

N° d'ordre :



Département de mathématiques

Mémoire de projet de Fin d'Études

En vue de l'obtention du diplôme de Master

En : Mathématiques

Spécialité : Recherche Opérationnelle

Par : KASMI Chaima et BOUNEKHLA Yamina

Thème

Identification des paramètres du modèle VIH par des algorithmes d'optimisation chaotiques

Soutenue publiquement le 17/07 2023, devant le jury composé de :

Raber Dalila	M.A.A	Université de Blida 1	Présidente
Messaoudi Nadia Amel	M.C.B	Université de Blida 1	Encadreur
Djemia Noura	M.A.A	Université de Blida 1	Examinatrice
Boudissa ElGhalia	M.C.A	Université de Blida 1	Examinatrice

Dédicaces

♡ *À qui je dois ce qui je suis; à toi mon cher père.*♡

♡ Je te dédie ce diplôme à mon papa car c'est à toi que je le dois et grâce à toi que je l'ai obtenu.♡

Tu as été tout le temps à mes cotés pour me Soutenir et m'encourager.
Je suis très reconnaissante pour tout l'amour et le soin que tu m'a apporté
tout au long de ma vie.

♡À ma chère maman pour toute sa tendresse, amour et affection.♡

Tu as toujours été pour moi la meilleure maman et le meilleur exemple.

♡ Dieu te protège et t'accord longue vie.♡

♡À mes chères sœurs Meriem et Khadidja et ma belle-soeur Amina et mes frères Mohamed et Abdelhak.♡

♡À mon neveu mirou mes nièces lydia et norsine ♡

♡À toute la famille Bounekhla et toutes mes amies Mira, Bouchra, Nadjet, Khadidja, Wafa et Nesrine,marwa,serine ♡

♡**Bounekhla Yamina**♡

Dédicaces

♡ *À qui je dois ce qui je suis ; à toi mon cher père .*♡

♡ Je te dédie ce diplôme papa car c'est à toi que je le dois et grâce à toi que je
l'ai obtenu.♡

Je suis très reconnaissante pour tout l'amour et le soin que tu m'a apporté
tout au long de ma vie.

♡ *À ma chère maman pour toute sa tendresse, amour et affection.*♡

Tu as toujours été pour moi la meilleure maman et le meilleur exemple.

♡ *Dieu te protège et t'accorde longue vie.*♡

♡ *À mes chères sœurs Zoulikha et Hadjer et mes frères Hamza et Abd
Rahmane .*♡

♡ *À toute la famille et toutes mes amies* ♡

♡ *À la fin à mon binôme Yamina*♡

Kasmi Chaima

Remerciements

Nous tenons à remercier tout d'abord DIEU qui nous a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail.

Nous remercions très chaleureusement notre promotrice Madame Messaoudi Nadia Amel , maître de conférences à l'université de Blida1 pour avoir dirigé nos travaux. Merci pour vos conseils et votre rigueur.

Nous remercions, Madame Raber Dalila , maître assistante à l'université de Blida1 pour avoir accepté de présider l'honorable jury.

Nous adressons nos remerciements à Madame Boudissa El ghalia, maître de conférences à l'université de Blida 1 et Mme Djemia Noura , maitre assistante à l'université de Blida 1 qui ont fait l'honneur d'accepter de juger ce travail.

Nous adressons nos remerciements à tout le personnel de l'université de Blida 1, en particulier les enseignants et le chef du département de mathématiques Mr Tami Omar qui ont contribué à notre formation durant nos études.

Nous tenons aussi à remercier tous les membres de nos familles et sans oublier nos amies.

0

Résumé

Ce travail est dédié à l'identification des paramètres du modèle de Virus de l'Immunodéficience Humaine (VIH) à l'aide d'algorithmes d'optimisation chaotiques. Quelques notions sur les systèmes dynamiques chaotiques sont présentées. Des techniques d'optimisations déterministes et stochastiques sont également exposées. La convergence des méthodes déterministes dépend du choix du point initial et par conséquent, elles peuvent être piégées dans un minimum local. Les méthodes stochastiques convergent généralement vers un minimum global mais elles souffrent de la convergence prématurée. L'algorithme d'optimisation chaotique pallie aux carences des méthodes déterministes et stochastiques. Quatre algorithmes d'optimisations chaotiques basés sur Lozi map, circl map, logistic map et tent map sont développés. A l'aide de données simulées du modèle VIH considérées comme étant des données mesurées, nous avons vérifié leur convergence. Les résultats obtenus des quatre algorithmes d'optimisation chaotiques montrent une bonne superposition entre les gradeurs mesurées et celles calculées en utilisant le vecteur paramètre identifié.

Mots-clé : Optimisation, VIH , algorithme d'optimisation chaotique (AOC), carte chaotique de Lozi, carte chaotique de tente , carte chaotique logistique , carte chaotique circulaire.

Abstract

This work is dedicated to the parameters identification of the Human Immunodeficiency Virus (HIV) model using chaotic optimization algorithms. Some notions on chaotic dynamical systems are presented. Deterministic and stochastic optimization techniques are also exposed. The deterministic methods convergence depends on an initial point choice. Therefore, they can be trapped in a local minimum. Generally, stochastic methods converge to a global minimum but they have a drawback of premature convergence. The chaotic optimization algorithm overcomes the shortcomings of deterministic and stochastic methods. Four chaotic optimization algorithms based on Lozi map, circl map, logistic map and tent map are developed. Using simulated data from the HIV model considered to be measured data, we verified their convergence. The results obtained from the four chaotic optimization algorithms show a good superposition between the data measured and the calculated ones using the identified parameters vector.

Keywords : Optimization, HIV, ACO (chaotic optimization algorithm), lozi map, tent map, logistics map, circl map.

Table des matières

1	Quelques notions sur les systèmes dynamiques chaotiques	3
1.1	Système dynamique	3
1.1.1	Système dynamique continu	4
1.1.2	Système dynamique discret	4
1.1.3	Système autonome et non autonome	4
1.2	Définition du chaos	5
1.3	Histoire du chaos	6
1.4	Définitions mathématiques du chaos	7
1.5	Caractéristiques du chaos	8
1.5.1	Sensibilité aux conditions initiales	8
1.5.2	Exposants de Lyapunov	8
1.5.3	Attracteur chaotique	8
1.5.4	Dimension fractale	8
1.6	Exemples des systèmes chaotiques en temps discret (Chao maps)	9
1.7	Carte chaotique	9
1.7.1	Système dynamique discret de dimension deux (Lozi map)	9
1.7.2	Logistic map	10
1.7.3	Tent map	11
1.7.4	Circl map	12
1.8	Domaines d'application du chaos	12
1.9	La différence entre le chaos et l'aléatoire	13
2	Identification des paramètres des systèmes dynamiques par l'algorithme d'optimisation chaotique	14
2.1	Définition d'un modèle mathématique	14
2.2	Identification paramétrique des modèles	14
2.3	Méthode de résolution du problème d'optimisation	16
2.3.1	Définition d'un problème d'optimisation	16
2.3.2	Méthodes d'optimisation	17

TABLE DES MATIÈRES

2.4	Les méthodes de recherche chaotiques :	19
2.4.1	Les algorithmes de recherche chaotiques	19
2.4.2	Principe et étapes de l'agorithme d'optimisation chaotique :	20
3	Application de l'Algorithme d'optimisation chaotique à l'identification du modèle HIV	23
3.1	Description du modèle HIV	23
3.2	Résolution numérique du modèle HIV	24
3.2.1	Application de RK4 à une équation différentielle	24
3.2.2	Données simulées :	25
3.3	Identificatin du modèle HIV	27
	Conclusion et perspectives	37
	Bibliographie	38

Table des figures

1	Chapitre 1	3
1.1	Lozi map	10
1.2	Logistic map	11
1.3	Tent map	11
1.4	Circl map	12
2	Chapitre 2	14
2.1	Exemple d'une fonction multimodale	17
2.2	Minimum local et Minimum global d'une fonction multimodale	17
2.3	Comparaison entre la recherche aléatoire et recherche la chaotique	20
3	Chapitre 3	23
3.1	Evolution de x_{1m} en fonction du temps	26
3.2	Evolution de x_{2m} en fonction du temps	27
3.3	Evolution de x_{3m} en fonction du temps	27
3.4	Superposition et Erreur entre x_{1m} et x_{1c} par COA basé sur Lozi Map	29
3.5	Superposition et Erreur entre x_{2m} et x_{2c} par COA basé sur Lozi Map	29
3.6	Superposition et Erreur entre x_{3m} et x_{3c} par COA basé sur Lozi Map	30
3.7	Superposition et Erreur entre x_{1m} et x_{1c} par COA basé sur logistic Map	31
3.8	Superposition et Erreur entre x_{2m} et x_{2c} par COA basé sur logistic Map	32
3.9	Superposition et Erreur entre x_{3m} et x_{3c} par COA basé sur logistic Map	32
3.10	Superposition et Erreur entre x_{1m} et x_{1c} par COA basé sur Tent Map	33
3.11	Superposition et Erreur entre x_{2m} et x_{2c} par COA basé sur Tent Map	34
3.12	Superposition et Erreur entre x_{3m} et x_{3c} par COA basé sur Tent Map	34
3.13	Superposition et Erreur entre x_{1m} et x_{1c} par COA basé sur Circl Map	35
3.14	Superposition et Erreur entre x_{2m} et x_{2c} par COA basé sur Circl Map	36
3.15	Superposition et Erreur entre x_{3m} et x_{3c} par COA basé sur Circl Map	36

Introduction générale

L'optimisation touche tous les domaines de recherche et trouve une place de choix dans les travaux publiés. La modélisation et l'identification d'un système sont incontournables pour son contrôle et son diagnostic. Généralement, l'identification des paramètres est obtenue par minimisation d'une fonction représentant l'erreur quadratique entre les grandeurs mesurées du système et les grandeurs calculées à partir du modèle adopté du système.

Plusieurs techniques d'optimisation sont proposées dans la littérature et peuvent être classées en deux groupes [5, 4], à savoir les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques.

Les méthodes déterministes [25] (Gradient, Newton, Levenberg-Marquardt, gradient projeté, ... etc) sont basées sur le calcul de la dérivée qui est aisé à calculer lorsque la fonction à minimiser est explicite. Dans le cas où la fonction est implicite, le calcul de la dérivée est réalisé d'une manière numérique. Les méthodes déterministes sans calcul de dérivées telles que (relaxation cyclique, hooke et jeeves, rosenbrock, simplexe) sont bien adaptées pour les fonctions implicites. L'inconvénient des méthodes déterministes est que leur convergence dépend du point initial.

Les méthodes stochastiques [16] ne nécessitent aucune connaissance sur la fonction à minimiser telles que (algorithmes génétiques (AG), Particle swarm optimisation (PSO), colonies de fourmi (ACO) etc.) et convergent généralement vers le minimum global. Cependant, elles sont gourmandes en temps de calcul et souffrent de la convergence prématurée.

Les algorithmes d'optimisations chaotiques (ACO) [14, 32] sont basés sur des cartes chaotiques qui génèrent de nombreux nombres considérés comme des points initiaux. Les ACO remédient aux carences des méthodes déterministes et stochastiques. Les ACO réalisent une bonne recherche globale puis une recherche locale. Ils ont aussi le mérite de ne nécessiter aucune connaissance sur la fonction à optimiser. Les ACO se distinguent les uns des autres par le chaos map associé. Plusieurs chaos map sont proposés dans la littérature [14, 32]. L'inconvénient des ACO est qu'ils nécessitent un volume calculatoire important. Ce mémoire est organisé en trois chapitres et il est dédié à l'identification du virus HIV à l'aide de l'algorithme d'optimisation chaotique.

Le premier chapitre est consacré à la présentation des notions sur les systèmes dynamiques chaotiques, la définition du chaos et ses caractéristiques.

Le chapitre deux, définit un modèle mathématique et donne une position du problème

d'identification paramétriques des systèmes dynamique HIV ainsi que l'algorithme d'optimisation chaotique.

Le troisième chapitre montre les résultats de l'identification du modèle HIV à l'aide de quatre chaos map(Lozi map, Tent map, Logistic map et circl map).

Le mémoire est clôturé par une conclusion générale et quelques perspectives.

Chapitre 1

Quelques notions sur les systèmes dynamiques chaotiques

Introduction

Dans ce chapitre, on donne les définitions nécessaires à l'introduction des notions sur les systèmes dynamiques chaotiques. Nous présentons les définitions relatives au système dynamique et nous définissons également la notion du chaos et ses caractéristiques. Nous présentons aussi quelques chaos maps qui seront associé à l'identification du HIV.

1.1 Système dynamique

Un système dynamique [19] décrit des phénomènes qui évoluent au cours du temps. Le terme " système " fait référence à un ensemble de variable d'état (dont la valeur évolue au cours du temps) et aux interactions entre ces variables. L'étude de l'évolution d'un système nécessite la connaissance :

- De son état initial.
- De sa loi d'évolution.

Définition 1.1.1

Un système dynamique [18] est décrit par une fonction mathématique présentant deux types de variables dynamiques et statiques.

Les variables dynamiques varient en fonction du temps.

Les variables statiques, encore appelés paramètres du système, sont fixes.

Définition 1.1.2 [15]

On définit un système dynamique par un triplet (X, T, f) constitué de l'espace d'états X , du domaine temporel T et d'une application de transition d'état : $f : X \times T \rightarrow X$ qui permet de définir l'état du système à tout instant à partir d'un vecteur de conditions initiales.

1.1.1 Système dynamique continu

Dans le cas où le temps est continu, le système dynamique est décrit par un système d'équations différentielles de la forme :

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t) \text{ où } x \in \mathbb{R}^n \quad (1.1)$$

Exemple. Le système de Lorenz est défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma(y - x) \\ \frac{dy}{dt} = x(r - z) - y \\ \frac{dz}{dt} = xy - bz \end{cases} \quad (1.2)$$

Où x, y, z sont les variables d'état du système, σ, r et b sont des paramètres réels.

1.1.2 Système dynamique discret

Dans le cas où le temps est discret, le système dynamique est décrit par une application itérative :

$$x_{k+1} = f(x_k, p), x \in \mathbb{R}^n \text{ et } p \in \mathbb{R}^r, k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1.3)$$

Exemple : L'application logistique

$$y_{k+1} = ay_k(1 - y_k) \quad (1.4)$$

où a est un paramètre réel.

1.1.3 Système autonome et non autonome

Un système différentiel est dit autonome si f ne dépend pas explicitement de t , Dans ce cas on l'écrira :

$$\dot{x} = f(x, p), x \in \mathbb{R}^n \text{ et } p \in \mathbb{R}^r \quad (1.5)$$

Exemple. Soit le système autonome suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 2x_3 \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_2 \\ \dot{x}_3 = 1 \end{cases} \quad (1.6)$$

Si f dépend du temps t , le système différentiel est dit non autonome.

Espace d'état [30]

L'espace d'état est l'ensemble des coordonnées qui doivent être fournies pour la description complète du système. Cet espace peut être discret ou continu.

Trajectoire [17]

Soit $x_0 \in \mathbb{R}^n$ une condition initiale et $x(x_0, t)$ la solution de (1.5). L'ensemble des points $\{x(x_0, t)/t \in \mathbb{R}\}$ est la trajectoire dans l'espace d'état passant par le point x_0 à l'instant initial ($t = 0$), noté :

$$\gamma_{x_0} = \{(x_0, t)/t \in \mathbb{R}\} \quad (1.7)$$

Espace de phase [32]

Un espace de phase est un espace mathématique, souvent multidimensionnel, dont chaque axe de coordonnées correspond une variable d'état du système dynamique étudié.

1.2 Définition du chaos

Bien qu'il n'existe pas une définition du chaos adoptée de façon universelle dans la littérature, on pourrait dire que c'est un phénomène qui peut apparaître dans les systèmes dynamiques déterministes non linéaires caractérisés par une évolution qui semble aléatoire et un aspect fondamental d'instabilité appelé sensibilité aux conditions initiales, ce qui le rend imprédictible en pratique à long terme. [11]

Les propriétés des systèmes dynamiques chaotiques sont :

- **La non linéarité** : La non linéarité est l'une des caractéristiques fondamentales des systèmes chaotiques. En effet, tout système linéaire ne peut pas être chaotique.
- **Le déterminisme** : La notion de déterminisme signifie la capacité de prédire le futur d'un phénomène à partir d'un événement passé ou présent. L'évolution irrégulière du comportement d'un système chaotique est due aux non linéarités dans les phénomènes aléatoires. Cependant, il est absolument impossible de prévoir la trajectoire d'une quelconque particule. *Al'oppos, un systme chaotique a des rgles fondamentales sdeterministes et non p*

- **Sensibilité aux conditions initiales** :Les systèmes chaotiques sont extrêmement très sensibles aux conditions initiales et aux petites perturbations sur l'état initial d'un système peuvent conduire finalement à un comportement strictement différent dans son état final.
- **L'imprévisibilité** :En raison de la sensibilité aux conditions initiales, qui peuvent être connues seulement à un degré fini de précision.

1.3 Histoire du chaos

Dans le milieu scientifique [23], le concept a émergé dans la seconde partie des années 1970 en tant que science des phénomènes non linéaires complexes montrant certaines caractéristiques communes. Le mathématicien Henri Poincaré a démontré que certains systèmes mécaniques, dont l'évolution temporelle est gouvernée par des équations hamiltoniennes, peuvent exhiber un mouvement chaotique. Malheureusement ceci fut considéré par beaucoup de physiciens comme simple curiosité. Il a fallu 70 ans, pour que le météorologiste E.N.Lorenz (1963) découvre que même un simple ensemble de trois équations (non linéaire couplées et du premier ordre) peut donner lieu à des trajectoires complètement chaotiques. Ainsi, Lorenz a mis en évidence un des premiers exemples de chaos déterministe dans les systèmes dissipatifs. Dans les années qui ont suivi, à cause des résultats théoriques, de la puissance incrémentale des ordinateurs, et des techniques expérimentales de plus raffinées, il est devenu vraisemblable que ce phénomène soit abondant dans la nature et beaucoup de conséquences et de ramifications dans de nombreux domaines scientifiques. Il faut noter que la non linéarité est une condition nécessaire, mais pas suffisante pour générer le chaos.

En 1890, Le Roi Oscar II de Suède octroie un prix au premier chercheur qui pourrait déterminer et résoudre le problème des n-corps des orbites des corps célestes et ainsi prouver la stabilité du système solaire. Jusqu'à ce jour, le problème n'a pas été résolu.

En 1890, Henri Poincaré gagne le premier prix du Roi Oscar II. Etant le plus proche à résoudre le problème de n-corps, il a découvert que l'orbite de trois corps célestes agissantes l'une sur l'autre peut engendrer un comportement instable et imprévisible. Ainsi, le chaos est né (mais pas encore mentionné).

En 1963, Edward Lorenz découvre le premier système chaotique dans la météo ou encore appelé attracteur étrange.

En 1975, Tien-Yien Li et James A. Yorke ont présenté pour la première fois le terme "chaos" dans un article intitulé "Period three implies chaos".

En 1978, Mitchell Feigenbaum a introduit un nombre universel associé au chaos.

En 1990, Edward Ott, Celso Grebogi et James A. Yorke. ont introduit la notion de contrôle du chaos.

En 1990, Lou Pecora a introduit la synchronisation des systèmes chaotiques.

1.4 Définitions mathématiques du chaos

Plusieurs définitions mathématiques du chaos sont présentées dans la littérature. Nous citons quelques unes .

Définition 1.4.1 [34]

L'application $z : I \rightarrow I$ possède une sensibilité aux conditions initiales s'il existe $\delta < 0$ tel que, pour un certain $x \in I$ et un certain voisinage $V \subset I$ de x , il existe $y \in V$ tel que $\|z^n(x) - z^n(y)\| > \delta$.

Avant d'entamer la notion d'irréductibilité, il est nécessaire d'introduire la notion d'ensemble dense.

Définition 1.4.2 [34] (Ensemble dense)

Supposons que X est un ensemble et Y un sous-ensemble de X . Y est dense dans X si pour n'importe quel élément $x \in X$, il existe un élément y dans le sous-ensemble Y arbitrairement proche de x , c'est-à-dire si la fermeture de Y est égale à X : $\bar{Y} = X$. Ce qui revient à dire que Y est dense dans X si pour tout $x \in X$ on peut trouver une séquence $\{y_n\} \in Y$ qui convergent vers x .

Exemple : L'ensemble des nombres rationnels et l'ensemble des nombres irrationnels sont denses dans l'ensemble des nombres réels.

Remarques.

-L'irréductibilité empêche le système chaotique d'être décomposé en sous-systèmes (sous-ensembles ouverts invariants) qui n'interagissent pas sous l'application. Cette propriété s'appelle la transitivité topologique. Autrement dit, une application transitive topologiquement possède des points qui évoluent d'un petit voisinage arbitraire vers n'importe quel autre.

-Notons qu'une application possédant une orbite dense est transitive topologiquement et que l'inverse est également vrai.

Définition 1.4.3 [28]

La définition du chaos au sens de Devaney . L'application $z : I \rightarrow I$ est dite transitive topologiquement si pour toute paire d'ensembles ouverts $U, V \subset I$, il existe $k > 0$ tel que $z^k(U) \cap V \neq \emptyset$

Remarque

-Contrairement aux comportements purement aléatoires, les systèmes chaotiques possèdent une certaine régularité qui se traduit par le fait que les points périodiques sont denses. La densité

des points périodiques exprime l'infinité des comportements dynamiques que prodigue le chaos.

Définition 1.4.4 [34]

Soit un ensemble V , l'application $z : I \rightarrow I$ est dite chaotique sur V si :

- 1. z possède une sensibilité aux conditions initiales.*
- 2. z est topologiquement transitive.*
- 3. Les points périodiques sont denses dans V .*

1.5 Caractéristiques du chaos

Le chaos est caractérisé par les propriétés suivantes [32] :

1.5.1 Sensibilité aux conditions initiales

Cette propriété a été observée pour la première fois par E.Lorenz sur son modèle météorologique. Elle est connue sous le nom populaire d'effet papillon. La sensibilité des trajectoires chaotiques aux conditions initiales est une autre caractéristique permettant de reconnaître un comportement chaotique.

1.5.2 Exposants de Lyapunov

L'exposant de Lyapunov sert à mesurer le degré de stabilité d'un système et permet de quantifier la sensibilité aux conditions initiales d'un système chaotique.

1.5.3 Attracteur chaotique

L'attracteur étrange (chaotique) est une forme géométrique complexe qui caractérise l'évolution des systèmes dynamiques chaotiques : au bout d'un certain temps, tous les points de l'espace des phases donnent des trajectoires qui tendent à former l'attracteur étrange d'une manière spécifique et unique, il est appelé étrange en raison de l'étrangeté de ce comportement.

1.5.4 Dimension fractale

La Dimension fractale est une grandeur qui a la vocation de traduire la façon qu'à un ensemble fractal de remplir l'espace, à toutes les échelles. Il existe plusieurs formules pour calculer la dimension fractale (dimension de capacité, dimension d'information, dimension de corrélation,...) pour les attracteurs chaotiques, parmi celle-ci on peut citer : Dimension de Hausdor, Dimension de Lyapunov , Dimension de Kaplan-Yorke .

Le lecteur peut se référer à [24, 12, 13] pour voir d'autres formules de calcul de la dimension de fractale.

1.6 Exemples des systèmes chaotiques en temps discret (Chao maps)

1.7 Carte chaotique

Une carte chaotique (en anglais chao map) [1] est une relation de récurrence (suite ou une équation aux différences) décrivant un système dynamique chaotique discret par :

$$y_i(k+1) = f(y_1(k), y_2(k), \dots, y_n(k)), k = 0, 1, 2, \dots, N$$

où : $y \in I^n$, $f : I^n \rightarrow I^n$ est une fonction à n dimensions, $I \subset [0, 1]^n$ ou $[-1, 1]^n$

n : la dimension de l'espace d'état

$y_i(k+1)$: l'état suivant et $y_i(k)$: l'état du système au temps k .

k : désigne le temps discret.

N : nombre d'itération.

On distingue des cartes chaotiques unidimensionnelles, comme Logistic map, Tent map, Sinusodiale map, et des cartes bidimensionnelles telles que : Hénon map et Lozi map.

Remarque :

L'étude des systèmes dynamiques (discret ou continu) produisent souvent des cartes chaotiques.

Dans la littérature, il existe des cartes chaotiques qui décrivent les systèmes dynamiques continus, le lecteur peut se référer aux [32, 1] pour plus de détail.

1.7.1 Système dynamique discret de dimension deux (Lozi map)

En 1978, René Lozi a introduit un système bidimensionnel ayant des équations et des attracteurs semblent pareils à ceux du système célèbre précité de Hénon. En 1976, le mathématicien Michel Hénon, a proposé un modèle régié par les équations suivantes [11] :

$$\begin{cases} y_1(k) = y_k + 1 - a[y_1(k-1)]^2 \\ y_2(k) = by_1(k-1) \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots \quad (1.8)$$

Dans le but de simplifier l'application de Hénon, René Lozi propose l'application $L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ qui est présentée comme suite [27] :

$$\begin{cases} y_1(k) = 1 - a \cdot |y_1(k-1)| + y(k-1) \\ y(k) = b \cdot y_1(k-1) \end{cases} \quad (1.9)$$

$$z(k) = \frac{y(k) - \alpha}{\beta - \alpha}$$

où a, b sont des paramètres réels, k le numéro d'itérations, la valeur de z est dans l'intervalle $[0, 1]$. Ainsi $y \in [-0.6418, 0.6716]$ et $(\alpha, \beta) = (-0.6418, 0.6716)$.

Lozi est chaotique pour $a = 1.7$ et $b = 0.5$

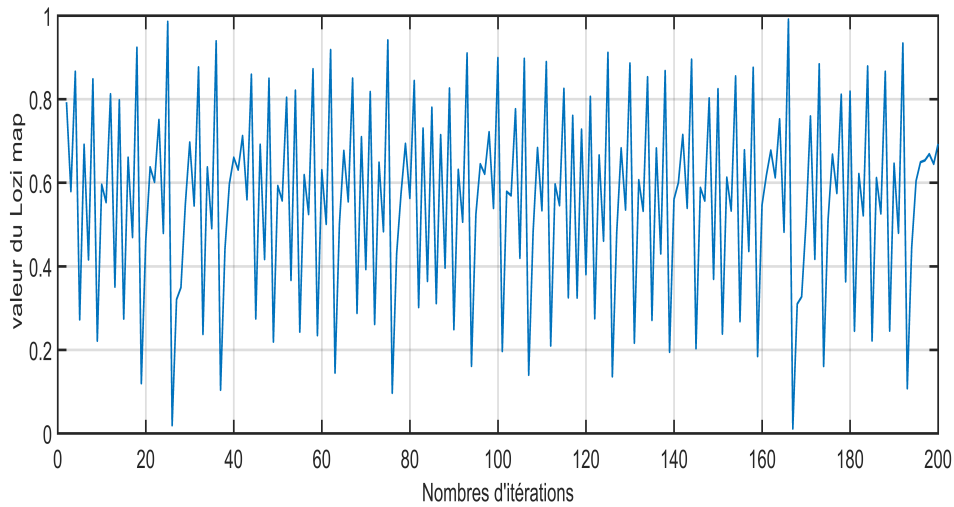


FIGURE 1.1 – Lozi map

- La seule différence entre ces deux système est que le terme non-linéaire $y_1[(k-1)]^2$ du système de Hénon est remplacé par $|y_1(k-1)|$ dans le système de Lozi qui fait de ce système une application non différentielle .

1.7.2 Logistic map

L'application Logistique est l'une des cartes les plus simples qui a été portée à l'attention des scientifiques par Sir Robert May en 1976 qui est définie comme suite [29] :

$$y_{k+1} = ay_k(1 - y_k) \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (1.10)$$

où $y_k \in [0, 1]$, n désigne le numéro d'itérations, sous la condition que le point initial $y_0 \in [0, 1]$

Logistique est chaotique pour $a = 4$.

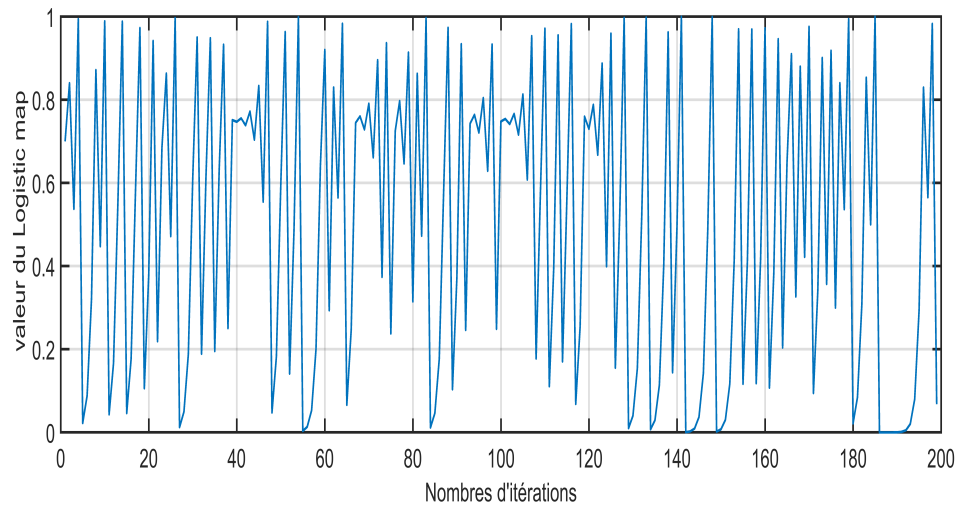


FIGURE 1.2 – Logistic map

1.7.3 Tent map

L'application tente génère des séquences chaotiques dans $[0, 1]$ avec $y_0 \in [0, 1]$ prenant la forme [7] :

$$y_{k+1} = \begin{cases} \frac{y_k}{0.7} & y_k < 0.7 \\ \frac{10}{3}(1 - y_k) & \text{ailleurs} \end{cases} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (1.11)$$

Le graphe de l'application tente est donné par la figure suivante :

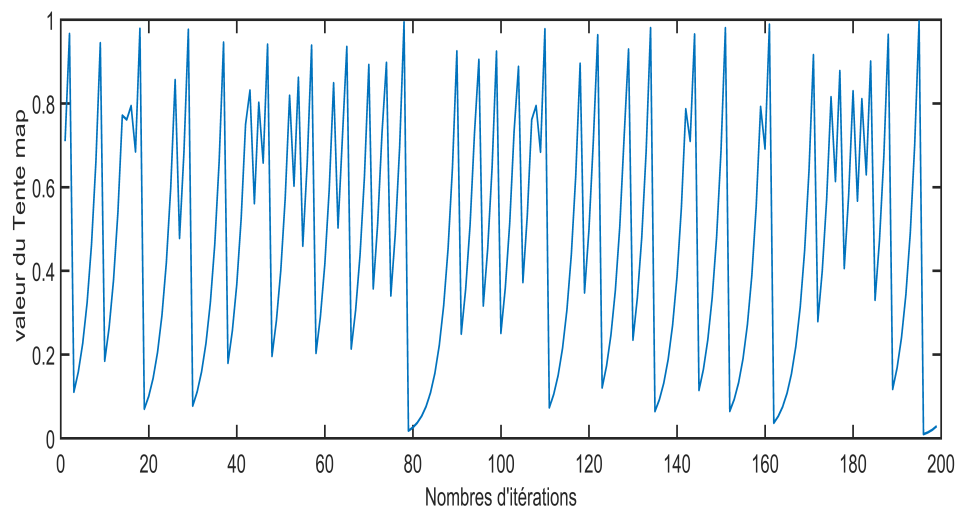


FIGURE 1.3 – Tent map

1.7.4 Circl map

L'application Cercle (en anglais circl map) est représentée par [33] :

$$y_{k+1} = y_k + b - \left(\frac{a}{2\pi}\right) \sin(2\pi y_k) \text{mod}(1) \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (1.12)$$

Dans cette équation, $a=0.5$ et $b=0.2$.

La fonction "mod" représente le reste de la division du nombre par 1,c'est-à-dire la partie fractionnaire.

Avec $y_0 \in [0, 1]$, elle génère une suite chaotique dans $[0,1]$.

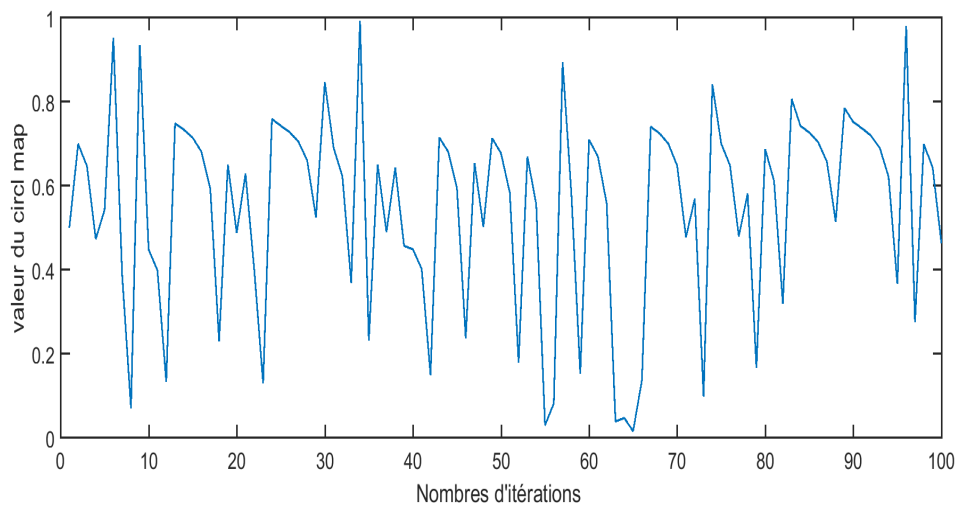


FIGURE 1.4 – Circl map

1.8 Domaines d'application du chaos

Les domaines d'application du chaos sont très nombreux, on peut citer principalement les domaines suivants :

Ordinateurs :

Commutation des paquets dans des réseaux informatiques. Contrôle du chaos dans les systèmes robotiques.

Médecine :

Analyse du rythme cardiaque, Détection de cancer de sein, détecter les cas de schizophrénie.

Biologie :

Analyse de population, consommation du CO_2 d'une forêt .

1.9 La différence entre le chaos et l'aléatoire

La différence entre le chaos et l'aléatoire nous a paru le point le plus important de la compréhension du chaos. En effet, On a toujours tendance à considérer qu'un phénomène tire son imprédictibilité du nombre trop important de paramètres en jeu dans sa description. Ce qui nous pousse à en donner une approche probabiliste qui peut être parfaitement satisfaisante, garde par définition une certaine marge d'aléatoire. En ce qui concerne le chaos, il n'en est rien, les systèmes chaotiques se comportent, En effet, d'une manière qui peut sembler aléatoire. Mais ce comportement est en fait décrit de manière déterministe par des équations non linéaires parfaitement déterministe, c'est-à-dire en particulier avec des outils mathématiques qui permettant une approche précise et certaine. Pour paraphraser une publicité célèbre, on pourrait écrire : "ça ressemble à du hasard, ça a le goût du hasard,...mais ce n'est pas du hasard!".[10]

Conclusion

Des définitions mathématiques sont données dans ce chapitre . L 'histoire du chaos est également développé ainsi que des définitions du chaos . Quatre chaos maps sont présentés en vue de les associés à l'identification du modèle HIV, ce que nous allons voir dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Identification des paramètres des systèmes dynamiques par l'algorithme d'optimisation chaotique

Introduction :

Dans ce chapitre, nous présentons quelques définitions nécessaires pour les problèmes d'identification paramétrique d'un phénomène réel (biologique, industriel, ...) . Le système à identifier est représenté sous forme d'un système d'équations différentielles non linéaires comportant des paramètres qu'on suppose constants. L'identification des paramètres est réalisée à l'aide la minimisation d'une fonctionnelle d'erreur exprimant la somme des carrés des écarts entre les valeurs expérimentales disponibles et les valeurs calculées à partir de la résolution du système. La connaissance des paramètres conduit à un modèle mathématique reflétant le comportement réel du système. Ceci, nous permet de le contrôler et d'améliorer ses performances.

2.1 Définition d'un modèle mathématique

On appelle modèle mathématique toute représentation mathématique sous forme d'équations, soit algébriques, différentielles ou aux différences, dont les sorties du système dépendent des entrées du système.

2.2 Identification paramétrique des modèles

Considérons un système biologique modélisé par les équations différentielles :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(x_1, \dots, x_m, p_1, \dots, p_n, t) \\ x_i(t=0) = \beta_i, i = 1, \dots, m, \quad \text{fixés} \end{cases} \quad (2.1)$$

où : f_i sont des fonctions non linéaires connues et p_1, \dots, p_n sont des paramètres constants à déterminer à partir d'observations .

$$Y = B.x \quad (2.2)$$

où $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$ représente le vecteur d'état du système.

B est une matrice $(l \times m)$ constante, connue appelée *matrice d'observation*.

Généralement, les conditions initiales du système différentiel (2.1) peuvent être précisées. Par exemple, en médecine, en pharmacologie et en biologie, on administre souvent une quantité β_i de substance, de façon instantanée.

La variable d'état $x_i(t)$ correspond à la quantité (ou la concentration) de substance chimique à l'instant t .

Les paramètres $p_k, k = 1, \dots, n$ sont obtenus en minimisant la fonctionnelle d'erreur J ou en d'autre termes, ils représentent le minimum de la fonctionnelle J :

$$J = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^l (Y_i(t_j) - Y_i^c(t_j))^2 \quad (2.3)$$

où $Y_i(t_j)$ les grandeurs mesurées , Y_i^c les gradeurs calculés.

Les grandeurs mesurées et calculées sont effectuées aux mêmes instants t_j .

Y_i^c représente la fonction $Y_i(t) = (B.x)_i$ calculée en résolvant le système (2.1) lorsque p_1, \dots, p_n sont fixés.

La minimisation de J par rapport à ces paramètres consiste à chercher le vecteur p_1^*, \dots, p_n^* qui réalisent le minimum de J .

Les méthodes de minimisation du premier ou second ordre [8] s'appliquent aisément aux systèmes différentiels linéaires car le gradient ou les dérivées secondes de la fonctionnelle d'erreur peuvent être calculés analytiquement.

Dans le cas des systèmes différentiels non linéaires, le gradient et les dérivées secondes ne peuvent pas être déterminés d'une manière formelle. Ils sont donc calculés directement par dérivation numérique de la fonctionnelle d'erreur ou à l'aide des fonctions de sensibilité [20].

2.3 Méthode de résolution du problème d'optimisation

2.3.1 Définition d'un problème d'optimisation

Définition 2.3.1.1.

Un problème d'optimisation formulé comme problème de minimisation s'écrit sous la forme [31, 9] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_p f(p), \\ \text{telque,} \\ h_i(p) \leq 0, i = 1, \dots, n, \\ g_j(p) = 0, j = 1, \dots, m, \\ p \in S, \\ n, m \in \nu, \end{array} \right. \quad (2.4)$$

Où : f est la fonction à minimiser, appelés «fonction coût» ou «fonction objectif», p représente le vecteur des variables à optimiser, h_i sont les contraintes d'inégalité et g_i les contraintes d'égalité.

Définition 2.3.1.2. [32]

p^* est un minimum global de f si et seulement si $f(p^*) \leq f(p); \forall p \in S$.
 p^* est un minimum local de f si et seulement si $f(p^*) \leq f(p); \forall p \in S, \|p - p^*\| \leq \mathcal{E}, \mathcal{E} > 0$.

Définition 2.3.1.3.

Une fonction multimodale [32] présente plusieurs minima (locaux et globaux), et une fonction uni modale n'a qu'un minimum, le minimum global.

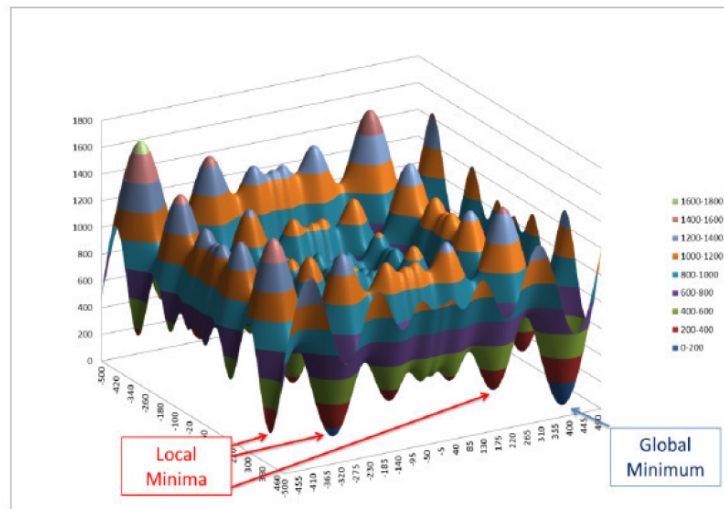


FIGURE 2.1 – Exemple d'une fonction multimodale

Définition 2.3.1.4.

On appelle «méthode locale» [32] celle qui converge vers un minimum local. Les recherches locales partent usuellement d'un point initial x_0 avec un pas fixé.

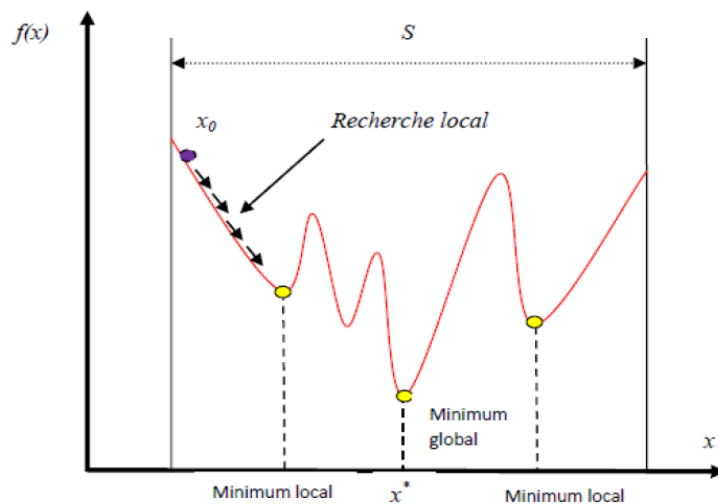


FIGURE 2.2 – Minimum local et Minimum global d'une fonction multimodale

2.3.2 Méthodes d'optimisation

Plusieurs méthodes d'optimisation sont proposées dans la littérature [5, 4] et sont répartis en deux grandes catégories :

- Méthodes déterministes.
- Méthodes stochastiques.

2.3.2.1 Méthodes déterministes

Les techniques déterministes peuvent être réparties en deux catégories.[22]

Méthodes déterministes basées sur le gradient

Ces techniques sont basées sur le calcul des dérivées à chaque itération. Le sens de descente est déterminé par la pente fournie par le gradient.

Méthodes déterministes sans calcul de dérivées

Ces techniques sont dites d'ordre zéro car elles ne nécessitent aucune connaissance particulière sur la dérivabilité de la fonction objectif. Nous pouvons évoquer les méthodes suivantes :

- Méthode de relaxation cyclique.
- Méthode de Hooke-Jeeves.
- Méthode de Rosenbrock.

2.3.2.2 Méthodes stochastiques

Nous présentons trois méthodes les plus utilisées[22] :

Optimisation par algorithme génétique

Un algorithme génétique (AG) est une procédure de recherche et d'optimisation issue de la génétique et des mécanismes de la sélection naturelle et d'évolution développée par John Holland (1975), selon le type de codage utilisé selon la représentation des paramètres utilisée.

Optimisation par essaim de particules(PSO)

L'optimisation par essaim de particules (PSO) est un algorithme d'optimisation stochastique proposé par Kennedy et Eberhart en 1995 L'optimisation par essaim de particules est une technique évolutive dans laquelle un essaim est constitué d'un certain nombre de particules.

Les particules décident de leur prochain mouvement en fonction de leur expérience. Il s'agit dans ce cas de la mémoire de la meilleure position rencontrée et de la configuration du voisinage supposé.

Algorithme des lucioles

L'algorithme des lucioles connu en anglais par le terme Firefly algorithm est une méta-heuristique introduite par Xin-SheYang. Elle est inspirée par le comportement d'émission et

d'absorption de la lumière des lucioles. Cette technique est basée sur le principe de l'attraction mutuelle entre les lucioles et simule le comportement des essaims de lucioles dans la nature. Cela offre de nombreuses similitudes avec d'autres métaheuristiques basées sur l'intelligence collective de groupe .

2.4 Les méthodes de recherche chaotiques :

2.4.1 Les algorithmes de recherche chaotiques

L'algorithme de recherche aléatoire est probablement le plus robuste, car il n'est pas limité par le dimensionnement de l'espace de recherche, cependant il est probablement le moins efficace. Les algorithmes de recherche aléatoire peuvent être utilisés d'une manière intelligente de manière à ce que leur efficacité puisse être améliorés et leurs avantages restent valables en même temps. L'idée principale est de construire des algorithmes de recherche chaotique qui explorent l'espace de recherche d'une manière chaotique. Les algorithmes d'optimisation chaotiques comme une méthode émergente de l'optimisation globale ont attiré beaucoup d'attention dans les applications d'ingénierie. Leurs bonnes performances ont été soulignées. Dans le cadre d'algorithmes évolutionnaires, l'utilisation de séquences chaotiques au lieu de celles aléatoires a été introduite par Caponetto et al.[6]

La recherche chaotique de l'optimum :

La méthode de la recherche chaotique est une méthode non affectée par la dimension du problème d'optimisation. Cette méthode est basée sur l'exploration de l'espace de recherche S d'une manière chaotique afin de trouver un point qui minimise la fonction objectif f .

Cette méthode consiste à :

1-Sélectionner à chaque itération une solution au hasard.

2-Evaluer la fonction objectif f en cette solution (ou point) qui est générée par une carte chaotique(Lozi map, logistic map, tent map,...ect).

3-Faire un test :

La nouvelle valeur obtenue est comparée à la précédente, si elle est meilleure que la précédente, cette valeur est enregistrée, ainsi que la solution correspondante et le processus continue. Sinon on repart du point précédent et on recommence le procédé, jusqu'à ce que les conditions d'arrêt soient atteintes.

La figure suivante montre une comparaison entre la méthode de recherche aléatoire dont les variables de la fonction objectif sont générées selon une loi uniforme sur l'espace de recherche avec la méthode de recherche chaotique, ici la variable de la fonction objectif sont générées chaotiquement selon une application chaotique sur l'espace de recherche.

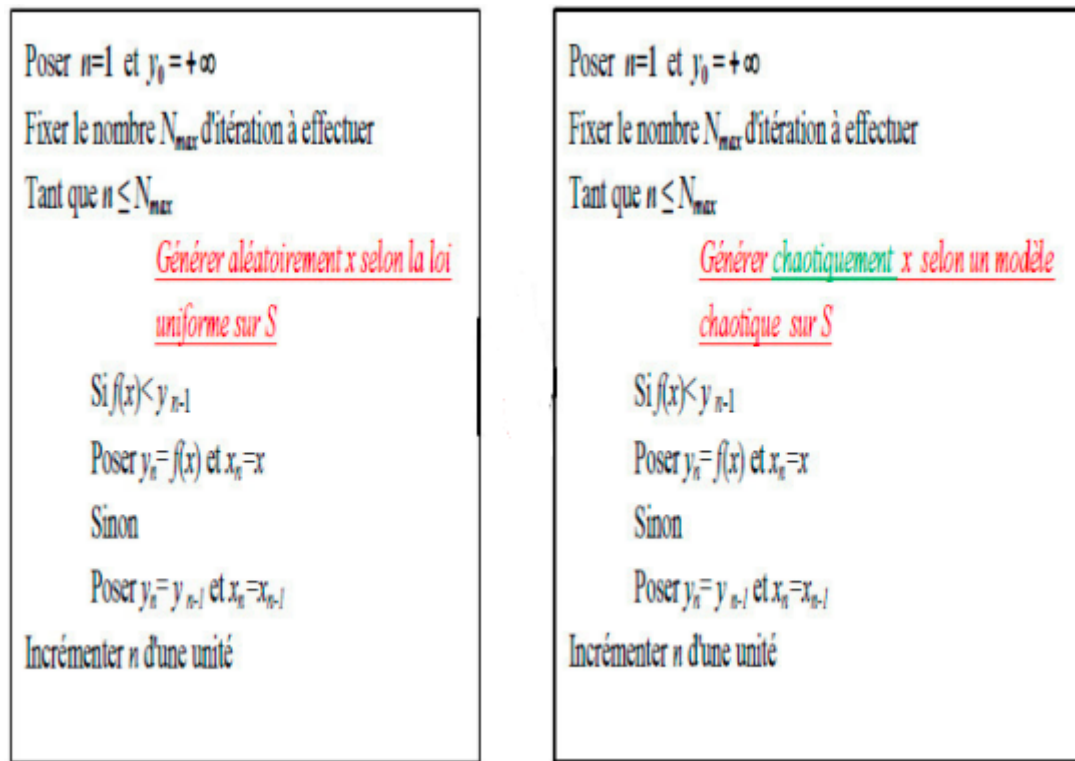


FIGURE 2.3 – Comparaison entre la recherche aléatoire et recherche la chaotique

2.4.2 Principe et étapes de l'agorithme d'optimisation chaotique :

Les problèmes d'optimisation sans contraintes avec des variables continues peuvent être formulés comme des problèmes d'optimisation de la manière suivante :

$$\begin{cases} \min f(P), \\ \text{telque,} \\ P = [p_1, p_2, \dots, p_n], \\ p_i \in [L_i, U_i], i = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (2.5)$$

où : f est appelée fonction objectif, P représente le vecteur des variables d'optimisation .

La méthode de recherche chaotique basée sur certain modèle chaotique peut être illustrée comme suit [21, 3, 2, 14] :

Données :

M_g : le nombre maximal d'intérations de la recherche globale chaotique.

M_l : le nombre maximum d'intérations de la recherche locale chaotique.

$M_g + M_l$: le critère d'arrêt de la méthode d'optimisation chaotique.

λ : le pas de la recherche locale chaotique.

Sorties :

\bar{X} : la meilleure solution d'exécution en cours de recherche chaotique.

\bar{f} : la meilleure valeur de la fonction objectif.

Le processus de base de COA comporte généralement deux phases principales :

- a) Définir un générateur de séquences chaotiques basées sur une application chaotique.
- b) Générer un point candidat p_c dans la région $[L, U]$, l'optimum \bar{p} , est le point candidat ayant obtenu la plus petite valeur de $f(p_c)$.

Le processus d'optimisation est schématisé par l'algorithme suivant :

les points p_c sont générés dans le domaine $[L, U]$ au moyen du vecteur chaotique z .

Dans cet Algorithme, nous supposons que les composantes de z sont restreintes à l'intervalle $[0, 1]$.

A chaque itération, un nouveau vecteur de séquences chaotiques est généré en utilisant l'application chaotique on obtient un nouvel optimum local \bar{p} .

les étapes de l'algorithme de la recherche chaotique :

La première étape de l'algorithme : Utilisée pour obtenir un bon optimum pour l'étape de raffinement où la recherche locale. z est toujours le modèle chaotique et λ est un paramètre scalaire lié au rayon de la recherche autour de \bar{P} .

Les optimums locaux sont mise à jour chaque fois qu'un point est trouvé de mieux telle que la procédure se poursuit pour la recherche au voisinage du nouveau point optimal.

L'étape deux : Similaire à la technique d'optimisation de Monte-Carlo qui consiste à générer des entrées aléatoires à partir d'une distribution de probabilité, à effectuer un calcul déterministe sur ces entrées, et à agréger les résultats La méthode lentement et obtient l'optimum global avec une faible probabilité.

Algorithm 1 : COA

Begin

-Step 0 : Fixed the number M_g, M_l of chaotic search. Initialisation of variables and initial conditions Set $k = 0, y(0)$ is initial condition of chao map. Set the initial best objective function

$$\bar{f} = +\infty$$

-Step 1 : algorithm of chaotic global search :

while $k \leq M_g$ **do**

$$p_i = L_i + z_i(k) \cdot (U_i - L_i)$$

if $f(P(k)) < \bar{f}$ **then**

$$\bar{P} = P(k); \bar{f} = f(P(k))$$

end if

$$k = k + 1$$

end while

-Step 2 : algorithm of chaotic local search :

while $k \leq (M_g + M_l)$ **do**

if $r \leq 0.5$ **then** \triangleright (r is a uniformly distributed random variable within range $[0, 1]$)

$$p_i = \bar{p}_i + \lambda z_i(k) \cdot |U_i - \bar{p}_i|$$

$$p_i = \bar{p}_i - \lambda z_i(k) \cdot |\bar{p}_i - L_i|$$

end if

if $f(P(k)) < \bar{f}$ **then**

$$\bar{P} = P(k); \bar{f} = f(P(k))$$

end if

$$k = k + 1$$

end while

End.

Chapitre 3

Application de l'Algorithme d'optimisation chaotique à l'identification du modèle HIV

Introduction

Dans ce chapitre, nous commençons par présenter le modèle biologique du HIV. En considérant des paramètres connus d'un HIV, nous élaborons à l'aide de Runge Kutta d'ordre 4 des données simulées qui nous permettent de vérifier et valider les programmes que nous avons développés.

3.1 Description du modèle HIV

Le comportement du virus HIV est décrit par le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = S - dx_1 - \beta x_1 x_3 \\ \dot{x}_2 = \beta x_1 x_3 - \mu_1 x_2 \\ \dot{x}_3 = kx_2 - \mu_2 x_3 \end{cases} \quad (3.1)$$

Ce système est proposé par Nowak et Bangham [26], comportant trois équations différentielles non linéaires décrivant la variation des variables $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, en fonction de temps $t \in \mathbf{R}^+$. Ces variables représentent respectivement, le nombre (quantité) de cellules $CD_4 + T$ saines, le nombre de cellules $CD_4 + T$ infectées et la charge virale.

Les paramètres du système sont :

S : taux de production des cellules saines.

d : taux de mortalité des cellules saines.

β : taux d'infection des cellules saines CD4 par le virus HIV.

μ_1 : taux de mortalité naturelle des cellules infectées.

k : taux de production du virus.

μ_2 : taux de déclin naturel du virus.

La première équation caractérise la variation des cellules $CD_4 + T$ saines dans l'organisme, la quantité des cellules saines se reproduit selon un taux S fixé. Ces cellules sont attaquées par un virus produit par d'autres cellules de même type, un tel taux de diminution doit décroître avec la quantité $CD_4 + T$ existante de $-d_{x_1}(t)$. De plus, comme ces cellules interagissent avec le virus HIV, leur taux de reproduction décroît selon le terme $-\beta_{x_1}(t) x_3(t)$.

La deuxième équation va décrire l'accroissement des cellules $CD_4 + T$ infectées par le virus. La croissance des cellules $CD_4 + T$ infectées est proportionnelle à la quantité des cellules saines qui sont susceptibles d'être infectées par le virus, et elle sera diminuée par la quantité des cellules détruites $\mu_1 x_2(t)$.

La troisième équation traduit la variation de la concentration du virus libre. Il est produit par les cellules $CD_4 + T$ infectées en $kx_2(t)$ et diminue à un taux de $-\mu_2 x_3(t)$.

3.2 Résolution numérique du modèle HIV

Le modèle HIV est régi par un système d'équations différentielles non linéaire et à coefficients constants. La méthode de Runge Kutta d'ordre quatre (RK4) est retenue pour la résolution numérique.

3.2.1 Application de RK4 à une équation différentielle

Soit le système différentiel : $\frac{dx}{dt} = f(x, t)$

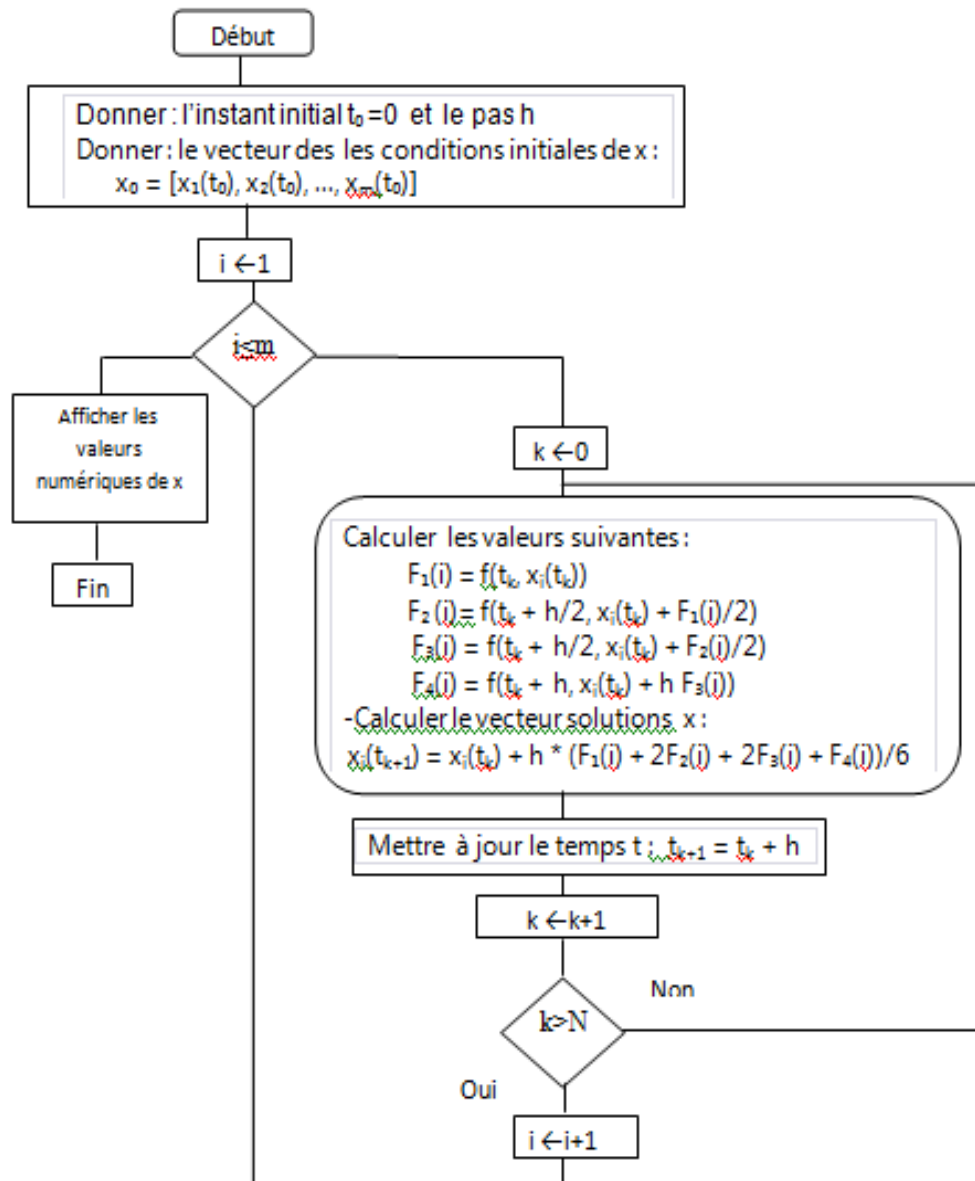
$0 \leq t \leq T$

$x(t_0 = 0) = x_0$

où $X = [X_1, X_2, \dots, X_m]$ est un vecteur des variables et $f = [f_1, f_2, \dots, f_m]$ est un vecteur des fonctions $\mathbb{R}^m \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ et T est le temps final fixé.

-Subdiviser l'intervalle $[t_0, T]$ en N sous intervalles de longueur $h : h = T/N$

Organigramme de la méthode Runge Kutta d'ordre 4 pour un système différentiel.



3.2.2 Données simulées :

Les paramètres et les conditions initiales du modèle (4.1) sont donnés [26] comme suit :

$$\begin{array}{lll}
 x_1(0) = 1 & S = 1 & \mu_1 = 0.8 \\
 x_2(0) = 0.2 & d = 0.8 & \mu_2 = 0.01078 \\
 x_3(0) = 0.8 & k = 1 & \beta = 1
 \end{array}$$

Les données simulées sont obtenues par résolution du modèle du HIV à l'aide de la méthode de Runge Kutta d'ordre 4 sont données par le tableau suivant :

t	x_1	x_2	x_3
0	1	0.2	0.8
0.1	0.9436	0.2603	0.8222
0.2	0.8934	0.3140	0.8501
0.3	0.8484	0.3623	0.8830
0.4	0.8076	0.4061	0.9205
0.5	0.7703	0.4462	0.9621
0.6	0.7360	0.4831	1.0075
0.7	0.7041	0.5173	1.0564
0.8	0.6744	0.5492	1.1086
0.9	0.6466	0.5791	1.1638
1	0.6204	0.6071	1.2219
1.1	0.5957	0.6336	1.2826
1.2	0.5723	0.6586	1.3458

Les figures suivantes illustrent les données du tableau :

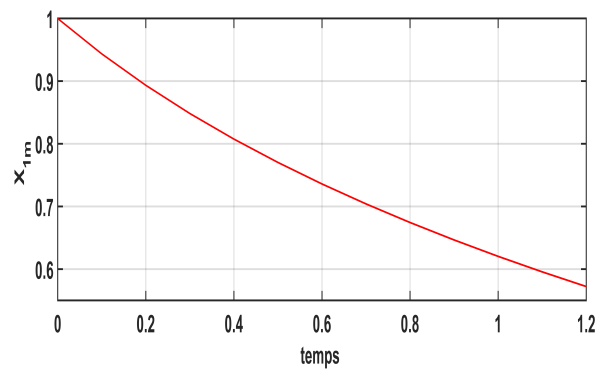


FIGURE 3.1 – Evolution de x_{1m} en fonction du temps

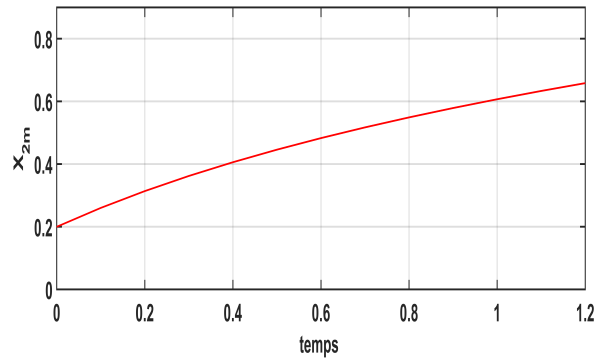


FIGURE 3.2 – Evolution de x_{2m} en fonction du temps

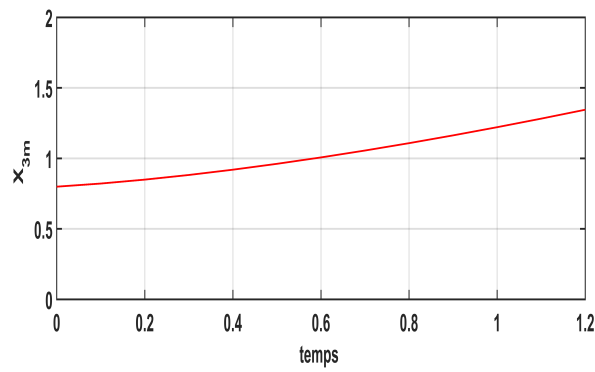


FIGURE 3.3 – Evolution de x_{3m} en fonction du temps

Remarque.

Les données simulées sont utilisées comme étant des données mesurées pour l'étape de l'identification.

3.3 Identificatin du modèle HIV

Il est possible de mesurer le nombre (ou la quantité) de cellules saines $x_1(t)$ et la charge virale $x_3(t)$.

Les données simulées sont considérées comme étant des données mesurées $x_{1m}(t_j)$ et $x_{3m}(t_j)$ en m instants de mesures fixés, où t_j désignent les m instants de mesure, tel que : $t_j = t_0 + jh, j = 0, \dots, m$ et $h = \frac{T}{m}$.

On sait que les paramètres $S, d, \beta, \mu_1, \mu_2$ et k du modèle HIV sont obtenus en minimisant la fonctionnelle d'erreur :

$$J = \sum_{j=0}^m (x_{1m}(t_j) - x_{1c}(t_j))^2 + (x_{3m}(t_j) - x_{3c}(t_j))^2 \quad (3.2)$$

où :

x_{1c} et x_{3c} désignent les valeurs calculées de x_1 et x_3 obtenues par la méthode de Runge Kutta d'ordre 4 aux instants t_j .

x_{1m} et x_{3m} désignent les données mesurées aux instants t_j .

L'identification du HIV est réalisée à l'aide de l'algorithme d'optimisation chaotique (COA) basé sur quatre chaos maps différentes.

Identification par COA basé sur Lozi Map

L'identification du HIV par COA basée sur Lozi map conduit aux vecteur paramètres optimal HIV avec un coût optimal donné comme suit :

Vecteur paramètre optimal :

$(S; d; \beta; \mu_1; \mu_2; k) = (1.0341; 0.8235; 1.0218; 0.8434; 0.0429; 1.0746)$.

Le coût optimal : $J^* = 1.4098e^{-05}$.

Les résultats de l'identification sont donnés par le tableau suivant :

Résultats de l' Identification par COA basé sur lozi Map									
t	x_{1m}	x_{1c}	x_{2m}	x_{2c}	x_{3m}	x_{3c}	$x_{1m} - x_{1c}$	$x_{2m} - x_{2c}$	$x_{3m} - x_{3c}$
0	1.0000	1.0000	0.2000	0.2000	0.8000	0.8000	0.0000	0.0000	0.0000
0.1	0.9436	0.9431	0.2603	0.2609	0.8222	0.8214	0.0005	-0.0006	0.0008
0.2	0.8934	0.8927	0.3140	0.3148	0.8501	0.8488	0.0007	-0.0008	0.0013
0.3	0.8484	0.8476	0.3623	0.3630	0.8830	0.8815	0.0008	-0.0007	0.0015
0.4	0.8076	0.8069	0.4061	0.4066	0.9205	0.9190	0.0007	-0.0005	0.0015
0.5	0.7703	0.7698	0.4462	0.4463	0.9621	0.9609	0.0005	-0.0001	0.0012
0.6	0.7360	0.7356	0.4831	0.4827	1.0075	1.0066	0.0004	0.0004	0.0009
0.7	0.7041	0.7040	0.5173	0.5163	1.0564	1.0558	0.0001	0.0010	0.0006
0.8	0.6744	0.6745	0.5492	0.5476	1.1086	1.1084	-0.0001	0.0016	0.0002
0.9	0.6466	0.6468	0.5791	0.5768	1.1638	1.1639	-0.0002	0.0023	-0.0001
1	0.6204	0.6208	0.6071	0.6043	1.2219	1.2223	-0.0004	0.0028	-0.0004
1.1	0.5957	0.5963	0.6336	0.6301	1.2826	1.2832	-0.0006	0.0035	-0.0006
1.2	0.5723	0.5730	0.6586	0.6544	1.3458	1.3466	-0.0007	0.0042	-0.0008

Avec : $M_g = 20000$, $M_l = 2000$, $\lambda = 0.0001$

La superposition des solutions calculées en utilisant le vecteur paramètre identifié X_{ic} avec celles mesurées X_{im} (pour $i = 1, 2, 3$) ainsi que leurs différences confirment la convergence comme les montrent les figures suivantes :

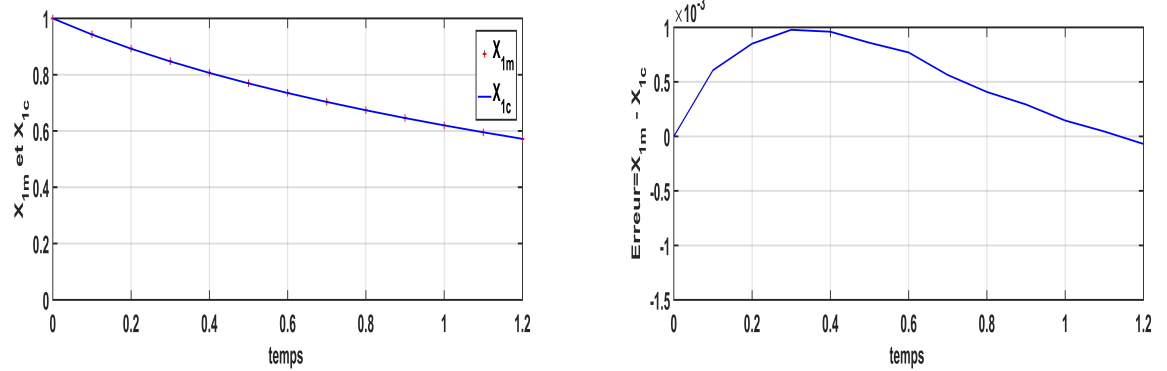


FIGURE 3.4 – Superposition et Erreur entre x_{1m} et x_{1c} par COA basé sur Lozi Map

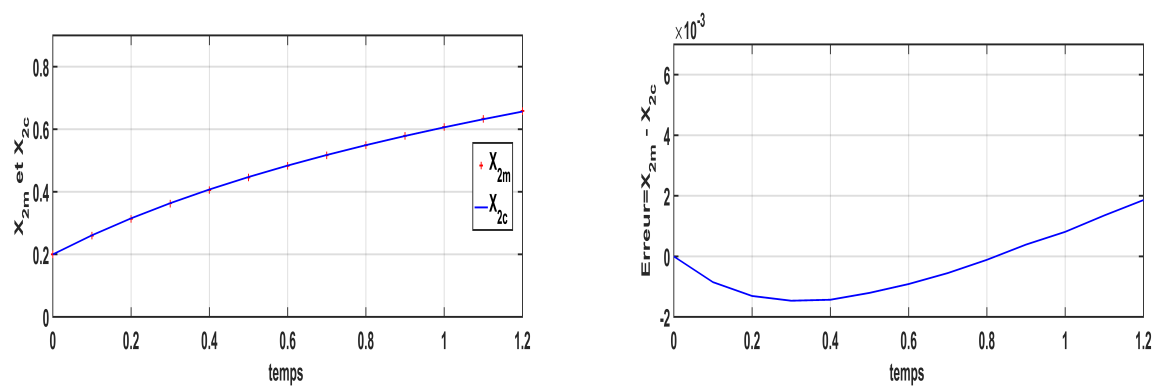


FIGURE 3.5 – Superposition et Erreur entre x_{2m} et x_{2c} par COA basé sur Lozi Map

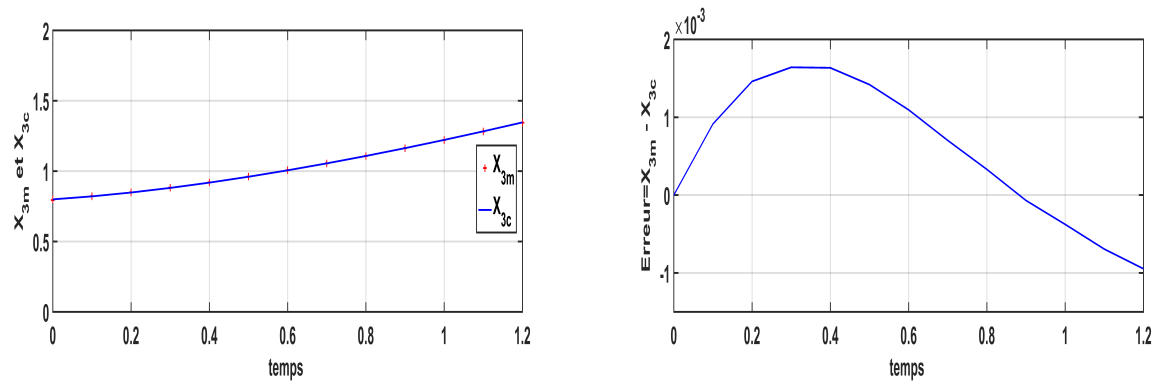


FIGURE 3.6 – Superposition et Erreur entre x_{3m} et x_{3c} par COA basé sur Lozi Map

On remarque que l'erreur absolue varie entre 0 et $4,2 \times 10^{-3}$ pour les différentes solutions.

Identification par COA basé sur logistic Map

L'identification du HIV par COA basée sur logistic map conduit aux vecteur paramètres optimal HIV avec un coût optimal donné comme suit :

Vecteur paramètre optimal :

$$(S; d; \beta; \mu_1; \mu_2; k) = (0.9161; 0.7212; 0.9694; 0.8729; 0.0319; 1.0911).$$

Le coût optimal : $J^* = 8.0313e^{-05}$.

Les résultats de l'identification sont donnés par le tableau suivant :

Résultats de l' Identification par COA basé sur Logistic Map									
t	x_{1m}	x_{1e}	x_{2m}	x_{2e}	x_{3m}	x_{3e}	$x_{1m} - x_{1e}$	$x_{2m} - x_{2e}$	$x_{3m} - x_{3e}$
0	1.0000	1.0000	0.2000	0.2000	0.8000	0.8000	0	0	0
0.1	0.9436	0.9451	0.2603	0.2564	0.8222	0.8224	-0.0015	0.0039	-0.0002
0.2	0.8934	0.8959	0.3140	0.3064	0.8501	0.8505	-0.0025	0.0076	-0.0004
0.3	0.8484	0.8512	0.3623	0.3510	0.8830	0.8836	-0.0028	0.0113	-0.0006
0.4	0.8076	0.8103	0.4061	0.3912	0.9205	0.9213	-0.0027	0.0149	-0.0008
0.5	0.7703	0.7726	0.4462	0.4277	0.9621	0.9630	-0.0023	0.0185	-0.0009
0.6	0.7360	0.7377	0.4831	0.4610	1.0075	1.0083	-0.0017	0.0221	-0.0008
0.7	0.7041	0.7052	0.5173	0.4916	1.0564	1.0570	-0.0011	0.0257	-0.0006
0.8	0.6744	0.6747	0.5492	0.5198	1.1086	1.1088	-0.0003	0.0294	-0.0002
0.9	0.6466	0.6460	0.5791	0.5460	1.1638	1.1633	0.0006	0.0331	0.0005
1	0.6204	0.6190	0.6071	0.5703	1.2219	1.2204	0.0014	0.0368	0.0015
1.1	0.5957	0.5935	0.6336	0.5930	1.2826	1.2799	0.0022	0.0406	0.0027
1.2	0.5723	0.5693	0.6586	0.6141	1.3458	1.3416	0.0030	0.0445	0.0042

Avec : $M_g = 20000$, $M_l = 2000$, $\lambda = 0.0001$

La superposition des solutions calculées en utilisant le vecteur paramètre identifié avec celles mesurées ainsi que leurs différences confirment la convergence comme les montrent les figures suivantes :

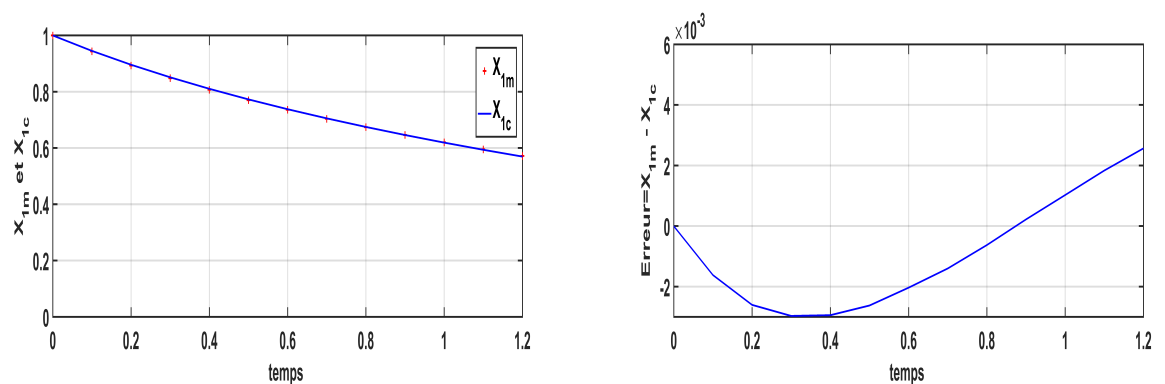


FIGURE 3.7 – Superposition et Erreur entre x_{1m} et x_{1e} par COA basé sur logistic Map

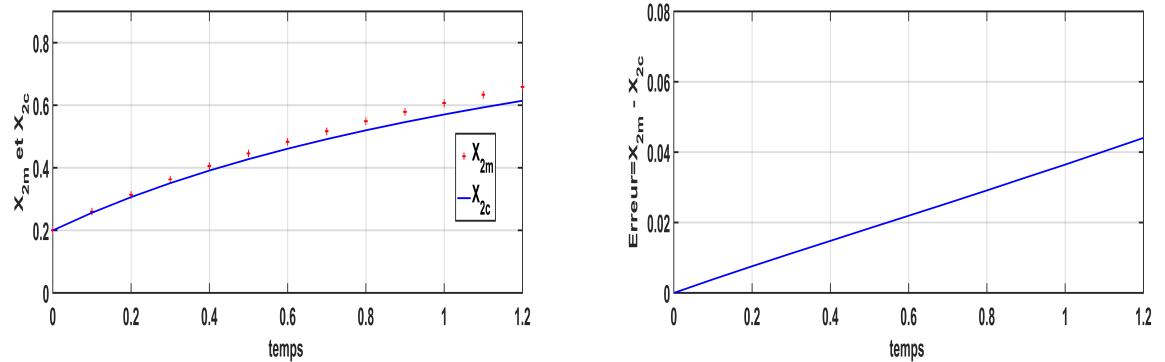


FIGURE 3.8 – Superposition et Erreur entre x_{2m} et x_{2c} par COA basé sur logistic Map

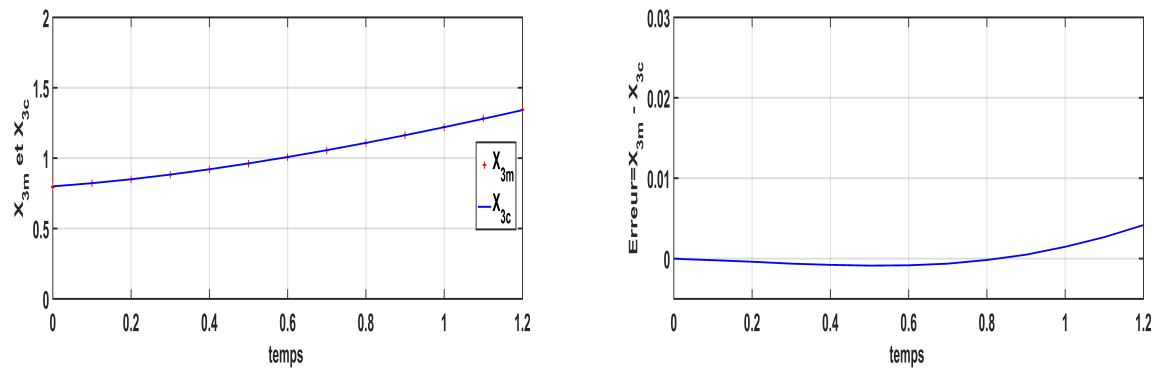


FIGURE 3.9 – Superposition et Erreur entre x_{3m} et x_{3c} par COA basé sur logistic Map

L'erreur absolue varie de 0 et 44.5×10^{-3} pour les solutions obtenues par COA basé sur Logistic map.

Identification par COA basé sur Tent Map

L'identification du HIV par COA basée sur tent map conduit aux vecteur paramètres optimal HIV avec un coût optimal donné comme suit :

Vecteur paramètres optimal :

$$(S; d; \beta; \mu_1; \mu_2; k) = (1.0672; 0.8503; 1.0468; 0.8594; 0.0491; 1.0734).$$

Le coût optimal : $J^* = 1.2197e^{-04}$.

Les résultats de l'identification sont donnés par le tableau suivant :

Résultats de l' Identification par COA basé sur Tent Map									
t	x_{1m}	x_{1c}	x_{2m}	x_{2c}	x_{3m}	x_{3c}	$x_{1m} - x_{1c}$	$x_{2m} - x_{2c}$	$x_{3m} - x_{3c}$
0	1.0000	1.0000	0.2000	0.2000	0.8000	0.8000	0	0	0
0.1	0.9436	0.9419	0.2603	0.2624	0.8222	0.8209	0.0017	-0.0021	0.0013
0.2	0.8934	0.8908	0.3140	0.3174	0.8501	0.8480	0.0026	-0.0034	0.0021
0.3	0.8484	0.8453	0.3623	0.3664	0.8830	0.8805	0.0031	-0.0041	0.0025
0.4	0.8076	0.8044	0.4061	0.4106	0.9205	0.9179	0.0032	-0.0045	0.0026
0.5	0.7703	0.7671	0.4462	0.4508	0.9621	0.9596	0.0032	-0.0046	0.0025
0.6	0.7360	0.7330	0.4831	0.4875	1.0075	1.0051	0.0030	-0.0044	0.0024
0.7	0.7041	0.7015	0.5173	0.5214	1.0564	1.0543	0.0026	-0.0041	0.0021
0.8	0.6744	0.6722	0.5492	0.5529	1.1086	1.1067	0.0022	-0.0037	0.0019
0.9	0.6466	0.6448	0.5791	0.5823	1.1638	1.1621	0.0018	-0.0032	0.0017
1	0.6204	0.6190	0.6071	0.6099	1.2219	1.2202	0.0014	-0.0028	0.0017
1.1	0.5957	0.5947	0.6336	0.6358	1.2826	1.2810	0.0010	-0.0022	0.0016
1.2	0.5723	0.5717	0.6586	0.6602	1.3458	1.3442	0.0006	-0.0016	0.0016

Avec : $M_g = 20000$, $M_l = 2000$, $\lambda = 0.0001$

La superposition des solutions calculées en utilisant le vecteur paramètre identifié avec celles mesurées ainsi que leurs différences confirment la convergence comme les montrent les figures ci-dessous :

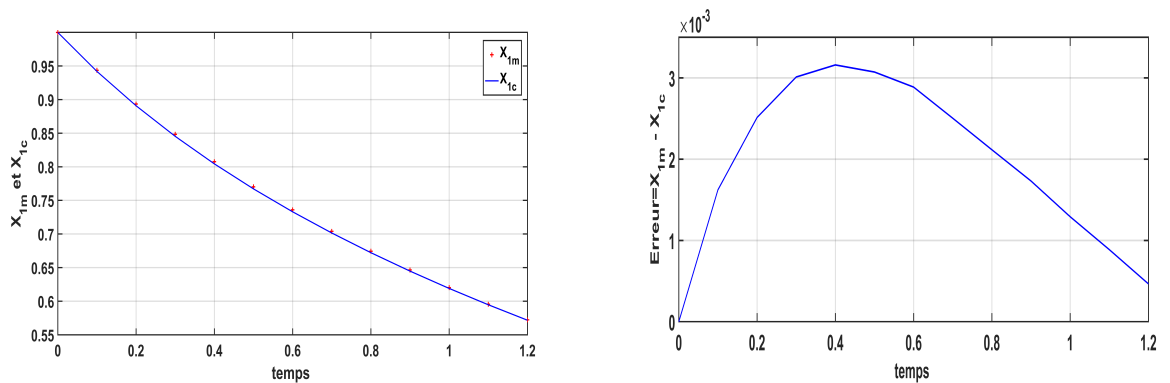


FIGURE 3.10 – Superposition et Erreur entre x_{1m} et x_{1c} par COA basé sur Tent Map

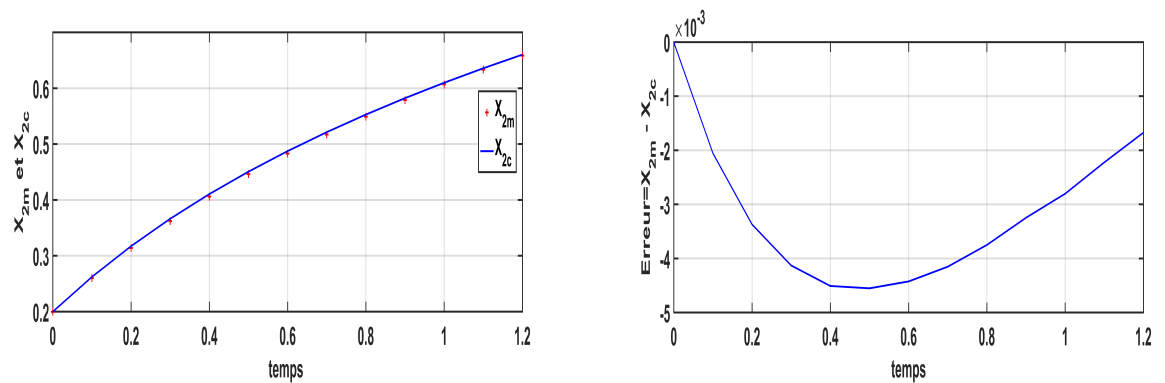


FIGURE 3.11 – Superposition et Erreur entre x_{2m} et x_{2c} par COA basé sur Tent Map

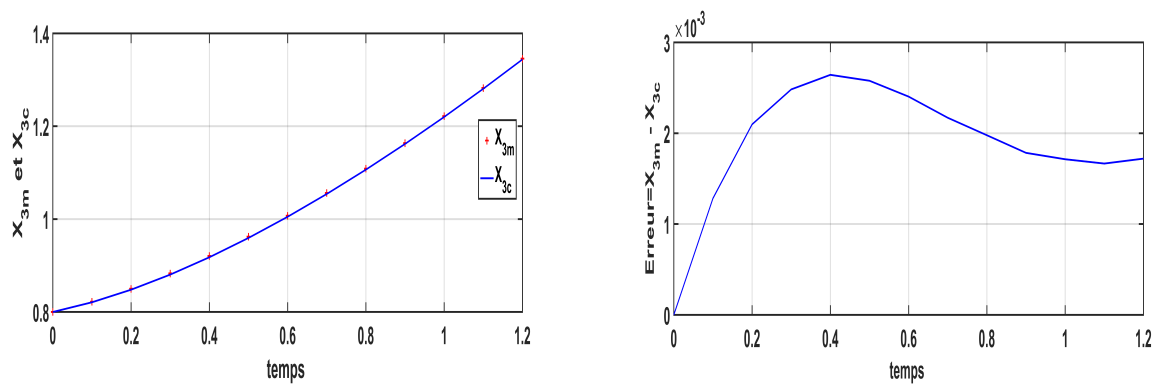


FIGURE 3.12 – Superposition et Erreur entre x_{3m} et x_{3c} par COA basé sur Tent Map

L'erreur absolue varie entre 0 et $4,6 \times 10^{-3}$ pour les différentes solutions obtenues par COA basée sur Tent map.

Identification par COA basé sur Circl Map

L'identification du HIV par COA basée sur circl map conduit aux vecteur paramètres optimal HIV avec un coup optimal donné comme suit :

Vecteur paramètres optimal :

$$(S; d; \beta; \mu_1; \mu_2; k) = (1.0583; 0.8770; 0.9978; 0.8197; 0.0250; 1.0424).$$

Le coût optimal : $J^* = 4.4672e^{-05}$.

Les résultats de l'identification sont donnés par le tableau suivant :

Résultats de l' Identification par COA basé sur Circl Map									
t	x_{1m}	x_{1c}	x_{2m}	x_{2c}	x_{3m}	x_{3c}	$x_{1m} - x_{1c}$	$x_{2m} - x_{2c}$	$x_{3m} - x_{3c}$
0	1.000	1.000	0.2000	0.2000	0.8000	0.8000	0	0	0
0.1	0.9436	0.9422	0.2603	0.2596	0.8222	0.8220	0.0014	0.0007	0.0002
0.2	0.8934	0.8913	0.3140	0.3124	0.8501	0.8498	0.0021	0.0016	0.0003
0.3	0.8484	0.8460	0.3623	0.3599	0.8830	0.8827	0.0024	0.0024	0.0003
0.4	0.8076	0.8052	0.4061	0.4028	0.9205	0.9202	0.0024	0.0033	0.0003
0.5	0.7703	0.7682	0.4462	0.4420	0.9621	0.9619	0.0021	0.0042	0.0003
0.6	0.7360	0.7344	0.4831	0.4781	1.0075	1.0074	0.0016	0.0050	0.0001
0.7	0.7041	0.7032	0.5173	0.5115	1.0564	1.0565	0.0009	0.0058	-0.0001
0.8	0.6744	0.6743	0.5492	0.5426	1.1086	1.1087	0.0001	0.0066	-0.0001
0.9	0.6466	0.6473	0.5791	0.5717	1.1638	1.1640	-0.0007	0.0074	-0.0002
1	0.6204	0.6220	0.6071	0.5992	1.2219	1.2220	-0.0016	0.0079	-0.0001
1.1	0.5957	0.5981	0.6336	0.6252	1.2826	1.2827	-0.0024	0.0084	-0.0001
1.2	0.5723	0.5755	0.6586	0.6498	1.3458	1.3459	-0.0032	0.0088	-0.0001

Avec : $M_g = 20000$, $M_l = 2000$, $\lambda = 0.0001$

La superposition des solutions calculées en utilisant le vecteur paramètre identifié avec celles mesurées ainsi que leurs différences confirment la convergence comme les montrent les figures :

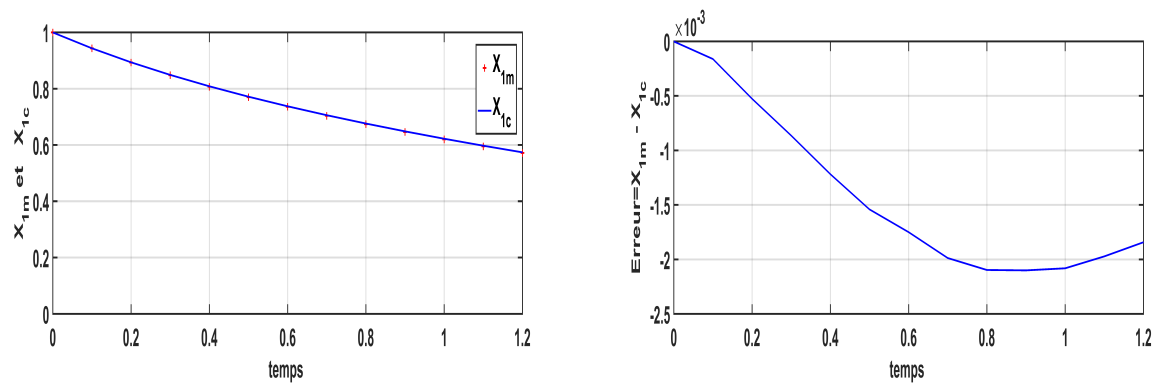


FIGURE 3.13 – Superposition et Erreur entre x_{1m} et x_{1c} par COA basé sur Circl Map

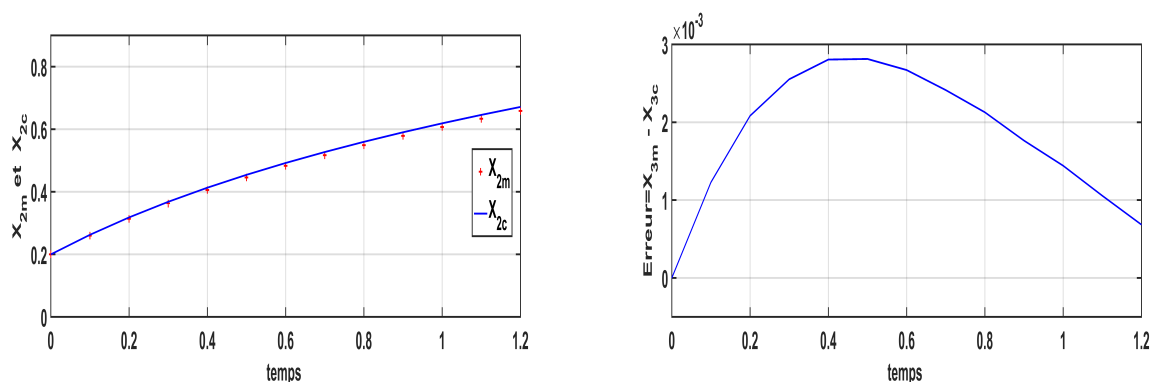


FIGURE 3.14 – Superposition et Erreur entre x_{2m} et x_{2c} par COA basé sur Circl Map

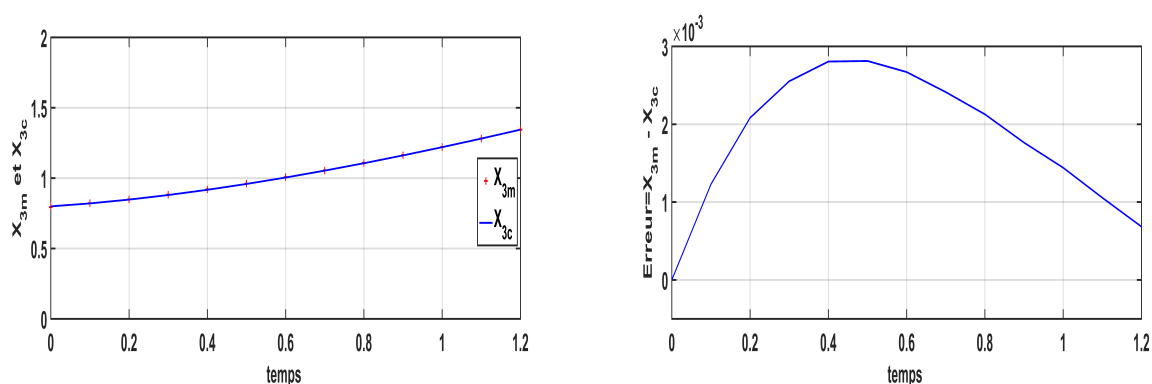


FIGURE 3.15 – Superposition et Erreur entre x_{3m} et x_{3c} par COA basé sur Circl Map

Le calcul de l'erreur absolue montre qu'elle varie entre 0 et $8,8 \times 10^{-3}$ pour les solutions obtenues.

Conclusion

Nous constatons que l'identification du modèle HIV par l'algorithme d'optimisation chaotique basé sur quatre applications chaotiques donnent des résultats satisfaisantes, puisque on a obtenue une superposition parfaite des courbes des solutions ainsi que l'erreur absolue est minimale.

De plus, il convient de souligner que différentes applications chaotiques peuvent fonctionner différemment, mais pour une application donnée, il n'y a pas de meilleure application chaotique à recommander car il existe souvent quelques applications chaotiques qui peuvent fonctionner presque aussi bien. Par conséquent, il n'est pas facile de choisir une application sans expérimentation.

Conclusion générale et perspective

Ce travail est dédié à l'identification du modèle du virus HIV à l'aide de l'algorithme d'optimisation chaotique. Une présentation globale sur les systèmes dynamiques chaotiques est établie. Une définition mathématique du chaos ainsi que ses caractéristiques sont élaborés.

La présentation de quatre chaos map est effectuée.

Des définitions relatives à l'identification des paramètres des systèmes dynamiques par l'algorithme d'optimisation chaotique sont présentées. Une modélisation détaillée du modèle HIV est présentée établie. Les méthodes d'optimisation déterministes et stochastiques sont également passées en revue. Les méthodes de recherche chaotiques et les étapes de l'algorithme d'optimisation chaotique sont détaillées.

L'application de l'algorithme d'optimisation chaotique à l'identification du modèle HIV est réalisée. A l'aide de données simulées, les quatre programmes basés respectivement sur lozi map, tent map, logistic map et circl map sont vérifiés.

L'étude comparative montre que les programmes élaborés avec le logiciel Matlab donnent de résultats satisfaisants.

Pour une éventuelle continuité du présent travail, il est possible d'envisager les perspectives suivantes :

- Optimisation du paramètre qui intervient dans la recherche locale.
- Etablir une étude comparative entre les différents chaos maps.
- Appliquer l'algorithme d'optimisation chaotique au problème de contrôle optimal.

Bibliographie

- [1] Osmani R. Nettari A. Etalement de spectre par la séquence carte logistique et son application dans le système de communication ds-ss. *Mémoire de Master académique en télécommunications spatiales*, Université Saad Dahleb Blida 1, 2021. (Cité en page 9)
- [2] Shayeghi H. Jalilzadeh S. Shayanfar H.A. Safari A. *PSO based Unified Power Flow Controller for Damping of Power System Oscillations. Energy Conversion and Management.* 50(10),2583-2592. 2005. (Cité en page 20)
- [3] Shayeghi H. Jalilzadeh S. Shayanfar H.A. Safari A. *Robust PSS Desing using Chaotic Optimization Algorithm for a Multimachine Power System.ECTI-CON.*40-43. Pattaya,Thailand, 2009. (Cité en page 20)
- [4] Goldberg AD.E. .genetic algorithms in search, optimization and machine learning. *Reading, MA : Addison-W*, 1989. (Cité en pages 1 et 17)
- [5] Shetty C.M. Bazaraa M.S., Sherall H.D. Non linear programming theory and algorithms. *John Wiley Sons inc*, 1993. (Cité en pages 1 et 17)
- [6] Fazzino S Xibilia M.G Caponetto R, Fortuna L. *Chaotic sequences to improve the performance of evolutionary algorithms.* IEEE Transactions on Evolutionary Computation 7 (3) 289-304, 2003. (Cité en page 19)
- [7] Peitgen H. Jurgens H. Saud D. Chaos and fractals. *Berlin,Germany :Springer-Velag*, 1992. (Cité en page 11)
- [8] Luemberger D.G. Introduction to linear and non linear programming. *Addison Wesley*, 1973. (Cité en page 15)
- [9] Luemberger D.G. Linear and non linear programming. *Addison Wesley*, 1989. (Cité en page 16)
- [10] Goumidi DJ.E. Fonction logistique et standard chaotique pour le chiffrement des images satellitaires. *Mémoire de magistère*, Université Mentouri de Constantine (UMC), 2010. (Cité en page 13)
- [11] Goncalvés Da Silva E. Introduction aux système dynamiques et chaos. *École d'ingénieur, Institut Polytechnique de Grenoble Cours de l'institut National Polytechnique de Grenoble*, 2004. (Cité en pages 5 et 9)

BIBLIOGRAPHIE

- [12] KAHANE J.P. et SALEM R. Ensembles parfaits et séries trigonométriques. *Hermann, Paris*, 1963. (Cité en page 9)
- [13] FALCONER .: The geometry of fractal sets. *Cambridge Univ.Press*, 1985. (Cité en page 9)
- [14] Talatahari .S Gandomi A.H, Yang X.S. Chaos-enhanced accelerated particle swarm optimization. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, (327-340), 2013. (Cité en pages 1 et 20)
- [15] Bouilfane .H. Étude des systèmes dynamiques à temps discrets. *Mémoire de master*, Université Larbi Ben M'hidi Oum El-Bouaghi, 2019. (Cité en page 4)
- [16] Omessaad HAJJI. Contribution au developpement de methodes d'optimisation stochastiques. application a la conception des dispositifs electrotechniques. *Thèse de DOCTEUR en Spécialité : GENIE ELECTRIQUE*, Université Des sciences et technonogies DE LILLE, 2003. (Cité en page 1)
- [17] Ameer .I. Contrôle, chaotification et hyperchaotification des systèmes dynamiques. *Mémoire de magistère*, Université Mentouri. Constantine 1, 2007. (Cité en page 5)
- [18] Talbi I. Système dynamique non linéaire et phénomène de chaos. *Mémoire de magistère*, Univ. Mentour. Constantine 1, 2010. (Cité en page 3)
- [19] Pac J.L. Système dynamiques. *2e édition, 5 rue La romiguière*, 75005 Paris 2012-2016. (Cité en page 3)
- [20] Besançon Voda A Landau I.D. Identification des systèmes. *Hermès science publications*, 2001. (Cité en page 15)
- [21] Coelho L.D.S. *Tuning of PID Controller for an Automatic Regulator Voltage System using Chaotic Optimization Approach. Chaos and Fractals*. 39(4),1504-1514. 2009. (Cité en page 20)
- [22] Bounekhla M. Contribustion à la commande mppt intelligente sur circuit fpga. *Thèse de Doctorat*, Université Blida 1, Mai 2023. (Cité en page 18)
- [23] Zammime F. Slimane M.A. Analyse et synchronisation des systèmes chatiques de type hyperjerk. *Mémoire de master*, Université de Blida 1, 2019. (Cité en page 6)
- [24] B.B. F ORME MANDELBORT. Hasard et dimension. *Flammarion, Paris*, 1975. (Cité en page 9)
- [25] MESSAOUDI N.A. Identification et controle des systemes indetermines non lineaires par la méthode combinee adomian / alienor. *Mémoire de magister*, Université Saad Dahleb de Blida 1, 2006. (Cité en page 1)
- [26] Bangham R.M. Nowak M.A. *Population dynamics of immune responses to persistant viruses*. Sciences, V. 272 74-79, 1996. (Cité en pages 23 et 25)
- [27] Lozi R. Un attracteur étrange du type attracteur de hénon. *Journale de Physique*, Colloque C5, Supplément au no8, Tome 39,pp.9-10, 1978. (Cité en page 9)

BIBLIOGRAPHIE

- [28] Devany R.L. *An untrouction to chaotic dynamical systems*. In Adissionwisley, Redwood City, 2003. (Cité en page 7)
- [29] May RM. Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature*, pages 261–459, 1976. (Cité en page 10)
- [30] Dib .S. Étude des systèmes dynamiques à temps discrets. *Mémoire de master*, Université Abd elhafid boussouf Mila, 2022. (Cité en page 5)
- [31] Rao S.S. *Engineering optimization theory and practice*. Wiley, 2009. (Cité en page 16)
- [32] Hmaiwia T. Systèmes dynamiques et chaos. *Thèse Doctorat*, Université de Constantine 1, 2013. (Cité en pages 1, 5, 8, 9, 16, et 17)
- [33] Zheng WM. Kneading plane of the circl map. *chaos, solitons fractals*,4;1221. 1994. (Cité en page 12)
- [34] Elhadj Z. Étude de quelques types de systèmes chaotiques : Généralisation d'un modèle de chen. *Thèse doctorat*, Univercité de Constantine, 2006. (Cité en pages 7 et 8)