

---

# **Dynamique des structures industrielles**

Alain Girard  
Nicolas Roy

*Hermes*

*Lavoisier*

---



## Table des matières

<b>Préface</b> . . . . .	13
Jean-Louis MARCÉ	
<b>Avant-propos</b> . . . . .	15
<b>Introduction</b> . . . . .	17
<b>Principales notations</b> . . . . .	23
<b>Chapitre 1. Généralités sur l'analyse linéaire</b> . . . . .	29
1.1. Introduction . . . . .	29
1.2. Types de mouvement . . . . .	30
1.2.1. Mouvement sinusoïdal . . . . .	30
1.2.2. Mouvement transitoire . . . . .	33
1.2.3. Mouvement aléatoire . . . . .	35
1.3. Domaine temporel et domaine fréquentiel . . . . .	42
1.3.1. Généralités . . . . .	42
1.3.2. Domaine temporel . . . . .	42
1.3.3. Domaine fréquentiel . . . . .	43
1.4. Fonctions de transfert . . . . .	44
1.4.1. Généralités . . . . .	44
1.4.2. Fonctions de transfert et réponses . . . . .	45
1.4.3. Nature des excitations et réponses . . . . .	47
1.4.4. Nature des fonctions de transfert . . . . .	49
1.5. Equations du mouvement et résolution . . . . .	52
1.5.1. Mise en équations . . . . .	52

1.5.2. Résolution par approche fréquentielle directe. . . . .	54	3.4.4. La gestion des DDL. . . . .	114
1.5.3. Résolution par approche modale . . . . .	55	3.4.5. Règles de modélisation et vérification du modèle . . . . .	116
1.5.4. Mode propre et système à 1 DDL. . . . .	55	3.4.6. Exemples industriels . . . . .	117
1.6. Analyse et essais . . . . .	57	3.5. Résolution par intégration directe . . . . .	118
<b>Chapitre 2. Le système à 1 degré de liberté.</b> . . . . .	59	3.5.1. Généralités . . . . .	118
2.1. Introduction . . . . .	59	3.5.2. Exemple de méthode explicite. . . . .	119
2.2. Equation du mouvement et résolution fréquentielle . . . . .	61	3.5.3. Exemple de méthode implicite . . . . .	119
2.2.1. Mise en équations . . . . .	61	<b>Chapitre 4. L'approche modale.</b> . . . . .	121
2.2.2. Mouvement sans excitation . . . . .	61	4.1. Introduction . . . . .	121
2.2.3. Résolution fréquentielle. . . . .	64	4.2. Modes propres réels . . . . .	122
2.2.4. Amplifications dynamiques . . . . .	68	4.2.1. Généralités . . . . .	122
2.2.5. Réponses à une excitation aléatoire. . . . .	74	4.2.2. Structures libres . . . . .	126
2.3. Réponses temporelles . . . . .	76	4.2.3. Condensation statique du système . . . . .	130
2.3.1. Réponses impulsionnelles . . . . .	76	4.2.4. Résolution du problème aux valeurs propres . . . . .	133
2.3.2. Réponses à une excitation quelconque . . . . .	79	4.3. Superposition modale . . . . .	135
2.3.3. Spectres de réponse . . . . .	80	4.3.1. Généralités . . . . .	135
2.4. Représentation de l'amortissement . . . . .	85	4.3.2. Transformation de l'équation du mouvement . . . . .	137
2.4.1. Amortissement visqueux . . . . .	85	4.3.3. Problème posé par l'amortissement. . . . .	140
2.4.2. Amortissement structural . . . . .	86	4.3.4. Résolution fréquentielle. . . . .	142
2.4.3. Autres représentations. . . . .	88	4.4. De l'approche fréquentielle à l'approche modale. . . . .	146
<b>Chapitre 3. Les systèmes à N degrés de liberté</b> . . . . .	89	<b>Chapitre 5. Les paramètres modaux effectifs</b> . . . . .	149
3.1. Introduction . . . . .	89	5.1. Introduction . . . . .	149
3.2. Détermination des matrices structurales . . . . .	90	5.2. Paramètres modaux effectifs et troncature . . . . .	150
3.2.1. Généralités . . . . .	90	5.2.1. Définition des paramètres modaux effectifs. . . . .	150
3.2.2. Matrices élémentaires locales . . . . .	91	5.2.2. Règles de sommation . . . . .	152
3.2.3. Matrices élémentaires en repère global . . . . .	92	5.2.3. Correction des effets de troncature . . . . .	160
3.2.4. Assemblage des matrices élémentaires. . . . .	94	5.3. Cas particulier d'une structure isostatique . . . . .	163
3.2.5. Relations linéaires entre DDL. . . . .	96	5.3.1. Généralités . . . . .	163
3.2.6. Forces d'excitation. . . . .	102	5.3.2. Modèles masses effectives . . . . .	165
3.3. Spécificités de la méthode des éléments finis . . . . .	103	5.4. Paramètres modaux effectifs et réponses dynamiques . . . . .	172
3.3.1. Généralités . . . . .	103	5.4.1. Réponses fréquentielles. . . . .	172
3.3.2. L'élément de barre. . . . .	105	5.4.2. Réponses aléatoires . . . . .	175
3.3.3. L'élément fini de poutre en flexion. . . . .	106	5.4.3. Réponses temporelles . . . . .	176
3.3.4. L'élément fini de poutre complète . . . . .	108	5.4.4. Réponses temporelles extrêmes. . . . .	177
3.3.5. Forces d'excitation. . . . .	111	5.5. Exemples industriels . . . . .	179
3.4. Les modèles industriels . . . . .	112	<b>Chapitre 6. Les systèmes continus</b> . . . . .	185
3.4.1. Généralités . . . . .	112	6.1. Introduction . . . . .	185
3.4.2. Les types d'éléments . . . . .	112	6.2. L'élément continu de barre . . . . .	187
3.4.3. Les relations linéaires . . . . .	114		



6.2.1. Généralités . . . . .	187
6.2.2. Barre encastrée-libre . . . . .	189
6.2.3. Barre libre-libre . . . . .	194
6.2.4. Barre bi-encastrée . . . . .	196
6.3. L'élément continu de poutre en flexion . . . . .	199
6.3.1. Généralités . . . . .	199
6.3.2. Poutre encastrée-libre . . . . .	202
6.3.3. Poutre libre-libre . . . . .	207
6.3.4. Poutre bi-encastrée . . . . .	212
6.3.5. Effets d'effort tranchant et d'inertie rotatoire . . . . .	216
6.4. L'élément continu de plaque . . . . .	218
6.4.1. Généralités . . . . .	218
6.4.2. Quelques résultats de plaque en flexion . . . . .	219
6.4.3. Plaque rectangulaire appuyée . . . . .	219
6.5. Cas combinés . . . . .	222
6.5.1. Généralités . . . . .	222
6.5.2. Combinaison barre + masse ou flexibilité locale . . . . .	224
6.5.3. Quelques résultats typiques . . . . .	226

## Chapitre 7. L'approche par modes complexes . . . . . 229

7.1. Introduction . . . . .	229
7.2. Les systèmes dissipatifs . . . . .	230
7.2.1. Modes propres complexes . . . . .	230
7.2.2. Superposition modale . . . . .	234
7.2.3. Paramètres modaux effectifs et amplifications dynamiques . . . . .	236
7.2.4. Exemple simple . . . . .	239
7.3. Les effets gyroscopiques . . . . .	240
7.3.1. Généralités . . . . .	240
7.3.2. Superposition modale . . . . .	242
7.4. Cas plus général . . . . .	244
7.4.1. Généralités . . . . .	244
7.4.2. Modes propres complexes . . . . .	245
7.4.3. Superposition modale . . . . .	248
7.4.4. Paramètres modaux effectifs et amplifications dynamiques . . . . .	250
7.5. Applications . . . . .	253
7.5.1. Exemple simple . . . . .	253
7.5.2. Cas industriel . . . . .	255

## Chapitre 8. La synthèse modale . . . . . 257

8.1. Introduction . . . . .	257
8.2. Démarche générale . . . . .	259

8.2.1. Analyse des sous-structures . . . . .	259
8.2.2. Couplage des sous-structures . . . . .	260
8.2.3. Restitution . . . . .	263
8.3. Choix des modes . . . . .	263
8.3.1. Introduction . . . . .	263
8.3.2. Conditions aux limites . . . . .	265
8.3.3. Modes propres . . . . .	267
8.3.4. Flexibilités statiques . . . . .	268
8.3.5. Modes statiques de jonction . . . . .	269
8.3.6. Illustration . . . . .	270
8.3.7. Combinaisons possibles . . . . .	272
8.4. Quelques méthodes . . . . .	273
8.4.1. Méthode Craig-Bampton . . . . .	273
8.4.2. Méthode Craig-Chang . . . . .	278
8.4.3. Méthode Benfield-Hruda . . . . .	282
8.4.4. Modèles masses effectives . . . . .	287
8.4.5. Modèles réduits . . . . .	288
8.5. Etude de cas . . . . .	292
8.5.1. Treillis Benfield-Hruda . . . . .	292
8.5.2. Cas industriels . . . . .	295

## Chapitre 9. La synthèse fréquentielle . . . . . 299

9.1. Introduction . . . . .	299
9.2. Les fonctions de transfert . . . . .	300
9.2.1. Fonctions de transfert et autres caractéristiques dynamiques . . . . .	300
9.2.2. Transformation des fonctions de transfert . . . . .	302
9.2.3. Exemples simples . . . . .	303
9.3. Couplage par fonctions de transfert . . . . .	304
9.3.1. Transferts nécessaires au couplage . . . . .	304
9.3.2. Résolution du couplage . . . . .	306
9.3.3. Restitution . . . . .	307
9.3.4. Récapitulatif . . . . .	308
9.4. Les cas de base . . . . .	309
9.4.1. Introduction . . . . .	309
9.4.2. Sous-structures libres aux connexions . . . . .	310
9.4.3. Sous-structures bloquées aux connexions . . . . .	311
9.4.4. Conditions mixtes aux connexions . . . . .	312
9.5. Généralisation . . . . .	313
9.5.1. Introduction . . . . .	313
9.5.2. L'approche raidéurs . . . . .	314
9.5.3. L'approche flexibilités . . . . .	315
9.5.4. Comparaison des deux approches . . . . .	317

9.5.5. Cas particuliers . . . . .	319
9.6. Comparaison avec les autres techniques de sous-structuration . . . . .	321
9.6.1. Le niveau matriciel . . . . .	321
9.6.2. Le niveau modal . . . . .	322
9.6.3. Le niveau fonctions de transfert . . . . .	323
9.6.4. Conclusion . . . . .	324

## Chapitre 10. Introduction à l'analyse non linéaire . . . . . 325

10.1. Introduction . . . . .	325
10.2. Les systèmes non linéaires . . . . .	326
10.2.1. Généralités . . . . .	326
10.2.2. Exemples simples de grands déplacements . . . . .	328
10.2.3. Exemple simple de liaison variable . . . . .	329
10.2.4. Exemple simple de frottement sec . . . . .	330
10.2.5. Non-linéarités de matériau . . . . .	330
10.3. Le système à 1 DDL non linéaire . . . . .	331
10.3.1. Généralités . . . . .	331
10.3.2. Mouvement sans excitation non amorti . . . . .	332
10.3.3. Cas d'une raideur de la forme $k(1 + \mu x^2)$ . . . . .	333
10.3.4. Mouvement avec excitation non amorti . . . . .	336
10.3.5. Mouvement avec excitation amorti . . . . .	340
10.4. Les systèmes à $N$ DDL non linéaires . . . . .	343
10.4.1. Généralités . . . . .	343
10.4.2. Liaison non linéaire avec mouvement périodique . . . . .	344
10.4.3. Intégration directe des équations . . . . .	346

## Chapitre 11. Les techniques d'essai . . . . . 349

11.1. Introduction . . . . .	349
11.2. Les essais dynamiques . . . . .	350
11.2.1. Plan de développement d'une structure . . . . .	350
11.2.2. Types d'essai . . . . .	351
11.2.3. Matériel d'essai . . . . .	352
11.3. Les essais d'identification . . . . .	358
11.3.1. Généralités . . . . .	358
11.3.2. Paramètres modaux à identifier . . . . .	359
11.3.3. Essais par appropriation . . . . .	362
11.3.4. Essais sans appropriation . . . . .	364
11.3.5. Extraction des paramètres modaux . . . . .	366
11.3.6. Méthodes à 1 DDL (SDOF) . . . . .	368
11.3.7. Méthodes multi-DDL (MDOF) . . . . .	370
11.4. Les essais de simulation . . . . .	372

## Chapitre 12. Le recalage et l'optimisation de modèles . . . . . 383

12.1. Introduction . . . . .	383
12.2. L'analyse de sensibilité . . . . .	385
12.2.1. Généralités . . . . .	385
12.2.2. Sensibilité des fréquences propres . . . . .	385
12.2.3. Sensibilité des formes propres . . . . .	386
12.2.4. Sensibilité des paramètres modaux effectifs . . . . .	387
12.2.5. Exemple simple . . . . .	388
12.3. La réanalyse Ritz . . . . .	389
12.3.1. Généralités . . . . .	389
12.3.2. Utilisation des formes propres . . . . .	389
12.3.3. Utilisation de formes additionnelles . . . . .	390
12.3.4. Exemple simple . . . . .	391
12.4. Le recalage de modèles . . . . .	392
12.4.1. Paramètres physiques . . . . .	392
12.4.2. Corrélation calculs/essais . . . . .	395
12.4.3. Procédure de recalage . . . . .	397
12.5. Les processus d'optimisation . . . . .	398
12.5.1. Généralités . . . . .	398
12.5.2. Méthodes d'optimisation non linéaires . . . . .	398
12.5.3. Méthode du simplexe non linéaire . . . . .	399
12.6. Applications . . . . .	401
12.6.1. Optimisation d'un système simple . . . . .	401
12.6.2. Recalage d'un système simple . . . . .	402
12.6.3. Cas industriel . . . . .	402

## Bibliographie . . . . . 407

## Index . . . . . 412