée pour différentes applications. Le terme commande prédictive ne désigne pas une stratégie de commande spécifique mais un ensemble d'algorithmes qui utilisent explicitement le modèle du système dans un problème d'optimisation, à résoudre, pour déterminer la commande à appliquer.

Certains des avantages que représente la commande prédictive basée sur le modèle sont comme suit [8],[9] :

- La commande permet de respecter les différentes contraintes sur les états, les commandes et les sorties.
- Elle permet d'assurer la poursuite pour certaines consignes tout en maintenant d'autres dans des couloirs bien spécifiés.
- Elle peut s'appliquer à des systèmes avec ou sans retard.
- Elle assez robuste aux erreurs de modèle.

L'intérêt de la commande prédictive est multiple :

- Comparés aux techniques classiques, elle est extrêmement performante si le procédé réagit avec un certain retard ou si le changement de consignes sont connus à l'avance.
- Comparés aux techniques plus sophistiquées réalisant la minimisation d'un critère à un pas, les techniques prédictives sont nettement robustes, en particulier lorsque la structure d'un modèle utilisée pour décrire le procédé est mal connu.
- Elle peut être utilisée en conservant un seul paramètre libre pour le réglage.

II.4.3.1.2 Principe de la commande prédictive :

La commande prédictive est basée sur le principe de la figure (II.3), elle est décrite par les étapes suivantes :

1. A chaque instant d'échantillonnagek, les sorties futures du système sont prédites sur un horizon de temps N_p , appelé horizon de prédiction, qui est relativement long par rapport à la vitesse d'évolution du procédé. Les prédictions $\hat{y}(k + j/k)$, pour $j = 1, ..., N_p$, sont réalisées en utilisant le modèle du système et dépendent non seulement du passé du système (les commandes et les sorties avant l'instant k), mais aussi des commandes futures u(k + i), pour $i = 0, ..., N_p - 1$, à déterminer et appliquer au système. Par conséquent, le modèle du système fait partie de l'algorithme de commande. Ainsi la prédiction ne va pas dépendre uniquement des sorties précédentes mais aussi de l'évolution envisagée dans le temps futur pour la variable de commande. Notons que plusieurs évolutions sont possibles pour la variable de commande.

- 2. La séquence de commande est déterminée en minimisant un critère de performances qui permet d'assurer la poursuite de la consigne désirée. Le critère est une fonction quadratique des erreurs entre les sorties prédites et la trajectoire de référence. L'effort de commande est généralement inclus dans le critère à minimiser. Ainsi, une solution explicite peut être facilement obtenue dans le cas où le critère est quadratique et le modèle du système ainsi que les contraintes sont linéaires, sinon une méthode d'optimisation numérique doit être appliquée. Notons que pour la structure de la loi de commande, certaines hypothèses peuvent être considérées, par exemple reste constante après un certain instant d'échantillonnage $k < N_n$.
- 3. La solution déterminée par optimisation sera ensuite appliquée au système réel, mais seule sa valeur à l'instant présent k est réellement utilisée. A l'instant suivantk + 1, la procédure complète est répétée. Ceci permet d'obtenir une valeur réactualisée pour la commande, en fonction des mesures les plus récentes en utilisant le concept de l'horizon glissant.



Figure (II.3) : Principe de la commande prédictive.

II.4.3.1.3 Eléments d'une commande prédictive :

Comme montre la figure (II.4), les éléments sont :

- Le modèle du système (pour la prédiction).
- Le critère de performances.
- L'algorithme d'optimisation (afin de déterminer la séquence de commande).



Figure (II.4) : Stratégie de commande prédictive.

1. Modèle du système :

Il comporte généralement deux parties ; modèle du système, qui représente les relations entrée-sortie du système, et un modèle de perturbations qui est souvent utilisé pour représenter les perturbations ou simplement pour approximer les erreurs de modélisation.

Réponse impulsionnelle:

La réponse de système est :

$$y(k) = \sum_{i=1}^{+\infty} r(i)u(k-i)$$
(II.4)

Ou r(i) représentent les coefficients de la réponse impulsionnelle (les valeurs de la sortie, aux instants d'échantillonnage, lorsque l'entrée est une impulsion de Dirac).

• Réponse indicielle :

Dans ce cas la réponse du système est :

$$y(k) = \sum_{i=1}^{+\infty} s(i)\Delta u(k-i) \tag{II.5}$$

Ou s(i) représente les coefficients de la réponse indicielle pour une entrée échelon unité, et $\Delta u(k) = u(k) - u(k - 1)$. Pour un système stable s(i)sont constants après l'instant N_s . $N_s \times T_e$ Représente le temps de réponse du système.
• Equation aux différences :

Dans ce cas la sortie du système est :

$$y(k) = F\left(y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k-1), \dots, u(k-n_u)\right)$$
(II.6)

Ou n_y et n_u sont des entiers naturels. La fonction F(.) peut être linéaire ou non linéaire selon la nature du système.

• Prédiction :

Dans la commande prédictive, un modèle du système n'est pas utilisé pour la conception de la loi de commande, mais il est utilisé pour la prédiction des sorties futures du système.

2. Critère de performance (fonction objectif)

Les algorithmes de la commande prédictive utilisent différentes formes pour le critère. Généralement le but recherché est d'assurer la poursuite de la consigne désirée $y^d(k+j)$ avec un minimum d'effort u(k+j-1). Ainsi le critère utilisé le plus souvant prend la forme quadratique car différentiable :

$$J = \sum_{j=N_r}^{N_p} \left[y^d(k+1) - \hat{y}(k+j/k) \right]^T Q_j \left[y^d(k+1) - \hat{y}\left(k+j/k\right) \right] + \sum_{j=0}^{N_u-1} u(k+j-1)^T R_j u(k+j-1)$$
(11.7)

Les matrices $Q_i et R_j$ sont symétrique et définies positives, $N_r, N_p et N_u$ sont des paramètres de réglage du correcteur prédictif.

3. Algorithme d'optimisation :

Différentes algorithmes peuvent être utilisés pour cette commande, mais celui qui est plus adapté à la compréhension intuitive de son fonctionnement est

l'algorithme DMC (Dynamic Matrix Control) [10]. Il est largement utilisé dans l'industriel (hydrocarbures, pétrochimie).

II.4.3.2 la commande neuronale :

II.4.3.2.1 Introduction :

Les réseaux de neurones artificiels connaissent depuis quelques années un succès croissant dans divers domaines des sciences de l'ingénieur. Ils mènent à élaborer une technique de traitement de données qui fera bientôt partie de la boite à a outils de tout ingénieur préoccupé de tirer le maximum d'information pertinentes des données qu'il possède : faire des prévisions, élaborer des modèles, reconnaitre des formes ou des signaux, etc.

Dans ce qui suit un aperçu général sur le réseau neuronale est donnée ainsi que ses éléments de base, ensuite la modélisation neuronal des systèmes non linéaires et finalement le modèle neuronal inverse.

II.4.3.2.2 Modèle d'un neurone :

Le neurone artificiel (ou cellule) est un processeur élémentaire. Il reçoit un nombre variable d'entrées en provenance de neurones appartenant à un niveau situé en amont (on parlera de neurones "amonts"). A chacune des entrées est associé un poids w représentatif de la force de connexion. Chaque processeur élémentaire est doté d'une sortie unique, qui se ramifie ensuite pour alimenter un nombre variable de neurones appartenant à un niveau situé en aval (on parlera de neurone "avals"). A chaque connexion est associé un poids [11]. (Figure II.5)



Figure(II.5) : Modèle d'un neurone artificiel [12]

Les R entrées du neurone correspondent au vecteur $p = [p_1, p_2, ..., p_R]^T$ alors que

 $W = [W_{1,1}, W_{1,2}, ..., W_{1,R}]^T$ Représente le vecteur des poids du neurone. La sortie n de l'intégrateur est donnée par l'équation suivante :

$$n = \sum_{j=1}^{R} w_{1,j} p_j - b = w_{1,1} p_1 + w_{1,2} p_2 + \dots + w_{1,R} p_{1R} - b$$
(II.8)

Que l'on peut aussi écrire sous forme matricielle :

$$n = w^T p - b \tag{II.9}$$

Cette sortie correspond à une somme pondérée des poids et des entrée moins ce qu'on nomme le biais b du neurone. Le résultat n de la somme pondérée s'appelle le niveau d'activation du neurone. Le biais b s'appelle aussi le seuil d'activation du neurone. Lorsque le niveau d'activation atteint ou dépasse le seuil b, alors l'argument de f devient positif (ou nul). Sinon il est négatif. Ajoutant à l'équation précédente la fonction d'activation f pour obtenir la sortie du neurone, le résultat est comme suit :

$$a = f(n) = f(w^T p - b)$$
(II.10)

En remplaçant w^T par une matrice d'une seule ligne $= w^T$, on obtient une forme générale : a = f(Wp - b)



Figure(II.6) : Représentation matricielle du modèle d'un neurone artificiel. [12]

La figure (II.6) représente un modèle plus compact que celui de la figure (II.5), on y représente les R entrées comme un rectangle noir, de ce dernier sort le vecteur p dont la dimension matricielle est R×1. Ce vecteur est multiplié par une matrice W qui contient les poids (synaptiques) des neurones. Dans le cas d'un neurone simple, cette matrice possède la dimension 1×R. Le résultat de la multiplication correspond au niveau d'activation qui est ensuite comparé au seuil b (au scalaire) par soustraction. Et enfin la sortie d'un neurone est calculée par la fonction d'activation f. La sortie d'un neurone est toujours un scalaire.

II.4.3.2.3 Fonction de transfert :

Différentes fonctions de transfert pouvant être utilisées comme fonction d'activation du neurone sont énumérées dans le tableau qui suit, mais les trois les plus utilisées sont les fonctions «seuil » (en anglais «hardlim »), « linéaire » et « sigmoïde »

Non de la fonction	Relation d'entrée/sortie	Nom Matlab
Seuil	$\frac{a}{a} = 0 \frac{a}{\sin a} \frac{\sin a}{\sin a} 0$ $a = 1 \sin a \ge 0$	Hardlim
Seuil symétrique	$a = -1 \sin n < 0$ $a = 1 \sin n \ge 0$	Hardlims
Linéaire	$\begin{array}{l}1 si \ n \ge \\a = n\end{array}$	Purelin
Linéaire saturée	$a = \begin{bmatrix} a & n \\ 0 & \sin n \\ a & \sin n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & n \\ \sin n \\ \sin n \\ \sin n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 1 \\ a & \sin n \end{bmatrix}$	Satlin
Linéaire saturée symétrique	a = -1 si n < -1 $a = n s_i - 1 \le n \le 1$ a = 1 si n > 1	Satlins
Linéaire positive	$a = 0 si \ n \ge 0$ $a = n si \ n \ge 0$	Poslin
Sigmoïde	$a = \frac{n \ge}{1 + \frac{1}{exp^{-n}}}$	Logsig
Tangente hyperbolique	$a = \frac{1}{e} \cdot \frac{e}{a} \frac{1}{e} \frac{e}{e^n} \frac{1}{e^{-n}}$ $a = \frac{e}{e^n} \frac{1}{e^{-n}} \frac{e^{-n}}{e^{-n}}$	Tansig
Compétitive	a = 1 $a = 1$ $a = 1$ $autrement$	Comet

Tableau (II.1) : fonction de transfert [12]

II.4.3.2.4 Le modèle neuronale inverse :

Un système dynamique peut être décrit par l'équation (II.11) reliant ces entrées aux sorties :

$$y(k+1) = f(y(k), \dots, y(k-n+1), \dots, u(k-m+1))$$
(II.11)

Ou la sortie du système y(k + 1) dépend des n valeurs précédentes de la sortie et les m valeurs passées de l'entrée. En général, le modèle inverse de ce système peut être présenté sous la forme suivante :

$$u(k) = f^{-1}(y(k+1), y(k), \dots, y(k-n+1), u(k-1), \dots, u(k-m))$$
(II.12)

II.4.3.3 La commande plate :

La commande plate ([13],[14],[15]) est une commande non-linéaire s'appliquant à une certaine classe de systèmes : les systèmes différentiellement plats.

Un système est dit différentiellement plat s'il existe un ensemble de variables indépendantes, nommées sortie plates, telles que toutes autres variables endogène (y compris les variables d'entrées) est fonction de ces sorties plates et de leurs dérivées successives. Plus précisément, le système :

$$\dot{X} = f(X, U)$$

Est différentiellement plat s'il existe un ensemble de variables nommées sorties, de la forme :

$$Y = h(X, U, \dot{U}, \ddot{U}, ..., U^{(p)})$$
(II.13)

Tel que :

$$\begin{cases} X = \alpha (Y, \dot{Y}, \ddot{Y}, ..., Y^{(q)}) \\ U = \beta (Y, \dot{Y}, \ddot{Y}, ..., Y^{(q+1)}) \end{cases}$$
(II.14)

Ce système est alors dit « Lie-Backlund équivalent » au système trivial suivant :

$$v = Y^{(q+1)}$$
 (II.15)

Ou v est la nouvelle entrée (correspondant à un système linéaire et découplé entrées-sorties).

Ce type de lois de commande possède des propriétés intéressantes. En effet la commande plate, qui asservit la trajectoire des sorties plates du système, est parfaitement adaptée au suivi de trajectoires.

Au final, la commande plate est une technique très pointue et efficace. Elle est intéressante pour l'utilisation que l'on peut en faire sur tout type de système non-linéaire dès l'instant où il est différentiellemnet plat et ou les contraintes en terme de robustesse sont faibles. Toutefois, dans le cadre particulier des systèmes non-linéaires affins, il existe un type de commande dont la synthèse est plus souple et dont les avantages sont comparables : la commande non-linéaire inverse.

II.4.3.4 la commande non-linéaire inverse :

Il s'agit de la commande non-linéaire la plus populaire actuellement. Les travaux initiaux sont principalement dus à Alberto Isidori (notamment [16],[17]). Depuis, les applications de cette technique à l'aéronautique ont été nombreuses ([18],[19]). Ces applications concernent principalement des lois de pilotage uniquement (en vitesse angulaire) et des tentatives de robustification non-généralisables.

L'inversion de la dynamique s'appuie sur des représentations d'état de type nonlinéaire affine ou pseudo affine. Ces représentations d'état non-linéaire par rapport à l'état du système, et affines par rapport aux commandes. Ainsi, dans le cas d'une représentation d'état non linéaire affine, on représente le système par ce qui suit :

$$\begin{cases} \dot{X} = A(X) + B(X).U \\ Y = C(X) \end{cases}$$
(II.16)

Si le système est gouvernable, en dérivant successivement les éléments de Y par rapport au temps, on obtient la représentation entrées-sorties du système précédant comme suit :

$$\tilde{Y} = \begin{bmatrix} Y_1^{(d_1)}(U) \\ \vdots \\ Y_p^{(d_p)}(U) \end{bmatrix} = F(X) + G(X). U$$
(II.17)

Ou d_k est le degré relatif de chaque sortie.

Sous réserve que G soit de rang plein(p), le retour d'état découplant et linéarisant pour ce système est de la forme :

$$U = G^{-1}(X). (v - F(X))$$
(II.18)

Ou G* représente l'inverse de G

L'inversion de la dynamique parait séduisante dans son principe. En effet, il s'agit d'une commande non-linéaire mais linéarisante. Cette technique est analytique et permet d'imposer les sorties régulées et les dynamique que l'on souhaite y associe.

II.5 Conclusion :

Comme on a pu voir dans cette partie les non linéarités et les incertitudes qui présentes des difficultés dans la théorie de la commande des systèmes dynamiques réels. La commande de ses systèmes constitue un domaine très actif de recherche en automatique, ainsi la diversité des commandes qui peuvent existées, et qui ont été développé au cours du temps.

Nous avons choisi de poursuivre notre étude en nous basant sur la commande non-linéaire inverse. Nous expliquant donc l'utilisation de cette technique dans le chapitre suivant.



Conception de la commande

inverse

III.1 Introduction :

La commande non linéaire inverse a d'abord été développée dans le cadre de la résolution de problèmes de commande en robotique ou il est nécessaire de pouvoir maitriser les grandes évolutions d'un système (bras de robot, chariot, grue, etc) en dehors de toute situation d'équilibre. Compte tenu des grands non linéarités mises en jeu en général, ceci a conduit à l'abandon des méthodes linéaires d'asservissement et de retour d'état qui conduisent à des comportements chaotiques associés à la saturation répétée des actionneurs. La commande non linéaire inverse mettant à profit un modèle d'état en général non linéaire et issu directement des lois de la physique régissant le système, permet alors d'aborder le problème de la commande des évolutions générales de celui-ci. Très vite les milieux de recherche dans le domaine de l'Aéronautique et du spatial sont intéressés à cette approche et ont essavé de l'utiliser dans différentes applications allant de la stabilisation de modes naturels oscillants au suivi de trajectoires, d'où les exigences du contrôle, aussi appelées qualités de manœuvrabilité, sont d'abord mises en évidence. La structure globale du contrôleur est ensuite explicitée. Après avoir rapidement exposé la théorie du contrôle utilisé, les différentes composantes du contrôleur sont traitées en détail.

III.2 Qualités de manœuvrabilité :

Les spécifications de qualités de manœuvrabilité, essaient de quantifier la facilité ou bien la difficulté avec laquelle est piloté un avion dans une catégorie données de vol (le comportement dynamique de l'avion). Un outil systématique pour la quantification a été proposé, nommé échelle de Cooper-Harper (voir figure III.1) (annexe B).

Ce dernier distingue trois niveaux de manœuvrabilité répertoriés dans le tableau (III.1).

Chapitre III

.

Conception de la commande inverse



.

Niveau	Description
I	Qualités de manœuvrabilité totalement adéquates pour la phase de la mission considérée.
II	Qualités de manœuvrabilité adéquatés pour accomplir la phase de la mission considérée lorsque l'effort du pilote est quelque peu augmenté ou que l'efficacité de la mission se dégrade, ou les deux.
III	Qualités de manœuvrabilité telles que la mission peut être contrôlée de manière sécuritaire, mais l'effort du pilote est excessif ou l'efficacité de la mission est inadéquate, ou les deux.

Tableau(III.1): Niveau de manœuvrabilité [20].

- Le 1^{er} niveau du tableau précédant correspond aux niveaux 1 à 3 de l'échelle de Cooper-Harper.
- Le second correspond aux niveaux 4 à 6 de l'échelle et pour le dernier c'est aux niveaux 7 à 9 de l'échelle.

Pour chaque niveau de manœuvrabilité correspond des spécifications sur les modes longitudinales et latéraux de vol. Ces spécifications dépendent de plus de la classe d'avion (tableau III.2) et de la catégorie de la phase de vol (tableau :III.3)

Classe	Description
Ι	Petites avions légers, tels que les aéronefs d'observation légers, utilitaires légers etc.
II	Avion de poids moyen à manœuvrabilité faible à modérée, tels que les aéronefs de sauvetage, de reconnaissance, les avions cargo ou de transport légers et moyens, les bombardiers lourds, etc.
III	Gros avions lourds, à manœuvrabilité faible à modérée, tels que les avions cargo ou de transport lourds, les bombardiers lourds, etc.
IV	Avions hautement manœuvrant, tels que les avions de chasse, de reconnaissance tactique ou d'observation, etc.

Tableau (III.2): Classe d'avion.[20]

.

Catégorie	Description
A	Phase de vol non terminale qui requiert des manœuvres rapides, une poursuite précise ou le suivi précis d'une trajectoire. Entres autres, sont inclus dans cette catégorie le combat air-air, l'attaque au sol, le largage d'armes, la reconnaissance, le ravitaillement en carburant et le vol en formation serrée.
В	Phase de vol non terminale qui requiert des manœuvres graduelles sans besoin de poursuite précise, bien que le suivi précis d'une trajectoire peut être nécessaire. Entre autres, sont inclus dans cette catégorie la montée, le vol en croisière, le ravitaillement en vol (citerne), la descente et les décélérations d'urgence.
С	Phase de vol terminale qui a sinon les mêmes caractéristiques que celles de catégorie B. entre autres, sont inclus dans cette catégorie le décollage, l'approche, et l'atterrissage.

Tableau (III.3) : Catégories des phases de vol. [20]

La qualité de manœuvrabilité se devise en deux catégories.

- Qualités de manœuvrabilité longitudinales.
- Qualités de manœuvrabilité latérales.

III.2.1 Qualités de manœuvrabilités longitudinales :

Les qualités de manœuvrabilité longitudinales s'expriment en fonction des coefficients d'amortissement des modes phugoide et rapide, ainsi que la pulsation propre de ces derniers.

Le mode phugoide est un mode oscillant à basse fréquence. Il est caractérisé par une oscillation lente de la vitesse V_T et de l'altitude h , ainsi que de l'assiette de tangage θ et de la pente $\gamma = \theta - \alpha$. La figure (III.1) illustre le mouvement de ce mode.





Figure (III.2) : Mouvement du mode phugoide [21]

Les qualités de manœuvrabilité requièrent un coefficient d'amortissement ξ_{ph} conforme aux spécifications du tableau III.4. En niveau III, le mode phugoide est supposé instable, soit $\xi_{ph} < 0$;les spécifications portent alors sur le temps pour doubler d'amplitude T_2 , défini par l'équation (III.1) ou ω_{ph} est la pulsation propre du mode phugoide.[22]

$$T_2 = -\frac{\ln(2)}{\xi_{ph}\omega_{ph}} \tag{III.1}$$

Niveau I	$\sum_{\substack{k \neq h}} \geq 0$
Niveau II	$\leq \frac{p_{h}}{p_{ph}} \geq 0.00$
Niveau III	<u>به</u> کو

Tableau (III.4) : Coefficient d'amortissement pour le mode phugoide.[21]

Le mode rapide, ou « short period », est un mode rapide fortement amorti. En l'absence de contrôle cette oscillation dure quelques secondes, habituellement moins de 10s, pendant lesquelles l'angle d'attaque , le taux de tangage q et le facteur de charge n_z varient rapidement tandis que la vitesse longitudinales u reste quasiment constante.

Les spécifications requièrent un coefficient d'amortissement ξ_{mr} qui répond aux caractéristiques récapitulées dans le tableau (III.5) en fonction du niveau de manœuvrabilité et de la classe d'avion.

Catégorie	A et C	В
Niveau I	0.35< 🚛 <1.30	0.30 < 弄 <2.00
Niveau II	0.25 < 📩 <2.00	0.20 < 📩 <2.00
Niveau III	0.15 < 🚟	0.15 <

Tableau (III.5) : Coefficients d'amortissements pour le mode rapide [22]

Plutôt que d'imposer des limites sur la pulsation propre sur le mode rapide ω_{mr} , elles le sont sur un critère additionnel nommé « Control Anticipation Parameter » (CAP). Le CAP est défini comme la relation suivante :

$$CAP = \frac{\omega^2_{mr}}{n_{z/\alpha}}$$
(III.2)

Il doit être compris dans les limites du tableau III.6 :

Cat	Α	В	С
Niv.I	0.2 = 4	0.085 < 3 <i>CAP</i> <3.6	$0.1 \stackrel{<}{\underset{\omega r \ge AP < 3.6}{\leftarrow}} \\ \stackrel{\omega r \ge AP < 3.6}{\underset{6 < c = 0.7}{\leftarrow}} $
Niv.II	$0.16^{3}r \stackrel{P}{\approx} \stackrel{ZAP < 3.6}{z^{-1.0}}$	$0.038 < \frac{3}{CAP < 3.6}$	$\begin{array}{c} 0.09_{\omega <} \geq AP < 3.6 \\ 6 \leq 0.7 \\ \omega r \geq AP < 10.0 \\ 0.9 \leq 0.4 \end{array}$
Niv.III	0.16 <	0.038<	0.096<

Tableau (III.6) : CAP pour le mode rapide [21]

III.2.2 Qualités de manœuvrabilité latérales :

Les qualités de manœuvrabilité latérales dépendent des trois modes latéraux qui sont ; le mode roulis, spiral et le roulis hollandais.

Le mode de roulis est un mouvement rapide très amorti durant lequel l'avion a un mouvement de roulis autour de l'axe des x. Il affecte principalement le taux de roulis p, tandis que l'angle de dérapage , l'azimut ψ et la vitesse angulaire de lacet r restent quasiment constants.[21]

Le mode spiral est un mode lent qui peut s'avérer légèrement instable, il donne alors au roulis une amplitude croissante.

Le roulis hollandais est une oscillation latérale et directionnelle, qui affecte principalement l'angle de dérapage et le taux de lacet r, ce mouvement ressemble à celui des patineurs hollandais d'où son nom. Cependant il est possible qu'il y ait un certains mouvement de roulais du au couplage roulis-lacet des coefficients aérodynamique. La figure (III.2) illustre ce mouvement.

.



Figure (III.3) : Mouvement du roulis hollandais [21]

Les qualités de manœuvrabilité latérales s'expriment en termes de constante de temps maximale du mode de roulis (voir tableau III.7), de pulsation propre ω_{rh} et de coefficient d'amortissement ξ_{rh} minimum de mode de roulis hollandais (voir tableau III.8)et de temps minimal pour doubler l'amplitude en mode spiral (voir tableau III.9).

Classe	Cat	Niv.I	Niv.II	Niv.III
I et IV	А	1.0	1.4	10.0
II et III	А	1.4	3.0	10.0
Toutes	В	1.4	3.0	10.0
I et IV	С	1.0	1.4	10.0
II et III	С	1.4	3.0	10.0

Tableau (III.7) : Constante de temps pour le mode de roulis [21]

Niveau	Cat.	Classe	_lin ▼ 5 <i>rh</i> 0.19	- M	Min
Ι	А	I et IV	0.19	0.35	1.0
Ι	А	II et III	0.19	0.35	0.4
Ι	В	Toutes	0.08	0.15	1.0
Ι	С	I et IV	0.08	0.15	1.0
Ι	С	II et III	0.08	0.15	0.4
II	Toutes	Toutes	0.02	0.05	0.4
III	Toutes	Toutes	0.02	-	0.4

Tableau(III.8) : Qualités de manœuvrabilité du roulis hollandais [21]

Classe	Cat.	Niv. I	Niv. II	Niv. III
I et IV	А	12s	12s	4s
I et IV	B et C	20s	12s	4s
II et III	Toutes	20s	12s	4s

Tableau(III.9) : Temps pour doubler l'amplitude du mode spirale [21]

III.3 Commande de vol par inversion dynamique :

L'avion est vu comme un système dynamique continu non linéaire admettant une représentation d'état non linéaire dite affine. Ce type de représentation d'état, que nous allons définir et étudier dans ce qui suit, est nécessaire pour la mise en œuvre de la commande non linéaire inverse.

III.3.1 Notions fondamentales :

III.3.1.1 La représentation d'état affine :

De nombreux systèmes dynamiques admettent une représentation d'état non linéaire particulière dite affine. Elle est donnée par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^{m} g_i(x) . u_i \\ y = h(x) \end{cases}$$
(III.3)

- L'état x appartient à une variété analytique réelle \mathbb{R} de dimension n.
- Pour tout *i* ∈ {1,2,...,*m*}, l'entrée *u_i* est une fonction continue à valeurs réelles. On posera alors *U* = [*u*₁, *u*₂, ..., *u_m*]^T,
- Pour tout $i \in \{1, 2, ..., m\}$, g_i est un champ de vecteur sur \mathbb{R} .
- h est une fonction vectorielle analytique définie sur \mathbb{R} à valeurs dans \mathbb{R}^p .

Depuis quelques années, ce type de système a été intensément étudié. L'une des premières étapes a été de proposer une méthodologie pouvant mettre en évidence les dynamiques internes et externes du système ; c'est la mise sous forme normale. Dès lors, on a pu s'intéresser à développer des méthodes adaptées de commande de ces systèmes ; c'est l'inversion dynamique.[23]

III.3.1.2 La forme normale des systèmes affines :

Les premiers résultats ont été établis dans le cadre des systèmes à une seule entrée et une seule sortie. La notion de degré relatif y joue un rôle tout à fait particulier. Rappelons en définition : Pour une fonction scalaire $\lambda: x \to \lambda(x)$ et un champ de vecteur f(x), **la dérivée de** Lie est définie par :

$$\begin{cases} L_f \lambda(x) = \nabla \lambda(x). f(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x_i} f_i(x) \\ L_f^k \lambda(x) = L_f \left(L_f^{k-1} \lambda(x) \right) = \nabla \left(L_f^{k-1} \lambda(x) \right) f_i(x) \end{cases}$$

Avec ; $L_f^0 \lambda(x) = \lambda(x)$

Définition 1 :

On dit qu'un système monodimensionnel affine présente un degré relatif r pour l'état x_0 s'il existe un voisinage U de x_0 tel que :

$$\begin{cases} L_g L_f^k h(x) = 0\\ L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0 \end{cases} \quad \forall x \in U, \ \forall k < r-1 \end{cases}$$

Dans le cas des systèmes linéaires monodimensionnels, le degré relatif représente la différence entre le nombre de pôles et le nombre de zéros de la fonction de transfert associée. Dans le cas des systèmes non linéaires affines, supposons que le système soit de degré relatif r. à un instant t_0 , le système se trouve à l'état $x(t_0) = x_0$. Si on calcule la sortie h(x) et ses dérivées successives par rapport au temps $y^{(k)}$ en t= t_0 pour tout $k \in \{1, 2, ..., r\}$ on obtient :

$$\begin{cases} y(t_0) = h(x(t_0)) = h(x_0) \\ y^{(1)}(t_0) = \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \left[f(x(t_0)) + g(x(t_0))u(t_0) \right] = L_f h(x(t_0)) + L_g h(x(t_0)).u(t_0) \end{cases}$$
(III.4)

Quand $r \ge 1$, on a $\forall x \in U L_g h(x(t)) = 0$ donc $y^{(1)}(t_0) = L_f h(x(t_0))$. De même, on trouve :

$$\begin{cases} y^{(k)}(t_0) = L_f^k h(x(t_0)) & \forall k \in U \\ y^{(r)}(t_0) = L_f^r h(x(t_0)) + L_g L_f^{r-1} h(x_0) . u(t_0) \end{cases}$$
(III.5)

Donc, pour conclure le degré relatif est le nombre de dérivations que l'on doit faire sur la sortie y(t) pour que l'entrée u(t) puisse explicitement apparaitre dans l'expression de sa dérivée. Il est important de noter que le degré relatif n'est pas défini lorsque le système n'est pas localement gouvernable pour les sorties considérées.[22]

Isodori [Isodori, 1989] a montré l'existence d'un champ de vecteur particulier Φ qui permet de transformer, autour d'un point x_0 , la représentation affine initiale en forme normale.

III.3.1.2.1 Le cas monodimensionnel :

On s'intéresse, tout d'abord, à un système SISO de degré relatif r autour de x_0 . Ce champ de vecteur particulier Φ , tel que $\Phi(x) = [\Phi_1, \Phi_2, ..., \Phi_n]'$, se construit de la manière suivante :

$$\Phi_i = y^{(i)} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, r\}$$
(III.6)

Si i< n, on peut toujours trouver n - r fonctions $\Phi_{r+1}, \Phi_{r+2}, ..., \Phi_n$ telles que la matrice jacobienne $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ soit une matrice régulière $\forall x \in V(x_0)$.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Phi_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \Phi_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

On pose alors $z = \Phi(x)$ avec $x = \Phi^{-1}(z)$ ou z est à valeurs dans \mathbb{R}^n . On a alors, avec le choix particulier des r premières fonctions Φ_i :

$$\begin{array}{l}
\dot{z}_{1} = z_{2} \\
\dot{z}_{2} = z_{3} \\
\vdots \\
\dot{z}_{r-1} = z_{r} \\
\dot{z}_{r} = b(z) + a(z) \cdot u \\
\vdots \\
\dot{z}_{n} = q_{n}(z) + p_{n}(z) \cdot u \\
y = z_{1} = h(x)
\end{array}$$
(III.7)

Ou ;

$$\begin{cases} a(z) = L_g L_f^{r-1} h\left(\Phi^{-1}(x)\right) \\ b(z) = L_f^r h\left(\Phi^{-1}(x)\right) \end{cases} et \begin{cases} p_i = L_g \Phi_i\left(\Phi^{-1}(x)\right) \\ q_i = L_f \Phi_i\left(\Phi^{-1}(x)\right) \end{cases} \quad \forall i \in \{r+1, r+2, \dots, n\} \end{cases}$$

On obtient alors une nouvelle représentation affine, ou la première partie des équations d'état met en évidence les relations existant entre les entrées et les sorties du système et représente la dynamique externe du système tandis que la seconde partie des équations représente la dynamique interne. [22][23]

Dans le cas ou r = n, si on applique la loi de commande de la forme

$$u = -\frac{b(z)}{a(z)} + \frac{v}{a(z)} \tag{III.8}$$

Avec ; $v = c_0 z_1 + c_1 z_2 + \dots + c_{n-1} z_n$ ou c_i est à valeurs dans \mathbb{R}^+ , on auras la linéarisation exacte de la dynamique externe du système qui sera donnée par la représentation normale exacte suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ -c_0 & -c_1 & \dots & \dots & -c_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n-1} \\ z_n \end{bmatrix}$$
(III.9)

III.3.1.2.2 Le cas multidimensionnel :

Les notions précédentes peuvent être étendues au cas multidimensionnel en introduisant dans ce cas le concept de vecteur de degrés relatifs :

Définition 2 :

Un système non linéaire multi-variable de la forme (III.3) a un vecteur de degré relatif $(r_1, r_2, ..., r_m)$ défini sur le voisinage U d'un point de fonctionnement x_0 si :

1.
$$L_{gj}L_{f}^{k}h_{i}(x) = 0$$
, $\forall (i, j) \in \{1, ..., m\}^{2}$ $\forall k \in \{0, ..., r_{i-1}\}$

2. La matrice A(x) de rang m, la matrice est non singulier pour $x = x_0$

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1 - 1} h_1(x) & \dots & \dots & L_{g_m} L_f^{r_1 - 1} h_1(x) \\ L_{g_2} L_f^{r_2 - 1} h_2(x) & & L_{g_m} L_f^{r_2 - 1} h_2(x) \\ \vdots & & \vdots \\ L_{g_m} L_f^{r_m - 1} h_m(x) & \dots & \dots & L_{g_m} L_f^{r_m - 1} h_m(x) \end{bmatrix}$$

Le vecteur de degré relatifs est donc un vecteur dont les éléments sont les nombres entiers de dérivations que l'on doit faire sur l'expression de chacune des sorties, afin qu'au moins une entrée apparaisse explicitement dans l'expression des dérivées correspondantes.[23][24]

On a :

$$z_k^i = \Phi_k^i(x) \tag{III.10}$$

Le système est décrit par :

$$\dot{z}_{1}^{i} = \dot{z}_{2}^{i} \\ \vdots \\ \dot{z}_{r_{i}-1}^{i} = \dot{z}_{r_{i}}^{i}$$

$$\dot{z}_{r_{i}}^{i} = b_{i}(x) + \sum_{j=1}^{m} a_{ij}(z)u_{j}(t)$$
(III.11)

Pour $1 \le i \le m$

Chapitre III

Avec

.

$$a_{ij}(z) = L_{g_i} L_f^{r_i - 1} h_i (\Phi^{-1}(z)) \quad pour \ 1 \le i, j \le m$$
$$b_i(z) = L_f^{r_i} h_i (\Phi^{-1}(z)) \quad pour \ 1 \le i \le m$$
$$b(x) = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(x) \\ L_f^{r_2} h_2(x) \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m(x) \end{bmatrix}$$

On aura après :

$$v = b(x) + A(x) \cdot u = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(x) \\ L_f^{r_2} h_2(x) \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1 - 1} h_1(x) & \dots & \dots & L_{g_m} L_f^{r_1 - 1} h_1(x) \\ L_{g_2} L_f^{r_2 - 1} h_2(x) & & L_{g_m} L_f^{r_2 - 1} h_2(x) \\ \vdots & & \vdots \\ L_{gm} L_f^{r_m - 1} h_m(x) & \dots & \dots & L_{gm} L_f^{r_m - 1} h_m(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}$$
(III.12)

Pour le vecteur de commande u

$$u = A^{-1}(x)(v - b(x))$$
(III.13)

Remarque :

Bien que le principe de base de l'inversion dynamique soit simple, certains points méritent d'être discutés.

D'une part g est supposée inversible, or cela n'est pas nécessairement le cas, notamment s'il y a plus de variable d'état que de commande. Cette contrainte est levée grâce à la séparation temporelle des variables d'état, elle sera discutée dans ce qui suit.

III.4 Séparation temporelle de la dynamique :

Afin de simplifier la structure du contrôleur, certaines hypothèses sur les constantes de temps du système sont faites :

Ces hypothèses permettent de séparer la conception du contrôleur en une cascade de contrôleurs, ou les entrées d'un niveau sont les sorties du précédent. [24],[25].

La figure qui suit montre en évidence cette architecture.



Figure (III.4) : Architecture à séparation temporelle de la dynamique [21]

- La dynamique des taux de rotation *p*, *q* et *r* est plus rapide que celle des angles d'incidence et de dérapage [¬] et du roulis φ.
- La dynamique des angles (c, , ϕ) est plus rapide que celle de la vitesse V_t , de l'assiette de tangage θ et de l'azimut ψ .

Remarque :

La navigation ne faisant pas partie de cette étude, l'azimut ψ n'est pas pris en compte.

La dynamique de l'avion peut donc s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_2) + g(x_2)u \end{cases}$$
 (III.14)

Ou :

.

 $x_1 = [\alpha, \beta, \phi]^T$, rassemble les variables d'état lentes.

 $x_2 = [p, q, r]^T$, rassemble les variables d'état rapides

 $u = [\delta_e, \delta_a, \delta_r]^T$, celles de la commande.



Figure (III.5) : Architecture alternative [21]

Une alternative est de calculer directement la commande de la boucle externe $[\alpha_c, \beta_c, \phi_c]^T$.

III.5 Dynamique désirée :

Le calcul de la dynamique désirée des variables contrôlées est une caractéristique du contrôle par inversion dynamique. La commande par retour d'état utilise généralement l'erreur entre la valeur désirée des variables et leurs valeurs mesurées.[26]

III.5.1 Le cas proportionnel :

Le moyen le plus simple d'obtenir une dynamique désirée est par un retour d'état proportionnel et découplé pour chaque variable d'état x_i :

$$\dot{x}_{ides} = K_{i_n}(x_{i_c} - x_i) \tag{III.15}$$

Ou K_{i_p} est un gain et x_{i_c} la valeur consigne.

Le gain K_p fixe la bande passante de la réponse. Celle-ci doit être choisie conformément à l'hypothèse de séparation temporelle de la dynamique de l'aéronef.

L'inversion assure $\dot{x}_i = \dot{x}_{ides}$. En boucle fermée, la fonction de transfert de chaque variable d'état x_i est alors celle de l'équation (III.16) et qui présente un pôle en $s = -K_{ip}$.

$$\frac{x_i}{x_{i_c}} = \frac{K_{ip}}{s + K_{ip}} \tag{III.16}$$

III.5.2 Le cas proportionnel +intégral :

Lorsqu'un premier ordre ne permet pas d'obtenir les performances requises, notamment en termes de qualité de manœuvrabilité, alors un système d'ordre plus élevé doit être utilisé. Parmi ces solutions un retour d'état découplé proportionnel intégral est largement répondu :

$$\dot{x}_{ides} = k_{i_p} (x_{i_c} - x_i) + k_{i_i} \int (x_{i_c} - x_i) dt$$
(III.17)

Le choix des gains k_{i_p} et k_{i_i} permet de fixer l'amortissement ξ_i et la pulsation propre $\omega_{n,i}$ de la variable d'état x_i du système.

Ito et al suggèrent d'utiliser une forme légèrement différente :

$$\dot{x}_{ides} = k_{i_B} \left(\frac{1}{2} x_{i_c} - x_i\right) + \frac{k_{i_B}^2}{4} \int (x_{i_c} - x_i) dt$$
(III.18)

Ainsi il est nécessaire de fixer un seul gain et non plus deux.

La fonction de transfert en boucle fermée de chaque variable d'état x_i est alors donnée par l'équation (III.19), et présente un pôle en $s = -\frac{1}{2}K_{iB}$.

$$\frac{x_i}{x_{i_c}} = \frac{\frac{1}{2}k_{iB}\left(s + \frac{1}{2}k_{iB}\right)}{\left(s + \frac{1}{2}k_{iB}\right)^2} = \frac{\frac{1}{2}k_{iB}}{s + \frac{1}{2}k_{iB}}$$
(III.19)

Le gain peut être ainsi fixé comme pour le gain proportionnel, mais cette forme de dynamique compense à la fois l'erreur en position et en dérivée. La pulsation propre associée à cette commande est $\omega_{iB} = \frac{1}{2}k_{iB}$ et l'amortissement est $\xi_{iB} = 1$.

L'étude menée par Ito et al. A conclu que l'utilisation d'un gain proportionnel, ou bien du gain proportionnel intégral ci-dessus, est la meilleure solution en termes de cout de contrôle mais aussi du confort des passagers. Cette méthode de choix de la dynamique désirée est donc utilisée.

III.5.3 Le réglage des gains :

Les gains de la dynamique désirée doivent être choisis tels que l'aéronef ait un comportement dynamique conforme aux qualités de manœuvrabilité exposées en III.2

Dans l'architecture d'inversion dynamique à l'étude, les variables contrôlées sont $p_{,q},r$ pour l'inversion rapide , α,β,ϕ pour l'inversion lente.

En effet, dans le mode longitudinal, le mode rapide agit principalement sur le taux de tangage q et l'angle d'attaque α , tandis que le mode phugoide agit sur la vitesse V_t . Le mode de roulis influe sur le taux de roulis p et le mode spiral sur l'assiette de roulis ϕ . Quand au roulis hollandais, il affecte à la fois l'angle de β et le taux de roulis r.

Les gains doivent être choisis tels que les spécifications de ces modes soient satisfaites.

III.6. Conclusion :

La structure du contrôleur a été mise en évidence dans ce chapitre. L'inversion dynamique dans les boucles interne et externe permet d'assurer un comportement du système conforme aux qualités de manœuvrabilité. Bien que le retour linéarisant nécessite un modèle parfait, l'utilisation d'une commande désirée de type proportionnel intégral permet d'annuler l'effet de petites erreurs de modélisation ou de perturbations constantes.



Simulation et interprétation

La commande développée dans le chapitre précédent est appliqué au Fighting Flacon F-16 (Annexe C). Ce choix revient au fait que le rapport de Nguyen et al. (1979) a été rendu public et est donc une grande source d'information sur le modèle mathématique.

IV.1 Choix des gains des dynamiques désirées :

Les gains du contrôle par inversion dynamique sont pris de manière à satisfaire les qualités de manœuvrabilités. Le F-16 fait parti des avions de la classe IV. Les manœuvres considérer pour les simulations font partie des phases de vol de la catégorie B. seul le cas de vol nominale est considéré dans cette étude, les qualités de manœuvrabilités doivent être de niveau A.

Pour la dynamique du taux de tangage q, (ω_q, ξ_q) sont caractéristique du mode rapide longitudinal. On désire fixer l'amortissement du mode rapide à :

$$\xi_{mr} = 1$$
 et le CAP à $CAP_{des} = 2$, d'où :

$$\xi_q = \xi_{mr} = 1$$
 et $\omega_q = \max\left\{\sqrt{CAP_{des}\frac{n_z}{\alpha}}, 1\right\}$ (IV.1)

Pour la dynamique du taux de roulis $p_{r}\omega_{q}$ est caractéristique du mode roulis amorti. Pour les phases de vol de catégorie B, il faut que $\omega_{ra} = 1/1.4$; alors ω_{p} est choisi égale à ω_{ra} .

Pour la dynamique du taux de lacet r, ω_r est caractéristique du roulis hollandais. On désire fixer la pulsation propre du roulis hollandais à $\omega_{rh} = 3$, l'amortissement étant fixé à $\xi_{rh} = 1$. D'où $\omega_r = \omega_{rh}$

Pour la dynamique de l'angle d'attaque α , (ω_{α} , ξ_{α}) sont caractéristique du mode rapide longitudinal. Les caractéristiques ont été fixé pour la dynamique du taux de tangage, q, cependant l'hypothèse de la séparation temporelle de la dynamique doit être respecter, on choisit alors

$$\xi_{\alpha} = 0.7$$
 et $\omega_{\alpha} = 2$

Pour la dynamique de l'angle de dérapage de l'angle β , (ω_{β} , ξ_{β}) sont caractéristique du roulis hollandais. L'amortissement du roulis hollandais est choisi égale à $\xi_{rh} = 0.7$, on a alors

 $\xi_{\beta} = \xi_{rh}$ et $\omega_{\beta} = \omega_{rh}$

Pour la dynamique de l'assiste de roulis ϕ , ω_{ϕ} est caractéristique du mode spiral ; pour les phases de vol de catégorie B il faut $T_{2s} = 20$; alors ω_r est égale à $\omega_{\phi} = T_{2s} \ln 2$.

Tout en étant conformes aux qualités de manœuvrabilité, les valeurs des amortissements et des pulsations propres ont été choisi arbitrairement ici. Cellesci sont directement liées aux gains des fonctions de transfert des différentes variables d'état. Cependant il est suggéré d'adapter la méthodologie développée par Saussié et Saydy (2003) afin d'obtenir un choix plus pertinent des gains.

Les performances de cette commande sont mises en évidence dans le paragraphe suivant au moyen de simulation effectuée sous Matlab.

IV.2 Simulation en boucle ouverte :

Nous allons simuler en première partie, la dynamique latérale de l'avion déjà choisi, afin de visualiser ses caractéristiques naturelles, et cela en lui injectant comme signal d'entrée un échelon puis une impulsion.

Soit le système considéré suivant :

$$X_{lat} = \begin{bmatrix} \beta \\ \phi \\ p \\ r \\ \delta_A \\ \delta_R \\ r_{\omega} \end{bmatrix}; \qquad U_{lat} = \begin{bmatrix} u_A \\ u_R \end{bmatrix}, \qquad y_{lat} = \begin{bmatrix} r_{\omega} \\ p \\ \beta \\ \phi \end{bmatrix}$$
(IV.2)

Le point d'équilibre :

Vitesse $V_t = 502 \ km/h$,

Nombre de Mach M = 0.45

Matrice du système et valeurs propres :

A l'aide des paramètres trouvé en annexe C, on trouve notre matrice A

	− 0.3220	0.0640	0.0364	-0.9912	7 0.0003	0.000	ן0 8(
	0	0	1	-0.0032	7 0	0	0
	-30.6492	0	-3.6784	4 0.6646	-0.7333	0.131	50
A =	8.5396	0 -	-0.0254-	0.4764	-0.0319	-0.0620	00
	0	0	0	0	-20.2	0	0
	0	0	0	0	0	-20.2	0
	L 0	0	0 5	7.2958	0	0 -	-1]

Les valeurs propres obtenues sont :

Eigenvalue	Damping	Freq. (rad/s)
-1.00e+000	1.00e+000	1.00e+000
-4.22e-001 + 3.06e+000i	1.37e-001	3.09e+000
-4.22e-001 - 3.06e+000i	1.37e-001	3.09e+000
-1.67e-002	1.00e+000	1.67e-002
-3.62e+000	1.00e+000	3.62e+000
-2.02e+001	1.00e+000	2.02e+001
-2.02e+001	1.00e+000	2.02e+001

L'analyse doit être faite graphiquement par la résolution des équations différentielle de système latéral de la forme :

$$\dot{X} = AX + Bu \dots Y = CX + Du$$

Tel que :

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 20.2 & 0 \\ 0 & 20.2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 57.2958 & 0 & 0 - 1 \\ 0 & 0 & 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

u : est le vecteur de déflexion, comme définie précédemment.

La représentation des valeurs propres dans le plan complexe



Figure IV.1: Représentation des valeurs propres du système latérale dans le plan complexe.



Réponse latérale du au braquage des ailerons et au braquage des gouvernes:

Figure IV.2 : La réponse du système à une perturbation de l'aileron à une impulsion



Figure IV.3: La réponse du système à une perturbation de gouvernail à une impulsion.

Interprétation des résultats :

Nous constatant que les valeurs propres du système sont tous à valeur réel négative, qui implique que le système est théoriquement stable. on observant sa réponse à l'échelon ou à l'impulsion qui converge mais avec un temps de réponse grand avec une présence d'oscillations considérable, ceci est inacceptable en pratique.

Comme on remarque aussi, d'une manière évidente que la réponse du système par rapport aux angles de rotation est plus lente que celle des taux de rotations. Ce qui nous autorise a appliqué la théorie de séparation temporelle.

Lorsque l'avion a été excité par le mode convergence en roulis, le taux de roulis diminue lentement avec une valeur max de 75 °/s pour les ailerons et s'annule après une durée très grande.

Le mode roulis hollandais est un mouvement oscillatoire relatif aux vitesses angulaires de lacet et l'angle de roulis, qui varie rapidement vers le même sens avant le retour au point d'équilibre pour 10 s.

IV.3. Application de la commande :

Dans ce qui suit, on va appliquer la commande inverse à un modèle longitudinal simplifié afin de se familiariser avec le concept de l'inversion dynamique, puis on l'appliquera au modèle latérale précèdent.

IV.3.1 Etude du modèle longitudinale simplifié :

Soit le modèle longitudinal du mode rapide suivant :

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = Z_{\alpha}\alpha + q\\ \dot{q} = M_{\alpha}\alpha + M_{q}q + M_{\delta_{e}}\delta_{e} \end{cases}$$
(IV.3)

Ou, $x = [\alpha, q]^T$ est le vecteur d'état du système et $u = \delta_e$ la commande.
IV.3.1.1. Application à la boucle interne (l'inversion rapide) :

Le système est déjà affine en la commande.

On suppose que M_{δ_e} est non nul. On a alors :

$$\delta_e = \frac{1}{M_{\delta_e}} \left[\dot{q} - M_\alpha \alpha - M_q q \right] \tag{IV.4}$$

On remplace ensuite *q* par la dynamique désirée dans l'équation précédente :

$$\delta_{e_c} = \frac{1}{M_{\delta_e}} \left[\dot{q}_{des} + M_{\alpha} \alpha - M_q q \right] \tag{IV.5}$$

La dynamique désirée est choisie de forme proportionnelle :

$$\dot{q}_{des} = K_q(q_c - q) \tag{IV.6}$$

La dynamique de *q* doit répondre aux spécifications de qualité de manœuvrabilité liée au mode rapide.

L'actionneur est supposé régi par un premier ordre de constante de temps Te.

$$\dot{\delta}_e = \frac{1}{T_e} (\delta_{e_{com}} - \delta_e) \tag{IV.7}$$

En compilant l'ensemble des équations ci-dessus on obtient alors le système multi variable suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\delta}_{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{\alpha} & 1 & 0 \\ M_{\alpha} & M_{q} & M_{\delta_{e}} \\ -\frac{M_{\alpha}}{T_{e}M_{\delta_{e}}} & -\frac{K_{q}+M_{q}}{T_{e}M_{\delta_{e}}} & -\frac{1}{T_{e}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ \delta_{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_{q}}{T_{e}M_{\delta_{e}}} \end{bmatrix} q_{c}$$
(IV.8)

La fonction de transfert $\frac{q(s)}{q_c(s)}$ est obtenu par la transformation de Laplace usuelle de $C(sI - A)^{-1}B$.

$$\frac{K_q(s-Z_\alpha)}{T_e s^3 + (1-M_q T_e - Z_\alpha T_e)s^2 + (K_q - Z_\alpha (1-M_q T_e) - M_\alpha T_e)s - Z_\alpha (K_q + M_q)}$$

(IV.9)

Le lieu des racines permet alors le gain de K_q tel que les spécifications en amortissement et en pulsation propre soient satisfaites au mieux. Au cas contraire la solution la plus adapté est d'utilisé une dynamique désirée d'ordre plus élevée.

Quand la dynamique désirée est de type proportionnel + intégral, l'équation (III.18) peut être utilisée lorsque les spécifications correspondent à un deuxième ordre.et c'est le cas pour le taux de tangage.

$$\ddot{q}_{des} = 2\xi_q \omega_q (\dot{q}_c - q) + \omega_q^2 (q_c - q) \tag{IV.10}$$

Ou, ω_q est la pulsation propre du mode rapide et ξ_q son amortissement, fixés dans les plages autorisées par les qualités de manœuvrabilité.

Ces différentes méthodologies sont appliquées à la commande du tangage du modèle longitudinal du F-16 autour de la position d'équilibre suivante :

t<	ition d si ^{qui}
Vt	$150m s^{-1}$
V. h	5000 ~ 1
Ma	5 1047
m a M g	-3.1226
A Z M Se	-0.38014
7. a	0.0147
c nz	-1

Encore, l'amortissement du mode rapide désiré est fixé à $\xi_{mr_{des}} = 0.7$ (valeur choisie arbitrairement dans la plage [0.35 ;1.3] et le CAP désiré est 1.5 (choisie de même dans la plage [0.28 ;3.6]).

On peut déduire la pulsation propre désirée, avec la connaissance des deux paramètres, angle d'attaque à l'équilibre et facteur de charge vertical.

La formule est comme suit :

$$\omega_{mr_{des}} = \sqrt{CAP \frac{n_z}{\alpha}} = 10 \ rad. \ s^{-1} \tag{IV.11}$$

Le gain K_q de la première méthode est d'abord déterminé par placement de pôles.

Ce qu'il faut savoir que le calcul du gain K_p n'est pas évidant, car il est associé à un retour de sortie est non à un retour d'état, les savons « Baba, Takano et Sano (1995) » ont proposés de négliger Z_{α} afin d'éstimer le gain K_q par \widehat{K}_q .

Donc, la fonction de transfert entre le taux de tangage q et le taux de tangage commandé q_c devient alors :

$$\frac{q(s)}{q_c(s)} = \frac{\hat{k}_q}{T_e s^2 + (1 - M_q T_e)s + (\hat{k}_q + M_\alpha T_e)}$$
(IV.12)

Après identification du dénominateur normalisé de l'équation précédente et l'expression

$$s^2 + 2\xi_{mr}\omega_{mr}s + \omega_{mr}^2 \tag{IV.13}$$

on obtient :

$$\widehat{K}_q = T_e \left(M_\alpha + \frac{1}{4\xi_{mr}^2} \left(\frac{1}{T_e} - M_q \right)^2 \right) \tag{IV.14}$$

Ce qu'on peut remarquer, est que la pulsation propre de la fonction de transfert est alors imposée et ne peut être librement fixée à une valeur désirée :

$$\omega_{mr} = \frac{1}{2\xi_{mr}} \left(\frac{1}{T_e} - M_q \right) \tag{IV.15}$$

La première simulation est en boucle ouverte :

Matrice d'état :

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 0 & -5.1047 \\ 1.0000 & -3.1226 \end{bmatrix}^T$$
$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.3801 \end{bmatrix}$$

Valeurs propres :

Eigenvalue	Dampii	ng	Freq. (rad	d/s)
-1.56e+000 + 1.63	e+000i	6.9	1e-001	2.26e+000
-1.56e+000 - 1.63e	+000i	6.9 ⁻	1e-001	2.26e+000

La représentation des valeurs propres dans le plan complexe







Réponse longitudinal à l'échelon et à l'impulsion :





Figure (IV.6) : Réponse longitudinal à l'impulsion.

Le Contrôle de la boucle interne :



Figure (IV.7): Contrôle de la boucle interne par une dynamique désiré proportionnel suit à un doublet (1° et -1°)



Figure (IV.8) : Contrôle de la boucle interne par une dynamique désiré proportionnel +intégrale suit à un doublé (1° et -1°).



Figure (IV.9) : l'emplacement des pôles pour la boucle interne

On observe que la réponse en tangage, ainsi que l'effort de contrôle associer suite à un doublé de 1° d'amplitude et d'une durée de 2 second sur la commande en tangage, qui se fait par le gain K_q poursuit parfaitement la consigne.

L'effort de contrôle est également plus important avec la commande établie par le gain K_q , avec une amplitude un tiers plus grande lors du pic faisant suite au changement de consigne à t= 2s. L'utilisation d'une commande de type proportionnel + intégral est donc préférée.

IV.3.1.2. Application à la boucle externe :

La solution la plus envisageable est une boucle d'inversion dynamique ayant pour commande les états de de la boucle interne.

Lorsque une boucle d'inversion externe est utilisée, il est usuel de supposer que la dynamique de taux de tangage est « très rapide », de sort que le taux de tangage q peut être remplacé par le taux de tangage commandé q_c dans l'équation de la dynamique de variable lente. La dynamique de l'angle d'attaque α est alors :

$$\dot{\alpha} = Z_{\alpha}\alpha + q_c \tag{IV.16}$$

L'inversion de la dynamique est alors ;

$$q_c = \dot{\alpha}_{des} - Z_{\alpha} \alpha \tag{IV.17}$$

Ou la dynamique désirée de l'angle d'attaque peut être choisie de type proportionnel ou proportionnel + intégral :

$$\begin{cases} \dot{\alpha}_{des} = K_{\alpha}(\alpha_{c} - \alpha) \\ \dot{\alpha}_{des} = K_{\alpha}\left(\frac{1}{2}\alpha_{c} - \alpha\right) + \frac{K_{\alpha}^{2}}{4s}(\alpha_{c} - \alpha) \end{cases}$$
(IV.18)

Il a été mis en évidence (voir III.5), que ces deux commandes donnent une fonction de transfert du premier ordre de constante de temps ω_{α} égale à K_{α} .ou $0.5K_{\alpha}$, respectivement.

Le temps de réponse en angle d'attaque doit être plus lent que celui en taux de tangage pour que l'hypothèse de séparation temporelle soit valide. Ainsi, le choix de ω_{α} doit être inférieur à la pulsation propre ω_q , mais toujours compris dans la plage données par les spécifications du mode rapide.

Le contrôle de la boucle externe :











Figure (IV.12) : contrôle de la boucle externe pour la dynamique proportionnel +intégral



Figure (IV.13): la réponse du système à une commande inverse prop+intg

La réponse du système avec saturation :



Figure(IV.14) : la réponse du système à une commande inverse proportionnel avec saturation



Figure(IV.15) : la réponse du système à une commande inverse proportionnel + intégrale avec saturation

On observe la réponse en angle d'attaque suite à un doublet de 1°est d'une durée de 4 s.

L'utilisation du cas proportionnel +intégral a l'avantage d'annuler l'erreur en régime permanent présente dans le cas proportionnel. Toutefois c'est au prix d'un effort de contrôle plus important.

IV.3.2. Contrôle du modèle latérale :

L'inversion dynamique est désormais appliquée au modèle latérale déjà vu. La boucle interne est d'abord conçu, elle prend les vitesses angulaire de roulis p et de lacet r en entrée et fournis la commande a appliqué sur les surface de contrôle de l'avion (δ_a , δ_r). La boucle externe est ensuite conçu, elle pour entrées l'angle de dérapage 3 et l'assiette de roulis ; les sorties sont les commandes en vitesse angulaires p_c , r_c .

IV.3.2.1 Conception de la boucle interne :

Les qualités de manœuvrabilité suggèrent de choisir une dynamique désirée équivalente à un premier ordre en roulis et en lacet.

$$\dot{p}_{des} = \omega_p (p_c - p) \tag{IV.19}$$

$$\dot{r}_{des} = \omega_r (r_c - r) \tag{IV.20}$$

Ou, ω_p est conforme à la bande passante du mode roulis amortis, et ω_r à celle du roulais hollandais.

Tandis que la dynamique des actionneurs est supposée du premier ordre.

$$\dot{\delta}_a = \frac{1}{T_a} (\delta_{a_c} - \delta_a) \tag{IV.21}$$

$$\dot{\delta}_r = \frac{1}{T_r} (\delta_{r_c} - \delta_r) \tag{IV.22}$$

On dérive les équations différentielles de p et de r par rapport au temps jusqu'à ce que les commandes δ_{a_c} et δ_{r_c} apparaisse explicitement dans l'expression.

L'inversion des équations obtenues donnent les équations de la commande inverse à calculer.



D'où une simulation est faite par Matlab donne les résultats suivants :



On observe que la réponse en taux de lacer et taux de roulis, ainsi que les efforts de contrôle associés suite à échelon de 10° d'amplitude et d'une durée de 4 second sur la commande en lacet et roulis, qui se font par les gains ω_r et ω_p poursuivent parfaitement la consigne.

IV.3.2.2 Conception de la boucle externe :

Les équations qui régissent l'angle de dérapage f et l'assiette de roulis sont données, et leurs inversion en y incorporant la dynamique désiré en remplaçant les vitesses angulaires $p_r r$ par leurs commandes p_c, r_c .

Les qualités de manœuvrabilité cette fois suggèrent une dynamique désiré du deuxième ordre pour l'angle de dérapage et du premier ordre pour l'assiette de roulis , tel que :

$$\ddot{\beta}_{des} = 2\xi_{\beta}\omega_{\beta}(\dot{\beta}_{c} - \dot{\beta}) + \omega_{\beta}^{2}(\beta_{c} - \beta)$$
(IV.23)

$$\dot{\phi}_{des} = \omega_{\phi}(\phi_c - \phi) \tag{IV.24}$$

Ou, $(\omega_{\beta}, \xi_{\beta})$ sont conforme aux spécifications du mode roulis hollandais avec $\omega_{\beta} < \omega_r$ et ω_{ϕ} à celle du mode spiral.

Une simulation est faite ; et donne les résultats suivants :



Figure (IV.17): la génération du signal de commande β_c



Figure(IV.18) : la génération du signal commande ϕ_c



Figure(IV.19) : réponse de la boucle externe à une dynamique désirée proportionnel



Figure(IV.20) : la réponse du système à une dynamique désiré proportionnel avec saturation.

On remarque que ce type de commande répond fidèlement aux exigences de notre système dynamique, car la poursuite de la réponse est parfaite.

Conclusion

L'objectif assigné à ce travail était d'élaborer une commande non linéaire dédie au contrôle du mouvement latérale de l'avion de combat F-16 ; donc l'élaboration d'une commande non linéaire afin de commander les angles significatifs de l'avion (α, β, ϕ) .

L'inversion dynamique dans les boucles interne et externe permet d'assurer un comportement du système conforme aux qualités de manœuvrabilité.

Bien que le retour linéarisant nécessite un modèle parfait, l'utilisation d'une commande désiré de type proportionnel intégral permet d'annulé l'effet des petites erreurs de modélisation ou de perturbations constant par rapport à celle de type proportionnel. Donc elle permet de minimiser l'impact de l'incertitude du modèle de la dynamique.

Cette thèse a permis notamment de démontrer l'intérêt des techniques de commande des systèmes non linéaires et principalement de la commande non linéaire inverse.

On propose en perspectives quelques pistes pour des travaux futurs. Tel que toute la dynamique de l'avion est prise en compte (longitudinal, latéral) en appliquant la non-linéarité des coefficients aérodynamique ; ces derniers peuvent être calculé par un module d'identification.

BIBLIOGRAPHIES

[1] : David Alexandre Saussie, « Contrôle du vol longitudinal d'un avion civile avec satisfaction de qualités de manœuvrabilité » thèse doctorat, (Aout 2010).

[2] : Gong Xin Xu « Nonlinear Fault Tolerant Guidance and Control Dammaged Aircraft » thèse doctorat (2011), P10-15.

[3] : D.ALAZARD et al., Alazard D., Cumer C. et Apkarian P« Robustesse et commande optimale », (1999), Cépaduès Editions.

[4] : A.JFOSSARD et al., Fossard A.J et Normand-Cyrot D« Systèmes non linéaires », (1993), Tome III, ED .Masson.

[5] : P.DE LARMINAT, De Larminat P, « Automatique : Commande des systèmes linéaires »,(1996), 2eme Edition, Hermès, Collection Automatique.

[6] : Glendinning, P « Stability, Instability and Chaos ». Cambridge University Press New York.(1994).

[7] : Fabien Lavergne, « méthodologie de synthèse de lois de commandes non linéaire et robustes », thèse doctorat (2005).

[8] : Flaus, J-M «La Régulation Industrielle : Régulation PID, prédictifs et Flous » Hermès, (1994).

[9] : Huang, B., and Kadali « Dynamic Modeling, Predictive Control and Performance Monitoring » R(2008): a Data-Driven Subspace Approch. Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol.374, Springer.

[10] : Culter, CR and Ramaker, BL. « Dynamic Matrix Control. A Computer Control Algorithm ». (1979). AIChE86thNational Meeting, USA.

[11] : C.Touzet, « Les réseaux de neurones artificiels introduction au connexionnisme », (Juillet 1992).

[12] : M.Parizeau, « Réseaux de neurones », Université de Laval. (Automne 2004).

[13] : FLIESS M., LEVINE J., MARTIN P., ROUCHON P., « Controlling nonlinear systems by flatness », Systems and control in the twenty-first centry, Birkhauser, (1997).

[14] : FLIESS Michel, LEVINE Jean, MARTIN Philippe, ROUCHON Pierre,
« Flatness and defect of non-linear systems : introductory theory and exemples »,
Int. J. Control, Vol. 61, No. 6, Pp. 1327-1361,(1995)

[15] : FLIESS Michel, LEVINE Jean, MARTIN Philippe, ROUCHON Pierre, « Sur les systèmes non lineaires différentiellement plats », C. R. Acad. Sci. Paris, t. 315, Série I, P. 619-624, (1992).

[16] : ISIDORI Alberto, « Nonlinear control systems, Third edition »,(Springer, 1995)

[17] : ISIDORI Alberto, « Nonlinear control systems II », (Springer, 1999).

[18] : ENNS Dale, BUGASKI Dan, HENDRICK Russ, STEIN Gunter, « Dynamic inversion : an evolving methodology for flight control design », Int. J. Control. 59, No. 1, 71-91, (1984).

[19] : GREGORY Irene M., « Modified dynamic inversion devised to control large flexible aircraft », AIAA 2001-4284, (2001).

[20] : MIL-HDBK-1797, US Department of Defense, (1997).

[21] : Anne Girard « identification des coefficients aérodynamique et commande de vol non linéaire », EPM-RT. (2007)

[22] : Fabrice Villaumé « Contribution a la commande des systèmes complexes » (2002).

[23] : J.Reilly « Development and Analysis of a Nonlinear Dynamic Inverse control Strategy », PH.D 96-3.

[24] : SUN,X-D. & CLARKE,T. « Advanced aircraft flight contrl using non-linear inverse dynamics », IEEE Proceedings on Control Theory and Applications, 141 :6, 418-426. (1994).

[25] :Escands: HIRM design challenge presentation document : the non-linear dynamics inversion and linear quadratic approach (GARTEUR/TP-088-30), France : Onera, 41p. ,(1997)

[26] : ITO, D. et al :Reentry vehicle flight controls design guidelines : dynamic inversion, Lyndon B. Jonhson Space Center, Texas : National Aeronautics and Space Administartion, 221 p., NASA/TP-2002-210771. (1979).

[27] : Gibson, (1997, 1999) ; Hodgkinson, (1999) ; US Department of Defense, 1990.

[28] : Meyer, Su & Hunt, « Application of nonlinear transformations to automatic flight control », Automatica, 20 :1, 103-107. (1984).

[29] :Arzelier D. « Notes de cours : Représentation et analyse des systèmes linéaires » Version 5.2. France.



Conclusion

Générale

Annexe A

Dérivations :

Dans cette section, les dérivations de $V_t \alpha$ et β sont fournies.

Dynamique des vitesses

Les composantes de la vitesse sont égales à :

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = V_t \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta \\ \sin \beta \\ \sin \alpha \cos \beta \end{bmatrix}$$
(A.1)

Où

$$V_t = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$$
(A.2)

$$\alpha = \arctan\left(\frac{w}{u}\right) \tag{A.3}$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{v}{\sqrt{u^2 + w^2}}\right) \tag{A.4}$$

Prenant la dérivée temporelle de l'équation. (A.2),

$$\dot{V_t} = \frac{u\dot{u} + v\,\dot{v} + w\,\dot{w}}{V_t} \tag{A.5}$$

En substituant l'eq. (A.1) dans l'eq. (A.5),

$$\dot{V}_t = \dot{u}\cos\alpha\cos\beta + \dot{v}\sin\beta + \dot{w}\sin\alpha\cos\beta \tag{A.6}$$

En remplaçant \dot{u} , \dot{v} et \dot{w} à partir des équations de force, et annuler les conditions de taux du roulis, tangage et lacet.

$$V_t = \frac{1}{m} \left(F_x \cos \alpha \cos \beta + F_y \sin \beta + F_z \cos \beta \sin \alpha \right)$$
(A.7)

Dynamique de l'Angle d'attaque :

La même approche peut être utilisée pour obtenir le $\dot{\alpha} et \dot{\beta}$. Prenant la dérivée temporelle de l'équation. (A.3),

$$\dot{\alpha} = \frac{\dot{w}\cos\alpha - \dot{u}\sin\alpha}{V_t\cos\beta} \tag{A.8}$$

 $u^2 + w^2$ Peut-être remplacer par $V_t^2 - v^2 = V_t^2 (1 - \sin^2 \beta) = V_t^2 \cos^2 \beta$

En substituant eq. (A.1) en éq. (A.8),

$$\dot{\alpha} = \frac{\dot{w}\cos\alpha - \dot{u}\sin\alpha}{v_t\cos\beta} \tag{A.9}$$

En substituant *u et w* des équations de force , aussi bien que l'eq (A.1),

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{m V_t \cos \beta} \left(-F_x \sin \alpha + F_z \cos \alpha + m V_t (-p \cos \alpha \sin \beta + q \cos \beta - r \sin \alpha \sin \beta) \right)$$
(A.10)

Dynamique d'angle de dérapage :

Différencier l'eq. (A.4) par rapport aux rendements de temps,

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{v}(u^2 + v^2) - v(u\dot{u} + w\dot{w})}{v_t^2 \sqrt{u^2 + w^2}}$$
(A.11)

Sur la base de l'équation. (A.1), les termes suivants peuvent être remplacés par,

$$u^2 + w^2 = V_t^2 \cos^2\beta \tag{A.12}$$

$$uv = V_t^2 \sin\beta \cos\beta \cos\alpha \tag{A.13}$$

$$uw = V_t^2 \sin\beta \cos\beta \sin\alpha \tag{A.14}$$

Avec les nouveaux remplacements,

$$\dot{\beta} = \frac{1}{v_t} \left(-\dot{u}\cos\alpha\sin\beta + \dot{v}\cos\beta - \dot{w}\sin\alpha\sin\beta \right)$$
(A.15)

En substituant $\dot{u} et \dot{w}$ aussi bien que l'eq.(A.1), et après l'annulation des termes, la nouvelle équation devient,

$$\dot{\beta} = \frac{1}{mV_t} \Big(-F_x \cos\alpha \sin\beta + F_y \cos\beta - F_z \sin\alpha \sin\beta - mV_t (-p\sin\alpha + r\cos\alpha) \Big)$$
(A.16)

Dynamique de l'angle de roulis :

Le développement de la dynamique de l'angle d'inclinaison commence à partir des équations de force de vent, qui sont similaires aux équations de l'objet,

$$\dot{v_w} = \frac{1}{m} F_w - \Omega_w v_w \tag{A.17}$$

Les forces extérieures aérodynamiques, les forces de moteur, et les forces gravitationnelles sont:

$$F_{Aw} = \begin{bmatrix} -C_D \\ -C_Y \\ -C_L \end{bmatrix} \qquad T_w = \begin{bmatrix} 4T \cos\beta\cos\alpha \\ -4T \sin\beta\cos\alpha \\ 4T \sin\alpha \end{bmatrix} \qquad W_w = \begin{bmatrix} -mg\sin\gamma \\ mg\sin\mu\cos\gamma \\ mg\cos\mu\cos\gamma \end{bmatrix}$$
(A.18)

Le linéaire et les composants de vitesse angulaire dans l'axe du vent sont:

$$v_{w} = \begin{bmatrix} V_{t} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \qquad \omega_{w} = \begin{bmatrix} pw \\ qw \\ rw \end{bmatrix} \qquad \qquad \Omega_{w} v_{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_{t} rw \\ -V_{t} qw \end{bmatrix}$$
(A.19)

Les équations suivantes peuvent ensuite être facilement obtenues,

$$p_w = p \cos \alpha \cos \beta + \sin \beta (q - \dot{\alpha}) + r \sin \alpha \cos \beta$$
(A.20)

$$\dot{\alpha} = q - \sec\beta(qw + p\cos\alpha\sin\beta + r\sin\alpha\sin\beta)$$
(A.21)

$$q_w = \frac{1}{mV_t} \left(\overline{q} S C_L - mg \cos \mu \cos \gamma - 4T \sin \alpha \right)$$
(A.22)

$$r_{w} = \frac{1}{mV_{t}} \left(-\overline{q}SC_{Y} - mg\sin\mu\cos\gamma - 4T\sin\beta\cos\alpha \right)$$
(A.23)

Les équations cinématiques pour l'axe du vents peuvent alors être obtenues.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mu} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\chi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\mu\tan\gamma & \cos\mu\tan\gamma \\ 0 & \cos\mu & -\sin\mu \\ 0 & \sin\mu\sec\gamma & \cos\mu\sec\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} pw \\ qw \\ rw \end{bmatrix}$$
(A.24)

De ce fait, la dynamique de l'angle d'inclinaison latérale, μ est :

$$\dot{m}u = pw + (qw\sin\mu + rw\cos\mu)\tan\gamma \tag{A.25}$$

Avec les substitutions appropriées,

$$\dot{\mu} = \frac{p \cos \alpha + r \sin \alpha}{\cos \beta} + \frac{1}{mV_t} [\overline{q}SC_D \sin \beta \cos \mu \tan \gamma + \overline{q}SC_Y \tan \gamma \cos \mu \cos \beta + \overline{q}SC_L (\tan \beta + \tan \gamma \sin \mu) + 4T (\sin \alpha \tan \gamma \sin \mu + \sin \alpha \tan \beta - \cos \alpha \tan \gamma \cos \mu \sin \beta)] - \frac{g \cos \gamma \cos \mu \tan \beta}{V_t}$$

(A.26)

Annexe B

Stabilité :

Par définition, un avion est stable quand, étant écarté de sa position d'équilibre sous l'action d'une force extérieure accidentelle, il revient de lui-même à sa position initiale, sans intervention du pilote, lorsque cesse l'action perturbatrice.

Axes de stabilité :

La stabilité d'un avion est étudié sur trois axes :

- La stabilité en lacet, capacité de l'avion à conserver sa direction.
- La stabilité en tangage, capacité de l'avion à conserver son assiette (l'assiette désigne la position ou l'état d'équilibre d'un élément dans son milieu par rapport au plan horizontal.)
- La stabilité en roulis, capacité de l'avion à conserver son inclinaison en ligne droite et en virage.

Lorsque l'avion est stable sur un axe, il conserve son équilibre sur cet axe sans action sur les commandes de vol.

Au contraire, un avion instable s'écarte de cet axe, ce qui demande d'agir sur les commandes pour corriger.

On distingue deux types de stabilité : la stabilité statique et la stabilité dynamique.

1. Stabilité statique :

La stabilité statique est l'aptitude de l'avion de retrouver un état d'équilibre après en avoir été écarté. La stabilité statique sera dite positive s'il a tendance à retrouver son état d'équilibre initial.

Ou bien ; La stabilité statique est la tendance de l'avion de développer des forces ou de moments qui s'apposent directement à une perturbation instantanée d'un variable de mouvement pour une condition de vol équilibrée. 2. Stabilité dynamique :



Figure : Angles intervenant dans la stabilité d'un avion.

La notion de stabilité dynamique fait intervenir le temps nécessaire pour que l'avion sa stabilité statique après une perturbation. Il faut, en fait, considérer simultanément l'aspect statique et dynamique de la stabilité lorsqu'on étudie les effets de forces extérieures sur un avion en vol.

Un avion doit être conçu et construit de telle sorte qu'il soit doté d'une stabilité statique et dynamique positives pour retrouver son état d'équilibre initial après quelques oscillations dont l'amplitude s'atténue en fonction du temps.

- S'il a une stabilité statique positive et une stabilité dynamique indifférente, il tentera de retrouver son équilibre mais l'amplitude des oscillations ne s'atténue pas en fonction du temps et il ne retrouvera pas son équilibre initial.
- Si sa stabilité statique est positive et sa stabilité dynamique est négative,
 l'amplitude des oscillations, après perturbation, ne fait que augmenter avec le temps. Les deux derniers cas exigent l'intervention du pilote qui devra rétablir l'équilibre au moyen des gouvernes.

La stabilité de Lyapunov :

En mathématiques et en automatique, la notion de stabilité de Lyapunov (ou, plus correctement, de stabilité au sens de Lyapunov) apparait dans l'étude des systèmes dynamiques. De manière générale, la notion de stabilité joue également un rôle en mécanique, dans les modèles économiques, les algorithmes numériques, la mécanique quantique, la physique nucléaire, etc.

De manière moins imagée, si tout mouvement d'un système issu d'un voisinage suffisamment petit d'un point d'équilibre x_e demeure au voisinage de ce point, alors x_e est dit stable au sens de Lyapunov. Le théorème central d'Alexandre Lyapunov dit qu'un système dynamique (décrit par une équation différentielle du type $\dot{x} = f(x, t)$) est stable (au sens de Lyapunov) en un point d'équilibre x_e si et seulement s'il existe une fonction vérifiant certaines conditions précises et liées à la fonction f de l'équation différentielle et à x_e .

D'autres notions de stabilité peuvent être traitées de manière similaire. Par exemple:

- la stabilité asymptotique (si tout mouvement issu d'un voisinage suffisamment petit U de x_e reste au voisinage de ce point et converge vers x_e). Cette stabilité asymptotique est dite globale si U est l'espace tout entier;
- la stabilité structurelle (si lorsque l'équation différentielle est perturbée par un terme suffisamment petit, ses orbites ou trajectoires¹ restent peu modifiées).

Les cas d'instabilité peuvent donner lieu à des comportements chaotiques.

Méthode directe de Lyapunov :

Pour l'étude de stabilité des systèmes non linéaire, la méthode la plus classique est basée sur la linéarisation et l'utilisation des valeurs propres du système linéarisé. Lyapunov a proposé une seconde méthode, en s'inspirant de l'idée de l'énergie mécanique de Lagrange qui a formulé le principe de stabilité des systèmes

Annexes

mécaniques qui stipule que : « un système qui est dans un état ou son énergie potentielle possède un minimum isolé est dans un état d'équilibre stable ».

Cette méthode, appelée aussi méthode de Lyapunov, est basée sur la recherche d'une fonction scalaire de signe défini à valeurs réelles. Quand sa dérivée par rapport au temps est définie de signe opposé, la vitesse d'un point $p_1(p_1 \in \mathbb{R}^n)$ est toujours dirigée vers l'intérieur, alors ce point finira par arriver à l'origine, dans le cas contraire, le point p_1 s'écartera devantage. Dans quelques classe de système physiques, la fonction de Lyapunov V peut être choisie comme étant l'énergie du système.[29]

Manœuvrabilité Et Maniabilité :

Manœuvrabilité :

Désigne les qualités intrinsèques d'un véhicule terrestre, naval ou aérien permettant de lui faire effectuer certains types de manœuvres. Et à ne pas confondre avec la maniabilité.

Maniabilité :

Elle désigne la plus ou moins bonne aptitude d'un véhicule terrestre, naval ou aérien à réagir aux sollicitations de son conducteur ou pilote pour effectuer les manœuvres désirées.

Un avion maniable réagira rapidement et sensiblement aux moindres actions du pilote sur les commandes de vol, contrairement à un avion peu maniable qui réagira lentement et difficilement aux actions, même larges, du pilote sur les commandes.

Echelle Cooper-Harper :

Les commentaires d'un pilote sur la façon dont se comporte l'avion en vol sont toujours la meilleure source d'informations. En travaillant avec un large nombre de configurations et de pilotes, il a vite été nécessaire de mettre des échelles en place, ou de moins un système de quantification. Le laboratoire **Cornell Aeronautics** ou travaillait Harper, utilisa longtemps sa propre échelle pour évaluer les qualités de vol alors que Cooper de la NASA était à l'origine d'une échelle en 10 points, qui était alors beaucoup plus utilisée par le monde. Combinant leurs expériences respectives, ils publièrent en 1960 l'échelle Cooper-Harper qui est à présent utilisée universellement. Elle fut adoptée en 1970 par l'armée américaine qui s'en servit comme base pour les spécifications militaires américaines des qualités de vol.

L'échelle fut établie à partir de notions élémentaires de psychométrie qui consiste en l'évaluation des capacités psychiques d'un individu. Un classement en 10 points peut paraitre excessif pour souder l'opinion d'une personne mais l'échelle Cooper-Harper est un condensé de plusieurs évaluations. C'est en fait une échelle ordinale et non linéaire, dans le sens ou l'intervalle entre deux points, ne correspond pas à un degré de dégradation fixe. Autrement dit, c'est une échelle dichotomique ou l'on force le pilote à prendre des décisions afin d'établir sa véritable opinion.

Annexe C

- General Dynamics a commencé à produire l'avion de combat multi-rôle F-16 en 1976. L'entreprise a vendu son unité de production à la Lockheed Corporation en 1993.
- 2. L'avion de combat a été développé en vue de remplacer l'ancien F-4 Phantom, qui était handicapé en phase de combat aérien du fait de son poids. Le F-15 a été le premier avion à être développé dans ce but mais il s'est avéré trop volumineux et trop cher. Le F-16 présentait le double avantage de peser deux fois moins que le F-15 et d'être moins coûteux.



3. Depuis sa création, l'avion de combat a été vendu à 25 pays et 4000 appareils ont été produits. Il est arrivé en Israël en 1980, suite à une

Annexes

décision des États-Unis de le lui vendre pour renforcer la puissance militaire israélienne, sur fond de Révolution Islamique en Iran.

- 4. Dans l'armée américaine, le F-16 est surnommé Fighting Falcon et Viper, alors que dans l'Armée de l'Air Israélienne, les premiers modèles (A et B) sont surnommés "Barak", les modèles C et D sont appelés "Barak 2 " et le modèle I a été surnommé "Soufa".
- 5. Dans l'Armée de l'Air Israélienne, huit avions de combat F-16 ont pris part à l'Opération Opéra en 1981, au cours de laquelle un réacteur nucléaire irakien en construction a été entièrement détruit. L'année suivante, au cours de l'Opération Paix en Galilée, les F-16 israéliens ont enregistré leurs premiers succès lorsqu'ils ont abattu un hélicoptère Mi-8 et un avion de chasse MiG-21 syriens. Les F-16 ont défait de nombreux autres avions syriens en combat aérien au cours de cette même guerre.

Туре	Avion de combat multi-contrôle	
Statut	En production	
Premier vol	2 février 1974	
Mise en service	17 aout 1978	
Date de retrait	Toujours en service	
Nombre construits	4500	
Equipage		
1 pilote		
Motorisation		
Moteur	Pratt & Whitney F100-PW-229	
nombre	1	
Туре	Turboréacteur avec postcombustion	
Poussée unitaire	79 kN sans PC-106 kN avec PC	

La fiche du F-16 :

Plan de l'avion :



Annexes

Dimensions				
Envergure	9.144 m			
Longueur	14.8m			
Hauteur	4.8 m			
Surface à l'air	27.87			
Masses				
A vide	8272 kg			
Avec armement	12000 kg			
maximale	169000 kg			

performances			
Vitesse maximale	2173 km/h (Mach 2.04)		
plafond	15200 m		
Vitesse ascensionnelle	15240 m/min		
Rayon d'action	550 km		
Charge à l'aire	431 kg/m²		
Rapport poussée/poids	0.90		
Armement			
interne	1 canon M61A1 Vulcan de 20mm		
	Missiles air-air AIM-7		
	Sparrow, Sidewinder, ASRAALM, Magic		
	2, AMRAAM, Sparrow, missile Air-Sol		
Externe	Maverick, missile anti-radar HARM ou		
	des bombes (dont certaines guidées		
	par laser) ou une voire deux JDAM (Mk		
	82. Mk 83, Blu 109 ou Mk 84) ou		
	des roquettes.		

Avionique

commande de vol électrique, affichage tête haute, HOTAS, radar AN/APG-66 puis

APG-68, radar thermique à balayage frontal (FLIR), détecteur de radar ALR-

56M, GPS, Liaison

Le reste des paramètres géométrique pour l'avion F-16

Paramètres	Symboles	valeurs
Corde aérodynamique (m)	Ē	3.45
Moment d'inertie de roulis (k. $\eta_{ au}$ ')	I_x	12874.8
Moment d'inertie du tangage (k. n^2)	I_y	75673.6
Moment d'inertie de lacet (k. n^2)	I _z 8:	85552.1
Produit de moment d'inertie (k. n^2)	I_{xz} 13:	1331.4
Produit de moment d'inertie (k. n^2)	I_{xy} 0.	0.0
Produit de moment d'inertie (k. m^2)	I _{yz} 0.	0.0
Position du centre de gravité (m)	x_{cg}	$0.3ar{c}$
Moment angulaire du moteur (k. n^{2} /s)	hE	216.9