

---

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne démocratique et populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

جامعة سعد حطاب البلدية  
Université SAAD DAHLAB de BLIDA

كلية التكنولوجيا  
Faculté de Technologie

قسم الإلكترونيك  
Département d'Électronique



# **Mémoire de Master**

## **Filière Télécommunication**

### **Spécialité Réseaux & Télécommunications**

présenté par

**DAFFA DAOUDA HOUSSEIN**

**&**

**KOUAKOU KPONGBO AUGUSTIN**

---

## **Modélisation de l'interaction électromagnétique onde-objet**

---

Proposé par : Dr Yacine Bennani

Année Universitaire 2017-2018

# *Dédicaces*

*Nous dédions ce mémoire ...*

*À nos chers parents*

*Aucun sentiment ne saurait exprimer notre respect, notre amour éternel et notre considération pour les sacrifices que vous avez consenti pour notre instruction et notre bien-être.*

*Nous vous remercions pour tout le soutien et l'amour que vous nous portiez depuis notre enfance et j'espère que votre bénédiction nous accompagnera toujours. Que ce modeste travail soit l'exaucement de vos vœux tant formulés et le fruit de vos innombrables sacrifices.*

*Aux personnes*

*Qui nous ont toujours aidé et encouragé, qui étaient toujours à nos côtés, et qui nous ont accompagné durant notre parcours supérieures, mes aimables amis, collègues d'étude, frères et sœurs.*

*Que Dieu les bénisse tous et leurs préserve la santé et le bonheur.*

*Daffa daouda & Kouakou Augustin*

## Remerciements

---

Tout d'abord, ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu voir le jour sans l'aide et l'encadrement de **Dr Yacine Bennani**, nous le remercions pour la qualité de son encadrement exceptionnel, pour sa patience, sa rigueur et sa disponibilité durant notre préparation de ce mémoire.

Nos remerciements s'adressent à **Mr. HEBIB**, pour son aide et son soutien moral et ses encouragements.

Nos remerciements s'adressent également à tous nos professeurs de l'université **USDB** pour leurs générosités et la grande patience dont ils ont su faire preuve malgré leurs charges académiques et professionnelles.

Nous remercions également le membre du Jury pour l'examen de ce travail

Enfin, nos profonds remerciements vont également à toutes les personnes qui nous ont aidés et soutenus de près ou de loin.

---

**ملخص:** إن الهدف من مشروع نهاية الدراسة هذا هو تصميم وفهم التفاعلات بين الموجات الكهرومغناطيسية والهدف أي كان شكله مبسطا أم معقدا

وهذا التفاعل يؤدي إلى العديد من الظواهر المنتشرة (المبعثرة) والتي أخذنا مساراتها المتعددة بدرجة واحد وثان بعين الاعتبار وكذلك الحيود بتوقفات

من أجل فهم وتصميم هذه الظواهر استعملنا أساليب مقارنة لحساب منطقة الرادار المكافئة لهذه الأجسام

الطرق المستخدمة في هذا الحساب هي البصريات الهندسية (ب ه) والفيزيائية (ب ف) والتيارات التكافئ

وقد تم تصميم الأهداف من خلال عمليات مختلفة وتم تقييم النموذج من خلال عمليات محاكاة ومقارنات مع النتائج المنشورة في الأدبيات

---

**Résumé :** L'objectif de ce projet de fin d'étude est la modélisation de l'interaction entre une onde électromagnétique et une cible de forme simple et complexe, cette interaction donne naissance à plusieurs phénomènes de dispersion dont nous avons pris en compte les trajets multiples à l'ordre un et deux ainsi que la diffraction par les arrêtes. Pour modéliser ces phénomènes, nous avons utilisé les méthodes asymptotiques pour calculer la Surface Equivalente Radar (SER) de ces objets. Les méthodes retenues dans le calcul sont l'Optique Géométrique (OG), l'Optique physique (OP) et la méthode des Courants Equivalents (MCE). Les cibles ont été modélisées par un ensemble de facettes triangulaires. Le modèle a été évalué via des simulations et des comparaisons avec les résultats publiées dans la littérature.

**Mots clés :** Surface Equivalente Radar (SER), Optique Physique (OP), Optique Géométrique(OG), Méthode des Courants Equivalents (MCE)

---

**Abstract:** The objective of this final year project is the modeling of the interaction between an electromagnetic wave and a target of simple and complex form. This interaction gives birth to several phenomena of dispersal the multiple routes in the order one and two as well as the diffraction of which we took into account by stop them. To model and take these phenomena, we used the asymptotic methods to calculate the Radar Equivalent Surface (SER) of these objects. The methods held in the calculation are the Geometrical Optics (OG), the physical Optics (OP) and the method of the Equivalent Currents (MCE). Targets were modeled by a set of triangular facets. The model was estimated via simulations and comparisons by using results published in literature.

---

**Keywords: Radar cross section (RCS), Physical Optics (OP), Geometrical Optics (OG),  
Method of the Common (Current) Equivalent (MCE)**

---

## Listes des acronymes et abréviations

CAO : Conception Assistée par Ordinateur

DR : Double Réflexion.

FEM: Fenit Element Method.

FERMAT : Fonctionnalités Pour L'ectromagnetisme et le Radar Par les Méthodes Asymptotiques.

FEKO : FEldberechnung bei Korpern mit beliebiger Oberflache

GPR : Ground Penerating Radar.

MCE : Méthode des Courante Equivalent.

MoM: Method of Moment.

MFIE: Magnetic Field Integral Equation

MLFMM: Multi-Level Fast Multipole Method

PML : Perfectly matched layer

OG : Optique Géométrique.

OP: Optique Physique.

PSR: Primary Surveillance Radar.

RADR: Radio Detection and Ranging.

SER : Surface Equivalente Radar.

SR : Simple Réflexion.

TGD : Théorie Géométrique de la Diffraction.

TPD : Théorie physique de la Diffraction.

TUD : Théorie Uniforme

TE : polarisation Transverse Electrique (polarisation H)

TM : polarisation Transverse Magnétique (polarisation V)

## Table des matières

Introduction générale .....	1
Chapitre 1 Généralités sur la SER .....	3
1.1 Introduction .....	3
1.2 Les Notions fondamentales d'un RADAR.....	3
1.2.1 Définition du Système.....	3
1.2.2 Fonctionnement d'un RADAR.....	4
1.3 Composition d'un RADAR.....	5
1.4 Équation Radar et définition de la SER .....	6
1.4.1 Équation Radar .....	6
1.4.2 Notion de surface équivalente Radar (SER).....	8
1.4.3 Les différentes zones de propagation .....	9
1.5 Configurations des Radars .....	10
1.6 Interaction onde cible .....	11
1.6.1 Mécanismes de dispersion .....	11
a Réflexion spéculaire .....	11
b Diffraction aux arêtes .....	11
c Diffraction par un sommet .....	12
1.7 Polarisation de l'onde électromagnétique .....	12
1.8 Outils de simulation électromagnétique utilisée.....	13
1.8.1 Pofacets.....	13
1.8.2 FEKO .....	16
1.9 Conclusion .....	17
Chapitre 2 Méthodes de calcul du champ EM diffusé .....	18
2.1 Introduction .....	18
2.2 Méthodes de calcul de diffusion EM.....	18

2.2.1	Méthode des moments .....	18
2.2.2	Méthode des différences Finies .....	19
2.2.3	Méthode des éléments finis .....	20
2.3	Méthodes asymptotiques (hautes fréquences).....	20
2.3.1	Méthodes asymptotiques de rayons (OG, TGD, TUD).....	21
a	Optique Géométrique (OG).....	21
b	Le principe de Fermat.....	22
c	Théorie Géométrie de la Diffraction (TGD) .....	22
d	Théorie Uniforme de la Diffraction (TUD) .....	23
2.3.2	Les Méthodes asymptotiques de Courants (OP, MCE, TPD) .....	24
a	Optique Physique (OP) .....	24
b	Théorie Physique de la Diffraction .....	26
c	Méthode de Courantes Équivalentes (MCE) .....	26
2.4	Conclusion.....	27
Chapitre 3	Développement et simulation .....	28
3.1	Introduction .....	28
3.2	Modélisation géométrique d'une cible de forme quelconque .....	28
3.2.1	Conception et maillage d'une cible .....	28
3.2.2	Traitement géométrique de la cible .....	29
3.2.3	Illumination des facettes .....	29
3.2.4	Principe de l'algorithme du peintre.....	30
a	Intersection rayon –triangle.....	30
b	Exemple de validation .....	31
3.3	Champ diffusé par la méthode de l'Optique Physique.....	32
3.3.1	Modélisation du champ électromagnétique diffusé par une facette triangulaire .....	33
3.3.2	Modélisation du champ diffusé par simple réflexion.....	33
3.3.3	Modélisation de la double réflexion.....	35
a	Mise en évidence des facettes éclairées.....	35
3.4	Résultats de simulation.....	36
3.4.1	Plaque carrée : première configuration .....	36



3.4.2	Plaque carrée : deuxième configuration .....	37
3.4.3	Plaque carre avec effet de bord .....	40
3.4.4	Plaque carré en Bi-statique.....	41
3.4.5	Dièdre sans prise en compte de la double réflexion en monostatique	41
3.4.6	SER Dièdre avec double réflexion.....	42
3.4.7	SER d'un cube sur une surface plane en Mono-statique.....	43
3.4.8	SER d'un cube sur une surface plane en Bi-statique .....	45
3.4.9	SER d'une cible complexe-modèle1.....	46
a	SER d'un bateau générique 1 en Mono-statique.....	46
b	SER du bateau générique 1 en Bi-statique.....	47
3.4.10	SER d'une cible complexe-modèle2 .....	48
a	SER Monostatique bateau générique 2 .....	48
b	Comparaison modèle1 et modèle 2 en monostatique .....	49
c	SER Bi-statique bateau générique 2.....	49
3.5	Conclusion .....	51
	Conclusion générale.....	53
	Annexe A, Présentation du logiciel FEKO.....	54
	Annexe B, Développement de méthodes OP et TPD.....	56
	Annexe C, le Matrice de Passage .....	58
	Bibliographie.....	61

## Liste des figures

<i>Figure 1.1.</i> Liaison radar [2]. .....	5
<i>Figure 1.2.</i> Système radar Mono-statique [2].....	5
<i>Figure 1.3.</i> Configuration de l'observation (Mono-statique et Bi-statique).....	7
<i>Figure 1.4.</i> Exemple de SER d'un avion [3]. .....	8
<i>Figure 1.5.</i> Les différentes zones de rayonnement du champ électromagnétique. [4]...	9
<i>Figure 1.6.</i> Réflexion spéculaire.....	11
<i>Figure 1.7.</i> Diffraction aux arêtes. ....	12
<i>Figure 1.8.</i> Diffraction par un sommet. ....	12
<i>Figure 1.9.</i> Base de polarisation et coefficients de Réflexion.....	13
<i>Figure 1.10.</i> Exemple de modélisation graphique.....	14
<i>Figure 1.11.</i> Interface de Pofacets.....	14
<i>Figure 1.12.</i> Exemple de simulation POFACET.....	15
<i>Figure 1.13.</i> Représentation polaire de la SER. ....	15
<i>Figure 1.14.</i> Interface de CADFEKO. ....	16
<i>Figure 1.15.</i> Interface de POSTFEKO.....	17
<b><i>Figure 2.1.</i></b> Maillage typique (a) Méthode des Différences Finies (b) Méthode des Éléments .....	20
<i>Figure 2.2.</i> Rayons de l'optique géométrique en présence d'un obstacle.....	21
<i>Figure 2.3.</i> Cône de KELLER [15]. .....	23
<i>Figure 2.4.</i> Repère général pour l'optique physique. [18].....	25
<i>Figure 3.1</i> Modèle CAO d'une cible et son maillage triangulaire surfacique .....	29
<i>Figure 3.2</i> Intersection rayon – triangle [22] .....	31
<i>Figure 3.3</i> Détermination de facettes illuminées et non illuminées. ....	32
<i>Figure 3.4.</i> Application de l'optique physique à une facette triangulaire.....	34
<i>Figure 3.5.</i> Modélisation de la double réflexion.....	36
<i>Figure 3.6.</i> Configuration de calcul de la SER d'une plaque. ....	37
<i>Figure 3.7.</i> SER monostatique d'une plaque carrée parfaitement conductrice de a=b=1m a f=10 GHz.....	37
<i>Figure 3.8.</i> SER monostatique d'une plaque parfaitement conductrice pour $\varphi = 1^\circ$ . ....	38
<i>Figure 3.9 .</i> SER monostatique d'une plaque parfaitement conductrice pour $\varphi = 30^\circ$ ..	38

<i>Figure 3.10.</i> SER monostatique d'une plaque carrée avec prise en compte de la diffraction. ....	39
<i>Figure 3.11.</i> SER Monostatique avec prise en compte de la diffraction $\phi = 30^\circ$ .....	39
<i>Figure 3.12.</i> Géométrie d'observation.....	40
<i>Figure 3.13.</i> SER Monostatique d'une plaque avec prise en compte de la diffraction par les arêtes.....	40
<i>Figure 3.14.</i> SER d'une plaque carrée en bistatique.....	41
<i>Figure 3.15.</i> SER d'un Dièdre parfaitement conducteur en Monostatique.....	42
<i>Figure 3.16.</i> Modèle géométrique du dièdre parfaitement conducteur 64 facettes.....	42
<i>Figure 3.17.</i> SER monostatique d'un dièdre parfaitement conducteur $a = b = 0.179m$ et $f = 9.4 GHz$ . ....	43
<i>Figure 3.18.</i> Configuration d'un cube présent sur une surface plane.....	44
<i>Figure 3.19.</i> SER Mono-statique d'un cube parfaitement conducteur posé sur une surface plane.....	44
<i>Figure 3.20.</i> Géométrie de l'observation.....	45
<i>Figure 3.21.</i> SER Bi-statique d'un cube parfaitement conducteur posé sur une surface plane à 10GHz. ....	45
<i>Figure 3.22.</i> Maillage en facettes triangulaires du bateau.....	46
<i>Figure 3.23.</i> SER Monostatique du bateau générique 1.....	47
<i>Figure 3.24.</i> SER en Bistatique du Bateau générique 1 .....	47
<i>Figure 3.25.</i> Géométrie d'observation en monostatique du bateau générique 2 .....	48
<i>Figure 3.26.</i> SER Monostatique bateau générique 2.....	48
<i>Figure 3.27.</i> SER model 1 et 2 en monostatique (simple et double réflexion).....	49
<i>Figure 3.28.</i> Géométrie d'observation 1.....	50
<i>Figure 3.29.</i> SER en bistatique du bateau générique 2 première configuration .....	50
<i>Figure 3.30.</i> Géométrie d'observation 2.....	51
<i>Figure 3.31.</i> SER en bistatique du bateau générique 2 deuxième configuration.....	51
<i>Figure A.1</i> Quelques champs d'application du logiciel FEKO. ....	54
<i>Figure A. 2</i> Les différentes méthodes de résolution numérique des équations de Maxwell utilisées par FEKO.....	55
<i>Figure A.3</i> Flot de simulation sous FEKO. ....	55



# Introduction générale

---

On désigne sous le nom de radar (*Radio Detection and Ranging*) un système qui illumine une portion de l'espace avec une onde électromagnétique et reçoit les ondes réfléchies par les objets qui s'y trouvent, ce qui permet de détecter leur existence et (sauf exception rare) de déterminer certaines caractéristiques de ces objets. Ces caractéristiques sont variables : il peut s'agir de la position horizontale des objets, de leur altitude, de leur vitesse et parfois de leur forme, la détermination de ces données permettant au radar de renseigner l'utilisateur, mais aussi d'éliminer un grand nombre d'objets indésirables pour ne conserver que les « cibles » intéressantes.

Le système radar est utilisé dans plusieurs champs d'application, notamment dans le cadre de la surveillance maritime la présence d'un objet et sa distance (avion, bateau, réflecteur, pluie). La surveillance maritime (caractérisation et détection des navires) est de plus en plus exigeante en termes de connaissance précise de la surface maritime et les objets se trouvant sur cette surface. Le problème donc de la détection intervient lorsque les objets sont de formes complexes .De nos jours avec l'évolution des technologies et les différentes configurations et méthodes, les scientifiques ont tenté à pallier ce problème.

Pour calculer la surface équivalente radar (SER) ou pour le calcul de bilan de puissance entre le dispositif d'émission et celui de la réception nous avons étudié et simulé la surface équivalente radar dans deux configurations qui sont :

- Cas Bi-statique l'émetteur/récepteur radar se localisent à différents endroits par rapport à la cible observée.
- Cas Mono-statique l'émetteur/récepteur se situent sur la même plateforme

## ***Organisation du mémoire***

Le Travail présenté dans ce mémoire consiste à estimer la surface équivalente Radar (SER) d'objets simples et complexes en utilisant une combinaison des méthodes asymptotiques tels que l'Optique Géométrique (OG), l'Optique Physique (OP) pour la modélisation de phénomènes de trajets multiples et la méthode des courants équivalents (MCE) pour la prise en compte de la diffraction par les bords. La réalisation de tels calculs nécessite la mise en œuvre d'outils logiciels performants. L'étude décrite dans ce mémoire porte donc sur le développement d'un moyen de calcul informatique pour simuler la SER.

Cette étude est organisée en trois chapitres :

Le premier chapitre présente de façon générale le Radar en donnant ses notions fondamentales puis les généralités sur la surface équivalente radar (SER) et les différents logiciels de calculs utilisés de celle-ci.

Le deuxième chapitre quant à lui montre les méthodes de modélisation de l'interaction entre l'onde électromagnétique et une cible dans le but de calculer le champ total diffusé et en déduire la surface équivalente radar (SER).

Enfin Le troisième chapitre donne les différents résultats de calculs de la surface équivalente radar (SER) d'objets simples et complexes obtenus et leurs interprétations puis une comparaison entre les résultats de la simulation sous MATLAB et ceux des différents logiciels utilisés FEKO, POFACTS .

# Chapitre 1 Généralités sur la SER

---

## 1.1 Introduction

Les progrès technologiques dans le domaine du radar, et les différentes études menées ont permis aux différents scientifiques de montrer comment modéliser le calcul de la réponse électromagnétique diffusée. Aussi la forme des différents objets affectent cette dernière. Les difficultés rencontrées dans le calcul de la Surface Equivalente Radar (SER) peuvent être ramenée à un calcul d'ensemble d'objets dont la forme est simple et dont le résultat global est obtenu en additionnant vectoriellement ceux-ci.

D'abord ce premier chapitre présente de façon générale le Radar en donnant ses notions fondamentales puis les généralités sur la surface équivalente radar (SER) et les différentes méthodes de calcul de celle-ci. Ensuite les différents phénomènes de dispersion qui naissent de la rencontre entre une onde électromagnétique et une cible de forme complexe. Enfin ce premier chapitre se termine par un bref aperçu de quelques outils de simulation de la réponse rétrodiffusée tels que POFACETS et FEKO.

## 1.2 Les Notions fondamentales d'un RADAR

### 1.2.1 Définition du Système

Le Radar est un appareil de détection qui émet des ondes radioélectrique et en reçoit l'écho, permettant ainsi de déterminer la position d'un objet (avions, bateaux...) La localisation d'objets impose une mesure de la distance et une mesure angulaire. Les radars se différencient entre eux par la manière dont ils explorent l'espace à l'aide de leur antenne. Plusieurs critères définissent leurs performances : pouvoir discriminatoire, précision en distance, volume de confusion. Les radars intègrent dans

leur technologie des chaînes d'émission réception. De conception assez variée, certaines antennes sont maintenant actives ; utilisant le déphasage et l'amplification, elles augmentent considérablement les capacités des radars.

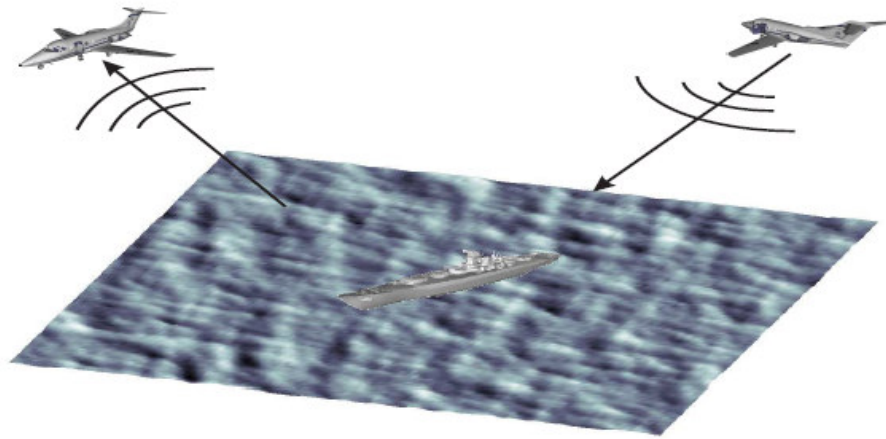
Le nom nous dit l'essentiel à l'origine *Ranging* : mesure de distance par ondes électromagnétiques ou " Radio ". Il est entendu implicitement que c'est une technique " active " : les ondes sont volontairement produites et non spontanément émises par la cible, ce qui relèverait de la radiométrie (technique " passive ").

Les ondes radio ont des applications multiples et bien connues. Toutes ont un point commun : elles servent à transporter sans fil de l'information. Celle-ci est caractérisée par son spectre de fréquences du téléphone (300 à 3 000 Hz) à la musique " Hi-Fi " (15 à 20 000 Hz), la télévision (quelques MHz) jusqu'au radar (quelques dizaines de kHz à quelques centaines de MHz). Cette information modifie (on dit : module) l'onde qui la transporte, qu'on appelle justement onde porteuse, et dont la fréquence est beaucoup plus élevée [1].

### **1.2.2      Fonctionnement d'un RADAR**

Le radar est un système qui permet d'extraire des informations (vitesse, distance...) à propos d'un objet distant (véhicule, avion, bateau...), et ceci dans différentes conditions météorologiques (Pluie, brume, neige...) et de jour comme de nuit. Ces informations sont collectées à partir des ondes électromagnétiques réfléchies par l'objet. Quand les ondes émises rencontrent la cible, une partie de l'onde émise est absorbée par les matériaux constituant la cible et l'autre partie est diffusée dans différentes directions. Les ondes diffusées par la cible en direction du radar sont collectées ensuite par l'antenne de réception. Le principe de fonctionnement du radar est illustré à la figure 1.1



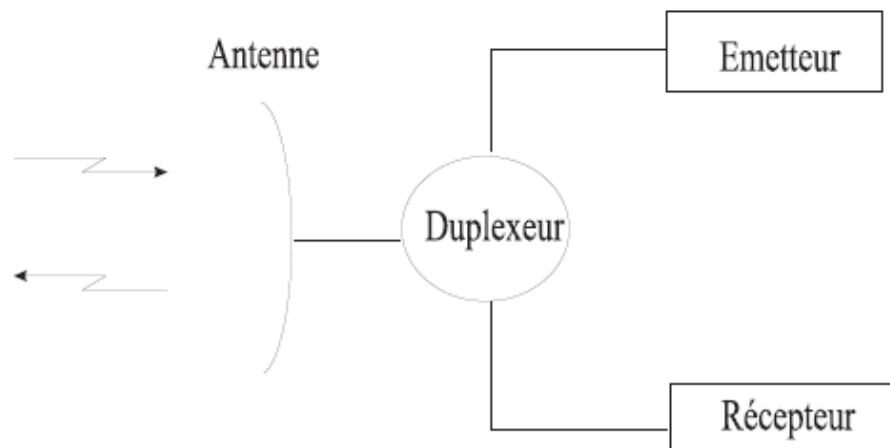


**Figure 1.1.** Liaison radar [2].

Les ondes reçues par le radar dépendent de plusieurs paramètres (notamment la fréquence, position de la cible par rapport au radar, caractéristiques physiques de la cible...), elles sont ensuite analysées pour en extraire les informations relatives à la cible (vitesse, position, direction...).

### 1.3 Composition d'un RADAR

Un système radar est constitué de plusieurs composantes :



**Figure 1.2.** Système radar Mono-statique [2].

– **L'antenne** : représente la partie la plus visible du système. C'est l'interface entre le système radar (système électronique pour générer et traiter les signaux électriques) et l'espace (ou le domaine d'observation). En effet, une antenne est un élément qui transforme les signaux électriques en une onde électromagnétique. La transformation

peut également se faire en sens inverse lorsque l'antenne est utilisée en mode réception. Lors de la transmission, le rôle de l'antenne est de focaliser l'onde électromagnétique, et de concentrer son énergie dans une direction précise.

– **Le duplexeur** : il est utilisé dans les systèmes radars mono-statique (l'unique antenne du système est utilisée pour l'émission et la réception). C'est un commutateur électronique qui alterne le fonctionnement du système entre le mode transmission et le mode réception. Pendant la phase de transmission, il se charge de connecter l'antenne à l'émetteur et de la déconnecter du récepteur. Le récepteur doit être parfaitement isolé de l'émetteur lors de la transmission pour éviter d'endommager les composants sensibles du récepteur par les impulsions de forte puissance émises. Le commutateur débranche l'émetteur et connecte le récepteur à l'antenne pour passer en mode réception.

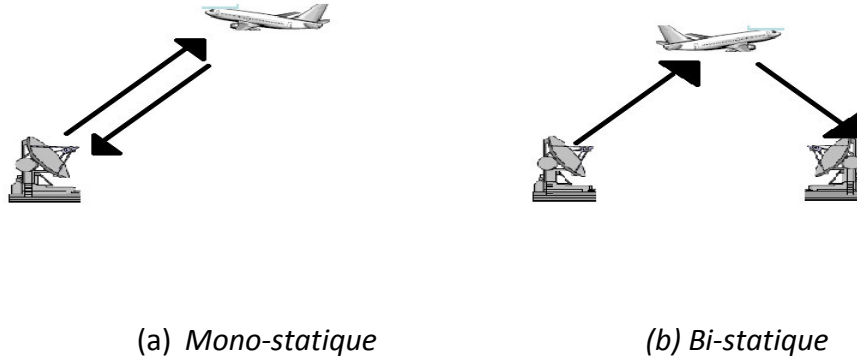
– **L'émetteur** : représente tout le système électronique qui permet de générer des impulsions électromagnétiques.

– **Le récepteur** : représente le système électronique qui permet de traiter les signaux réfléchis. Il permet notamment de séparer les signaux utiles des signaux indésirables (bruit, interférences...). Il amplifie les signaux utiles sans déformation afin de traiter et extraire les informations recherchées (position et vitesse si la cible est mobile...).

## 1.4 Équation Radar et définition de la SER

### 1.4.1 Équation Radar

L'équation du radar traduit l'influence de phénomènes physique sur la puissance rayonnée, la propagation de l'onde, et jusqu'à la réception du signal réfléchi (écho). L'équation du radar permet de réaliser une estimation des performances d'un système radar. Dans le cas général, l'émetteur et le récepteur radar se localisent à différents endroits par rapport à la cible comme le montre la Figure 1.3. Ce qui correspond à une configuration Bi-statique. Dans le cas, où l'émetteur et le récepteur se situent sur la même plateforme, l'onde est reçue par la même antenne, le radar est dit Mono-statique.



**Figure 1.3.** Configuration de l'observation (Mono-statique et Bi-statique).

La puissance reçue par le récepteur est donnée par l'équation radar. Cette équation s'exprime en fonction de plusieurs termes qui sont dus à la propagation de l'onde dans l'atmosphère, aux caractéristiques de la cible ainsi qu'aux antennes d'émission et de réception. Son expression en Bi-statique est donnée par l'équation suivante :

$$P_r = \frac{P_t G_t}{L_t} \frac{1}{4\pi r_t^2} \frac{1}{l_{mt}} \times \sigma \frac{1}{4\pi R_t^2} \frac{1}{l_{mr}} \times \frac{G_r \lambda_0^2}{4\pi L_r} \times \frac{1}{L_p} \quad (1.1)$$

Avec :

$P_t$  : Puissance émise.

$G_t$  : Gain de l'antenne émettrice

$L_t$  : Facteur de pertes à l'émission.

$L_r$  : Facteur de pertes à réception.

$r_t$  : Distance entre la cible et l'émetteur

$\sigma$  : SER en  $m^2$

$L_{mr} L_{mt}$  : Facteur de perte du milieu

$R_t$  : Distance récepteur –cible.

$G_r$  : Gain de l'antenne réceptrice.

$L_p$  : Facteur de pertes dues à la polarisation

Dans le cas Mono-statique où l'antenne d'émission est utilisée comme antenne de réception, on a  $G_t = G_r$ ,  $R_t = r_t$ ,  $L_t = L_m = L_r$ , et  $L_{mt} = L_{mr}$ . L'expression de l'équation radar peut se réduire à :

$$P_r = \frac{P_t G_t^2 \lambda_0^2 \sigma}{4\pi^3 r_t^4} \quad (1.2)$$

### 1.4.2 Notion de surface équivalente Radar (SER)

La quantité d'énergie rétrodiffusée par un objet éclairé par une onde électromagnétique est définie par sa SER notée  $\sigma$ . Cette surface  $\sigma$  dépend de la géométrie d'observation, des caractéristiques géométriques et physiques de la cible et aussi de la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde électromagnétique à l'émission. Un exemple de SER est illustré à la figure 1.4, Son expression simplifiée (en polarisation  $vv$  ou  $hh$ ) est donnée par les expressions (1.3) et (1.4).

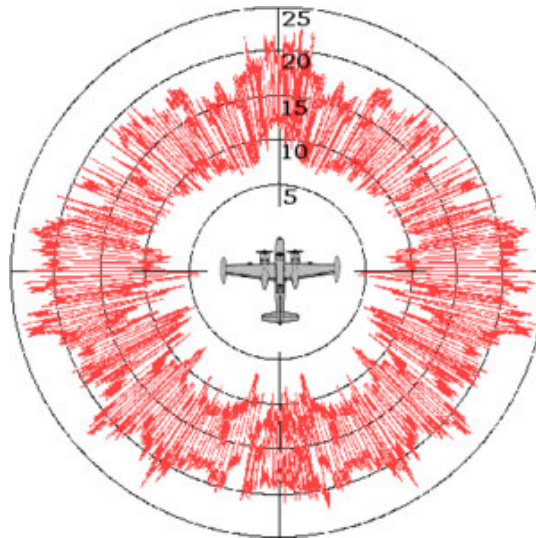


Figure 1.4. Exemple de SER d'un avion [3].

$$\text{Polarisation verticale : } \sigma_{vv} = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{|E_\theta^S|^2}{|E_\theta^i|^2} \quad (1.3)$$

$$\text{Polarisation horizontale : } \sigma_{hh} = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{|E_\phi^S|^2}{|E_\phi^i|^2} \quad (1.4)$$

Avec  $E_{\theta}^S$  et  $E_{\phi}^i$  sont les coordonnées sphériques du champ électromagnétique

La SER est définie comme la mesure du degré de réflectivité d'un objet, ceci implique une dépendance des paramètres propres à l'onde incidente et à la cible comme :

- La polarisation de l'onde incidente.
- La fréquence.
- La géométrie globale de la liaison.
- La forme et les matériaux de la cible.

### 1.4.3 Les différentes zones de propagation

L'onde électromagnétique n'a pas les mêmes propriétés de propagation dans tout l'espace entourant une source. Pour modéliser la propagation d'une onde dans un environnement global, il convient donc de découper l'espace en différentes zones. Classiquement, en s'éloignant de l'antenne émettrice, on distingue quatre zones de propagation, figure 1.5, ce qui entraîne que les caractéristiques de diffusion d'une cible sont fortement dépendantes de la fréquence de l'onde incidente. Pour le calcul de la SER nous nous intéressons uniquement aux trois zones.

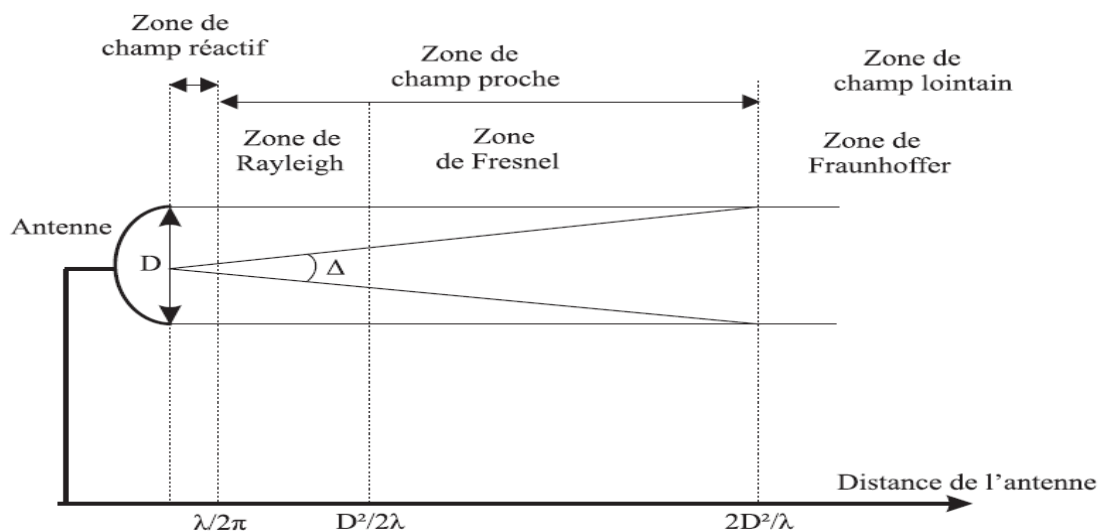


Figure 1.5. Les différentes zones de rayonnement du champ électromagnétique. [4]

-La zone de champ réactif elle se situe à une fraction de longueur d'onde de la source, généralement entourant immédiatement la source ou la structure rayonnante  $\leq \lambda/2\pi$ .

Dans cette zone, les ondes sont évanescentes et les phénomènes de propagation sont négligeables devant les phénomènes radiatifs.

-**La zone de Rayleigh** elle se situe à des distances de l'antenne comprises entre  $\lambda/2\pi$  et  $D^2/2\lambda$ ,  $D$  étant la plus grande dimension de l'antenne. L'énergie électromagnétique est confinée dans un cylindre autour de l'ouverture rayonnante.

-**La zone de Fresnel** c'est une zone intermédiaire située entre  $D^2/2\lambda$  et  $2D^2/\lambda$ . L'onde diverge naturellement. A la limite supérieure de la zone de Fresnel, l'ouverture vue de l'antenne est égale à la largeur angulaire du lobe principal  $2\lambda/D$ . Cette règle permet de déterminer la limite supérieure  $L$  de la zone de Fresnel [5] :

$$\tan\left(\frac{\Delta}{2}\right) = \frac{D}{2L} \approx \frac{\Delta}{2} = \frac{\lambda}{D} \quad (1.5)$$

$$\rightarrow L = \frac{2D^2}{\lambda} \quad (1.6)$$

Associée à la zone de Rayleigh, ces deux zones constituent la zone de champ proche de l'antenne.

-**La zone de Fraunhofer** elle se situe au de-là de  $2D^2/\lambda$  et elle constitue ce que l'on appelle la zone de champ lointain de l'antenne. L'énergie rayonnée est confinée dans un faisceau conique et les ondes sont localement planes.

## 1.5 Configurations des Radars

Selon l'emplacement des antennes émettrice et réceptrice, on distingue deux types de configurations radar : monostatique et multistatique. Dans une configuration monostatique (voir figure 1.3a), l'émetteur et le récepteur partagent tous les deux la même antenne. A l'inverse, dans une configuration multistatique, le système peut posséder plusieurs antennes. Par exemple en bistatique (voir figure 1.3b) nous avons une antenne en émission et une autre en réception. Le fait de posséder plusieurs antennes permet au système de collecter plus d'informations sur la scène observée. La configuration Bistatique représente le cas multistatique le plus répandu et le plus simple à mettre en œuvre. Chaque configuration offre ses propres avantages et inconvénients et le choix d'utilisation dépend principalement de l'application envisagée. L'un des avantages de la configuration monostatique est qu'elle permet de

réduire le cout de mise en œuvre (ressources partagées) et elle est plus simple à déployer. Par contre, l'information extraite est limitée car seul le signal rétrodiffusé est exploité. D'autre part, dans un contexte de guerre, l'ennemi peut détecter et localiser facilement le radar émetteur dans une telle configuration. Dans une liaison multistatique, la détection et la localisation du radar sont plus compliquées à cause de la séparation des antennes émettrice et réceptrice (problème de synchronisation). L'un des plus grands avantages de la configuration multistatique est le volume important d'informations récupérées sur la cible et la zone observée.

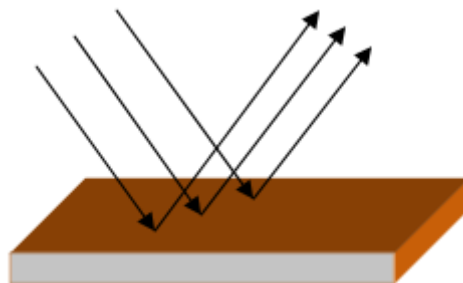
## 1.6 Interaction onde cible

### 1.6.1 Mécanismes de dispersion

La dispersion sur un objet d'une onde électromagnétique se produit en haute fréquence quand la longueur d'onde incidente est très petite par rapport aux dimensions de la cible. Ces mécanismes de dispersion sont les suivants :

#### *a Réflexion spéculaire*

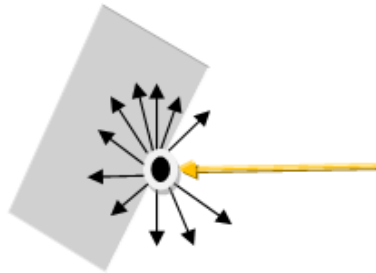
La réflexion est dite spéculaire lorsque le rayon incident donne naissance à un rayon réfléchi unique. Idéalement, l'énergie du rayon incident se retrouve totalement dans le rayon réfléchi, en pratique une partie de l'énergie peut être absorbée, diffusée ou réfractée au niveau de l'interface. Dans le cas d'une plaque, si l'onde émise est perpendiculaire à la cible l'onde réfléchie se dirige alors vers la source.



**Figure 1.6.** Réflexion spéculaire.

#### *b Diffraction aux arêtes*

Elles se produisent lorsque l'onde est perpendiculaire aux arêtes. Elles dépendent donc de la polarisation de l'onde.



**Figure 1.7.** Diffraction aux arêtes.

**c Diffraction par un sommet**

Cette diffraction est illustrée sur la figure 1.8



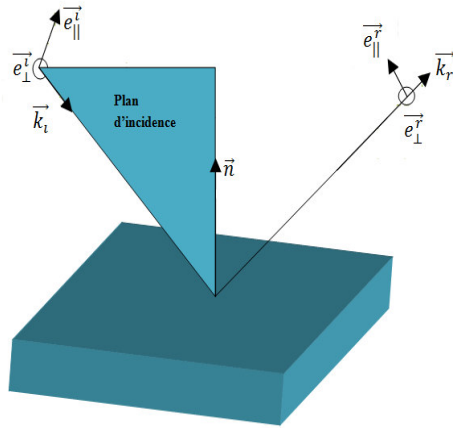
**Figure 1.8.** Diffraction par un sommet.

L'ensemble de ces mécanismes de dispersion sont nombreux et il est très difficile de les prendre en compte dans les modèles de calcul de la SER.

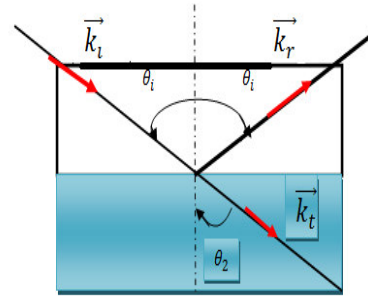
## 1.7 Polarisation de l'onde électromagnétique

Le comportement des vecteurs électrique et magnétique (constituant l'onde incidente et réfléchi), au cours de la propagation de l'onde est décrit par la polarisation de cette onde. Cette polarisation indique les directions que prend le vecteur champ électrique dans le plan orthogonal au vecteur d'onde  $\vec{k}_i$  comme l'indique la figure 1.9a. La composante normale





(a) Base de polarisation de l'onde incidente et réfléchi respectivement.



(b) Réflexion et transmission d'une onde électromagnétique entre deux milieux

**Figure 1.9.** Base de polarisation et coefficients de Réflexion

$$\begin{cases} \vec{e}_i^{\parallel} = \frac{\vec{k}_i \times \vec{n}_i}{\|\vec{k}_i \times \vec{n}_i\|} \\ \vec{e}_i^{\perp} = \vec{k}_i \times \vec{e}_i^{\parallel} \end{cases} \quad (1.7)$$

du champ électrique au plan d'incidence est appelée la composante Transverse Electrique (TE), ou encore composante perpendiculaire. Elle est portée par le vecteur  $\vec{e}_i^{\perp}$ , son expression est donnée par l'équation 1.7. A l'inverse, la composante du champ électrique appartenant au plan d'incidence est appelée Transverse Magnétique (TM) ou parallèle. Où  $\vec{e}_i^{\parallel}$  représente le vecteur unitaire contenu dans le plan d'incidence formé par les vecteurs  $(\vec{k}_i, \vec{n})$  et perpendiculaire à  $\vec{k}_i$ .  $\vec{e}_i^{\perp}$  est un vecteur unitaire perpendiculaire au plan d'incidence.

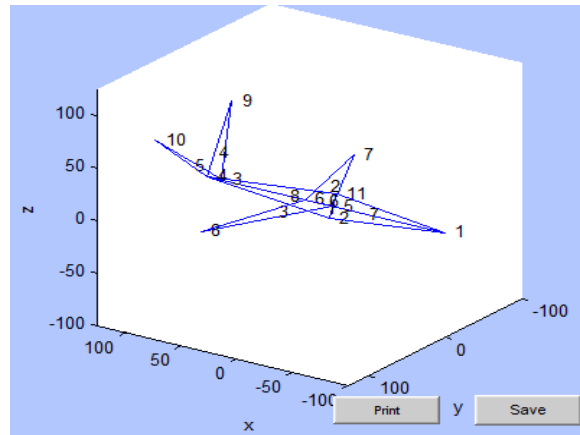
## 1.8 Outils de simulation électromagnétique utilisée

### 1.8.1 Pofacets

**POFACETS** : POFACETS est un outil de simulation électromagnétique utiliser pour le calcul de la SER il a été développé en 2004. Le programme met en œuvre deux tâches principales :

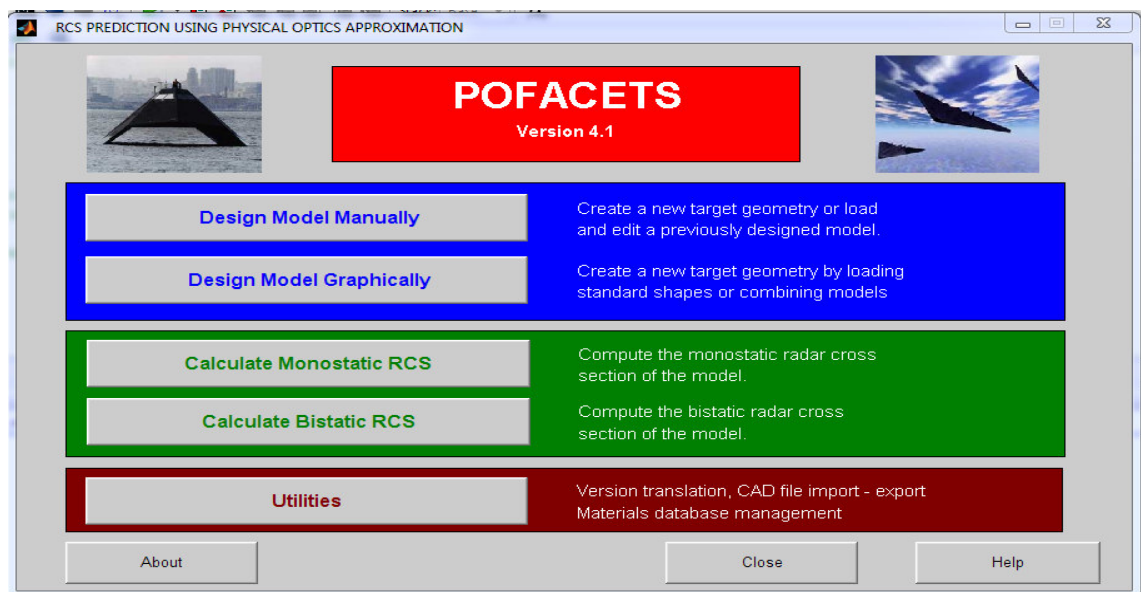
- Target Model Design

- Modélisation de la surface en utilisant des facettes triangulaires.
- Les nœuds sont définis par leur coordonnées  $x, y, z$ .
- Les facettes sont définies par 3 nœuds.



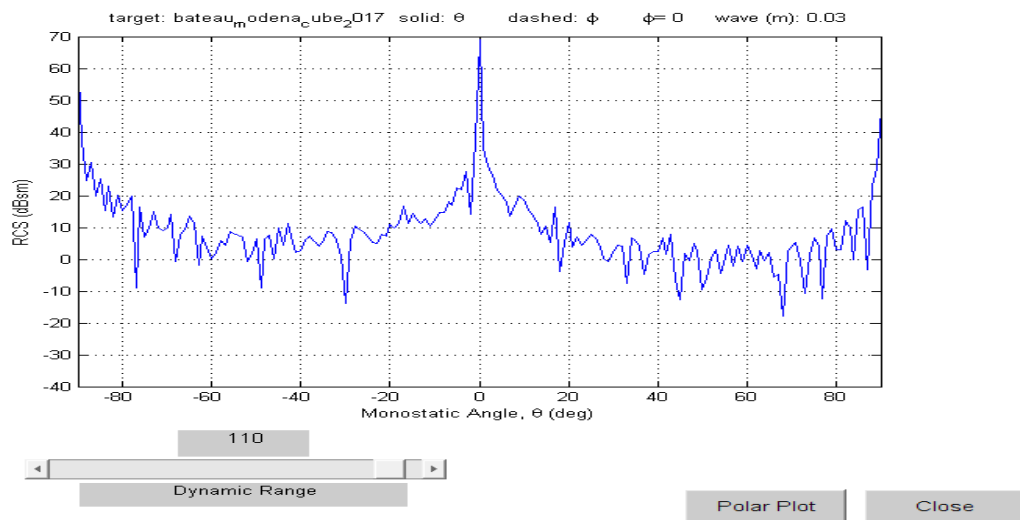
**Figure 1.10.** Exemple de modélisation graphique.

- Calcul de la Surface Equivalente Radar
  - Cas Mono-statique ou Bi-statique.
  - Utilisation de l'optique physique pour le calcul du courant sur les facettes illuminées.



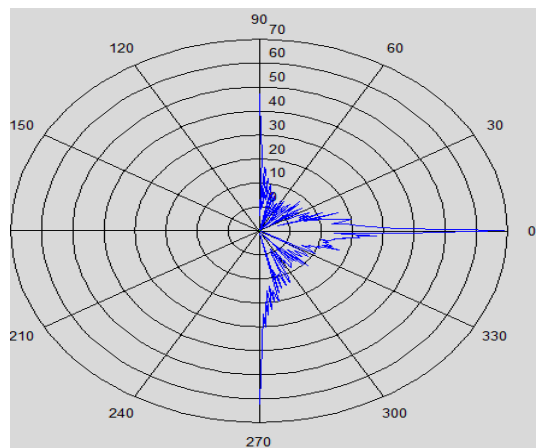
**Figure 1.11.** Interface de Pofacets.

Nous avons effectué un exemple de simulation. La figure 1.12 représente la SER d'un bateau en configuration Mono-statique à une fréquence de 10GHz effectuée avec POFACT.



**Figure 1.12.** Exemple de simulation POFACT.

En utilisant la même cible nous avons changé l'affichage du résultat. La figure 1.13 montre le résultat en utilisant un graphe polaire

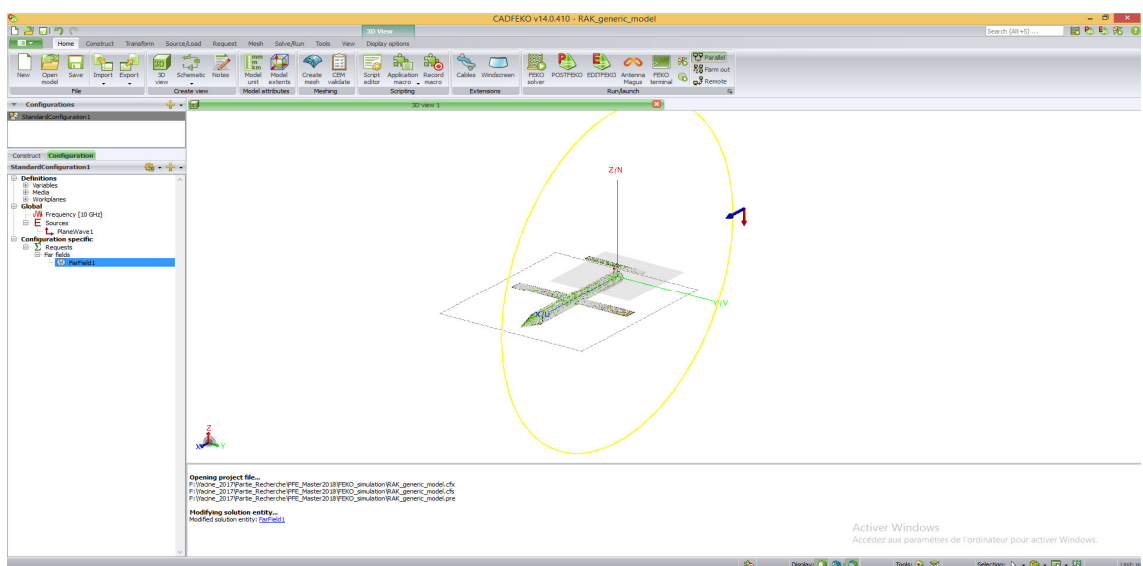


**Figure 1.13.** Représentation polaire de la SER.

## 1.8.2 FEKO

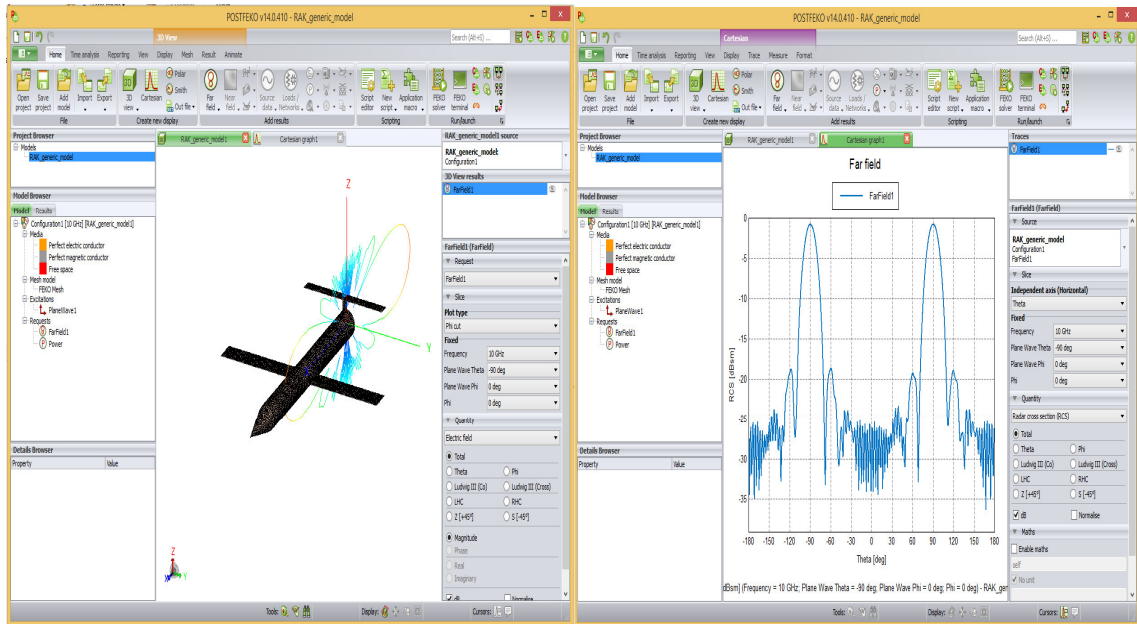
FEKO est un logiciel de simulation électromagnétique permettant la résolution des problèmes de méthodes numériques ou plus précisément les équations de Maxwell. L'interface d'utilisateur FEKO comprend les composants CADFEKO, POSTFEKO, EDITFEKO, SECFEKO.

- CADFEKO : est employé pour créer et mailler la géométrie, et pour définir les arrangements de solution et les conditions de calcul dans un environnement graphique.



**Figure 1.14.** Interface de CADFEKO.

POSTFEKO : C'est un outil de visualisation, Une fois les simulations effectuées, on le lance à partir de CADFEKO. POSTFEKO permet de charger directement les résultats du modèle ouvert sous CADFEKO. Il est possible d'afficher sous POSTFEKO des résultats provenant de différents fichiers. A partir de POSTFEKO, nous pourrions faire apparaître les résultats soit sous forme 3D autour du modèle géométrique ou bien sous la forme de graphe en 2D, comme le montre la figure suivante :



**Figure 1.15.** Interface de POSTFEKO.

Il existe d'autres outils de simulations électromagnétiques telles que HFSS, CST etc. Dans le cadre de notre étude nous avons utilisé POFACET et FEKO. Nous avons fait une présentation sur le logiciel FEKO dans l'annexe A.

## 1.9 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié les généralités sur le Radar, ensuite nous avons donné la définition de la surface équivalente radar (SER) avec une présentation des différents mécanismes de dispersion qui sont nés lors de l'interaction entre une onde électromagnétique et un objet sous observation. Enfin nous avons terminé ce chapitre avec un survol sur les différents outils de simulation de la surface Equivalente Radar que nous avons utilisé pour valider notre model de calcul de la SER.

# Chapitre 2 Méthodes de calcul du champ EM diffusé

---

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous nous orientons principalement sur les méthodes de la modélisation de la réaction du champ électromagnétique suite à la rencontre de la cible. L'interaction entre une onde électromagnétique et une cible semble inenvisageable par des méthodes rigoureuses compte tenu de l'espace mémoire et du temps de calcul nécessaire. De ce fait la mise en œuvre de méthodes asymptotiques analytiques s'avère être une solution.

## 2.2 Méthodes de calcul de diffusion EM

Les méthodes de résolution des problèmes de la diffusion électromagnétique peuvent être classifiées en trois catégories : analytiques, asymptotiques et numériques. Avant tout, il est important de souligner qu'il n'existe pas une méthode « parfaite » applicable dans tous les cas de figure. Chaque méthode à ses avantages et ses inconvénients et nécessite une certaine analyse critique. Une méthode peut être plus précise mais peut prendre trop de temps de calcul ou être moins performante voire complètement inapplicable sous certaines conditions. Connaître les caractéristiques principales de ces méthodes est nécessaire avant de choisir une approche parfaitement adaptée à notre problématique.

### 2.2.1 Méthode des moments

C'est une méthode surfacique, elle sert à résoudre les équations intégrales surfaciques et est basée sur le développement de leurs solutions sur des fonctions de bases [6]. Les

équations intégrales surfaciques sont les EFIE (Electric Field Integral Equation), MFIE (Magnetic Field Integral Equation) et CFIE (Combined Field Integral Equation) [7]. Elles sont très utilisées pour modéliser le comportement électromagnétique d'objets homogènes et de grande taille pouvant alors être maillés de façon surfacique mais deviennent inadaptées pour des matériaux hétérogènes et des objets complexes. En appliquant la MoM avec des fonctions de base portes et des fonctions de test de Dirac, les équations sont discrétisées et le système couplé s'écrit sous la forme matricielle :

$$\bar{Z}X = b. \quad (2.1)$$

Où  $\bar{Z}$  est la matrice impédance,  $b$  est la donnée du problème.

Le vecteur  $X$  contient les inconnues du problème, se décompose-en :

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Où  $X_1$  et  $X_2$  contiennent les inconnues surfaciques des courants  $J_1, J_2$  des équations (2.3) et (2.4), respectivement.

$$X_1 = [J_1(R_1^1) \dots J_1(R_1^{N_1})]^T \quad (2.3)$$

$$X_2 = [J_2(R_2^1) \dots J_2(R_2^{N_2})]^T \quad (2.4)$$

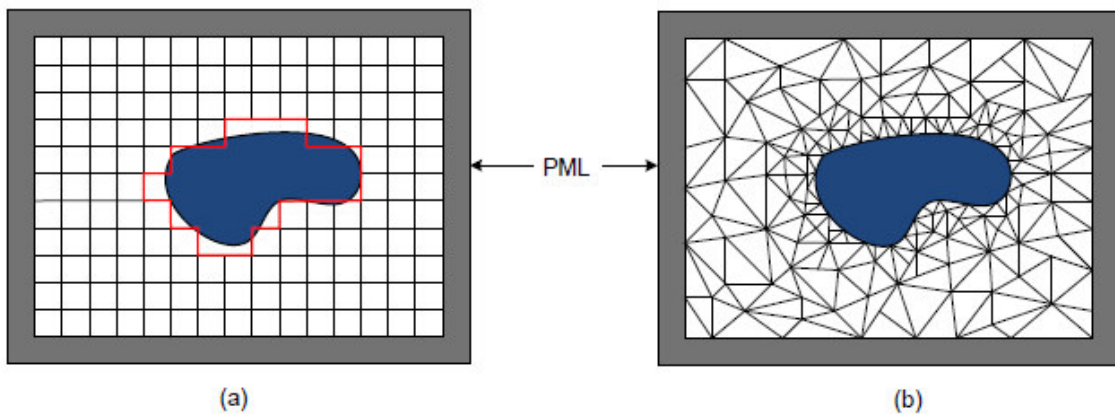
Où l'exposant T désigne la transposée et  $N_1$  et  $N_2$  sont les nombres d'inconnues des surfaces des diffuseurs 1 et 2, respectivement. Ainsi,  $X_1$  est de taille  $N_1$  et  $X_2$  est de taille  $N_2$ .

### 2.2.2 Méthode des différences Finies

Le principe de base de la Méthode des Différences Finies consiste à discrétiser le domaine d'étude avec des grilles régulières et d'approcher les équations différentielles sur chaque nœud des grilles par la série de Taylor [8]. L'avantage majeur de cette méthode est qu'aucune matrice ne doit être sauvegardée [9]. Ceci permet la résolution de systèmes très larges. L'autre avantage est qu'elle est bien adaptée à la modélisation du problème de la propagation dans le domaine temporel. Cependant, la discrétisation de systèmes par des grilles régulières pose la difficulté de modélisation du système de grande courbure comme le montre la figure (2.1a).

### 2.2.3 Méthode des éléments finis

La méthode est basée sur une formulation variationnelle des équations différentielles [10,11]. L'avantage principal par rapport à la Méthode des Différences Finies est qu'elle est très bien adaptée pour une géométrie complexe comme le montre la figure (2.1b). En outre, elle présente l'avantage concernant la stabilité et la convergence de calcul [12]. Son inconvénient est qu'elle demande plus de temps de calcul et plus de taille de mémoire. En outre, elle n'est pas bien adaptée pour modéliser les champs dans le domaine temporel.



**Figure 2.1.** Maillage typique (a) Méthode des Différences Finies (b) Méthode des Éléments Finis [12].

## 2.3 Méthodes asymptotiques (hautes fréquences)

Dans cette famille nous retrouvons des méthodes qui établissent un développement asymptotique du champ rayonné à grande distance (**méthodes asymptotiques de rayons**), et d'autres qui se basent sur un développement asymptotique du courant induit sur la surface de la cible (**méthodes asymptotiques de courants**). Dans les deux cas, ces méthodes ont un domaine de validité restreint au domaine des hautes fréquences. Ceci signifie que les dimensions de l'obstacle sont grandes devant la longueur d'onde.



### 2.3.1 Méthodes asymptotiques de rayons (OG, TGD, TUD)

Les méthodes orientées rayon sont des méthodes qui se basent sur un développement asymptotique du champ rayonné sous l'hypothèse que l'obstacle est de très grande taille par rapport à la longueur d'onde.

#### a Optique Géométrique (OG)

La méthode de l'Optique Géométrique (OG) se base sur le principe de Fermat, il a été établi qu'en espace libre, l'onde électromagnétique se propage selon des rayons rectilignes. De plus, la résolution de l'équation eikonal et de l'équation de transport [13], respectivement vérifiées par la fonction de phase et par l'amplitude des champs de la solution asymptotique proposée, a permis de déterminer l'expression des champs électromagnétiques en tout point d'un rayon dès qu'on connaît le champ en un point de ce rayon. Cette expression est donnée par [14] :

$$\vec{U}(R) = \exp(-jkr) \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1+r)(\rho_2+r)}} \vec{U}_0 \quad (2.5)$$

$r$  est la distance entre les points  $O$  et  $R$  sur le rayon considéré.  $\rho_1$  et  $\rho_2$  sont les rayons de courbures du front d'onde au point  $O$ .

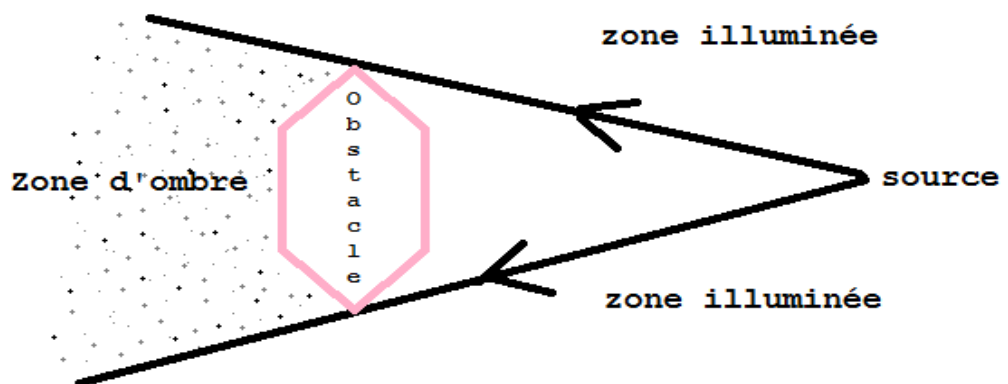


Figure 2.2. Rayons de l'optique géométrique en présence d'un obstacle.

Lorsqu'un pinceau de rayons incidents intercepte une surface  $S$ , il donne naissance à un pinceau de rayons réfléchis. Le principe de Fermat a permis de déterminer la direction de ces rayons réfléchis.

### ***b Le principe de Fermat***

Ce principe permet de déterminer les trajectoires des rayons. Ainsi, dans un milieu homogène, les rayons se propagent suivant des lignes droites. Il permet également de retrouver les lois de Snell-Descartes établies en 1637 qui régissent la réflexion et la réfraction d'une onde. Considérons une interface entre deux milieux homogènes de permittivités relatives  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  et d'indices de réfraction  $n_1 = \sqrt{\epsilon_1}$  et  $n_2 = \sqrt{\epsilon_2}$ , et un rayon incident suivant la direction  $\vec{n}_i$ . On définit la normale  $\vec{n}$  à l'interface au point d'interaction, la direction de propagation du rayon réfléchi  $\vec{n}_r$  et la direction du rayon réfracté  $\vec{n}_t$ . Ces notations permettent d'introduire les plans d'incidence, de réflexion et de réfraction définis par la normale à l'interface au point d'interaction et respectivement le rayon incident, le rayon réfléchi et le rayon réfracté.

### **Lois de Snell-Descartes (1637)**

Pour un rayon incident, il existe un seul rayon réfléchi et, au plus, un seul rayon réfracté et, les plans d'incidence, de réflexion et de réfraction sont confondus [15].

Les angles de réflexion et de réfraction vérifient :

$$\sin(\theta_i) = \sin(\theta_s) \quad (2.6)$$

$$n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_s) \quad (2.7)$$

### ***c Théorie Géométrie de la Diffraction (TGD)***

La théorie géométrique de la diffraction vient compléter la théorie de l'optique géométrique (OG) en introduisant des rayons diffractés qui vont permettre de décrire avec précision (sans être exact pour autant car il s'agit d'une méthode asymptotiquement valide aux hautes fréquences) les champs électromagnétiques qui sont présents dans les zones d'ombre, est chargée de fournir toutes les

caractéristiques des rayons diffractés, en fonction de celles des rayons incidents et de la nature locale de la surface au point de diffraction.

Pour comprendre comment la théorie géométrique de la diffraction mesure les champs électromagnétiques dans le cas de l'arête, on admet une trajectoire d'un rayon issu d'un point source M à un point d'observation P est telle que le chemin optique entre M et P, avec un point Q du trajet situé sur l'arête, est stationnaire pour des variations infinitésimales de ce trajet.

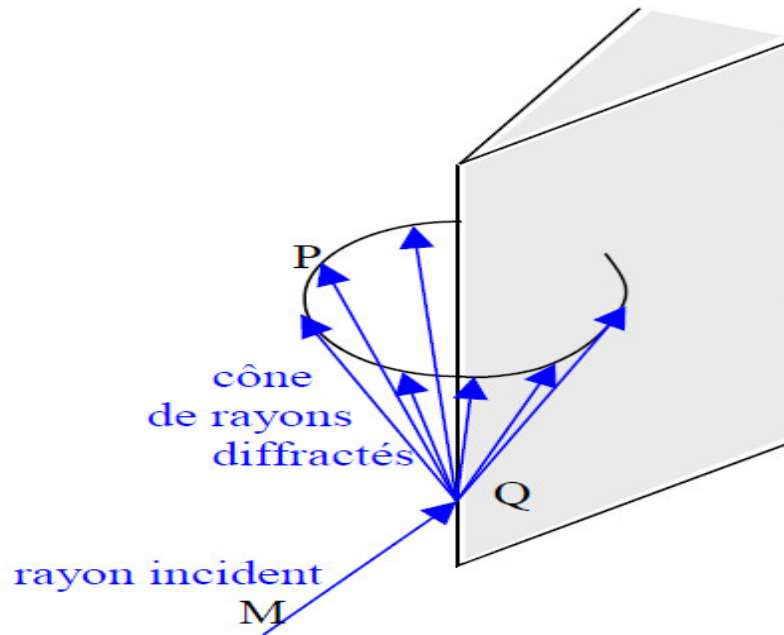


Figure 2.3. Cône de KELLER [16].

#### d Théorie Uniforme de la Diffraction (TUD)

C'est un modèle asymptotique uniformément valide au voisinage et sur les frontières de l'Optique Géométrique (OG). Ils ont écrit leurs coefficients de diffraction  $D_{||}$  et  $D_{\perp}$  sous la forme de quatre termes pour un dièdre parfaitement conducteur à faces planes [17] :

$$D_{||,\perp}(L, \varphi, \varphi_0, n) = D_1 + D_2 \pm (D_3 + D_4) \quad (2.8)$$

Avec

$$D_1 = \frac{-\exp(-i\pi/4)}{2n\sqrt{2\pi k \sin\beta_0}} \cot\left[\frac{\pi + (\varphi_0 - \varphi)}{2n}\right] F[kLa + (\varphi_0 - \varphi)] \quad (2.9)$$

$$D_2 = \frac{-\exp\left(-\frac{i\pi}{4}\right)}{2n\sqrt{2\pi k \sin\beta_0}} \cot\left[\frac{\pi-(\varphi_0-\varphi)}{2n}\right] F[kLa - (\varphi_0 - \varphi)] \quad (2.10)$$

$$D_3 = \frac{-\exp(-i\pi/4)}{2n\sqrt{2\pi k \sin\beta_0}} \cot\left[\frac{\pi+(\varphi_0-\varphi)}{2n}\right] F[kLa + (\varphi_0 + \varphi)] \quad (2.11)$$

$$D_4 = \frac{-\exp(-i\pi/4)}{2n\sqrt{2\pi k \sin\beta_0}} \cot\left[\frac{\pi-(\varphi_0-\varphi)}{2n}\right] F[kLa - (\varphi_0 + \varphi)] \quad (2.12)$$

La fonction  $F(x)$ , appelée fonction de transition, désigne l'intégrale de Fresnel modifiée :

$$F(x) = 2i\sqrt{x}e^{ix} \int_{\sqrt{x}}^{\infty} \exp(-it^2) dt \quad (2.13)$$

Cette fonction joue un rôle indispensable dans les zones de transition : elle permet d'y obtenir la continuité du champ total.

La variable  $x$  de la fonction de transition  $F(x)$  dépend de plusieurs paramètres :  $k$ ,  $L$ ,  $a$ ,  $\vec{k}$  est le vecteur d'onde,  $L$  est un paramètre de distance dépendant de la nature de l'onde et  $a$  dépend de l'angle intérieur  $\alpha$  ( $\alpha = (2-n).\pi$ ) du dièdre ainsi que des angles  $\varphi_0$  et  $\varphi$ .

### 2.3.2 Les Méthodes asymptotiques de Courants (OP, MCE, TPD)

Les méthodes asymptotiques de courants sont basées sur la détermination de courant induit sur la surface de diffusion ou de diffraction, afin de le remplacer dans l'intégrale de radiation pour obtenir le champ total (diffusé+diffracté).

#### *a* Optique Physique (OP)

L'optique physique (également appelée approximation du plan tangent) est une méthode asymptotique basée sur la simplification des équations intégrales de Stratton-Chu dans lesquelles les courants sur la surface sont approximés par le champ tangentiel de l'optique géométrique. Cette méthode traite Tout objet via un maillage en surfaces planes élémentaires. L'équation du champ diffusé peut être écrite en fonction des courants [18].

$$E_s = \frac{i}{\omega \epsilon} \iint_S [(1 + ikr - k^2 r^2) J_s(R)] + \frac{(-k^2 r^2 + ikr)}{\eta} M_s(R) \wedge \hat{r} + (-3 - 3ikr + k^2 r^2) (\hat{r} \cdot J_s(R) \hat{r}) \frac{G(R, R')}{r^2} ds \quad (2.14)$$

Où  $J_s(R) = \hat{n} \wedge H(R)$  est le courant électrique surfacique et  $M_s(R) = -\hat{n} \wedge E(R)$  est le courant magnétique surfacique,  $G(R, R') = \frac{e^{ikr}}{4\pi r}$  avec  $r = \|R - R'\|$ , représente la fonction de Green en espace libre.  $\eta$  et  $k$  désignent l'impédance et le nombre d'onde du milieu de propagation.

Le but de la méthode de l'OP est de permettre de résoudre les équations intégrales en utilisant des hypothèses simplificatrices :

- Hypothèse hautes fréquences : les dimensions de l'objet sont très supérieures à la longueur d'onde.
- Les rayons de courbure de la surface illuminée sont très supérieurs à la longueur d'onde.

On peut alors exprimer les densités de courants surfaciques en fonction du champ incident :

$$J_s(R) = \hat{n} \wedge (H_i(R) + H_r(R)) = 2(\hat{n} \wedge H_i(R)) \quad (2.15)$$

$$M_s(R) = \hat{n} \wedge (E_i(R) + E_r(R)) = 0 \quad (2.16)$$

Nous avons exposé le développement des équations de la méthode OP dans l'Annexe A

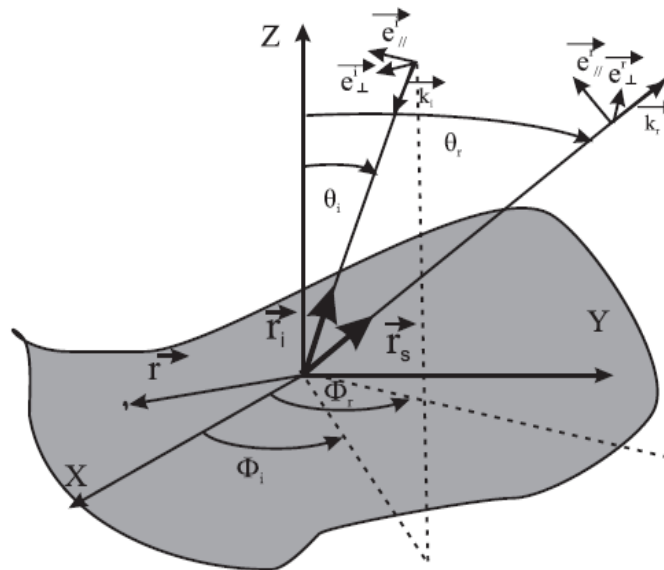


Figure 2.4. Repère général pour l'optique physique. [19]

### ***b Théorie Physique de la Diffraction***

La théorie physique de la diffraction (TPD) a été développée pour pallier à la limitation de l'Optique Physique (OP) au niveau des arêtes et les discontinuités. TPD considère deux types de courants :

- Un courant induit sur la surface du demi-plan dit "uniforme".
- Un courant "non uniforme" induit sur l'arête.

Donc, l'idée de base de cette technique est qu'elle considère le champ diffusé par un demi-plan comme la somme du champ créé par les deux types de courants que nous venons de citer. Le premier est évalué en utilisant l'Optique Physique (OP), et le second (champ diffracté par l'arête ou le bord d'une manière générale) par une soustraction du champ de l'Optique Physique (OP) de la solution exacte [20].

Les expressions du champ obtenu sont données en annexe B

### ***c Méthode de Courants Équivalentes (MCE)***

La Méthode des Courants Équivalents (MCE) proposée par Millar [21], vient pallier le problème de passage de caustique, basée sur le principe d'équivalence qui permet de remplacer l'objet diffractant par des sources placées sur sa surface. Le champ diffracté est obtenu en faisant rayonner les courants électromagnétiques calculés à partir des champs tangents à la surface, en considérant que le champ rayonné par une arête vive pouvait être dû à la contribution d'une ligne de courant distribuée le long de la ligne de discontinuité. Selon la Méthode des Courants Équivalents (MCE), le champ diffracté par un dièdre est représenté par le rayonnement de courants équivalents linéiques, électrique et magnétique, distribués sur la discontinuité  $C$  du dièdre. La Méthode des Courants Équivalents (MCE), permet de résoudre les singularités des coefficients de diffraction. Elle est très utilisée pour modéliser la diffraction par les arêtes. La méthode des courants équivalents fait partie des modèles retenus pour effectuer le calcul de la SER de cibles complexes.

## **2.4 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons présenté les deux principales méthodes de calcul du champ électromagnétique (EM), à savoir les méthodes numériques et les méthodes asymptotiques. Cette étude nous a permis d'opter pour les méthodes asymptotiques pour le calcul du champ EM diffuse par un objet de forme complexe vu leur simplicité de mise en œuvre ainsi que la rapidité de calcul. Dans le chapitre suivant, nous présentons l'application des méthodes retenues ainsi que les résultats de simulation.

## Chapitre 3 Développement et simulation

---

### 3.1 Introduction

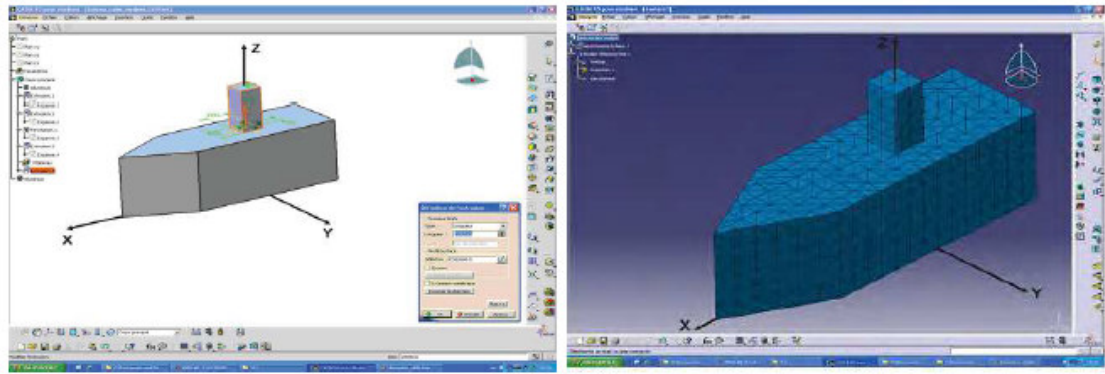
Dans ce chapitre, nous mettons en œuvre les trois méthodes asymptotiques (OP, OG, MCE) adoptées dans notre projet pour le calcul du champ EM diffusé et par conséquent la surface équivalente radar (SER). Ces différentes méthodes ont été présentées dans le chapitre précédent. La cible est modélisée par un ensemble de facettes triangulaires. Avant de procéder au calcul du champ EM, on doit faire un traitement géométrique pour déterminer la partie visible de la cible. Le champ diffusé par chaque facette triangulaire visible est donc calculé et additionné de façon vectorielle pour obtenir le champ total diffusé par la cible considérée. Pour le calcul de la SER on applique la formule présentée dans le chapitre 1 (1.3 et 1.4).

### 3.2 Modélisation géométrique d'une cible de forme quelconque

#### 3.2.1 Conception et maillage d'une cible

Afin de concevoir et générer la cible, nous avons utilisé le logiciel CATIA, il utilise la conception assistée par ordinateur (CAO) comme les autres logiciels cités dans la littérature tels que FEKO, POFACETS, XPATCH, FISC. Ces logiciels permettent de concevoir et générer le maillage triangulaire d'un objet de forme quelconque.





(a) Un modèle CAO d'une cible

(b) Cible maillée sous CATIA

**Figure 3.1** Modèle CAO d'une cible et son maillage triangulaire surfacique

Après avoir modélisée l'objet par un ensemble de facettes triangulaire, nous passons au traitement géométrique de l'objet pour déterminer la partie qui contribue réellement au calcul du champ diffusé.

### 3.2.2 Traitement géométrique de la cible

Cette étape est cruciale dans la modélisation et l'estimation du champ EM diffusé par un objet de forme quelconque. En effet pour une position donnée de l'émetteur une partie l'objet observé va être visible et l'autre reste sombre. Pour une meilleure estimation nous devons réaliser un prétraitement géométrique afin de déterminer la partie de la cible qui contribue réellement à la diffusion.

Il faut donc distinguer les facettes qui sont visibles à la fois par l'émetteur et le récepteur pour le cas Bi-statique, et pour le cas Mono-statique, le problème devient plus simple, parce que l'émetteur et le récepteur sont colocalisés.

### 3.2.3 Illumination des facettes

Pofacets utilise un test d'illumination pour savoir si une facette triangulaire est éclairée ou non. Ce test est appliqué à chaque facette triangulaire. Il calcul donc le produit scalaire entre le vecteur unitaire normal à la facette et le vecteur incident. Si le produit scalaire est supérieur à 0, alors la facette est éclairée et sa contribution est prise en compte dans le calcul du champ total diffusé. Dans notre étude nous

avons considéré une cible discrétisée en facette triangulaire dont nous ne connaissons pas la direction de la normale à chaque facette, ni une information au préalable sur la visibilité. Autrement nous définissons notre modèle discrétisé par un ensemble de sommets dont nous connaissons déjà les coordonnées dans le repère global. A partir de ces coordonnées nous calculons la normale de chaque facette, ainsi que nous utilisons un test de visibilité basé sur l'algorithme du peintre [22] pour déterminer les facettes cachées par d'autres facettes selon la direction d'incidence.

### 3.2.4 Principe de l'algorithme du peintre

Au début du programme une seule facette est prise en considération pour savoir si cette facette est cachée par d'autre ou non. On définit un rayon qui passe par un certain point de la première facette et dans la direction de propagation. L'idée directrice de l'algorithme du peintre est issue du principe d'intersection entre un triangle et un rayon (figure 3.2). En utilisant le premier triangle, chaque facette triangulaire est testée une à la fois pour chaque position de l'émetteur. Pour réduire l'effet d'ombrage et pour avoir une exactitude dans le calcul de la SER, l'algorithme calcul la distance à partir de chaque facette au point d'observation, la facette la plus proche est illuminée.

#### *a Intersection rayon –triangle*

On considère un rayon qui a  $P_0$  comme origine et un triangle T appartenant au plan P, le triangle est défini par ses trois sommets ( $V_0, V_1, V_2$ ) (voir figure 3.2). L'équation paramétrique du plan P relative aux trois points s'écrit sous la forme suivante :

$$P(s, t) = V_0 + sU + tV \quad (3.1)$$

Avec  $U = V_1 - V_0$  et  $V = V_2 - V_0$ . S et t sont les coordonnées paramétriques du plan P relative à un point d'origine  $V_0$  et avec deux vecteurs U et V. Un point I (s,t)

appartient au triangle  $T = V_0V_1V_2$  si et seulement si les coordonnées paramétriques vérifient les conditions suivantes :

$$\begin{cases} s \geq 0 \\ t \geq 0 \\ s+t \leq 1 \end{cases} \quad (3.2)$$

La recherche de l'intersection d'un rayon avec un triangle revient à chercher tout d'abord le point d'intersection du rayon avec le plan contenant le triangle puis utiliser l'équation paramétrique du plan relative au triangle pour vérifier si le point est à l'intérieur du triangle.

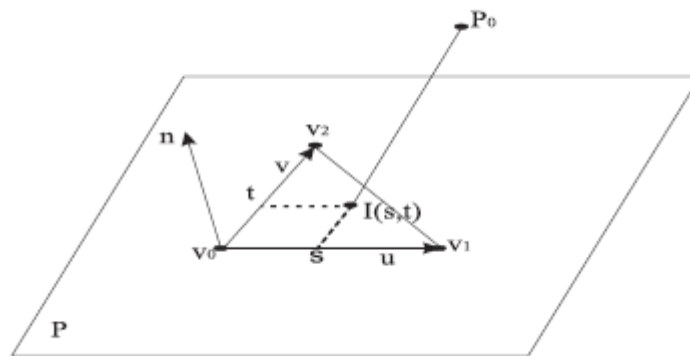
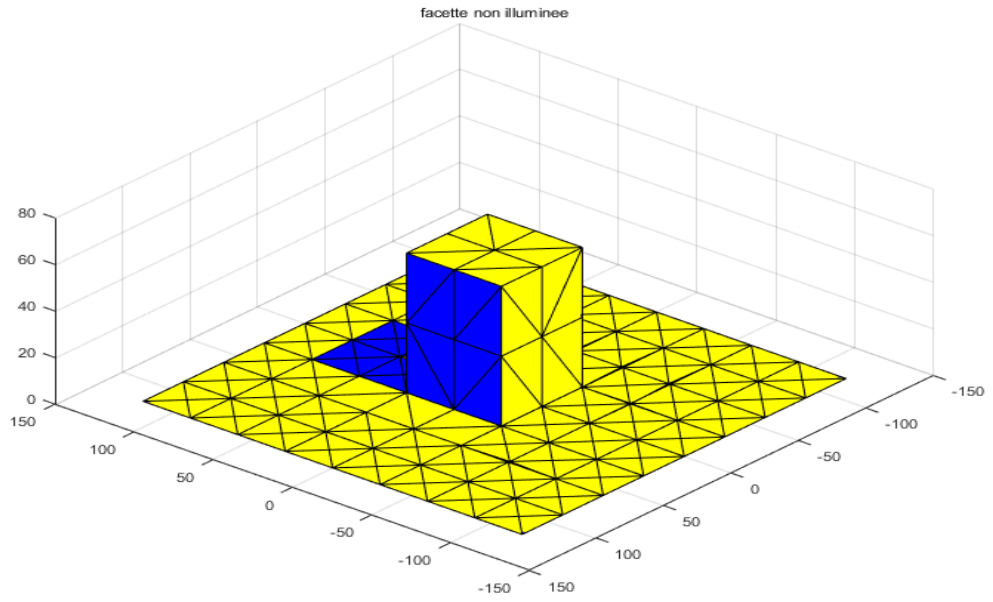


Figure 3.2 Intersection rayon – triangle [23]

### ***b Exemple de validation***

Dans le but de valider le test déterminant l'ensemble des facettes visibles pour une position donnée de l'émetteur et le récepteur pour le cas Mono-statique, dont les facettes visibles sont désignées par la couleur jaune et les facettes cachées par la couleur bleu, nous avons lancé le test sur l'objet représenté sur la figure 3.3.



**Figure 3.3** Détermination de facettes illuminées et non illuminées.

Après avoir réalisé l'étape de traitement géométrique, on passe l'étape de calcul du champ électromagnétique diffusé par une facette triangulaire dans le cas Bi-statique

### 3.3 Champ diffusé par la méthode de l'Optique Physique

Le but est de calculer le champ diffusé par une surface quelconque. Les expressions des champs électromagnétiques sont données par [7] :

$$\vec{E}_s = \frac{jke - jkr}{4\pi r} \int_{S_i} [Z_0 \vec{r}_s^* (\vec{r}_s^* \vec{j}) - \vec{r}_s^* \vec{M}] e^{JK\vec{r}_s^* \vec{r}} ds \quad (3.3)$$

$$\vec{H}_s = \frac{-jke - jkr}{4\pi r} \int_{S_i} [\frac{-1}{Z_0} \vec{r}_s^* (\vec{r}_s^* \vec{M}) + \vec{r}_s^* \vec{j}] e^{JK\vec{r}_s^* \vec{r}} ds \quad (3.4)$$

Où  $Z_0$  est l'impédance du vide,  $\vec{r}$  est le vecteur pointant vers un point quelconque de l'espace, et  $\vec{r}_s^*$  est le vecteur unitaire dans la direction d'observation. Ces équations seront utilisées dans la section suivante pour calculer le champ diffusé par une facette triangulaire.

### 3.3.1 Modélisation du champ électromagnétique diffusé par une facette triangulaire

Dans ce qui suit nous appliquons l'optique physique(OP) pour calculer le champ diffusé vers le récepteur par simple réflexion. Pour cela nous avons choisi une facette et exprimer le champ en un point  $Q_1$  qui permettra de calculer le champ diffusé vers le récepteur. Ensuite nous formulons le phénomène de double réflexion entre deux facettes triangulaires

### 3.3.2 Modélisation du champ diffusé par simple réflexion

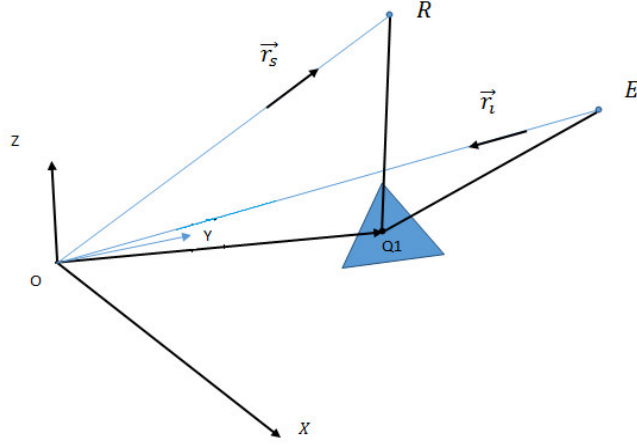
Nous nous sommes basé dans ce qui suit sur les travaux de Filippou Chatzigeorgiadis [24] qui a développé le logiciel POFACET. Nous avons ajouté à notre modèle le phénomène de double réflexion dans le cas monostatique ainsi que la diffraction par les bords dans les deux cas. Nous considérons que l'amplitude du champ incident est constante sur la surface de la facette. En tenant compte de la géométrie représentée sur la figure 3.4, les expressions des champs électrique  $\vec{E}_i$  et magnétique  $\vec{H}_i$  au point  $Q_1$  sont les suivantes :

$$\vec{E}_i(Q_1) = (E_i^\perp e_\perp^i + E_i^\parallel e_\parallel^i) e^{-JK\vec{r}_i \cdot \vec{EQ}_1} \quad (3.5)$$

$$\vec{H}_i(Q_1) = (H_i^\perp e_\perp^i + H_i^\parallel e_\parallel^i) e^{-JK\vec{r}_i \cdot \vec{EQ}_1} \quad (3.6)$$

La position de l'émetteur est donnée par le point E sur la figure 3.4, le point E est pris comme origine des phases, ainsi le vecteur  $\vec{EQ}_1$  peut s'écrire comme suit :

$$\vec{EQ}_1 = \vec{EO} + \vec{OQ}_1 \quad (3.7)$$



**Figure 3.4.** Application de l'optique physique à une facette triangulaire.

Nous savons que lors de l'interaction de l'onde électromagnétique avec la facette triangulaire le champ électromagnétique est égal à la somme du champ réfléchi et le champ incident sur la surface au point  $Q_1$ . Après combinaison des équations (3.6) et (3.7) on obtient l'expression du champ électrique diffusé dans la direction du récepteur (au point R) sur la figure 3.4 qui est donné par :

$$\vec{E}_s = \frac{-jke-jkr}{4\pi r} \iint_S [Z_0 \vec{r}_s \times (\vec{r}_s \times \vec{j}) - \vec{r}_s \times \vec{M}] e^{-JK \vec{r}_s \cdot \vec{Q}_1 R} ds \quad (3.8)$$

Où S désigne la surface illuminée. La position du récepteur est donnée par le point R sur la figure 3.4. Ainsi le vecteur  $\vec{Q}_1 R$  peut s'écrire de la façon suivante :

$$\vec{Q}_1 R = \vec{Q}_1 O + \vec{OR} \quad (3.9)$$

Nous remplaçons le vecteur  $\vec{Q}_1 R$  par son expression, ainsi que les courants électriques et magnétique par leurs expressions. Nous obtenons l'expression du champ diffusé suivant :

$$\vec{E}_s = \frac{-jke-jkr}{4\pi r} e^{-jk \vec{r}_s \cdot \vec{OR}} (Z_0 \times [\vec{r}_s \times [\vec{n} \times (H_i^\perp \vec{e}_\perp^i + H_i^\parallel \vec{e}_\parallel^i + R_{\parallel} H_r^\parallel \vec{e}_\parallel^r + R_\perp H_r^\perp \vec{e}_\perp^r)]] - \vec{r}_s \times [\vec{n} \times (E_i^\perp \vec{e}_\perp^i + E_i^\parallel \vec{e}_\parallel^i + R_{\parallel} E_r^\parallel \vec{e}_\parallel^r + R_\perp E_r^\perp \vec{e}_\perp^r)]) \iint_S e^{-jk \cdot (\vec{r}_s + \vec{r}_i) \cdot \vec{OQ}_1} ds \quad (3.10)$$

Cette expression permet de calculer la valeur du champ électrique diffusé en Bi-statique. La valeur du champ magnétique est donnée en fonction du champ électrique par la relation suivante :

$$\vec{H}_s = \frac{\vec{r}_i \times \vec{E}_s}{Z_0} \quad (3.11)$$

Cette expression nous a permis d'avoir le champ magnétique diffusé :

$$\begin{aligned} \vec{H}_s = \frac{-jke^{-jkr}}{4\pi r} e^{-jk\vec{r}_s \cdot \vec{OQ}} \left( \left( \frac{1}{Z_0} \right) \vec{r}_s \times \left[ \vec{r}_s \times \left[ \vec{n} \times \left( H_i^\perp \vec{e}_\perp^i + H_i^\parallel \vec{e}_\parallel^i + R_\parallel H_r^\parallel \vec{e}_\parallel^r + \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. R_\perp H_r^\perp \vec{e}_\perp^r \right) \right] \right] + \vec{r}_s \times \left[ \vec{n} \times \left( E_i^\perp \vec{e}_\perp^i + E_i^\parallel \vec{e}_\parallel^i + R_\parallel E_r^\parallel \vec{e}_\parallel^r + R_\perp E_r^\perp \vec{e}_\perp^r \right) \right] \right) \iint_S e^{jk(\vec{r}_s + \vec{r}_i) \cdot \vec{OQ}_1} ds \end{aligned} \quad (3.12)$$

A partir de l'équation (3.12) nous remarquons que le calcul du champ diffusé par la surface de la facette triangulaire se ramène au calcul d'une intégrale donnée par l'équation (3.13). Dans le cadre de notre étude nous calculerons cette intégrale sur une facette triangulaire dans le repère global.

$$I_c = \int \int_S e^{jk(\vec{r}_s + \vec{r}_i) \cdot \vec{OQ}_1} ds \quad (3.13)$$

Pour se faire nous exposerons dans l'annexe C le système de transformation de coordonnées qui permet le passage entre les repères utilisés dans le développement de notre calcul. Ce système permet d'obtenir le champ diffusé dans le repère global de la cible après l'avoir calculé dans le repère local de la facette.

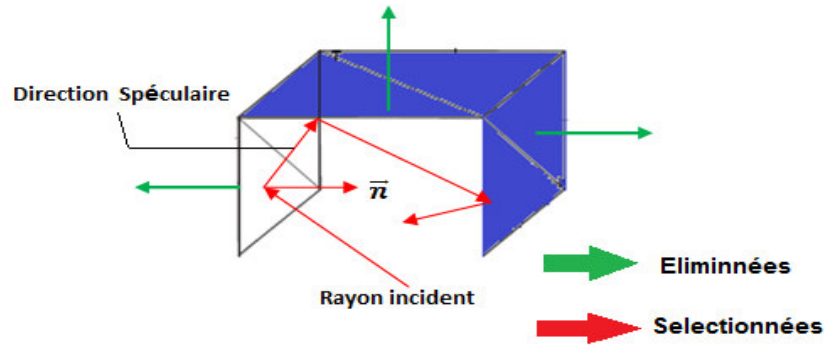
### 3.3.3 Modélisation de la double réflexion

Pour prendre en compte les phénomènes de double réflexion, nous avons utilisé une combinaison entre deux méthodes asymptotiques qui sont l'OP et l'OG, cette combinaison choisit l'OP pour la dernière réflexion et l'OG pour les autres réflexions. Cette technique a donc besoin d'un système de coordonnées locale pour chaque réflexion afin d'expliquer les phénomènes de polarisation causés par une simple réflexion ou par des réflexions multiples. Les phénomènes de doubles réflexions sont illustrés sur la figure 3.5. Avant d'utiliser la combinaison OP-OG, nous avons implémenté un algorithme qui permet de sélectionner les facettes candidates à une double réflexion en effectuant un produit scalaire entre la normale à la facette et le vecteur de la direction d'incidence en coordonnées locale comme le montre la figure 3.5.

#### a Mise en évidence des facettes éclairées

Après avoir fait une sélection des facettes candidate à la double réflexion Une projection des trois sommets de la facette éclairée par l'onde incidente suivant la direction spéculaire déterminée par l'équation 3.14.

$$\vec{k}_{sp} = \vec{k}_i - 2(\vec{n} \times \vec{k}_i) \vec{n} \quad (3.14)$$



**Figure 3.5.** Modélisation de la double réflexion.

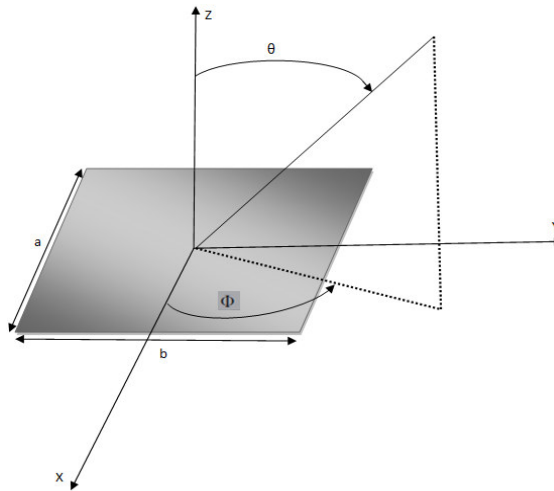
### 3.4 Résultats de simulation

Dans le but de vérifier et de valider notre modèle de calcul de la SER de cibles complexes. Nous avons effectué des simulations de calcul de la SER en configuration Mono-statique et Bi-statique.

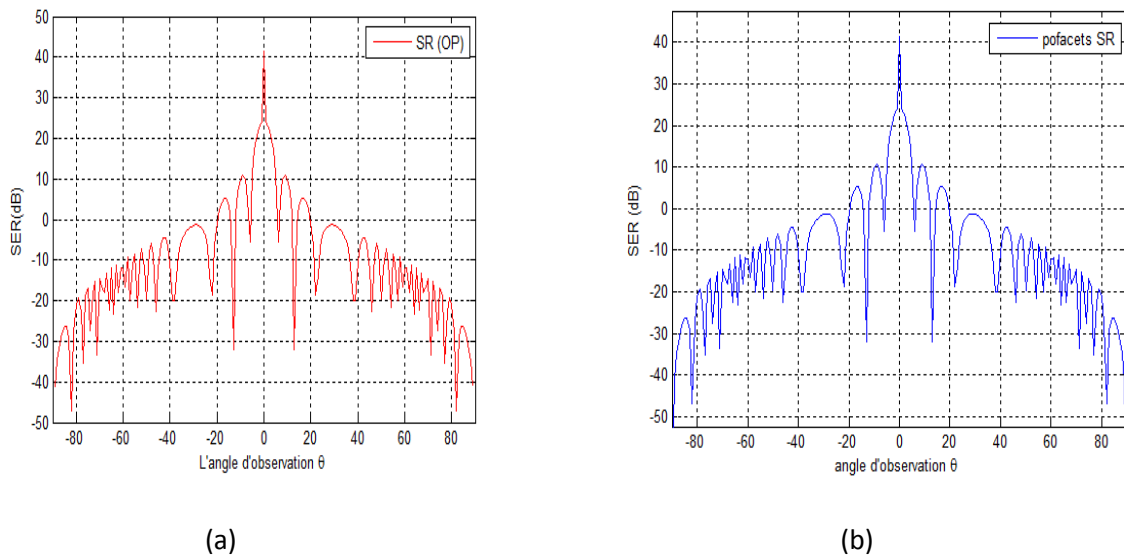
#### 3.4.1 Plaque carrée : première configuration

Cas d'une plaque carrée parfaitement conductrice figure 3.6. Pour valider notre algorithme nous avons simulé la SER d'une plaque carrée de  $1m^2$  à une fréquence de 10 GHz, l'émetteur-récepteur est fixe dans le plan  $\theta = \pi/2$  et nous faisons varier l'angle  $\theta$ . Les résultats sont donnés sur la figure 3.7.





**Figure 3.6.** Configuration de calcul de la SER d'une plaque.



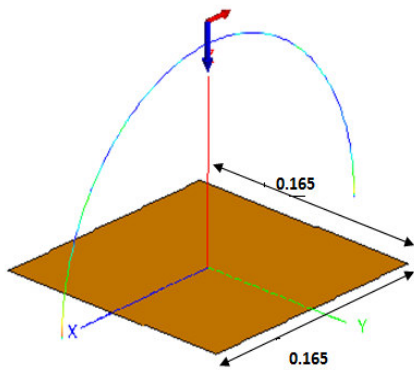
**Figure 3.7.** SER monostatique d'une plaque carrée parfaitement conductrice de  $a=b=1\text{m}$  a  $f=10\text{ GHz}$ .

D'après les figures nous observons que le maximum est obtenu pour la position  $\theta = 0^\circ$  qui correspond à l'incidence normale notons aussi que cette valeur de la SER ne prend pas en compte les diffractions par les arêtes de la plaque. Selon l'expression théorique, la SER décroît en s'éloignant de cette position, cela est vérifié par nos résultats. Notre simulation est donc en accord avec le résultat obtenu par Pofacets (courbe en bleue).

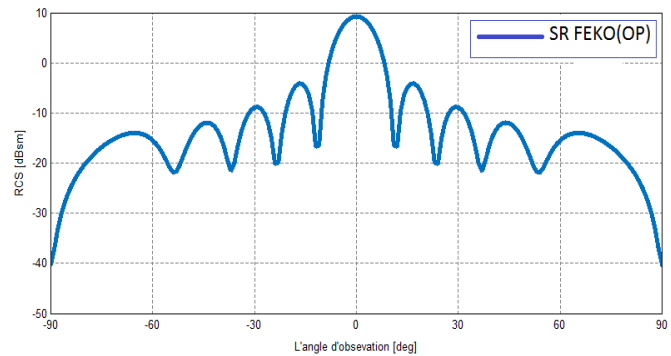
### 3.4.2 Plaque carrée : deuxième configuration

Les objets de forme canonique sont considérés comme exemples de cibles qui sont prévus pour avoir, en incidence normale, une SER infinie, et ceci lorsque les courants équivalents sont introduits pour chaque arête (bord). La plaque se situe dans le plan

$XOY$ , et les bords sont parallèles aux axes  $OX$  et  $OY$ . Conformément à la configuration géométrique présentée par la figure 3.8-a et 3.9-a, la SER monostatique est calculée pour les angles  $\varphi = 1^\circ$ ,  $\varphi = 30^\circ$  et  $\theta = [-90^\circ: 90^\circ]$ . Les cotés de la plaque sont  $5.0785\lambda$  où  $\lambda = c/f$  et  $f = 9.228 \text{ GHz}$ . Nous constatons bien sur les courbes présentées, que nous avons le maximum d'énergie réfléchi dans la direction spéculaire.

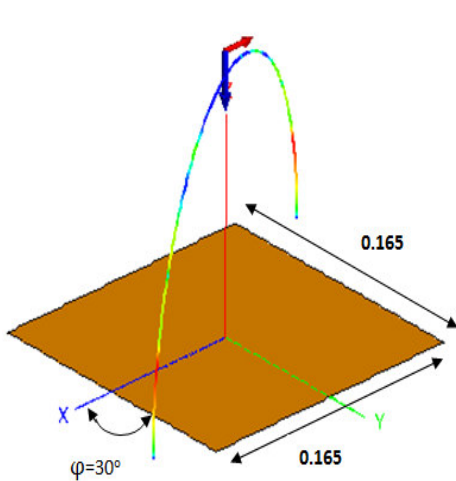


(a) Configuration géométrique.

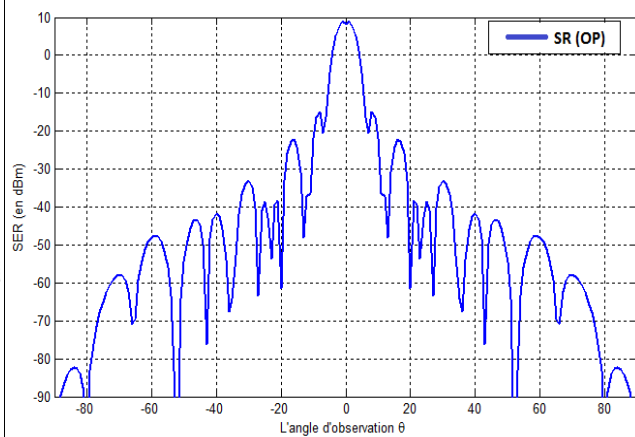


(b) SER monostatique.

**Figure 3.8.** SER monostatique d'une plaque parfaitement conductrice pour  $\varphi = 1^\circ$ .



(a) Configuration géométrique de l'observation.

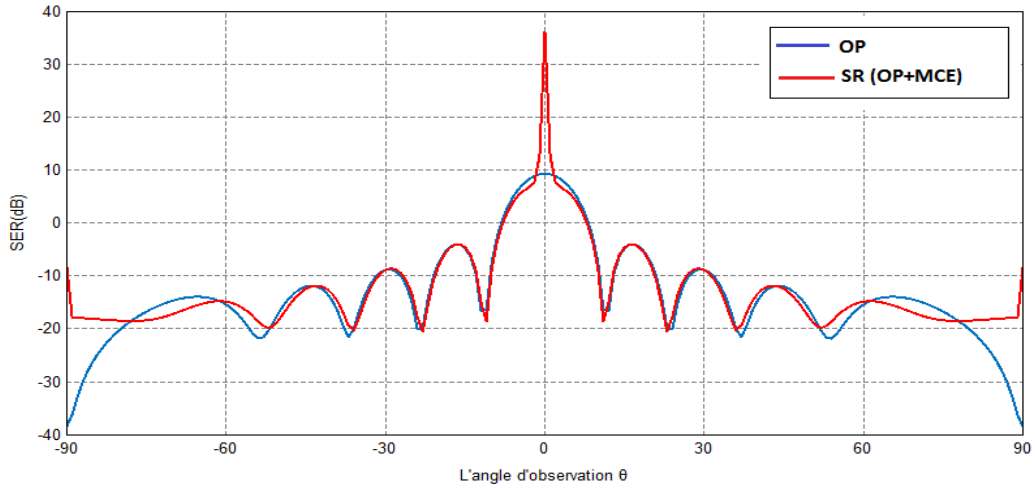


(b) SER monostatique.

**Figure 3.9.** SER monostatique d'une plaque parfaitement conductrice pour  $\varphi = 30^\circ$ .

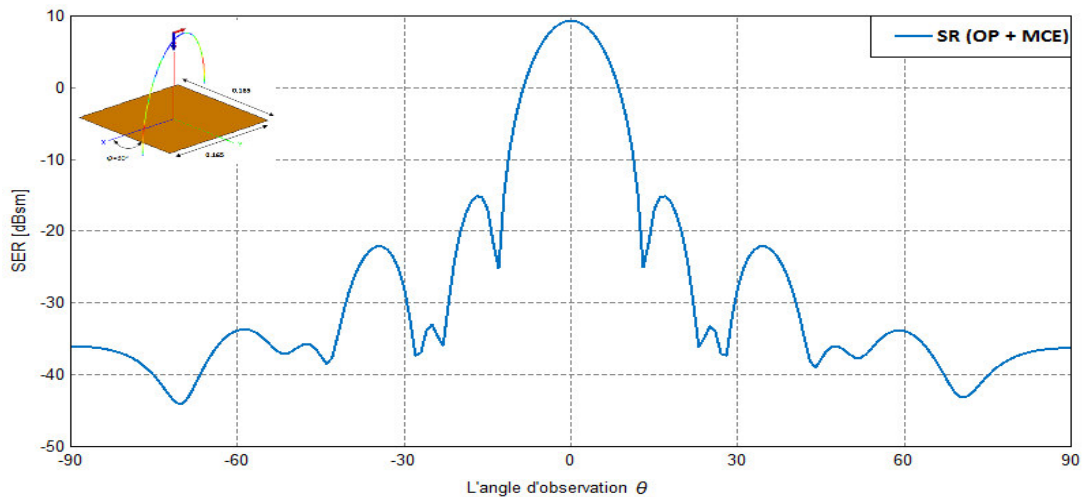
Après avoir calculé la SER monostatique de la plaque (Figure 3.8) nous avons refait la simulation avec prise en compte de l'effet de diffraction par les bords avec la méthode de courant équivalente (MCE). En incidence normale avec l'une des deux surfaces qui interceptent le bord nous pouvons observer que les courants deviennent infinis et ne

peuvent pas être déterminé. La combinaison OP+MCE permet de prendre en considération les courants équivalents pour chaque arête (bord), ce qui permet d'obtenir le champ total diffusé et par conséquent la SER. La figure suivante montre donc les limites de l'OP par rapport à l'OP+MCE :



**Figure 3.10.** SER monostatique d'une plaque carrée avec prise en compte de la diffraction.

Nous avons repris la simulation pour la configuration présentée dans la figure 3.9, afin de montrer la contribution de la diffraction par les arêtes de la plaque (courbe bleu). Nous avons traité le phénomène de la diffraction par la Méthode des Courants Equivalents (MCE).



**Figure 3.11.** SER Monostatique avec prise en compte de la diffraction  $\phi = 30^\circ$ .

Nous observons sur cette figure que la contribution des bords de la plaque apparaît à partir de l'angle d'observation  $\theta = [-90^\circ : -40^\circ]$  et  $\theta = [40^\circ : 90^\circ]$ .

### 3.4.3 Plaque carrée avec effet de bord

Nous avons calculé la SER Mono-statique d'une plaque carrée parfaitement conductrice en considérant la géométrie de la figure (3.8.a). La contribution de la diffraction par les arêtes apparaît entre  $\theta = [-90^\circ : -60^\circ]$  et  $\theta = [60^\circ : 90^\circ]$ . Nous constatons aussi que le champ diffracté par les bords n'a pas une influence sur la SER globale de la plaque en incidence normale

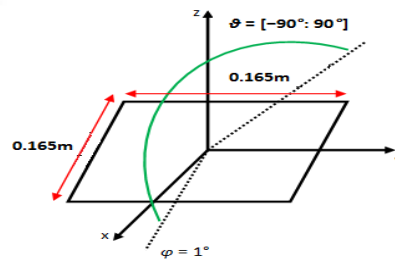


Figure 3.12. Géométrie d'observation

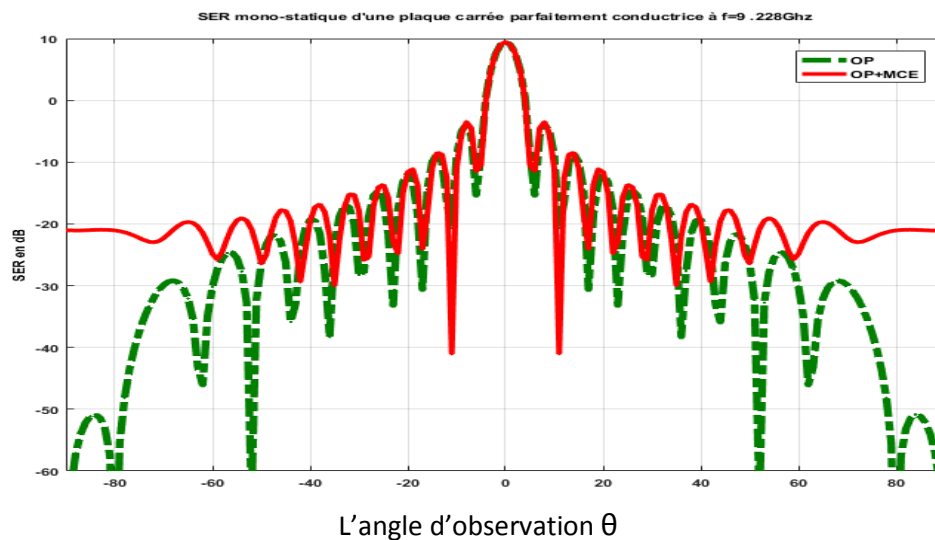


Figure 3.13. SER Monostatique d'une plaque avec prise en compte de la diffraction par les arêtes.

### 3.4.4 Plaque carré en Bi-statique

La figure 3.14 représente la SER d'une plaque carrée parfaitement conductrice en Bi-statique avec une fréquence  $f=9.228\text{GHz}$  et de cote  $a=0.165\text{m}$ . Afin de valider le modèle nous avons réalisé deux simulations la courbe rouge représente le résultat obtenu avec notre algorithme et la courbe bleue le résultat obtenu avec Pofacets. Nous remarquons sur la simulation que les maximums de la SER sur les deux courbes se trouvent bien dans la direction spéculaire donnée par  $\theta_s = -45^\circ$ . Le résultat donné sur la figure 3.14 est obtenu pour un émetteur localisé par  $\theta_i = 45^\circ$  et  $\varphi_i = 0^\circ$ , et une position du récepteur fixée par le plan  $\varphi_s = 0^\circ$  et qui varie dans l'intervalle  $\theta_s = [-90^\circ : 90^\circ]$ . Nous remarquons aussi que les résultats sont en accord.

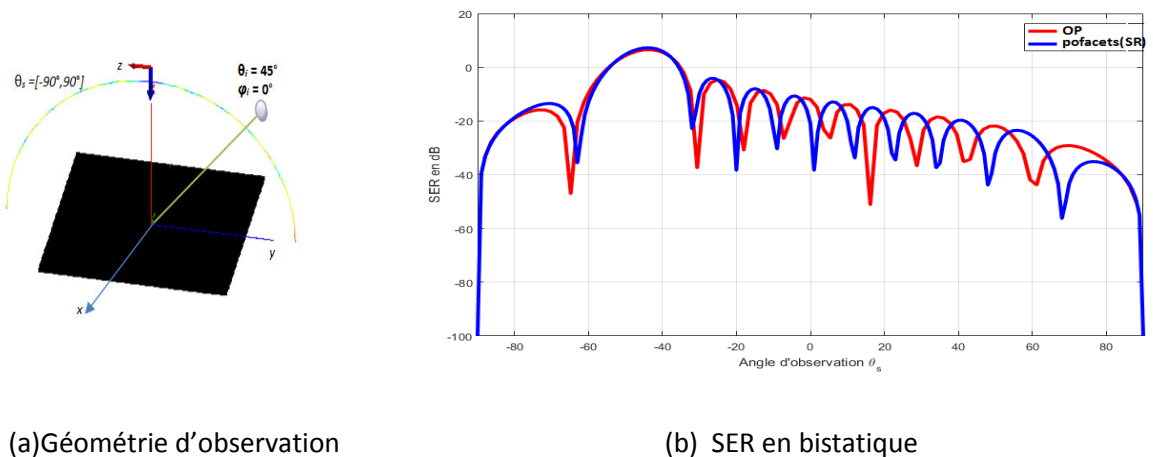
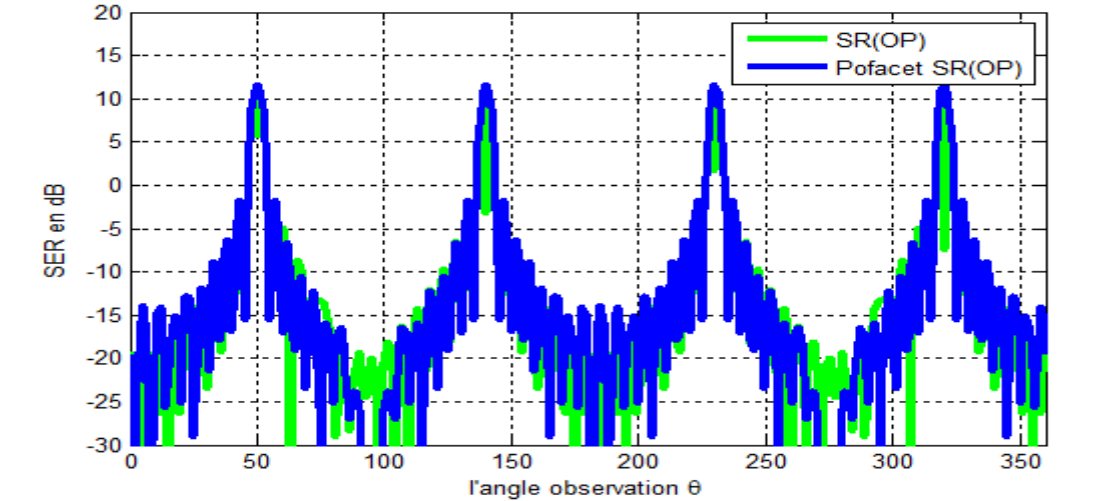


Figure 3.14. SER d'une plaque carrée en bistatique

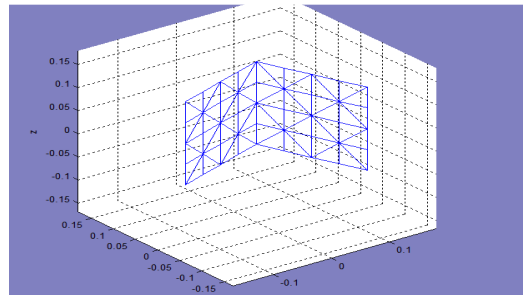
### 3.4.5 Dièdre sans prise en compte de la double réflexion en monostatique

Nous avons calculé la SER d'un dièdre parfaitement conducteur pour la position du radar donnée par  $\varphi = [0^\circ : 360^\circ]$  et  $\theta = 90^\circ$ , de coté  $0.165\text{ cm}$ . La fréquence du radar est  $9.228\text{ GHz}$ .



**Figure 3.15.** SER d'un Dièdre parfaitement conducteur en Monostatique.

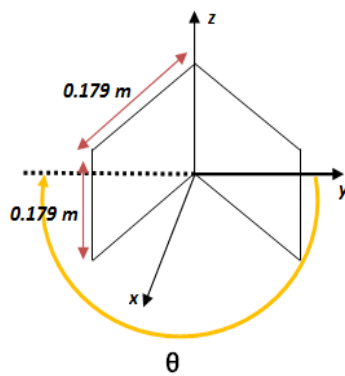
Le résultat montre une comparaison entre notre simulation (courbe vert) et Pofacets (courbe bleu), la géométrie du dièdre et le nombre de facette sont illustrés par la figure (3.16).



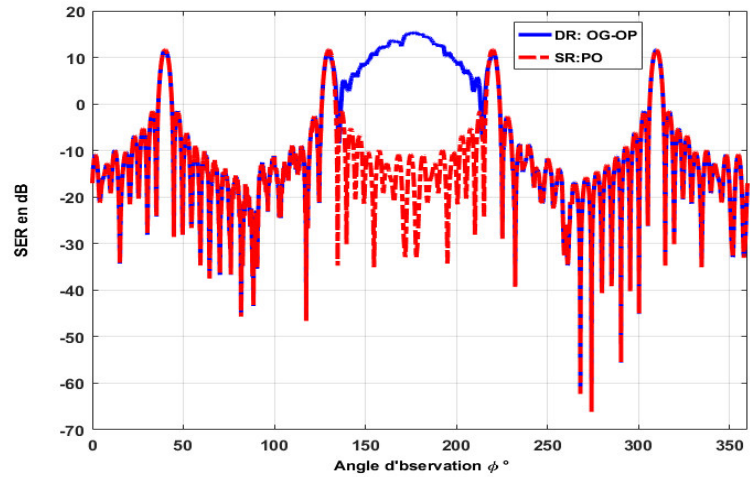
**Figure 3.16.** Modèle géométrique du dièdre parfaitement conducteur 64 facettes.

### 3.4.6 SER Dièdre avec double réflexion

La figure 3.17, présente les variations de la SER monostatique d'un dièdre constitué de deux plaques carrées parfaitement conductrices, qui est un élément adapté pour illustrer les phénomènes de la double réflexion. Le résultat nous montre une comparaison entre les phénomènes de la simple réflexion (OP) courbe (rouge) et la double réflexion (OG+OP) courbe (bleu).



(a) Model géométrie



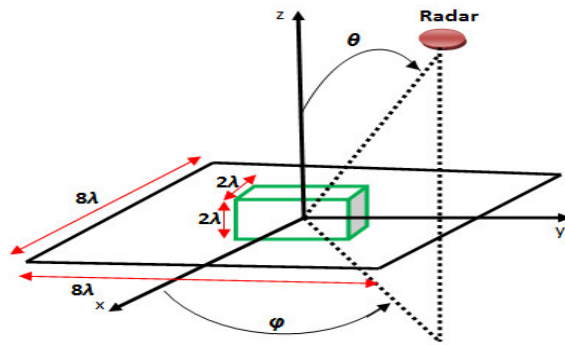
(b) SER monostatique

**Figure 3.17.** SER monostatique d'un dièdre parfaitement conducteur  $a = b = 0.179m$  et  $f = 9.4 GHz$ .

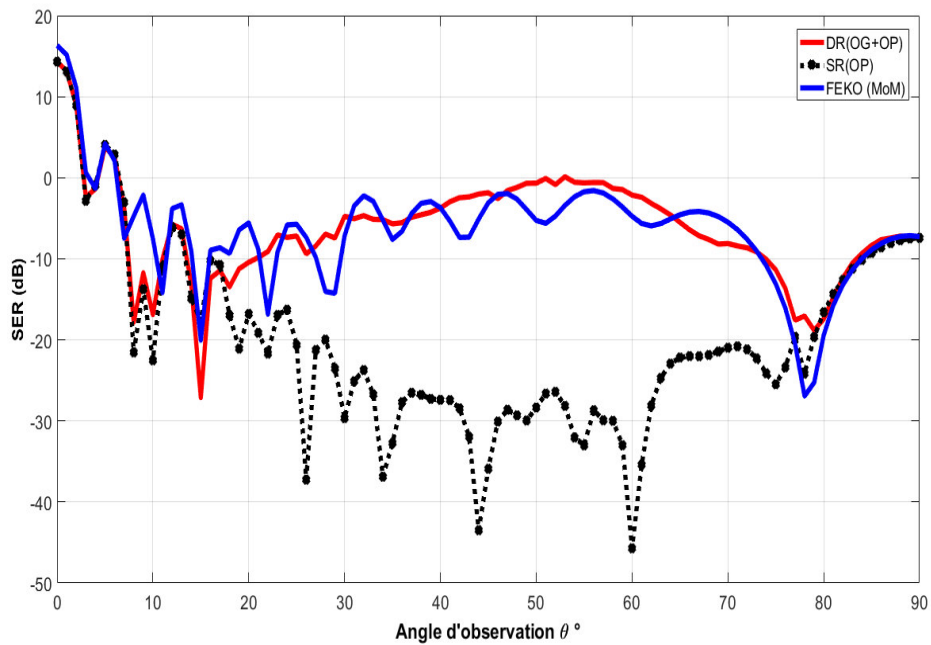
Les variations de la SER sont présentées pour un angle  $\theta = 90^\circ$  et  $\phi$  évoluant dans l'intervalle  $[0 : 360^\circ]$ , le radar est dans le plan fixé par  $\theta = 90^\circ$ . Les résultats obtenus montrent la contribution de la double réflexion. Nous remarquons que les réflexions multiples entre en jeu lorsque le champ de vision du radar se trouve entre les deux faces internes du dièdre. Nous observons que les résultats sont bien en accord avec les articles publiés dans la littérature [25].

### 3.4.7 SER d'un cube sur une surface plane en Mono-statique

Nous avons calculé la SER en mono-statique d'un cube qui a pour dimensions  $2\lambda$  posé sur une surface plate de dimensions  $8\lambda$ . La configuration géométrique de l'observation est donnée par la figure 3.18.  $\phi = 0^\circ$  et  $\theta = [0 : 90^\circ]$ .



**Figure 3.18.** Configuration d'un cube présent sur une surface plane.



**Figure 3.19.** SER Mono-statique d'un cube parfaitement conducteur posé sur une surface plane.

Nous constatons pour la SER monostatique présentée sur la figure 3.19, que le maximum de l'énergie réfléchi est dans la direction spéculaire définie par  $\theta = 0^\circ$ , ainsi la contribution de la double réflexion entre le cube et la surface plane  $8\lambda$  apparaît clairement entre  $\theta \approx 20^\circ$  et  $\theta \approx 80^\circ$ . Ces résultats sont en concordance avec ceux obtenu par FEKO(MoM).



### 3.4.8 SER d'un cube sur une surface plane en Bi-statique

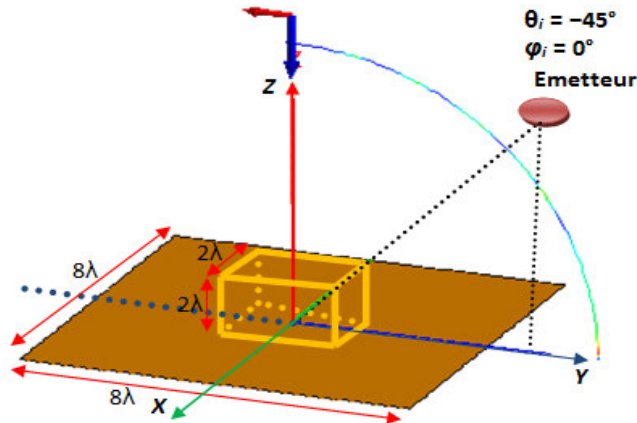


Figure 3.20. Géométrie de l'observation

Nous considérons les dimensions et la configuration géométrique qui est illustrée à la figure 3.20, pour simuler la SER d'un cube sur une surface plane en bi-statique. Le résultat donné sur la figure 3.21 est obtenu pour un émetteur localisé par  $\theta_i = -45^\circ$  et  $\varphi_i = 0^\circ$ , et une position du récepteur fixée par le plan  $\varphi_s = 0^\circ$  et qui varie dans l'intervalle  $\theta_s = [0 : 90^\circ]$ .

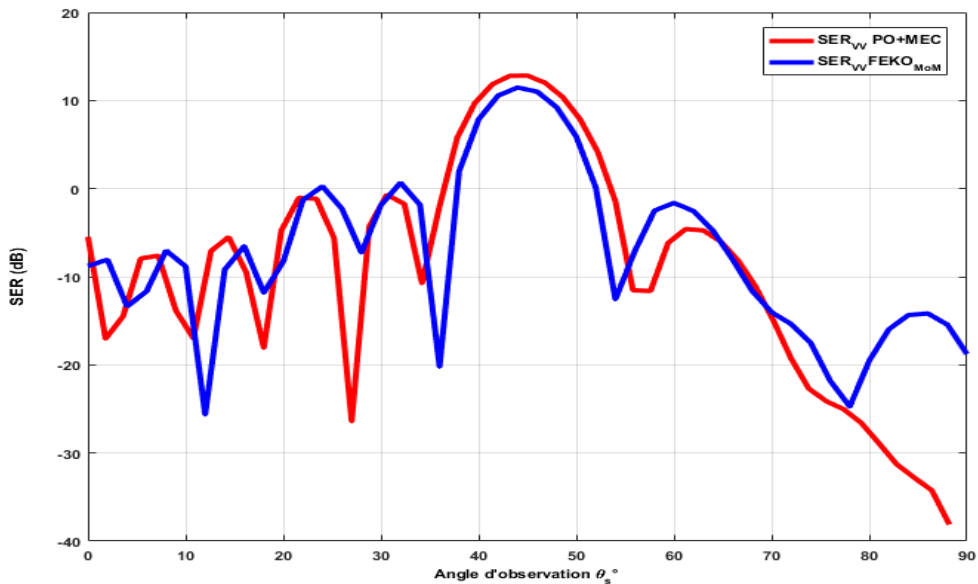


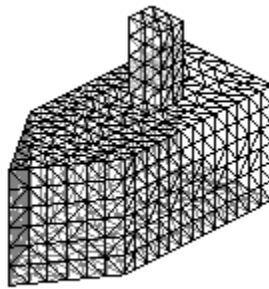
Figure 3.21. SER Bi-statique d'un cube parfaitement conducteur posé sur une surface plane à 10GHz.

Nous remarquons sur la simulation que le maximum de la SER se trouve bien dans la direction spéculaire donnée par  $\theta_s = 45^\circ$ . Nous constatons aussi que la courbe obtenue par notre simulation est conforme à la courbe obtenue par FEKO (MoM) jusqu'à  $[80^\circ ; 90^\circ]$  où nous remarquons une divergence.

### 3.4.9 SER d'une cible complexe-modèle1

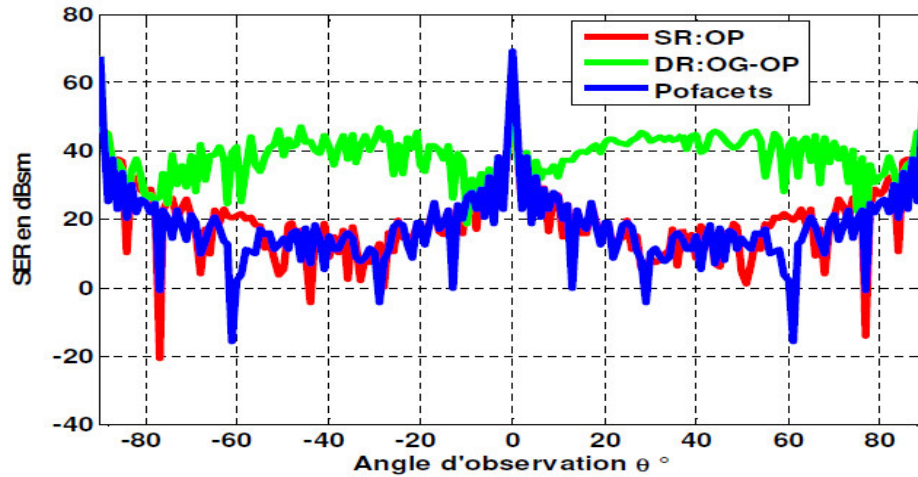
#### a SER d'un bateau générique 1 en Mono-statique

Nous présentons un cas complexe d'un bateau discrétisé en facettes triangulaires, positionné dans son repère 3D. Le but est de calculer sa surface équivalente radar (SER) en monostatique et en bistatique. La figure 3.22 représente le maillage en facettes triangulaires du bateau considéré pour notre simulation.



**Figure 3.22.** Maillage en facettes triangulaires du bateau.

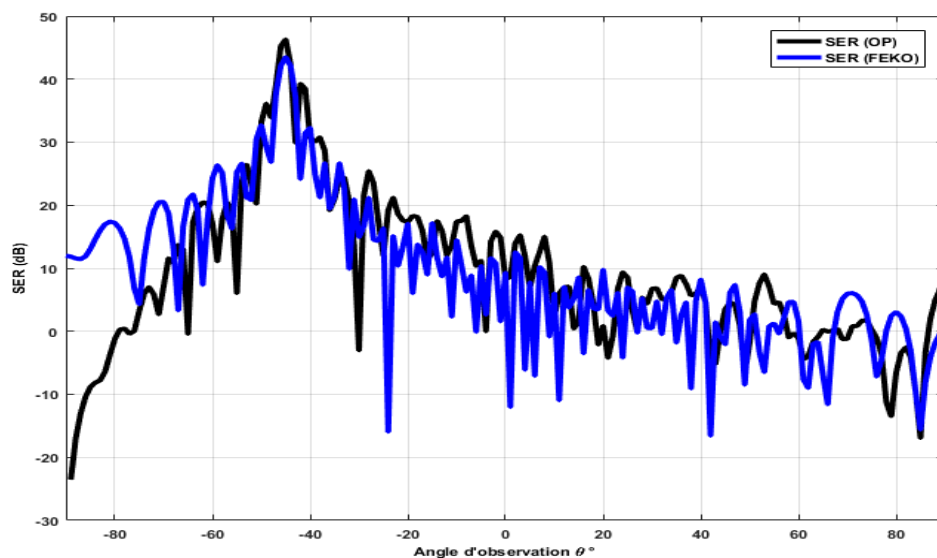
La figure 3.23 représente la SER mono-statique pour une configuration d'observation définie par  $\phi=90^\circ$  et  $\theta$  varie de  $-90^\circ$  à  $90^\circ$ . La figure montre une comparaison entre notre résultat (courbe en rouge) et Pofacets (courbe bleu) nous constatons que les résultats obtenus sont en parfait accord dans le cas de la simple réflexion. La courbe en vert représente la contribution de la double réflexion obtenue par notre algorithme de calcul.



**Figure 3.23.** SER Monostatique du bateau générique 1

### **b SER du bateau générique 1 en Bi-statique**

En considérant la même géométrie de la cible complexe nous avons calculé la SER en bistatique pour une configuration d'observation définie par un émetteur localisé par  $\theta_i = 45^\circ$  une position du récepteur fixée par le plan  $\varphi_s = 0^\circ$  et qui varie dans l'intervalle  $\theta_s = [-90^\circ:90^\circ]$ . La figure 3.24 présente la SER en Bistatique du Bateau. Le maximum de la SER est obtenu pour un angle de  $\theta_s = -45^\circ$  pour une valeur de 48 dB. Nous remarquons que notre approche (courbe noir) est en parfait accord avec la courbe obtenu par FEKO (courbe bleue).

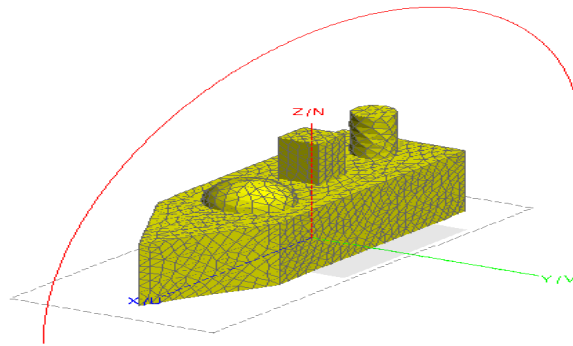


**Figure 3.24.** SER en Bistatique du Bateau générique 1

### 3.4.10 SER d'une cible complexe-modèle2

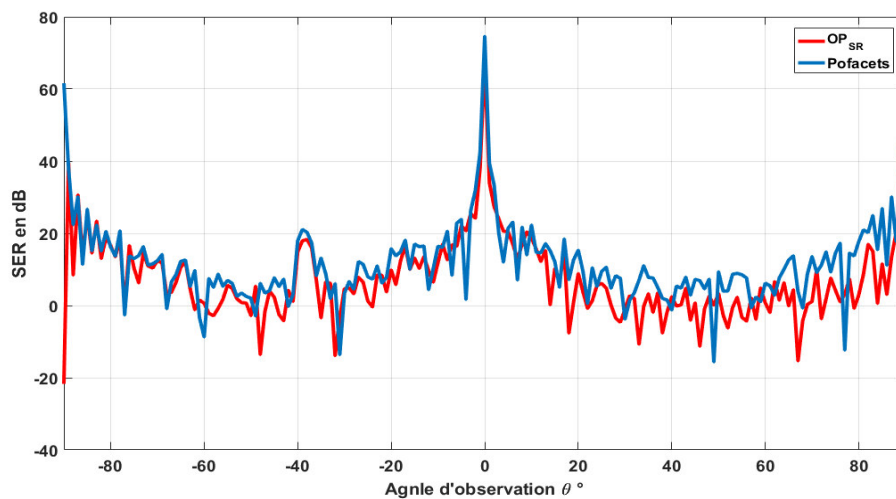
#### a SER Monostatique bateau générique 2

Après avoir validé les premiers résultats, nous présentons un autre cas d'un bateau générique présenté sur la figure 3.25. Nous avons calculé la SER en monostatique pour un angle d'observation défini par  $\theta$  allant de  $-90^\circ$  à  $90^\circ$ , à une fréquence de 10 GHz.



**Figure 3.25.** Géométrie d'observation en monostatique du bateau générique 2

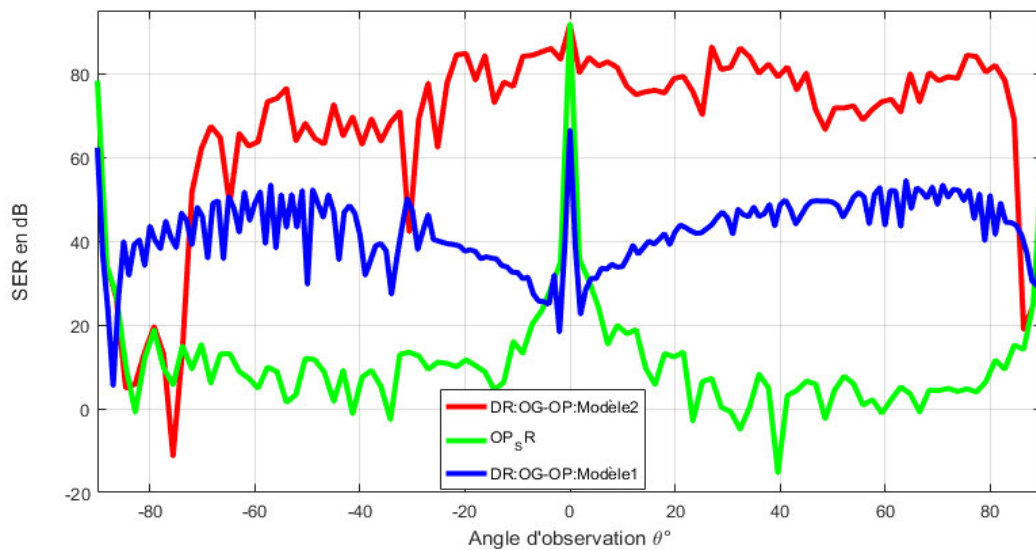
Nous remarquons sur la figure 3.26 que le maximum de la SER est toujours dans la direction spéculaire qui correspond ici à un angle  $\theta$  à  $0^\circ$ . Afin de valider notre approche de calcul, nous avons fait une comparaison entre notre code et le logiciel Pofacets. Nous remarquons que notre résultat (courbe rouge) est en accord avec celui obtenu par Pofacets (courbe bleue).



**Figure 3.26.** SER Monostatique bateau générique 2

### ***b Comparaison modèle1 et modèle 2 en monostatique***

Nous avons fait une comparaison entre le modèle générique 1 et le modèle générique 2 précédent. La figure (3.27) nous montre les résultats de la SER en monostatique pour un angle d'observation variant de  $-90^\circ$  à  $90^\circ$ . Pour le modèle 1 la contribution des réflexions multiples (ordre 2) courbe en bleue apparait pour des angles allant de  $-10^\circ$  à  $-80^\circ$  et de  $10^\circ$  à  $80^\circ$ . Pour le modèle 2 (courbe rouge), elle apparait aussi dans la même plage d'observation.



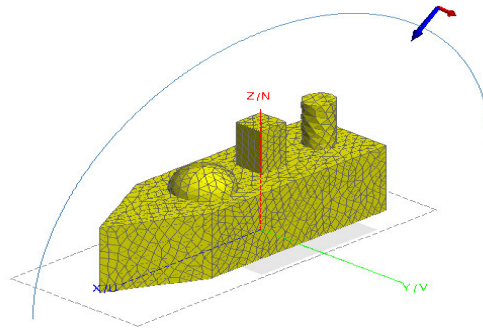
**Figure 3.27.** SER model 1 et 2 en monostatique (simple et double réflexion).

### ***c SER Bi-statique bateau générique 2***

Pour calculer la SER en Bi-statique du modèle nous avons pris en compte deux configurations.

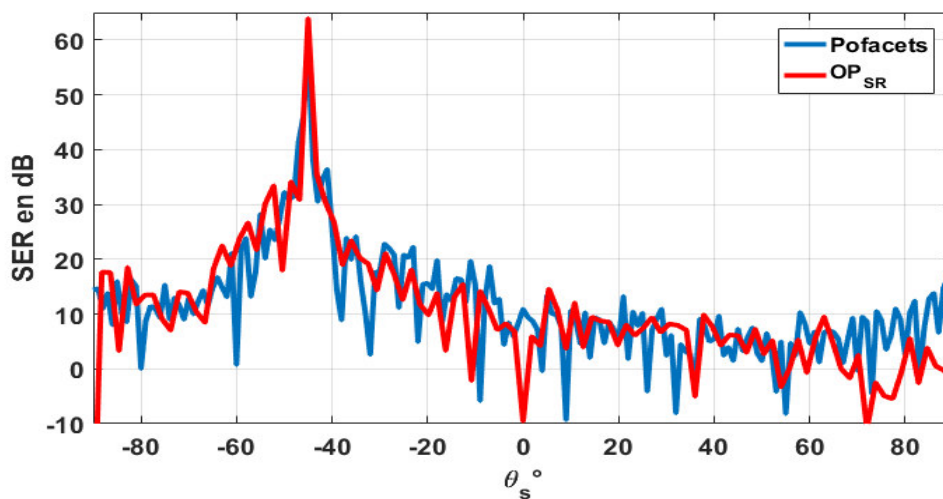
- **Configuration1 : onde incidente à  $\theta_i = 45^\circ$  et  $\theta_s$  varie de  $-90$  à  $90^\circ$ .**

La figure 3.28 présente la position de l'émetteur définie par les angles  $\theta_i = 45^\circ$   $\phi = 90^\circ$ , le récepteur évolue dans le plan  $\phi_s = 90^\circ$  avec un angle d'observation variant de  $-90^\circ$  à  $90^\circ$ .



**Figure 3.28.** Géométrie d’observation 1

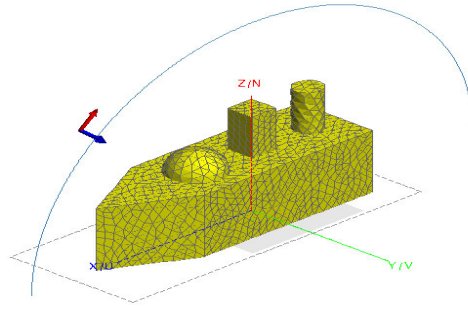
Les résultats des simulations sont donnés sur la figure 3.29. Nous remarquons que le maximum de la SER est obtenu dans la direction spéculaire qui est de  $-45^\circ$ . Afin de valider notre simulation, nous avons fait une comparaison entre notre résultat (courbe en rouge) et Pofacets (courbe en bleue) qui sont en accord.



**Figure 3.29.** SER en bistatique du bateau générique 2 première configuration

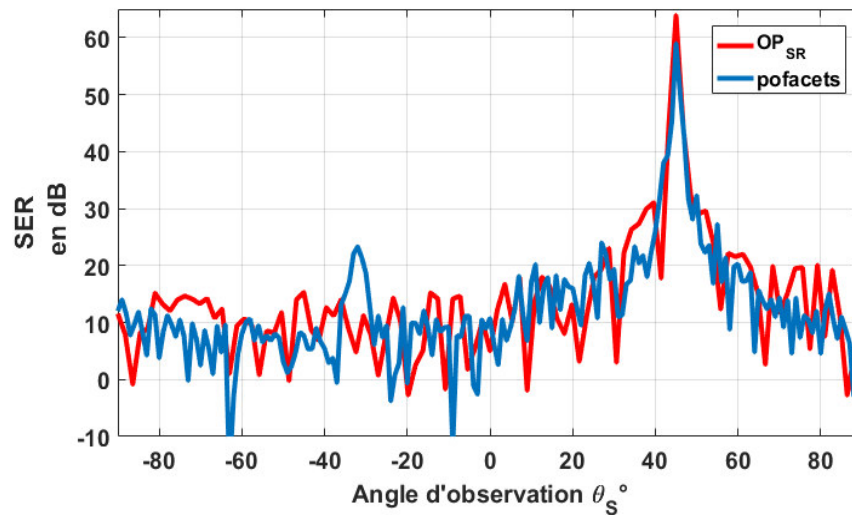
- **Configuration2 : onde incidente à  $\theta_i = -45^\circ$  et  $\theta_s$  varie de  $-90$  à  $90^\circ$**

La figure 3.30 présente la position de l’émetteur définie par les angles  $\theta_i = -45^\circ$  et  $\varphi_i = 90^\circ$ , le récepteur évolue dans le plan  $\varphi_s = 90^\circ$  avec un angle d’observation variant de  $-90^\circ$  à  $90^\circ$ .



**Figure 3.30.** Géométrie d'observation 2

Nous remarquons le maximum de la SER obtenu dans la direction spéculaire qui est de  $45^\circ$ . Afin de valider notre calcul nous avons fait une comparaison entre notre courbe (en rouge) et Pofacets (en bleue) qui sont en accord. Cette comparaison montre bien la fiabilité de notre approche de calcul.



**Figure 3.31.** SER en bistatique du bateau générique 2 deuxième configuration

### 3.5 Conclusion

Dans ce troisième chapitre nous avons réussi à modéliser l'interaction électromagnétique entre une onde et un objet dans le cas bi-statique et mono-statique. Le calcul est effectué grâce à une combinaison entre trois méthodes asymptotiques, l'Optique Géométrique (OG), l'Optique Physique (OP) et la Méthode des Courants Équivalents (MCE). Nous avons utilisé l'Optique Physique (OP) pour modéliser et calculer les réflexions par les surfaces, et une combinaison entre

l'Optique Géométrique (OG) et l'Optique Physique (OP) pour modéliser les doubles réflexions, la Méthodes des Courants Équivalents (MCE) quand a elle a été utilisé pour prendre en compte la diffraction des ondes aux arêtes. Les objectifs étaient donc de tenir compte de plusieurs phénomènes de dispersions pour une modélisation fiable. Nous avons réussi à obtenir les résultats pour les différentes configurations. Enfin une comparaison entre les résultats de la simulation sous MATLAB et ceux des différents logiciels utilisés FEKO, POFACETS.



## Conclusion générale

---

La modélisation du champ diffusé par des objets de forme complexe à l'aide de méthodes asymptotiques permet l'analyse de la contribution de chaque phénomène de diffusion, la diffraction et les réflexions multiple, phénomène sur lesquels nous avons principalement mis l'accent dans notre projet.

Ce projet vise les applications tels que l'imagerie radar, la détection et la localisation de cible radars. Vu cela nous avons choisi d'utiliser les méthodes asymptotiques pour calculer le champ rayonné. Le point fort de notre approche de calcul était la combinaison des différentes méthodes asymptotique pour pouvoir prendre en compte la diffraction par les arêtes et de pouvoir calculer la SER pour des émetteurs et récepteurs délocalisés c'est le cas bistatique.

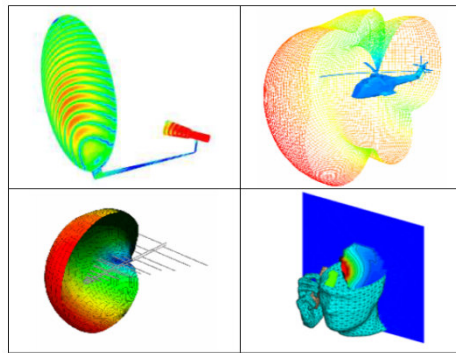
Pour commencer nous avons présenté de façon générale les notions fondamentales de Radar puis les généralités sur la surface équivalente radar (SER) et les outils de simulation électromagnétique que nous avons utilisé, il s'agit de POFACETS et FEKO. Ensuite nous avons exposé les principales méthodes asymptotiques. Nous avons choisis l'Optique Géométrique, l'Optique Physique pour la modélisation de phénomènes de trajets multiples et la méthode des courants équivalents pour la prise en compte de la diffraction par les bords. Les cibles ont été maillées à l'aide des logiciels CAO. Pour finir, nous avons fait une simulation de quelques cibles canoniques et complexes. Nos résultats de simulation montrent un accord avec ceux publiés dans la littérature et aussi les résultats obtenus avec les outils de simulation tels que FEKO et POFACETS.

L'amélioration de ce travail peut se faire en tenant compte des réflexions à un ordre supérieur, d'autres phénomènes pourraient être inclus tels que les interactions arêtes-arêtes, arête-surface.

## Annexe A, Présentation du logiciel FEKO

Le but de ce type de logiciel est de proposer une résolution numérique plus ou moins exacte des équations de Maxwell. Les champs d'application du logiciel sont variés :

- Conception d'antennes
- Placement d'antennes sur des systèmes
- Conception de composants radiofréquences et micro-ondes



**Figure A.1** Quelques champs d'application du logiciel FEKO.

Le logiciel calcule :

- Les courants circulant sur les structures métalliques
- Les champs électriques et magnétiques rayonnés, en champ proche comme en champ lointain
- Les directivités et les gains d'antennes.. ect.

Les méthodes utilisées par FEKO :

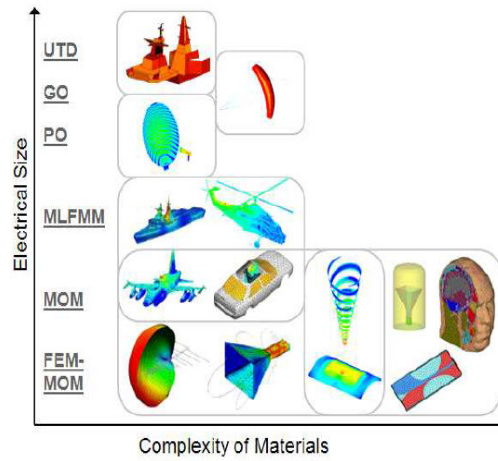


Figure A. 2 Les différentes méthodes de résolution numérique des équations de Maxwell utilisées par FEKO.

- Techniques et systèmes de transmission

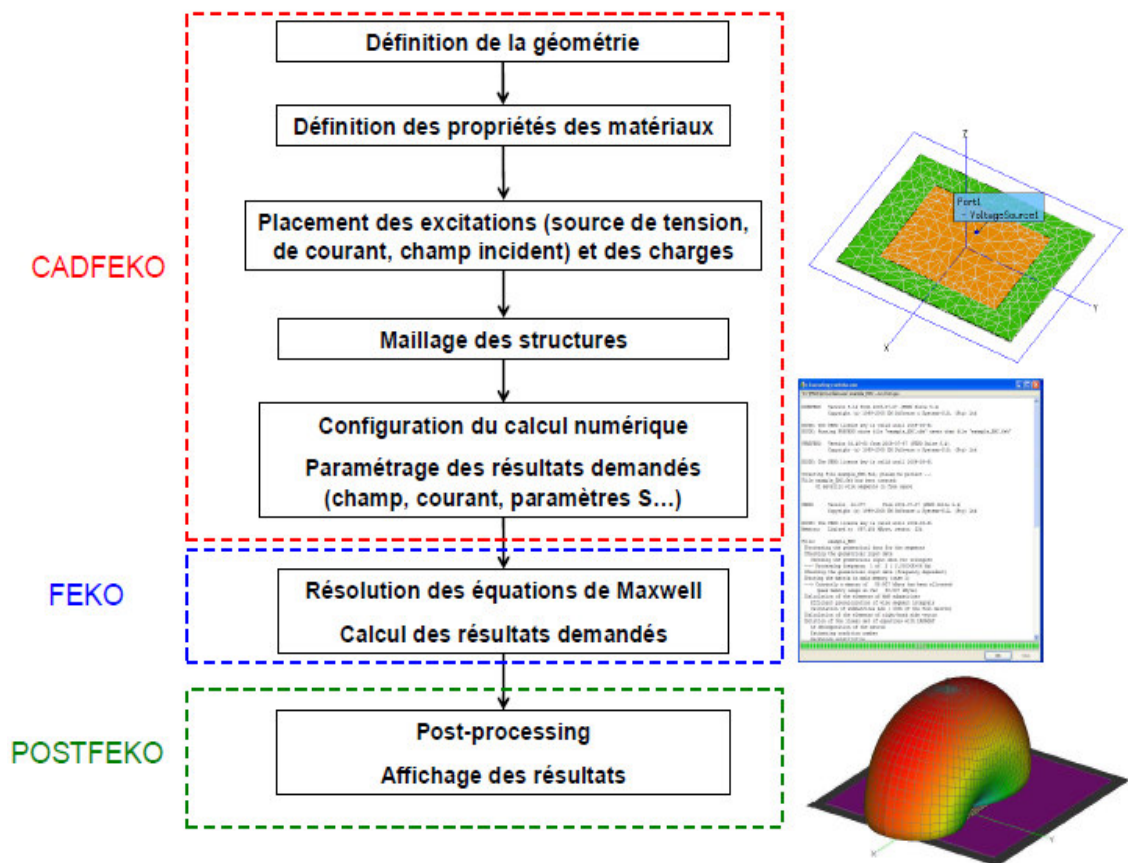


Figure A.3 Flot de simulation sous FEKO.

## Annexe B, Développement de méthodes OP et TPD

L'objectif de cette annexe est de présenter certain développement pour la résolution des équations d'intégrales avec la méthode OP et La théorie géométrique de la diffraction (TPD) qui vient compléter la théorie de l'optique géométrique (OG) en introduisant des rayons diffractés.

### ➤ Optique physique (OP)

Expression du champ électrique diffusé par un obstacle :

$$E_s = \frac{i}{\omega \varepsilon} \iint_S [(1 + ikr - k^2 r^2) J_s(R)] + \frac{(-k^2 r^2 + ikr)}{\eta} M_s(R) \wedge \hat{r} + (-3 - 3ikr + k^2 r^2) (\hat{r} \cdot J_s(R) \hat{r}) \frac{G(R, R')}{r^2} ds \quad (B.1)$$

Après quelques développements de l'équation (2.12) et en remplaçant les équations (2.13.) et (2.14) par leur valeurs dans l'équation (2.12), on obtient une nouvelle expression du champ électrique diffusé par un obstacle :

$$E_s = \frac{2i}{\omega \varepsilon} \int_S [(1 + ikr - k^2 r^2) (\hat{n} \wedge (H_i(R))) + (-3 - i3kr + k^2 r^2) (\hat{r} \cdot (\hat{n} \wedge (H_i(R))) \hat{r})] \frac{G}{r^2} ds. \quad (B.2)$$

Dans le cas d'une surface parfaitement conductrice on peut écrire :

$$\begin{cases} H_r(R) = H_i(R) \\ E_r(R) = -E_i(R) \end{cases} \quad (B.3)$$

Où :  $(E_i, H_i)$  et  $(E_r, H_r)$  sont respectivement les champs EM incidents et réfléchis.

### ➤ Théorie Physique de la Diffraction

Les expressions du champ obtenu par la théorie physique de la diffraction sont données par les équations suivantes :

$$E_s = E_i f \frac{e^{i(kr + \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{2\pi kr}} \quad (B.4)$$

$$H_s = H_i g \frac{e^{i(kr + \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{2\pi kr}} \quad (B.5)$$

Où  $f$  et  $g$  sont des coefficients qui dépendent des angles d'incidence et d'observation, et ils ont donnés par les équations (B.4) et (B.5).

$$f = \begin{cases} (X - Y) - (X_1 - Y_1) & 0 \leq \psi_i \leq \alpha - \pi \\ (X - Y) - (X_1 - Y_1) - (X_2 - Y_2) & \alpha - \pi \leq \psi_i \leq \pi \\ (X - Y) - (X_2 - Y_2) & \pi \leq \psi_i \leq \alpha \end{cases} \quad (B.6)$$

$$g = \begin{cases} (X + Y) - (X_1 + Y_1) & 0 \leq \psi_i \leq \alpha - \pi \\ (X + Y) - (X_1 + Y_1) - (X_2 - Y_2) & \alpha - \pi \leq \psi_i \leq \pi \\ (X + Y) - (X_2 + Y_2) & \pi \leq \psi_i \leq \alpha \end{cases} \quad (B.7)$$

Avec les expressions mathématiques de  $(X, Y, X_1, Y_1, X_2, Y_2)$  qui sont données par :

$$\begin{cases} X = \frac{(\frac{1}{n}) \sin(\frac{\pi}{4})}{\cos(\frac{\pi}{4}) - \cos[\frac{\psi_s - \psi_i}{n}]} \\ Y = \frac{(\frac{1}{n}) \sin(\frac{\pi}{4})}{\cos(\frac{\pi}{4}) - \cos[\frac{\psi_s + \psi_i}{n}]} \end{cases} \quad (B.8)$$

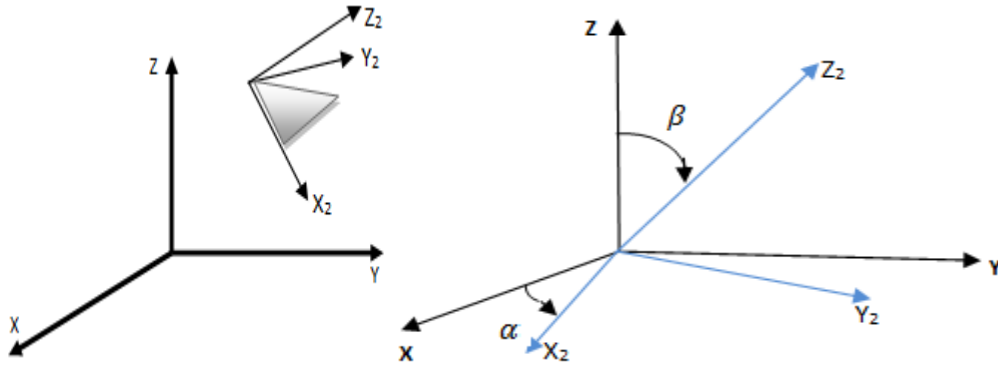
$$\begin{cases} X_1 = \frac{-1}{2} \tan\left[\frac{\psi_s - \psi_i}{2}\right] \\ Y_1 = \frac{-1}{2} \tan\left[\frac{\psi_s + \psi_i}{2}\right] \end{cases} \quad (B.9)$$

$$\begin{cases} X_2 = \frac{-1}{2} \tan\left[\frac{\psi_s - \psi_i}{2}\right] \\ Y_2 = \frac{-1}{2} \tan\left[\frac{\psi_s + \psi_i}{2}\right] \end{cases} \quad (B.10)$$

Où  $n$  est un entier compris entre  $0 \leq n \leq 2$ . L'analyse de ces relations montre qu'il y a une similitude entre les coefficients de diffraction de la TGD et la TPD.

## Annexe C, la Matrice de Passage

La représentation géométrique est une étape primordiale dans le calcul de la SER d'une cible complexe. Dans un cas général, le système de coordonnées local d'une facette triangulaire n'est pas aligné avec le système de coordonnées global. Pour ce la on se place dans le repère local à la facette de telle sorte que l'origine du repère coïncide avec l'un des sommets de la facette et l'axe  $z_2$  est perpendiculaire à la facette.



**Figure C.1** Rotation du repère locale par rapport au repère global.

La matrice de passage permettant le passage d'un repère à un autre est obtenue à partir de deux rotations. La première Rotation se fait à partir de l'axe  $Z$  avec un angle  $\alpha$ , et la deuxième rotation autour de l'axe  $X$  avec un angle  $\beta$ . Ces deux rotations facilitent la détermination de l'intégrale  $I_c$  donnée par les équations C.1 et C.2.

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (C.1)$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (C.2)$$

En utilisant ces deux matrices, le système de coordonnées global peut être transformé en un système de coordonnées local et vice versa comme l'indiquent les expressions suivantes :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = T_1 T_2 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (C.3)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = (T_1 T_2)^{-1} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (\text{C.4})$$

Cette matrice de passage permet de transformer la valeur du champ diffusé dans la base locale de la facette triangulaire à la base globale de la cible, et par conséquent la déduction de la valeur de la SER.

L'intégrale de l'équation C.2 a été évaluée par Dos Santos et Nilson. Son expression est donnée par l'équation C.5.

$$I_c = 2S e^{jD_0} \left\{ e^{jD_0} \left[ \frac{C_0}{D_p(D_q - D_p)} \right] - e^{jD_q} \left[ \frac{C_0}{D_q(D_q - D_p)} \right] - \frac{C_0}{D_q D_p} \right\} \quad (\text{C.5})$$

Avec :

$$\begin{aligned} D_p &= k[(x_1 - x_3)(u_i + u_s) + (y_1 - y_3)(v_i + v_s) + (z_1 - z_3)(w_i + w_s)] \\ D_q &= k[(x_2 - x_3)(u_i + u_s) + (y_2 - y_3)(v_i + v_s) + (z_2 - z_3)(w_i + w_s)] \\ D_0 &= k[x_3(u_i + u_s) + y_3(v_i + v_s) + z_3(w_i + w_s)] \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Où  $(x_1, x_2, x_3)$  et  $(y_1, y_2, y_3)$  et  $(z_1, z_2, z_3)$ , représentent les coordonnées des trois sommets de la facette triangulaire dans le repère local.

Afin d'éviter les erreurs numériques qui se produisent au voisinage des singularités (dénominateurs tendent vers zéro), on utilise un développement en série de Taylor, ce qui nous donne quatre cas à traiter.

Cas 1 :  $|D_p| < L_t$  et  $|D_q| \geq L_t$

$$I_c = \frac{2S e^{jD_0}}{jD_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(jD_p)^n}{n!} \left\{ \frac{-C_0}{n+1} + e^{jD_q} C_0 G(n, D_q) \right\} \quad (\text{C.7})$$

Cas 2 :  $|D_p| < L_t$  et  $|D_q| \geq L_t$

$$I_c = 2S e^{jD_0} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{C_0 (jD_p)^n (jD_q)^m}{(m+n+2)!} \quad (\text{C.8})$$

Cas 3 :  $|D_p| \geq L_t$  et  $|D_q| < L_t$

$$I_c = 2S e^{jD_0} e^{jD_p} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(jD_q)^n}{n!} \left( \frac{C_0}{n+1} \right) G(n+1, D_q) \quad (\text{C.9})$$

Cas 4 :  $|D_p| \geq L_t$ ,  $|D_q| \geq L_t$  et  $|D_q - D_p| < L_t$

$$I_c = \frac{2S e^{jD_0}}{jD_q} \sum_n^\infty \frac{(jD_p - jD_q)^n}{n!} \left\{ C_0 C_g(n, D_q) + \frac{e^{jD_0 C_0}}{n+1} \right\} \quad (C.10)$$

Où  $L_t$  est la longueur de la série de Taylor. La fonction  $G$  est définie par :

$$G(n, \gamma) = \int_0^1 s^n e^{j\gamma s} dS \quad (C.11)$$

Et  $G$  est évalué en utilisant la relation de récurrence suivante :

$$G(n, \gamma) = \frac{e^{j\gamma} - nG(n-1, \gamma)}{j\gamma}, n \geq 1 \quad (C.12)$$

Avec :

$$G(0, \gamma) = \frac{e^{j\gamma} - 1}{j\gamma} \quad (C.13)$$



# Bibliographie

---

- [1] krattou.M étude de la détection radar dans un milieu homogène mémoire Master université Tlemcen 2013.
- [2] P. Lacomme, J. Hardange, M. J.C., and E. Normant, "Air and spaceborne radar systems : an introduction." Institution of Electrical Engineers, 2001.
- [3] M. Skolnik, Radar Handbook–2nd edition, 1990, vol. 39.
- [4] E. Knott, J. Shaeffer, and M. Tuley, Radar cross section. SciTech Publishing, 2004.
- [5] Emmanuelle Conil. Propagation électromagnétique en milieu complexe: du champ proche au champ lointain. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2005.
- [6] R.F. Harrington. Field computation by method of moments. NY Mc Millan, 1968.
- [7] Knott E.F, Shaeffer J.F, and Tuley M.T. Radar Cross Section. SciTech Publishing, 2003.
- [8] L. Tsang and J. Kong, Scattering of Electromagnetic Waves : Advanced Topics. John Willey & Sons inc, 2001.
- [9] L. Tsang, J. Kong, and K. ding, Scattering of Electromagnetic Waves : Theories and Applicatios. John Willey & Sons inc, 2000.
- [10] R. C. Booton, Computational Methods for Electromagnetics and Microwaves. John Wiley & Sons, inc, 1992.
- [11] D. B. Davidson, Computational Electromagnetics for RF and Microwaves Engineering, 2nd ed. Cambridge University Press, 2011.
- [12] A. Bondeson, T. Rylander, and P. Ingelstrom, Computational Electromagnetics. Springer, 2005.
- [13] Joe. Wiart. propagation des ondes radio-électriques en milieu urbain dans un contexte micro cellulaire. analyse par la TGD. PhD thesis, ENSTP, UPMC, 1995.
- [14] Bentekkouka Ahlem, simulation de la surface equivalente radar d'objets simples et complexes, mémoire master université saad dahlab de blida 1, 2017.

- [15] Maxime Verreault , universite du quebec, etude experimentale pour determiner les concentrations d'espèces chimiques dans la liqueur bayer par refractometrie dispersive, septembre ,2009.
- [16]Patrick VAUDON : Introduction à la théorie géométrique de la diffraction. Master Recherche Techniques hyperfréquences électroniques et optiques, 2015
- [17]RG Kouyoumjian and P Pathak. A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface. Proceedings of the IEEE, 62 :1448–1461, 1974.
- [18] J. A. Stratton, Electromagnetic theory. Mac Graw Hill Book, New York, 1949. (Cité en pages 23, 46 et 129.)
- [19]Julienhillairet,Application formalisme des faisceaux gaussien,2007.
- [20] PyotrYa. Ufimtsev. Fundamentals of the Physical Theory of Diffraction. John-Wiley & Sons, Inc., 2007.
- [21] R.F. Millar. An approximate theory of the diffraction of an electromagnetic wave by an aperture in a plane screen. Proceeding of the IEEE, 104 :87–95,1957.
- [22]M.Tomas.P.C .A.band B .TrumborFast minimum storage ray triangle intersection 1997
- [23] F. Chatzigeorgiadis. Development of code for a physicaloptics radar cross Section prediction and analysis application. PhDthesis, Naval Postgraduate School Monterey CA, 2004.
- [24] T.griesser and C.A.Balanis. Dihedral cornet reflector backscatter using higher order reflections and diffractions. IEEE Trans. On Antennas and propagation, 35, 1987.
- [25] Sevoor Meenakshisundaram Vaitheeswaran, Talapaneni Shantakumar Gowthami, Sunil Prasad, and Bharadwaja Yathirajam, Monostatic radar cross section of flyingwing delta planforms Engineering Science and Technology, an International Journal 20 (2017).