



Simulation & algorithmes & stochastiques

*Une introduction
avec applications*

Nathalie Bartoli
Pierre Del Moral

CÉPADUÈS-ÉDITIONS

Table des matières

1	Modélisation Stochastique	5
1.1	Introduction	5
1.2	Chaînes de Markov	7
1.3	Martingales	13
1.4	Mesures invariantes et régimes stationnaires	15
1.4.1	Description de Bott-Mayberry	17
1.4.2	Mesure de Gibbs-Boltzmann et modèle d'Ising	18
1.4.3	Transition de Métropolis-Hastings	20
1.4.4	Echantillonneur de Gibbs	22
1.5	Méthodes particulières stochastiques	28
1.5.1	Méthodes de Monte-Carlo	28
1.5.2	Systèmes de particules en interaction	30
2	Méthodes de simulation	33
2.1	Lois uniformes	36
2.2	Lois discrètes et multinomiales	37
2.3	Changement de variables	47
2.4	Inversion	54
2.5	Acceptation/rejet	60
2.6	Inter-temps exponentiels	67
2.6.1	Loi de Poisson	69
2.6.2	Statistique d'ordre uniforme	71
3	Algorithmes stochastiques	75
3.1	Introduction	75
3.2	Fonctions itérées stochastiques	78
3.2.1	Description du modèle	78
3.2.2	Exemples et applications	81
3.3	Algorithme de Robbins-Monro	85
3.3.1	Algorithmes déterministes à pas décroissants	85
3.3.2	Modèle markovien	87
3.3.3	Exemples et applications	89
3.4	Recuit simulé	91

3.4.1	Présentation du recuit simulé	93
3.4.2	Modèle markovien	94
3.4.3	Mesure de Gibbs-Boltzmann	97
3.4.4	Exemples et applications	101
3.5	Filtrage linéaire et filtre de Kalman-Bucy	105
3.5.1	Variables aléatoires gaussiennes	105
3.5.2	Filtre de Kalman-Bucy	107
3.5.3	Applications	111
3.6	Filtrage non linéaire et algorithme génétique	113
3.6.1	Description du modèle	113
3.6.2	Equations non linéaires du filtrage	116
3.6.3	Description de l'algorithme génétique	120
3.6.4	Description de quelques variantes	124
3.6.5	Exemples et applications	129
3.7	Estimation de chemins et lissage de signaux	140
3.7.1	Description du problème	140
3.7.2	Description des modèles	140
3.7.3	Processus historique et arbre généalogique	144
4	Convergence d'algorithmes markoviens	147
4.1	Convergence de martingales	147
4.1.1	Description d'une limite presque sûre	147
4.1.2	Etude des oscillations d'une martingale	148
4.1.3	Théorèmes de convergence	150
4.1.4	Convergence de l'algorithme de Robbins-Monro	154
4.2	Convergence faible de mesures	159
4.2.1	Métrique de Fortet-Mourier	159
4.2.2	Critères de tension et compacité	160
4.2.3	Métrique de Hutchinson	164
4.2.4	Convergence de fonctions itérées stochastiques	167
4.3	Convergence en variation totale	178
4.3.1	Coefficient de contraction d'un noyau markovien	178
4.3.2	Théorème de Dobrushin	181
4.3.3	Convergence du recuit simulé	192
4.4	Convergence de méthodes particulières	200
4.4.1	Loi forte des grands nombres	200
4.4.2	Systèmes de particules en interaction	203
4.4.3	Comportement asymptotique	204
4.4.4	Formules de Feynman-Kac	207
4.4.5	Modèles de champs moyens	210
4.4.6	Modèle de McKean de gaz maxwelliens	212

Simulation & algorithmes stochastiques

Une introduction avec applications

Les algorithmes stochastiques font partie des techniques modernes de résolution numérique de nombreux problèmes pratiques et sont à la base de diverses applications industrielles avancées : traitement du signal non linéaire, estimation de trajectoires, traitement d'images, optimisation globale de fonctions numériques, calcul d'intégrales et approximations numériques de mesures. Cet ouvrage offre un panorama assez général et détaillé sur ces méthodes :

- algorithme de Métropolis-Hastings,
- échantillonneur de Gibbs,
- recuit simulé,
- méthodes de Monte-Carlo,
- algorithmes de Robbins-Monro,
- fonctions itérées stochastiques,
- modèle d'Ising
- filtre de Kalman-Bucy,
- algorithmes génétiques,
- méthodes particulières, systèmes de particules en interaction et branchement,
- arbres généalogiques et processus historiques...

Une partie introductive présente les principaux éléments de modélisation markovienne et diverses techniques de simulation permettant l'analyse et l'application de ces algorithmes. Ces méthodes sont validées tant au niveau expérimental à travers des exemples variés qu'au niveau théorique par la présentation de théorèmes de convergences et des preuves rigoureuses.

Cet ouvrage s'adresse aux élèves-ingénieurs des grandes écoles, aux étudiants de troisième cycle des universités scientifiques ainsi qu'aux ingénieurs d'étude, de recherche et de développement.

Chez le même éditeur :

- *Probabilités et statistiques appliquées*

B. LACAZE, C. MAILHES,
M.-M. MAUBOURGUET,
J.-Y. TOURNERET.

- *Probabilités et statistiques pour ingénieurs et commerciaux*

J. STUMMANN, A. PERRET, L. BASLE.

Réf. : 560

I.S.B.N. : 2.85428.560.3



9 782854 285604