

# Remerciements

*Je voudrais d'abord remercier Dieu tout puissant pour  
Volonté, santé, patience et force pour accomplir ce travail.*

*Ensuite, je remercie ma chère mère et mon père pour leur soutien*

*Je tiens également à exprimer mes sincères remerciements  
La justification du M. Temmar Mustapha pour suggérer ce sujet  
pour la première fois, c'est parce que*

*Un suivi continu tout au long de la réalisation de cette thèse et de  
toute*

*Il n'a jamais cessé de me donner ses conseils et les documents qu'il  
avait*

*apporter.*

*Merci aussi à tous les professeurs*

*Tout le personnel administratif du département de génie mécanique,*

*Nos remerciements à tous les membres du jury qui ont accepté*

*Jugez mon travail.*

# *Dédicaces*

*Pour le propriétaire d'une biographie parfumée et d'un esprit éclairé, il a été crédité de son diplôme (mon père bien-aimé), que Allah prolonge sa vie.*

*À la personne qui m'a mis sur le chemin de la vie et m'a conduit sur le bon chemin. Elle a pris soin de moi jusqu'à ce que je grandisse (chère maman), que Allah la bénisse.*

*À tous mes chers frères et sœurs qui ont eu un impact significatif sur ma réussite dans ma vie, et à tous mes chers professeurs qui n'ont pas hésité à me contacter.*

*je te dédie cette recherche*

*Je demande à Dieu Tout-Puissant de prolonger votre vie et de vous bénir avec de bonnes*

# Sommaire

## Introduction

générale.....	4
---------------	---

## Chapitre 1 : Concepts généraux sur la rhéologie

Introduction .....	7
1.1. Grandeurs caractéristiques de la rhéologie .....	7
1.1.1. Déformation .....	8
1.1.2. La vitesse de déformation .....	8
1.1.3. Viscosité .....	8
a) Viscosité dynamique.....	8
b) Viscosité cinématique .....	8
c) Viscosité relative et viscosité spécifique.....	9
d) Viscosité apparente.....	9
1.2. Rhéologie et comportements des fluides.....	10
1.3. Classification des fluides suivant leurs comportements.....	10
1.3.1 - fluide newtonien.....	10
1.3.2 - Fluide non newtonien.....	11
1.3.2.1 - Fluides non newtonien indépendant du temps de cisaillement .....	11
A - Fluide de Bingham.....	11
B - Fluide de Herschel-Bulkley.....	12
C - Fluide fluidifiant ou pseudo plastique .....	12
D - Fluides dilatants ou rhéoépaississant.....	13
Rhéogrammes .....	14
1.3.2.2 - Fluides non newtonien dépendant du temps de cisaillement .....	15
A - Les fluides thixotropes .....	15
B - Les fluides antithixotropes .....	16

## Chapitre 2 : Etude bibliographique

Introduction.....	17
2.1. La convection naturelle .....	18
2.2. La convection forcée et convection mixte .....	19
2.3. Transfert de chaleur par convection .....	19
2.4. Formulation mathématique de l'écoulement par convection.....	21

2.4.1. Equation de Navier et Stokes.....	21
• Equation de continuité (conservation de la masse) .....	21
• Equation de conservation de la quantité de mouvement .....	21
• Equation de l'énergie.....	21
2.4.2. L'approximation de Boussinesq.....	22
2.4.3. Les Nombres adimensionnels caractérisant le transfert de .....	22
a) Nombre de Rayleigh.....	23
b) Nombre de Reynolds.....	23
c) Nombre de Bingham .....	24
d) Nombre de Herschel-Bulkley .....	24
e) Nombre d'Euler .....	24
f) Nombre de Prandtl .....	24
g) Nombre de Grashof.....	25
h) Nombre de Péclet .....	25
i) Nombre de Nusselt .....	25
2.4.3. Facteur de perte de charge.....	25
2.4.5. Longueur d'établissement .....	26
2.5. Approche physique de la lubrification hydrodynamique.....	27
2.5.1. Types d'écoulement dans le film.....	27
2.5.2. Etude de la région d'entrée hydrodynamique entre deux plaques parallèles.....	27
2.6. Convection forcée interne.....	30
2.7. La Convection mixte.....	32
2.7.1. La convection de Rayleigh Bénard .....	32
2.7.2. La convection de Poiseuille Rayleigh Bénard .....	33
2.7.3. Rouleaux longitudinaux .....	35
2.7.3.1. Cas d'un écoulement entre deux plaques finies .....	36
2.7.3.2. Cas d'un écoulement entre deux plaques infinies .....	36

### **Chapitre 3 : Etat de l'art Etudes expérimentale et numérique**

Introduction.....	38
3.1 Approche expérimentale .....	38
3.1.1 Description du dispositif expérimentale .....	38
3.1.1.1. Le canal et la zone de mesure .....	38



3.1.1.2. Le circuit électrique de chauffage.....	42
3.1.1.3. L'alimentation en eau.....	43
3.1.1.4. Les Paramètres de contrôle Ra et Re.....	43
3.2.1. Métrologie.....	44
3.2.2.1. Particules traçantes.....	45
3.2.2.2. Système d'injection de colorants.....	45
3.2.3. La source de lumière.....	74
3.2.4. Le dispositif optique et caméra CCD.....	74
<b>3.3 Approche numérique.....</b>	<b>49</b>
3.3.1. Les équations gouvernantes.....	49
3.3.2. Approximation de Boussinesq.....	51
<b>3.4. Simulation numérique de l'écoulement par Fluent .....</b>	<b>54</b>
3.4.1. Spécifications du problème .....	54
3.4.2. Description du phénomène étudié.....	54
3.4.2.1. configuration Géométrie.....	54
3.4.2.2. Hypothèses .....	54
3.4.2.3. Description mathématique de l'écoulement .....	55
3.4.2.4. Conditions aux limites du problème.....	56
 <b><u>Chapitre 4 : Calcul du profil des vitesses par Fluent</u></b>	
<b>Introduction .....</b>	<b>57</b>
<b>4.1. profil de vitesse de l'Écoulement par différents modèles rhéologiques.....</b>	<b>57</b>
4.1.1. Modélisation mathématique.....	58
4.1.2. Équation du mouvement.....	58
4.1.3. Profil de vitesse en écoulement permanent.....	58
4.1.3.1. Calcul de l'écoulement par la loi de Cross.....	58
4.1.3.2. Calcul de l'écoulement pour la loi de Herschel-Bulkley.....	60
<b>4.2. Modélisation mathématique du problème.....</b>	<b>60</b>
4.2.1. Model mathématique de Herschel-bulkley.....	61
4.2.2. Model mathématique de Bingham .....	63
<b>4.3. Simulation numérique de l'écoulement par Fluent.....</b>	<b>64</b>
4.3.1. Spécifications du problème.....	64

<b>4.3.2. Création de la géométrie sous fluent.....</b>	<b>66</b>
<b>4.3.3. Maillage dans Creo Ansys Simulation.....</b>	<b>68</b>
<b>4.3.4. Lancement de FLUENT .....</b>	<b>69</b>
<b>4.3.4.1. La rhéologie du fluide .....</b>	<b>70</b>
<b>A) fluide newtonien .....</b>	<b>71</b>
<b>B) fluide non newtonien .....</b>	<b>77</b>
<b>B.1)-Profil de vitesse pour un fluide non newtonien son l'équation de bossineq .....</b>	<b>77</b>
<b>a) Utilisation de modèle d'Herschel-B .....</b>	<b>78</b>
<b>b) Utilisation de modèle de cross.....</b>	<b>84</b>
<b>Discussions .....</b>	<b>90</b>
<b>i. la longueur d'établissement pour le model d' Herschel-Bulkley .....</b>	<b>90</b>
<b>ii. Coefficient de frottement .....</b>	<b>92</b>
<b>iii. Effet du nombre de Reynolds .....</b>	<b>93</b>
<b>B-2)-Profil de vitesse pour un fluide non newtonien avec l'équation de bossineq .....</b>	<b>95</b>
<b>Visualisation de l'écoulement avec le colorant .....</b>	<b>95</b>
<b>a) Utilisation de modèle d'Herschel-B .....</b>	<b>97</b>
<b>b) Utilisation de modèle de cross .....</b>	<b>102</b>
<b>Nombre de nusselt .....</b>	<b>111</b>
<b>Conclusion générale .....</b>	<b>112</b>

## Liste des figures

**FIG** : zone de développement des rouleaux longitudinaux – vue du dessus du début de la zone de chauffage (expérience réalisée par les auteurs).....5

### Chapitre 1 : Concepts généraux sur la rhéologie

**Figure 1-1** : Classification des comportements rhéologiques.....11

**Figure 1-2** : Rhéogramme de quelques catégories de fluides [Jean-L.2006].....14

**Figure 1-3** : Les fluides thixotropes [Briant.J 1985].....15

### Chapitre 2 : Etude bibliographique

**Figure 2-1** : Rupture de l'équilibre des forces donnant naissance à la convection naturelle dans une couche fluide horizontal chauffée par le bas.....20

**Figure 2-2** : Différents types d'écoulement.....27

**Figure 2-3** : écoulement entre 2 plaques parallèles .....28

**Figure 2-4** : Profil de vitesse adimensionnelle  $U/U_m$  en fonction de la coordonnée .....28

**Figure 2-5** : Développement du profil de vitesse et chute de pression le long d'un canal.....29

**Figure 2-6** : Profil de la vitesse près de la paroi.....29

**Figure 2-7**: Conduite circulaire chauffée sous flux constant.....30

**Figure 2-8**: Etablissement du régime thermique `a l'entrée d'une conduite circulaire chauffée sous flux constant.....31

**Figure 2-9**: Conduite circulaire chauffée sous flux constant: profils de température et de flux radial de la chaleur.....31

**Figure 2-10** : Représentation simplifié de structures convectives bidimensionnelles entre deux plaques horizontales.....33

**Figure 2-11** : Modèle de l'écoulement de Poiseuille Rayleigh Bénard.....34

**Figure 2-12** : Ecoulement de Poiseuille purement conductif.....35

**Figure 2-13** : Représentation schématique des rouleaux transversaux.....35

**Figure 2-14** : Représentation schématique des rouleaux longitudinaux .....36

**Figure 2-15** : Diagramme de stabilité linéaire temporelle de l'écoulement de PRB pour une conduite d'extension latérale finie.....36

**Figure 2-15** : Diagramme de stabilité linéaire temporelle de l'écoulement de PRB pour une conduite d'extension latérale infinie.....37

### **Chapitre 3 : Etat de l'art Etudes expérimentale et numérique**

<b>Figure 3-1 :</b> Description de la section droite du canal parallélépipédique.....	40
<b>Figure 3-2 :</b> (a) Schéma de principe du dispositif expérimental.....	41
<b>Figure 3-2 :</b> (b) vue de dessus du canal, on voit à gauche le collecteur d'entrée et la zone hydrodynamique.....	41
<b>Figure 3-2 :</b> (c) vue longitudinal du canal, on voit au premier plan le collecteur d'entrée de sortie.....	42
<b>Figure 3-3:</b> L'alimentation électrique assurée par un transformateur et un ampèremètre.....	43
<b>Figure 3-4 :</b> Le réservoir d'alimentation en eau et débitmètre.....	44
<b>Figure 3-5:</b> Des particules traçantes sont ensemencé en l'eau. Le reflet vert est du à la lumière du laser.....	45
<b>Figure 3-6 :</b> L'injecteur de colorants en bleu et les filets de fluorescéine en vert.....	46
<b>Figure 3-7 :</b> Dispositif de montage de caméra et laser.....	48
<b>Figure 3-8 :</b> Dispositif de montage de Charlie et le système miroir-lentilles.....	48
<b>Figure 3-9 :</b> (a) L'écoulement de base écoulement de Poiseuille. Les filets fluides sont parallèles. (b) A l'opposé d'un écoulement de Poiseuille-Rayleigh- Bénard (vue d'une section droite du canal).....	49
<b>Figure 3-10 :</b> Schéma de définition de la géométrie du canal en 3D rempli avec un fluide Newtonien et chauffée uniformément par le bas.....	51
<b>Figure 3-11:</b> La masse volumique en fonction de la température dans l'intervalle de température (20 – 40°C), (approximation polynomiale de second ordre, approximation de Boussinesq.....	53
<b>Figure 3-12:</b> La viscosité dynamique en fonction de la température dans l'intervalle de température (20 – 40°C), (approximation polynomiale de second ordre, approximation de Boussinesq).....	53
<b>Figure 3-13:</b> géométrie de l'écoulement étudié.....	54
<b>Figure 3-14:</b> Modèle de l'écoulement de Poiseuille Rayleigh Bénar.....	54
<b><u>Chapitre 4 : Calcul du profil des vitesses par Fluent</u></b>	
<b>Figure 4-1:</b> Profil de vitesse.....	58
<b>Figure 4-2:</b> Evolution de la contrainte de cisaillement ( $\tau$ ) en fonction du taux de cisaillement ( $\dot{\gamma}$ ) T= 30°C par Matlab.....	61
<b>Figure 4-3:</b> Evolution de la contrainte de cisaillement ( $\tau$ ) en fonction du taux de cisaillement ( $\dot{\gamma}$ ) model de Herschel-bulkley T= 30°C par Matlab.....	62
<b>Figure 4-4:</b> Evolution de la contrainte de cisaillement ( $\tau$ ) en fonction du taux de cisaillement ( $\dot{\gamma}$ )	

(Expérience et modèle de HerschelBulkley).....	62
<b>Figure 4-5:</b> Evolution de la viscosité ( $\eta$ ) en fonction de la contrainte de cisaillement ( $\tau$ ) (Expérience et modèle de Herschel-Bulkley).....	63
<b>Figure 4-6:</b> Evolution de la contrainte de cisaillement ( $\tau$ ) en fonction du taux de cisaillement ( $\dot{\gamma}$ ) (Expérience et modèle analytique de Bingham).....	63
<b>Figure 4-7:</b> géométrie de l'écoulement étudié.....	65
<b>Figure 4-8:</b> demi coupe longitudinale de la géométrie étudiée.....	66
<b>Figure 4-9:</b> variation de Nombre de Nusselt on fonction de la position[34].....	72
<b>Figure 4-10:</b> variation de vitesse axiale mesurée suivant la direction horizontale $y = D/2$ et le profil moyen pour différents nombres de Reynolds à travers la section de la conduite.....	90
<b>Figure 4-11:</b> Longueur d'établissement de l'écoulement laminaire d'un fluide en loi de Herschel-Bulkley dans une conduite cylindrique pour différentes valeurs de $n$ : 0.86 (courbe $y=0.0064x+0.0311$ ) et 0.71 (courbe $y=0.0064x+0.00644$ ) 0.99 (courbe $y=0.0064x+0.1411$ ).....	91
<b>Figure 4-12:</b> Coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds basé sur la viscosité pariétale pour $n=0.86$ et $n=0.71$ ; $n=0.99$ .....	93
<b>Figure 4-13:</b> Evolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. $Pr = 1$ . (a) $n = 0.86$ (b) $n = 0.71$ (c) $n = 0.99$ .....	94
<b>Figure 4-14:</b> Injection de fluorescéine et trajectoires de traceur dans un écoulement isotherme ( $Re = 50$ , $Ra = 0$ ).....	95
<b>Figure 4-15:</b> Une vue de dessus du canal avec injection de fluorescéine. On voit nettement la naissance des rouleaux longitudinaux ( $Re = 50$ , $Ra = 3,4 \times 10^3$ ).....	95
<b>Figure 4-16:</b> Vues transversales dans six stations longitudinales ( $Re=105$ , $Ra=3,10. 1010$ , (a) $x= 12,1$ cm, (b) $x= 14$ cm, (c) $x= 16$ cm, (d) $x= 30$ cm, (e) $x= 70$ cm, (f) $x= 75$ cm).....	97
<b>Figure 4-17:</b> Simulation numérique du profile de la moyenne transversale du nombre de Nusselt pour trois valeurs du nombre de Rayleigh avec le cas de la convection forcée ( $1,28 \times 10^4$ ; $5,13 \times 10^4$ ; $1,03 \times 10^5$ ).....	1111

## Liste des Tableau

<b>Tableau 1-1</b> : l'équation rhéologique d'état générale.....	14
<b><u>Chapitre 4 : Calcul du profil des vitesses par Fluent</u></b>	
<b>Tableau 4-1</b> : Effet de la vitesse sur la corrosion.....	57
<b>Tableau 4-2</b> : Points expérimentaux de la viscosité, vitesse de cisaillement et de la contrainte de cisaillement du fluide.....	51
<b>Tableau 4-3</b> : Paramètres rhéologiques de modèle.....	62
<b>Tableau 4-4</b> : caractéristique de fluide newtonien.....	71
<b>Tableau 4-5</b> : variation de Nombre de Nusselt on fonction de la vitesse.....	72
<b>Tableau 4-6</b> : variation de Nombre de Nusselt on fonction de la vitesse.....	73
<b>Tableau 4-7</b> : Paramètres rhéologiques de Modèle d'Herschel-Bulkley pour différentes températures du fluide étudié.....	78
<b>Tableau 4-8</b> :Paramètres rhéologiques de Modèle de Cross du fluide.....	84
<b>Tableau 4-9</b> : la variation de la loguer d'établissement pour différents nombres de Reynolds à travers la section de la conduite.....	91
<b>Tableau 4-10</b> : la variation de $Nu$ , $C_f$ , $W_{max}$ pour différents indice $n$ et nombres de Reynolds à travers la section de la conduite.....	92
<b>Tableau 4-11</b> : la variation de $H_b$ ; $C_f$ ; $r_0$ pour différents indice $n$ à travers la section de la conduite.....	93

## Résumé

### **Revue bibliographique sur les écoulements de Poiseuille-Rayleigh-Bénard : écoulements de convection mixte en conduites rectangulaires horizontales chauffées par le bas.**

Le présent travail propose une étude expérimentale et numérique des écoulements laminaire de convection mixte dans un canal rectangulaire uniformément chauffé par le bas, à flux constant. La présence du gradient thermique vertical crée un écoulement secondaire de convection naturelle qui se superpose à l'écoulement principal en modifiant sa structure initiale qui était celle d'un écoulement de Poiseuille symétrique. Nous nous intéresserons plus particulièrement à la naissance de structures thermoconvectives sous forme de rouleaux longitudinaux d'axes parallèles à l'axe de la conduite. Dans cette étude nous avons considéré l'écoulement de l'eau ( $Pr=7$ ) dans un canal rectangulaire avec grand rapport d'aspect  $\Gamma = 10$  pour des valeurs des nombres de Reynolds et de Rayleigh comprises respectivement entre  $50 \leq Re \leq 100$  et  $0 \leq Ra \leq 106$ . Deux mécanismes d'initiation des rouleaux ont été mis en évidence. Le premier est un mécanisme classique, il se produit pour de faibles valeurs du nombre de Reynolds et est initié par l'effet des parois latérales donnant naissance à deux rouleaux longitudinaux qui se développent ensuite progressivement vers le centre du canal, dans le sens de l'écoulement. Le deuxième mécanisme se produit pour des valeurs plus grandes du nombre de Rayleigh et combine le précédent effet avec un gradient de température supercritique dans la couche limite thermique inférieure, qui simultanément déclenche des paires de rouleaux longitudinaux dans toute la section centrale du canal entre les deux premiers rouleaux. Nous avons trouvé que dans la présente configuration, que la transition entre les deux mécanismes d'initiation des rouleaux se produit pour  $Ra/ Re^2 \approx 18$ . Par conséquent, le transfert de chaleur est sensiblement amélioré comparativement à la pure convection forcée grâce à l'écoulement de la structure responsable de l'inondation continue de la paroi chaude par le fluide froid. Très peu de publications ont traité le cas de l'écoulement de l'eau dans un canal rectangulaire avec un grand rapport d'aspect transversal.

**Mots clés :** Poiseuille-Rayleigh-Bénard / conduites rectangulaires / convection mixte / instabilités thermoconvectives / instabilités convective et absolue / entrée thermique / longueur d'établissement / transferts thermiques / conditions aux limites / CVD / Refroidissement électronique

## Abstract

### **Bibliographical review on the Poiseuille-Rayleigh-Bénard flows : the mixed convection flows in horizontal rectangular ducts heated from below**

This present work proposes an experimental and numerical study of laminar mixed convection flows in a rectangular duct uniformly heated from below. The presence of the vertical thermal gradient creates a secondary flow of mixed convection which is superimposed on the main flow, which modifies its initial structure which was a symmetrical Poiseuille profile. We are particularly interested in the onset of thermoconvective structures in form of longitudinal rolls which their axes is parallel to the trough flow. One have considered the flow of water ( $Pr = 7$ ) in a rectangular channel with large aspect ratio  $\Gamma = 10$  for values at Reynolds and Rayleigh numbers respectively between  $50 \leq Re \leq 100$  and  $0 \leq Ra \leq 106$ . Two mechanisms of roll initiation are highlighted in a horizontal channel flow, at constant heat flux. The first mechanism is the classical one; it occurs for low Rayleigh numbers and is initiated by the lateral wall effect. The second occurs for higher Rayleigh numbers and combines the previous effect with a supercritical vertical temperature gradient in the lower boundary layer, which simultaneously triggers pairs of rolls in the whole zone between the two lateral rolls, in the streamwise flow. We have found that in the present configuration, the transition between the two roll initiation mechanisms occurs for  $Ra/Re^2 \approx 18$ . Consequently, the heat transfer is significantly enhanced compared to the pure forced convection case owing to the pattern responsible of the continuous flooding the heated wall with cold fluid. A very few publications have dealt with the case of water flow in a rectangular channel with large transversal aspect ratio.

**Key words : Poiseuille-Rayleigh-Bénard / rectangular duct / mixed convection / thermoconvective instabilities / convective and absolute instabilities / thermal entrance / growth length / heat transfer / boundary conditions / CVD / electroniccooling.**



## ملخص

تدفقات الحمل الحراري المختلط في قنوات Poiseuille-Rayleigh-Bénard: مراجعة ببليوغرافية لتدفقات

مستطيلة أفقية مسخنة من الأسفل

يقترح العمل الحالي دراسة تجريبية ورقمية لتدفقات الحمل الحراري المختلط الرقائقي في قناة مستطيلة يتم تسخينها بشكل موحد من الأسفل ، عند التدفق المستمر. يخلق وجود التدرج الحراري العمودي تدفقاً ثانوياً للحمل الحراري Poiseuille الطبيعي والذي يتم فرضه على التدفق الرئيسي عن طريق تعديل هيكله الأولي الذي كان عبارة عن تدفق متماثل. سنكون مهتمين بشكل خاص بولادة الهياكل الحرارية على شكل بكرات طولية بمحاور موازية لمحور الأنبوب.  $\Gamma =$  في قناة مستطيلة ذات نسبة عرض إلى ارتفاع كبيرة ( $Pr = 7$ ) في هذه الدراسة أخذنا في الاعتبار تدفق الماء تم عرض آليتين لبدء  $0 \leq Ra \leq 106$  و  $50 \leq Re \leq 100$  لقيم أرقام رينولدز ورايلي على التوالي بين 10 والقوائم. الأولى هي آلية كلاسيكية ، تحدث للقيم المنخفضة لرقم رينولدز وتبدأ بتأثير الجدران الجانبية مما يؤدي إلى ظهور بكرتين طوليتين تتطوران بعد ذلك تدريجياً نحو مركز القناة ، في اتجاه ل تدفق. تحدث الآلية الثانية لقيم أكبر لرقم رايلي وتجمع بين التأثير السابق وتدرج درجة حرارة فوق حرج في طبقة الحدود الحرارية السفلية ، والتي تؤدي في نفس الوقت إلى تشغيل أزواج من اللفات الطولية في جميع أنحاء القسم المركزي من القناة بين الاثنين. لقد وجدنا أنه لذلك ، تم تحسين نقل الحرارة  $18 \approx Ra / Re^2$  في التكوين الحالي ، يحدث الانتقال بين آليتي بدء البكرات ل بشكل كبير مقارنة بالحمل القسري النقي بفضل تدفق الهيكل المسؤول عن الغمر المستمر للجدار الساخن بالسائل البارد. تناول عدد قليل جداً من المنشورات حالة تدفق المياه في قناة مستطيلة ذات نسبة عرض إلى ارتفاع كبيرة

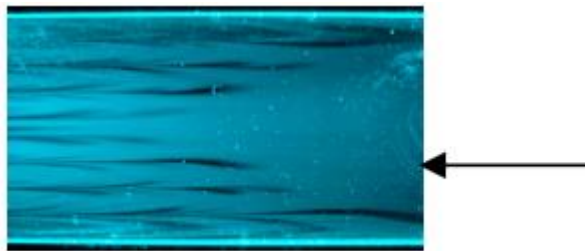
القنوات المستطيلة / الحمل الحراري المختلط / عدم Poiseuille-Rayleigh-Bénard :الكلمات المفتاحية  
الاستقرار الحراري / عدم الاستقرار الحراري والمطلق / المدخلات الحرارية / طول المنشأة / نقل الحرارة / الظروف  
التبريد الإلكتروني / CVD / الحدودية

## Introduction générale

L'intérêt croissant porté à l'étude du comportement des fluides complexes et les différentes approches théoriques pour traduire le comportement de ceux-ci se heurtent souvent à la réalité expérimentale. La caractérisation de ces matériaux complexes ainsi que l'étude de leur écoulement sont donc essentielles à la mise en œuvre de modèles capables de traduire le comportement de ces fluides.

Dans un écoulement forcé en conduite chauffée par le bas et refroidie par le haut, on observe des rouleaux contrarotatifs orientés dans le sens du gradient de pression imposé pour des nombres de Reynolds suffisamment élevés (typiquement  $Re > O(10)$  dans l'air), appelés rouleaux longitudinaux, par opposition aux rouleaux transversaux observés lorsque le nombre de Reynolds est faible. Une première analyse de stabilité temporelle linéaire menée dans le cas d'un écoulement entre deux plaques infinies par Gage et al. (1968) a montré que ces rouleaux sont issus d'une première déstabilisation d'un écoulement de Poiseuille conducteur pour un nombre de Rayleigh critique égal à 1708 indépendant du nombre de Reynolds. Cependant, ce résultat était en contradiction avec toutes les expériences réalisées à faible nombre de Reynolds, dans lesquelles des structures transversales stables sont observées. La contradiction a été levée grâce à une analyse de stabilité réalisée par Luijckx (1983) dans un canal d'extension latérale finie pour de faibles valeurs du nombre de Reynolds. Ce travail a montré que les structures transverses sont dans ce cas plus instables que les structures longitudinales et que la présence des parois latérales stabilise l'écoulement. Une revue complète des études concernant les rouleaux transversaux a été réalisée par Nicolas (2002). Une analyse linéaire spatio-temporelle conduite pour un écoulement entre deux plaques infinies par Carrière et al. (1999) montre qu'il existe une transition absolue/convective pour l'instabilité en rouleaux transversaux mais que les rouleaux longitudinaux sont toujours convectivement

instables et qu'ils sont plus instables que les rouleaux transversaux pour des nombre de Reynolds suffisamment grands. Ces structures longitudinales sont ainsi le résultat d'une amplification de perturbations présentes dans l'écoulement. Ils ne seront donc détectés dans les expériences qu'à condition qu'un niveau de bruit suffisant soit présent en permanence dans le système. L'observation d'un écoulement réel dans la zone d'entrée d'une conduite horizontale différentiellement chauffée montre que les rouleaux prennent naissance au voisinage des parois latérales puis se développent de proche en proche vers le centre au fur et à mesure que l'on avance dans le canal, comme on peut le voir sur la figure 1 ci-dessous issue d'une de nos expériences. La présence des parois latérales pourrait ainsi être vue comme une perturbation de l'écoulement théorique en milieu infini.



**FIG :** zone de développement des rouleaux longitudinaux – vue du dessus du début de la zone de chauffage (expérience réalisée par les auteurs).

Dans la plupart des expériences reportées dans la littérature, la longueur de la zone chauffée est faible. Par conséquent, la zone de développement des rouleaux occupe la majeure partie de la zone d'observation et la plage de paramètres caractéristiques balayés est réduite (nombre de Rayleigh élevé et nombre de Reynolds modéré). Des études expérimentales se sont intéressées à la zone de développement des rouleaux par des mesures de longueurs d'établissement ou à la caractérisation des structures pleinement développées par des mesures de vitesse et/ou de températures (Chiu et al. (1983), Mori et al. (1966), Chang et al. (1997)) mais très peu d'études ont été consacrées aux conditions d'apparition et de développement des rouleaux. Chang et al. (1998) ont étudié l'influence du rapport de forme sur les structures pour des nombres de Rayleigh élevés. L'objectif de l'étude présentée ici est de montrer la

sensibilité des structures longitudinales observées dans les expériences vis à vis des propriétés des parois latérales. Le montage expérimental utilisé pour notre étude se caractérise par une grande extension longitudinale du canal permettant d'observer des rouleaux longitudinaux pleinement développés pour une large gamme de nombres de Reynolds et de Rayleigh. Nous analysons l'évolution temporelle et spatiale des rouleaux longitudinaux et le nombre de rouleaux observés dans la zone établie pour plusieurs valeurs du rapport de forme transverse, Nous changeons la nature des parois latérales afin de briser la symétrie des conditions aux limites.

## **Chapitre 1 : Concepts généraux sur la rhéologie**

## Introduction :

Le terme " rhéologie " a été proposé pour la première fois par Eugene Cook Bingham en 1928 pour désigner la science qui étudie l'écoulement ou la déformation des corps sous l'effet des contraintes qui leur sont appliquées, compte tenu de la vitesse d'application de ces contraintes ou plus généralement de leur variation au cours du temps. La rhéologie se décompose en plusieurs sortes d'études :

- rhéologie expérimentale : détermination expérimentale des relations de comportement (entre contraintes et déformation ou vitesse de déformation).
- rhéologie structurale : explication des comportements à partir de la structure du matériau.
- rhéologie théorique : fournir des modèles mathématiques en nombre limité des comportements indépendamment de la structure microscopique.

### 1.1. Grandeurs caractéristiques de la rhéologie :

La rhéologie fait intervenir plusieurs grandeurs dynamiques et cinématiques, à savoir :

- La contrainte de cisaillement.
- La déformation.
- La vitesse de déformation et la viscosité.

Le mouvement relatif des couches les unes par rapport aux autres entraîne l'apparition de forces de frottement qui s'exercent tangentiellement à la surface " S " de chaque couche, ces forces sont appelées forces de cisaillement, et s'expriment par :

$$F = \mu \cdot S \frac{dy}{du} \quad (1.1)$$

Avec :

- $\mu$ : Coefficient de viscosité.
- $dy$ : Écart entre deux couches adjacentes.
- $du$ : Variation de leur vitesse.

Les forces de cisaillement par unité de surface sont appelées contraintes de cisaillement :

$$\tau = \frac{F}{S} \quad (1.2)$$

Unité : le Pascal.

### 1.1.2) Déformation :

La déformation  $\gamma$  caractérise le mouvement de cisaillement pour lequel les différentes couches ont des déplacements les unes par rapport aux autres :

$$\gamma = \frac{dx}{dy} \quad (1.3)$$

$dx$  : variation de déplacement.

### 1.1.3) La vitesse de déformation :

La vitesse de cisaillement ou le taux de cisaillement exprime l'effet ou la déformation due à la contrainte de cisaillement, elle correspond au gradient de vitesse transversal :

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dx}{dy} \right) = \frac{d}{dy} \left( \frac{dx}{dt} \right) = \frac{du}{dy} \quad (1.4)$$

Unité : en  $s^{-1}$

### 1.1.4) Viscosité :

Expérimentalement, lorsque  $F$  augmente,  $\tau$  augmente au sein du fluide, lorsque  $V_0$  augmente,  $\dot{\gamma}$  augmente au sein du fluide. La façon dont  $\tau$  varie en fonction de  $\dot{\gamma}$  dépend de la viscosité.

#### e) Viscosité dynamique:

$$\tau = \frac{\mu}{\dot{\gamma}} \quad (1.5)$$

Unité : Pa.s ou poiseuille dans le système international. (Symbole Pl)

Unité usuelle : le poise : 1 poise = 1 /10 Pl (symbole Po) b)

#### f) Viscosité cinématique :

Elle est le rapport entre la viscosité de cisaillement et la masse volumique.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.6)$$

Avec  $\rho$  la masse volumique du fluide.

Unité dans le système international : Pa.s.kg<sup>-1</sup> .m<sup>3</sup> . Cette unité peut également s'écrire m<sup>2</sup> .s<sup>-1</sup>.

Unité usuelle : 1 stoke =10<sup>-4</sup> m<sup>2</sup> .s<sup>-1</sup> ou son sous-multiple, le centistoke. Cette dernière unité est pratique pour des fluides de viscosité proche de celle de l'eau qui a une viscosité de 1 centistoke.

**g) Viscosité relative et viscosité spécifique :**

Dans le cas des solutions ou dispersions, lorsqu'est introduit un soluté dans un solvant, les interactions moléculaires augmentent et la viscosité également.

Afin de différencier les influences du soluté (ou de la phase dispersée) du solvant sont définis quelques notions utilisées fréquemment dans l'étude des suspensions et des solutions, afin de déterminer l'influence du milieu suspensé dans le comportement rhéologique :

$$\begin{cases} \mu_r = \frac{\mu}{\mu_s} \\ \mu_{sp} = \mu - 1 \end{cases} \quad (1.7)$$

$\mu_r$ : viscosité relative.

$\mu_{sp}$ : viscosité spécifique.

$\mu$ : viscosité de la solution.

$\mu_s$  : viscosité du fluide solvant.

**h) Viscosité apparente :**

Dans le cas des fluides non newtonien où la viscosité dépend du taux de cisaillement, la notion de viscosité apparente est introduite ; elle définit comme le rapport entre contrainte et taux de cisaillement locaux :

$$\eta_a = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (1.8)$$

En pratique, sont utilisées d'autres définitions comme celle de la viscosité différentielle  $\mu_d$ , définie comme la tangente locale au diagramme ( $\tau = F(\dot{\gamma})$ ) ou celle exprimée en Degré Engler (sans dimension): c'est le rapport  $\frac{v}{v_{eau}} = \frac{t}{t_{eau}}$  où  $t_{eau}$  et  $t$  sont des temps d'écoulement du fluide et de l'eau respectivement mesurés dans les mêmes conditions expérimentales.



## 1.2. Rhéologie et comportements des fluides :

L'objet de la rhéologie est de caractériser le comportement mécanique des matériaux en écoulement. Cette caractérisation est recherchée généralement sous la forme d'une relation mathématique entre les contraintes et les déformations du matériau que l'on appelle loi de comportement. On prendra garde que la rhéologie ne s'intéresse pas uniquement aux fluides mais à tous les matériaux, car tout matériau est susceptible de s'écouler.

La loi de comportement s'écrit généralement sous la forme d'une relation entre la contrainte de cisaillement ( $\tau$ ) et la vitesse de cisaillement ( $\gamma$ ) (c'est-à-dire le gradient de vitesse) :

$$\tau = f(\gamma) \quad \gamma = \frac{dy}{du} \quad (1.9)$$

Par exemple, dans le cas de l'eau ou d'autres fluides dits newtoniens (air, huile, miel, etc.), cette relation est linéaire :

$$\tau = \mu\gamma \quad (1.10)$$

## 1.3. Classification des fluides suivant leurs comportements :

### 1.3.1. fluide newtonien :

Pour un fluide newtonien, la contrainte de cisaillement est proportionnelle à la vitesse de déformation, le coefficient de viscosité  $\mu$  est une constante :

$$\mu = \frac{\gamma}{\tau} = Cte \quad (1.11)$$

La viscosité  $\mu$  est donc indépendante de la contrainte de cisaillement, et de la vitesse de déformation tant que le régime est laminaire. Il existe un certain nombre de fluides, appelés fluides non newtoniens, pour lesquelles il n'y a pas proportionnalité entre la contrainte de cisaillement et la vitesse de déformation. **La figure (I.1)** représente la classification des comportements rhéologiques.

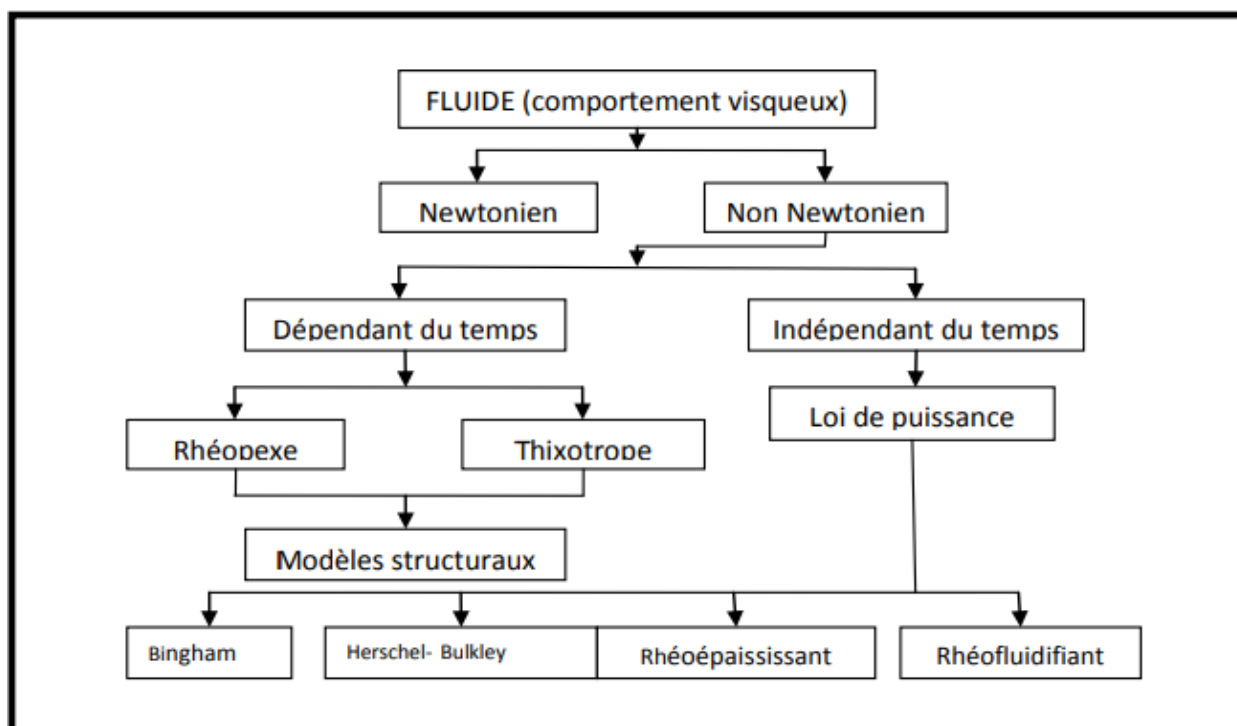


figure 1-1 : Classification des comportements rhéologiques.

### 1.3.2. Fluide non newtonien :

Ce sont des fluides qui ne suivent pas les propriétés physiques de Newton. C'est donc un fluide dont l'état dépend de la **vitesse** et de la **contrainte de cisaillement** en plus de la température et de la pression. Il existe 2 grands types de **fluides non newtoniens**, ceux qui **dépendent du temps**, et ceux qui sont **indépendants du temps**. Lorsque l'on fait un graphique, on obtient une courbe représentant une fonction **exponentielle** ou alors des droites ne passant pas par l'origine dans certains cas (= fonction affine).

Lorsque l'on applique une force, les propriétés au niveau moléculaire ou microscopique de ces fluides font qu'ils changent d'état **suivant la contrainte appliquée**, ce qui n'est pas le cas pour les fluides newtoniens qui gardent la même composition **peu importe la contrainte**.

L'étude des **fluides non-newtoniens** et de la plasticité est appelée la Rhéologie.

#### 1.3.2.1. Fluides non newtonien indépendant du temps de cisaillement :

Ce sont des fluides dans le temps de cisaillement n'a pas d'influence sur leurs comportement.

##### A- Fluide de Bingham :

Un **fluide à seuil** est un fluide dont les propriétés changent lorsque l'on applique une force supérieure à un certain seuil de contrainte. En temps normal, un fluide à seuil ne s'écoule pas. C'est l'exemple du ketchup ou encore du dentifrice. Mais lorsque que l'on applique une force à ce fluide, il change d'état. Si la force appliquée

devient insuffisante ou est retirée, le fluide reprend son état initial. A partir d'une certaine **contrainte de cisaillement** appliquée au fluide, celui-ci peut prendre un état définitif. La cause de ceci est qu'à partir d'un certain seuil de force, les liaisons entre des particules se cassent ce qui provoquent le changement d'état du fluide. Plus simplement, des liaisons entre les particules empêchent le fluide de réagir comme un fluide **rhéopaissant** ou **rhéofluidifiant**, mais lorsque les liaisons sont rompues, on a alors les mêmes configurations qu'avec les 2 autres types de **fluides non-newtoniens**.

Il existe un cas particulier comme la mayonnaise qui, une fois le seuil de contrainte atteint, devient une sorte de **fluide newtonien** puisqu'elle adopte un comportement linéaire. C'est fluides sont appelés **fluides de Bingham**.

Les fluides plastiques idéals de Bingham sont des liquides qui ont besoin d'une contrainte critique pour s'écouler au-dessous de laquelle il n'y a aucun cisaillement possible et au-dessus de cette contrainte la courbe d'écoulement est un droit linéaire (**figure 1-2**) la loi qui régit ce genre de fluide s'appelle le modèle de Bingham :

$$\tau = \tau_0 + \mu_0 \gamma \quad (1.12)$$

Avec :  $\tau_0$ : Contrainte seuil d'écoulement.

$\mu_0$  : a viscosité plastique de Bingham.

## B- Fluide de Herschel-Bulkley :

La plupart des rhéogrammes des fluides viscoplastiques réels présentent un caractère rhéofluidifiant avec une contrainte critique, qui peut être représenté par la relation suivante :

$$\tau = \tau_0 + \mu_0 \gamma^n \quad (1.13)$$

## C- Fluide fluidifiant ou pseudo plastique

Ces fluides ont une viscosité qui diminue si la **contrainte de cisaillement** augmente.

En clair, lorsque que l'on applique une force, à ce type de fluide, il devient de plus en plus liquide. C'est l'exemple du sang ou encore de la lave. Lorsque l'on retire la force appliquée, le fluide reprend son état initial.

Cette propriété s'explique par le fait que sous l'effet d'une force, les particules, qui sont la plupart du temps des longues chaînes de **polymères** (mais pas toujours), ont tendance à s'aligner progressivement dans le sens de la contrainte, ce qui favorise leur glissement relatif. Ainsi on obtient au fur et à mesure la même organisation que les molécules d'H<sub>2</sub>O pour l'eau à l'état liquide, alignées et ordonnées. Lorsque l'on retire la force appliquée au fluide, ce dernier revient à l'état initial.

Nous avons donc réalisé deux schémas pour expliquer de façon plus claire ce qu'il se passe au niveau de la structure d'un **fluide rhéofluidifiant**.

Le modèle rhéologique le plus souvent utilisé pour représenter ces fluides est le modèle ou loi de puissance appelé aussi modèle d'Ostwald-de Waele :

$$\tau = m \gamma^n \quad \text{avec } n < 1 \quad (1.14)$$

$m$  appelé indice de consistance et  $(n)$  est l'indice de comportement. La viscosité est alors calculée de façon suivant :

$$\mu = m \gamma^{n-1} \quad (1.15)$$

Lorsque  $n$  est égal à 1, on retrouve le cas d'un fluide newtonien. Dans le cas d'un fluide rhéofluidifiant,  $0 < n < 1$

#### D- Fluides dilatants ou rhéoépaississant:

Ces fluides ont une viscosité qui augmente si la **contrainte de cisaillement** augmente. C'est l'inverse d'un fluide **rhéofluidifiant**. En clair, lorsque l'on applique une force à ce type de fluide, il devient de plus en plus solide. C'est l'exemple du mélange eau-maïzena ou du **slime** (voir plus loin). Lorsque l'on retire la force appliquée, le fluide reprend son état initial. Cette propriété s'explique par le fait que ces fluides sont constitués d'un liquide dans lequel est mélangé plusieurs particules différentes et homogènes de très petites taille. Ce fluide liquide est appelé **Colloïde**. Ainsi, lorsque l'on exerce une force sur le fluide, les particules présentes dans le fluide se regroupent, et se lient entre elles ce qui donne une organisation ordonnée des particules comme pour l'eau à l'état solide. Lorsque la force est annulée, les molécules d'eau reprennent leurs places entre les particules et le fluide redevient liquide (ou plus visqueux).

Les fluides épaississants ou dilatants sont aussi régit par la loi de puissance sauf que pour cette catégorie de liquide l'indice d'écoulement est supérieure à 1 ( $n > 1$ ). Ces fluides se rencontrent beaucoup plus rarement industriellement. Leur comportement se traduit par une augmentation de viscosité avec le cisaillement.

$$\tau = m \gamma^n \quad \text{avec } n > 1 \quad (1.16)$$

**Le tableau (I -1)** présente l'équation rhéologique d'état générale :

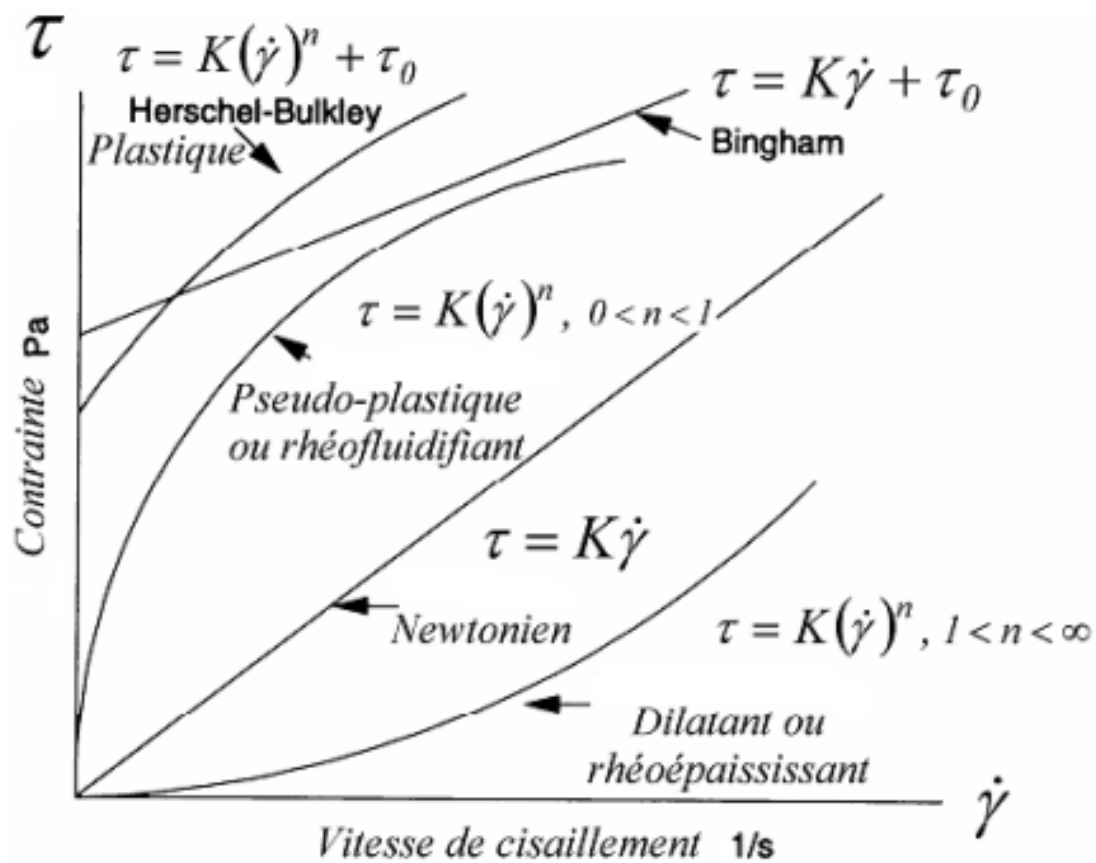
$$\tau = m (\gamma)^n + \tau_0 \quad (1.17)$$

Type de fluide	n (indice d'écoulement)	$\tau_0$
Newtonien	1	0
Bingham	1	>0
Herschel-Bulkley	$0 < n < \infty$	>0
Rhéofluidifiant	$0 < n < 1$	0
Rhéopépaississant	$1 < n < \infty$	0

**Tableau 1-1** : l'équation rhéologique d'état générale.

## Rhéogrammes:

Pour vérifier le caractère de newtonien ou non newtonien du fluide, il convient de déterminer sa rhéologie grâce à un rhéomètre. Cet appareil fournit des rhéogrammes, dont l'analyse permet d'identifier le comportement du fluide à une certaine catégorie, et de lui accoler un modèle rhéologique (**figure 1-2**).



**Figure 1-2** : Rhéogramme de quelques catégories de fluides [Jean-L.2006].

### 1.1.2.2 - Fluides non newtonien dépendant du temps de cisaillement :

Certains fluides non newtoniens subissant une variation de leurs propriétés d'écoulement en fonction du temps de cisaillement auquel ils sont soumis. Leur comportement dépend de l'historique des contraintes qu'ils ont subies. Ils correspondent aux fluides de Boltzmann. On y distingue essentiellement les fluides thixotropes et les fluides antithixotropes.

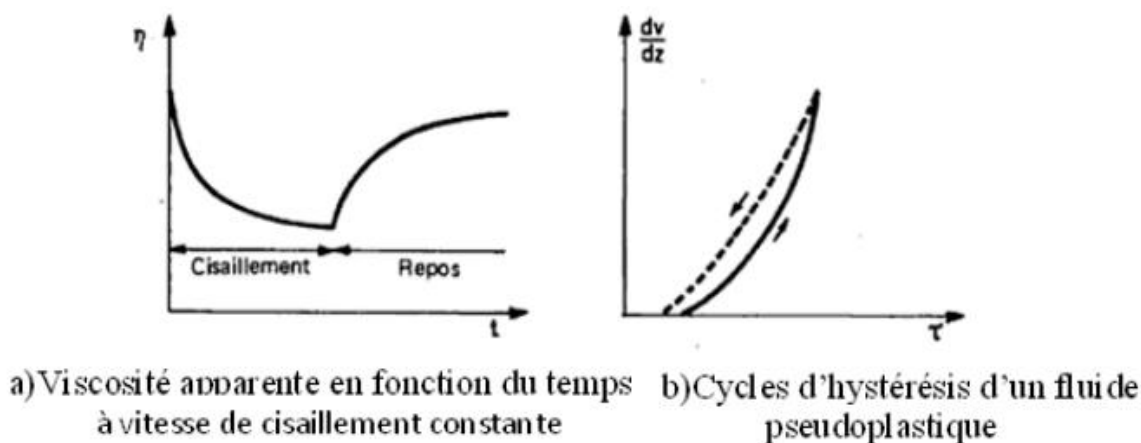
#### A - Les fluides thixotropes :

Ces fluides sont souvent apparentés aux fluides **rhéofluidifiants** puisque ils ont les mêmes effets, mais la différence est qu'ils dépendent du temps.

Sous la contrainte constante, le fluide **thixotrope** va réagir comme le fluide **rhéofluidifiant**, il va devenir liquide mais sur la durée. Lorsque l'on applique une force à un moment donné le fluide ne va que très peu, voire quasiment pas changer d'état alors que si l'on maintient la force, ce dernier va changer d'état au fur et à mesure que le temps passe. À l'inverse, lorsque que le fluide a changé d'état, si on enlève la force appliquée, il faut un certain temps avant que le fluide ne revienne à l'état initial.

Exemple de fluide thixotrope: le sable mouvant

Une substance est dite thixotrope quand sa viscosité diminue avec le temps de cisaillement. Ceci s'explique par une modification, une destruction partielle de la structure du fluide. Au repos, la viscosité se rétablit progressivement (**Figure 1-3**).



**Figure 1-3** : Les fluides thixotropes [Briant.J 1985].

**B - Les fluides antithixotropes : [Joël S. 2006]**

Ces fluides sont l'inverse des fluides **thixotropes**, et sont souvent apparentés aux fluides **rhéoépaississants**. Sous la contrainte, le fluide va réagir comme le fluide **rhéoépaississant**, c'est-à-dire qu'il va devenir plus solide avec la durée. Comme le fluide **thixotrope**, il faut que la contrainte soit maintenue pendant un certain temps pour que le fluide devienne solide. Pareillement, lorsque l'on enlève la force, le fluide reprend sa forme initiale sur la durée

L'antithixotropie prend naissance quand l'agitation du liquide accroît la formation de structure au sein de celui-ci. Le terme de rhéopexie est aussi utilisé pour l'antithixotropes, La rhéopexie est un phénomène extrêmement complexe qui n'a guère été étudié. Dans ce type de fluides, il apparaît qu'un faible cisaillement est susceptible de favoriser la restructuration du produit.

## **Chapitre 2 : Etude bibliographique**



## Introduction

Ces deux dernières décades ont vu un accroissement rapide des activités de recherche dans le domaine de la convection naturelle et mixte. C'est un sujet qui présente à la fois un intérêt fondamental et pratique. La majorité des travaux de recherche ont été motivé par les applications industrielles à forts enjeux économiques. Par exemple, l'étude des dépôts de vapeur chimique (Chemical Vapor Deposition ou CVD), la fabrication et le refroidissement des composants électroniques, le stockage cryogénique, la climatisation passive, la fabrication des cellules solaire. La convection mixte permet aussi d'expliquer certains phénomènes induit dans la l'atmosphère, le mouvement des océans et l'astrophysique.

La convection est un mode de transfert de chaleur qui se produit uniquement au sein des milieux fluides. Elle apparaît lorsque le fluide (gaz ou liquide) est en mouvement et présente des inhomogénéités spatiales de température, de concentration d'espèces chimiques, de changement de phase, tension superficielle et beaucoup d'autres effets. On parle de convection naturelle, lorsque les mouvements de circulation sont provoqués exclusivement par des forces agissant au sein du fluide. Ces forces sont le plus souvent les forces pesantes ou forces de flottabilité ou encore poussée d'Archimède. Etant donné que le mouvement est induit par la présence de la gravité, les écoulements de convection naturelle possèdent une direction privilégiée liée à la direction de la pesanteur. Dans notre environnement, proche ou lointain on peut observer ces mouvements convectifs naturels à différentes échelles. L'air chaud qui monte au dessus radiateur, la formation des nuages, les courants océaniques, le mouvement du magma sous la croûte terrestre etc. Tous ces mouvements fluides ont pour origine des mouvements de convection naturelle.

## 2.1. La convection naturelle :

Pour comprendre le mécanisme fondamental de la convection (naturelle) dans une couche fluide contenue entre deux plaques horizontales maintenues à deux températures différentes, chauffée uniformément par le bas et refroidie par le haut. Ceci produira un mouvement du fluide, au dessus d'un certain seuil de température. Si l'écart de température est faible, la couche fluide est sans mouvement et stratifiée verticalement en température ceci correspond à un état conductif stable. La moindre perturbation de température ou de vitesse est atténuée par la diffusion thermique ou la viscosité avant que la poussée d'Archimède n'ait eu le temps d'intervenir. Lorsque le gradient de température dépasse un seuil critique, l'état conductif devient instable et des mouvements thermo-convectifs s'installent.

On comprend que la stabilité de l'état conductif ne dépend que de la valeur d'un nombre sans dimension appelé nombre de Rayleigh noté Ra. Il traduit la compétition entre la poussée d'Archimède et les effets dissipatifs de la traînée visqueuse et de la diffusion de la chaleur.

Le nombre de Rayleigh est défini par :

$$Ra = \frac{\text{poussée d'archimède}}{\text{force de traînée visqueuse} * \text{taux de diffusion de la chaleur}}$$

Tant que la différence de température  $\Delta T = T_1 - T_2$ , entre les plaques horizontales, ( $T_1$  température de la paroi chaude,  $T_2$  température de la paroi froide), est maintenue au dessous d'une certaine valeur critique  $\Delta T_{cr}$ , correspondant à  $Ra < Ra_{cr}$ , ( $Ra_{cr}$  est le nombre de Rayleigh critique), les échanges convectifs sont purement diffusifs. A une valeur de  $\Delta T = \Delta T_{cr}$ , ( $Ra > Ra_{cr}$ ), on assiste à une mise en mouvement du fluide, alors la convection apparaît suffisamment au dessus de cette valeur, des cellules thermoconvectives prennent forme selon la géométrie de la cavité contenant le fluide. Ce type de convection est dit convection de Rayleigh- Bénard.

## 2.2. La convection forcée et convection mixte :

Contrairement aux mouvements convectifs induits naturellement (CN) au sein du fluide, les écoulements convectifs provoqués par des moyens mécaniques (pompes, ventilateurs, compresseurs) sont dit écoulements de Poiseuille, ce sont des mouvements de convection forcée (CF). Quand les mouvements convectifs sont dus à la fois à des sources internes et externes, on rentre dans le cadre de la convection mixte (CM). Le problème de Poiseuille-Rayleigh-Bénard est un écoulement de convection mixte. Les limites de ces trois domaines, la convection naturelle, la convection forcée et la convection mixte, sont approximativement fixées par un nombre adimensionnel dit nombre de Richardson  $Ri$ , défini par l'expression :

$$Ri = \frac{g\beta\Delta\theta h}{v^2}$$

Ce nombre est égal au rapport des carrés des vitesses associées à la convection naturelle et à la convection forcée. Il tend vers zéro dans le cas de la CF et vers l'infini dans la CN.

Les écoulements de convection mixte ou écoulements de Poiseuille-Rayleigh-Bénard résultent donc de la conjugaison de deux sources convectives appliquées à un fluide compris entre deux plaques planes horizontales : un gradient de pression horizontal donnant naissance à un écoulement de Poiseuille et un gradient de température vertical donnant un écoulement de convection naturelle. Cet écoulement est non seulement caractérisé par le nombre de Rayleigh mais également par le nombre de Reynolds noté  $Re$ , qui représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces de dissipation visqueuses (diffusion de la quantité de mouvement) au sein du fluide :

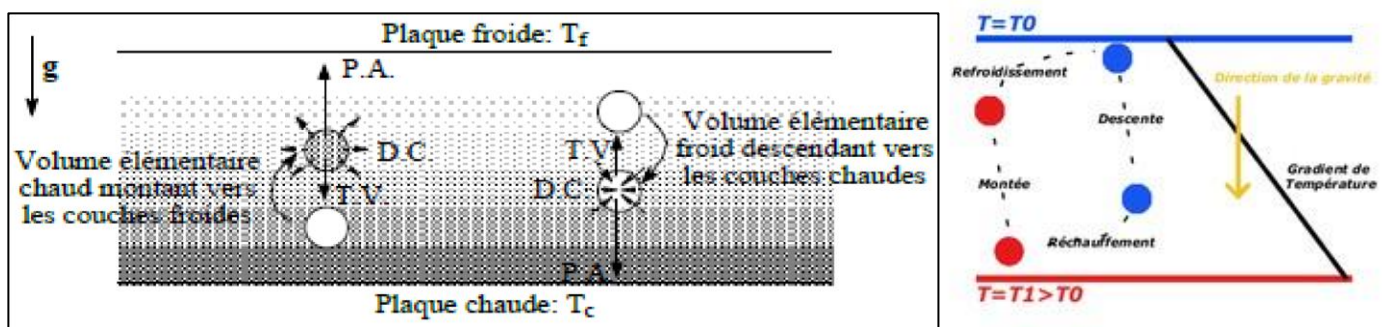
$$Ra = \frac{\text{forced'inertie}}{\text{force de dissipation visqueuse}}$$

Ainsi, dans la configuration qu'on se propose d'étudier, il s'agit de superposer l'écoulement de Poiseuille, dû au gradient de pression et de l'écoulement de convection naturelle, dû au chauffage par le bas de la couche fluide.

## 2.4. Transfert de chaleur par convection :

Le transfert de chaleur entre une paroi et un fluide est un processus par lequel l'énergie est échangée sous forme de chaleur grâce au gradient de températures qui peut exister entre ces deux milieux. Comme le gradient de pression, le gradient de température va donner naissance à une nouvelle force (la poussée d'Archimède) dont il faudra tenir compte dans l'établissement du bilan total des forces

appliquées à une particule fluide en mouvement. En fait, la différence de température aura pour conséquence une modification de la densité déclenchant ainsi un mouvement au sein du fluide du fait de la poussée d'Archimède (Fig.2.1). Ce mouvement de brassage, dans lequel les parties les plus chaudes du fluide ont tendance à s'élever et les parties froides et denses à descendre, s'appelle "la convection". Le mouvement du fluide peut être naturel ou forcé. Ces mouvements dus uniquement à des différences de température du fluide constituent la convection naturelle. La convection forcée est obtenue en soumettant le fluide à une augmentation de pression, l'écoulement induit obéit aux lois de la mécanique des fluides. Si les deux modes de convection sont importants, la convection est dite mixte.



**Figure 2-1 :** Rupture de l'équilibre des forces donnant naissance à la convection naturelle dans une couche fluide horizontale chauffée par le bas.

Les premières recherches sur la convection ont été entamées par Henri Bénard en 1900. Son dispositif expérimental était composé d'une fine couche d'huile (1mm d'épaisseur) chauffée par le bas par de la vapeur tandis que la surface supérieure était refroidie par de l'air à une température et une pression atmosphérique.

Malgré le manque de précision, il a observé un modèle régulier de cellules hexagonales en utilisant de l'aluminium et de la poudre de graphite.

Il a observée aussi une dépression locale au centre de chaque cellule. Cette instabilité thermo convective est en fait due principalement à la convection de Marangoni . Ce phénomène a été modélisé 50 ans plus tard par Person et reproduit expérimentalement par Block. La première étude théorique de la convection a été faite par Lord Rayleigh en 1916 , il a essayé d'expliquer les expériences expérimentales de Bénard par une théorie linéaire en utilisant l'approximation de Boussinesq (toutes les propriétés du fluide excepté la densité sont indépendantes de la température). En négligeant tous les termes non-linéaires de l'équation de mouvement et de l'équation thermique,

il a fondé les bases de ce que nous appelons aujourd'hui la convection de Rayleigh-Bénard (RB). Les valeurs critiques caractérisant le problème ont été calculées par Jeffreys.

## 2.4. Formulation mathématique de l'écoulement par convection :

### 2.4.4. Equation de Navier et Stokes :

Afin de mener à bien les calculs prédictifs concernant les phénomènes de convection thermique, il est nécessaire de spécifier la modélisation du fluide et les équations vérifiées par les champs de grandeurs physiques le décrivant. Ces équations sont l'expression des conservations de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. L'objectif visé de cette formulation est la détermination de la distribution de la température, de la pression et des vitesses dans le système considéré.

- **Equation de continuité (conservation de la masse) :**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V} = 0 \quad (2.1)$$

- **Equation de conservation de la quantité de mouvement**

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \vec{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (2.2)$$

- **Equation de l'énergie :**

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot k \nabla T + \beta T \frac{DP}{Dt} + \mu \phi \quad (2.3)$$

En deux dimensions, L'opérateur  $\nabla$  est un vecteur est défini comme suit

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} \quad (2.4)$$

Et :

$$\frac{D}{Dt} = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial t} \quad (2.5)$$

$\phi$  est la fonction de la dissipation définie en deux dimensions comme suit :

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (2.6)$$

### 2.4.5. L'approximation de Boussinesq :

La résolution des équations décrivant le phénomène d'écoulement par convection est complexe, si on prend en considération que les propriétés physiques peuvent varier en fonction de la température et la pression. On se place dans l'hypothèse formulée par Boussinesq à savoir que les propriétés physiques ne varient pas avec la température à l'exception de la densité lorsque les variations de celle-ci créent des forces de gravitation. Des simplifications sont apportées aux équations de mouvement notamment, négliger les variations de  $\rho$  dans les termes autres que  $\rho g$  ce qui conduit à considérer le fluide comme incompressible. La variation de la densité (qui produit l'écoulement) est linéarisée autour de l'état de référence ( $T_{réf}$ ,  $\rho_{réf}$ ). Elle est exprimée comme suit :

$$\rho = \rho_{réf} \left( 1 - \beta (T - T_{réf}) \right) \quad (2.7)$$

Où  $\beta$  est le coefficient de dilatation thermique à pression constante

La condition :  $(T - T_{\infty})_{réf} \ll 1$  est très importante pour la validation de cette équation.

### 2.4.6. Les Nombres adimensionnels caractérisant le transfert de chaleur par convection:

L'emploi de la variable adimensionnelle permet d'exprimer la réalité des phénomènes physiques indépendamment des systèmes de mesures, pour permettre l'obtention d'informations généralisées pour une variété des problèmes ayant les mêmes grandeurs de coefficient de similitudes d'un côté, et de l'autre, réduire le nombre de paramètres d'un problème.

En effet, pour faire apparaître les paramètres de contrôle du problème étudié, il est nécessaire d'introduire les nombres adimensionnels suivants :

### a) Nombre de Rayleigh :

Est un nombre sans dimension qui caractérise le transfert de chaleur au sein d'un fluide : inférieur à une valeur critique de 2000, le transfert s'opère essentiellement par conduction, tandis qu'au-delà de cette valeur c'est la convection naturelle qui devient importante.

On peut le définir comme le produit du Nombre de Grashof, reliant la force d'Archimède à la viscosité du fluide et du nombre de Prandtl.

$$Ra = \frac{g\beta(T_c - T_f)d^3}{\nu\alpha} \quad (2.8)$$

Où :  $g$  est la force gravitationnelle,  $T_c$  et  $T_f$  sont respectivement les températures des parois du bas (chaude) et celle du haut (froide) à l'intérieur du canal.

$d$  est la hauteur du canal,  $\nu$  est la viscosité cinématique et  $\alpha$  la diffusivité thermique définie par l'usage de la conductivité thermique, la densité et la chaleur spécifique à pression constante  $c_p$  :

$$\alpha \equiv \frac{1}{\rho c_p} \quad (2.9)$$

$\beta$  est le coefficient d'expansion volumétrique :

$$\beta \equiv \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad (2.10)$$

$$= -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (2.11)$$

Selon le travail de Rayleigh, pour un cas bidimensionnel, le transfert de chaleur est purement par conduction pour un nombre de Rayleigh inférieur à une valeur critique  $Ra_c$ . Lorsque cette dernière est atteinte, le système devient instable et passe à un autre état où la convection devient la principale forme de transfert de chaleur.

### j) Nombre de Reynolds :

Il représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Il caractérise la nature de l'écoulement : laminaire, transitoire ou turbulent

$$Re = \frac{U_0 \cdot d}{\nu} \quad (2.12)$$

On note que le nombre de Reynolds se base sur la valeur maximal de la vitesse dans le profil de poiseuille (On considère toujours que l'écoulement de Poiseuille est stationnaire, pleinement développé) :

$$Re = \frac{U_{max} \cdot d}{\nu} \quad (2.13)$$

Où :  $U_{max}$  est la valeur maximale de la vitesse dans le profil de Poiseuille,  $d$  la hauteur du canal et  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide.

### k) Nombre de Bingham

Dans le cas d'un fluide de Bingham, on peut définir ce nombre comme le rapport entre la contrainte critique ou seuil et la contrainte visqueuse. Contrainte seuil / contrainte visqueuse.

$$Bi = \frac{\text{contrainte seuil}}{\text{contrainte visqueuse}} = \frac{\tau_c D}{U_m \eta_p}$$

### l) Nombre de Herschel-Bulkley :

C'est le nombre de Bingham modifié pour le fluide de Herschel-Bulkley.

$$H_b = \frac{\tau_c R^n}{K U_m^n}$$

### m) Nombre d'Euler :

Pour les besoins de l'étude des pertes de charges ou de pression dues aux frottements, on définit le nombre d'Euler comme étant le rapport entre l'énergie perdue par frottement et l'énergie cinétique

$$E_u = \frac{1 \text{ energie perdue par frottement}}{2 \text{ energie cinétique}} = \frac{\Delta P}{\rho (U_m)^2}$$

### n) Nombre de Prandtl :

Est un nombre adimensionnel qui représente le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement  $\nu$  (ou viscosité cinématique) et la diffusivité thermique  $\alpha$ .

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (2.14)$$



**o) Nombre de Grashof :**

Ce nombre correspond au rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses. Il caractérise la convection naturelle dans un fluide.

$$Gr = \frac{g\beta(T_c - T_f)d}{\nu^2} \quad (2.15)$$

**p) Nombre de Péclet :**

Il représente le rapport des forces d'inertie diffusives et les forces thermiques diffusives. Il est défini par le produit du Nombre de Reynolds par le nombre de Prandtl.

$$Pe \equiv Re Pr \quad (2.16)$$

**q) Nombre de Nusselt :**

Est un nombre adimensionnel utilisé dans les opérations de transfert thermique. Il représente le rapport entre le transfert thermique total et le transfert par conduction.

L'échange thermique entre les parois chaudes et froides est représenté par le nombre de Nusselt moyen :

$$\overline{Nu} = \frac{1}{L} \int_0^{L/H} Nu \, dx \quad (2.17)$$

Où : Nu est le nombre de Nusselt local :

$$Nu = \left| \frac{\partial T^*}{\partial n} \right| \quad (2.18)$$

On définit aussi le nombre de Nusselt moyen dans le temps et l'espace comme suit :

$$\langle \overline{Nu} \rangle = \frac{1}{t} \int_0^{t_1} \overline{Nu} \, dt \quad (2.19)$$

**2.2.4. Facteur de perte de charge :**

Le nombre d'Euler défini précédemment dépend de la perte de pression dans l'écoulement, ces pertes sont gérées par plusieurs facteurs parmi lesquels la longueur de la conduite  $L$ , qui est définie pour chaque  $E_u$ . Pour cela, on préfère utiliser le facteur de frottement  $f$  défini par :

$$\frac{f}{2} = \frac{\text{contrainte à la paroi}}{\text{contrainte inertielle}}$$

$$f = \frac{\tau_p}{\frac{1}{2}\rho(U_m)^2} \Rightarrow \frac{f}{2} = \frac{\tau_p}{\rho(U_m)^2}$$

$$\tau_p = \frac{D \Delta P}{4 L} \Rightarrow \frac{f}{2} = \frac{D}{4\rho(U_m)^2} \frac{\Delta P}{L}$$

### 2.2.5. Longueur d'établissement :

La longueur hydrodynamique d'entrée dans un écoulement est la distance minimale pour avoir un écoulement développé et sa valeur dépend du :

- régime d'écoulement
- Type du comportement de fluide.
- Nature de la conduite et sa rugosité.

En régime laminaire elle est plus grande que dans le régime turbulent.

Dans une conduite cylindrique elle est évaluée dans les deux régimes avec la corrélation suivante :

$$\frac{L}{D} = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{U_{max}}{U_m} \right)^2 - 1 - K_l \quad (\text{II.8})$$

$K_l$  Coefficient de perte de charge singulière (à l'entrée de la conduite).

Pour un écoulement laminaire :

$$\frac{L}{D} = 0.0265 Re$$

Pour un comportement viscoplastique Peixinho et al utilisent la corrélation :

$$\frac{L}{D} = \left( \frac{0.23}{n^{0.31}} - 0.4 \frac{\tau_c}{\tau_p} \right) Re' \quad (\text{II.9})$$

$$\text{Où : } Re' = \frac{\rho U_m D}{\eta_c}$$

Pour des écoulements turbulents, Soares et al avancent que les taux de cisaillement dans les écoulements sont tellement importants que l'effet de la contrainte seuil est négligeable.

A cause des perturbations et des vibrations liées à la nature de la conduite et de sa rugosité on utilise généralement une longueur équivalente à 60 fois le diamètre de la conduite.

## 2.5. Approche physique de la lubrification hydrodynamique

### 2.5.1. Types d'écoulement dans le film

Considérons, (fig. 2-2), l'écoulement plan entre deux surfaces entièrement séparées par un fluide visqueux newtonien. Si dans le film lubrifiant, les forces massiques extérieures et les forces d'inertie sont négligeables devant les forces de viscosité et de pression, l'écoulement résulte de la superposition de deux écoulements simples :

- L'écoulement de Couette dû au mouvement des surfaces, (fig. 2-2a). La variation de vitesse est linéaire suivant l'épaisseur du film.
- L'écoulement de Poiseuille dû à un gradient de pression  $dp/dx$  dans le sens de l'écoulement. La variation de vitesse suivant l'épaisseur du film est parabolique, (fig. 2-2b). On peut ainsi rencontrer différents cas de figure, selon le signe des vitesses  $U_1$ ,  $U_2$  et du gradient de pression  $dp/dx$  (fig. 2.2).

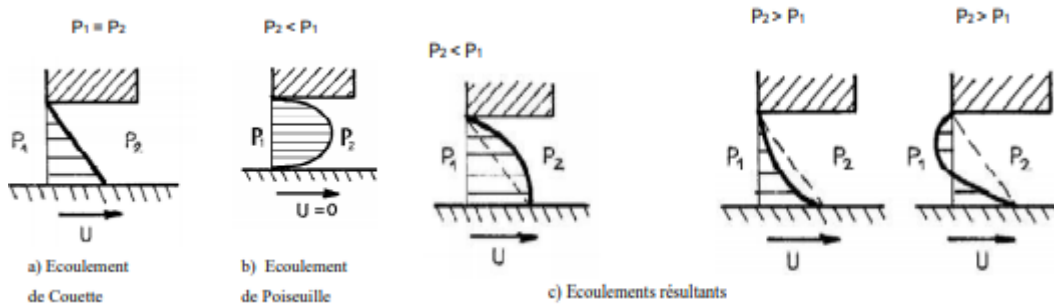
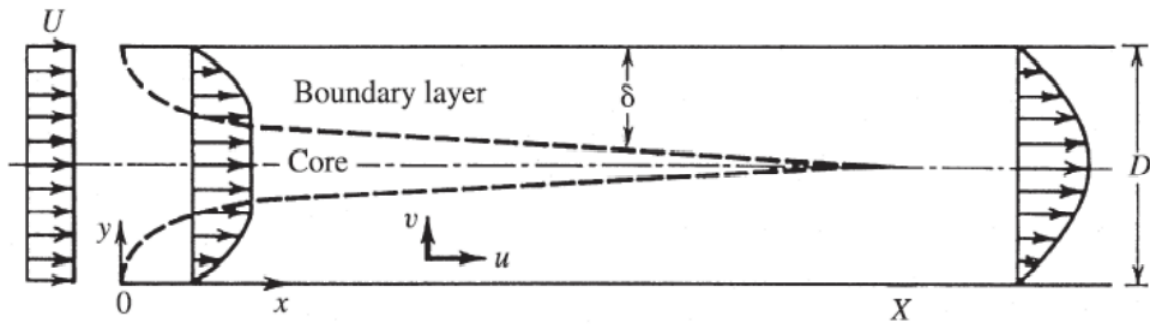


Figure 2-2 : Différents types d'écoulement

### 2.5.2. Etude de la région d'entrée hydrodynamique entre deux plaques parallèles

Soit  $x$ ,  $y$  respectivement : la coordonnée axiale et la coordonnée transversale,  $u$  et  $v$  les composantes de la vitesse suivant respectivement  $x$  et  $y$ ,  $D$  est la distance qui sépare les deux plaques. - à l'entrée de la conduite (pour  $x = 0$ ) la vitesse de l'écoulement est uniforme. - Deux couches limites distinctes se forment le long de la plaque supérieure et de la plaque inférieure de la conduite, on note  $X$  la

distance (calculée à partir de l'entrée de la conduite) ou les deux couches limites se confondent (voir fig. II.3).



**Figure 2--3 :** écoulement entre 2 plaques parallèles

La distance  $X$  est appelée la longueur de la région d'entrée hydrodynamique

- La longueur  $X$  divise l'écoulement dans la conduite en 2 régions distinctes :

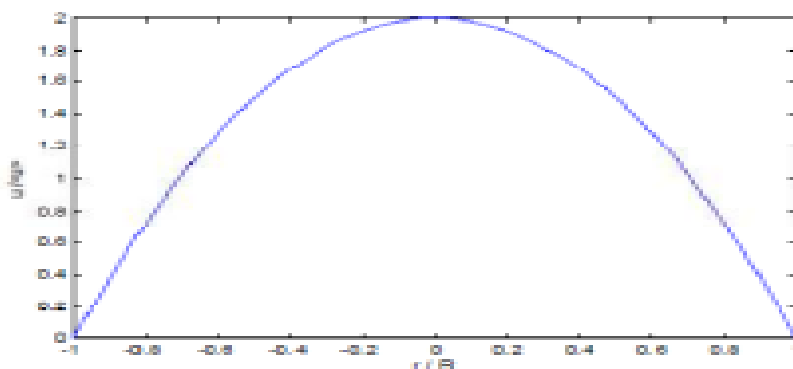
-)  $0 < x \leq X$  correspond à la région d'entrée.

-)  $x \geq X$  correspond à la région d'écoulement complètement développée (établi). - Pour le régime laminaire, la longueur de la région d'entrée vérifie l'équation suivante [16]:  $\frac{x}{y} = 0.05Re$

Tel que :  $D$  est une distance caractéristique (par exemple pour les conduites circulaires  $D$  représente le diamètre et pour les 2 plaques  $D$  représente la distance qui les sépare).

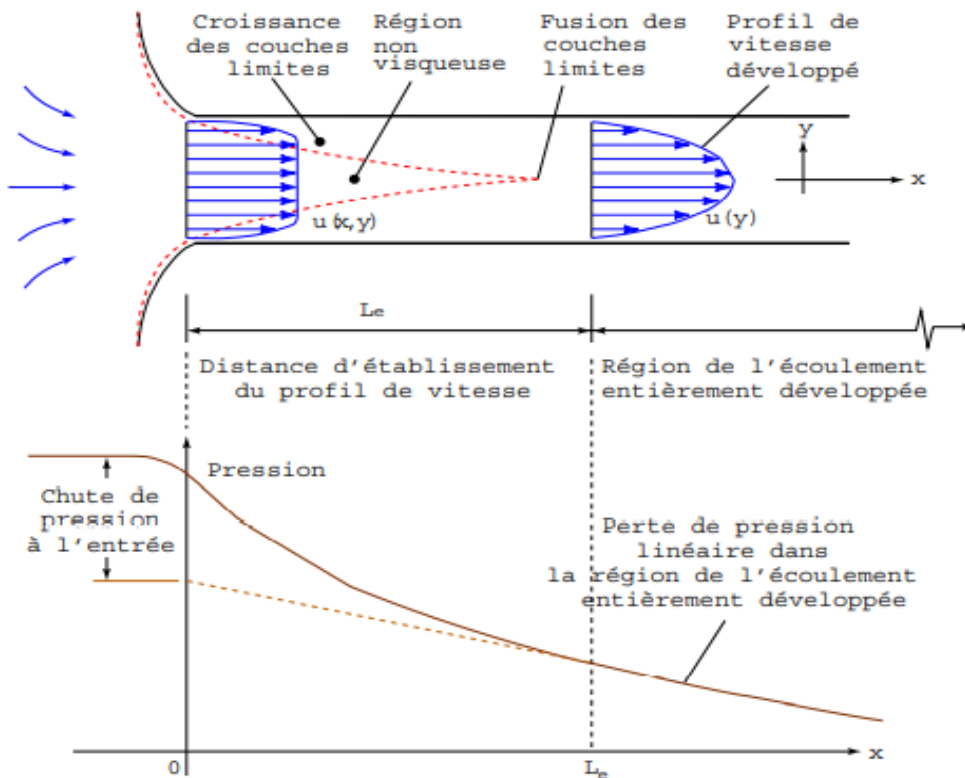
- Contenu de l'importance des effets visqueux dans la couche limite la vitesse dépend de la distance axiale  $x$ .

- Pour la région d'entrée le calcul des différents paramètres se base sur la théorie de la couche limite.



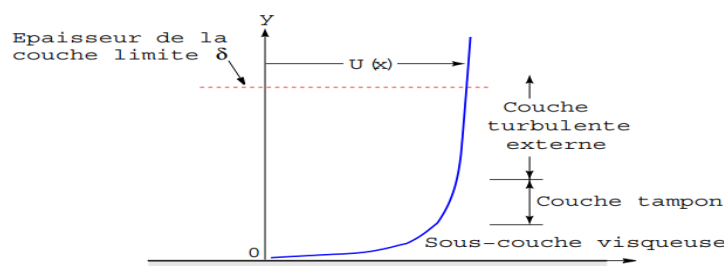
**Figure 2-4 :** Profil de vitesse adimensionnelle  $U/U_m$  en fonction de la coordonnée radiale adimensionnelle  $r/R$  pour un fluide newtonien  $n=1$

Donc, il est important que le maillage près de la paroi soit bien traité. En effet, un maillage grossier près de la paroi ne pourra pas capturer le développement de la couche limite et peut conduire à une sous estimation de la longueur d'établissement de l'écoulement.



**Figure 2-5 :** Développement du profil de vitesse et chute de pression le long d'un canal.

Pour l'analyse de l'écoulement proche de la paroi, on construit un nombre de Reynolds,  $Re_y$ , basé sur la distance  $y$  à la paroi. Rappelons que ce nombre sans dimensions traduit le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité. Ainsi, pour une grande valeur de  $y$  (loin de la paroi) les forces d'inertie sont prédominantes, alors qu'en s'approchant de la paroi et avant d'atteindre une valeur nulle  $Re_y$  sera égal à l'unité et ce pour une certaine valeur de  $y$ . C'est dans cette région que les forces visqueuses équilibrent les forces d'inerties. La région qui reste en dessous est le siège de fortes contraintes visqueuses, où les forces d'inerties sont pratiquement sans effet figure (2-6).



**Figure 2-6 :** Profil de la vitesse près de la paroi.

Par un bon raisonnement physique et en utilisant l'analyse dimensionnelle, il fut établi les relations qui vont suivre qui s'accordent avec une grande précision aux résultats expérimentaux d'une large variété d'expériences sur les écoulements turbulents.

**2.6. Convection forcée interne :**

Convection forcée laminaire en conduite circulaire chauffée à flux constant

- situation très courante (échangeurs)

- la conduite fournit un flux constant :  $\varphi_p (T_{paroi} > T_{fluide})$
- le champ de vitesse est un écoulement de Poiseuille supposé non perturbé par la convection naturelle. Il est en régime établi.
- le champ de température est supposé aussi établi, cela suppose qu'on soit suffisamment éloigné de la zone d'entrée où prend naissance une couche limite thermique

La longueur,  $L$ , d'établissement sera estimée plus précisément par la suite. Elle est telle que :

$$\frac{L}{D} \approx 0.05 Re_D \quad \text{avec} \quad Re_D = \frac{UD}{\nu}$$

Un simple bilan thermique sur une tranche  $dx$  donne :

$$dP = \varphi 2\pi R dx = \dot{m} C_p dT$$

D'où l'expression de l'accroissement de température le long de la conduite:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{2PR\varphi}{\rho Q C_p} = Cst$$

La température croit donc linéairement le long du tube

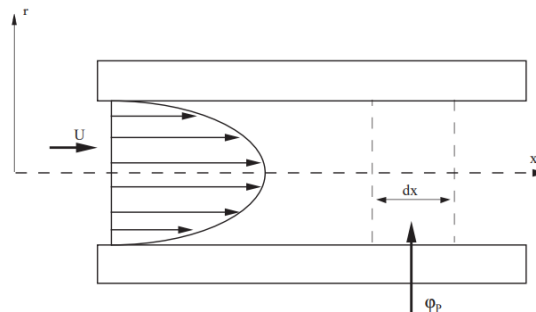
. Par ailleurs, on peut très simplement montrer que la solution de l'équation de la chaleur donne un profil de  $T$  qui est un polynôme de degré 4. On en déduit le nombre de Nusselt :

$$Nu = \frac{48}{11} = 4.36$$

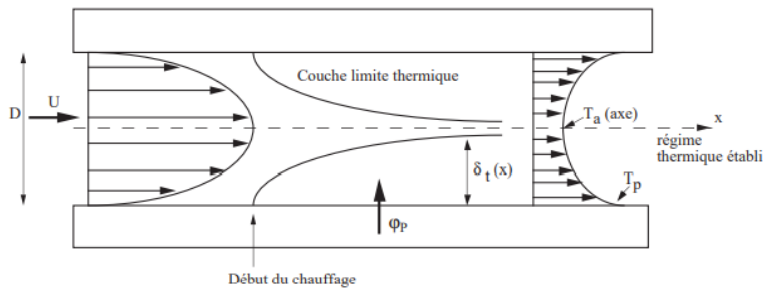
Toutefois on peut déduire sans calculs l'ordre de grandeur de la différence de température entre la paroi et l'axe en disant que cet écart doit être tel qu'il permette le passage du flux  $\varphi$  imposé par la paroi :

$$\varphi \approx \lambda \frac{T_p - T_{axe}}{R} \rightarrow T_p - T_{axe} \approx \frac{\varphi R}{\lambda}$$

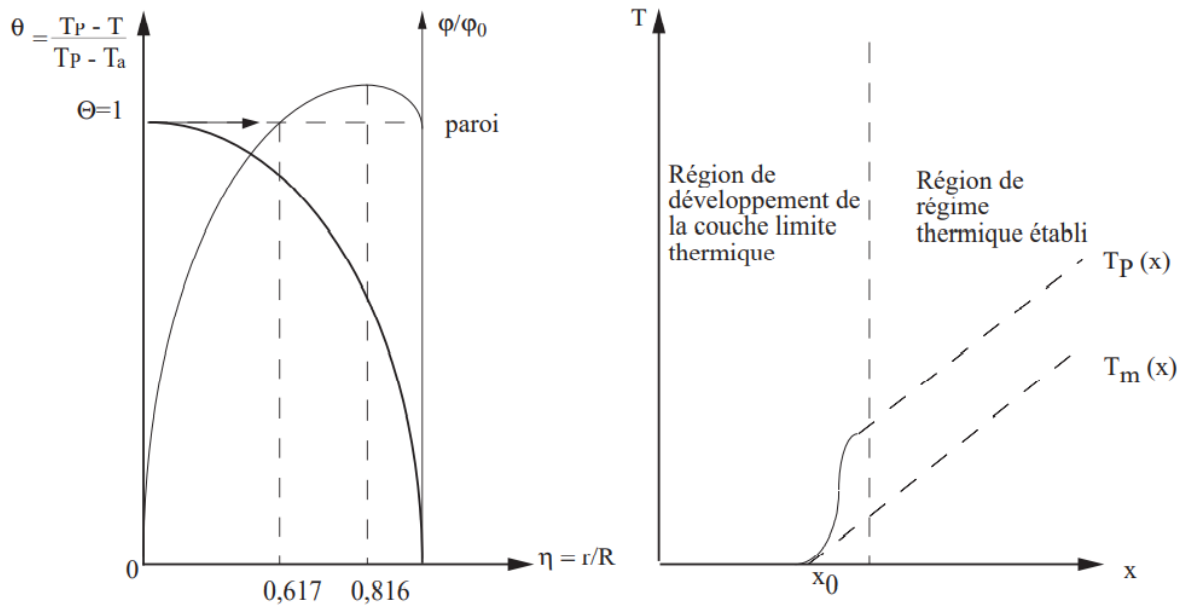
Ceci est confirmé par la figure 2.9 qui montre les profils de  $T$  dans les directions radiales et axiales.



**Figure 2-7:** Conduite circulaire chauffée sous flux constant



**Figure 2-8:** Etablissement du régime thermique à l'entrée d'une conduite circulaire chauffée sous flux constant



**Figure 2-9:** Conduite circulaire chauffée sous flux constant: profils de température et de flux radial de la chaleur.

Convection laminaire en canal rectangulaire chauffé à flux constant La corrélation de Shah et London (1978) donne le nombre de Nusselt en fonction du rapport d'aspect  $\gamma$  du canal pour un chauffage à flux constant sur les 4 faces du canal

$$Nu = 8,235(1 - 2,0421\gamma + 3,0853\gamma^2 - 2,4765\gamma^3 + 1,0578\gamma^4 - 0,1861\gamma^5)$$

ou  $\gamma$  est le rapport du plus petit cotée au plus grand et est donc inférieur à 1. Pour un canal carré ( $\gamma = 1$ ) on obtient ainsi :  $Nu = 3,64$ . Le nombre de Nusselt est défini ici comme :

$$Nu = \frac{hD_h}{\lambda}$$

## 2.7. La Convection mixte :

La Convection mixte correspond au couplage de deux phénomènes, à savoir la convection naturelle et forcée qu'on peut qualifier de cas général de la convection, quand le fluide est soumis simultanément à une augmentation de pression et à une différence de température. Parmi les exemples de cette mixité, on peut citer : les écoulements lents en canalisation (les radiateurs à eau) ou le long d'une paroi, les écoulements atmosphériques et les courants marins (qui sont importants pour les questions de climatologie et de pollution), le dépôt de vapeurs chimiques (CVD), ainsi que le refroidissement des composants électroniques.

Les deux mécanismes de convection (naturelle et forcée) vont s'aider ou se contrarier selon le sens relatif du mouvement forcé par rapport au mouvement gravitaire, qui jouera donc un rôle essentiel. Si les effets de la pesanteur s'opposent au mouvement forcé, l'écoulement est freiné, le transfert thermique a tendance à diminuer et on parle de convection mixte "*contrariée*". Si l'écoulement forcé est de même sens que l'écoulement libre (cas de la plaque verticale chauffée, dans un fluide lui-même en mouvement ascendant) il se produit une amplification des transferts par rapport à la convection forcée seule et on parle alors de convection mixte "*aidée*".

Le problème de l'écoulement d'un fluide entre deux parois parallèles différentiellement chauffées, a suscité l'intérêt de nombreux chercheurs dans le domaine. Dans cette configuration géométrique, on s'intéresse essentiellement à la richesse en types de structures thermo convectives susceptibles d'apparaître (sous forme de rouleaux longitudinaux, transversaux, etc.). On peut citer les travaux sur les écoulements de Rayleigh-Bénard (RB) et Les écoulements de Poiseuille-RayleighBénard (PRB), qui sont des écoulements laminaires de convection (Naturelle/mixte) en conduite rectangulaire horizontale chauffée uniformément par le bas et refroidie uniformément par le haut.

### 2.7.1. La convection de Rayleigh Bénard :

L'écoulement de Rayleigh-Bénard est caractérisé par l'apparition de structures convectives dans une couche de fluide fermée et chauffée par la partie basse, sujettes à l'effet de la gravité. Si on produit un gradient de température suffisamment grand orienté dans la direction inverse de la gravité, une partie du fluide proche de la paroi inférieure se déplace verticalement vers le haut. L'équation de continuité requière que ce mouvement vers le haut soit compensé par un mouvement vers le bas.

Le résultat se traduit par la formation de cellules convectives où le fluide froid est constamment remplacé par le fluide chaud du bas.



On peut observer dans la figure (Fig.2-10). Une apparition de deux cellules voisines contre rotatifs. Les lignes discontinues représentent les lignes isothermes, il aurait été horizontales dans un phénomène de transfert de chaleur par conduction pure.



**Figure 2-10 :** Représentation simplifiée de structures convectives bidimensionnelles entre deux plaques horizontales.

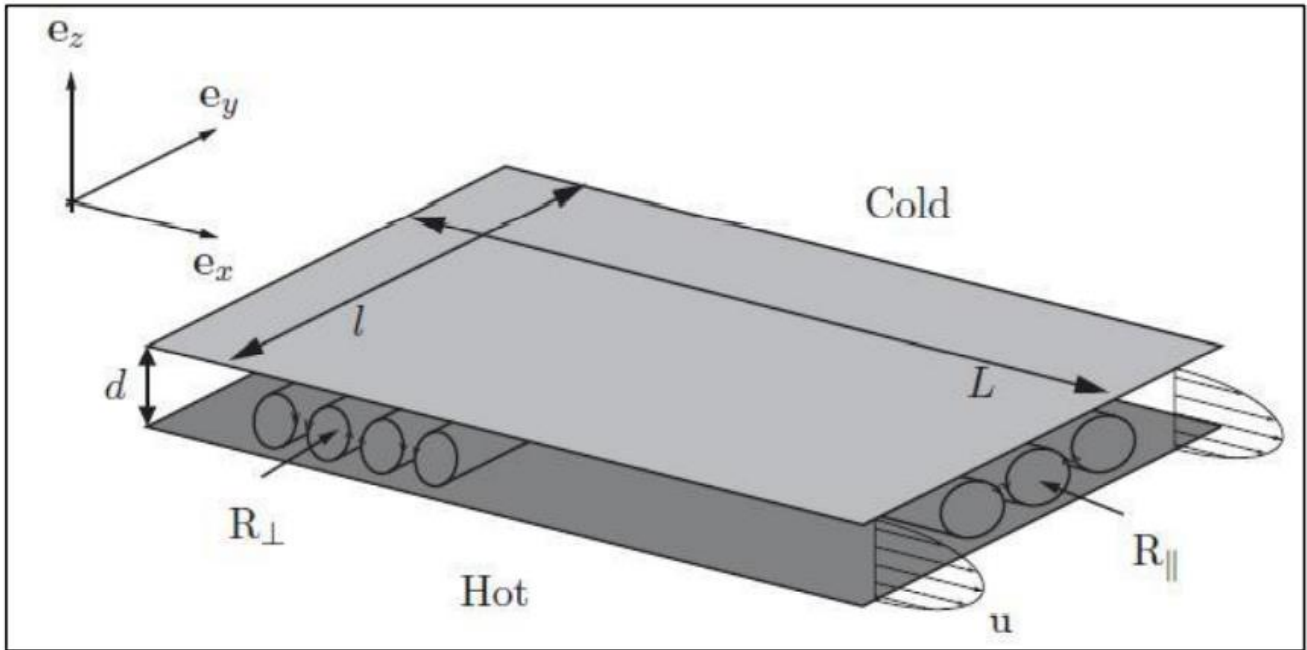
### 2.7.2. La convection de Poiseuille Rayleigh Bénard:

La première étude sur le problème de Rayleigh-Bénard a été réalisée par Paul Idrac (1920, 1921) où on trouve dans son travail expérimental la première description des rouleaux transversaux  $R_{\perp}$ , seule structure observée par l'auteur dans les écoulements Poiseuille Rayleigh-Bénard (PRB).

Philips et Sir Walker (1932), ont été les premiers à observer les rouleaux transversaux, pour des écoulements cisailés à petits nombres de Reynolds.

Graham (1933), a confirmé l'existence des  $R_{\perp}$  et en 1951 Brunt, a fait une synthèse et bibliographie de l'ensemble des résultats de cette époque tentant d'expliquer l'apparition des structures thermoconvectives dans l'atmosphère.

Abassi et al (2001), Evans et al (1990) et Comini et al (1997) ont simulés le phénomène de Poiseuille Rayleigh Bénard pour un rapport d'allongement égal à 20,  $Re = 10$ ,  $B=20$ ,  $Ra= 10^4$  et un  $Pe = 20/3$  et ont obtenus les nombres de Nusselt moyens ainsi que les périodes pour ces paramètres.



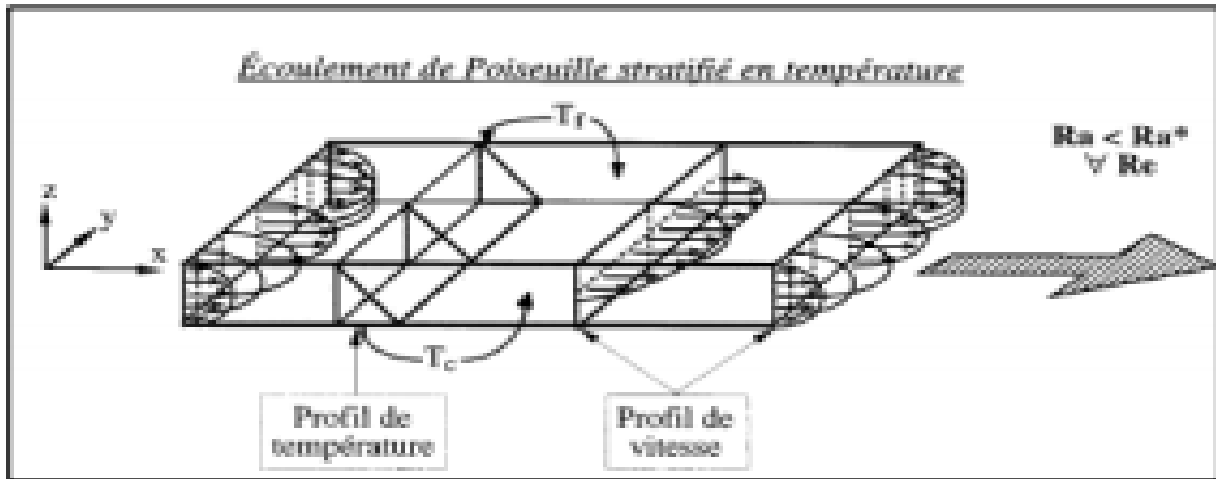
**figure 2-11:** Modèle de l'écoulement de Poiseuille Rayleigh Bénard

Ils résultent de la superposition de deux sources convectives :

- Un gradient de pression horizontal entraine le fluide dans une conduite.
- Un gradient de température vertical est à l'origine de la formation des structures thermo convectives.

Le phénomène est caractérisé par des nombres adimensionnels autres que le nombre de Rayleigh, nous avons le nombre de Reynolds  $Re$  et le nombre de Prandtl  $Pr$ .

Lorsque le fluide est isotherme ou le transfert de chaleur purement conductif c.à.d: lorsque  $Ra < Ra^*$ , ( $Ra^*$  est une valeur critique du nombre de Rayleigh) on a affaire à un écoulement de Poiseuille.(fig 2-12)



**Figure 2-12 :** Écoulement de Poiseuille purement conductif.

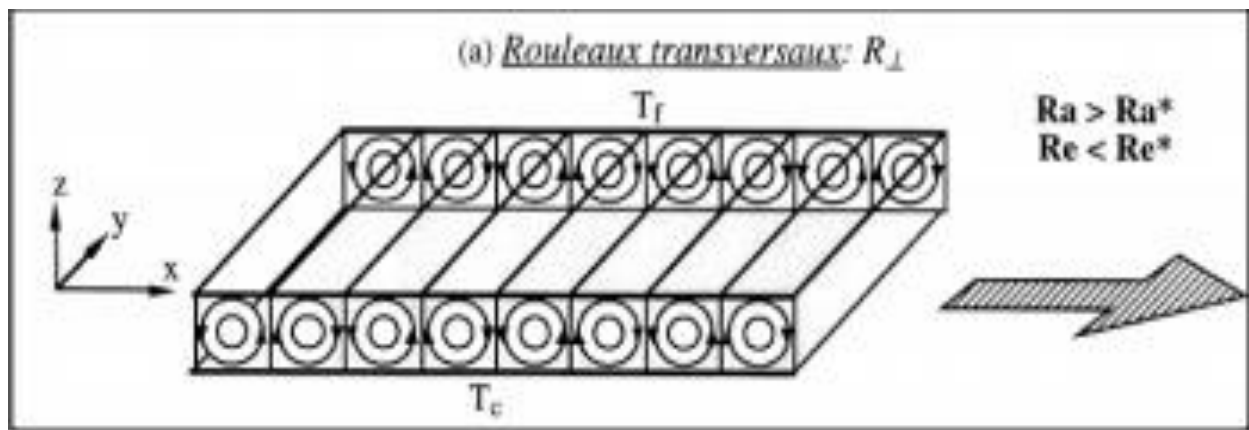
Lorsque  $Ra > Ra^*$ , plusieurs types d'écoulements peuvent apparaître :

- Si  $Re = 0$  : Écoulement de Rayleigh-Bénard (convection naturelle)
- Si  $Re \neq 0$  et  $Re < Re^*$ , il apparaît des rouleaux d'axes transversaux à l'axe de la conduite et formant une chaîne de cylindres contrarotatifs emportées par l'écoulement moyen.

#### 6.1 Rouleaux transversaux :

Ces structures (rouleaux) sont quasi bidimensionnelles : la composante transversale de la vitesse est nulle, excepté près des bords latéraux.

On appellera cette configuration « rouleaux transversaux » et on les notera  $R_{\perp}$  (fig.2-13).



**Figure 2-13 :** Représentation schématique des rouleaux transversaux.

### 2.7.3. Rouleaux longitudinaux :

L'autre configuration qui peut apparaître quand  $Ra > Ra^*$  et  $Re > Re^*$  est celle observé par Idrac (1920), cette dernière est constituée de rouleaux thermo convectifs hélicoïdaux, contrarotatifs, stationnaires et d'axes parallèles à celui de la conduite. On appellera cette configuration « rouleaux longitudinaux » et on les notera  $R_{//}$  (fig2-14).

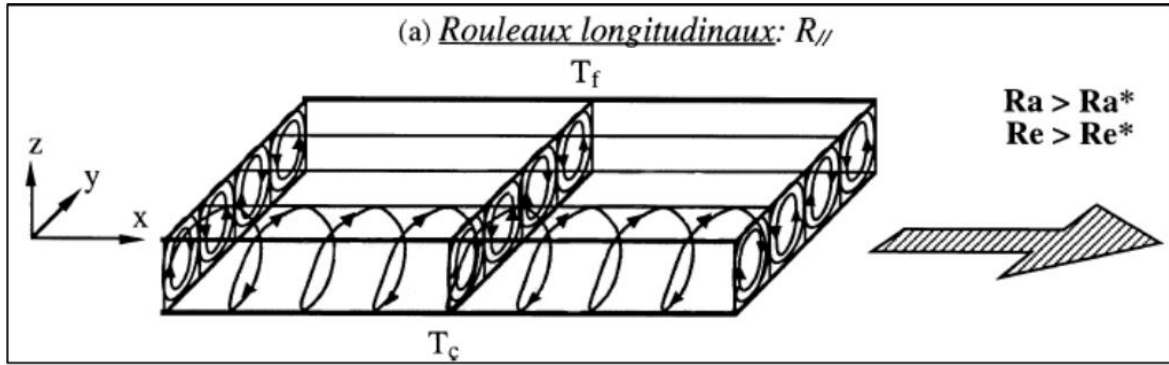


Figure 2-14 : Représentation schématique des rouleaux longitudinaux .

Il existe dans les écoulements de Poiseuille Rayleigh Bénard deux cas :

- Cas d'un écoulement entre deux plaques finies.
- Cas d'un écoulement entre deux plaques infinies.

### 2.7.3.1 Cas d'un écoulement entre deux plaques finies :

C'est un cas où l'allongement transversal  $B = l/h$  est un nombre fini.

Lorsque  $Re < Re^*$  les parois verticales favorisent l'apparition des  $R_{\perp}$ , par contre

Lorsque  $Re > Re^*$  l'écoulement moyen favorise les  $R_{//}$ .

Nous limiterons notre travail pour un  $Re < Re^*$ .

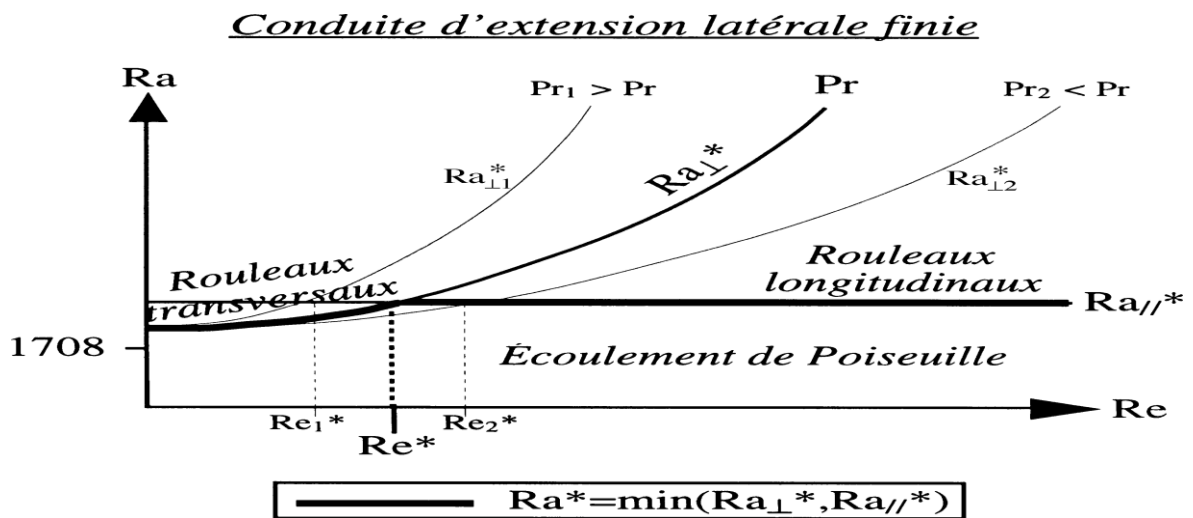


figure II -12 : Diagramme de stabilité linéaire temporelle de l'écoulement de PRB pour une conduite d'extension latérale finie.

### 2.7.3.2. Cas d'un écoulement entre deux plaques infinies :

L'allongement transversal  $B = l/h \rightarrow \infty$

Ces études montrent que les  $R_{//}$  sont plus instables que les  $R_{\perp}$  et  $Ra_{//}^* < Ra_{\perp}^*$ .

Où :  $Ra_{//}^*$ : Nombre de Rayleigh critique pour l'apparition des  $R_{//}$ .

$Ra_{\perp}^*$  : Nombre de Rayleigh critique pour l'apparition des  $R_{\perp}$  .

Pour  $Re = 0$  (convection naturelle) : pas de direction privilégié dans l'écoulement, et on ne peut pas différencier les  $R_{\parallel}$  des  $R_{\perp}$  , donc  $Ra_{\parallel}^* = Ra_{\perp}^* = 1708$ .

### Conduite d'extension latérale infinie ( $B=l/h=\infty$ )

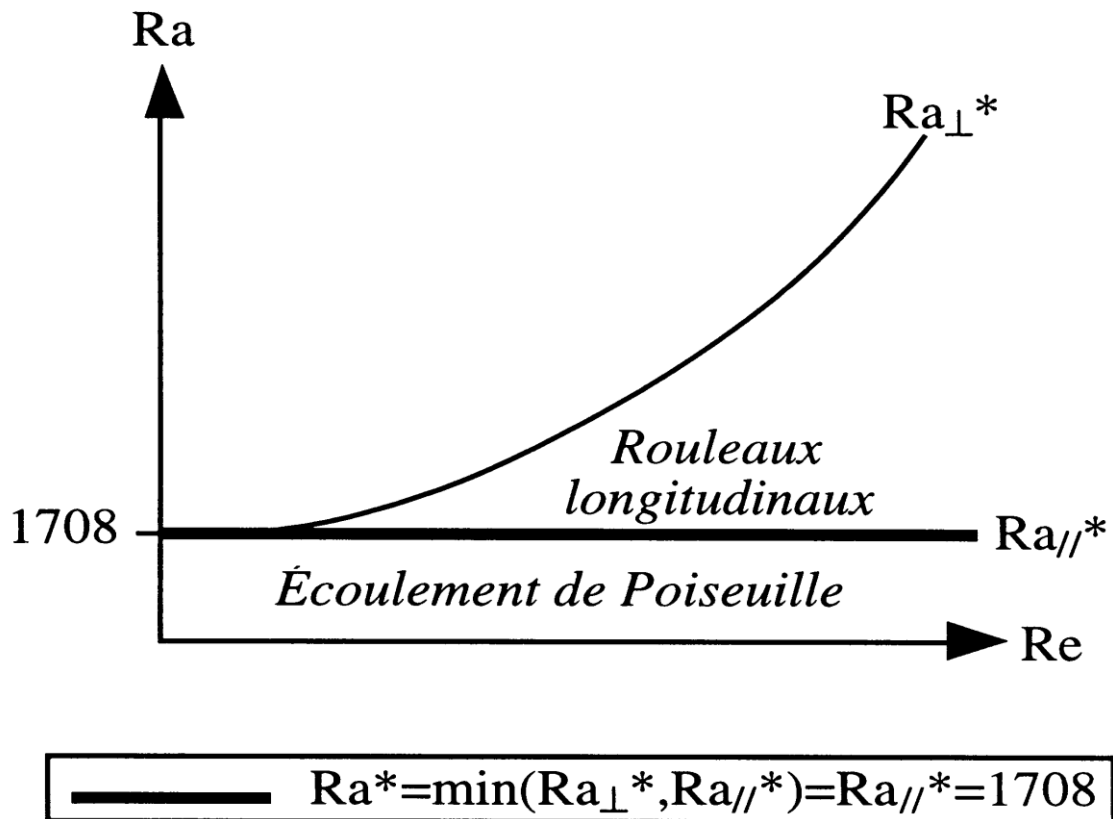


figure 2-15 : Diagramme de stabilité linéaire temporelle de l'écoulement de PRB pour une conduite d'extension latérale infinie

## **Chapitre 3 : Etat de l'art Etudes expérimentale et numérique**

## Introduction

Diverses expériences et simulations numériques ont été menées dans le but d'étudier la convection mixte dans une configuration de canal horizontal chauffé uniformément par le bas avec un flux constant. Ici nous sommes intéressés à la recherche de mécanismes de convection mixte ainsi qu'à la manière dont se développent les structures thermoconvectives et les transferts de chaleur associés. Les nombres de Reynolds et de Rayleigh qui constituent les paramètres de contrôle sont variés dans la gamme  $50 \leq Re \leq 100$  et  $10^4 \leq Ra \leq 1,1 \times 10^4$  de sorte que seulement les rouleaux longitudinaux puissent exister.

Les présents résultats mettent en évidence en effet qu'il y a deux manières pour lesquelles les rouleaux longitudinaux sont initiés. Pour des valeurs faibles ou modérées du nombre de Rayleigh, les rouleaux sont initiés par une perturbation thermique induite au niveau des parois latérales (gradient thermique local horizontal) : ceci est dû à l'effet de l'extension latérale finie ( $\Gamma = 10$ ). Dans ce cas là, les rouleaux se développent progressivement vers l'intérieur à partir des parois latérales jusqu'à la zone centrale. D'autre part, pour de grandes valeurs du nombre de Rayleigh (en réalité pour un grand rapport  $Ra/Re^2$ ), les rouleaux longitudinaux sont induits par deux mécanismes : le premier pour les rouleaux à proximité des parois latérales, ce dernier est combiné avec le gradient thermique vertical qui agit dans la partie centrale de la section transverse

### 3.1 Approche expérimentale :

Le présent travail porte sur l'étude des écoulements de convection mixte de type Poiseuille-Rayleigh-Bénard d'un point de vue numérique et expérimental. Plus précisément, on s'intéressera à l'influence des paramètres de contrôles notamment le nombre de Reynolds et le nombre de Rayleigh sur la structure de l'écoulement qui est souvent assez complexe. La confrontation numérique – expérimentale nous permettra de valider l'approche numérique et de mieux appréhender la complexité de ces écoulements.

#### 3.1.1 Description du dispositif expérimentale :

Il s'agit de l'écoulement d'un fluide (eau) dans un canal parallélépipédique chauffé uniformément par le bas. Le dispositif expérimental se compose essentiellement de quatre parties : le canal et la zone de mesures, l'alimentation en eau, l'alimentation électrique et le dispositif de chauffage, et enfin le système optique et de mesure. La figure 4.1 illustre une vue d'ensemble sur le dispositif expérimental.

##### 3.1.1.1. Le canal et la zone de mesure :

Le canal que nous utilisons est de forme parallélépipédique, en plexiglas de 3 mm d'épaisseur. La section droite intérieure a une hauteur de 2 cm et une largeur de 20 cm, voir figure 4.1. La longueur totale du canal s'étend sur 300 cm, quant à la zone de mesure ou d'essai elle ne mesure que 140 cm. En amont de celle-ci on distingue une zone de 100 cm permettant l'établissement hydrodynamique de l'écoulement. Ainsi à l'entrée de la zone de mesure le profil de vitesse est de type Poiseuille.

Dans la zone d'essai, la partie inférieure du canal en plexiglas a été extrudée pour pouvoir y loger trois résistances ou matelas chauffants dont les caractéristiques sont les suivantes : une longueur totale de 140 cm sur une largeur de 20 cm, soit une surface de 2800 cm<sup>2</sup>, pour une résistance électrique de 50,7Ω pouvant supporter un courant électrique maximum de 2 ampères. Les résistances électriques étant autocollantes, elles sont ensuite recouvertes d'une plaque de cuivre de 1 mm d'épaisseur. L'ensemble est appliqué à la partie inférieure du canal. La plaque de cuivre joue le rôle de plaque chauffante. La résistance étant isolée sur sa face inférieure par la plaque en polycarbonate. Les pertes thermiques par convection et rayonnement sont évaluées à 10% de la puissance fournie. Le montage électrique adopté permet d'obtenir une densité de flux uniforme sur toute la surface de la zone d'essai pouvant varier de 10 Wm<sup>-2</sup> à 650 Wm<sup>-2</sup>. La figure 4.2 schématise le dispositif expérimental.



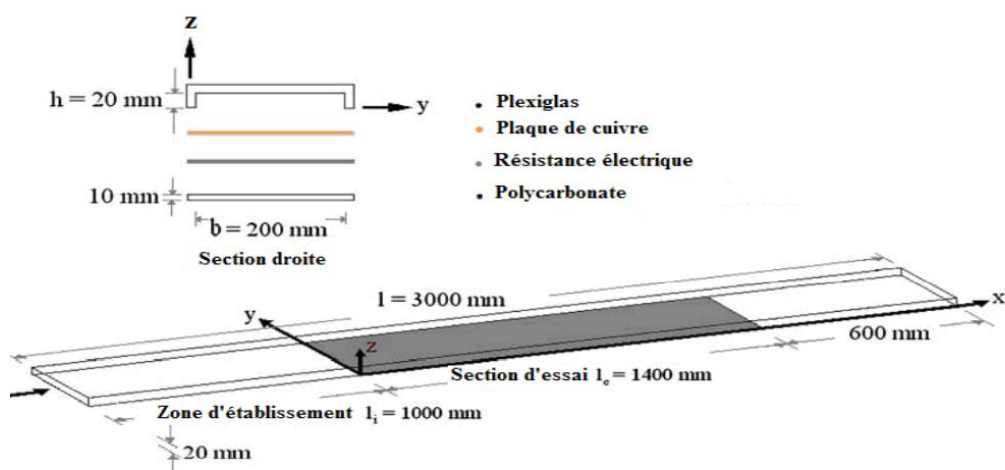


Figure 3.1 : Description de la section droite du canal parallélépipédique

- |                               |                                |
|-------------------------------|--------------------------------|
| 1- Pompe                      | 9- Miroir                      |
| 2- Canal horizontal           | 10- Rhodamine                  |
| 3- Collecteur                 | 11- Fluorescéine               |
| 4- Vanne de contrôle de débit | 12- Table à commande numérique |
| 5- Table anti-vibration       | 13- Débitmètre                 |
| 6- Résistances électriques    | 14- Vers l'égout               |
| 7- Lentille divergente        | 15- Ampèremètre                |
| 8- Lentille convergente       | 16- Transformateur électrique  |

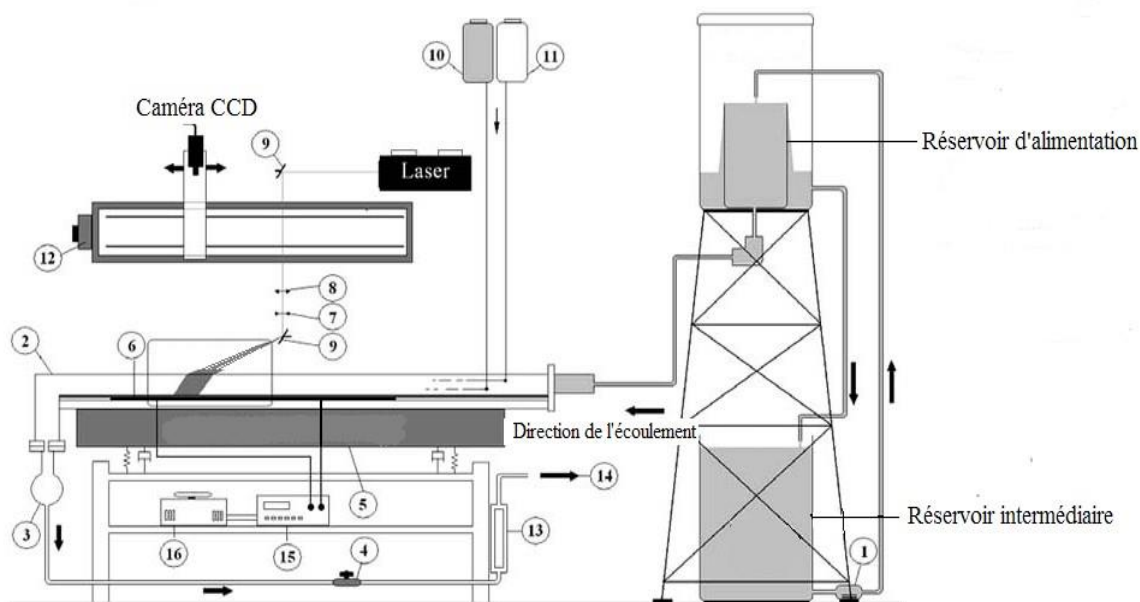
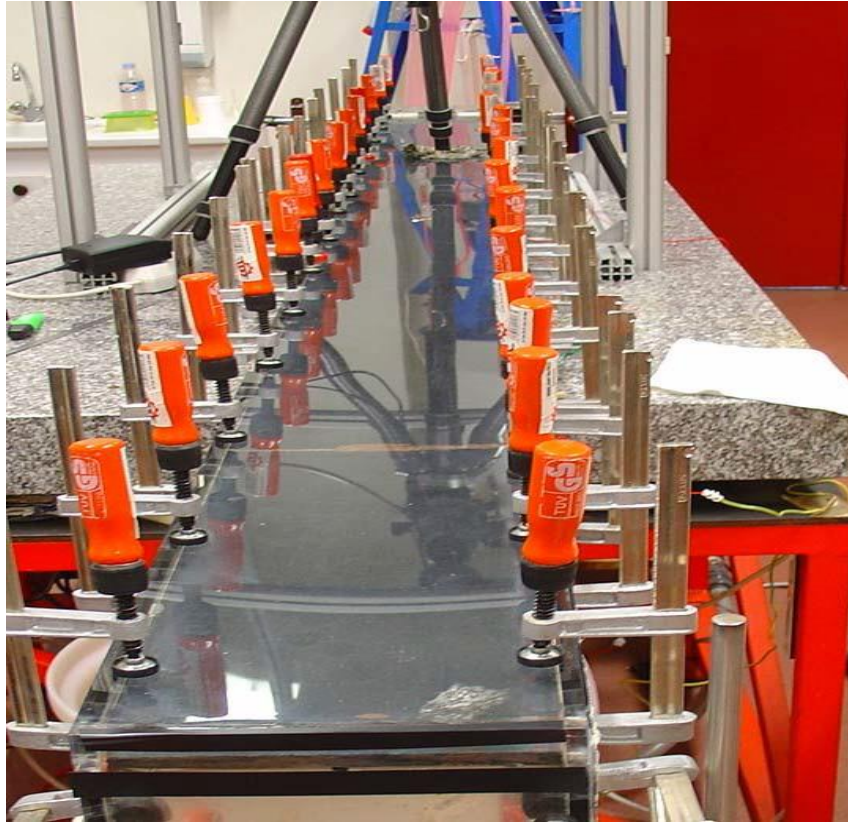


Figure 3.2 : (a) Schéma de principe du dispositif expérimental



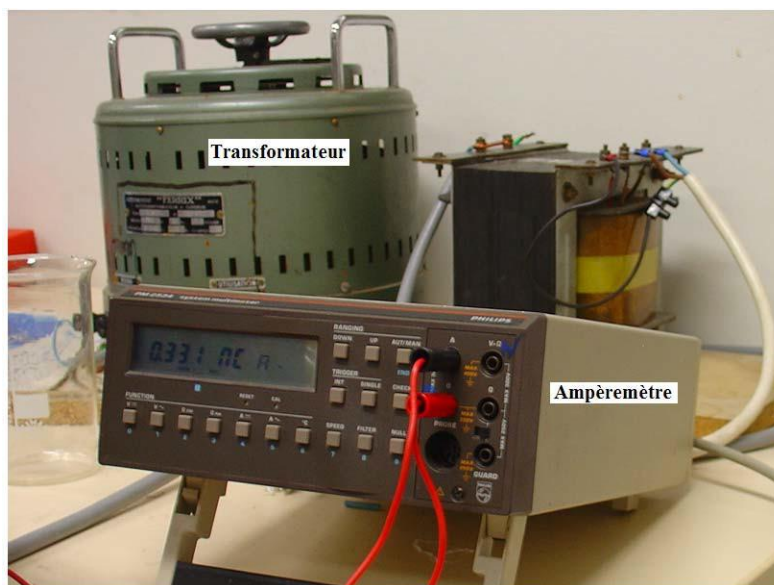
Figure 3.2 : (b) vue de dessus du canal, on voit à gauche le collecteur d'entrée et la zone hydrodynamique



**Figure 3.2 :** (c) vue longitudinal du canal, on voit au premier plan le collecteur d'entrée de sortie.

### 3.1.1.2. Le circuit électrique de chauffage

L'alimentation électrique est assurée par un transformateur à curseur qui permet d'obtenir une large bande de tensions à partir de la tension délivrée par le secteur. Le courant électrique délivré est d'abord mesuré par un ampèremètre ensuite alimente la résistance chauffante ; ce dispositif nous permet de bien contrôler la densité du flux fournie par la paroi inférieure, comme le montre la figure 3.3.



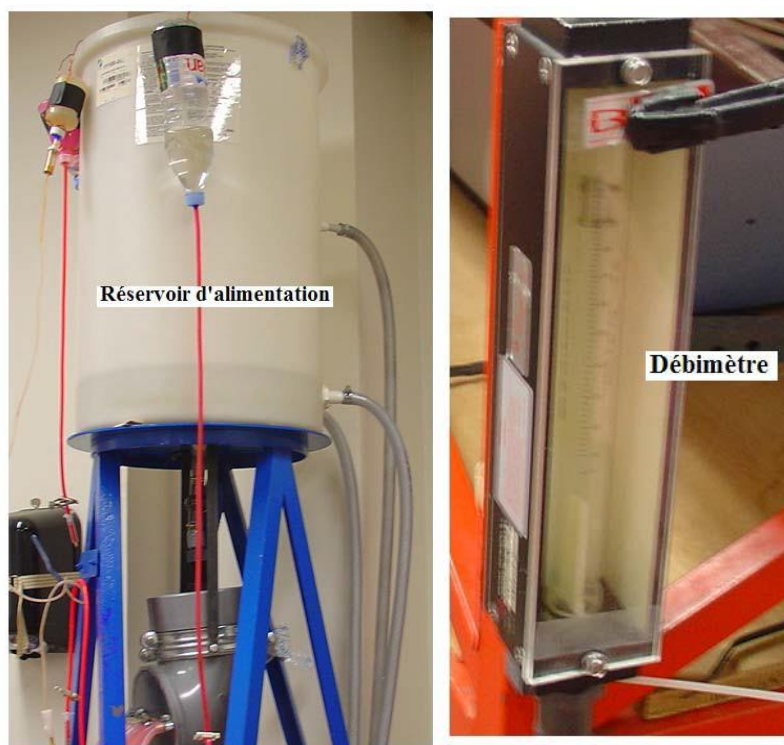
**Figure 3.3:** L'alimentation électrique assurée par un transformateur et un ampèremètre.

### 3.1.1.5. L'alimentation en eau

Le système d'alimentation en eau adopté est de type gravitaire, cette configuration nous permet d'obtenir un débit constant exempt de toutes fluctuations. La pression motrice associée dépend de la différence de niveau. Un rotamètre placé dans le circuit d'alimentation permet de contrôler le débit d'eau dans l'installation. Le débitmètre a fait l'objet d'un étalonnage afin d'établir une correspondance entre graduation du débitmètre et débit d'eau. Afin de maintenir la température de l'eau constante à l'entrée du canal, on a placé dans le réservoir intermédiaire un échangeur de chaleur permettant de réguler la température de l'eau d'alimentation, la figure 4.4 représente le réservoir principal d'alimentation en eau ainsi que le débitmètre.

### 3.1.1.6. Les Paramètres de contrôle $Ra$ et $Re$

Nous considérons l'écoulement de l'eau ( $Pr=7$ ) dans un canal horizontal, de forme parallélépipédique, de rapport d'aspect  $\Gamma = 10$ , chauffé uniformément par le bas. Dans cette installation, nous contrôlons la vitesse de l'eau (nombre de Reynolds) ainsi que le flux de chaleur imposé à la paroi horizontale inférieure (nombre de  $Ra$ ). La visualisation de l'écoulement est assurée par le colorant.



**Figure 3.4** : Le réservoir d'alimentation en eau et débitmètre.

### 3.2.1. Métrologie

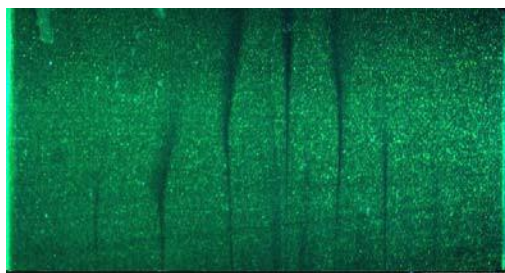
De nombreuses méthodes existent pour visualiser des écoulements complexes, on peut introduire de particules réfléchissantes, de bulles de gaz, de colorants pour les liquides et de la fumée pour les gaz. Ils existent encore d'autres méthodes (optique, chimique et nucléaire) nécessitant un matériel plus lourd. Au cours de notre travail expérimental sur la convection mixte, nous avons mis au point un dispositif d'injection simple de filets colorant qui nous permet de visualiser la structure de l'écoulement. Nous allons décrire plus en détail la technique utilisée ci dessous. Un échangeur externe régule de manière constante la température de l'eau à l'entrée du canal. L'équipement de base de l'ensemble du système mis en place est composé de cinq ensembles :

- 1) particules traçantes (particules de polyamide) ;
- 2) traceur fluorescent (fluorescéine et rhodamine);
- 3) une source lumineuse (un laser Argon émettant en continu dans la gamme 488-514 nm);
- 4) un dispositif optique (ensemble de lentilles et de miroirs);
- 5) un système d'acquisition (une caméra couleur 3 CCD et un ordinateur).



### 3.2.2.1. Particules traçantes

Cette technique consiste à ensemercer l'eau de particules traçantes. Il s'agit de particules de polyamide de 50  $\mu\text{m}$  de diamètre et de masse volumique très proche de celle de l'eau, fluide que nous utilisons dans toutes nos expériences. Une nappe laser très fine va éclairer une section verticale ou horizontale bien définie de l'écoulement selon sa position. La réfraction du laser sur les particules va les illuminer et de cette manière la structure de l'écoulement va être visible ; ainsi à l'aide d'une caméra vidéo nous obtenons des images ou séquences vidéo, la figure 3.5 illustre une vue d'ensemble de l'écoulement.

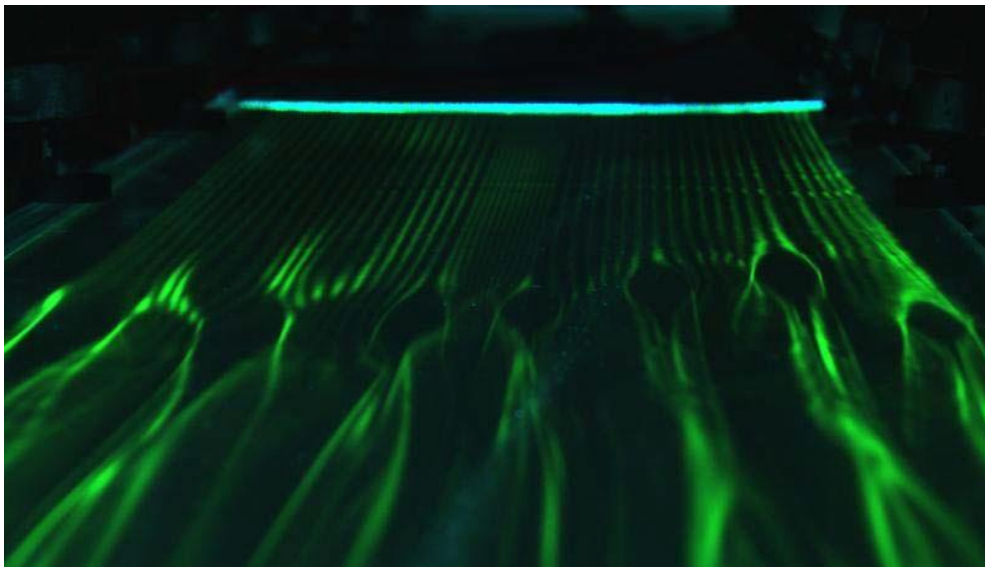


**Figure 3.5:** Des particules traçantes sont ensemençé en l'eau. Le reflet vert est du à la lumière du laser.

### 3.2.2.2. Système d'injection de colorants

Afin de visualiser la structure de l'écoulement, nous avons utilisé une méthode qui consiste à injecter du colorant dans le fluide. Le colorant doit avoir une densité proche de celle de l'eau. Une concentration faible ou élevée peut entrainer une différence de vitesse d'écoulement entre le fluide et le colorant et ceci engendrera une visualisation artificielle des conditions de l'écoulement. Souvent dans les écoulements complexes, le colorant diffuse et se disperse dans le fluide utilisé. Nous avons retenus comme traceurs la rhodamine et la fluorescéine. Un laser Argon vert permet d'éclairer les traceurs et ainsi monter la trajectoire des traceurs. Cette technique nous a permis d'identifier le type d'écoulement du fluide : écoulement laminaire, stationnaire ou instationnaire, turbulent ou chaotique. Nous avons pu observer et caractériser la structure des rouleaux qui sont apparus le long du canal, la longueur d'onde associées ainsi que la longueur d'établissement.

Le système d'injection mis en place consiste à injecter une solution très diluée de fluorescéine ou rhodamine avec de l'eau dans des injecteurs. Ces derniers sont des tubes cylindriques horizontaux de 3 mm de diamètre; ils sont placés transversalement à l'écoulement en deux rampes, à 5 et 15 mm de hauteur, et à 13 cm en aval de la zone d'essais. Ces injecteurs sont percés de petits trous de 0,3 mm de diamètre, équidistants, couvrant presque toute la largeur du canal et dirigés selon la direction de l'écoulement, la figure 3.6 affiche un détail de l'injecteur. Deux récipients contenant les colorants, reliés par un système de perfusion, alimentent en permanence les injecteurs, tout en évitant l'introduction de bulles d'air dans le système. La vitesse locale du colorant doit être égale à celle du fluide circulant. Aussi, nous contrôlons la température du colorant, elle doit être égale celle de l'eau, afin d'éviter des perturbations thermiques dues à une éventuelle différence de température entre le colorant et le fluide. Une fois sortie de l'injecteur le domaine marqué par le colorant est éclairé par une nappe laser qui le traverse en profondeur ; enfin un système d'acquisition composé par une caméra CCD et ordinateur permet d'enregistrer des séquences.



**Figure 3.6 :** L'injecteur de colorants en bleu et les filets de fluorescéine en vert.

### 3.2.3. La source de lumière

La source de lumière est issue d'un laser Argon à 500 mW à action continue émettant un rayon vert de longueur d'onde avec une longueur d'onde de 488 nm, voir figure 4.7. La lumière du laser est parfaitement adaptée à la fluorescéine ; cette dernière est un colorant vert qui fluoresce exactement à la même longueur d'onde du laser. Par ailleurs, le rapport entre la viscosité de l'eau  $\eta$  et la diffusivité du colorant  $k_{color}$  dans l'eau est très grand, ce rapport correspond au nombre de Schmidt, il est de l'ordre de 2000 pour la fluorescéine dans l'eau. On peut considérer que la fluorescéine est un bon traceur pour visualiser l'écoulement. D'une façon complémentaire, pour mieux visualiser notre écoulement nous avons utilisé la rhodamine B, beaucoup moins lumineuse lorsqu'elle est éclairée par le laser qui donne une couleur orange. La fluorescéine et la rhodamine ont des longueurs d'ondes maximales d'excitation de 490 et 540 nm et des longueurs d'ondes maximales d'émission de 520 et 540 nm.

### 3.2.5. Le dispositif optique et caméra CCD

Le laser émet un faisceau horizontal, ce dernier est dévié de 90 °C par un miroir, il traverse ensuite un ensemble de deux lentilles convergentes-divergentes qui permet d'élargir le faisceau laser en une nappe verticale. Elle doit être correctement centré, tant sur la largeur du canal, que dans sa profondeur, et parfaitement éclairer la section droite avec une épaisseur de l'ordre d'un demi millimètre selon le plan verticale Oy et Oz. Le système d'acquisition est composé d'une caméra JAI M9 3 CCD (1024x768) qui filme le déplacement du traceur éclairé par le laser et qui envoie en temps réel les images enregistrés par un logiciel d'acquisition, installé sur un ordinateur dédié à la manipulation. La camera, le miroir et le système de lentilles sont embarqués sur une table à commande numérique (Charlie-robot), ce qui permet de filmer des images ou des séquences vidéo suivant tout le volume du canal, voir figure 4.8. Le mariage des deux colorants joue un rôle primordial sur la qualité des images recueillies par le système d'acquisition.

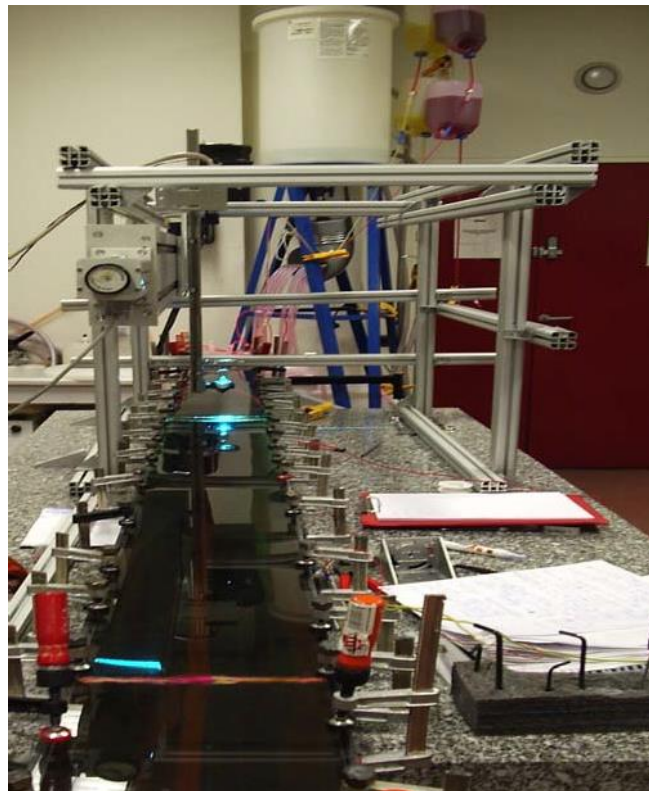
Avant de commencer toute expérimentation, on vérifie l'écoulement de base ou l'écoulement de Poiseuille, ceci avant le démarrage du chauffage de la zone d'essai. En effet,



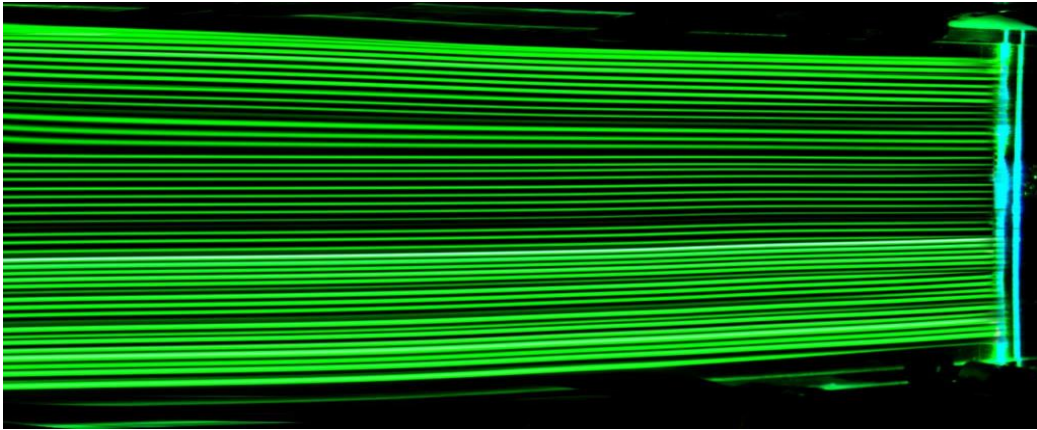
pour une vitesse donnée d'écoulement du fluide, les trajectoires des filets fluides doivent être droites sans aucune tortuosités, comme le montre la figure 3-9.



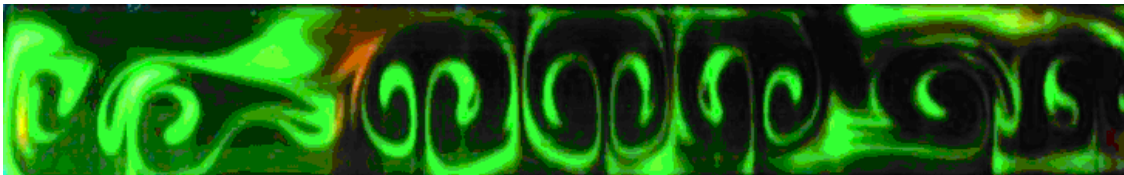
**Figure 4-7 :** Dispositif de montage de caméra et laser.



**Figure 3-8 :** Dispositif de montage de Charlie et le système miroir-lentilles.



(a)



(b)

**Figure 3-9 :** (a) L'écoulement de base écoulement de Poiseuille. Les filets fluides sont parallèles. (b) A l'opposé d'un écoulement de Poiseuille-Rayleigh- Bénard (vue d'une section droite du canal).

### 3.4. Approche numérique

#### 3.3.2. Les équations gouvernantes

Les équations gouvernantes ont été introduites au chapitre deux, néanmoins nous allons les rappeler sous leurs formes adimensionnelles, et exposer plus en détail l'approximation de Boussinesq.

Le fluide de travail est supposé Newtonien et non Newtonien incompressible ; le régime de l'écoulement du fluide est considéré comme laminaire. En outre, les propriétés du fluide sont

supposées constantes à l'exception de la masse volumique dans la poussée d'Archimède (moteur de la convection), qui est supposé varier linéairement avec la température selon l'approximation de Boussinesq. Les équations d'écoulement et de transfert de chaleur dans le domaine sont exprimées en variables adimensionnelles en choisissant les quantités de références  $l_{ref} = h$ ,  $v_{ref} = u_{av}$ ,  $P_{ref} = \rho(u_{av})^2$  et  $t_{ref} = h$  pour désigner respectivement la longueur, la vitesse, la pression et le temps, et une température adimensionnelle  $\theta = k(T - T_i)/(qh)$ . En se basant sur les hypothèses et les variables adimensionnelles énumérées ci-dessus, les équations couplées de Navier-Stokes et de l'énergie peuvent être exprimés sous la forme :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot v &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v &= -\nabla \cdot P + \frac{1}{Re} \nabla^2 v + \frac{Ra}{Pr \cdot Re^2} \theta K \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + (v \cdot \nabla)\theta &= \frac{1}{Pr \cdot Re} \nabla^2 \theta \end{aligned}$$

Ces équations ont besoin d'être complétées par un ensemble de conditions aux limites et initiales qui peuvent être divisées en deux groupes :

- i) Les conditions aux limites hydrodynamiques :  
A l'entrée du conduit :

$$v(0, Y, Z, t) = Re \cdot V_{cte}$$

Au niveau des parois latérales :  $v = 0$

A la sortie du domaine de calcul, pour  $X = L$  : les conditions sont supposées ouvertes ou libres. Concernant les conditions initiales, l'écoulement de base considéré est un écoulement Natural:

$$v(X, Y, Z, 0) = V_{cte}$$

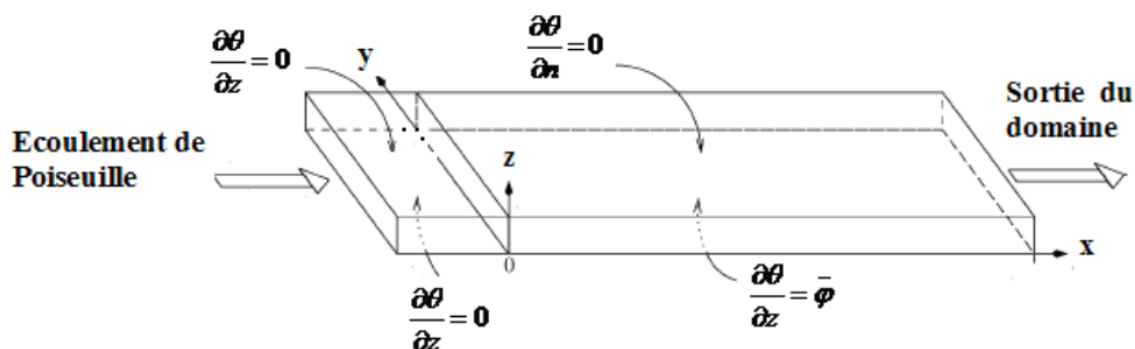
- ii) Les conditions aux limites thermiques :

A l'entrée du conduit :  $\theta = 26.15^\circ\text{C}$

Au niveau de la paroi inférieure horizontale ( $Z = 0$ )

A la sortie du domaine de calcul, pour  $X = L$  : les conditions sont supposées ouvertes ou libres. Quant aux conditions initiales, le champ de températures est considéré comme uniforme :  $\theta(X, Y, Z, 0) = 0$

La figure 3-10 représente le domaine de calcul ; les parois latérales, la paroi supérieure sont supposées adiabatiques.



**Figure 3.10** : Schéma de définition de la géométrie du canal en 3D rempli avec un fluide Newtonien et chauffée uniformément par le bas.

### 3.2.3. Approximation de Boussinesq

Avant de procéder à tout calcul numérique, on doit d'abord déterminer les paramètres de la gamme du problème qui satisfait l'approximation de Boussinesq. Nous allons tout d'abord rappeler les hypothèses qui définissent l'approximation de Boussinesq, elle comporte trois propositions :

- iii) L'écoulement du fluide est considéré comme incompressible ;
- iv) Toutes les propriétés du fluide ( $\beta, \mu, \kappa, C_p$ ) sont considérées comme constantes, à l'exception de la masse volumique  $\rho$  qui est supposée varier linéairement avec la température dans le terme de la poussée d'Archimède ;
- v) Toute génération ou production de chaleur par un quelconque travail mécanique (dissipation visqueuses ou compression) est négligeable.

Dans notre présente étude, pour les dimensions du canal ( $h = 0,02 \text{ m}, \Gamma = 10$ ) et le fluide de travail considérés (*eau*,  $Pr = 6,7$  à  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ), nous avons besoin de deux paramètres de contrôle  $Re$  et  $Ra$  à considérer pour définir le problème de la convection mixte. A cet effet, nous allons suivre l'approche d'une part de Gray and Giorgini et d'autre part De Boer qui détermine la gamme des paramètres de contrôle pour lesquelles l'approximation de Boussinesq est valide.

Cependant, une autre hypothèse simplificatrice doit être considérée ici, les propriétés thermophysiques dépendant de la pression doivent être ignorées. En réalité, la pression hydrostatique à travers la hauteur du canal ( $h = 0,02\text{m}$ ) et la chute de pression le long du canal ( $l = 3\text{m}, Re \leq 100$ ) sont négligeables vis à vis de la pression dynamique de référence. Par conséquent, on ne peut considérer que la dépendance thermique des propriétés du fluide et déterminer le maximum de la différence de température dans le domaine de calcul, noté  $\Delta\theta$ , ce qui induit un départ relatif de l'approximation de Boussinesq de moins de 10 %.

1) e cas de l'incompressibilité :  $\text{Div } V = -1/\rho D_\rho/Dt \approx \beta D_\theta/Dt$ . Dans ce problème cette condition peut être approximé par  $\beta\Delta\theta u_{av}/h < 0.1$  pour  $\Delta\theta \leq 20^\circ\text{C}$ .

2) Les constantes physiques : dans ce cas présent où il est question d'écoulement de l'eau, deux propriétés sont beaucoup plus sensibles à la dépendance thermique que les deux autres : la masse volumique et la viscosité dynamique. Par conséquent, nous avons tracé sur les figures 4.10 et 4.11 leurs valeurs réelles en fonction de la température, dans la gamme de 25-40 °C, même si elle est supérieure aux conditions d'exploitation dans les expériences. La masse volumique peut être estimée avec une approximation par un polynôme de second ordre dans la gamme de températures considérées, alors que le départ de l'approximation linéaire de Boussinesq s'écrit :

$$|\rho(T + \Delta\theta) - \rho_B(T + \Delta\theta)| / \rho(T + \Delta\theta) < 2.10^{-3} \ll 0.1 \text{ pour } \Delta\theta \leq 20^\circ\text{C}$$

(cf. figure 4.10). Pour la viscosité le départ d'une valeur constante (approximation de Boussinesq) s'écrit :

$$|\mu(T + \Delta\theta) - \mu_0| / \mu(T + \Delta\theta) < 0.1, \text{ qui est satisfait que pour } \Delta\theta \leq 4.5^\circ\text{C (cf. figure 4.11).}$$

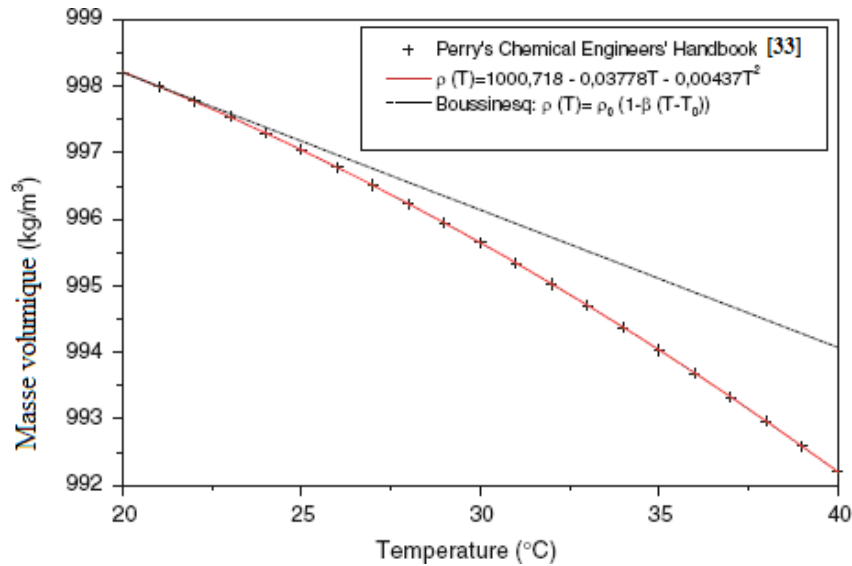
3) Comme la compressibilité est supposé négligeable (point 1) seule la dissipation visqueuse reste à examiner. De Boer a mené une analyse dimensionnelle des équations de Navier-Stokes compressibles, qui révèle que le terme de la dissipation visqueuse est négligeable par rapport aux autres termes de l'équation d'énergie pour les écoulements de fluide peu profonds.

Par conséquent, pour résumer ce paragraphe, l'approximation de Boussinesq peut être utilisée pour modéliser le présent problème de convection mixte à condition que la différence de température maximale dans le domaine de calcul satisfasse la condition  $\Delta\theta \leq 4.5^\circ\text{C}$ , qui correspond plus à un départ de 10 % de l'équation Navier-Stokes couplée à l'équation

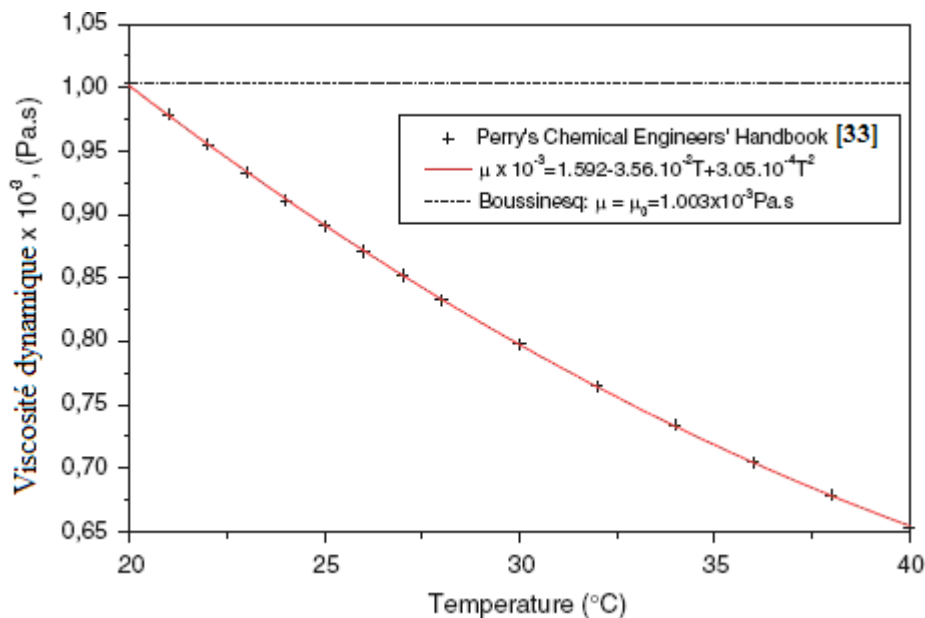
d'énergie. En introduisant ces résultats dans le bilan énergétique global du canal et on supposant une stratification thermique verticale linéaire, on obtient le résultat que nous avons

utilisé dans les calculs :-

$$\frac{Ra}{Re} = \left( \frac{g\beta\Delta\theta h^3}{\alpha^2} \right) \frac{h}{l_c} < 1800$$



**Figure 3-11 :** La masse volumique en fonction de la température dans l'intervalle de température (20 – 40°C), (approximation polynomiale de second ordre, approximation de Boussinesq).



**Figure 3-12 :** La viscosité dynamique en fonction de la température dans l'intervalle de température (20 – 40°C), (approximation polynomiale de second ordre, approximation de Boussinesq).

### 3.4. Simulation numérique de l'écoulement par Fluent :

**3.4.1. Spécifications du problème :** La figure 3-13 représente la géométrie tridimensionnelle considérée. Un fluide coule de gauche à droite dans un tuyau rectiligne de  $L=4\text{m}$ .

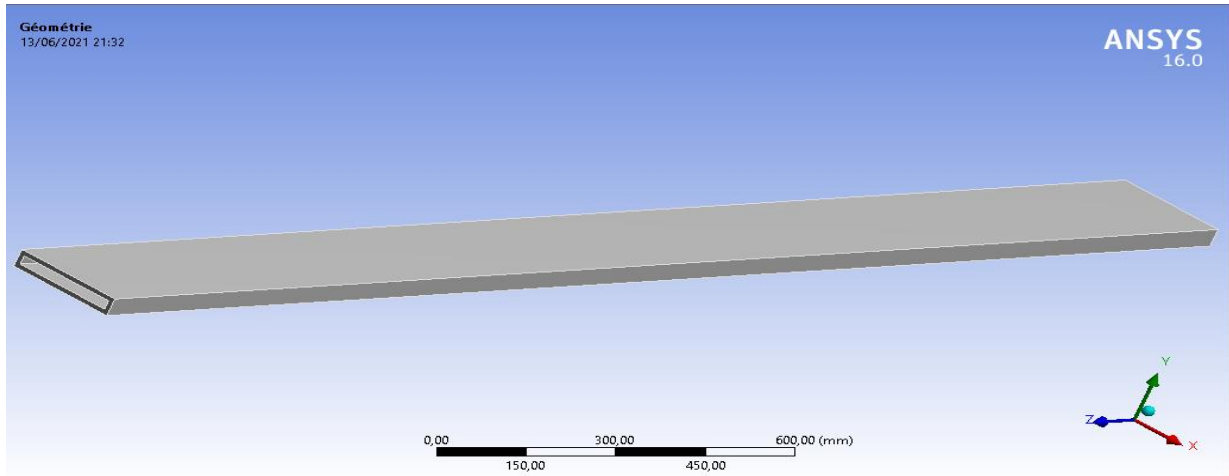


Figure 3-13: géométrie de l'écoulement étudié

### 3.4.2. Description du phénomène étudié:

#### 3.4.2.1. configuration Géométrie

La configuration géométrique choisie pour ce problème est une conduite rectangulaire chauffée par le bas et refroidis par le haut, traversé par un fluide incompressible et newtonien avec un profil de vitesse constant à l'entrée et une température supposée froide Figure 3-14.

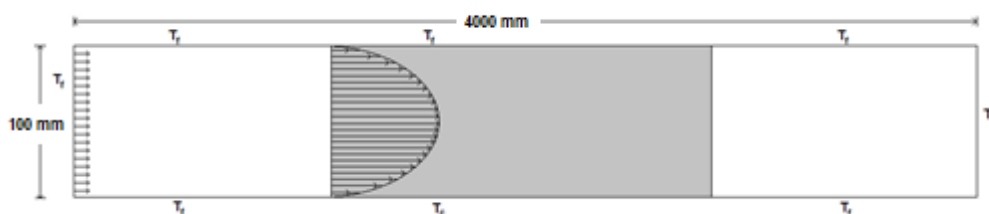


Figure 3-14: Modèle de l'écoulement de Poiseuille Rayleigh Bénard

#### 3.4.2.2. Hypothèses :

Les hypothèses simplificatrices appliquées dans notre étude sont les suivantes :

- Le fluide considéré est un fluide newtonien, incompressible et satisfait l'hypothèse de Boussinesq.
- La masse volumique varie linéairement avec la température et elle est donnée par la relation suivante:  

$$\rho = \rho_{\infty} [1 - \beta(T - T_{\infty})]$$
- L'écoulement est de type mixte « convection naturelle et forcée » et reste laminaire.
- L'écoulement est considéré 2D et stationnaire.
  - Le transfert de chaleur par radiation est négligeable.

- La dissipation de la chaleur par effet de viscosité est négligeable.
- Les propriétés thermo physiques du fluide sont constantes et sont évaluées à la température de référence.

### 3.4.2.3. Description mathématique de l'écoulement :

Les équations régissant l'écoulement sont les équations de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. En appliquant les hypothèses citées, et afin de donner une forme sans dimension aux variables dépendantes et indépendantes, nous employons des quantités caractéristiques qui sont constantes dans tout le champ de l'écoulement thermique. Ces quantités sont : H la hauteur de la cavité, U la vitesse,  $T_0 = T_f$  température de référence et  $p_0$  la pression. Ces équations s'écrivent sous forme adimensionnelle pour le cas étudié comme suit :

#### Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.20)$$

Equations de quantité de mouvement suivant l'axe des x :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2.21)$$

Equations de quantité de mouvement suivant l'axe des y :

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{Ra}{Re Pe} T^* \quad (2.22)$$

Equation de l'énergie:

$$\frac{\partial T^*}{\partial \tau} + U \frac{\partial T^*}{\partial X} + V \frac{\partial T^*}{\partial Y} = \frac{1}{Pe} \left( \frac{\partial^2 T^*}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial Y^2} \right) \quad (2.23)$$

Les équations ci-dessus ont été ramené à une forme adimensionnelle où :

$$X = \frac{X}{H} \quad (2.24)$$

$$Y = \frac{Y}{H} \quad (2.25)$$

$$U = \frac{U}{U_{max}} \quad (2.26)$$

$$V = \frac{V}{V_{max}} \quad (2.27)$$

$$T^* = \frac{T - T_0}{T_c - T_0} \quad (2.28)$$

$$P = \frac{P}{\rho U_{max}^2} \quad (2.29)$$



**3.4.2.4. Conditions aux limites du problème :**

Pour notre problème (fig2) les conditions aux limites s'écrivent de la manière suivante:

Paroi du bas :  $0 \leq x \leq L_i \text{ et } y = 0 \rightarrow u = v = 0, T = T_f$

$$L_i \leq x \leq L_e \text{ et } y = 0 \rightarrow u = v = 0, T = T_c$$

$$L_e \leq x \leq L \text{ et } y = 0 \rightarrow u = v = 0, T = T_f$$

Paroi du haut :  $0 \leq x \leq L \text{ et } y = H \rightarrow u = v = 0, T = T_f$

Entée du fluide :  $x = 0 \text{ et } 0 \leq y \leq H \rightarrow u = (cts), v = 0, T = T_f$

Sortie du fluide :  $x = L \text{ et } 0 \leq y \leq H \rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0 ; P = cts$

## **Chapitre 4 : Calcul du profil des vitesses par Fluent**

## Introduction :

Dans les industries chimiques, pétrolières ou minières, de nombreuses installations métalliques subissent des endommagements par la corrosion. La corrosion uniforme ou généralisée est la forme la plus connue et la plus fréquemment rencontrée. La corrosion aqueuse et les mécanismes physico-chimiques mis en jeu sont désormais assez bien compris. Les techniques classiques utilisées sur site industriel, pour effectuer une évaluation de l'endommagement (coupons de corrosion, sondes électrochimiques...), ne permettent que d'effectuer une mesure locale à un instant donné. Il semble donc primordial de développer de nouvelles techniques d'investigation permettant une détection rapide de la vitesse de corrosion.

Notre étude entre dans le cadre de la compréhension de ces mécanismes avec notamment pour objectif la détermination de la vitesse de corrosion induite par les acides naphthéniques. La présence et l'attaque dues à ces acides, dépendent de plusieurs paramètres parmi lesquels nous citerons :

1. La température : en effet, la corrosion se produit de façon notable entre 220°C et 400°C.
2. La vitesse du fluide : la morphologie des attaques montre que le fluide se déplace à une vitesse locale élevée,
3. la présence de turbulences : Certains secteurs des raffineries telles que les canalisations coudées, créent des zones de turbulences. Ce sont ces zones dans lesquelles sont mesurées les vitesses de corrosion par les acides naphthéniques les plus élevées. Quand un ou plusieurs de ces paramètres est réalisé, il y a l'apparition de la corrosion dans la conduite. D'après les résultats expérimentaux de la vitesse de corrosion pour différentes vitesses de l'écoulement du pétrole brut (tableau 4-1). Nous remarquons bien qu'il y a une relation entre le taux de corrosion et la vitesse de l'écoulement la paroi du conduit.

Alliages	Taux de corrosion généralisée		Taux de corrosion localise	
	(3 m/s)	(66 m/s)	(3 m/s)	(66 m/s)
5 Cr	21,8	25,5	0,0	201,1
9 Cr	20,3	24,2	0,0	191,8
317 SS	3,29	6,09	0,0	28,7

**Tableau 4-1:** Effet de la vitesse sur la corrosion.

Dans ce chapitre nous étudier le profil de vitesse du pétrole brut dans un tranchant de la pipe line pour voir la répartition de la vitesse d'écoulement, par l'utilisation des modèles rhéologiques tels que Herschel-Bulkley, Cross avec différentes valeurs de (n) pour la comparaison.

Pour un écoulement donné les équations de la dynamique des fluides avec des conditions aux limites associées n'admettant pas en général des solutions analytiques.

### 4.1. profil de vitesse de l'Écoulement par différents modèles rhéologiques:

Nous allons, à présent, utiliser les modèles de Herschel-Bulkley, Cross pour extraire le profil de vitesse de l'écoulement. On considère que le problème est planar (Figure4-1):

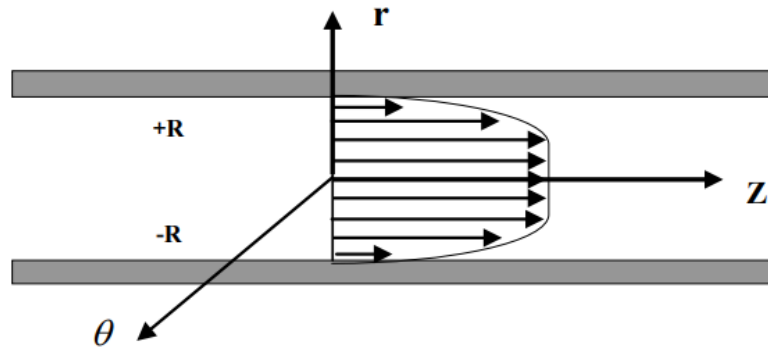


Figure 4-1: Profil de vitesse.

#### 4.1.1. Modélisation mathématique:

Pour un écoulement donné, les équations de la dynamique des fluides, avec des conditions aux limites associées bien déterminées n'admettent pas en général, des solutions analytiques.

Nous allons nous intéresser à l'étude de l'écoulement de Poiseuille. C'est le modèle de Herschel-Bulkley ou de Cross qui sera introduit dans les équations de la dynamique des fluides pour prendre en compte le caractère non newtonien du fluide.

#### 4.1.2. Équation du mouvement:

On fera l'hypothèse que l'écoulement s'effectue dans une conduite cylindrique rectiligne de rayon  $R$  et qu'il est laminaire. Permanent et pleinement développé. On se placera dans un système de coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ . Compte tenu de la symétrie du problème, l'équation de Navier Stokes s'écrit :

$$\frac{dP}{dz} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ r \eta \frac{dV}{dr} \right] \quad (\text{V. 1})$$

Où  $\eta$  représente la viscosité apparente qui dépend du cisaillement.  $V$  ni fonction que de  $r$ ,  $P$  et de  $z$ . Sachant que  $\frac{dP}{dz} < 0$  on pose:  $\frac{dP}{dz} = -ar$

$$-ar = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ r \eta \frac{dV}{dr} \right] \quad \text{Où } a > 0 \quad (\text{V. 2})$$

#### 4.1.3. Profil de vitesse en écoulement permanent:

Nous allons effectuer les calculs de l'écoulement pour un certain nombre de cas des solutions analytiques. Dans ces cas- là nous essayerons de mettre en évidence les changements par rapport aux fluides non newtoniens permettant de trouver des paramètres supplémentaires pour les lois de comportement de Cross et de Herschel-bulkley.

##### 4.1.3.1. Calcul de l'écoulement par la loi de Cross:

Remplacent  $\eta$  par l'expression de Cross dans l'équation. (V. 2).

$$\frac{-ar}{2} = \eta \frac{dV}{dr} \quad \text{Sachant que: } \dot{\gamma} = -\frac{dV}{dr}$$

On trouve

$$\frac{ar}{2} = \eta \dot{\gamma} = \eta_{\infty} \dot{\gamma} + \frac{\eta_0 - \eta_{\infty}}{1 + \left[ \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c} \right]^n} \dot{\gamma}$$

Cas où  $\left[ \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c} \right]^n \gg 1$

$$\frac{ar}{2} = \eta \dot{\gamma} = \eta_{\infty} \dot{\gamma} + (\eta_0 - \eta_{\infty}) \left[ \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c} \right]^n \dot{\gamma} \quad (\text{V. 3})$$

Nous allons résoudre l'équation (V. 3) pour  $n=1$  et  $n=0.5$ .

- Résolution pour  $n=1$ :

L'équation (V. 3) devient:

$$\frac{ar}{2} = \eta \dot{\gamma} = \eta_{\infty} \dot{\gamma} + (\eta_0 - \eta_{\infty}) \dot{\gamma}_c$$

D'où :

$$\dot{\gamma} = + \frac{ar}{2} - \frac{(\eta_0 - \eta_{\infty})}{\eta_{\infty}} \dot{\gamma}_c$$

$$\frac{dV}{dr} = \frac{ar}{2} - \frac{(\eta_0 - \eta_{\infty})}{\eta_{\infty}} \dot{\gamma}_c \quad (\text{V. 4})$$

Le profil de vitesse est obtenu en intégrant l'expression (V. 4):

$$V(r) = \frac{a}{4\eta_{\infty}} (R^2 - r^2) + \frac{(\eta_0 - \eta_{\infty})}{\eta_{\infty}} \dot{\gamma}_c (R - r) \quad (\text{V. 5})$$

- Résolution pour  $n=0.5$ :

$$\dot{\gamma} = \frac{(\eta_0 - \eta_{\infty})^2}{2\eta_{\infty}^2} \dot{\gamma}_c + \frac{ar}{2\eta_{\infty}} \pm \frac{(\eta_0 - \eta_{\infty})}{\eta_{\infty}} \dot{\gamma}_c^{\frac{1}{2}} \left( \frac{(\eta_0 - \eta_{\infty})^2}{2\eta_{\infty}^2} \dot{\gamma}_c + \frac{ar}{2\eta_{\infty}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Pour  $n = 1$ ,  $\dot{\gamma} = 0$  on retient le signe (-):

$$\dot{\gamma} = \frac{(\eta_0 - \eta_{\infty})^2}{2\eta_{\infty}^2} \dot{\gamma}_c + \frac{ar}{2\eta_{\infty}} - \frac{(\eta_0 - \eta_{\infty})}{\eta_{\infty}} \dot{\gamma}_c^{\frac{1}{2}} \left( \frac{(\eta_0 - \eta_{\infty})^2}{2\eta_{\infty}^2} \dot{\gamma}_c + \frac{ar}{2\eta_{\infty}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Donc: } \frac{dV}{dr} = - \frac{(\eta_0 - \eta_{\infty})^2}{2\eta_{\infty}^2} \dot{\gamma}_c - \frac{ar}{2\eta_{\infty}} + \frac{(\eta_0 - \eta_{\infty})}{\eta_{\infty}} \dot{\gamma}_c^{\frac{1}{2}} \left( \frac{(\eta_0 - \eta_{\infty})^2}{2\eta_{\infty}^2} \dot{\gamma}_c + \frac{ar}{2\eta_{\infty}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{V. 6})$$

Le profil de vitesse est obtenu en intégrant l'expression (V.6)

$$V(r) = \frac{a}{4\eta_\infty} (R^2 - r^2) + \frac{(\eta_0 - \eta_\infty)}{\eta_\infty} \dot{\gamma}_c (R - r) + \frac{4(\eta_0 - \eta_\infty)}{3a} \dot{\gamma}_c^{\frac{1}{2}} \left\{ \begin{array}{l} \left( \left\{ \frac{(\eta_0 - \eta_\infty)}{2\eta_\infty} \right\}^2 \dot{\gamma}_c + \frac{ar}{2\eta_\infty} \right)^{\frac{3}{2}} - \\ \left( \left\{ \frac{(\eta_0 - \eta_\infty)}{2\eta_\infty} \right\}^2 \dot{\gamma}_c + \frac{aR}{2\eta_\infty} \right)^{\frac{3}{2}} \end{array} \right\} \quad (\text{V. 7})$$

#### 4.1.3.2. Calcul de l'écoulement pour la loi de Herschel-Bulkley:

$$\tau = \tau_{cH} + k \dot{\gamma}^n$$

Avec K et (n) respectivement coefficient de consistance et indice de comportement du fluide

$$U = \frac{1}{\Delta/2k} \frac{1}{m+1} \left\{ \frac{\Delta}{2k} \left( R - \frac{\tau_{cH}}{k} \right)^{m+1} - \left( \frac{\Delta}{2k} r - \frac{\tau_{cH}}{k} \right)^{m+1} \right\} \quad (\text{V. 8})$$

$$\Delta = \frac{dp}{dl} \quad m = 1/n$$

Pour  $r_p \leq r \leq R$   $r_p = \frac{\tau_{cH}}{\Delta/2}$

$$U = U_p = \left\{ \frac{(\Delta/2k)^m}{m+1} \left( R - \frac{\tau_{cH}}{\Delta/2} \right)^{m+1} \right\}$$

L'expression du profil de vitesse pour n=1

$$U = U_p = \left\{ \frac{\Delta}{4k} \left( R - \frac{\tau_{cH}}{\Delta/2} \right)^2 \right\}$$

## 4.2. Modélisation mathématique du problème

Dans cette partie de l'étude, nous nous proposons de modéliser le comportement rhéologique des fluides en utilisant deux lois de comportement qui donnent la variation de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de cisaillement. Pour ce faire, nous avons choisi deux modèles d'Herschel-Bulkley et de Bingham, ce dernier met bien en évidence l'existence d'une contrainte seuil. On peut expliquer schématiquement le modèle à contrainte seuil en supposant que le fluide présente au repos une structure tridimensionnelle rigide, susceptible de résister à des contraintes inférieures à la contrainte seuil. Dès que l'on dépasse cette contrainte, la structure se détruit totalement et le fluide commence à s'écouler.

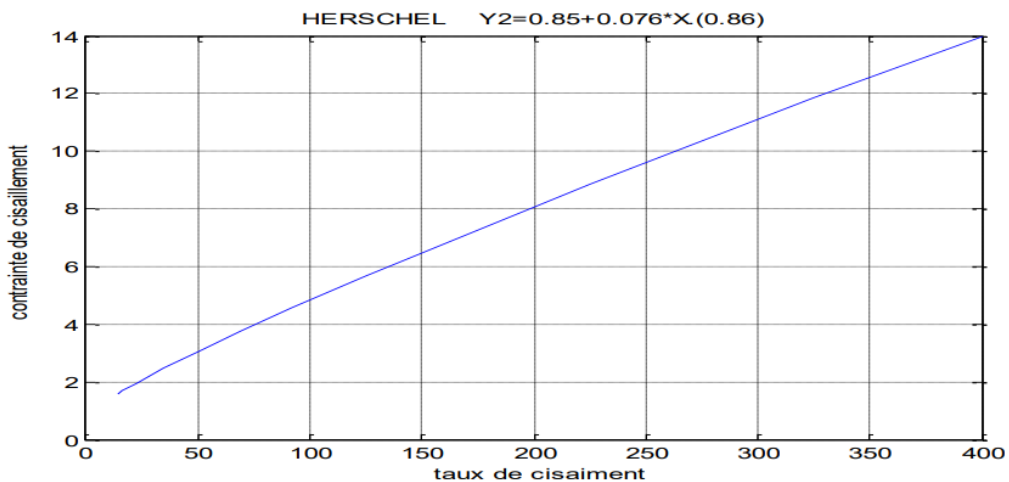
En utilisant les résultats expérimentaux, qui donnent la variation de la contrainte de cisaillement en fonction du taux de cisaillement nous obtenons les résultats suivants. Les expériences, qui ont été faites sur ce fluide à l'aide d'un rhéomètre (Tableau 4-2), sont représentées par le diagramme de la contrainte

de cisaillement ( $\tau$ ) en fonction du taux de cisaillement ( $\dot{\gamma}$ ) à 30°C (Figure 4-1).

#### 4.2.1. Model mathématique de Herschel-bulkley

Viscosité (Pa.s)	Vitesse de cisaillement(1/s)	Contrainte de cisaillement (Pa)
0,1375	14	1,6
0,1250	16,5	1,66
0,1125	22,5	1,8750
0,1	26	2,1875
0,0875	35	2,5
0,075	50	3,1
0,06875	68,75	3,75
0.0625	91, 5	4,6
0,05625	125	5,6
0,05	225	8,75
0,04687	325	11,9
0,04375	400	14

**Tableau 4-2:** Points expérimentaux de la viscosité, vitesse de cisaillement et de la contrainte de cisaillement du fluide.



**Figure 4-2:** Evolution de la contrainte de cisaillement ( $\tau$ ) en fonction du taux de cisaillement ( $\dot{\gamma}$ ) T= 30°C par Matlab

En utilisant la méthode des moindres carrés, on obtenait les résultats suivants (Tableau 4-3) contrainte critique et quelques propriétés rhéologiques telles que l'indice de comportement (n) et la consistance du fluide (k)

$\tau_{cH}$ (Pa)	$N$	$k$ (Pa.s <sup>n</sup> )
0,85	0,86	0,076

**Tableau 4-3 :** Paramètres rhéologiques de modèle

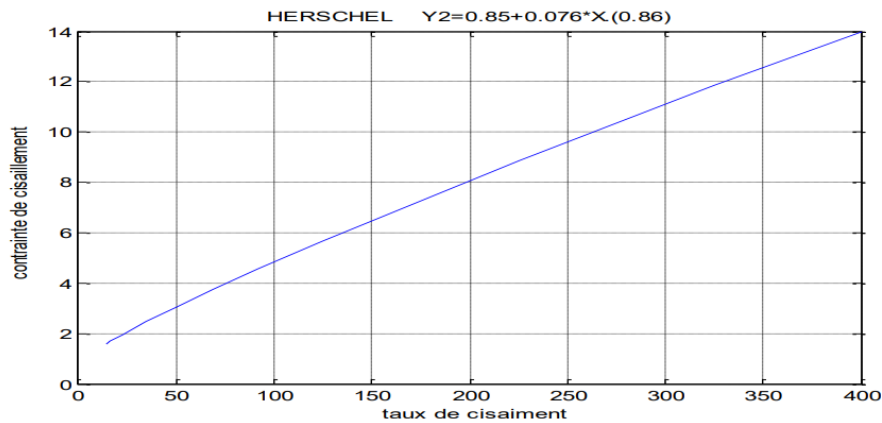
Herschel-Bulkley du fluide étudié

On trace le même graphe on utilise le modèle mathématique de Herschel-bulkley

$$\tau = \tau_{cH} + k \dot{\gamma}^n \tag{V. 10}$$

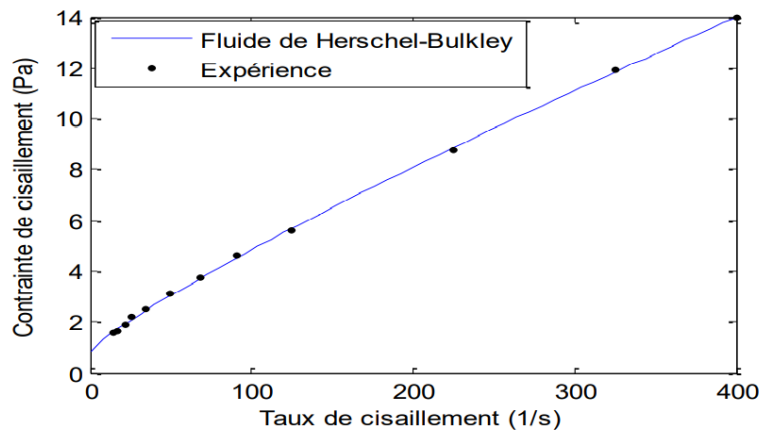
On remplace les trois constants obtenus tableau (V .2) dans l'équation (V.10)

Le modèle de Herschel-Bulkley, s'écrit alors :  $\tau = 0.85 + 0.076\dot{\gamma}^{0.86}$



**Figure 4-3:** Evolution de la contrainte de cisaillement ( $\tau$ ) en fonction du taux de cisaillement ( $\dot{\gamma}$ ) model de Herschel-bulkley T= 30°C par Matlab

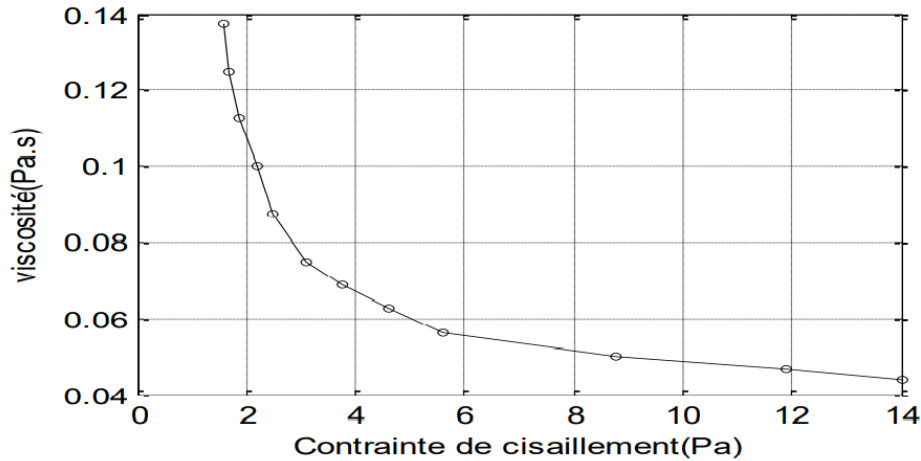
\*\* Comparaison graphique des résultats expérimentaux avec le modèle mathématique de Herschel-bulkley



**Figure 4-4:** Evolution de la contrainte de cisaillement ( $\tau$ ) en fonction du taux de cisaillement ( $\dot{\gamma}$ ) (Expérience et modèle de Herschel-Bulkley)

\*\* L'évolution de la viscosité en fonction du taux de cisaillement (voir graphe ci-dessous)



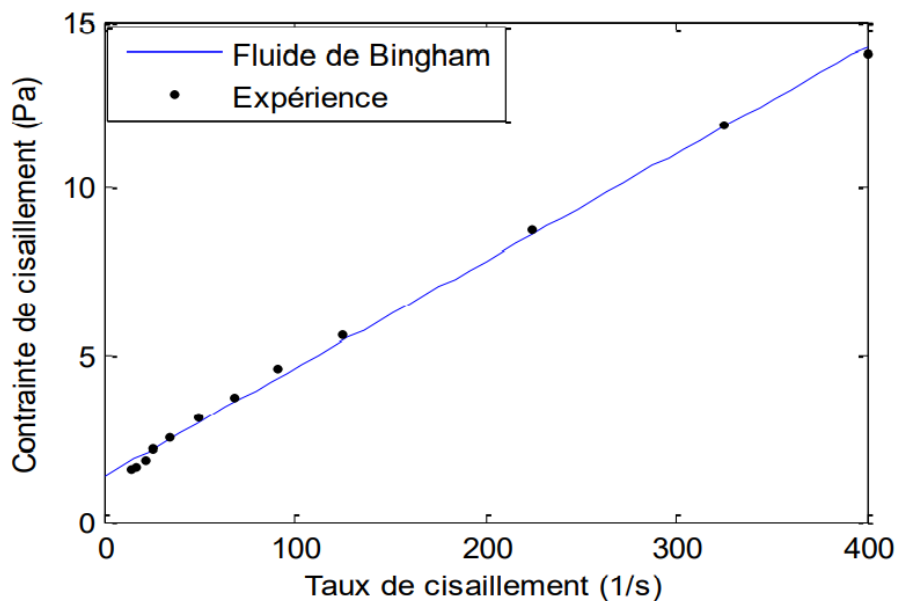


**Figure 4-5:** Evolution de la viscosité ( $\eta$ ) en fonction de la contrainte de cisaillement ( $\tau$ )  
(Expérience et modèle de Herschel-Bulkley)

#### 4.2.2. Model mathématique de Bingham

Le modèle de Bingham, s'écrit :

$$\tau = \tau_{cB} + \mu_p \dot{\gamma}$$



**Figure 4-6:** Evolution de la contrainte de cisaillement ( $\tau$ ) en fonction du taux de cisaillement ( $\dot{\gamma}$ )  
(Expérience et modèle analytique de Bingham).

De la même façon à partir des données expérimentales et par la méthode des moindres carrés on calcule les valeurs des constantes  $\mu_p$  et  $\tau_{cB}$

$$\tau = 1.37 + 0.0322\dot{\gamma} \quad (V.11)$$

D'après les courbes et les tableaux ci-dessus, la modélisation rhéologique du fluide montre que le modèle de Bingham n'est valable que pour les cas où

- il existe une contrainte de seuil,
- la viscosité est constante
- les taux de cisaillement sont élevés.

De même, l'application d'autre modèle rhéologique tel que celui de Herschel-Bulkley a montré une bonne concordance avec des résultats expérimentaux. Cette application peut reproduire le rhéogramme sur une gamme de vitesse de cisaillement plus étendue.

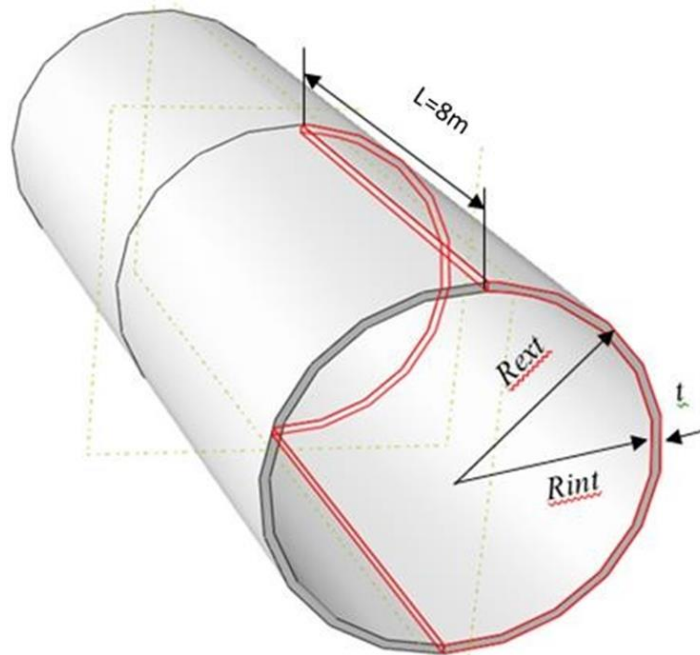
Ainsi, il est mis en évidence que le comportement rhéologique du fluide étudié montre un aspect non newtonien, sous certaines conditions d'écoulement. Ceci est d'autant plus vrai que le fluide étudié est un fluide complexe de type rhéofluidifiant, avec une contrainte de seuil, qui se comporte comme un solide aux faibles contraintes de cisaillement, et qui ensuite, se comporte comme un fluide visqueux dont la viscosité diminue au fur et à mesure que la contrainte de cisaillement augmente.

### **4.3. Simulation numérique de l'écoulement par Fluent**

#### **4.3.1. Spécifications du problème.**

Le transport de pétrole brut par pipeline est le moyen le plus pratique et économique pour le transport de pétrole brut et de ses produits. En effet, dans l'industrie pétrolière, la viscosité du pétrole brut joue un rôle important dans les calculs de l'écoulement du fluide à travers la roche réservoir, la perte de pression (avec des implications pour la conception des tubes et pipelines), et la conception des installations de surface. Par conséquent, différentes méthodes sont utilisées afin de réduire la viscosité du brut pour but d'améliorer son transport par pipeline. Par exemple, la dilution du brut lourd avec des bruts plus légers ou des alcools, le chauffage et l'utilisation de tensioactifs pour stabiliser les émulsions sont certaines de ces méthodes utilisées. Il est largement connu que les interactions entre les molécules d'asphaltènes contribuent à la viscosité des huiles brutes.

La figure V.6 représente la géométrie tridimensionnelle considérée. Un fluide coule de gauche à droite dans un tuyau rectiligne de  $l = 8m$  et ayant une section circulaire de diamètre  $D = 0.5m$ .



**Figure 4-7** :géométrie de l'écoulement étudié.

Exemple courant de fluide à seuil est le pétrole brut: ne pouvant sortir du tube de lui-même, il faut lui appliquer une contrainte nettement supérieure à son propre poids pour qu'il puisse s'écouler. La représentation la plus simple d'un fluide à seuil est le modèle de Bingham qui nous est donné sous la forme.

$$\tau = \tau_{cB} + \mu_p \dot{\gamma} \quad (V.12)$$

En pratique le modèle de Bingham ne s'applique que pour une gamme limitée de taux de cisaillements et, la contrainte seuil, obtenue par extrapolation du rhéogramme à  $(\dot{\gamma} = 0)$ , est souvent difficile à déterminer.

Le modèle d'Herschel-Bulkley est celui permettant de décrire la plupart des fluides plastiques, la courbe d'écoulement de tels fluides, dits à seuil, finit par devenir rectiligne au-delà d'une certaine contrainte critique appliquée. La plus proche représentation d'un fluide non-newtonien à seuil est le modèle d'Herschel-Bulkley donné par l'expression.

$$\tau = \tau_{cB} + k \dot{\gamma}^n$$

A partir des résultats expérimentaux, nous déterminerons la valeur du seuil de contrainte ainsi que les propriétés visqueuses du fluide testé.

Le fluide étudié est un fluide non newtonien possédant les caractéristiques suivantes:

- Densité: 0,806
- Masse volumique:  $\rho = 806 \text{ kg/m}^3$
- La viscosité dynamique :  $\eta = 0.14375 \text{ kg/(m.s)}$
- Conductivité thermique :  $k = 0.13 \text{ J/s.m.}^\circ\text{C}$

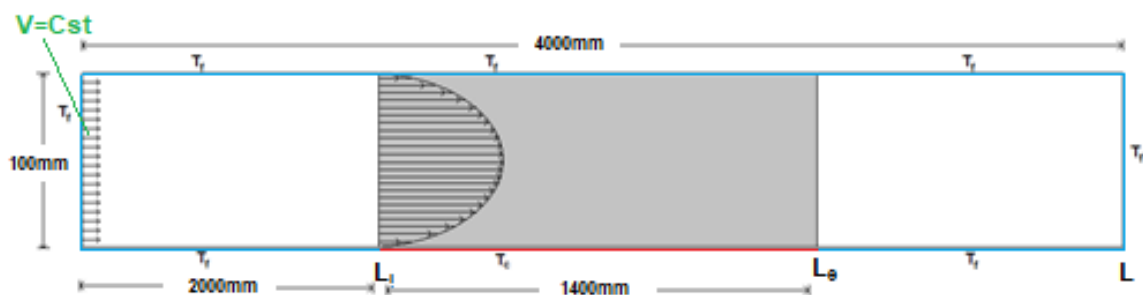
- Chaleur massique:  $c_p = 2,1 \text{ kJ/kg.k}$

Les conditions aux limites sont:

- Vitesse d'entrée (0.6m/s) constante le long de la section.
- Pression à la sortie égale à la pression atmosphérique.

On va simuler le problème en premier cas en utilisant le modèle d'Herschel-Bulkley et en deuxième cas en utilisant le Modèle de Cross pour différentes valeurs de l'indice de comportement (n).

La géométrie 3D représenté sur la figure.4.1. Possède de révolution autour de l'axe. l'écoulement sera donc supposé plana et nous allons mailler une tranche 2D de la géométrie tridimensionnelles . Le régime dynamique est suppos établi à l'entrée de la zone de chauffage.



**Figure 4-8:** demi coupe longitudinale de la géométrie étudiée.

Le domaine d'étude sera réduit à un rectangle défini par figure (4.2)

$$0 \leq x \leq l = 4m \quad \text{et} \quad 0 \leq d \leq 0.1m$$

La vitesse d'entrée est 0.6m/s, et la densité est 806 kg/m<sup>3</sup>.

Pour  $\mu = 0.14375 \text{ Kg/(ms)}$ ,

le nombre Reynolds basé sur le diamètre de conduite et la vitesse moyenne à l'entrée est :

$$Re = \frac{\rho DV}{\mu} = \frac{806 \times 0.6 \times 0.1}{0.14375} = 336$$

À ce nombre de Reynolds, l'écoulement est complètement laminaire.

### 4.3.2. Création de la géométrie sous fluent:

ANSYS Workbench est un moyen pratique de gérer vos projets de simulation.

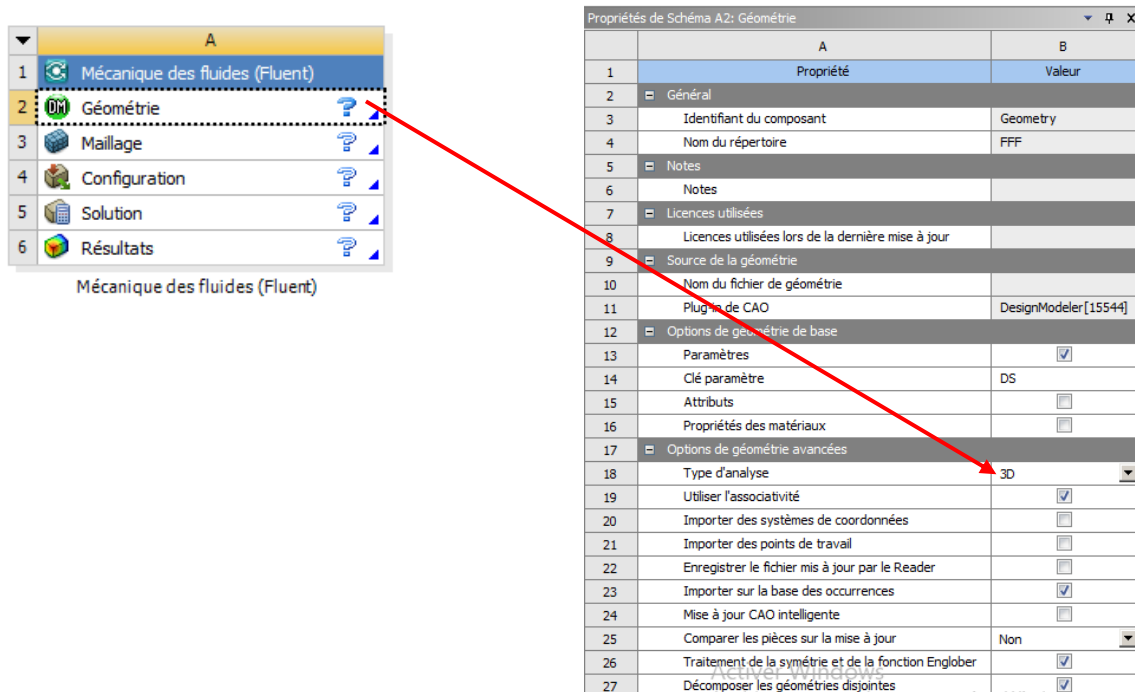
Workbench est utilisé pour lancer les composants logiciels individuels et utilisé pour transférer des données entre eux.

Il est facile de voir d'un seul coup comment un modèle a été construit et de déterminer quels fichiers ont été utilisés pour une simulation particulière (association des fichiers de géométrie aux exécutions du solveur).

Workbench facilite également la réalisation d'analyses paramétriques (sans l'utilisateur doit lancer manuellement chaque application à tour de rôle), et facilite la simulation de scénarios multi-physiques comme l'interaction fluide-structure.

Pour créer la géométrie on suit les étapes suivantes:

- 1)- workbench 16.0
- 2)- systèmes d'analyse.  $\Rightarrow$  mécanique des fluides (fluent).
- 3)- géométrie  $\Rightarrow$  propriétés de schéma  $\Rightarrow$  type d'analyse  $\Rightarrow$  2D



4)- plan XY  $\Rightarrow$  Esquisse  $\Rightarrow$  Dessiner  $\Rightarrow$  Rectangle.

5)- Modifier  $\Rightarrow$  Fractionner.

6)- Contraintes  $\Rightarrow$  longueur égale.

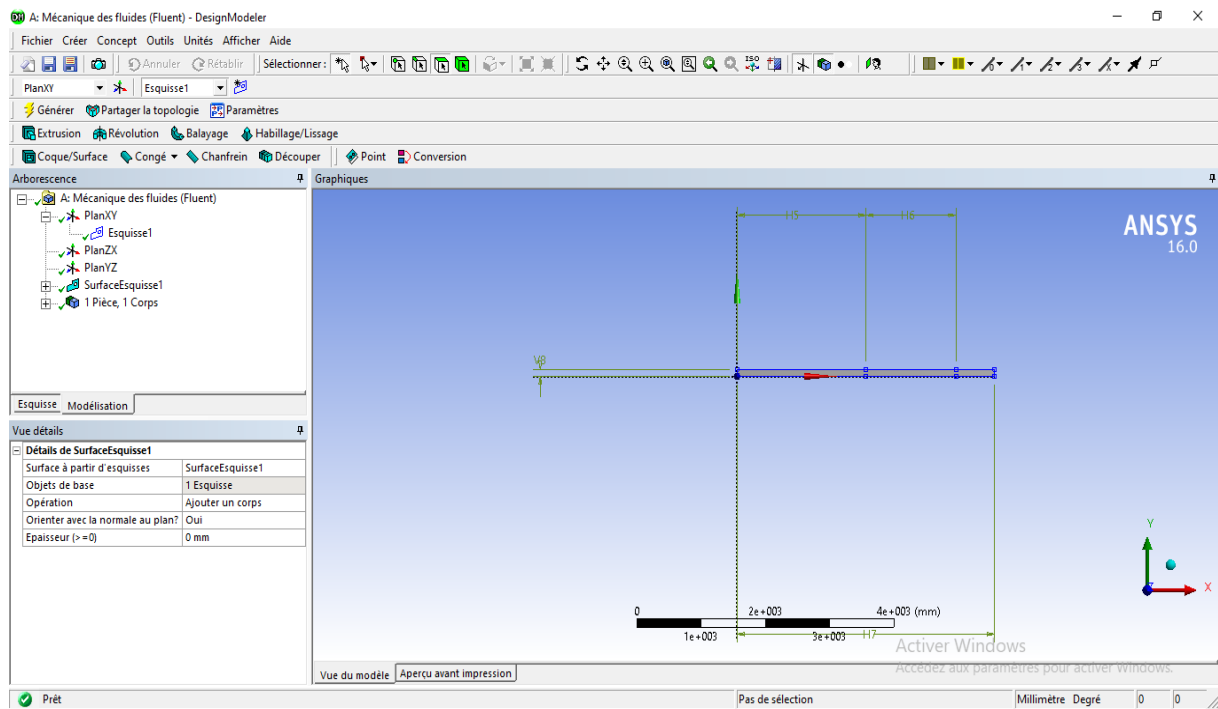
7)- Unités  $\Rightarrow$  Millimètre.

8)- Cotes  $\Rightarrow$  horizontale  $\left\{ \begin{array}{l} H_1 = 2000mm \\ H_2 = 1400mm \\ H_3 = 4000mm \end{array} \right.$

$\Rightarrow$  verticale  $\{V_1 = 100mm$

9)- Concept  $\Rightarrow$  surfaces à partir d'esquisses  $\Rightarrow$  objets de base  $\Rightarrow$  Appliquer.



10)- finalement clique sur générer pour achever la fonction surfacer à partir d'esquisses.



### 4.3.3. Maillage dans Creo Ansys Simulation


Le processus de génération du maillage peut être automatique ou manuel. Le maillage basé sur les lois de la physique est l'approche par défaut, qui définit le maillage en fonction de l'étude de simulation et de la géométrie. Cette méthode fait en sorte que le processus génère un maillage optimal avec un nombre restreint de paramètres. Chaque fois que vous exécutez une étude, le processus de génération du maillage est automatiquement exécuté par le solveur, avant l'exécution de l'étude. Vous pouvez également exécuter la génération du maillage manuellement si vous souhaitez étudier le maillage avant l'exécution de l'étude.



Utilisez l'une des commandes suivantes pour générer le maillage :

- Cliquez sur **Ansys Simulation (Ansys Simulation) > Exécuter (Run) >  Générer un maillage (Generate Mesh)**.
- Accédez à l'onglet **Contrôle de maillage (Mesh Control)**.
  1. Pour ce faire, cliquez sur **Affiner le modèle (Refine Model) > Contrôle de maillage (Mesh Control)** pour ouvrir l'onglet **Contrôle de maillage (Mesh Control)**.
  2. Cliquez sur  **Générer un maillage (Generate Mesh)** pour générer le maillage.


Le processus de génération du maillage est exécuté par le solveur et, en fonction de la taille de votre modèle, l'opération peut prendre un certain temps. Vous pouvez afficher le statut de la génération du maillage dans le [Gestionnaire de processus](#).

Pour visualiser le maillage sur le modèle au terme du processus, ou sur les résultats actifs, utilisez l'une des commandes suivantes :

- Cliquez sur  dans la barre d'outils graphiques.

- Dans l'onglet **Vue (View)**, cliquez sur **Affichage (View)** >  **Afficher le maillage (Display Mesh)**.
- Accédez à l'onglet **Contrôle de maillage (Mesh Control)**.
  1. Pour ce faire, cliquez sur **Affiner le modèle (Refine Model)** > **Contrôle de maillage (Mesh Control)** pour ouvrir l'onglet **Contrôle de maillage (Mesh Control)**.
  2. Cliquez sur  **Afficher le maillage (Display Mesh)**.

### Mise à jour du maillage

La commande  **Générer un maillage (Generate Mesh)** n'est disponible que lorsque le maillage est obsolète pour l'étude. Un maillage est obsolète dans les conditions suivantes :

- Si la géométrie du modèle change : dans ce cas, si vous régénérez le maillage, les résultats de toutes les études seront obsolètes et indisponibles. Vous devez réexécuter tous les résultats de simulation pour que les études soient à nouveau disponibles.
- Si les entrées de simulation changent : la modification ou l'ajout de charges, de restrictions ou de tout autre objet de simulation rend le maillage obsolète.
- Si les contrôles de maillage sont modifiés : lorsque vous modifiez l'un des contrôles de maillage globaux, la création ou la mise à jour des contrôles d'affinement du maillage rendent le maillage obsolète.

### 4.3.4. Lancement de FLUENT :

Start > Programs > Fluent Inc > FLUENT 6.0 On choisit 2ddp (la 2D, la version de double précision) de la liste d'options et le clic Run.

#### Importation du Fichier :

Main Menu > File > Read > Case... On sélectionne le fichier pipe.msh. Cliquer sur OK.

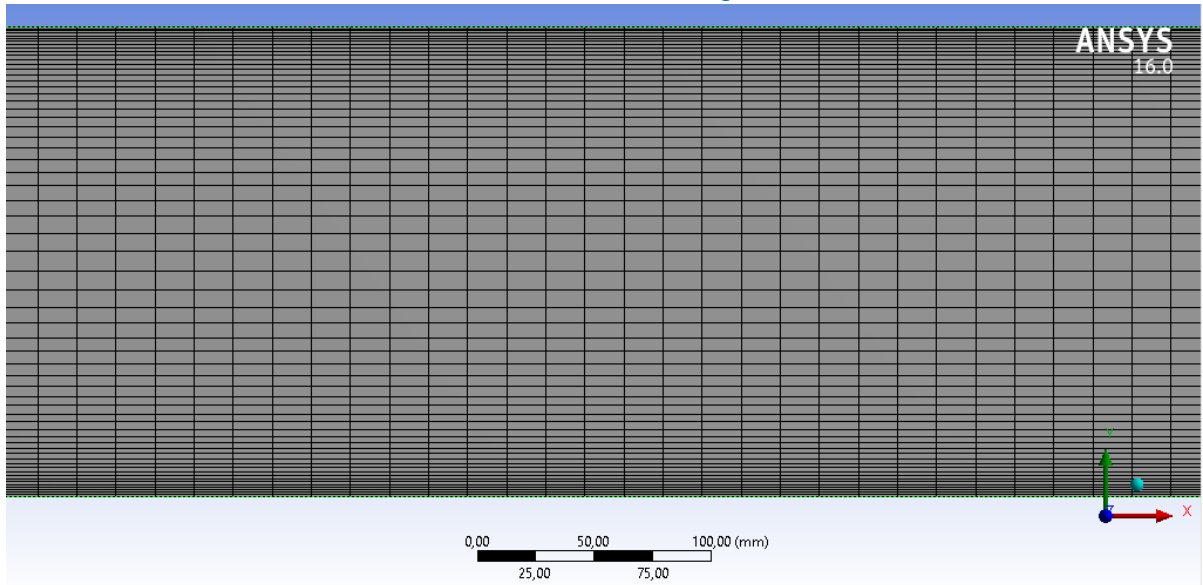
La chose suivante devrait apparaître dans la fenêtre de FLUENT :

- On vérifie le nombre (numéro) de noeuds, des faces (de types différents) et des cellules. Il y a 7380 cellules de quadrilatère dans ce cas. C'est à quoi nous nous attendrions puisque (depuis que) nous avons utilisé 50 divisions dans la direction radiale et 180 divisions dans la direction axiale en produisant le maillage. Donc le nombre total de cellules est  $41 * 180 = 7380$ .

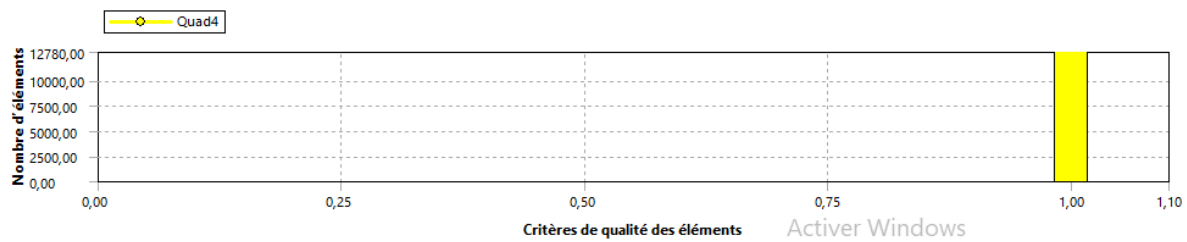
a) Maillage :

D'abord, nous vérifions le maillage pour nous assurer qu'il n'y a aucune erreur. N'importe quelles erreurs dans le maillage seraient annoncées actuellement. Choisissez alors : Le résumé suivant du maillage devrait apparaître : Vérification de l'échelle:

Contrôle d'un maillage



Paramètres de contrôle



Orthogonal Quality mesh metrics spectrum

Unacceptable	Bad	Acceptable	Good	Very good	Excellent
0-0.001	0.001-0.14	0.15-0.20	0.20-0.69	0.70-0.95	0.95-1.00

Définissez les Propriétés du Solveur :

a) Solveur :

On choisit 2D sous l'Espace. Nous utiliserons les défauts de résolveur isolé, la formulation implicite, l'écoulement stable et la formulation absolue de vitesse. Cliquer sur OK.

b) Viscous model :

On selectionlaminair

c) Energy :

L'équation d'énergie peut être éteinte puisque c'est un écoulement incompressible et nous ne sommes pas intéressés par la température.

d) Materials :

Les Propriétés des Matériaux

1). Utilisation de Nous utilisons fluide newtonienne (eau) :

4.3.4.1. La rhéologie du fluide :



**A) fluide newtonien :**

Le fluide étudié est un fluide newtonien possédant les caractéristiques suivantes :

$T[^\circ\text{C}]$	$C_p[\text{J}/\text{kg}^\circ\text{C}]$	$\rho[\text{kg}/\text{m}^3]$	$\mu[\text{kg}/\text{s} \cdot \text{m}]$	$\nu[\text{m}^2/\text{s}]$	$k[\text{W}/\text{m}^\circ\text{C}]$	<b>Pr</b>
27	1000	1	14.17E-05	14.17E-03	0.58135	9.9998

<b>Ra</b>	<b>G</b>
$10^2$	9.81
$10^3$	9.81
$10^4$	9.81
$10^5$	9.81

$L[\text{m}]$	0.1
$\Delta T[^\circ\text{C}]$	60
$\beta[1/\text{K}]$	0.0035823
$\alpha[\text{m}^2/\text{s}]$	0.001293049

$T_H$	300
$T_C$	360

**Tableau 4-4 :** caractéristique de fluide newtonien.

Grandeurs caractéristiques

$$L = L_0$$

$$P_0 = \rho v^2 / L_0^2$$

$$V_0 = v / L$$

$$\Delta T = (T_H - T_C)$$

**Nombre de Nusselt**

$$Nu = \frac{\text{Flux total}}{\text{Flux conductif}} = \frac{\text{Flux total}}{\int k \frac{\partial T}{\partial x} dx} = \frac{\text{Flux total}}{k \frac{\Delta T}{L}}$$

**Variables réduites**

$$\begin{cases} X_i = x_i / L & V_i = v_i / v_0 \\ P = p / p_0 & \theta = (T - T_C) / \Delta T \end{cases}$$

$$Ra = \frac{g \beta (T_H - T_C) L^3}{\nu \alpha}$$

$$g = \frac{Ra \cdot \nu \alpha}{\beta (T_H - T_C) L^3}$$

$$g = \frac{Ra \cdot \nu \alpha}{\beta \Delta T L^3}$$

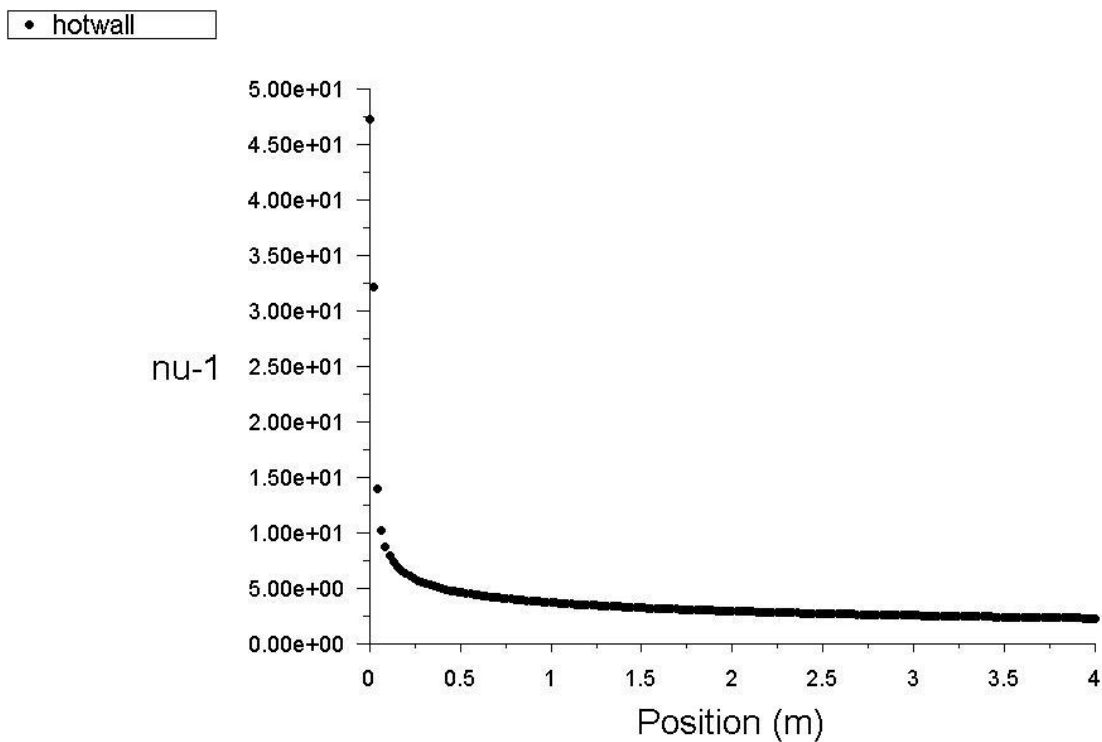
$$\text{Pour l'air : } \beta = \frac{1}{T_{ref}}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$$

Calcule le Nombre de Nusselt pour variable vitesse son l'équation de bossineq :

Re	V(m/s)	Solution convergé	Nu
$10^2$	0.001417	190	3.7991605
$10^3$	0.01417	180	9.0106143
$10^4$	0.1417	222	24.130187
$10^5$	1.417	104	72.066747

**Tableau 4-5 :** variation de Nombre de Nusselt on fonction de la vitesse.



nu-1

Jun 27, 2021  
 ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)

**Figure 4-8:** variation de Nombre de Nusselt on fonction de la position[34].

Calcule le Nombre de Nusselt pour variable vitesse avec l'équation de bossineq :

Re	V(m/s)	Nu
10 <sup>2</sup>	0.001417	3.7418505
10 <sup>3</sup>	0.01417	8.7478384
10 <sup>4</sup>	0.1417	23.203801
10 <sup>5</sup>	1.417	66.707259

**Tableau 4-6 :** variation de Nombre de Nusselt on fonction de la vitesse.

(a)-Profil de vitesse pour un fluide newtonien son l'équation de bossineq :

Pour une fable vitesse V=0.001417m/s.

**Mesh Check**

```

Domain Extents:
  x-coordinate: min (m) = 0.000000e+00, max (m) = 4.000000e+00
  y-coordinate: min (m) = 0.000000e+00, max (m) = 1.000000e-01
Volume statistics:
  minimum volume (m3): 9.953494e-06
  maximum volume (m3): 1.658916e-04
  total volume (m3): 4.000000e-01
Face area statistics:
  minimum face area (m2): 9.953494e-04
  maximum face area (m2): 3.333333e-02
Checking mesh.....
Done.
```

**Mesh Quality:**

```

Minimum Orthogonal Quality = 1.00000e+00
(Orthogonal Quality ranges from 0 to 1, where values close to 0 correspond to low quality.)

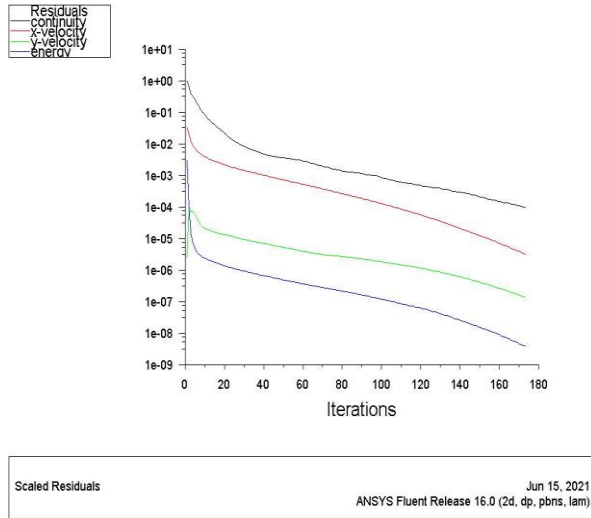
Maximum Ortho Skew = 0.00000e+00
(Ortho Skew ranges from 0 to 1, where values close to 1 correspond to low quality.)

Maximum Aspect Ratio = 3.35040e+01
```

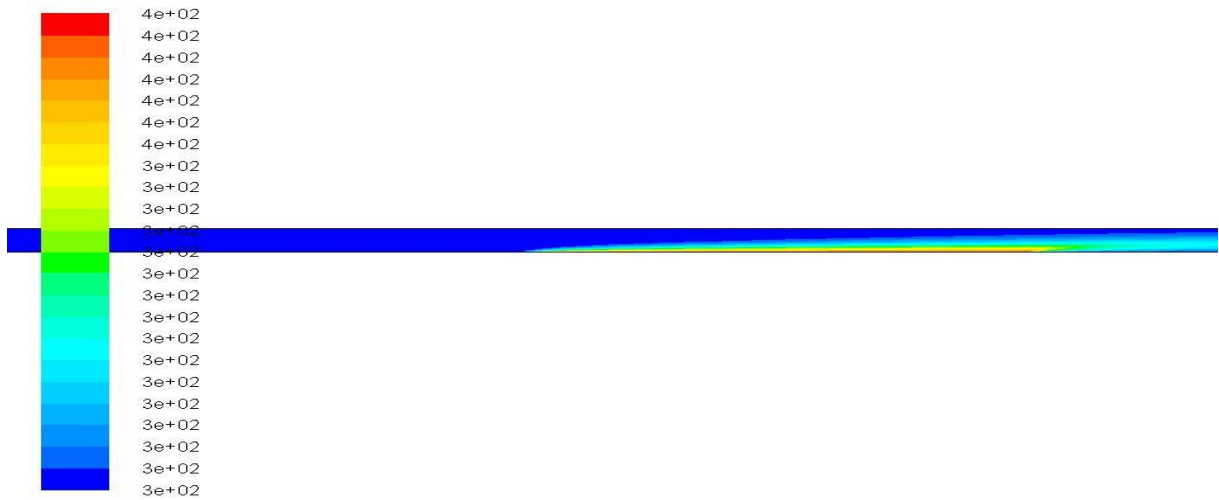
**Mesh Size**

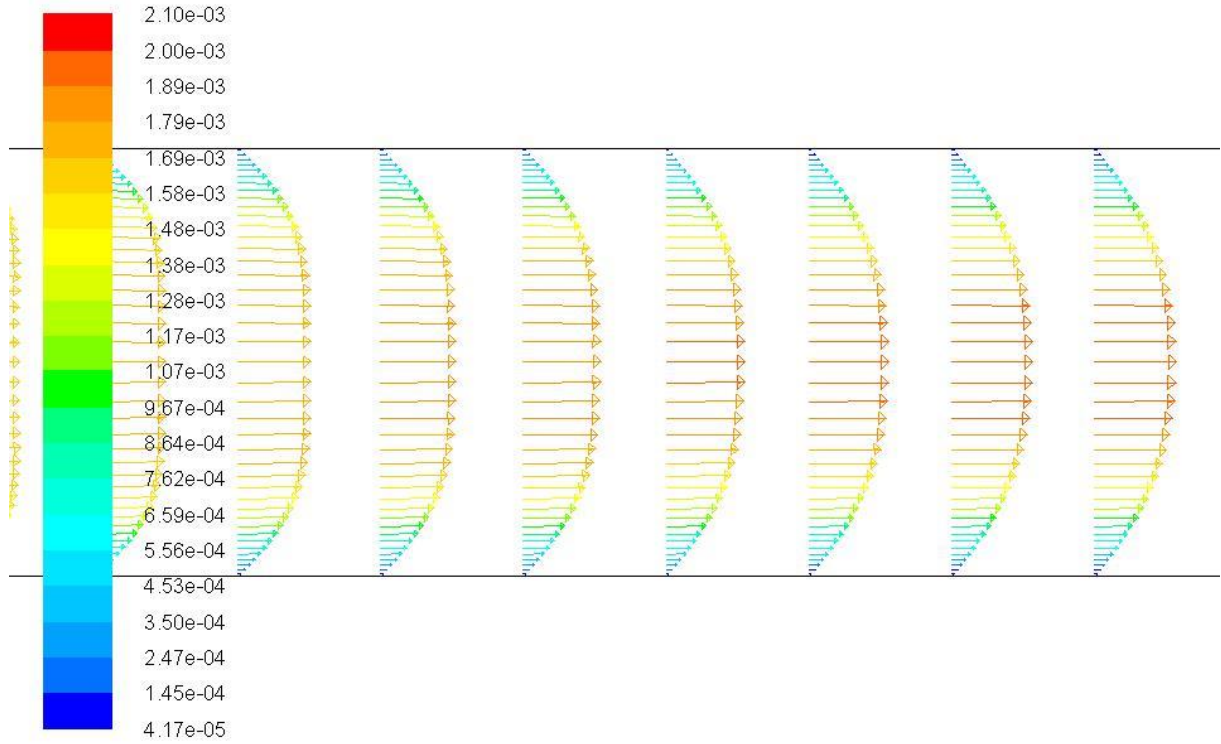
Level	Cells	Faces	Nodes	Partitions
0	7380	14981	7602	3

. 1 cell zone, 9 face zones.

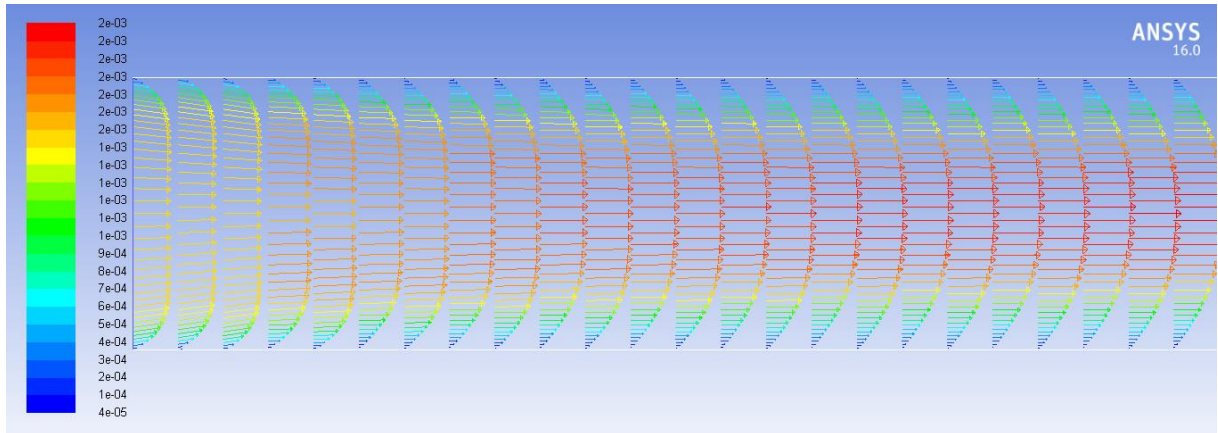


iter	continuity	x-velocity	y-velocity	energy	time/iter
97	2.2657e-04	8.7156e-05	5.7483e-07	4.6687e-08	1:06:26 49903
98	2.1590e-04	8.3039e-05	5.5363e-07	4.4656e-08	0:53:09 49902
99	2.0623e-04	7.9115e-05	5.3323e-07	4.2713e-08	0:42:31 49901
100	1.9738e-04	7.5374e-05	5.1360e-07	4.0852e-08	0:34:01 49900
101	1.8886e-04	7.1809e-05	4.9469e-07	3.9071e-08	3:13:32 49899
102	1.7951e-04	6.8410e-05	4.7652e-07	3.7367e-08	2:34:50 49898
103	1.7170e-04	6.5171e-05	4.5902e-07	3.5735e-08	2:03:52 49897
104	1.6449e-04	6.2004e-05	4.4217e-07	3.4164e-08	1:39:05 49896
105	1.5827e-04	5.9142e-05	4.2593e-07	3.2666e-08	1:19:16 49895
106	1.5166e-04	5.6337e-05	4.1030e-07	3.1189e-08	1:03:25 49894
107	1.4341e-04	5.3664e-05	3.9513e-07	2.9790e-08	0:50:44 49893
108	1.3949e-04	5.1118e-05	3.8070e-07	2.8516e-08	0:40:35 49892
109	1.3404e-04	4.8691e-05	3.6673e-07	2.7253e-08	0:32:28 49891
110	1.2763e-04	4.6378e-05	3.5316e-07	2.6020e-08	3:12:16 49890
111	1.2032e-04	4.4174e-05	3.4002e-07	2.4882e-08	2:33:49 49889
112	1.1930e-04	4.2076e-05	3.2785e-07	2.3778e-08	2:03:03 49888
113	1.1494e-04	4.0075e-05	3.1567e-07	2.2767e-08	1:38:26 49887
114	1.1005e-04	3.8160e-05	3.0386e-07	2.1746e-08	1:18:45 49886
115	1.0721e-04	3.6351e-05	2.9249e-07	2.0775e-08	1:03:00 49885
116	1.0289e-04	3.4620e-05	2.8160e-07	1.9852e-08	0:50:24 49884
117	9.9388e-05	3.2970e-05	2.7102e-07	1.8970e-08	3:26:36 49883

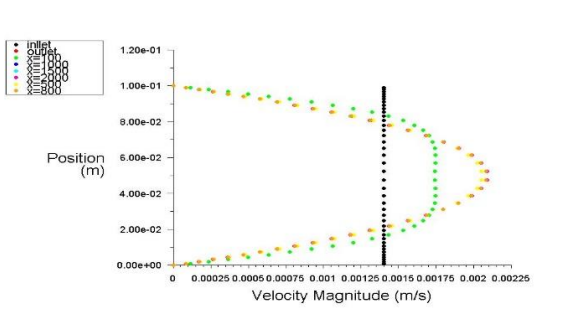




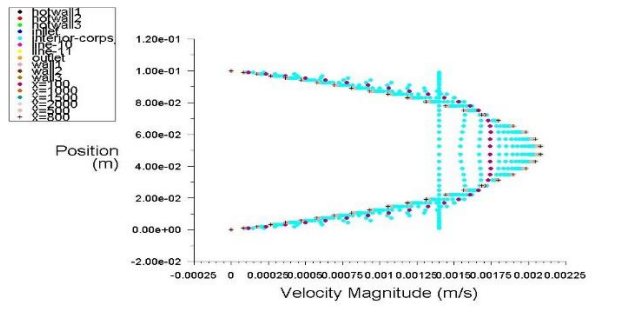
Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s) Jun 15, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)



Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s) Jun 15, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)



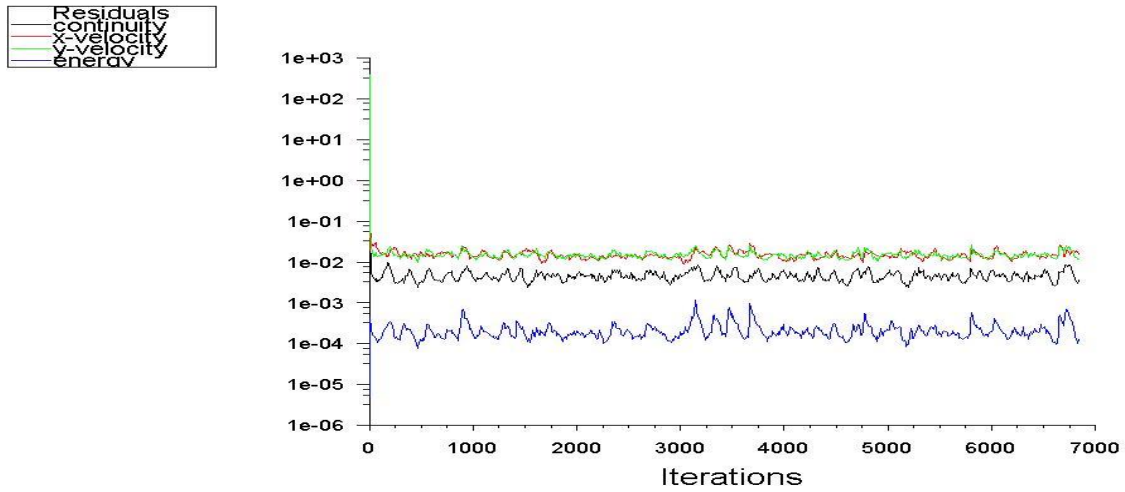
Velocity Magnitude Jun 15, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)



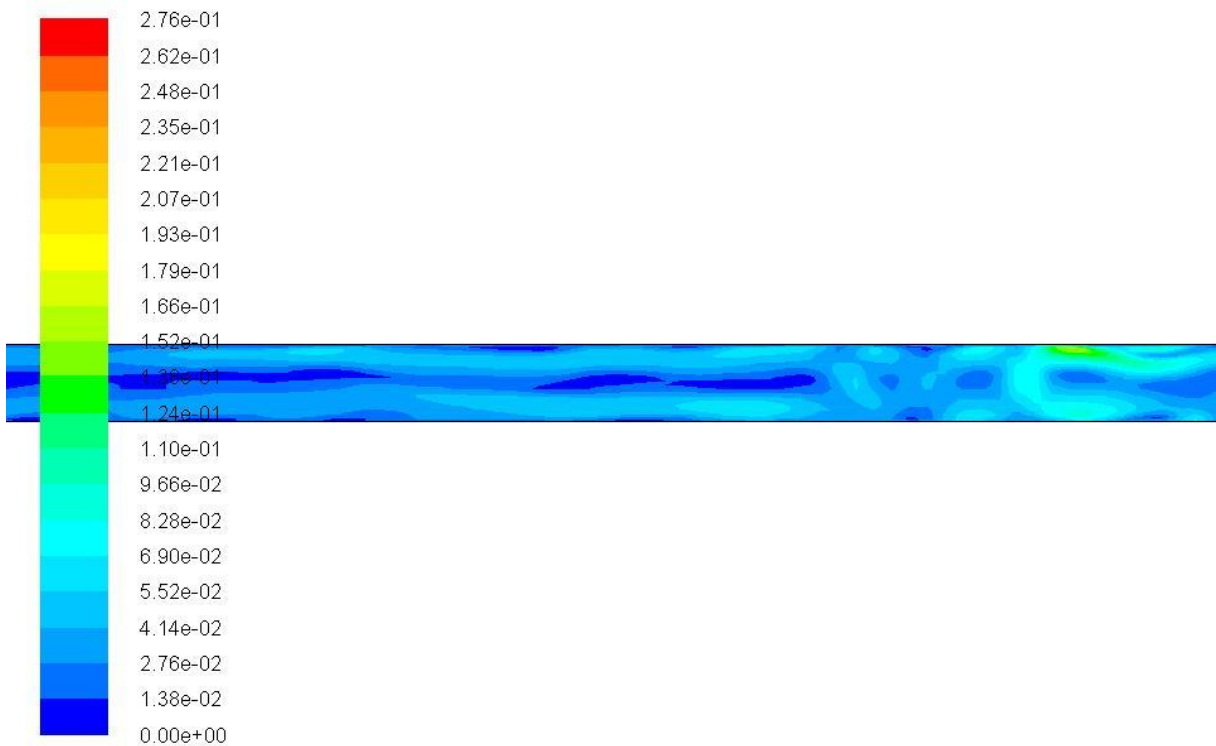
Velocity Magnitude Jun 15, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)

(a)-Profil de vitesse pour un fluide newtonien avec l'équation de bossineq :

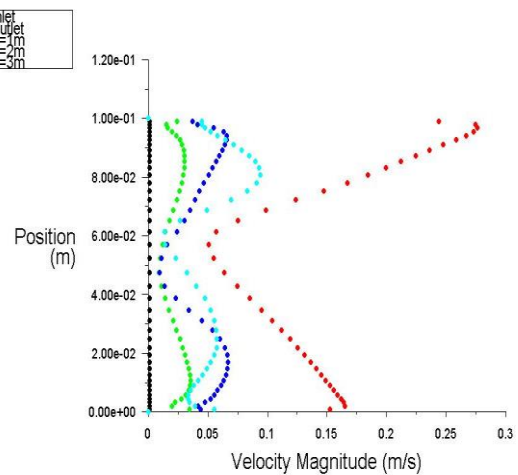
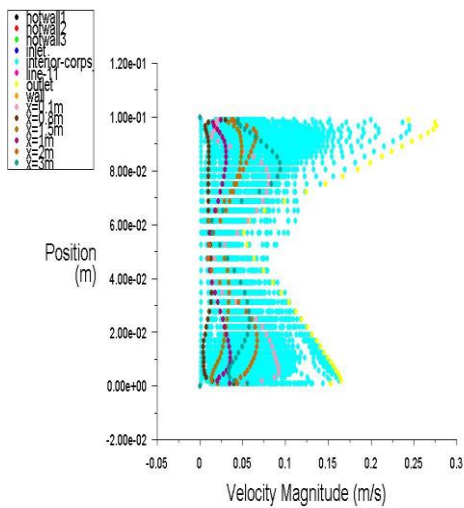
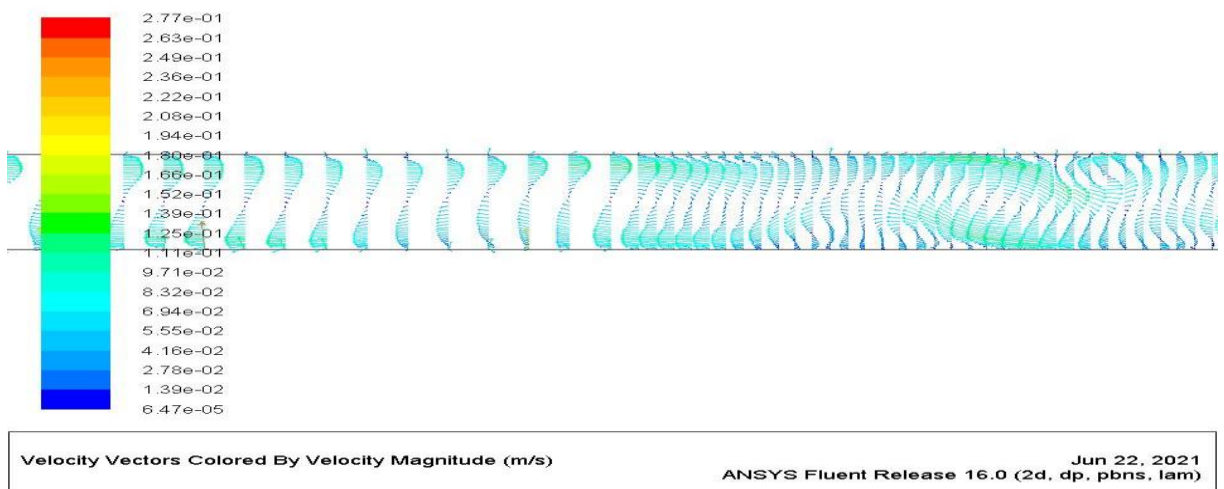
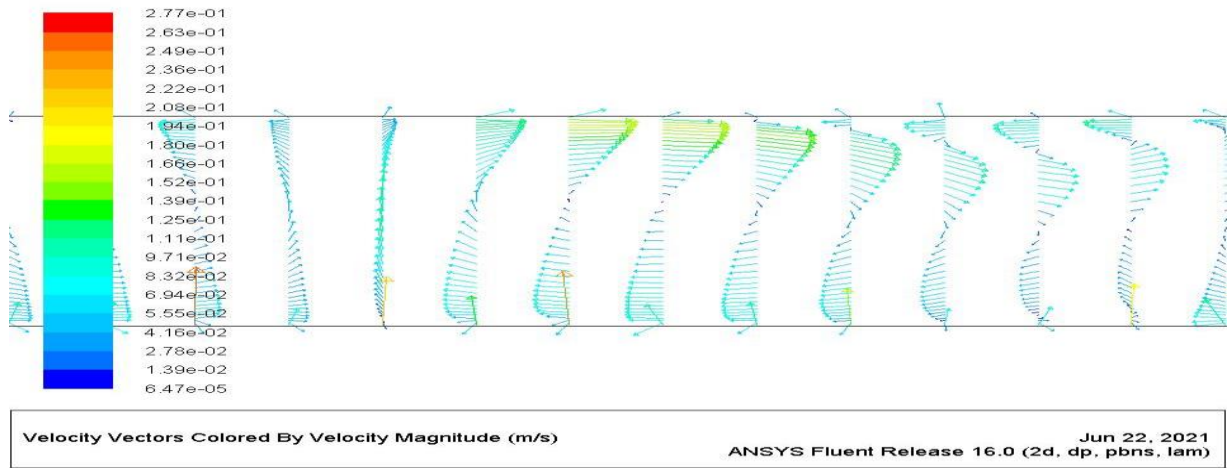
Pour une faible vitesse  $V=0.001417\text{m/s}$ .



Scaled Residuals ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam) Jun 22, 2021



Contours of Velocity Magnitude (m/s) ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam) Jun 22, 2021



Velocity Magnitude Jun 22, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)

Velocity Magnitude Jun 22, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)

**B) fluide non newtonien :**

Le fluide étudié est un fluide non newtonien posséd les caractéristique suivantes :

**B.1) Profil de vitesse pour un fluide non newtonien son l'équation de bossineq :**



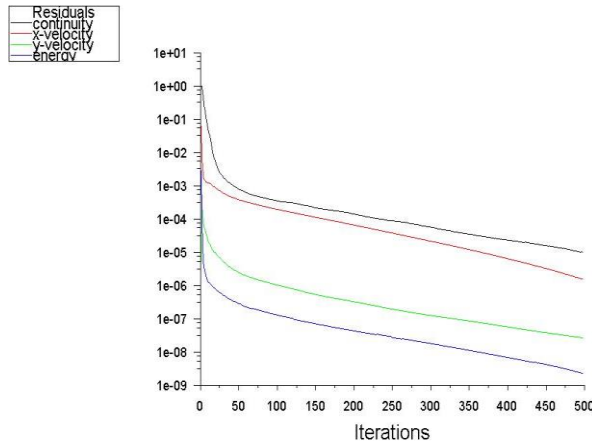
a) Utilisation de modèle d’Herschel-B

Nous utilisons les propriétés suivantes dans la simulation: **ulkley:à**

$\tau_0$ (Pa)	K	N
0,85	0,076	0,86
0,6505	0,2470	0,71
0,4192	0,0305	0,99

Tableau 4-7 : Paramètres rhéologiques de Modèle d’Herschel-Bulkley pour différentes températures du fluide étudié.

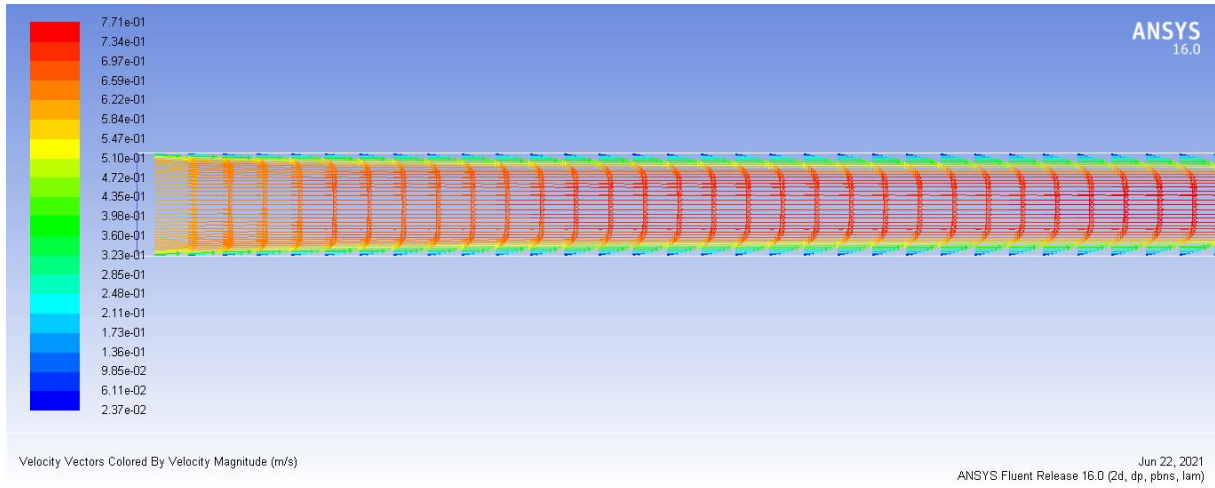
- profil de vitesse pour **n=0.86** :



```

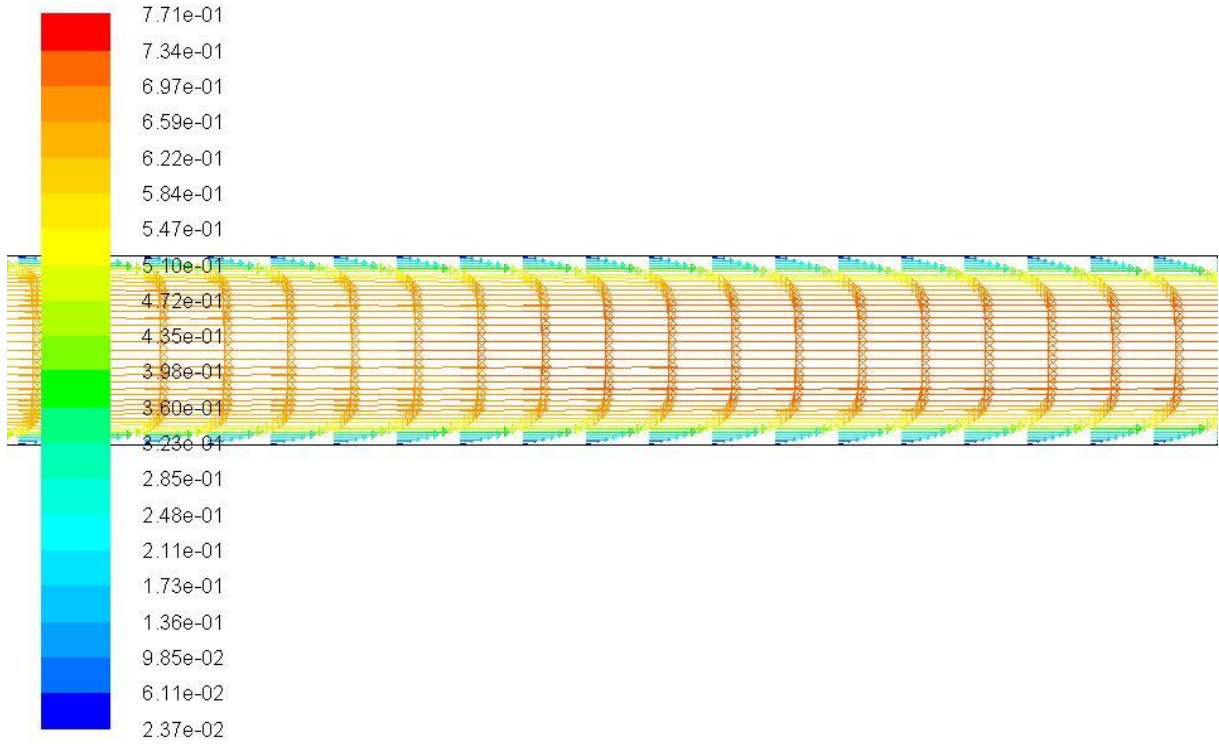
468 1.3794e-05 2.5122e-06 3.3886e-08 3.4546e-09 32:28:31 521787
469 1.3570e-05 2.4742e-06 3.3582e-08 3.4187e-09 25:58:49 521786
470 1.3659e-05 2.4379e-06 3.3382e-08 3.3659e-09 20:47:03 521785
471 1.3319e-05 2.3993e-06 3.3069e-08 3.3190e-09 16:37:38 521784
472 1.3331e-05 2.3633e-06 3.2948e-08 3.2892e-09 13:18:06 521783
473 1.3438e-05 2.3279e-06 3.2716e-08 3.2380e-09 10:38:29 521782
iter continuity x-velocity y-velocity energy time/iter
474 1.3099e-05 2.2987e-06 3.2398e-08 3.1962e-09 8:30:47 521781
475 1.2995e-05 2.2558e-06 3.2235e-08 3.1583e-09 6:48:38 521780
476 1.2813e-05 2.2208e-06 3.1985e-08 3.1176e-09 5:26:54 521779
477 1.2452e-05 2.1860e-06 3.1698e-08 3.0757e-09 4:21:31 521778
478 1.2334e-05 2.1519e-06 3.1450e-08 3.0326e-09 32:28:28 521777
479 1.2270e-05 2.1182e-06 3.1239e-08 2.9954e-09 25:58:47 521776
480 1.2150e-05 2.0850e-06 3.1021e-08 2.9554e-09 20:47:01 521775
481 1.2075e-05 2.0522e-06 3.0791e-08 2.9190e-09 16:37:37 521774
482 1.1893e-05 2.0197e-06 3.0574e-08 2.8782e-09 13:18:05 521773
483 1.1721e-05 1.9877e-06 3.0341e-08 2.8415e-09 10:38:28 521772
484 1.1499e-05 1.9561e-06 3.0132e-08 2.8025e-09 8:30:46 521771
iter continuity x-velocity y-velocity energy time/iter
485 1.1347e-05 1.9248e-06 2.9906e-08 2.7664e-09 6:48:37 521770
486 1.1212e-05 1.8939e-06 2.9690e-08 2.7289e-09 5:26:54 521769
487 1.1129e-05 1.8634e-06 2.9473e-08 2.6929e-09 4:21:31 521768
488 1.0984e-05 1.8333e-06 2.9257e-08 2.6550e-09 32:28:26 521767
489 1.0879e-05 1.8035e-06 2.9040e-08 2.6180e-09 25:58:45 521766
490 1.0733e-05 1.7741e-06 2.8824e-08 2.5824e-09 20:47:00 521765
491 1.0656e-05 1.7451e-06 2.8608e-08 2.5472e-09 16:37:36 521764
492 1.0525e-05 1.7165e-06 2.8394e-08 2.5037e-09 13:18:04 521763
493 1.0812e-05 1.6890e-06 2.8147e-08 2.4808e-09 10:38:27 521762
494 1.0251e-05 1.6604e-06 2.8079e-08 2.4417e-09 8:30:46 521761
495 1.0123e-05 1.6330e-06 2.7830e-08 2.3997e-09 6:48:37 521760
iter continuity x-velocity y-velocity energy time/iter
496 1.0349e-05 1.6063e-06 2.7507e-08 2.3796e-09 5:26:53 521759
497 9.8769e-06 1.5786e-06 2.7434e-08 2.3459e-09 4:21:31 521758
    
```

Scaled Residuals  
 Jun 22, 2021  
 ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)

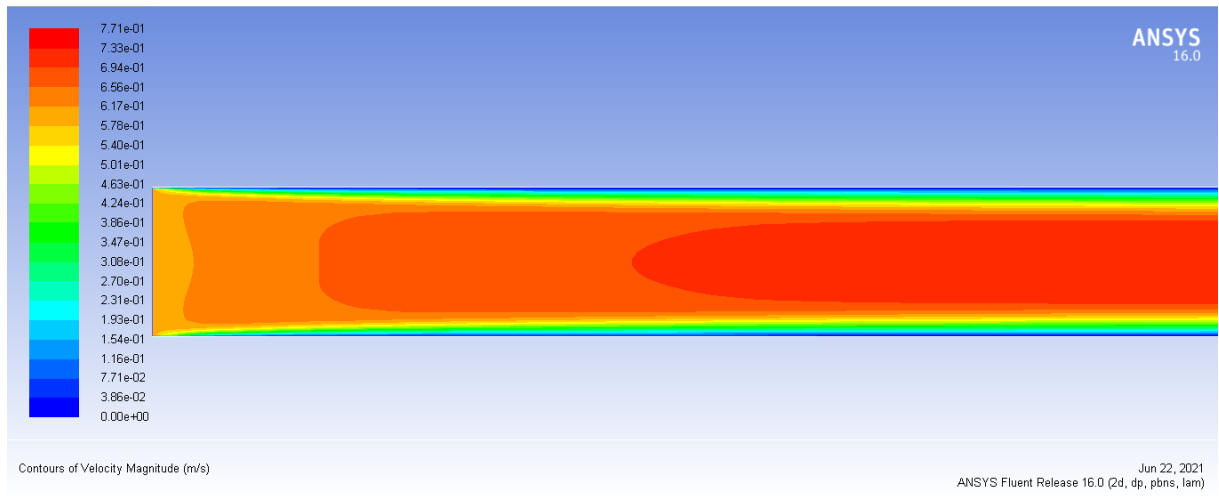


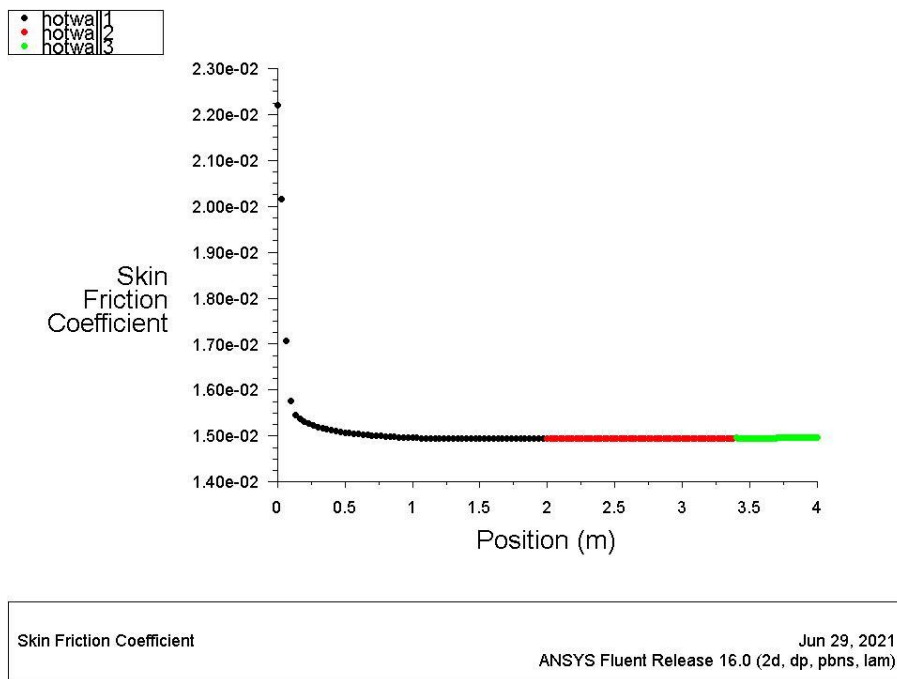
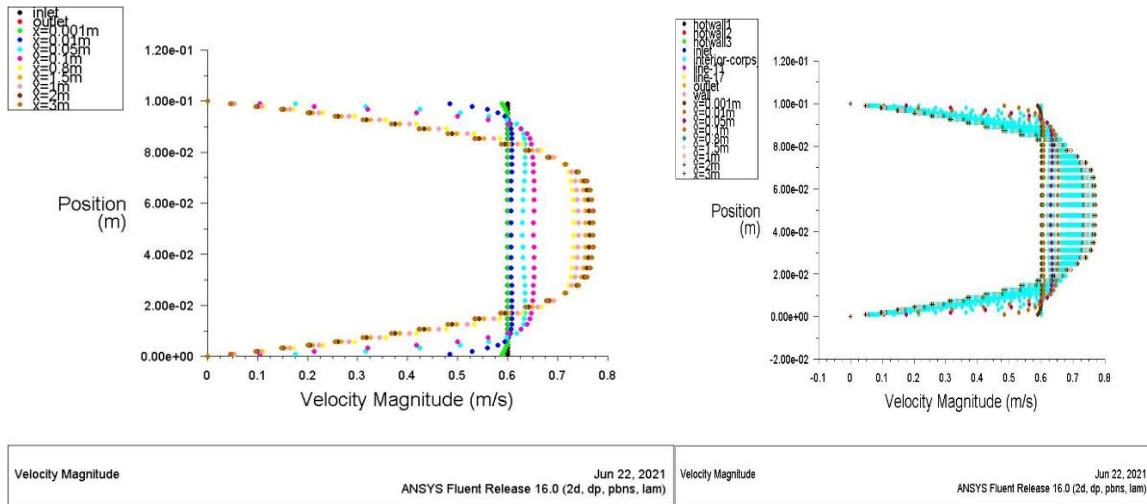
Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s)  
 Jun 22, 2021  
 ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)



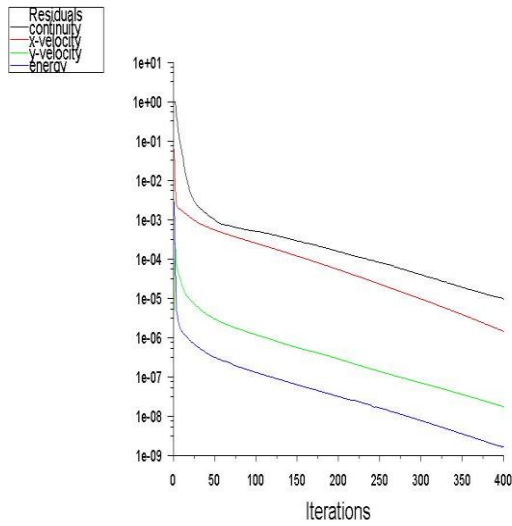


Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s) Jun 22, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)



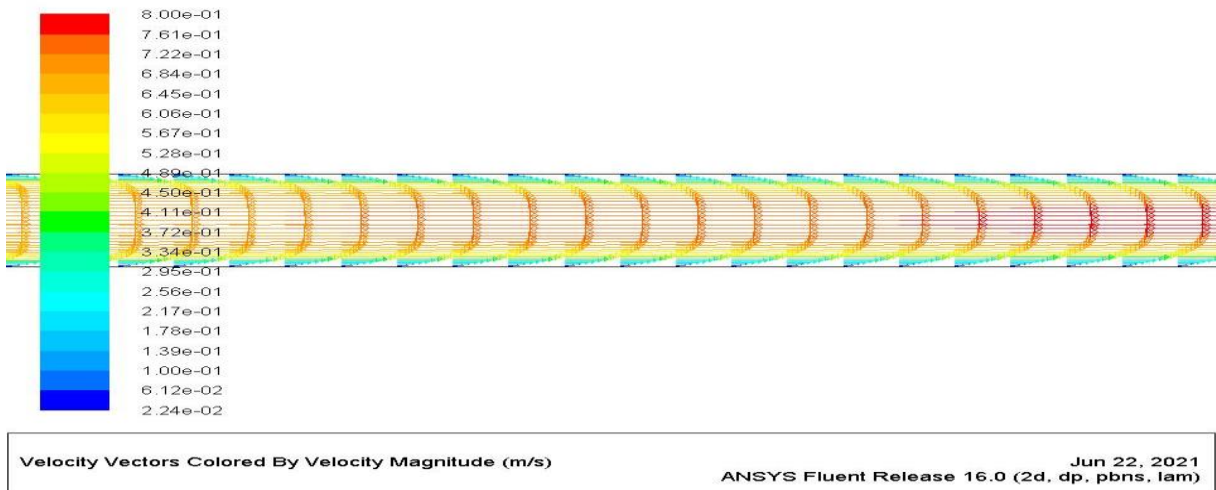
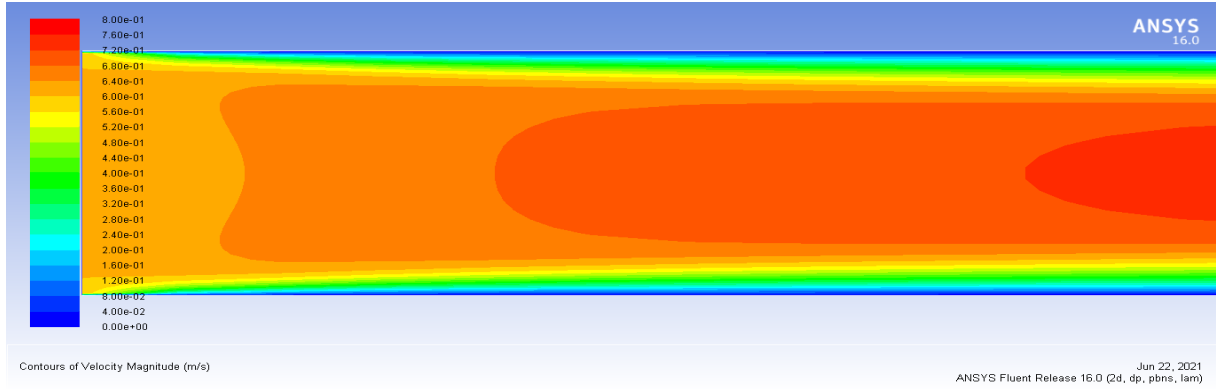


- profil de vitesse pour  $n=0.71$  :



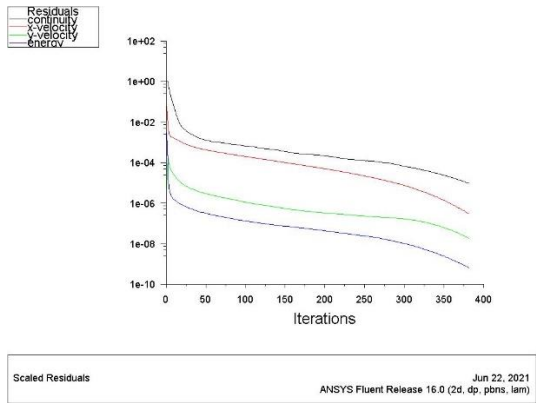
Scaled Residuals  
 Jun 22, 2021  
 ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)

369	1.4746e-05	2.6961e-06	2.7613e-08	2.6559e-09	5:26:58	521886
370	1.4532e-05	2.6443e-06	2.7225e-08	2.6137e-09	4:21:34	521885
371	1.4346e-05	2.5935e-06	2.6836e-08	2.5719e-09	3:29:15	521884
372	1.4145e-05	2.5435e-06	2.6454e-08	2.5310e-09	31:47:01	521883
373	1.3967e-05	2.4945e-06	2.6078e-08	2.4905e-09	25:25:36	521882
374	1.3775e-05	2.4463e-06	2.5706e-08	2.4505e-09	20:20:29	521881
iter	continuity	x-velocity	y-velocity	energy	time/iter	
375	1.3600e-05	2.3990e-06	2.5343e-08	2.4111e-09	16:16:23	521880
376	1.3407e-05	2.3526e-06	2.4980e-08	2.3725e-09	13:01:06	521879
377	1.3222e-05	2.3070e-06	2.4628e-08	2.3342e-09	10:24:53	521878
378	1.3023e-05	2.2622e-06	2.4278e-08	2.2965e-09	8:19:54	521877
379	1.2834e-05	2.2182e-06	2.3933e-08	2.2592e-09	6:39:55	521876
380	1.2671e-05	2.1750e-06	2.3597e-08	2.2226e-09	5:19:56	521875
381	1.2522e-05	2.1326e-06	2.3263e-08	2.1865e-09	4:15:57	521874
382	1.2341e-05	2.0909e-06	2.2934e-08	2.1510e-09	32:24:20	521873
383	1.2174e-05	2.0500e-06	2.2619e-08	2.1158e-09	25:55:28	521872
384	1.1994e-05	2.0099e-06	2.2298e-08	2.0812e-09	20:44:22	521871
385	1.1790e-05	1.9705e-06	2.1979e-08	2.0470e-09	16:35:30	521870
iter	continuity	x-velocity	y-velocity	energy	time/iter	
386	1.1619e-05	1.9318e-06	2.1671e-08	2.0134e-09	13:16:24	521869
387	1.1464e-05	1.8938e-06	2.1363e-08	1.9801e-09	10:37:07	521868
388	1.1341e-05	1.8565e-06	2.1062e-08	1.9473e-09	8:29:41	521867
389	1.1214e-05	1.8198e-06	2.0767e-08	1.9150e-09	6:47:45	521866
390	1.1072e-05	1.7839e-06	2.0475e-08	1.8832e-09	5:26:12	521865
391	1.0923e-05	1.7485e-06	2.0190e-08	1.8519e-09	4:20:58	521864
392	1.0744e-05	1.7139e-06	1.9906e-08	1.8184e-09	3:28:46	521863
393	1.1121e-05	1.6810e-06	1.9631e-08	1.7885e-09	31:46:33	521862
394	1.0779e-05	1.6474e-06	1.9391e-08	1.7619e-09	25:25:14	521861
395	1.0545e-05	1.6139e-06	1.9162e-08	1.8192e-09	20:20:11	521860
396	1.0341e-05	1.5816e-06	1.8852e-08	1.7085e-09	16:16:09	521859
iter	continuity	x-velocity	y-velocity	energy	time/iter	
397	1.0656e-05	1.5511e-06	1.8554e-08	1.7573e-09	13:00:55	521858
398	1.0188e-05	1.5197e-06	1.8340e-08	1.6479e-09	10:24:44	521857
399	1.0197e-05	1.4885e-06	1.8010e-08	1.7000e-09	8:19:47	521856
400	solution is converged					
400	9.7663e-06	1.4585e-06	1.7911e-08	1.6800e-09	06:39:50	521855

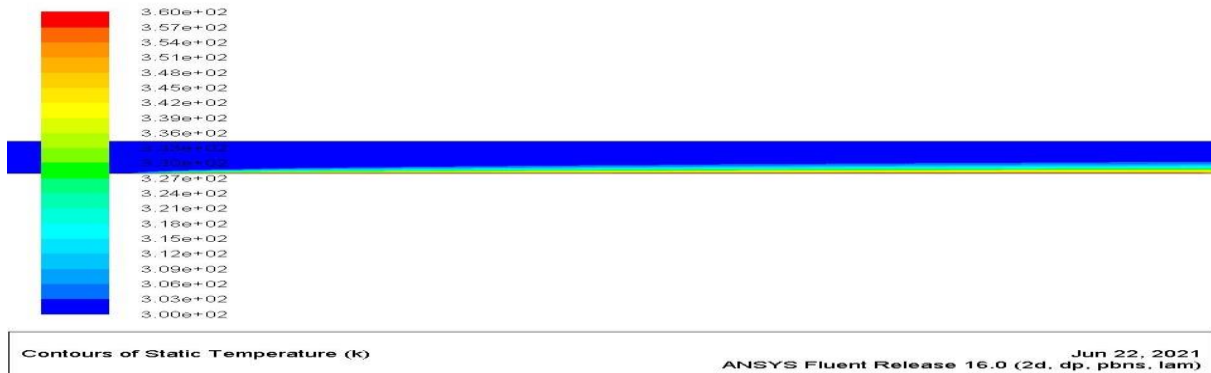
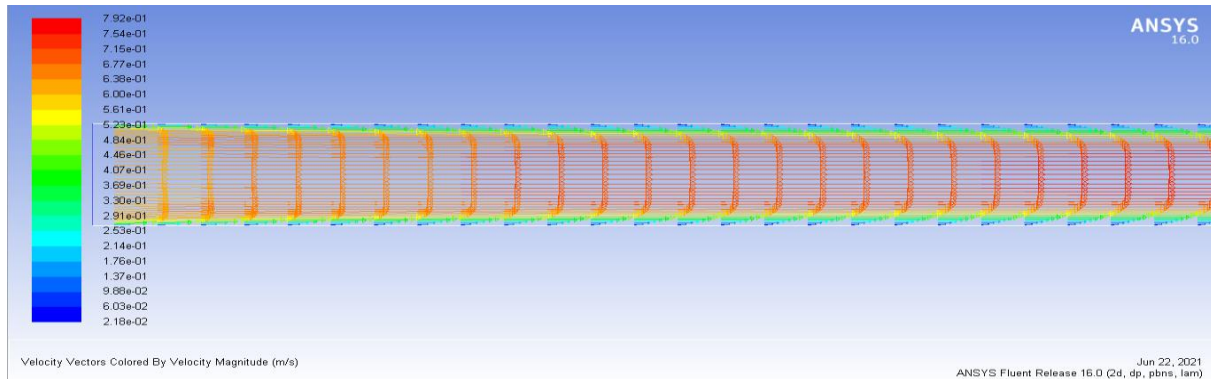
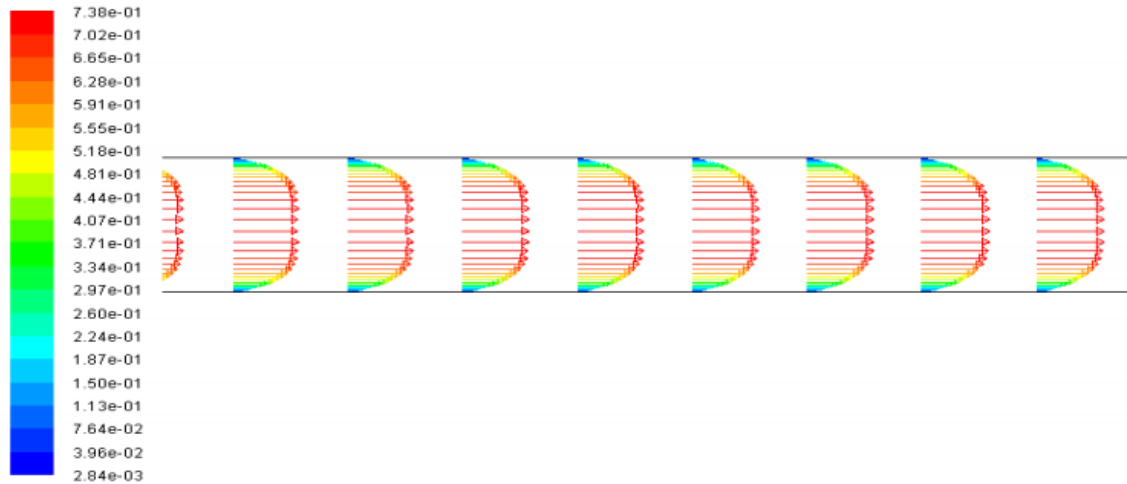


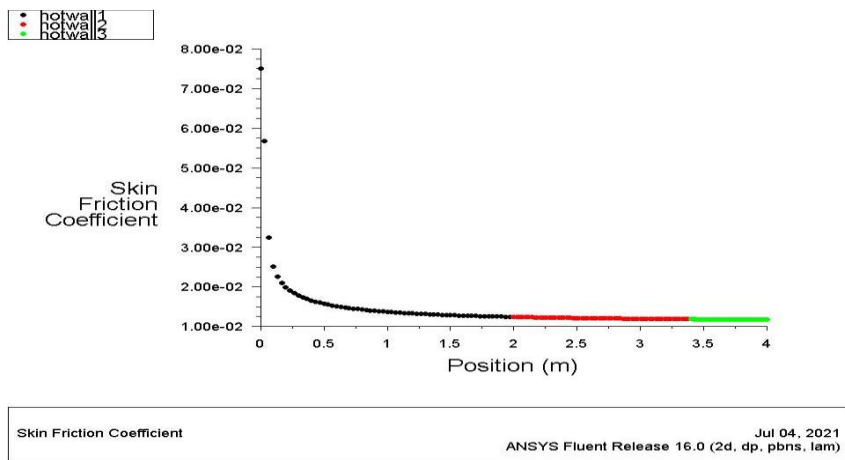
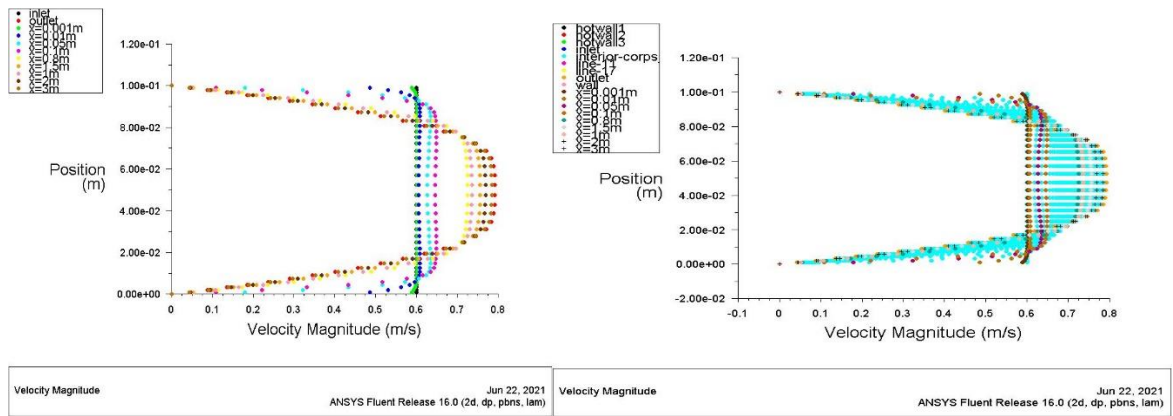
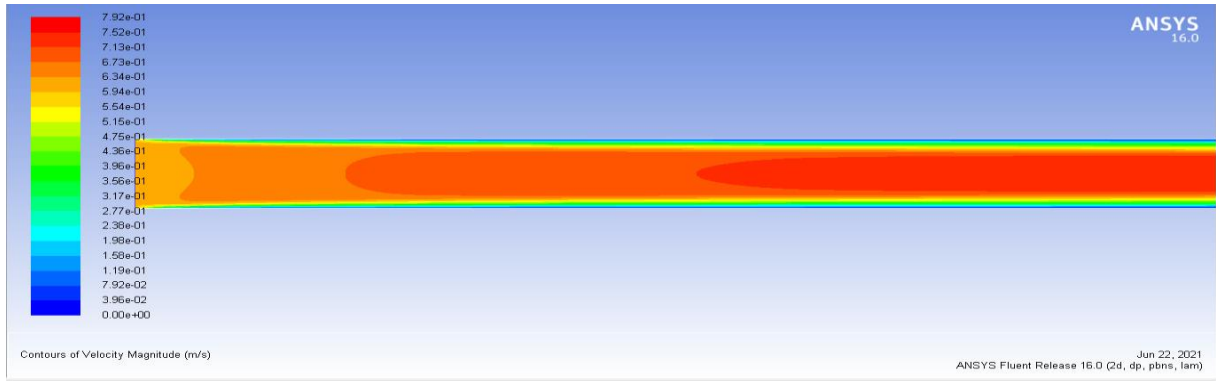


- profil de vitesse pour  $n=0.99$  :



iter	continuity	x-velocity	y-velocity	energy	time/iter
353	2.2291e-05	1.2069e-06	5.7175e-08	2.1627e-09	20:20:17
354	2.1777e-05	1.1554e-06	5.5327e-08	2.0833e-09	16:16:14
355	2.1260e-05	1.1049e-06	5.3513e-08	2.0049e-09	13:00:59
356	2.0721e-05	1.0567e-06	5.1733e-08	1.9301e-09	10:24:47
357	1.9959e-05	1.0101e-06	4.9985e-08	1.8567e-09	8:19:50
358	1.9461e-05	9.6529e-07	4.8289e-08	1.7869e-09	05:39:31
359	1.9010e-05	9.2208e-07	4.6631e-08	1.7178e-09	28:31:37
360	1.8482e-05	8.8049e-07	4.5007e-08	1.6515e-09	22:49:17
361	1.7978e-05	8.4047e-07	4.3413e-08	1.5860e-09	18:15:26
362	1.7472e-05	8.0193e-07	4.1853e-08	1.5248e-09	14:36:20
363	1.6958e-05	7.6486e-07	4.0332e-08	1.4631e-09	11:41:04
364	1.6460e-05	7.2922e-07	3.8844e-08	1.4054e-09	9:28:51
365	1.5980e-05	6.9498e-07	3.7391e-08	1.3485e-09	7:28:41
366	1.5512e-05	6.6209e-07	3.5972e-08	1.2922e-09	5:58:57
367	1.5051e-05	6.3052e-07	3.4589e-08	1.2429e-09	4:47:09
368	1.4604e-05	6.0021e-07	3.3243e-08	1.1929e-09	02:49:21
369	1.4166e-05	5.7113e-07	3.1935e-08	1.1428e-09	26:15:29
370	1.3742e-05	5.4324e-07	3.0663e-08	1.0958e-09	21:00:23
371	1.3327e-05	5.1652e-07	2.9426e-08	1.0493e-09	16:48:18
372	1.2922e-05	4.9093e-07	2.8225e-08	1.0056e-09	13:26:38
373	1.2532e-05	4.6642e-07	2.7060e-08	9.6252e-10	10:45:19
374	1.2154e-05	4.4297e-07	2.5931e-08	9.2213e-10	8:36:15
375	1.1790e-05	4.2054e-07	2.4838e-08	8.8227e-10	6:53:00
376	1.1441e-05	3.9910e-07	2.3780e-08	8.4498e-10	5:30:24
377	1.1105e-05	3.7860e-07	2.2757e-08	8.0813e-10	4:24:19
378	1.0774e-05	3.5902e-07	2.1767e-08	7.7375e-10	3:31:27
379	1.0461e-05	3.4032e-07	2.0811e-08	7.3978e-10	01:48:45
380	1.0158e-05	3.2247e-07	1.9889e-08	7.0814e-10	25:27:00
381	9.8734e-06	3.0544e-07	1.9000e-08	6.7686e-10	20:21:06





**b) Utilisation de modèle de cross:**

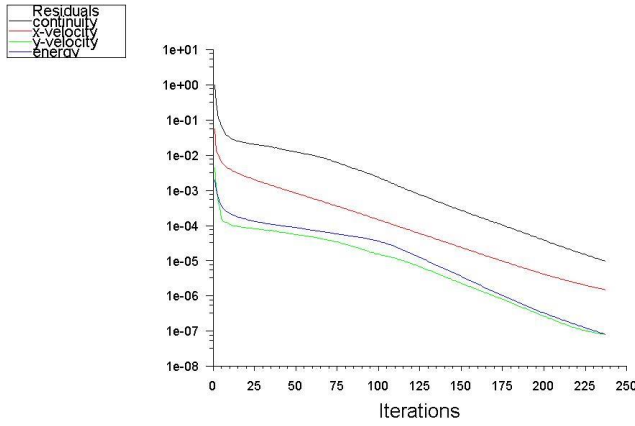
Nous utilisons les propriétés suivantes dans la simulation:

$\eta_0$	$\eta_\infty$	$\dot{\epsilon}_0$	N
0.3373	0.03276	5.4235	0.776
0.2141	0.01240	1.33	1
0.399	0.2184	0.25	0.5

**Tableau 4-8:** Paramètres rhéologiques de Modèle de Cross du fluide.

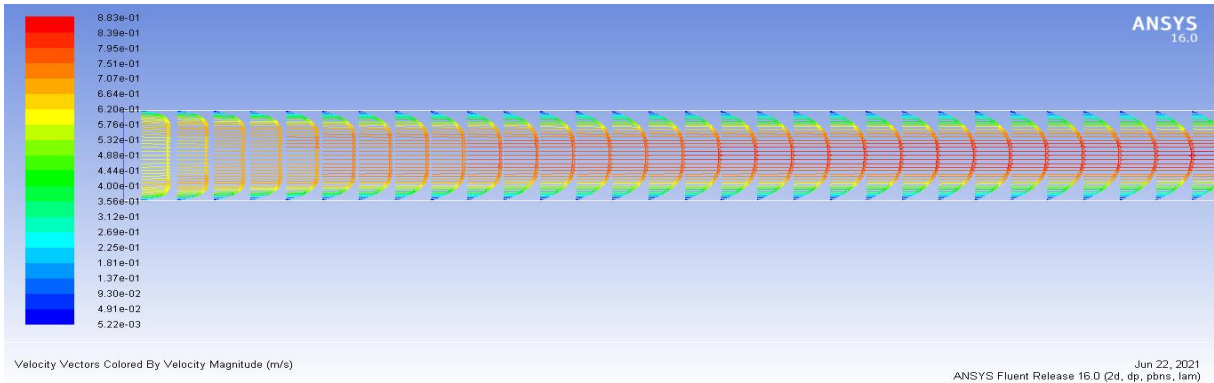
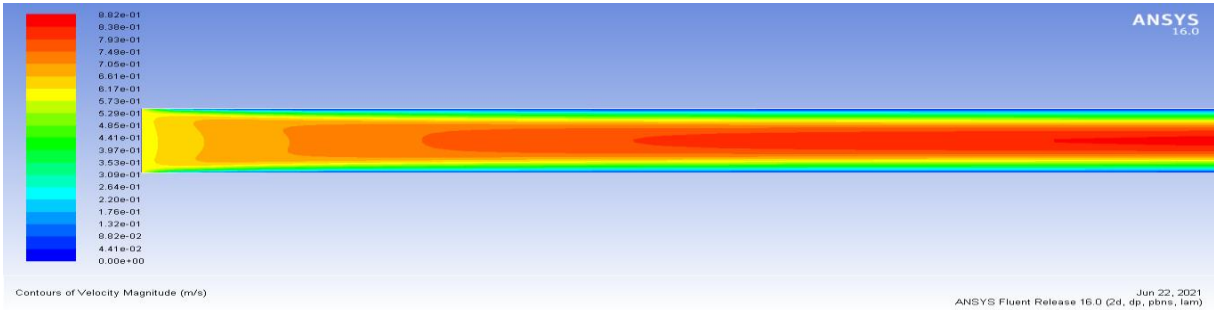


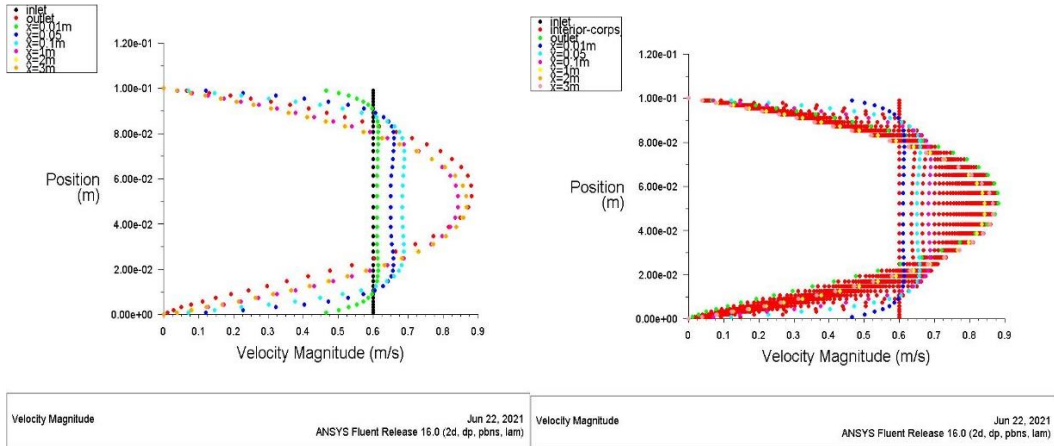
- profil de vitesse pour  $n=0.776$  :



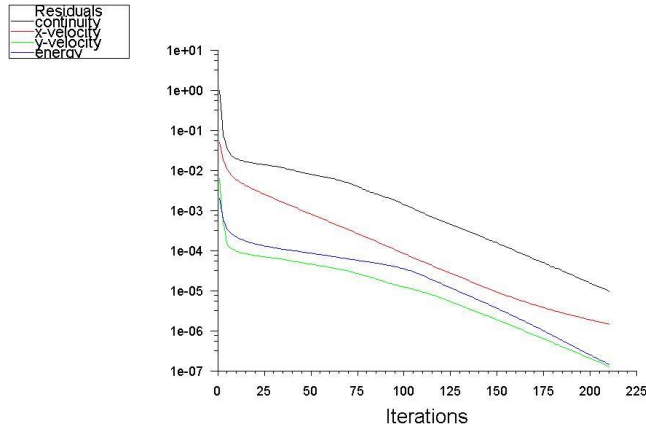
iter	continuity	x-velocity	y-velocity	energy	time/iter
211	2.4643e-05	2.9472e-06	1.6488e-07	2.0854e-07	108:38:19
212	2.3814e-05	2.8628e-06	1.5908e-07	2.0060e-07	86:54:39
213	2.2846e-05	2.7812e-06	1.5223e-07	1.9306e-07	69:31:43
214	2.2087e-05	2.7028e-06	1.4717e-07	1.8581e-07	55:37:23
215	2.1188e-05	2.6270e-06	1.4098e-07	1.7890e-07	44:29:54
216	2.0087e-05	2.5548e-06	1.3650e-07	1.7223e-07	35:35:55
217	1.9659e-05	2.4839e-06	1.3099e-07	1.6590e-07	336:16:03
218	1.9017e-05	2.4165e-06	1.2705e-07	1.5980e-07	269:00:50
219	1.8259e-05	2.3511e-06	1.2219e-07	1.5397e-07	215:12:40
220	1.7664e-05	2.2855e-06	1.1890e-07	1.4834e-07	172:10:08
221	1.6972e-05	2.2275e-06	1.1475e-07	1.4296e-07	137:44:06
222	1.6417e-05	2.1691e-06	1.1207e-07	1.3775e-07	110:11:17
223	1.5793e-05	2.1124e-06	1.0851e-07	1.3279e-07	88:09:01
224	1.5283e-05	2.0580e-06	1.0621e-07	1.2799e-07	78:31:13
225	1.4714e-05	2.0049e-06	1.0305e-07	1.2341e-07	56:24:58
226	1.4239e-05	1.9540e-06	1.0102e-07	1.1898e-07	45:07:59
227	1.3715e-05	1.9042e-06	9.8203e-08	1.1474e-07	36:06:23
228	1.3267e-05	1.8564e-06	9.6423e-08	1.1066e-07	336:40:23
229	1.2784e-05	1.8097e-06	9.3875e-08	1.0677e-07	269:20:18
230	1.2367e-05	1.7647e-06	9.2334e-08	1.0300e-07	215:28:14
231	1.1919e-05	1.7200e-06	8.9980e-08	9.9485e-08	172:22:35
232	1.1520e-05	1.6785e-06	8.8590e-08	9.5926e-08	137:54:04
233	1.1114e-05	1.6371e-06	8.6399e-08	9.2605e-08	110:19:15
234	1.0752e-05	1.5972e-06	8.5133e-08	8.9356e-08	88:15:24
235	1.0084e-05	1.5592e-06	8.2183e-08	8.6327e-08	78:36:19
236	1.0159e-05	1.5204e-06	8.2532e-08	8.3382e-08	56:29:03
237	solution is converged				
237	9.7510e-06	1.4832e-06	8.0576e-08	8.0496e-08	45:11:15

Scaled Residuals  
 ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)  
 Jun 22, 2021





• profil de vitesse pour  $n=1$  :

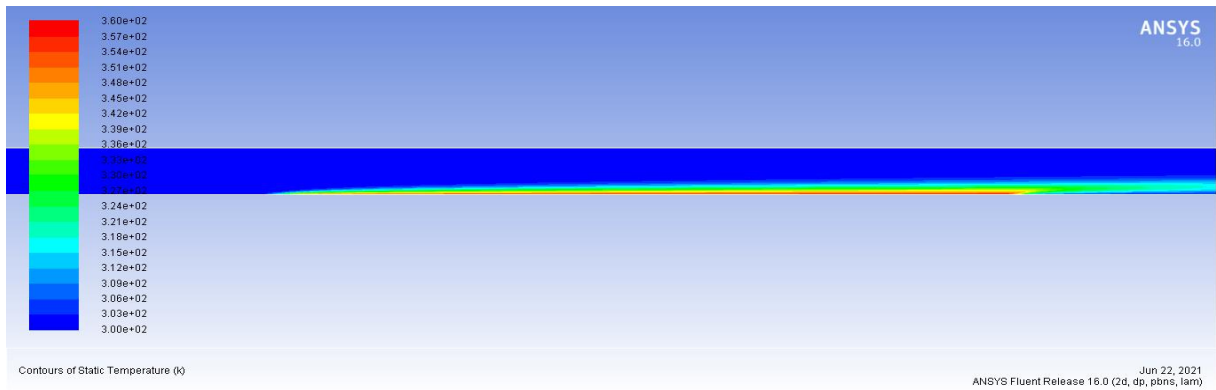


Scaled Residuals

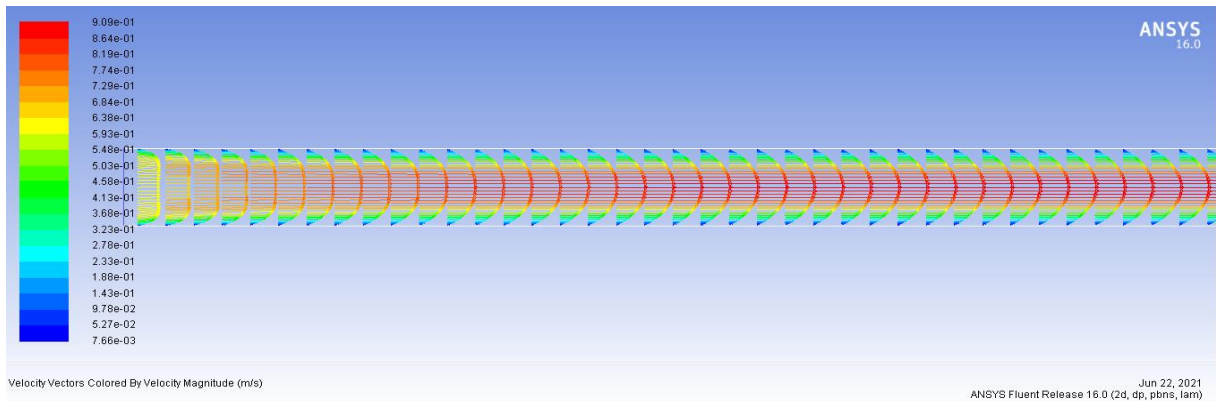
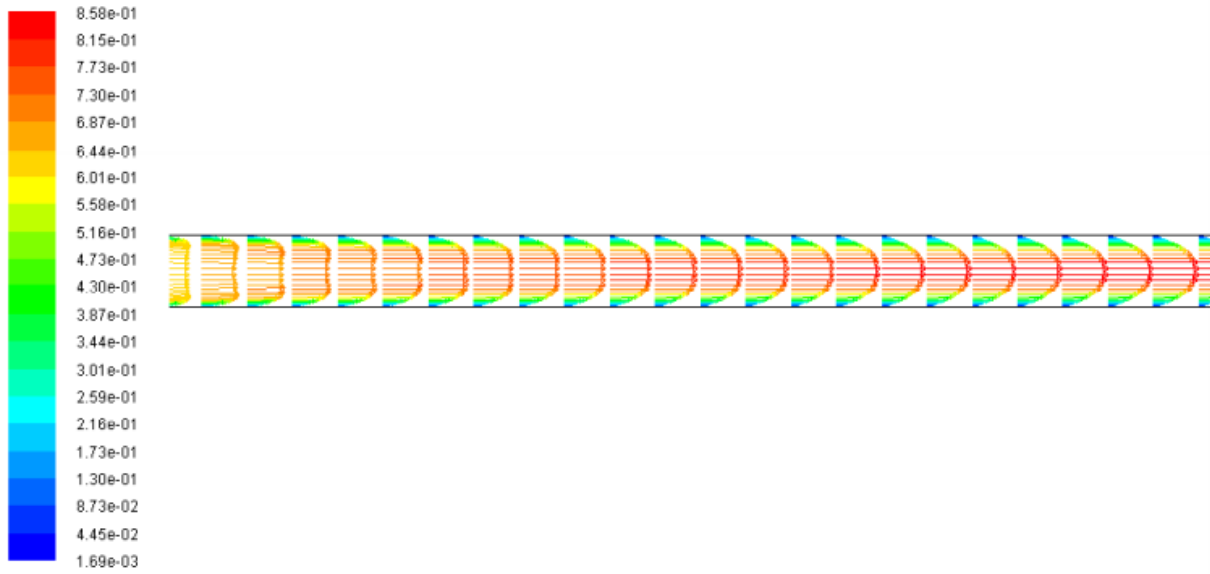
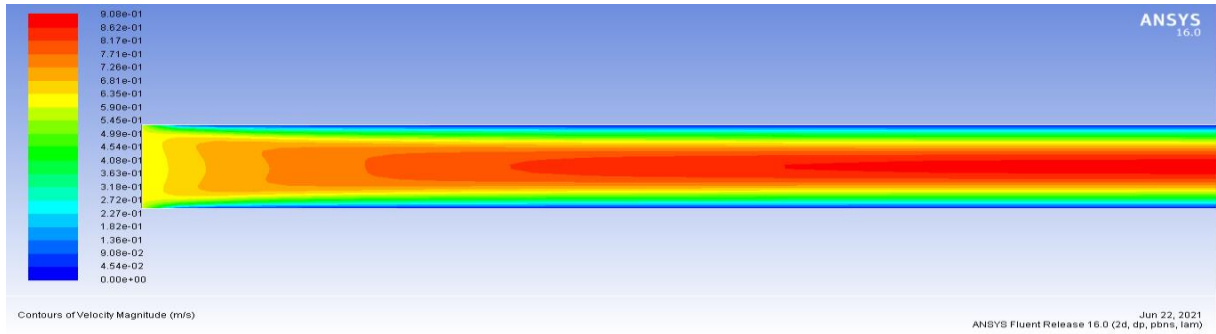
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam) Jun 22, 2021

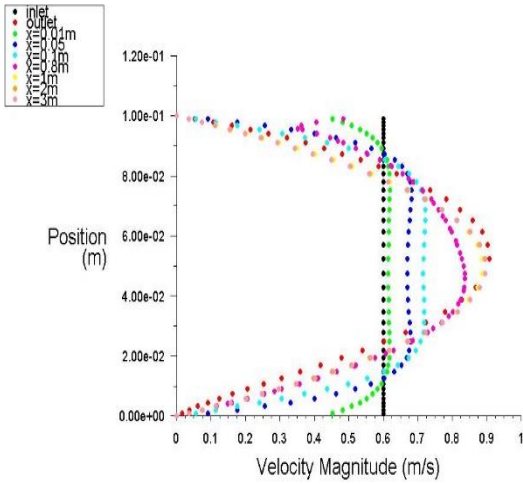
iter	continuity	x-velocity	y-velocity	energy	time/iter
188	2.7382e-05	2.6095e-06	3.5433e-07	4.8779e-07	409:29:26 5540223
189	2.6117e-05	2.5402e-06	3.3878e-07	4.6120e-07	391:35:32 5540222
190	2.4980e-05	2.4729e-06	3.2385e-07	4.3611e-07	621:03:50 5540221
191	2.3749e-05	2.4076e-06	3.0961e-07	4.1243e-07	496:51:04 5540220
192	2.2649e-05	2.3440e-06	2.9596e-07	3.9080e-07	397:28:51 5540219
193	2.1683e-05	2.2823e-06	2.8292e-07	3.6898e-07	625:46:28 5540218
194	2.0617e-05	2.2225e-06	2.7043e-07	3.4980e-07	508:37:10 5540217
195	1.9674e-05	2.1646e-06	2.5852e-07	3.3831e-07	408:29:44 5540216
196	1.8774e-05	2.1083e-06	2.4712e-07	3.1260e-07	328:23:47 5540215
197	1.7915e-05	2.0538e-06	2.3623e-07	2.9588e-07	564:06:24 5540214
198	1.7099e-05	2.0008e-06	2.2581e-07	2.8011e-07	451:17:07 5540213
199	1.6320e-05	1.9494e-06	2.1585e-07	2.6522e-07	361:01:41 5540212
200	1.5578e-05	1.8996e-06	2.0632e-07	2.5118e-07	596:36:43 5540211
201	1.4866e-05	1.8512e-06	1.9720e-07	2.3792e-07	477:17:22 5540210
202	1.4191e-05	1.8043e-06	1.8848e-07	2.2541e-07	381:49:53 5540209
203	1.3546e-05	1.7589e-06	1.8013e-07	2.1359e-07	613:15:16 5540208
204	1.2933e-05	1.7148e-06	1.7215e-07	2.0244e-07	498:36:13 5540207
205	1.2352e-05	1.6720e-06	1.6452e-07	1.9190e-07	392:28:58 5540206
206	1.1796e-05	1.6304e-06	1.5724e-07	1.8194e-07	313:59:10 5540205
207	1.1270e-05	1.5899e-06	1.5027e-07	1.7255e-07	558:58:41 5540204
208	1.0770e-05	1.5506e-06	1.4361e-07	1.6368e-07	447:10:56 5540203
209	1.0293e-05	1.5124e-06	1.3724e-07	1.5530e-07	357:44:45 5540202
210	9.8353e-06	1.4753e-06	1.3114e-07	1.4738e-07	593:59:08 5540201

! 210 solution is converged

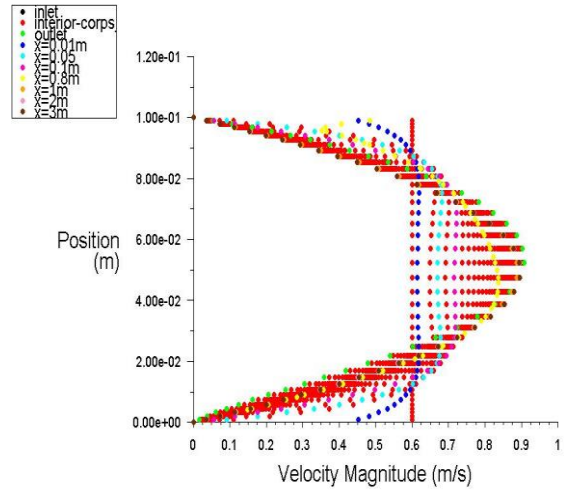






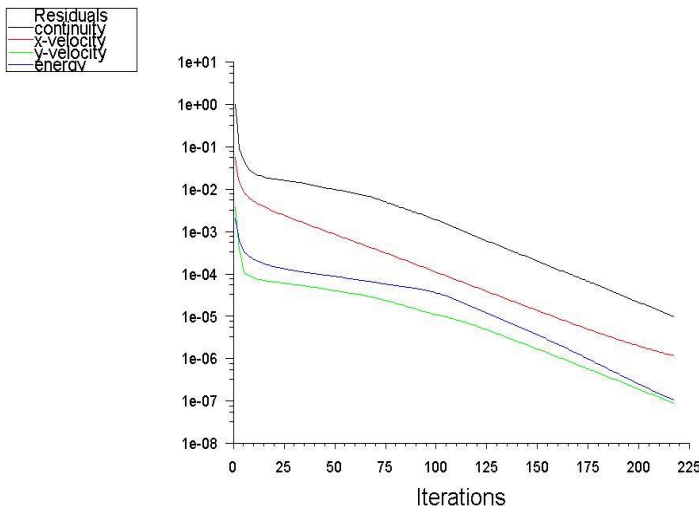


Velocity Magnitude  
 Jun 22, 2021  
 ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)



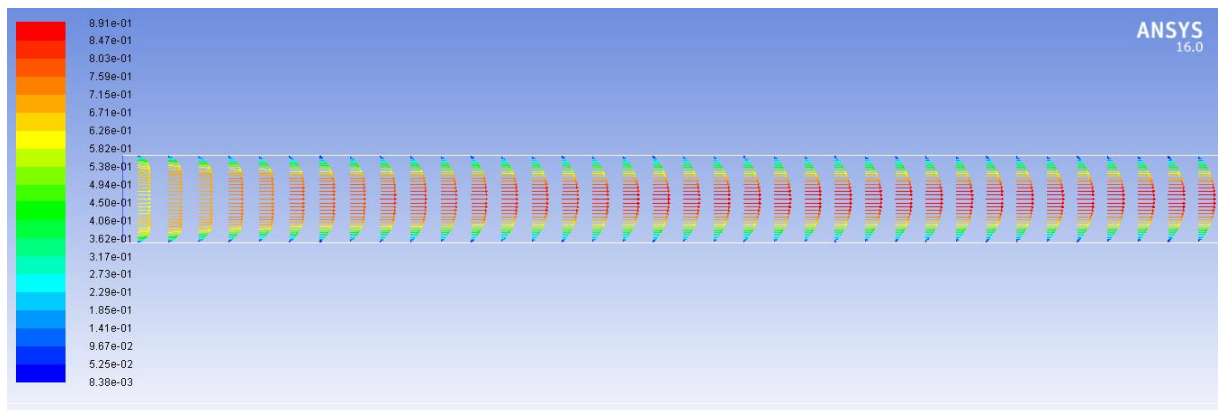
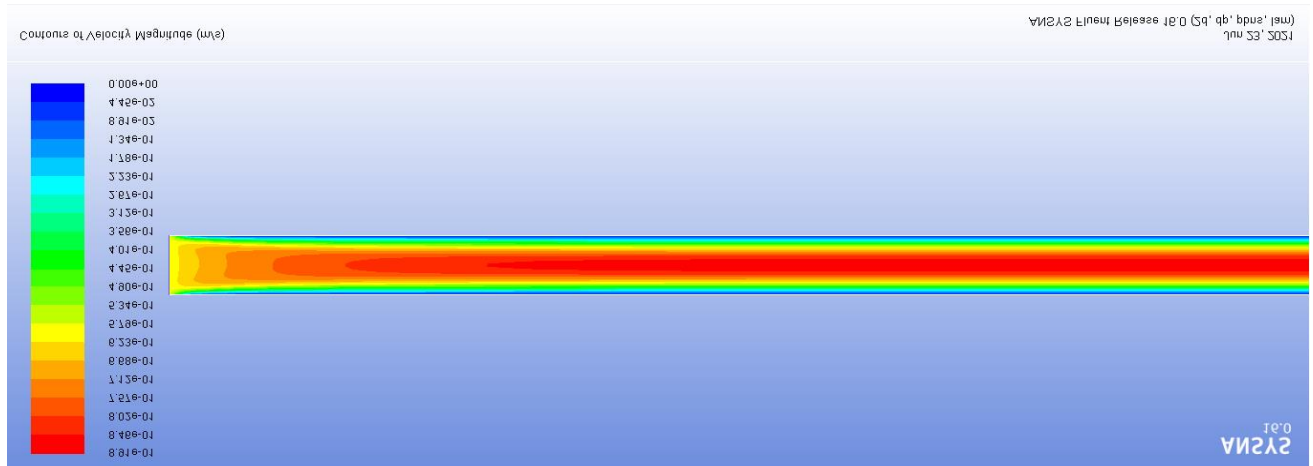
Velocity Magnitude  
 Jun 22, 2021  
 ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)

- profil de vitesse pour  $n=0.5$  :



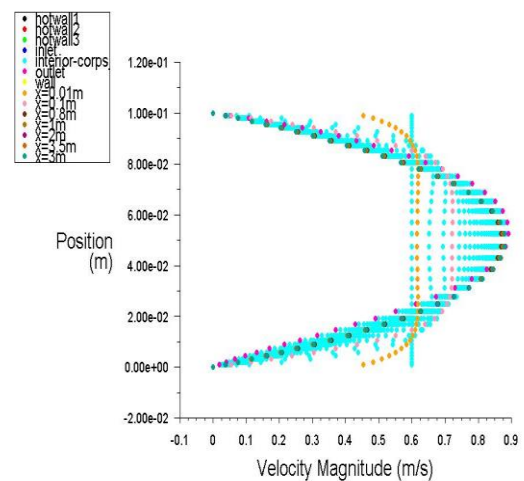
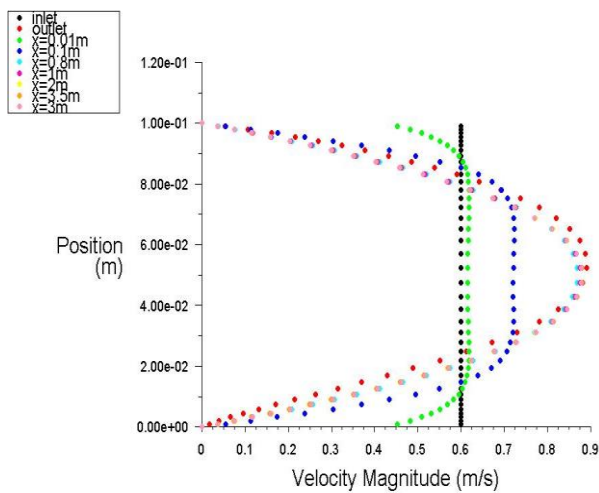
Scaled Residuals  
 Jun 23, 2021  
 ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)

iter	continuity	x-velocity	y-velocity	energy	time/iter
188	3.6419e-05	2.9990e-06	3.2123e-07	4.7509e-07	43:47:33 5540223
189	3.4779e-05	2.8925e-06	3.0739e-07	4.4983e-07	35:02:02 5540222
190	3.3221e-05	2.7905e-06	2.9413e-07	4.2598e-07	28:01:38 5540221
191	3.1745e-05	2.6925e-06	2.8143e-07	4.0345e-07	33:01:42 5540220
192	3.0328e-05	2.5986e-06	2.6926e-07	3.8217e-07	26:41:10 5540219
193	2.8961e-05	2.5086e-06	2.5761e-07	3.6206e-07	21:12:07 5540218
194	2.7662e-05	2.4225e-06	2.4646e-07	3.4307e-07	16:04:06 5540217
195	2.6416e-05	2.3399e-06	2.3578e-07	3.2513e-07	13:15:17 5540216
196	2.5241e-05	2.2608e-06	2.2556e-07	3.0818e-07	10:12:13 5540215
197	2.4121e-05	2.1849e-06	2.1578e-07	2.9217e-07	06:33:47 5540214
198	2.3055e-05	2.1121e-06	2.0640e-07	2.7704e-07	09:15:01 5540213
199	2.2040e-05	2.0420e-06	1.9744e-07	2.6275e-07	55:24:01 5540212
200	2.1075e-05	1.9749e-06	1.8884e-07	2.4925e-07	44:19:13 5540211
201	2.0148e-05	1.9106e-06	1.8061e-07	2.3648e-07	35:27:22 5540210
202	1.9271e-05	1.8489e-06	1.7272e-07	2.2441e-07	28:21:54 5540209
203	1.8435e-05	1.7897e-06	1.6516e-07	2.1300e-07	22:41:31 5540208
204	1.7635e-05	1.7329e-06	1.5799e-07	2.0221e-07	32:56:34 5540207
205	1.6866e-05	1.6784e-06	1.5100e-07	1.9200e-07	26:04:15 5540206
206	1.6136e-05	1.6261e-06	1.4438e-07	1.8234e-07	20:36:12 5540205
207	1.5437e-05	1.5757e-06	1.3803e-07	1.7320e-07	16:52:57 5540204
208	1.4771e-05	1.5274e-06	1.3196e-07	1.6456e-07	13:30:22 5540203
209	1.4133e-05	1.4811e-06	1.2616e-07	1.5639e-07	10:48:17 5540202
210	1.3523e-05	1.4366e-06	1.2061e-07	1.4866e-07	05:26:38 5540201
211	1.2936e-05	1.3937e-06	1.1530e-07	1.4135e-07	68:21:18 5540200
212	1.2380e-05	1.3525e-06	1.1023e-07	1.3443e-07	54:41:03 5540199
213	1.1846e-05	1.3130e-06	1.0538e-07	1.2789e-07	43:44:50 5540198
214	1.1337e-05	1.2751e-06	1.0073e-07	1.2170e-07	34:59:52 5540197
215	1.0849e-05	1.2387e-06	9.6300e-08	1.1586e-07	27:59:54 5540196
216	1.0390e-05	1.2037e-06	9.2071e-08	1.1033e-07	22:23:55 5540195
217	solution is converged				
217	9.9493e-06	1.1700e-06	8.8029e-08	1.0510e-07	32:42:27 5540194



velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s)

Jun 23, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)



Velocity Magnitude

Jun 23, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)

Velocity Magnitude

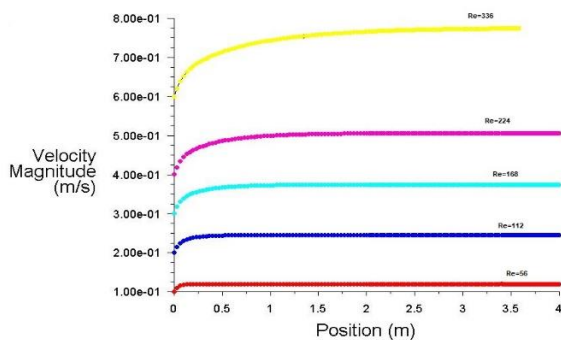
Jun 23, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)

On remarque que les résultats obtenus de la simulation par fluent s'adaptent d'une manière générale très bien avec la modélisation mathématique. Ceci confirme qu'en simulation numérique le model d' Herschel-Bulkley donne de bons résultats quant à l'étude rhéologique des différents fluides non newtonien avec contrainte critique (rheofluidifiant).

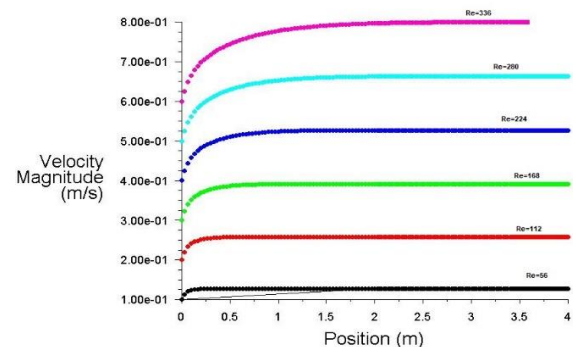
### Discussions :

On voit clairement que la simulation numérique par le code de calcul Fluent est le moyen le plus sûr, rapide (gain du temps), économique et efficace pour déterminer la nature des différents fluides (non Newtoniens et Newtoniens) utiliser soit en recherche, soit en industrie en prenant toujours les résultats obtenus expérimentalement comme références. Le calcul du profil de vitesse d'un fluide non newtonien peut être étudié par différents modèles (Herschel-Bulkley, cross, Bingham) et par comparaison à l'expérimental on déduit que le fluide étudié (pétrole) est un fluide non-Newtonien avec contrainte critique de type Herschel-Bulkley. Et nous remarquons que la distribution de la vitesse est presque nulle à la paroi de la conduite et atteint une valeur maximum au milieu, ce qui favorise la libération des molécules qui contiennent le fluide (la courbe de la vitesse a une allure aplatie à l'entrée du pipe qui explique un écoulement non développé dans une certaine partie de la zone d'entrée qui peut être calculé au préalable et devient de plus en plus allongé dans la région où l'écoulement est pleinement développé qui permet de justifier la présence de plusieurs défauts propres aux écoulements.

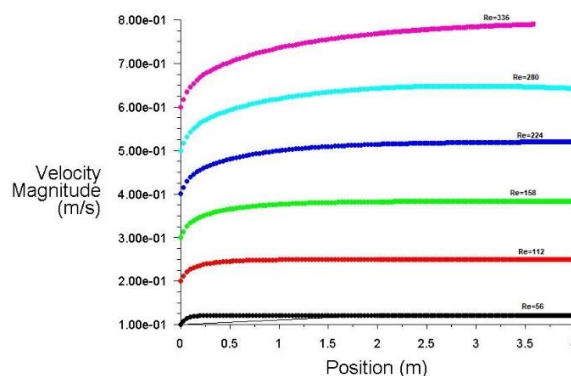
#### i. la longueur d'établissement pour le model d' Herschel-Bulkley :



a)-Velocity pour  $n=0.86$



b)-Velocity pour  $n=0.71$



c)-Velocity pour  $n=0.99$

**Figure 4-10:** variation de vitesse axiale mesurée suivant la direction horizontale  $y = D/2$  et le profil moyen pour différents nombres de Reynolds à travers la section de la conduite.

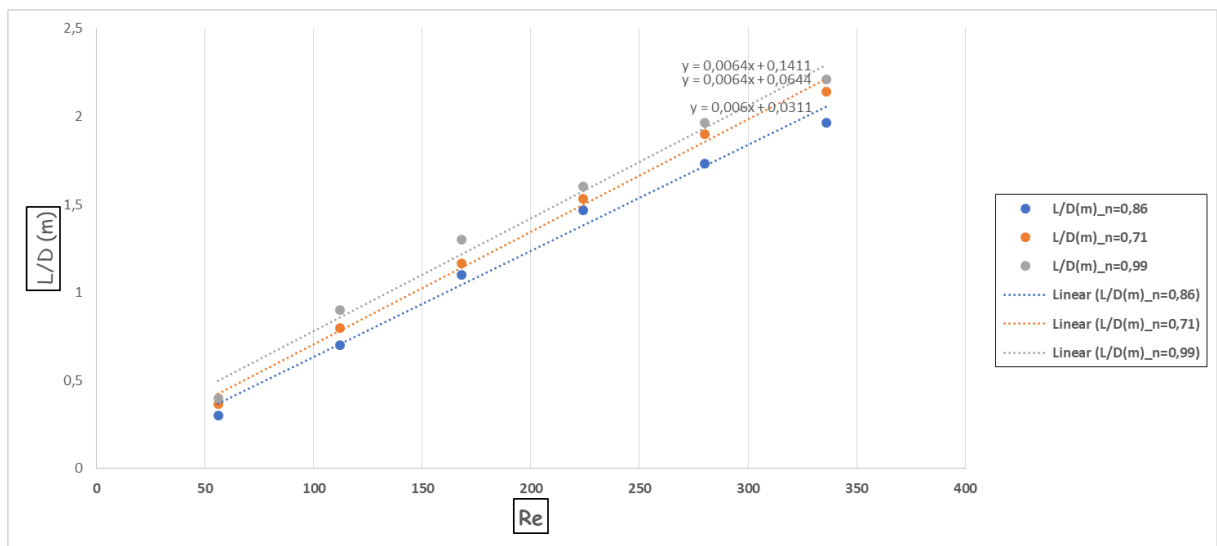
Re	L/D(m)_n = 0,86	L/D(m)_n = 0,71	L/D(m)_n = 0,99
56	0.3	0.366667	0.4
112	0.7	0.8	0.9
168	1.1	1.16667	1.3
224	1.46667	1.53333	1.6
280	1.73333	1.9	1.96667
336	1.96667	2.14	2.21

**Tableau 4-9 :** la variation de la loguer d’établissement pour différents nombres de Reynolds à travers la section de la conduite.

Le régime d’écoulement est caractérisé par le nombre de Reynolds.

Lorsque le nombre de Reynolds est très faible ou inférieur à une certaine valeur critique  $Re_c$ , les forces d’inertie sont négligeables devant les forces de viscosité, dans ce cas nous sommes dans un écoulement laminaire qui peut être traité mathématiquement de manière exacte. Par contre pour le nombre de Reynolds supérieur au Reynolds critique on est dans un régime turbulent.

En pratique, la résolution de l’écoulement laminaire conduit à l’établissement d’une relation entre le débit et la perte de charge ou entre le facteur de frottement et le nombre de Reynolds. Cette résolution s’effectue à partir des équations du bilan de quantité de mouvement.



**Figure 4-11:**Longueur d’établissement de l’écoulement laminaire d’un fluide en loi de Herschel-Bulkley dans une conduite cylindrique pour différentes valeurs de n : 0.86 (courbe  $y=0.0064x+0.0311$ ) et 0.71 (courbe  $y=0.0064x+0.00644$ ) 0.99 (courbe  $y=0.0064x+0.1411$ ).

La figure (4-11) donne à titre d’exemple la longueur d’entrée  $\hat{L}_e$  rapportée au rayon de la conduite en fonction de  $Re_p$  pour  $n = 0.86$  et  $n = 0.71$  ;  $n = 0.99$ . On peut noter en particulier une diminution de  $\hat{L}_e/\hat{R}$  lorsque  $r_0$  augmente. On a aussi représenté à titre indicatif la longueur d’entrée pour un fluide Newtonien. Pour cela on a utilisé la corrélation proposé récemment par Durst et al (2005) : valable pour  $0 \leq Re \leq +\infty$  pourvu que l’écoulement soit laminaire.

$$\frac{\hat{L}_e}{\hat{R}} = 2 \times [(0.619)^{1.6} + (0.0567 \times Re)^{1.6}]^{\frac{1}{1.6}}$$

Dans le cas

des fluides rhéofluidifiants sans seuil, à notre connaissance, les corrélations existantes dans la littérature ne concernent que les fluides en loi puissance. Récemment, Poole et Ridley (2007) ont proposé la corrélation suivante :

$$\frac{\hat{L}_e}{\hat{R}} = 2 \times [(0.246 n^2 - 0.675 n + 1.03)^{1.6} + (0.0567 \times Re_{MR})^{1.6}]^{\frac{1}{1.6}} \quad (3.6)$$

où  $Re_{MR}$  est le nombre de Reynolds de Metzner et Reed (1955), défini tel que le coefficient de frottement  $C_f$  en régime laminaire vérifie la relation  $C_f = \frac{16}{Re_{MR}}$  :

$$Re_{MR} = \frac{8 \rho \hat{W}_d^{2-n} \hat{D}}{\hat{K}} \left[ \frac{n}{6n + 2} \right]^n$$

Les Reynolds de paroi et de Metzner et Reed sont reliés par la relation :

$$Re_{MR} = 8 \left( \frac{n}{6n + 2} \right) Re_p$$

On peut noter que la longueur d'établissement diminue lorsque le caractère rhéofluidifiant du fluide devient plus important (voir la figure 4-11)

## ii. Coefficient de frottement :

pour  $n=0,86$

$v$	$Re$	$Nu$	$C_f$	$Wmax$
0,1	56	10.810912	0.36403034	0,1203537
0,2	112	14.0285	0.114227	0,2448476
0,3	168	16.122806	0.060259174	0,3736095
0,4	224	17.722219	0.039175755	0,5054816
0,5	280	19.064006	0.028522312	0,6390971
0,6	336	20.261625	0.022274126	0,7739276

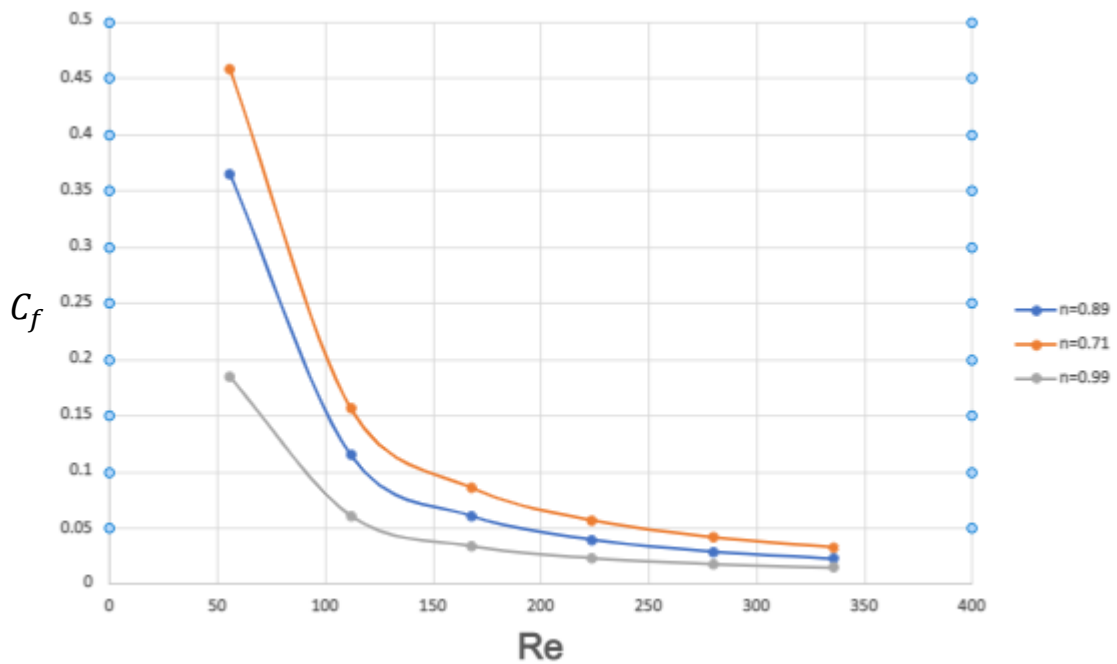
pour  $n=0,71$

$Nu$	$C_f$	$Wmax$
10.531934	0.45720362	0,1271439
13.612626	0.15558195	0,2580868
15.699869	0.085201164	0,3918437
17.337701	0.05641208	0,5271021
18.714651	0.041371706	0,6631942
19.92634	0.032338913	0,7998387

pour  $n=0,99$

$Nu$	$C_f$	$Wmax$
10.743935	0.183619	0,121492
13.83246	0.060405842	0,2494752
15.83132	0.033439258	0,3828999
17.412463	0.022789304	0,5193651
18.865955	0.017460759	0,6474785
20.062566	0.014076966	0,7920662

**Tableau 4-10** : la variation de  $Nu$ ,  $C_f$ ,  $Wmax$  pour différents indice  $n$  et nombres de Reynolds à travers la section de la conduite.



**Figure 4-12:** Coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds basé sur la viscosité pariétale pour n=0.86 et n=0.71 ; n=0.99.

La figure (4-12) représente  $C_f$  en fonction de .

$$C_f = \frac{2 \hat{\tau}_p}{\rho \hat{W} 2 d}$$

n	$P_{(min)}$	$P_{(max)}$	$V_{(min)}$	$V_{(max)}$	$C_f$	$\tau_0$	k	$\tau_p$	$H_b$	$r_0$
0,86	0	329,5954	0,6	0,7830809	0.023906	0,85	0,076	2,05997	1,905160	0,412627
0,71	0	429,8839	0,6	0,7998387	0.032338	0,6505	0,247	2,686774	0,601753	0,242111
0,99	0	214,7911	0,6	0,7920662	0.014076	0,4192	0,0305	1,342444	1,771526	0,312266

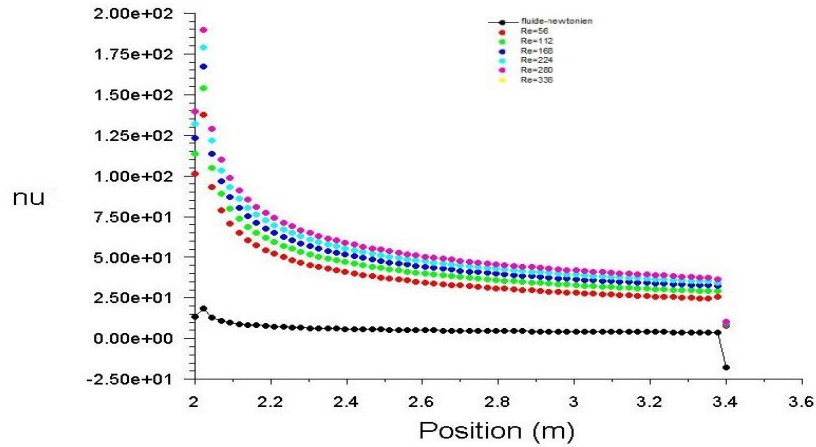
**Tableau 4-11 :** la variation de  $H_b ; C_f ; r_0$  pour différents indice  $n$  à travers la section de la conduite.

Il est à rappeler que le nombre de Herschel-Bulkley est un nombre adimensionnel qui représente la contrainte seuil du fluide viscoplastique de Herschel-Bulkley. C’est aussi une généralisation du nombre adimensionnel de Bingham. En effet, des résultats similaires ont été obtenus dans une étude antérieure portant sur l’influence de la variation de la contrainte seuil sur les caractéristiques thermiques de l’écoulement du fluide de Bingham [36].

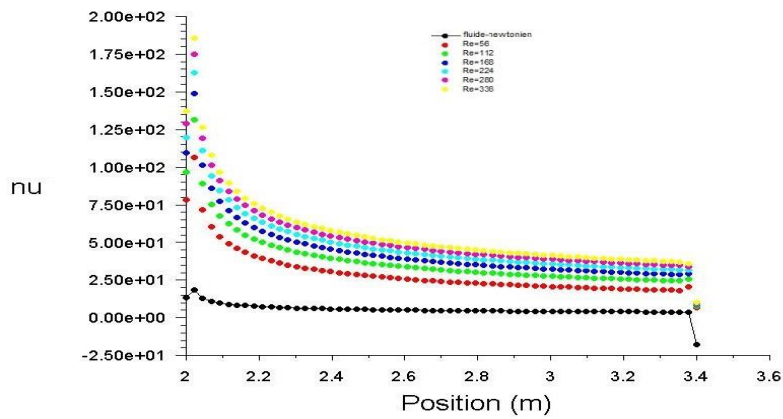
**iii. Effet du nombre de Reynolds :**

Les figures (a), (b) et (c) présentent l’effet de la variation du nombre de Reynolds sur l’évolution axiale du nombre de Nusselt pour les indices d’écoulement :  $n = 0.86 ; 0,71$  et  $0.99$  respectivement.

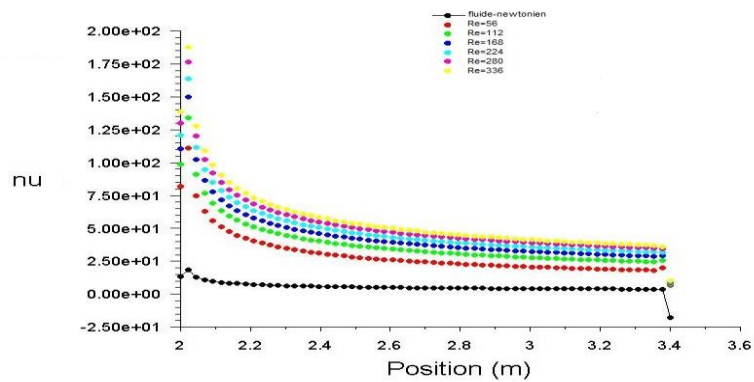




(a) pour  $n=0.86$



(b) pour  $n=0.71$



(c) pour  $n=0.99$

**Figure 4-13:** Evolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.  $Pr = 1$ . (a)  $n = 0.86$  (b)  $n = 0.71$  (c)  $n = 0.99$ .

Toutes les courbes présentent une diminution aigüe localisée au niveau de la zone d'entrée, caractérisée par un fort gradient de température. Puis, une évolution vers une valeur limite qui traduit l'établissement du régime thermique.

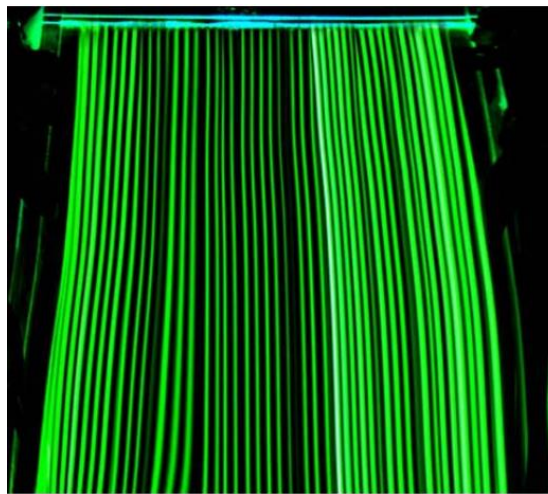


Quel que soit la valeur de l'indice d'écoulement  $n$ , le nombre de Reynolds n'a d'influence sur le transfert thermique, que dans la zone d'entrée de la conduite où l'accroissement du nombre de Reynolds provoque une intensification de l'échange thermique. Loin en aval, les courbes tendent vers des valeurs asymptotiques du nombre de Nusselt indépendantes du nombre de Reynolds.

## B-2) Profil de vitesse pour un fluide non newtonien avec l'équation de bossineq :

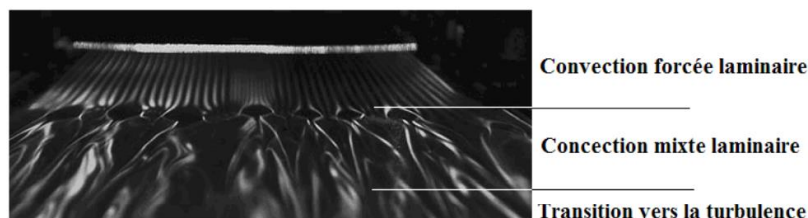
### Visualisation de l'écoulement avec le colorant :

Dans cette expérience, on injecte la fluorescéine à travers l'injecteur placé sur toute la largeur du canal, ensuite on vérifie l'écoulement de base ou l'écoulement de Poiseuille avant la mise en route du chauffage, les trajectoires du traceur doivent être parallèles sur toute la longueur du canal, comme cela est représenté sur la figure 5.3 , prise au-dessus du canal.



**Figure 4-14:** Injection de fluorescéine et trajectoires de traceur dans un écoulement isotherme ( $Re = 50$ ,  $Ra = 0$ ).

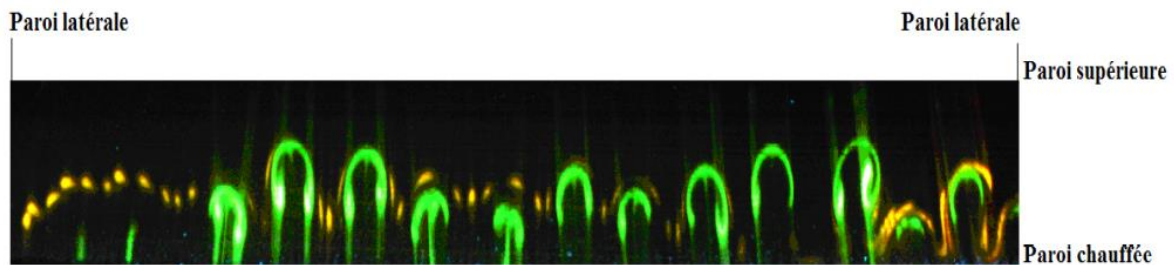
Une fois le chauffage mis en marche, on suit la même procédure décrite dans le paragraphe 5.1 ; pour des valeurs de  $Re = 50$  et  $Ra = 3,4 \times 10^3$  on obtient une structure d'écoulement secondaire, la figure 4-14 prise en dessus du canal montre les deux régimes d'écoulement : un écoulement de convection forcée à l'entrée de la zone chauffée, et un écoulement de convection mixte au dessus de la zone d'essai.



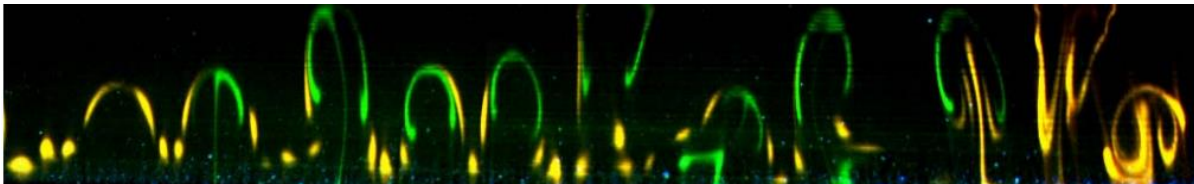
**Figure 4-15:** Une vue de dessus du canal avec injection de fluorescéine. On voit nettement la naissance des rouleaux longitudinaux ( $Re = 50$ ,  $Ra = 3,4 \times 10^3$  )

Pour clarifier des conditions d'écoulement dans la deuxième et troisième zone, une nappe laser verticale éclaire la section transversale du canal, où le développement de l'écoulement secondaire est traqué en

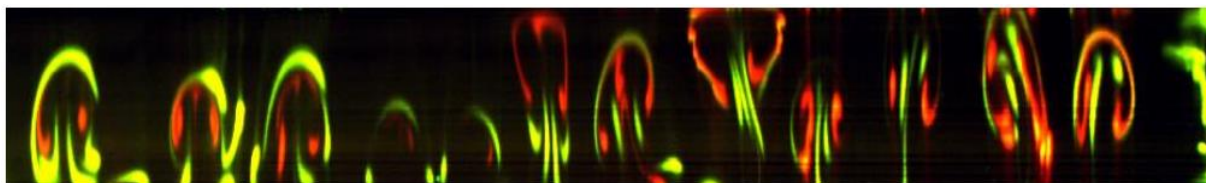
illuminant les sections droites à travers différentes positions longitudinales. La figure 4-16 montre que l'écoulement secondaire dans la zone de convection mixte est associé avec des plumes, qui apparaissent en premier comme des petits bourgeons (figure 4-16(a)), avec l'augmentation de  $y$  les bourgeons forment de petites plumes qui grossissent et par suite adoptent une forme de champignon, avec de petits vortex autour d'une mince tige (figure 4-16 (b)). Les plumes persistent en aval de l'écoulement, en maintenant approximativement la même forme, mais en s'élargissant légèrement (figure 4-16 (c)). Plus en aval de l'écoulement, dans une position correspondant au début des ondulations dans les stries longitudinales semblables de ceux de la figure 5.1, les plumes et vortex commencent à osciller et à s'interagir dans la section droite (figure 4-16 (d)). Les interactions deviennent de plus en plus importantes, et par la suite les plumes graduellement dégènèrent ensuite disparaissent (figure 4-16 (e) et (f)). La zone de convection mixte a exhibé un comportement quasi-stable, qui est caractérisé par une faible fréquence, et une faible poussée des plumes et des vortex. La poussée de plume est attribuée à une inévitable perturbation à l'entrée où/et à des conditions de surface. A l'opposé, l'écoulement instable dans la zone de transition est caractérisé par de fréquences élevées, de larges amplitudes d'oscillations aléatoires, significatives de l'altération de la structure du vortex.



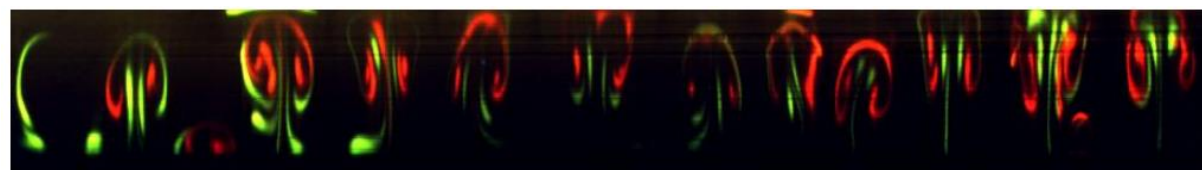
a)-



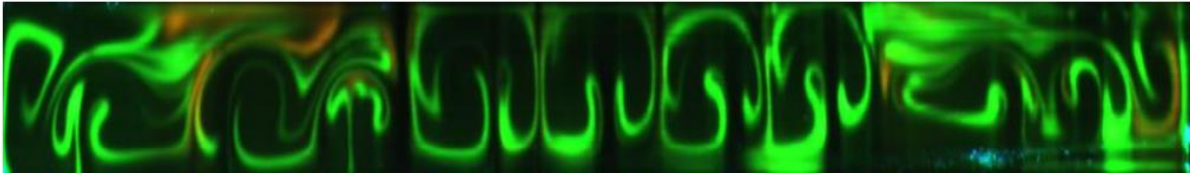
b)-



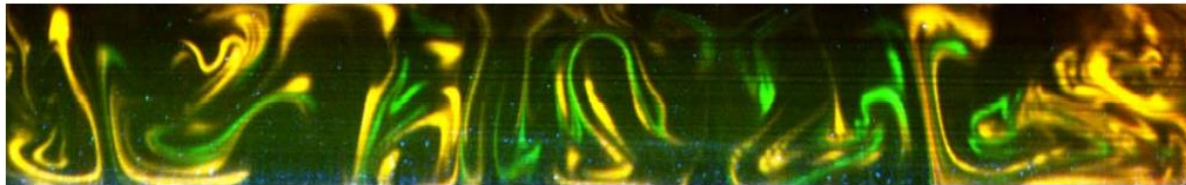
c)-



d)-



e)-



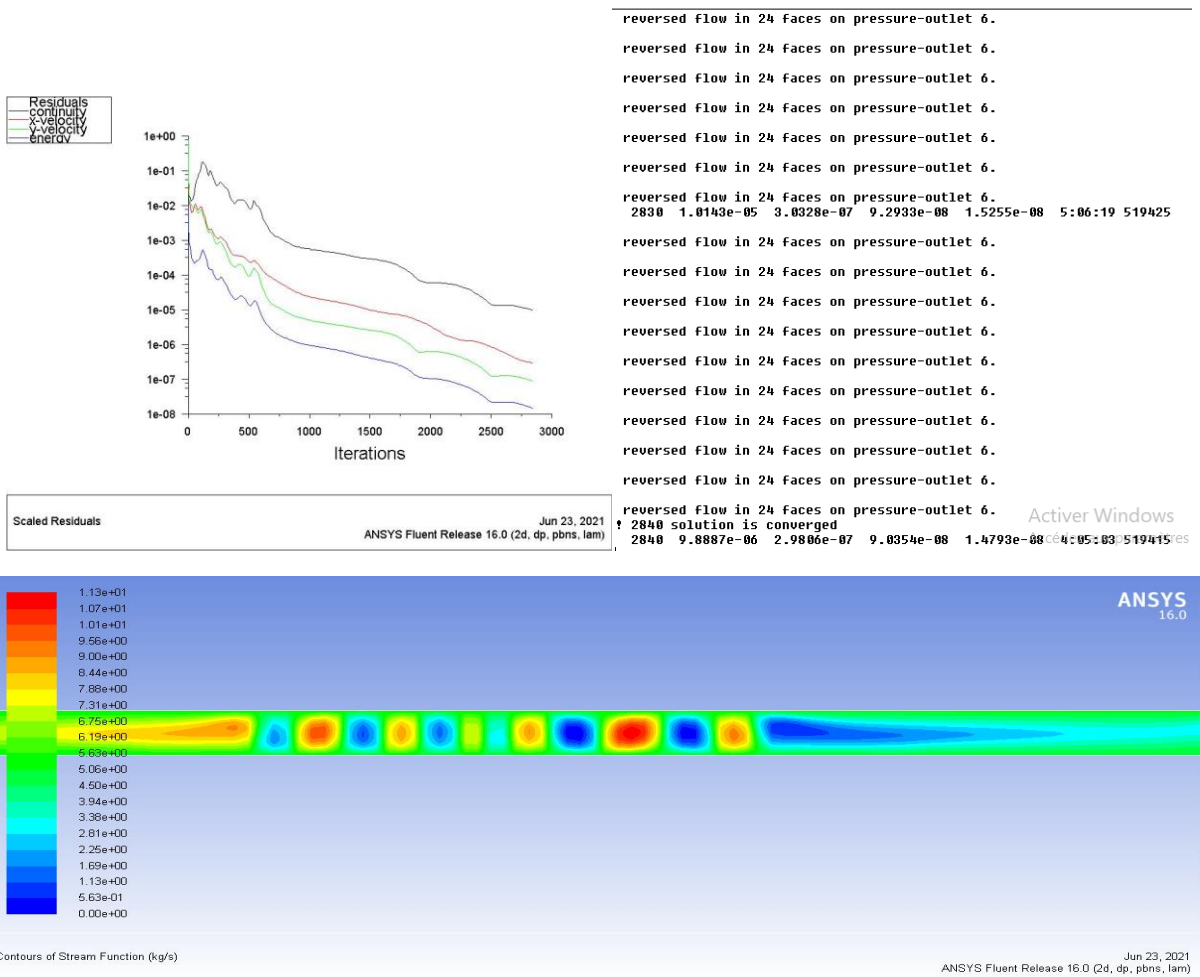
f)-

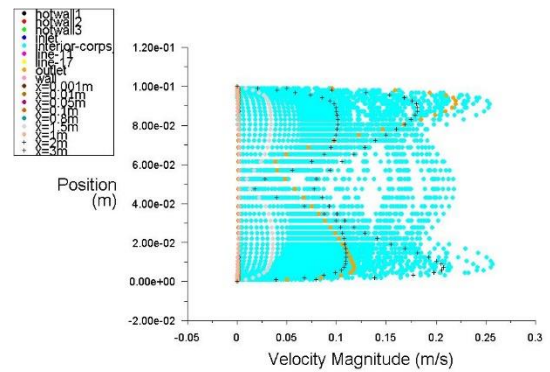
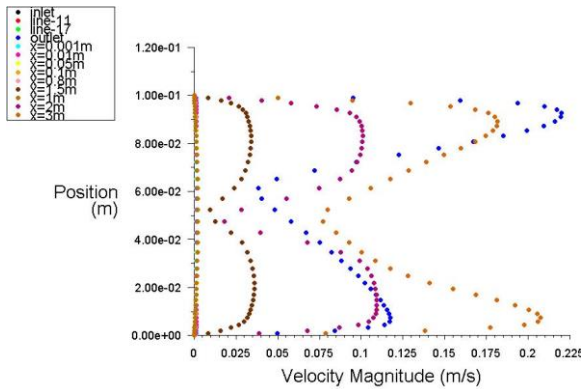
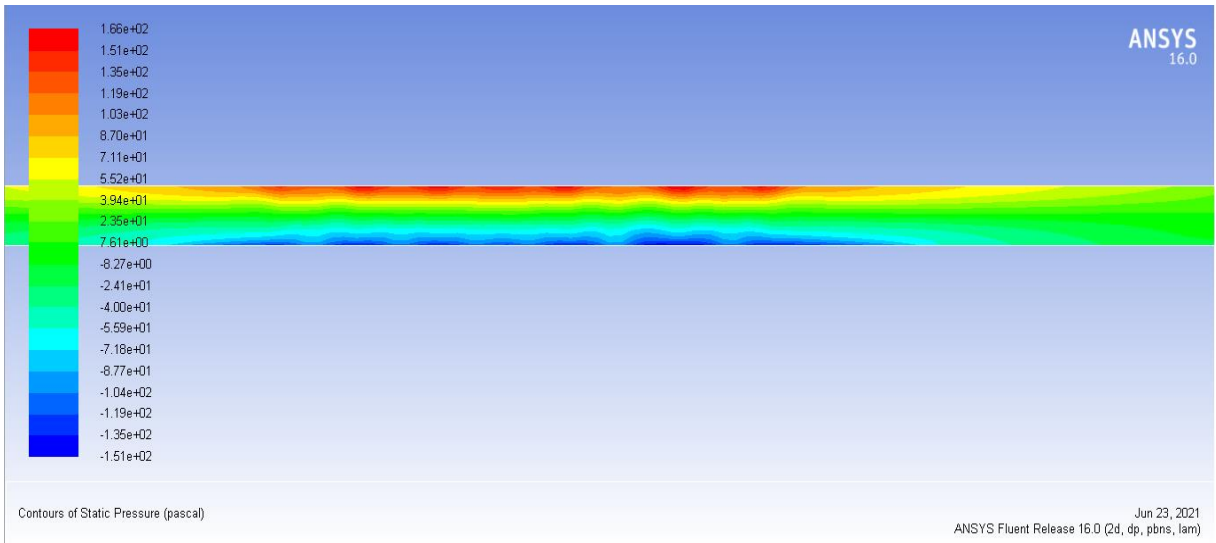
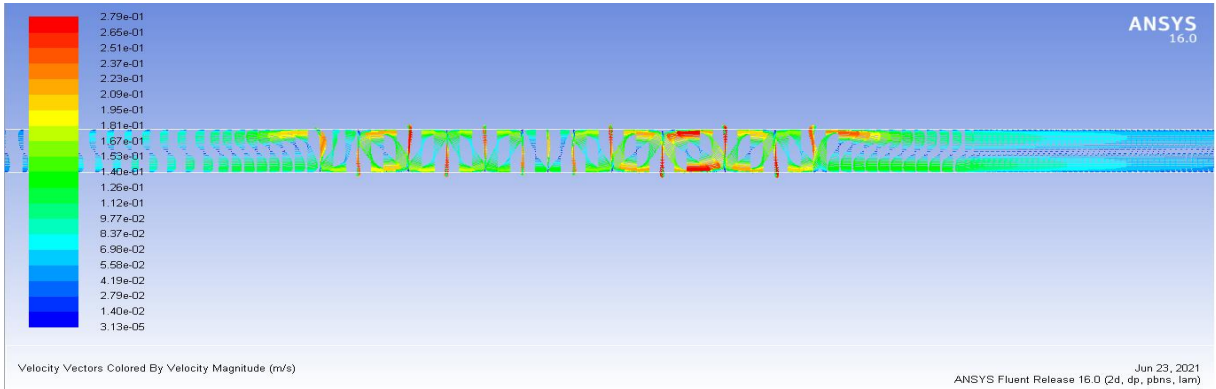
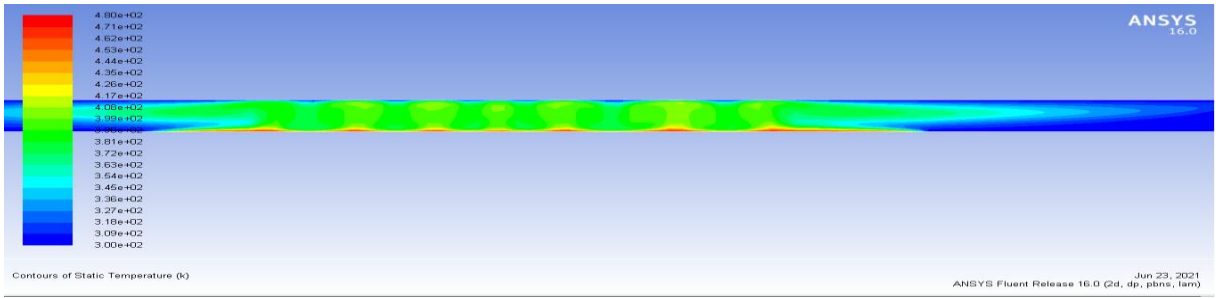
**Figure 4-16:** Vues transversales dans six stations longitudinales ( $Re=105$ ,  $Ra=3,10.1010$ ), (a)  $x=12,1$  cm, (b)  $x=14$  cm, (c)  $x=16$  cm, (d)  $x=30$ cm, (e)  $x=70$  cm, (f)  $x=75$  cm).

**a) Utilisation de modèle d’Herschel-B :**

$T=480k$  ,  $v=0.001417m/s$

- Profil de vitesse pour  $n=0.86$  :



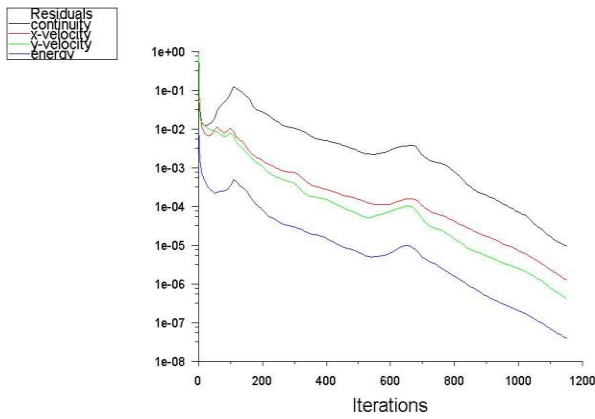


Velocity Magnitude  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)

Velocity Magnitude  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)



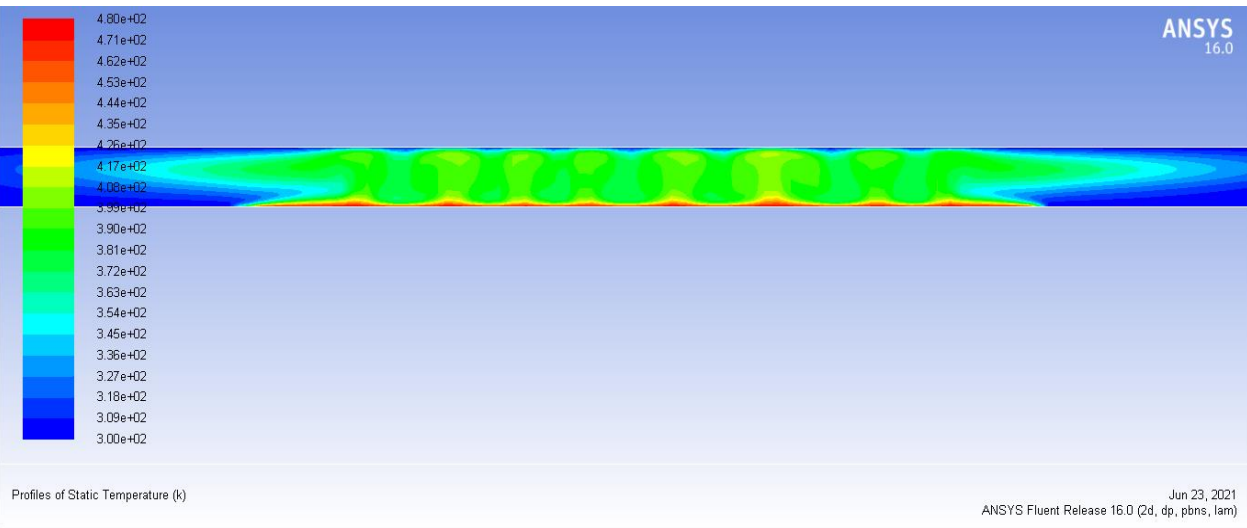
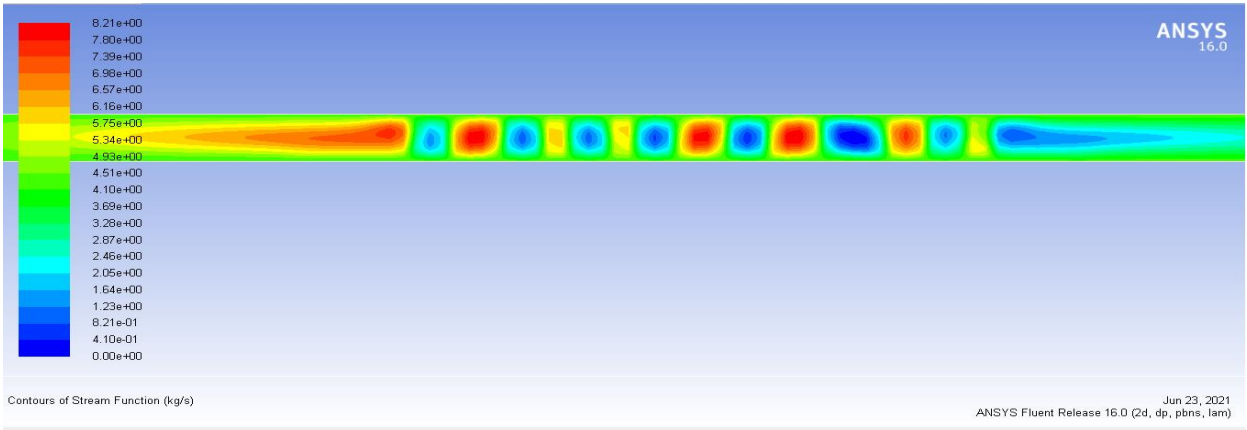
• Profil de vitesse pour  $n=0.71$  :



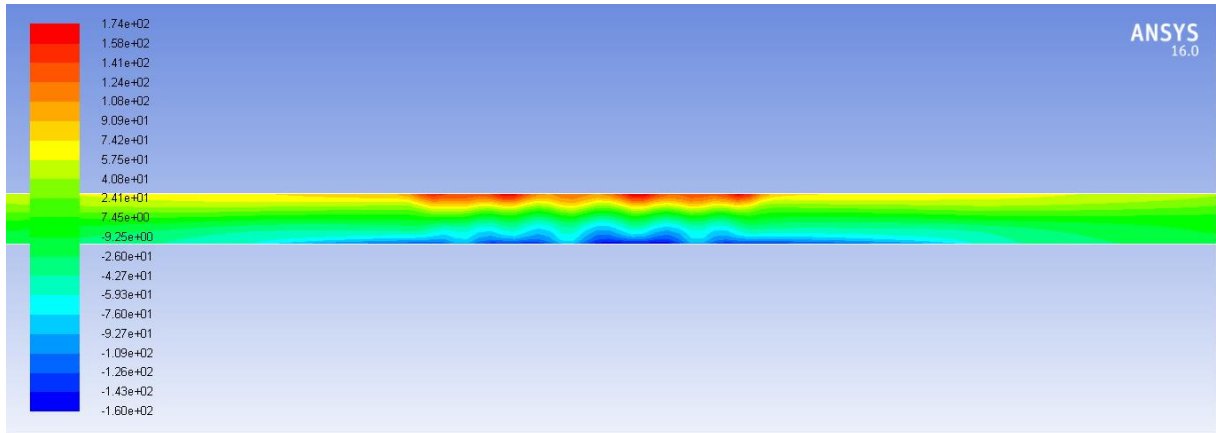
reversed flow in 23 faces on pressure-outlet 6.  
 reversed flow in 23 faces on pressure-outlet 6.  
 reversed flow in 23 faces on pressure-outlet 6.  
 reversed flow in 23 faces on pressure-outlet 6.  
 1140 1.0292e-05 1.4271e-06 4.6912e-07 4.4428e-08 58:15:29 5539271  
 reversed flow in 23 faces on pressure-outlet 6.  
 reversed flow in 23 faces on pressure-outlet 6.  
 reversed flow in 23 faces on pressure-outlet 6.  
 reversed flow in 23 faces on pressure-outlet 6.  
 reversed flow in 23 faces on pressure-outlet 6.  
 reversed flow in 23 faces on pressure-outlet 6.  
 reversed flow in 23 faces on pressure-outlet 6.  
 reversed flow in 23 faces on pressure-outlet 6.  
 reversed flow in 23 faces on pressure-outlet 6.  
 reversed flow in 23 faces on pressure-outlet 6.

Scaled Residuals  
 Jun 23, 2021  
 ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)

reversed flow in 23 faces on pressure-outlet 6.  
 † 1150 solution is converged  
 1150 9.4410e-06 1.2676e-06 4.1582e-07 4.0272e-08 46:36:23 5539261

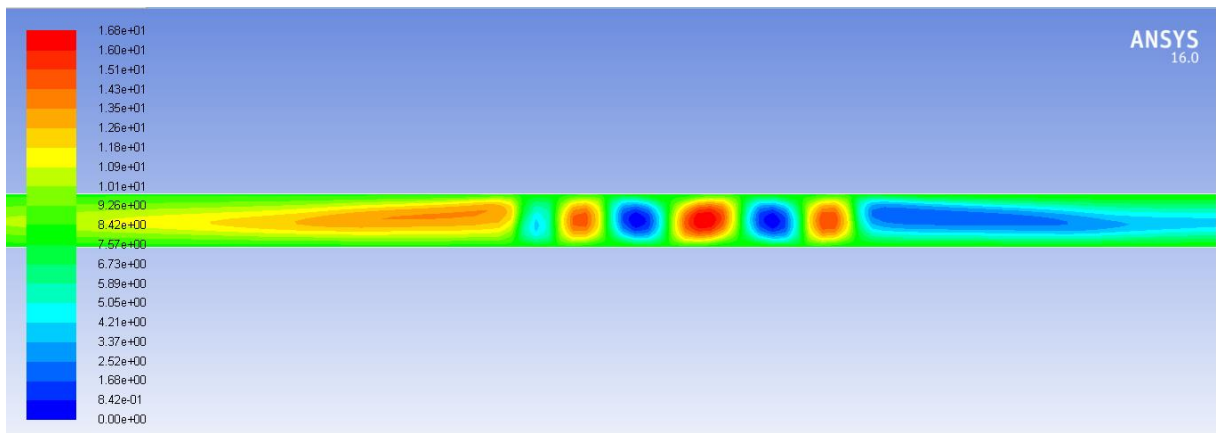






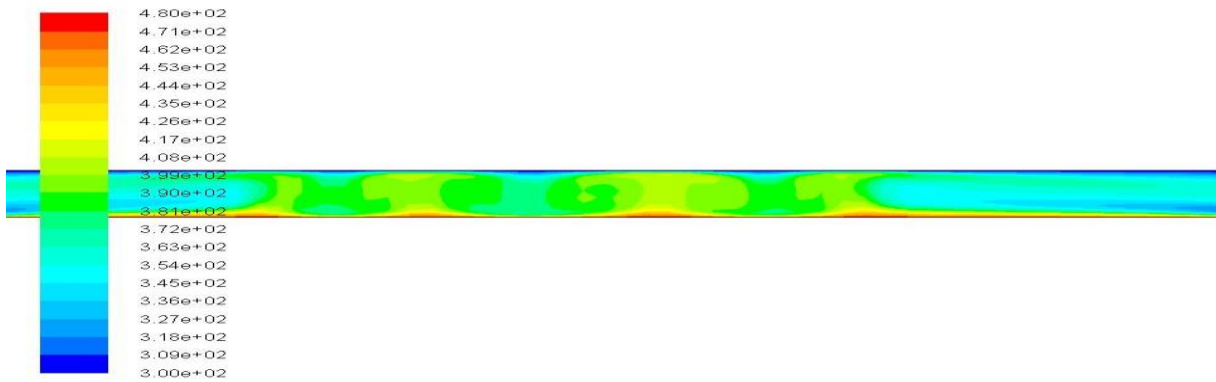
Contours of Static Pressure (pascal)

Jun 23, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)



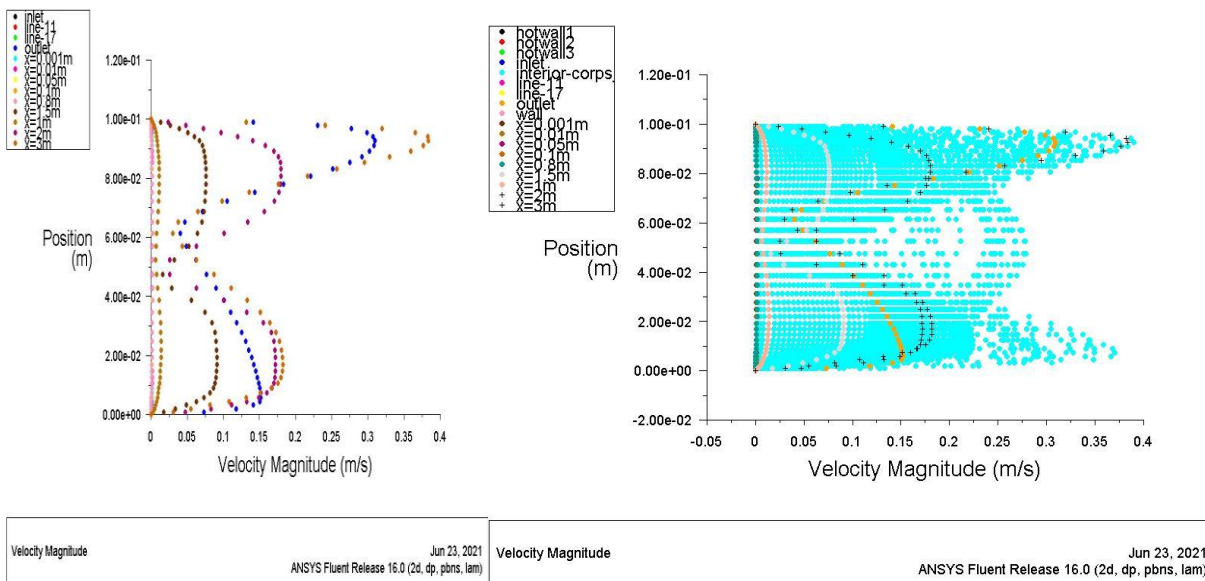
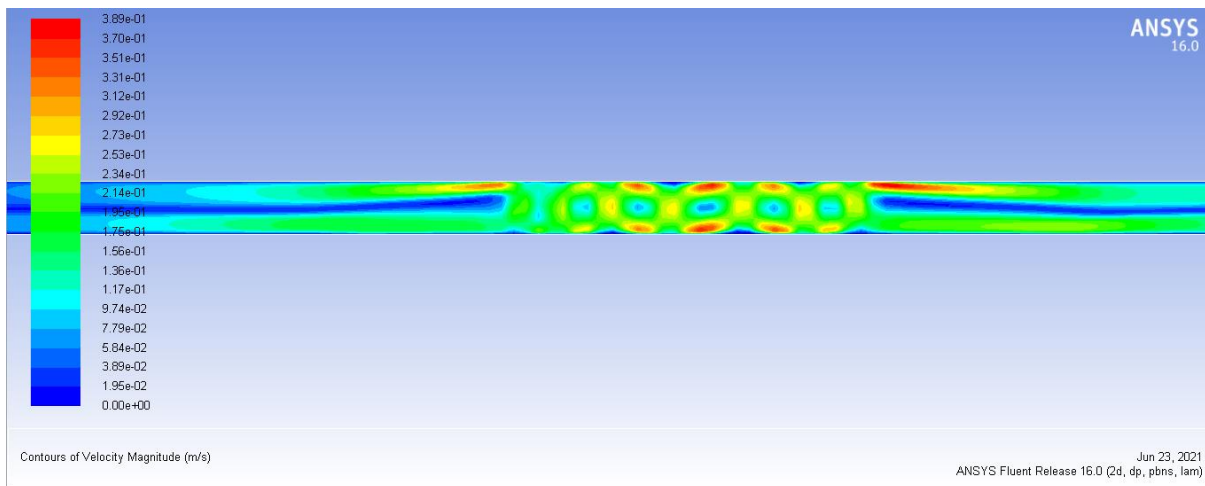
Contours of Stream Function (kg/s)

Jun 23, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)



Contours of Static Temperature (K)

Jun 23, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)



**b) Utilisation de modèle de cross:**

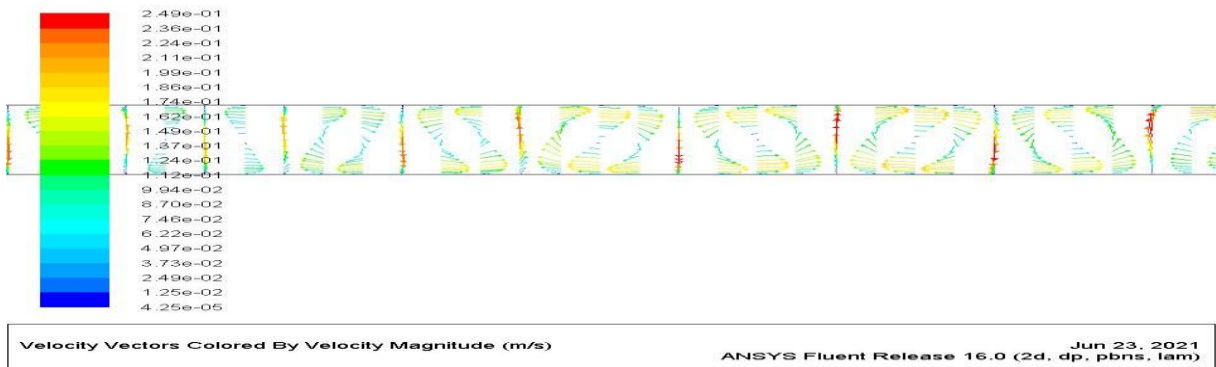
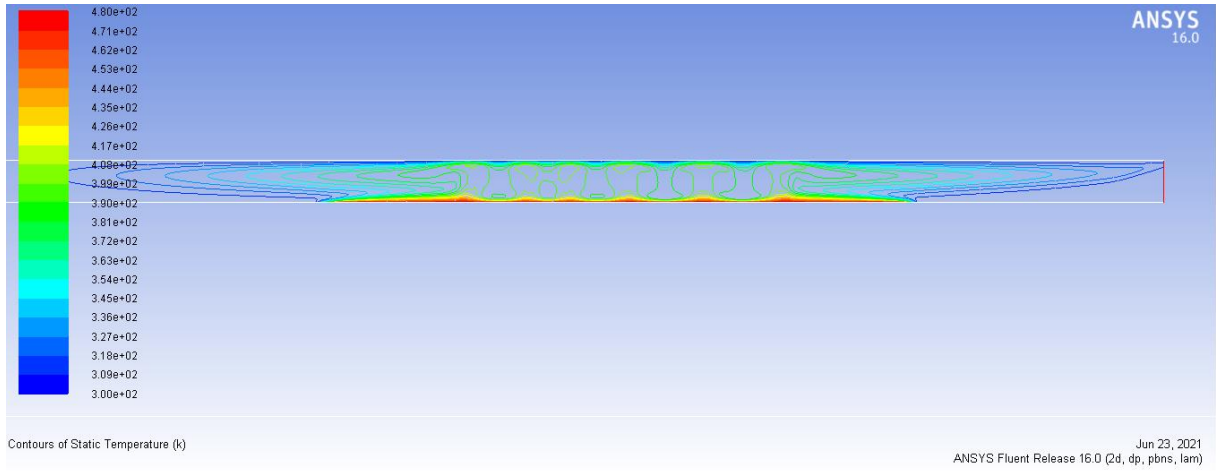
(b)-Profil de vitesse pour un fluide non newtonien avec l'équation de bossineq :

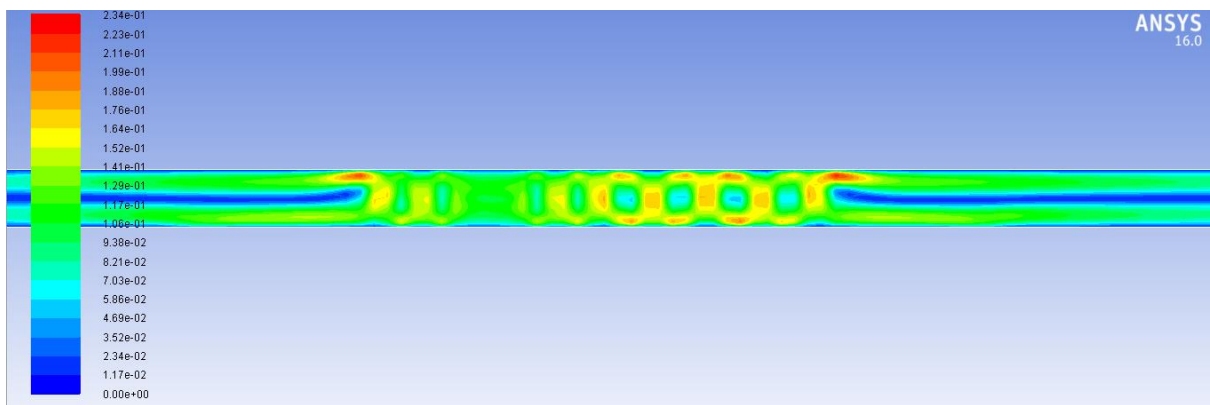
$T=480k$  ,  $v=0.001417m/s$

- Profil de vitesse pour  $n=0.776$  :



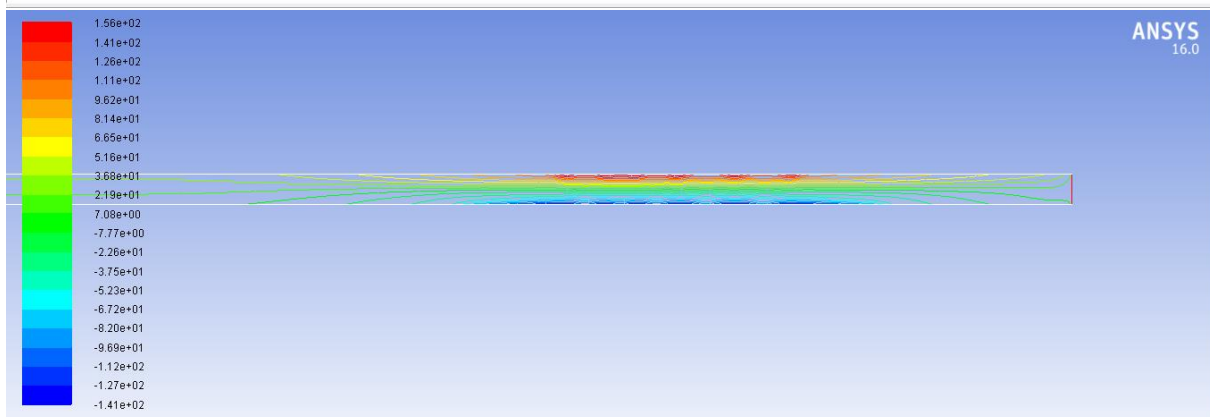






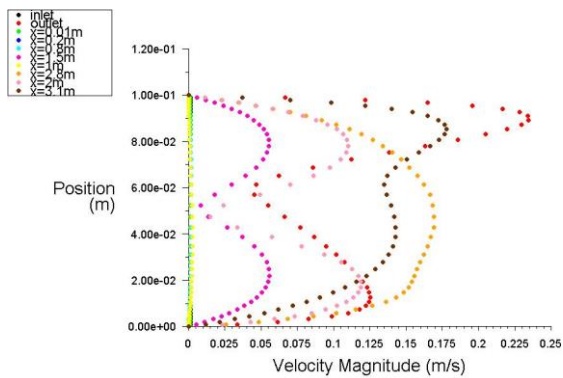
Contours of Velocity Magnitude (m/s)

Jun 23, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)



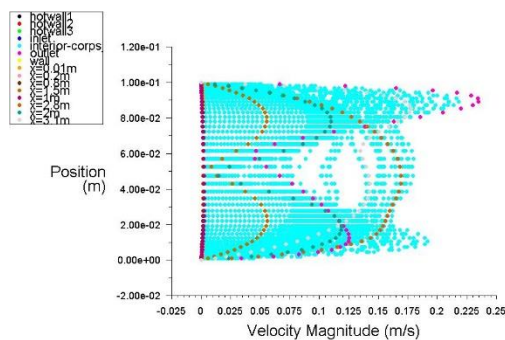
Contours of Static Pressure (pascal)

Jun 23, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)



Velocity Magnitude

Jun 23, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)

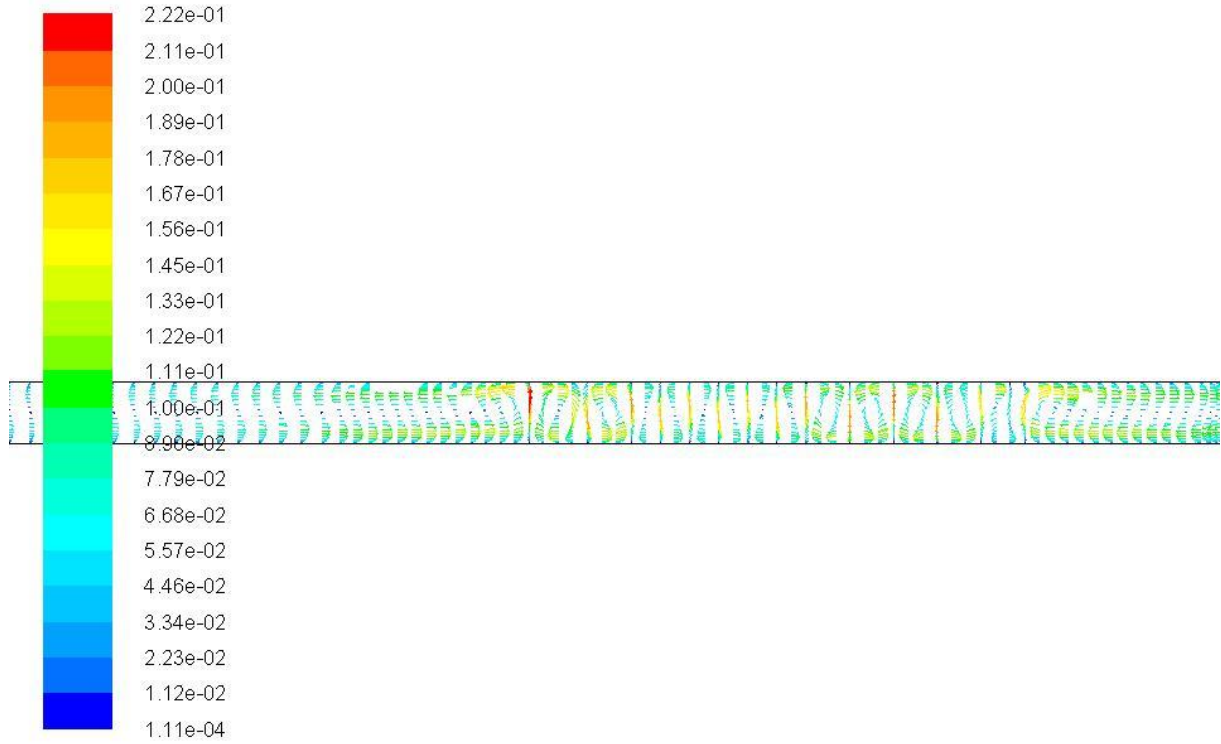


Velocity Magnitude

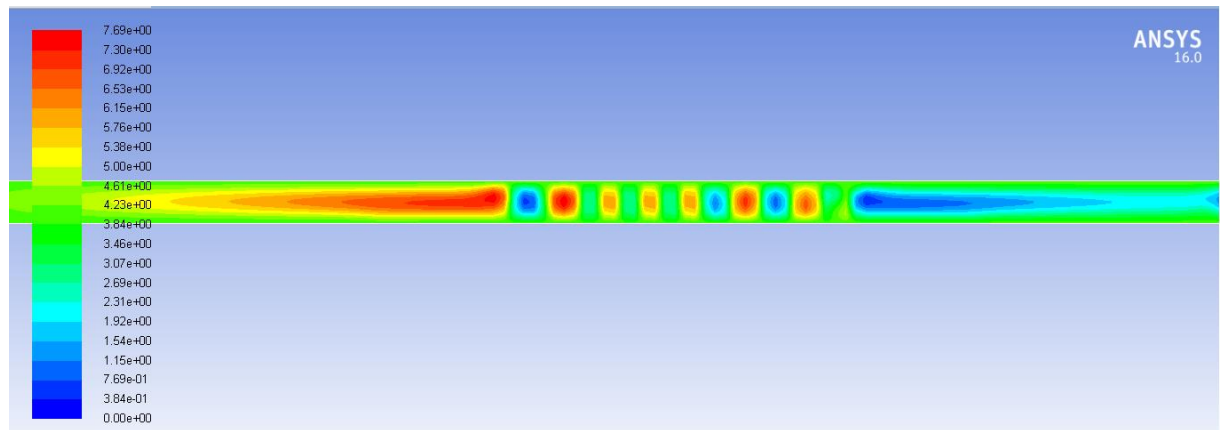
Jun 23, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)

- Profil de vitesse pour  $n=1$  :





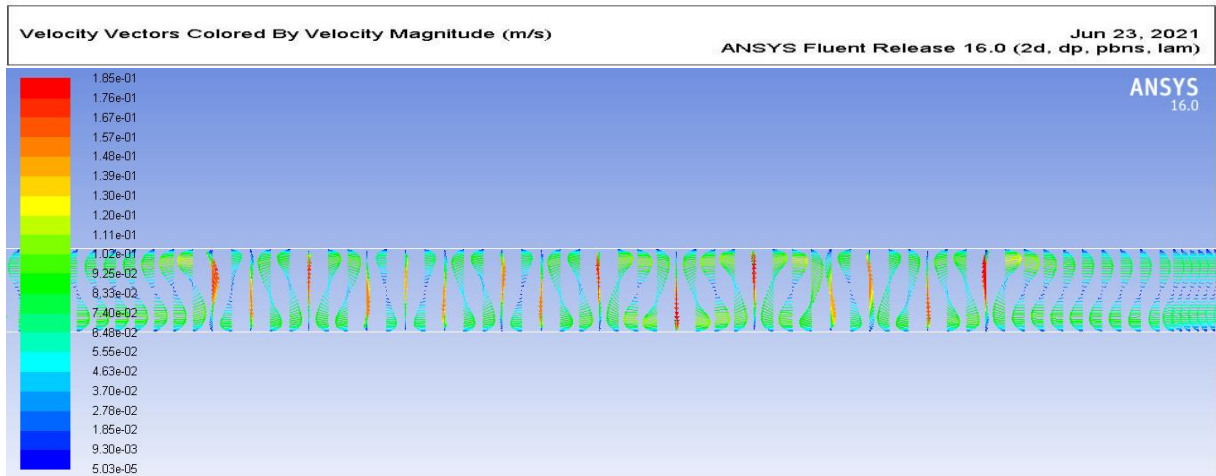
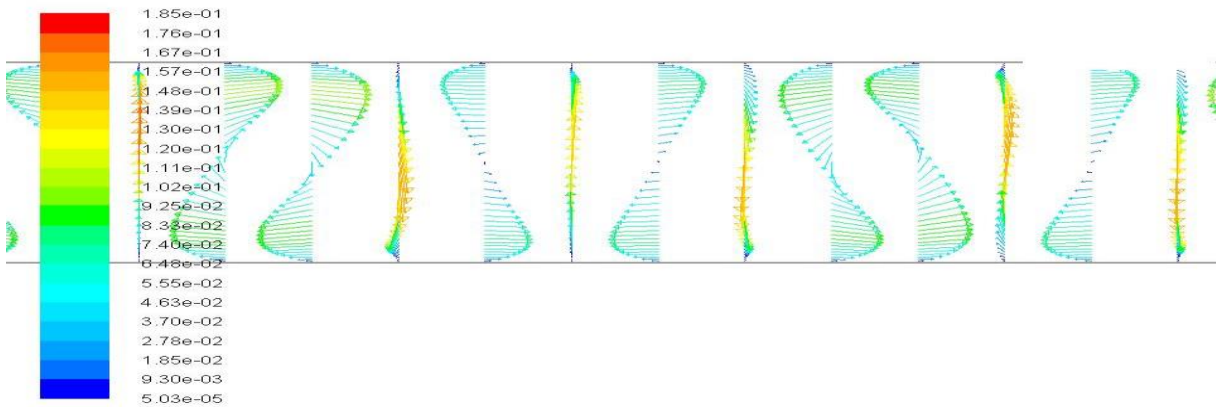
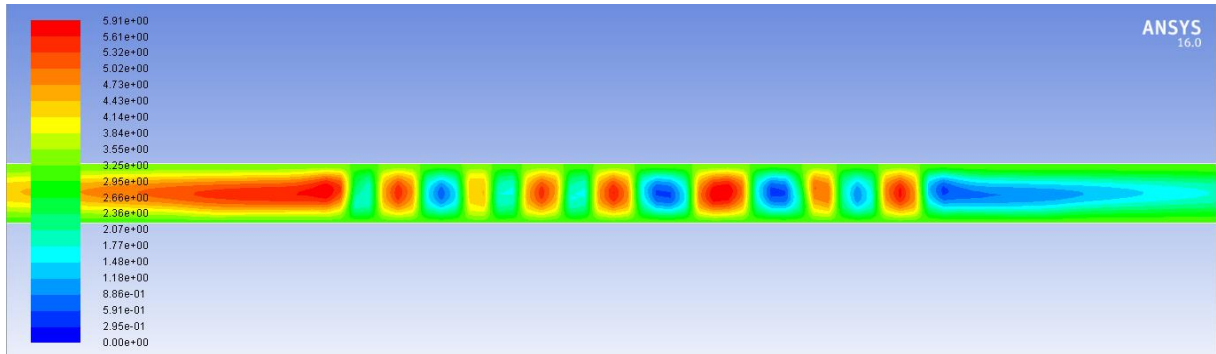
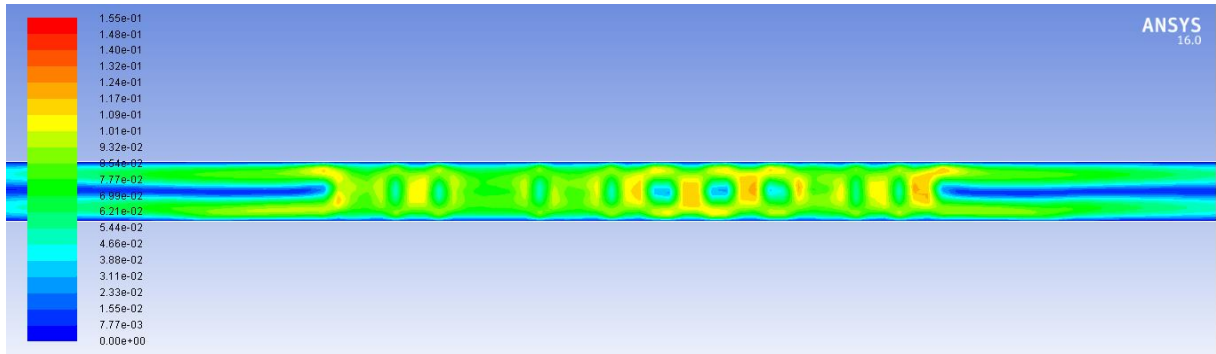
Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s) Jun 23, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)

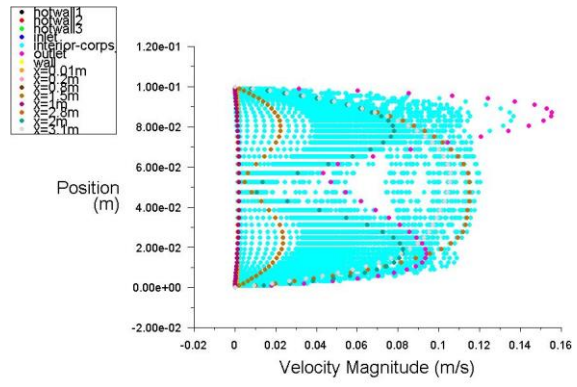
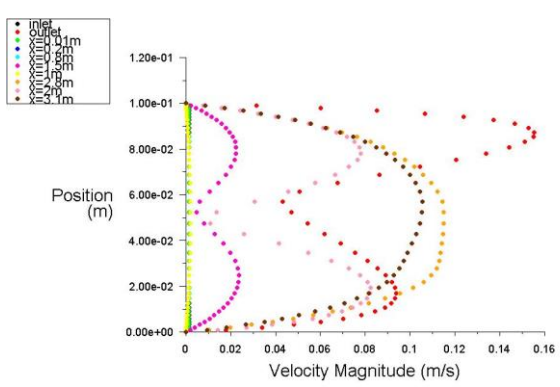
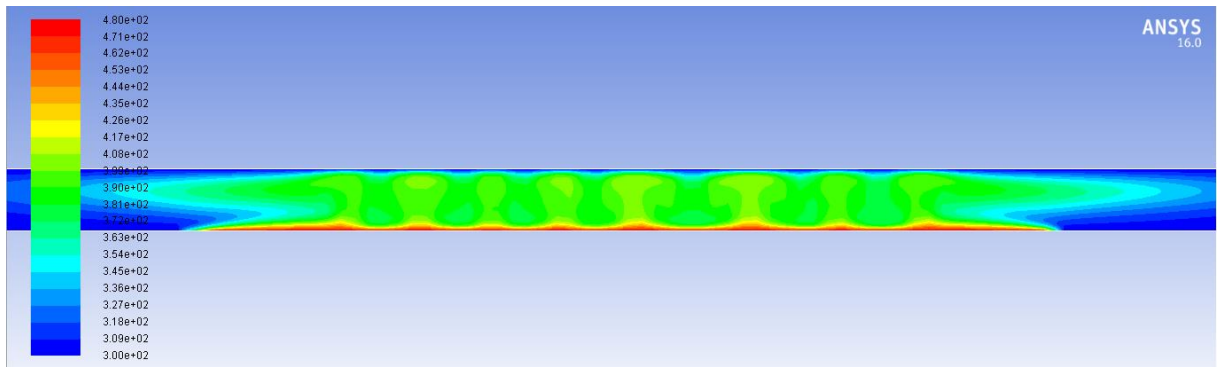
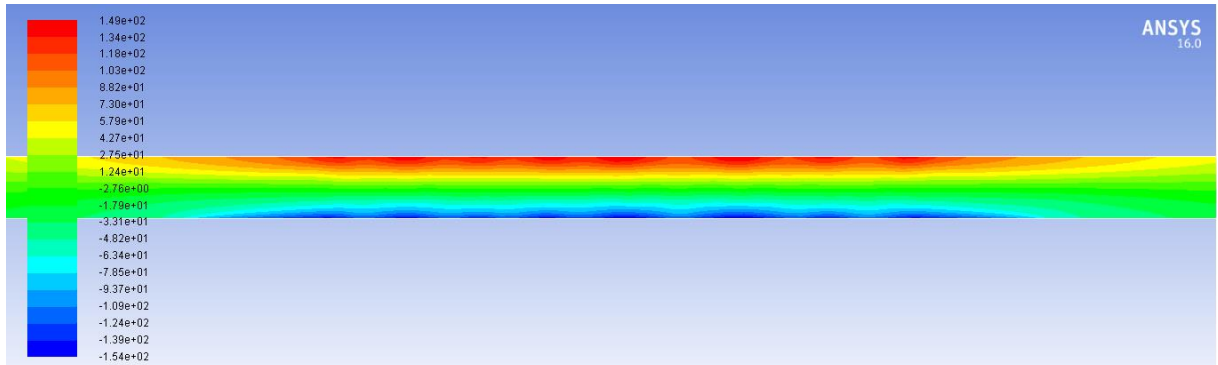


Contours of Stream Function (kg/s) ANSYS 16.0  
Jun 23, 2021  
ANSYS Fluent Release 16.0 (2d, dp, pbns, lam)



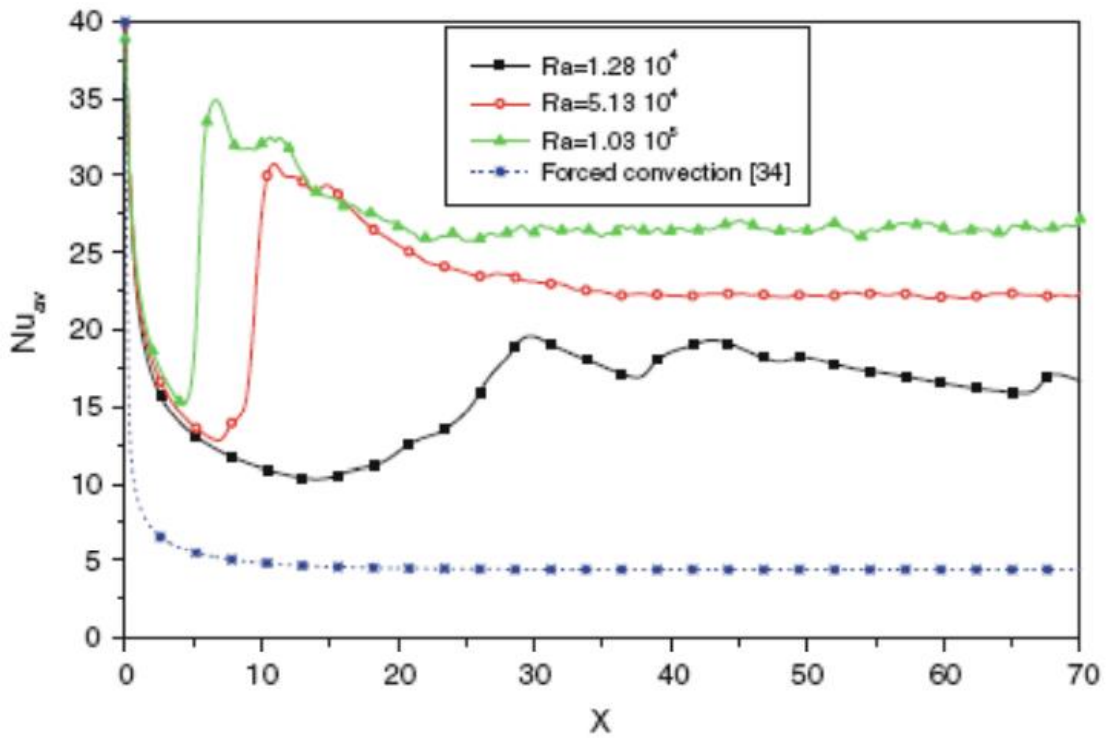








Nombre de nusselt :



**Figure 4-17:** Simulation numérique du profil de la moyenne transversale du nombre de Nusselt pour trois valeurs du nombre de Rayleigh avec le cas de la convection forcée (1,28 x10<sup>4</sup> ; 5,13 x10<sup>4</sup> ; 1,03 x10<sup>5</sup> )

### Conclusion générale :

Après avoir montré que le fluide étudié est un fluide plastique possédant une contrainte seuil ( $\tau_c$ ), pour déterminer l'équation d'état des contraintes (la loi rhéologique) avec une plus large prise en compte des spécificités rhéologiques du fluide étudié, notamment avec les effets non Newtoniens. De nombreuses lois modèles ont été élaborées, dans la rhéologie des fluides complexes à partir de l'empirisme. Chaque fluide (Newtonien ou non-Newtonien) a son modèle mathématique qui nous permet de déterminer ses paramètres rhéologiques (viscosité, indice de comportement, contrainte seuil, ...).

L'étude que nous avons menée avait comme objectif d'étudier le comportement d'un écoulement en convection mixte dans un canal uniformément chauffé par le bas avec un rapport d'aspect transversal  $\Gamma = 10$ . Les valeurs considérées du nombre de Rayleigh sont élevées. Par ailleurs, pour des rapports  $Ra/Re^2$  inférieurs approximativement à 18, le mécanisme classique bien connu d'initiation de rouleaux est lié à la situation où la convection naturelle est déclenchée par un effet de parois latérales (paroi à extension latérale finie). Il induit d'abord deux rouleaux longitudinaux près des parois latérales, qui provoquent progressivement une cascade de paires de rouleaux jusqu'à ce qu'ils envahissent la totalité pour  $0 \leq X \leq Le$ . Pour des rapports  $Ra/Re^2$  supérieurs à 18, une instabilité de type Rayleigh-Bénard prend place dans la partie de la zone centrale, loin des parois latérales. De nouveau, comme dans le premier cas l'effet des parois latérales génère les premiers rouleaux longitudinaux, mais au lieu qu'on assiste à la cascade consécutive le gradient de température vertical dans la couche paires de rouleaux longitudinaux dans tous les rouleaux suscités. Dans ce cas là, donc, la convection est instantanée et à la même cote  $Le$ , sur toute la section droite. En outre, la structure du flux résultant a un impact favorable sur le transfert de chaleur : le nombre de Nusselt a significativement augmenté comparativement au cas de la convection pure. Cette amélioration est induite par les rouleaux longitudinaux qui contribuent à inonder d'une façon la paroi chaude avec du fluide froid. A partir du dispositif expérimental installé au laboratoire, les perspectives de travail sont variées. Parmi les travaux à réaliser, nous devons déterminer expérimentalement les champs de vitesse dans l'écoulement en utilisant la vélocimétrie par imagerie de particules ou PIV. Cette méthode permet l'obtention des champs de vitesse en 2D ou 3D d'écoulements préalablementensemencés de particules traçantes. L'obtention de champs instantanés de vitesse permet une meilleure compréhension des phénomènes instationnaires et une visualisation rapide des champs dynamiques dans l'écoulement. Pour mesurer la température en phase liquide, il existe une nouvelle technique, la thermométrie à base de fluorescence qui est une technique non intrusive où le milieu d'intérêt est observé à distance de l'eau, en chaque point de l'espace à l'intérieur du tube non intrusif de la mesure : ici il n'est pas souhaitable de modifier le milieu pendant le sondage, ni, de cette manière on peut mesurer la température canal, tout en tenant compte de la contrainte du caractère de percer les parois du canal, c'est un détail important si l'on souhaite effectuer des mesures in situ et confronter les résultats expérimentaux avec ceux issus des simulations numériques 2D.

## Bibliographie

- [1] Mori Y, Uchida Y (1966) Forced convection heat transfer between horizontal flat plate. *Int J Heat Mass Transf* 9:803–817
- [2] Ostrach S, Kamotani Y (1975) Heat transfer augmentation in laminar fully developed channel flow by means of heating from below. *ASME J Heat Transf* 97:220–225
- [3] Kamotani Y, Ostrach S (1976) Effect of thermal instability on thermally developing laminar channel flow. *ASME J Heat Transf* 98:62–66
- [4] Kamotani Y, Ostrach S, Miao H (1979) Convective heat transfer augmentation by means of thermal instability. *ASME J Heat Transf* 101:222–226
- [5] Gage KS, Reid WH (1968) The stability of thermally stratified plane Poiseuille flow. *J fluid mech* 33:21–32
- [6] Luijkx JM, Platten JK, Legros JC (1981) On the existence of thermoconvective rolls, transverse to a superimposed mean Poiseuille flow. *Int J Heat Mass Transf* 24:1287- 1291
- [7] Luijkx JM (1983) Influence des parois latérales sur l'apparition de la convection libre, Forcée et mixte, Thèse de doctorat de l'Université d'état de Mons, Belgique.
- [8] Ouazzani MT, Caltagirone JP, Meyer G, Mojtabi A (1989) Etude numérique et expérimentale de la convection mixte entre deux plans horizontaux à températures différentes. *Int J Heat Mass Transf* 32:261–269
- [9] Ouazzani MT, Platten JK, Mojtabi A (1990) Etude expérimentale de la convection mixte entre deux plans horizontaux à températures différentes-II. *Int J Heat Mass Transf* 33: 1417– 1427
- [10] Yu CH, Chang MY, Lin T.F (1997a) Structures of moving transverse and mixed rolls in mixed convection of air in a horizontal plane channel. *Int J Heat Mass Transf* 40: 333–346.
- [11] Yu CH, Chang MY, Huang CC, Lin TF, Unsteady vortex roll structures in a mixed convective air flow through a horizontal plane channel: A numerical study, *Int J Heat Mass Transf* 40: 505–518.
- [12] Lin WL, Ker YT, Lin TF (1996) Experimental observation and conjugated heat transfer analysis of vortex flow development in mixed convection of air in a horizontal rectangular duct. *Int J Heat Mass Transfer* 39: 3667–3683.
- [13] S. Benhadid : Rhéologie des écoulements sanguins : Modélisation, Approches numérique et expérimentale, Docteur d'état és sciences (1987) : Institut National Polytechnique de Lorraine.
- [14] W. Canet, M.D. Alvarez, C. Fernandez, P. Luna : Comparisons of methods for measuring yield stresses in potato puree : effect of temperature and freezing, *Journal of Food Engineering.*, (2005) Vol 68: p 143–153.
- [15] J. Labanda, P. Marco, J. Liorens : Rheological model to predict the thixotropic behaviour of colloidal dispersions, *Colloids and Surfaces A. Physicochem. Eng.*, (2004) Vol 249: p 123-126.

- [16] M.J. Fresno Contreras, A. Ramirez Dieguez, M.M. Jimenez Soriano: Rheological characterization of hydroalcoholic gels - 15% ethanol - of CarbopolR Ultrez™ 10\*, *Il Farmaco*, (2001) Vol 56: p 435-441.
- [17] M.J. Fresno Contreras, A. Ramirez Dieguez, M.M. Jimenez Soriano: Viscosity and temperature relationship in ethanol/water mixtures gelified with Carbopol® Ultrez™ 10\*, *Il Farmaco*, (2001) Vol 56: p 443-445.
- [18] Groupe Français de Rhéologie : Dictionnaire de rhéologie. (1988), Toulouse.
- [19] P. Mishra, G. Tripathi : Transition from laminar to turbulent flow of purely viscous nonNewtonian fluids in tubes, *Chemical Engineering Science*, (1971) Vol 26: p 915-921.
- [20] H. A. Barnes: The yield stress—a review or ‘ $\pi\alpha\nu\tau\alpha$   $\rho\epsilon\iota$ ’—everything flows, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, (1999) Vol 81: p 133-178.
- [21] B.M. Johnstona, P.R. Johnstona, S. Corney, D. Kilpatrickb : Non-Newtonian blood flow in human right coronary arteries: steady state simulations, *J. of Biomechanics*, (2004) Vol 37: p 709-720.
- [22] V.V. Shelukhin, V.A. Kazhikhov : Bingham Viscoplastic as a Limit of Non-Newtonian Fluids, *Journal of Mathematical Fluid Mechanics*, (2002) Vol 4: p 109-127.
- [23] G. Duvaut, J. L. Lions : Les inéquations en mécanique et en physique, ed. Dunod. (1972), Paris. p 276-323.
- [24] Y.A. Bukhman, V.I. Lipatov, A.I. Litvinov, B.I. Mitelman, Z.P. Shulman: Rheodynamics of nonlinear viscoplastic media, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, (1982) Vol 10: p 215-233.
- [25] T. C. Papanastasiou, A. G. Boudouvis: Flows of viscoplastic materials: Models and Computation, *Computers & Structures*, (1997) Vol 64(No 1-4): p 677-694.
- [26] Paulo. R. Souza Mendes, E.S.S. Dutra: A Viscosity Function for Viscoplastic Liquids, *Annual Transactions Of The Nordic Rheology Society*, (2004) Vol 12.
- [27] M. Keentok, J.F. Milthorpe, E. Odonovan: On the shearing zone around rotating vanes plastic liquids: theory and experiment, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, (1985) Vol 17: p 23-35.
- [28] A. Lindner: L'instabilité de Saffman-Taylor dans les fluides complexes : relation entre les propriétés rhéologiques et la formation de motifs, Doctorat (2000)Université Paris VI, Paris.

- [29] Gray DD, Giorgini A (1976) The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases. *Int J Heat Mass Transfer* 19:545–551
- [30] S. Jarny, P. Monnet, L. David : Rhéométrie locale par vélocimétrie laser, Congrès Francophone de Techniques Laser, (2006), Toulouse.
- [31] J. Peixinho, C. Nouar, C. Desaubrya, B. Théronb: Laminar transitional and turbulent flow of yield stress fluid in a pipe, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, (2005) Vol 128: p 172-184.
- [32] A. Berkoune: Problèmes de mécanique des fluides, Dynamique des fluides incompressibles, edition CHIHAB. (1995), Alger.
- [33] M. Soares, Mônica F. Naccache, Paulo R. Souza Mendes: Heat transfer to viscoplastic materials flowing laminarly in the entrance region of tubes, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, (1999) Vol 20: p 60-67.
- [34] Medale M, Cerisier P (2002) Numerical simulation of Bénard-Marangoni convection in small aspect ratio containers. *Num Heat Trans A* 42:55–72.
- [35] M. Mahfoud, S. Benhadid, M. Lebouché : Frottements et pertes de charge des fluides viscoélastiques dans des conduites rectangulaires, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, (2006) Vol 33: p 580-590.

Boutra, N. Labsi, Y. K. Benkahla, Etude thermique de l'écoulement en convection forcée d'un fluide viscoplastique dans une conduite maintenue à température uniforme : influence de la dissipation visqueuse, Actes du congrès de la SFT (Toulouse-France, 3-6 juin 2008), 103-108.

## Nomenclature

$B_i$	Nombre de Bingham
$D$	Diamètre
$dz, dy, dx$ et $dr$	Variations suivant $z, y, x$ et $r$ respectivement
$E_u$	Nombre d'Euler
$f$	Facteur de perte de charge
$F$	Forces
$g$	Gravite
$H_b$	Nombre de Herschel-Bulkley
$k, k'$	Consistances du fluide
$K_l$	Coefficient de perte de charge singulière
$L, h$	Longueurs
$m$	Constante de régularisation
$M$	Moment du couple
$N$	Nombre de point
$n, n'$	Indices de structure
$Q$	Débit du fluide
$\mathbb{R}$	Coefficient de corrélation de Pearson
$R, r$	Rayons
$R_1$ et $R_2$	Rayons intérieur et extérieur respectivement
$r_c$	Rayon critique
$Re$	Nombre de Reynolds
$Re'$	Nombre de Reynolds généralise
$Re'_c$	Nombre de Reynolds généralise critique
$Re_d$	Nombre de Reynolds calculé à partir de la viscosité différentielle
$Re_n$	Nombre de Reynolds généralise pour un fluide en loi puissance
$S$	Surface
$t$	Temps caractéristique
$T$	Coefficient de corrélation de Teil
$T_u$	Taux de turbulences
$u$	Vitesse locale
$u'$	Fluctuation de vitesse
$U_m$	Vitesse moyenne
$V_{max}, U_{max}$	Vitesse maximale
$\tau$	Contrainte de cisaillement
$\tau_c$	Contrainte seuil
$\tau_p$	Contrainte pariétale
$\gamma$	Tenseur de déformation
$\dot{\gamma}$	Tenseur du taux de cisaillement
$\dot{\gamma}_p$	Taux de cisaillement pariétal
$\rho$	Masse volumique du fluide
$\mu$	Coefficient de viscosité
$\mu_r$	Viscosité relative

$\mu_{sp}$	Viscosité spécifique
$\mu_s$	Viscosité du fluide solvant
$\mu_d$	Viscosité différentielle
$\mu_0, \mu_\infty$	Viscosités newtoniennes initial et final respectivement
$\mu_p$	Viscosité plastique
$\nu$	Viscosité cinématique
$\eta$	Viscosité apparente
$\eta_c$	Viscosité apparente de la conduite
$\Delta P$	Gradient de pression
$\omega$	Vitesse angulaire
$\alpha$	Angle
$\sigma$	Ecart type
$\theta$	Température adimensionnelle $(T-T_i) k / (qh)$
$\Delta\theta$	Différence de température entre les plaques chaudes et froides (K)

#### **Indices et symboles inférieurs**

$av$	valeur moyenne selon le contexte
$c$	central
$cr$	critique
$i$	quantités à l'entrée
$ref$	référence
$sa$	moyenne transversale

#### **Abréviations et symboles**

$CVD$	chemical vapor deposition (dépôts de vapeur chimiques)
$PRB$	écoulement de Poiseuille-Rayleigh-Bénard
$R - T$	désigne une grandeur se rapportant aux rouleaux transversaux
$R - L$	désigne une grandeur se rapportant aux rouleaux longitudinaux
$R - U$	désigne une grandeur se rapportant aux rouleaux en U
$2D$	Bidimensionnel
$3D$	Tridimensionnel