

REPUBLICUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA 1



Faculté de technologie

Département de génie mécanique

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention de diplôme de master

Option : Fabrication mécanique et production

Thème

***Détermination de facteur d'intensité de
contrainte d'une roue à denture droite à la
rupture***

Réalisé par :

FELLAHI Mohamed Amir

RALEMI Abderezzak

Encadré par :

Dr. DAOUD Lotfi

Co-encadreur :

Dr. OUALI Mohammed

Année universitaire : 2022/2023

Résumé

Les roues dentées sont des éléments de machine utilisés souvent en construction mécanique pour transmission de mouvement et de puissance, et il y a des engrenages à denture droite, hélicoïdal, conique...etc. Et il existe des défauts ou des fissures sur ces dentures. Nous avons étudié l'effet de ces défauts sur la ténacité d'une roue à denture droite à la rupture en utilisant les lois de la mécanique de la rupture et le logiciel d'éléments finis RDM6, développé par l'université Le Mans de France ; et le code d'analyse de la rupture Franc2D (en anglais fracture analysis code 2 dimensions), développé par Cornell Fracture Group, de l'université Cornell, des États-Unis de l'Amérique (USA), afin de traiter ce problème et de déterminer le facteur d'intensité de contrainte en variant le lieu de la fissure sur la denture étudiée.

Mots clés : fissure, facteur d'intensité de contrainte, rupture, roue dentée, engrenage.

Abstract

Gears are machine elements often used in mechanical engineering for the transmission of motion and power, and there are spur, helical, bevel gears, etc. And there are defects or cracks on these teeth. We have studied the effect of these defects on the fracture toughness of a spur gear using the laws of fracture mechanics and the finite element software RDM6, developed by the University Le MANS of France. ; and the fracture analysis code Franc2D (in English fracture analysis code 2 dimensions), developed by Cornell Fracture Group, Cornell University, United States of America (USA), in order to deal with this problem and determine the stress intensity factor by varying the location of the crack on the tothing to be studied.

Keywords: crack, stress intensity factor, failure,gear.

العجلات المسننة هي عناصر آلية تُستخدم غالبًا في الهندسة الميكانيكية لنقل الحركة والطاقة ، وهناك تروس محفزة ، وحلزونية ، ومخروطية ، وما إلى ذلك. وهناك عيوب أو تشققات على هذه الأسنان. لقد درسنا تأثير هذه العيوب على صلابة الكسر لمعدات الدفع باستخدام قوانين ميكانيكا الكسر وبرنامج العناصر المحدودة RDM6 ، الذي طوره جامعة Le Mans في فرنسا. وكود تحليل الكسر Franc2D (في أبعاد كود تحليل الكسر 2 باللغة الإنجليزية) ، تم تطويره بواسطة مجموعة Cornell Fracture Group ، جامعة كورنيل ، الولايات المتحدة الأمريكية (الولايات المتحدة الأمريكية) ، من أجل التعامل مع هذه المشكلة وتحديد عامل شدة الإجهاد عن طريق تغيير الموقع من الكراك على الأسنان المراد دراستها. **الكلمات المفتاحية:** الكراك ، عامل شدة الضغط ، الفشل ، العجلة المسننة.

DEDICACE

À mes chers parents, dont le soutien inconditionnel et l'amour indéfectible m'ont permis de réaliser ce mémoire, je dédie ces mots. Votre présence constante, vos encouragements et vos précieux conseils ont été ma source d'inspiration. Votre confiance en moi m'a donné la force de persévérer dans les moments difficiles. Ce mémoire est le fruit de notre complicité et de notre amour familial, et je vous en suis infiniment reconnaissant.

À mes proches, qui ont toujours été là pour moi, je vous adresse ma plus sincère gratitude. Vos encouragements chaleureux, vos épaules sur lesquelles je pouvais m'appuyer et votre soutien indéfectible m'ont permis de traverser cette étape avec confiance. Votre présence précieuse a illuminé mon chemin et a rendu cette réalisation encore plus significative.

À mes collègues, avec qui j'ai partagé tant de moments enrichissants, je tiens à exprimer ma reconnaissance. Vos discussions stimulantes, votre expertise partagée et votre esprit d'équipe ont contribué à élargir mes horizons et à améliorer ce mémoire. Votre soutien et votre camaraderie m'ont donné la motivation nécessaire pour aller au-delà de mes limites et atteindre l'excellence.

FELLAHI Mohamed Amir

RALEMI Abderezzak

REMERCIEMENTS

Au nom d'Allah, le Clément, le Miséricordieux,

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Allah, qui m'a guidé tout au long de ce parcours académique et m'a accordé la force et la persévérance nécessaires pour mener à bien ce projet de fin d'études en fabrication mécanique. Je suis reconnaissant de toutes les bénédictions et les opportunités qu'Il a placées sur mon chemin.

Je souhaite également adresser mes sincères remerciements aux membres du jury pour leur temps, leur expertise et leur évaluation minutieuse de ce travail. Leurs commentaires constructifs et leurs précieuses suggestions ont été essentiels pour améliorer la qualité de ce projet. Leur engagement envers l'excellence académique a été une source d'inspiration pour moi.

Je suis profondément reconnaissant envers mes parents, qui ont été mes premiers enseignants et mes plus fervents supporters. Leur amour, leur soutien indéfectible et leurs sacrifices ont été la clé de ma réussite. Leur confiance en moi m'a motivé à donner le meilleur de moi-même et à persévérer malgré les défis rencontrés.

Un remerciement spécial est également adressé à mon encadreur **M. DAOUD**, qui m'a prodigué ses précieux conseils, son expertise et son encadrement tout au long de ce projet. Sa guidance éclairée et son dévouement ont été d'une valeur inestimable, m'aidant à repousser mes limites et à atteindre mes objectifs.

Je tiens également à exprimer ma gratitude et à adresser un remerciement à mon Co-encadreur **M. OUALI**, Votre soutien et vos conseils tout au long de ce projet de fin d'études en fabrication mécanique ont été inestimables. Votre expertise, votre disponibilité et votre dévouement ont grandement contribué à l'aboutissement de ce travail.

Je tiens à remercier chaleureusement mon binôme, avec qui j'ai partagé ce voyage académique. Notre collaboration et notre travail d'équipe ont été des sources d'apprentissage mutuel et d'inspiration. Votre soutien constant et votre détermination à relever les défis ont été des éléments clés de notre réussite.

Enfin, je souhaite exprimer ma gratitude envers tous les enseignants du département de mécanique. Leurs connaissances, leur passion pour l'enseignement et leur dévouement envers nos progrès académiques ont été d'une importance capitale pour notre formation. Leurs enseignements ont façonné notre compréhension de la mécanique et ont préparé le terrain pour notre réussite future.

Que mes remerciements sincères parviennent à chacune de ces personnes, car elles ont toutes contribué à ma croissance personnelle et professionnelle. Je suis honoré d'avoir eu l'opportunité de travailler sur ce projet et d'avoir été entouré de personnes aussi formidables. Que nos chemins se croisent à nouveau, et que nous puissions tous continuer à atteindre de nouveaux sommets dans nos vies respectives.

FELLAHI Mohamed Amir

RALEMI Abderezzak

LISTE DES FIGURES

Figure 1 - Allure des diagrammes charge – déplacement selon le type de rupture. [3].....	5
Figure 2 - Comparaison des facies de rupture [3].....	6
Figure 3 - Comparaison des énergies de rupture [3].....	6
Figure 4 - Modes de rupture [3]	7
Figure 5 - concentration de contraintes au voisinage de la fissure [3]	9
Figure 6 - fissure traversant de longueur $2a$ dans une plaque infinie. [4].....	11
Figure 7 - Perspective, principe et dessin normalisé d'un engrenage droit à dentures droites	21
Figure 8 - Perspective, principe et dessin normalisé d'un engrenage droit à dentures hélicoïdales	21
Figure 9 - Denture : droite, hélicoïdale et hypoïde.....	22
Figure 10 - Perspective, principe et dessin normalisé d'une roue et vis sans fin	23
Figure 11 - Engrenage hypoïde ou spiroïde.....	24
Figure 12 - Symbole et vocabulaire utilisé pour décrire la forme de denture droite [6]	24
Figure 13 - Entraxe, diamètres, pas et module normalisé dans une denture droite	26
Figure 14 - Rupture par fissure.....	28
Figure 15 - Rupture par piqure	29
Figure 16 - Rupture par écaillage	30
Figure 17 - Rupture par grippage	30
Figure 18 - Rupture par fissuration.....	31
Figure 19 - Interface de logiciel RDM6	34
Figure 20 - les efforts appliqués sur une dent.....	37
Figure 21 - caractéristiques d'une roue à denture droite normale ($\alpha=20^\circ$).....	38
Figure 22 - Propriétés de deux roue dentées normalisé.....	39
Figure 23 - Modèle mécanique et géométrique de la dent sans fissure.	40
Figure 24 - Modélisation de la poutre en flexion sans fissure par RDM6.....	41
Figure 25 - Efforts tranchant [N] en flexion.....	41
Figure 26 - moment fléchissant [N.mm] de la poutre en flexion.....	42
Figure 27 - contrainte normale [MPa] de la poutre en flexion.	42
Figure 28 - la flèche [mm]de la poutre en flexion.	43
Figure 29 - la pente [radian] de la poutre en flexion.	43
Figure 30 - iso-contraintes normales [MPa] de la poutre en flexion.	44
Figure 31 – Les quatre positions des fissures sur la dent à simuler.....	68
Figure 32 – Courbe $K_I(a)$ de la fissure au niveau de pied de la dent.....	74
Figure 33 – Courbe $K_I(a)$ de la fissure entre le pied et le cercle primitif (B).....	78
Figure 34 - Courbe $K_I(a)$ de la fissure au niveau du cercle primitif (C).....	82
Figure 35 - Courbe $K_I(a)$ de la fissure entre le cercle primitif et la tête de la dent (D).....	86
Figure 36 - Distances des différents niveaux de fissure de la dent.....	88
Figure 37 - Courbe de la longueur de fissure critique en fonction de l'éloignement	88
Figure 38 - Résultats des courbes $K_I(a)$	89
Figure 39 - Courbe de la longueur de fissure critique en fonction de l'éloignement	90

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 - Origine et localisation des défauts dans les engrenages [9]	28
Tableau 2 - Contrainte admissible pour le calcul du diamètre de l'arbre.....	37
Tableau 3 - Résultats de $K_I(a)$ de la fissure au niveau de pied de la dent	74
Tableau 4 - Résultats de $K_I(a)$ de la fissure entre le pied et le cercle primitif (B)	79
Tableau 5 - Résultats de $K_I(a)$ de la fissure au niveau du cercle primitif (C)	83
Tableau 6 - Résultats de $K_I(a)$ de la fissure entre le cercle primitif et la tête de la dent (D).....	87
Tableau 7 - Variation de la longueur de fissure critique en fonction d'éloignement	87
Tableau 8 - Résumé des résultats : e_p , $K_I(a)$ et a_c	89

NOMENCLATURE

Nous donnons ci-dessous les principales notations utilisées dans ce mémoire.

a : longueur de fissure.

ac : longueur de fissure.

e_p: éloignement de pied de la dent..

K_I : facteur d'intensité de contraintes en mode I.

K_{II} : facteur d'intensité de contraintes en mode II.

K_{III} : facteur d'intensité de contraintes en mode III.

K_{IC} : facteur d'intensité de contrainte critique.

E : module d'Young du matériau.

v : coefficient de Poisson du matériau.

T: effort tranchant.

M_f: moment fléchissant.

σ_y: contrainte suivant l'axe y.

R_m : Résistance à la traction.

R_e : Limite d'élasticité.

ρ : Densité.

F : force.

TABLE DES MATIERES

Résumé.....	ii
Abstract	iii
ملخص.....	iv
DEDICACE.....	v
REMERCIEMENTS	vi
LISTE DES FIGURES.....	viii
LISTE DES TABLEAUX	ix
NOMENCLATURE.....	x
TABLE DES MATIERES	xi
INTRODUCTION GENERALE	2
Chapitre I : Notions de base sur la mécanique de la rupture.....	4
1.1 Introduction.....	4
1.1.1 Aperçu historique sur la rupture	4
1.2 Mécanique linéaire et non-linéaire de la rupture.....	4
1.2.1 Comparaison des diagrammes charge – déplacement	5
1.2.2 Comparaison des faciès de rupture.....	5
1.2.3 Comparaison des énergies de rupture	6
1.3 Modes de rupture.....	7
1.3.1 Critère de Griffith	8
1.3.2 Modèle d’Irwin	8
1.4 Ténacité.....	9
1.4.1 Définition.....	9
1.4.2 Facteur d'intensité des contraintes.....	9
1.4.3 Taux de restitution d'énergie	11
1.4.4 Lien entre ténacité et taux de restitution critique	12
1.5 Fissures.....	12
1.5.1 Critères d’amorçage	12
1.5.2 Critères de bifurcation.....	13
1.5.3 Critère de la contrainte normale maximale	13
1.5.4 Critères de stabilité	14
1.6 Méthodes de calcul du facteur d’intensité de contraintes	14
1.7 La méthode des éléments finis.....	15
1.7.1 La méthode du principe de superposition	15
1.7.2 La méthode d’extrapolation des déplacements.....	15

1.7.3	La méthode des éléments finis.....	15
1.8	Conclusion de chapitre I.....	17
Chapitre II : La rupture des engrenage.....		19
2.1	Introduction.....	19
2.2	Définition.....	19
2.3	Classification des engrenages.....	20
2.3.1	Les engrenages à axes parallèles.....	20
2.3.2	Les engrenages à axes concourants	21
2.3.3	Les engrenages à axes quelconques.....	23
2.4	Caractéristiques géométriques et cinématiques d'un engrenage droit à dentures droites .	24
2.5	Les avantages & les inconvénients des engrenages :.....	26
2.6	Modes de rupture des engrenages [8].....	28
2.6.1	Défauts répartis sur toutes les dents	28
2.6.2	Les défauts localisés sur certaines dents.....	29
2.7	Conclusion de chapitre II.....	32
Chapitre III : Simulation d'une dent de la roue par le logiciel RDM6.....		34
3.1	Introduction.....	34
3.2	Modélisation numérique en utilisant le logiciel RDM6.....	34
3.3	Modèle géométrique et mécanique d'une dent sans fissure	36
3.3.1	Matériau et propriétés mécaniques de la poutre	36
3.3.2	Modélisation de la poutre en flexion sans fissure par RDM6	40
3.3.3	Rapport de RDM6.....	44
3.3.4	Calcul théorique de flexion de la dent sans fissure.....	47
3.4	Conclusion de chapitre III.....	49
Chapitre VI : Simulation de la propagation de fissure par Franc2D		51
4.1	Introduction.....	51
4.2	Le logiciel CASCA	51
4.2.1	Dessin de la roue dentée par le logiciel CASCA.....	52
4.2.2	Le maillage de la roue dentée par le logiciel CASCA	53
4.2.3	La sauvegarde de fichier (ENGRENAGE. CSC).....	53
4.3	Le logiciel Franc2D.....	54
4.3.1	Ouverture de fichier (ENGRENAGE. Inp)	55
4.3.2	Définition de matériau de la roue dentée.....	55
4.3.3	Condition aux limite (encastrement et force)	57
4.4	Simulation de la roue dentée sans fissure	62
4.5	Simulation de la roue dentée à la rupture	68

4.3.4	Simulation de la fissure A (au niveau du pied).....	69
4.3.5	Simulation de la fissure B (entre le pied et le cercle primitif).....	75
4.3.6	Simulation de la fissure C (au niveau du cercle primitif).....	80
4.3.7	Simulation de la fissure D (entre le cercle primitif et la tête de la dent).....	83
4.3.8	Variation de la longueur de fissure critique (a_c) en fonction d'éloignement	87
4.6	Conclusion de chapitre VI.....	89
	Conclusion générale	92
	Références.....	94

Introduction générale

INTRODUCTION GENERALE

Engrenage c'est l'ensemble des deux roues dentées s'engrenant l'une avec l'autre et permettant de transmettre un mouvement ou une puissance avec un rapport de vitesse invariable. Ces roues dentées possèdent des avaries ou fissures qui mènent à la rupture du matériau dans des cas et à des catastrophes dans des autres cas, L'approche de résistance des matériaux, dans laquelle les sollicitations appliquées sont seulement comparées à la limite d'élasticité ou à la résistance à la traction du matériau sous contrainte, mais l'approche mécanique de la rupture, où on s'intéresse non seulement à la contrainte appliquée, mais également à l'occurrence et à la taille de fissures présentes dans le matériau ainsi qu'à la ténacité du matériau, ce travail met en évidence une approche reposant sur les résultats de la simulation par deux codes de calcul par éléments finis et de l'analyse de la rupture : RDM6 et Franc2D que nous allons développer dans notre mémoire intitulé : « **Détermination de facteur d'intensité de contrainte d'une roue à denture droite à la rupture** ».

Dans ce travail nous allons étudier une roue à denture droite à la rupture sollicitée à la rupture par Franc2D d'où le calcul de facteur d'intensité de contrainte (K_I) pour des différents éloignements de pied e_p de la dent étudiée menant à calculer les longueurs de fissure critiques pour chaque cas des éloignements.

Ce mémoire est partagé en chapitres suivants :

- Le premier chapitre est dédié aux quelques notions de base sur la mécanique de la rupture,
- Le deuxième chapitre est dédié à l'étude de différents types des engrenages.
- Le troisième chapitre est dédié à la simulation de la roue dentée sans fissure par le logiciel RDM6, c'est l'approche résistance des matériaux.
- Le quatrième chapitre est dédié à la simulation de la roue dentée à la rupture par le logiciel Franc2D, c'est l'approche mécanique de la rupture.

Enfin la conclusion réitère les points les plus importants de l'étude ci présente suivie d'une liste de références clôturant ce mémoire.

Chapitre I
Notion de base sur la
mécanique de la rupture

1.1 Introduction

La mécanique de la rupture tend à définir une propriété du matériau qui peut se traduire par sa résistance à la rupture fragile (fracture). Car si, en règle générale, les structures sont calculées pour que les contraintes nominales ne dépassent pas la limite d'élasticité du matériau et soient donc, par voie de conséquence, à l'abri de la ruine par rupture de type ductile, une ruine par rupture de type fragile peut survenir sur une fissure soit préexistante soit créée par la fatigue (Catastrophe ferroviaire de Meudon). [1]

1.1.1 Aperçu historique sur la rupture

L'utilisation de nouveaux matériaux ductiles (acier et autres alliages métalliques) pour des chargements en traction conduisait cependant à quelques problèmes. Des ruptures se produisaient parfois pour des niveaux de chargement bien inférieurs à la limite d'élasticité. Ces risques de rupture ont été réduits en sur dimensionnant les structures. Mais cette solution est devenue insatisfaisante vu les nécessités d'une part d'alléger de plus en plus les structures, et d'autre part de réduire les coûts. La recherche en mécanique de la rupture devait donc être développée

Aperçu historique sur la rupture
Quelques dates 1920 : Griffith rupture d'un milieu élastique-fragile, bilan énergétique 1956 : Irwin, singularité du champ de contraintes en pointe de fissure 1968 : intégrale de **Rice-Cherepanov** années 70 : développement des méthodes numériques, éléments finis années 70 : fissuration en fatigue, chargements complexes années 80 : aspects 3D, fissures courtes (K. Miller) année 90 : approche locale de la fissuration. [2]

1.2 Mécanique linéaire et non-linéaire de la rupture

La mécanique de la rupture se propose de décrire les étapes d'amorçage et de propagation de la fissuration. Selon le comportement du matériau durant la propagation d'une

Fissure, on peut être confronté à deux types de rupture [4] :

Rupture fragile : la rupture fragile est caractérisée par l'absence de déformation

Plastique et par la propagation très rapide possible des fissures (mécanique linéaire

De la rupture).

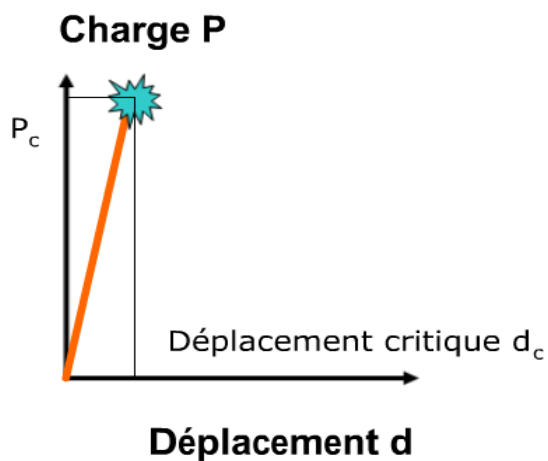
Rupture ductile : en présence de déformation plastique non négligeable (mécanique Non linéaire de la rupture).

On peut différencier les rupture fragiles et ductiles :

- En comparant les déformations à rupture.
- En comparant l'énergie de rupture.
- En comparant les faciès de rupture. [3]

1.2.1 Comparaison des diagrammes charge – déplacement

RUPTURE FRAGILE



RUPTURE DUCTILE

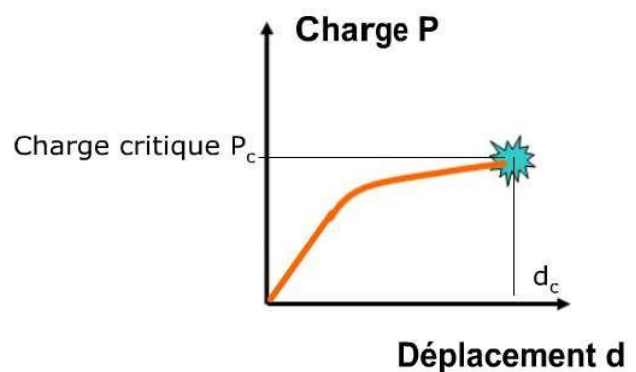
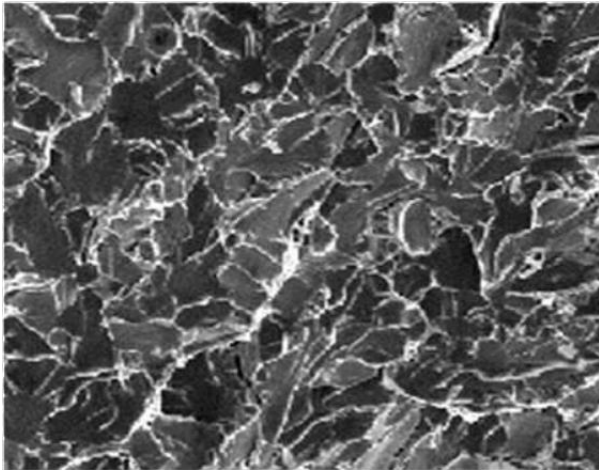


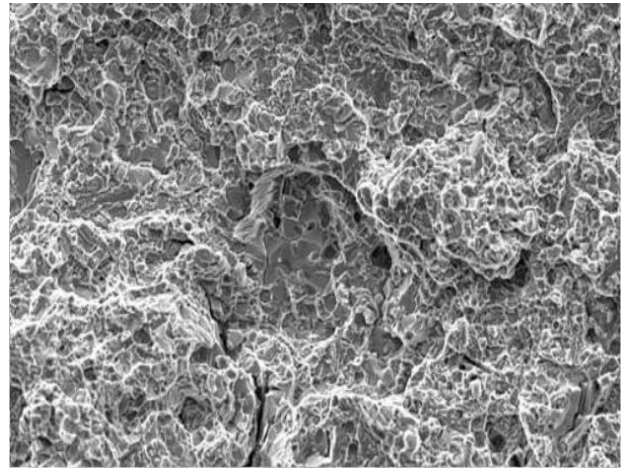
Figure 1- Allure des diagrammes charge – déplacement selon le type de rupture. [3]

1.2.2 Comparaison des faciès de rupture

- Une rupture fragile présente un aspect brillant à grain.
- Une rupture ductile présente un aspect mat avec texture fibreuse.



Facies de rupture fragile.



Facies de rupture ductile.

Figure 2 - Comparaison des facies de rupture [3]

1.2.3 Comparaison des énergies de rupture

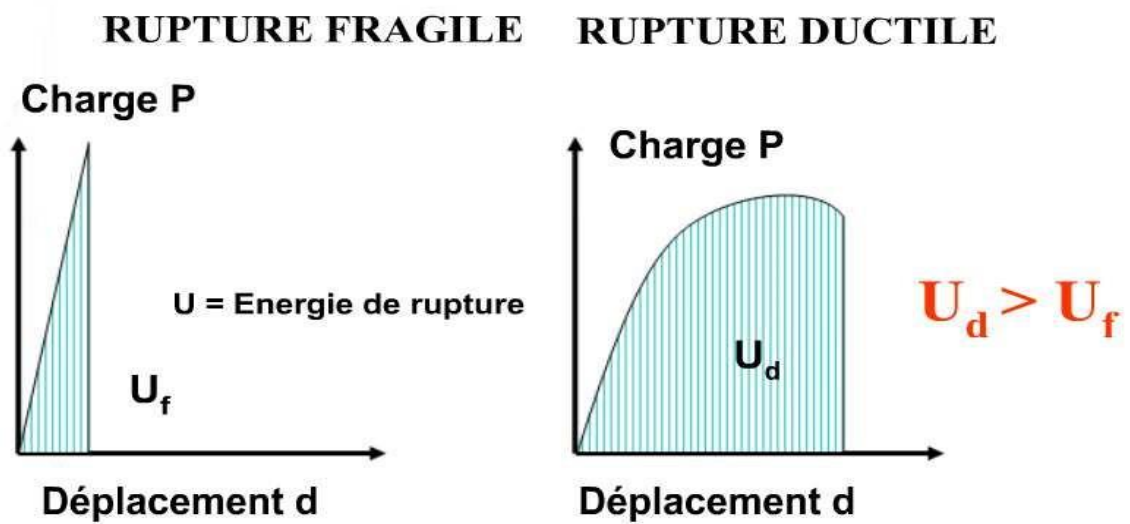


Figure 3 - Comparaison des énergies de rupture [3]

1.3 Modes de rupture

La fissuration se manifeste par la séparation irréversible d'un milieu continu en deux parties, appelées lèvres de la fissure, ce qui introduit une discontinuité au sens des déplacements. Les mouvements possibles des lèvres de chaque fissure sont des combinaisons de trois modes indépendants : [4]

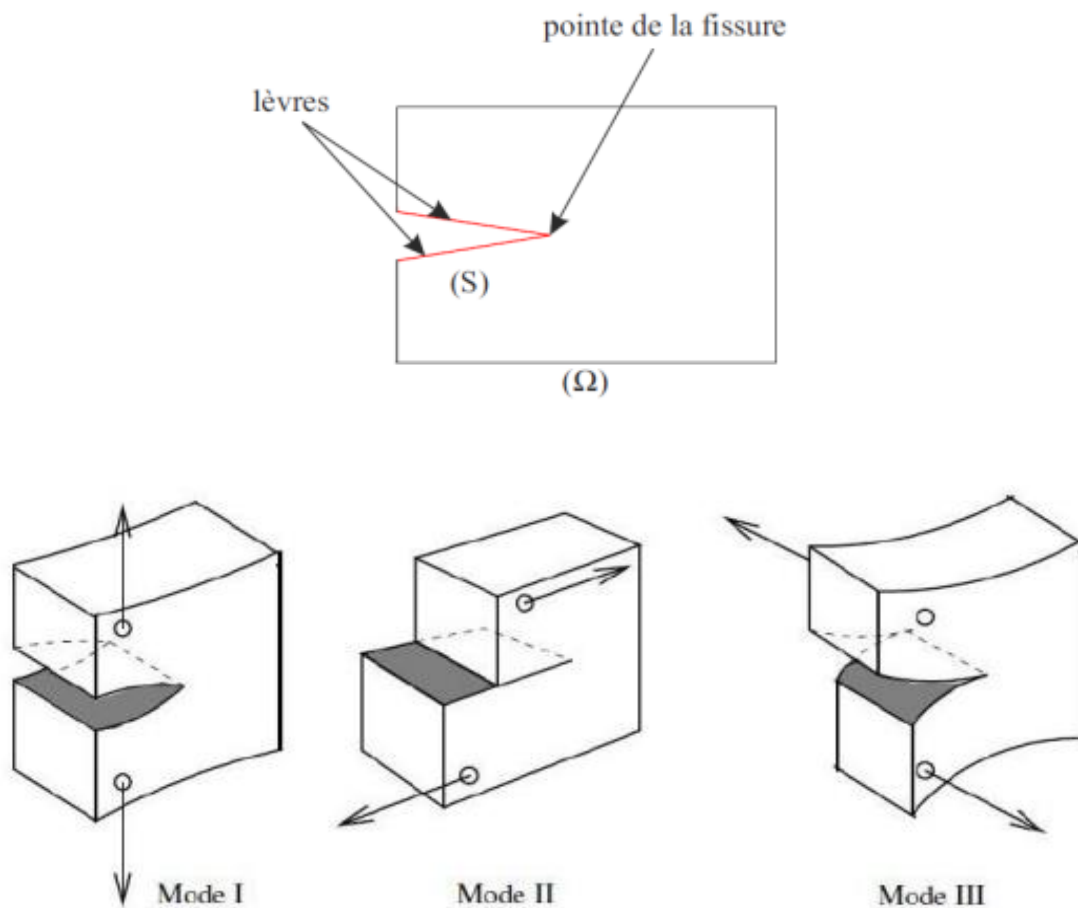


Figure 4 - Modes de rupture [3]

- **Mode I** : ouverture (ou clivage), les surfaces de la fissure se déplacent perpendiculairement au plan de fissure.
- **Mode II** : cisaillement plan, (glissement de translation) : les surfaces de la fissure se déplacent dans le plan de fissure et dans une direction perpendiculaire au front de fissure.
- **Mode III** : cisaillement anti-plan, (glissement de rotation) : les surfaces de la fissure se déplacent dans le plan de fissure et dans une direction parallèle au front de la fissure.

1.3.1 Critère de Griffith

Pour expliquer la propagation d'une fissure, Griffith a établi le critère suivant : la propagation se déclenche quand la diminution du taux de libération de l'énergie de déformation élastique stockée (énergie potentielle) est au moins égale au taux de création d'énergie de formation de surface de fissure. Supposons la présence d'une fissure de longueur $2a$ dans un matériau sous une contrainte σ . La contrainte σ_f à partir de laquelle cette fissure grandit est : **[4]**

$$\sigma_f \sqrt{a} = C, \text{ avec } C : \text{ constante.} \dots\dots\dots(1)$$

Griffith a déterminé la valeur de l'énergie de déformation élastique qui se libère lorsqu'une fissure apparaît :

$$\Delta U_E(a) = -\frac{\pi a^2 \sigma^2}{E}, \text{ ou } E \text{ est le module de Young, } \sigma \text{ est la contrainte appliquée.}$$

En traction qui agit normalement au voisinage de la fissure. Le signe négatif est utilisé parce que la propagation de la fissure libère de l'énergie de déformation élastique.

D'autre part la création de fissure nécessite l'énergie de surface $U_s(a) = 4\gamma a$

La condition de propagation est représentée par le critère de Griffith : **[4]**

$$\frac{\partial(\Delta U_E(a) - 4\gamma a)}{\partial a} \geq 0 \dots\dots\dots(2)$$

La propagation instable de la fissure se réalise si elle est énergétiquement favorable et on définit une valeur critique de a pour une tension appliquée déterminée, ou une valeur critique de tension, σ_c , pour chaque valeur de a .

$$\frac{2\pi a \sigma_c^2}{E} - 2\gamma = 0, \text{ avec } \sigma_c = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi a}} \dots\dots\dots(3)$$

1.3.2 Modèle d'Irwin

La théorie de Griffith concorde parfaitement avec les données expérimentales sur des matériaux fragiles (verre). Pour les matériaux ductiles (acier), le calcul de l'énergie de surface γ donne des valeurs non réalistes. La plasticité doit jouer un rôle dans la rupture des matériaux ductiles.

Dans ce cas l'énergie totale dissipée est donnée par $G = 2\gamma + G_p$, G_p est dissipation plastique. [4]

On obtient, donc : $\sigma_c = \sqrt{\frac{EG}{\pi a}}$(4)

1.4 Ténacité

1.4.1 Définition

La ténacité est la capacité d'un matériau à résister à la propagation d'une fissure ; cela s'oppose à la fragilité. On peut définir la ténacité comme étant la quantité d'énergie qu'un matériau peut absorber avant de rompre. Les matériaux pouvant se déformer plastiquement ont donc une plus grande ténacité que les matériaux à déformation uniquement élastique comme le verre. [4]

1.4.2 Facteur d'intensité des contraintes

Lorsqu'un corps fissuré est sollicité par un champ de force il se produit au voisinage de la fissure une très grande concentration de contraintes.

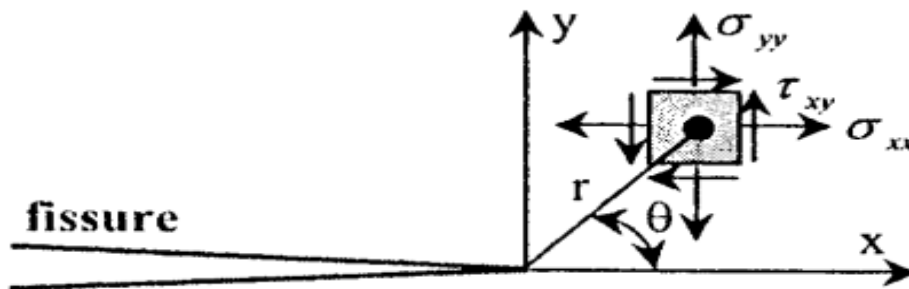


Figure 5 - concentration de contraintes au voisinage de la fissure [3]

L'ensemble des contraintes appliquées sur un élément centré en un point **M** de coordonnées polaires (r, θ) par rapport à l'extrémité d'une fissure sollicitée en mode d'ouverture ou mode **I** sont décrites par les relations suivantes :

$$\sigma_{xx} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \dots\dots\dots(5)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \dots\dots\dots(6)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \dots\dots\dots(7)$$

Ces relations peuvent s'écrire sous la forme condensée suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \dots\dots\dots(8)$$

En contraintes planes : $\sigma_{zz} = 0$

Déformations planes : $\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$, ν : coefficient de poisson.

Mode II :

$$\sigma_{xx} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \dots\dots\dots(9)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \dots\dots\dots(10)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \dots\dots\dots(11)$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \dots\dots\dots(12)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \dots\dots\dots(13)$$

Mode III :

$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \sin \frac{\theta}{2} \dots\dots\dots(14)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{K_{III}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \cos \frac{\theta}{2} \dots\dots\dots(15)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \tau_{xy} = 0 \dots\dots\dots(16)$$

Pour la figure suivante en mode I :



Figure 6 - fissure traversant de longueur $2a$ dans une plaque infinie. [4]

Le facteur K_I est donné par : $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$

L'énergie de Griffith G par unité de surface fissurée est donnée par : $G = \frac{\pi a \sigma^2}{E}$

De ces deux équations, on a : $G_I = \frac{K_I^2}{E}$

IRWIN suggère que la fissure devient instable et se propage lorsque le facteur d'intensité de contraintes K_I atteint une valeur critique K_{IC} appelée ténacité qui caractérise quantitativement la résistance d'un matériau à la propagation brutale d'une fissure en mode I. Il énonça ainsi le critère de contrainte par la relation : [4]

$$K_{IC} = \sigma_c \cdot Y \cdot \sqrt{a} \dots \dots \dots (17)$$

Y : Représente un coefficient de forme, c'est une fonction géométrique de l'éprouvette et de la longueur de fissure, il est donné pour les principales pièces par des tables. L'unité de la ténacité est en $\text{Mpa} \cdot \sqrt{\text{m}}$

1.4.3 Taux de restitution d'énergie

Pour augmenter la surface d'une fissure dans un matériau il faut fournir un certain travail. Le bilan énergétique du système composé des forces extérieures et du corps fissuré s'écrit :

$$\frac{dW}{dA} = \frac{dU}{dA} + \frac{dT}{dA} \dots \dots \dots (18)$$

W : Travail des forces extérieures

U : l'énergie élastique stockée dans les matériaux

A : surface de la fissure

T : la somme de toutes les énergies dissipées de façon irréversible

De cette relation l'énergie nécessaire à la création de surface (**G**) est donnée par : [4]

$$\frac{d}{dA}(W - U) = \frac{dT}{dA} = G \dots \dots \dots (19)$$

Elle est appelée taux de restitution d'énergie. L'amorçage de la fissure se caractérise par une valeur critique du taux de restitution d'énergie notée G_{IC} d'où le critère de rupture : $G \geq G_{IC}$

1.4.4 Lien entre ténacité et taux de restitution critique

Pour une fissure sollicitée uniquement suivant le mode I. La relation entre G_{IC} et K_{IC} est :

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2}{E} \text{ En contrainte plane } \dots \dots \dots (20)$$

$$G_{IC} = \frac{(1-\nu^2)K_{IC}^2}{E} \text{ En déformation plane } \dots \dots \dots (21)$$

1.5 Fissures

Suivant le type de matériau étudié, et le chargement appliqué, la propagation peut être stable (la fissure a besoin de plus d'énergie pour reprendre sa progression) ou instable (la fissure poursuit sa progression jusqu'à la ruine de la structure, sans nécessiter d'énergie supplémentaire).il existe trois types de critères de propagation de fissures : critères d'amorçage, de bifurcation, et de stabilité. [4]

1.5.1 Critères d'amorçage

Ces critères permettent de déterminer à quel moment et à quel endroit la fissure va s'amorcer. Pour le mode I il y a amorçage lorsque le paramètre K_I "Le facteur d'intensité de contrainte" atteint la valeur critique K_{IC} (la ténacité du matériau). De même, au niveau énergétique, Griffith a proposé une valeur limite du taux de restitution d'énergie, appelée résistance à la fissuration et notée G_C . Il y aura alors propagation lorsque **G** atteint la valeur critique G_C qui représente l'énergie nécessaire à la création de nouvelles surfaces libres en fond de fissure.

Remarquons que pour un matériau élastique fragile, G_C ne dépend que de l'énergie superficielle intrinsèque 2γ du matériau : $G_C = 2\gamma$. De même que pour G ou K , il existe une caractéristique intrinsèque du matériau δ_C , qui représente l'ouverture de fissure critique (CTOD) que peut subir le matériau avant qu'il n'y ait propagation. [4]

1.5.2 Critères de bifurcation

Lorsque le chargement ou la géométrie d'une structure n'est pas symétrique par rapport à l'axe de la fissure, la rupture se présente en mode mixte, et la fissure ne se propage pas de façon rectiligne. Il est alors nécessaire d'utiliser des critères de bifurcation, afin de déterminer la nouvelle direction de propagation.

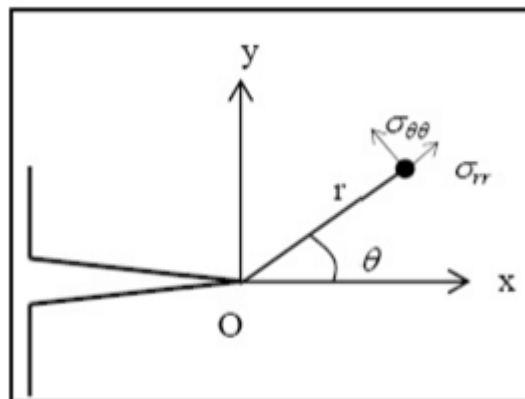
1.5.3 Critère de la contrainte normale maximale

Ce critère est basé sur les hypothèses suivantes :

- La fissure se propage dans la direction pour laquelle la contrainte de traction circumférentielle $\sigma_{\theta\theta}$ est maximale

- L'accroissement de fissure se produit lorsque :

$$K_{IC} = \sqrt{2\pi r \sigma_{\theta\theta}} \dots \dots \dots (22)$$



Finalement, l'angle de bifurcation de la fissure est solution du système :

$$K_I \sin(\theta) + K_{II} (3 \cos(\theta) - 1) = 0 \dots \dots \dots (23)$$

Sous les conditions $\begin{cases} K_{II} \sin(\theta/2) < 0 \\ \theta \in]-\pi; \pi] \\ K_I > 0 \end{cases} \dots \dots \dots (24)$

Il existe également un critère basé sur la déformation maximale. La propagation de la fissure se manifeste lorsque la déformation ϵ_{θ} atteint une valeur critique $\epsilon_{\theta c}$ (déterminée en mode d'ouverture pure et reliée à K_{IC}). [4]

1.5.4 Critères de stabilité

L'analyse de la stabilité de propagation est fondée sur le bilan énergétique :

$$I = W_{ext} + W_e + W_d \dots \dots \dots (25)$$

I : est l'énergie interne du système

W_{ext} : le travail des forces extérieures

W_e : l'énergie de déformation

W_d : l'énergie dissipée lors d'une extension de fissure

Alors, pour une fissure de longueur « a » donnée, et un incrément de propagation « da », la propagation sera :

$$\text{Stable si : } \frac{d^2I(a)}{da^2} < 0 \dots \dots \dots (26)$$

$$\text{Instable si : } \frac{d^2I(a)}{da^2} > 0 \dots \dots \dots (27)$$

Pour étudier la stabilité d'une propagation de fissures, la méthode la plus utilisée est la courbe de résistance, ou encore **courbe R**, qui traduit l'évolution du taux critique de restitution de l'énergie **G** en fonction de la longueur de la fissure. Elle est déterminée de façon expérimentale, et permet de caractériser la propagation stable d'une fissure dans un matériau donné. [4]

1.6 Méthodes de calcul du facteur d'intensité de contraintes

Il existe plusieurs techniques pour calculer le facteur d'intensité des contraintes, parmi les plus utilisés, on peut citer : [3]

1. La méthode du principe de superposition.
2. La méthode d'extrapolation des déplacements.
3. La méthode de collocation de frontière.

1.7 La méthode des éléments finis.

1.7.1 La méthode du principe de superposition

Cette méthode consiste à décomposer le problème posé en une somme de problèmes simples dont les solutions sont connues. Le problème étant un problème d'élasticité linéaire, on peut appliquer le principe de superposition. On a ainsi :

$$K_I^{\text{total}} = K_I^A + K_I^B + K_I^C + \dots \dots \dots (28)$$

1.7.2 La méthode d'extrapolation des déplacements

Le saut de déplacement à travers les lèvres de la fissure pour les points $(r, \theta = +\pi)$ et $(r, \theta = -\pi)$ se calcule à partir d'équation suivante

$$K_I^{\text{total}} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\Delta u_2 \cdot \mu}{k+1} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \dots \dots \dots (29)$$

$$\text{Où : } u_2 = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[k + 1 - 2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \dots \dots \dots (30)$$

$$\Delta u_2 = u_{2(\theta=+\pi)} - u_{2(\theta=-\pi)} \dots \dots \dots (31)$$

$$k = 3 - 4\nu, \text{ en déformation plane} \dots \dots \dots (32)$$

$$k = \frac{3-\nu}{1+\nu}, \text{ en contrainte plane} \dots \dots \dots (33)$$

1.7.3 La méthode des éléments finis

Singularité

Toutes les méthodes pour le calcul des facteurs d'intensité de contrainte reposent sur le calcul précis des champs des contraintes et déplacement. Cependant, des résultats plus précis peuvent être obtenus en captant le champ de contrainte singulier en pointe de fissure. Puisque nous savons que dans les matériaux élastiques les contraintes en pointe de fissure sont singulières en $1/\sqrt{r}$, cette singularité peut être construite dans le calcul des éléments finis.

Dans la méthode des éléments finis le champ de déplacement et les coordonnées sont interpolées à l'aide des fonctions de forme.

Soit $\mathbf{x} = \mathbf{x}_1, \mathbf{y} = \mathbf{x}_2, \mathbf{u} = \mathbf{u}_1, \mathbf{v} = \mathbf{u}_2$. Considérons un élément iso paramétrique à 8 nœuds représenté dans la figure (1.4(b)). En utilisant les fonctions de forme $N_i(\xi, \eta)$ correspondant au nœud i , de coordonnées nodales (x_i, y_i) dans le repère global et (ξ, η) dans le repère local. [3]

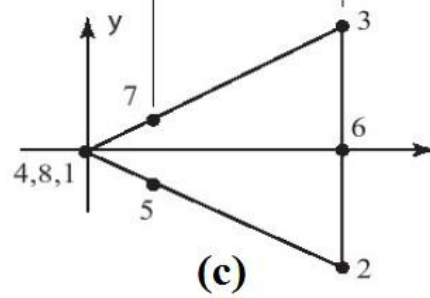
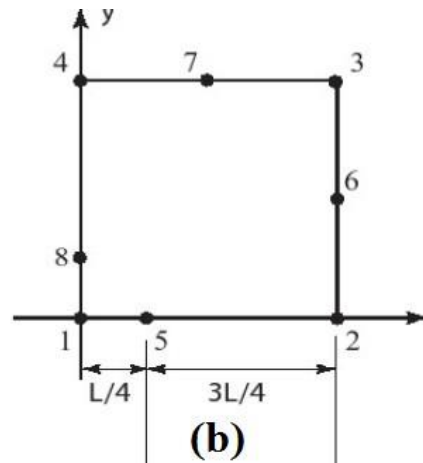
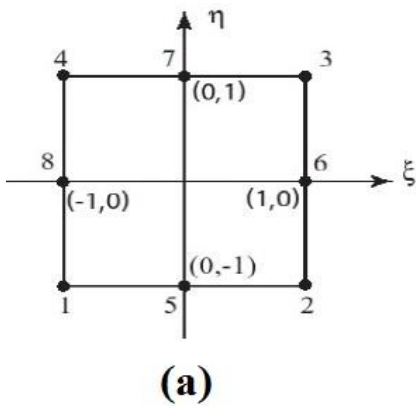
$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) \mathbf{x}_i \dots \dots \dots (34)$$

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) \mathbf{y}_i \dots \dots \dots (35)$$

Les déplacements sont interpolés de la même manière :

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) \mathbf{u}_i \dots \dots \dots (36)$$

$$\mathbf{v} = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) \mathbf{v}_i \dots \dots \dots (37)$$



1.8 Conclusion de chapitre I

On a terminé dans ce chapitre les principes de base, et la théorie de la mécanique de la rupture, qui nous aidera à mieux comprendre l'étude de la rupture des engrenages, qui est notre travail principal dans ce mémoire.

Chapitre II

La rupture des engrenages

2.1 Introduction

Les engrenages sont des systèmes mécaniques qui permettent la transmission de puissance entre deux pièces munies de dents ou de filets qui s'engrènent. Ils sont utilisés dans de nombreux domaines industriels, tels que l'automobile, l'aéronautique, la robotique ou l'horlogerie. Les engrenages peuvent être classés selon la forme et le positionnement des pièces qui les composent, comme les roues dentées, les crémaillères, les vis sans fin ou les couronnes. Les engrenages présentent plusieurs avantages, comme la possibilité de modifier le rapport de transmission, le sens ou le type de mouvement entre les pièces.

Cependant, les engrenages sont aussi soumis à des sollicitations mécaniques importantes qui peuvent provoquer leur endommagement ou leur rupture. La rupture est la séparation brutale d'une pièce sous l'effet d'une contrainte excessive. Elle peut être causée par différents facteurs, comme la fatigue, l'usure, la corrosion ou le choc. La rupture des engrenages peut avoir des conséquences graves sur le fonctionnement et la sécurité des systèmes mécaniques. Dans ce chapitre, nous allons étudier les caractéristiques géométriques et cinématiques des engrenages, ainsi que les lois de contact et de frottement entre les dents. Nous allons également analyser les différents modes de rupture des engrenages et leurs causes possibles. Enfin, nous allons proposer des solutions pour prévenir ou réparer la rupture des engrenages. [5]

2.2 Définition

Un engrenage est un système composé de deux pièces mécaniques munies de dents ou de filets qui s'interpénètrent de telle façon que l'une de ces pièces puisse entraîner l'autre en rotation ou en translation.

Ces pièces peuvent être des roues dentées, des crémaillères ou des vis sans fin. L'engrenage le plus fréquent est composé de deux roues dentées extérieures l'une à l'autre, dont la plus petite est appelée pignon. Lorsque le contact est intérieur, on ne parle plus de roue mais de couronne dentée.

Pour les systèmes d'engrenages on peut définir le rapport de transmission (rapport de vitesse ou rapport de réduction) i et le rapport de couple G_r par les équations 38 et 39

$$i = \frac{\Omega_{\text{sort}}}{\Omega_{\text{entr}}} \dots\dots\dots(38)$$

$$G_r = \frac{T_{sort}}{T_{entr}} \dots\dots\dots(39)$$

Avec :

Ω_{sort} : Vitesse angulaire de l'arbre de sortie en rad/s.

Ω_{entr} : Vitesse angulaire de l'arbre d'entrée en rad/s.

T_{sort} : Couple de l'arbre de sortie en Nm.

T_{entr} : Couple de l'arbre d'entrée en Nm.

La valeur de rapport i dépend de la fonction de transmission :

$i = 1$: $\Omega_{sort} = \Omega_{entr}$ Prise directe.

$i < 1$: $\Omega_{sort} < \Omega_{entr}$ Le système d'engrenages est un réducteur de vitesse.

$i > 1$: $\Omega_{sort} > \Omega_{entr}$ Le système d'engrenages est un multiplicateur de vitesse. [5]

2.3 Classification des engrenages

Les engrenages peuvent se répartir en trois familles selon la position et l'orientation relative de leurs axes [6]-[7] :

2.3.1 Les engrenages à axes parallèles

Ce type est nommé aussi cylindrique dont Les deux arbres sont parallèles. Diverses catégories sont distinguées selon la géométrie des dents suivant la génératrice. On trouve :

2.3.1.1 Engrenages droits à dentures droites

Les arbres sont parallèles et les dents des deux engrenages sont également parallèles à l'axe de rotation des arbres ; Ce sont les plus simples et les plus économiques.

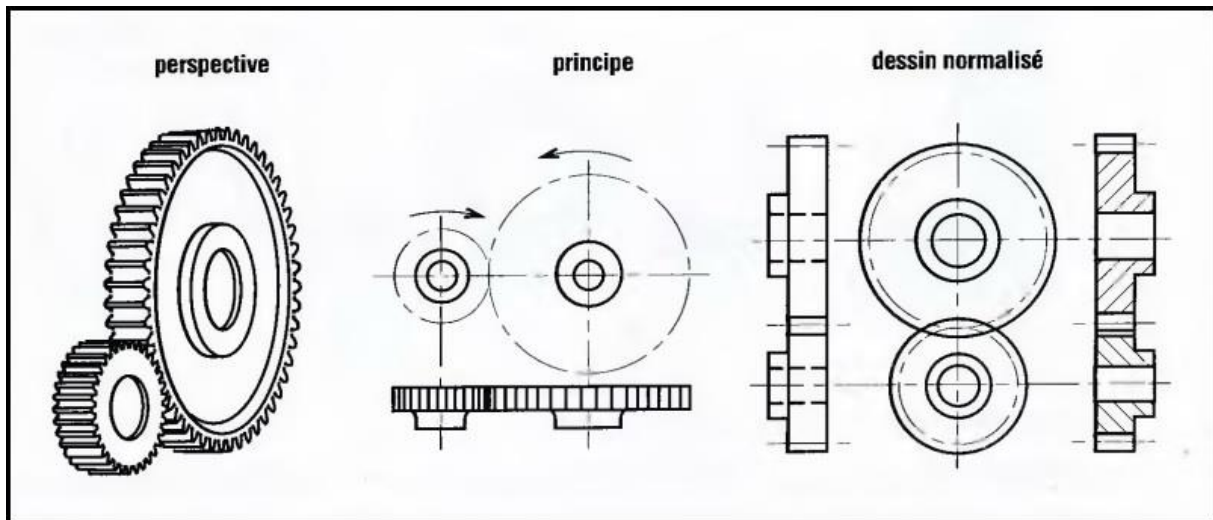


Figure 7 - Perspective, principe et dessin normalisé d'un engrenage droit à dentures droites

2.3.1.2 Engrenages droits à dentures hélicoïdales :

Les dents des deux engrenages sont inclinés par rapport à l'axe de rotation des arbres ; À taille égale, ils sont plus silencieux et plus performants que les précédents pour transmettre de la puissance et du couple ; L'inclinaison des dentures engendre des efforts axiaux.

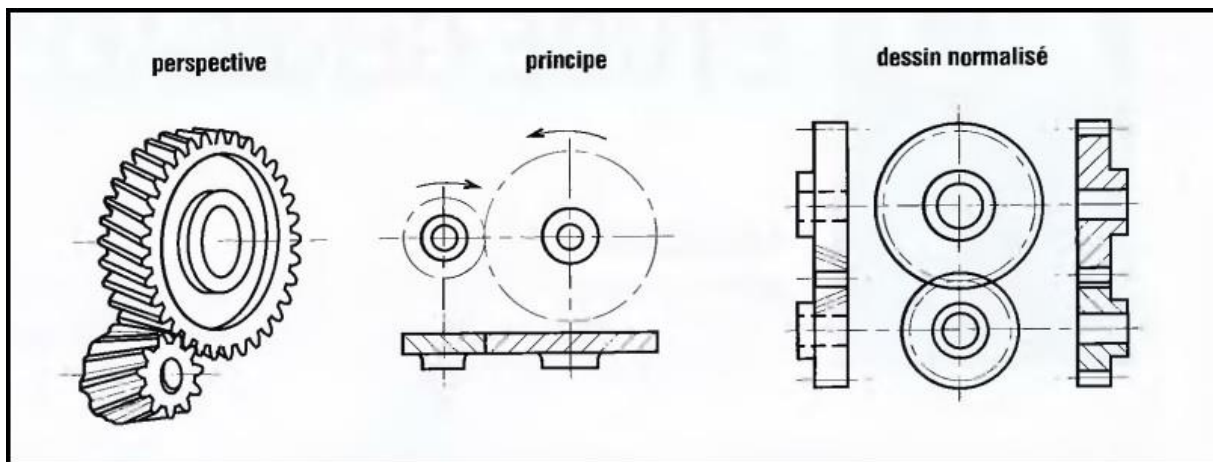


Figure 8 - Perspective, principe et dessin normalisé d'un engrenage droit à dentures hélicoïdales

2.3.2 Les engrenages à axes concourants

Ce type est nommé aussi conique dont les arbres sont tels que leurs axes de rotation se coupent. Selon la géométrie des dents, on distingue les sous-catégories des :

2.3.2.1 Engrenage conique à dentures droites

Ce sont les plus simples. La direction des génératrices du profil de la denture passe par le sommet. Aux vitesses élevées on retrouve les mêmes inconvénients que les engrenages droits à dentures droite (bruits de fonctionnement, fortes pressions sur les dents...)

2.3.2.2 Engrenage conique hélicoïdales ou spirales

Ils sont conçus sur le même principe que les engrenages droits. Pour diminuer les bruits aux grandes vitesses et assurer une plus grande progressivité de la transmission, la denture droite est remplacée par une denture spirale (angle de pression usuel $\alpha_n = 20^\circ$ ou $14^\circ 30'$, angle de spirale 35°).

2.3.2.3 Engrenages hypoïdes

Variante complexe des précédents, avec les mêmes qualités générales, ils sont à mi-chemin entre les engrenages coniques et les engrenages roue et vis (à axes quelconques). Les axes des roues sont orthogonaux mais non concourants, les surfaces primitives ne sont plus des cônes mais des hyperboloïdes (forme d'hyperbole). Le glissement ou le frottement entre les dents est élevé.

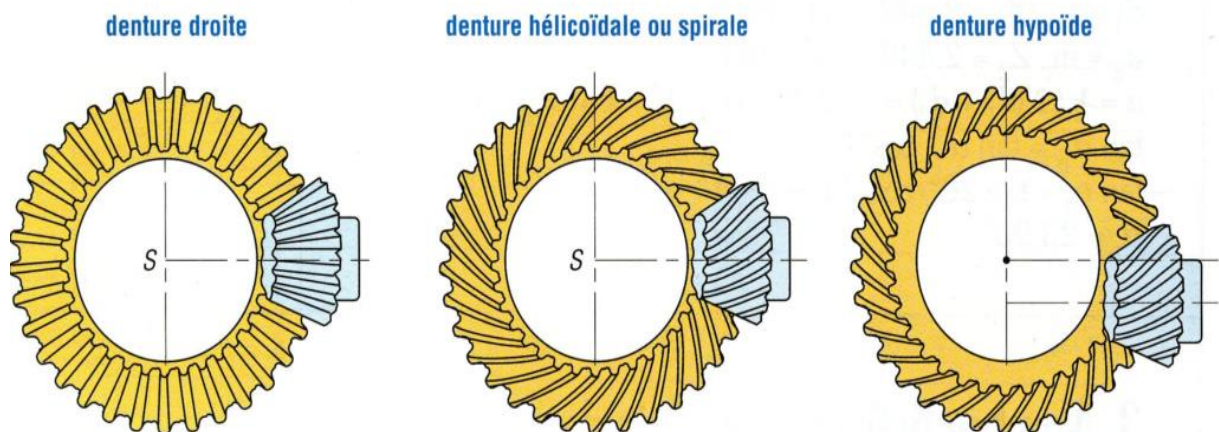


Figure 9 - Denture : droite, hélicoïdale et hypoïde

2.3.3 Les engrenages à axes quelconques

Ces engrenages sont nommés aussi gauches dont les axes des arbres n'ont pas un point commun et occupe une position relative quelconque. Dans cette catégorie se retrouvent sur :

2.3.3.1 Roue et vis sans fin

Consistent en une vis qui ressemble à une vis d'un système vis-écrou, et en une roue droite à denture hélicoïdale. La transmission de mouvement s'effectue entre deux arbres orthogonaux. Ces engrenages permettent d'obtenir de grands rapports de réduction, allant jusqu'à 1/200, et offrent des possibilités d'irréversibilité. Ils fournissent l'engrènement le plus doux de tous les types d'engrenages, étant silencieux et sans chocs.

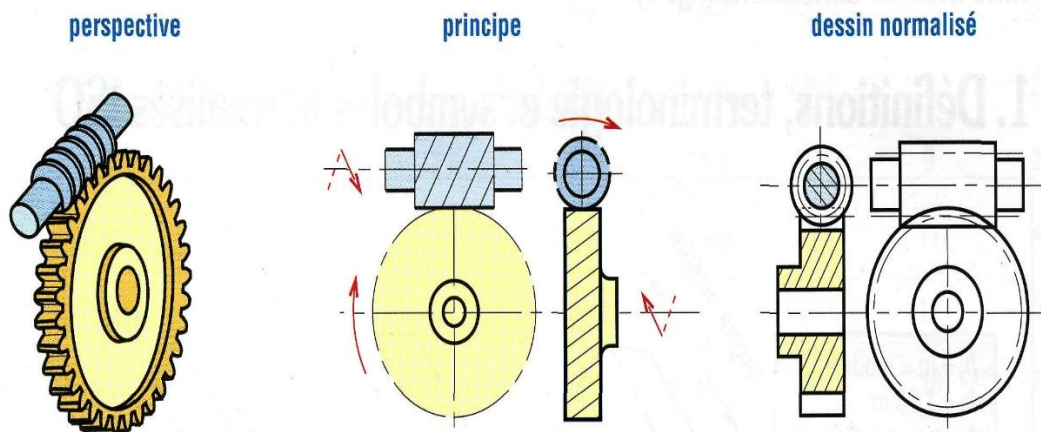


Figure 10 - Perspective, principe et dessin normalisé d'une roue et vis sans fin

2.3.3.2 Engrenage hypoïde ou spiroïde

Les engrenages coniques ont naturellement des axes concourants, c'est-à-dire que les sommets des deux cônes primitifs se rejoignent. Cependant, comme pour les engrenages cylindriques, il est possible de désaxer les pignons en leur donnant des angles d'hélice différents. Si le nombre de dents du pignon est important et le désaxage est faible, on parle d'engrenage hypoïde. En revanche, si le nombre de dents du pignon est faible et le désaxage est plus important, on parle d'engrenage spiroïde.

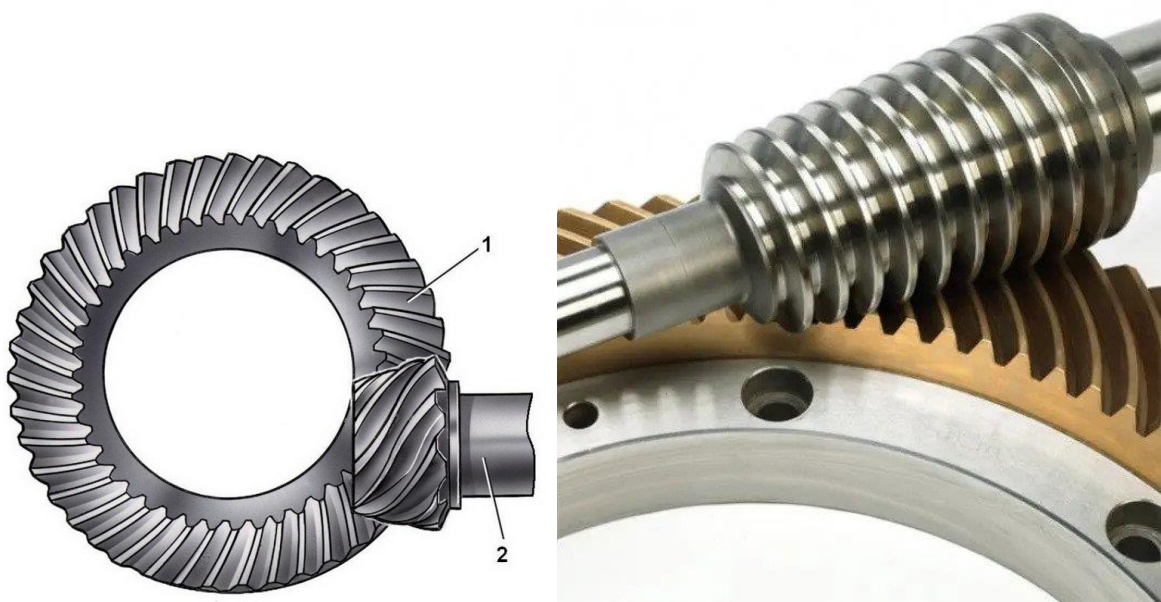


Figure 11 - Engrenage hypoïde ou spiroïde

2.4 Caractéristiques géométriques et cinématiques d'un engrenage droit à dentures droites

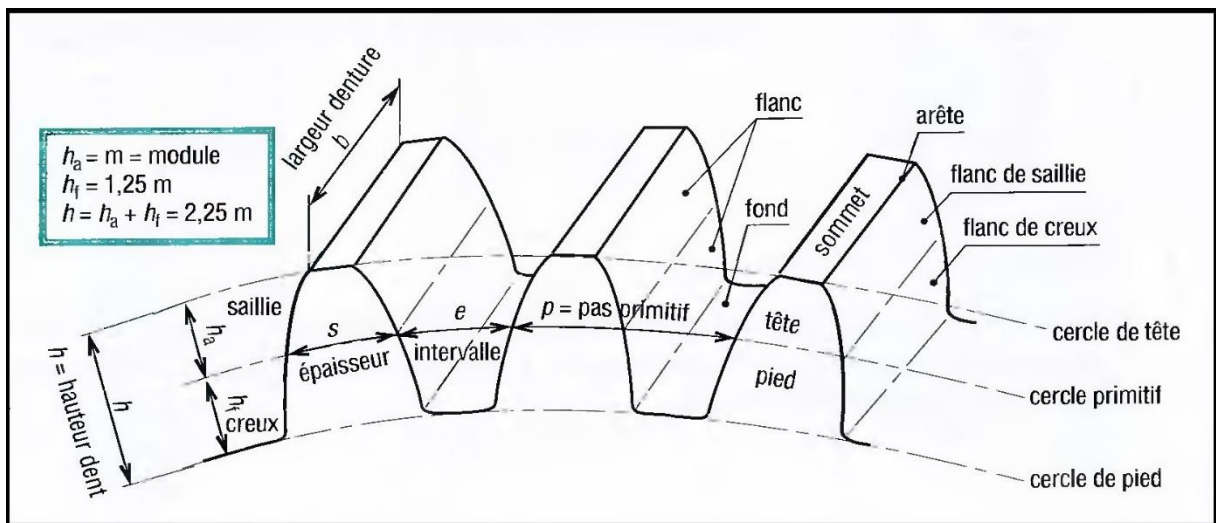


Figure 12 - Symbole et vocabulaire utilisé pour décrire la forme de denture droite [6]

Les caractéristiques géométriques de l'engrenage droit à dentures droites incluent :

- Module (m) : C'est la distance entre deux points consécutifs sur le cercle de base d'un engrenage.
- Nombre de dents (Z) : C'est le nombre de dents sur la circonférence de l'engrenage.
- Pas (P) : C'est la distance entre deux points consécutifs sur le cercle de base d'un engrenage.
- Diamètre primitif (D) : C'est le diamètre du cercle primitif de l'engrenage, qui correspond à la circonférence théorique que l'engrenage aurait s'il était parfaitement rond et sans denture.
- Cylindre de tête ; diamètre de tête d_a : cylindre enveloppe du sommet des dents. La section droite du cylindre de tête donne le cercle de tête de diamètre d_a .
- Cylindre de pied ; diamètre de pied d_f : cylindre enveloppe du fond des dents. La section droite du cylindre de pied donne le cercle de pied de diamètre d_f .
- Saillie (h_a) : distance radiale entre le cylindre de tête et le cylindre primitif.
- Creux (h_f) : distance radiale entre le cylindre de pied et le cylindre primitif.
- Hauteur de dent (h) : C'est la hauteur de la denture de l'engrenage, mesurée à partir du cercle de base.
- Flanc : portion de surface d'une dent comprise entre le cylindre de tête et le cylindre de pied.
- Profil : section d'un flanc par un plan normal à l'axe.
- Largeur de denture (b) : largeur de la partie dentée d'une roue mesurée suivant une génératrice du cylindre primitif.
- Entraxe entre deux roues a : plus courte distance entre les axes des deux roues. **[6]**

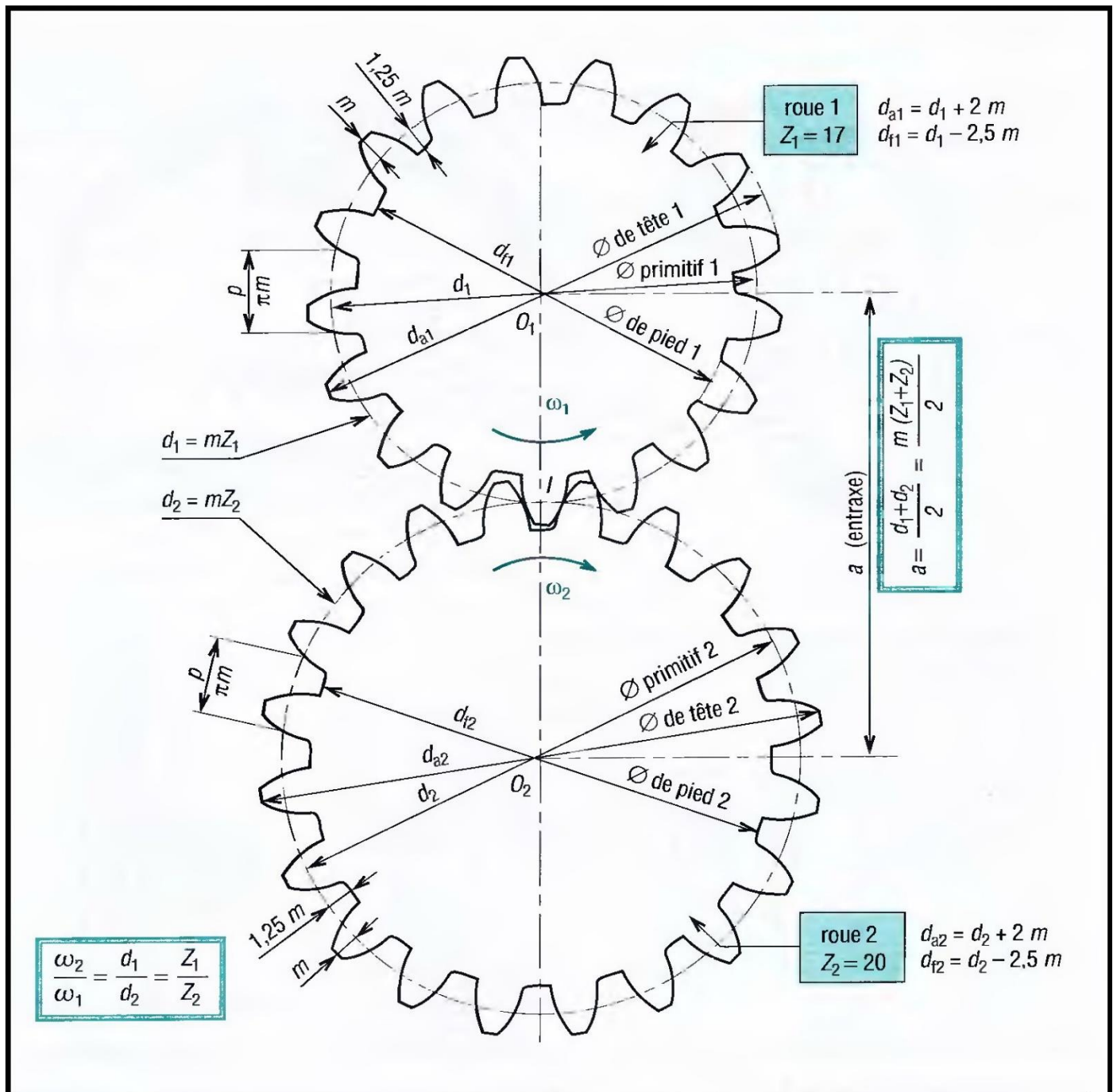


Figure 13 - Entraxe, diamètres, pas et module normalisé dans une denture droite

2.5 Les avantages & les inconvénients des engrenages :

Voici les avantages et les inconvénients des engrenages :

- **Avantages des engrenages :**

- **Transmission efficace de la puissance :** Les engrenages sont efficaces pour transmettre la puissance de manière fiable et efficace entre les axes rotatifs.
- **Gamme de vitesses :** Les engrenages offrent une large gamme de vitesses en raison de la disponibilité de différents types d'engrenages avec des rapports de transmission différents.
- **Fiabilité :** Les engrenages sont des dispositifs mécaniques simples et robustes qui peuvent durer longtemps s'ils sont bien entretenus.
- **Pas de glissement :** Les engrenages ne glissent pas, contrairement aux courroies et aux chaînes, ce qui signifie qu'il n'y a pas de perte de puissance due au glissement.

- **Inconvénients des engrenages**

- **Bruit :** Les engrenages peuvent être bruyants en raison de la friction entre les dents des engrenages.
- **Coût :** La fabrication des engrenages peut être coûteuse en raison de la complexité des formes de denture et des matériaux utilisés.
- **Usure :** Les engrenages sont soumis à une usure constante, en particulier dans les applications où ils fonctionnent à des vitesses élevées et à des charges élevées.
- **Lubrification :** Les engrenages nécessitent une lubrification adéquate pour réduire la friction et minimiser l'usure, ce qui peut être coûteux et nécessite une maintenance régulière.

2.6 Modes de rupture des engrenages [8]

Origine : une enquête réalisée par la société des assurances Allianz a permis d'établir des statistiques sur les causes des défaillances et la localisation des défauts, dans les systèmes à engrenages. Les résultats de cette enquête sont résumés dans le tableau ci-dessous:

Origine des défauts	%	Localisation des défauts	%
Fabrication (calcul des assemblages, matériaux)	40	Dentures	60
Exploitation (maintenance)	43	Arbres	19
Autres (machines adjacentes)	17	Carters	7
		Autres	4

Tableau 1 - Origine et localisation des défauts dans les engrenages [9]

2.6.1 Défauts répartis sur toutes les dents

2.6.1.1 Rupture par usure

L'usure est un phénomène local caractérisé par un enlèvement de matière dû au glissement de deux surfaces l'un sur l'autre. Le développement de l'usure est lié à la charge et la vitesse de glissement en chaque point des surfaces de contact, ainsi qu'à la présence plus ou moins grande d'éléments abrasifs dans le lubrifiant. Elle peut se répartir sur deux types :

-L'usure normale est inversement proportionnelle à la dureté superficielle de la denture et elle progresse lentement. Elle est négligeable pour les dentures de petit module et très durcies.

-L'usure anormale est produite lorsque le lubrifiant est pollué de particules abrasives ou lorsqu'il est corrosif. Elle conduit à un mauvais fonctionnement voir à une mise hors service.

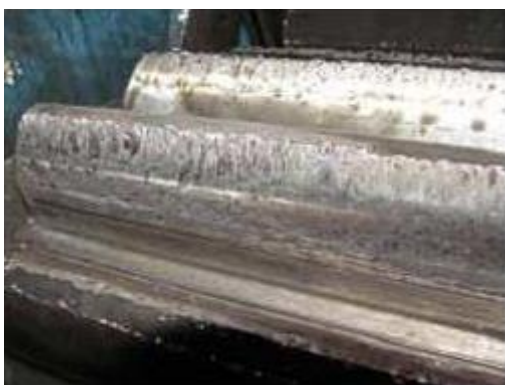


Figure 14 - Rupture par fissure

2.6.1.2 Pitting (piques)

Il s'agit de trous plus ou moins profonds qui affectent toutes les dents, en particulier dans la zone du cercle primitif. Cette avarie se produit surtout sur des engrenages en acier de construction relativement dur, et donc plus fragile, sensible aux effets cumulatifs de surcontraintes (avance de fissures). Le Pitting est moins à craindre lorsque la viscosité du lubrifiant est importante, car dans ce cas, le film d'huile séparant les surfaces en contact est plus épais. Cette avarie peut apparaître à la suite de légers désalignements d'axes par exemple, à cause de surpression locales.



Figure 15 - Rupture par piquage

2.6.2 Les défauts localisés sur certaines dents

2.6.2.1 Ecaillage

Il s'agit également de trous mais ceux-ci sont moins nombreux, plus profonds et plus étendus que ceux du pitting. Les dégradations sont produites par fatigues en sous-couche, au point de cisaillement maximal. On rencontre ce type d'avarie dans les engrenages cémentés (couche superficielle durcie) ; ces engrenages sont actuellement très répandus car ils permettent de passer des couples importants dans des dimensions raisonnables. L'écaillage qui est le défaut principal, évolue très rapidement vers la rupture, sans passer par une phase d'usure.

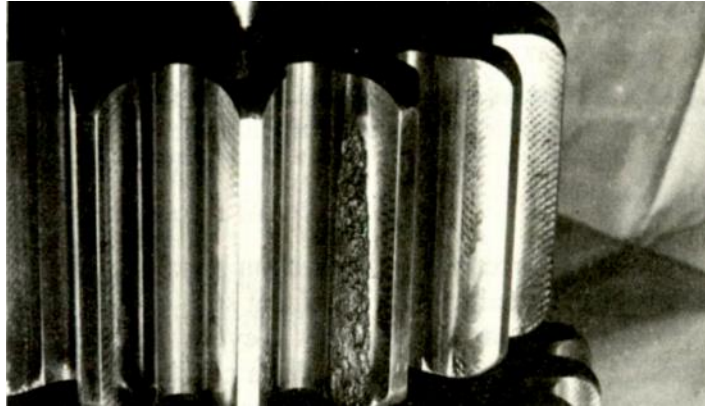


Figure 16 - Rupture par écaillage

2.6.2.2 Le grippage

Il est la conséquence directe de la destruction brutale du film d'huile, sous l'effet de la température résultant d'un frottement sous charge. Le grippage est favorisé essentiellement par des vitesses élevées, de gros modules, un faible nombre de dents en contact. La probabilité de grippage est influencée par l'état physico-chimique du lubrifiant et par les conditions de mise en service.



Figure 17 - Rupture par grippage

2.6.2.3 Fissuration

Elle progresse à chaque mise en charge, à partir d'un point initial situé presque toujours au fond de la dent. Elle apparaît surtout sur des aciers fins, durcis par traitement thermique, qui sont très sensibles aux concentrations des contraintes. L'apparition de ces fissures est la

conséquence d'une contrainte au pied de dent qui dépasse la limite de fatigue du matériau, elle est en général située du côté de la dent sollicitée en traction.

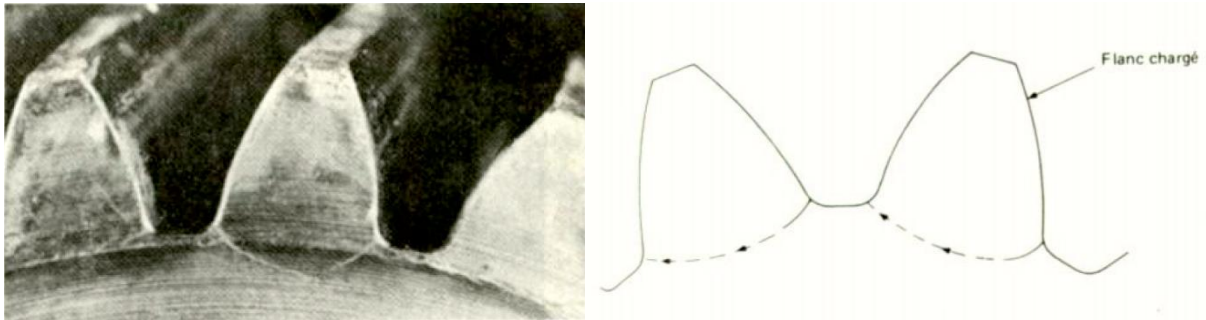


Figure 18 - Rupture par fissuration

2.7 Conclusion de chapitre II

Ce chapitre a été entièrement consacré à la description générale des transmissions par engrenage tels que les différents types d'engrenages et spécialement pour les dentures droites. Par ailleurs, les différents types de détérioration des dentures d'engrenage sont également très significatifs. Ils sont, en effet, directement responsables des régimes de fonctionnement critiques où les vibrations d'engrènement augmentent considérablement et aussi conduisent ainsi rapidement à la rupture des dents.

Chapitre III
Simulation d'une dent de la roue par
le logiciel RDM6

Chapitre III : Simulation d'une dent de la roue par le logiciel RDM6

3.1 Introduction

- Modélisation numérique en utilisant le logiciel RDM6.
- Modèle géométrique et mécanique d'un dente sans fissure.

3.2 Modélisation numérique en utilisant le logiciel RDM6

Le logiciel RDM6 est un logiciel destiné à l'enseignement du calcul des structures par la méthode des éléments finis,

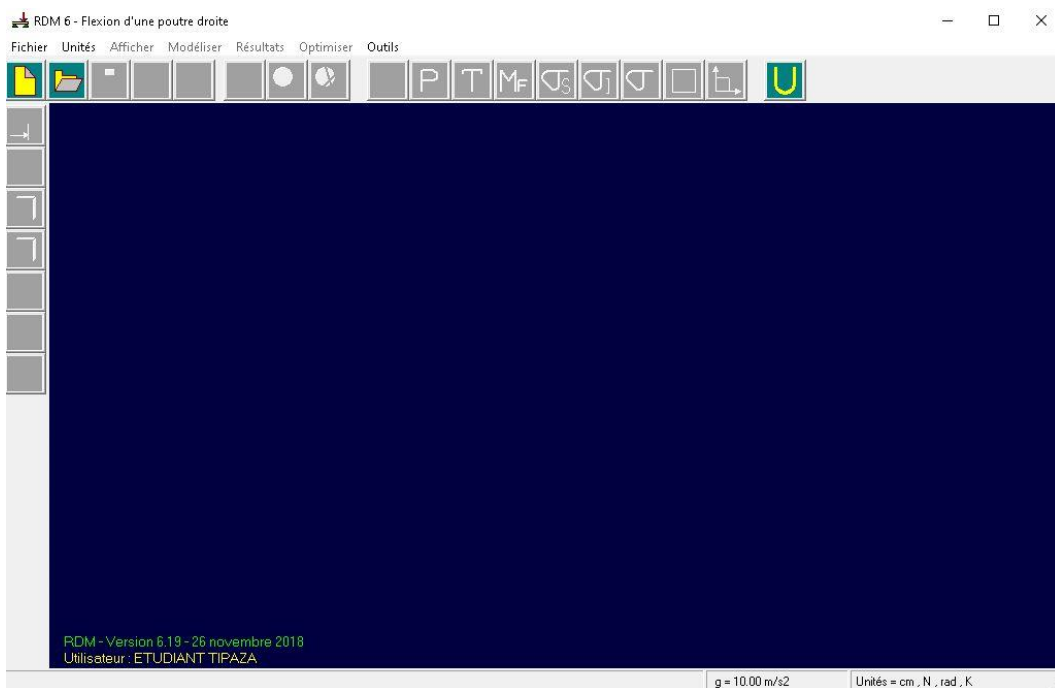


Figure 19 - Interface de logiciel RDM6

Le logiciel RDM6 comprend les modules suivants :

- RDM – Flexion

Calcul et optimisation des poutres droites sollicitées en flexion simple.

- RDM – Ossatures

Analyse statique et dynamique des ossatures planes ou tridimensionnelles :

- Modélisation de la géométrie.

- Interface IGES « International Graphics Exchange Standard ».
- Bibliothèque de sections droites paramétrées.
- Bibliothèque de profilés.
- Évaluation des caractéristiques des sections droites par intégration sur le contour de la section (aire, moments quadratiques, ...) ou par la méthode des éléments finis après maillage automatique de la section (constante de torsion, centre de cisaillement, aires cisillées...).
- Sections droites définies par l'opérateur : fichier IGES.
- Bibliothèque de matériaux.
- Combinaisons de cas de charges.
- Éditions des données et des résultats.
- Analyse statique linéaire.
- Flambement linéaire (eulérien) : calcul des coefficients de charge critiques.
- Calcul des fréquences propres.
- Diagrammes : effort normal, effort tranchant, moment fléchissant, ...
- Évaluation des contraintes sur une section droite : normales, tangentielles, contraintes équivalentes de Von Mises, ...
 - RDM – Éléments finis
- Création de la géométrie.
- Interface IGES.
- Maillage automatique de la structure en triangles à 3 ou 6 nœuds (méthode de Delaunay).
- Maillage par blocs de la structure en triangles à 3 ou 6 nœuds et/ou quadrilatères à 4, 8 ou 9 nœuds.
- Analyse statique et dynamique dans l'une des hypothèses suivantes :

L'étude et la modélisation de la flexion d'une poutre sans fissure avec RDM6, qui est un logiciel de calcul de structures basé sur la méthode des éléments finis, peuvent être réalisées en suivant les étapes générales suivantes :

Il faut définir les dimensions de la poutre, tels que sa longueur, sa hauteur, sa largeur et les sections transversales éventuellement variables le long de la poutre. On peut également définir les conditions aux limites, c'est-à-dire les appuis et les charges appliquées à la poutre.

Il faut attribuer les propriétés mécaniques du matériau de la poutre, telles que le module d'élasticité, le coefficient de Poisson, et éventuellement la résistance à la flexion, à partir des données disponibles sur le matériau réel de la poutre.

Il faut subdiviser la poutre en un certain nombre d'éléments finis pour permettre la résolution numérique du problème. On peut choisir différents types d'éléments finis pour représenter la géométrie de la poutre, tels que des éléments finis unidimensionnels pour modéliser la flexion, et des éléments finis bidimensionnels pour modéliser la torsion éventuelle.

Il faut appliquer les charges spécifiées à la poutre, telles que les charges uniformes, les charges concentrées, les moments, etc., en tenant compte des conditions aux limites définies précédemment.

Le logiciel RDM6 résout numériquement les équations d'équilibre et d'élasticité pour obtenir les déformations, les contraintes et les réactions d'appui de la poutre sous les charges appliquées.

Une fois que la solution numérique est obtenue, on peut analyser les résultats, tels que les déformations, les contraintes, et les réactions d'appui, pour évaluer le comportement de la poutre en flexion. On peut également comparer les résultats avec les critères de résistance à la flexion du matériau pour vérifier si la poutre est sécuritaire et peut supporter les charges appliquées. [10]

3.3 Modèle géométrique et mécanique d'une dent sans fissure

La dent est assimilée à une poutre encastree libre à l'autre côté est chargé par l'effort T (effort tangentielle) étant considéré perpendiculaire à l'axe de la dent.

3.3.1 Matériau et propriétés mécaniques de la poutre

La poutre de notre étude est en acier forgé A75.

Il est souvent utilisé pour la fabrication de pièces mécaniques et de pièces de machines. Les caractéristiques typiques de l'acier forgé A75 sont :

Limite d'élasticité : $Re = 90 \text{ N/mm}^2$

Facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50 \text{ MPa} * m^{\frac{1}{2}}$

Module d'Young : $E = 200000 \text{ MPa}$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0,3$

Densité : $\rho = 7850 \text{ Kg/m}^3$

Etude de système à engrenage

Soit à transmettre une puissance de 6 KW la valeur de l'entraxe entre les deux roues dentées est : $a = 225 \text{ mm}$, la vitesse de rotation soit $N_1 = 960 \text{ tr/min}$, $N_2 = 120 \text{ tr/min}$ avec $K = 10$ & un rendement $\eta = 0,95$.

Matériaux	Vitesse circonférentielle en m/s		
	1	6	12
Fonte grise	4	3	2
Fonte alliée	5	4	3
Acier forgé A75	12	9	6
Acier 30NC 11 forgé et traité	18	13	9
Acier 30ND16 forgé et traité	25	18	12
Bronze phosphoreux	6	4	2

Tableau 2 - Contrainte admissible pour le calcul du diamètre de l'arbre.

- **La puissance de calcul est donnée par :**

$$P' = \frac{P}{\eta} = \frac{6}{0,95} = 6,25 \text{ kW} \dots\dots\dots(40)$$

- **Les diamètres d_1 & d_2 :**

$$d_1 = \frac{2a}{N_1+N_2} N_2 = \frac{2 \cdot 225}{960+120} \cdot 120 = 50 \text{ mm} \dots\dots\dots(41)$$

$$d_2 = \frac{2a}{N_1+N_2} N_1 = \frac{2 \cdot 225}{960+120} \cdot 960 = 400 \text{ mm} \dots\dots\dots(42)$$

- **Le module m :**

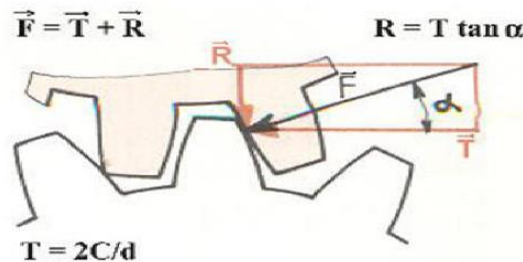


Figure 20 - les efforts appliqués sur une dent

L'effort F normal à la dent étant incliné de l'angle de pression α (20° en général), on considère les deux projections de F suivant :

- La tangente commune aux diamètres primitifs : T
- La normale commune aux cercles primitifs (radiaux) : R

Avec :

C : couple moteur ; d : diamètre primitif

Module	m	Déterminé par un calcul de résistance des matériaux (§ 73.12)**
Nombre de dents	z	Déterminé à partir des rapports des vitesses angulaires : $\frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{n_A}{n_B} = \frac{z_B}{z_A}$
Pas	p	$p = m \cdot \pi$
Saillie	h_a	$h_a = m$
Creux	h_f	$h_f = 1,25 m$
Hauteur de dent	h	$h = h_a + h_f = 2,25 m$
Diamètre primitif	d	$d = m \cdot z$
Diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2 m$
Diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2,5 m$
Largeur de denture	b	$b = k \cdot m$ (k valeur à se fixer, fréquemment on choisit entre 6 et 10.)
Entraxe de deux roues	a	$a = \frac{d_A + d_B}{2} = \frac{m \cdot z_A}{2} + \frac{m \cdot z_B}{2} = \frac{m(z_A + z_B)}{2}$

Figure 21 - caractéristiques d'une roue à denture droite normale ($\alpha=20^\circ$)

$$m \geq 2,34 \sqrt{\frac{\|\vec{F}_t\|}{k \cdot R p_e}} = 2,34 \sqrt{\frac{T}{k \cdot R p_e}} \dots\dots\dots(43)$$

On a :

$$P' = C_1 \cdot \omega_1 \dots\dots\dots(44)$$

$$\omega = \frac{\pi \cdot N_1}{30} \dots\dots\dots(45)$$

$$C = T \cdot$$

$$\frac{d_1}{2} \dots\dots\dots(46)$$

Depuis les relations (44), (45) & (46) on aura :

$$T = \frac{P' \cdot 60}{d_1 \cdot \pi \cdot N_1} \dots\dots\dots(47)$$

$$m \geq 2,34 \sqrt{\frac{6,25 \cdot 10^3 \cdot 60}{50 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14 \cdot 960 \cdot 10 \cdot 90}} = 3,89 \approx 4 \text{ (normalisé)}$$

- **Nombre de dent :**

$$Z_1 = \frac{d_1}{m} = \frac{50}{4} = 12,5 \quad (48) \quad \text{soit } Z_1 = 13 \text{ dents}$$

$$N_1 Z_1 = Z_2 N_2 \Rightarrow Z_2 = Z_1 \frac{N_1}{N_2} = 13 \cdot \frac{960}{120} = 104 \text{ dents}$$

.....(48)

- **Supposant que l'on puisse modifier l'entraxe alors :**

$$a = \frac{m}{2} (Z_1 + Z_2) = \frac{4}{2} (13 + 104) = 234 \text{ mm}$$

.....(49)

$$d_1 = m Z_1 = 4 \cdot 13 = 52 \text{ mm}$$

$$d_2 = m Z_2 = 4 \cdot 104 = 416 \text{ mm}$$

Première roue dentée (13 dts)		Deuxième roue dentée (104 dts)	
Pas angulaire :	27,69 °	Pas angulaire :	3,46 °
Soit :	12,57 mm	Soit :	12,57 mm
Diamètre extérieur :	60,00 mm	Diamètre extérieur :	424,00 mm
Diamètre primitif :	52,00 mm	Diamètre primitif :	416,00 mm
Diamètre de base :	48,86 mm	Diamètre de base :	390,91 mm
Diamètre de pied :	42,00 mm	Diamètre de pied :	406,00 mm
Périmètre extérieur :	188,50 mm	Périmètre extérieur :	1 332,04 mm
Périmètre primitif :	163,36 mm	Périmètre primitif :	1 306,90 mm
Périmètre de base :	153,51 mm	Périmètre de base :	1 228,09 mm
Périmètre de pied :	131,95 mm	Périmètre de pied :	1 275,49 mm
Saillie :	4,00 mm	Saillie :	4,00 mm
Creux :	5,00 mm	Creux :	5,00 mm
Hauteur d'une dent :	9,00 mm	Hauteur d'une dent :	9,00 mm
Epaisseur d'une dent :	6,28 mm	Epaisseur d'une dent :	6,28 mm

Figure 22- Propriétés de deux roue dentées normalisé

Géométrie de la poutre

La géométrie de la dent est une poutre de longueur $h=90$ mm, de largeur $b=40$ mm, et d'épaisseur $e=6.28$ mm, voir **figure 23**.

Les appuis

On introduit un encastrement à l'extrémité de la poutre.

Effort appliqué

L'effort est appliqué à l'autre extrémité et perpendiculaire à la poutre, et égale à 2392.36 N. Voir **figure 23**.

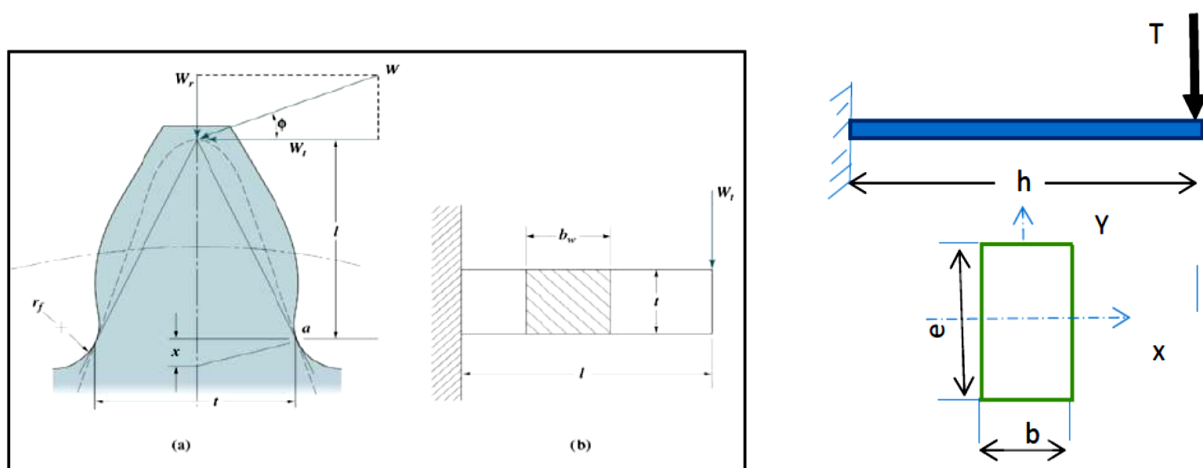


Figure 23 - Modèle mécanique et géométrique de la dent sans fissure.

3.3.2 Modélisation de la poutre en flexion sans fissure par RDM6

Les principaux résultats de la simulation de la poutre en flexion sans fissure par RDM6 sont illustrés dans les figures suivantes :

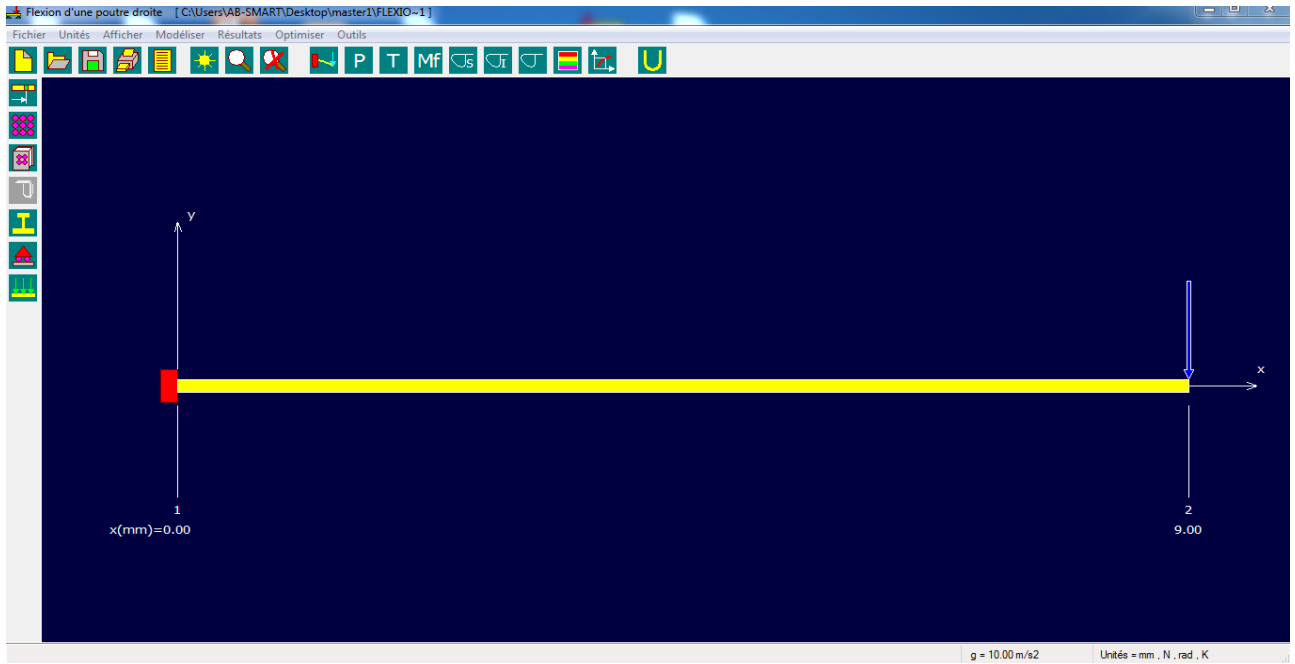


Figure 24 - Modélisation de la poutre en flexion sans fissure par RDM6.

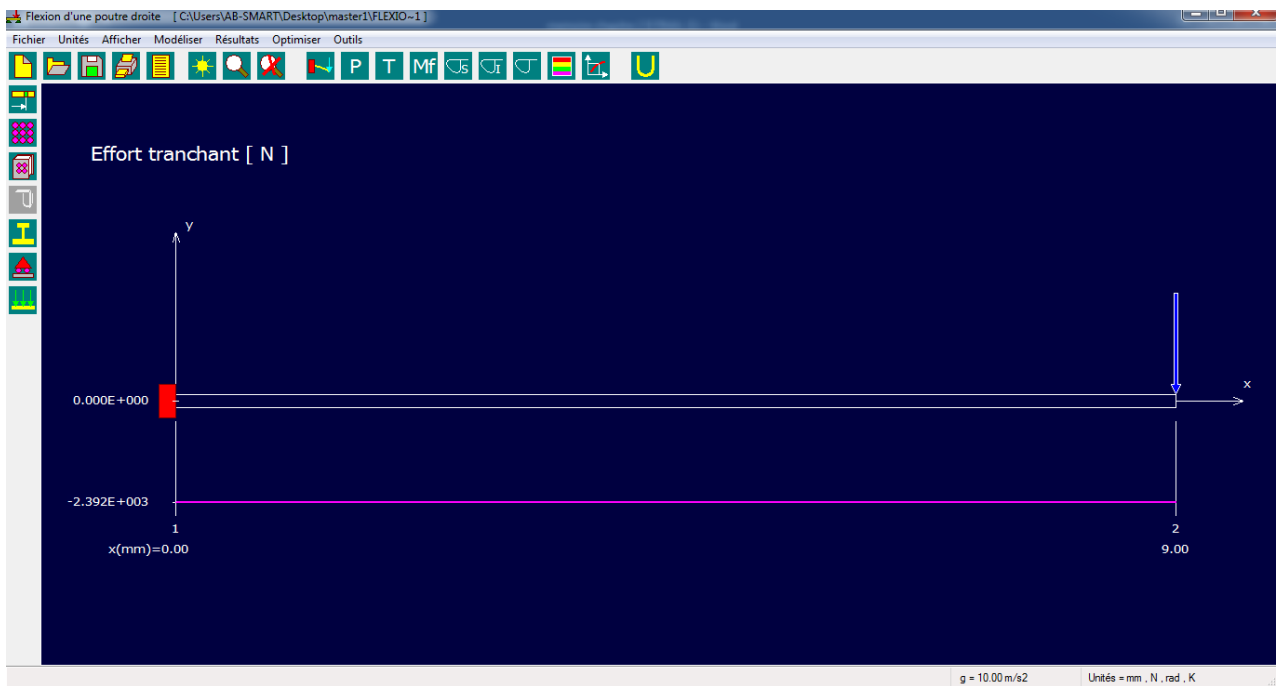


Figure 25 - Efforts tranchant [N] en flexion.

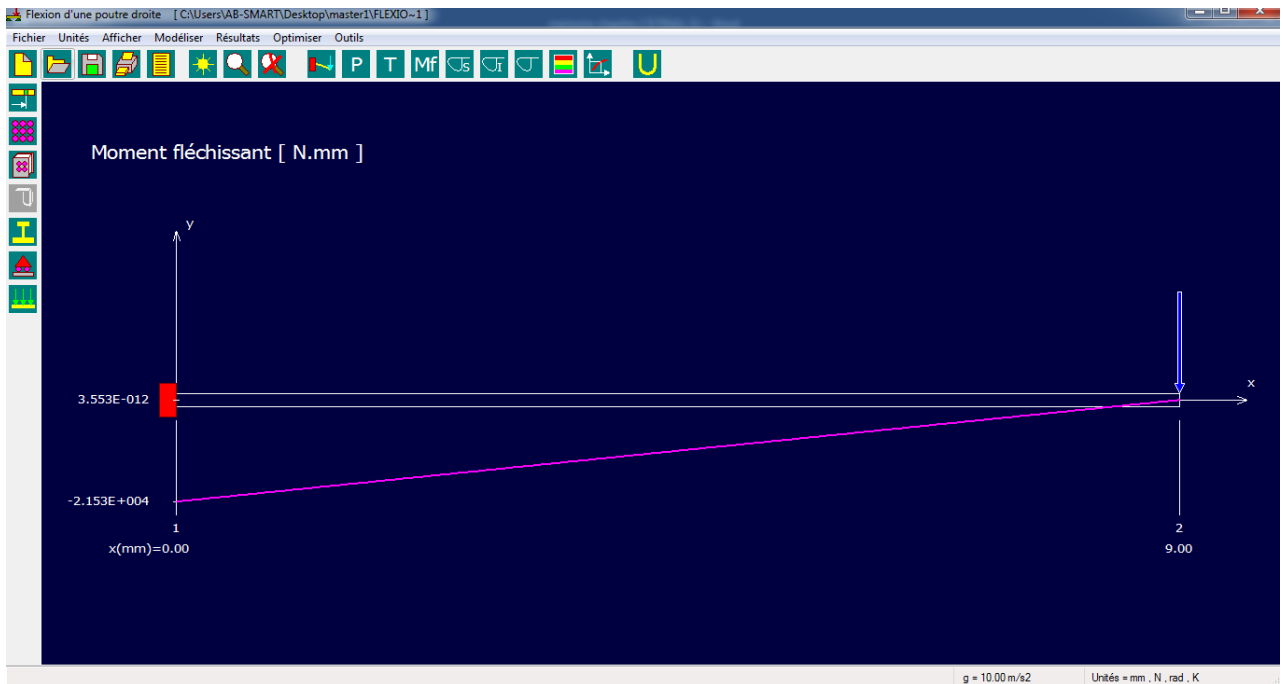


Figure 26 - moment fléchissant [N.mm] de la poutre en flexion.

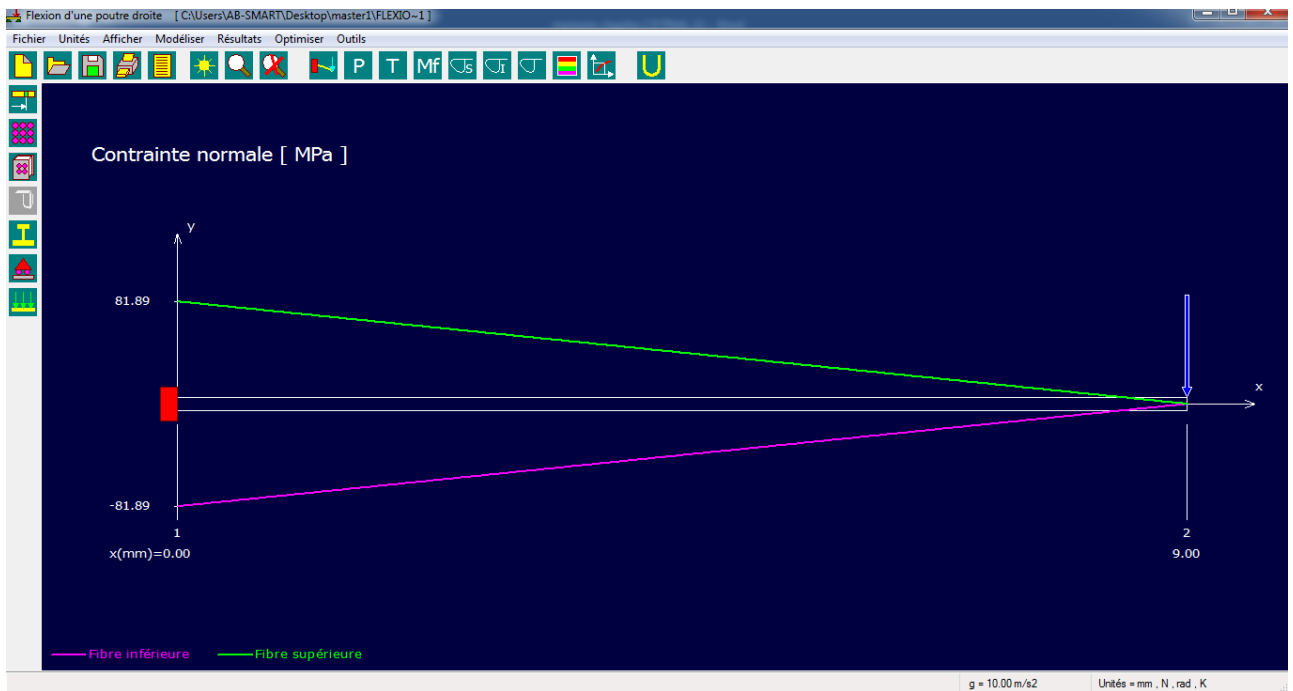


Figure 27 - contrainte normale [MPa] de la poutre en flexion.

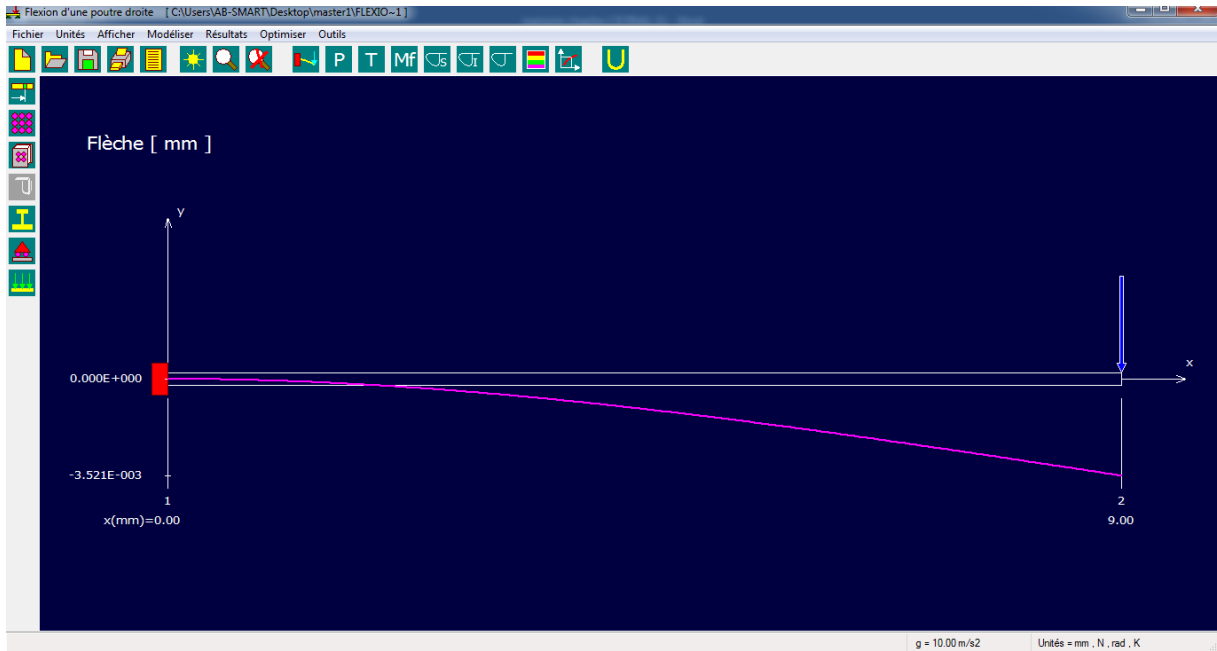


Figure 28 - la flèche [mm]de la poutre en flexion.



Figure 29 - la pente [radian] de la poutre en flexion.

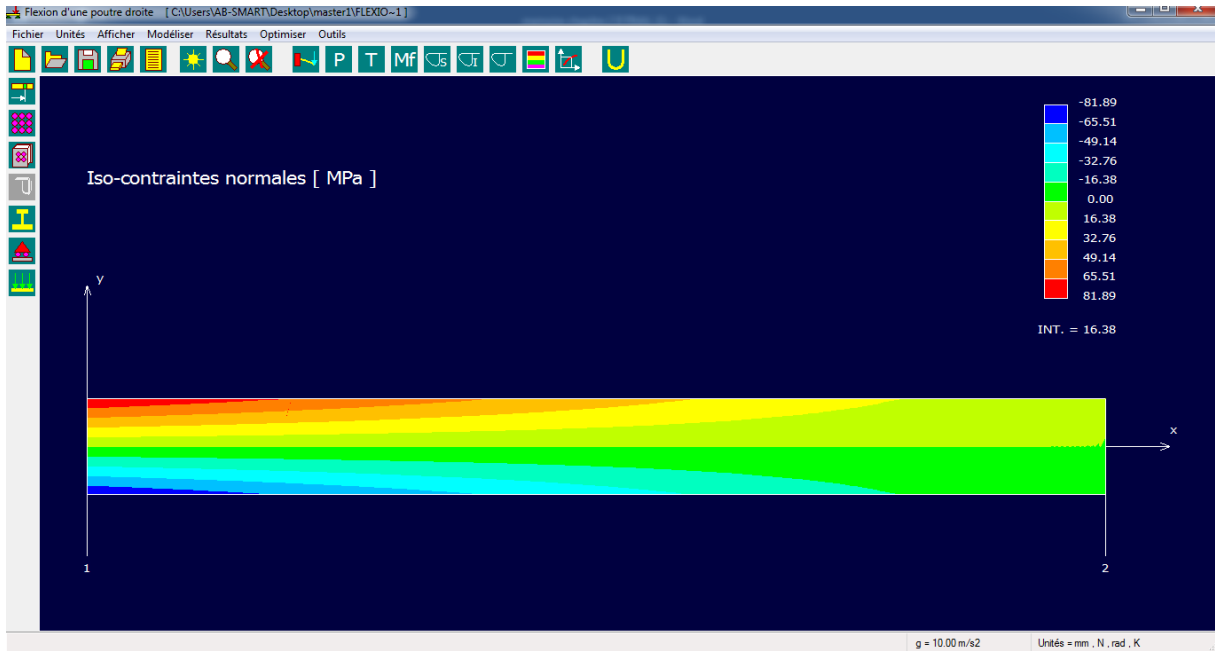


Figure 30 - iso-contraintes normales [MPa] de la poutre en flexion.

3.3.3 Rapport de RDM6

+-----+

| Flexion d'une poutre droite |

+-----+

Utilisateur : Étudiant USDB

Nom du projet : C:\Users\Mohamed Amir\Downloads\flexion dent

Date : 9 mai 2023

+-----+

| Données du problème |

+-----+

+-----+

| Matériau |

+-----+

Nom du matériau = Acier

Module de Young = 200000 MPa

Masse volumique = 7850 kg/m³

Limite élastique = 90 MPa

+-----+

| Nœuds [mm] |

+-----+

Noeud 1 : x = 0.000

Noeud 2 : x = 9.000

+-----+

| Section(s) droite(s) |

+-----+

Nœuds 1 --> 2

Rond plein : D = 9.57 (mm)

Aire = 0.72 cm²

Moment quadratique : Iz = 0.04 cm⁴

Fibre supérieure : vy = 4.79 mm Wel.z = 0.09 cm³

Fibre inférieure : vy = 4.79 mm Wel.z = 0.09 cm³

Poids de la structure = 0.05 N (g = 10.00 m/s²)

+-----+

| Liaison(s) nodale(s) |

+-----+

Noeud 1 : Encastrement

+-----+

| Cas de charge(s) |

+-----+

Charge nodale : Noeud = 2 $F_y = -2392.36$ N $M_z = 0.00$ N.mm

+-----+

| Résultats |

+-----+

+-----+

| Déplacements nodaux [mm, rad] |

+-----+

Noeud Flèche Pente

1 0.000000 0.000000

2 -0.007049 -0.001175

Dy maximal = 0.00000E+00 mm à x = 0.000 mm

Dy minimal = -7.04927E-03 mm à x = 9.000 mm

+-----+

| Efforts intérieurs [N N.mm MPa] |

+-----+

Ty = Effort tranchant Mfz = Moment fléchissant Sxx = Contrainte normale

Noeud Ty Mfz Sxx

1 -2392.36 -21531.24 -249.95

2 -2392.36 -0.00 -0.00

Moment fléchissant maximal = 0.00 N.mm à 9.000 mm

Moment fléchissant minimal = -21531.24 N.mm à 0.000 mm

Contrainte normale maximale = 249.95 MPa à 0.000 mm

Contrainte normale minimale = -249.95 MPa à 0.000 mm

+-----+

| Action(s) de liaison [N N.mm] |

+-----+

Noeud 1 $F_y = 2392.36$ $M_z = 21531.24$

+-----+

| Informations sur le calcul |

+-----+

Pivot minimal = 9.16318278902060E+0003

3.3.4 Calcul théorique de flexion de la dent sans fissure

- Calcul de la force tangentielle T :

Depuis la formule (47) on a :

$$T = \frac{6,25 \cdot 10^3 \cdot 60}{52 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14 \cdot 960} = 2392,36 \text{ N}$$

- Calcul de réaction sur l'encastrement :

$$\sum F_{ext} = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$R_y - T = 0$$

$$R_y = T = 2392,36 \text{ N}$$

- Calcul de moment fléchissant :

$$\sum M_{f \ /y} = 0$$

$$-T \cdot h + M_f = 0$$

$$M_f(h = 9) = M_f = T \cdot h$$

$$M_f = 2392,36 \cdot 9$$

$$M_f = 21531,24 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

- Calcul de contrainte normal maximal :

$$\sigma_{max} = \pm \frac{M_f}{I_{GZ}} \cdot y$$

Où :

$$I_{GZ} = \frac{b \cdot e^3}{12} = \frac{40 \cdot 6,28^3}{12}$$

$$I_{GZ} = 825,57 \text{ mm}^4$$

Et :

$$y = \frac{e}{2} = \frac{6,28}{2}$$

$$y = 3,14 \text{ mm}$$

$$\sigma_{max} = \frac{21531,24 \cdot 3,14}{825,57}$$

$$\sigma_{max} = 81,89 \text{ N} \cdot \text{mm}^2 = 81,89 \text{ MPa}$$

- **Vérification de la limite d'élasticité**

La limite d'élasticité (Re), est la contrainte maximale que le matériau peut résister sans subir une déformation permanente, dans ce cas :

$$\sigma_{max} \leq Re$$

$$\sigma_{max} = 81,89 \text{ MPa} \leq 90 \text{ MPa}$$

Vérifié

3.4 Conclusion de chapitre III

D'après les résultats obtenus théoriquement on constate qu'ils sont similaires aux résultats de logiciel RDM6. Donc la dent de la roue dentée de notre étude résiste dans le domaine élastique.

Chapitre IV
Simulation de la propagation de
fissure par Franc2D

Chapitre VI : Simulation de la propagation de fissure par Franc2D

4.1 Introduction

Dans ce chapitre on présente la méthode de simulation de la propagation de fissure dans différents position ou niveaux d'une dent de la roue par le logiciel Franc2D (Fracture Analysis Code 2D) et les principaux résultats trouvés, en suivant les étapes suivantes :

+ Le logiciel CASCA

- Dessin de la roue dentée par le logiciel CASCA
- Le maillage de la roue dentée par le logiciel CASCA
- La sauvegarde de fichier (ENGRENAGE. CSC)

+ Le logiciel Franc2D

- Ouverture de fichier (ENGRENAGE. Inp)
- Définition de matériau de la roue dentée
- Condition aux limite (encastrement et force)

+ Simulation de la roue dentée sans fissure

+ Simulation de la roue dentée à la rupture

- Simulation de la fissure A (au niveau du pied)
 - Simulation de la fissure B (entre le pied et le cercle primitif)
 - Simulation de la fissure C (au niveau du cercle primitif)
 - Simulation de la fissure D (entre le cercle primitif et la tête de la dent)
 - Variation de la longueur de fissure critique (a_c) en fonction d'éloignement
- Modélisation numérique en utilisant le logiciel CASCA et FRANC2D.

4.2 Le logiciel CASCA

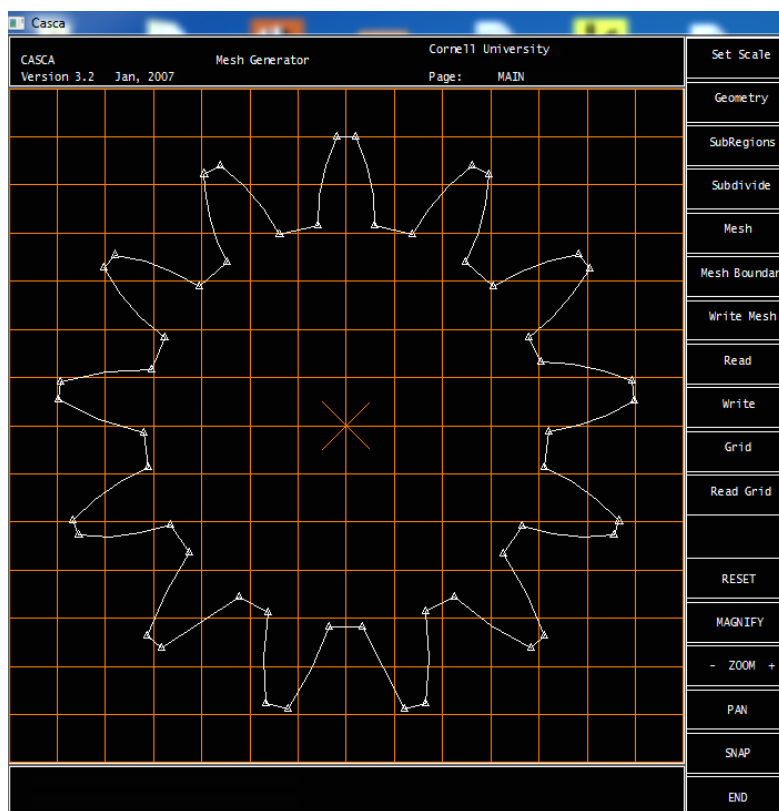
"CASCA" signifie « Computer Aided System for Concurrent Analysis », qui est un logiciel de modélisation de systèmes mécaniques.

CASCA est un préprocesseur simple qui permet aux ingénieurs et aux concepteurs de systèmes mécaniques de simuler le comportement d'un système en réponse à des conditions de charge différentes, d'identifier les zones de contrainte et de déformation élevées, et de prendre des décisions de conception éclairées pour optimiser la performance du système.

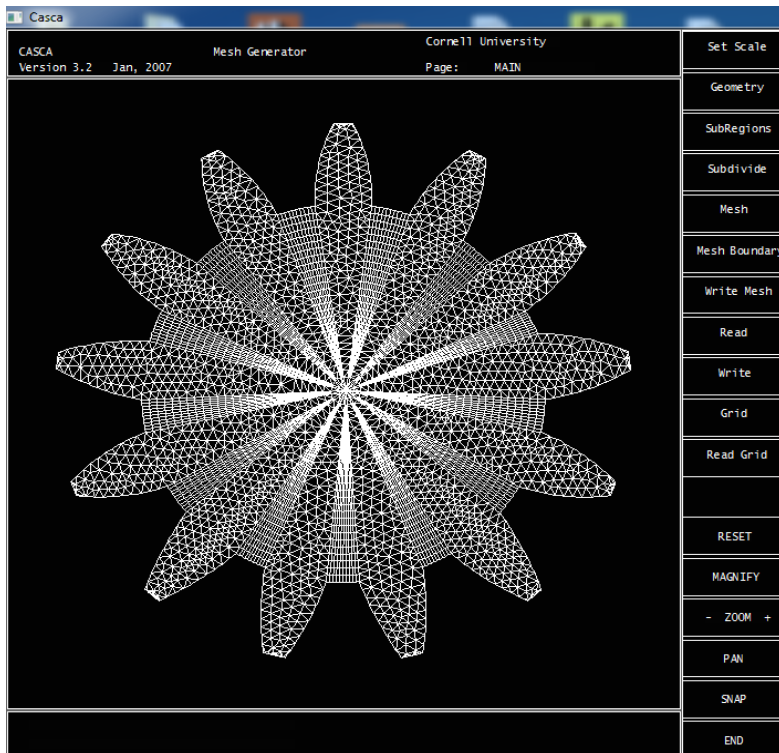
Le logiciel CASCA utilise des techniques avancées de modélisation par éléments finis pour analyser les structures mécaniques, ainsi que des outils de visualisation 3D pour aider les utilisateurs à comprendre la réponse du système aux différentes conditions de charge. Les fonctionnalités avancées de CASCA incluent la modélisation dynamique, la simulation d'impact et de perte de contact, et l'analyse de la fatigue.

En résumé, CASCA pour la mécanique est un logiciel de simulation et d'analyse avancé qui permet aux ingénieurs de concevoir et d'optimiser des systèmes mécaniques complexes en évaluant leur comportement sous différentes conditions de charge. [11]

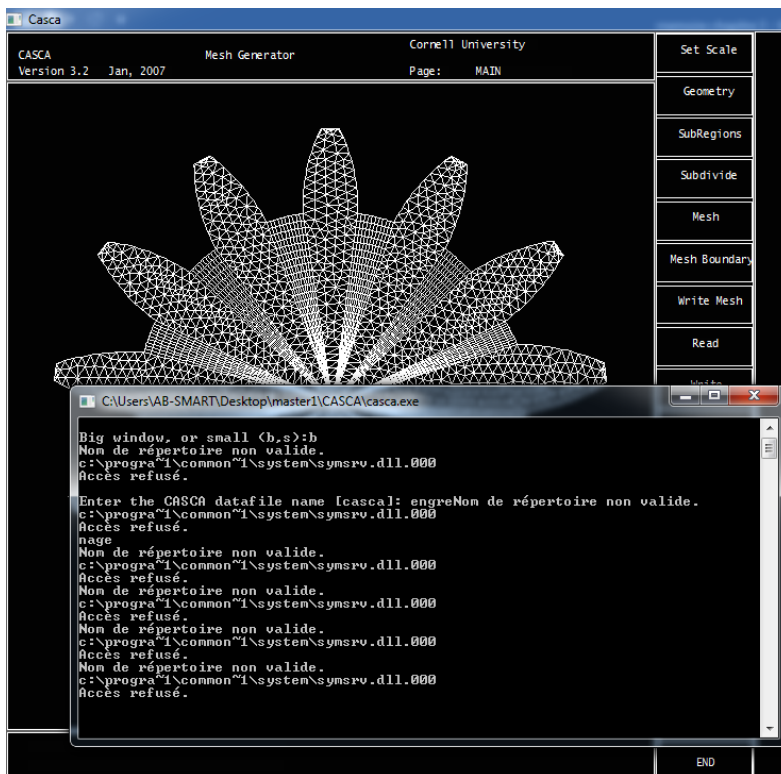
4.2.1 Dessin de la roue dentée par le logiciel CASCA



4.2.2 Le maillage de la roue dentée par le logiciel CASCA



4.2.3 La sauvegarde de fichier (ENGRENAGE. CSC)



4.3 Le logiciel Franc2D

FRANC2D (FRacture ANalysis Code 2D), développé à l'Université Cornell par Wawrzynek et Ingraffea (1987), est un code de calcul par éléments finis particulièrement adapté au traitement des problèmes de mécanique de la rupture.

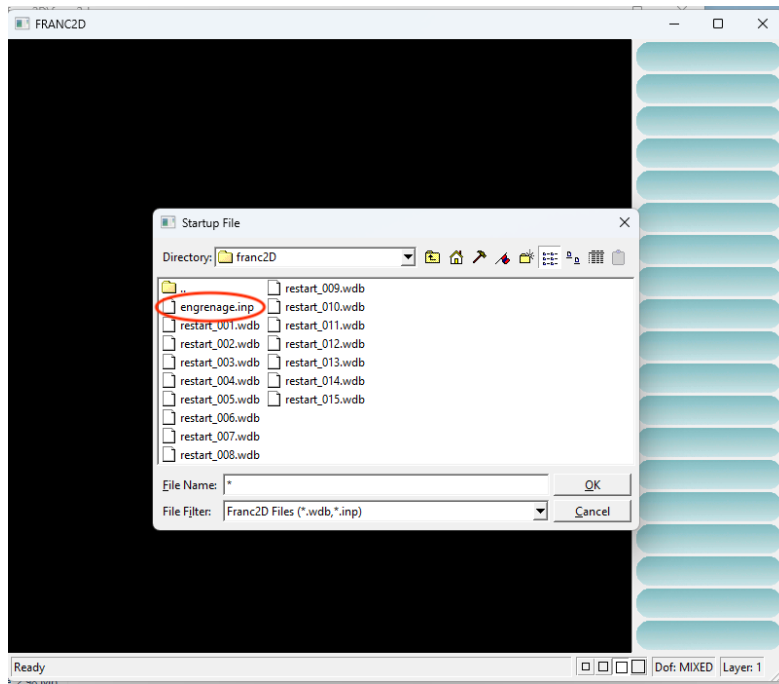
En fait, en plus du potentiel habituel des codes d'éléments finis, tels que l'étude des matériaux homogènes et isotropes et orthotropes, il est possible d'étudier la propagation de la rupture selon les critères classiques de la mécanique linéaire élastique de la rupture dans les conditions de contrainte plane, de déformation plane et d'axial symétrie.

À chaque augmentation de la longueur de la fissure, le programme fournit une mise à jour automatique de la géométrie en jeu, permettant ainsi à l'utilisateur de se concentrer sur le problème d'ingénierie à résoudre. Il est également possible de vérifier la stabilité ou l'instabilité de la propagation de la fissure et de calculer les facteurs d'intensification des efforts à chaque étape. Il convient également de souligner la possibilité d'insérer des éléments d'interface dont les liens constitutifs peuvent être spécifiés par l'utilisateur.

Le programme permet également l'étude du comportement à la fatigue d'une pièce mécanique soumise à des charges cycliquement répétées selon la loi de Paris bien connue. A chaque étape de propagation de la fracture, l'interface graphique hautement interactive permet à l'utilisateur de visualiser la déformation de la structure et les contraintes en chaque point du maillage.

En résumé, compte tenu du potentiel élevé et de la polyvalence d'utilisation, ce code de calcul est tout à fait recommandé à la fois pour effectuer des calculs d'ingénierie et de recherche, et pour initier les étudiants aux sujets abordés dans les cours de mécanique de la rupture. [12]

4.3.1 Ouverture de fichier (ENGRENAGE. Inp)

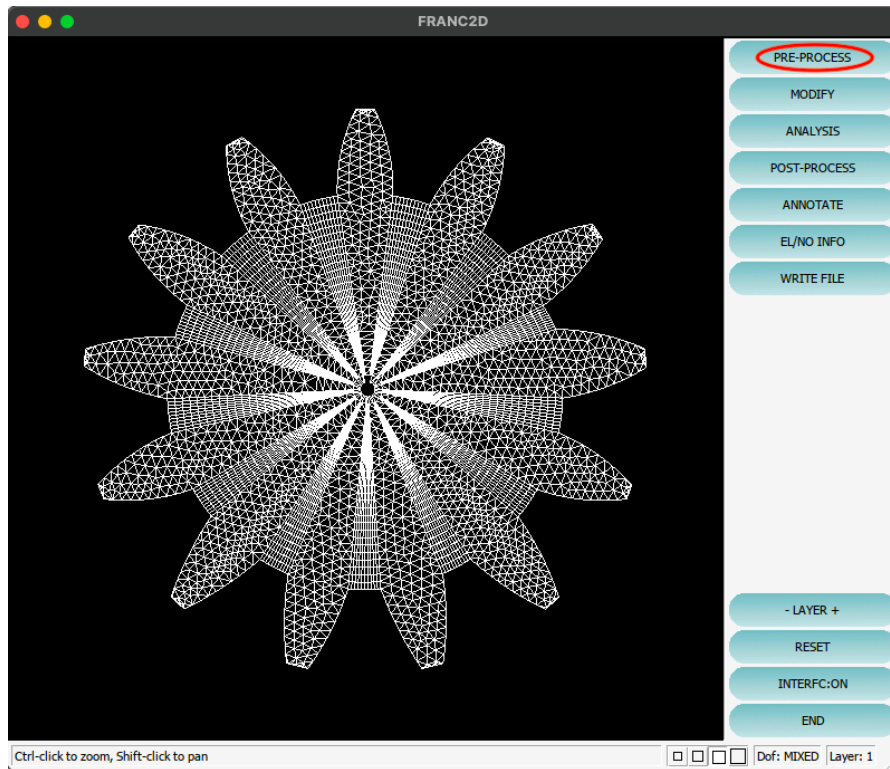


4.3.2 Définition de matériau de la roue dentée

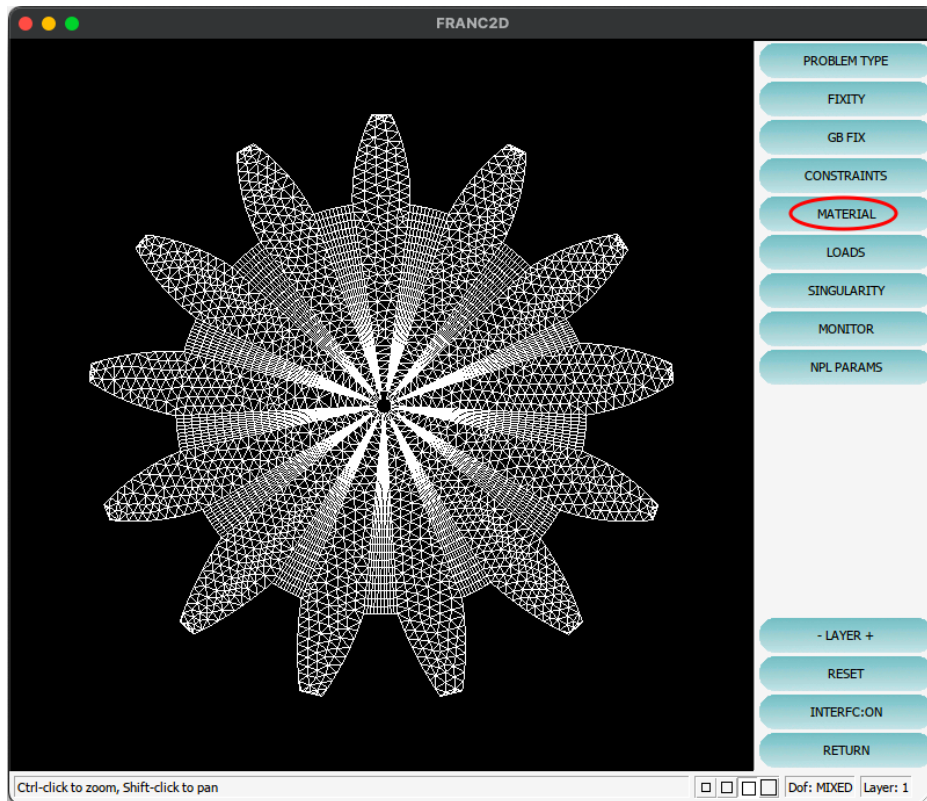
On définit notre matériau utilisé sur notre roue dentée, qu'il s'agit d'un **Acier forgé A75**, avec les propriétés mécaniques suivantes :

- Limite élastique : $Re = 90 \text{ N/mm}^2$
- Facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50 \text{ MPa.m}^{1/2}$
- Module d'Young : $E = 200000 \text{ N/mm}^2$ (ou MPa)
- Coefficient de Poisson : $\nu = 0,3$
- Densité : $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$
- Epaisseur de la roue dentée : $b = 40 \text{ mm}$

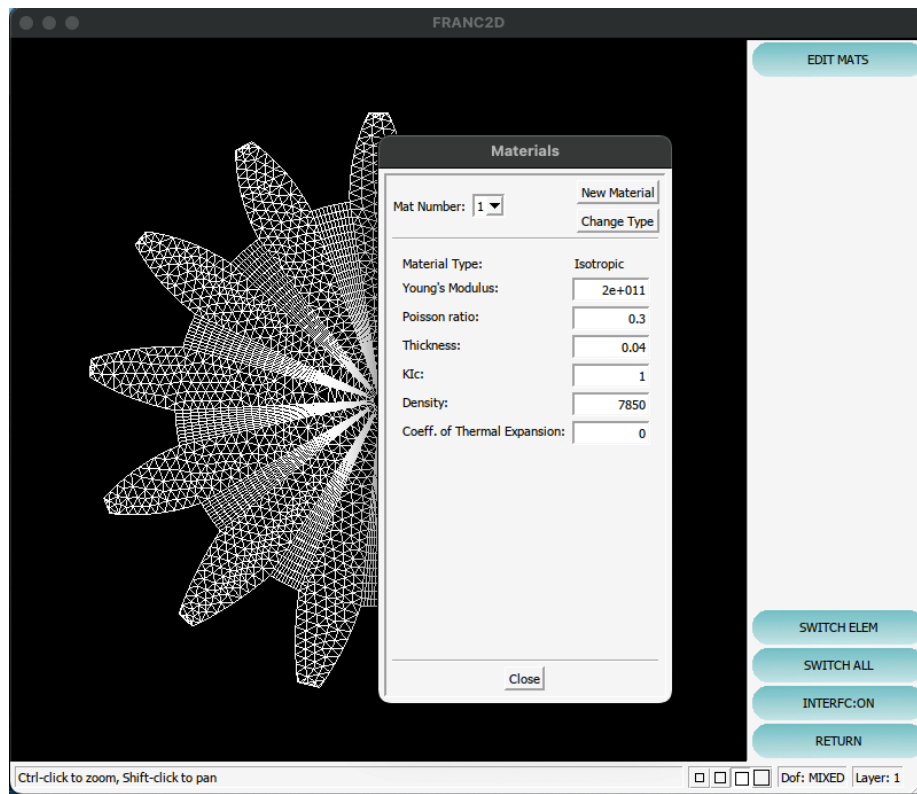
ÉTAPE 1 :



ÉTAPE 2 :

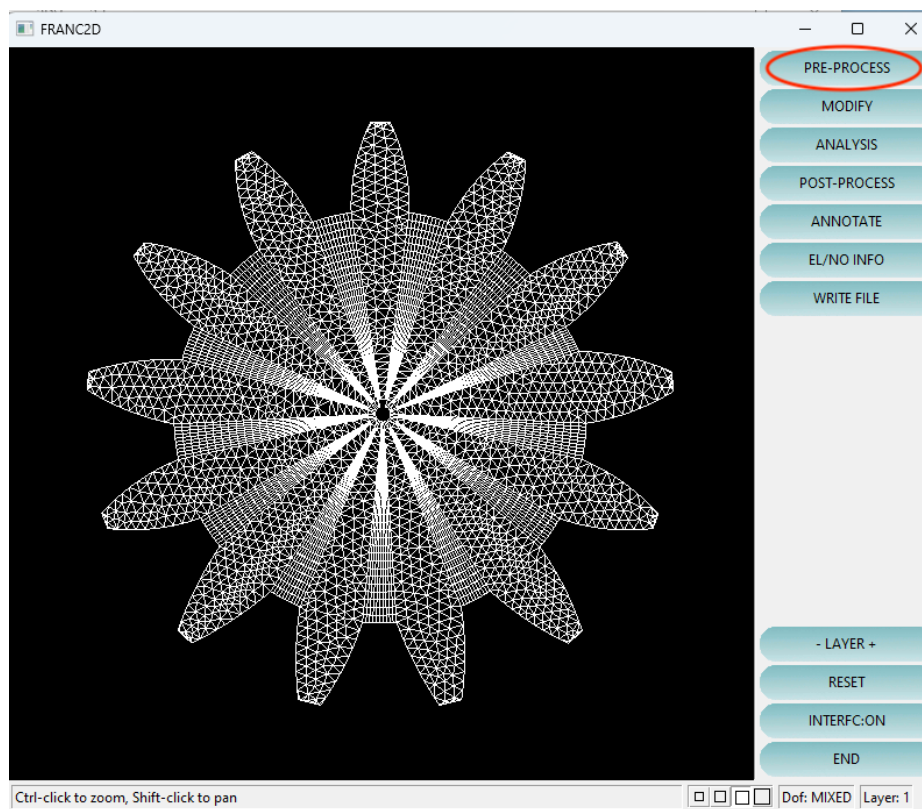


ÉTAPE 3 :

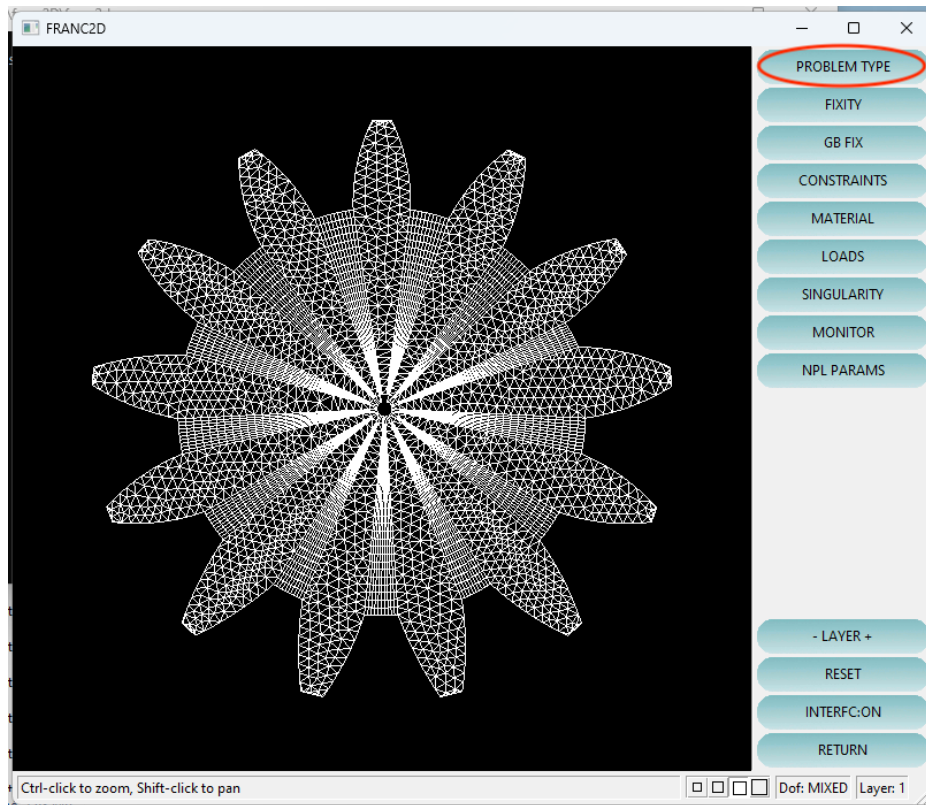


4.3.3 Condition aux limite (encastrement et force)

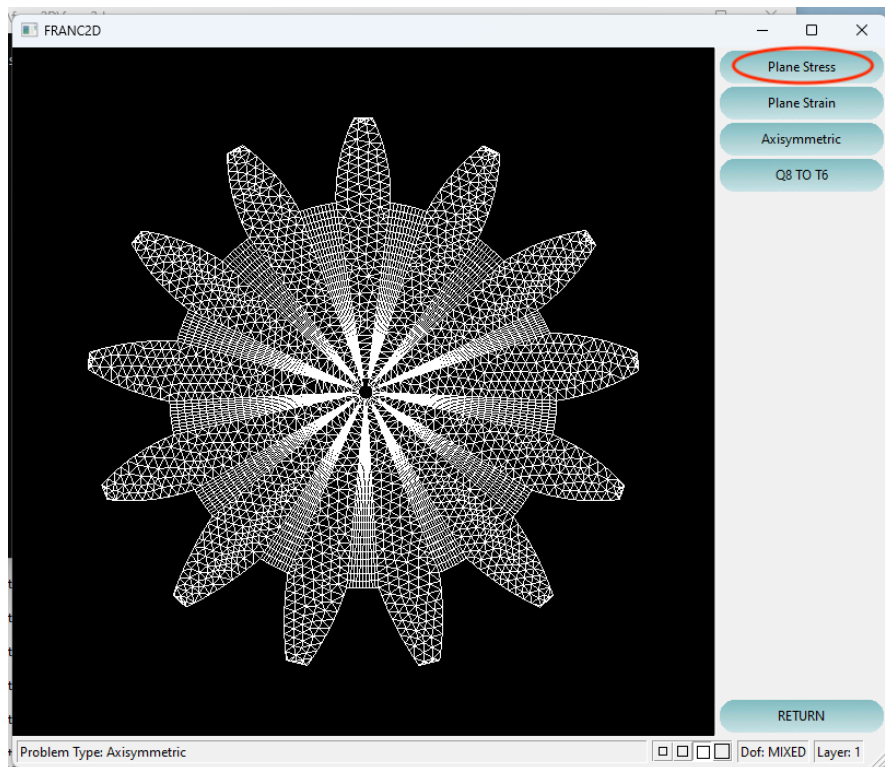
ÉTAPE 1 :



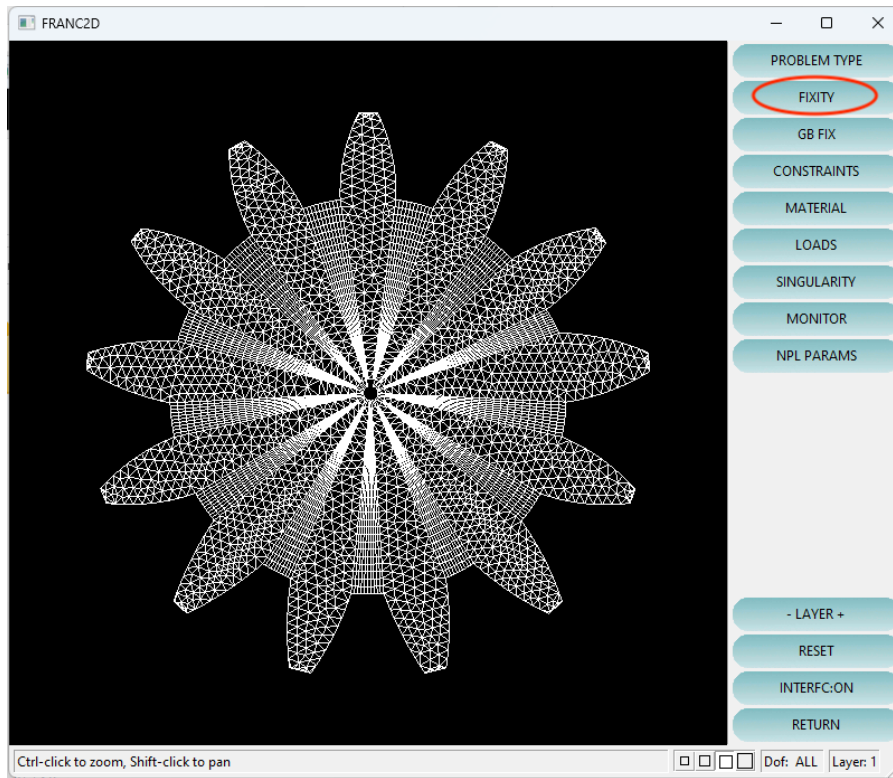
ÉTAPE 2 :



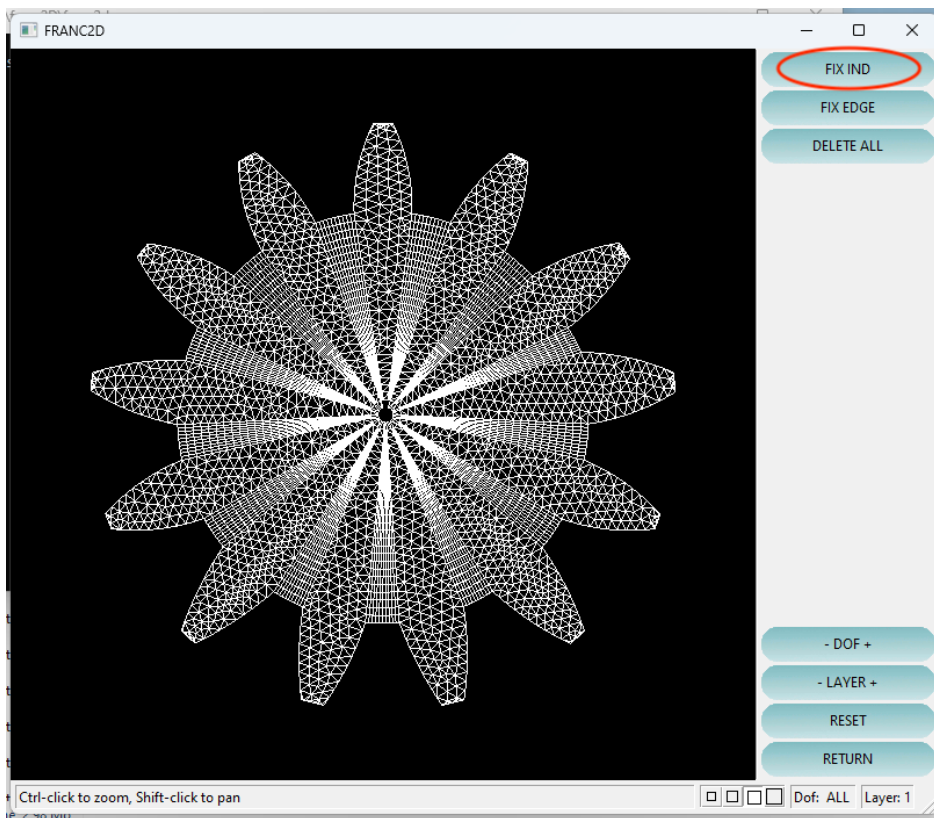
ÉTAPE 3 :



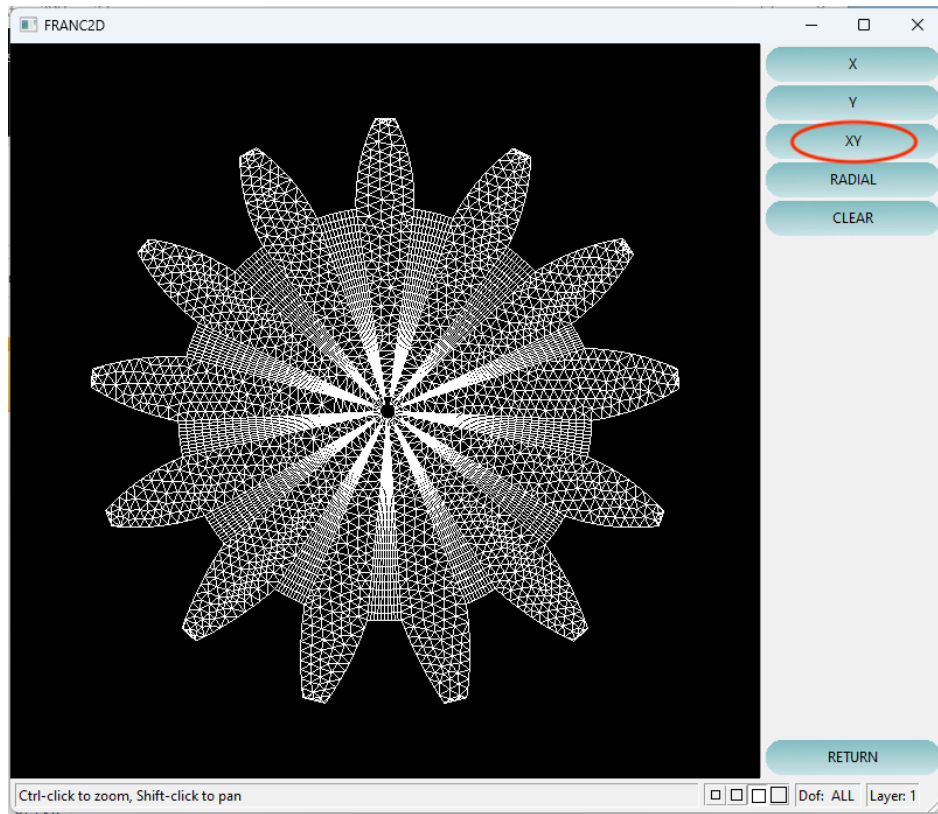
ÉTAPE 4 :



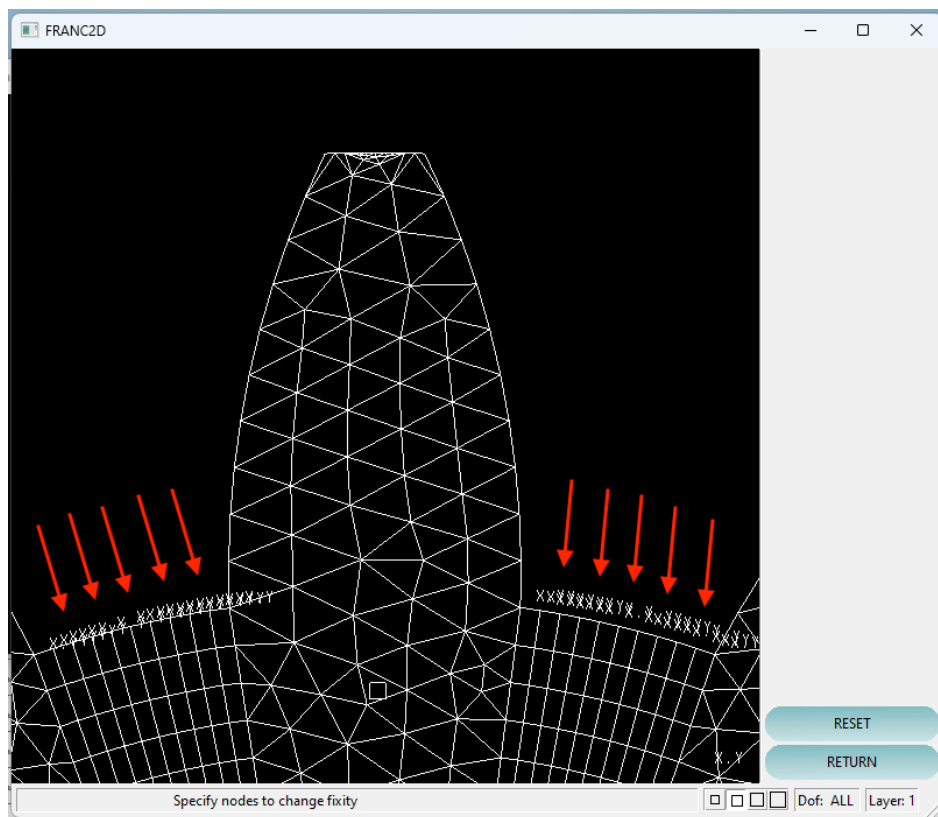
ÉTAPE 5 :



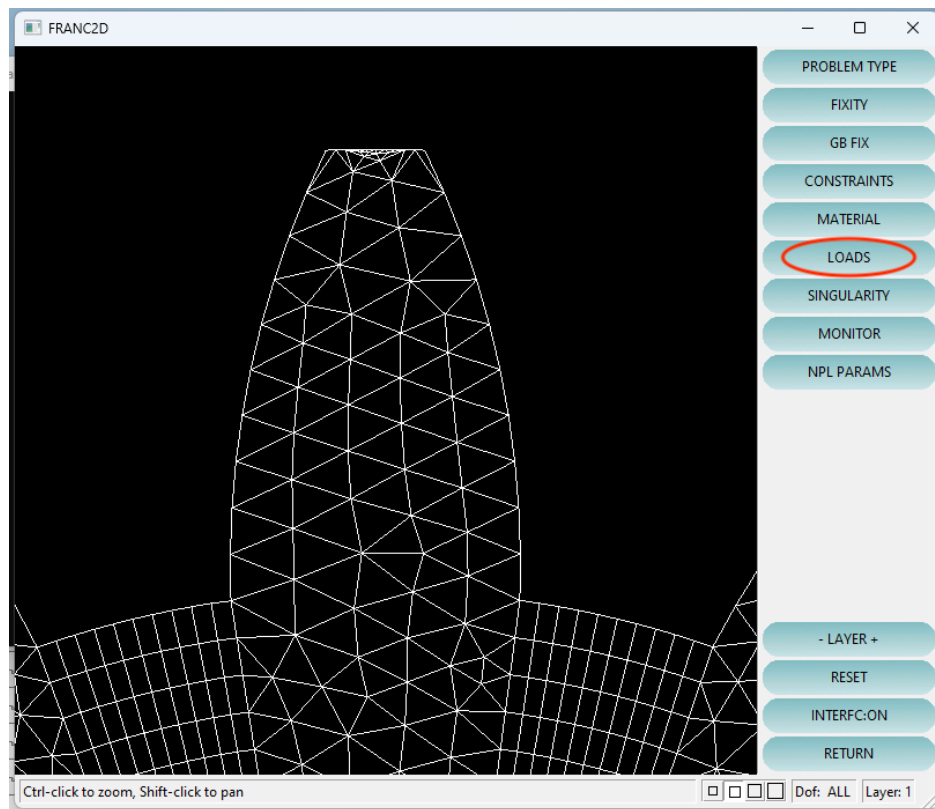
ÉTAPE 6 :



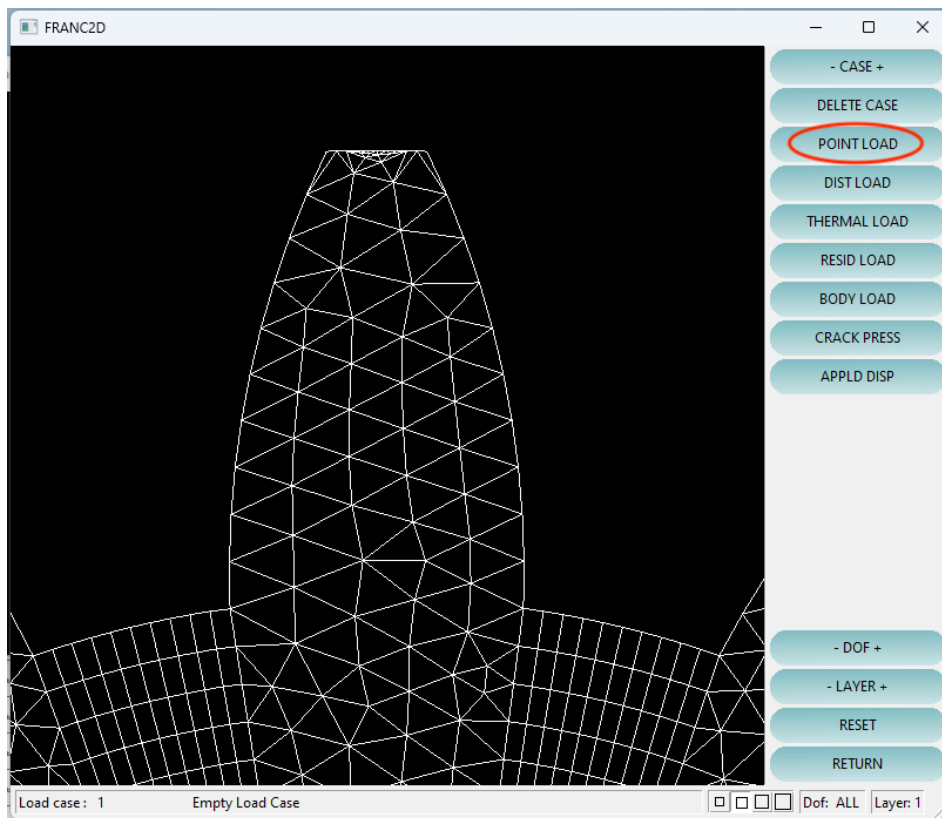
ÉTAPE 7 :



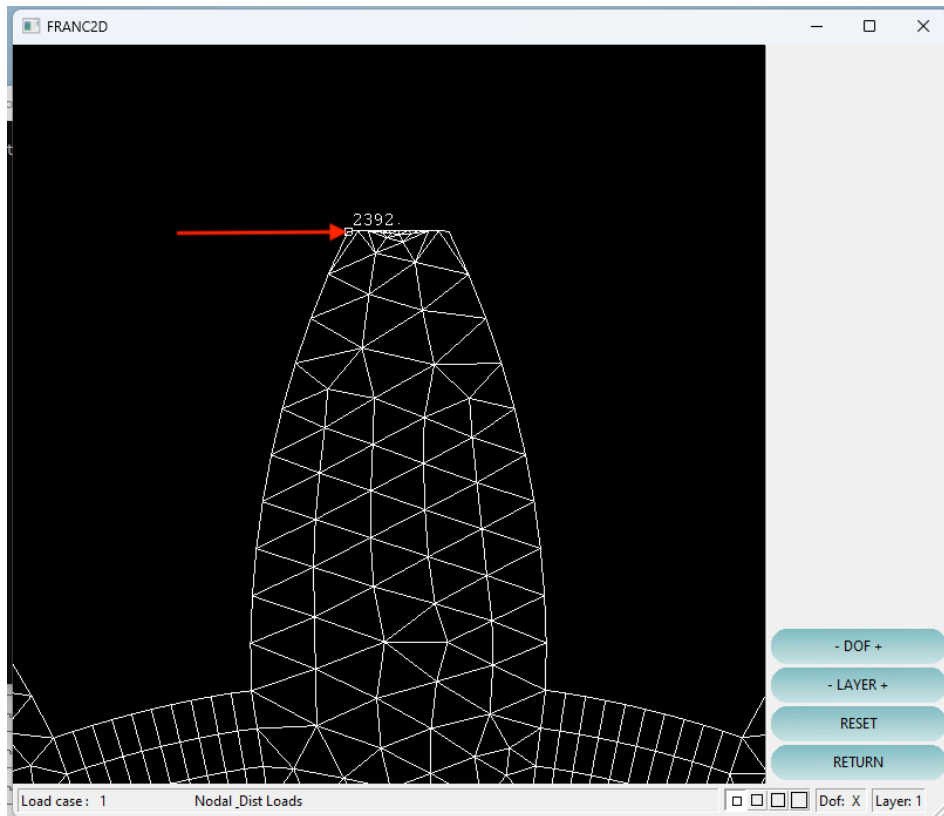
ÉTAPE 8 :



ÉTAPE 9 :

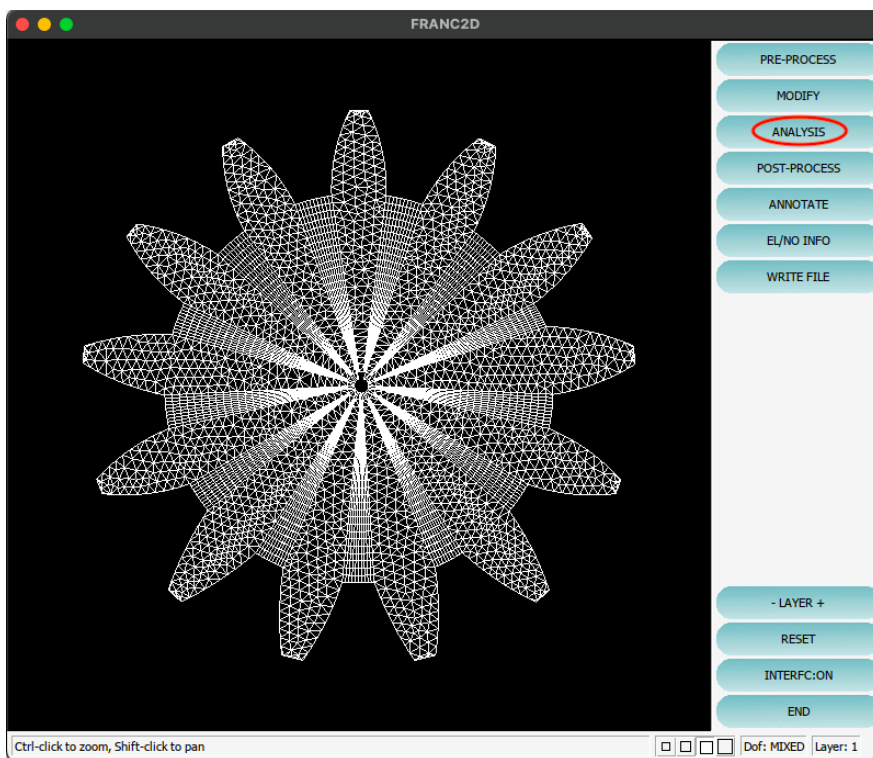


ÉTAPE 10 :

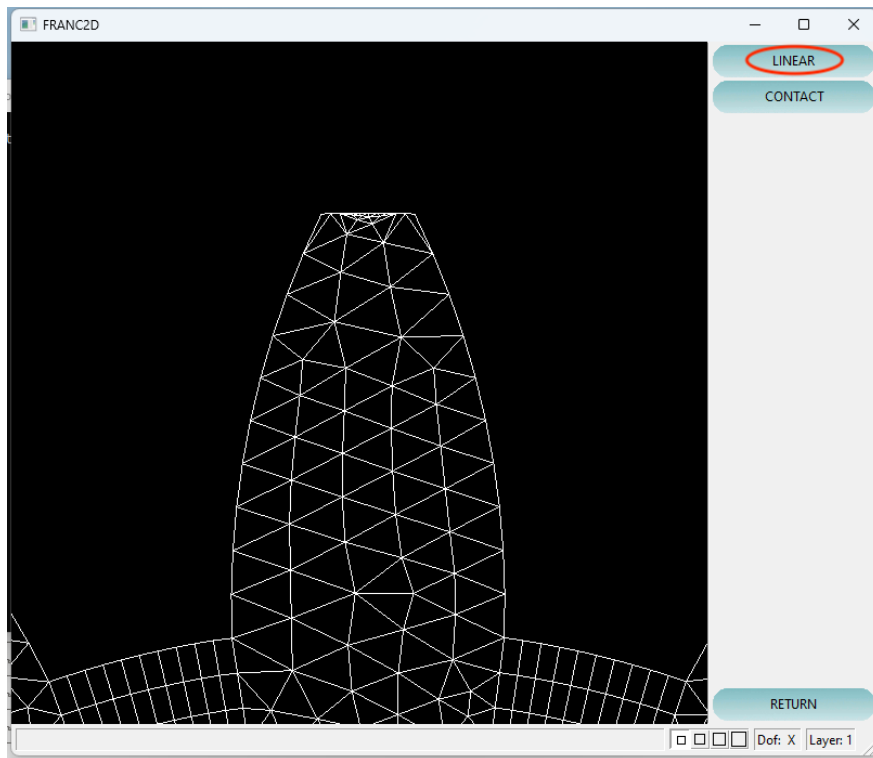


4.4 Simulation de la roue dentée sans fissure

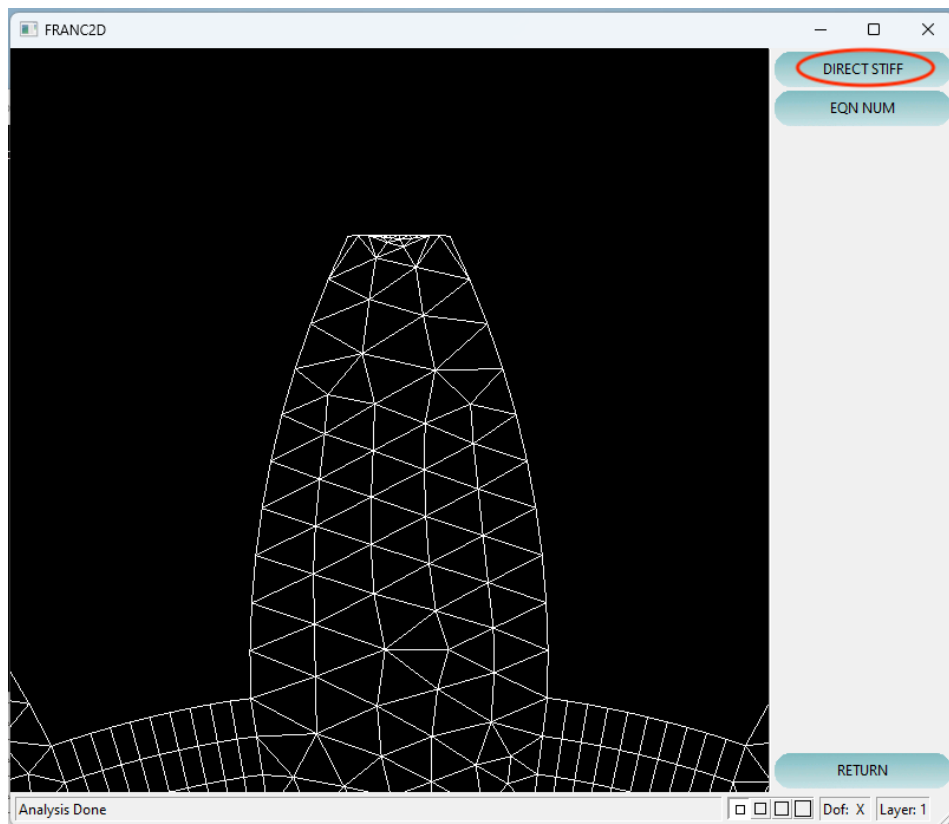
ÉTAPE 1 :



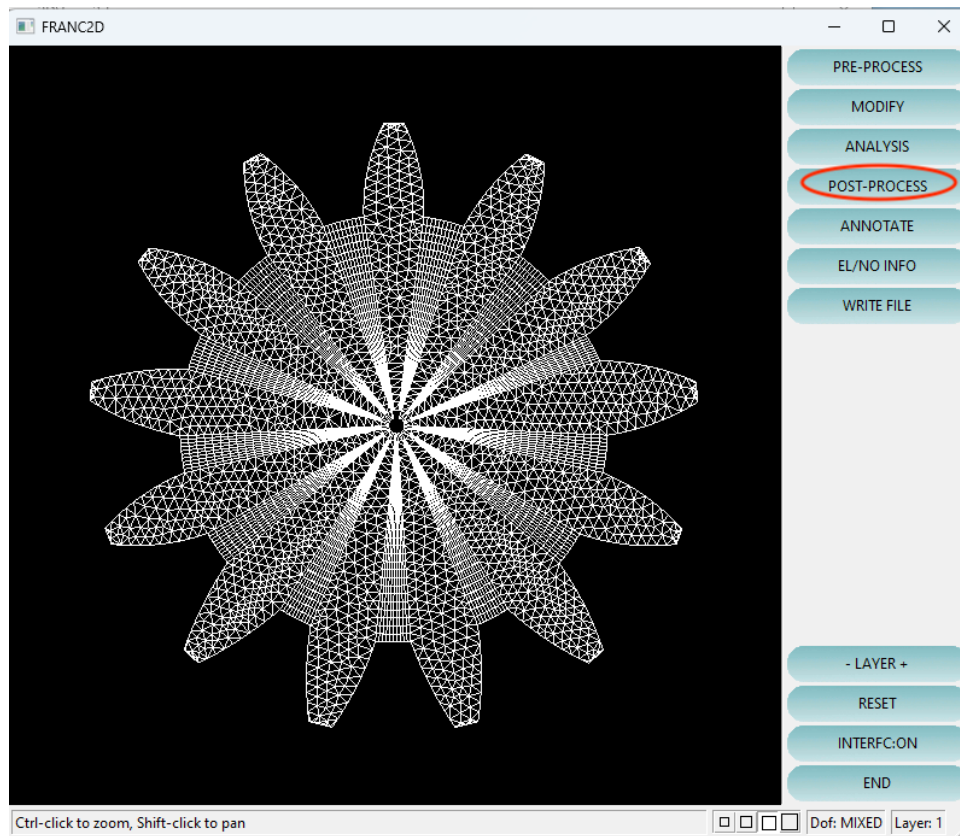
ÉTAPE 2 :



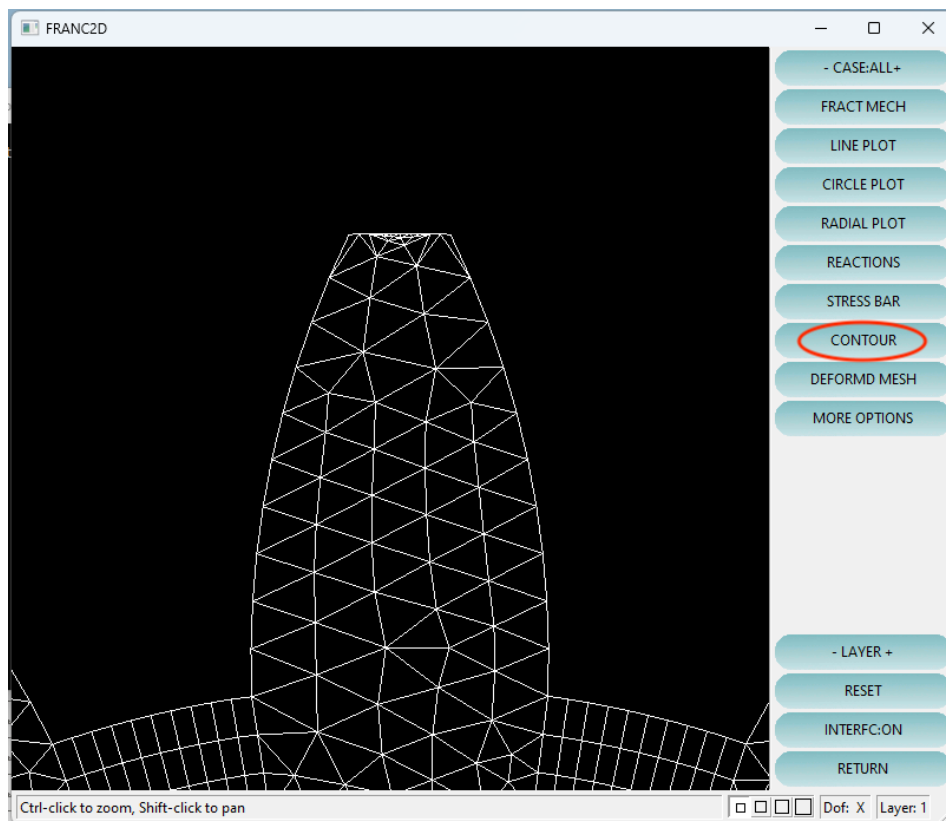
ÉTAPE 3 :



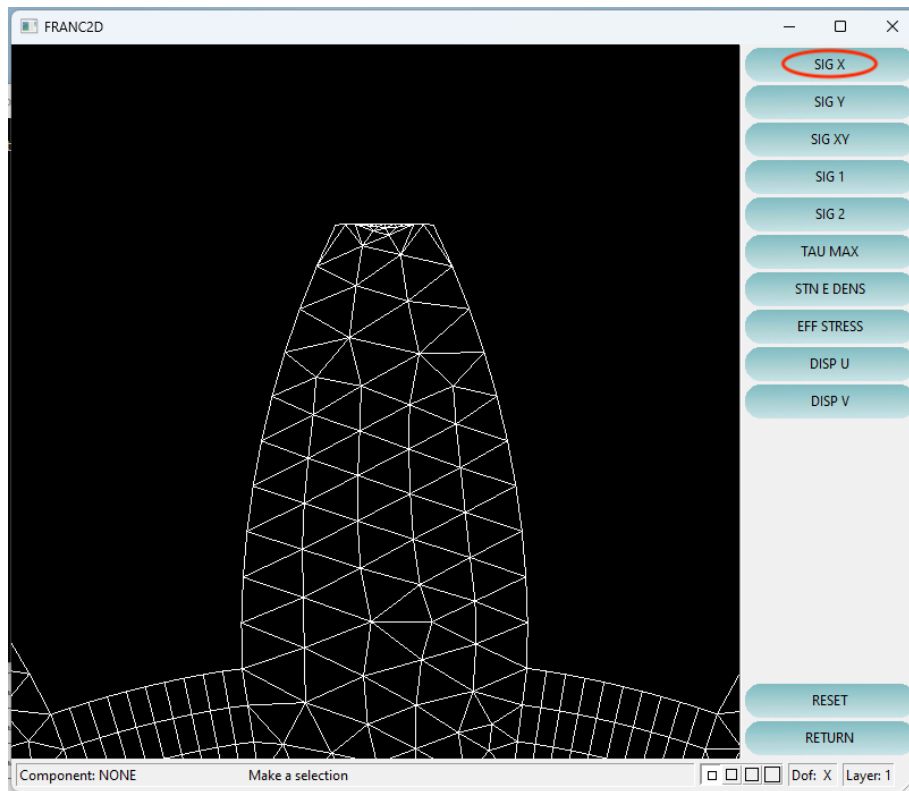
ÉTAPE 4 :



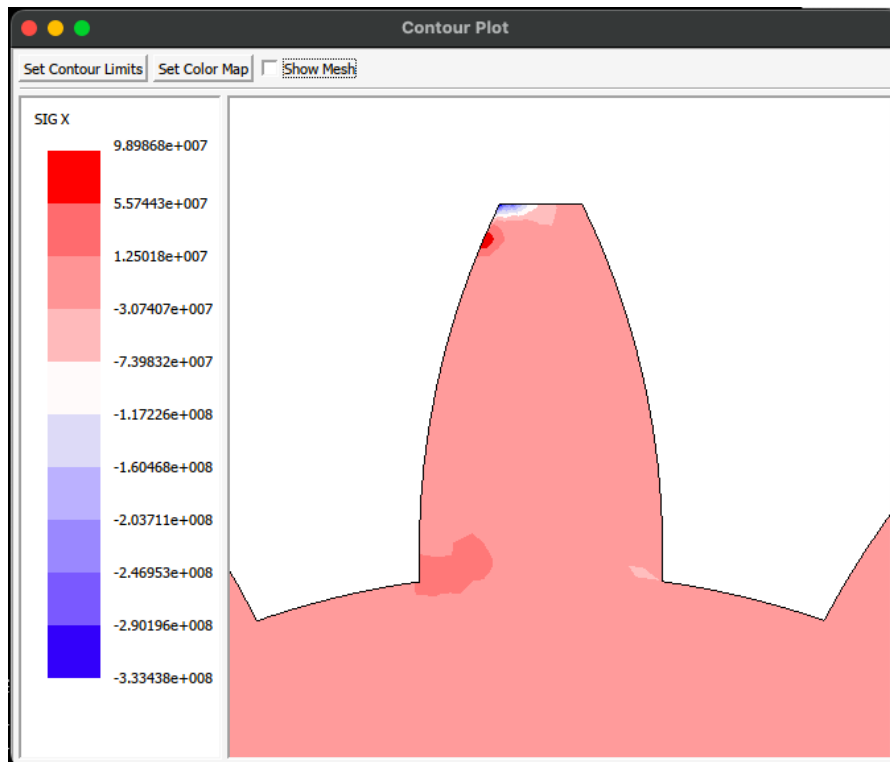
ÉTAPE 5 :

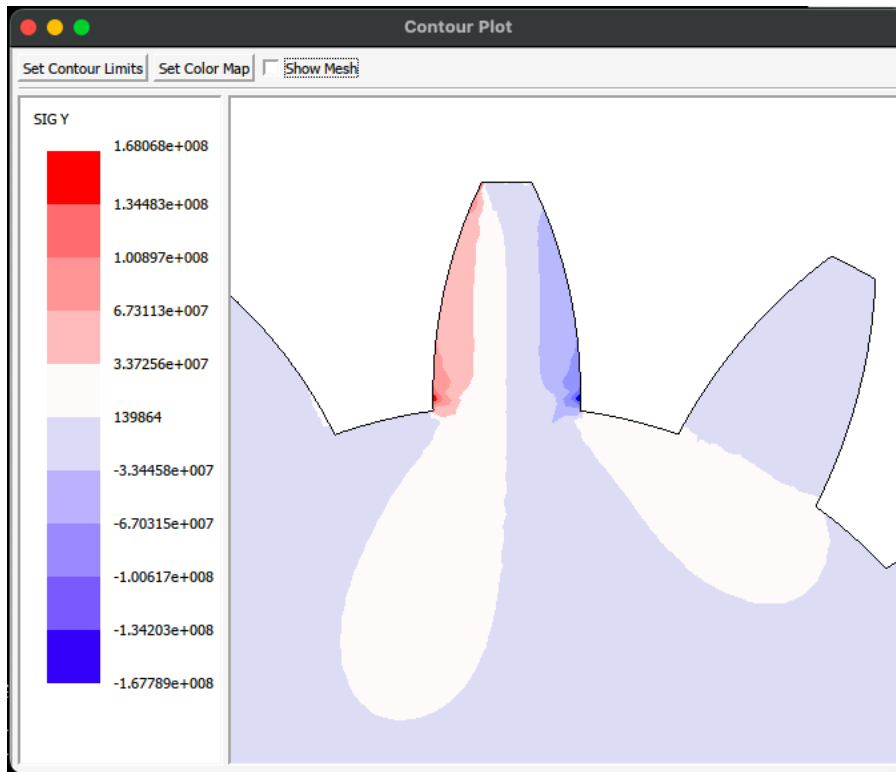


ÉTAPE 6 :

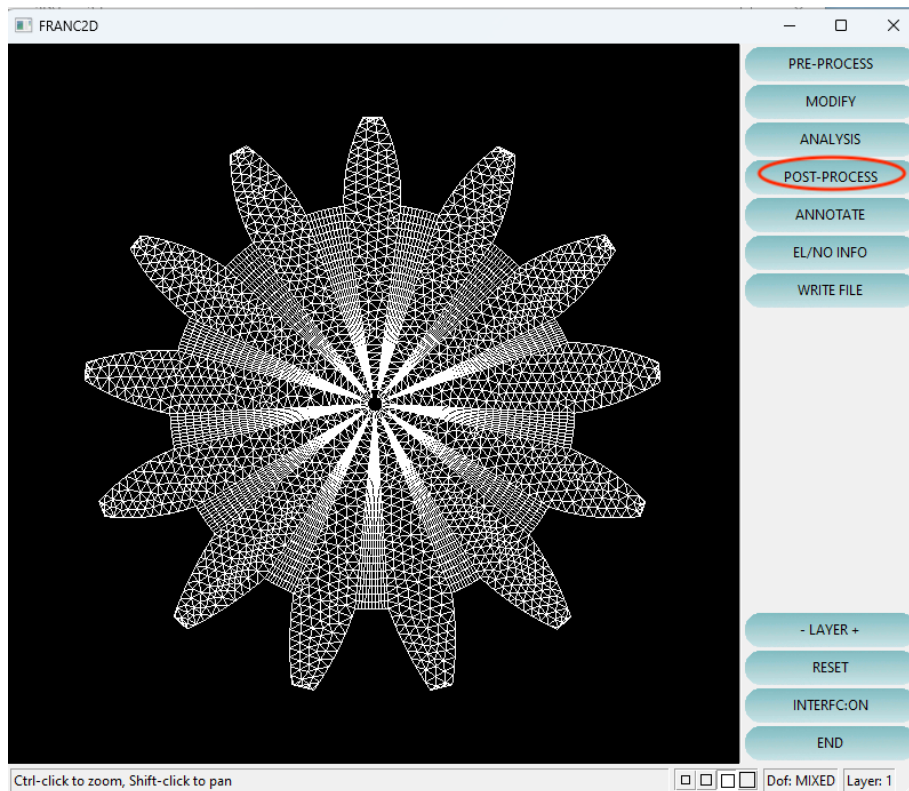


ÉTAPE 7 :

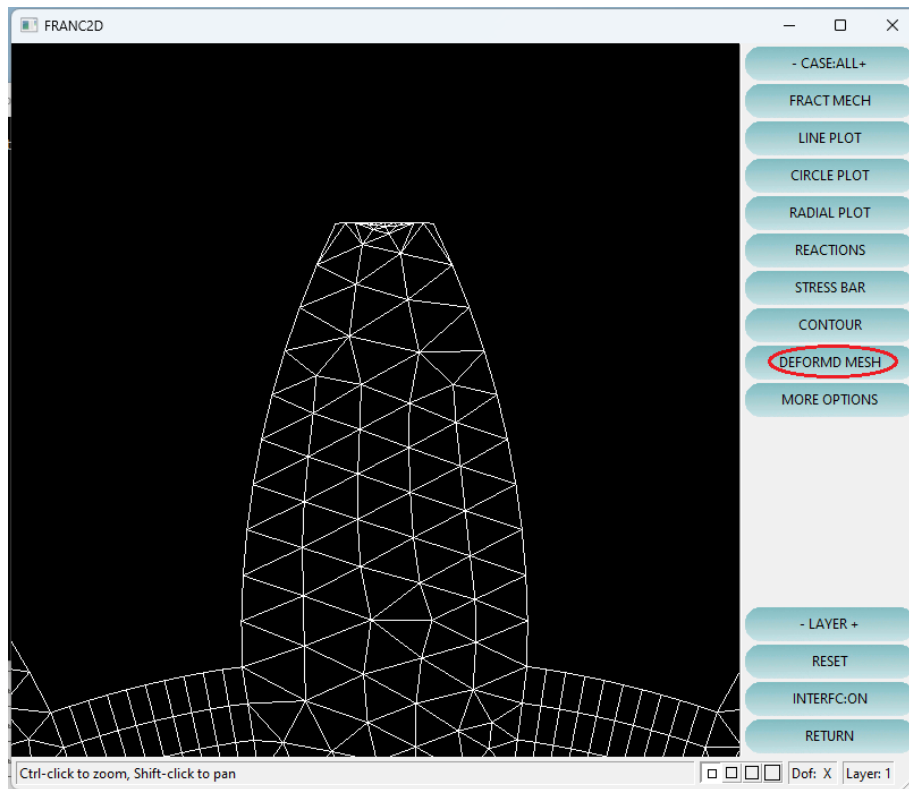




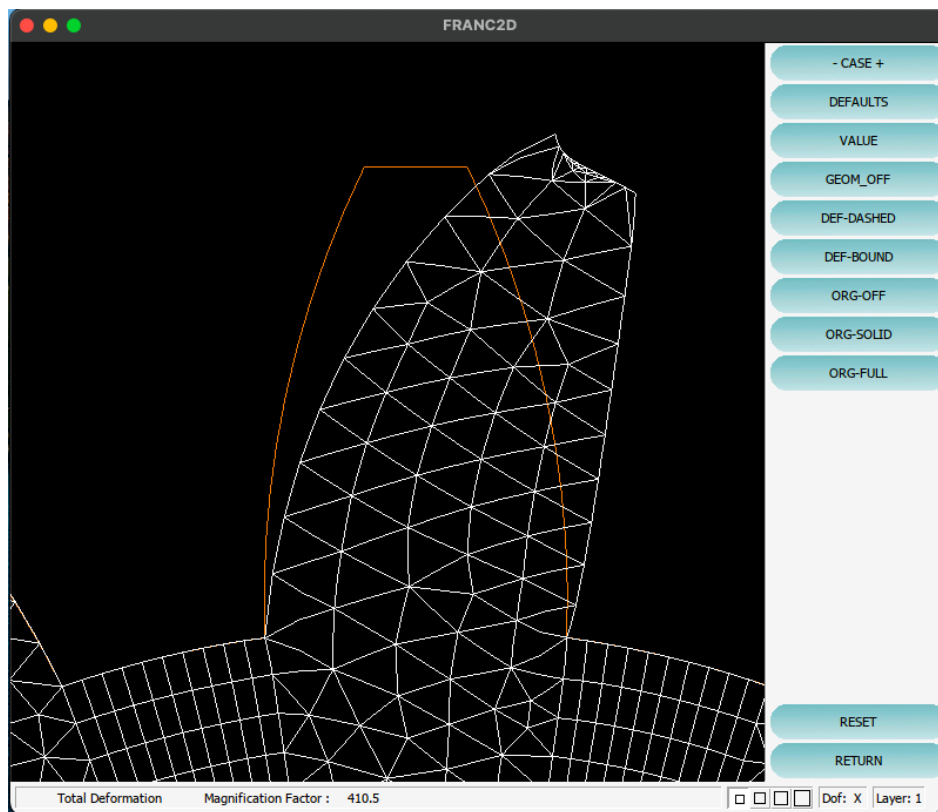
ÉTAPE 8 :



ÉTAPE 9 :



ÉTAPE 10 :



4.5 Simulation de la roue dentée à la rupture

Pour simuler la roue dentée avec fissure, on va simuler la dent sur 4 niveaux :

Fissure A : au niveau du pied.

Fissure B : entre le pied et le cercle primitif.

Fissure C : au niveau du cercle primitif.

Fissure D : entre le cercle primitif et la tête de la dent.

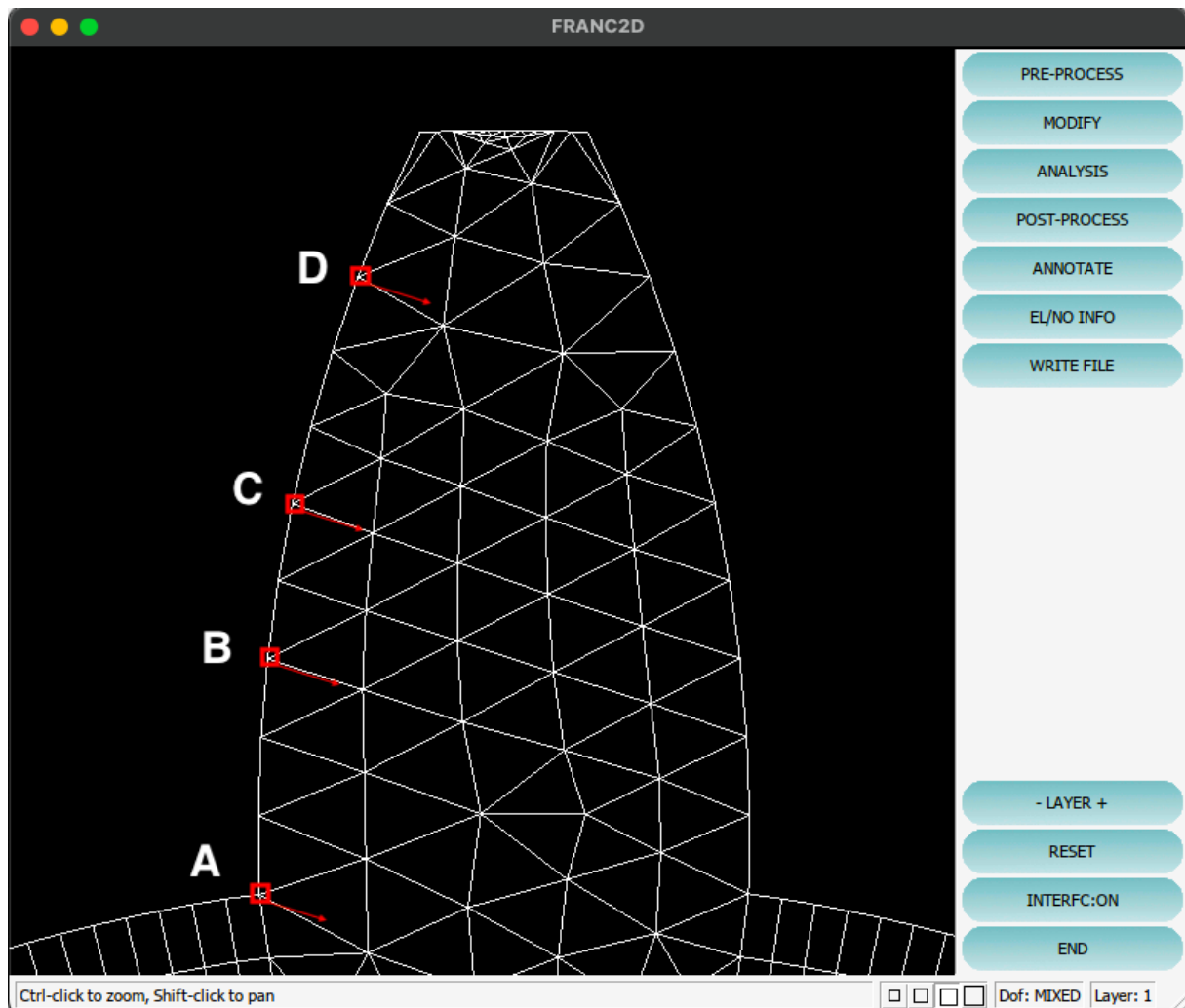
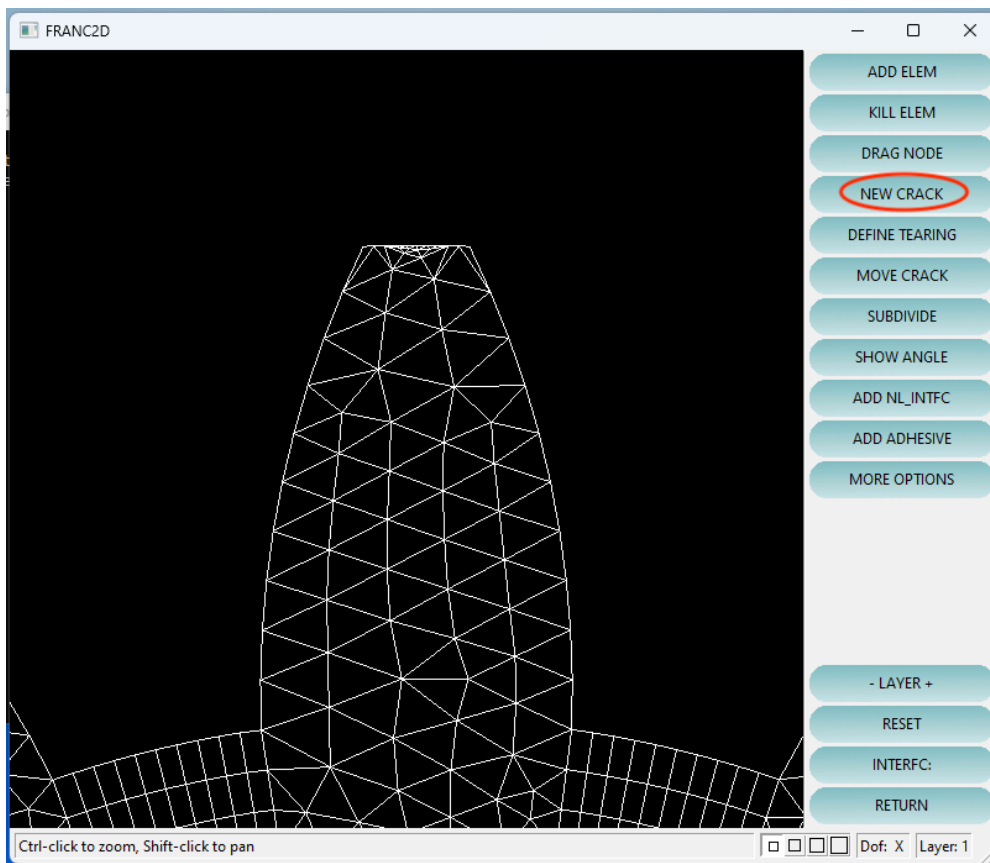
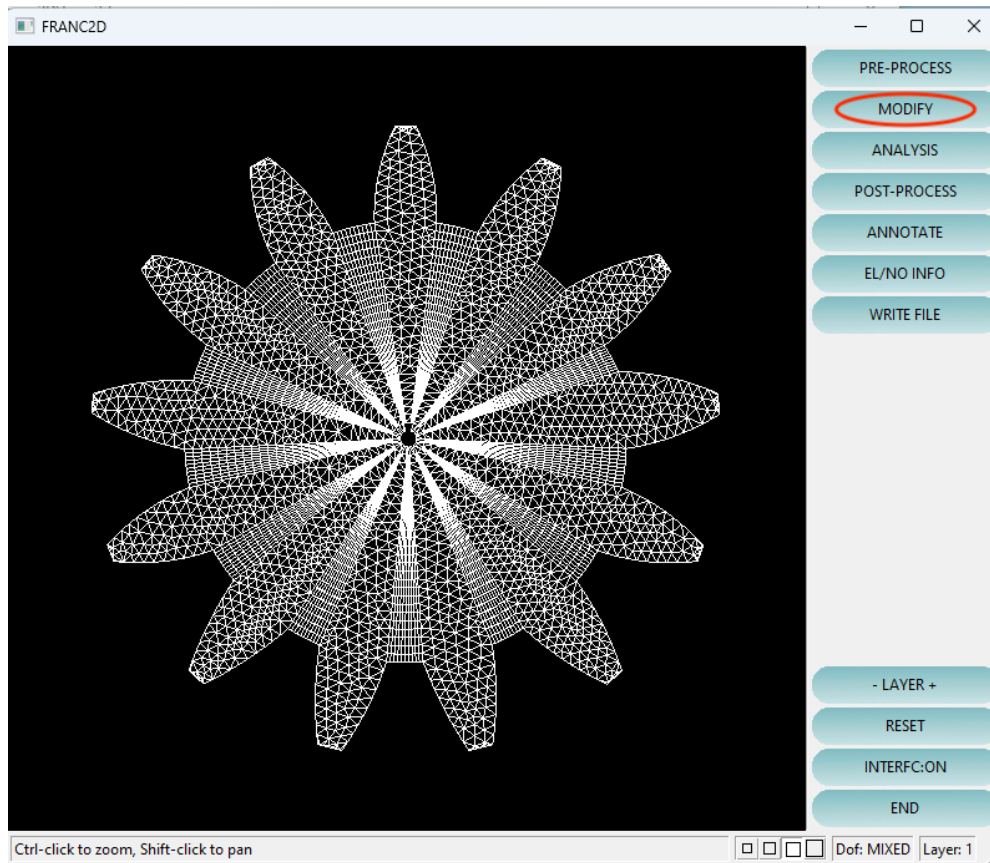
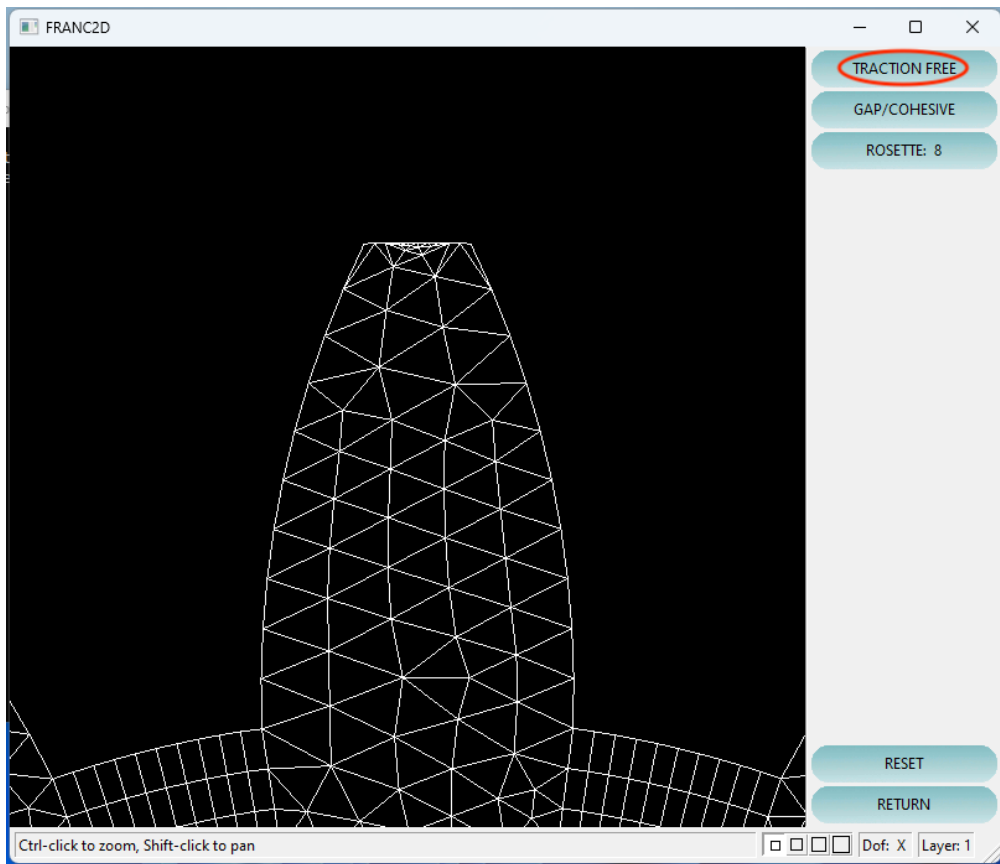
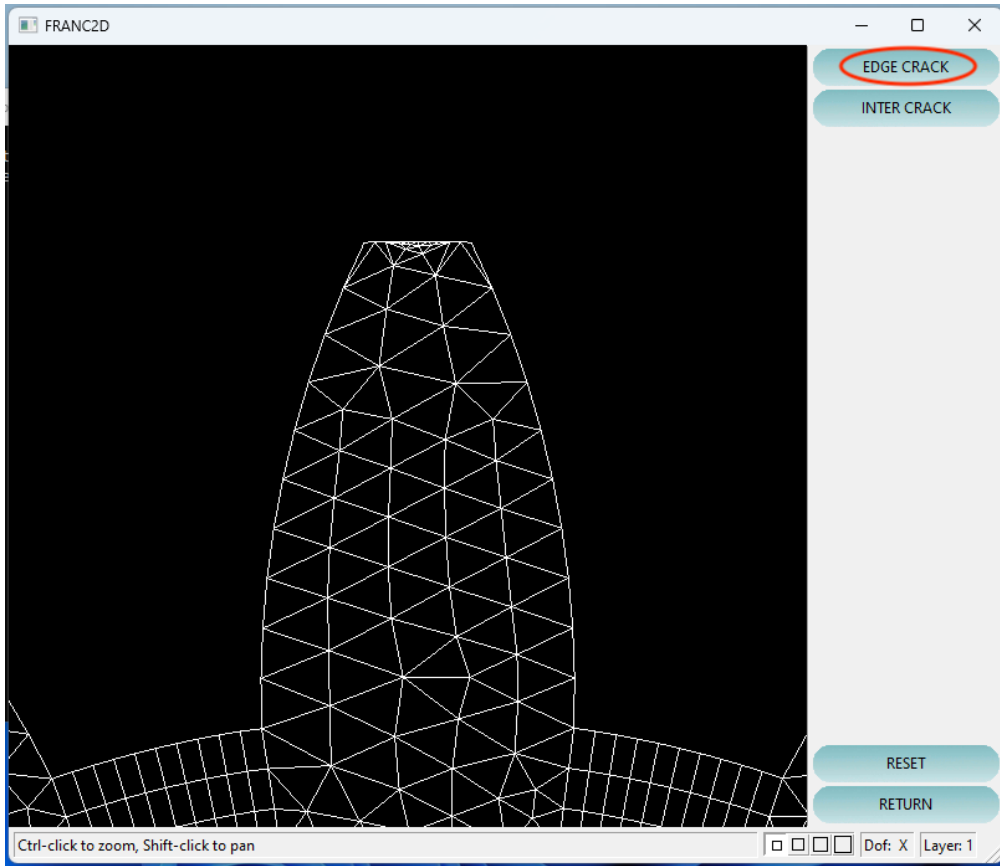
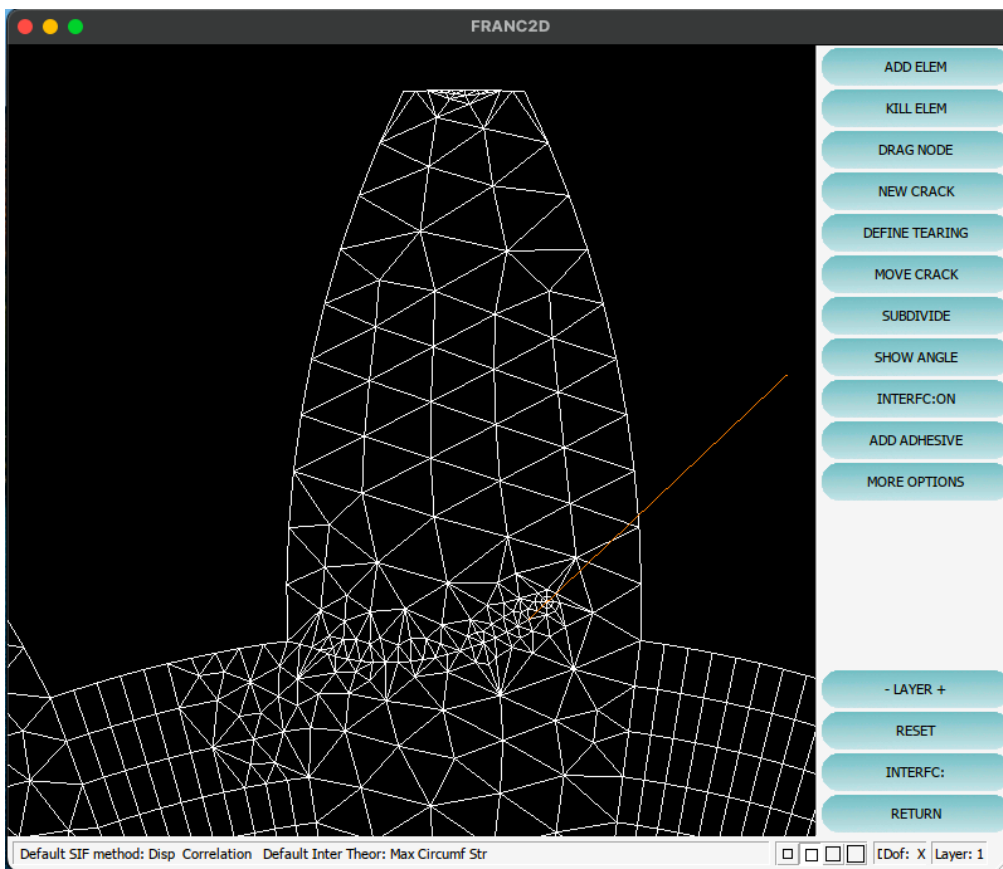
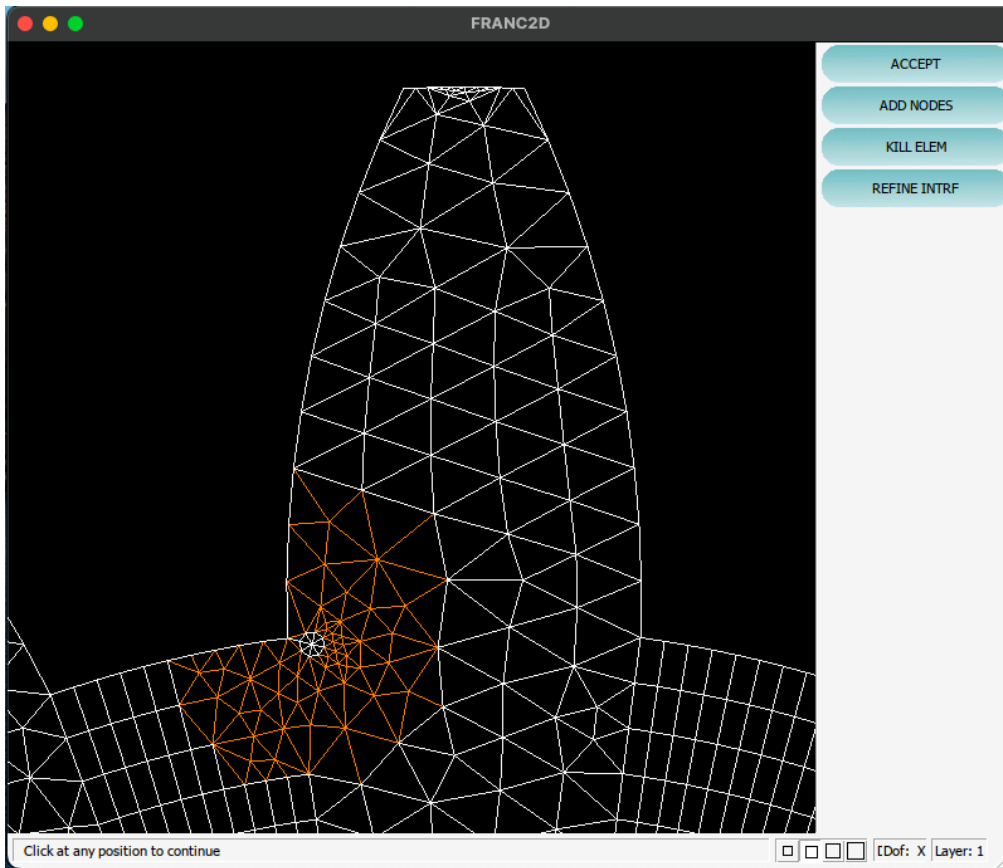


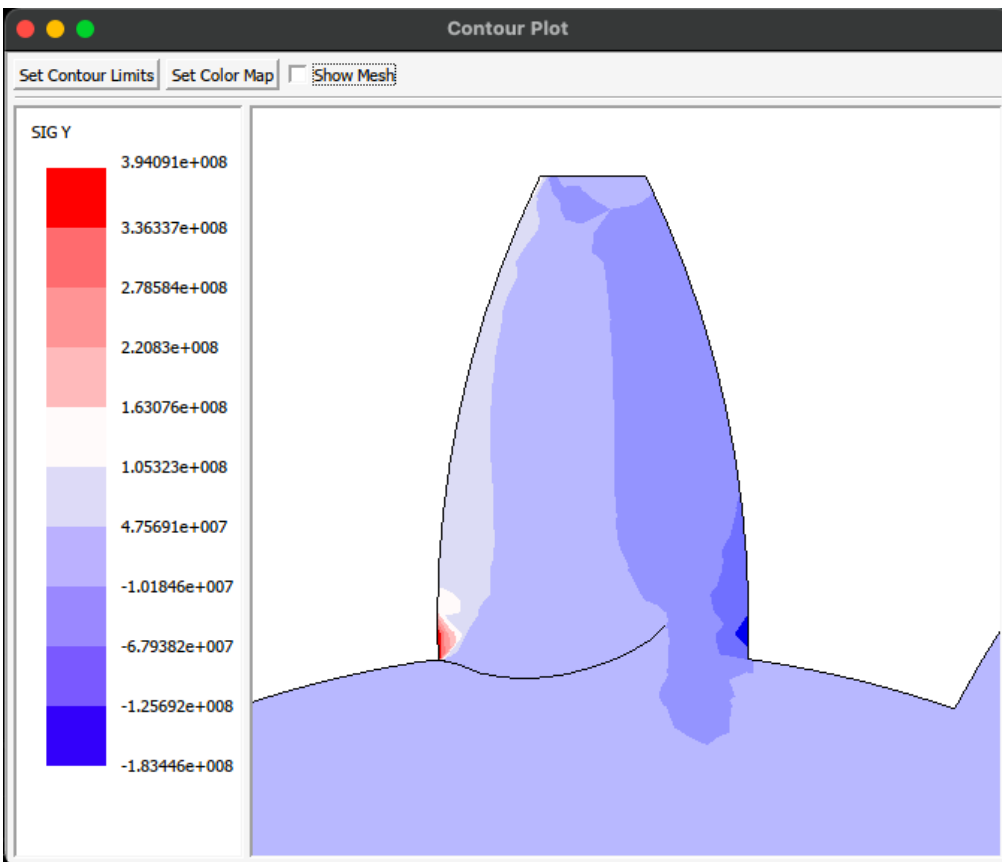
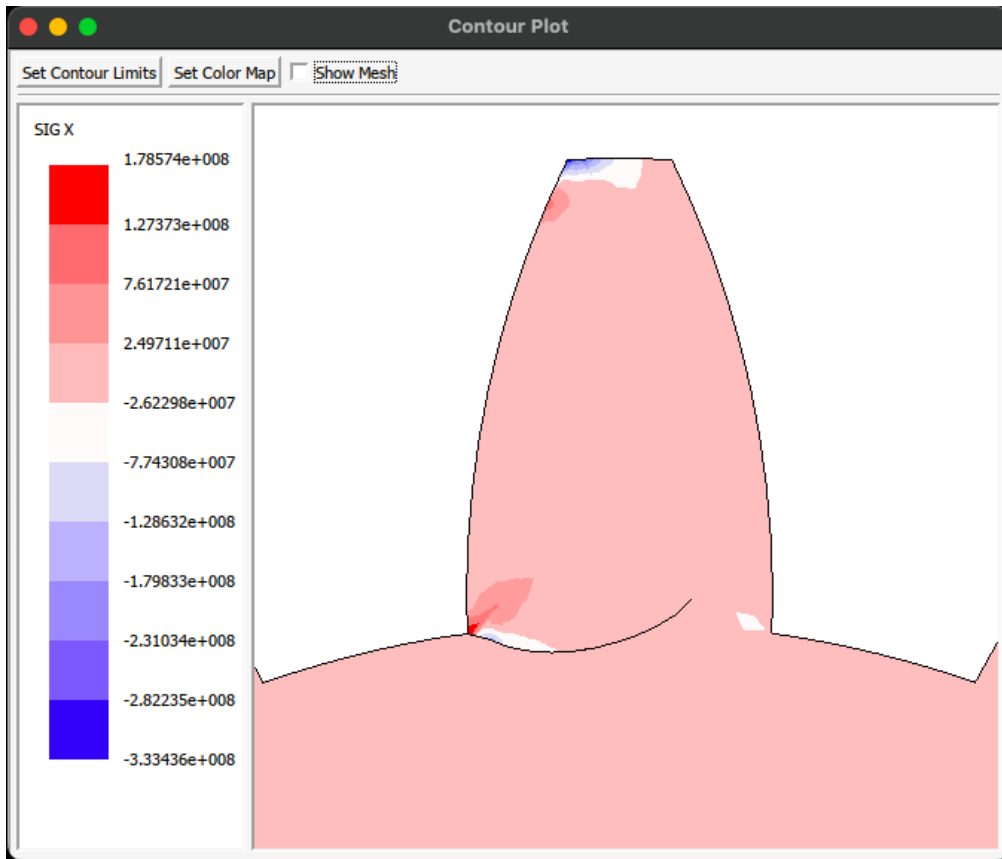
Figure 31 – Les quatre positions des fissures sur la dent à simuler.

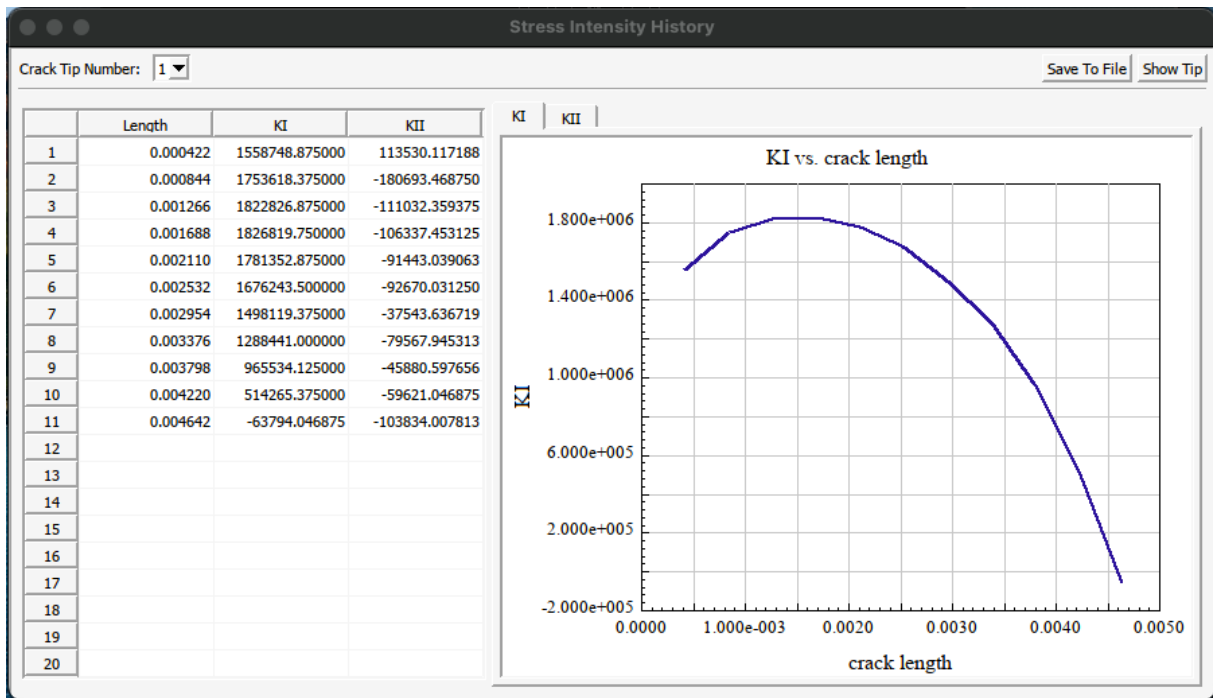
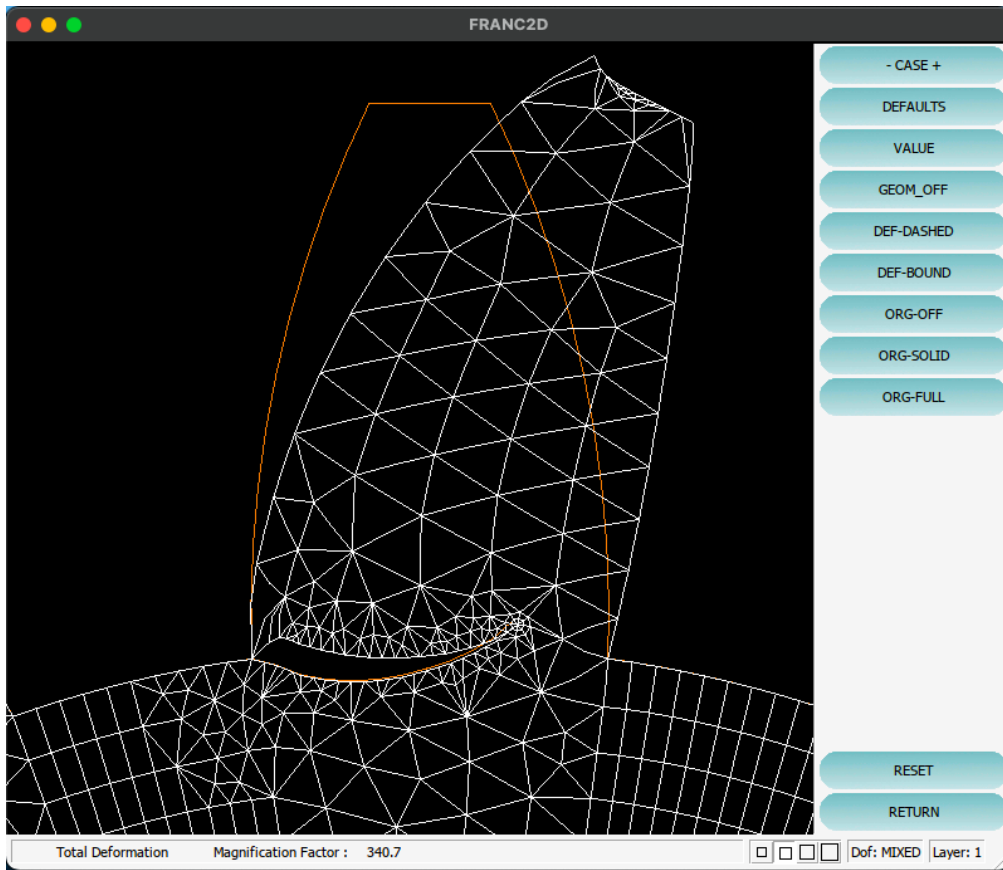
4.3.4 Simulation de la fissure A (au niveau du pied)











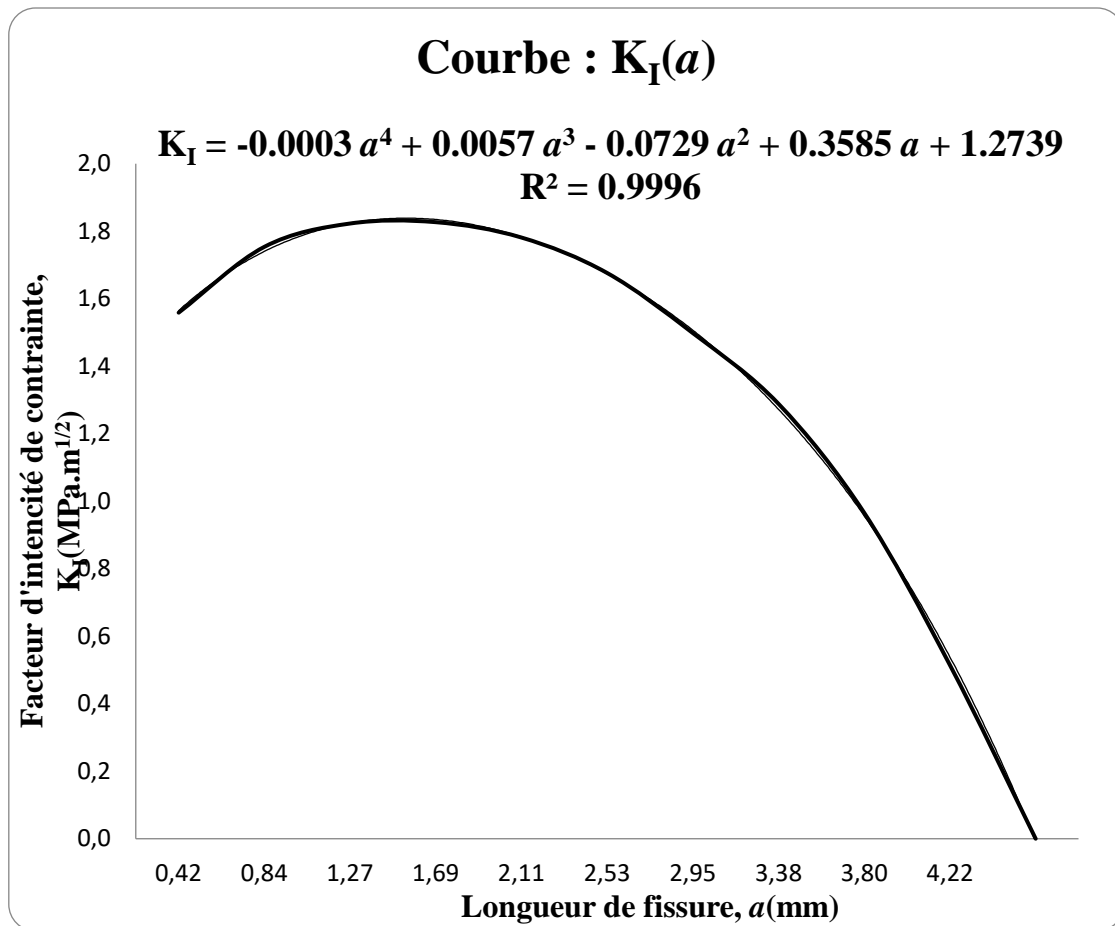


Figure 32 – Courbe $K_I(a)$ de la fissure au niveau de pied de la dent

Tableau 3 - Résultats de $K_I(a)$ de la fissure au niveau de pied de la dent

a (mm)	K_I (MPa.m ^{1/2})
0.42	1.6
0.84	1.8
1.27	1.8
1.69	1.8
2.11	1.8
2.53	1.7
2.95	1.5
3.38	1.3
3.80	1.0
4.22	0.5

-Calcul de longueur de fissure critique a_c

L'équation de tendance de la courbe $K_I(a)$ est polynomiale d'ordre 4 comme suit :

$$K_I = -0.0003 a^4 + 0.0057 a^3 - 0.0729 a^2 + 0.3585 a + 1.2739 \dots \dots \dots (50)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : $R^2 = 0.9996$

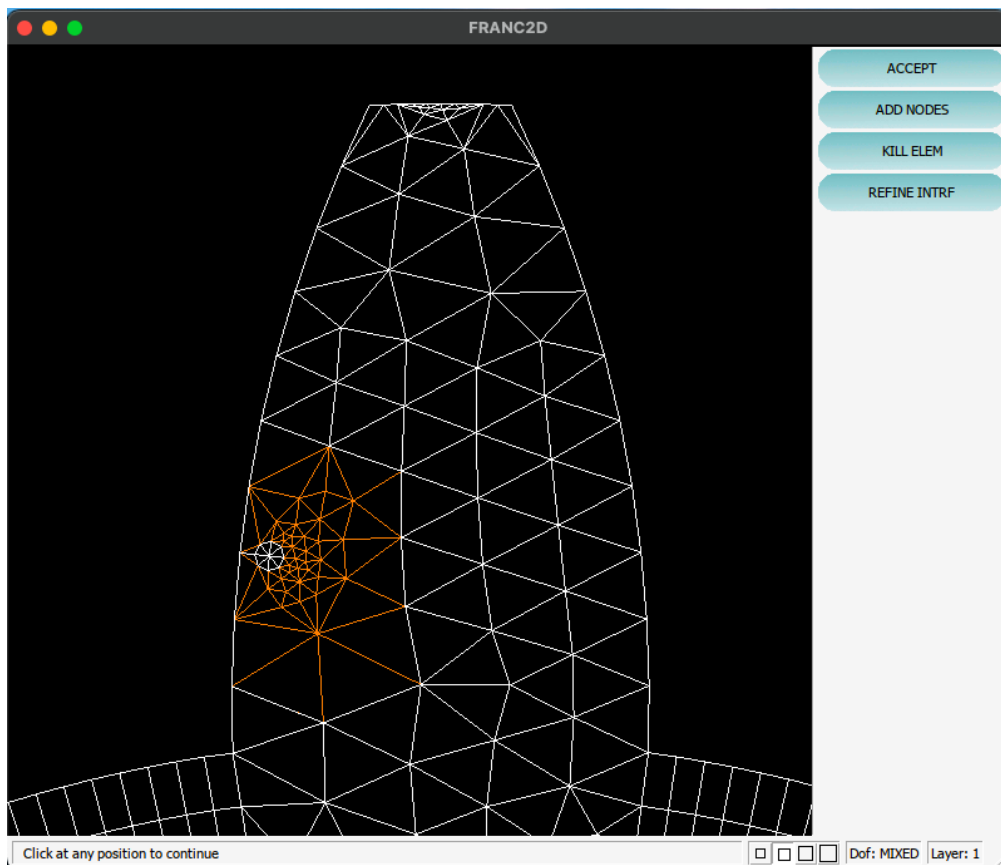
-Si le facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50 \text{ MPa.m}^{1/2}$, donc on a :

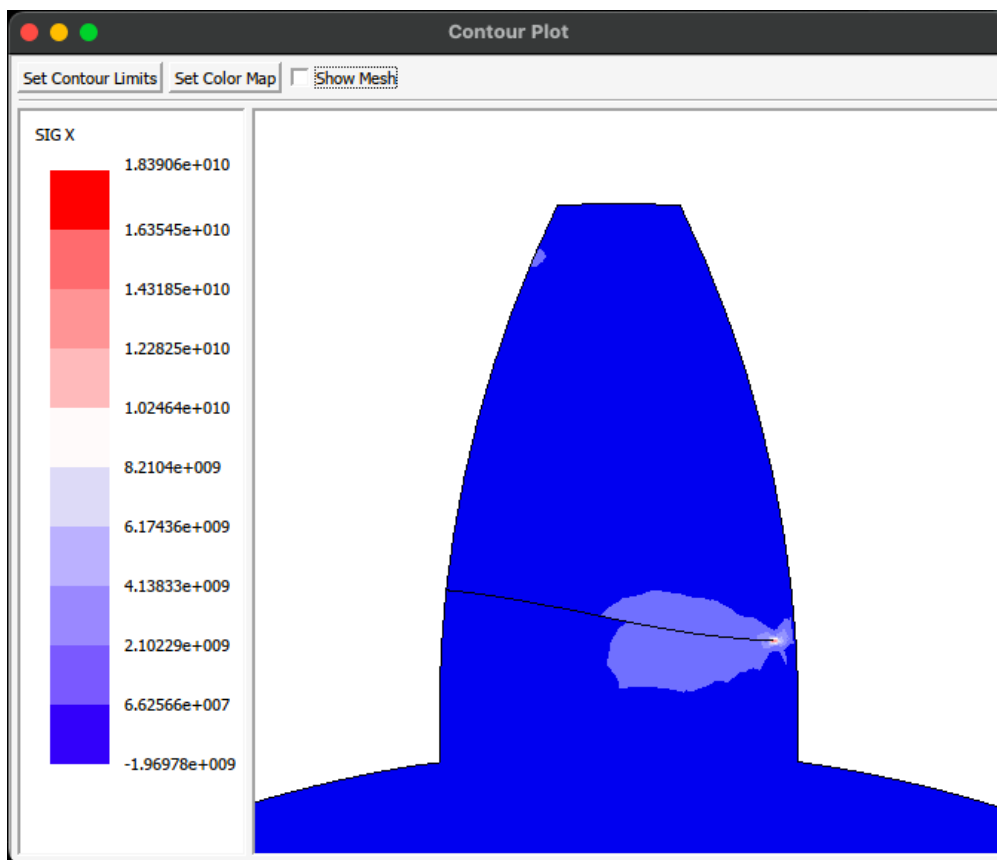
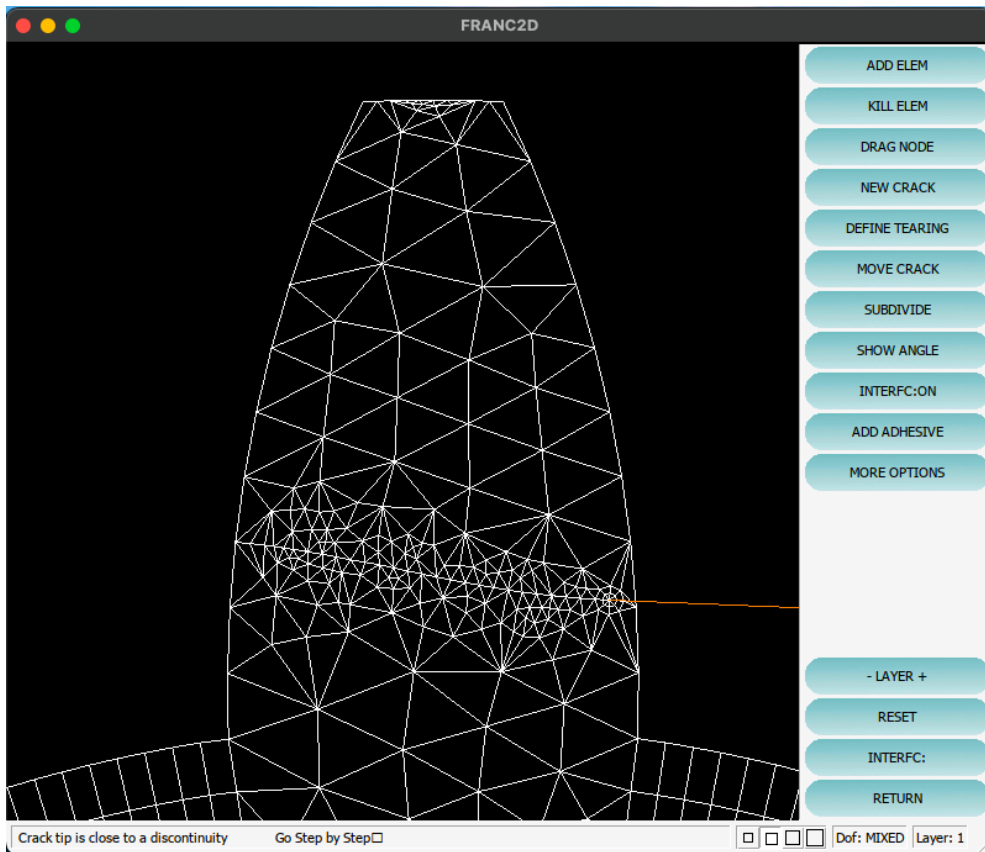
$$K_{IC} = -0.0003 a^4 + 0.0057 a^3 - 0.0729 a^2 + 0.3585 a + 1.2739 = 50 \dots \dots \dots (51)$$

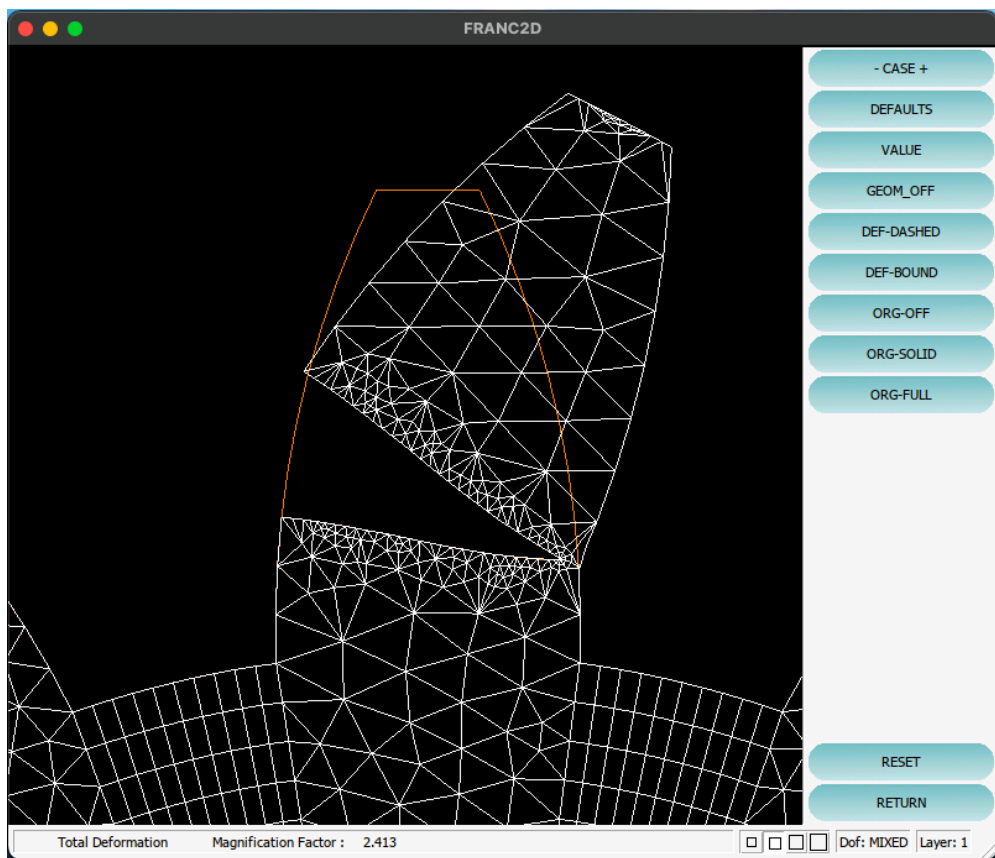
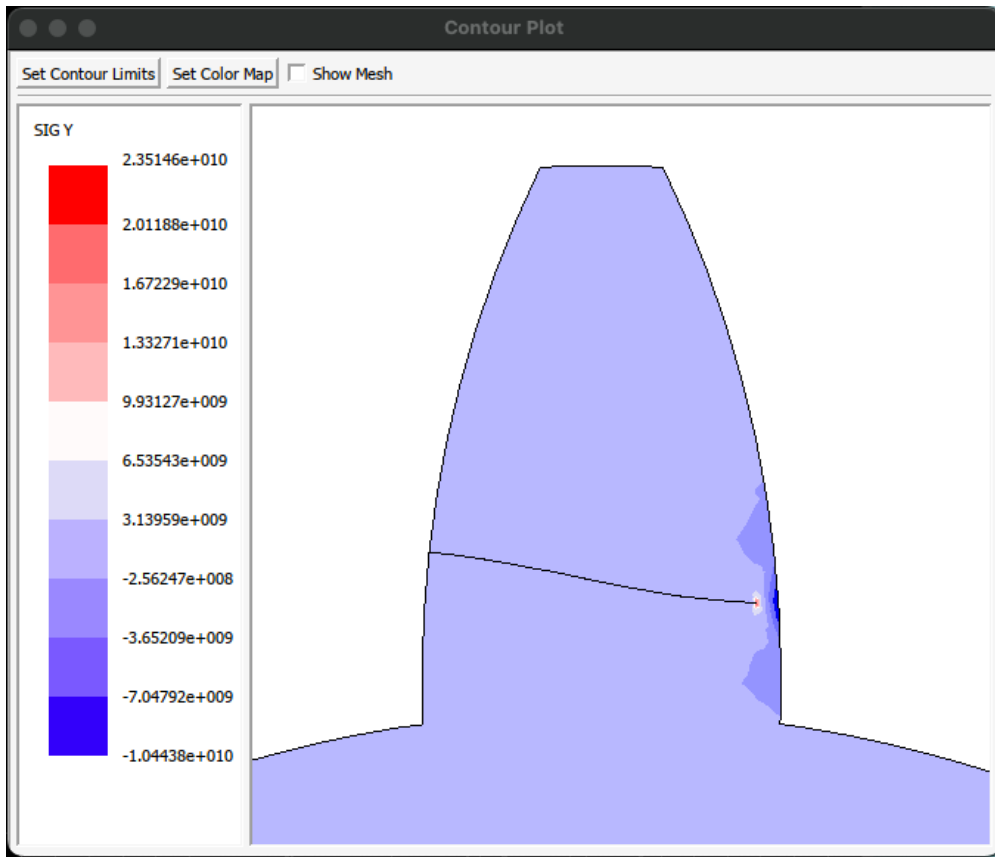
Cette équation n'admet pas de solutions, donc pour $K_{IC} = 50 \text{ MPa.m}^{1/2}$ il n'existe pas de longueur de fissure critique.

On conclut que la dent dans ce cas (A) se comporte comme étant un matériau ayant un facteur d'intensité de contrainte critique inférieur à $1.8 \text{ MPa.m}^{1/2}$ ($K_{IC} < 1.8 \text{ MPa.m}^{1/2}$)

4.3.5 Simulation de la fissure B (entre le pied et le cercle primitif)







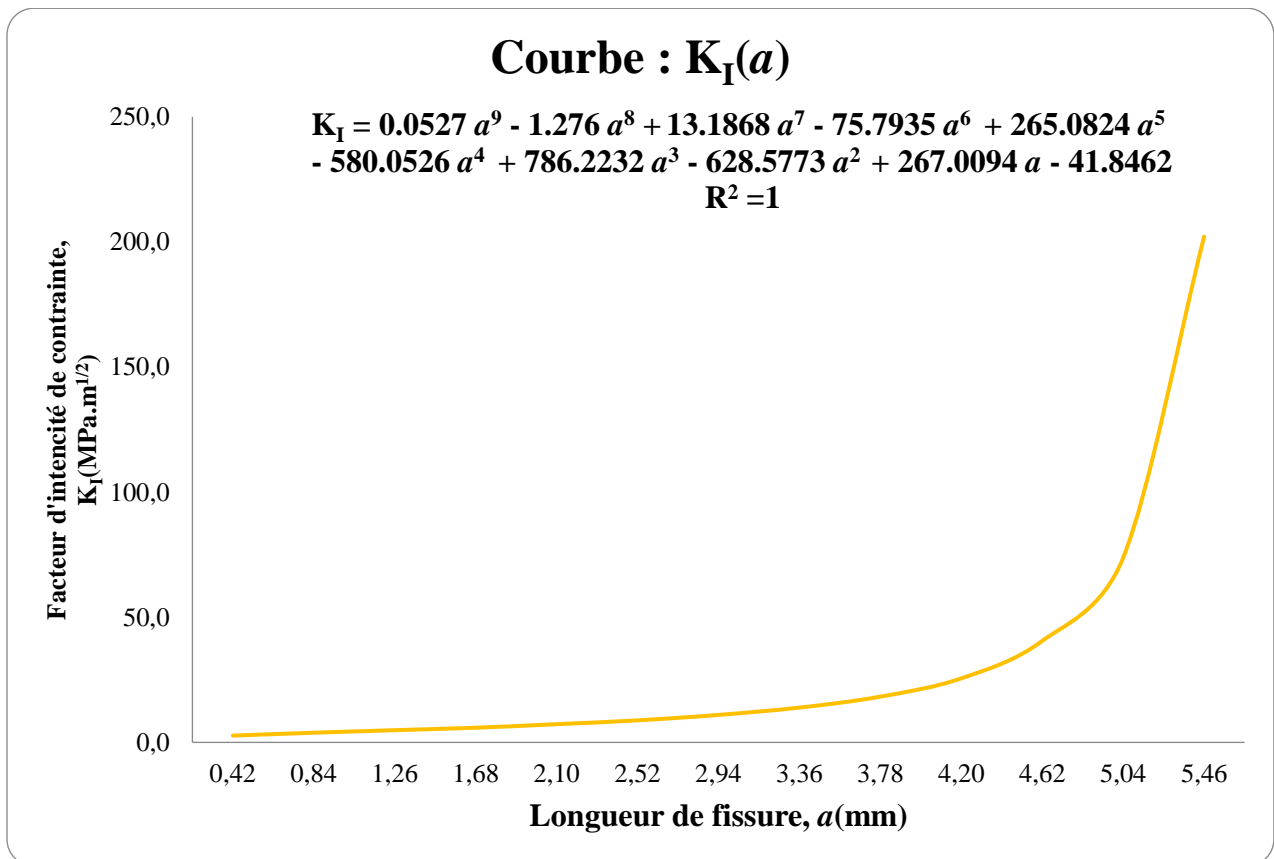
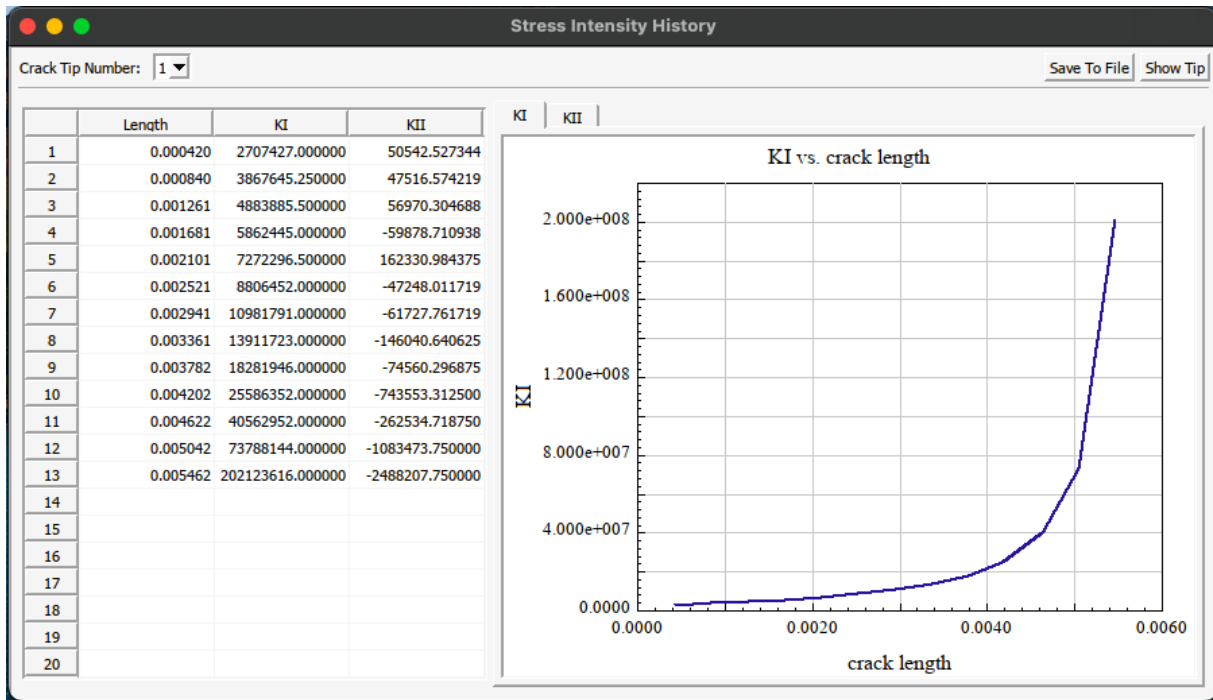


Figure 33 – Courbe $K_I(a)$ de la fissure entre le pied et le cercle primitif (B)

Tableau 4 - Résultats de $K_I(a)$ de la fissure entre le pied et le cercle primitif (B)

a (mm)	$K_I(\text{MPa.m}^{1/2})$
0.42	2.7
0.84	3.9
1.26	4.9
1.68	5.9
2.10	7.3
2.52	8.8
2.94	11.0
3.36	13.9
3.78	18.3
4.20	25.6
4.62	40.6
5.04	73.8
5.46	202.1

-Calcul de longueur de fissure critique a_c

L'équation de tendance de la courbe $K_I(a)$ est polynomiale d'ordre 9 comme suit :

$$K_I = 0.0527 a^9 - 1.276 a^8 + 13.1868 a^7 - 75.7935 a^6 + 265.0824 a^5 - 580.0526 a^4 + 786.2232 a^3 - 628.5773 a^2 + 267.0094 a - 41.8462 \dots \dots \dots (52)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : $R^2 = 1$

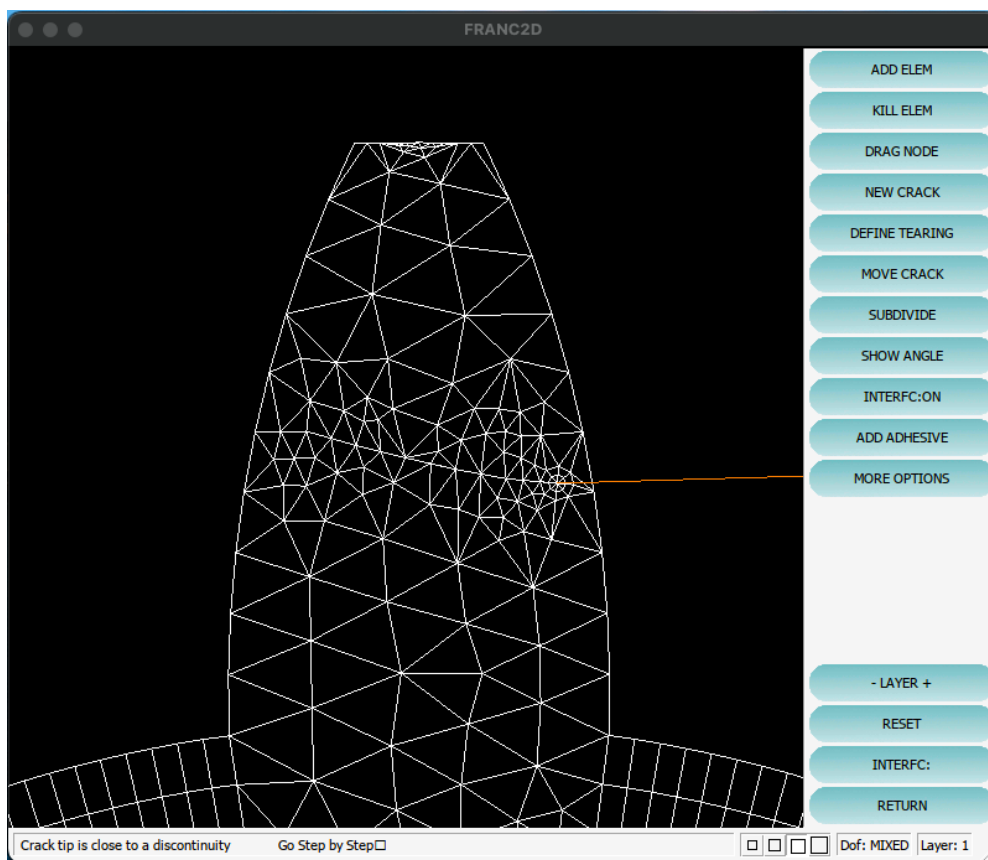
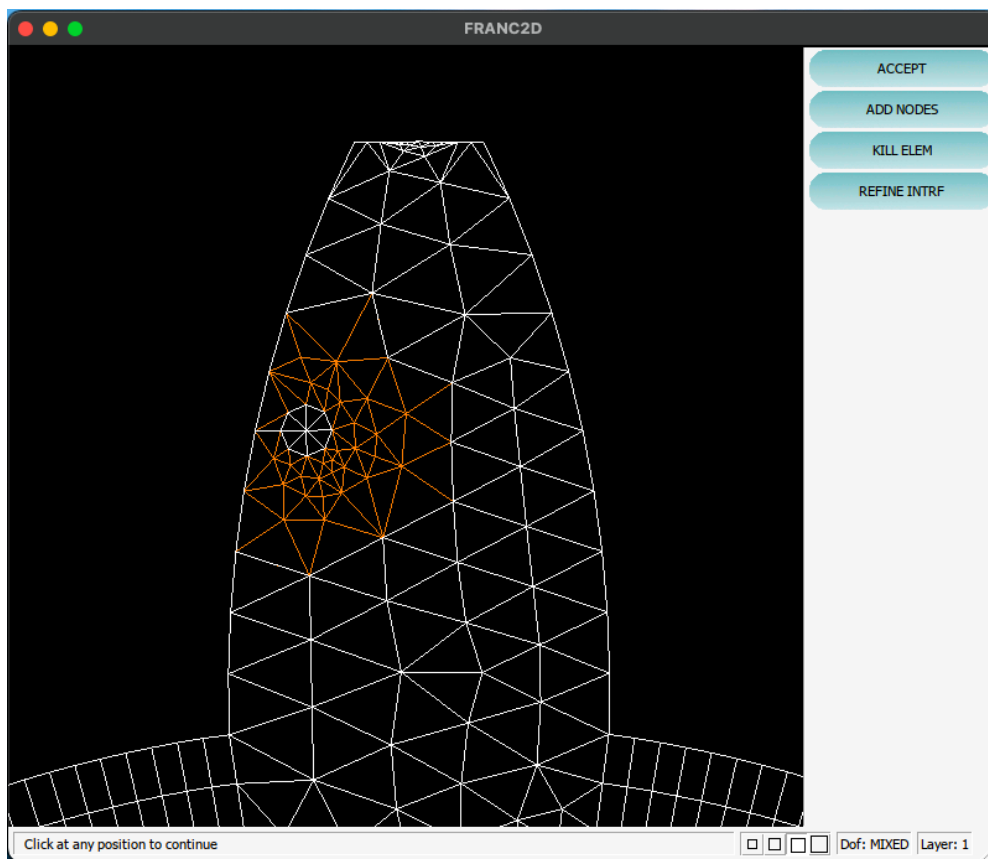
-Si le facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50 \text{ MPa.m}^{1/2}$, donc on a :

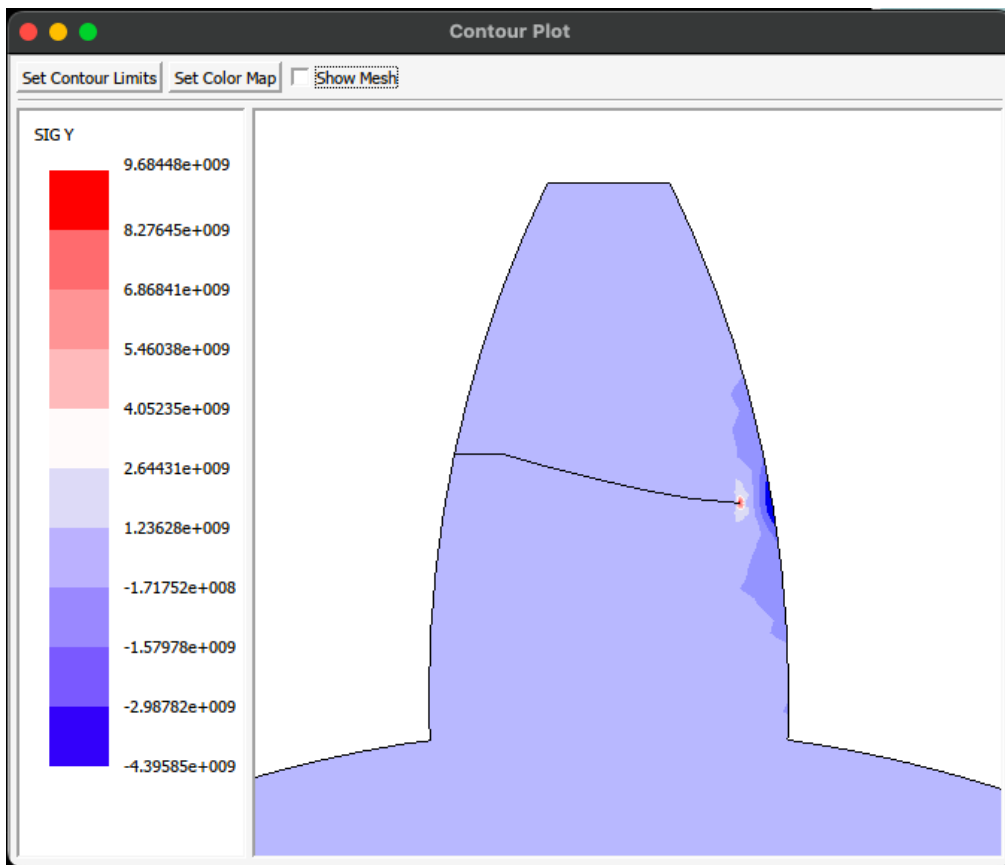
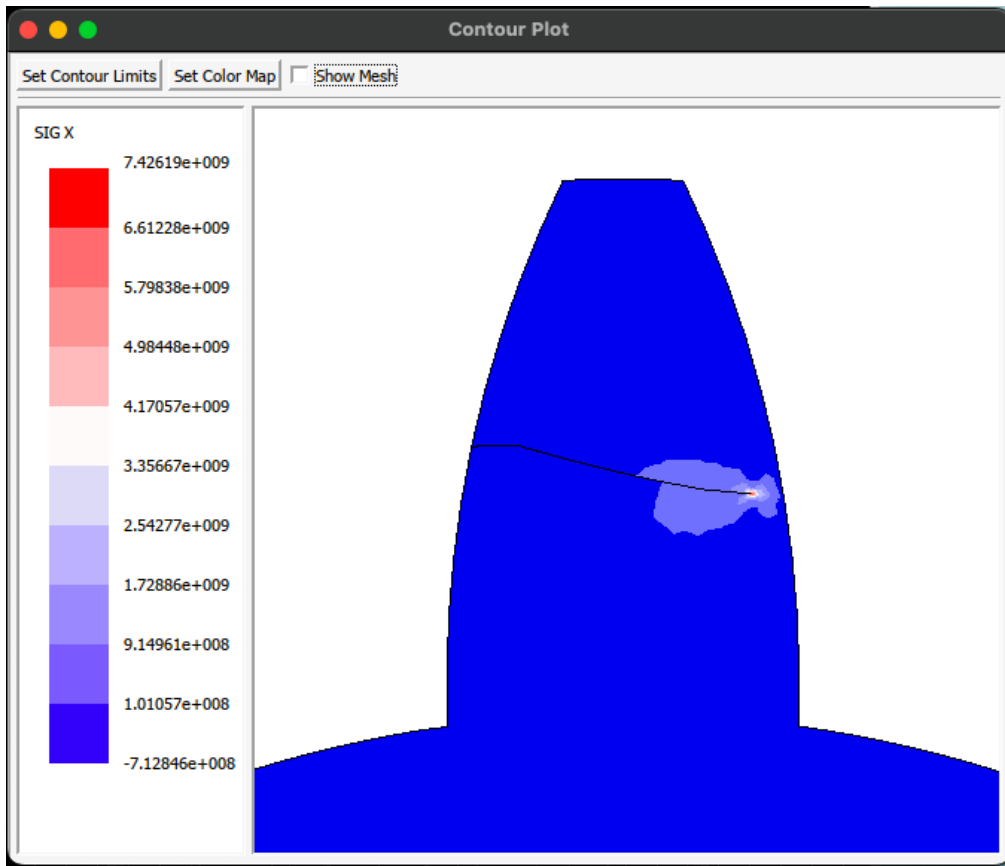
$$K_{IC} = 0.0527 a^9 - 1.276 a^8 + 13.1868 a^7 - 75.7935 a^6 + 265.0824 a^5 - 580.0526 a^4 + 786.2232 a^3 - 628.5773 a^2 + 267.0094 a - 41.8462 = 50 \dots \dots \dots (53)$$

En résolvant l'équation précédente on trouve la longueur de fissure critique pour ce cas :

$a_c = 4.33 \text{ mm}$

4.3.6 Simulation de la fissure C (au niveau du cercle primitif)





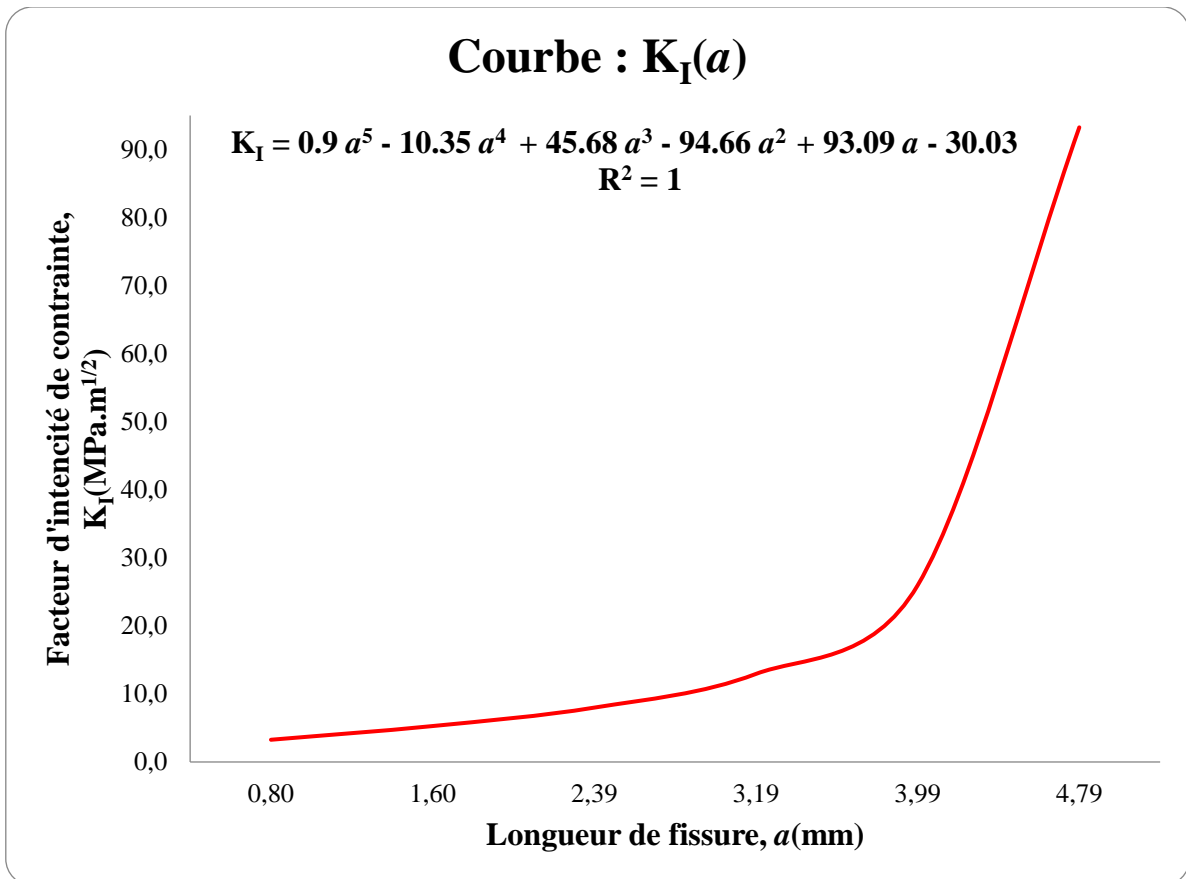
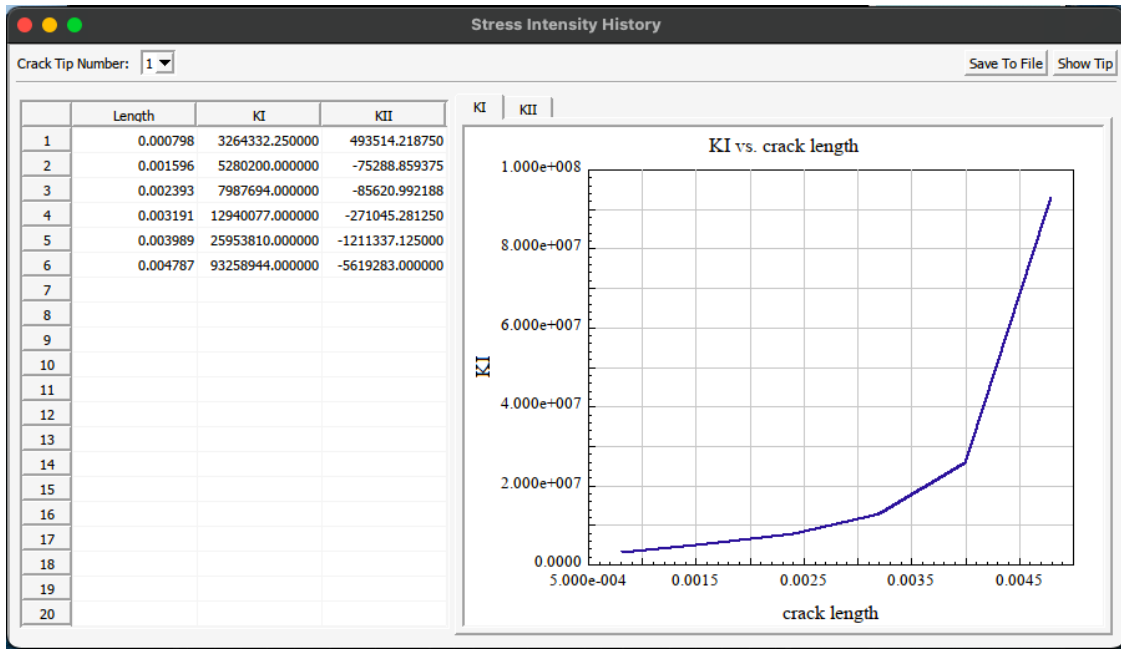


Figure 34 - Courbe $K_I(a)$ de la fissure au niveau du cercle primitif (C)

Tableau 5 - Résultats de $K_I(a)$ de la fissure au niveau du cercle primitif (C)

a (mm)	K_I (MPa.m ^{1/2})
0.80	3.3
1.60	5.3
2.39	8.0
3.19	12.9
3.99	26.0
4.79	93.3

-Calcul de longueur de fissure critique a_c

L'équation de tendance de la courbe $K_I(a)$ est polynomiale d'ordre 5 comme suit :

$$K_I = 0.9 a^5 - 10.35 a^4 + 45.68 a^3 - 94.66 a^2 + 93.09 a - 30.03 \dots \dots \dots (54)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : $R^2 = 1$

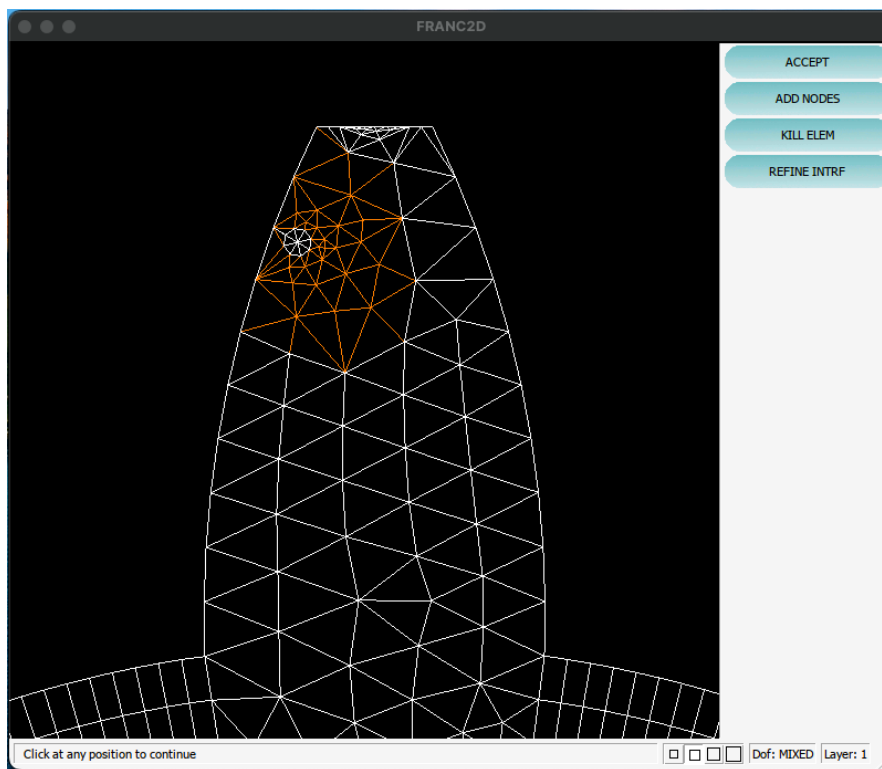
-Si le facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50 \text{ MPa.m}^{1/2}$, donc on a :

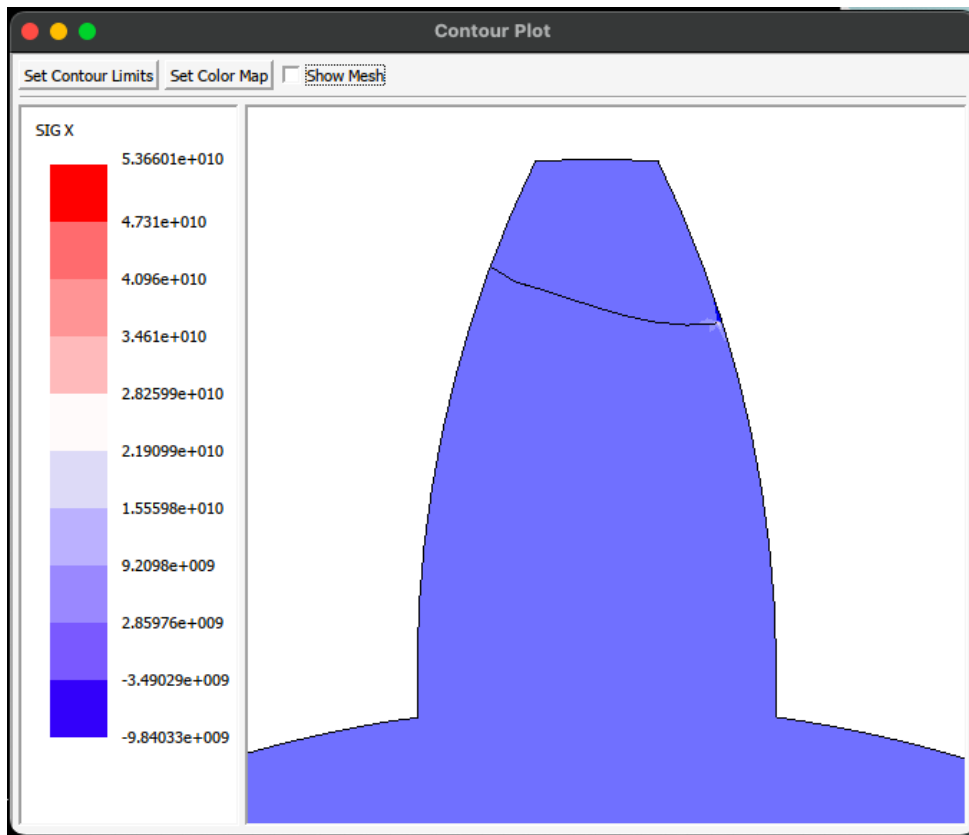
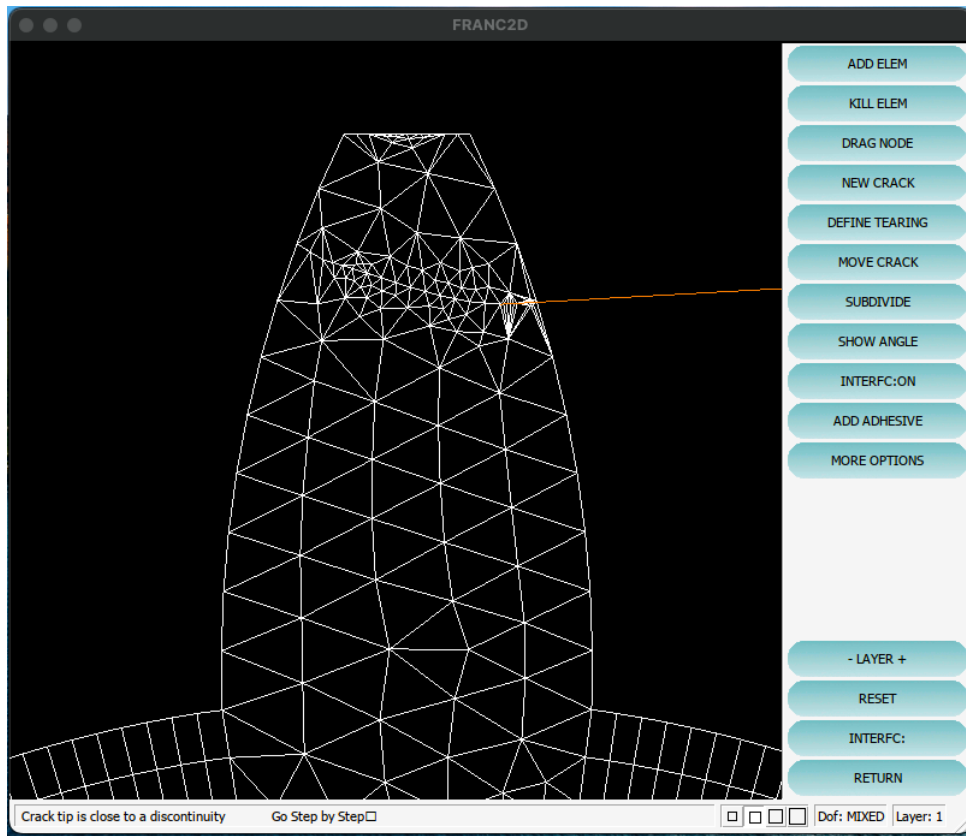
$$K_I = 0.9 a^5 - 10.35 a^4 + 45.68 a^3 - 94.66 a^2 + 93.09 a - 30.03 = 50 \dots \dots \dots (55)$$

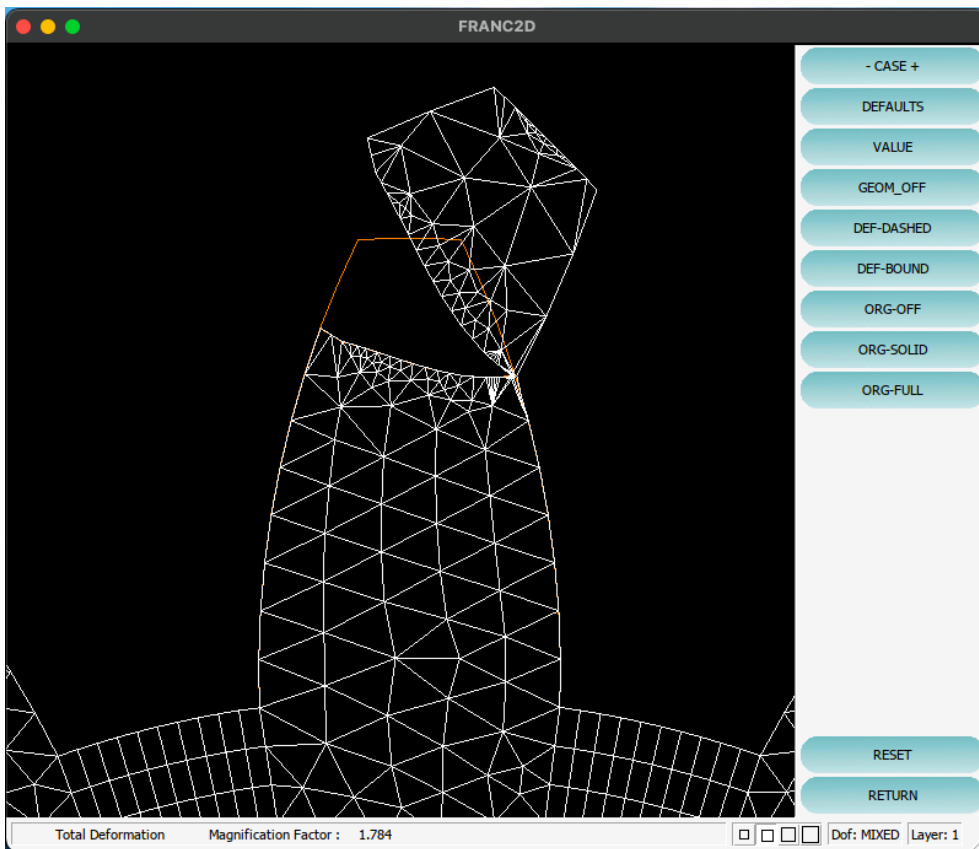
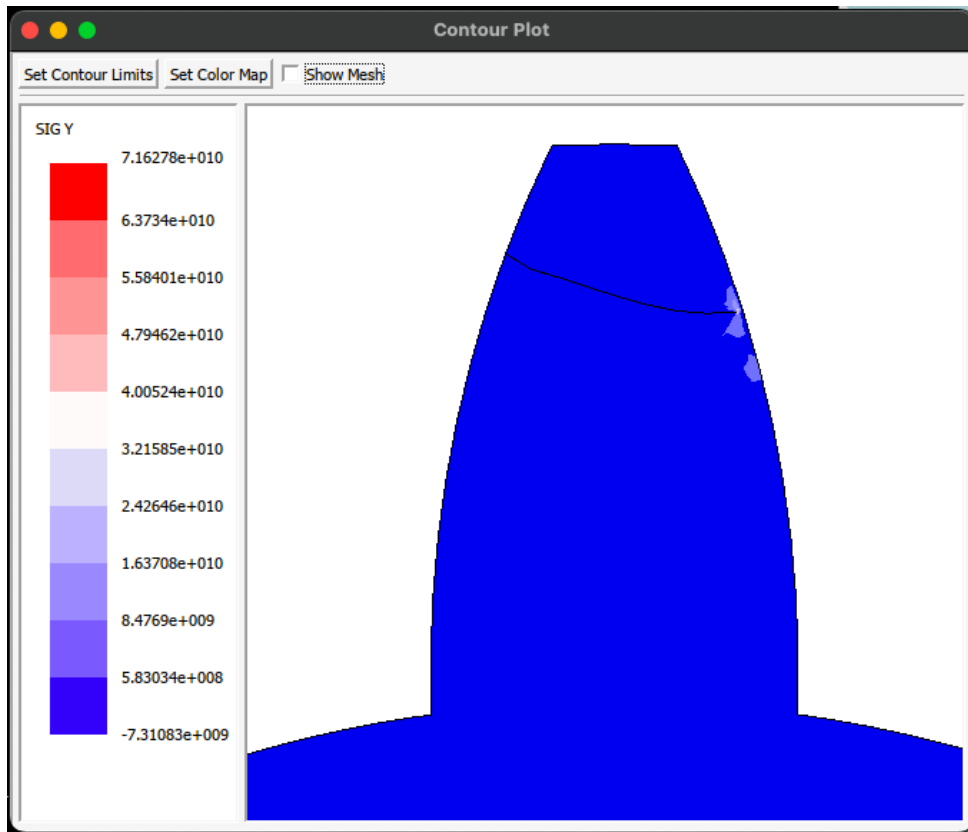
En résolvant l'équation précédente on trouve la longueur de fissure critique pour ce cas :

$a_c = 4.49 \text{ mm}$

4.3.7 Simulation de la fissure D (entre le cercle primitif et la tête de la dent)







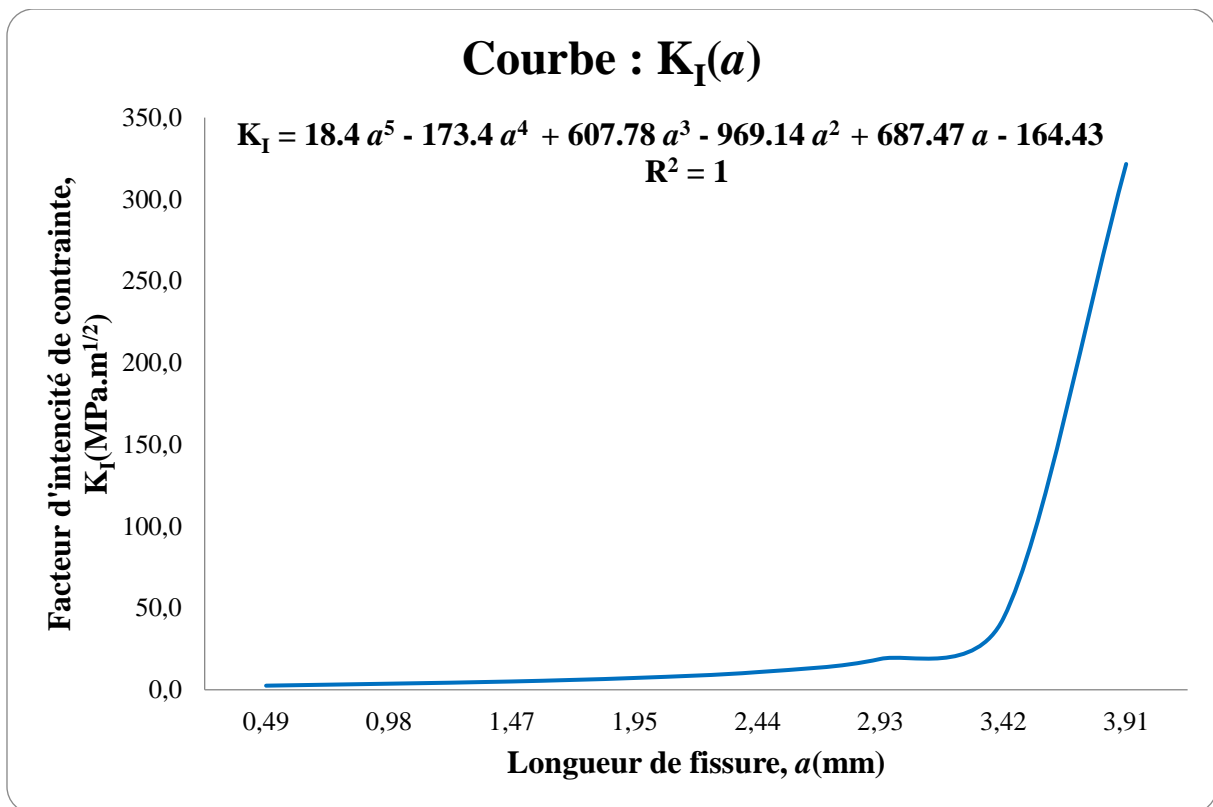
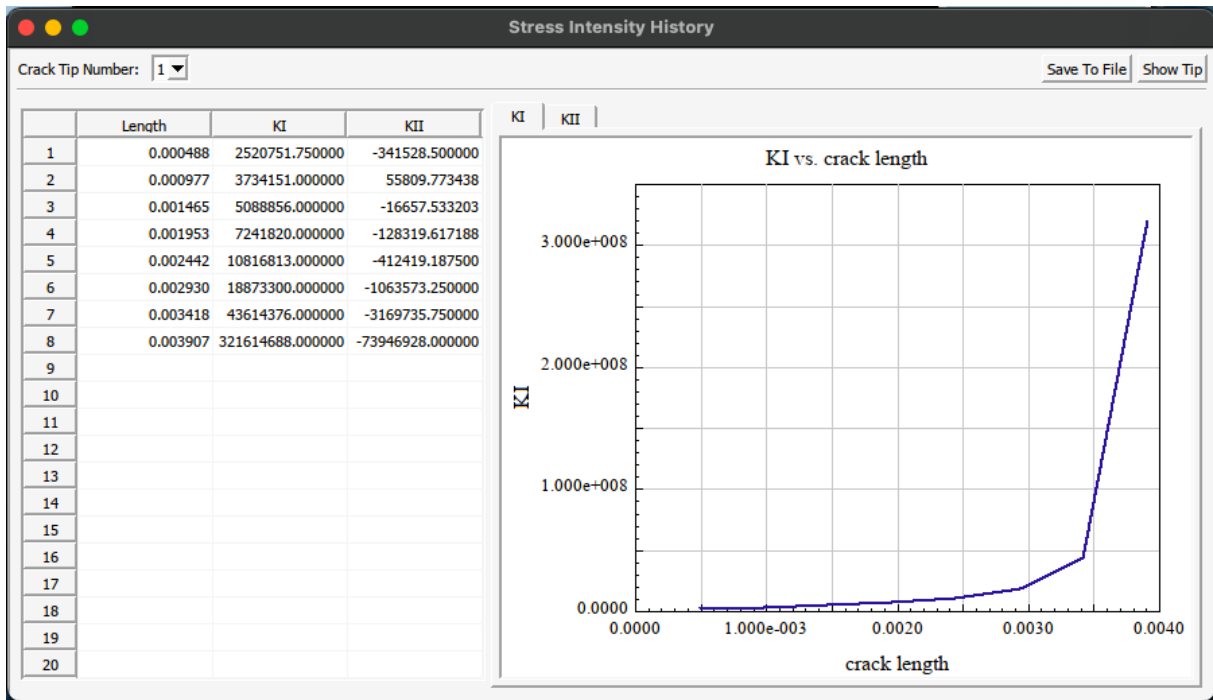


Figure 35 - Courbe $K_I(a)$ de la fissure entre le cercle primitif et la tête de la dent (D)

Tableau 6 - Résultats de $K_I(a)$ de la fissure entre le cercle primitif et la tête de la dent (D)

a (mm)	K_I (MPa.m ^{1/2})
0.49	2.5
0.98	3.7
1.47	5.1
1.95	7.2
2.44	10.8
2.93	18.9
3.42	43.6
3.91	321.6

-Calcul de longueur de fissure critique a_c

L'équation de tendance de la courbe $K_I(a)$ est polynomiale d'ordre 5 comme suit :

$$K_I = 18.4 a^5 - 173.4 a^4 + 607.78 a^3 - 969.14 a^2 + 687.47 a - 164.43 \dots \dots \dots (56)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : $R^2 = 1$

-Si le facteur d'intensité de contrainte critique : $K_{IC} = 50 \text{ MPa.m}^{1/2}$, donc on a :

$$K_{IC} = 18.4 a^5 - 173.4 a^4 + 607.78 a^3 - 969.14 a^2 + 687.47 a - 164.43 = 50 \dots \dots \dots (57)$$

En résolvant l'équation précédente on trouve la longueur de fissure critique pour ce cas :

$a_c = 3.42 \text{ mm}$

4.3.8 Variation de la longueur de fissure critique (a_c) en fonction d'éloignement

Pour les cas précédents on a le tableau suivant qui résume la variation de la longueur de fissure critique a_c en fonction d'éloignement de pied de la dent :

Tableau 7 - Variation de la longueur de fissure critique en fonction d'éloignement

Niveau	Éloignement e_p (mm)	a_c (mm)
AA = 0	0	/
AB = m= f = 2.83	2.83	4.33
AC = AB + BC = m + n = 4.71	4.71	4.49
AD = AC + CD = m + n + p =	7.44	3.42

Les différentes distances des niveaux de fissure de la dent sont montrées dans la figure suivante :

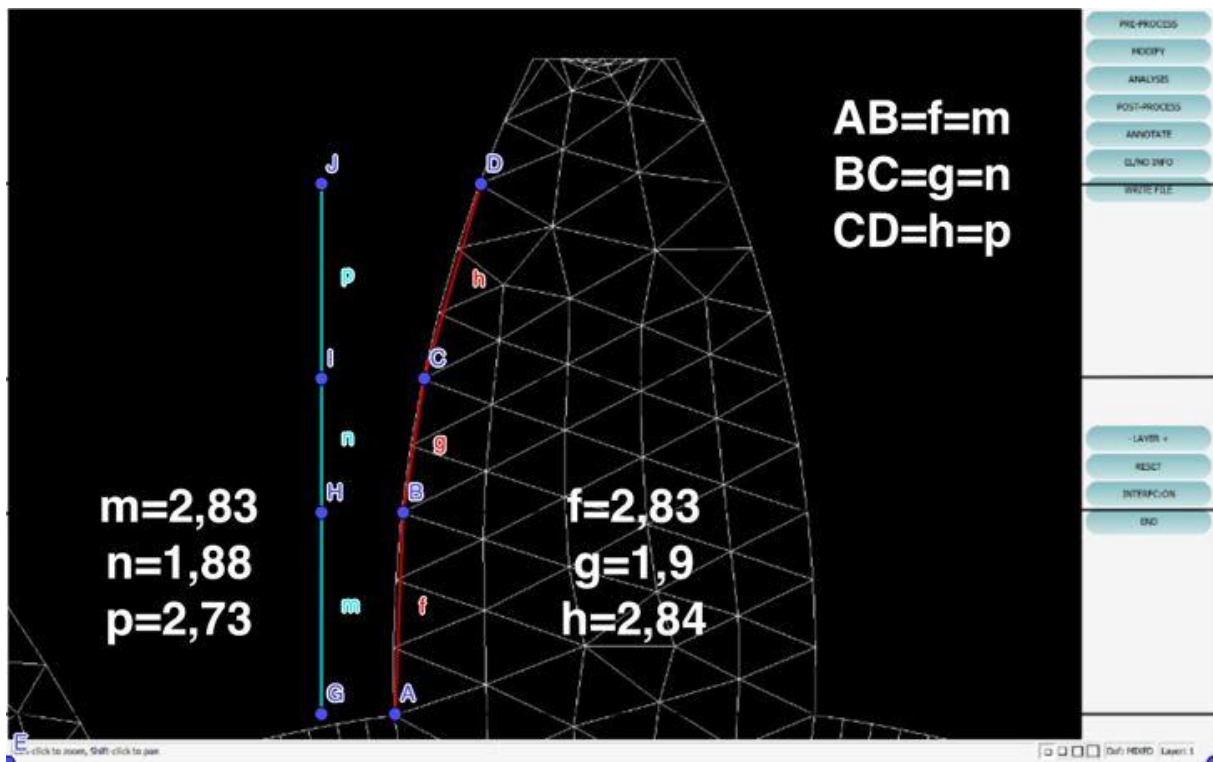


Figure 36 - Distances des différents niveaux de fissure de la dent

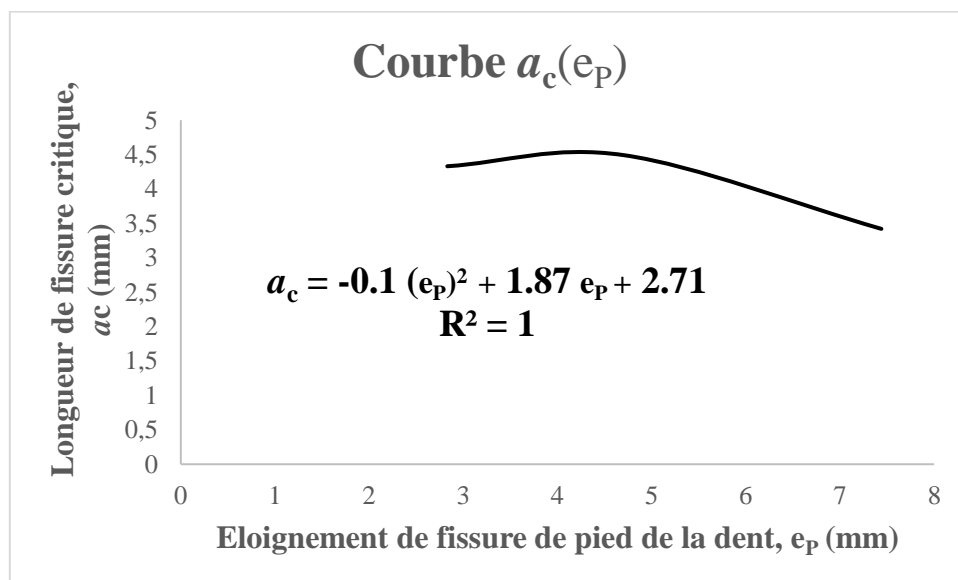


Figure 37 - Courbe de la longueur de fissure critique en fonction de l'éloignement

L'équation de tendance de la courbe $a_c (e_p)$ est polynomiale d'ordre 2 comme suit :

$$a_c = -0.1 (e_p)^2 + 1.87 e_p + 2.71 \dots\dots\dots(58)$$

Avec un coefficient de détermination sur le graphique (précision) : $R^2 = 1$

4.6 Conclusion de chapitre VI

La simulation de la roue dentée à la rupture nous a donné une idée sur le comportement mécanique du matériau, nous donnons en dessous les principales conclusions :

1- Courbes $K_I(a)$:

Résumé de la variation de facteur d'intensité de contrainte K_I en fonction de longueur de fissure a .

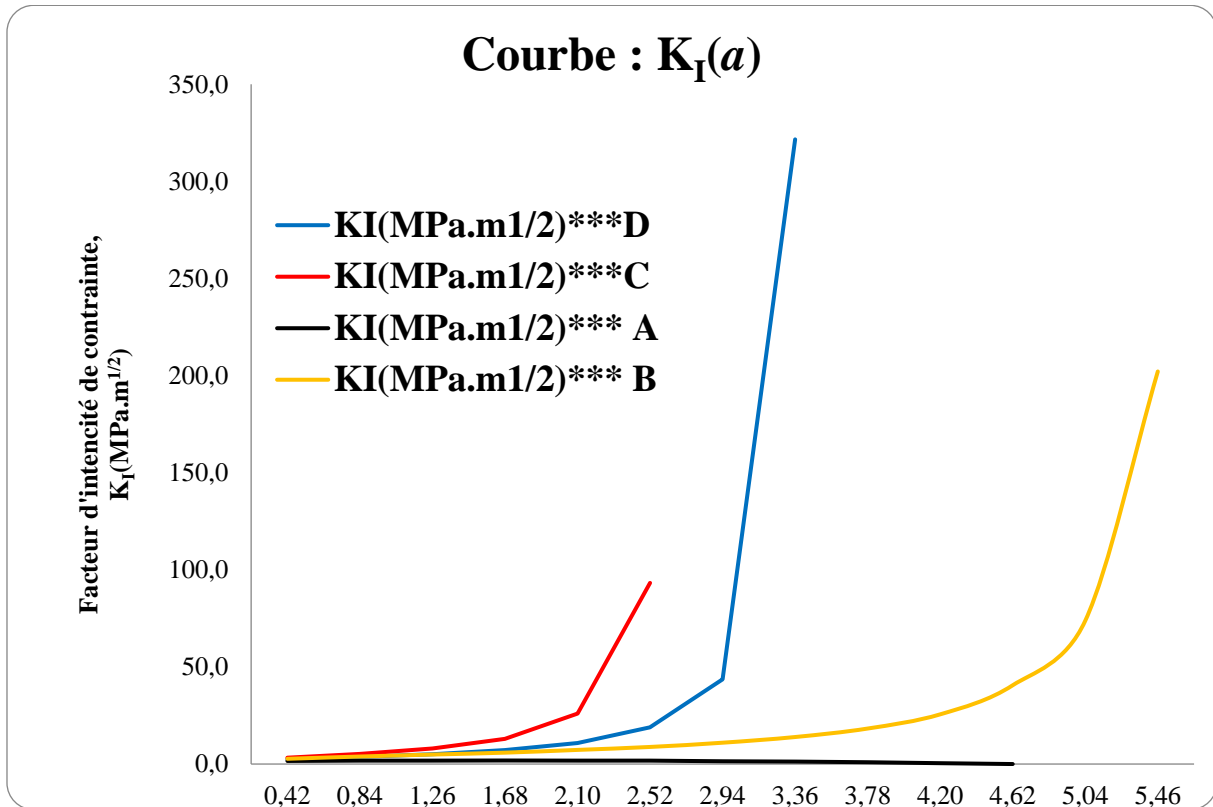


Figure 38 - Résultats des courbes $K_I(a)$

Tableau 8 - Résumé des résultats : e_p , $K_I(a)$ et a_c

e_p (mm)	$K_I(a)$ (MPa.m ^{1/2})	a_c (mm)
0	$K_I = -0.0003 a^4 + 0.0057 a^3 - 0.0729 a^2 + 0.3585 a + 1.2739$	/
2.83	$K_I = 0.0527 a^9 - 1.276 a^8 + 13.1868 a^7 - 75.7935 a^6 + 265.0824 a^5 - 580.0526 a^4 + 786.2232 a^3 - 628.5773 a^2 + 267.0094 a - 41.8462$	4.33
4.71	$K_I = 0.9 a^5 - 10.35 a^4 + 45.68 a^3 - 94.66 a^2 + 93.09 a - 30.03$	4.49
7.44	$K_I = 18.4 a^5 - 173.4 a^4 + 607.78 a^3 - 969.14 a^2 + 687.47 a - 164.43$	3.42

2- Courbes $a_c(e_p)$:

Résumé de la variation de la longueur de fissure critique a_c en fonction d'éloignement de pied de la dent e_p .

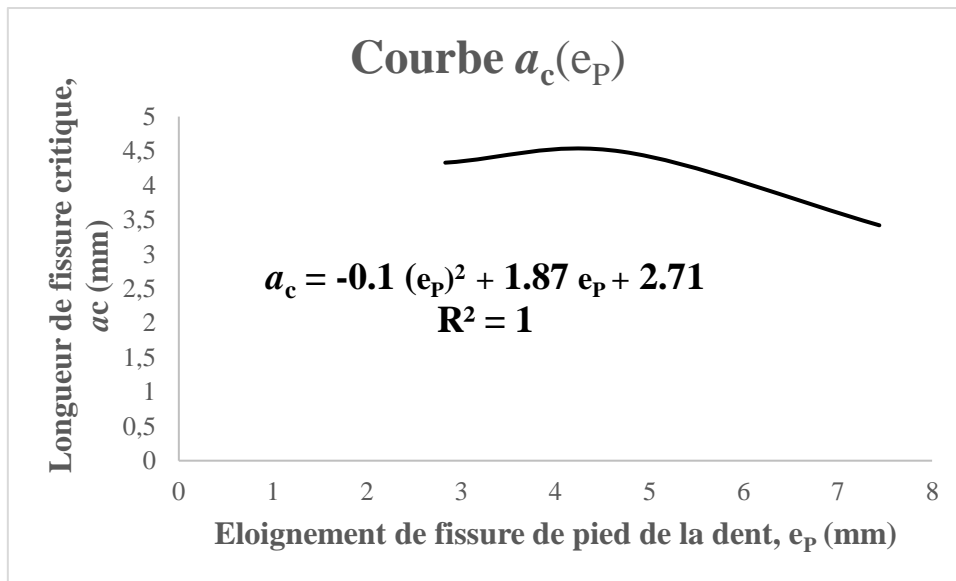


Figure 39 - Courbe de la longueur de fissure critique en fonction de l'éloignement

Conclusion générale

La simulation de la roue dentée, sans fissure par RDM6 et à la rupture par Franc2D est faite avec succès, nous donnons en dessous les principales conclusions des deux parties de l'étude :

1/ première partie :

•Les résultats obtenus avec le logiciel RDM6 des de chargements étudiier sont conformes aux résultats obtenus théoriquement c-à-d que la roue supporte la charge appliquée.

2/ deuxième partie :

-La simulation de la roue dentée, à la rupture par Franc2D, nous a aidé à la détermination le facteur d'intensité de contraintes K_I pour des différents éloignements de fissure de pied de la dent e_P , ce qui nous a mené à calculer les longueurs de fissure critiques pour chaque cas des éloignements précédents.

-D'après les résultats des courbes $K_I(a)$, on remarque bien que la fissure au pied de la dent est le plus dangereux car le matériau se comporte comme étant moins tenace.

Références

- [1] Mécanique de la rupture – Définition & Explications, s. d. (Techno-Science.net)
- [2] MECANIQUE DE LA RUPTURE – PDF Téléchargements Gratuit. s. d. (docplayer.fr)
- [3] Saidi, H. E. (2016). Calcul du facteur d'intensité de contrainte par ABAQUS pour une fissure centrale et une fissure débouchante, PFE
- [3] DR. Lyes BIDI, Mécanique de la rupture « Fatigue – Expertise », Cour, UMC 1 2019
- [4] MC-B Hanane HADJIT, Mécanique de la rupture CHIII, Cour, CU Relizane
- [5] Transmissions mécaniques- Engrenages, Wiki livres (wikibooks.org)
- [6] J.-L. Fanchon, Guide des sciences de technologies industrielles, AFNOR Nathan
- [7] André Meyer, Engrenage, V15 mai 2022
- [8] Boudar Billel & El fertas Mohamed, Systèmes mécaniques : théorie et dimensionnement, Michel Aublin, Dunod le contact de deux dents d'un engrenage, PFE
- [9] M. Sid Ahmed & Garnier, « détection des défauts dans les engrenages », CETIM Informations.
- [10] RDMFLEX, PDF, IUT Le Mans 2011
- [11] Software | Cornell Fracture Group. (s. d.). <https://cfg.cornell.edu/software/>
- [12] CC Castigliano & Lab. MdF - Franc2D. (s. d.). <https://areweb.polito.it/ricerca/fracmechlab/software/franc2d.html>