

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
Ministère de L'Enseignement Supérieur  
et de La Recherche Scientifique

**UNIVERSITE DE BLIDA  
INSTITUT D'AERONAUTIQUE.**

*Projet de Fin d'Etude en Vue de l'Obtention du Diplôme  
d'Ingénieur d'Etat en Aéronautique*

Option : **Installation**



**Maintient du Glide d'un Avion  
de type Baever en Utilisant  
Commande Prédictive (MPC)**

Présenté par :  
DJEDDI Badreddine

Dirigé Par :  
M<sup>elle</sup>:DOUDOU Faïza

Promotion 2002

## REMERCIEMENTS

*JE TIENS D'abord remercier Dieu Puissant Nous avoir  
donné  
la force de Mener à bien ce travail.*

*Je tenir à remercier notre promotrice pour ses  
orientations et conseils précieux .*

*je remercier également l'honorable jury devant lequel nous  
avons le privilège d'exposer mon travail*

*je remercier finalement toute personne ayant participé de près  
ou de loin à la réalisation de ce travail..*

## DIDICACES

*Je dédie ce mémoire*

*A mes parent qui m'ont toujours  
soutenus et encourages.*

*A mes frères et sœurs.*

*A ma famille.*

*A mes amis Rida, Omar et a tous les autres  
dans la Présence m'apporte beaucoup*

# SOMMAIRE

## INTRODUCTION

### - CHAPITRE 1 : Introduction aux instruments de radionavigation

I) INTRODUCTION .....	1
II) HIS (horizontal situation indicator).....	1
II-1) présentation .....	1
II-2) description .....	1
III) ILS (instrument landing system) .....	3
III-1) élément consistant .....	3
III-2) matérialisation de l'axe de piste (localizer).....	3
- III-2-1) portée des signaux .....	6
- III-2-2) visualisation de localizer sur le HSI.....	7
III-3) matérialisation de la trajectoire de descente (glide).....	9
- III-3-1) visualisation de glide sur le HSI.....	10
III-4) localisation en distance (Marker).....	13
- III-4-1) radiobalise extérieure.....	13
- III-4-2) radiobalise intermédiaire.....	13
- III-4-3) radiobalise intermédiaire.....	13
IV Conclusion.....	15

### - CHAPITRE II : pilotage et atterrissage automatique

- I) introduction .....	15
- II) composition de pilote automatique.....	15
- III) les modes de pilote automatique.....	16
- III-1) mode de profondeur.....	16

- III-2) mode gauchissement.....	16
- III-3)- mode communs.....	16
-IV-) pilotage automatique longitudinal.....	17
- IV-1) mode de base.....	17
- IV-2) mode de maintien d'assiette longitudinal.....	17
- IV- 3) mode de maintien de vitesse.....	18
- IV-4) mode prise et maintien d'altitude.....	19
- V) loi de guidage.....	20
- VI) l'atterrissage automatique.....	21
- VI-1) la hauteur de descente (decision height).....	21
- VI-2) la porté visuelle de piste.....	21
- VI-3) la hauteur d'alerte.....	23
-VII) principe de guidage pour l'atterrissage automatique.....	23
-VII-1) les phase d'approche de l'atterrissage automatique.....	23
- VII-2) loi de maintien de faisceau glide.....	26
- VII) conclusion.....	28
- Chapitre III)-model mathématicien.....	29
- I-I) <i>Introduction</i> .....	29
- I-II) <i>bypo these de travail</i> .....	29
- I-III) <i>systems d'axes</i> .....	30
- I-IV) <i>l'orientation de l'avion</i> .....	33
- I-V ) <i>composantes des forces intervenantes dans les équation de mouvement</i> .....	36
V-I) <i>notion de vol stationnaire</i> .....	36
V-II) <i>composantes des forces de gravite</i> .....	36
V-III) <i>composantes des forces aérodynamiques</i> .....	37
V-IV) <i>développement des équations de mouvement suivant un système d'axes fixe</i> .....	41
V-V) <i>linearisation des équation de mouvement</i>	
V-VI) <i>équation longitudinales</i> .....	47
VI-VII) <i>représentation des équations sous forme d'état</i> .....	47
VI-)- <i>étude en boucle ouverte</i> .....	48
VI-1) <i>le mode short – période</i> .....	49
VI-2)- <i>le mode PHUGUÏDE</i> .....	49
VII)- <i>simulation en boucles ouvert</i> .....	50
VIII)- <i>but et description du contrôle longitudinal</i> .....	53

- CAPITRE II : la commande prédictive MPC.....	54
- 1-1)-L' aptation .....	54
- 1-2 )-contrôle adaptatif.....	54
IV-2) commande MPC « model prédictive control ».....	54
IV-3) model prédictive control sans contraintes.....	54
IV-4) modelé du contrôleur prédictive avec contraintes .....	58
IV-5) choix des horizons du contrôleur.....	58
IV-6) système en boucle fermée.....	60
IV-7) présentation des différentes simulations.....	60
IV-7) interprétation des résultats.....	66
IV-9) conclusion.....	67
V) conclusion général	

## ***Introduction générale.***

*Le domaine de l'aviation civile a subi au cours de ce dernier millénaire un grand développement dans tous les domaines de structure, propulsion, et surtout dans le domaine de l'avionique. Car il a pu passer du pilotage manuel au pilotage automatique tout en libérant le pilote, pour réaliser des tâches qui ont été très difficiles à réaliser. Alors que l'introduction de plusieurs techniques basées sur le calcul et la commande numérique ont permis de faciliter le pilotage de l'avion même dans les conditions les plus délicates, comme en effectuant un atterrissage dans des mauvaises conditions de visibilité.*

*Pour cela, on a choisi ce sujet comme étude de notre projet de fin d'études, qui est représenté comme ce suit :*

- *Le premier chapitre cite l'instrument de radionavigation seront utiles dans notre étude.*
- *Le second chapitre énonce les principes du pilotage et d'atterrissage automatique, qui seront la base de notre réalisation.*
- *Le dernier chapitre sera principalement réservé à l'interprétation des résultats de la simulation.*
- *A la fin nous terminerons par une conclusion générale.*

**COMPTON**

INTRODUCTION SUR L'INSTRUMENT  
RADIO NAVIGATION



## **I)-INTRODUCTION :**

Dans ce chapitre, nous commencerons à donner quelque notion sur les instruments de radio navigation, qui permet de l'aide le pilote automatique à commander l'avion si elle veut l'atterrissage suivant un plan longitudinal.

## **II)- le HSI (horizontal situation indicator) :**

### **II-1)-Présentation :**

Le HSI est parfois appelé le PNI (Pictorial Navigation Indicator), il fait partie de la même famille des instruments intégrés. En effet la tendance actuelle est de rassembler un maximum d'informations sur un même instrument. La conduite du vol est ainsi facilitée car d'un seul regard le pilote connaît tous les paramètres de sa navigation. Le HSI fournit au pilote les informations suivantes :

- CAP magnétique.
- Indication LOC et VOR.
- Distance DME par rapport au NAV1 ou NAV2.
- Vitesse sol.
- Dérive.

### **II-2)-Description :**

Tous les éléments accessibles au pilote sont indiqués sur un HSI plus sophistiqué :

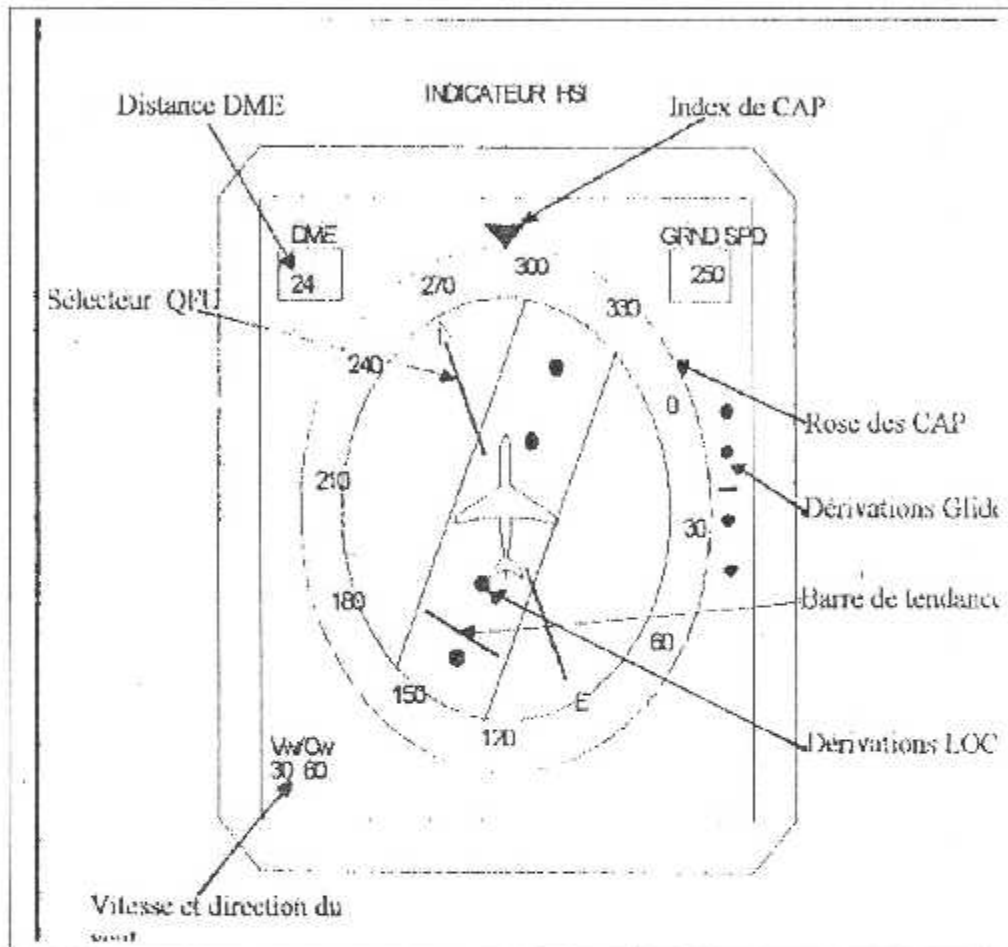


Figure I-1) : constitution de l'HSI

## **I-)Définition**

L'ILS est un système d'atterrissage sans visibilité il a été mis en œuvre en 1947 après homologation par l'OACI.

Ce système est matérialise dans l'espace :

- l'axe de la piste
- la trajectoire normal de descente
- la distance par rapport a l'entrée de la piste

il fonctionne dans la gamme VHF et U.H.F. En utilisent trois dispositif distincts

- Le localizer.
- Le Glide-Path.
- Les radiobalises.

## **II-)Elément constitutifs**

### **II-1) Matérialisation de l'axe de piste :(Localizer)**

il s'effectue à l'aide d'un émetteur s'appelle LOCALIZER. C'est un émetteur à ondes entretenues pures ,qui travaille dans la gamme 108 à 112Mhz ,avec 7 antennes implantées perpendiculairement à l'axe de piste à 300 m de l'entrée ,et de côté opposé au sens d'atterrissage.(figureI-2)

il y a trois antennes latérales qui émettent avec une modulation de 150Hz.

Les trois autres antennes opposées émettent avec une modulation 90 Hz.

Les diagrammes suivants aux émissions modules l'une à 150Hz

L'autre à 90 Hz se superposent dans l'axe de la piste .

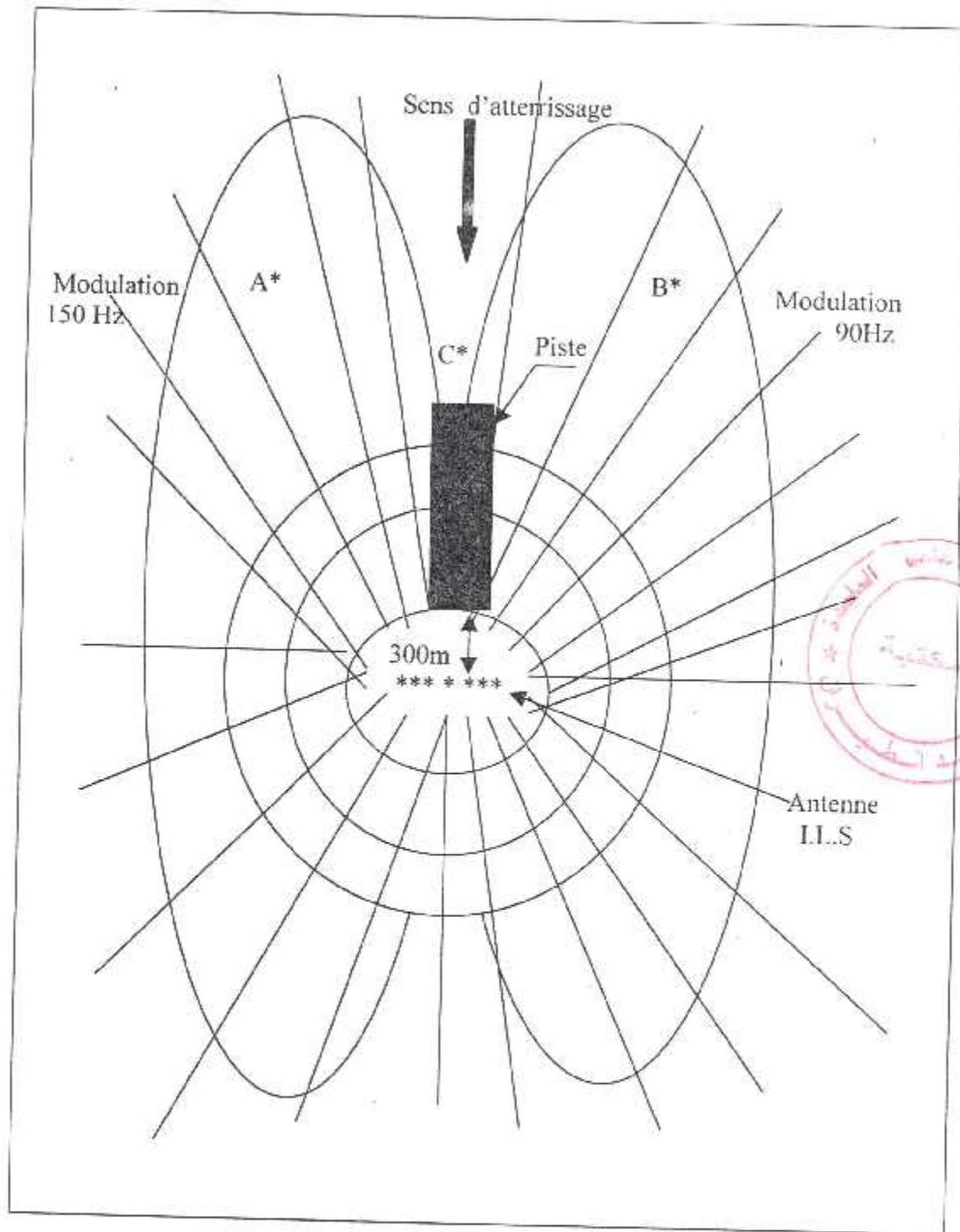


Fig I- 2)- diagramme de rayonnement en azimuth du localizer

Si l'avion est situé au point A, il recevra la modulation 150 Hz, avec une valeur plus élevée que celle du 90 Hz.

Mais si l'avion est situé au point B, il recevra la modulation 90 Hz, avec une amplitude plus forte que celle du 150 Hz.

Et si l'avion est au point C (dans l'axe de piste) il recevra les deux modulations avec des amplitudes égales.

Le pilote reçoit les informations avec un équipement de bord approprié mettant en évidence l'amplitude des modulations reçues qui matérialisera donc la position de l'avion par rapport à l'axe de la piste.

Cet équipement est un indicateur droite-gauche ou indicateur de Déviation et comportera une aiguille verticale qui peut se déplacer de droite à gauche (fig-I-3).

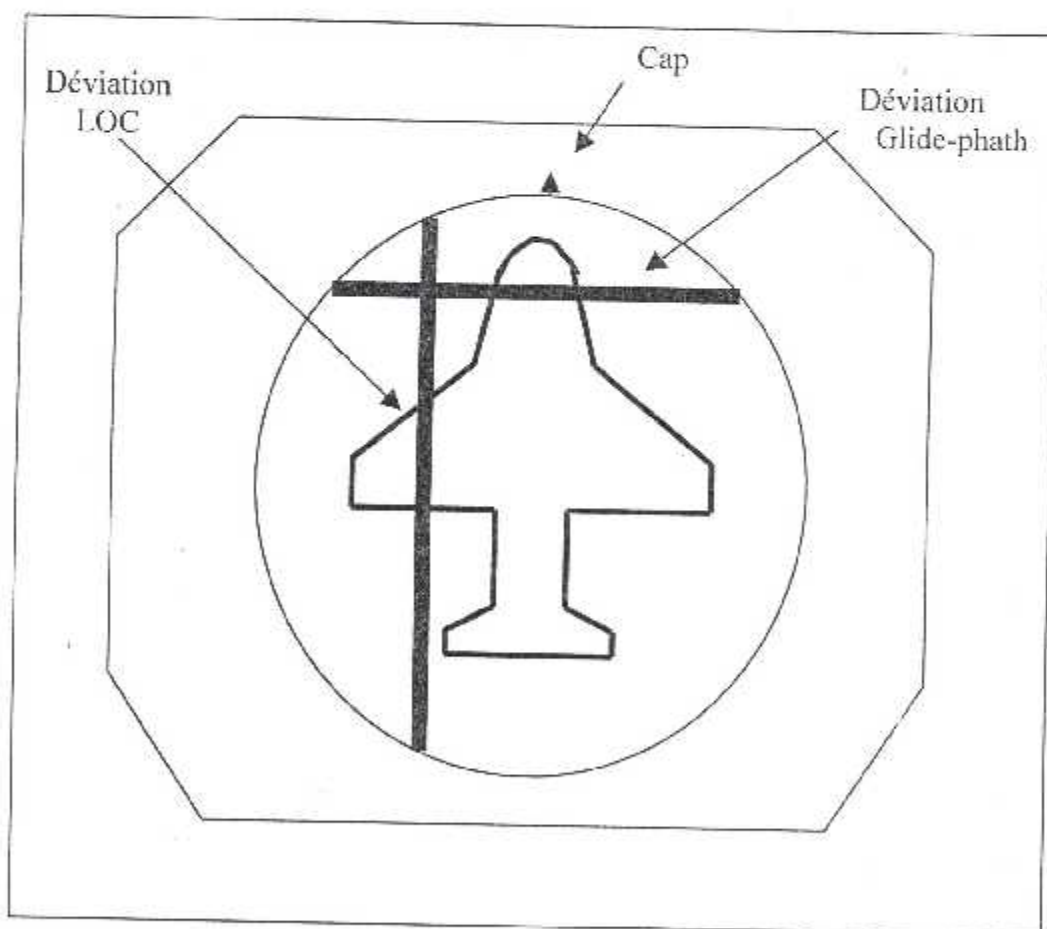


Fig-I-3)- indicateur de déviation

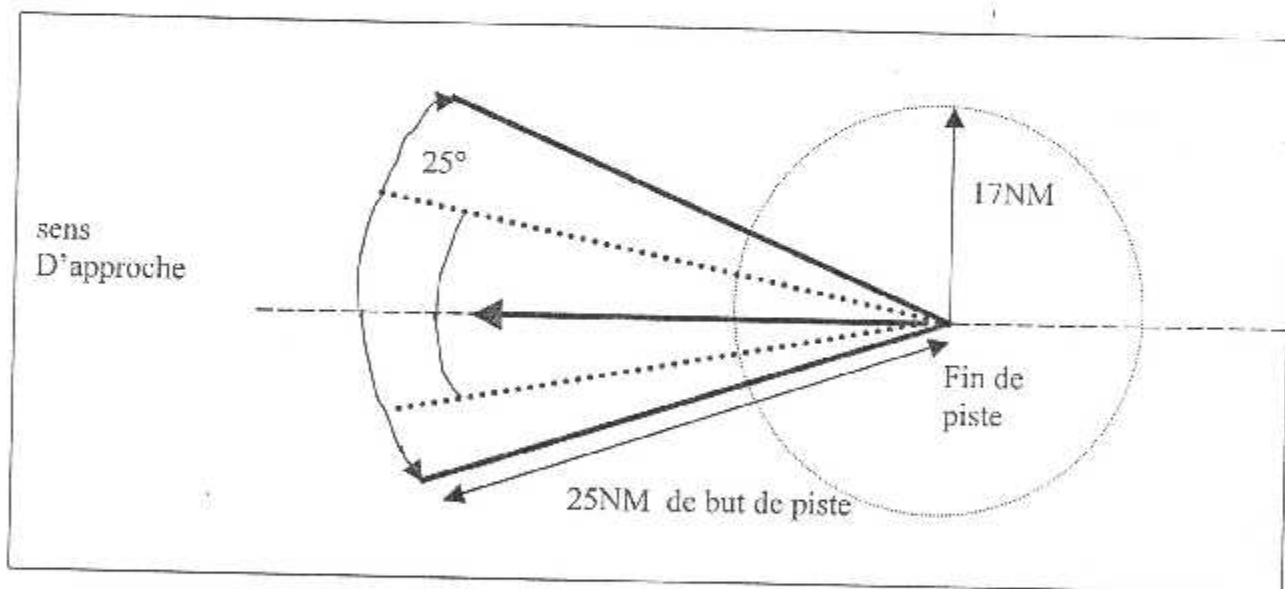
L'aiguille indique toujours l'emplacement de l'axe par rapport à l'avion, ce qui aide le pilote à rejoindre cet axe .

Dans le cas de la (fig I- 3) l'aiguille est à gauche c'est à dire l'axe se trouve donc à gauche, le pilote doit effectuer un virage à droite pour retrouver l'axe, c'est le cas de l'avion A, sur la (fig I-2 )

Le faisceau de guidage a une ouverture de  $5^\circ$  à partir de l'antenne centrale de l'ILS.

### II-2)-Portée des signaux localiser :

D'après les recommandations de L'OACI, la portée du localiser doit être moins de 25NM en direction de l'approche et sur une largeur de  $10^\circ$  de chaque coté de l'axe de la piste . Dans toutes les autres directions , le rayon d'action doit atteindre les 17 NM , et l'émetteur utilisé pour cela atteint une puissance de 50 à 150 watts.



**FigureI-3)-Rayon d'action de l'émetteur localiser**

Les installations nouvelles couvrent en plus de secteur de  $20^\circ$ , dans la direction de l'approche, seulement  $25^\circ$  de chaque coté, et sur une distance de 17 NM. En dehors de cette zone, il n'y a pas d'indication. Pour les installations de ce genre, la largeur de l'espace aérien dans lequel l'information du localiser est utilisable est de  $25^\circ$ . L'émission à l'opposé du faisceau d'approche, (localiser front Beam) s'appelle faisceau arrière (localiser Back Beam). suivant le système d'antenne, le faisceau arrière peut être complètement supprimer.

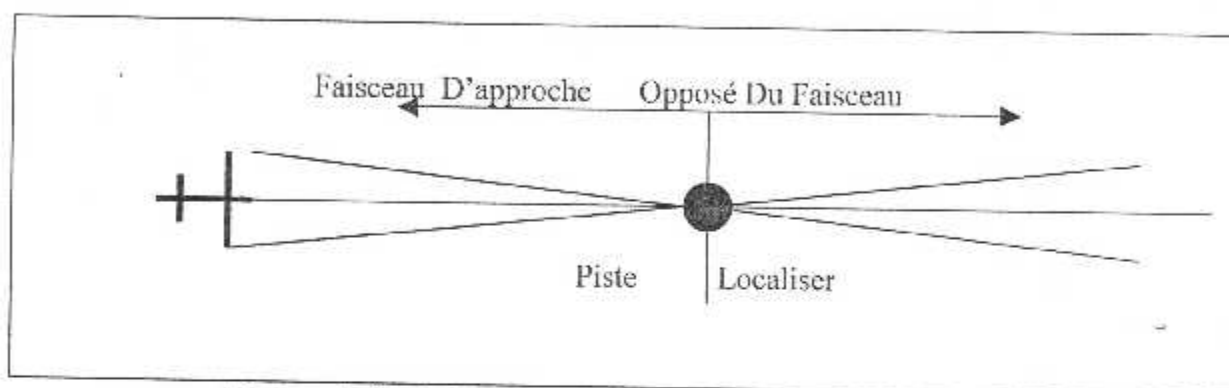


Figure I-4)- faisceau avant et arrière d'une station LOC

### II-3) Visualisation des indications LOC sur le HSI :

La figure (I-5) suivante illustre une visualisation au pilote pour établir son point de vue des différentes positions qu'indique l'instrument, c'est-à-dire que ce passe t'il quand l'avion se rapproche vers l'axe de piste ? Pour simplifier les explication, l'indicateur est inversé du coté gauche pour l'indication du glide. Par exemple si l'avion est sur le coté gauche de l'axe de piste, la barre de déviation sera sur le coté droit de l'indicateur, indiquant au pilote que la piste est sur la droite au lieu quelle soit à gauche, alors le pilote fait pivoter l'aile droite en position basés pour guider l'avion vers la position désirée. Tous les calculs sont basée sur ( $4^\circ$ ) pour le localiser et  $2^{\circ(7/8)}$  pour le glide. La barre de déviation ne commence a dévier seulement si l'avion est dans le secteur linéaire du guidage, dans ce secteur la puissance rayonnée par la station localiser est suffisamment utile pour produire une tension de 150mv capable de faire bouger la barre de déviation, et en dehors du secteur linéaire l'indicateur ne peut pas donner des indication proportionnelles à l'écart angulaire, alors les informations dans ce secteur ne sont pas sûre. Pour remédier a ce problème le pilote effectue la phase de recherche du CAP d'interception, une fois cette phase est terminé il maintient son CAP jusqu'à ce qu'il pénètre dans le secteur linéaire. Quand la barre de déviation est sur le

zéro le pilote passe automatiquement sur la phase recherche et maintien de la pente d'atterrissage.

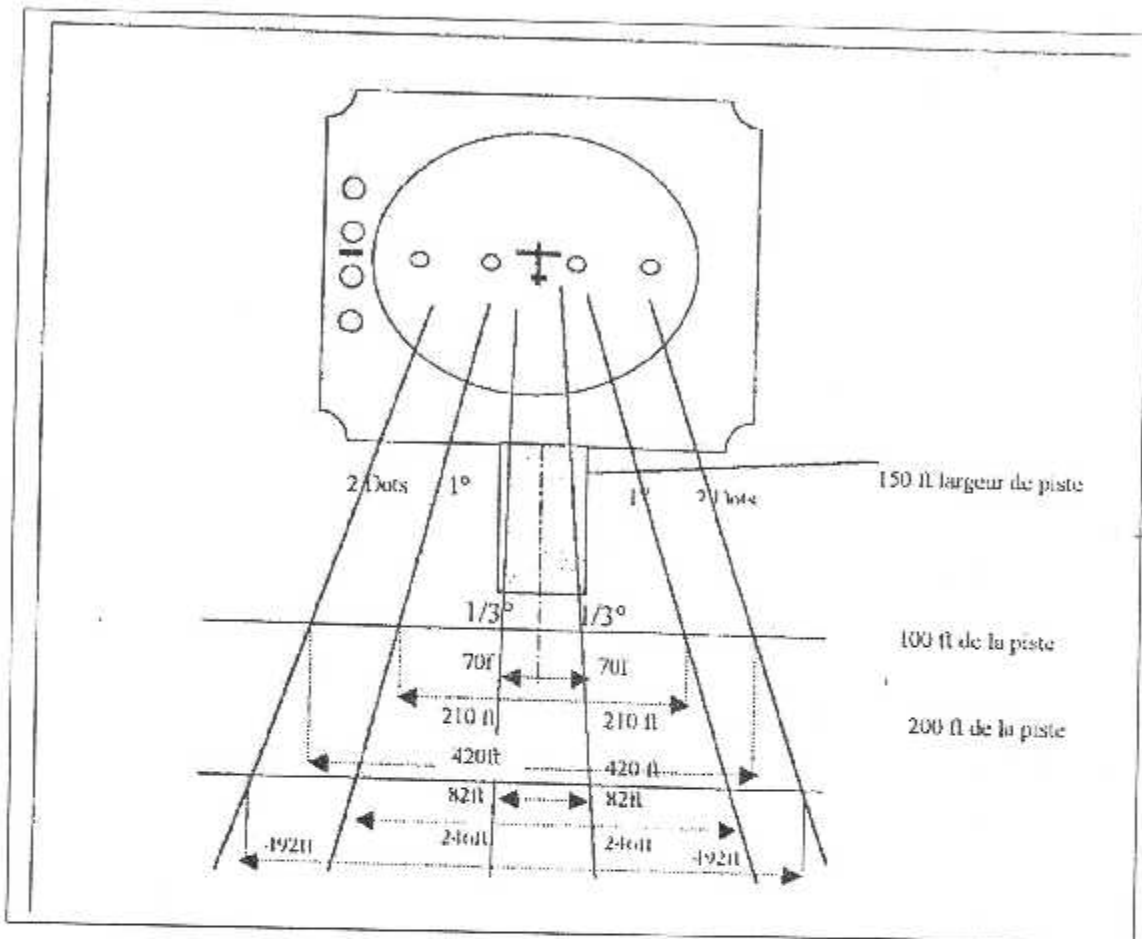


Figure I-5)- Différentes indications sur HSI selon la position de l'avion par rapport au localiser.



### III)-Matérialisation de la trajectoire de descente :

L'émetteur utilisé s'appelle ( Glide-Path ). Le principe de la double modulation (150 et 90 Hz) a également été retenu quant au guidage de descente agissant sur le plan vertical.

L'émetteur travaille dans la bande de 328,6MHz à 335,5MHz, et alimente deux antennes à polarisation horizontale superposées (fig 3).

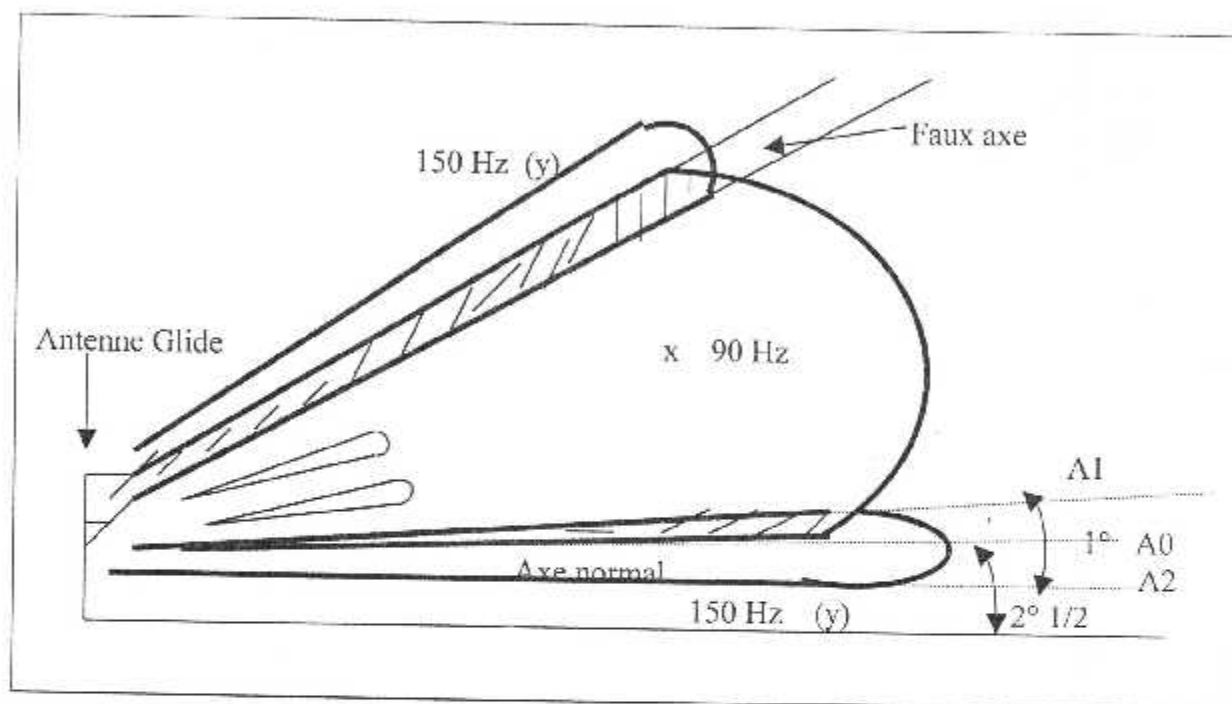


fig-I- 6 ) - diagramme de rayonnement des antennes glide

L'antenne inférieure située à 1m30 du sol définit un diagramme (X) sous forme d'un seul lobe dont l'ouverture sur le plan vertical est de l'ordre de 20°.

L'antenne située au dessus à une hauteur 'h' (6.5m) au-dessus du sol provoque grâce à la conjonction du rayonnement direct et du rayonnement réfléchi par le sol un diagramme (y) composé d'un certain nombre de lobes de renforcement correspondant aux directions sur lesquelles les rayons directs réfléchis sont reçus en phase.

normale de descente. Cet angle de 2° 1/2 peut d'ailleurs être augmenté sur certains aérodromes, en fonction des obstacles situés dans l'axe de la piste.

La hauteur de l'antenne supérieure au-dessus du sol est telle que le lobe inférieur recoupe le diagramme(x) de l'antenne ( $\Lambda 1$ ) et donne un axe minimale de  $2^\circ \frac{1}{2}$  à la base des antennes définissant ainsi la trajectoire

normale de descente. Cet angle de  $2^\circ \frac{1}{2}$  peut d'ailleurs être augmenté sur certains aérodromes, en fonction des obstacles situés dans l'axe de la piste.

Un avion situé en  $A1$  au-dessus de la trajectoire recevra les modulations suivant des amplitudes différentes : signal 90 Hz > signal 150 Hz

Inversement un avion  $A2$  recevra : signal 90 Hz > signal 150 Hz

Un avion situé en  $A0$  recevra les signaux 90 Hz et 150 Hz avec une même amplitude.

Par une comparaison de ces amplitudes l'appareillage de bord situera l'avion par rapport à la trajectoire idéale. Le faisceau de guidage ainsi matérialisé a une ouverture de  $1^\circ$  dans le plan vertical.

À bord l'indicateur de déviation (indicateur droit-gauche) comporte une seconde aiguille horizontale qui indique si la trajectoire normale de descente est au-dessus, ou au-dessous de l'avion. Elle indique donc le sens de la manœuvre à effectuer (montée ou descente).

### **III-1)- Visualisation des indications du glide sur HSI :**

La figure (I-7) est similaire à celle du localiser, excepter qu'elle concerne les indications du glide. Quand l'axe du glide est à 200 pieds (60 mètres) du sol, l'avion est loin du centre du glide par deux dots, et éloigné de 56 pieds de l'axe de descente. Ainsi quand l'axe est à une hauteur de 100 pieds du sol les deux dots de déviations représentent seulement une distance de 28 pieds par rapport à l'axe de la piste entre d'atterrissage, et un dot de déviation représente à ce niveau 14 pieds d'éloignement de l'axe.

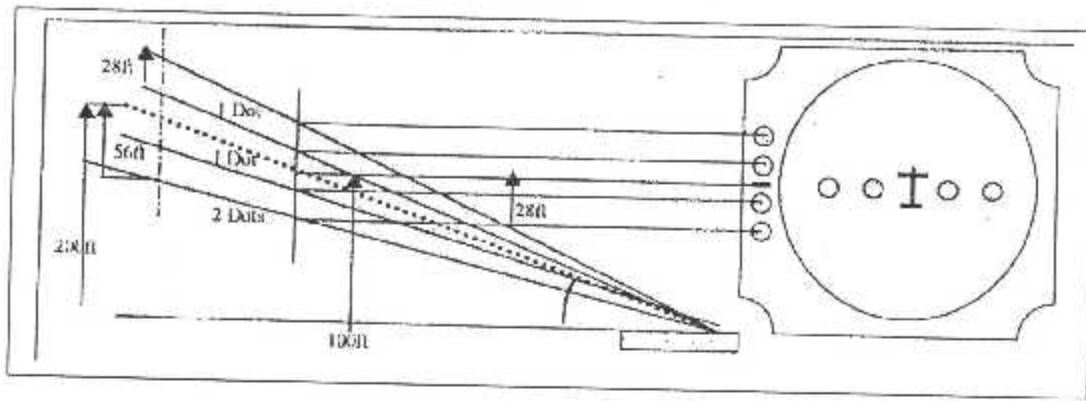


Figure I-7)- Différentes indications sur HSI selon la position de l'avion par rapport Au glide.

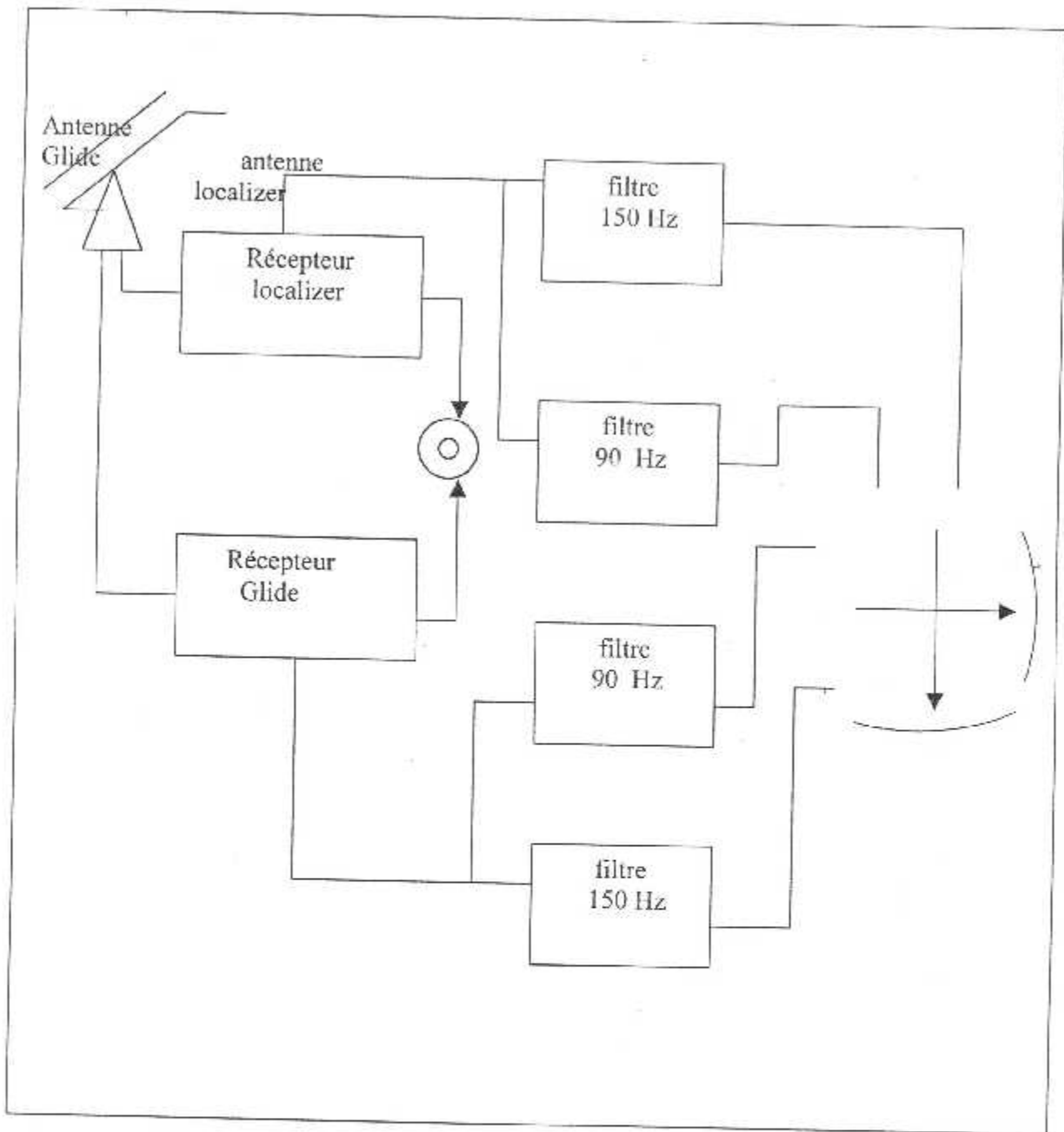


Fig -6)- Schéma fondamental du récepteur ILS .Fonction (Loc /Glide )

#### IV)- localisation en distance (balises),(Markers).

La localisation en distance par rapport à l'entrée de piste est obtenus au moyen de trois radiobalise à rayonnement verticales en éventail situées sur l'axe d'approche et en des lieux conventionnels.

Ces balises sont reçues à bord sur un récepteur spécial préréglé sur la fréquence de fonctionnement soit 75 Mhz.

Le passage de l'avion à leur verticale est matérialisé grâce a l'écoute de leur modulation respectives des signaux de manipulation , et par l'allumage des lampes de signalisation de couleurs différente (fig 4).

Nous donnons ci- dessous les caractéristique de ces trois radiobalises :

#### IV-1)-Radiobalise extéricure (Outre marker).

Distance depuis l'entrée de piste : 7240 mètre.

Fréquence : 75 Mhz.

Modulation : 400 Hz (son grave).

Manipulation : série de traits (2traits par seconde)

Lampe de signalisation : mauve.

#### IV-2)-radiobalise intermédiaire (Middle Marker).

Distance depuis l'entrée de piste : 1050 mètres.

Fréquence : 75 Mhz.

Modulation : 1300 Hz (son médium).

Manipulation : pointe trais alternés

Lampe de signalisation : orange.

#### IV-3)- Radiobalise Intéricure (Inner Marker) .

( supprimée dans certaines installation)

distance depuis l'entrée de prise : 75 mètres

Fréquence : 75 Mhz.

Modulation : 300 Hz (son aigu).

Manipulation : série de points (6pionts par seconde)

Lampe de signalisation : blanche

Ces radiobalises sont des émetteurs à faible puissance, télécommandés équipés d'antennes horizontales afin de matérialiser le diagramme de rayonnement vertical dont il a été fait mention plus haut.

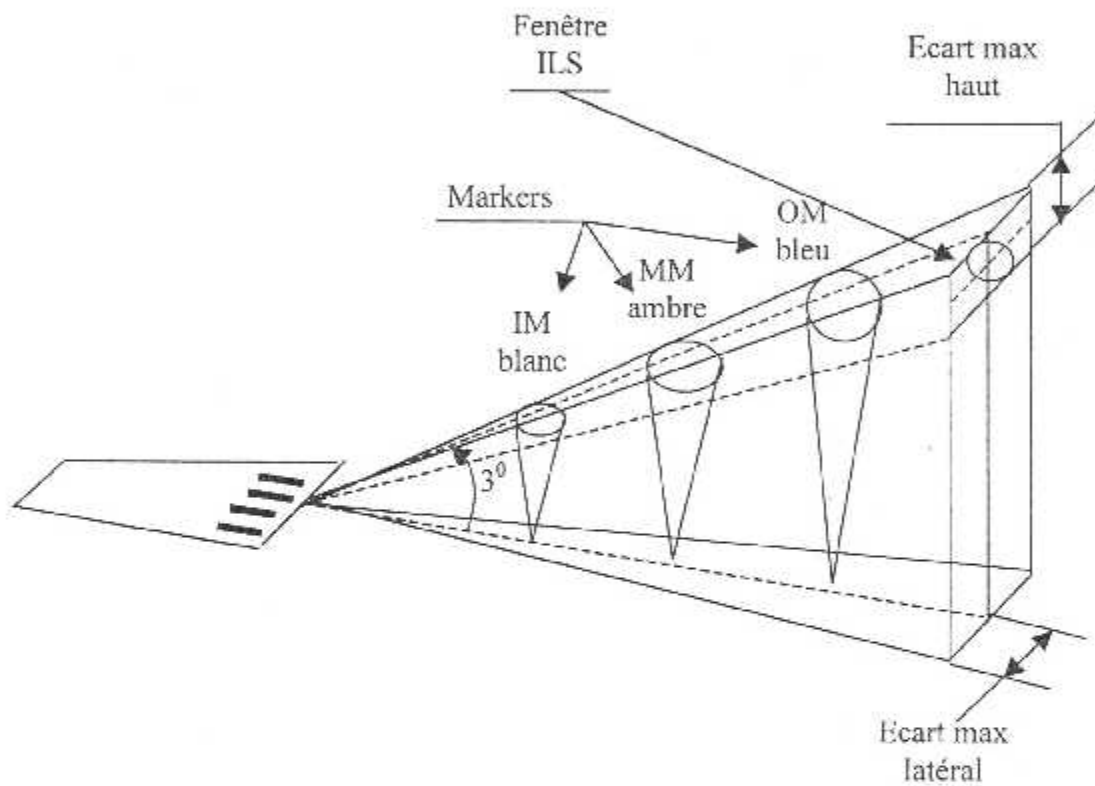


fig. I-12 : Présentation de l'ILS

**Conclusion :**

Le système ILS ,est une aide non visuelle à la radionavigation, qui fournit au deux informations à la fois pour effectuer son atterrissage .

Ce système été mis en œuvre pour aide le pilote a poser son appareil en toute sécurité dans les conditions météorologiques les plus délicates.

Ce système matérialise dans l'espace deux plans , le premier dans le plans latéral définissant l'axe de la piste, et le second dans le plan vertical définissant la pente d'atterrissage .A ce système sont associes des installations sur piste visuelle permettant au pilote de localiser la piste à une certaine altitude , ainsi des radio bornes appelés ( MARK ERS ) sont installés sur la trajectoire pour définir des distances non permanentes par rapport a la piste . Ainsi que ce système défini seulement une direction d'atterrissage, ce qui peut entraînée les avions a entré dans une grande queue ,ce qui augmente le temps d'attente et se retourne mal sur les bénéfices des compagnies.

**PILOTAGE ET ATERRISSAGE  
AUTOMATIQUE**

**PILOTAGE ET ATERRISSAGE  
AUTOMATIQUE**



## I)- INTRODUCTION

On considère dans l'aviation civile que le pilotage automatique fait évoluer de façon progressive. Le rôle du P.A est de commander à la place du pilote le déplacement des gouvernes et de l'arrivée du carburant dans les moteurs de façon à remplir les fonctions de pilotage et guidage de l'avion .

Les fonction de pilotage automatique sont les suivantes :

- Stabilisation (pilotage) autour du centre de gravité de l'avion par maintien de son altitude (assiettes longitudinale et latéral, cap).
- Maintien (guidage) sur une trajectoire déjà acquise.
- Acquisition (guidage) d'une nouvelle trajectoire.
- Réalisation de l'atterrissage automatique.

## II)-COMPOSITION DU PILOTE AUTOMATIQUE :

Le pilote automatique comporte les éléments suivants

- Un interface homme –machine composé

- D'un levier d'engagement/ déengagement du pilote automatique.
- D'un boîtier de commande(flight control unit-FCU) permettant au pilote de choisir le mode de fonctionnement du pilotage automatique et les consignes à suivre.
- D'un indicateur de mode (flight mode annunciator) qui informe le mode de fonctionnement du pilote automatique. Sur les avion plu modernes cet indicateur est intègre l'indicateur électronique d'altitude de l'avion.
- De chaîne de mesures (donnés aérodynamiques, donnés inertielles, donnés de radionavigation) qui fournissent les élément de calcul au système et les valeur des paramètres de vol à surveille.

- Des calculateurs électroniques qui recevant les consignes du pilote (mode sélectionnés) ou du système de gestion du vol (mode managés) et les valeurs des chaînes de mesure élaborent les signaux de commandes correspondants.
- Des chaînes de transmission des signaux de commande vers les servocommandes qui actionnent les gouvernes et l'arrivée de carburant aux moteurs

### III)-LES MODES DE PILOTE AUTOMATIQUE

Les pilotes automatiques sont utilisés de puis la montée initiale (quelques secondes après le décollage) jusqu'à l'atterrissage et l'arrêt final. On peut distinguer les modes propres à la profondeur (mouvement longitudinal).

#### III-1)-Mode profondeur :

- maintien d'assiette longitudinale  $\theta = \theta_c$  (petite boucle).
- Prise et maintien de vitesse verticale.  $V_z = V_{zc}$
- Prise et maintien d'altitude,  $Z = Z_c$ .
- Suivi de profil vertical (montée, croisière, descente).
- Prise et maintien de vitesse /mach.
- Prise et tenue de pente.

#### III-2)-Mode gauchissement :

- maintien d'assiette latérale,  $\Phi = \Phi_c$  (petite boucle).
- Prise et maintien de cap,  $\psi = \psi_c$
- Prise et suivi de radial VOR ou route magnétique
- Prise et suivi de route inertielle (navigation horizontale)

#### III-3)-Modes communs :

- approche et atterrissage automatique
- remise des gaz et décollage (directeur de vol)

## IV)-PILOTAGE AUTOMATIQUE LONGITUDINAL

### IV-1) Modes de base :

Ce sont les modes »par défaut » qui assurent la commande de l'avion quand le pilote engage le pilote automatique sans sélectionner de mode particulier PA.

### IV-1-2) Mode maintien d'assiette longitudinale :

c'est un mode de base utilisé sur les avions équipés de chaînes de commande de vol classiques, il est compatible avec le pilotage transparent.

Cette boucle est assez rapide et est incluse dans des boucles d'asservissement correspondant à des modes supérieurs plus lents . Cette boucle intègre généralement le terme d'amortissement du stabilisateur de tangage. La relation suivent :

$$\Theta = q \cdot \cos \Phi - r \sin \Phi$$

Cette relation Conduite dans le cas de faibles inclinaisons et taux de virage à l'approximation

$$\Theta \approx q$$

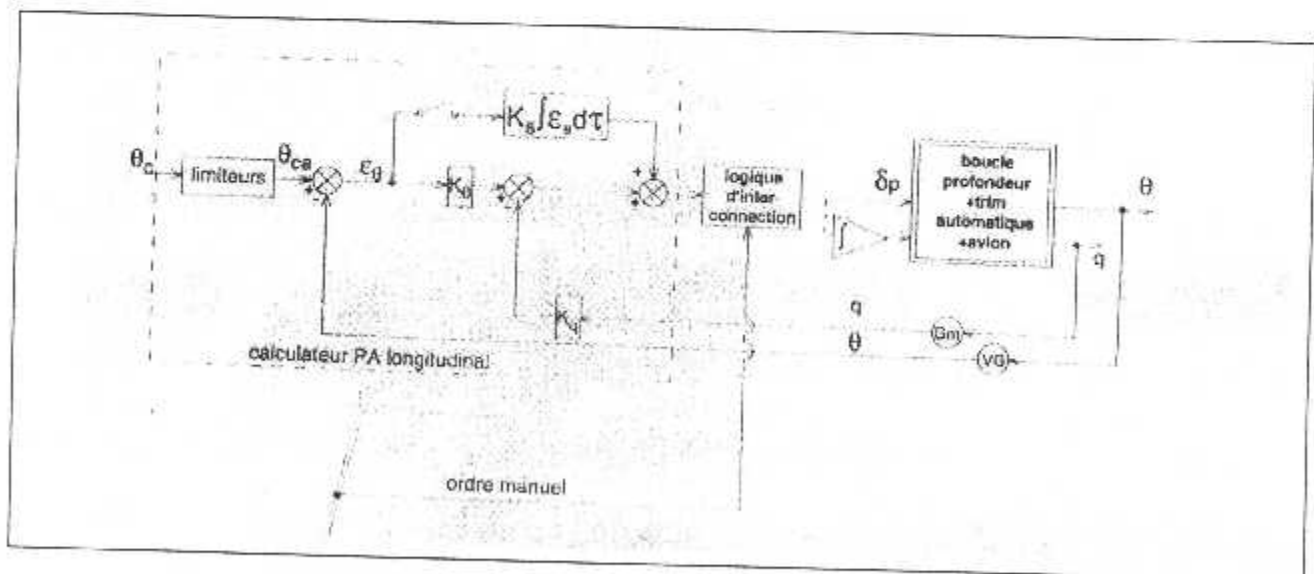


Figure (II-1) schéma fonctionnement P A longitudinal

Ainsi, le terme d'amortissement de tangage est équivalent à une correction par retour de tendance dans l'asservissement de l'assiette longitudinale

Le braquage de profondeur calculé par le pilote automatique est donnée par :

$$\Delta_p = K_\theta (\theta_{cc} - \theta) - K_q q + K_s (\theta_{cc} - \theta) d\tau$$

(1)
(2)
(3)

- (1) terme proportionnel à l'écart
- (2) terme stabilisateur équivalent à une correction par avance de phase.
- (3) terme améliorement la pression mis en œuvre lorsque l'écart devient inférieur à un certain seuil.

Avec :

$$K_\theta > 0, \quad K_q > 0, \quad K_s > 0$$

#### IV-1-3)-Mode de maintien de vitesse :

C'est un mode qui peut servir de mode de base en longitudinal, il permet de maintenir la vitesse vertical à l'embranchement du pilote automatique. IL ne correspond pas à un mode de pilotage exterminateur précis puisque la mesure de la vitesse vertical en altitude n'est elle même pas très précise (le variomètre en pilotage manuel et un instrument secondaire de pilotage). l'ordre oé vers la petite boucle est donne par l'expression :

$$\Delta = K_{VZ} (V_{ZC} - V_Z)$$

Avec :

- $K_{VZ}$  : gain fixé en fonction du Mach et du FL
- $V_{ZC}$  : vitesse vertical de consigne
- $V_Z$  : vitesse vertical actuelle

#### IV-1-4) Modes prise et maintien d'altitude :

L'information d'altitude permet non seulement d'adopter un niveau de vol économique, d'éviter le relief mais aussi de séparer verticalement les avions circulant dans l'espace aérien (voies aérien, espace terminal, ...). En pratique, l'altitude est maintenue pendant toute la croisière, il s'agit en pilotage manuel d'un travail de longue durée, fastidieux et monotone. La relève du pilote humaine par le pilote automatique y est donc particulièrement opportune.

La navigation aérienne utilise l'altitude pression  $Z_p$  (pression statique rapportée à l'atmosphère standard). La mesure d'altitude pression présente une sensibilité variable :

- au niveau de la mer, un écart de 1 mb correspond à un  $\Delta Z$  de 8.5 m.
- A 11000 m un écart de 1 mb correspond à un  $\Delta Z$  de 30 m.

Ainsi, afin de maintenir des performances équivalentes (pression de la tenue d'altitude) la loi de pilotage doit présenter des gain variable. D'autre part

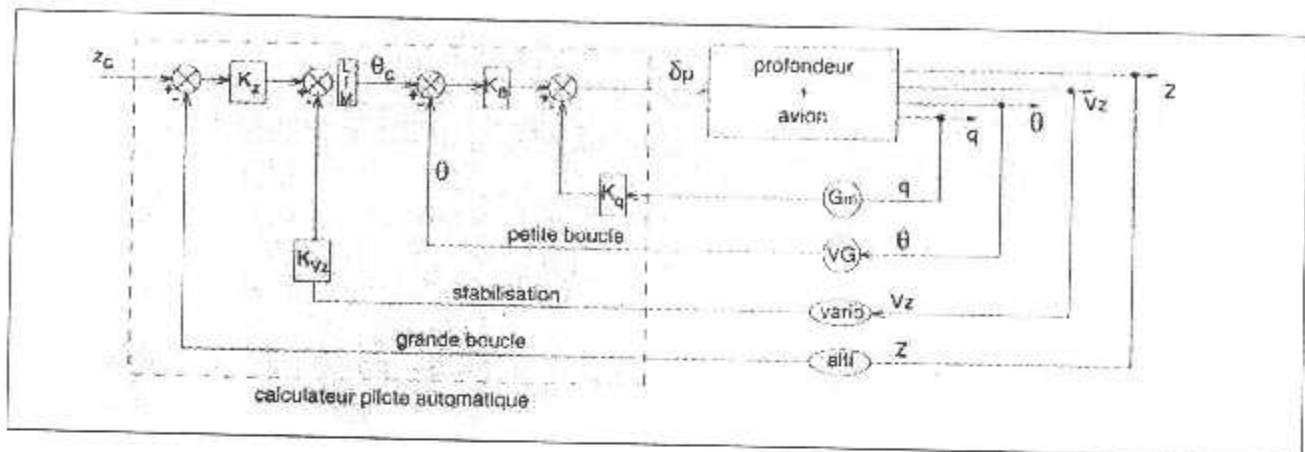
L'erreur de mesure de la pression statique ("l'erreur de statique") dépend du champ aérodynamique entourant l'avion et donc de sa configuration, de sa vitesse, de son incidence et de la proximité du sol. Ainsi, il est nécessaire d'apporter des corrections à cette mesure dans la centrale aérodynamique (ADC) à partir de la vitesse (variomètre) et de l'accélération verticale. Au voisinage du sol en approche, on utilise le radio- altimètre dans le domaine 0 à 2500ft fournissant une erreur de mesure inférieure à 1,5 ft en dessous de 50 ft.

On utilise en général trois calages différents pour l'altimètre :

- calage QFE : l'altimètre fournit la hauteur de l'avion par rapport à l'aérodrome dont la pression atmosphérique est affichée. Ce calage est utilisé au décollage et à l'atterrissage.
- Calage QNH : l'altimètre fournit l'altitude géographique de l'avion, la pression affichée étant celle du niveau de la mer ;
- Calage 1013 hPa qui permet de définir des « niveau de vol » pour la circulation aérienne (exemple FL 50 correspondent à l'altitude- pression de 500 ft avec un calage de 1013).

**V)-LIO DE GUIDAGE**

Un schéma fonctionnel simplifié de la loi de rejointe de l'altitude sélectionnée est donné par :



$$\text{On a : } \delta_p = K_\theta \cdot (\theta_c - \theta) - k_q \cdot q$$

$$\text{avec : } \theta_c = (K_z \cdot z) - K_{Vz} \cdot V_z$$

où le Terme  $K_{Vz} \cdot V_z$  assure un bon amortissement de la trajectoire verticale de l'avion . le gain  $K_z$  pourra être complété un limiteur et la vitesse  $V_z$  calculée de façon hybride à partir des information du variomètre et d'un accéléromètre.

En phase de maintien, l'ordre de braquage de la gouverne sera complété par un terme intégral appelé aussi « effaceur » sur une fenêtre d'intégration de durée  $T$ .

$$\text{On a : } \delta_p = K_\theta \cdot (\theta_c - \theta) - k_q \cdot q$$

Une Alarme sonore et visuelle , le système d'alerte altitude , est commandée par le pilote automatique et avertit l'équipage que l'avion ou s'éloigne de l'altitude sélectionnée.

## VI)- L'ATTERISSAGE AUTOMATIQUE

A l'heure actuelle la plupart des avions de transport sont munis d'un système d'atterrissage automatique qui permet de résoudre le problème de l'atterrissage par mauvaise visibilité . Ainsi, il est possible de réaliser des approche et des atterrissages en toute sécurité avec un minimum de ce qui permet d'éviter des déroutement pénalisants pour les compagnies et les passagers. L'organisation de l'aviation civile international (OACI) a défini différentes catégories d'atterrissage automatique en fonction de deux paramètres :

### VI-1)-LA HAUTEUR DE DECISION ( decision height )

c'est la hauteur des roues du train principal calculée à partir de la mesure du radio-altimètre, à laquelle le pilote doit avoir les références visuelles requises par la catégorie d'atterrissage automatique considéré. Ainsi, si la piste ne pas repérée à la hauteur de décision, le pilote doit remettre les gaz (GO AROUND) afin d'interrompre la manœuvre d'approche. Sinon l'atterrissage automatique continue jusqu'à la hauteur minimale d'emploi de système.

### VI-2)- LA PORTEE VISUELLE DE PISTE (runway visible –RVR)

C' est mesurée le long de la piste par deux transmissiomètres . La tour indique ainsi à l'équipage la valeur de la visibilité horizontale moyenne. On distingue catégories :

la catégorie III étant subdivisée en 3 sous-catégories. Pour les catégories (III-A) et (III-B), la hauteur de décision peut varier de 30m (100ft) à zéro. En catégorie (III-A), le pilote automatique reste engagé jusqu'au toucher (touch down) alors qu'en catégorie (III-B) le pilote automatique assure le roulage automatique sur la piste pendant le freinage avec une portée visuelle de piste d'au moins 50m (ce qui est insuffisant en manuel ). En catégorie (III-C), l'atterrissage automatique serait autorisé sans aucune visibilité horizontale ou verticale et le guidage automatique sur les (taxways) pourrait être disponible.

		Hauteur de décision (m)	Portée visuelle de piste (m)
Catégorie I		$H_D \geq 60$	$PVP \geq 800$
Catégorie II		$30 \leq H_D \leq 60$	$350 \leq PVP \leq 800$
Catégorie III	A	$30 \rightarrow 0$	$200 \leq PVP$
	B	$15 \rightarrow 0$	$50 \leq PVP$
	C	0	0

Les Boeing 747, DC10, Mercure et airbus A300-B, A310 et A320 sont certifiés en catégorie (III-A). Des considérations d'ordre opérationnel (maintenance des équipements, entraînement des pilotes) peuvent en exploitation commerciale limiter l'utilisation du potentiel offert par le pilote automatique. Exemple : atterrissage réalisé en catégorie (II) ou

(III-A) avec  $H_D = 30\text{m}$  alors que le système est autorisé en catégorie (III-A) avec  $H_D = 0\text{m}$ . De même, suivant l'état opérationnel des différents systèmes de secours (calculateur, chaîne de mesure et de commande) la catégorie autorisée pour l'atterrissage automatique pourra être réduite.

Ainsi, comme à l'époque (année(60)) où les systèmes d'atterrissage automatique ont été introduits dans l'aviation civile, un atterrissage en pilotage manuel sur un million (probabilité de  $10^{-6}$ ) avait des conséquences catastrophiques (accident avec mort de passagers ou destruction de l'avion) on avait fixé un niveau de sécurité pour atterrissage en automatique 10 fois plus élevé (probabilité de  $10^{-7}$ ). Ainsi, la probabilité de  $10^{-7}$  constitue le (**critère de risque moyen**). Par ailleurs, la réalisation d'une approche manquée interrompue par une remise des gaz et suivie d'une nouvelle approche conduit par **un risque particulier** considérablement augmenté ( $3 \times 10^{-6}$ ). Ainsi une manœuvre d'atterrissage automatique sera autorisée tant que le risque dû au vent, aux pannes systèmes, aux pannes réacteurs, etc, restera inférieur à ( $3 \times 10^{-6}$ ). La démonstration de la sécurité et les délimitations des conditions d'opération d'un système d'atterrissage automatique exigent de nombreuses heures d'études, de simulations numériques et d'essais en vol.



**VI-3)- hauteur d'alerte (alert height –AH )** On définit la hauteur d'alerte comme la hauteur des roues du train principal au-dessus de la piste telle que si l'une des chaînes d'atterrissage automatique est défaillante au-dessus de cette hauteur, une approche en catégorie (III) sera interrompue. Si défaillance se présente en dessous de cette hauteur, celle-ci sera ignorée et l'approche automatique sera poursuivie.

On a ainsi AH= 100ft pour les A300/310/320 et AH =200ft pour les A330/340.

## VII)-PRINCIPE DE GUIDAGE POUR L'ATTERRISSAGE AUTOMATIQUE

Le fonctionnement des systèmes d'atterrissage automatique est basé sur l'utilisation des informations fournies par le système ILS (instrument landing system )qui permettent de définir une trajectoire d'approche de la piste d'atterrissage. L'ILS est "une aide normalisée non visuelle à l'approche finale et à l'atterrissage" dont s'est généralisé dans les années 60 et 70 sous l'impulsion de l'OACI . Il est constitué des éléments suivants :

- localizer
- glide

### **VII-1)-les phase d'approche de l'atterrissage automatique :**

la procédure d'arrivée comporte les phases suivantes :

- descente jusqu'à l'altitude de sécurité(altitude la plus basse pour laquelle l'avion est protégé des obstacles de la vitesse du relief voisinage). Arrivée à la verticale d'un moyen radio (radio-compas ou VOR) et réduction de la vitesse :
- poursuite de la descente et mise sur un circuit d'attente si le terminal est saturé.
- atterrissage automatique.

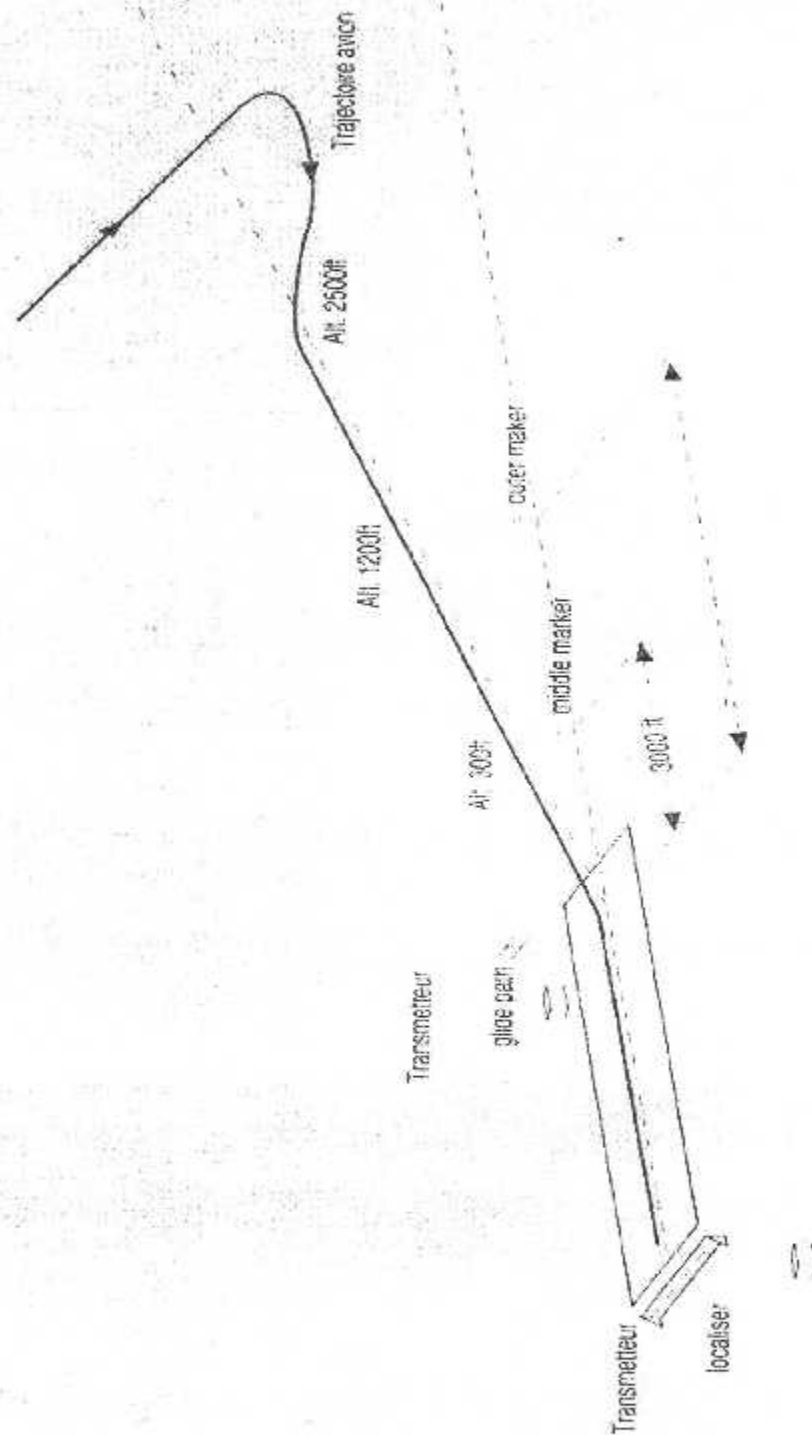
Tel que l'atterrissage automatique lui-même décompose suivant les étapes suivantes : figure (II-1).

- mise en condition de capture du faisceau localizer à une distance environ (20 à 30NM) : pilote automatique latéral engagé en mode maintien d'un cap convergent vers l'axe du localizer, le pilote automatique longitudinal engagé en mode maintien d'altitude (entre 1500 à 2500ft) et automanette engagée en mode maintien de vitesse sélectionnée ( $1.3 V_s + 30$  à 50 Kt de marge). Le pilote sélectionnant alors le mode atterrissage automatique (LAND) le mode prise de faisceau localizer est armé au pilote automatique latéral et le mode prise de faisceau glide et armé au pilote automatique longitudinal.

Le pilote automatique latéral réalise la capture du faisceau localizer même sous un angle de présentation important ( $90^\circ$ ) puis assure son maintien lorsque le signal d'écart du localizer reste inférieur à un certain seuil pendant suffisamment de temps .

Le pilote automatique longitudinal effectue la capture du faisceau glide alors l'avion est déjà aligné sur le faisceau du localizer .Celle-ci se fait toujours par « en dessous » du plant de descente afin d'éviter un faux plant de descente correspondant au deuxième lobe du diagramme de l'émission de l'émetteur de glide .

Quelques instants plus tard le pilote automatique longitudinal assure le maintien de la pente de descente . l'avion mis alors en configuration d'atterrissage.



**figure(II-1)- organisation du système ILS et de l'approche**

### VII-2)-LOI DE MAINTIEN DE FAISCEAU GLIDE

la capture du faisceau glide s'effectue alors que l'avion est déjà en maintien de faisceau localiser. La loi de capture généralement utilisée et consiste à guider l'avion, dès que l'écart de glide est inférieur à un certain seuil dans sa zone de linéarité, sur une trajectoire qui rejoint de façon exponentielle le zéro du faisceau. On peut utiliser comme précommande un ordre à piquer  $\theta_C =$  pente de glide ( $\gamma_{GS} = -3^\circ$ ) par exemple qui sera effacé à moyen terme. d'où l'ordre de braquage de la gouverne de profondeur :

$$\delta_P = K_\theta (\theta_C - \theta) + K_q \cdot q$$

avec  $\theta_C = e^{-\lambda t} \cdot \gamma_{GS} + (1 - e^{-\lambda t}) \cdot K_\varepsilon \cdot \varepsilon_{GS}$

où  $\lambda$  est une constante positive  $\varepsilon_{GS}$  est le signal d'écart reçu du récepteur du glide.

Vérifions que si  $t = 0$  (top interception) :  $\theta_C = \gamma_{GS}$  et que si  $t$  augmente,  $\theta_C$  est donné par  $\theta_C = K_\varepsilon \cdot \varepsilon_{GS}$ .

En générale, on n'utilise pas de terme dérivé ( $\dot{\varepsilon}_{GS}$ ) pendant la prise de glide car le signal primaire ( $\varepsilon_{GS}$ ) est affecté de bruits qui seraient amplifiés par la dérivation.

En mode maintien de faisceau glide, un terme d'amortissement peut être élaboré à partir de la dérivée de l'écart de glide ( $\dot{\varepsilon}_{GS}$ ), de la vitesse verticale ( $V_z$ ) et de l'accélération verticale ( $a_z$ ). un terme intégral est ajouté à la loi de commande qui devient :

$$\delta_P = K_\theta (\theta_C - \theta) + K_q \cdot q + \int \varepsilon_{GS} dt$$

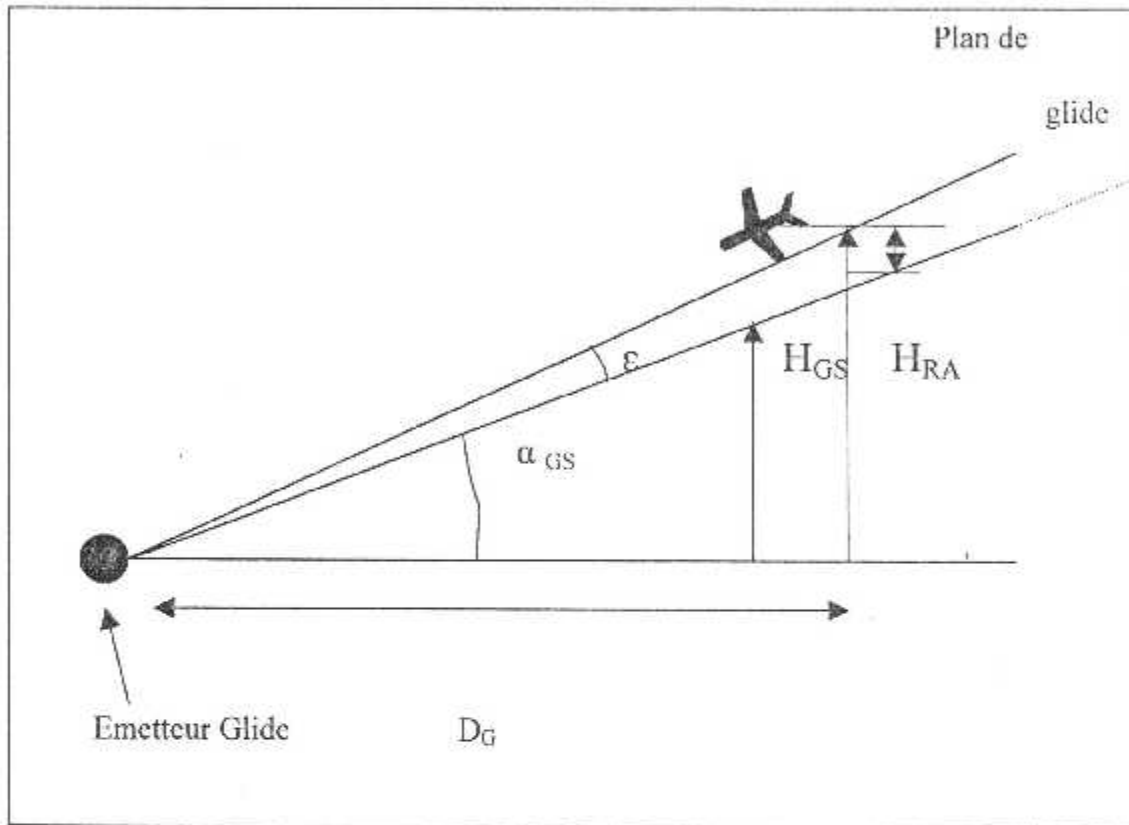


Figure II-2)-position de l'avion par apport ( E G)

## **VIII)-CONCLUSION :**

Le pilote automatique a offert un grand changement pour l'aviation civile, depuis la fin de la seconde guerre mondiale, il n'a cessé de progresser tout en bénéficiant du grand développement de la technologie.

Il est principalement conçu pour naviguer et guider l'avion sur ces deux plans latéral et longitudinal.

Donc le pilote automatique peut réaliser plusieurs tâches avec une grande précision tout en utilisant seulement que des chaînes de commandes, contenant des capteurs, des calculateurs et des actionneurs.

**MODEL MATHEMATIQUE**

**MODEL MATHEMATIQUE**

**I-I/ INTRODUCTION :**

Dans ce chapitre, nous commencerons à établir les équations qui régissent le mouvement d'un avion de type rigide en vol, par application de la deuxième loi de NEWTON.

Le résultat obtenu sera représenté par un système d'équations non linéaires couplées. A ce niveau nous ferons appel à la théorie des petites perturbations pour linéariser et découpler ces équations. En fin de compte, nous obtiendrons le système d'équations qui régit le mouvement longitudinal de notre avion.

**I-II/ HYPOTHESE DE TRAVAIL :**

Les hypothèses énoncées ci-dessous sont nécessaires pour simplifier les développements mathématiques qui suivront :

- 1- L'avion est assimilé à un corps rigide, et la distance entre deux points quelconque de ce corps est invariants.
- 2- La terre est supposée plate et fixe dans l'espace.
- 3- On suppose que la masse de l'avion reste constante durant notre étude.
- 4- Le plan (XZ) est un plan de symétrie pour l'avion, par conséquent :

$$I_{xy} = I_{yz} = 0$$

5- Les perturbations des conditions de vol sont assez petites que les carrés des changements de vitesse sont négligeables vis-à-vis de leurs changements.

6- Durant la phase de vol en palier, l'avion est supposé en vol horizontal avec

assiette fixe

7- L'écoulement est considéré quasi-stationnaire.



### I-III\ SYSTEME D'AXES :

Afin de d'écrire le mouvement d'un avion, du fait que les forces agissantes sur l'avion sont de natures différentes ne s'exprime aisément que dans les repères cartésiens différents, on utilise donc deux systèmes d'axes, dont :

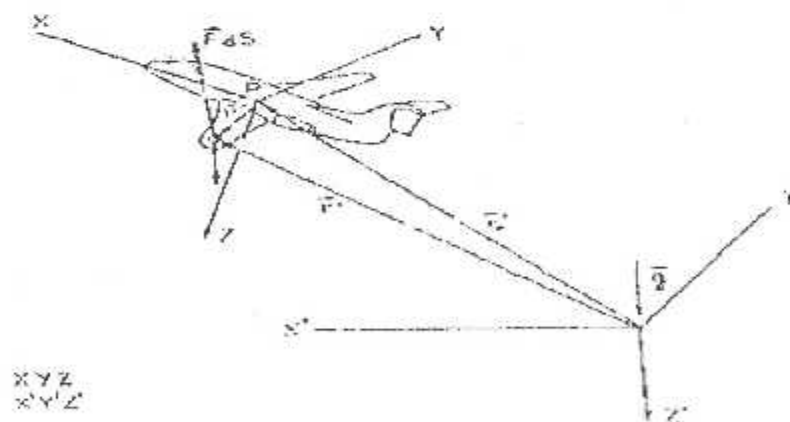
Le premier est liée à la terre et qui est supposé fixe, c'est-à-dire que sa rotation est négligée, son utilité est de déterminer la position du centre de gravité de l'avion.

Le second, est fixe à l'avion est à pour origine son centre de gravité, ce système d'axes nous permet de déterminer le mouvement de rotation de l'avion. Pour faciliter le passage entre ces deux systèmes de repères on utilise des repères intermédiaires, tel que :

$R' (O, X', Y', Z')$  : repère lié à la terre (qui est fixe)

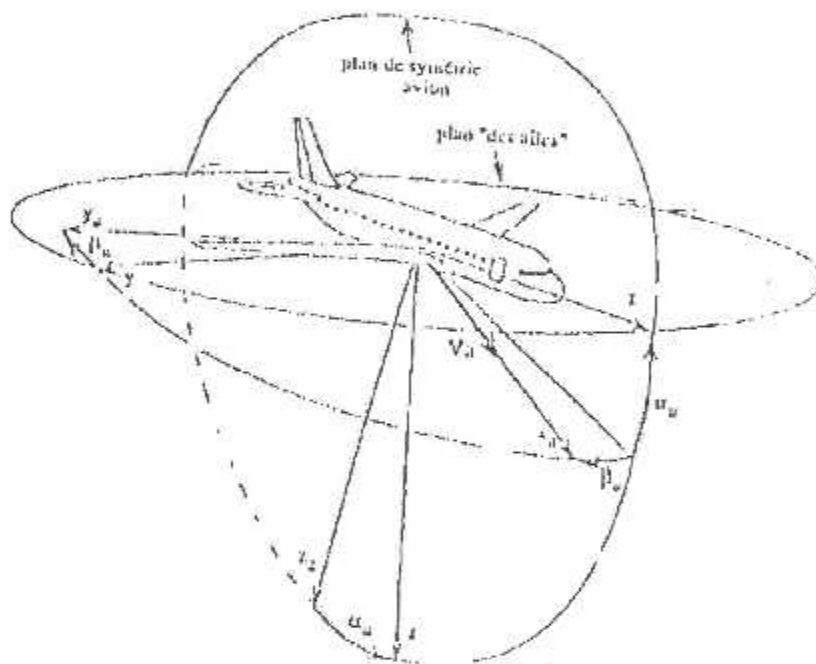
$R (G, X, Y, Z)$  : repère lié à l'avion (d'origine centre de gravité de l'avion)

$R_a (G, X_a, Y_a, Z_a)$  : repère aérodynamique.



Repère liée à l'avion  $R (X, Y, Z)$  par rapport au repère fixe  $R' (X', Y', Z')$

figure (III-1) système d'axes



Figure(III-2)-repère aérodynamique

Le tableau (I-1) définit la notation choisie conformément à l'application de la seconde loi de NEWTON :

Axes	X	Y	Z
Vitesse linéaire le long de l'axe	U	V	W
Vitesse angulaire autour de l'axe	P	Q	R
Somme des moments autour de l'axe	$\Sigma L$	$\Sigma M$	$\Sigma N$
Somme des forces suivant l'axe	$\Sigma F_x$	$\Sigma F_y$	$\Sigma F_z$
Déplacement autour de l'axe	$\phi$	$\theta$	$\psi$
Moment cinétique suivant l'axe	$h_x$	$h_y$	$h_z$
Moment d'inertie	$I_{xx}$	$I_{yy}$	$I_{zz}$

**Tableau (I-1):** nomenclature utilisée pour l'application de la loi de NEWTON

#### I-IV \ L'ORIENTATION DE L'AVION :

Pour décrire l'orientation de l'avion, par rapport à la terre il suffit de décrire l'orientation du système d'axes (X,Y,Z) liés à l'avion par rapport au système d'axes (X',Y',Z') fixes à la terre.

Pour cela, on considère que le système d'axes X', Y', Z' est translaté parallèlement à lui-même jusqu'à ce que son origine coïcide avec le centre de gravité de l'avion. L'orientation de l'avion est donnée par les trois possibilités de rotation, dont l'ordre est important parce que ces angles ne sont pas orthogonaux. Ces angles sont appelés les angles d'EULER. on plus, l'avion est mutuellement supposé orienté de telle façon que ses axes (X,Y,Z) soient parallèle à (X',Y',Z') , puis il est soumis aux trois rotations suivantes :

1- une rotation d'angle positif  $\psi$  autour de GZ' amenant les axes à G,X,Y,Z ce mouvement est appelé lacet, représenté par la fig. (I-1)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad \dots(I-1)$$

2- Une rotation d'angle positif  $\theta$  autour de GY<sub>1</sub> amenant les axes à G, X<sub>2</sub>, Y<sub>1</sub>, Z<sub>2</sub>, ce mouvement est tangage, représenté par la fig. (I-2).

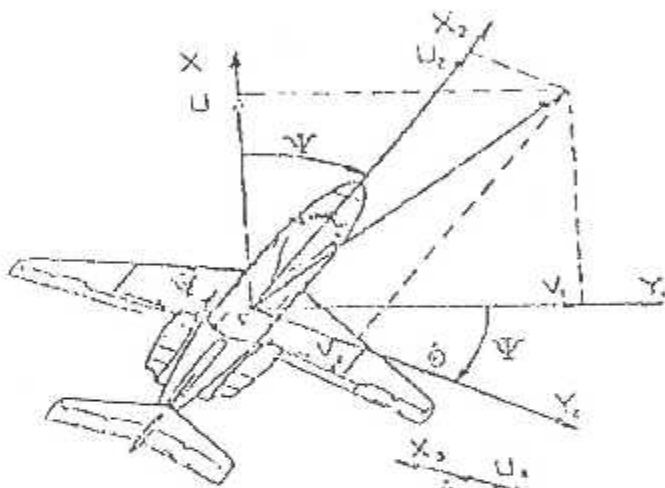
$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad \dots(I-2)$$

3- Une rotation d'angle positif  $\phi$  autour de GX<sub>2</sub> amenant les axes à G, X<sub>2</sub>, Y, Z, ce mouvement est roulis, représenté par la fig. (I-3)

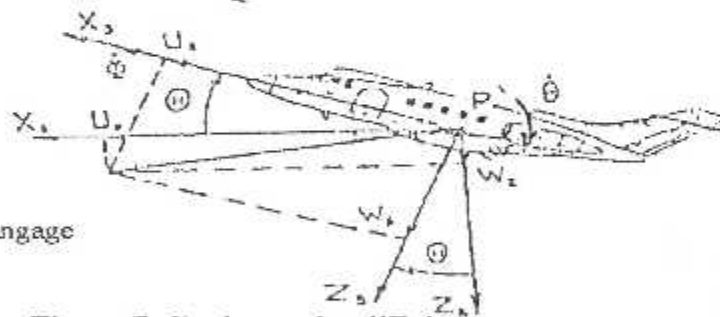
$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad \dots(I-3)$$

En remplaçant l'équation (I-3) dans (I-2) dans (I-1) il en résulte la transformation qui permet de passer du repère initial (GX'Y'Z') au repère final (GXYZ) lié à l'avion, définie :

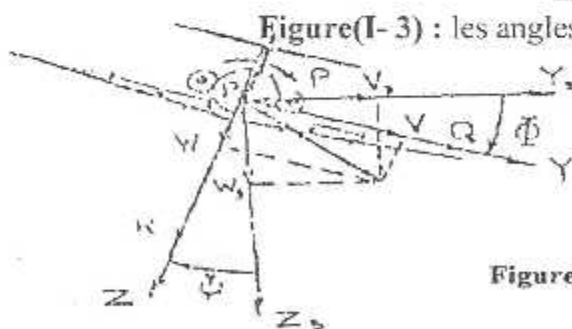
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \dots(I-4)$$



Figure(I-3) : angle de lacet



Figure(I-4) : angle de tangage



Figure(I-5) : angle de roulis

Figures : Roulis Tangage Lacet

figure (III-3)- roulis tangage lacet

**I-V\ COMPOSANTES DES FORCES INTERVENANTES DANS LES EQUATIONS DE MOUVEMENT :**

**V-I\ NOTION DE VOL STATIONNAIRE :**

Un vol stationnaire est un vol durant lequel toutes les variables définissant le mouvement sont indépendantes du temps relativement à un système d'axes liés à l'avion, mathématiquement un vol stationnaire est décrit par :

$$\vec{V}'_O = \vec{0} \quad \text{et} : \quad \vec{\Omega} = \vec{0} \quad \dots(I-5)$$

Et notre travail consiste à étudier le mouvement de vol d'un avion en présence de petites perturbations à partir des conditions initiales.

**V-II\ COMPOSANTES DES FORCES DE GRAVITE :**

Durant tout la durée de vol stationnaire l'avion est soumis à la force de gravité, Ces composantes peuvent être déterminées d'après la figure (I-5), et par la projection directe sur les axes (XYZ) liés à l'avion, on trouve les composantes du vecteur P définies par :

$$\begin{aligned} P_x &= -mg \sin \theta_0 \\ P_y &= -mg \sin \varphi_0 \cos \theta_0 \\ P_z &= mg \cos \varphi_0 \cos \theta_0 \end{aligned} \quad \dots(I-6)$$

L'indice '0' dans l'équation précédente indique les valeurs des angles d'EULER en vol stationnaire.

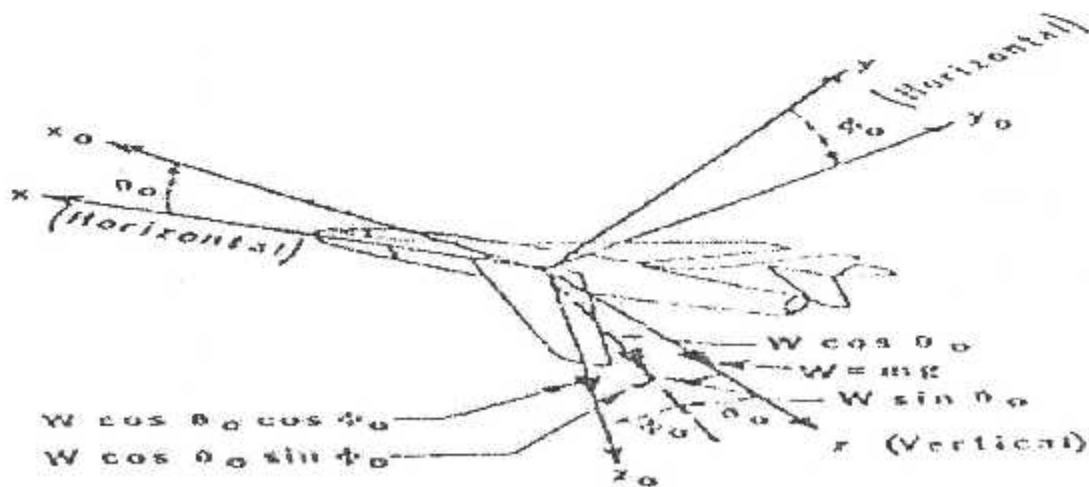


Figure (I-4) : Force de gravité

**V-III\COMPOSANTES DES FORCES AERODYNAMIQUES :**

Comme il est difficile d'exprimer les forces aérodynamiques et de poussée en terme de vitesse linéaire et angulaire, On représente d'habitude ces forces par un développement en série de TAYLOR en prenant un nombre de termes suffisant pour assurer une précision adéquate pour les calculs.

A cause de ces conditions spéciales il est plus simple de séparer les forces aérodynamiques et de poussée, de la force de gravité, ainsi on aura :

$$\begin{aligned}\sum F_x &= \sum F_{APX} + P_x \\ \sum F_y &= \sum F_{APY} + P_y \\ \sum F_z &= \sum F_{APZ} + P_z\end{aligned}\quad \dots(I-7)$$

$\Sigma F_x$ ,  $\Sigma F_y$  et  $\Sigma F_z$ : représente respectivement la somme des forces aérodynamiques,

de poussée et de gravité selon X Y Z.

$\Sigma F_{APX}$ ,  $\Sigma F_{APY}$  et  $\Sigma F_{APZ}$ : représente respectivement la somme des forces aérodynamiques et de poussée selon X Y Z.

$P_x$ ,  $P_y$  et  $P_z$ : Sont les composantes des forces de gravites.

L'établissement du modèle mathématique du mouvement de vol d'un avion repose sur des relations fondamentales de la mécanique et celle de la cinétique.

Ces relations se résument par la seconde loi de NEWTON, dont l'énoncé est :

"La variation de la quantité de mouvement d'un corps est proportionnelle à la résultante des forces auxquelles il est soumis, et la variation du moment cinétique, est proportionnelle au moment résultant appliqué "

Mathématiquement cette loi s'écrit :

$$\sum \vec{F}_{ext} = d(m \cdot \vec{V}) / dt \quad \text{et} : \quad \sum \vec{M}_{ext} = d(H) / dt \quad \dots(I-8)$$



En projetant ces deux relations sur les axes (XYZ) liés à l'avion on obtient :

$$\begin{aligned} \sum F_x &= d(m * U) / dt \\ \sum F_y &= d(m * V) / dt \\ \sum F_z &= d(m * W) / dt \end{aligned} \quad \dots(I-9)$$

Et :

$$\begin{aligned} \sum L &= dh_x / dt \\ \sum M &= dh_y / dt \\ \sum N &= dh_z / dt \end{aligned} \quad \dots(I-10)$$

Relation dans les quelles U, V, W sont les composantes de vitesse avion dans le repère liée à l'avion (G, X', Y', Z') , et h<sub>x</sub> , h<sub>y</sub> , h<sub>z</sub> sont respectivement les composantes de moment cinétique de l'avion dans le repère lié à l'avion (G,X',Y',Z').

Et d'après la troisième hypothèse (masse de l'avion fixe) :

$$\begin{aligned} \sum F_x &= m[dU / dt] \\ \sum F_y &= m[dV / dt] \\ \sum F_z &= m[dW / dt] \end{aligned} \quad \dots(I-11)$$

Les moments cinétiques peuvent être développer en utilisant un élément de masse (dm) qui tourne avec la vitesse angulaire Ω :

$$\vec{\Omega} = P * \vec{i} + Q * \vec{j} + R * \vec{k} \quad \dots(I-12)$$

avec :



i , j , k les vecteurs unitaires sur les axes X ,Y, Z, et P, Q, R sont respectivement les composantes du vecteur vitesse angulaire dans le repère lié à l'avion fg(I-1), cet élément de masse est situé au point (X,Y,Z) par rapport au centre de gravité G :

$$\vec{dh} = \vec{r} \wedge \vec{dm} \vec{V} \quad \dots(I-13)$$

D'après la relation fondamentale de la cinétique la vitesse de cet élément est donnée par :

$$\vec{V} = \vec{V}_G + \vec{\Omega} \wedge \vec{r} \quad \dots(I-14)$$

Où :

$\vec{V}_G$  : vitesse de centre de gravité de l'avion.

$\vec{r}$  : rayon vecteur issu de centre de gravité pour situer la position de l'élément de

masse  $dm$ .

Et en remplaçant  $\vec{V}$  par sa valeur, on obtient l'équation :

$$d\vec{h} = \vec{r} \wedge dm (\vec{V}_G + \vec{\Omega} \wedge \vec{r})$$

Le moment cinétique résultant de tout l'avion est obtenu en intégrant l'équation précédente sur toute la masse de l'avion :

$$\vec{H} = \int d\vec{h} = \int \vec{r} \wedge dm \vec{V}_G + \int \vec{r} \wedge dm (\vec{\Omega} \wedge \vec{r}) \quad \dots(I-15)$$

Et du fait que la vitesse du centre de gravité est indépendante du signe somme, on peut écrire que :

$$\int \vec{r} \wedge dm \vec{V}_G = \left( \int \vec{r} * dm \right) \wedge \vec{V}_G \quad \dots(I-16)$$

Sachant que  $G$  (centre de gravité de l'avion) coïncide avec l'origine du repère, on obtient :

$$\int \vec{r} \wedge dm = 0 \quad \dots(I-17)$$

Ainsi le vecteur  $\vec{h}$  est donné par l'équation :

$$\vec{h} = \int [ \vec{r} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{r}) ] dm \quad \dots(I-18)$$

Et en utilisant la relation vectorielle :

$$A \wedge (B \wedge C) = B * (A * C) - C * (A * B)$$

On trouve que :

$$\vec{h} = \int [\Omega \vec{r}^2 - \vec{r} (\Omega \cdot \vec{r})] dm \quad \dots(I-19)$$

Donc la composante suivant l'axe X est donné par :

$$h_x = \int [P^*(x^2 + y^2 + z^2) - x^*(px + qy + rz)]^* dm \quad \dots(I-20)$$

d'où :

$$h_x = \int P^*(y^2 + z^2)dm - \int qxydm - \int rxzdm \quad \dots(I-21)$$

Et comme p, q, r sont indépendantes de la masse, on peut écrire :

$$h_x = P \int (y^2 + z^2)dm - q^* \int xydm - r^* \int xzdm \quad \dots(I-22)$$

De la même manière on obtient  $h_y$  et  $h_z$  :

$$h_y = q \int (x^2 + z^2)dm - p \int xydm - r \int yzdm \quad \dots(I-23)$$

$$h_z = r \int (x^2 + y^2)dm - p \int xzdm - q \int yzdm \quad \dots(I-24)$$

Sachant que par définition on a :

$$I_{xx} = \int (y^2 + z^2)dm ; I_{yy} = \int (x^2 + z^2)dm \text{ et } I_{zz} = \int (x^2 + y^2)dm$$

$$I_{xy} = \int xydm ; I_{xz} = \int xzdm \text{ et } I_{yz} = \int yzdm \quad \dots(I-25)$$

Comme étant les différents moments d'inertie par rapport aux trois axes, d'où on trouve que les composantes du vecteur h sont :

$$\begin{aligned} h_x &= p^* I_{xx} - q^* I_{xy} - r^* I_{xz} \\ h_y &= q^* I_{yy} - r^* I_{yz} - p^* I_{xy} \\ h_z &= r^* I_{zz} - p^* I_{xz} - q^* I_{yz} \end{aligned} \quad \dots(I-26)$$

La dérivée  $dh/dt$  est obtenue en dérivant ces équations par rapport au temps t, est en tenant compte du fait que le système d'axes qu'on a choisi est lié

à l'avion et compte tenu des hypothèses énoncées précédemment, les équations de mouvement s'écrivent :

$$\begin{aligned} \Sigma L &= dh_x/dt = p^* I_{xx} - q^* I_{xy} - r^* I_{xz} \\ \Sigma M &= dh_y/dt = q^* I_{yy} - r^* I_{yz} - p^* I_{xy} \quad \dots(I-27) \\ \Sigma N &= dh_z/dt = r^* I_{zz} - p^* I_{xz} - q^* I_{yz} \end{aligned}$$

Du fait que le système d'axes, adopté pour déterminer les équations de mouvement, est lié à l'avion ne peut être décrite par ce système d'axes, ainsi on est amené à introduire un système d'axes fixe

**V-IV\DEVELOPPEMENT DES EQUATIONS DE MOUVEMENT SUIVANT UN SYSTEME D'AXES FIXE :**

L'accélération mesurée dans le système d'axes fixe X' Y' Z' est donné par :

$$\vec{\gamma} = [d V_G/dt]_{xyz} + \Omega \wedge V$$

avec :

$$\vec{\Omega} \wedge \vec{V} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ p & q & r \\ u & v & w \end{bmatrix}$$

Si U, V, et W, sont les composantes de V<sub>G</sub> dans (X Y Z), et P, Q, R celles de Ω,

On aura :

$$\begin{aligned} \gamma_{x'} &= u' + q^* w - r^* v \\ \gamma_{y'} &= v' + r^* u - p^* w \\ \gamma_{z'} &= w' + p^* v - q^* u \end{aligned} \quad \dots(I-28)$$

De la même manière , le changement dans le moment cinétique en fonction du temps s'écrit :

$$[d h/dt]_{x'y'z'} = [d h/dt]_{xyz} + \Omega \wedge V \quad \dots(I-29)$$

avec :

$$\vec{\Omega} \wedge \vec{V} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ p & q & r \\ h_x & h_y & h_z \end{bmatrix}$$

Les composantes de  $h$  et  $dh/dt$  étant déjà calculées dans le repère lié à l'avion  
 ... (I-30)

La somme des forces extérieures appliquées sur l'avion est égale à la somme des forces aérodynamiques, de poussée plus la force de gravité,

C'est-à-dire :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \sum \vec{F}_{\text{ap}} + \vec{P} \quad \dots (I-31)$$

$\vec{P}$  : poids de l'avion.

$\vec{F}_{\text{ap}}$  : force aérodynamique et propulsive.

Et :

$$\sum \vec{M}_{\text{ext}} = \sum \vec{M}_{\text{oem}} + \vec{M}_{\text{prq/g}} \quad \dots (I-32)$$

D'après (I-22) :

$$\sum \vec{F}_{\text{ap}} = \sum \vec{F}_{\text{ext}} - \vec{P} \quad \dots (I-33)$$

Selon la quatrième hypothèse (le plan XZ est un plan de symétrie),

On avait :

$$I_{XY} = 0 \quad \text{et} : \quad I_{YZ} = 0$$

Ainsi les équations de mouvement d'un avion par rapport à un système d'axes s'écrit :

$$\begin{aligned} \sum F_{APx} &= m(U' + Q*W - R*V) - P_x \\ \sum F_{APy} &= m(V' + R*U - P*W) - P_y \\ \sum F_{APz} &= m(W' + P*V - Q*U) - P_z \end{aligned} \quad \dots (I-34)$$

Pour simplifier la notation, on va noter, néanmoins, les composantes des forces aérodynamiques et propulsives comme ci-dessous :

$$\begin{aligned}F_{APx} &= F_x \\F_{APy} &= F_y \\F_{Azz} &= F_z\end{aligned}$$

Le poids de l'avion  $\vec{P} = -m g \vec{Z}$ , dans le repère fixe.

Et puisqu'on a la matrice de passage du repère fixe ( $X'$ ,  $Y'$ ,  $Z'$ ) au repère mobile liée à l'avion –annexe 1-, On aura :

$$\begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \sin \psi \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}$$

relation ... (I-35) :

Donc :

$$\begin{aligned}P_x &= -mg \sin \theta_0 \\P_y &= -mg \sin \theta_0 \cos \phi_0 \\P_z &= mg \cos \phi_0 \cos \theta_0\end{aligned} \quad \dots (I-36)$$

Par substituant des équation (I-36) dans les équations (I-34) on trouve :

$$\begin{aligned}\sum F_x &= m(U' + Q^*W - R^*V) + mg \sin \theta_0 \\ \sum F_y &= m(V' + r^*U - P^*W) + mg \sin \theta_0 \cos \phi_0 \\ \sum F_z &= m(W' + P^*V - Q^*U) - mg \cos \phi_0 \cos \theta_0 \\ \sum L &= P'^*I_{xx} - R'^*I_{zz} + Q^*R^*(I_{zz} - I_{yy}) - P^*Q^*I_{xz} \\ \sum M &= Q'^*I_{yy} + P^*R^*(I_{xx} - I_{zz}) - R^2^*I_{xz} + P^2^*I_{xz} \\ \sum N &= R'^*I_{zz} - P'^*I_{xx} + P^*Q^*(I_{yy} - I_{xx}) + Q^*R^*I_{xz}\end{aligned} \quad \dots (I-37)$$

Ces équations sont complètes, et il reste d'explicitier les forces aérodynamiques et de poussées aussi bien que les moments résultants des flexions des surfaces de contrôle.

Les composantes de la vitesse angulaire  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  pouvant être exprimées en fonction des angles d'EULER  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\phi$ .

$$\begin{aligned} P &= \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ Q &= \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \\ R &= \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi \end{aligned} \quad \dots(I-38)$$

Alors, la forme matricielle des ces équations s'écrit comme ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad \dots(I-39)$$

Donc on conclut que les équations sont non linéaires et couplées.

### LINEARISATION DES EQUATION DE MOUVEMENT :

Le mouvement de l'avion peut être écrit comme le résultat d'une perturbation à partir des conditions de vol stationnaire, de ceci chaque composante de la vitesse instantané de l'avion peut être écrite comme la somme de la composante de la vitesse durant le vol stationnaire et le changement causé par le perturbation donc écrire que :

$$\begin{aligned} U &= U_1 + \Delta u; & v &= V_1 + \Delta v; & W &= W_1 + \Delta w; \\ P &= P_1 + \Delta p; & Q &= Q_1 + \Delta q; & R &= R_1 + \Delta r; \\ \psi &= \psi_1 + \Delta \psi; & \theta &= \theta_1 + \Delta \theta; & \phi &= \phi_1 + \Delta \phi; \end{aligned} \quad \dots(I-40)$$

L'indice (1) dans les équations indique les valeurs des vitesses en vol stationnaire et les lettres minuscules représentent les vitesses dues aux perturbations.

En substituant les équation (I-40) dans les équations(I-37) et en tenant compte que la dérivée par rapport au temps des conditions de vol stationnaire est nulle, les équations (I-37)deviennent :

$$\begin{aligned}
\sum F_x &= m\{\Delta U' + Q_1 W_1 + w_1 \Delta q + Q_1 \Delta w + \Delta w \Delta q - R_1 V_1 - R_1 \Delta v - V_1 \Delta r - \Delta v \Delta r\} \\
&+ mg * \sin(\theta_1 + \Delta\theta). \\
\sum F_y &= m\{\Delta V' + U_1 R_1 + U_1 \Delta r + \Delta r \Delta u + \Delta u R_1 - P_1 W_1 - P_1 \Delta w - \Delta p W_1 - \Delta p \Delta w\} \\
&+ mg * \sin(\phi_1 + \phi) \cos(\theta_1 + \Delta\theta). \\
\sum F_z &= m\{\Delta W' + P_1 \Delta v + P_1 V_1 + V_1 \Delta p + \Delta p \Delta v - Q_1 U_1 - Q_1 \Delta u - \Delta q U_1 - \Delta q \Delta u\} \\
&- mg * \cos(\phi_1 + \Delta\phi) \cos(\theta_1 + \Delta\theta). \\
\sum L &= p' I_{xx} - r' I_{xz} + (Q_1 R_1 + Q_1 \Delta r + R_1 \Delta q + \Delta q \Delta r)(I_{zz} - I_{yy}) - (P_1 * Q_1 + P_1 \Delta q + Q_1 \Delta p) I_{xy} \\
\sum M &= q' I_{yy} + (P_1 R_1 + P_1 \Delta r + R_1 \Delta p + \Delta r \Delta p)(I_{xx} - I_{zz}) - (R_1^2 + 2R_1 \Delta r + (\Delta r)^2) I_{xz} \\
&+ (P_1 + 2P_1 \Delta p + (\Delta p)^2) I_{xz}. \\
\sum N &= r' I_{zz} - p' I_{xz} + (P_1 Q_1 + P_1 \Delta q + Q_1 \Delta p + \Delta p \Delta q)(I_{yy} - I_{xx}) \\
&+ (Q_1 R_1 + Q_1 \Delta r + R_1 \Delta q + \Delta r \Delta q) I_{xz}
\end{aligned}$$

...(I-41)

Sachant que :

1- d'après la cinquième hypothèse, on peut négliger les carrés et les produits des petites perturbations par rapport aux quantités du 1<sup>ème</sup> ordre .

2- le vol est initialement incarcéré, sans vitesse angulaire :

$$Q_1 = 0 \quad \text{et:} \quad M_1 = 0$$

3- l'axe 'OX' est dans la même direction que la vitesse du centre de gravité à l'équilibre  $W_1=0$ .

4- l'assiette longitudinale initiale étant  $\theta_1$ , les développements trigonométriques suivantes sont indispensables pour la suite :

$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

Et comme  $\theta$  est petite on peut supposer que :

$$\cos(\theta) \approx 1 \quad \text{et:} \quad \sin(\theta) \approx \theta$$

d'où :

$$\sin(\Delta\theta + \theta_1) = \sin(\theta_1) + \Delta\theta \cos(\theta_1)$$

$$\cos(\Delta\theta + \theta_1) = \cos(\theta_1) - \Delta\theta \sin(\theta_1)$$



et d'après la 6<sup>ème</sup> hypothèse :

Durant la phase de vol stationnaire, l'avion est supposé en vol horizontale avec une assiette fixe, et avec des composantes de vitesse nulle à l'exception de  $U_1$ , tel que :

$$V_1 = \psi_1 = P_1 = Q_1 = R_1 = \Phi_1 = W_1 = 0$$

Et comme on a noté antérieurement, chacune de force et de moment peut être exprimé par un développement en série de TAYLOR, cette dernière a la forme :

$$F = F_1 + [\partial F / \partial \alpha]_1 \alpha + [\partial F / \partial \beta]_1 \beta + [\partial F / \partial \sigma]_1 \sigma + \dots$$

Dont  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$  : sont des variables, et l'indice (1) indique que les quantités sont évoluées dans les conditions de vol stationnaire.

Avant de développer chaque force et moment sous la forme ci-dessous, il faut noter du fait que le plan XZ est un plan de symétrie, les rapports de changement

Des forces  $F_x$  et  $F_z$  et du moment  $M$  en fonction des perturbations  $P, r$  et  $v$  est nulles. ainsi de nombreux essais et études aéronautiques en soufflerie ont montré, que certaines quantités peuvent être négligées, ce qui ramène les forces et les moments agissant sur un avion sujet a une perturbation peuvent être exprimé de la manière suivante :

$$X = X_1 + [\partial X / \partial U] U + [\partial X / \partial W] W + [\partial X / \partial q] q + [\partial X / \partial \delta_e] \delta_e + [\partial X / \partial \delta_f] \delta_f$$

$$Y = Y_1 + [\partial Y / \partial V] V + [\partial Y / \partial P] P + [\partial Y / \partial r] r + [\partial Y / \partial \delta_r] \delta_r + [\partial Y / \partial \delta_a] \delta_a$$

$$Z = Z_1 + [\partial Z / \partial U] U + [\partial Z / \partial W] W + [\partial Z / \partial q] q + [\partial Z / \partial \delta_e] \delta_e + [\partial Z / \partial \delta_f] \delta_f$$

$$L = L_1 + \frac{\partial L}{\partial V} V + \frac{\partial L}{\partial P} P + \frac{\partial L}{\partial r} r + \frac{\partial L}{\partial \delta_r} \delta_r + \frac{\partial L}{\partial \delta_a} \delta_a$$

$$M = M_1 + \frac{\partial M}{\partial U} U + \frac{\partial M}{\partial W} W + \frac{\partial M}{\partial W'} W' + \frac{\partial M}{\partial q} q + \frac{\partial M}{\partial \delta_e} \delta_e + \frac{\partial M}{\partial \delta_f} \delta_f \quad \dots (I-42)$$

$$N = N_1 + \frac{\partial N}{\partial V} V + \frac{\partial N}{\partial P} P + \frac{\partial N}{\partial r} r + \frac{\partial N}{\partial \delta_r} \delta_r + \frac{\partial N}{\partial \delta_a} \delta_a$$

Avec :

$\delta_e$ : angle de déflexion élévateur .

$\delta_f$ : angle de déflexion des volets .

$\delta_a$ : angle de déflexion des ailerons .

$\delta_r$ : angle de déflexion des gouvernes .

**V-VI \ EQUATION LONGITUDINALES :**

Pour le cas longitudinal on à la forme :

$$u' + g\theta \cos(\theta_1) = X_u u + X_q q + X_w w + X_{\delta_e} \delta_e + X_{\delta_f} \delta_f$$

$$w' - U_1 q + g\theta \sin(\theta_1) = Z_u u + Z_w w + Z_q q + Z_{\delta_e} \delta_e + Z_{\delta_f} \delta_f$$

$$q' = M_u u + M_w w + M_q q + M_{\delta_e} \delta_e + M_{\delta_f} \delta_f$$

**VI-VII \ REPRESENTATION DES EQUATIONS SOUS FORME D'ETAT :**

D'après l'équation 7.1.1, on à :

$$u' = (X_u u + X_\alpha \alpha + X_q q + X_{\delta_e} \delta_e + X_{\delta_f} \delta_f)$$

$$\alpha' = Z_u u + [Z_\alpha / (U_1)] \alpha + [(U_1 + Z_q) / (U_1)] q + \theta [g \sin(\theta_1) / (U_1)]$$

$$q' = (M_u + (Z_{jm} / I_{yy}) T_u) u + M_\alpha \alpha + M_q q + 0 * \theta + M_{\delta_e} \delta_e + M_{\delta_f} \delta_f + (Z_{jm} / I_{yy}) T_{rpm} \delta_{rpm}$$

$$\theta' = 0 * u + 0 * \alpha + 1 * q + 0 * \theta + 0 * \delta_e + 0 * \delta_f + 0 * \delta_{rpm}$$

$$h' = 0 * u + U_1 * \alpha + 0 * q - U_1 * \theta + 0 * \delta_e + 0 * \delta_f + 0 * \delta_{rpm}$$

Donc à partir des équations de mouvement longitudinal linéaire, la forme d'état sera donnée par :

$$\begin{bmatrix} u' \\ \alpha' \\ q' \\ \theta' \\ h' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_U + \cos(\zeta) T_u & X_\alpha & X_q & -g \cos(\theta_1) & 0 \\ [Z_U - \sin(\zeta) T_u] / U1 & Z_u / U1 & (U1 + Z_q) / U1 & g \sin(\theta_1) / U1 & 0 \\ [M_u + (Z_{jm} / I_{yy}) T_u] & M_\alpha & M_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & U1 & 0 & U1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \\ h \end{bmatrix}$$

**VI-) ETUDE EN BOUCLE OUVERTE :**

L'étude en boucle ouverte nous permet de définir les modes qui caractérisent le vol longitudinal de l'avion, aussi d'analyser la stabilité « statique et dynamique » du modèle requis ; pour cela on a utilisé le logiciel Matlab afin de simuler le comportement de ce vol tel qu'il est dire sans l'utilisation des notions de contrôle.

Le calcul des valeurs propres du système ainsi des pulsations naturelles nous a permis de définir les modes qui existent en vol longitudinal, et les résultats sont résumés dans le tableau(I-2) suivant :

Modes	amortissement	Pulsation rad/s	description
$-1.70e-002 + 2.49e-001i$	6.83e-002	2.49e-001	SHORT – PERIOD
$-2.58e+000 + 2.49e+000i$	7.20e-001	2.49e-001	PHUGUÏDE

Tableau (I-2) : indique les modes de la matrice dynamique longitudinal en boucle ouverte.

D'après les résultats du tableau on conclut que la réponse transitoire d'un avion consiste en deux formes d'oscillations, l'une fortement amortie, avec des oscillations haute fréquences l'autre très faiblement amortie avec des oscillations basses fréquences ; le premier mode est appelé SHORT PERIOD

Alors que le deuxième est appelé « PHUGUÏDE ».

**VI-1) Le mode SHORT – PERIOD :**

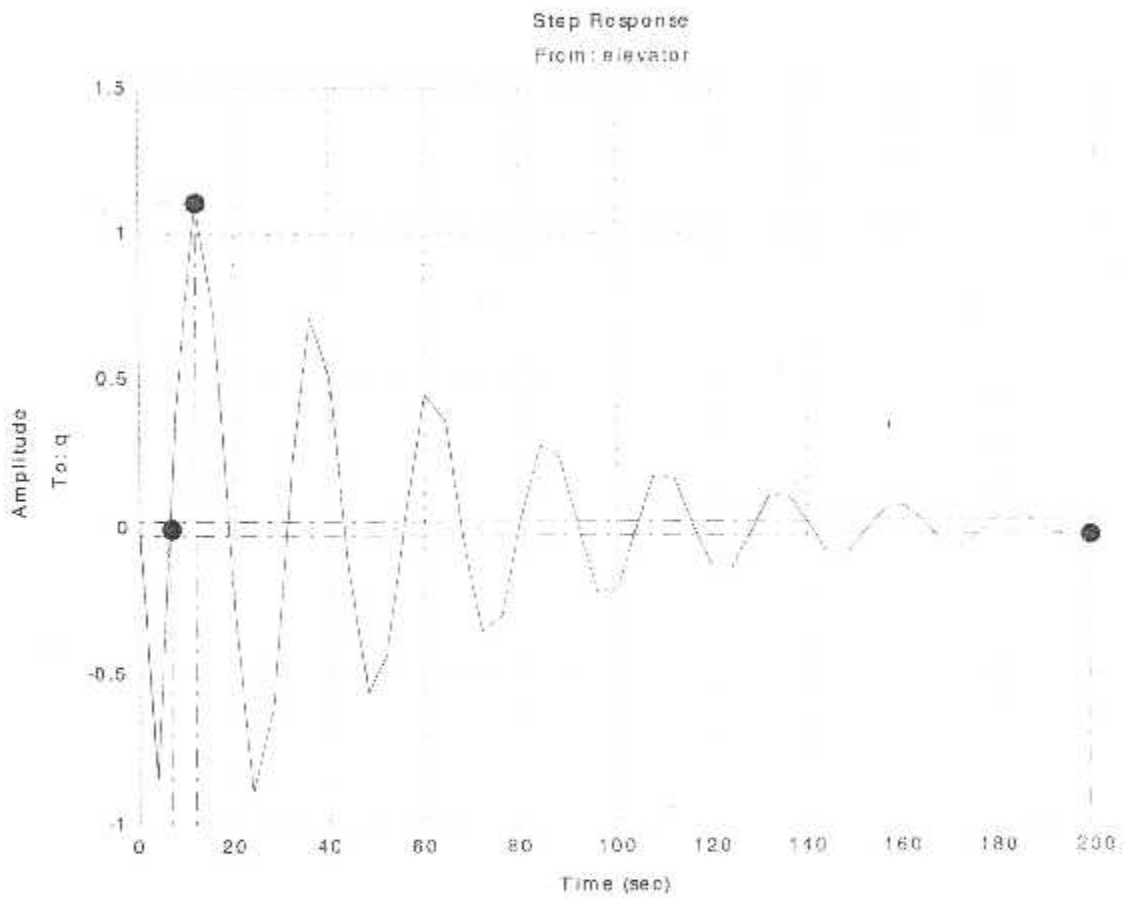
Est un mouvement autour du centre de gravité , il prend place à une vitesse constante avec des petites perturbations sur l'angle d'incidence par rapport à la position d'équilibre donc il est obtenu par des excitation sur la gouverne de profondeur ; et la période d'oscillation de ce mode est très courte et il presque toujours amortie ,le pilote ne peut pas prévoir sa réponse.

**VI-2)- le mode PHUGUÏDE :**

L'oscillation dans ce mode est lente, dans laquelle la trajectoire du centre de gravité à une allure sinusoïdal, ce mouvement ce traduit par des variations simultanées et alternées de la vitesse et l'altitude ;

L'incidence varie trie peu, et la période est grande donc ce mode est facilement perceptible par le pilote.

**VII)- SIMULATION EN BOUCLES OUVERT :**



**Figure (III-1) le mode Phugoïde**

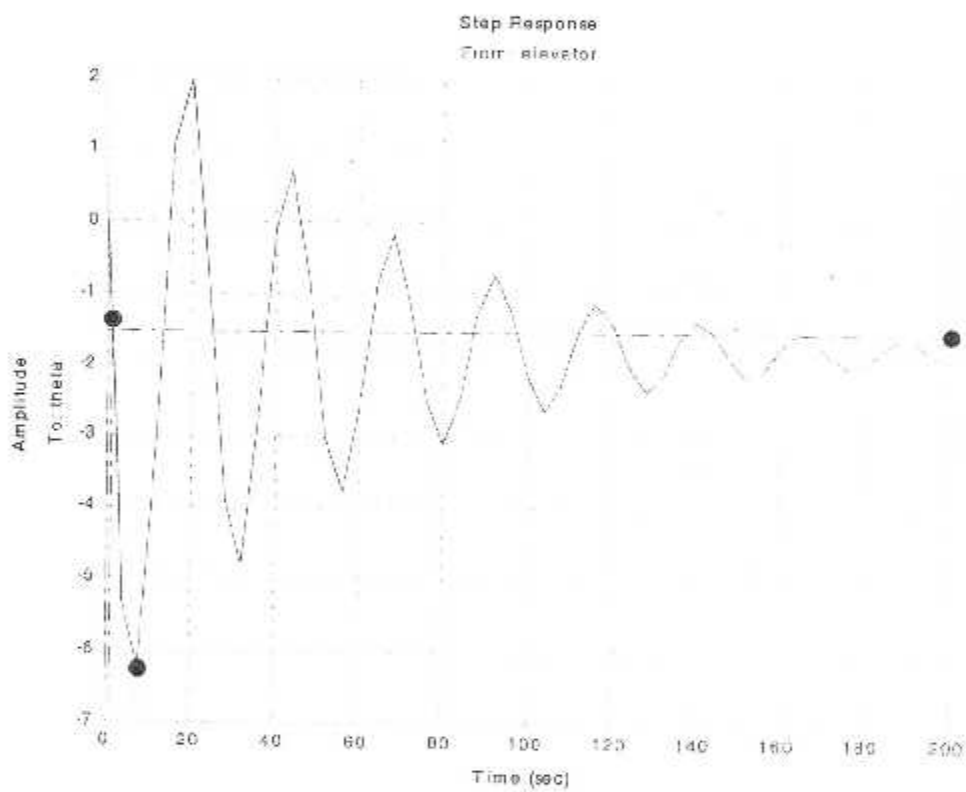
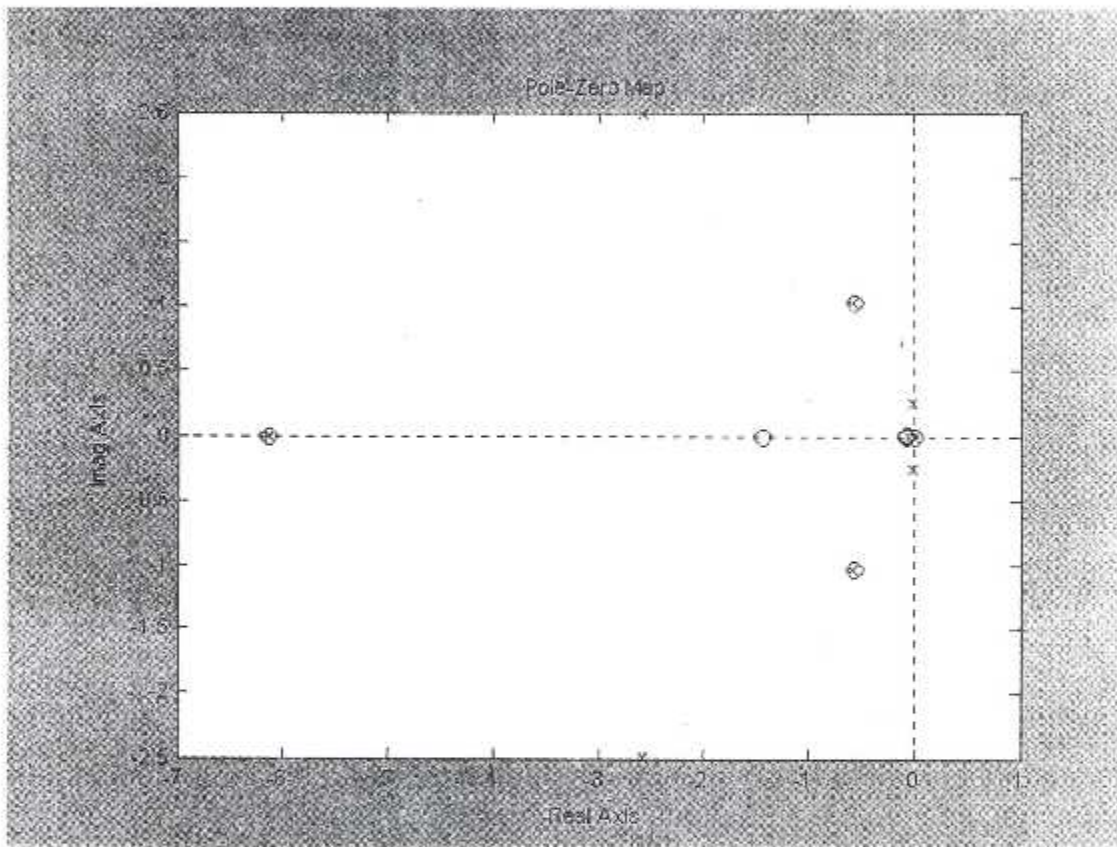


Figure (III-2) le mode short-périod



figureIII-3) les pole du système

**VIII)- BUT ET DESCRIPTION DU CONTROLE LONGITUDINAL :**

Après avoir développer le système d'équations qui régit le mouvement longitudinal et simuler les réponses de système en boucle ouverte , on trouve en face de notre problème qui réside dans l'évolution d'un système de contrôle pour notre avoir ,car les résultats de la réponse impulsionnelle figure(III-1) et Figure(III-2) , et aussi la figure (III-1) nous montre que le temps réponse atteint 200 secondes (presque 4 min) et le modèle possède

La modélisation apparaît comme un domaine à part qui assemble différentes techniques de la physique , tel que la mécanique du solide , l'aérodynamique ,et la mécanique du vol ...etc .

Nous Avons ainsi tester la stabilité de système obtenus , en boucle ouverte en appliquant notre signal ,on remarque que la stabilité théorique est acquise , car le système possède des pole ayant des partie réelles négative (fig III- 3 ) Seulement que les résultats obtenus sont inacceptables en pratique , ceci est du à la présence des pôles sur l'axe imaginaire ,et conduisent rapidement l'avion vers le problème de décrochage. Pour cette raison , nous allons faire appel au contrôleur de vol ,afin de stabiliser notre système en boucle fermée ,et par conséquents éviter le problème



~~CONFIDENTIAL~~

MODEL PRODICTIVE  
CENTRAL \* MPC \*

## IV-1 INTRODUCTION :

### IV-1-1 L'APTATION :

L'adaptation est considérée comme un processus de modification de paramètre la structure du système et les actions de contrôle. L'information courante est utilisée pour obtenir un état fini du système quand les conditions d'opération sont variantes au cours du temps.[2]

### IV-1-2 CONTROLE ADAPTATIF

Un contrôle adaptatif de système doit fournir une formation continue à propos d'état présent du système pour cela, il doit identifier le processus, il doit comparer les performances du système présent avec la performance désirée ou optimale et prendre une décision pour adapter le système de telle sorte qu'il tend vers la performance optimale ; et finalement il doit initier sa propre modification de telle sorte à conduire le système vers l'optimum. Ces trois fonctions sont inhérentes dans un système adaptatif [2]

## IV-2 COMMANDE MPC "MODEL PREDICTIVE CONTROL" :

La commande MPC "Model prédictive control" a été conçue en 1970 en industrie, durant les années 80 sa popularité à augmenter. Actuellement c'est l'algorithme de contrôle le plus utilisé dans les processus industriels que se soient chimiques, et s'étend bien dans d'autres domaines tels que le biomédical, l'aéronautique ... etc. Ce contrôleur peut manipuler des systèmes multivariables, linéaires ou non linéaires, dans des milieux déterministiques ou stochastiques. [1]

Ce contrôleur fait partie de classe des auto-ajustables, il possède les avantages d'autres contrôleurs, tels que le GMV ( minimum variance généralisée ou le P. A placement de pôle), il est de plus capable de dépasser les inconvénients rencontrés par ces derniers. Cette méthode de descente d'horizon dépend sur la prédiction de la sortie du système sur plusieurs pas basés sur la

supposition des futurs signaux de commande. Une supposition est qu'il y a un «horizon de contrôle» au-delà du quel tous les incréments de la commande deviennent nul. Prouvant qu'il est bénéfique en terme de robustesse et fournit un calcul simplifié. Cette commande possède les avantages suivants :

- Robuste
- Simple à mettre en œuvre
- Cette commande possède les avantages de dépasser les inconvénients rencontrés par les autres commandes.
- Cette méthode de descente d'horizon dépend sur la prédiction de la sortie du système sur plusieurs pas basés sur l'assomption des actions de contrôle futures.

Toutes les méthodes de contrôle ne peuvent être appliquées à n'importe quel type du système en même temps comme à :

- un système à phase non minimale.
- un système instable en boucle ouverte ou à pôles amortis de façon mauvaise.
- un système possédant des paramètres variables au cours du temps.
- un système à temps de retard variable ou inconnu sans qu'on ait à l'identifier, qui est un inconvénient dans le cas du contrôleur minimum variance, LQG...., qui nécessitent l'utilisation de l'une de méthodes d'identification du temps de retard.
- un système possédant un ordre inconnu, que les contrôleurs LQG et le Placement de Pôle ne peuvent surmonter .
- un système à plusieurs variables à contrôler et plusieurs commandes (entrées), MIMO.
- Un système dont les contraintes sont imposées à la fois sur ses entrées et sur ses sorties.

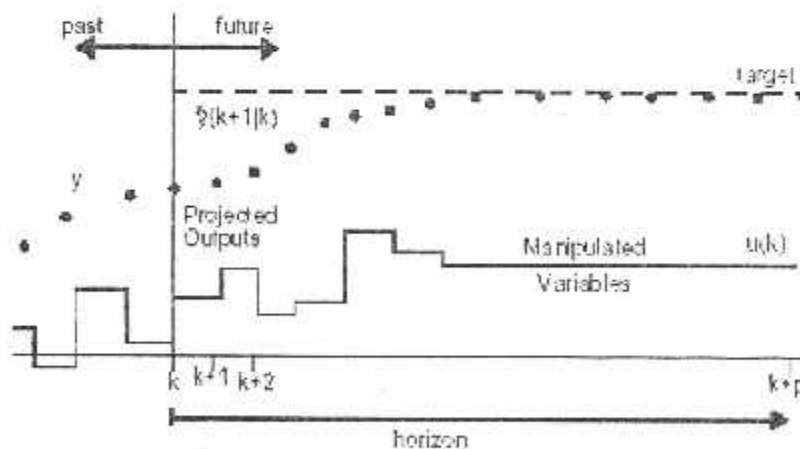
La méthode décrite ici apparaît capable de dépasser tous les problèmes qu'on vient de citer . L'approche du MPC est basée sur une formulation

explicite du système, peut bien traiter le cas du temps de retard variable comme le cas du contrôleur par placement de pôle mais qui ne peut surmonter le problème de surparamétrisation dont le MPC ne trouve aucun problème.

Quelques noms associés avec le MPC sont le DMC « Dynamique Matrice Control », le IDCOM, « model algorithmique control » et le GPC « control prédictive généralisée », etc. Ces algorithmes diffèrent dans certains détails, mais possèdent une grande similitude dans leur approche. Dans la forme sans contraintes, le MPC est relativement très proche au contrôleur optimal quadratique linéaire. Cependant dans le cas de contraintes, le MPC possède le rôle de résoudre le problème d'optimisation, en temps réel à chaque intervalle d'échantillonnage.

### IV-3 MODELE DU CONTROLEUR PREDICTIVE SANS CONTRAINTES

La loi de contrôle du MPC peut être facilement dérivée en se référant à la figure(1) suivante.



Figure(1) Commande MPC sans contrainte

Pour n'importe quel ensemble assumé de signaux de contrôle présent et futur  $\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+m-1)$  le futur comportement du processus de sortie  $y(k+1|k), y(k+2|k), \dots, y(k+p|k)$  peut être prévu au-dessus d'un horizon  $p$ . Le contrôle  $M$  présent et futur ( $m < p$ ) sont calculés pour réduire au minimum un objectif quadratique de la forme

$$\min_{\Delta u(k), \dots, \Delta u(k+m-1)} \sum_{l=1}^p \left| \Gamma_l^y (y(k+l|k) - r(k+l)) \right|^2 + \sum_{l=1}^m \left| \Gamma_l^u (\Delta u(k+l-1)) \right|^2$$

Les matrices  $\Gamma_l^y$  and  $\Gamma_l^u$  présentes ici, sont pour pénaliser les composants particuliers de  $y$  et de  $u$  à certains futurs intervalles de temps et  $r(k+l)$  est le vecteur (pouvant être pris comme variable au cours du temps) de futures valeurs de référence (set points). Bien que  $M$  horizon de contrôle soit calculé seulement le premier ( $\Delta u(k)$ ) est mis en application. Au prochain intervalle de prélèvement, de nouvelles valeurs de la sortie mesurée sont obtenus, l'horizon de contrôle est décalé en avant par une étape, et les mêmes calculs sont répétés. La loi résultante de contrôle désigné sous le nom "de l'horizon mobile" ou de "l'horizon de recul."

Les sorties de processus prévues  $y(k+1|k), \dots, y(k+p|k)$  dépendent de la mesure actuelle et les suppositions faites au sujet des perturbations non mesurées et le bruit mesuré affectant les sorties. Sous ces suppositions la loi de contrôle peut être définie comme un retour linéaire invariant au cours du temps :

$$\Delta u(k) = K_{MPC} \cdot E(k+1|k)$$

où  $E(k+1|k)$  est le vecteur des erreurs futures prévues au-dessus de l'horizon  $p$  qui résulterait, si tous les mouvements variables manipulés présents et futurs étaient égaux à zéro  $\Delta u(k) = \Delta u(k+1) = \dots = 0$ ,

Pour les systèmes stables en boucle ouverte, la stabilité nominale du système en boucle fermée dépend seulement de  $K_{MPC}$  qui alternativement est affecté par l'horizon  $p$ , le nombre de mouvements  $m$  et les matrices de pesée  $\Gamma_l^r$  et  $\Gamma_l^u$ . Aucune condition précise sur ces paramètres de pesée, n'existe plus garantit la stabilité en boucle fermée. En général, en faisant décroître  $m$  par rapport à  $p$ , cela rend l'action de contrôle moins rapide et tend à stabiliser le système. Pour  $p = 1$ , la stabilité nominale du système en boucle fermée est garantie pour n'importe quelle valeur de  $m$  fini et des valeurs de pesées d'entrée et de sortie invariable. Généralement,  $\Gamma_l^u$  est utilisée comme paramètre d'ajustement et son augmentation a pour effet de rendre l'action de contrôle moins rapide.

#### 4- Modèle du contrôleur prédictive avec contraintes

L'action de contrôle peut également être sujet à des contraintes sur les variables manipulées.

La contrainte sur la commande est alors :

$$u_{min}(l) \leq u(k+l) \leq u_{max}(l)$$

et le pas de variation (des signaux d'entrées ou de commande) :

$$|\Delta u(k+l)| \leq \Delta u_{max}(l)$$

Quand des contraintes de cette forme sont imposées, un programme quadratique est résolu à chaque période d'échantillonnage, déterminant l'action de contrôle, résultant une loi généralement non -linéaire. La performance d'un tel système de contrôle doit être évaluée par l'intermédiaire de la simulation.

#### 5- CHOIX DES HORIZONS DU CONTROLEUR

**Choix de  $\Gamma_l^r$  (Ywt) :**

Est une matrice de pesée qui sera appliquée aux erreurs de poursuite de référence. Tous les pesées doivent être supérieurs à zéro. Nous pouvons changer les pesées à chaque étape de l'horizon de prédiction par l'intégration

jusqu' aux  $P$  rangée. Alors la première rangée des valeurs de  $N_y$  (nombres de sorties), s'applique aux erreurs de poursuite dans la première étape de l'horizon de prédiction, la prochaine rangée s'appliquera à la prochaine étape, etc...

### Choix de $\Gamma_u^*$ ( $Uwt$ ) :

Le même forme que le  $Ywt$  sauf que  $Uwt$  s'applique aux changements du commande. Si vous utilisez  $Uwt = 0$  le défaut est peser nul. Si  $uwt \neq 0$  il doit avoir des colonnes de  $nu$ , où  $nu$  est le nombre du commande

### Choix de $m$ ( $M$ ) :

C'est une grandeur scalaire, MPC interprète comme horizon d'entrée. C'est un paramètre très important. Pour un simple système (i.e stable en boucle ouverte pouvant avoir un temps de retard et une phase non minimum) la valeur de  $M=1$ , donne généralement un contrôle acceptable. L'augmentation de  $M$  rend le contrôleur et la réponse de la sortie correspondante plus actifs.  $M$  doit être égale au nombre des pôles à proximité de la borne de la stabilité

### Choix de $P$

Le nombre de prélèvement dans l'horizon de prédiction. Si  $P = \text{Inf}$  l'horizon de prédiction est infini.

### Choix de la durée (temps de simulation)

Est la durée désirée de la simulation (dans des unités de temps).

### Choix de $ulim$ (contraintes du commande)

Est une matrice donnant les limites sur les variables manipulées, en lui précisent les limites supérieures et inférieures ainsi que le pas de variation.

### Choix de $y_{lim}$ (contrainte de la sortie)

La même idée que pour  $ulim$  mais pour les limites inférieures et supérieures des sorties. La première rangée s'applique au premier point dans l'horizon de prédiction. Le défaut est  $y_{minimum} = -FNI$  et  $y_{maximum} = FNI$

## 6 - Système en boucle fermée

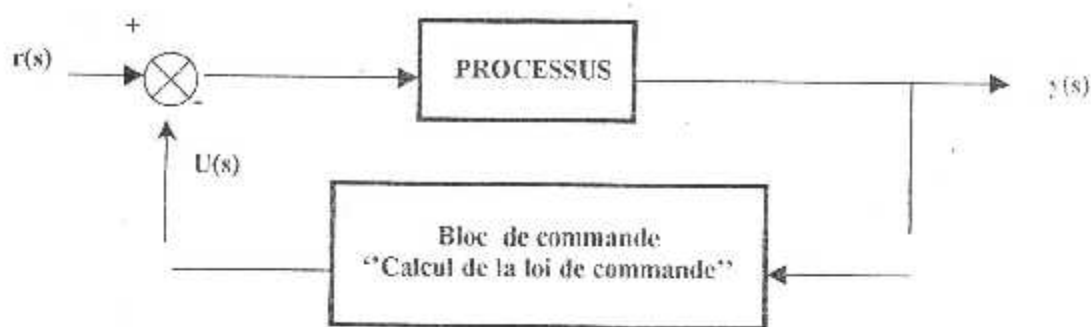


FIG.(2) système en boucle fermée en appliquant l'algorithme commande prédictive

### Présentation des différentes simulations

Le système physique se présente sous forme d'espace d'état comme suit :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

où les matrices A, B, C et D sont de l'ordre de 12\*12. (avec C une matrice unitaire).

Le vecteur d'état :  $x = [V \text{ alpha } \beta \text{ p } \text{ q } \text{ r } \text{ psi } \text{ theta } \text{ phi } \text{ x}_e \text{ y}_e \text{ H}]'$

et l'entrée nous n'avons sélectionner que celle de l'élévateur  $U(:,1) = \text{'Elevator'}$

V : airspeed [m/s]

alpha : angle of attack [rad] or [deg]

beta : sideslip angle [rad] or [deg]

p : roll-rate [rad/s] or [deg/s]

q : pitch-rate [rad/s] or [deg/s]

r : yaw-rate [rad/s] or [deg/s]

psi : yaw-angle [rad] or [deg]

theta : pitch-angle [rad] or [deg]

phi : roll-angle [rad] or [deg]

$x_e$  : X-coordinate in Earth-axes [m]

$y_e$  : Y-coordinate in Earth-axes [m]

H : altitude [m]

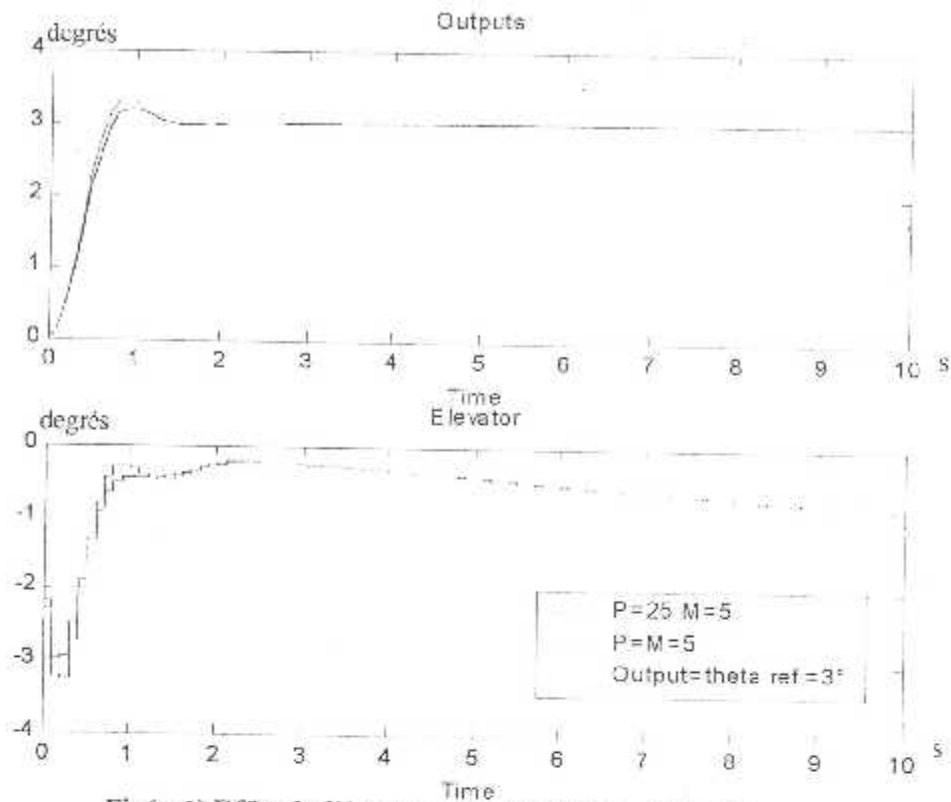


Nous allons simuler notre modèle d'avion de type BEAVER en mode longitudinale, qui dans ce cas l'entrée du système sera l'élevateur, défini dans notre système comme étant la première commande. Nous allons présenter de façon très résumée les simulations les plus intéressantes de ce mode de vol, et qui affecterons les deux signaux de sorties qui sont l'altitude  $h$ , et l'angle pitch défini par  $\theta$ , en faisant varier les paramètres du contrôleur :

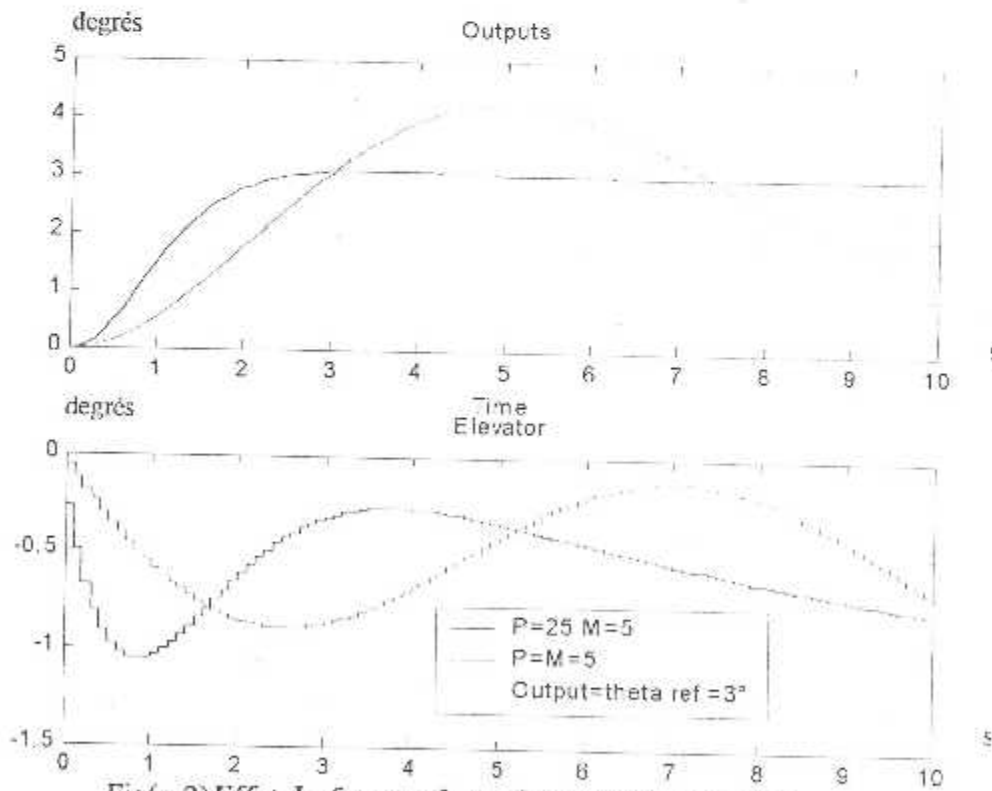
- Effet de la variation de l'horizon de prédiction  $P$ , en maintenant  $M$ .
- Effet de la variation du facteur de pesée sur la sortie défini par  $Y_{wt}$  ;
- Effet de la variation du facteur de pesée sur l'entrée défini par  $U_{wt}$  ;
- Effet de la saturation de l'entrée  $U_{lim}$  ;

avec

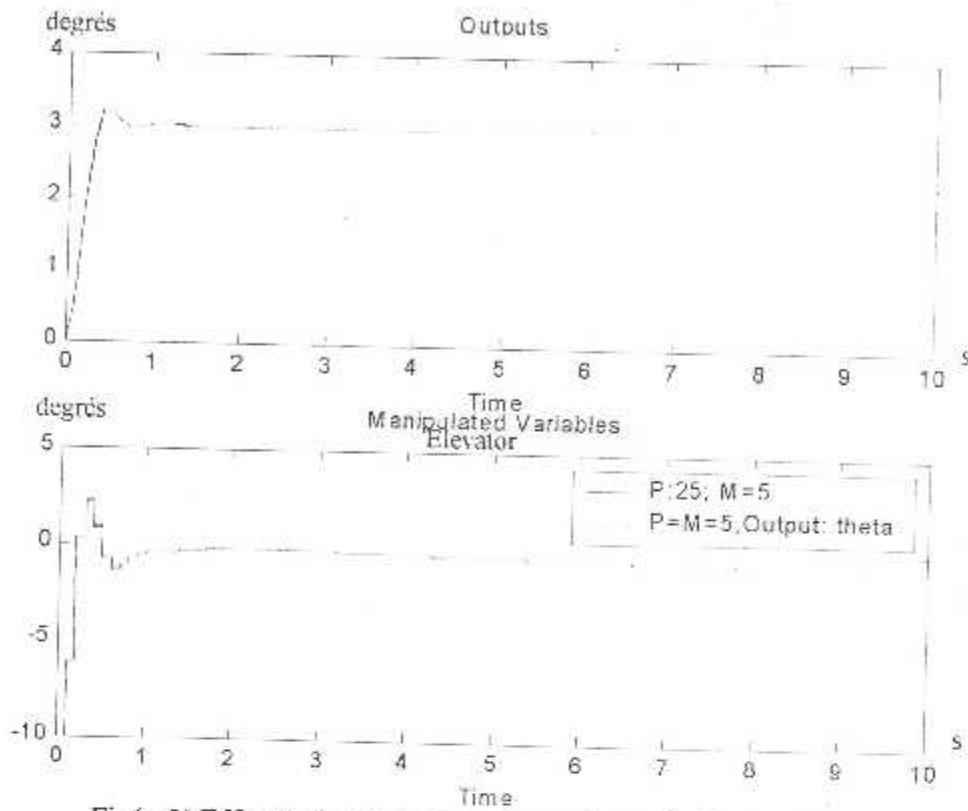
reference( $\theta$ )= $3^\circ$  ; reference(altitude)=200-400m, puis de 400-200m



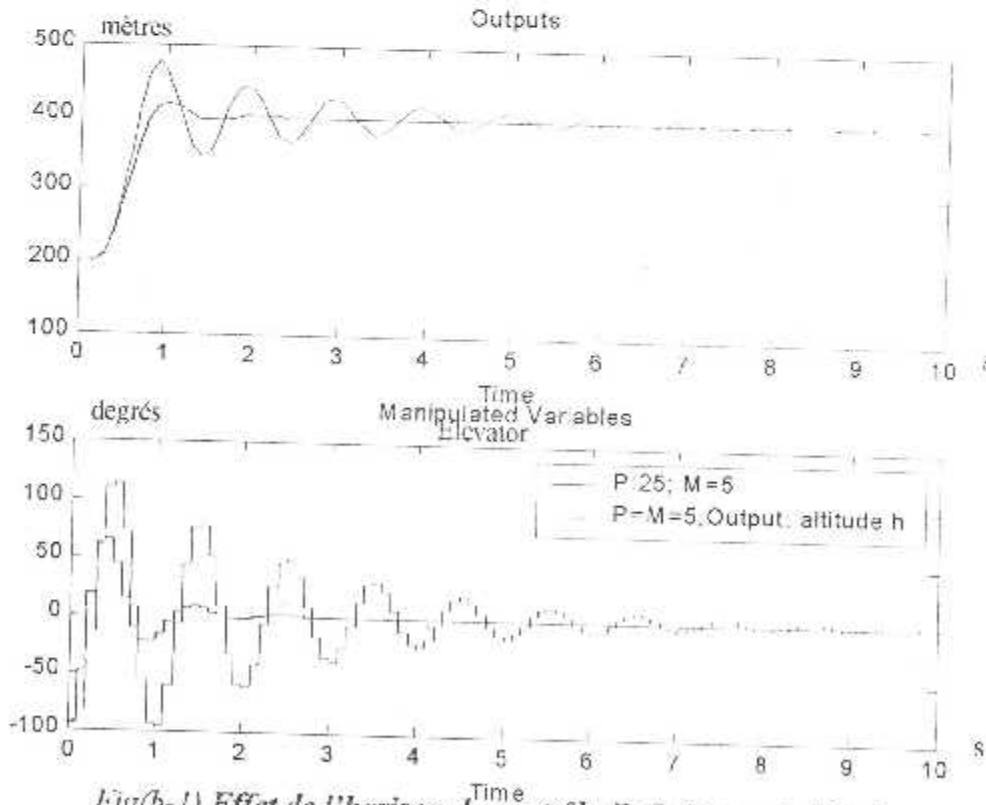
Fig(a-1) Effet de l'horizon de prédiction. P:5-25, sur Theta ou l'angle pitch.



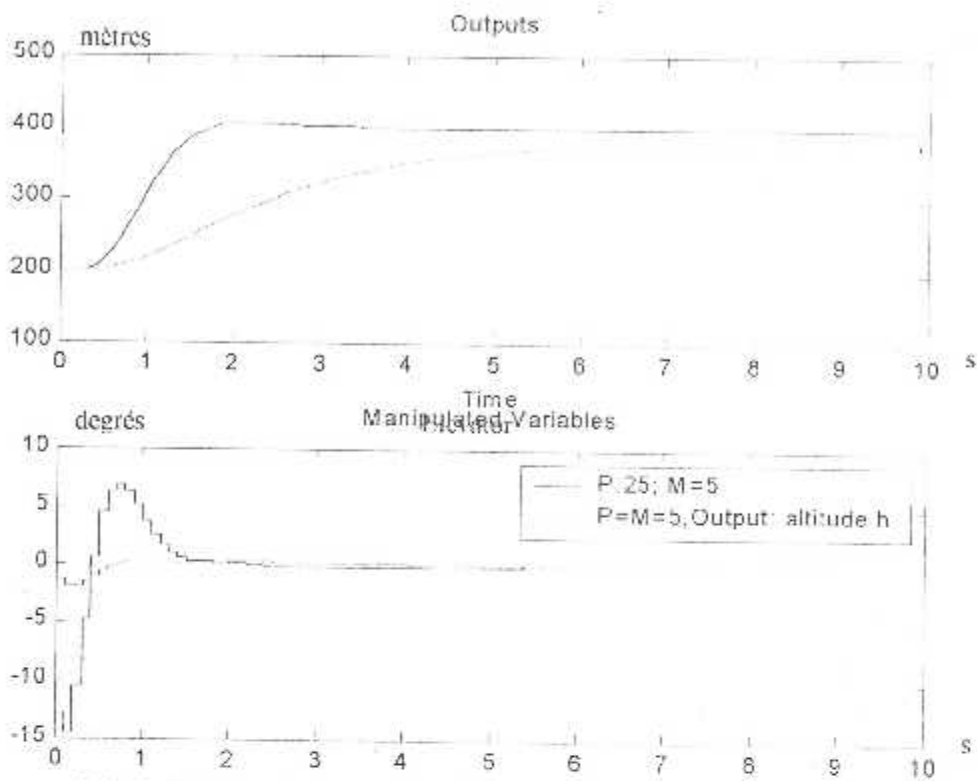
Fig(a-2) Effet du facteur de pesée en sortie  $y_{wt} = 0.1$ , sur Theta ou l'angle pitch.



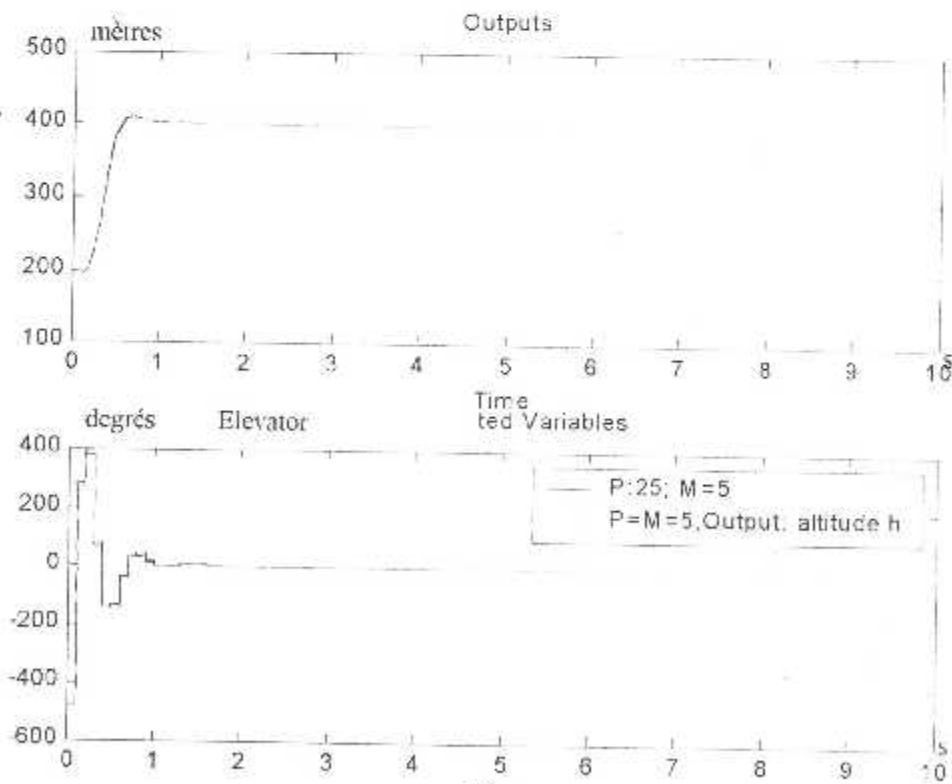
Fig(a-3) Effet du facteur de pesée sur l'entrée  $Uwt = 0.1$ , Variable contrôlée : theta ou angle pitch



Fig(b-1) Effet de l'horizon de contrôle  $P : 5-25$ , sur l'altitude



Fig(b-2). Effet du facteur de pesée sur l'altitude  $Y_{wt}=0.1$ .



Fig(b-3) Effet du facteur de pesée  $U_{wt}=0.1$ , sur l'altitude.

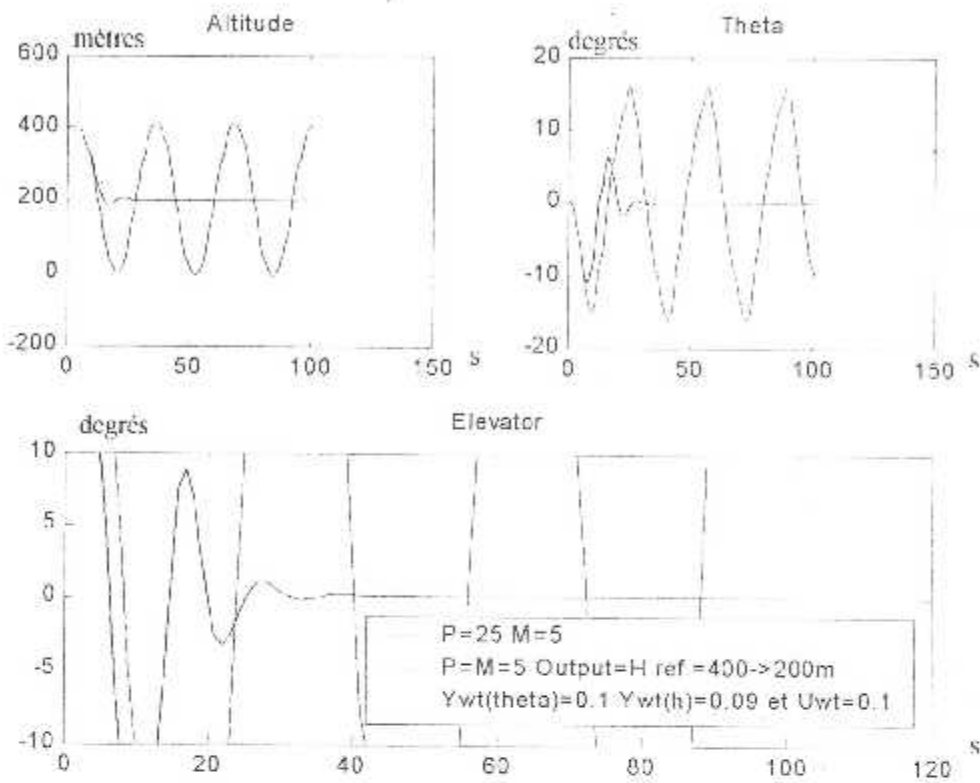
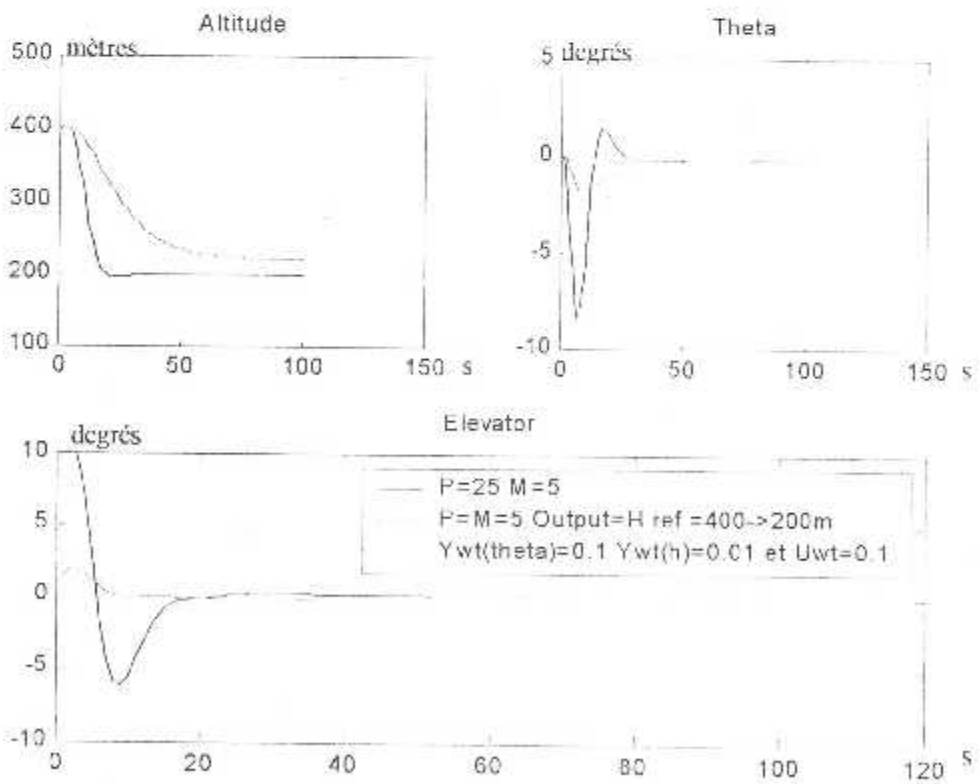


Fig :d1-d2. Visualisation des deux variables d'état contrôlés, soit l'altitude et theta, en imposant les contraintes sur l'entrée 'Elevator'  $U_{min} \leq U(elevator) \leq U_{max}$



### IV-8 Interprétation des résultats :

**Fig a1-b1 :** reference(theta)=3° ; reference(altitude)=200-400m

Dans ces figures on fait varier l'horizon de prédiction P de 5 à 25, nous voyons bien l'effet de la variation de l'horizon de prédiction P sur les deux sorties, notamment plus sur l'altitude(href= que sur theta. Les variables contrôlées atteignent leurs référence en un temps très court pour P=25, avec une commande moins importante en régime transitoire, et on constate qu'il y a moins d'oscillations au niveau de l'entrée et de la sortie (theta et h). On remarque que pour une faible valeur de P=5, la sorties sont oscillatoires, et l'erreur en régime permanent ne devient négligeable qu'après un temps important, de même pour leurs entrées correspondantes. Mais en augmentant l'horizon de prédiction P, de 5 à 25, on constate son effet dans l'augmentation de la vitesse de convergence. L'erreur est négligeable en régime permanent et les signaux de l'entrée ainsi que des sorties deviennent plus lisses.

**Fig a2-b2:** reference(theta)=3° ; reference(altitude)=200-400m

Dans ce cas on introduit le facteur de pesée Ywt, une fois sur theta , en faisant toujours varier P, puis sur l'altitude h. On constate dans les deux cas de la figures, une baisse importante d'oscillations, que ce soit en entrée ou en sortie. Et les sorties atteignent leurs signaux de références moins rapidement par rapport au cas précédent, avec une commande moins importante.

**Fig a3-b3 :** reference(theta)=3° ; reference(altitude)=200-400m

Dans ce cas de simulation on introduit l'effet du facteur de pesée sur l'entrée (elevator). Cette variation a pour effet d'augmenter la vitesse de convergence des signaux de sorties vers leurs références, mais d'exciter les entrées en régime transitoire, ceci pour une faible valeur Uwt=0.1, ce qui est bien clair sur les deux cas de figures. Nécessitant, ainsi une commande importante dépassant ses

limites, notamment celle au niveau de l'altitude. Dans les deux cas de figures, l'erreur est négligeable en régime permanent.

**Fig d1-d2 :**reference(altitude)=400-200m;Uwt=0.1, Yw(theta)=0.1, Ywt(altitude)=0.09-0.01, toujours P:5-25;

Une telle simulation où  $Uwt=0.1$ , fait converger très rapidement les sorties vers les références correspondantes mais fait augmenter l'entrée, ce qui nous a obligé d'introduire un limiteur sur l'entrée. Mais cela ne suffit pas pour diminuer des oscillations présentes sur l'entrée et les deux sorties du système physique aussi, on fait encore diminuer de l'un des facteurs de pesée de l'une des deux sorties, plus exactement celui de l'altitude qu'on veut diminuer de 400 à 200m. On constate convergence plus rapide des signaux de références aux sorties correspondantes, avec une erreur négligeable en régime permanent, présentant une commande beaucoup moins importante, pouvant ne pas nécessiter de limiteur. Et en ce qui concerne la valeur de P, on remarque qu'avec une faible valeur (P=5), la convergence est plus lente mais les sorties ainsi que l'entrée présentent moins d'oscillations.

#### IV-8 Conclusion :

La commande MPC a été désignée et appliquée en simulation pour le contrôle du mode longitudinal d'un avion de type Beaver, dans le cas multivariable, en manipuler l'élévateur pour le contrôle des variables d'état qui sont l'angle de pitch "theta" et l'altitude "h". Sans oublier que nous avons appliqué la commande étendue du contrôleur MPC, qui manipule un contrôle par rapport à un modèle de référence, plus précisément à une trajectoire exponentielle de constante de temps Tref choisie de l'ordre de 0.001s.

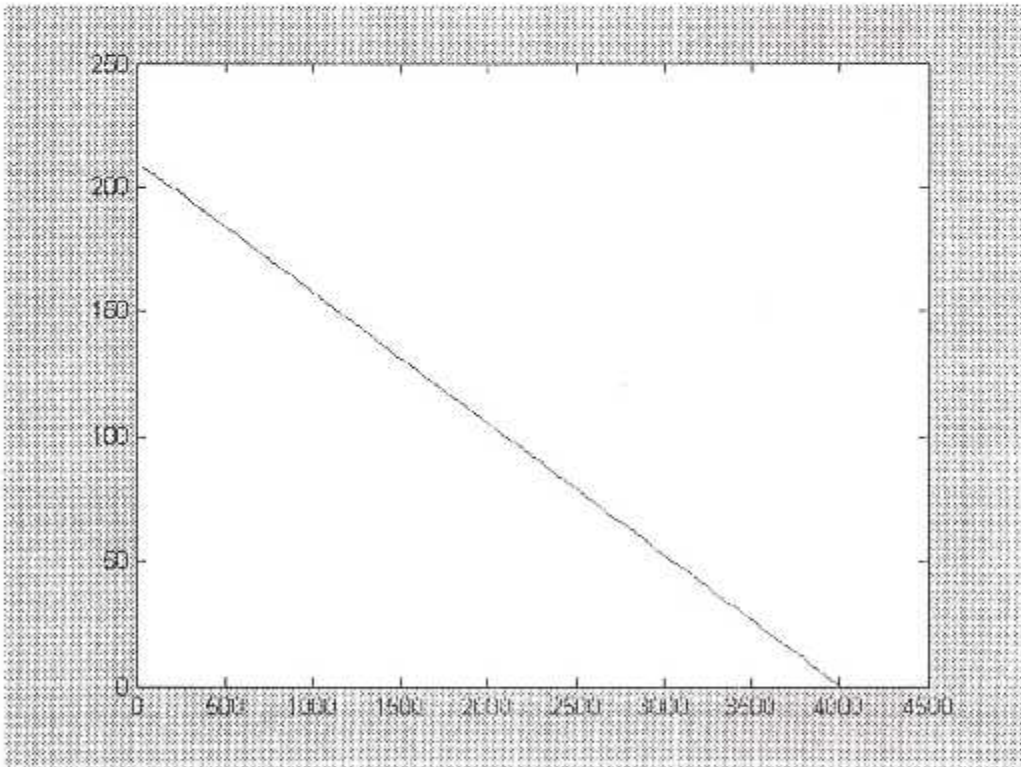
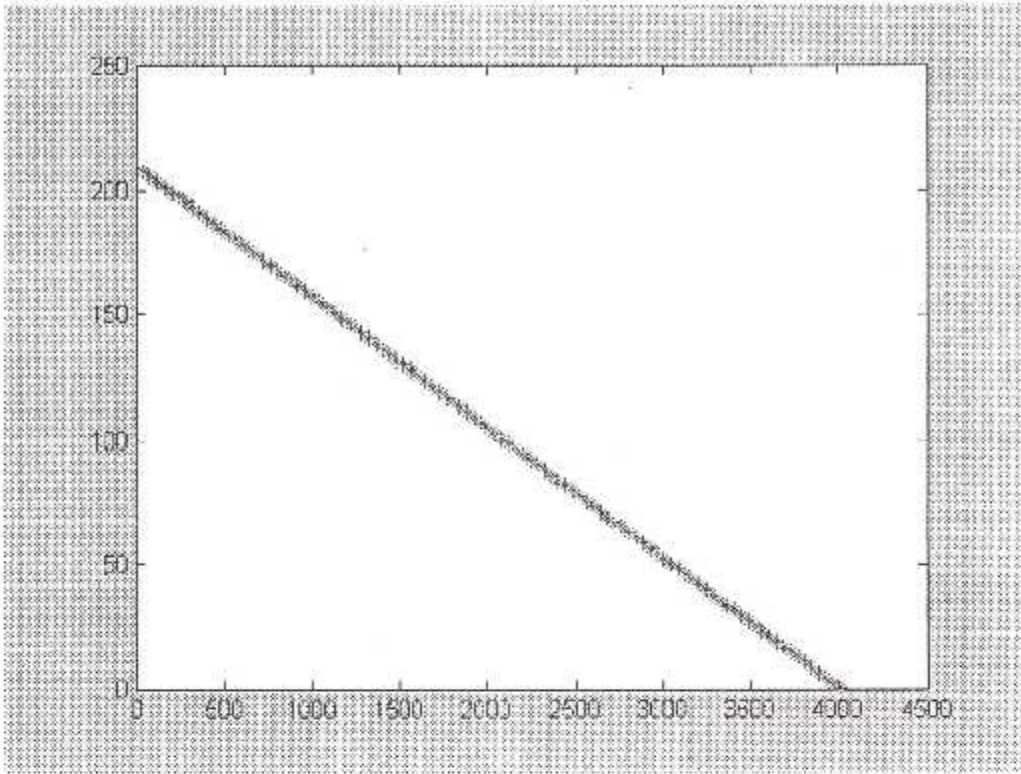
Afin de voir l'efficacité d'une telle commande, nous l'avons testé sous plusieurs situations. Nous avons constaté que la vitesse de convergence est d'autant plus importante qu'en manipulant les paramètres du contrôleur, tels que

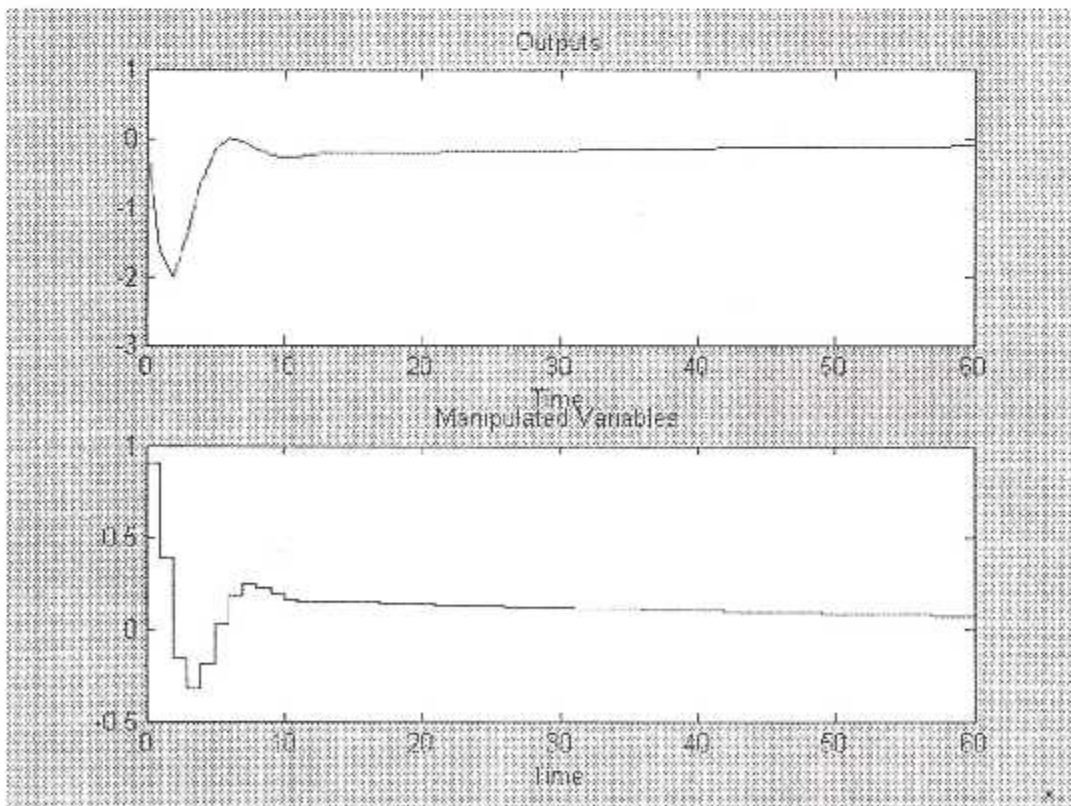
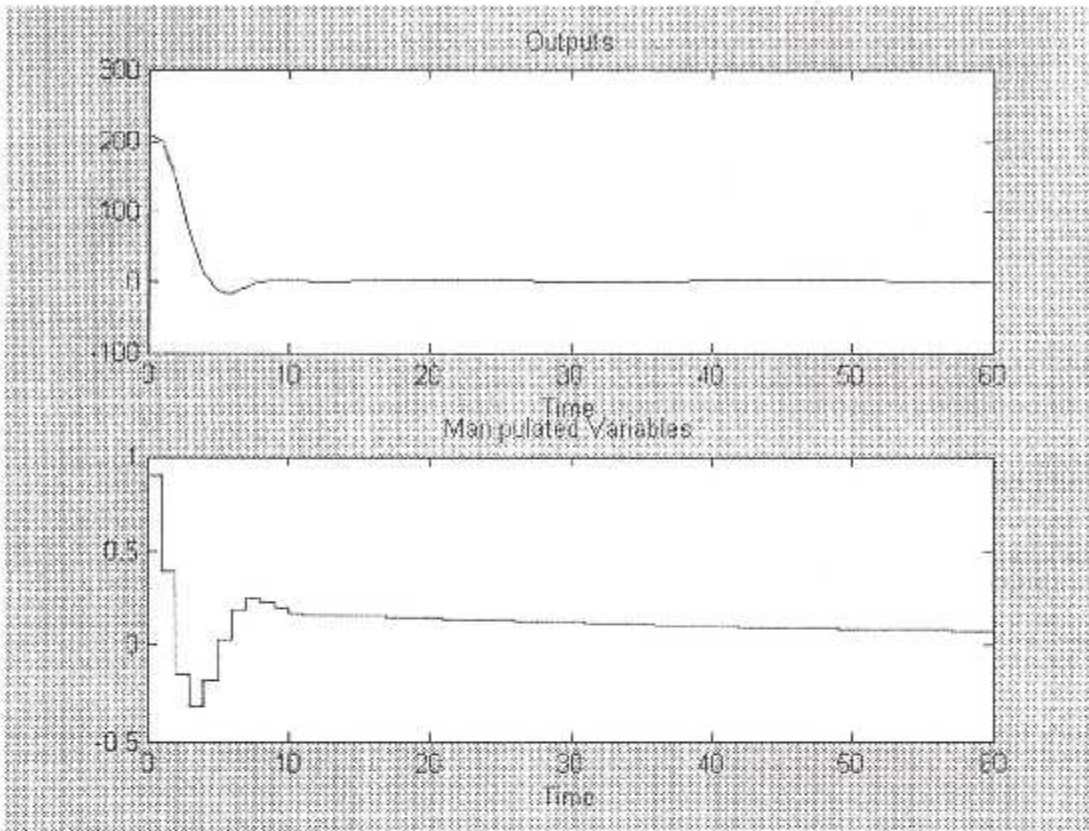
l'horizon de contrôle  $P$ , les facteurs de pesées  $Y_{wt}$  et  $U_{wt}$ , qui sont respectivement sur les entrées et sur les sorties du système physique, avec dans tout les cas, une erreur négligeable en régime permanent. Donc, on peut en déduire que pour le choix des paramètres du contrôleur, on cherche toujours un compromis, pour avoir une convergence la plus rapide possible avec moins d'oscillations en entrée et en sortie, toute en respectant les contraintes imposées sur le système physique, manipulant ainsi un minimum d'énergie et atteindre une erreur négligeable en régime permanent.

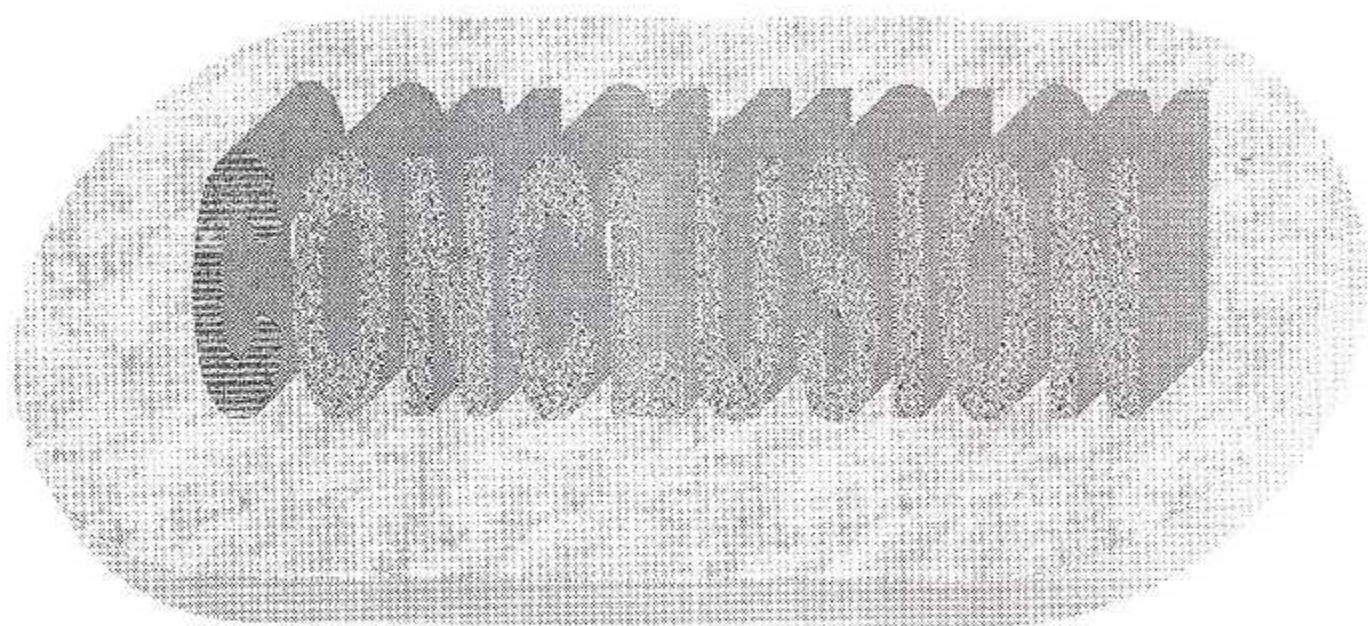


**ANALYSIS**

**SIMULATION**







# ANNEXE

% Define stability and control derivatives of the DHC-2 'Beaver' for the nonlinear aerodynamic model, which is valid within the 35-55 m/s TAS range (see [Ljee & Mulder, 1988]).

```

% -----
CX0 = -0.03554; CZ0 = -0.05504; Cm0 = 0.09448;
CXa = 0.002920; CZa = -5.578; Cma = -0.6028;
CXa2 = 5.459; CZa3 = 3.442; Cma2 = -2.140;
CXa3 = -5.162; CZq = -2.988; Cmq = -15.56;
CXq = -0.6748; CZde = -0.3980; Cmde = -1.921;
CXdr = 0.03412; CZdeb2 = -15.93; Cmb2 = 0.6921;
CXdf = -0.09447; CZdf = -1.377; Cmr = -0.3118;
CXadf = 1.106; CZadf = -1.261; Cmdf = 0.4072;
CY0 = -0.002226; Cl0 = 0.0005910; Cn0 = -0.003117;
CYb = -0.7678; Clb = -0.06180; Cnb = 0.006719;
CYP = -0.1240; Clp = -0.5045; Cnp = -0.1585;
CYr = 0.3666; Clr = 0.1695; Cnr = -0.1112;
CYda = -0.02956; Clda = -0.09917; Cnda = -0.003872;
CYdr = 0.1158; Cldr = 0.006934; Cndr = -0.08265;
CYdra = 0.5238; Cldaa = -0.08269; Cnq = 0.1595;
CYbdot = -0.1600; Cnb3 = 0.1373;
AM = [ CX0  CY0  CZ0  Cl0  Cm0  Cn0 ;
      CXa  0   CZa  0   Cma  0 ;
      CXa2 0   0   0   Cma2 0 ;
      CXa3 0   CZa3 0   0   0 ;
      0   CYb  0   Clb  0   Cnb ;
      0   0   0   0   Cmb2 0 ;
      0   0   0   0   0   Cnb3 ;
      0   CYP  0   Clp  0   Cnp ;
      CXq  0   CZq  0   Cmq  Cnq ;
      0   CYr  0   Clr  Cmr  Cnr ;
      0   0   CZde 0   Cmde 0 ;
      CXdf 0   CZdf 0   Cmdf 0 ;
      0   CYda 0   Clda 0   Cnda ;
      CXdr  CYdr  0   Cldr  0   Cndr ;
      CXadf 0   CZadf 0   0   0 ;
      0   CYdra 0   0   0   0 ;
      0   0   0   Cldaa 0   0 ;
      0   0   CZdeb2 0   0   0 ;
      0   CYbdot 0   0   0   0 ];
```

Le système physique se présente sous forme d'espace d'état comme suit :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

où les matrices A, B, C et D sont de l'ordre de 12\*12. (avec C une matrice unitaire).

Le vecteur d'état :  $x = [V \text{ alpha } \beta \text{ p } \text{ q } \text{ r } \text{ psi } \text{ theta } \text{ phi } \text{ xe } \text{ ye } \text{ H}]'$   
 et l'entrée nous n'avons sélectionner que celle de l'élévateur  $U(:,1) =$   
 'Elevator'

V : airspeed [m/s]  
 alpha : angle of attack [rad] or [deg]  
 beta : sideslip angle [rad] or [deg]  
 p : roll-rate [rad/s] or [deg/s]  
 q : pitch-rate [rad/s] or [deg/s]  
 r : yaw-rate [rad/s] or [deg/s]  
 psi : yaw-angle [rad] or [deg]  
 theta : pitch-angle [rad] or [deg]  
 phi : roll-angle [rad] or [deg]  
 xe : X-coordinate in Earth-axes [m]  
 ye : Y-coordinate in Earth-axes [m]  
 H : altitude [m]

u = [uaero' uprop' uwind']'

uaero = [deltae deltaa deltar deltaf]'

uprop = [n pz]'

uwind = [uw vw ww uwdot vwdot wwdot]'

deltae: elevator deflection [rad]

deltaa: ailerons deflection [rad]

deltar: rudder deflection [rad]

deltaf: flap deflection [rad]

n : engine speed [RPM]

pz : manifold pressure ["Hg]

uw : wind & turbulence velocity along XB-axis [m/s]

vw : wind & turbulence velocity along YB-axis [m/s]

ww : wind & turbulence velocity along ZB-axis [m/s]

uwdot : d(uw)/dt [m/s^2]

vwdot : d(vw)/dt [m/s^2]

wwdot : d(ww)/dt [m/s^2]

AM = AM';

#### DEFINE PARAMETERS FOR ENGINE FORCES & MOMENTS MODEL.

The nonlinear engine model of the DHC-2 "BEAVER" aircraft valid within the 35-55 m/sec TAS-range (see [Tjee & Mulder, 1988]).

CXdpt = 0.1161;  
CXadpt2 = 0.1453;  
CZdpt = -0.1563;  
Cla2dpt = -0.01406;  
Cindpt = -0.07895;  
Cndpt3 = -0.003026;

EM = [ CXdpt 0 CZdpt 0 Cindpt 0 ;  
0 0 0 0 0 Cndpt3 ;  
CXadpt2 0 0 0 0 0 ;  
0 0 0 Cla2dpt 0 0 ];

EM = EM';

#### DEFINITION OF RELEVANT AIRCRAFT GEOMETRY AND MASS-DISTRIBUTION PARAMETERS.

Mass and mass-distribution.

Ix = 5368.39; % kgm<sup>2</sup> in Fr  
Iy = 6928.93; % kgm<sup>2</sup> in Fr  
Iz = 11158.75; % kgm<sup>2</sup> in Fr  
Jxy = 0.0; % kgm<sup>2</sup> in Fr  
Jxz = 117.64; % kgm<sup>2</sup> in Fr  
Jyz = 0.0; % kgm<sup>2</sup> in Fr  
m = 2288.231; % kg

% geometric data.

cbar = 1.5875; % m  
b = 14.63; % m  
S = 23.23; % m<sup>2</sup>

THE FOLLOWING EQUATIONS ARE VALID FOR ANY RIGID AIRCRAFT (ALSO VALID FOR NON-SYMMETRIC AIRCRAFT).

Calculate inertia parameters (see NASA TP 2768). The formula's are valid for symmetric and asymmetric aircraft.

detI = Ix\*Iy\*Iz - 2\*Jxy\*Jxz\*Jyz - Ix\*Jyz<sup>2</sup> - Iy\*Jxz<sup>2</sup> - Iz\*Jxy<sup>2</sup>;

I1 = Iy\*Iz - Jyz<sup>2</sup>;

I2 = Jxy\*Iz + Jyz\*Jxz;

```

I3 = Jxy*Jyz + ly*Jxz;
I4 = lx*Iz - Jxz^2;
I5 = lx*Jyz + Jxy*Jxz;
I6 = lx*ly - Jxy^2;

```

```

Pl = I1/detI; Pm = I2/detI; Pn = I3/detI;
Ppp = -(Jxz*I2 - Jxy*I3)/detI;
Ppq = (Jxz*I1 - Jyz*I2 - (ly-lx)*I3)/detI;
Ppr = -(Jxy*I1 + (lx-lz)*I2 - Jyz*I3)/detI;
Pqq = (Jyz*I1 - Jxy*I3)/detI;
Pqr = -((Iz-ly)*I1 - Jxy*I2 + Jxz*I3)/detI;
Prr = -(Jyz*I1 - Jxz*I2)/detI;

```

```

Ql = I2/detI; Qm = I4/detI; Qn = I5/detI;
Qpp = -(Jxz*I4 - Jxy*I5)/detI;
Qpq = (Jxz*I2 - Jyz*I4 - (ly-lx)*I5)/detI;
Qpr = -(Jxy*I2 + (lx-lz)*I4 - Jyz*I5)/detI;
Qqq = (Jyz*I2 - Jxy*I5)/detI;
Qqr = -((Iz-ly)*I2 - Jxy*I4 - Jxz*I5)/detI;
Qrr = -(Jyz*I2 - Jxz*I4)/detI;

```

```

Rl = I3/detI; Rm = I5/detI; Rn = I6/detI;
Rpp = -(Jxz*I5 - Jxy*I6)/detI;
Rpq = (Jxz*I3 - Jyz*I5 - (ly-lx)*I6)/detI;
Rpr = -(Jxy*I3 + (lx-lz)*I5 - Jyz*I6)/detI;
Rqq = (Jyz*I3 - Jxy*I6)/detI;
Rqr = -((Iz-ly)*I3 - Jxy*I5 + Jxz*I6)/detI;
Rrr = -(Jyz*I3 - Jxz*I5)/detI;

```

```

% Summarizing results in aircraft parameter matrices GM1 and GM2.

```

```

GM1 = [cbar b S lx ly lz Jxy Jxz Jyz m];

```

```

GM2 = [ Pl Pm Pn Ppp Ppq Ppr Pqq Pqr Prr ;
        Ql Qm Qn Qpp Qpq Qpr Qqq Qqr Qrr ;
        Rl Rm Rn Rpp Rpq Rpr Rqq Rqr Rrr ];

```

```

%-----
% The FDC toolbox. Copyright Marc Rauw, 1994-2000.
% Last revision of this program: June 12, 2000. (SR2 fix)

```



```
Aac1 = ...  
[-3.3529e-002  5.7065e+000  3.7119e-001  6.9291e-003 -4.5891e-001 -2.04 ✓  
86e-002  
-8.8602e-003 -1.5454e+000 -4.7625e-003  2.7108e-002  9.7152e-001  3.324 ✓  
5e-003  
 4.5268e-005 -2.7325e-003 -2.1323e-001  1.1525e-001 -2.7651e-004 -9.688 ✓  
5e-001  
 3.0185e-004 -2.0741e-001 -4.8478e+000 -6.4622e+000  4.6589e-003  2.149 ✓  
0e+000  
 9.0690e-003 -7.4270e+000 -2.4949e-001  0 -3.6236e+000 -3.345 ✓  
8e-001  
 7.3459e-004 -2.1866e-003  2.1431e-001 -1.0414e+000  2.1260e-001 -6.601 ✓  
8e-001  
      0      0      0      0      0      1.005 ✓  
0e+000  
      0      0      0      0      0  1.0000e+000 ✓  
      0  
      0      0      0  1.0000e+000      0  9.989 ✓  
9e-002  
 9.9938e-001 -1.0103e+000  1.2282e+000      0      0 ✓  
      0  
-2.7301e-002      0  4.4983e+001      0      0 ✓  
      0  
-2.2451e-002 -4.4972e+001 -2.7592e-002      0      0 ✓  
      0];  
  
Aac2=[ 0 -9.8005e+000 -2.6640e-001      0      0  1.326 ✓  
1e-004  
      0  4.8962e-003      0      0      0  1.697 ✓  
2e-005  
      0 -5.9051e-003  2.1520e-001      0      0 -2.009 ✓  
1e-007  
      0      0      0      0      0 -1.418 ✓  
0e-006  
      0      0      0      0      0 -4.259 ✓  
4e-005  
      0      0      0      0      0 -3.427 ✓  
6e-006  
      0      0      0      0      0 ✓  
      0  
      0      0      0      0      0 ✓  
      0  
      0      0      0      0      0 ✓  
      0  
 1.2285e+000  1.0103e+000 -1.2212e-001      0      0 ✓  
      0  
 4.4972e+001      0 -5.4757e+000      0      0 ✓  
      0  
      0  4.4972e+001 -1.2225e+000      0      0 ✓
```





```
0 0 0 0 0 0 ✓  
0 1.0000e+000 0 0 0 0 ✓  
0 0 1.0000e+000 0 0 0 ✓  
0 0 0 1.0000e+000 0 0 ✓  
0 0 0 0 1.0000e+000 0 ✓  
0 0 0 0 0 1.0000e+000 ✓  
0 0 0 0 0 0 1.0000e+000 ✓  
0 0 0 0 0 0 0 1.0000e+000 ✓  
0e+000];
```

```
Cc1=[Cacl,zeros(12,6)];  
Cc2=[zeros(12,6),Cac2];  
Cac=[Cc1+Cc2];
```

```
Dac1 =...  
[ 0 0 0 0 0 0 ✓  
0 0 0 0 0 0 ✓  
0 0 0 0 0 0 ✓  
0 0 0 0 0 0 ✓  
0 0 0 0 0 0 ✓  
0 0 0 0 0 0 ✓  
0 0 0 0 0 0 ✓  
0 0 0 0 0 0 ✓  
0 0 0 0 0 0 ✓  
0 0 0 0 0 0 ✓  
0 0 0 0 0 0 ✓  
0 0 0 0 0 0 ✓  
0 0 0 0 0 0 ✓  
0 0 0 0 0 0 ✓  
0 0 0 0 0 0 ✓  
0];
```

```
Dac2=...  
[ 0 0 0 0 0 0 ✓  
0 0 0 0 0 0 ✓
```

```
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0];
Dc1=[Dac1,zeros(12,6)];
Dc2=[zeros(12,6),Dac2];
Dac=[Dc1+Dc2];

A=Aac;
B=Bac(:,1);%(:,2)
C=Cac;
D=Dac(:,1);

states = ('V' 'alpha' 'beta' 'p' 'g' 'r' 'psi' 'theta' 'phi' 'xe' 'ye' 'H');
inputs = ('elv');
outputs = {'v' 'alpha' '0' '0' '0' '0' '0' 'theta' '0' '0' '0' 'H' };

sys = ss(A,B,C,D,'statename',states,...
         'inputname',inputs,...
         'outputname',outputs);

damp(sys('theta'));
pause;

figure;
pzmap(sys('theta'))

pause;
```

```
figure;  
impulse(sys('theta'))  
pause;
```

```
figure;  
% impulse(sys,20('theta'))  
pause;
```

```
figure;  
sys11=sys('elv'); % Select I/O pair.  
bode(sys11)  
pause;
```



```
% Simulation using scmpc -- no model error
tfilter = [];
% x = [V alpha beta p q r psi theta phi ze ye H]'

y0 = [10 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
u0 = [0];
d0 = [];
% x = [V alpha beta p q r psi theta phi ze ye H]'
% r=[0 0 0 0 0 0 0 1/Ktheta 0 0 0 0];
% if y(:,12)=200
%     thetac=-3;
%
%     if y(:,12)<=-150
%         thetac=-1.5;
%
%         if y(:,12)-0
%             thetac=0;
%         end
%     end
% end

r=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 M N];
pmod=imod;

tend=tfsim;
tfilter=[];dplant=[];dstep=1;
Kmpc = mpccon(model,ywt,uwt,m,p);
% [y,u,ym] = cmc(plant, model, ywt, uwt,m,p, tend, r, ulim,ylim,...
%               tfilter, dplant, dmodel, dstep);
tvec=[0 tend];Ts=1;
xm0=0*eye(24,1)%[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]';
x0=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]';
P=p;
M=m;
suwt=[];
sywt=[];
normtype=[];
Tref=0.2;
rhrzn=[];blocks=[];
z=[];v=[];w=[];wu=[];setpts=r;ydist=[];mdist=[];umdist=[];odist=[];

[y,u,ym,x,xm,lagrange,how]=scmpc4(pmod,imod,ywt,uwt,blocks,...
p,tvec,setpts,ulim,ylim,Kest,ydist,mdist,umdist,odist,...
x0,u0,xm0,suwt,sywt,normtype,Tref,rhrzn);

% [y,u,ym,x,xm,lagrange]=scmpc3(pmod,imod,ywt,uwt,M,P,tvec,...
% r,ulim,ylim,Kest,z,v,w,wu,x0,u0,xm0,suwt,sywt,normtype,Tref,rhrzn)
```



```
plant = 'nmpc1ong1';
```

```
tol = 1e-3;
```

```
minstep = [];
```

```
maxstep = [];
```

```
nsteps = floor(tend/Ts); % (Number of steps in simulation).
```

```
tvec = (0:nsteps-1)'*Ts; % Column vector of time points (first one 0)
```

```
k=4007; L= 210;  
x=[]; h=[];  
x(1)=0; h(1)=210;  
dx= k/100;  
dh= L/100;  
M=0; N=210;  
for i = 1 : 100,  
    if M<= k | N <= 0,  
        M=M+dx;  
        N=N-dh;  
        x(i)=M;h(i)=N;  
        plot(M,N,'*r');  
        pause(0.01);  
        hold on;  
    end  
end  
pause;  
figure;  
plot(x,h);  
pause;  
figure;  
plot(h);  
pause;  
badrmpclongil;  
figure;  
plotall(y(:,12),u,dt);  
pause;  
figure;  
plotall(y(:,8),u,dt);  
pause;  
% close all,
```

# BIBLIOGRAPHI

*Classement des différents documents par ordre alphabétique/*

- *avionics 5 revue américaine publiée par la FAA N°= 1652 Août 1995*

- *aircraft guidance tome 1 (livre d'autoguidage des avions)*  
1980

- *automatic control of aircraft édition John Wiley & sons inc 1962*

- *avionique tome 2 'systèmes de conduite automatique  
et de gestion de vol'*

*édition ENAC Avril-1995 auteur Felix-Mora Camino*

*site Internet :*

[www.avionic.ca](http://www.avionic.ca)

[www.aerospace.com](http://www.aerospace.com)

[www.matlad.com](http://www.matlad.com)