

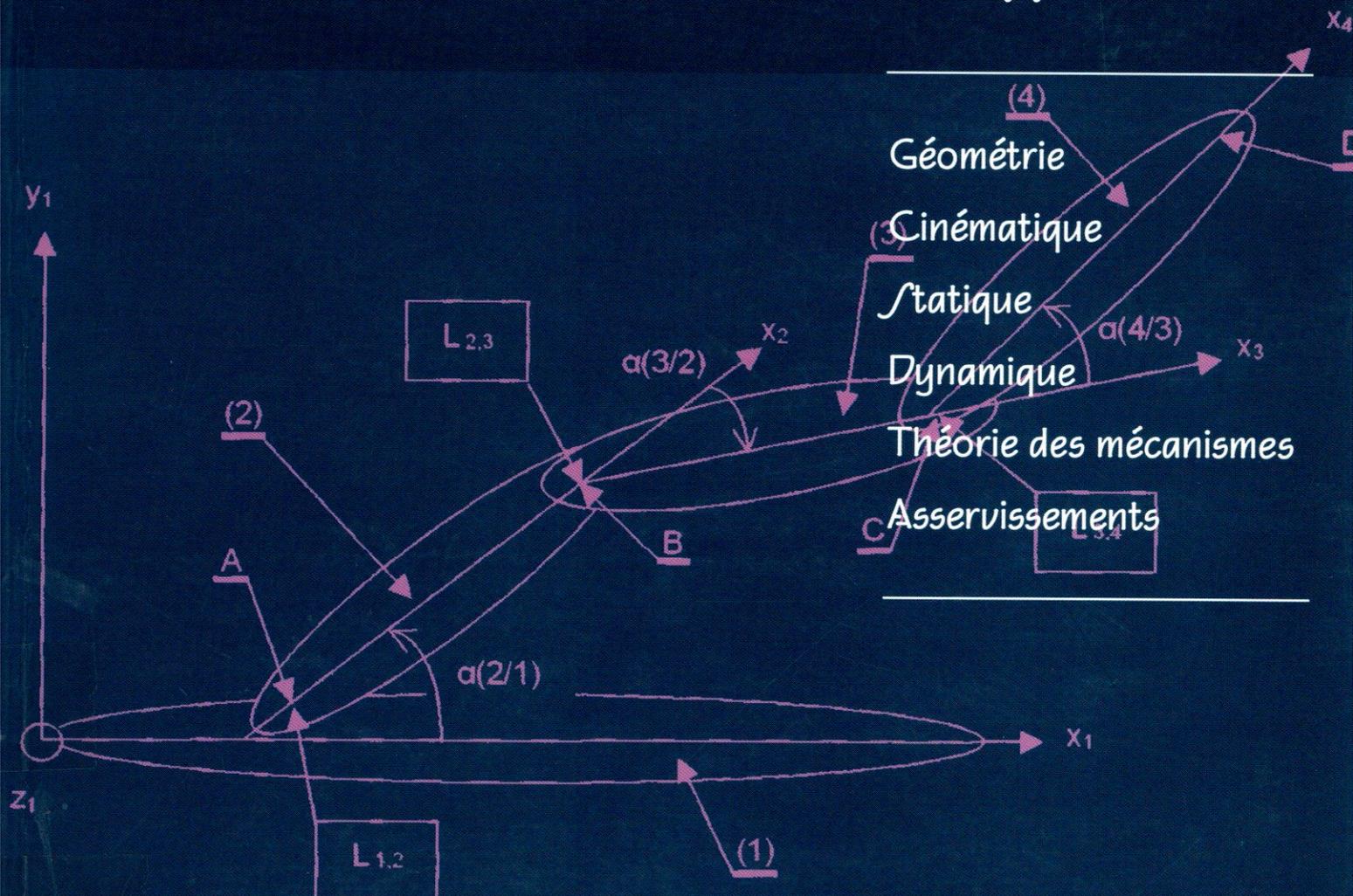
Classes Préparatoires Scientifiques

MPSI, MP ★ PCSI, PSI ★ PTSI, PT ★ TSI ★ ATS

Edwin Merkowski

# LES FONDAMENTAUX EN SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

*Éléments synthétiques de cours et applications*



# Table des matières

## Partie M. MÉCANIQUE ET MÉCANISMES

### M1. GÉOMÉTRIE

#### ELEMENTS SYNTHÉTIQUES DE COURS

M1.1. Notion de base et de repère .....	13
1. Définitions	
2. Différence entre base et repère	
M1.2. Position d'un point par rapport à un repère – Notion de trajectoire .....	15
M1.3. Position d'un solide par rapport à un repère.....	15
1. Position du solide $S_i$	
2. Orientation angulaire du solide $S_i$	
M1.4. Position relative de deux solides – Paramétrage géométrique des liaisons.....	19
M1.5. Torseur des petits déplacements .....	22
1. Petit déplacement d'un point d'un solide par rapport à un repère	
2. Relation entre les petits déplacements par rapport à un repère de deux points d'un même solide – Torseur des petits déplacements	

#### APPLICATIONS

.....	24
1. Exemple de paramétrage géométrique d'une chaîne ouverte de solides à configuration plane	
2. Exemple de paramétrage géométrique d'une chaîne fermée de solides à configuration plane	
3. Exemple de recherche de la position d'un point dans un repère. Cas d'une chaîne ouverte	
4. Trajectoires d'un point dans des repères fixes et mobiles	
5. et 6. Recherche de la loi entrée-sortie géométrique d'une chaîne fermée de solides	
7. Application concernant le torseur des petits déplacements	

### M2. CINÉMATIQUE DU SOLIDE

#### ELEMENTS SYNTHÉTIQUES DE COURS

M2.1. Vitesse d'un point par rapport à un repère .....	39
1. Définition	
2. Expression de la vitesse linéaire d'un point dans la base associée au repère de référence	
3. Expression de la vitesse linéaire d'un point dans une base mobile. Formule de la dérivation composée	
4. Expression de l'accélération d'un point par rapport à un repère	
M2.2. Distributivité des vitesses. Torseur cinématique .....	43
1. Distributivité des vitesses des points d'un solide indéformable en mouvement par rapport à un repère	
2. Conséquences et propriétés	
3. Torseur cinématique d'un solide $S$ en mouvement par rapport à un repère $R$	

M2.3. Torseur cinématique – Liaisons entre solides .....	46
M2.4. Composition des vitesses .....	49
1. Composition des vitesses linéaires	
2. Composition des vitesses angulaires	
3. Composition des torseurs cinématiques	
M2.5. Les assemblages de solides – Chaînes ouvertes, chaînes fermées .....	51
1. Chaînes ouvertes de solides	
2. Chaînes fermées de solides	
M2.6. Les assemblages de liaisons – Liaisons équivalentes .....	54
1. Liaisons simples en série – Liaison équivalente	
2. Liaisons simples en parallèle – Liaison équivalente	

**APPLICATIONS** .....

1. Détermination analytique de vitesses. Mouvements plans. Chaîne ouverte de solides
2. Détermination analytique de vitesses. Mouvements spatiaux
3. Détermination analytique d'une accélération
4. Détermination analytique et graphique d'un centre instantané de rotation dans un mouvement plan
5. Chaîne fermée de solides. Recherche analytique d'une loi entrée-sortie cinématique
6. Chaîne fermée de solides. Cinématique graphique
7. Liaisons simples en série – Liaison équivalente

**M3. STATIQUE DU SOLIDE**

**ELEMENTS SYNTHÉTIQUES DE COURS**

M3.1. Modélisation des actions mécaniques .....	69
1. Action mécanique élémentaire	
2. Pressions de contact	
3. Action mécanique résultante	
4. Torseur des actions mécaniques	
5. Torseur des actions mécaniques transmissibles par les liaisons : les torseurs des actions de liaison	
M3.2. Principe fondamental de la statique : PFS .....	83
1. Enoncé du PFS dans le cas d'un solide et théorèmes généraux	
2. Enoncé du PFS dans le cas d'un ensemble de solides et théorèmes généraux	
M3.3. Statique graphique .....	90
1. Solide ou ensemble des solides soumis à deux forces	
2. Solide ou ensemble des solides soumis à trois forces	
3. Solide ou ensemble des solides soumis à quatre forces	

**APPLICATIONS** .....

1. Résultante et calcul de pressions de contact – Liaison pivot glissant
2. Résultante et calcul de pressions de contact – Liaison glissière
3. Calcul des inconnues de liaison issues du frottement – Contact linéaire
4. Equilibre de solides. Etude analytique
5. Equilibre de solides. Statique graphique
6. Assemblage isostatique
7. Assemblage hyperstatique
8. Equilibre d'un ensemble de solides

## M4. DYNAMIQUE DU SOLIDE

### ELEMENTS SYNTHÉTIQUES DE COURS

- M4.1. Le principe fondamental de la dynamique du solide : PFD ..... 115
1. Torseur cinétique ou des quantités de mouvement
  2. Opérateur ou tenseur d'inertie d'un solide
  3. Torseur dynamique ou des quantités d'accélération
  4. Principe fondamental de la dynamique – PFD
- M4.2. Théorème de la puissance ou de l'énergie cinétique ..... 145
1. Energie cinétique d'un solide ou un ensemble de solides par rapport à un repère
  2. Puissances développées par des efforts extérieurs et intérieurs
  3. Théorème de la puissance ou de l'énergie cinétique

### APPLICATIONS

- ..... 161
1. Calculs de cinétique – Cas particulier des solides de révolution
  2. Matrice d'inertie – Changement de base et de point
  3. Cinétique et dynamique – Application du PFD
  4. Application du PFD – Equilibrage des corps tournants
  5. Application du théorème de l'énergie cinétique ou de la puissance – Notion de rendement
  6. Dissipations énergétiques et rendement dans les liaisons à mobilité
  7. Rendement des structures composées d'éléments en parallèle ou (et) série

## Partie T. THÉORIE DES MÉCANISMES

### T1. LIAISONS COMPOSÉES

#### ELEMENTS SYNTHÉTIQUES DE COURS

- T1.1. Structure et Modélisation d'une liaison composée – Cas de la liaison pivot ..... 189
1. Structure de la liaison composée
  2. Modélisation au second degré
  3. Justification
- T1.2. Etude mécanique – Détermination des actions de liaison ..... 192
1. Cas d'un assemblage isostatique
  2. Cas d'un assemblage hyperstatique

#### APPLICATIONS

..... 197

La liaison glissière

### T2. CHAÎNES FERMÉES DE SOLIDES

#### ELEMENTS SYNTHÉTIQUES DE COURS

- T2.1. Modélisation et structure d'une chaîne fermée simple de solides ..... 201
1. Modélisation et schématisation
  2. Structure des chaînes de solides

T2.2. Analyse statique du mécanisme.....	203
1. Schématisation, paramétrage du mécanisme et modélisation des liaisons	
2. Méthode et résolution du problème de statique	
3. Iso ou hyperstaticité du mécanisme	
T2.3. Analyse cinématique du mécanisme.....	209
1. Modélisation des liaisons – Torseurs cinématiques	
2. Méthode et résolution du problème de cinématique	
3. Iso ou hyperstaticité du mécanisme	
T2.4. Analyse géométrique du mécanisme.....	212
1. Méthode	
2. Résolution du problème de géométrie – Loi entrée-sortie	
T2.5. Formule des mobilités.....	212
1. Cas des chaînes simples	
2. Cas des chaînes complexes	
<b>APPLICATIONS</b> .....	213
1. Chaîne fermée simple de solides	
2. Chaîne fermée complexe de solides	

## **Partie A. AUTOMATIQUE – ASSERVISSEMENTS**

### **A1. FONCTIONS DE TRANSFERT ET SCHEMAS-BLOCS**

#### **ELEMENTS SYNTHETIQUES DE COURS**

A1.1. Equations différentielles du comportement d'un système mécanique – Transformées de Laplace et fonction de transfert.....	221
1. Equations différentielles du comportement de la chaîne de puissance	
2. Transformée de Laplace	
A1.2. Schéma-bloc et fonction de transfert.....	225
1. Construction d'un schéma-bloc	
2. Construction d'une fonction de transfert à partir du schéma-bloc	
3. Schéma-bloc avec perturbation	
A1.3. Fonction de transfert en boucle ouverte FTBO et en boucle fermée FTBF.....	230
1. Structure et schéma-bloc du système asservi	
2. Fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée – Formule de Black	
3. Autres usages de la formule de Black	
4. Boucles imbriquées	

### **A2. REPONSES INDICIELLES**

#### **ELEMENTS SYNTHETIQUES DE COURS**

A2.1. Fonction de transfert d'un système asservi – Les consignes indicielles.....	239
1. La transformation du signal d'entrée en signal de sortie – Fonction de transfert	
2. Les consignes de type signaux canoniques	
A2.2. Comportement d'un système asservi avec consignes du type canoniques.....	241
1. Les fonctions de transfert du premier ordre	
2. Les fonctions de transfert du second ordre	
3. Théorèmes de la valeur finale et de la valeur initiale	
4. Ecart statique ou dynamique en boucle fermée	

<b>APPLICATIONS</b> .....	249
1. Comparaison des comportements en BO et BF avec fonction de transfert du premier ordre – Vitesse et précision sous une consigne canonique	
2. Transformée inverse pour une fonction de transfert du second ordre dans le cas d'une consigne en échelon	

**A3. ANALYSE FRÉQUENTIELLE**

**ELEMENTS SYNTHÉTIQUES DE COURS**

A3.1. Fonction de transfert complexe – Gain et phase .....	253
A3.2. Cas d'une fonction de transfert du premier ordre.....	254
1. Gain et phase – Diagrammes de Bode	
2. Diagramme de Nyquist	
3. Diagramme de Black	
A3.3. Cas d'une fonction de transfert du second ordre .....	257
1. Gain et phase – Diagrammes de Bode	
2. Diagramme de Black	

<b>APPLICATIONS</b> .....	261
1. Comparaison des comportements en BO et BF avec fonction de transfert du premier ordre – Diagrammes de Bode	
2. Comparaison des comportements en BO et BF avec fonction de transfert du second ordre – Diagrammes de Bode	

**A4. PRECISION – STABILITÉ – CORRECTEURS**

**ELEMENTS SYNTHÉTIQUES DE COURS**

A4.1. Précision et stabilité .....	267
1. Précision	
2. Stabilité	
A4.2. Les correcteurs .....	271
1. Le correcteur proportionnel	
2. Le correcteur intégral	
3. Le correcteur dérivé	

<b>APPLICATIONS</b> .....	277
1. Evaluation de l'écart entre entrée et sortie dans un cas de fonctionnement avec perturbation	
2. Evaluation de l'écart entre entrée et sortie dans un cas de fonctionnement avec perturbation et correcteur	