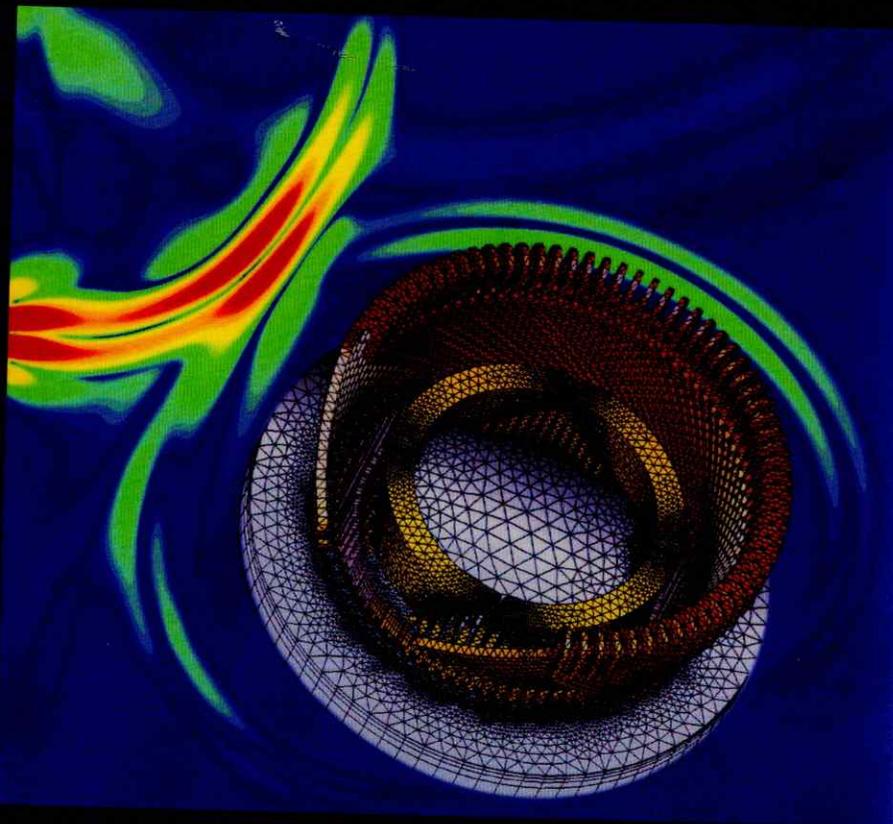




Éléments finis pour l'ingénieur

Grands principes et petites recettes

Pierre Thomas



Editions
TEC
& **DOC**

Lavoisier

Table des matières

| | |
|--|-----|
| Préface | III |
| Remerciements | X |
| Avant-propos | XI |
| 1. Calculer « par » ou « avec » les éléments finis ? | XI |
| 2. Objectif du cours | XII |
| 3. Résumé des chapitres | XII |

Chapitre 1

Présentation générale

| | |
|--|----|
| 1. La MEF est multidisciplinaire | 1 |
| 2. La MEF est relativement jeune | 2 |
| 3. Particularités de la MEF | 4 |
| 3.1. Aspects géométriques | 4 |
| 3.2. Adaptativité | 5 |
| 3.3. Modularité | 7 |
| 3.4. Modes d'utilisation privilégiés | 9 |
| 4. Grands secteurs d'application | 10 |
| 4.1. Mécanique du solide | 11 |
| 4.2. Électromagnétisme | 11 |
| 4.3. Mécanique des fluides | 12 |
| 4.4. Thermique | 13 |
| 4.5. Les résultats utiles | 13 |

Chapitre 2

Quelques applications

| | |
|--|----|
| 1. Quatre angles pour attaquer une étude | 15 |
| 2. Mécanique du solide | 15 |
| 2.1. Dynamique des lignes d'arbre de GTA | 15 |

| | |
|--|----|
| 2.2. Contraintes en pied d'ailettes basse pression | 17 |
| 2.3. Flambement des pylônes HT | 18 |
| 3. Mécanique des fluides | 20 |
| 3.1. Écoulement à surface libre | 20 |
| 3.2. Rendement thermique d'un aéro-réfrigérant | 21 |
| 4. Électromagnétisme | 23 |
| 4.1. Compatibilité électromagnétique | 23 |
| 4.2. Effets biologiques des champs | 24 |

Chapitre 3

Trois cas d'école

| | |
|---|----|
| 1. Pourquoi ces trois cas | 27 |
| 2. Problème de l'étagère | 28 |
| 2.1. Préliminaire : notion d'équilibre | 28 |
| 2.2. Le problème posé et sa résolution | 31 |
| 2.3. Liaisons internes et travaux virtuels | 37 |
| 3. Problème du poteau | 42 |
| 3.1. Géométrie monodimensionnelle | 42 |
| 3.2. Équations locales | 43 |
| 3.3. Résolution exacte | 46 |
| 3.4. Résolution approchée | 51 |
| 3.5. Retour sur le principe des travaux virtuels | 56 |
| 4. Problème de la console | 57 |
| 4.1. Des éléments et des nœuds | 57 |
| 4.2. Le comportement : matrice de raideur élémentaire | 60 |
| 4.3. Continuité et équilibre | 66 |
| 4.4. Construction du système matriciel | 69 |
| 4.5. À nouveau le principe des travaux virtuels | 72 |
| 4.6. Conditions à la limite | 73 |
| 4.7. Application numérique | 74 |
| 4.8. Un peu de « meccano » | 76 |

Chapitre 4

Modèles et équations

| | |
|---|----|
| 1. Principes du modèle continu | 81 |
| 1.1. Domaine et grandeurs physiques | 81 |
| 1.2. Forme locale du bilan | 83 |
| 1.3. Comportement du milieu matériel | 85 |
| 1.4. Conditions à la limite et sollicitations | 86 |
| 1.5. Lignes de flux et équipotentielles | 87 |

| | |
|--|-----|
| 2. Conduction thermique et électrique | 89 |
| 2.1. Analogie thermique et électrique | 89 |
| 2.2. Relations de bilan | 90 |
| 2.3. Lois de comportement | 90 |
| 2.4. Conditions à la limite | 91 |
| 3. Solide élastique | 92 |
| 3.1. Principe fondamental de la dynamique | 92 |
| 3.2. Relations de bilan | 92 |
| 3.3. Lois de comportement | 102 |
| 3.4. Conditions à la limite | 107 |
| 4. Électromagnétisme | 109 |
| 4.1. Équations de Maxwell | 109 |
| 4.2. Relations de bilan | 110 |
| 4.3. Lois de comportement | 111 |
| 4.4. Conditions à la limite | 111 |
| 5. Fluide | 114 |
| 5.1. Relations de bilan | 114 |
| 5.2. Lois de comportement | 115 |
| 5.3. Équations locales | 116 |
| 5.4. Conditions à la limite | 119 |
| 6. Équations et problèmes | 120 |
| 6.1. Forme générique des équations locales | 120 |
| 6.2. Classification des problèmes | 123 |

Chapitre 5

Discrétisation par EF

| | |
|--|-----|
| 1. Discrétisation d'une grandeur physique | 129 |
| 1.1. Du continu au discret | 129 |
| 1.2. Fonction de forme | 133 |
| 1.3. Un exemple uni-dimensionnel | 134 |
| 2. Maillage | 137 |
| 2.1. Limitation des fonctions de forme | 137 |
| 2.2. Partition d'un domaine | 138 |
| 2.3. Continuité entre sous-domaines | 139 |
| 2.4. Retour sur l'exemple monodimensionnel | 141 |
| 3. Principaux types d'éléments | 142 |
| 3.1. Les éléments finis les plus simples | 142 |
| 3.2. Les éléments finis les plus utilisés | 145 |
| 4. Élément de référence | 148 |
| 4.1. Transformation géométrique | 148 |
| 4.2. Approximation iso-paramétrique | 150 |
| 4.3. Propriétés des fonctions de forme | 151 |

| | |
|---|----|
| 4.4. Éléments de référence usuels | 15 |
| 4.5. Fonctions de forme usuelles | 15 |
| 5. Opérations sur l'approximation | 15 |
| 5.1. Quelles opérations ? | 15 |
| 5.2. Opération de dérivation | 15 |
| 5.3. Opération d'intégration | 15 |
| 6. Autres discrétisations | 15 |

Chapitre 6

Des équations aux matrices

| | |
|---|----|
| 1. Traitement de l'EDP | 16 |
| 1.1. Forme intégrale et matricielle | 16 |
| 1.2. Forme variationnelle et fonctionnelle | 17 |
| 1.3. Un exemple complet | 17 |
| 2. Approche énergétique | 19 |
| 2.1. Historique en mécanique | 19 |
| 2.2. Conservation de l'énergie | 19 |
| 2.3. Équations d'Euler-Lagrange | 19 |
| 2.4. Notation complexe, puissances active et réactive | 19 |
| 3. Les matrices élémentaires | 20 |
| 3.1. Objectif de ce chapitre | 20 |
| 3.2. Conduction | 20 |
| 3.3. Élasticité linéaire | 20 |
| 3.4. Électromagnétisme | 21 |
| 3.5. Fluide | 22 |

Chapitre 7

Traitements numériques

| | |
|---|-----|
| 1. Les matrices élémentaires | 235 |
| 1.1. Forme algébrique des termes élémentaires | 235 |
| 1.2. Intégration numérique | 235 |
| 1.3. Passage au multidimensionnel | 244 |
| 2. La matrice globale | 246 |
| 2.1. Procédure d'assemblage | 246 |
| 2.2. Stockage et adressage | 248 |
| 3. Résolution du système | 254 |
| 3.1. Les méthodes directes | 254 |
| 3.2. Méthode du Gradient | 261 |
| 4. La condition de Dirichlet | 266 |
| 4.1. Une condition très particulière | 266 |

| | |
|--|-----|
| 4.2. Procédés d'élimination..... | 267 |
| 4.3. Méthode de grands termes..... | 275 |
| 4.4. Dualisation de la relation..... | 278 |
| 4.5. Approche physique de la condition de Dirichlet..... | 280 |
| 5. Du statique au dynamique..... | 282 |
| 6. Intégration temporelle directe..... | 283 |
| 6.1. Discrétisation du temps..... | 283 |
| 6.2. Problème de diffusion..... | 284 |
| 6.3. Problème de propagation..... | 293 |
| 7. Réponse modale..... | 302 |
| 7.1. Décomposition sur la base modale..... | 302 |
| 7.2. Calcul de la base des vecteurs propres..... | 306 |

Chapitre 8

Méthodes de réduction

| | |
|--|-----|
| 1. Principe de la réduction de modèle..... | 317 |
| 1.1. Réduction géométrique..... | 317 |
| 1.2. Réduction statique..... | 318 |
| 1.3. Réduction dynamique..... | 319 |
| 2. Réduction géométrique..... | 319 |
| 2.1. Symétrie plane..... | 319 |
| 2.2. Invariances..... | 333 |
| 2.3. Périodicité..... | 345 |
| 2.4. Validité de l'invariance en translation..... | 350 |
| 3. Réduction statique..... | 351 |
| 3.1. La résistance des matériaux (RDM)..... | 351 |
| 3.2. Le macro-élément..... | 365 |
| 3.3. L'homogénéisation en alternative au maillage..... | 367 |
| 3.4. Une application en vraie grandeur..... | 370 |
| 3.5. Les modèles interfaciaux..... | 375 |
| 3.6. Les modèles nodaux..... | 381 |
| 4. Réduction dynamique..... | 381 |
| 4.1. La synthèse modale..... | 381 |
| 4.2. La sous-structuration dynamique..... | 387 |
| 4.3. Un élément de RDM élaboré : le tuyau HF..... | 389 |

Chapitre 9

Deux cas concrets

| | |
|-----------------------------------|-----|
| 1. Vibration d'une cuve..... | 397 |
| 1.1. Modélisation du système..... | 397 |

| | |
|--|-----|
| 1.2. La fonctionnelle | 400 |
| 1.3. Le programme de calcul | 404 |
| 1.4. L'étude, enfin..... | 409 |
| 1.5. Annexes | 416 |
| 2. Pontage d'un stator d'alternateur | 426 |
| 2.1. Le problème industriel à résoudre | 426 |
| 2.2. Présentation sommaire de l'outil | 426 |
| 2.3. Comment ça marche ? | 429 |
| Conclusion | 437 |
| Références bibliographiques | 441 |
| Index | 443 |

Remerciements

Je remercie Yves Bamberger, directeur de la R&D du groupe EDF, pour l'intérêt bienveillant qu'il a manifesté pour cet ouvrage, alors même qu'il n'était qu'à l'état de projet.

Ma reconnaissance va également à Pierre-Louis Viollet, directeur des laboratoires d'EDF R&D, pour son soutien à la publication du livre, à Stéphane Andrieux, directeur du LAMSID, pour son examen de la version finale, et enfin à Clément Chavant et à Jean-Michel Hervouet, ingénieurs-chercheurs seniors, pour l'attention méticuleuse qu'ils ont portée à la relecture du manuscrit.

Je n'oublie pas non plus les étudiants de deuxième année de l'ESME-Sudria qui, par leurs questions fréquentes, souvent ingénues, parfois perfides, toujours intéressantes, m'ont permis d'améliorer petit à petit le cours qui est à l'origine de cet ouvrage.

Pierre Thomas est ingénieur de l'École nationale des ponts et chaussées. Après un passage dans le secteur de l'ingénierie nucléaire, il intègre le département R&D d'EDF pour y accompagner de grands chantiers de simulation numérique. Il y développe la méthode des éléments finis dans le contexte très riche de la production d'énergie électrique, notamment en mécanique vibratoire, en couplage fluide-structure et en électrotechnique.

Le calcul par éléments finis est très prisé des ingénieurs qui en exploitent les fonctionnalités pour analyser le comportement et optimiser la conception de leurs matériels. Les deux principaux atouts de cette méthode sont sa capacité à traiter des géométries complexes et son grand généralisme lié à la forme variationnelle des équations résolues, proches des principes énergétiques de la physique. Il faut ajouter à son actif la présence sur le marché de nombreux logiciels de calcul puissants, utilisables par des non-spécialistes. Simples à utiliser, ces outils n'en sont pas pour autant faciles à comprendre pour le débutant.

Éléments finis pour l'ingénieur — Grands principes et petites recettes explique les principes majeurs de la méthode sous une forme particulièrement accessible, les prérequis mathématiques se limitant à l'algèbre matricielle et à la dérivation ou l'intégration des fonctions. En restant cantonné au domaine linéaire de la statique ou de la dynamique lente, il réussit à mettre l'accent sur les analogies de simulation entre des disciplines aussi diverses que la mécanique du solide et des fluides, la thermique et l'électromagnétisme. Enfin, il s'enrichit d'exemples pris dans de nombreux domaines, explore les risques de mise en œuvre et propose toute une série de petites recettes qui offrent une préparation appropriée aux études « en vraie grandeur ».

2-7430-0828-8



9 782743 008284