

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

La République Algérienne Démocratique Et Populaire



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

*Ministère De l'Enseignement Supérieur Et De
La Recherche Scientifique*



Saad Dahleb University Blida 1

Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales IAES

Domaine : Sciences et Technologies

Département : Construction Aéronautique

Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme de

Master en Aéronautique

Option : Structure

Intitulé du Projet :

**« Vieillesse et Dégradation Hygrothermiques des Stratifiés composites à
matrice polymère - échelle Micromécanique »**

Projet de **Startup** présenté dans le cadre de l'arrête ministériel "1275 ", assurée par
l'Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales. IAES

Proposé et dirigé par : Dr. Boukert billel

Codirigé par : Dr. KHOJET Kesba Mohamed

Réalisé par :

-LAOUAR Hamza

-ZAOUI Cheikh

Soutenu devant le jury composé de :

BENKHEDDA Amina

Professeur

Président

BENTRADE Hocine

MCB

Examineur

Promotion : 2022 / 2023

REMERCIEMENT :

Nous tenons à remercier et glorifier en premier **Allah**, pour nous avoir donné la santé, la volonté et le courage, sans lesquels ce travail n'aurait pas été réalisé.

Nous remercions également notre encadreur de mémoire **Dr. BOUKERT Billel**, pour son aide précieuse tout au long de ces 5 mois, pour les efforts et Vos conseils avisés.

Nous adressons aussi nos remerciements à monsieur **KHOJET Kesba Mohamed** pour l'engagement du travail.

Nous tenons à remercier nos familles de nous avoir soutenu, nous ne serons jamais assez reconnaissants envers nos parents qui ont toujours tout mis en œuvre pour qu'on s'épanouisse dans ce qu'on entreprend.

Enfin, nous souhaitons adresser nos remerciements à tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à la réussite de notre mémoire. Leur aide précieuse et leurs conseils éclairés ont grandement bénéficié à notre travail notamment mes professeurs ainsi que nos camarades de l'Institut d'Aéronautique et des études spatiales qui ont joué un rôle clé dans cette aventure académique et toutes les personnes qui ont partagé leurs connaissances et leurs idées.

DEDICACE :

Je dédie humblement mon succès à :

Mes parents qui ont toujours été à mes côtés, me soutenant et me poussant vers l'avant. Leur soutien indéfectible et les encouragements incessants ont été des piliers majeurs tout au long de mon parcours académique. Leur présence me permet de persévérer dans l'atteinte de mes objectifs. Je souhaite également dédier cette réalisation à mon petite frère Tayeb le sang de ma vie.

Je voudrais aussi exprimer ma gratitude envers ma famille et mes amis d'enfance qui sont pour moi comme une seconde famille, toujours présents pour partager leur vraie amitié.

Mes frères. Mes professeurs. Mes amis.

Hamza.

DEDICACE :

Je dédie humblement mon succès à :

Mes parents qui ont toujours été à mes côtés, me soutenant et me poussant vers l'avant. Leur soutien indéfectible et les encouragements incessants ont été des piliers majeurs tout au long de mon parcours académique. Leur présence me permet de persévérer dans l'atteinte de mes objectifs.

Je voudrais aussi exprimer ma gratitude envers ma famille et mes amis qui sont pour moi comme une seconde famille, toujours présents pour partager leur vraie amitié.

Cheikh.

Nous dédions cet humble travail à l'esprit de la mère de Cheikh

ZAOUI, décédée le 28 juin 2022.

نسال الله أن يتغمدها برحمته الواسعة وأن يرحم جميع أموات المسلمين والمسلمات
والمؤمنين والمؤمنات وأن يدخلهم فسيح جناته .

ملخص

هذا المشروع يهدف إلى دراسة عملية الشيخوخة والتدهور في سلوك الطبقات المركبة ذات المصفوفة البوليمرية باستخدام نموذج تساي على نطاق الميكانيكا الدقيقة. تعمل الطبقة المركبة في ظروف بيئية متغيرة من حيث درجة الحرارة والرطوبة. الفكرة تتلخص في تحليل سلوك لوحة مركبة رقيقة تتعرض لقوى ميكانيكية في بيئة معينة مميزة بدرجة حرارة معينة ومستوى نسبي للرطوبة. النظرية المستخدمة هي النظرية الكلاسيكية للطبقات المركبة، حيث يتعرض اللوح لفارق حراري ثابت عبر سمكه، وهو أيضًا يتعرض لتلوث بواسطة جزيئات الماء التي تمتصها عبر سمكه. ومهمتنا هي تطوير برنامج حاسوبي لمحاكاة المشكلة الموجودة في الفقرات السابقة.

الكلمات المفتاحية: الشيخوخة الحرارية ، نموذج تساي ، التدهور المركب.

RESUME

Ce projet vise l'étude du Vieillissement et Dégradation du comportement des Stratifié composites à matrice polymère en utilisant le model de Tsai dans l'échelle micromécanique, le stratifié opère dans des conditions environnementales variable en termes de température et d'humidité.

L'idée consiste à analyser le comportement d'une plaque mince en composite , cette dernière est sollicitée par des forces mécaniques et opère dans un environnement caractérisé par une température et un niveau d'humidité relative, la théorie utilisée est la théorie classique des stratifiés puisque il s'agit d'une plaque mince , la plaque est soumise à un gradient de température fixe le long de l'épaisseur de la plaque, la plaque est aussi contaminée par des molécules d'eau absorbées le long de l'épaisseur.

Et notre travail c'est de développer un programme informatique pour simuler le problème expliqué dans les paragraphes précédents.

Mots clé : Vieillissement Hygrothermique, Model de TSAI, Dégradation des Composites.

ABSTRACT

This project aims to study the Aging and Degradation of the behavior of Polymer Matrix Composite Laminates using the Tsai model on the micromechanical scale. The laminate operates under varying environmental conditions in terms of temperature and humidity.

The idea is to analyze the behavior of a thin composite plate subjected to mechanical forces in an environment characterized by a specific temperature and relative humidity level. The theory employed is the classical theory of laminates, as it involves a thin plate. The plate is subjected to a fixed temperature gradient along its thickness, and it is also contaminated by water molecules absorbed throughout its thickness.

Our task is to develop a computer program to simulate the problem described in the preceding paragraphs.

Keywords: Hygrothermal Aging, TSAI Model, Composite Degradation.

TABLEAU DES MATIERES

REMERCIEMENT :	2
RESUME.....	Error! Bookmark not defined.
LISTE DES TABLEAUX	10
LISTE DES FIGURES	11
NOTATIONS ET SYMBOLES	13
INTRODUCTION GENERALE.....	15
CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES MATERIAUX COMPOSITES	17
I.1. INTRODUCTION.....	17
I.2. DEFINITION	17
I.2.1. COMPOSITE A GRANDE DIFFUSION	18
I.2.2. COMPOSITE A HAUTE PERFORMANCE.....	18
I.3. CONSTITUANTS DES MATERIAUX COMPOSITES	18
I.3.1. LES RENFORTS	18
I.3.2. LA MATRICE	20
I.3.3. LES CHARGES.....	22
I.3.4. LES ADDITIFS	22
I.3.5. L'INTERFACE.....	22
I.4. CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX COMPOSITES	23
I.5. CLASSIFICATION DES MATERIAUX COMPOSITES	23
I.5.1. CLASSIFICATION SUIVANT LA FORME DES CONSTITUANTS.....	24
I.5.2. CLASSIFICATION SUIVANT LA NATURE DES CONSTITUANTS	26
I.6. LA MISE EN ŒUVRE DES MATERIAUX COMPOSITES.....	27
I.6.1. INTRODUCTION	27
I.6.2. MOULAGES SANS PRESSION	27
I.6.3. MOULAGE SOUS VIDE.....	28
I.6.4. MOULAGE PAR COMPRESSION.....	29
I.6.5. MOULAGE EN CONTINU	31
I.6.6. MOULAGE PAR PULTRUSION.....	32
I.6.7. MOULAGE PAR CENTRIFUGATION.....	33
I.7. POURQUOI LES ENTREPRISES UTILISENT DIFFERENTES METHODES POUR ELABORER LES MATERIAUX COMPOSITES ?	34

I.8. ARCHITECTURE DES MATERIAUX COMPOSITES	35
I.8.1. MONOCOUCHE.....	35
I.8.2. STRATIFIE	35
I.8.3. SANDWICHES	35
I.9. AVANTAGES ET INCONVENIENTS DES MATERIAUX COMPOSITES	36
I.10. DOMAINES D'UTILISATION DES MATERIAUX COMPOSITES	36
I.10.1. COMPOSITES DANS L'INDUSTRIE AERONAUTIQUE.....	37
I.10.2. LE ROLE DES COMPOSITES DANS L'INDUSTRIE AERONAUTIQUE ...	37
I.11. EFFET DE LA TEMPERATURE ET D'HUMIDITE SUR LES COMPOSITES	39
I.11.1. VIEILLISSEMENT HYGROTHERMIQUE DES COMPOSITES A MATRICE POLYMERE	40
I.11.2. VIEILLISSEMENT PHYSIQUE	40
I.11.3. VIEILLISSEMENTS HYGROSCOPIQUES TYPE DEGRADATIONS IRREVERSIBLES	41
I.11.4. DEGRADATIONS MECANIQUES	42
I.12. DEFINITION DU SUJET	43
CHAPITRE II : MODELISATION DU COMPORTEMENT HYGRO-THERMO- MECANIQUE DES PLAQUES	45
II.1. INTRODUCTION	45
II.2. THEORIE CLASSIQUE DES PLAQUES MINCES (CLPT)	45
II.2.1. HYPOTHESES DE LA THEORIE CLASSIQUE DES PLAQUES	46
II.3. THEORIE DE DEFORMATION DE CISAILLEMENT DU PREMIER DEGRE (FSDPT)	47
II.3.1. CHAMP DE DEPLACEMENT	48
II.4. THEORIE DE DEFORMATION EN CISAILLEMENT D'ORDRE SUPERIEUR (HSDPT)	49
II.4.1. CHAMP DE DEPLACEMENT DU SECOND ORDRE.....	50
II.4.2. CHAMP DE DEPLACEMENT DU TROISIEME ORDRE.....	50
II.5. LA THEORIE CLASSIQUE DES PLAQUES	51
II.5.1. CHAMP DE DEPLACEMENT (THEORIE CLASSIQUE DES PLAQUES (CLPT)).....	51
II.5.2. EXPRESSION DU CHAMP DES DEFORMATIONS	51
II.5.4. CHAMP DES CONTRAINTES.....	53
II.5.5. EQUATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE D'UN STRATIFIE.....	57

II.5.6. LIMITATION DE LA THEORIE CLASSIQUE.....	61
II.6. PRISE EN COMPTE DE LA TEMPERATURE ET L'HUMIDITE DANS LA MODELISATION DES STRATIFIES COMPOSITE	61
II.6.1. EQUATIONS DU COMPORTEMENT DES STRATIFIES TENANT COMPTE DES PHENOMENES DE DILATATION.....	61
II.6.2. CONTRAINTES RESIDUELLES	65
II.6.3. ANALYSE DES STRATIFIES MULTIDIRECTIONNELS	66
II.7. CARACTERISATION DU MATERIAU	67
II.8. LE MODELE DE TSAI.....	68
CHAPITRE III : CALCUL NUMERIQUE ET RESULTATS	71
III.1. INTRODUCTION	71
III.2. LE LOGICIEL MATLAB	71
III.3. MATLAB DANS LES MATERIAUX COMPOSITES	71
III.4. APPROCHE NUMERIQUE	72
IV. CONCLUSION	93
V. BIBLIOGRAPHIE :	94
ANNEXE VERS LA TECHNOLOGIE DE L'ENTREPRISE	96

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1. Propriétés mécaniques des fibres.	19
Tableau I.2. Propriétés principales des matrices Thermodurcissables et Thermoplastiques. [3] ..	20
Tableau I.3. Propriétés mécaniques des résines.	21
TABLEAU III. 1. Caractéristiques fibre et matrice du T300/5208,	79
TABLEAU III. 2. Caractéristiques mécaniques de T300/5208.	79
TABLEAU III. 3. Caractéristiques de variation de température et d'humidité,.....	79
TABLEAU III. 4. Caractéristiques de diffusion du T300/5208.	79
TABLEAU III. 5 explication de tenseur des contraintes.....	79
TABLEAU III. 6. Les données de simulation 1.	80
TABLEAU III. 7. Les données de simulation 1.	81
TABLEAU III. 8. Les données de simulation 2.	83
TABLEAU III. 9. Les données de simulation 2.	85
TABLEAU III. 10. Les données de simulation 2.	87
TABLEAU III. 11. Les données de simulation 2.	88
TABLEAU III. 12. Les données de simulation 2.	90

LISTE DES FIGURES

Figure I.1. Différents types de tissu de fibres (taffetas et serge).	18
Figure I.2. Différentes natures de la matrice.	20
Figure I.3. Matériau composite.	23
Figure I.4. Principe du moulage au contact.	28
Figure I.5. Principe du moulage par projection simultanée.	28
Figure I.6. Moulage sous vide.	29
Figure I.7. Moulage par injection de résine.	30
Figure I.8. Moulage par compression à froid.	30
Figure II.1. La déformée de la normale au plan moyen (Oxy).	46
Figure II.2. Déformation avec cisaillement transverse.	47
Figure II.3. Schématisation des déformations de la théorie des plaques du premier ordre.	48
Figure II.4. Schématisation des déformations dans le cas de la théorie des plaques d'ordre supérieur.	50
Figure II 5. Représentation schématique des résultantes en membrane (rouge) et moments (bleu).	55
Figure III. 1. Les contraintes dans LT et XY, [$T_{opr}=15^{\circ}C$, $T_{opr}=30^{\circ}C$ et $T_{opr}=50^{\circ}C$] Sans contamination d'humidité ($-45^{\circ}/30^{\circ}/0^{\circ}/30^{\circ}/-45^{\circ}$).	81
Figure III. 2. Les contraintes dans LT et XY, [$T_{opr}=15^{\circ}C$, $T_{opr}=30^{\circ}C$ et $T_{opr}=50^{\circ}C$] avec contamination d'humidité ($-45^{\circ}/30^{\circ}/0^{\circ}/30^{\circ}/-45^{\circ}$).	82
Figure III. 3. Les contraintes dans LT et XY, [$T_0=120^{\circ}C$, $T_0=150^{\circ}C$ et $T_0=180^{\circ}C$] sans contamination d'humidité ($-45^{\circ}/30^{\circ}/0^{\circ}/30^{\circ}/-45^{\circ}$).	84
Figure III. 4. Les contraintes dans LT et XY, [$T_0=120^{\circ}C$, $T_0=150^{\circ}C$ et $T_0=180^{\circ}C$] avec contamination d'humidité ($-45^{\circ}/30^{\circ}/0^{\circ}/30^{\circ}/-45^{\circ}$).	86

Figure III. 5.. Les contraintes dans LT et XY, [C1= 0.0015 (HR=10%), C2= 0.0075 (HR=50%), C3= 0.0135 (HR=90%)] avec contamination d'humidité (-45°/30°/0°/30°/-45°)..... 88

Figure III. 6. Les contraintes dans LT et XY, [C1= 0.0015 (HR=10%), C2= 0.0075 (HR=50%), C3= 0.0135 (HR=90%)] avec contamination d'humidité (-45°/30°/0°/30°/-45°)..... 89

Figure III. 7.. Les contraintes dans LT et XY, [C0= 0.0015 (HR=10%), C0= 0.0075 (HR=50%), C0= 0.0135 (HR=90%)] avec contamination d'humidité (-45°/30°/0°/30°/-45°)..... 91

NOTATIONS ET SYMBOLES

- CLPT Classical laminate plate theory;
- FSDT First shear deformation theory;
- HSDT Higher-order shear deformation theory;
- C Coefficients de la matrice de rigidité $[C]$;
- $[C]$ Matrice de rigidité ;
- $[S]$ Matrice de souplesse ;
- E_T Module de Young transversale ;
- E_L Module de Young longitudinale ;
- e L'épaisseur de stratifié ;
- e_c L'épaisseur de la couche ;
- G_{ij} Module de cisaillement ;
- N_{ij} Coefficient de poisson ;
- E_{ij} Tenseur de déformation ;
- σ_{ij} Tenseur de contrainte ;
- σ_L Contrainte longitudinale ;
- σ_T Contrainte transversale ;
- σ_{LT} Contrainte dans le repère LT ;
- σ_x Contrainte dans le repère XY
- σ_y Contrainte dans le repère XY
- σ_{xy} Contrainte dans le repère XY
- Θ L'angle de l'orientation ;
- Q_{ij} Les coefficients de rigidité réduite ;
- M_x, M_y Moment de flexion ;
- M_{xy} Moment de torsion ;
- N_x, N_y, N_{xy} Résultantes en membrane par unité de longueur ;
- T Température ;
- u, v, w Déplacements suivant les axes X, Y et Z ;
- A_{ij} Matrice des rigidités en membrane ;
- B_{ij} Terme de couplage en membrane/flexion-torsion ;
- D_{ij} Matrice des rigidités en flexion ;

- N_{ht} Résultantes des forces hygrothermiques par unité de longueur ;
- M_{th} Résultantes des moments hygrothermiques ;
- α Coefficient de dilatation thermique ;
- β Coefficient d'expansion ;
- ΔT Gradient de température ;
- $[]$ Matrice ;
- $\{ \}$ Vecteur;
- T^* Température adimensionnelle ;
- T_{rm} Température de room ;
- T_g Température de transition vitreuse ;
- g coefficient de transition vitreuse ;
- T_{opr} Température opérationnelle (d'utilisation) ;
- C_m coefficient de concentration d'humidité maximale ;
- C_0 coefficient de concentration d'humidité d'élaboration
- C Coefficient de concentration d'humidité relative (de l'environnement)
- V_f Volume des fibres ;
- V_m Volume de la matrice ;
- ν_{0fx} Coefficient de poisson de fibre à la température de référence ;
- ν_{fx} Coefficient de poisson de fibre ;
- ν_{0m} Coefficient de poisson de la matrice à la température de référence ;
- ν_m Coefficient de poisson de la matrice ;
- E_{0m} Module de Young de la matrice à la température de référence ;
- E_m Module de Young de la matrice ;
- E_{0fx} Module longitudinal de Young dans la direction de la fibre à la température de référence ;
- E_{fx} Module longitudinal de Young dans la direction de la fibre ;
- E_{0fy} Module transversal de Young dans la direction de la fibre à la température de référence ;
- E_{fy} Module transversal de Young dans la direction de la fibre ;
- G_{0fx} Module de cisaillement de la fibre à la température de référence ;
- G_{fx} Module de cisaillement de la fibre ;

- G_{0m} Module de cisaillement de la matrice à la température de référence ;
- G_m Module de cisaillement de la matrice ;

INTRODUCTION GENERALE

Les matériaux composites sont utilisés dans l'industrie aérospatiale et aéronautique. Les avantages de ces matériaux sont dérivés de leur haute résistance, rigidité et légèreté. Plus important, ils offrent le potentiel de réduction des coûts de construction, l'exploitation et le développement tout en améliorant la fiabilité structurale et en augmentant la sécurité. Des matériaux à hautes performances mécaniques, façonnables à volonté au gré du concepteur et donc doué d'un potentiel illimité. Les matériaux composites se développent aujourd'hui dans pratiquement tous les domaines et sont à l'origine de formidables challenges dans diverses réalisations de haute technologie.

Les matériaux composites à matrice polymère sont les matériaux appropriés pour les applications aéronautiques et aérospatiales, à cause de leurs propriétés spécifiques élevées. Durant les cycles de service le matériau est exposé à des conditions environnementales, variables et extrêmes en termes de température et d'humidité, les environnements hygrothermiques provoquent des contraintes résiduelles au sein des matériaux composites, qui doivent être prises en considération pendant la conception et le dimensionnement des structures composites, Travaillant dans des environnements humides.

Les performances de ces matériaux ont été très concernées, l'intérêt porta spécialement sur leur durabilité à long terme, lorsque les structures sont soumises à des températures et humidités cycliques, à des radiations ultraviolettes, à des immersions salines et alcalines, et aux chargements statiques et dynamiques, la légèreté et la rigidité des matériaux composites sont Les principaux avantages qu'offrent les composites au monde de l'aéronautique.

Ainsi, le développement de l'utilisation des matériaux composites dans les structures nécessite de mettre en place les outils nécessaires à la modélisation du comportement mécanique des matériaux composites et à l'analyse des structures stratifiées ou sandwiches. L'objet de cet ouvrage est d'établir une mémoire de l'analyse du comportement mécanique et de la théorie des plaques stratifiées, et d'en appliquer les développements aux problèmes de vieillissement et dégradation hygrothermique.

CHAPITRE I :
GENERALITES SUR
LES MATERIAUX
COMPOSITES

CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES MATERIAUX COMPOSITES

I.1. INTRODUCTION

Il existe différentes familles de matériaux : les métaux, les plastiques, les composites, etc. Les matériaux composites ne sont pas une nouveauté, ils ont tous temps été utilisé par l'homme, citons par exemple le bois, le béton et le béton armé. Le développement de ces matériaux est né de la volonté d'allier les qualités techniques au besoin d'allègement dans un même matériau, qui par la suite doit s'adapter aux solutions technologiques des problèmes à résoudre. Un matériau composite résulte de l'association de deux matériaux différents aussi bien par leur forme que par leurs propriétés mécaniques ou chimiques pour tenter d'accroître leurs performances. Les deux constituants du composite sont la matrice et le renfort, qui en se combinant donnent un matériau hétérogène souvent anisotrope, c'est-à-dire dont les propriétés diffèrent suivant les directions

Les matériaux constituant le composite sont généralement choisis en fonction de l'application que l'on souhaite en faire par la suite. Les critères de choix peuvent être, par exemple, les propriétés mécaniques requises, la résistance à la chaleur ou à l'eau, ou même la méthode de mise en œuvre. [1]

I.2. DEFINITION

Dans un sens large, le mot "composite" signifie "constituer de deux ou plusieurs parties différentes". En fait, l'appellation matériau composite ou composite est utilisée dans un sens beaucoup plus restrictif, qui sera précisé tout au long de ce chapitre. Nous en donnons pour l'instant la définition générale suivante.

Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes (non miscibles), se complétant et permettant d'aboutir à un matériau hétérogène dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément.

Le phénomène de matériaux composites permet de voir et d'améliorer une bonne qualité de notre matière dans n'importe domaines d'utilisation (légèreté, rigidité a des efforts...).[2]

Il existe deux types de composites :

I.2.1. COMPOSITE A GRANDE DIFFUSION

Les matériaux composites à grande diffusion offrent des avantages essentiels, qui sont :

Optimisation des coûts par diminution des prix de revient, sa composition de polyester avec des fibres de verre longues ou courtes (sous forme de mat ou tissu) et la simplicité du principe d'élaboration du matériau (moulage par contact, SMC et injection). [2]

I.2.2. COMPOSITE A HAUTE PERFORMANCE

Les matériaux composites à hautes performances sont utilisés dans le domaine d'aéronautique où le besoin d'une grande performance déduite des hautes valeurs ajoutées. Les renforts sont plutôt des fibres longues. Le taux de renfort est supérieur à 50%. [2]

Ces composites sont élaborés par les procédures suivantes :

Drapage autoclave, enroulement filamentaire, RTM (Resin Transfer Molding).

Beaucoup de procédés encore manuels. CMC (Ceramic Matrix Composite).

I.3. CONSTITUANTS DES MATERIAUX COMPOSITES

I.3.1. LES RENFORTS

Les renforts contribuent à améliorer la résistance mécanique à la traction et la rigidité des matériaux composites et se présentent sous forme filamentaire (des fibres organiques ou inorganiques).

I.3.1.A. DIFFERENTS TYPES DE RENFORT

Les renforts les plus utilisés se présentent sous forme de fibres ou formes dérivées et constituent une fraction volumique de matériau composite généralement comprise entre 0.3 et 0.7. Les renforts fibres se présentent sous diverses formes commerciales. [3]

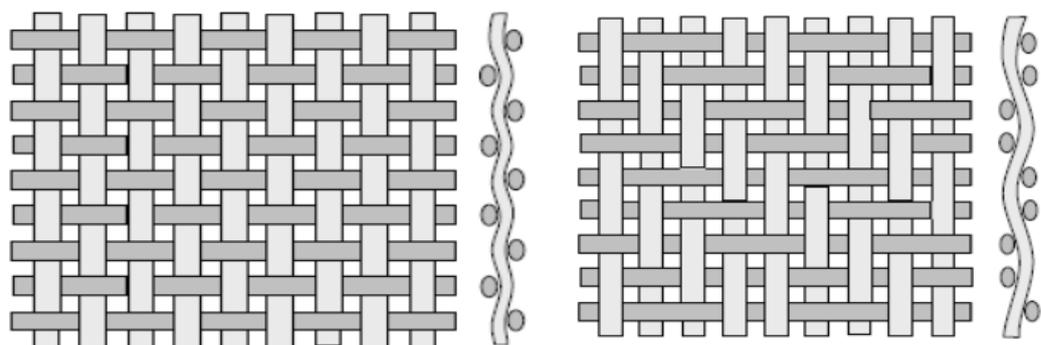


FIGURE I.1. DIFFERENTS TYPES DE TISSU DE FIBRES (TAFFETAS ET SERGE). [3]

I.3.1.B. CARACTERISTIQUES PRINCIPALES MECANIQUES DES FIBRES DE BASE

TABLEAU I.1. PROPRIETES MECANIQUES DES FIBRES. [3]

Fibre	Densité(kg/m ³)	Contrainte de rupture en traction σ_r (GPa)	Module de Ruptures- en Traction E_L (GPa)	Allongement à la rupture (%)	Diamètre de la fibre élémentaire(μ m)
Lin	1.5	1.5	60	3	20
Verre E	2.54	2.2	72	4.8	3-30
Verre R	2.48	4.4	86	5.4	3-30
Aramide bas Module	1.45	3.1	70	2	12
Aramide haut Module	1.45	3.1	130	1	12
Carbone haut Module	1.8	2.2	400	0.5	8
Bore	2.63	3.5	400	0.8	100 200
Acier XC10	7.85	1	210	8	-

Aluminium	2.63	0.4	70	-	-
-----------	------	-----	----	---	---

I.3.2. LA MATRICE

La matrice est l'élément qui lie et maintient les fibres. Elle répartie les efforts (résistance à la compression ou à la flexion) et assure la protection chimique des fibres. [3]

I.3.2.A. DIFFERENTES NATURES DE LA MATRICE

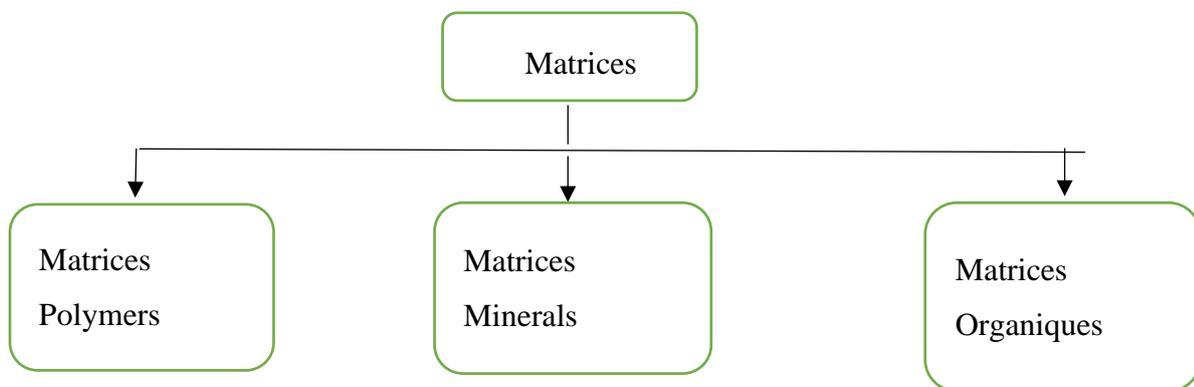


FIGURE I.2. DIFFERENTES NATURES DE LA MATRICE.

Résine thermodurcissable : Sont mis en forme et se polymérisent selon la forme Souhaitée. La transformation irréversible.

Résine thermoplastique : mis en forme par chauffage, durcissent au cours du Refroidissement. La transformation est réversible.

TABLEAU I.2. PROPRIETES PRINCIPALES DES MATRICES THERMODURCISSABLES ET THERMOPLASTIQUES. [3]

Matrices	Thermodurcissables	Thermoplastiques
Etat de base	Liquide visqueux à Polymériser	Solide prêt à l'emploi

Mouillabilité des renforts	Aisée	Difficile
Moulage	Chauffage continu	Chauffage + refroidissement
Cycle	Long (polymérisation)	Court
Tenue au choc	Limitée	Assez bonne
Tenue thermique	Meilleure	Réduite
Chutes et déchets	Perdus ou utilisés en charges	Recyclables

I.3.2.B. CARACTERISTIQUES MECANIQUES PRINCIPALES DES RESINES

TABLEAU I.3. PROPRIETES MECANIQUES DES RESINES. [3]

	Polyester	Epoxyde	Phénolique	Polyamide	Aluminium
ϵ_r en Traction (%)	2-5	2-5	2-5	-	-
ρ (Kg/m ³)	1200	1100-1500	1200	1130	2630
σ_r en Traction (MPa)	50-80	60-80	40	70	358

E en Traction (GPa)	2.8-3.5	3-5	-	3	69
---------------------------	---------	-----	---	---	----

I.3.3. LES CHARGES

L'objet de l'incorporation de charges renforcées est d'améliorer les caractéristiques Mécaniques de la résine. Les charges utilisées sont des :

- Microbille en (verre, carbone, époxyde, phénolique, polystyrène.....).
- Des poudres ou paillettes métalliques : (cuivre, fer, aluminium.....).
- Des particules de carbone. [3]

I.3.4. LES ADDITIFS

Ils sont nécessaires pour assurer une adhérence suffisante entre le renfort fibreux et la matrice et de modifier l'aspect ou les caractéristiques de la matière à laquelle ils sont ajoutés. [3]

Les additifs se trouvent en faible quantité (quelques % et moins) et interviennent comme :

- Lubrifiants et agents de démoulage.
- Pigments et colorants.
- Agents anti-retraits.
- Agents anti-ultraviolets.
- Accélérateur.
- Catalyseur.

I.3.5. L'INTERFACE

En plus de ces fibres et la matrice, il faut rajouter : une interface qui assure la compatibilité renfort/matrice, qui transmet les contraintes de l'un à l'autre sans déplacement relatif, et donne une bonne adhérence en couche fine.

Des produits chimiques entre aussi dans la composition du composite, l'interphase etc.... qui peut jouer sur le comportement mécanique, mais n'interviennent pratiquement jamais dans le calcul de structure composite. [3]

I.4. CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX COMPOSITES

Un matériau composite consiste dans le cas le plus général d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. Dans le cas de plusieurs Phases discontinues de natures différentes, le composite est dit hybride. La phase discontinue est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue. La phase continue est appelée la matrice. La Phase discontinue est appelée le renfort ou matériau renforçant (figure 1). Une Exception importante à la description précédente est le cas de polymères modifiés Par des élastomères, pour lesquels une matrice polymère rigide est chargée avec Des particules élastomères. Pour ce type de matériau, les caractéristiques statiques Du polymère (module d'Young, contrainte à la rupture, etc.) ne sont pratiquement Pas modifiées par l'adjonction de particules élastomères, alors que les caractéristiques Au choc sont améliorées. [2]

Les propriétés des matériaux composites résultent :

- Des propriétés des matériaux constituants,
- De leur distribution géométrique,
- De leurs interactions, etc.

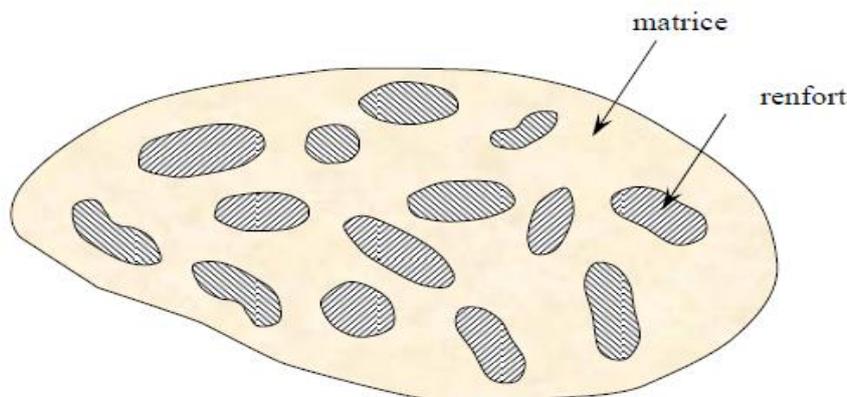


FIGURE I.3.MATERIAU COMPOSITE. [2]

I.5. CLASSIFICATION DES MATERIAUX COMPOSITES

Pour accéder à la description d'un matériau composite, il sera nécessaire

De spécifier :

- la nature des constituants et leurs propriétés,
- la géométrie du renfort, sa distribution,
- la nature de l'interface matrice-renfort.

La géométrie du renfort sera caractérisée par : sa forme, sa taille, la concentration du renfort, sa disposition (son orientation), etc. Si l'ensemble de ces paramètres concourt à déterminer les propriétés du composite, les modélisations descriptives ne tiendront compte que de certains paramètres, du fait de la complexité des phénomènes mis en jeu. Par exemple, la forme du renfort sera schématiquement approchée soit par des sphères, soit par des cylindres. La concentration du renfort est habituellement mesurée par la fraction volumique (Fraction en volume) ou par la fraction massique (fraction en masse). La concentration du renfort est un paramètre déterminant des propriétés du matériau

Composite. Pour une concentration donnée, la distribution du renfort dans le volume du Composite est également un paramètre important. Une distribution uniforme assurera Une "homogénéité" du matériau : les propriétés du composite seront indépendantes du point de mesure. Dans le cas d'une distribution non uniforme du

Renfort, la rupture du matériau sera initiée dans les zones pauvres en renfort, Diminuant ainsi la résistance du composite. Dans le cas de matériaux composites dont le renfort est constitué de fibres, L'orientation des fibres détermine l'anisotropie du matériau composite. Cet aspect Constitue une des caractéristiques fondamentales des composites : la possibilité de Contrôler l'anisotropie du produit fini par une conception et une fabrication adaptée aux propriétés souhaitées. [2]

Les composites peuvent être classés suivant la forme des composants où Suivant la nature des composants.

I.5.1. CLASSIFICATION SUIVANT LA FORME DES CONSTITUANTS

En fonction de la forme des constituants, les composites sont classés en deux Grandes classes: les matériaux composites à particules et les matériaux composites à fibres.

I.5.1.A. COMPOSITES A FIBRES

Un matériau composite est un composite à fibres si le renfort se trouve sous forme de fibres. Les fibres utilisées se présentent soit sous forme de fibres continues, soit sous forme de fibres discontinues : fibres coupées, fibres courtes, etc. L'arrangement des fibres, leur orientation permettent de moduler à la carte les propriétés mécaniques des matériaux composites, pour obtenir des matériaux allant de matériaux fortement anisotropes à des matériaux isotropes dans un plan. Le concepteur possède donc

là un type de matériau dont il peut modifier et moduler à volonté les comportements mécanique et physique en jouant sur :

- la nature des constituants,
- la proportion des constituants,
- l'orientation des fibres,

Suivant le cahier des charges imposées.

L'importance des matériaux composites à fibres justifie une étude exhaustive de leurs comportements mécaniques. En conséquence, le présent ouvrage sera essentiellement consacré par la suite à l'étude de ce type de matériaux.[2]

I.5.1.B. COMPOSITES A PARTICULES

Un matériau composite est un composite à particules lorsque le renfort se trouve sous forme de particules. Une particule, par opposition aux fibres, ne possède pas de dimension privilégiée. Les particules sont généralement utilisées pour améliorer certaines propriétés des matériaux ou des matrices, comme la rigidité, la tenue à la température, la résistance à l'abrasion, la diminution du retrait, etc. Dans de nombreux cas, les particules sont simplement utilisées comme charges pour réduire le coût du matériau, sans en diminuer les caractéristiques. Le choix de l'association matrice-particules dépend des propriétés souhaitées. Par exemple, des inclusions de plomb dans des alliages de cuivre augmenteront leur facilité d'usinage. Des particules de métaux fragiles tel le tungstène, le chrome et le molybdène, incorporées dans des métaux ductiles, augmenteront leurs propriétés à températures élevées, tout en conservant le caractère ductile à température ambiante. Les cermets sont également des exemples de composites métal-céramique à particules, adaptés à des utilisations à températures élevées. Par exemple, les cermets à base d'oxydes sont utilisés pour les outils de coupe à vitesse élevée, et pour les protections à hautes températures. Également, des particules d'élastomère peuvent être incorporées dans des matrices polymères fragiles, de manière à améliorer leurs propriétés à la rupture et au choc, par diminution de la sensibilité à la fissuration. Ainsi, les composites à particules recouvrent un domaine étendu dont le développement s'accroît sans cesse. Toutefois, compte tenu de leurs diversités, ce type de matériaux ne sera pas étudié dans le cadre de cet ouvrage. [2]

I.5.2. CLASSIFICATION SUIVANT LA NATURE DES CONSTITUANTS

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés suivant des Composites à matrice organique, à matrice métallique ou à matrice minérale. Divers renforts sont associés à ces matrices. Seuls certains couples d'associations ont actuellement un usage industriel, d'autres faisant l'objet d'un développement dans les laboratoires de recherche. Parmi ces composites. [2]

Nous pouvons citer :

I.5.2.A. COMPOSITES A MATRICE ORGANIQUE (RESINE, CHARGES), AVEC

- des fibres minérales : verre, carbone, etc.
- des fibres organiques : Kevlar, polyamides, etc.
- des fibres métalliques : bore, aluminium, etc.

1.5.2.B. COMPOSITES A MATRICE METALLIQUE (ALLIAGES LEGERS ET ULTRALEGERS D'ALUMINIUM, DE MAGNESIUM, DE TITANE) AVEC

- des fibres minérales : carbone, carbure de silicium (SiC),
- des fibres métalliques : bore,
- des fibres métal-minérales : fibres de bore revêtues de carbure deSilicium (BorSiC).

I.5.2.C COMPOSITES A MATRICE MINERALE (CERAMIQUE), AVEC

- des fibres métalliques : bore,
- des particules métalliques : cermets,
- des particules minérales : carbures, nitrures, etc.

Les matériaux composites à matrice organique ne peuvent être utilisés que dans Le domaine des températures ne dépassant pas 200 à 300 °C, alors que les Matériaux composites à matrices métallique ou minérale sont utilisés au-delà :

Jusqu'à 600 °C pour une matrice métallique, jusqu'à 1000 °C pour une matriceCéramique. [2]

I.6. LA MISE EN ŒUVRE DES MATERIAUX COMPOSITES

I.6.1. INTRODUCTION

La plupart des méthodes de mise en œuvre consistent à élaborer les pièces en matériaux composites par couches successives comportant matrice et renfort. Cette technique générale appelée stratification, conduisant à l'élaboration de stratifiés. [2]

Le choix d'un procédé de moulage se fait en fonction de certains

Paramètres ce sont :

- Mise en forme à la géométrie de la pièce.
- Durcissement du système : Soit par polycondensation et réticulation pour les matrices Thermodurcissables,
- Soit par simple refroidissement pour les matrices thermoplastiques.

Les procédés les plus importants sont :

- Moulage par contact.
- Moulage par projection simultanée.
- Injection thermodurcissable BMC.
- Compression thermodurcissable SMC.
- Enroulement filamentaire (ou bobinage).

I.6.2. MOULAGES SANS PRESSION

Les méthodes de moulage à froid et sans intervention d'une presse sont les méthodes les plus simples à mettre en œuvre. Elles nécessitent un minimum d'équipement et par conséquent d'amortissement. Cette facilité a été à l'origine du succès des matériaux composites à fibres de verre, dans l'industrie et l'artisanat. Ces méthodes permettent la réalisation de pièces en petites et moyennes séries, sans restriction de formes et dimensions. Bien que la proportion de fibres puisse varier, elle reste toutefois limitée. Les pièces comportent une seule face lisse, reproduisant l'aspect du moule. Enfin, la qualité de la pièce moulée dépend dans

Une large mesure du savoir-faire du mouleur. [2]

I.6.2.A. MOULAGE AU CONTACT

Avant moulage, le moule est revêtu d'un agent de démoulage, puis généralement d'une fine couche de résine de surface, souvent colorée, dénommée « gel coat ». [2]

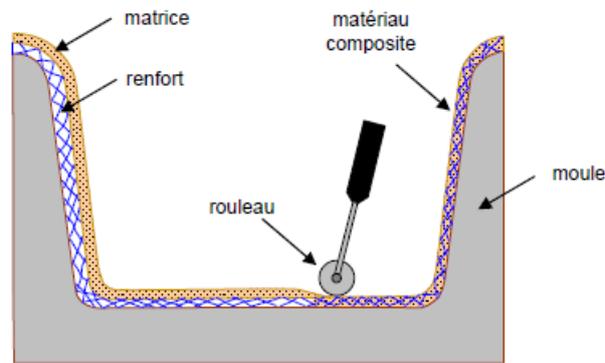


FIGURE I.4. PRINCIPE DU MOULAGE AU CONTACT. [2]

I.6.2.B. MOULAGE PAR PROJECTION SIMULTANEE

Le moulage est effectué par projection simultanée de fibres coupées et résine

Catalysée sur un moule. L'équipement à projeter est constitué d'une machine à couper le stratifil et d'un pistolet projetant la résine et les fibres coupées, l'ensemble fonctionnant par air comprimé. La couche de fibres imprégnées de résine est ensuite compactée et débarrassée des bulles au rouleau cannelé. [2]

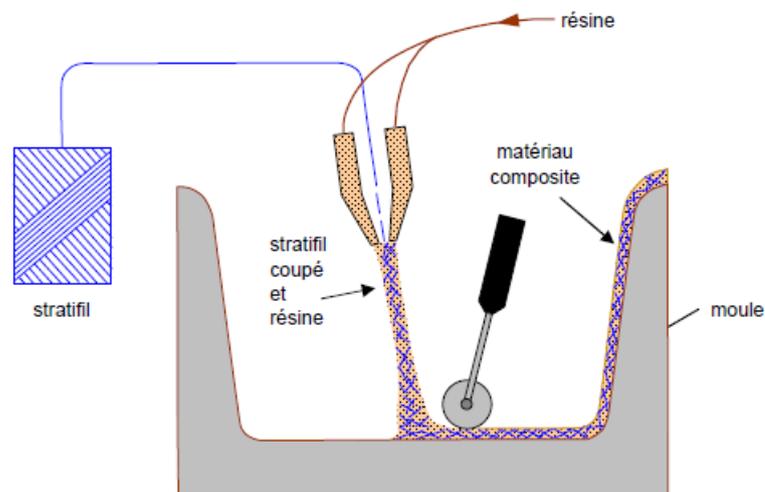


FIGURE I.5. PRINCIPE DU MOULAGE PAR PROJECTION SIMULTANEE. [2]

I.6.3. MOULAGE SOUS VIDE

Le moulage sous vide consiste à utiliser simultanément le vide et la pression atmosphérique. Après enduction de gel-coat, on dispose le renfort sur un moule rigide, puis on coule la matrice. Le contre-moule, recouvert d'une membrane assurant l'étanchéité (feuille de caoutchouc, nylon, etc.), est ensuite

emboîté. Une pompe à vide crée une dépression à travers le moule et le contre-moule poreux, qui étale et débulle la résine. Le contre-moule peut éventuellement être limité à la seule membrane d'étanchéité.

Ce procédé de moulage convient pour la fabrication de pièces en petites et moyennes séries. Il permet d'obtenir de bonnes qualités mécaniques, grâce à une proportion de résine uniforme et à une diminution des inclusions d'air. Dans le cas de l'utilisation d'un contre-moule rigide, un bel aspect de surface est obtenu sur les deux faces. Les cadences de production sont toutefois assez lentes. [2]

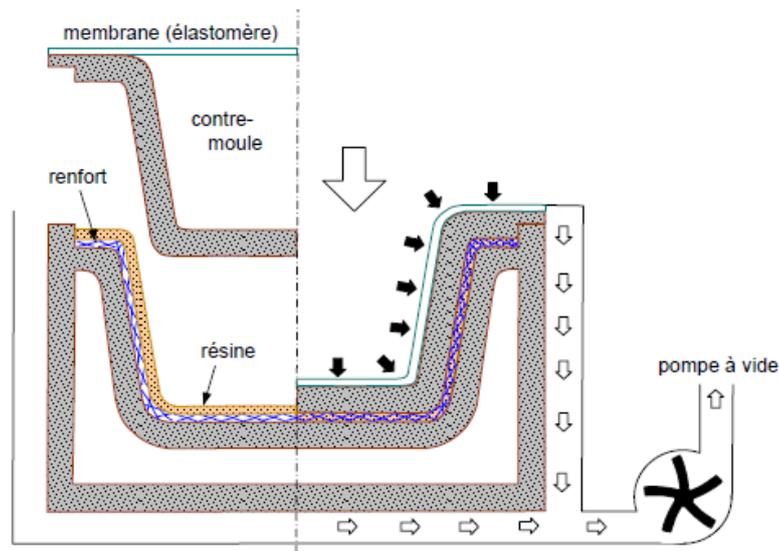


FIGURE I.6.MOULAGE SOUS VIDE. [2]

I.6.4. MOULAGE PAR COMPRESSION

I.6.4.A. MOULAGE PAR INJECTION DE RESINE

Le moulage consiste, par injection de résine sous pression, à imprégner un renfort placé à l'intérieur d'un ensemble moule et contre-moule très rigide et fermé. L'alimentation automatique des résines élimine leur manipulation. La proportion de renfort peut être élevée, d'où l'obtention de pièces à caractéristiques mécaniques élevées. Ce procédé de moulage convient à la réalisation de pièces profondes et de formes compliquées. [2]

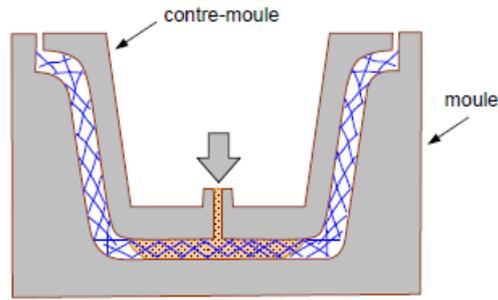


FIGURE I.7.MOULAGE PAR INJECTION DE RESINE. [2]

I.6.4.B. MOULAGE PAR COMPRESSION A FROID

Le moulage est effectué à basse pression (< 5 bars) sans chauffage du moule, en utilisant l'exotherme de polymérisation de la résine. L'énergie calorifique accumulée par le moulage des pièces est alors suffisante pour maintenir le moule à des températures de 50 à 70 °C, en fonctionnement permanent.

Moule et contre-moule sont enduits d'agent de démoulage et de gel-coat. Puis le renfort et la matrice sont déposés sur le moule. L'ensemble moule/contre-moule est fermé, puis pressé. Le temps de polymérisation est lié au type de résine, au catalyseur et à la température atteinte par le moule en régime continu de production.

Ce procédé de moulage est adapté à la fabrication de pièces de moyennes séries (4 à 12 pièces par heure). L'investissement (matériel et moule) est moins important que le procédé de compression à chaud. La presse basse pression est simplifiée. Les moules peuvent être réalisés par le transformateur en matériaux composites. Les pièces possèdent un bel aspect de surface sur chaque face. La productivité est inférieure au moulage à la presse à chaud. [2]

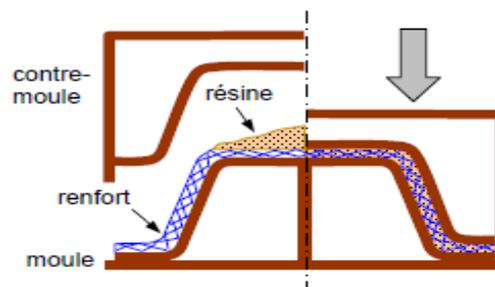


FIGURE I.8.MOULAGE PAR COMPRESSION À FROID. [2]

I.6.5. MOULAGE EN CONTINU

Le moulage en continu permet la fabrication de plaques planes, panneaux, sandwiches (figure I.11), de panneaux ondulés pour toitures (figure I.12), plaques nervurées, etc.

Schématiquement, ce procédé peut être séparé en plusieurs phases.

1. Une phase d'imprégnation des renforts : fibres, mats ou tissus. La résine catalysée et le renfort sont véhiculés sur un film de démoulage (cellophane, mylar, polyéthylène, etc.).

2. Une phase de mise en forme.

3. Une phase de polymérisation, effectuée dans une étuve (60 à 150 °C) en forme de tunnel, dont la longueur est fonction de la température et de la Résine (15 à 50 m de long).

4. Une phase de refroidissement et découpage. Dans le cas de la fabrication de plaques planes (figure 8), la mise en forme est simplement réalisée par une mise à l'épaisseur de la plaque, par pressage entre des rouleaux de calandrage. Dans le cas de panneaux ondulés, la mise en forme intervient au cours de la polymérisation, par l'intermédiaire de rouleaux mobiles. Le procédé de moulage en continu peut être entièrement automatisé, et permet alors d'élaborer des plaques ou panneaux en continu. Il nécessite toutefois un investissement très important en matériel. [2]

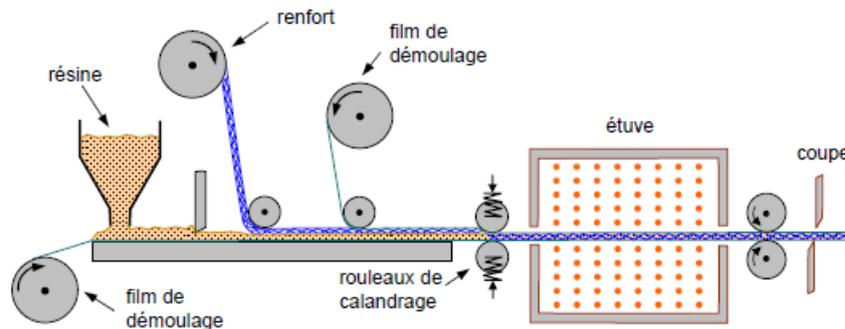


FIGURE I.9.MOULAGE EN CONTINU DE PLAQUES. [2]

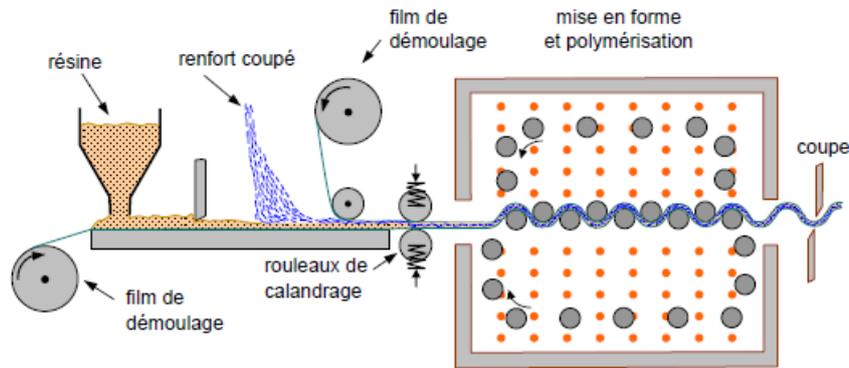


FIGURE I.10. MOULAGE EN CONTINU DE PANNEAUX ONDULES. [2]

I.6.6. MOULAGE PAR PULTRUSION

Le procédé de moulage par pultrusion sert pour la fabrication de profilés, rectilignes ou courbes, à section constante, hautement renforcés dans la direction principale.

Dans cette technique (figure I.13), les renforts : fils, stratifils, rubans, etc., passent dans un bain de résine catalysée où ils sont imprégnés. Ils traversent ensuite une filière chauffée dans laquelle ont lieu simultanément mise en forme du profilé et polymérisation de la résine.

Ce procédé est applicable aux résines thermoplastiques et thermodurcissables. Les profilés obtenus ont des caractéristiques mécaniques élevées, compte tenu de la possibilité d'obtenir des proportions de renfort élevées jusqu'à 80 % en volume. Le procédé est adapté aux productions d'assez grandes séries (vitesse de défilement jusqu'à 20 m/h). Il nécessite un investissement important de matériel. [2]

Exemples de fabrication : cannes à pêche, profilés divers, raidisseurs, etc.

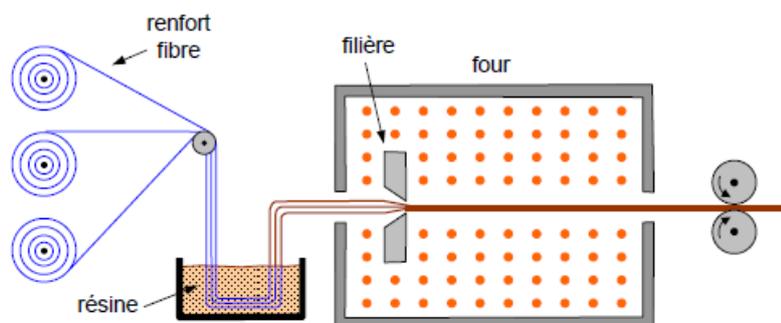


FIGURE I.11. MOULAGE PAR PULTRUSION. [2]

I.6.7. MOULAGE PAR CENTRIFUGATION

Cette technique est réservée au moulage de pièces de révolution, en particulier tubes, tuyaux, cuves, etc. Elle est une extrapolation (figure I.14) de la technique de fabrication des tuyaux en fonte ou en béton centrifugé.

Le moule de révolution, enduit d'agent de démoulage, est mis en rotation (à environ 2 000 tours/min). Après dépôt éventuel de gel Coat, on introduit simultanément en continu :

- Le renfort : fibres coupées ou stratifil coupé ;
- La résine catalysée et accélérée (résines époxydes, polyesters, etc.) durcissant à froid.

L'imprégnation du renfort par la résine est réalisée sous l'effet de la centrifugation.

La stratification s'effectue par passages successifs de la buse d'alimentation en résine et renfort. La polymérisation est effectuée à température ambiante, ou éventuellement accélérée dans une étuve.

Un renfort sous forme de rouleau (mat, tissu, etc.) peut être introduit éventuellement en discontinu avant rotation du moule. La résine est introduite ensuite

Lors de la centrifugation.

Après polymérisation, la pièce cylindrique est extraite du moule, le retrait des résines permettant le démoulage. Cette technique permet d'obtenir un bel aspect de surface à l'extérieur, avec un diamètre et une épaisseur des pièces bien calibrés. Ce processus d'élaboration nécessite un matériel de grande précision et un très bon équilibrage du moule. [2]

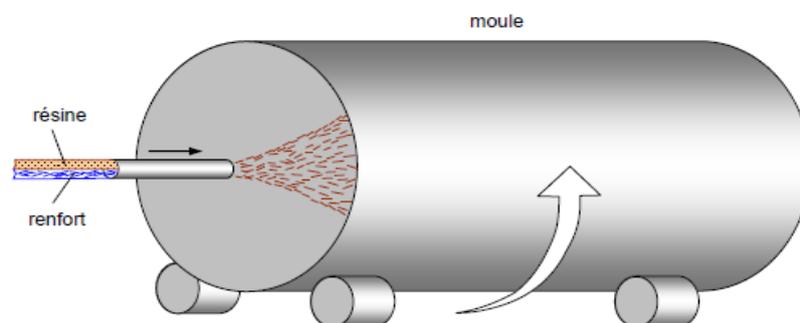


FIGURE I.12. MOULAGE PAR CENTRIFUGATION. [2]

Il existe d'autres procédés : Moulage par enroulement filamentaire, drapage en autoclave, stratification en Continu, thermoformage sous vide et estampage...

I.7. POURQUOI LES ENTREPRISES UTILISENT DIFFERENTES METHODES POUR ELABORER LES MATERIAUX COMPOSITES ?

Les entreprises utilisent différentes méthodes pour élaborer leur matériel pour diverses raisons. Peuvent s'assurer que leurs matériaux sont accessibles et engageants pour un plus large éventail de personnes, ou elle peut utiliser des études de cas pour démontrer l'efficacité de ses produits ou services en général.

Il y a plusieurs raisons pour lesquelles de nombreuses méthodes différentes sont utilisées dans l'élaboration de matériaux composites. Voici quelques-unes de ces raisons :

1. Personnalisation : Différentes méthodes sont utilisées pour adapter les propriétés des matériaux composites aux exigences spécifiques. Par exemple, le choix du matériau de renforcement, du matériau matriciel et du processus de fabrication peut être modifié pour optimiser la résistance, la rigidité, la ténacité et d'autres propriétés.

2. Disponibilité des matériaux : Certains matériaux composites ne sont disponibles qu'en utilisant certaines méthodes. Par exemple, certains matériaux composites ne peuvent être fabriqués qu'à l'aide de techniques avancées telles que l'impression 3D ou le dépôt chimique en phase vapeur.

3. Considérations de coût : Différentes méthodes ont des coûts différents. Selon le budget et les ressources disponibles, une méthode particulière peut être choisie plutôt que d'autres.

4. Échelle de fabrication : L'échelle de production peut également dicter la méthode utilisée. Par exemple, un prototype à petite échelle peut être fabriqué à l'aide d'une méthode différente de celle d'une production à grande échelle.

5. Exigences de performance : La performance souhaitée du matériau composite peut également dicter la méthode utilisée. Par exemple, un matériau composite à haute performance utilisé dans des applications aérospatiales peut nécessiter une méthode différente de celle d'un matériau composite utilisé dans un produit de consommation.

Dans l'ensemble, l'utilisation de différentes méthodes permet aux entreprises de communiquer efficacement leur message à leur public, tout en adaptant leur approche pour répondre à leurs objectifs, contenus et besoins spécifiques. En utilisant une variété de méthodes, les entreprises peuvent engager efficacement leur public et créer une impression mémorable

I.8. ARCHITECTURE DES MATERIAUX COMPOSITES

I.8.1. MONOCOUCHE

Les monocouches représentent l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort : à fibres continue, à fibres courtes, fibres tissées et mat. [2]

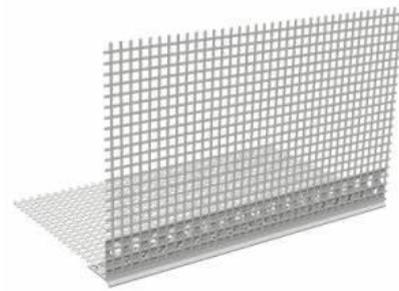


FIGURE I.13. MATERIAUX COMPOSITE MONOCOUCHE. [2]

I.8.2. STRATIFIE

Les stratifiés sont constitués de couches successives (appelées parfois plis) de renforts (files, mat, tissus, etc.) imprégnés de résines.[2]

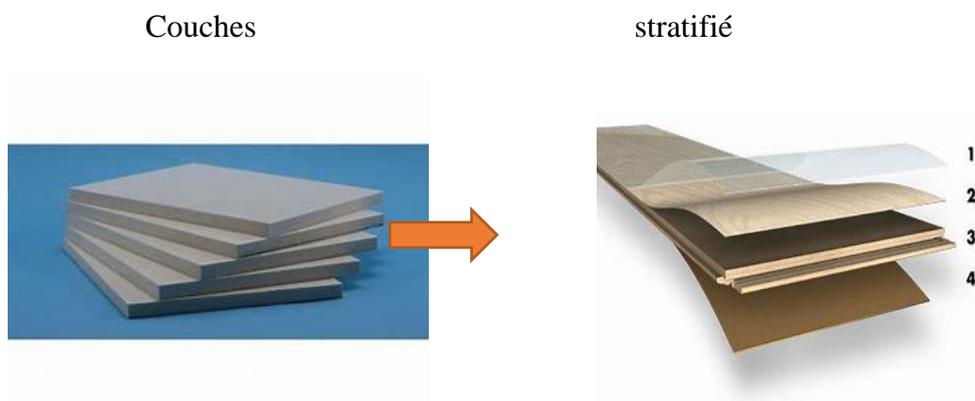


FIGURE I.14.CONSTITUANT D'UN STRATIFIE. [2]

I.8.3. SANDWICHES

Matériaux composés de deux semelles (ou peaux) de grande rigidité et de faible épaisseur
Enveloppant une âme (ou cœur) de forte épaisseur et faible résistance. L'ensemble forme une
Structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une grande rigidité en flexion et
c'est un excellent isolant thermique. [2]

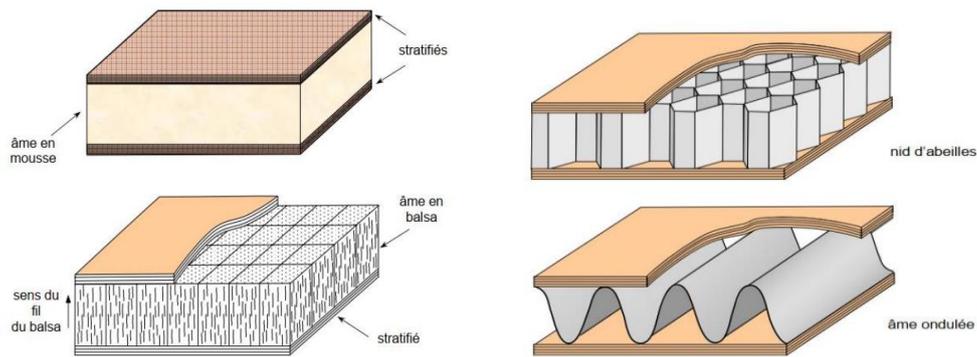


FIGURE I.15. MATERIAUX SANDWICHES A AMES PLEINES ET A AMES CREUSES. [2]

I.9. AVANTAGES ET INCONVENIENTS DES MATERIAUX COMPOSITES

Les composites sont préférés à d'autres matériaux parce qu'ils offrent des atouts liés à :

- Leur légèreté.
- Leur résistance à la corrosion et aussi à la fatigue.
- Leur insensibilité aux produits comme les graisses, les liquides hydrauliques, les peintures et les solvants.
- Leur possibilité de prendre plusieurs formes, d'intégrer des accessoires et permettre la réduction de bruit. [4]

Inconvénients qui freinent leur diffusion :

- Les coûts des matières premières et des procédés de fabrication.
- La gestion des déchets engendrés et la réglementation de plus en plus stricte. [4]

I.10. DOMAINES D'UTILISATION DES MATERIAUX COMPOSITES

Les matériaux composites de nos jours prennent une place prépondérante dans différents domaines de par leur simplicité d'élaboration, leur légèreté ainsi que leurs caractéristiques mécaniques. Contrairement aux matériaux classiques qui présentent des caractéristiques mécaniques intrinsèques, les matériaux composites peuvent répondre aux exigences des différents types de contraintes à partir d'une élaboration et d'un choix judicieux de matrice et renfort, et ceci, dans différents domaines.

Les matériaux composites ont été introduits progressivement dans les automobiles, à la suite des matériaux polymères dont certains sont utilisés comme matrices.

De nos jours, les matériaux composites ont pris une place importante dans divers domaines : aéronautique, transport, bâtiment, loisirs etc. [4]

I.10.1. COMPOSITES DANS L'INDUSTRIE AERONAUTIQUE

Les matériaux composites sont largement utilisés dans l'industrie aéronautique et ont permis aux ingénieurs de surmonter les obstacles rencontrés lors de l'utilisation des matériaux classique.

Le développement de matériaux composites légers et résistants aux températures élevées permettra à la prochaine génération de conceptions d'aéronefs hautes performances et économiques de se matérialiser. L'utilisation de tels matériaux réduira la consommation de carburant, améliorera l'efficacité et réduira les coûts d'exploitation directs des aéronefs. [5]

I.10.2. LE ROLE DES COMPOSITES DANS L'INDUSTRIE AERONAUTIQUE

La fibre de verre est le matériau composite le plus courant. Elle est constituée de fibres de verre incorporées dans une matrice de résine. La fibre de verre a été largement utilisée dans les années 1950 pour les bateaux et les automobiles. La fibre de verre a été utilisée pour la première fois dans le Boeing 707 dans les avions à réaction dans les années 50, où elle représentait environ 2% de la structure. Chaque génération de nouveaux aéronefs construits par Boeing avait un pourcentage accru d'utilisation de matériaux composites, le plus élevé étant une utilisation composite de 54% dans le A350-1000. [5]

I.10.2.A AIRBUS A350 XWB

54% de la cellule de l'A350-1000 est composée de matériaux composites.

Plus de 15 sociétés fournissent actuellement des composites au programme A350-1000, les composites réduisent le besoin de tâches globales de maintenance contre la fatigue et la corrosion tout en améliorant l'efficacité opérationnelle globale du jet liner.

La majeure partie de l'aile de l'A350-1000 est composée de composites légers en carbone, y compris ses capots supérieur et inférieur. Mesurant 32 mètres de long sur six mètres de large, il s'agit de la plus grande pièce aéronautique jamais réalisée en fibre de carbone. [6]

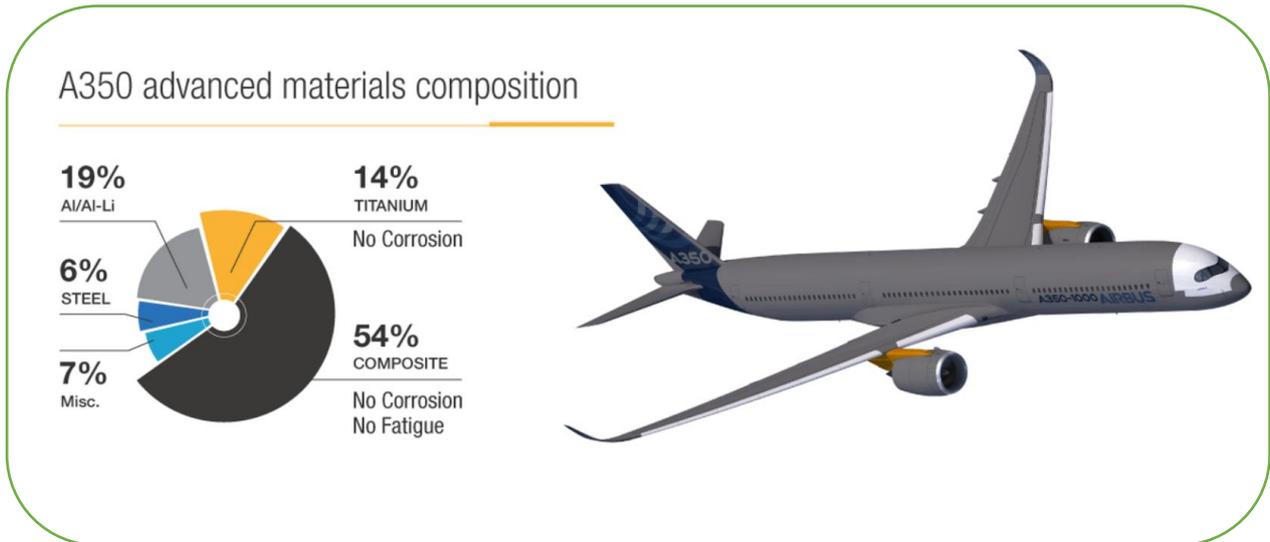


FIGURE I.16. AIRBUS A350-1000 MATERIAUX DE CONSTRUCTION. [6]

I.10.2.B BOEING 777X

Le Boeing 777X est le premier avion commercial à utiliser une combinaison de matériaux composites et d'aluminium dans sa structure primaire. Le fuselage est fait de matériaux composites, tandis que les ailes sont faites de matériaux composites et d'aluminium.

En plus de l'aile et de l'extrémité de l'aile, d'autres parties du 777X qui intègrent des composites comprennent l'empennage, les poutres de plancher de la cabine et les nacelles du moteur. Dans l'ensemble, l'utilisation de composites dans le 777X joue un rôle important dans la réduction de son poids total et l'augmentation de son efficacité énergétique, ce qui en fait une option plus écologique et rentable pour les compagnies aériennes.

L'utilisation de composites permet également d'incorporer des formes et des conceptions plus complexes dans l'avion. Par exemple, le 777X est doté d'une nouvelle conception d'extrémité d'aile repliable qui permet à l'avion de s'adapter aux portes d'aéroport existantes tout en conservant les caractéristiques de haute performance d'une envergure plus longue.

Le premier vol du Boeing 777X a été propulsé par deux moteurs GE9X h, un moteur qui utilise des matériaux composites et des pièces imprimées en 3D.

Le moteur est doté d'un boîtier de ventilateur en composite et de 16 pales de ventilateur en composite en fibre de carbone de quatrième génération, de pièces imprimées en 3D et d'un matériau composite à matrice céramique (CMC) dans la chambre de combustion et la turbine.[7]

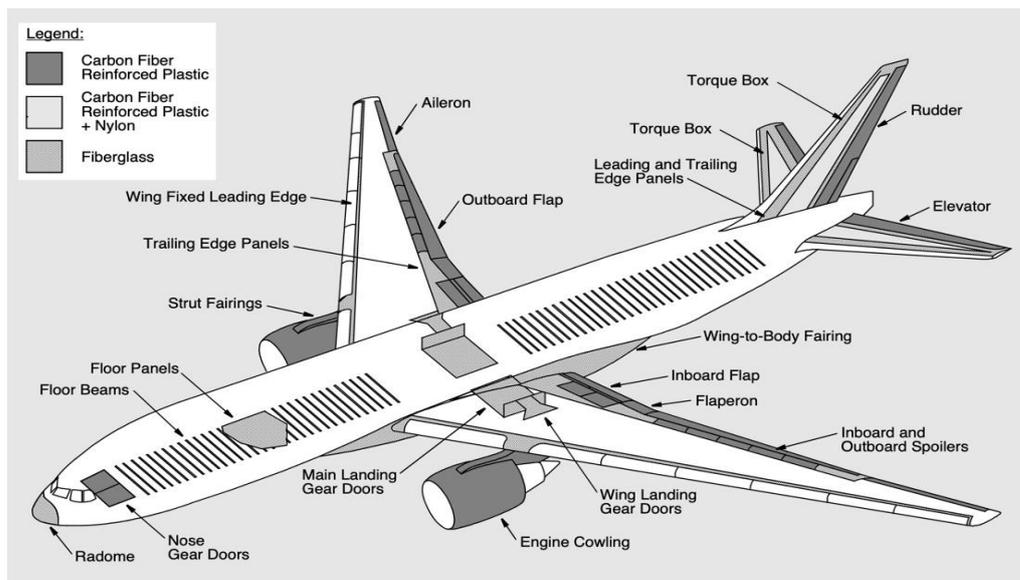


FIGURE I.17. BOEING 777X MATERIAUX DE CONSTRUCTION. [7]

Un exemple sur les matériaux le plus utilisé dans l'industrie aéronautique :

I.10.2.D LE MATERIAU COMPOSITE GRAPHITE EPOXY T300/5208

Est un matériau de haute performance largement utilisé dans l'industrie aérospatiale pour la fabrication de structures légères et rigides. Il est constitué de fibres de carbone imprégnées de résine époxy, ce qui lui confère une grande résistance mécanique, une faible densité, une résistance à la corrosion et une faible dilatation thermique. Le T300/5208 est un composite de qualité supérieure de la famille des composites à fibres de carbone et résine époxy. Les fibres de carbone T300 sont des fibres de haute performance, extrêmement rigides et résistantes, tandis que la résine époxy 5208 est une résine de qualité aérospatiale utilisée pour assurer une adhérence et une résistance à la délamination. Le matériau composite graphite époxy T300/5208 est largement utilisé dans la construction d'avions, de fusées, de satellites et de structures de soutien pour les télescopes spatiaux. Il offre une excellente stabilité dimensionnelle, une résistance à la fatigue et une longue durée de vie, ce qui en fait un matériau idéal pour les applications de haute performance dans l'industrie aérospatiale. [9]

I.11. EFFET DE LA TEMPERATURE ET D'HUMIDITE SUR LES COMPOSITES

Généralement, les propriétés des matériaux composites sont affectées par les conditions d'environnement auxquelles ils sont soumis. Parmi les facteurs liés à l'environnement, ceux qui introduisent des variations de déformation en l'absence de tout chargement mécanique revêtent un

intérêt particulier. Dans le cas des structures en matériaux composites, ces phénomènes sont la conséquence de la variation de température, de l'absorption par la matrice polymère d'agents de gonflement tels que la vapeur d'eau, de la dilatation de gaz absorbés par la matrice, etc. [9]

Ces phénomènes induisent des déformations et contraintes qui peuvent modifier notablement le comportement mécanique des structures en matériaux composites : rigidité, flambement, fréquences de vibration, etc.

Dans cette partie nous examinons de quelle manière sont modifiées les équations des stratifiés, dans le cas où l'on tient compte de ces phénomènes de dilatation, et les conséquences induites sur le comportement mécanique des plaques constituées de stratifiés. [10]

I.11.1. VIEILLISSEMENT HYGROTHERMIQUE DES COMPOSITES A MATRICE POLYMERE

Certaines études ont été réalisées dans des conditions environnementales complexes, afin d'étudier le comportement des matériaux composites dans des conditions proches de leur fonctionnement en service, telles que les variations climatiques ou encore les cycles de vol d'un avion, les auteurs montrent que l'endommagement et la fissuration du matériau sont accélérés et accentués par des conditions hygrothermiques cycliques, et ce, même en l'absence de sollicitations mécaniques. [10]

I.11.2. VIEILLISSEMENT PHYSIQUE

I.11.2.A. LA PLASTIFICATION

L'absorption d'eau par les composites à matrice polymère peut conduire à la plastification de la résine. Ce phénomène est expliqué par une augmentation de la mobilité des chaînes macromoléculaires de la résine due à une modification du volume libre et/ou une rupture des liaisons hydrogène -H. La plastification se traduit concrètement par une diminution de la température de transition vitreuse et du seuil de plasticité. Les molécules d'eau peuvent s'insérer dans le réseau tridimensionnel en brisant les liaisons secondaires, ou liaisons hydrogène, entre les groupes polaires des chaînes macromoléculaires voisines. Les groupes polaires du polymère vont se lier préférentiellement à une molécule d'eau. La rupture des liaisons entre les chaînes, qui assuraient une bonne partie la rigidité du matériau, va permettre une augmentation de mobilité des chaînes ou des segments de chaînes macromoléculaires. On parle dans ce cas de plastification. Cette mobilité accrue va affecter les propriétés mécaniques et physicochimiques du polymère. [10]

Les propriétés en traction ou cisaillement sont les plus étudiées (module d'Young et de cisaillement) pour l'aspect mécanique, ainsi que l'évolution de la température de transition vitreuse T_g . Dans la majorité des cas, une diminution du module de Young et du module de cisaillement est constatée ainsi qu'une baisse de T_g . Le phénomène est réversible.

La plastification s'accompagne aussi de gonflements, qui dans le cas des composites, peuvent être responsables de décohésions fibre/matrice. [10]

I.11.2.B. GONFLEMENT

Au cours du processus de diffusion d'eau à travers les résines polymères, les molécules d'eau se fixent sur les sites hydrophiles des chaînes macromoléculaires et provoquent ainsi, une augmentation du volume appelé gonflement ou dilatation hygroscopique.

Certains auteurs ont supposé que l'augmentation de volume était égale au volume d'eau absorbée. Or, il a été démontré expérimentalement que l'augmentation de volume était moins importante. Cette différence peut être expliquée par l'existence du volume libre qui se remplit d'eau sans pour autant dilater le polymère. D'autres auteurs ont mesuré expérimentalement le gonflement en fonction de la quantité d'eau absorbée et ont constaté une évolution linéaire de ces deux grandeurs. Ce qui a permis de définir un coefficient de dilatation hygroscopique β qui est le rapport entre l'augmentation relative de longueur et l'augmentation relative de poids. [10]

I.11.3. VIEILLISSEMENTS HYGROSCOPIQUES TYPE DEGRADATIONS IRREVERSIBLES

I.11.3.A. HYDROLYSE

L'hydrolyse est une réaction chimique irréversible due à l'eau et qui se traduit par des scissions des chaînes macromoléculaires entraînant une diminution de la masse moléculaire de la résine polymère.

Au cours de l'absorption, les molécules d'eau peuvent remplacer les liaisons hydrogène déjà existantes par des liaisons hydrogène entre l'eau et le polymère. Le résultat de ces interactions chimiques à long terme est la dégradation de la résine et de l'interface par hydrolyse. Celle-ci est activée thermiquement, et est susceptible d'être catalysée par divers agents chimiques.[10]

I.11.3.B. LESSIVAGE

On parle de phénomène de lessivage du réseau polymère quand il y a perte de masse du polymère après une exposition prolongée dans une atmosphère humide. Cette perte de masse est constatée soit au cours du processus de diffusion de l'eau après la saturation, soit sur un polymère vieilli et séché à nouveau. [10]

I.11.4. DEGRADATIONS MECANIQUES

Après la connaissance des cinétiques d'absorption d'eau et des mécanismes physicochimiques mis en jeu lors du vieillissement, notre travail s'est également intéressé aux conséquences de la diffusion d'eau dans le matériau. Il est en effet primordial de connaître, au cours du vieillissement, l'évolution de Propriétés thermomécaniques, telles que la température de transition vitreuse, les Propriétés élastiques, visqueuses, les Propriétés ont rupturé. [10]

I.12. DEFINITION DU SUJET

L'idée consiste à analyser le vieillissement et la dégradation du comportement des stratifiés composites à matrice polymère en utilisant le modèle de Tsai, cette dernière est sollicitée par des forces mécaniques et opère dans un environnement caractérisé par une température et un niveau d'humidité relative, la théorie utilisée est la théorie classique des stratifiés puisque il s'agit d'une plaque mince, la plaque est soumise à un gradient de température fixe le long de l'épaisseur de la plaque, la plaque est aussi contaminée par des molécules d'eau absorbées le long de l'épaisseur.

**CHAPITRE II:
MODELISATION DU
COMPORTEMENT
HYGRO-THERMO-
MECANIQUE DES
PLAQUES**

CHAPITRE II : MODELISATION DU COMPORTEMENT HYGRO-THERMO-MECANIQUE DES PLAQUES

II.1. INTRODUCTION

L'utilisation intensive des plaques composites dans diverses industries, particulièrement dans les domaines de l'aéronautique, de l'automobile, et de la construction navale, a stimulé les chercheurs à développer des théories capables de décrire correctement leur comportement structural.

Nous présentons dans ce chapitre quelques modèles sur les théories des plaques développées dans la littérature pour améliorer l'évolution de la variation du champ des déplacements à travers l'épaisseur des plaques.

Il est nécessaire de choisir la bonne théorie décrivant correctement le comportement de la structure ainsi que la méthode de résolution à appliquer. C'est en 1888 Love utilisa les hypothèses de Gustav Kirchhoff, elles-mêmes inspirées des hypothèses d'Euler-Bernoulli pour fonder une théorie des plaques minces (également appelée théorie classique ou théorie de Kirchhoff- love). La théorie des plaques semi-épaisses (théorie des déformations du premier ordre) a été consolée par Mindlin à partir des travaux de Rayleigh (1877), Timoshenko (1921), Reissner (1945) et Uflyand (1948). Ensuite, des théories d'ordre supérieur sont venues améliorer les hypothèses des théories classiques et du premier ordre lorsque l'épaisseur de la plaque devient importante. Il existe aussi la théorie basée sur l'élasticité tridimensionnelle (théorie 3-D) qui ne fait aucune hypothèse restrictive sur les déplacements de la plaque.

Donc les différentes théories pour la modélisation :

1. Théorie classique des plaques minces (**CLPT**)
2. Théorie de déformation en cisaillement d'ordre supérieur (**HSDPT**)
3. Théorie de déformation de cisaillement du premier degré (**FSDPT**)

II.2. THEORIE CLASSIQUE DES PLAQUES MINCES (CLPT)

On parle d'une plaque mince, lorsque la flèche générée par les déformations de cisaillement reste négligeable devant la flèche générée par la courbure de la plaque.

II.2.1. HYPOTHESES DE LA THEORIE CLASSIQUE DES PLAQUES

Les hypothèses cinématiques adoptées pour les plaques minces, par Kirchhoff, généralisant à deux dimensions celles adoptées sans déformations en cisaillement, appelées poutres d'Euler-Bernoulli. Les hypothèses de Kirchhoff reprises par Love sont les suivants :

- La plaque est d'épaisseur petite devant les autres dimensions (rapport d'élancement h/a où $h/b \leq 0.05$). Elle possède un plan moyen.
- Hypothèse dite de section droite (section plane) (figure II.1)

Les sections droites, initialement normales au plan neutre, restent planes et normales à celui-ci après déformations. La déformation en cisaillement transverse est donc négligée.

- Les termes non linéaires du déplacement U et V sont négligés, et l'inertie de rotation est négligée. Seul le déplacement transversal W est considéré.

La déformée de la normale au plan moyen (Oxy), est alors un segment de droite normale à la déformée du plan moyen, l'ensemble des notations est schématisé sur la figure :

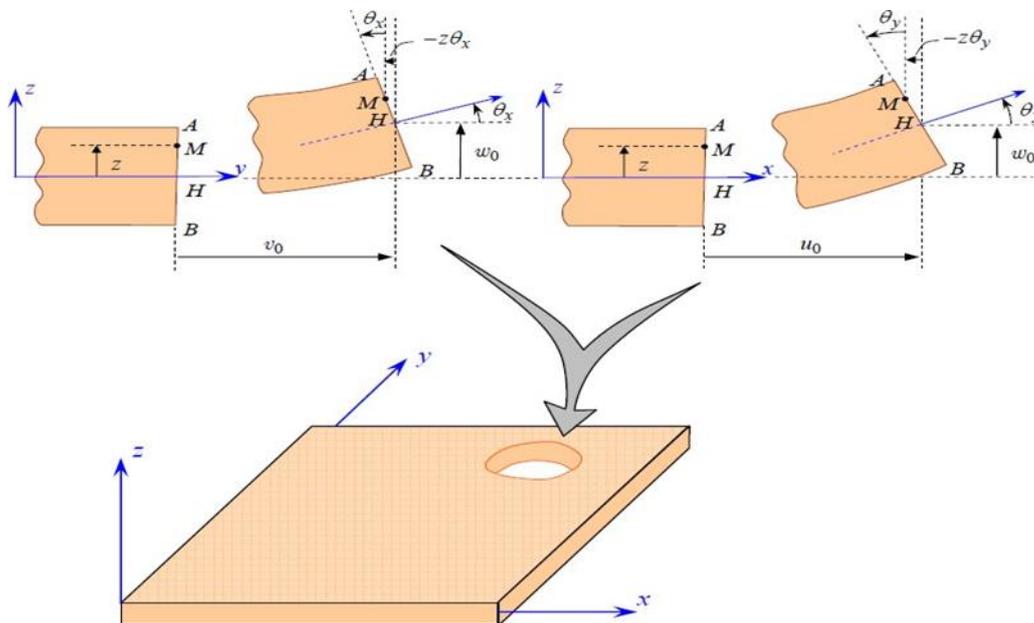


FIGURE II.1. LA DEFORMEE DE LA NORMALE AU PLAN MOYEN (Oxy).[2]

II.3. THEORIE DE DEFORMATION DE CISAILLEMENT DU PREMIER DEGRE (FSDPT)

Lorsque l'épaisseur de la plaque ne permet plus de vérifier les hypothèses de Kirchhoff (rapport d'élanement h/a ou $h/b > 0.05$), une théorie plus complète basée sur celle des poutres de Timoshenko est nécessaire (théorie des plaques moyennement épaisses).

En 1877, Rayleigh a affirmé qu'il est important d'inclure les inerties de rotation dans toute analyse vibratoire des systèmes. Quarante ans plus tard, les travaux de Timoshenko montrent que la prise en compte des effets de l'inertie de rotation et du cisaillement transverse affecte les fréquences propres de flexion des poutres. Ces deux effets tendent à diminuer les fréquences de résonances calculées en raison de la croissance de l'inertie et de la flexibilité du système. Une extension à la théorie des plaques quant au cisaillement est proposée par Reissner en 1945 dans le cas statique. Une première théorie pour le cas dynamique, incluant les effets du cisaillement et de l'inertie de rotation est proposée par Uflyand en 1948. C'est cependant l'article de Mindlin, publié 3 ans plus tard.

Contrairement à la théorie des plaques minces, la théorie de Mindlin suppose que les sections droites, initialement normales au plan neutre, restent planes et non nécessairement normales à celui-ci après déformations figure (II.2), d'autres variantes de la théorie supposent que ces sections ne restent ni droites, ni normales après déformation. Etant donné que la théorie des plaques de premier ordre (FSDPT) ne satisfait pas les conditions aux limites au niveau des surfaces supérieures et inférieures de la plaque (contraintes de traction non nulles), un facteur de correction en cisaillement à travers l'épaisseur est nécessaire. La valeur de facteur correction dépend de la géométrie de la plaque, de la variation du coefficient de poisson à travers l'épaisseur, du chargement appliqué et des conditions aux limites imposées.

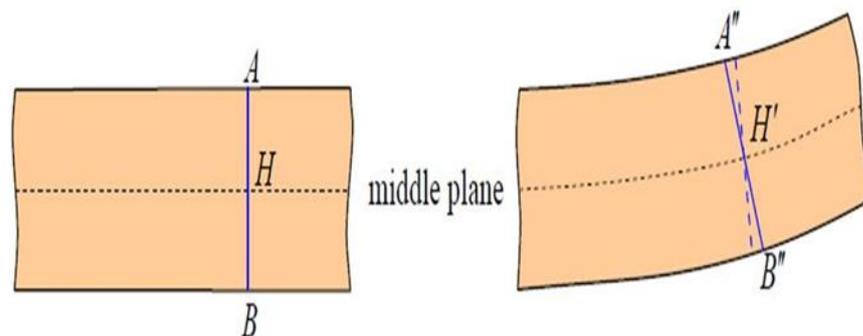


FIGURE II.2.DEFORMATION AVEC CISAILLEMENT TRANSVERSE.[2]

II.3.1. CHAMP DE DEPLACEMENT

Cette théorie (également appelée théorie de Mindlin) est une extension des travaux de Timoshenko et est considérée comme une amélioration de la théorie classique des plaques minces (théorie de Kirchhoff). Cette amélioration consiste à rajouter les déformations en cisaillement transverses dans les hypothèses cinématiques. La distribution de cette déformation est supposée constante dans l'épaisseur. Le champ des déplacements (Figure II.2) est alors le suivant : [11]

$$\begin{aligned} U(x, y, z, t) &= u(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \\ V(x, y, z, t) &= v(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \\ W(x, y, z, t) &= w(x, y, t) \end{aligned} \quad \text{II.1}$$

Où u, v, w sont les déplacements le long des coordonnées (x, y, z) d'un point du plan moyen (plan $z=0$) (déplacement en membrane) ; ϕ_x et ϕ_y sont les rotations de la normale à la section transversale par rapport aux axes y et x respectivement.

La théorie des déformations du premier ordre nécessite un facteur de correction du cisaillement qui est difficile à déterminer à cause de sa dépendance à la fois, de la géométrie, du coefficient de poisson à travers l'épaisseur, des charges appliquées et des conditions aux limites.

Timoshenko a été le premier à avoir étudié les effets des déformations de cisaillement et de l'inertie de rotation dans l'analyse des poutres, c'est pourquoi le modèle de la poutre avec une théorie du premier ordre est aussi appelé modèle ou poutre de Timoshenko.

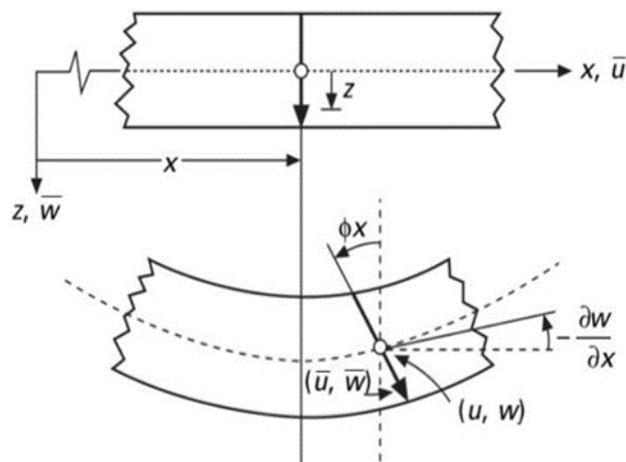


FIGURE II.3.SCHEMATISATION DES DEFORMATIONS DE LA THEORIE DES PLAQUES DU PREMIER ORDRE. .[2]

II.4. THEORIE DE DEFORMATION EN CISAILLEMENT D'ORDRE SUPERIEUR (HSDPT)

À la différence de la théorie classique des plaques (CLPT) et la théorie du premier ordre (FSDT) avec les hypothèses de la distribution linéaire du déplacement à travers l'épaisseur, la théorie d'ordre élevé est basée sur une distribution non linéaire des champs à travers l'épaisseur. Par conséquent, on tient compte des effets de la déformation transversale de cisaillement et/ou de la déformation normale transversale.

Ces modèles n'exigent pas des facteurs de correction en cisaillement et pour tenir compte d'hypothèses plus réalistes que celles de Kirchhoff. Plusieurs théories d'ordre supérieur ont été proposées par plusieurs chercheurs. Elles sont basées sur le développement des déplacements en série de puissance à travers l'épaisseur. Les hypothèses qui sont à la base du développement de cette théorie sont :

- Les déplacements sont petits comparés à l'épaisseur de la plaque,
- Les sections transversales, initialement planes et normales au plan moyen, ne restent pas nécessairement planes et normales à celui-ci après déformations.
- La déformation axiale dans la direction transversale n'est en général pas négligeable.
- Les contraintes normales dans la direction transversale ne sont en générale pas négligeables.

De nouvelles formulations et théorie d'ordre supérieur ont vu le jour ces dernières années. Carrera a proposé une formulation compacte et unifiée des théories d'ordre supérieur [12][13]. Cependant, les théories du premier ordre (FSDPT) et d'ordre supérieur (HSDPT) ne sont pas pratiques vu le nombre de termes d'ordre supérieur introduits dans la formulation. Dans le souci de réduire le nombre de variables utilisées dans les formulations existantes, Shimpi a développé un modèle raffiné pour les plaques isotropes (Refined Plate Theory -RPT). Les caractéristiques les plus intéressantes de cette méthode sont qu'elle ne nécessite pas de coefficient de correction en cisaillement et qu'elle présente beaucoup de similitudes avec la théorie classique des plaques quant aux équations du mouvement. La théorie RPT a été ensuite adaptée avec succès aux plaques orthotropes. La fiabilité de cette méthode a été démontrée par Kim et Thai [14] pour le cas de flexion statique et pour le cas du flambage d'une plaque composite. Récemment Thai et Kim [15] ont adapté la méthode RPT, avec succès, au flambage des plaques orthotropes, et à la vibration libre des plaques stratifiées et sandwichs respectivement.

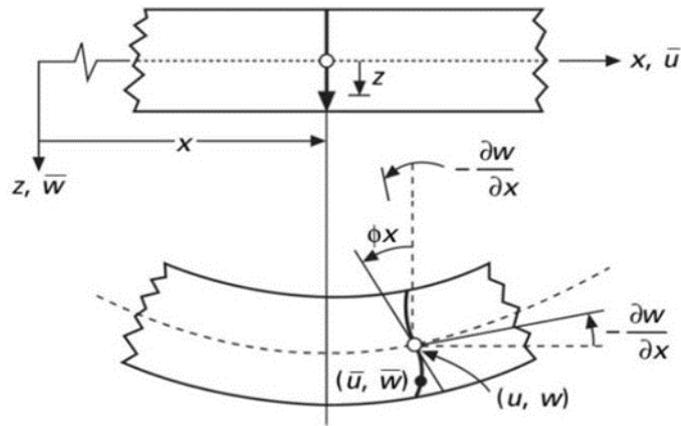


FIGURE II.4. SCHEMATISATION DES DEFORMATIONS DANS LE CAS DE LA THEORIE DES PLAQUES D'ORDRE SUPERIEUR. [2]

Dans le cas où un schéma du premier degré ne permettrait pas d'approcher convenablement un problème donné, il sera alors nécessaire de passer à un schéma d'ordre supérieur (2eme ordre, 3eme ordre, voire plus), dans le développement des déplacements en séries. Par conséquent, ces théories introduisent des fonctions supplémentaires dont les termes sont souvent difficiles à interpréter.

II.4.1. CHAMP DE DEPLACEMENT DU SECOND ORDRE

Le champ des déplacements de la théorie du second ordre s'exprime par :

$$\begin{aligned}
 U(x, y, z, t) &= u(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) + z^2\psi_x(x, y, t) \\
 V(x, y, z, t) &= v(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) + z^2\psi_y(x, y, t) \\
 W(x, y, z, t) &= w(x, y, t) + z\phi_z(x, y, t) + z^2\psi_z(x, y, t)
 \end{aligned}
 \tag{II.2}$$

Où : $u, v, w, \phi_x, \phi_y, \phi_z, \psi_x, \psi_y, \psi_z$ sont des fonctions inconnues dépendant des coordonnées x et y et du temps t .

Cette théorie apporte une amélioration substantielle par rapport à la théorie du premier ordre tout en nécessitant un facteur de correction comme pour la FSDPT.

II.4.2. CHAMP DE DEPLACEMENT DU TROISIEME ORDRE

Dans la quête de théories plus raffinées et dans le souci de supprimer les limitations des précédentes théories, de nouvelles théories d'ordre supérieur ont vu le jour. Le champ des déplacements s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}
 U(x, y, z, t) &= u(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) + z^2\psi_x(x, y, t) + z^3\chi_x(x, y, t) \\
 V(x, y, z, t) &= v(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) + z^2\psi_y(x, y, t) + z^3\chi_y(x, y, t) \\
 W(x, y, z, t) &= w(x, y, t) + z\phi_z(x, y, t) + z^2\psi_z(x, y, t) + z^3\chi_z(x, y, t)
 \end{aligned}
 \tag{II.3}$$

Où : $u, v, w, \phi_x, \phi_y, \phi_z, \psi_x, \psi_y, \psi_z, \chi_x, \chi_y, \chi_z$ sont des fonctions inconnues dépendant des coordonnées x et y et du temps t .

On fait notre étude sur les plaques minces ainsi que le coefficient d'éclatement ($h/b < 0.05$) c'est pour ça on va utiliser la théorie classique des plaques minces (CLPT) :

II.5. LA THEORIE CLASSIQUE DES PLAQUES

II.5.1. CHAMP DE DEPLACEMENT (THEORIE CLASSIQUE DES PLAQUES (CLPT))

En 1850, Kirchhoff a développé la plus connue des théories des plaques appelée « théorie classique des plaques ». Le champ des déplacements d'un point de coordonnées (x, y, z) à l'instant t s'écrit :

$$U(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$V(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial y} \quad \text{II.4}$$

$$W(x, y, z, t) = w(x, y, t)$$

II.5.2. EXPRESSION DU CHAMP DES DEFORMATIONS

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2},$$

$$\varepsilon_{zz} = 0,$$

$$\gamma_{yz} = 0,$$

$$\gamma_{xz} = 0,$$

II.5

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}.$$

Le tenseur des déformations en un point M est :

$$\varepsilon(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{II.6}$$

Et la matrice des déformations se réduit à trois composantes non nulles :

$$\varepsilon(M) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{II.7}$$

Le champ des déformations est la superposition.

II.5.3.A. DES DEFORMATIONS EN MEMBRANE

$$\varepsilon_m(M) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad \text{II.8}$$

S'exprimant exclusivement en fonction des déplacements (u_0, v_0) dans le plan (OXY) des points de ce plan ;

II.5.3.B. DES DEFORMATIONS EN FLEXION ET TORSION

$$\varepsilon_f(M) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^f \\ \varepsilon_{yy}^f \\ \gamma_{xy}^f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad \text{II.9}$$

S'exprimant en fonction des angles de rotation de la déformée du plan moyen et de la cote Z du point M. Généralement, les déformations en flexion et torsion s'expriment suivant la relation :

$$\varepsilon_f(M) = zk(x, y) \quad \text{II.10}$$

En posant :

$$k(x, y) = \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad \text{II.11}$$

La matrice $k(x, y)$ est appelée matrice des courbures de la plaque sollicitée en flexion.

Les angles de rotation de la déformée du plan moyen au point H ($x, y, 0$) s'expriment (figure II.4) en fonction du déplacement transversal $w_0(x, y)$ de ce point par :

$$\theta_x = \frac{\partial w_0}{\partial y} \text{ suivant la direction } \vec{i}$$

$$\theta_y = \frac{\partial w_0}{\partial x} \text{ suivant la direction } \vec{j}$$

Le champ des déplacements s'écrit alors :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z\theta_y \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z\theta_x \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad \text{II.12}$$

Finalement, le champ des déformations s'écrit :

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_m(M) + \varepsilon_f(M) \quad \text{II.13}$$

$$\text{Où : } \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \text{II.14}$$

Avec :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x}(x, y), & \varepsilon_{yy}^0 &= \frac{\partial v_0}{\partial y}(x, y), & \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}, \\ k_x &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}(x, y), & k_y &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}(x, y), & k_{xy} &= -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}(x, y). \end{aligned} \quad \text{II.15}$$

Le champ des déformations s'écrit donc :

$$\varepsilon(M) = \varepsilon(x, y, z) = \varepsilon_m(x, y) + zk(x, y). \quad \text{II.16}$$

Les déformations en membrane $\varepsilon_m(x, y)$ et courbures $k(x, y)$ ne dépendent que des coordonnées (x, y) du point H du plan moyen du stratifié.

II.5.4. CHAMP DES CONTRAINTES

II.5.4.A. FORME DU CHAMP DES CONTRAINTES

Le champ des contraintes est obtenu à l'aide de la relation :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \text{II.17}$$

Dans le cadre de la théorie classique des stratifiés, nous obtenons, pour la couche \mathbf{k} :

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= Q'_{11}\varepsilon_{xx} + Q'_{12}\varepsilon_{yy} + Q'_{16}\gamma_{xy}, \\
\sigma_{yy} &= Q'_{12}\varepsilon_{xx} + Q'_{22}\varepsilon_{yy} + Q'_{26}\gamma_{xy}, \\
\sigma_{xy} &= Q'_{16}\varepsilon_{xx} + Q'_{26}\varepsilon_{yy} + Q'_{66}\gamma_{xy}, \\
\sigma_{yz} &= 0. \\
\sigma_{xz} &= 0.
\end{aligned}
\tag{II.18}$$

Le tenseur des contraintes en \mathbf{M} est donc de la forme :

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\tag{II.19}$$

Le champ des contraintes se réduit aux seules contraintes en membrane : σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{xy} .

II.5.4.B. EXPRESSION DES CONTRAINTES

Les relations (2.2) montrent que les contraintes dans la couche k s'expriment par :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = Q'_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}
\tag{II.20}$$

Avec :

$$Q'_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k
\tag{II.21}$$

Les contraintes dans la couche k s'expriment suivant :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix},
\tag{II.22}$$

Où :

$$\sigma_k(M) = \sigma_k(x, y, z) = Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z Q'_k k(x, y)
\tag{II.23}$$

La matrice $\sigma_k(M)$ représente la matrice des contraintes dans la couche k : $h_{k-1} \leq z \leq h_k$.

La matrice de rigidité réduite Q'_k varie d'une couche à l'autre. Il en résulte donc une discontinuité du champ des contraintes entre couches successives.

II.5.4.C. EXPRESSION DES RESULTANTES ET MOMENTS

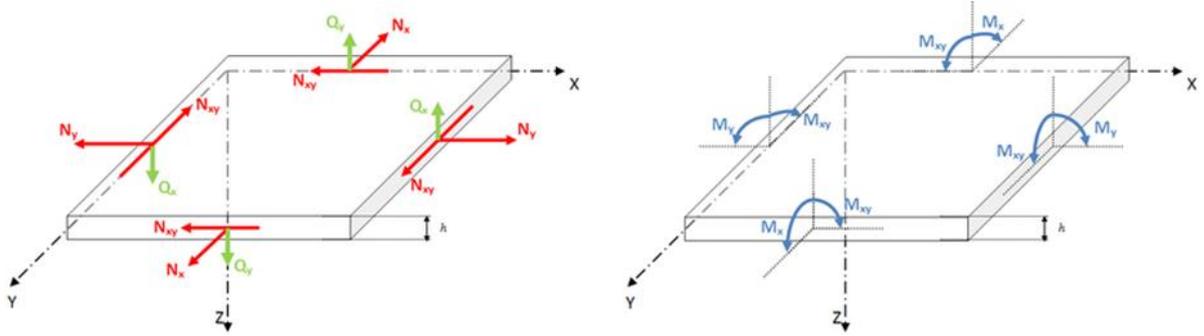


FIGURE II 5. REPRESENTATION SCHEMATIQUE DES RESULTANTES EN MEMBRANE (ROUGE) ET MOMENTS (BLEU).

II.5.4.D. RESULTANTES EN MEMBRANE

Le champ des résultantes en membrane, noté $N(x, y)$, est défini par :

$$N(x, y) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_k(M) dz \quad \text{II.24}$$

Soit dans le stratifié :

$$N(x, y) = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad \text{II.25}$$

L'expression (II.25) associée à la relation (II.22) ou (II.23), conduit à l'expression des résultantes en membrane, dans le cadre de la théorie classique des stratifiés. Nous obtenons :

$$\begin{aligned} N(x, y) &= \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z Q'_k k(x, y)] dz \\ N(x, y) &= \sum_{k=1}^n \left[Q'_k \varepsilon_m(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz + Q'_k k(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right], \\ N(x, y) &= \left[\sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q'_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \frac{1}{2} \left[\sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \right] k(x, y). \end{aligned} \quad \text{II.26}$$

Soit en définitive :

$$N(x, y) = A \varepsilon_m(x, y) + B k(x, y) \quad \text{II.27}$$

Sachent que :

$$\begin{aligned}
A &= \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q'_k, \\
A &= [A_{ij}] \text{ avec } A_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_k
\end{aligned} \tag{II.28}$$

Et :

$$\begin{aligned}
B &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k, \\
B &= [B_{ij}] \text{ avec } B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) (Q'_{ij})_k
\end{aligned} \tag{II.29}$$

L'expression développée des résultantes en membrane s'écrit donc :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}, \tag{II.30}$$

Ces équations montrent que dans le cas d'un stratifié, les résultantes en membrane (N_x, N_y, N_{xy}) ne sont pas seulement fonctions des déformations en membrane, mais sont également fonctions des courbures en flexion et en torsion (k_x, k_y, k_{xy}).

II.5.4.E. MOMENTS DE FLEXION ET DE TORSION

Les moments de flexion et de torsion, sont définis par :

$$M_f(x, y) = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} z \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k dz \tag{II.31}$$

M_x et M_y sont les moments de flexion, et M_{xy} les moments de torsion. Le champ des moments, s'explique en introduisant l'expression (II.23) des contraintes dans l'expression (II.31), soit :

$$M_f(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \left[z Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z^2 Q'_k k(x, y) \right] dz \tag{II.32}$$

Où :

$$M_f(x, y) = \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[\frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q'_k \right] k(x, y). \tag{II.33}$$

La matrice des moments de flexion s'écrit donc suivant :

$$M_f(x, y) = B\varepsilon_m(x, y) + Dk(x, y) \quad \text{II.34}$$

En introduisant la nouvelle matrice :

$$D = \sum_{k=1}^n \frac{1}{3} (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q'_k, \quad \text{II.35}$$

$$D = [D_{ij}] \text{ avec } D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) (Q'_{ij})_k$$

L'expression développée des moments s'écrit sous la forme :

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{II.36}$$

Les moments de flexion et torsion sont donc fonctions des courbures en flexion et en torsion, mais sont également fonctions des déformations en membrane.

II.5.5. EQUATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE D'UN STRATIFIE

II.5.5.A. EQUATION CONSTITUTIVE

L'équation constitutive d'une plaque stratifiée exprime les résultantes et moments en fonction des déformations en membrane et des courbures. Elle s'obtient en regroupant les expressions (II.30) et (II.36) suivant une seule écriture matricielle sous la forme :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{II.37}$$

Cette équation constitutive peut également être écrite sous forme contractée suivant :

$$\begin{Bmatrix} N \\ \dots \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & \vdots & B \\ \dots & \vdots & \dots \\ B & \vdots & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_m \\ \dots \\ k \end{Bmatrix} \quad \text{II.38}$$

Les termes des matrices introduites A, B et D peuvent être également exprimés, en introduisant l'épaisseur e_k et la cote z_k du centre de la couche k, sous la forme :

$$\begin{aligned}
A_{ij} &= \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k e_k, \\
B_{ij} &= \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k e_k z_k, \\
D_{ij} &= \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k \left(e_k z_k^2 + \frac{e_k^3}{12} \right).
\end{aligned} \tag{II.39}$$

Les coefficients A_{ij} , B_{ij} , D_{ij} de l'équation constitutive (II.37) d'un stratifié s'expriment donc à partir des constantes de rigidité réduites des couches, obtenues, pour chaque couche, en fonction des modules de l'ingénieur à l'aide des expressions :

$$\begin{aligned}
Q'_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
Q'_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\
Q'_{16} &= (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\
Q'_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\
Q'_{26} &= (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\
Q'_{66} &= [(Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{66}))] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta).
\end{aligned} \tag{II.40}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
Q_{11} &= \frac{E_L}{1 - \nu_{LT} \nu_{TL}} = \frac{E_L}{1 - \nu_{LT}^2 \frac{E_T}{E_L}} \\
Q_{22} &= \frac{E_T}{1 - \nu_{LT} \nu_{TL}} = \frac{E_T}{1 - \nu_{LT}^2 \frac{E_T}{E_L}} = \frac{E_T}{E_L} Q_{11}, \\
Q_{12} &= \frac{E_T}{1 - \nu_{LT} \nu_{TL}} = \nu_{LT} Q_{22}, \\
Q_{26} &= G_{LT}
\end{aligned} \tag{II.41}$$

II.5.5.B. MATRICE DE RIGIDITE

La matrice intervenant dans l'expression (II.37) est la matrice de rigidité du stratifié, décrivant le comportement élastique macroscopique du stratifié au point :

$$M_0(x, y) = M(x, y, 0). \tag{II.42}$$

La matrice A est la matrice de rigidité en membrane, D est la matrice de rigidité en flexion et B est la matrice de couplage membrane-flexion-torsion.

Ce couplage existe même si les matériaux des couches sont isotropes. Il résulte de la structure en couches de matériaux de caractéristiques mécaniques différentes. Le couplage est nul ($B = 0$), seulement dans le cas où le stratifié est symétrique. La symétrie implique une symétrie des propriétés des couches, de leurs côtes et de leurs orientations.

Divers couplages peuvent être observés. Le couplage traction-cisaillement provient des termes A_{16} et A_{26} . Le couplage membrane-flexion résulte des termes B_{11} , B_{12} et B_{22} , alors que le couplage

membrane-torsion résulte des termes B_{16} et B_{26} . Enfin, le couplage flexion-torsion résulte des coefficients D_{16} et D_{26} . [16]

II.5.5.C. DETERMINATION DES DEFORMATIONS ET DES CONTRAINTES

Les stratifiés multidirectionnels, étant caractérisés par une discontinuité de contraintes dans les plis, il est préférable de travailler avec les déformations, qui sont continués à travers l'épaisseur. L'inversion de l'équation (II.37) permet d'exprimer les déformations en membrane et en courbures.

II.5.5.D. DEFORMATIONS EN MEMBRANE ET COURBURES

L'expression des déformations en fonction des caractéristiques du stratifié, et des efforts et moments extérieurs est :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} & b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} & b_{12} & b_{22} & b_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} & b_{16} & b_{26} & b_{66} \\ c_{11} & c_{12} & c_{16} & d_{11} & d_{12} & d_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{26} & d_{12} & d_{22} & d_{26} \\ c_{16} & c_{26} & c_{66} & d_{16} & d_{26} & d_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} \quad \text{II.43}$$

Où :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon^0 \\ \dots \\ k \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a & \vdots & b \\ \dots & \vdots & \dots \\ c & \vdots & d \end{bmatrix} \begin{pmatrix} N \\ \dots \\ M \end{pmatrix} \quad \text{II.44}$$

Avec les matrices de compliances, définies comme suit :

$$\begin{aligned} a &= A^{-1} - B^* D^{*-1} C^* \\ b &= B^* D^{*-1} \\ c &= -D^{*-1} C^* = B'^t \\ d &= D^{*-1} \end{aligned} \quad \text{II.45}$$

Sachent que :

$$\begin{aligned} A^* &= A^{-1}, \text{ Matrice inverse} \\ B^* &= -A^{-1}B \\ C^* &= BA^{-1} \\ D^* &= D - BA^{-1}B \end{aligned} \quad \text{II.46}$$

II.5.5.E. CHAMP DES DEFORMATIONS

Le champ des déformations au point M (x, y, z) est déterminé à partir des déformations en membrane et des courbures à l'aide de l'expression :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{II.47}$$

On remarque une variation linéaire suivant l'épaisseur.

Les déformations, exprimées dans les axes principaux de la couche d'orientation θ par rapport aux axes du stratifié, s'expriment :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_{LT} \end{Bmatrix}_k = T \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \text{II.48}$$

Où la matrice de changement d'axes est exprimée suivant :

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ -2 \sin \theta \cos \theta & 2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}. \quad \text{II.49}$$

II.5.5.F. CHAMP DES CONTRAINTES

Le champ de contraintes dans le repère XY, est donné par l'équation :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{II.50}$$

Le champ des contraintes dans le repère LT :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{Bmatrix}_k = T' \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k \quad \text{II.51}$$

Avec :

$$T' = [T(-\theta)]^t = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2\sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2\sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad \text{II.52}$$

Soit finalement,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{Bmatrix}_k \quad \text{II.53}$$

II.5.6. LIMITATION DE LA THEORIE CLASSIQUE

La théorie classique des plaques basée sur l'hypothèse de Kirchhoff, permet de décrire avec une bonne précision les champs des contraintes et déformation dans les plaques peu épaisses. Par contre, dans le cas des plaques épaisses, la théorie classique devient assez mal adaptée à la description du comportement mécanique.

II.6. PRISE EN COMPTE DE LA TEMPERATURE ET L'HUMIDITE DANS LA MODELISATION DES STRATIFIES COMPOSITE

II.6.1. EQUATIONS DU COMPORTEMENT DES STRATIFIES TENANT COMPTE DES PHENOMENES DE DILATATION

Dans cette partie nous examinons de quelles manières sont modifiées les équations de comportement, dans le cas où l'on tient compte des phénomènes de dilatations, et les conséquences induites, sur le comportement mécanique des structures composites considéré.

II.6.1.A. COEFFICIENT D'EXPANSION THERMIQUE ET HYGROSCOPIQUE POUR LES UNIDIRECTIONNELS

Le coefficient hygrothermique des stratifiés unidirectionnels est caractérisé par :

Deux coefficients d'expansion thermique α_L et α_T et deux coefficients d'expansion hygroscopique β_L et β_T , qui sont reliés aux propriétés des constituants. [10][18]

Les coefficients d'expansion hygrothermique, sont obtenus par mesure des déformations en fonction de la température, les coefficients (α_L) et (α_T) ne sont pas constants, et varient avec la température.

Dans le repère (x, y) :

Les coefficients de dilatation thermique s'expriment :

$$\begin{aligned}\alpha_x &= \alpha_L c^2 + \alpha_T s^2 \\ \alpha_y &= \alpha_L s^2 + \alpha_T c^2 \\ \alpha_{xy} &= 2(\alpha_L - \alpha_T)cs\end{aligned}\quad \text{II.54}$$

Et les coefficients d'expansion hygroscopique sont :

$$\begin{aligned}\beta_x &= \beta_L c^2 + \beta_T s^2 \\ \beta_y &= \beta_L s^2 + \beta_T c^2 \\ \beta_{xy} &= 2(\beta_L - \beta_T)cs\end{aligned}\quad \text{II.55}$$

II.6.1.B. DEFORMATIONS HYGROTHERMIQUES DANS LES STRATIFIES UNIDIRECTIONNELS

Lorsque le stratifié est soumis à un changement de température et d'humidité dans un environnement quelconque, alors $\Delta T = T - T_0$ et $\Delta C = C - C_0$ ou T_0 et C_0 sont les conditions de l'état de référence hygrothermique.

Les déformations hygrothermiques, dans les axes principaux du stratifié sont :

$$\begin{aligned}e_L &= \varepsilon_L^{ht} = \alpha_L \Delta T + \beta_L \Delta C \\ e_T &= \varepsilon_T^{ht} = \alpha_T \Delta T + \beta_T \Delta C \\ e_{LT} &= \gamma_{LT}^{ht} = 0\end{aligned}\quad \text{II.56}$$

Les déformations hygrothermiques, dans les axes du stratifié sont définis par :

$$\begin{aligned}e_x &= \varepsilon^{ht}_x = \alpha_x \Delta T + \beta_x \Delta C \\ e_y &= \varepsilon^{ht}_y = \alpha_y \Delta T + \beta_y \Delta C \\ e_{xy} &= \gamma^{ht}_{xy} = \alpha_{xy} \Delta T + \beta_{xy} \Delta C\end{aligned}\quad \text{II.57}$$

II.6.1.C. RELATIONS HYGROTHERMIQUES DES CONTRAINTES ET DEFORMATIONS

Lorsqu'un stratifié multidirectionnel, est assujéti à des chargements hygrothermiques (ΔT et ΔC), l'état principal hygrothermiques $[\varepsilon]_{xy}^k$ dans le stratifié, est égale à la somme des déformations produites par les contraintes dans le stratifié.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} s_{xx} & s_{xy} & s_{xs} \\ s_{yx} & s_{yy} & s_{ys} \\ s_{sx} & s_{sy} & s_{ss} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_i + \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_{xy} \end{Bmatrix}_i \quad \text{II.58}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} - e_x \\ \varepsilon_{yy} - e_y \\ \gamma_{xy} - e_{xy} \end{Bmatrix}_i \quad \text{II.59}$$

En introduisant l'équation :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^\circ + z_i k_x - e_x \\ \varepsilon_{yy}^\circ + z_i k_y - e_y \\ \gamma_{xy}^\circ + z_i k_{xy} - e_{xy} \end{Bmatrix}_i \quad \text{II.60}$$

Soit finalement :

$$[\sigma]_{x,y}^i = [Q]_{x,y}^i [\varepsilon^0]_{x,y} + [Q]_{x,y}^i [k]_{x,y} z_i - [Q]_{x,y}^i [e]_{x,y}^i \quad \text{II.61}$$

L'intégration des contraintes à travers l'expression de chaque sous couche, donne la résultante en force :

$$\begin{aligned} [N]_{xy} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dx}\right)+1} \int_{h_{i-1}}^{h_i} [Q]_{x,y}^i dz \\ [N]_{xy} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dx}\right)+1} [Q]_{x,y}^i \{ [\varepsilon^\circ]_{x,x} + z_i [k]_{x,y} - [e]_{x,y}^i \} dz \end{aligned} \quad \text{II.62}$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \end{Bmatrix}_k &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{ds}\right)+1} \int_{h_{i-1}}^{h_i} \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_i \left[\begin{Bmatrix} \varepsilon^\circ_x \\ \varepsilon^\circ_y \\ \gamma_s^\circ \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_s \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_s \end{Bmatrix}_i \right] dz \\ \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad \text{II.63}$$

[A]et [B], sont les matrices de rigidité définies en (II.39).

$[N^{HT}]_{xy}$ Représentent les résultantes des forces hygrothermiques :

$$\begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_s \end{Bmatrix}_i t_i \quad \text{II.64}$$

$t_i = dz = h_i - h_{i-1}$, est l'épaisseur de la sous couche i .

Les moments résultants à travers les plis dus stratifié sont :

$$[M]_{x,y} = \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \int_{h_{i-1}}^{h_i} [\sigma]_{x,y}^i z_i dz \quad \text{II.65}$$

$$[M]_{x,y} = \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} [Q]_{x,y}^i \{[\varepsilon^\circ]_{x,x} + z_i[k]_{x,y} - [e]_{x,y}^i\} z_i dz$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} M_x^{HT} \\ M_y^{HT} \\ M_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} \quad \text{II.66}$$

[B] et [D] sont les matrices de rigidité définie en (II.39).

$[M^{HT}]_{xy}$, sont les moments hygrothermiques définis comme suit :

$$\begin{Bmatrix} M_x^{HT} \\ M_y^{HT} \\ M_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_s \end{Bmatrix}_i Z_i t_i \quad \text{II.67}$$

Les équations (II.30) et (II.36) sont réécrites sous la forme :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N'_x \\ N'_y \\ N'_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{II.68}$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} M_x^{HT} \\ M_y^{HT} \\ M_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M'_x \\ M'_y \\ M'_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{II.69}$$

Finalement en bref :

$$\begin{aligned} [N']_{x,y} &= [N]_{x,y} + [N^{HT}]_{x,y} = [A][\varepsilon^\circ]_{x,y} + [B][k]_{x,y} \\ [M']_{x,y} &= [M]_{x,y} + [M^{HT}]_{x,y} = [B][\varepsilon^\circ]_{x,y} + [D][k]_{x,y} \end{aligned} \quad \text{II.70}$$

[N'] et [M'] : sont respectivement, les résultantes en forces et en moment, égales respectivement à la somme des composantes mécaniques et hygrothermiques.

Les relations forces déformations et contraintes déformations, sont identiques à ceux dérivées pour le chargement mécanique, à la seule différence : c'est que les forces et moments hygrothermiques, sont ajoutée aux forces et moments mécaniques appliquées.

II.6.2. CONTRAINTES RESIDUELLES

Les contraintes résiduelles sont un phénomène plutôt fréquent dans les matériaux composites, à cause de l'interface importante entre la matrice et les renforts, puis entre les différentes couches orientées dans différentes directions. En détail, les contraintes résiduelles peuvent se présenter dans les composites à cause d'une incompatibilité des coefficients d'expansion thermique linéaire entre la matrice et les fibres de renfort. De plus, même la contraction chimique pendant la phase de solidification de la matrice peut jouer un rôle important dans le cadre des contraintes résiduelles.[19]

En l'absence de forces externes appliquées, $[N]=0$ et $[M]=0$; les relations hygrothermiques (II.68) et (II.69) se réduisent à :

$$\begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{II.71}$$

$$\begin{Bmatrix} M_x^{HT} \\ M_y^{HT} \\ M_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{II.72}$$

L'intervention de ces relations, donne les déformations en membrane $[\varepsilon^0]$ et courbures $[\mathbf{k}]$, produits par un changement hygrothermique seulement. Dans ce cas ces déformations sont aussi appelées, les déformations non mécaniques.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ b_{12} & b_{22} & b_{26} \\ b_{16} & b_{26} & b_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_x^{HT} \\ M_y^{HT} \\ M_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} \quad \text{II.73}$$

$$\begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{26} \\ c_{16} & c_{26} & c_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{16} \\ d_{12} & d_{22} & d_{26} \\ d_{16} & d_{26} & d_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_x^{HT} \\ M_y^{HT} \\ M_{xy}^{HT} \end{Bmatrix} \quad \text{II.74}$$

Les déformations hygrothermiques dans la sous couche i sont obtenues par l'équation :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xx} \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z_i \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{II.75}$$

Les déformations résiduelles dans chaque sous couche i sont données par :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_{\text{résiduelles}} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{II.76}$$

Les contraintes résiduelles dans chaque sous couche i sont données par :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_{\text{résiduelles}} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_{\text{résiduelle}} \quad \text{II.77}$$

II.6.3. ANALYSE DES STRATIFIÉS MULTIDIRECTIONNELS

Les effets hygrothermiques représentent la superposition de l'effet de température et de l'humidité.[18]

Les efforts et les moments hygrothermiques sont définis par :

$$\begin{aligned} N_x^{HT} &= N_x^H + N_x^T \\ N_y^{HT} &= N_y^H + N_y^T \\ N_{xy}^{HT} &= N_{xy}^H + N_{xy}^T \end{aligned} \quad \text{II.78a}$$

$$\begin{aligned} M_x^{HT} &= M_x^H + M_x^T \\ M_y^{HT} &= M_y^H + M_y^T \\ M_{xy}^{HT} &= M_{xy}^H + M_{xy}^T \end{aligned} \quad \text{II.78b}$$

Avec :

$$\begin{aligned} N_x^{HT} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} (Q'_{11}^i \alpha_x + Q'_{12}^i \alpha_y + Q'_{16}^i \alpha_{xy}) \Delta T t_i + \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} (Q'_{11}^i \beta_x + Q'_{12}^i \beta_y + Q'_{16}^i \beta_{xy}) \Delta C \\ N_y^{HT} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} (Q'_{12}^i \alpha_x + Q'_{22}^i \alpha_y + Q'_{26}^i \alpha_{xy}) \Delta T t_i + \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} (Q'_{12}^i \beta_x + Q'_{22}^i \beta_y + Q'_{26}^i \beta_{xy}) \Delta C \\ N_{xy}^{HT} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} (Q'_{16}^i \alpha_x + Q'_{26}^i \alpha_y + Q'_{66}^i \alpha_{xy}) \Delta T t_i + \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} (Q'_{16}^i \beta_x + Q'_{26}^i \beta_y + Q'_{66}^i \beta_{xy}) \Delta C \\ M_x^{HT} &= \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} (Q'_{11}^i \alpha_x + Q'_{12}^i \alpha_y + Q'_{16}^i \alpha_{xy}) \Delta T t_i z_i + \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} (Q'_{11}^i \beta_x + Q'_{12}^i \beta_y + Q'_{16}^i \beta_{xy}) \Delta C t_i \end{aligned}$$

$$M_y^{HT} = \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} (Q_{12}^i \alpha_x + Q_{22}^i \alpha_y + Q_{26}^i \alpha_{xy}) \Delta T t_i z_i + \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} (Q_{12}^i \beta_x + Q_{22}^i \beta_y + Q_{26}^i \beta_{xy}) \Delta C t_i$$

$$M_{xy}^{HT} = \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} (Q_{16}^i \alpha_x + Q_{26}^i \alpha_y + Q_{66}^i \alpha_{xy}) \Delta T t_i z_i + \sum_{i=1}^{\left(\frac{h}{dz}\right)+1} (Q_{16}^i \beta_x + Q_{26}^i \beta_y + Q_{66}^i \beta_{xy}) \Delta C t_i$$

II.79

II.7. CARACTERISATION DU MATERIAU

Un matériau est caractérisé principalement par ses modules mécaniques qui peuvent être déterminés expérimentalement. Par exemple plusieurs essais de traction sont nécessaires pour déterminer les différents modules d'élasticité du pli élémentaire d'un composite à fibres continues. Le module d'Young ou module d'élasticité longitudinal et le coefficient de Poisson sont mesurés par un essai de traction monotone sur un unidirectionnel pour un empilement à 0°. Le module d'élasticité transversal est mesuré par un essai de traction monotone sur un unidirectionnel pour un empilement à 90°. Et enfin le module de cisaillement est mesuré par un essai de traction monotone sur un unidirectionnel pour un empilement à 45°.[17]

Le module de Young dans la direction des fibres, donné par l'équation

$$E_x = E_m V_m + E_f V_f \quad \text{II.79}$$

Avec $V_m = 1 - V_f$ II.80

Le module de Young transversal :

La relation micromécanique modifiée par Hahn pour le graphite époxy T300/5208 du module de Young transversal est :

$$E_y = \frac{1 + 0.516 \left(\frac{V_m}{V_f}\right)}{\frac{1}{E_f y} + \frac{0.516 \left(\frac{V_m}{V_f}\right)}{G_m}} \quad \text{II.81}$$

Le module de cisaillement longitudinal :

De même la relation micromécanique modifiée par Hahn pour le graphite époxy T300/5208 du module de Young transversal est : [17]

$$G_{xy} = \frac{1+0.316\left(\frac{V_m}{V_f}\right)}{\frac{1}{G_{fx}} + \frac{0.316\left(\frac{V_m}{V_f}\right)}{G_m}} \quad \text{II.82}$$

$$\text{Avec } G_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)} \quad \text{II.83}$$

Le coefficient de Poisson, donné par l'équation :

$$\nu_{xy} = \nu_m V_m + \nu_{fx} V_f \quad \text{II.84}$$

II.8. LE MODELE DE TSAI

Est un modèle mathématique utilisé pour prédire les propriétés des matériaux composites à matrice polymère renforcée de fibres, tels que la résistance et la rigidité.

Le modèle de Tsai prend en compte la direction des fibres dans le matériau composite et la manière dont les fibres sont disposées dans la matrice. Il est basé sur l'hypothèse que la déformation du matériau composite se produit principalement dans la direction des fibres et que la matrice polymère n'affecte pas la rigidité du matériau composite.[20]

Le modèle de Tsai peut être utilisé pour calculer la résistance à la traction, la résistance à la compression, la résistance au cisaillement et d'autres propriétés des matériaux composites à matrice polymère renforcée de fibres. Il est couramment utilisé dans l'industrie pour concevoir des structures en matériaux composites, notamment dans les domaines de l'aéronautique et de l'automobile.

Cependant, il convient de noter que le modèle de Tsai ne prend pas en compte les effets de l'endommagement et de la rupture du matériau composite, qui peuvent survenir en raison de contraintes élevées ou de dommages tels que des impacts ou des fissures. Par conséquent, d'autres modèles ou méthodes d'analyse sont souvent utilisés en conjonction avec le modèle de Tsai pour évaluer la durabilité et la résistance des matériaux composites dans des conditions réelles d'utilisation. L'avantage de modèle Tsai c'est que on peut étudier notre matériau à l'échelle micromécanique.

La méthode de la continuité qui est basée sur l'arrangement de fibres, la méthode semi empirique de Halpin-Tsai, et la méthode de technique supplémentaire, basée sur la mise en place de fibres.[20]

Dans le domaine de vieillissement hygrothermique Tsai propose un adimensionnelle T^* :

$$T^* = \frac{T_g - T_{opr}}{T_g - T_{rm}} \quad \text{II.85}$$

Et suppose que l'humidité décale la température de la transition vitreuse :

$$T_g = T_g - gC \quad \text{II.86}$$

Alors on utilise T^* pour calculer empiriquement les données de matrice et fibre comme fonctions de l'humidité et de la température [20] :

$$\frac{Em}{Em(0)} = \frac{Gm}{Gm(0)} = (T^*)^a \quad \text{II.87}$$

$$\frac{Efx}{Efx(0)} = \frac{Efy}{Efy(0)} = \frac{Gfx}{Gfx(0)} = \frac{vfx}{vfx(0)} = \frac{vm}{vm(0)} = (T^*)^f \quad \text{II.88}$$

CHAPITRE III :
CALCUL
NUMERIQUE ET
RESULTATS.

CHAPITRE III : CALCUL NUMERIQUE ET RESULTATS

III.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre on va simuler l'approche numérique suivie pour l'étude du comportement des stratifiés composites minces à matrice polymère basé sur la théorie classique des stratifiés expliquée dans le chapitre précédent, en tenant compte le vieillissement en fonction de la température et d'humidité. On utilise le logiciel Matlab pour développer un code de calcul permet de déterminer les différentes propriétés mécaniques, thermiques et hygroscopiques des matériaux composites dégradés et non dégradés à l'aide de model Tsai. On va étudier les modules de Young et contraintes longitudinale et transversale dans les deux repère XY et LT en fonction de Z (m).

III.2. LE LOGICIEL MATLAB

Matlab est un logiciel de calcul numérique et de programmation développé par la société Math Works. Son nom est une contraction de "Matrix Laboratoire" (Laboratoire de matrices), en référence à sa fonctionnalité principale : la manipulation des matrices. Matlab est largement utilisé dans les domaines scientifiques, techniques et de l'ingénierie pour effectuer des calculs complexes, analyser des données, modéliser des systèmes, développer des algorithmes et créer des interfaces graphiques.[21]

Le langage de programmation utilisé dans Matlab est également appelé Matlab. Il est conçu pour être convivial et intuitif, permettant aux utilisateurs de manipuler facilement des données numériques, d'effectuer des opérations mathématiques avancées et de créer des graphiques et des visualisations.[22]

Matlab propose une large gamme de fonctionnalités, telles que des outils pour l'algèbre linéaire, l'optimisation, le traitement du signal, la modélisation et la simulation, la vision par ordinateur, la reconnaissance de formes, la robotique, le contrôle de systèmes, l'apprentissage automatique, et bien d'autres. Il est également extensible grâce à l'utilisation de boîtes à outils supplémentaires, ce qui permet aux utilisateurs de personnaliser et d'étendre les fonctionnalités de base de Matlab. [22]

III.3. MATLAB DANS LES MATERIAUX COMPOSITES

MATLAB est un environnement de programmation et de modélisation largement utilisé dans le domaine des matériaux composites. Il offre de nombreuses fonctionnalités et outils qui peuvent être utilisés pour analyser, modéliser et simuler le comportement des matériaux composites.

Voici quelques-unes des utilisations courantes de MATLAB dans le domaine des matériaux composites :

Modélisation des propriétés des matériaux : MATLAB permet de modéliser les propriétés mécaniques, thermiques et électriques des matériaux composites. Vous pouvez utiliser des équations constitutives pour décrire le comportement du matériau et utiliser des fonctions MATLAB pour résoudre ces équations.

Analyse des contraintes et des déformations : MATLAB peut être utilisé pour analyser les contraintes et les déformations dans les structures en matériaux composites. Vous pouvez créer des modèles numériques basés sur la méthode des éléments finis (MEF) et utiliser MATLAB pour résoudre les équations d'équilibre, obtenir les champs de contraintes et de déformations, et effectuer des analyses de sensibilité.

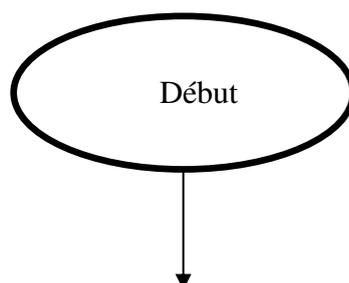
Simulation du comportement des matériaux composites : MATLAB permet de simuler le comportement des matériaux composites dans différentes conditions de chargement. Vous pouvez créer des modèles numériques qui simulent le comportement des matériaux sous différentes contraintes, températures, taux de chargement, etc. Ces simulations peuvent aider à comprendre le comportement des matériaux composites et à optimiser leur utilisation dans des applications spécifiques.

Ces exemples ne sont que quelques-unes des utilisations possibles de MATLAB dans le domaine des matériaux composites. MATLAB offre une grande flexibilité et une vaste gamme de fonctionnalités qui peuvent être adaptées aux besoins spécifiques de chaque projet ou application.[21]

III.4. APPROCHE NUMERIQUE

Au cours de ce travail nous avons développé un programme pour simuler le comportement des stratifiés composites avec la prise en compte de la température et l'humidité, des matériaux composites (T300/5208) dégradé et non dégradé.

Les étapes de calcul sont expliquées dans l'organigramme ci-dessous :



Demander le nombre de couches (n), l'orientation (θ) et l'épaisseur de chaque couche (e).

Entrer n, θ ($^\circ$), e (mm).

Est-ce que le matériau est dégradé ?

Oui

Demander les modules de young longitudinale et Transversale de fibre et de matrice ($E_{fx}^0, E_{fy}^0, E_m^0$), Et leurs coefficients de poisson (ν_{fx}^0, ν_m^0) Volume de fibre (V_f) , volume de matrice (V_m) .le module de cisaillement longitudinale de fibre (G_{fx}^0) et de matrice (G_m^0).la température de room(T_{rm}). La température de transition vitreuse (T_g^0). la température opérationnelle (T).le coefficient dhumidite (C). les coefficients a et f.

Entrer $E_{fx}^0, E_{fy}^0, E_m^0$ (GPa) .

ν_{fx}^0, ν_m^0 . V_f, V_m . G_{fx}^0

, G_m^0 (GPa) . T_m, T_g^0, T ($^{\circ}C$) .

C . a, b.

Calcul les nouveaux caractéristiques
mécaniques du matériau :

$$T_g = T_g - gC \text{ et } T^* = \frac{T_g - T_{opr}}{T_g - T_{rm}}$$

$$\frac{E_m}{E_m^0} = \frac{G_m}{G_m^0} = (T^*)^a$$

$$\frac{E_{fx}}{E_{fx}^0} = \frac{E_{fy}}{E_{fy}^0} = \frac{G_{fx}}{G_{fx}^0} = \frac{\nu_{fx}}{\nu_{fx}^0} = (T^*)^f$$

$$E_x = E_m V_m + E_{fx} V_f$$

$$E_y = \frac{1 + 0.516\left(\frac{V_m}{V_f}\right)}{\frac{1}{E_{fy}} + \frac{0.516\left(\frac{V_m}{V_f}\right)}{G_m}}$$

$$\nu_{xy} = \nu_m V_m + \nu_{fx} V_f$$

$$G_{xy} = \frac{1 + 0.316\left(\frac{V_m}{V_f}\right)}{\frac{1}{G_{fx}} + \frac{0.316\left(\frac{V_m}{V_f}\right)}{G_m}}$$

Afficher caractéristiques mécaniques E_L ,
 E_T , G_{LT} (GPa), ν_{LT} , et ν_{TL}

Demander Les coefficients de dilatation thermique (α_L , α_T), les températures (T, T0),
Les coefficients de dilatation hygroscopique (β_L , β_T), les agents hygroscopiques (C)
Les résultantes en membrane (N_{xx} , N_{yy} , N_{xy}) et les résultantes en moment (M_{xx} , M_{yy} , M_{xy}).

Entrer N(N/mm) et M(N/mm²). Entrer
[α_L , α_T (k⁻¹)], T (°c), [β_L , β_T], C0 et C.

Calcul des éléments de la matrice de rigidité réduite dans LT (q_{11} , q_{12} , q_{22} , q_{66}).

Afficher la matrice de rigidité réduite $Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & 0 \\ q_{12} & q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & q_{66} \end{bmatrix}$ (GPa).

Calcul des déformations hygrothermiques dans le repère LT.

$$\varepsilon_L^{ht} = (\alpha_L * \Delta T) + (\beta_L * \Delta C)$$

$$\varepsilon_T^{ht} = (\alpha_T * \Delta T) + (\beta_T * \Delta C)$$

$$\gamma_{LT}^{ht} = (\alpha_{LT} * \Delta T) + (\beta_{LT} * \Delta C)$$

Calcul des déformations hygrothermiques dans le repère XY.

$$\varepsilon_X^{ht} = (\alpha_X * \Delta T) + (\beta_X * \Delta C)$$

$$\alpha_x \& = \alpha_L c^2 + \alpha_T s^2$$

$$\varepsilon_Y^{ht} = (\alpha_Y * \Delta T) + (\beta_Y * \Delta C)$$

Sachant que :

$$\alpha_y \& = \alpha_L s^2 + \alpha_T c^2$$

$$\gamma_{XY}^{ht} = (\alpha_{XY} * \Delta T) + (\beta_{XY} * \Delta C)$$

$$\alpha_{xy} \& = 2(\alpha_L - \alpha_T)cs$$

Affichage des déformations : ε_x^{ht} , ε_y^{ht} , γ_{xy}^{ht}

Calcul de la matrice de rigidité réduite dans XY (Q'_{11} , Q'_{12} , Q'_{16} , Q'_{22} , Q'_{21} , Q'_{26} , Q'_{66}).

Afficher : $Q' = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}$ (GPa). De chaque couche.

Calcul de A, B et C : $A_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q'_k$,

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{3} (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q'_k,$$

A (N/m), B (N), D (N.m).

$$ABD = \begin{bmatrix} A * 10^9 & B * 10^9 \\ B * 10^9 & D * 10^9 \end{bmatrix}, \quad ABBD = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}$$

Affichage de matrice $ABD = \begin{bmatrix} A * 10^9 & B * 10^9 \\ B * 10^9 & D * 10^9 \end{bmatrix}$

Calcul des déformations membrane et courbure :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = [abd] * \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \text{ Sachant que : } \begin{cases} [N']_{x,y} = [N]_{x,y} + [N^{HT}]_{x,y} \\ [M']_{x,y} = [M]_{x,y} + [M^{HT}]_{x,y} \end{cases}$$

Avec :

$$N_{xy}^{HT} = \sum_{i=1}^{(\frac{h}{\Delta z})+1} (Q_{16}^i \alpha_x + Q_{26}^i \alpha_y + Q_{66}^i \alpha_{xy}) \Delta T t_i + \sum_{i=1}^{(\frac{h}{\Delta z})+1} (Q_{16}^i \beta_x + Q_{26}^i \beta_y + Q_{66}^i \beta_{xy}) \Delta C(i)$$

$$M_{xy}^{HT} = \sum_{i=1}^{(\frac{h}{\Delta z})+1} (Q_{16}^i \alpha_x + Q_{26}^i \alpha_y + Q_{66}^i \alpha_{xy}) \Delta T t_i z_i + \sum_{i=1}^{(\frac{h}{\Delta z})+1} (Q_{16}^i \beta_x + Q_{26}^i \beta_y + Q_{66}^i \beta_{xy}) \Delta C(i) t_i$$

Affichage de ϵ^0_{xx} , ϵ^0_{yy} , γ^0_{xy} , k_{xx} , k_{yy} , k_{xy} .

Calcul des déformations et contraintes dans LT et XY :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon^0_{xx} \\ \epsilon^0_{yy} \\ \gamma^0_{xy} \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \epsilon^h_x \\ \epsilon^h_y \\ \gamma^h_{xy} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \epsilon_L \\ \epsilon_T \\ \gamma_{LT}_k \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{xy} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT}_k \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_k \begin{pmatrix} \epsilon_L \\ \epsilon_T \\ \gamma_{LT}_k \end{pmatrix}_k$$

Affichage des résultats $\{\epsilon\}_{x,y}$, $\{\epsilon\}_{L,T}$, $\{\sigma\}_{x,y}$, $\{\sigma\}_{L,T}$ en (GPa).

Le plot des graphes : $\{\epsilon\}_{xy} = f(z)$

$\{\epsilon\}_{LT} = f(z)$

$\{\sigma\}_{xy} = f(z)$

$\{\sigma\}_{LT} = f(z)$

Fin

III.4.1. Simulations :

Pour évaluer l'effet de la température et l'humidité, on a simulé le comportement d'un stratifié de matériau T300/5208 dégradé dont les caractéristiques sont :

TABLEAU III. 1. CARACTERISTIQUES FIBRE ET MATRICE DU T300/5208, [23]

E_{fx} (Gpa)	E_{fy} (Gpa)	v_{fx}	E_m (Gpa)	v_m	G_m (Gpa)	G_{fx} (Gpa)	V_f
259	18.69	0.25	3.4	0.35	1.26	19.69	0.7

TABLEAU III. 2. CARACTERISTIQUES MECANQUES DE T300/5208. [23]

$\alpha_L(10^{-6}k^{-1})$	$\alpha_T(10^{-6}k^{-1})$	β_L	β_T
0.02	22.5	0	0.6

TABLEAU III. 3. CARACTERISTIQUES DE VARIATION DE TEMPERATURE ET D'HUMIDITE, [23]

T^g (°C)	T_m (°C)	g (°C/c)	a	f
160	22	2000	0.5	0.04

TABLEAU III. 4. CARACTERISTIQUES DE DIFFUSION DU T300/5208.

	Concentration maximale
T300/5208	$C_m = 0.015HR$

HR : taux d'humidité de l'environnement

TABLEAU III. 5 EXPLICATION DE TENSEUR DE CONTRAINTE .

σ_L	Contrainte longitudinale	σ_x	Contrainte dans le repère XY
σ_T	Contrainte transversale	σ_y	Contrainte dans le repère XY
σ_{LT}	Contrainte dans le repère LT	σ_{xy}	Contrainte dans le repère XY

Dans les sept simulations ont simulé le matériau dégradé T300/5208 :

- Le stratifié étudié est de cinq couches (-45°/30°/0°/30°/-45) d'une épaisseur totale 1mm (0.2 mm pour chaque couche).

Les résultats du programme ont été validé avec la référence [2].

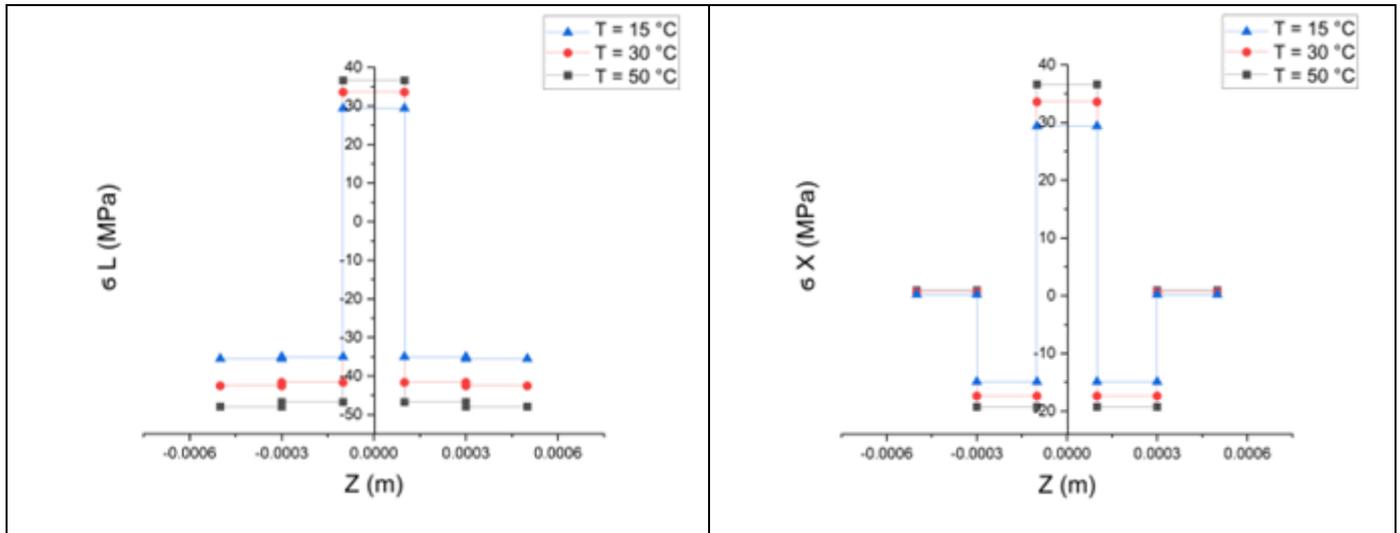
III.4.1.A. SIMULATION 1.A : INFLUENCE DE LA TEMPERATURE OPERATIONNELLE SANS CONTAMINATION D'HUMIDITE

Pour montrer l'effet de température opérationnelle, on a simulé le comportement du Stratifiés dans plusieurs cas de température :

TABLEAU III. 6. LES DONNEES DE SIMULATION 1. [23]

T_0 (°C)	$\alpha_L(10^{-6}k^{-1})$	$\alpha_T(10^{-6}k^{-1})$	C_0	C	β_L	β_T
180	0.02	22.5	0	0	0	0.6

✓ Résultats :



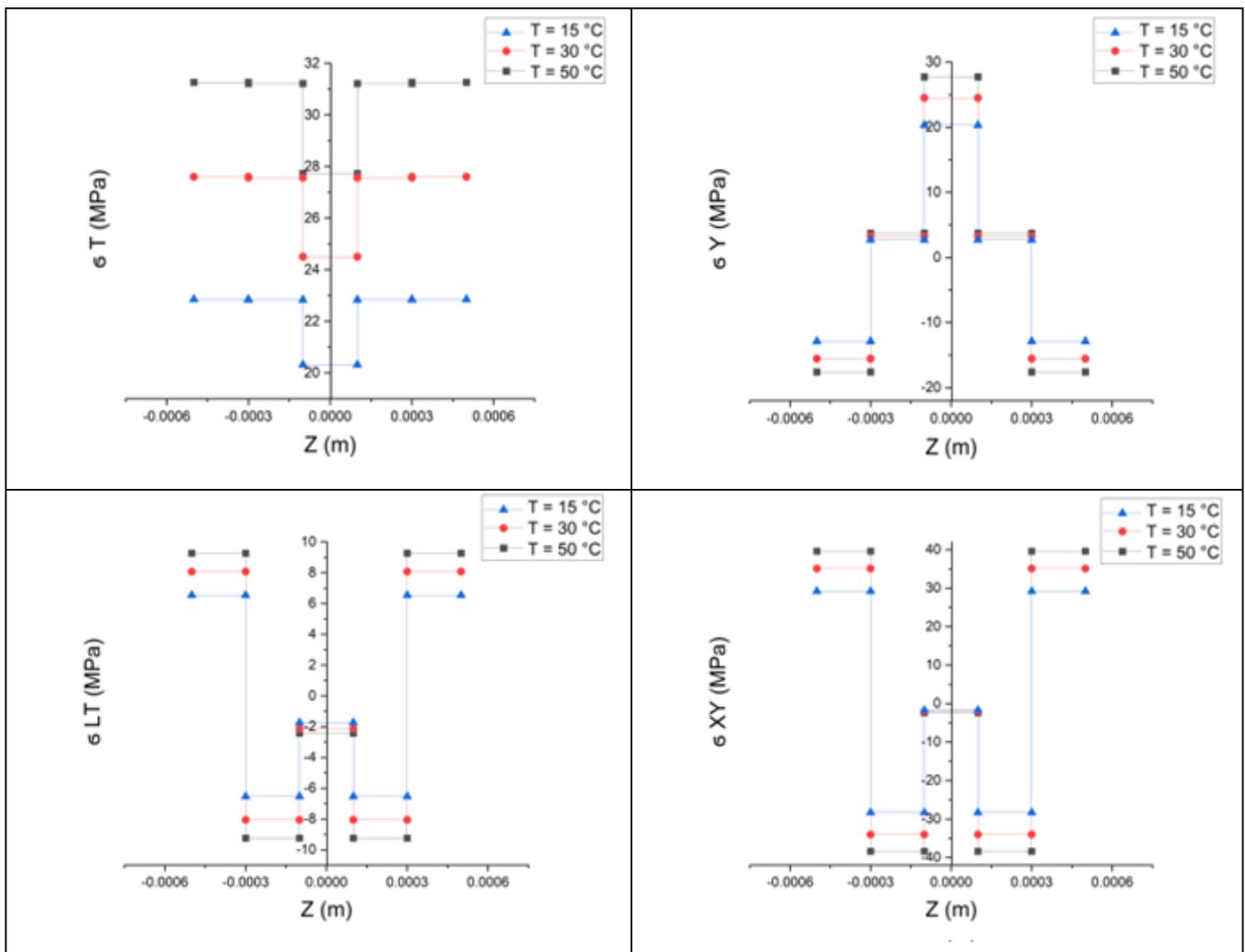


FIGURE III. 1. LES CONTRAINTES DANS LT ET XY, [$T_{OPR}=15^{\circ}\text{C}$, $T_{OPR}=30^{\circ}\text{C}$ ET $T_{OPR}=50^{\circ}\text{C}$] SANS CONTAMINATION D'HUMIDITE ($-45^{\circ}/30^{\circ}/0^{\circ}/30^{\circ}/-45^{\circ}$).

III.4.1.A. SIMULATION 1.B : INFLUENCE DE LA TEMPERATURE OPERATIONNELLE AVEC CONTAMINATION D'HUMIDITE

Pour montrer l'effet de température opérationnelle, on a simulé le comportement du Stratifiés dans plusieurs cas de température :

TABLEAU III. 7. LES DONNEES DE SIMULATION 1. [23]

T_0 ($^{\circ}\text{C}$)	$\alpha_L(10^{-6}k^{-1})$	$\alpha_T(10^{-6}k^{-1})$	C_0	C	β_L	β_T
180	0.02	22.5	0	0.0075(HR=50%)	0	0.6

✓ **Résultats :**

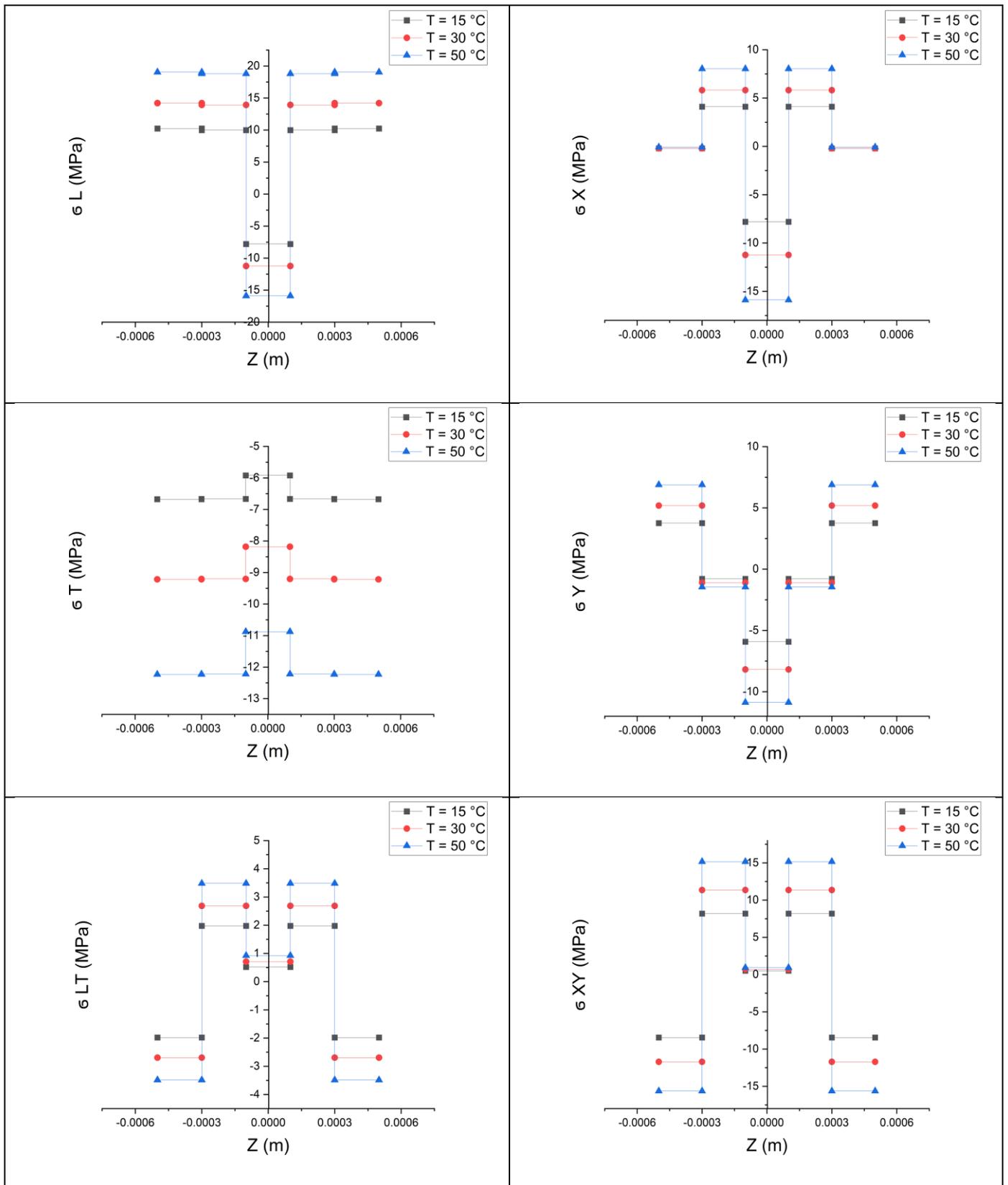


FIGURE III. 2. LES CONTRAINTES DANS LT ET XY, [$T_{OPR}=15^{\circ}\text{C}$, $T_{OPR}=30^{\circ}\text{C}$ ET $T_{OPR}=50^{\circ}\text{C}$] AVEC CONTAMINATION D'HUMIDITE ($-45^{\circ}/30^{\circ}/0^{\circ}/30^{\circ}/-45^{\circ}$).

✓ Interprétation et commentaires :

La simulation 1 traite l'influence de la température opérationnelle sur le comportement de notre stratifié, pour cela on a séparé cette dernière en deux cas physique séparés, le premiers cas (simulation 1.A) prend en considération la température opérationnelle sans contamination d'humidité, le deuxième cas fait intervenir la contamination en humidité en plus de la température opérationnelle.

Les résultats montrent une claire dépendance de l'état de contrainte avec les paramètres environnementaux, pour le cas de la température les états de contraintes générés sont proportionnelle à la température du milieu extérieur, à l'intérieur des couches la contrainte est présentée sous forme de palier dû aux ΔT et ΔC constants.

Dans la simulation 1.B l'intervention de l'humidité a changé le comportement du stratifié, prenant par exemple la contrainte longitudinale σ_L , la couche interne passe d'un état de traction à un état de compression et cela est due aux contraintes hygroscopiques générés par la contamination en humidité.

III.4.1.B. SIMULATION 2.A : INFLUENCE DE LA TEMPERATURE DE REFERENCE

Dans cette simulation on va simuler l'influence de la température de référence T_0 sur le comportement du stratifié non contaminé par l'humidité :

TABLEAU III. 8. LES DONNEES DE SIMULATION 2.[23]

T (°C)	$\alpha_L(10^{-6}k^{-1})$	$\alpha_T(10^{-6}k^{-1})$	C_0	C	β_L	β_T
30	0.02	22.5	0	0	0	0.6

✓ Résultats :

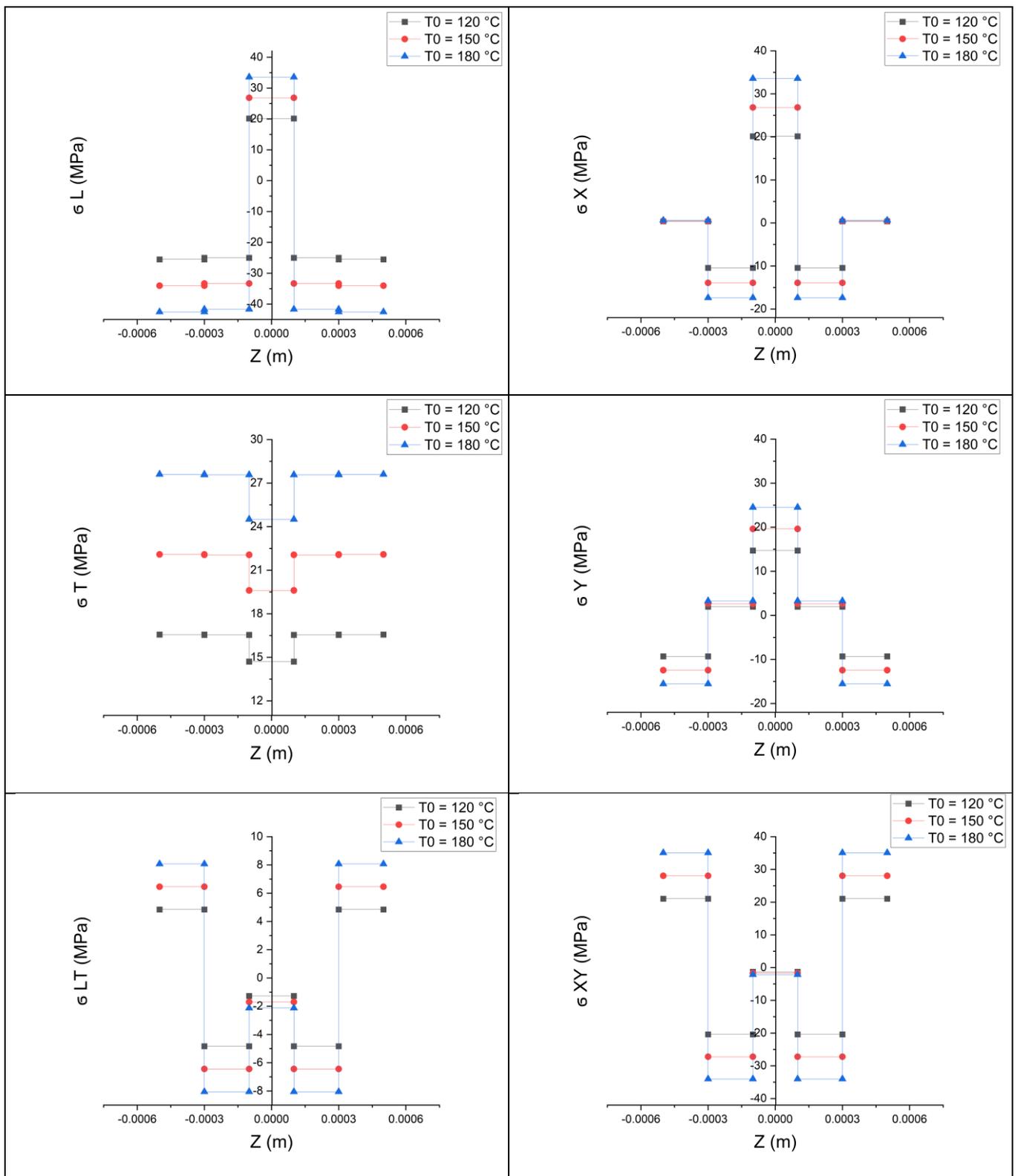


FIGURE III. 3. LES CONTRAINTES DANS LT ET XY, [T0=120°C, T0=150°C ET T0=180°C] SANS CONTAMINATION D'HUMIDITE (-45°/30°/0°/30°/-45°).

✓ **Interprétation et commentaires :**

Dans cette section nous avons simulé le comportement du stratifié composite dans un environnement de $T=30^{\circ}\text{C}$, avec une variation de la température de référence T_0 pour visualiser l'influence de cette dernière, les graphes montrent une réduction des contraintes hygrothermiques en diminuant la température de référence, le problème est que cette dernière dépend de plusieurs paramètres physiques et chimiques (Limitation technologique), donc techniquement la Réduction de T_0 va provoquer un gain en terme de contrainte.

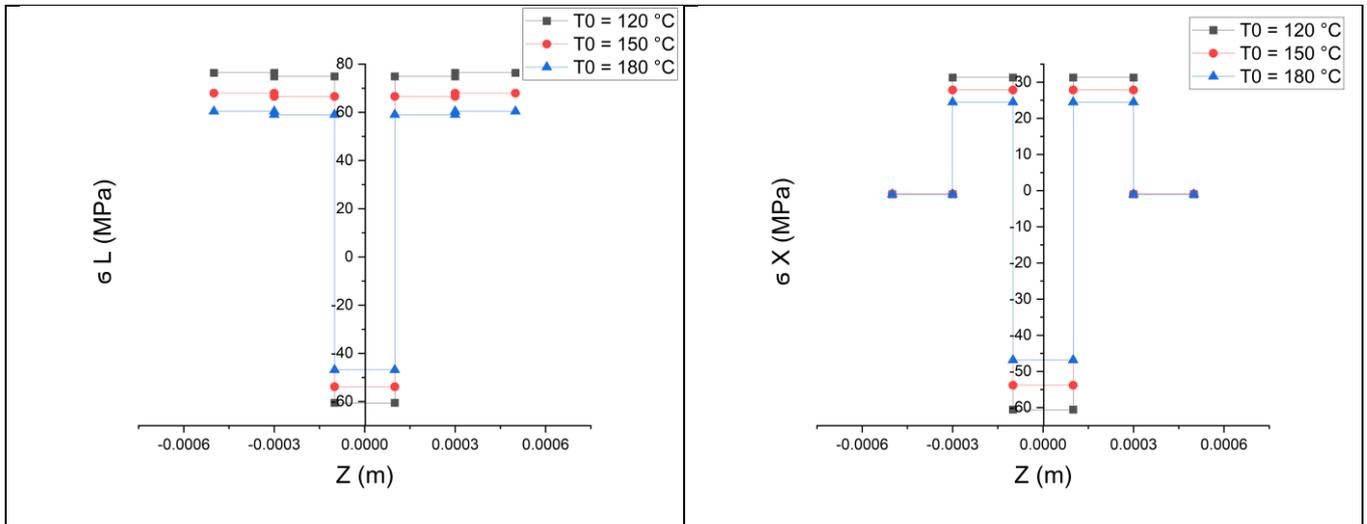
III.4.1.B. SIMULATION 2.B : INFLUENCE DE LA TEMPERATURE DE REFERENCE

Dans cette simulation on va simuler l'influence de la température de référence T_0 sur le comportement du stratifié contaminé par l'humidité :

TABLEAU III. 9. LES DONNEES DE SIMULATION 2.[23]

T (°C)	$\alpha_L(10^{-6}k^{-1})$	$\alpha_T(10^{-6}k^{-1})$	C_0	C	β_L	β_T
30	0.02	22.5	0	0.0135(HR=90%)	0	0.6

✓ **Résultats :**



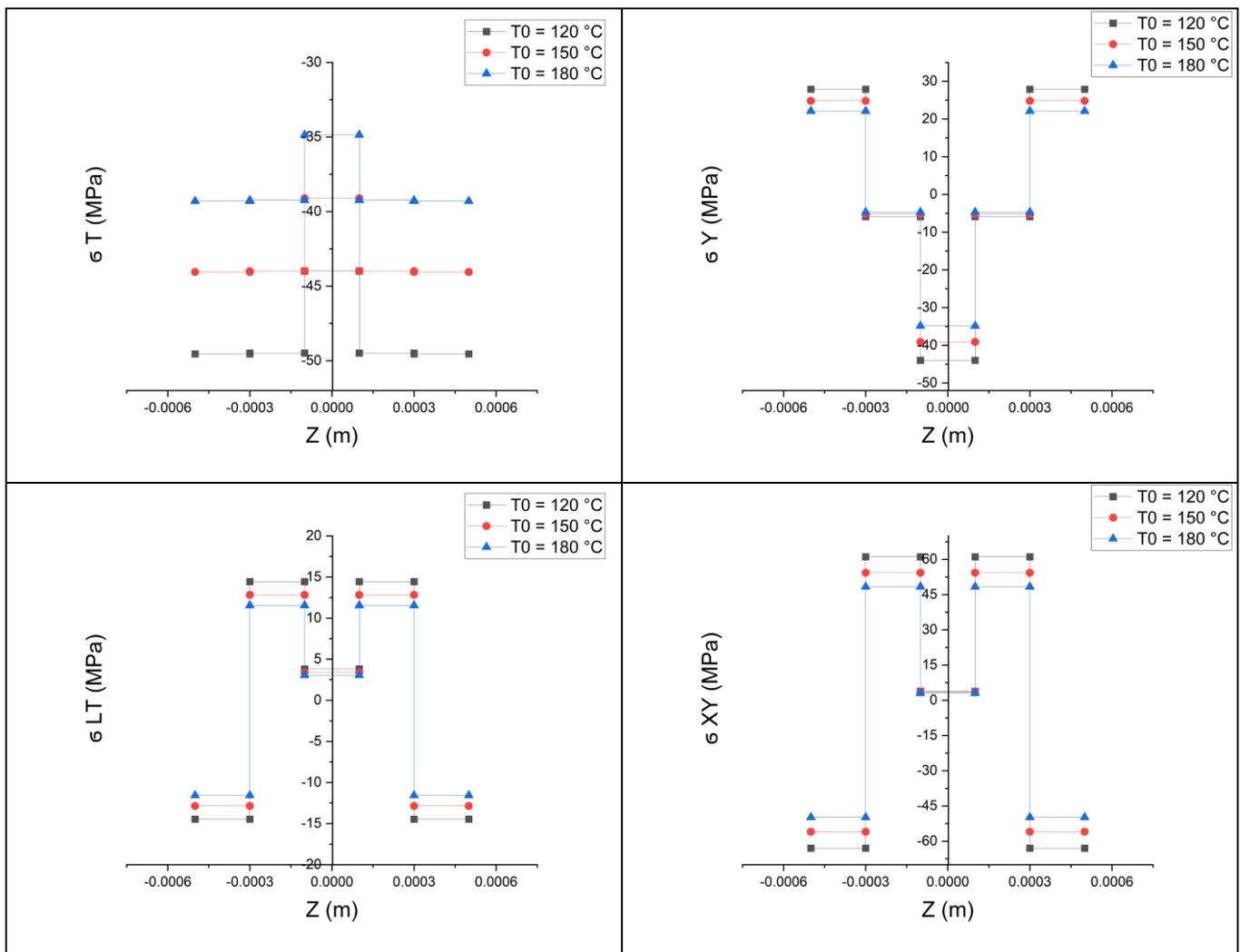


FIGURE III. 4. LES CONTRAINTES DANS LT ET XY, [T0=120°C, T0=150°C ET T0=180°C] AVEC CONTAMINATION D'HUMIDITE (-45°/30°/0°/30°/-45°).

✓ **Interprétation et commentaires :**

La différence entre la première simulation et celle-ci c'est qu'on faisant intervenir l'humidité relative (0.0135(HR=90%)). Cette dernière a un ordre de grandeur plus important par apport aux contrainte thermique d'où le comportement des dominé par les contraintes hygroscopiques.

III.4.1.C. SIMULATION 3.A : INFLUENCE DE L'HUMIDITE RELATIVE ($T_{opr}=20^{\circ}\text{C}$)

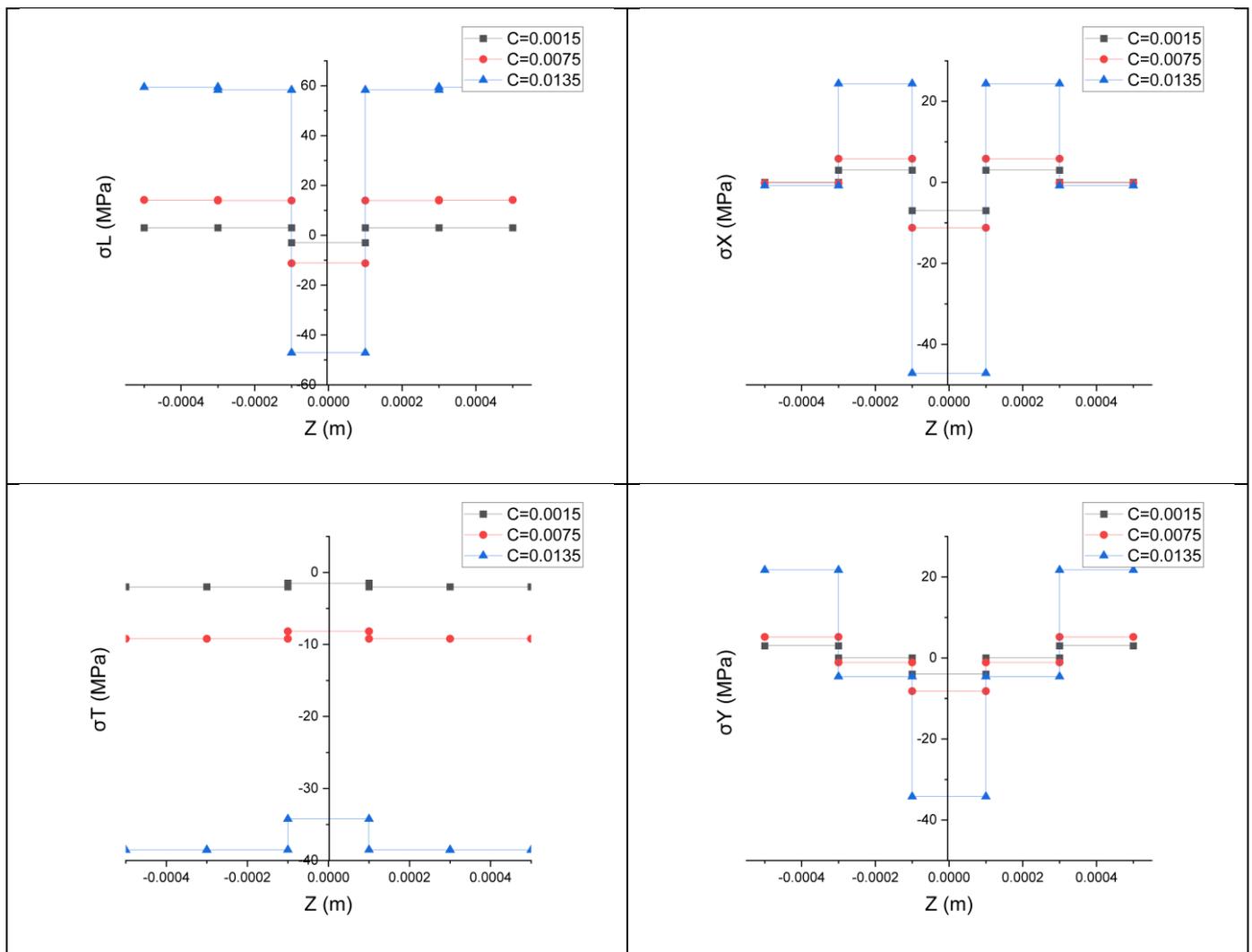
Dans cette simulation on va simuler l'influence de l'humidité relative C sur le comportement du stratifié contaminé par l'humidité :

TABLEAU III. 10. LES DONNEES DE SIMULATION 2.[23]

$T_{opr}(^{\circ}\text{C})$	$T_0(^{\circ}\text{C})$	$\alpha_L(10^{-6}k^{-1})$	$\alpha_T(10^{-6}k^{-1})$	C_0	β_L	β_T
20	180	0.02	22.5	0	0	0.6

La simulation concerne trois environnements en termes d'humidité relative [$C_1= 0.0015$ (HR=10%), $C_2= 0.0075$ (HR=50%), $C_3= 0.0135$ (HR=90%)].

✓ Résultats :



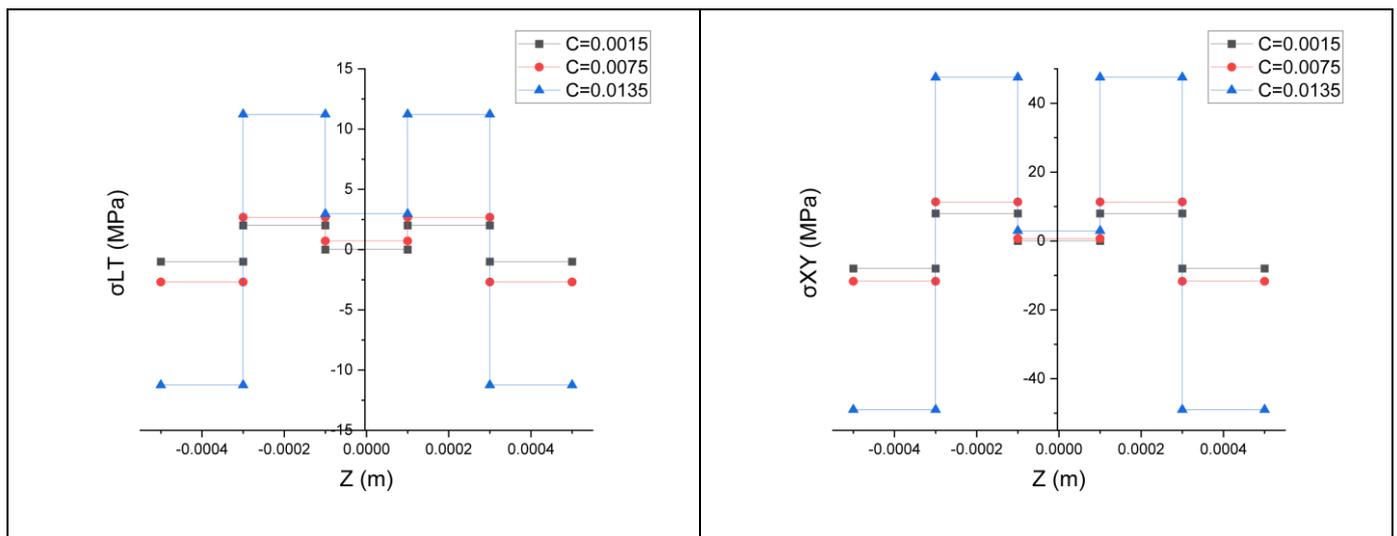


FIGURE III. 5.. LES CONTRAINTES DANS LT ET XY, [C1= 0.0015 (HR=10%), C2= 0.0075 (HR=50%), C3= 0.0135 (HR=90%)] AVEC CONTAMINATION D'HUMIDITE (-45°/30°/0°/30°/-45°).

✓ **Interprétation et commentaires :**

Dans cette section nous avons simulé le comportement d'un stratifié composite dans différents environnements en terme de taux d'humidité (HR =10%,50%,90%) avec une concentration initiale égale à zéro à l'intérieur du stratifié (non contaminé), chaque taux d'humidité génère une concentration max relative à cette dernière, les graphes montrent une forte influence d'humidité sur l'état de contrainte, les sollicitations sont généralement proportionnelles aux taux d'humidité, pour des conditions extrêmes d'humidité, les valeurs de contraintes sont distinguées par des valeurs extrêmes.

III.4.1.C. SIMULATION 3.B : INFLUENCE DE L'HUMIDITE RELATIVE (Topr=50°C)

Dans cette simulation on va simuler l'influence de l'humidité relative C sur le comportement du stratifié contaminé par l'humidité :

TABLEAU III. 11. LES DONNEES DE SIMULATION 2.[23]

$T_{opr}(^{\circ}C)$	$T0(^{\circ}C)$	$\alpha_L(10^{-6}k^{-1})$	$\alpha_T(10^{-6}k^{-1})$	C_0	β_L	β_T
50	180	0.02	22.5	0	0	0.6

La simulation concerne trois environnements en terme d'humidité relative [C1= 0.0015 (HR=10%), C2 = 0.0075 (HR=50%), C3= 0.0135 (HR=90%)].

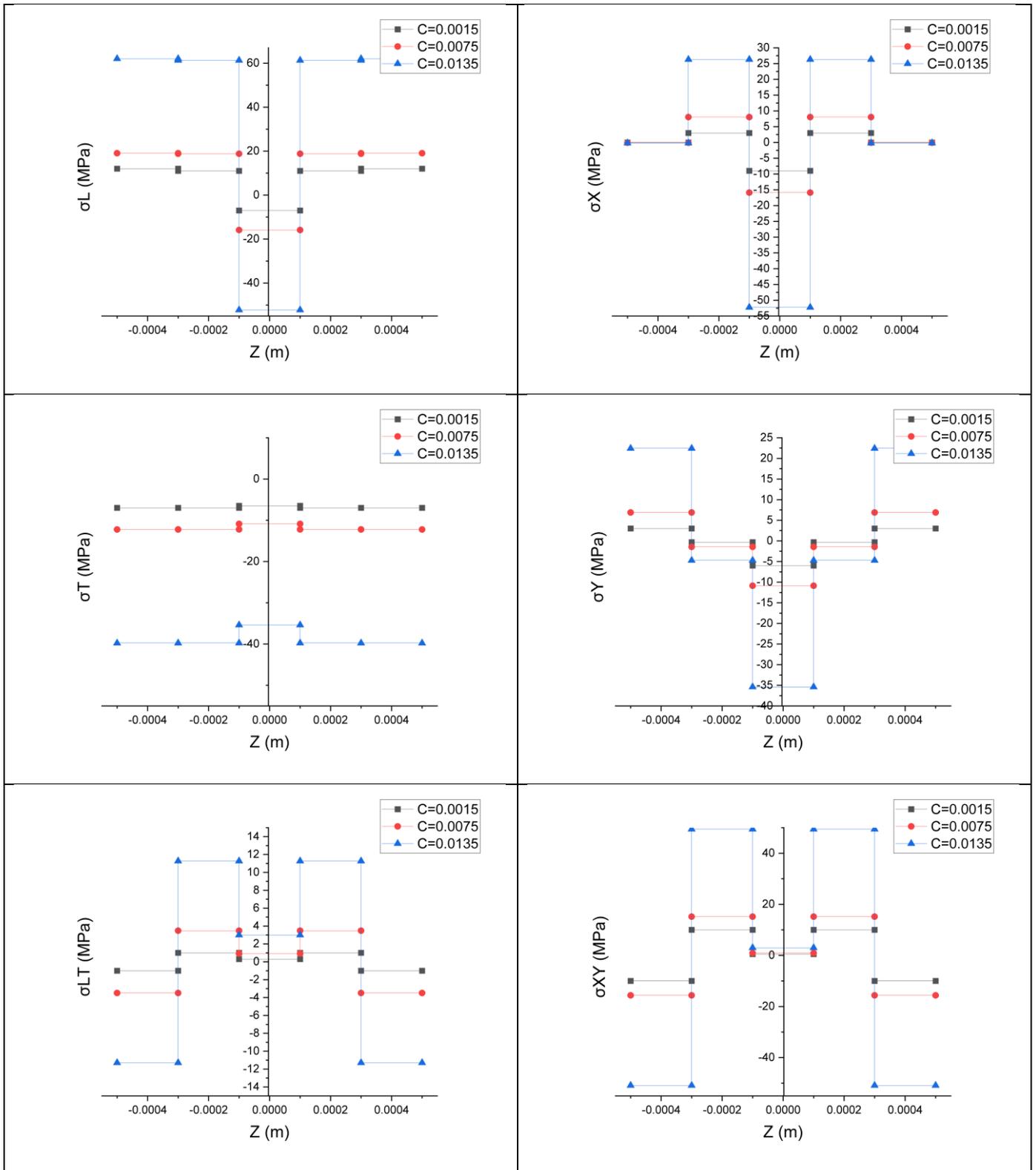


FIGURE III. 6. LES CONTRAINTES DANS LT ET XY, [C1= 0.0015 (HR=10%), C2= 0.0075 (HR=50%), C3= 0.0135 (HR=90%)] AVEC CONTAMINATION D'HUMIDITE (-45°/30°/0°/30°/45°).

✓ **Interprétation et commentaires :**

Dans cette section nous avons repris la simulation précédente en augmentant seulement la température opérationnelle qui passe de 20 à 50°, le Nouveau comportement est presque identique au précédent,

les contraintes hygroscopiques dominent les contraintes thermique et l'effet de la température n'est pas visible dans ce cas.

III.4.1.D. SIMULATION 4 : INFLUENCE DE L'HUMIDITE DE REFERENCE C0

Dans cette simulation on va simuler l'influence de l'humidité de référence C0 sur le comportement du stratifie contaminate par l'humidité :

TABLEAU III. 12. LES DONNEES DE SIMULATION 2.[23]

$T_{opr}(^{\circ}C)$	$T0(^{\circ}C)$	$\alpha_L(10^{-6}k^{-1})$	$\alpha_T(10^{-6}k^{-1})$	C	β_L	β_T
50	180	0.02	22.5	0.001(HR=6.7%)	0	0.6

La simulation concerne trois environnements en terme d'humidité relative [C0 = 0.0015(HR=10%), C0 = 0.0075(HR=50%), C0 = 0.0135(HR=90%)].

✓ **Résultats :**

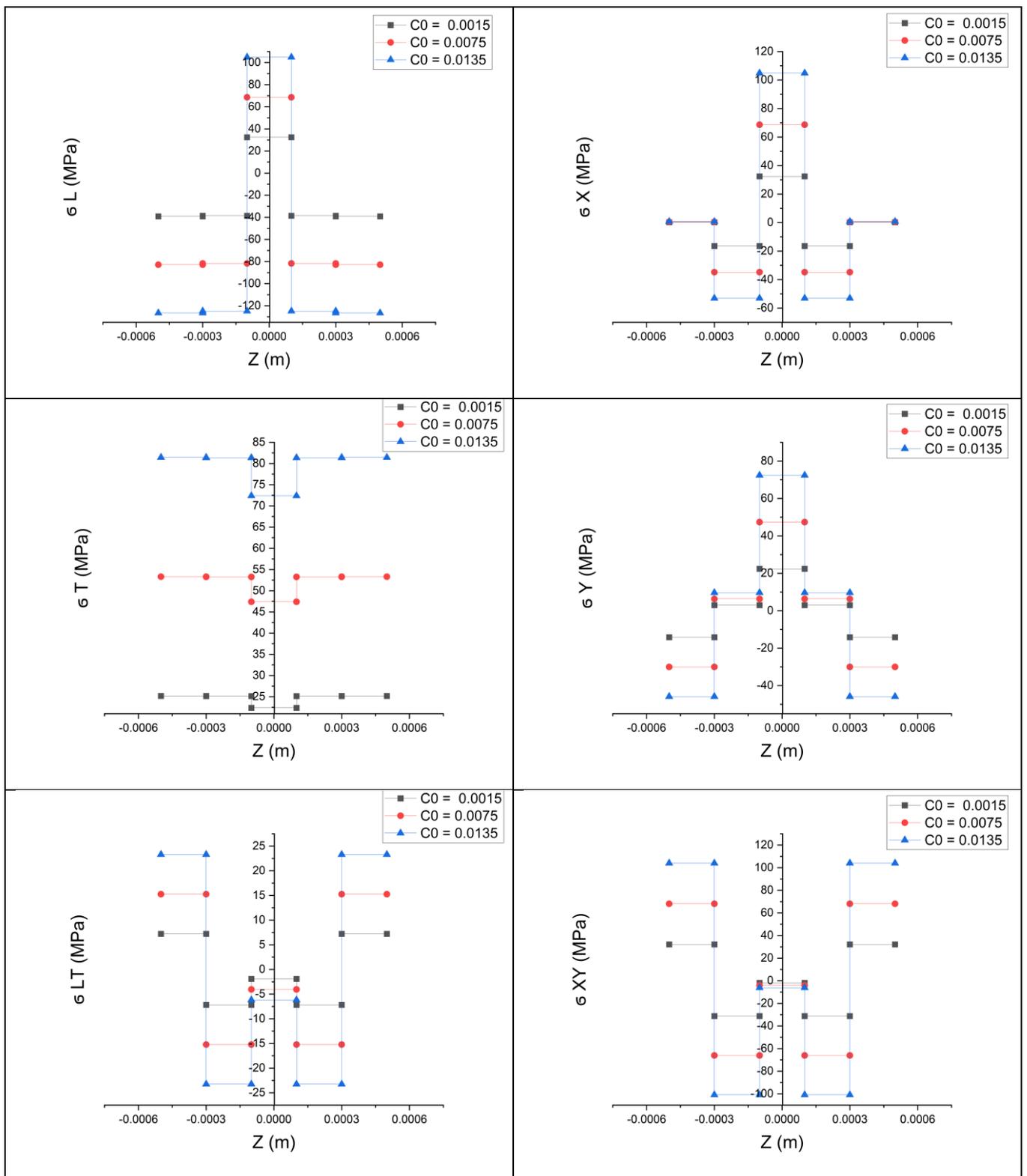


FIGURE III. 7.. LES CONTRAINTES DANS LT ET XY, [C0= 0.0015 (HR=10%), C0= 0.0075 (HR=50%), C0= 0.0135 (HR=90%)] AVEC CONTAMINATION D'HUMIDITE (- 45°/30°/0°/30°/-45°).

✓ **Interprétation et commentaires :**

Cette simulation traite l'influence de la concentration d'humidité initiale dans un environnement où l'humidité relative est de l'ordre de 7% ($C=0.001$) et une température de 50°C sur le comportement du stratifié composite, les graphes montrent une dépendance proportionnelle directe entre la concentration initiale et l'état de contrainte, donc un stratifié initialement contaminé va générer un état de contrainte plus important par rapport à un stratifié non contaminé. Pratiquement la source de la contamination initiale est liée directement à l'environnement dans lequel notre stratifié est fabriqué, d'où la nécessité des infrastructures ou salles spéciales dédiées à la phase de fabrication.

IV. CONCLUSION

Durant ce travail un programme sous Matlab a été développé, ce dernier nous a permis de simuler le vieillissement hygrothermique de stratifier composite et présenter le comportement de ce dernier en prenant en considération les effets d'humidité et température, Sollicités par des conditions environnementales variables en terme de température et humidité.

Les simulations faites traitent le cas des différentes combinaisons de la température et de l'humidité. Pour les différents cas, nous avons remarqué que l'allure des différentes contraintes est préservée seulement les valeurs des sollicitations changeantes.

Les résultats ont montré une très grande influence des paramètres de référence de fabrication (T_0 , C_0) sur les états des contraintes générés, donc une amélioration de ces derniers va contribuer significativement dans la réduction des contraintes dû à l'environnement.

La variable d'humidité relative (C) est le paramètre le plus influant dans le comportement de notre plaque.

Le vieillissement et dégradation hygrothermique engendrent des états de contraintes plus agressive suite à la chute des performances mécaniques causes par la température et l'humidité.

Dans ce travail le couplage réel existant entre température et concentration générés n'est pas pris en considération, le cas physique traité est celui d'une plaque avec une température uniforme à travers l'épaisseur (pas de phénomène de transfert de chaleur) et une concentration d'humidité uniforme le long de Z (Cas d'une plaque sature en absorption).

Il est très recommandé de prendre en considération le couplage température humidité dans les futures études de ce genre.

V. BIBLIOGRAPHIE :

- [1] F. Laurin, « docplayer, » 2016. [En ligne]. Available : <https://docplayer.fr/3898342-Introduction-generale-sur-les-materiaux-composites-frederic-laurin.html>. [Accès le June2019].
- [2] J.-M. Berthelot, Matériaux composites, Comportement mécanique et analyse des Structures, Paris Milan Barcelone Bonn : Institut universitaire de technologie. Université Du Maine. Le Mans et institut supérieur des matériaux du Mans, 1992.
- [3] D. Youcef, ETUDE DE LA RUPTURE EN MODE I D'OUVERTURE DES MATERIAUX COMPOSITES, UNIVERSITE MOHAMED KHIDER BISKRA, 2003-2004.
- [4] K. Rouam, Elaboration, caractérisation mécanique et hygrothermique, UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA - BOUMERDES : Faculté des sciences de l'ingénieur, 2013-2014.
- [5] Composites in the Aircraft Industry - Appropedia, the sustainability wikipedia <https://www.appropedia.org>.
- [6] A350 XWB Airframe Composite guide for firefighters : <https://www.bing.com/a350+1000+materiaux+composites+pdf> [En ligne].
- [7] Boeing 777X: Powered by 3D printing and composite materials - Aerospace Manufacturing (aeromag.com) Boeing 777X: Powered by 3D printing and composite materials
- [8] «appropedia,»[Enligne].Available: https://www.appropedia.org/Composites_in_the_Aircraft_Industry. [Accès le 07 2019].
- [9] Matériau composite à fibre de carbone et matrice époxy (T300 /5208) <https://www.bing.com+materiau+t300/5208+characteristics>
- [10] B. Boukert, PRISE EN COMPTE DU VIEILLISSEMENT HYGROTHERMIQUE DANS L'ANALYSE DU COMPORTEMENT DES COMPOSITES HYBRIDES, Institut d'aéronautique et des études spatiales-Blida.: Mémoire de Magister , juillet 2011.

- [11] Love A. E. H. 1888. "On the small free vibrations and deformations of elastic shells". Philosophical trans. of the Royal Society. London, 1888, Vol. A, (17), pp. 491–549.
- [12] Carrera, E. et Petrolo, M., « Guidelines and recommendations to construct theories for metallic and composite plates », (2010), 48(12).
- [13] D'Ottavio, M. et Carrera, E., «variable-kinematics approach for linearized buckling analysis of laminated plates and shells», AIAA journal, (2010), 48(9).
- [14] Thai, H.-T. et Kim, S.-E. (2010), "Free vibration of laminated composite plates using two variable refined plate theory", International Journal of Mechanical Sciences.
- [15] Thai, H.-T. et Kim, S.-E. (2011), "Levy-type solution for buckling analysis of orthotropic plates based on two variable refined plate theory", Composite Structures, 1738–1746.
- [16] B. A, « Matériaux composites cour, » chez M2 structure, 2022-2023.
- [17] BENKHEDDA . Amina ETUDE HYGROTHERMIQUE DES MATERIAUX COMPOSITES A MATRICE POLYMERE AVEC LA PRISE EN COMPTE DE L'EFFET DU VIEILLISSEMENT LORS DE LA DESORPTION EN TRANSITOIRE, Institut d'aéronautique et des études spatiale-Blida. THESE DE DOCTORAT, Blida, 1er Juillet 2008.
- [18] JN.Reddy, "Mechanics of laminated composite plates and shells theory and analysis, CRC Press, second edition 2004.
- [19] Contraintes résiduelles sur les composites https://www.sintechnology.com/fr/produits/mts3000-restan/contraintes-residuelles-sur-les-composites/#sub_menu1
- [20] S. W. Tsai, "Composites Design" Think Composites, Dayton, Paris, Tokyo, 1987.
- [21] <https://www.bing.com/search?pglt=41&q=MATLAB+dans+les+mat%C3%A9riaux+composites+pdf&cvid>
- [22] «MathPourTous,»[En ligne]. Available: <https://matlabpourtous.com/presentation/presentation-de-matlab/>. [Accès le 2019].
- [23] S. W. Tsai, "Composites Design" Think Composites, Dayton, Paris, Tokyo, 1987.

ANNEXE VERS LA TECHNOLOGIE DE L'ENTREPRISE



**COMPOSITE
SOLUTIONS**



MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
Université Blida 1



Institut d'Aéronautique et des Etudes
Spatiales IAES

Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme « une startup » / un diplôme
« un brevet » dans le cadre de l'arrête ministériel N° 1275

Domaine : Sciences et Technologies

Département : Construction

Spécialité : Structure

Intitulé du Projet :

Structuration et planification du projet de :

**«LA FABRICATION DE PETITE PIECE EN COMPOSITE AU NIVEAU
LOCAL »**

Projet de **Startup** présenté dans le cadre de l'arrête ministériel "1275", assurée par
Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales. IAES

Devant le jury composé de :

Membres des jurys	Nom et prénom	Grade	Etablissement	Signature
Président		Professuer		
Encadreur	BOUKERT Billel	MCB	IAES	
Co-encadreur	KHOJET Kesba Mohamed	MCA	IAES	
Examineur		MCB		
Représentant incubateur/ Maison de l'entrepreneuriat		Directeur		
Représentant du partenaire économique		Directeur		
Responsable du Centre d'Appui à la Technologie et à l'Innovation		Directeur		

Année académique: 2022/2023



Carte d'information

A propose de l'équipe du projet du groupe de travail

Equipe du projet du Groupe principale (a titre indicatif)	SPECIALITE	FACULTE	ETABLISMENT
Etudiant 01	Structure	aeronautic	Saad dahleb blida 1 University
Etudiant 02	Structure	aeronautic	Saad dahleb blida 1 University

Business Model Canvas - BMC

Porteurs de projet:

- 1-LAOUAR Hamza
- 2- ZAOUI Cheikh

Promoteurs :

- P- BOUKERT Billel
- CO-P- KHOJET Kesba Mohamed

Code de projet :

05_15_3391

Projet Startup: LA FABRICATION DE PETITE PIECE EN COMPOSITE AU NIVEAU LOCAL

Partenaires clés:	Activités Clés:	Propositions de Valeur:	Relation Client:	Clients:
<ul style="list-style-type: none"> -Laboratoires, l'instituts de recherches et les universités. -Fournisseurs de matériaux et d'équipements composites. -Distributeurs de matériaux composites. -Fabricants de matériaux composites. 	<ul style="list-style-type: none"> -Fabrication et maintenance des composites -Recherche et développement. -Analyse et investigation composite. -Conception et optimisation. -Formation et support technique. 	<ul style="list-style-type: none"> -Réduction des coûts. -Expertise approfondie en transfert thermique -résolution de problèmes complexes, solutions personnalisées. - support technique. 	<ul style="list-style-type: none"> Support technique et conseil. -Formation et ateliers. -Relation étroite. - collaboration. -confidentialité et sécurité des projets. 	<ul style="list-style-type: none"> -Utilisateurs militaires. -Fabricants des vélos, motos et voitures. -Les entreprises de maintenance trains. -Fabricants des bateaux
	<p>Ressources clés:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Équipe d'experts et d'ingénieurs spécialisés - outils de modélisation et de simulation avancés. -Equipements de laboratoire spécialisé. -logiciels de pointe. <p>Brevets et propriété intellectuelle.</p>			

Coûts :	Revenus :
Salaires de l'équipe et charges sociales -Coûts de recherche et développement -Coûts d'équipements et de logiciels -Frais de marketing et de communication. -Frais de déplacement et de participation à des événements. -maintenance du laboratoire spécialisé.	Vente des pièces, solutions d'analyse et d'investigation composites. -Prestations de conseil et d'expertise. -Formation spécialisés et utilisation du laboratoire spécialisé -Licences d'utilisation de logiciels et de modèles -Contrats de recherche et développement.

البطاقة التقنية للمشروع

La fiche technique de projet

Carte d'information	
LAOUAR Hamza	الاسم و اللقب Your first and last Name Votre prénom et nom
ZAOUI Cheikh	
LA FABRICATION DE PETITE PIECE EN COMPOSITE AU NIVEAU LOCAL	الاسم التجاري للمشروع Intitulé de votre projet Title of your Project
/	الصفة القانونية للمشروع Votre statut juridique Your legal status
0659473398	رقم الهاتف Votre numéro de téléphone Your phone number
0663130412	

Ahamzadnv18002@hotmail.com	البريد الإلكتروني Votre adresse e-mail Your email address
zaouicheikh001za@gmail.com	
BLIDA – ouled yaich	مقر مزاولة النشاط (الولاية- البلدية) Votre ville ou commune d'activité Your city or municipality of activity

طبيعة المشروع (طبيعة الابتكار)

La nature de projet

المنتج ذو طابع إنتاجي وخدماتي
Vente de marchandises et de services

القيمة المقترحة أو العرض المقدم

La proposition de valeur ou l'offre fait

50 000 \$

7 000 000 DA

تحديد المشكل الذي يواجهه الزبون

Déterminer le problème rencontré par le client

Améliorer et augmenter la qualité des matériaux composites	ما هي المشكلة التي تريد حلها؟
Faible qualité et l'importation	ما هي البيانات المتوفرة لديك التي تدل على وجود المشكلة المحددة؟
Améliorer à la fois les prix et les performances des composites	ماهي أهداف مشروعك و/أو نتائجه المتوقعة؟

Notre projet nous a permis :

1. SERVICES FOURNIS :

1.1 Fabrication et maintenance

Notre startup propose un service en deux plans :

2.1.1. Plan à court terme :

Notre Idée ici est de lancer une petite unité de fabrication des pièces secondaires en composites, ces dernières peuvent être destinées à l'industrie de : Vélos, motocycle, voiture, meubles (Wood epoxy art) , les petits bateaux.

2.1.2. Plan à long terme :

Pour l'avenir, nous espérons à élargir la ligne de production qui comprend des pièces structurelles pour les trains et pourquoi pas des avions. Il faut souligner que la fabrication des pièces destinées au domaine aéronautique exige un grand investissement, les infrastructures doivent être certifiées, la main d'œuvre doit être très qualifiée. Donc notre idée va permettre d'acquérir une expérience considérable par rapport aux techniques de fabrication, et un retour d'expérience énorme va être acquis.

2.3. Suivi et amélioration après-vente

Suivre nos produits après le processus de vente pour identifier les faiblesses et travailler sur le développement de produits et l'amélioration de la qualité.

3. Les exigences matérielles pour la fabrication de composites

- Équipement de fabrication : Cela inclut divers types de machines et d'équipements spécifiques aux processus de fabrication de composites. Voici quelques exemples :

- Équipement de découpe et de finition : Des outils tels que des scies, des fraiseuses ou des découpeuses laser sont utilisés pour découper les matériaux composites selon la forme et la taille désirées.

- Équipement de moulage et de formage : Des machines telles que des presses, des moules ou des systèmes à vessie sont utilisées pour façonner et former les structures composites.

- Équipement de chauffage et de durcissement : Des dispositifs tels que des fours, des autoclaves ou des chauffages infrarouges sont utilisés pour appliquer la chaleur et la pression nécessaires pour durcir les composants composites.

- Équipement de stratification de composites : Des outils tels que des rouleaux, des pinceaux ou des systèmes de mise sous vide sont utilisés pour appliquer la résine, les fibres et consolider les laminés composites pendant les processus de stratification.
- Équipement de préparation de surface : Des équipements de traitement de surface tels que des ponceuses, des meuleuses ou des machines de grenailage sont utilisés pour préparer les surfaces composites en vue d'un collage ou d'une finition.
- Équipement de test environnemental : Des appareils de test pour évaluer les performances des composites dans des conditions environnementales spécifiques, tels que des chambres de température, des chambres d'humidité

4. VALEUR AJOUTÉE

D'étudier et se familiariser avec les Techniques de fabrication de composite. Importance et Influence des conditions de fonctionnement et fabrication.

5. PUBLIC CIBLE

- Utilisateurs militaires.
- Fabricants des vélos, motos et voitures.
- Les entreprises de maintenance trains.
- Fabricants des bateaux

6. FINANCEMENT :

Le coût total des équipements nécessaires à la fabrication de composites dans un petit atelier de fabrication peut varier considérablement en fonction de plusieurs facteurs, tels que les équipements spécifiques requis, l'échelle de production, la qualité et la marque choisies. Il est difficile de donner un coût total exact sans connaître les détails spécifiques de vos besoins. Cependant, je peux vous fournir une estimation approximative de la fourchette de coûts totaux en fonction des exigences matérielles mentionnées précédemment :

- Équipement de découpe et de finition : 100 \$ - 1 000 \$
- Équipement de moulage et de formage : 1 000 \$ - 10 000 \$
- Équipement de chauffage et de durcissement : 5 000 \$ - 20 000 \$
- Équipement de stratification de composites : 100 \$ - 1 000 \$
- Équipement de mesure et de test : 50 \$ - 500 \$
- Équipement de sécurité : 10 \$ - 100 \$

