

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

Université Saad Dahleb Blida  
Faculté de Technologie  
Département Génie civil



**Mémoire de fin d'étude**

Pour l'obtention du diplôme de Master en génie civil

Spécialité : Structures

Thème :

**Evaluation de la Performance des Bâtiments de  
Grandes Hauteurs Munis d'Amortisseurs à Masse  
Accordée (TMD)**

Réalisé par :

**- BRAHIM Mohamed Amine**

Encadré par :

**Promoteur : AKNOUCHE Hassan** – Maître de Recherche A  
Centre National de Recherche Appliquée en Génie Parasismique (CGS), Alger

**Co-Promoteur : Dr. BOUKRI Mehdi** – Directeur de Recherche  
Centre National de Recherche Appliquée en Génie Parasismique (CGS), Alger

Devant le jury composé de :

**Président : Dr.DERBAL**

**Examineur : Dr.ALLALI**

## **ملخص :**

تزامناً و التطور الذي تشهده شتى مجالات البحث العلمي تم تحقيق تقدم تقني ملفت في طرائق التحكم في اهتزازات الهياكل المدنية، يتميز صنف واسع من الهياكل الإستراتيجية المعاصرة بمرونة فائقة مما يجعل هذه المنشآت حساسة للتحريصات الديناميكية المختلفة كالرياح والزلازل وحركة المرور.

و في هذا السياق، كانت الجدوى من دراسة "الكتل المضبوطة المعلقة" كأحد التجهيزات التي تدعم الهياكل المرنة في سبيل مقاومة التحريصات الديناميكية عبر قدرتها على خلق نقطة الإتزان الذاتي لهذه الأخيرة.

هذه الكتل الضخمة المضبوطة الخصائص قد ساهمت بشكل واسع في التحكم بشكل ذكي و فعال في اهتزازات المنشآت المرنة، و بدلاً من تعديل الخصائص الهندسية أو الميكانيكية للهيكل، كان الهدف من استعمال هذه الكتل هو في استغلال قدرتها على العمل كمخمدات حرة تعمل على التحكم في الاهتزازات عن طريق توليد قوى رد فعل ذاتية معاكسة قادرة على مقاومة تأثيرات الاهتزازات الخارجية الطارئة وقت حدوثها.

تلعب عملية تحسين الخصائص الميكانيكية للكتل الحرة دوراً حاسماً و محورياً في تحقيق تخميد فعال للاهتزازات و في قدرة هذه الكتل على التحكم في الحركة النسبية للهيكل بغرض الحفاظ على التوازن وتحقيق الإمتصاص الأمثل للطاقة و هو ما نستعرضه بالتفصيل من خلال هذا البحث.

**الكلمات الرئيسية:** "الكتل المضبوطة المعلقة"، التحكم السلبي، أساليب التحسين، التحسين المتعدد الأهداف، الاستجابة الزلزالية.

## **Résumé :**

Le contrôle des vibrations dans les structures génie civil a réalisé d'importants progrès. Les structures modernes, caractérisées par leur souplesse, sont de plus en plus sensibles aux sollicitations dynamiques externes telles que le vent, les tremblements de terre et le trafic. Dans cette perspective, les amortisseurs à masse accordée (TMD) ont fait l'objet d'études approfondies en raison de leur simplicité et de leur fiabilité.

Plutôt que de modifier les caractéristiques géométriques ou mécaniques de la structure, le contrôle des vibrations cherche à générer des forces de réaction qui s'opposent aux effets néfastes des sollicitations externes au moment de leur survenue. L'optimisation des paramètres mécaniques des TMD, ainsi que de leur positionnement, revêtent une importance cruciale pour parvenir à une atténuation efficace des vibrations de la structure principale.

**Mots clés :** Contrôle Passif, Amortisseur de Masse Accordée, Méthodes d'Optimisation, Optimisation Métaheuristique, réponse sismique.

## **Abstract:**

Significant progress has been made in the field of vibration control in civil engineering structures. Modern structures, known for their flexibility, are increasingly susceptible to dynamic external excitations such as wind, earthquakes, and traffic. In this context, tuned mass dampers (TMDs) have been extensively studied due to their simplicity and reliability. Instead of modifying the geometric or mechanical characteristics of the structure, vibration control aims to generate reactive forces that counteract the detrimental effects of external excitations at the time of their occurrence. The optimization of TMD's mechanical parameters and their positioning plays a crucial role in achieving effective vibration attenuation in the main structure.

**Keywords:** Tuned mass damper, Passive control, Optimization methods, Metaheuristic optimization, seismic response.

## REMERCIEMENT :

Tout d'abord, je tiens à exprimer ma gratitude envers le Dieu pour m'avoir accordé la force, la persévérance et la détermination nécessaires pour mener à bien ce travail.

Je souhaite exprimer mes sincères remerciements à mes encadreurs, Dr AKNOUCHE Hassan et BOUKRI Mehdi, pour leur confiance, leur soutien inestimable, leurs patience et encouragements ainsi que leurs conseils éclairés. Leur implication a été précieuse et a grandement enrichi cette expérience de recherche, malgré les défis rencontrés.

Je tiens également à exprimer ma profonde gratitude envers les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à cette recherche. Leur acceptation d'examiner ce travail et leurs précieuses propositions ont contribué à son amélioration et à son excellence.

Un remerciement particulier est adressé à Madame Chorfa pour sa bienveillance, son dévouement et ses précieux conseils tout au long de ce parcours.

Je souhaite également exprimer ma reconnaissance envers tous les enseignants intervenants qui ont partagé leur savoir et leur expérience, contribuant ainsi à ma formation académique.

Enfin, j 'exprime également ma gratitude envers les membres du jury qui ont évalué ce travail avec sagesse et honnêteté, participant ainsi à mon développement académique et professionnel.

**DEDICACE :**

Ce travail est chaleureusement dédié à :

Mes parents : Pour leur soutien inconditionnel, leur amour et leur encouragement tout au long de mon parcours

scolaire et universitaire.

Leur présence a été toujours une source de motivation et de force.

Mes frères et ma sœur :

Votre présence et vos encouragements ont été précieux.

Et à toute la famille Brahim : Pour leur amour, leurs encouragements et leur soutien

Indéfectible.

كنار اجمت تتلف وجه هذا الركام من العبث

وفاؤك حرب على هذا الليل المقيت

## ACRONYMES

*TMD : Tuned mass damper*

*AMD : Amortisseur de mass accordée*

*MTMD : Multiple Tuned Mass Dampers*

$\mu$  : *Rapport des masses*

$f$  : *Rapport des pulsation (rapport d'accord ou rapport fréquentiel)*

$\omega_S$  : *Fréquence de système principal (Système principal)*

$\omega_{TMD}, \omega_d$  : *Fréquence de système auxiliaire (TMD)*

$\xi$  : *Rapport d'amortissements*

$\xi_S$  : *Taux d'amortissement de la structure (Système principal)*

$\xi_{TMD}, \xi_T, \xi_d$  : *Taux d'amortissement de TMD*

$M_S$  : *Masse de la structure (Système principal)*

$M_{TMD}, M_T, M_d$  : *Masse du TMD*

$c_S$  : *Amortissement de la structure (Système principal)*

$c_{TMD}, c_T, c_d$  : *Amortissement du TMD*

$K_S$  : *Rigidité de la structure (Système principal)*

$K_T, K_{TMD}, K_d$  : *Rigidité du TMD*

$X(t), Z(t)$  : *Vecteur d'état*

$Y(t)$  : *Vecteur de mesure (ou de sortie)*

$U(t), \ddot{x}_g(t)$  : *Vecteur d'entrée*

$A$  : *Matrice d'états (ou d'évolution ou dynamique)*

$B, E$  : *Matrice d'entrée*

$C$  : *Matrice de sortie*

$D$  : *Matrice de transmission directe*

$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  : *fonction du coût*

$g(x)$  : *contraintes (limite de l'intervalle de recherche)*

$D \subset \mathbb{R}^n$  : *Ensembles des contraintes  $g(x)$*

$N_{pop}$  : *la taille de la population*

---

$\xi^i$  : représente la valeur phénotypique de l'individu  $i$

$p_m$  : probabilité de mutation de l'AG

$p_c$  : probabilité de croisement de l'AG

$x^i$  : le vecteur de position pour la particule  $i$  de l'algorithme PSO

$v^i$  : le vecteur de vitesse pour la particule  $i$  de l'algorithme PSO

$g^*$  : position du meilleur global actuel de l'algorithme PSO

$x_{i^*}$  : meilleure position dans l'historique de recherche de l'algorithme PSO

$\epsilon^i$  : Les vecteurs aléatoires générés par l'algorithme PSO

$\omega$  : Coefficient d'inertie

$c_1$  : Coefficient cognitif

$c_2$  : Coefficient social

$\lambda(A)$  : Polynôme caractéristique de la matrice  $A$

$L_2$  : l'espace des fonctions définies à carré sommable

$H_2$  : sous-espace des fonctions définies analytiques sur  $L_2(j\mathbb{R})$  dont  $Re(s) > 0$

$L_\infty$  : L'espace des fonctions bornées sur sa partie réelle  $Re(s) = 0$  à  $\infty$

$H_\infty$  : l'ensemble des fonctions définies analytiques à  $L_\infty(j\mathbb{R})$  dont  $Re(s) > 0$

$Tr(\omega), H(\omega)$  : la fonction de réponse en fréquence

$i, j$  : l'unité du nombre imaginaire

$Trw^*$  : la transposée conjuguée complexe

$W_c$  : le Grammien de contrôlabilité

$W_o$  : le Grammien d'observabilité

---

## Table des matières

ACRONYMES.....	0
Table des matières.....	I
Liste des Figures.....	IV
Liste des Tableaux.....	VI
INTRODUCTION GENERALE.....	1
1 CHAPITRE 1 : ETAT DE L'ART SUR LES SYSTEMES DE CONTROLE DE VIBRATIONS DES BATIMENTS.....	6
INTRODUCTION.....	6
1.1 SYSTEMES DE CONTROLE PASSIF.....	8
1.1.1 Isolation sismique [2].....	8
1.1.1.1 Systèmes à base d'élastomère [4].....	8
1.1.1.2 Systèmes à base de glissement [4, 5].....	10
1.1.2 Dissipation d'énergie.....	10
1.1.2.1 Systèmes à dissipation directe [4, 5].....	10
1.1.2.1.1 Les amortisseurs à friction.....	10
1.1.2.1.2 Les amortisseurs métalliques.....	11
1.1.2.1.3 Les amortisseurs viscoélastiques [4].....	11
1.1.2.1.4 Les amortisseurs visqueux [4, 5].....	13
1.1.2.2 Systèmes à dissipation indirecte [4, 5].....	14
1.1.2.2.1 1-Les amortisseurs à liquide accordée [1, 12].....	14
1.1.2.2.2 Les amortisseurs à masse accordée [2, 4, 5].....	15
1.2 LES SYSTEMES DE CONTROLE ACTIF [2,4, 5].....	21
1.2.1 Amortisseur à masse accordée actif (ATMD).....	22
1.3 LES SYSTEMES DE CONTROLE SEMI-ACTIF.....	23
1.4 LES SYSTEMES HYBRIDES.....	23
CONCLUSION.....	24
2 Chapitre 2 : FORMULATION MATHÉMATIQUES DES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT POUR LES STRUCTURES ÉQUIPÉES D'UN TMD :.....	25
INTRODUCTION :.....	25
2.1 2.1 Structure mécanique à « N-DDL » équipée par des « TMDs » en parallèle : [2, 4].....	25
2.1.1 Equations du mouvement.....	26
2.1.2 Régime Libre.....	28
2.1.3 Régime Permanent.....	30
2.1.4 Calcul de la matrice de rigidité dynamique.....	30



2.1.5	Calcul des fonctions de transfert pour une structure excitée sur le dernier étage :.....	30
2.1.6	Les fonctions de transfert pour une structure excitée sur la base .....	31
2.2	Système principal 1DDL équipé d'un TMD et excité par une accélération aléatoire non stationnaire du sol.....	32
2.3	Représentation du modèle mécanique à NDDL équipé par un seule TMD linéaire.....	35
Conclusion : .....		36
<b>3 CHAPITRE 3 : OPTIMISATION MATHEMATIQUE ET OPTIMISATION METAHEURISTIQUE.....</b>		
INTRODUCTION.....		37
3.1	OPTIMISATION MATHEMATIQUE [32].....	37
3.1.1	Définition de l'optimisation mathématique .....	37
3.1.2	Modélisation des problèmes d'optimisation .....	37
La fonction objectif : .....		38
Les variables de décision : .....		38
Les contraintes : sont des conditions qui doivent être satisfaites pour que la solution soit considérée comme valide. Elles peuvent être des contraintes d'égalité (par exemple, l'équilibre des équations), des contraintes d'inégalité (par exemple, des limites supérieures ou inférieures), ou une combinaison des deux.....		38
3.1.3	Méthodes d'optimisation analytique .....	38
La programmation linéaire : .....		38
1.	Formulation du problème : .....	38
2.	Représentation graphique : .....	38
3.	Point de départ : .....	38
4.	Itérations de l'algorithme du simplexe : .....	38
5.	Test d'optimalité : .....	38
6.	Solution optimale : .....	38
La programmation non linéaire : .....		39
La programmation quadratique : .....		39
La programmation dynamique : .....		40
3.2	OPTIMISATION METAHEURISTIQUE [33,34].....	40
3.2.1	Introduction à l'optimisation métaheuristique .....	40
-	Les algorithmes génétiques : .....	40
-	L'optimisation par essaim de particules : .....	40
-	La recherche taboue : .....	40
-	Recherche harmonique (Harmony Search) : .....	41
3.2.2	LES ALGORITHMES GENETIQUES [33,34,35].....	42
3.2.2.1	APPLICATION DES ALGORITHMES GENETIQUES (GA) DANS LE DOMAINE DU GENIE CIVIL ET STRUCTUREL .....	42
3.2.2.2	Principes de travail de l'algorithme génétique .....	43

3.2.2.3	Le choix des paramètres de l’algorithme génétique .....	44
3.2.3	L’ALGORITHME PSO (PARTICLE SWARM OPTIMIZATION) [60, 61, 69].....	46
3.2.3.1	Applications de l’algorithme PSO dans le domaine génie civil .....	47
3.2.3.2	Principes de travail de l’algorithme PSO .....	47
3.2.4	Exemple.....	48
CONCLUSION .....		51
4	CHAPITRE 4 : LES METHODES D’OPTIMISATION DU CHOIX DES PARAMETRES DES SYSTEMES D’AMORTISSEMENT A MASSE ACCORDEE « TMD » .....	52
INTRODUCTION.....		52
4.1	LA METHODE DE DEN-HARTOG (1957) [22, 23].....	53
4.2	LA METHODE DE WARBURTON (1982) [24,25, 26, 27].....	58
4.2.1	Excitation Harmonique.....	58
4.1.1	Excitation aléatoire.....	61
4.3	LA METHODE DE SADEK ET AL. (1997) [14].....	64
4.1.2	La méthode de Sadek MDOF [14] .....	67
4.4	Méthode de Hadi & Arfiadi basée sur la minimisation de la norme de H2 [49] .....	68
<b>4.5</b>	La méthode de Leung (2008) [46, 47].....	72
CONCLUSION .....		78
5	CHAPITRE 5 : APPLICATION ET COMPARAISON ENTRE LES DIFFERNTES METHODES D’OPTIMISATION DES TMD .....	79
INTRODUCTION.....		79
5.1.1	RAPPEL SUR LA REPRESENTATION DES SYSTEMES DYNAMIQUES [74,75] 80	80
5.1.2	RAPPEL SUR LES SCHEMAS FONCTIONNELS [74].....	81
5.1.3	SIMULINK [75,76].....	82
5.1.3.1	Définition de quelques blocs dans l’environnement Simulink.....	83
5.1.3.2	Simulation d’un système mass ressort avec le Simulink.....	85
5.1.4	LA REPRESENTATION D’ETAT : .....	86
5.2	EXEMPLES D’APPLICATION : .....	88
5.2.1	Exemple 1 : .....	88
5.2.1.1	Méthode de Den Hartog : .....	90
5.2.1.2	Méthode de Warburton : .....	90
5.2.1.3	Méthode de Sadek et Mohraz : .....	91
5.2.1.4	Méthode de Hadi et Arfiadi : .....	91
5.2.1.5	Réponse Sismique : .....	93
5.2.1.6	Optimisation de la norme-infinie $H_{\infty}$ : .....	97
5.2.1.7	Représentation de la Fonction de transfert : .....	100
5.2.2	Exemple 2 : .....	103
5.2.2.1	Méthode de Den-Hartog : .....	104

5.2.2.2	Méthode de Warburton : .....	104
5.2.2.3	Méthode de Sadek et Mohraz : .....	105
5.2.2.4	Méthode de Lee : .....	105
5.2.2.5	Méthode de Hadi et Arfiadi : .....	105
5.2.2.6	Optimisation de la norme-infinie $H^\infty$ : .....	106
5.2.2.7	Réponse sismique : .....	106
5.2.2.8	Représentation de la fonction de transfert avant et après l'application du TMD : ...	112
CONCLUSION : .....		114
6	Conclusion : .....	115
7	Références .....	117

## Liste des Figures

FIGURE I.1 : TAIPEI FINANCIAL CENTER. ....	1
FIGURE I.2 : TMD PENDULUM OF TAIPEI 101.....	1
FIGURE 1-1 : APPUIS EN CAOUTCHOUC A HAUTE DISSIPATION D'ENERGIE.....	9
FIGURE 1-2 : ISOLATEUR EN ELASTOMERE AVEC NOYAU DE PLOMB. ....	9
FIGURE 1-3 : ISOLATEUR DE TYPE PENDULE A FRICTION.....	10
FIGURE 1-4 : AMORTISSEUR A FRICTION. ....	10
FIGURE 1-5 : AMORTISSEUR ADAS. ....	11
FIGURE 1-6 : AMORTISSEUR VISCOELASTIQUE. ....	12
FIGURE 1-7 : TOURS JUMELLES DE NEW YORK (WORLD TRADE CENTER).....	12
FIGURE 1-8 : SCHEMAS ILLUSTRATIF D'UN AMORTISSEUR VISQUEUX.....	13
FIGURE 1-9 : « ALA » INSTALLE SUR L'HOTEL « SHIN YOKOHAMA PRINCE » AVEC SON MODELE REPRESENTATIF.....	14
FIGURE 1-10 : TMDs VERTICAUX INSTALLES SOUS LE TABLIER DE LA PASSERELLE DU MILLENIUM A LONDRES. ....	15
FIGURE 1-11 : AMORTISSEUR A MASSE ACCORDEE PENDULAIRE. ....	16
FIGURE 1-12 : EXEMPLE DE QUELQUES DISPOSITIFS DE CONTROLE ACTIFS. ....	22
FIGURE 1-13 : CONFIGURATION DE BASE D'UNE STRUCTURE EQUIPEE D'UN ATMD ACTIF. ....	22
FIGURE 1-14 : DIAGRAMME DE CONTROLE SEMI-ACTIF. ....	23
FIGURE 1-15 : CONFIGURATION DE BASE D'UN AMORTISSEUR A MASS ACCORDEE HYBRIDE TMD PASSIF +ATMD ACTIF.....	24
FIGURE 2-1 : UNE STRUCTURE DISCRETISEE A NDDL EQUIPEE PAR DES P-AMAs [4].....	27
FIGURE 2-2 : UN SYSTEME PRINCIPAL A UN DEGRE DE LIBERTE EQUIPE D'UN TMD (AMA). ....	33
FIGURE 2-3 : N-DDL EQUIPE D'UN TMD AU SOMMET.....	36
FIGURE 3-1 : UNE INTERPRETATION GEOMETRIQUE D'UN PROBLEME D'OPTIMISATION AVEC DES CONTRAINTES LINEAIRE OU METHODE DES POLYEDRES. ....	39
FIGURE 3-2 : UNE INTERPRETATION GEOMETRIQUE D'UN PROBLEME D'OPTIMISATION AVEC DES CONTRAINTES NON-LINEAIRE AVEC LA METHODE DE LA DESCENTE DU GRADIENT. ....	39
FIGURE 3-3 : LA STRUCTURE (PSEUDO CODE) DE L'ALGORITHME GENETIQUE.....	43
FIGURE 3-4 : DIAGRAMME DU CROISEMENT DANS LES ALGORITHMES GENETIQUES.....	44
3-5 : ORGANIGRAMME DES ETAPES DU FONCTIONNEMENT DES ALGORITHMES GENETIQUES ....	46
FIGURE 3-6 : REPRESENTATION SCHEMATIQUE DU MOUVEMENT D'UNE PARTICULE DANS LE PSO, SE DEPLAÇANT VERS LE MEILLEUR GLOBAL $G^*$ ET LE MEILLEUR COURANT $XI^*$ POUR CHAQUE PARTICULE $i$ . ....	47
FIGURE 3-7 : PSEUDO-CODE DE L'OPTIMISATION PAR ESSAIM DE PARTICULES ....	48
FIGURE 3-8 : TREILLIS 3-BARRES - PROBLEME D'OPTIMISATION DES SECTIONS.....	49
FIGURE 3-10 : CLASSIFICATION DES PROBLEMES D'OPTIMISATIONS.....	51
FIGURE 3-11 : CLASSIFICATION DES ALGORITHMES D'OPTIMISATIONS.....	51
FIGURE 4-1 : MODELE DE FRAHM QUI EST LE CAS SPECIAL DU MODELE DEN-HARTOG [22, 23].	53
FIGURE 4-2 : LE MODELE DEN HARTOG D'UN SYSTEME D'AMORTISSEMENT A MASSE ACCORDEE [22]. ....	54

FIGURE 4-3 : LES AMPLITUDES DE LA MASSE PRINCIPALE POUR DIFFERENTES VALEURS DE L'AMORTISSEMENT DU TMD. TOUTES LES COURBES PASSENT PAR LES POINTS FIXES P ET Q. (DEN-HARTOG [22]).	57
FIGURE 4-4 : LES COURBES DE RESONANCE DA LA MASSE PRINCIPALE AVEC F_OPT DEN-HARTOG [22].	57
FIGURE 4-5 : SYSTEME A UN DEGRE DE LIBERTE AVEC AMORTISSEUR ATTACHE AVEC UNE EXCITATION HARMONIQUE « WARBURTON » [25].	58
FIGURE 4-6 : SYSTEME PRINCIPAL NON AMORTI A UN DEGRE DE LIBERTE (PARAMETRES K ET MM) AVEC UN ABSORBEUR ATTACHE (PARAMETRES KA, MA ET CA) [27].	62
FIGURE 4-7 : AMORTISSEUR DE MASSE ACCORDE SUR UNE STRUCTURE PRINCIPALE [14].	64
FIGURE 4-9 : BATIMENT A PLUSIEURS ETAGES AVEC TMD.	70
FIGURE 4-10 : UN SYSTEME PRINCIPAL A UN DEGRE DE LIBERTE EQUIPE D'UN TMD [20].	72
FIGURE 5-1 : EXEMPLE D'UN SCHEMA FONCTIONNEL DE $DDTYT + A0YT = B1DDTUT + B0U(T)$ .	82
FIGURE 5-2 : SCHEMAS FONCTIONNEL DE SYSTEME MASS RESSORT 1-DDL.	85
FIGURE 5-3 : SCHEMAS FONCTIONNEL DE SYSTEME 2-MASS 2-RESSORT 2-DDL.	85
FIGURE 5-4 : SCHEMA DE BLOC DE LA REPRESENTATION D'ETAT.	87
FIGURE 5-5 : LA FONCTION DE TRANSFERT DE L'ETAGE 10 DE LA STRUCTURE 1 EN UTILISANT L'ANALYSE DE BODE « $\Omega S = 3.10 \text{ RAD/S}$ ».	89
FIGURE 5-6 : ACCÉLÉRATION SISMIQUE "EL CENTRO (1940) IMPERIAL-VALLEY EARTHQUAKE RECORD".	94
FIGURE 5-7 : SCHEMA DE BLOC DE RESOLUTION DES EQUATIONS DU MOUVEMENT.	94
FIGURE 5-8 : DEPLACEMENT DU DERNIER ETAGE DE LA STRUCTURE SANS TMD.	95
FIGURE 5-9 : DEPLACEMENT DU DERNIER ETAGE DE LA STRUCTURE AVEC TMD "DEN-HARTOG".	95
FIGURE 5-10 : DEPLACEMENT DU DERNIER ETAGE DE LA STRUCTURE AVEC TMD "WARBURTON".	96
FIGURE 5-11 : DEPLACEMENT DU DERNIER ETAGE DE LA STRUCTURE AVEC TMD "SADEK".	96
FIGURE 5-12 : DEPLACEMENT DU DERNIER ETAGE DE LA STRUCTURE AVEC TMD "HADI".	97
FIGURE 5-13 : LA RIGIDITE DE L'ALGORITHME GENETIQUE EN FONCTION DU NOMBRE DE GENERATION.	98
FIGURE 5-14: DEPLACEMENT DU DERNIER ETAGE DE LA STRUCTURE AVEC TMD "H-INFINIE....	99
FIGURE 5-15 : ANALYSE DE BODE DE L'EXEMPLE 1 DE L'ETAGE 10 POUR LES DIFFERENTS SYSTEMES.	101
FIGURE 5-16 : COURBE AGRANDIE DE L'ANALYSE DE BODE DE LA FONCTION DE TRANSFERT DE L'ETAGE 10.	101
FIGURE 5-17 : : LA REPONSE FREQUENTIELLE DANS LE DOMAINE COMPLEXE EN UTILISANT LA FONCTION "FRSP" DANS MATLAB DE L'ETAGE 10.	102
FIGURE 5-18 : : LA FONCTION DE TRANSFERT DE L'ETAGE 10 DE LA STRUCTURE 2 EN UTILISANT L'ANALYSE DE BODE « $\Omega S= 6.34 \text{ RAD/S}$ ».	104
FIGURE 5-19 : COURBE D'EVOLUTION DE LA VALEUR DE LA NORME INFINIE EN FONCTION DU NOMBRE DE GENERATION DE L'AG POUR UN CRITERE D'ARRET.	106
FIGURE 5-20 : REPONSE EN DEPLACEMENT DE LA STRUCTURE 2 SUITE A L'APPLICATION DU SIGNAL SISMIQUE D'EL-CENTRO.	107
FIGURE 5-21 : REPONSE EN DEPLACEMENT DE LA STRUCTURE 2 AVEC ET SANS TMD ETAGE 10 METHODE DE DEN-HARTOG.	107

FIGURE 5-22 : REPOSE EN DEPLACEMENT DE LA STRUCTURE 2 AVEC ET SANS TMD ETAGE 10 METHODE DE WARBURTON. ....	108
FIGURE 5-23: REPOSE EN DEPLACEMENT DE LA STRUCTURE 2 AVEC ET SANS TMD ETAGE 10 METHODE DE SADEK.....	108
FIGURE 5-24 : REPOSE EN DEPLACEMENT DE LA STRUCTURE 2 AVEC ET SANS TMD ETAGE 10 METHODE DE LEE. ....	109
FIGURE 5-25: REPOSE EN DEPLACEMENT DE LA STRUCTURE 2 AVEC ET SANS TMD ETAGE 10 METHODE DE HADI. ....	109
FIGURE 5-26 : REPOSE EN DEPLACEMENT DE LA STRUCTURE 2 AVEC ET SANS TMD DE L'ETAGE 10 METHODE DE EN UTILISANT LA NORME-INFINIE. ....	110
FIGURE 5-27 : COURBES DE BODE DES DIFFERENTES SYSTEMES.....	112
FIGURE 5-28 : COURBES AGRANDIE DE L'ANALYSE DE BODE DES DIFFERENTS SYSTEMES. ....	112
FIGURE 5-29: LA REPOSE FREQUENTIELLE DANS LE DOMAINE COMPLEXE EN UTILISANT LA FONCTION "FRSP" DANS MATLAB DE L'ETAGE 10. ....	113

## Liste des Tableaux

TABLEAU 1-1 : CONSTRUCTIONS AVEC AMORTISSEURS A MASSE ACCORDEE PRESENTEE EN ORDRE CHRONOLOGIQUE [17].	17
TABLEAU 3-1 : RESULTATS DE L'OPTIMISATION DES SECTIONS DU TREILLIS 3-BARRES.	50
TABLEAU 4-1 : VALEURS OPTIMALES DES PARAMETRES DE L'ABSORBEUR POUR LE SYSTEME PRINCIPAL AVEC AMORTISSEMENT VISQUEUX « WARBURTON » [25].	61
TABLEAU 4-2 : LES PARAMETRES OPTIMAUX D'UN ABSORBEUR ATTACHE A UN SYSTEME SDOF NON-AMORTIE SOUMIS A UNE EXCITATION HARMONIQUE [27].	62
TABLEAU 4-3 : PARAMETRES OPTIMAUX POUR LES ABSORBEURS ATTACHES AUX SYSTEMES PRINCIPAUX SDOF NON AMORTIS. EXCITATION ALEATOIRE AVEC UN BRUIT BLANC DE DENSITE SPECTRALE $S_0$ [10].	63
TABLEAU 4-4 : RAPPORTS D'AMORTISSEMENT DES MODES COMPLEXES CALCULES NUMERIQUEMENT PAR LA METHODE DE VILLAYERDE POUR UNE STRUCTURE SDOF AVEC UNE VALEUR DE L'AMORTISSEMENT $B = 0,05$ .	65
TABLEAU 5-1 : TABLE ELEMENTAIRE DES TRANSFORMEES DE LAPLACE [74].	80
TABLEAU 5-2 : CARACTERISTIQUES PHYSIQUE DE LA STRUCTURE 1 [49].	88
WORBURTON A PROPOSER UNE FORMULE POUR L'OPTIMISATION DES PARAMETRES $f$ ET $\varepsilon$ POUR UNE EXCITATION ALEATOIRE DANS LE TABLEAU 4-5-3 EN UTILISANT LES FORMULES D'UNE ACCELERATION DE SUPPORT:	90
TABLEAU 5-4 : POURCENTAGE DE REDUCTION DES DEPLACEMENTS DE CHAQUE METHODE ( $\mu=3\%$ ).	100
TABLEAU 5-5 : CARACTERISTIQUES PHYSIQUE DE LA STRUCTURE 2 [49].	103
TABLEAU 5-6 : LES PROPRIETES DYNAMIQUE MODALES DE LA STRUCTURE.	103
TABLEAU 5-7 : RESULTATS OBTENUS SUITE A L'APPLICATION DES DIFFERENTES METHODES EN UTILISANT LES ENREGISTREMENTS ACCELEROMETRIQUE DU SEISME D'EL-CENTRO.	111
TABLEAU 5-8 : POURCENTAGE DE REDUCTION POUR LES DIFFERENTES METHODES EN UTILISANT L'ENREGISTREMENTS ACCELEROMETRIQUE DU SEISME D'EL-CENTRO( $\mu=3\%$ ).	111

## INTRODUCTION GENERALE

Bien que le contrôle actif des vibrations soit actuellement l'objet de nombreuses recherches, le contrôle passif est toujours considéré, en raison de sa simplicité et de sa nécessité pour l'estimation des paramètres optimaux du système de contrôle soit actif ou passif. De plus, de nombreux dispositifs de contrôle passif ont été installés avec succès dans des bâtiments réels. Les dispositifs de contrôle passif couramment utilisés sont principalement l'isolation à la base, l'amortisseur viscoélastique et le système d'amortisseur à masse accordée (TMD) qui est le thème de ce mémoire.

L'utilisation de l'amortisseur à masse accordée pour réduire les vibrations structurelles a été installée dans des structures réelles pour réduire les mouvements latéraux des gratte-ciels ainsi que les vibrations verticales des planchers flexibles, le dispositif d'amortisseur à masse accordée (TMD) est un système de contrôle passif composé de composants mécaniques tels que des masses, des ressorts et des amortisseurs visqueux. Les amortisseurs de masse accordée ont été installés dans des immeubles de grande hauteur pour amortir les vibrations. Parmi les exemples, citons le Citigroup Center à New York, la tour Yokohama Landmark à Yokohama, le Burj Al Arab à Dubaï, la Trump World Tower à New York et le Taipei 101 à Taipei. Un TMD de type pendule a été mis en œuvre dans le bâtiment Taipei 101 à Taipei, à Taïwan, afin de réduire les vibrations.



Figure I.1 : Taipei Financial Center.



Figure I.2 : TMD Pendulum of Taipei 101.

La découverte de ce type d'amortisseurs relate à l'année 1909, lorsque Frahm a inventé un dispositif pour amortir les vibrations de résonance, qui constitue la base des amortisseurs de masse accordée. Ce dispositif était efficace uniquement lorsque la fréquence naturelle des absorbeurs était très proche de la fréquence d'excitation, car il ne possédait pas d'amortissement intrinsèque.



Ormondroyd et Den Hartog ont ajouté des amortisseurs visqueux avec un certain niveau d'amortissement afin d'obtenir des résultats bénéfiques en cas de variation de la fréquence d'excitation. Den Hartog a développé des expressions analytiques en fonction des paramètres optimaux comme le rapport des fréquences et le rapport d'amortissement du TMD.

Ces expressions développées ne s'appliquent qu'aux systèmes principaux non amortis à un seul degré de liberté (SDF). Par la suite, plusieurs recherches ont inclus l'amortissement dans le système principal. Warburton et Ayorinde ont montré que lors de l'obtention des paramètres optimaux du TMD pour des systèmes complexes, le problème peut être considéré comme un système SDOF équivalent si ses fréquences naturelles sont bien séparées. Thompson a obtenu les paramètres optimaux des amortisseurs avec une méthode de Root-locus de fréquence. Warburton a dérivé des expressions simples pour les paramètres optimaux du TMD pour les systèmes principaux SDOF non amortis soumis à des excitations harmoniques et aléatoires de bruit blanc.

Villaverde et al. ont suggéré que les TMDs fonctionnaient avec succès lorsque les deux premiers modes de rapport d'amortissement modal étaient égaux. Sadek et al. ont étendu l'étude de Villaverde car la formulation de Villaverde ne donne pas un amortissement égal dans les deux premiers modes de vibration, en particulier pour de grands rapports de masse. Kareem a examiné la dynamique des bâtiments isolés à la base avec des amortisseurs de masse passifs et a comparé différentes configurations d'amortisseurs. Rana et Soong ont conçu un TMD avec une optimisation numérique afin de contrôler uniquement un mode structurel. Ils ont également étudié la possibilité de contrôler plusieurs modes structurels en utilisant des amortisseurs de masse accordée multiples (MTMD). De plus, les paramètres optimaux des (MTMD) ont été étudiés dans plusieurs études. Carotti et Turci ont conçu un amortisseur de masse accordée inertielle en utilisant des phasers dans le plan Argand-Gauss. Chang a dérivé des formules de conception optimales en forme fermée pour le TMD pour les types de charges de vent et de séisme. Lin et al. ont utilisé une méthode de décrémentation aléatoire étendue pour réduire les réponses dynamiques des bâtiments avec TMD. Contrairement aux études précédentes, ils ont étudié les spectres de réponse de déplacement et d'accélération pour les structures avec et sans TMD. Aldemir a conçu un amortisseur de masse accordée semi-actif optimal. Dans ce domaine, de nombreuses recherches ont été menées pour optimiser les paramètres des amortisseurs accordés (TMD) en utilisant différentes techniques d'optimisation. Par exemple, Aldemir a utilisé un amortisseur magnétorhéologique (MR) pour réduire les réponses maximales d'une structure SDOF soumise à une large classe de charges sismiques. Lee et al. ont développé un algorithme d'optimisation numérique pour les bâtiments équipés de TMD afin de réduire l'indice de performance. Bakre et Jangid ont obtenu des expressions mathématiques explicites pour les paramètres optimaux des TMD grâce à une technique de recherche numérique. Rüdinger a étudié l'effet des amortisseurs de masse accordés avec des éléments d'amortissement visqueux non linéaires. Hoang et al. ont étudié les paramètres optimaux des TMD pour la réhabilitation sismique de ponts à travées de grande portée. Marano et al. ont également optimisé le rapport de masse des TMD, qui était un paramètre prédéfini dans les études précédentes sur l'optimisation des TMD. Weber et Feltrin ont étudié le comportement à long terme des TMD en réalisant des expériences sur différents types de ponts.

Différentes méthodes ont été appliquées, des méthodes analytiques directes, des méthodes analytiques simplifiées par ajustement, le machine Learning et aussi on trouve les méthodes métaheuristiques.

Ces dernières ont été introduites pour résoudre des problèmes d'optimisation d'une façon à chercher la solution optimale pour des formules à plusieurs objectifs avec des contraintes non linéaires et multiples comme notre cas.

Les résultats affirment que l'approche métaheuristique est efficace pour atteindre les objectifs visés, on trouve des algorithmes tels que l'algorithme génétique (GA), l'essaim de particules (PSO), l'algorithme des fourmis, le recuit simulé, le big bang big crunch, la recherche harmonique (HS) et l'algorithme des chauves-souris (Bat Algorithm).

L'algorithme génétique a été utilisé pour la première fois par (Hadi & Arfiadi). Leung et al. ont étudié l'optimisation par l'algorithme d'essaim de particules (PSO), et puis Bekdas et Nigdeli en collaboration avec Geem ils ont utilisé la recherche harmonique (HS), en 2017 les deux derniers en collaboration avec Xin-She Yang le créateur de l'algorithme des chauves-souris où ils ont développé une méthode pour l'optimisation des paramètres du TMD qui se base sur une méthode multi-objectifs.

La première étude sur l'application des TMD sur des structures génie civil a été faite par Gupta et Chandrasekaran, où ils ont étudié l'influence de plusieurs TMD (amortisseurs de masse accordée) avec des propriétés élastiques-plastiques sur la réponse de structures SDOF (à un degré de liberté) soumises à la composante S21W de l'accélérogramme de Taft, séisme du comté de Kern en 1952. Leur étude a montré que les TMD ne sont pas aussi efficaces pour réduire la réponse des structures aux excitations sismiques que pour des charges sinusoïdales.

Le deuxième travail c'était par Kaynia et al, avec une application d'un ensemble de 48 accélérogrammes sismiques pour étudier l'effet des TMD sur la réponse du mode fondamental. Ils ont constaté que la réduction optimale de la réponse est obtenue pour «  $f = 1$  », ils ont aussi donné la remarque que l'augmentation de la période et de l'amortissement de la structure diminue l'efficacité des TMD. Ils ont toutefois conclu que, de manière générale, les TMD sont moins efficaces pour réduire la réponse sismique des structures que ce qui était précédemment pensé.

Sladek et Klingner ont utilisé la méthode de Den Hartog pour sélectionner les paramètres du rapport des pulsations «  $f = \omega_{TMD} / \omega_{Structure}$  » et le rapport d'amortissements «  $\xi = c_{TMD} / c_{Structure}$  » pour un TMD placé au sommet d'un immeuble de 25 étages.

La méthode de Den Hartog vise à minimiser la réponse aux charges sinusoïdales, ce qui, pour un système non amorti, donne les paramètres de TMD suivants :

$$f_{optimale} = 1 / (1 - \mu)$$

Et

$$\xi_{optimale} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}}$$

avec  $\mu = M_{TMD}/M_{Structure}$  qui est le rapport de masse.

L'analyse de l'immeuble de 25 étages soumis à la composante S00E de l'accélérogramme d'El Centro, séisme de la vallée impériale en 1940, a révélé que le TMD n'était pas efficace pour réduire la réponse de l'immeuble.

La première réussite pratique en génie civil pour le système TMD avec des charges sismiques a été introduite par Wirsching et Yao en 1973, où ils ont calculé la réponse du premier mode à une accélération non stationnaire du sol pour un immeuble de cinq étages et un immeuble de dix étages, avec un amortissement de 2 %. Ils ont sélectionné une masse de TMD égale à la moitié de la masse d'un étage typique et un rapport d'accordement  $f = 1$ . Une réduction considérable de la réponse a été obtenue avec un rapport d'amortissement de TMD  $\xi=0.2$ . Plus tard, Wirsching et Campbell ont utilisé une méthode d'optimisation pour calculer les paramètres des TMD pour des immeubles de 1, 5 et 10 étages soumis à une accélération de base de bruit blanc stationnaire. Ils ont observé que les TMD étaient très efficaces pour réduire la réponse.

Suite aux travaux de Dong en 1976 Jagadish et al ont analysé une structure à deux étages avec un comportement de matériau bilinéaire soumise à la composante S69E de l'accélérogramme de Taft, séisme du comté de Kern en 1952, avec le dernier étage fonctionnant comme un absorbeur de vibrations pour l'étage inférieur. Ils ont observé qu'avec  $f = 0,8$  à  $1,0$ , une réduction de 50 % de l'exigence de ductilité pour l'étage inférieur peut être obtenue. Ils ont également introduit le concept de "dernier étage sacrificiel" où le dernier étage est capable d'absorber une grande partie de l'énergie sismique et subir des dommages, réduisant ainsi la réponse des étages inférieurs. Un tel concept s'oppose au concept de "premier étage souple" où l'énergie sismique est absorbée à la base ou au premier niveau. Cependant, l'approche du premier étage souple n'est pas pratique et peut compromettre la stabilité et la sécurité de la structure (la descente des charges nous oblige à rigidifier les étages inférieurs).

De nombreuses études sur l'applicabilité des TMD pour les applications sismiques ont été réalisées par Villaverde et Koyama et puis par Villaverde et Martin, où il a été constaté que les TMD donnaient les meilleurs résultats lorsque les deux premiers modes complexes de vibration de la structure combinée et de l'amortisseur avaient des rapports d'amortissement approximativement égaux à la moyenne des rapports d'amortissement de la structure et du TMD. Pour atteindre cet objectif, Villaverde a constaté que le TMD devrait être en résonance avec la structure principale « $f = 1$ » et son rapport d'amortissement devrait être

$$\xi = \beta + \Phi\sqrt{\mu}$$

où  $\beta$  est le rapport d'amortissement de la structure,  $\mu$  est le rapport de la masse de l'amortisseur à la masse généralisée de la structure dans un mode de vibration donné (généralement c'est le mode fondamental) et  $\Phi$  est l'amplitude de la forme de mode à l'emplacement du TMD. Les valeurs de  $\mu$  et  $\Phi$  sont calculées pour un facteur de participation modal unitaire.

Cette méthode a été étudiée numériquement dans plusieurs analyses 2D et 3D de bâtiments et de ponts à haubans soumis à différentes excitations du sol et s'est avérée efficace.

Tant numériquement qu'expérimentalement, pour réduire la réponse. Il sera discuté ultérieurement que la formulation de Villaverde ne donne pas des amortissements égaux dans les deux premiers modes de vibration, en particulier pour de grands rapports de masses.

Miyama a trouvé que les TMD avec une petite masse (moins de 2 % de la masse généralisée du premier mode) ne sont pas efficaces pour réduire la réponse des bâtiments aux excitations sismiques. Il a suggéré que la majeure partie de l'énergie sismique devrait être absorbée par l'étage supérieur afin que les autres étages restent intacts. L'étage supérieur devrait avoir une résistance appropriée, une ductilité et un amortissement supplémentaire pour résister aux charges. Les résultats numériques indiquent qu'il est possible d'obtenir une absorption d'énergie de 80 % avec un rapport de masse de 5% en accordant la fréquence de l'étage supérieur à celle de la structure.

D'après les discussions précédentes, il semble que les TMD peuvent être efficaces pour réduire la réponse des structures aux charges sismiques. Le problème réside dans la recherche des paramètres optimaux des TMD afin d'obtenir la plus grande réduction de la réponse.

Dans les travaux qui suivent, à chaque fois une amélioration de la méthode introduite par Den Hartog et avec des équations nouvelles qui sont formulées ou des méthodes d'optimisation plus commode ont été développées pour garantir que les modes de vibration de la structure avec TMD auront des rapports spécifiques pour des objectifs bien déterminés dans le cadre des applications parasismiques.

Le présent mémoire de projet de fin d'étude est subdivisé en cinq chapitres en sus d'une introduction générale et une conclusion générale.

Le travail proposé porte sur la problématique de déterminer les caractéristiques optimales d'un système d'amortissement pour un système principal, de manière à assurer la meilleure performance globale. Nous présentons une revue des travaux de recherche antérieurs qui ont abordé cette problématique en utilisant différentes approches théoriques, et qui ont abouti à des résultats variables. Cependant, il reste encore beaucoup de potentiel pour la recherche dans ce domaine.

Nous avons donné une introduction historique des travaux de recherche pionniers dans ce domaine. Dans le chapitre quatre est cinq une étude théorique sur les recherches réalisées sera examinée afin de comprendre les défis et les problèmes liés à l'amortissement des systèmes. Les approches théoriques utilisées dans les études antérieures sont analysées et les résultats obtenus sont discutés dans le chapitre cinq.

L'accent est mis sur la revue des résultats et des analyses liées à la détermination des caractéristiques optimales du système d'amortissement. Les détails des modèles utilisés et des équations développées pour calculer les paramètres optimaux sont présentés dans les chapitres 4 et 5. Les résultats obtenus sont examinés et les performances du système d'amortissement optimal par rapport au système principal sont discutées.

## CHAPITRE 1 : ETAT DE L'ART SUR LES SYSTEMES DE CONTROLE DE VIBRATIONS DES BATIMENTS

### INTRODUCTION

L'importance du contrôle structural dans la protection des structures contre les actions dynamiques telles que le vent et le séisme est de plus en plus reconnue, en particulier avec l'augmentation de la hauteur des bâtiments. Les méthodes de contrôle structural offrent des moyens efficaces non seulement pour réduire les forces sismiques, mais aussi pour contrôler les vibrations indésirables causées par le vent et d'autres excitations dynamiques.

De nombreux facteurs ont émergé ces dernières années, nécessitant une attention accrue en matière de contrôle de la réponse structurale. Ces facteurs comprennent l'augmentation de la flexibilité des systèmes structuraux, les exigences croissantes en matière de sécurité, de performance de rigidité et des considérations économiques. En conséquence, la recherche dans le domaine du contrôle structural s'est intensifiée depuis les années 80, et de nombreuses méthodologies de contrôle ont été développées. Ces méthodes peuvent être classées en méthodes de contrôle passif, actif et semi-actif, et la combinaison de ces approches a conduit au développement de méthodes de contrôle hybrides.

-Le contrôle passif implique l'utilisation de dispositifs qui dissipent l'énergie ou filtrent la transmission des efforts dans la structure, généralement à une fréquence donnée. Ces dispositifs ne nécessitent pas de source d'énergie externe. Ils offrent une solution économique et fiable pour réduire les vibrations structurelles, mais leur efficacité est limitée.

-Le contrôle actif fait référence à des systèmes qui nécessitent une source d'énergie externe importante pour actionner des actionneurs qui fournissent des forces de contrôle ou des déplacements à des points spécifiques de la structure, en fonction de l'état du système. Ces systèmes sont plus complexes et coûteux, mais offrent une grande flexibilité et une capacité à s'adapter aux variations des conditions de charge.

-Le contrôle semi-actif combine les caractéristiques des systèmes passifs et actifs. Il utilise des dispositifs réglables qui ne nécessitent qu'une faible source d'énergie pour modifier leurs propriétés mécaniques, tels que le coefficient d'amortissement ou la rigidité. Cette approche offre un compromis entre la simplicité et la performance, offrant un contrôle efficace tout en limitant les coûts et la complexité.

La recherche continue dans le domaine du contrôle structural vise à développer des méthodes plus avancées et à améliorer les performances des systèmes de contrôle existants. Les progrès technologiques dans les domaines des matériaux, avec l'intégration des capteurs et des actionneurs ouvrent de nouvelles possibilités pour une mise en œuvre plus répandue des techniques de contrôle. Ces avancées permettent d'explorer des approches innovantes telles que l'utilisation des systèmes intelligents et de dispositifs actifs pour améliorer la réponse des structures aux excitations dynamiques.

La théorie mathématique du contrôle joue un rôle crucial dans le développement de ces méthodes avancées. Elle fournit un cadre conceptuel pour la modélisation des systèmes de contrôle, la conception des algorithmes de commande et l'analyse des performances. Les outils mathématiques tels que la théorie des systèmes linéaires, l'optimisation, les méthodes numériques et la théorie du signal sont essentiels pour formuler et résoudre les problèmes de contrôle structural.

Dans ce chapitre, nous nous efforçons de fournir un panorama des différents systèmes de contrôle passif existants. Le contrôle passif fait référence à l'utilisation de dispositifs dissipatifs ou de filtres pour réduire la réponse des structures aux excitations dynamiques sans nécessiter d'alimentation externe significative.

Les systèmes de contrôle passif offrent plusieurs avantages, tels que leur simplicité de conception, leur fiabilité élevée et leur faible coût de maintenance. Ils sont largement utilisés dans les applications de contrôle structural en raison de leur efficacité et de leur facilité d'installation.

En résumé, les systèmes de contrôle passif offrent une approche efficace et économique pour réduire les vibrations et améliorer la stabilité des structures soumises à des excitations dynamiques. Ils sont largement utilisés dans divers domaines de l'ingénierie et continuent d'évoluer avec de nouvelles avancées technologiques pour répondre aux besoins croissants en termes de performance et de durabilité des structures.

## 1.1 SYSTEMES DE CONTROLE PASSIF

L'application de techniques passives d'amortissement a été privilégiée vu leur simplicité et leur fiabilité. Ces techniques consistent à superposer avec la structure, un dispositif permettant d'amortir passivement les vibrations structurales, et ce, sans requérir à une source d'énergie externe [1],[2].

Il existe deux catégories de systèmes passifs : la première est l'isolation sismique et la deuxième est la dissipation d'énergie.

### 1.1.1 Isolation sismique [2]

L'isolation sismique de la base d'une structure est un concept simple qui remonte au début du 20<sup>ème</sup> siècle. Cependant, les premières applications ont seulement été réalisées à partir de 1969. Les systèmes d'isolation sismique sont disposés entre les fondations et la superstructure pour découpler le mouvement du sol de celui de la structure.

Ces dispositifs permettent de transmettre les vibrations du sol à la superstructure isolée en atténuant les forces sismiques de l'ordre de 3 à 10 comparées aux forces transmises à une superstructure non isolée.

Les dommages induits aux structures par l'effet des tremblements de terre sont essentiellement dus à la concordance entre la période naturelle de vibration d'une structure et celle dominante de la secousse sismique. Ainsi, l'isolation sismique a pour but d'allonger la période de vibration en concentrant les déformations sur le système d'isolation.

L'isolation à la base repose sur le principe considérant que si la période de vibration est augmentée suffisamment pour s'éloigner de la période d'excitation prédominante du tremblement de terre, alors, les accélérations transmises à la structure sont considérablement réduites. En revanche, l'augmentation de la période engendre des déplacements plus importants concentrés au niveau de l'isolateur.

Les systèmes d'isolation sismique sont classés en deux catégories :

#### 1.1.1.1 Systèmes à base d'élastomère [4]

Le système d'isolation à base d'élastomère est un isolateur à base d'appui fretté, doté d'un noyau de Plomb intégré à l'intérieur de l'appui (Figure 1.1).

Le module de cisaillement de l'élastomère est relativement bas de l'ordre du 1 MPa. Il permet donc des déformations assez élevées sous l'influence des forces sismiques.

La propriété de flexibilité latérale importante de l'élastomère permet le mouvement latéral des extrémités de l'isolateur, tandis que les plaques de renforcement permettent d'éviter le gonflement de l'élastomère et de fournir une rigidité verticale élevée. Les frettes offrent une meilleure résistance à la charge verticale.



Figure 1-1 : Appuis en caoutchouc à haute dissipation d'énergie.

En effet, lorsque l'élastomère est comprimé verticalement, en supposant que c'est un matériau incompressible, il aura tendance à se déformer latéralement sur ses cotés libres. Les frettes en acier sont alors sollicitées en tension et retiennent donc cette expansion latérale de l'élastomère.

De cette façon, l'écrasement de l'élastomère est diminué et la charge verticale qu'il peut supporter est augmentée. Plus la hauteur totale de l'isolateur est élevée, moins la rigidité latérale est grande, et plus les couches d'élastomère entre les frettes sont minces, plus la résistance à la charge verticale est grande.

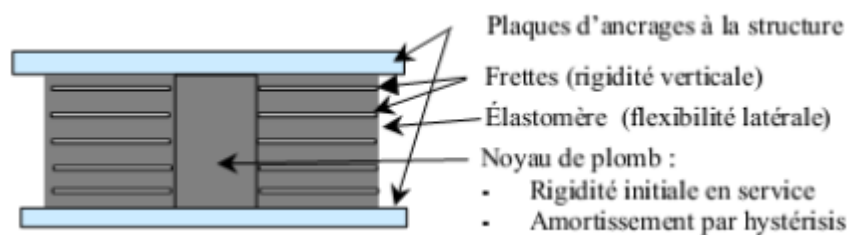


Figure 1-2 : Isolateur en élastomère avec noyau de Plomb.

Le noyau de plomb se déforme lorsque l'isolateur est soumis à un déplacement latéral. Il fournit ainsi une grande capacité de dissipation d'énergie et assure une plus grande rigidité sous l'effet des forces latérales statiques.

Le plomb a donc un comportement élasto-plastique quasi parfait, alors que l'élastomère a un comportement linéaire-élastique. La combinaison des deux donne une courbe d'hystérésis élasto-plastique quasi parfaite.

Les principales limitations de l'utilisation de ces systèmes sont [4] :

- La sensibilité aux variations thermiques.
- L'instabilité de l'appui (la résistance à la charge verticale diminue avec l'accroissement de la déformation latérale).
- Les dimensions de l'appui, et particulièrement sa hauteur, peuvent constituer une limitation pratique, en particulier, pour les applications de réhabilitation.
- Le noyau de plomb a le défaut de transmettre des accélérations hautes fréquences et réduit donc l'efficacité de l'isolation.



### 1.1.1.2 Systèmes à base de glissement [4, 5]

Ces systèmes permettent le découplage des mouvements de la superstructure de la fondation au moyen d'une interface de glissement qui permet de dissiper l'énergie sismique par friction (Figure 1.3).

Ils réduisent les charges latérales et les mouvements de vibration transmis à la structure et peuvent protéger les structures, ainsi que leur contenu, pendant de forts tremblements de terre.

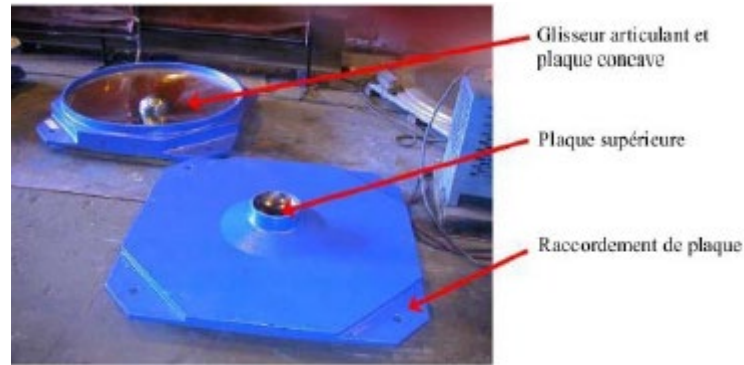


Figure 1-3 : Isolateur de type pendule à friction.

## 1.1.2 Dissipation d'énergie

Plusieurs mécanismes ont été développés pour dissiper l'énergie de vibration d'une structure.

Dans cette partie, nous nous intéressons à présenter quelques dispositifs de dissipation d'énergie ainsi que leurs domaines d'applications.

### 1.1.2.1 Systèmes à dissipation directe [4, 5]

#### 1.1.2.1.1 Les amortisseurs à friction

Ces mécanismes utilisent les frottements créés par le glissement entre deux surfaces pour dissiper l'énergie des vibrations sismiques. Leur frottement est basé sur une boucle d'hystérésis.

La plupart de ces dispositifs produisent des boucles d'hystérésis rectangulaires. Le frottement de ces amortisseurs est semblable à celui de Coulomb.

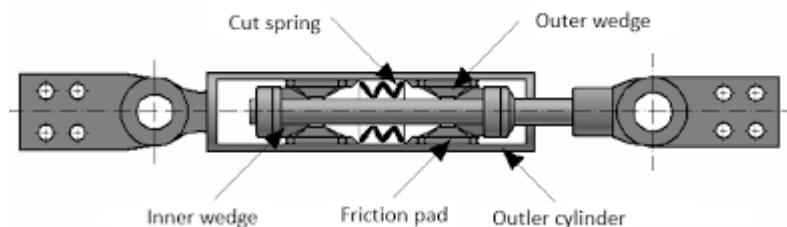


Figure 1-4 : Amortisseur à friction.

Généralement, ces mécanismes ont une meilleure performance et leur comportement est moins sensible aux chargements fréquents, au nombre de cycles de chargements et à la variation de température. En outre, ces mécanismes ont une résistance élevée à la fatigue.

Plusieurs dispositifs de friction ont été appliqués à de nombreuses constructions pour améliorer la protection sismique

#### 1.1.2.1.2 Les amortisseurs métalliques

Ces dispositifs de dissipation d'énergie utilisent le comportement hystérétique du métal dans le domaine non élastique. La force résistante des amortisseurs dépend de la caractéristique non linéaire « contrainte-déformation » du matériau métallique.

L'avantage de ces dispositifs réside dans leur fiabilité à long terme ainsi que dans leur meilleure résistance sous des conditions environnementales (intempéries) et thermiques (supportent des températures de  $-70^{\circ}\text{C}$  à  $30^{\circ}\text{C}$  sans évolution des caractéristiques) variées.

En outre, ces dispositifs sont relativement peu coûteux et leurs propriétés demeureront stables au cours de la vie de la structure. [3, 6]

La première application des amortisseurs métalliques a été réalisée en Nouvelle Zélande (Skinner et al 1980).

Un dispositif d'amortissement et de rigidité supplémentaire (Added Damping and Stiffness (ADAS)) est caractérisé par sa capacité à fournir aux constructions une rigidité augmentée et une meilleure capacité de dissipation d'énergie. Il est formé par des plaques d'aciers en forme de X. Les éléments d'ADAS sont conçus pour absorber l'énergie grâce à la déformation plastique de flexion des plaques. [7, 8]

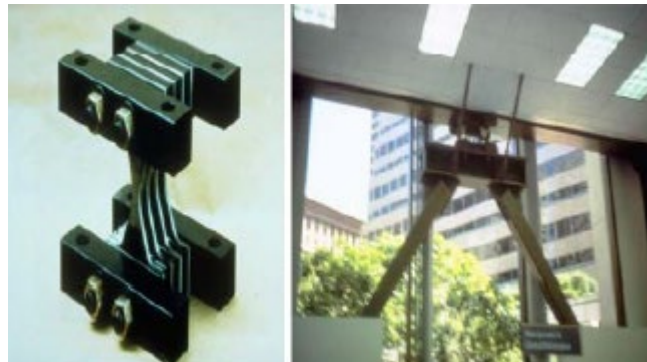


Figure 1-5 : Amortisseur ADAS.

Les ADAS ont été utilisés dans plusieurs constructions comme ceux installés au 29<sup>ème</sup> étage de la construction métallique de Naples (Ciampi 1991).

#### 1.1.2.1.3 Les amortisseurs viscoélastiques [4]

Les amortisseurs viscoélastiques utilisent couramment des matériaux polymériques ou caoutchouteux. Les matières viscoélastiques employées dans l'application structurale absorbent l'énergie lorsqu'elles sont soumises à une déformation de cisaillement.

La Figure 1.6 montre un dispositif viscoélastique qui se compose de deux couches de polymère serrées entre une plaque centrale et deux plaques externes. Une fois le dispositif installé dans une structure, la déformation de cisaillement, et par conséquent la dissipation d'énergie, se produit lorsque la vibration structurale induit un mouvement relatif entre les brides en acier externes et la plaque centrale.

Ces systèmes sont particulièrement efficaces à hautes et basses fréquences, notamment, pour protéger les constructions soumises à des vents violents ou à des séismes d'intensité moyenne.

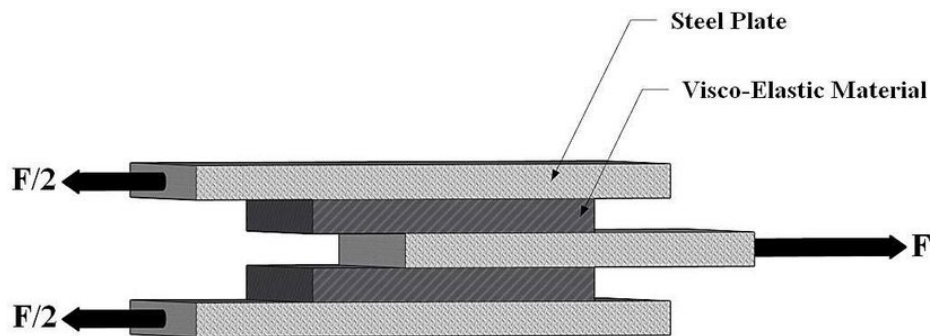


Figure 1-6 : Amortisseur viscoélastique.

Des études ont montré que ces dispositifs ajoutent non seulement de l'amortissement pour le système mais également de la rigidité, augmentant ainsi la fréquence naturelle de la structure.

Par ailleurs, les propriétés de l'amortisseur (modules de conservation et de pertes analogues respectivement à un ressort et à un amortisseur constant) dépendent de la fréquence et de la température d'environnement. Des recherches montrent cependant que ces propriétés restent plutôt constantes par des déformations inférieures à 20 %, et ce, pour une température et une fréquence fixée. [9, 1]

En raison de la dépendance à la température, ces dispositifs ne peuvent pas être efficaces dans les structures où le climat n'est pas contrôlé continuellement.

Les amortisseurs viscoélastiques ont été appliqués pour la première fois dans les Tours jumelles du *World Trade Center* à New York en 1969 dans le but de réduire le mouvement sous les charges du vent.

Au Japon, ces amortisseurs ont également été installés dans plusieurs constructions, comme la *tour Seavans* à Tokyo (1991) et le centre de distribution *Goushoku Hyogo* (1998), pour lesquelles les amortisseurs viscoélastiques permettent de réduire la réponse sismique de moitié.



Figure 1-7 : Tours jumelles de New York (World Trade Center).

#### 1.1.2.1.4 Les amortisseurs visqueux [4, 5]

Ces amortisseurs sont largement utilisés dans le domaine aérospatial (satellites) et pour des applications militaires. Ils sont caractérisés par un amortissement visqueux linéaire sur une large bande de fréquence et l'insensibilité à la température.

Une approche de conception des amortisseurs visqueux consiste à absorber l'énergie par la transformation de l'énergie mécanique en chaleur pendant qu'un piston mobile déforme une substance épaisse, par fortement visqueuse, tel qu'un gel silicone.

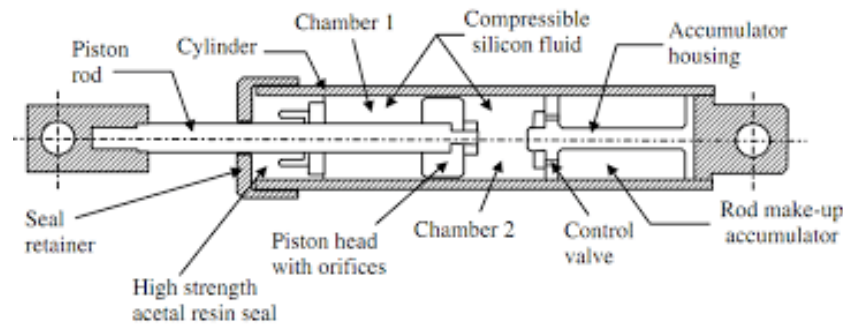


Figure 1-8 : Schémas illustratif d'un amortisseur visqueux.

Si le fluide est purement visqueux (newtonien), la force de l'amortisseur est directement proportionnelle à la vitesse du piston. Cependant, pour une large bande de fréquence, l'amortisseur a un comportement viscoélastique. Le modèle le plus simple pour représenter ce comportement est celui de Maxwell. D'autres chercheurs comme Makris et Constantinou (1991) ont développé un autre modèle plus général que celui de Maxwell qui peut être exprimé sous la forme suivante :

$$\mathbf{f} + \lambda^r D^r [\mathbf{f}] = c_0 D^q [\mathbf{x}]$$

Où :

$\mathbf{f}$  : est la force extérieure

$\lambda^r$  : est le temps de relaxation

$c_0$  : est la constante d'amortissement

$\mathbf{x}$  : est le déplacement du piston

$q$  : est une constante du matériau

$D^r[\ ]$  et  $D^q[\ ]$  : sont des dérivées fractionnaires et si, le modèle est équivalent au modèle de Maxwell.

Un système d'amortissement visqueux a été développé par la société de construction Sumitomo au Japon qui s'appelle « murs d'amortissement visqueux ». Ce dispositif a été utilisé dans plusieurs constructions. Nous citons à titre d'exemple celui d'un bâtiment en béton armé de 4 étages qui a été construit à Tsukuba au Japon en 1987.

En utilisant ces murs d'amortisseur visqueux, des réductions importantes, situées entre 33 % et 75 %, ont été observées dans les réponses d'accélération lors de séismes.

### 1.1.2.2 Systèmes à dissipation indirecte [4, 5]

#### 1.1.2.2.1 1-Les amortisseurs à liquide accordée [1, 12]

Les amortisseurs à liquide accordé (ALA), «Tuned Liquid Damper (TLD)» en anglais, font partie des dispositifs passifs qui facilitent l'atténuation indirecte en s'appuyant sur une modification des caractéristiques structurales du système (Kareem 1994) [12].

Les ALAs absorbent l'énergie au moyen des actions visqueuses du fluide. Fujino et al (1992), Wakahara et al 1992, Sun (1991), Wakahara et al (1989) [1] ont montré l'efficacité des ALAs pour réduire la réponse d'une structure soumise à des excitations harmoniques ou au vent.

Une des premières applications des ALAs a été la tour en charpente métallique de l'aéroport de Nagasaki.

Une des premières applications des ALAs est l'hôtel *Shin Yokohama Prince* (Figure 1.8) de 149.4 m. Cet ouvrage a été équipé par un ALA attaché dans le dernier étage dans le but d'atténuer les vibrations induites par le vent.

Un autre type d'ALA est celui à liquide à colonne accordé « Tuned Liquid Column Damper » en anglais (TLCD), qui se présente sous forme d'un tube rempli par un fluide. Cet amortisseur dissipe l'énergie par le mouvement du fluide à travers l'orifice.

Tamura et al 1995 [13] ont montré que l'incorporation de l'ALCA dans une structure, conduit à une réduction de 35 % du déplacement quadratique de la structure principale pour une vitesse de vent de 20 m/s.

La fréquence de vibration du ALCA est facile à ajuster en le changeant la longueur de la colonne de fluide [1], tandis que l'amortissement du ALCA varie en ajustant l'ouverture de l'orifice.

Sadek et al (1998) [14] ont montré l'efficacité de ces amortisseurs lorsqu'on veut réduire les vibrations sismiques. Ils ont développé des paramètres optimaux pour un seul et plusieurs ALCA. Ils ont constaté une réduction, aussi bien dans les déplacements que dans les accélérations, dépassant 47% avec un rapport de masse égale à 4%.

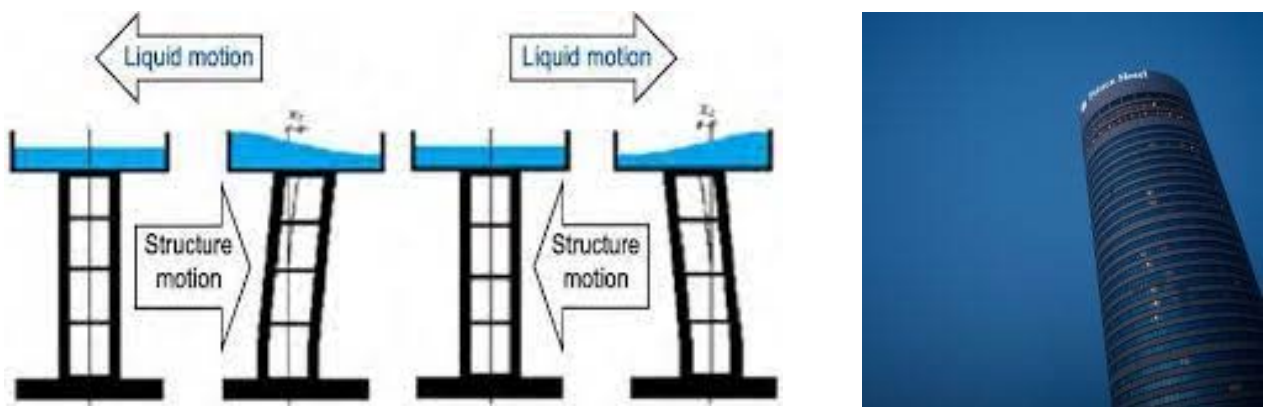


Figure 1-9 : « ALA » installé sur l'Hôtel « Shin Yokohama Prince » avec son modèle représentatif.



### 1.1.2.2.2 Les amortisseurs à masse accordée [2, 4, 5]

Les amortisseurs à masse accordée AMAs, « Tuned Mass Damper (TMD) » en anglais sont très utilisés de nos jours pour le contrôle passif.

Ils ont été développés dans de nombreux domaines d'application tels que l'automobile, l'aéronautique, les navires, les bâtiments et les ouvrages d'art.

Plusieurs chercheurs ont montré que les TMD constituent un moyen léger et onéreux pour traiter les problèmes de bruit. Carneal et al. [15] ont montré l'efficacité des AMAs dans le contrôle de la propagation sonore

Les AMAs ont également été utilisés avec succès dans le domaine du génie civil dans le but d'amortir les structures flexibles tel que les ponts et les gratte-ciels. Notons que ces ouvrages sont très sensibles aux excitations induites par le trafic, le vent et les tremblements de terre.

L'AMA est un dispositif simple, efficace, peu coûteux, et qui s'avère fiable pour supprimer les vibrations indésirables des structures, provoquées par des excitations harmoniques ou par le vent. Son efficacité dépend du rapport de masse  $\mu$ , du rapport de fréquence  $f$ , et du taux d'amortissement de l'AMA  $\xi$ .

La première construction équipée d'un AMA, est la tour *CN Tower* à Toronto (Canada).

Les AMAs peuvent être conçus principalement sous deux formes, dont la plus connue est celle formée d'une masse attachée à la structure principale à l'aide d'un ressort et d'un amortisseur (masse-ressort-amortisseur). Nous pouvons citer les AMAs verticaux installés sous le tablier de la passerelle du Millenium à Londres (Figure 1.10) afin de corriger l'effet des excitations induites par les piétons.

Un deuxième type de l'AMA est celui à masse accordée pendulaire (Figure 1.11). L'utilisation la plus connue de ce type d'amortisseur est celle du pendule de 730 tonnes au sein de la tour de Taipei à Taiwan



Figure 1-10 : TMDs verticaux installés sous le tablier de la passerelle du Millenium à Londres.

Généralement, le vent excite les modes à basse fréquence. C'est ainsi que Mansfield (2004) a développé la conception un AMA réduisant le mouvement de la structure à basse fréquence.

McNamara (1977) [16] a étudié l'efficacité d'un TMD sous l'excitation du vent, en plaçant ce type d'amortisseur dans la construction *City Corp Center* à 278 m de hauteur.

Un nombre important de AMAs ont été installés dans les grattes- ciels et les cheminées afin de réduire les réponses vibratoires des structures soumises à des excitations dynamiques.

Il existe également aux USA diverses constructions équipées par des AMAs. La tour de contrôle de l'aéroport de Washington de 67.5 m et celle de John Hancock de 241 m à Boston. Au Japon, le premier AMA a été installé dans la tour « Chiba Port ».

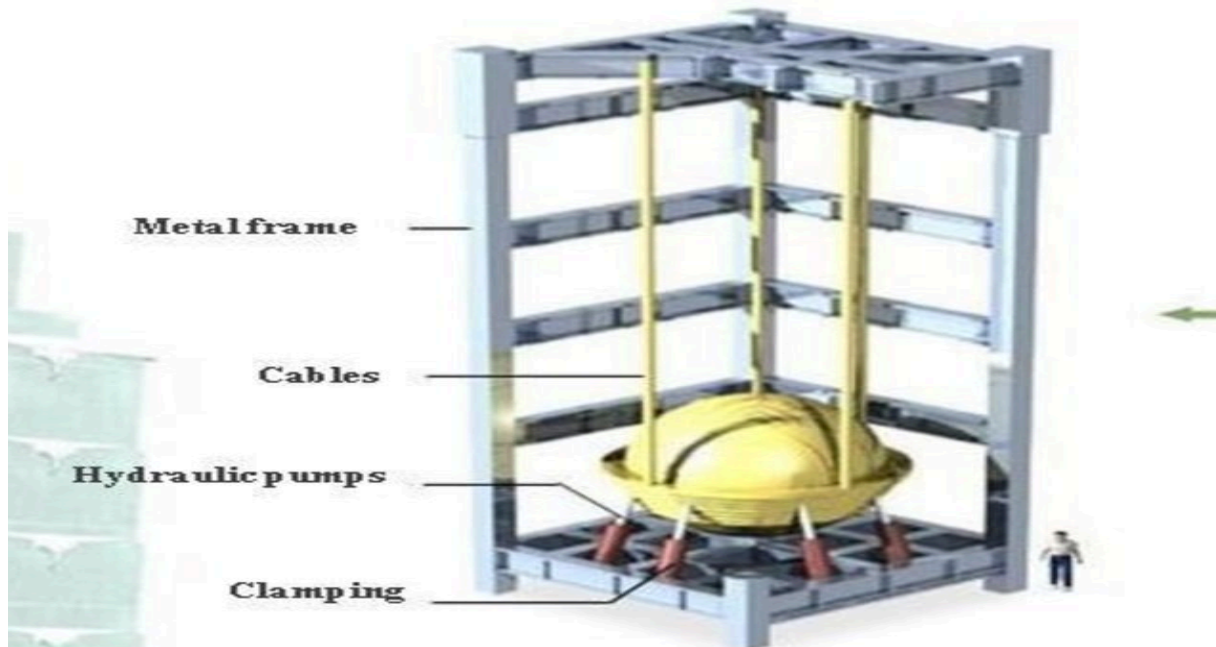


Figure 1-11 : Amortisseur à masse accordée pendulaire.

La majeure partie des applications des amortisseurs à masse accordés (TMD) concerne les structures du génie civil. Quelques exemples sont récapitulés dans le Tableau 1.1 :

Tableau 1-1 : Constructions avec amortisseurs à masse accordée présentée en ordre chronologique [17].

Nom des ouvrages (cités dans la littérature)	Type de structure	Hauteur	Nombre d'étages	Ville/ Pays	Date	Amortisseur
<i>CN Tower</i>	Tour	553 m	-	Toronto, Canada	1976	2 pendules AMAs Poids : 18 tonnes
<i>John Hancock</i>	Bâtiment	241 m	60	Boston, États Unis	1976	4 AMAs
<i>City Corp Center</i>	Bâtiment	278m	59	New York, États Unis	1978	AMA Fréquence : 0.16Hz Poids : 370 tonnes Localisation : 278m
<i>Sydney Tower</i>	Tour	305 m	-	Sydney, Australie	1980	2 AMAs Fréquences : 0.10 Hz, 0.5 Hz Poids : 220 tonnes (180t/40t) Placement : 256m/165m
<i>Al Khobar</i>	2 Cheminées	120 m	-	Arabie Saoudite	1982	AMA Fréquence:0.44 Hz Poids : 7 tonnes
<i>Ruwais Utilities</i>	Cheminée		-	Abou Dabi, Émirats arabes unis	1982	AMA Fréquence:0.49 Hz Poids:10 tonnes
<i>Deutsche Bundespost</i>	Tour	278 m	-	Nuremberg, Allemagne	1982	AMA Fréquence:0.67 Hz Poids:1.5 tonnes
<i>Chiba Port Tower</i>	Tour	125 m	4	Chiba, Japon	1986	2 AMAs Fréquences:0.43Hz-0.44Hz Poids:10,15 tonnes Placement:125m
<i>Yanbu Cement Plant</i>	Cheminée	81 m		Arabie Saoudite	1984	1 AMA Fréquence:0.49 Hz Poids:10 tonnes



<i>Tiwest Rutile Plant</i>	Cheminée	43 m		Catuby Australie	1989	1 AMA Fréquence : 0.92 Hz Poids : 0.5 tonnes
<i>Fukuoka Tower</i>	Tour	234 m		Fukuoka, Japon	1989	2 AMAs Fréquences : 0.31 Hz-0.33 Hz Poids : 25-30 tonnes
<i>Fernsehturm Tower</i>	Tour de Télévision	368 m	-	Berlin, Allemagne	1990	1 AMA Poids : 1.5 tonnes
<i>Huis Ten Bosch Domtoren</i>	Tour	105 m	-	Nagasaki, Japon	1990	1 AMA Fréquence : 0.65 Hz Poids : 7.8 tonnes Placement : 100 m
<i>Crystal Tower</i>	Bâtiment	157 m	37	Osaka, Japon	1990	2 AMAs pendulaire Fréquences : 0.24Hz- 0.28Hz Poids : 180,360 tonnes
<i>Shimizu Tech Lab</i>	Bâtiment	30 m	7	Tokyo, Japon	1990	AMA Poids : 4.3 tonnes
<i>BASF</i>	Cheminée	100 m	-	Anvers, Belgique	1992	AMA Fréquence : 0.34 Hz Poids : 8.5 tonnes
<i>HKW</i>	Cheminée	120 m	-	Francfort, Allemagne	1992	AMA Fréquence : 0.86 Hz Poids : 10 tonnes
<i>Applause Tower</i>	Bâtiment	162 m	34	Osaka, Japon	1992	1 AMA Poids : 480 tonnes
<i>Sendagaya INTES</i>	Bâtiment	58 m	11	Tokyo, Japon	1992	2 AMAs Poids : 72 tonnes
<i>Chifley Tower</i>	Bâtiment	209 m	53	Sydney, Australie	1993	1 AMA Poids : 400 tonnes Localisation : 44 <sup>ème</sup> étage
<i>Al Taweelah</i>	Cheminée	70 m	-	Abou Dabi, Émirats arabes unis	1993	1 AMA Fréquence : 1.4 Hz Poids : 1.35 tonnes

<i>P&amp;G Japan Headquarters</i>	Bâtiment	131 m	31	Kobe, Japon	1993	3 AMAs Poids : 270 tonnes
<i>Akita Tower</i>	Tour	112 m	-	Atika, Japon	1994	1 AMA Fréquence : 0.41 Hz
<i>Building M</i>	Bâtiment	30.4 m	9	Osaka, Japon	1994	2 AMAs Fréquence : 1.33 Hz (x) Fréquence : 1.54 Hz (y)
<i>Sea Hawk Hotel &amp; Resort</i>	Bâtiment	143 m	36	Fukuoka, Japon	1995	1 AMA Poids : 132 tonnes
<i>Hotel Burj Al Arab</i>	Bâtiment	321 m	60	Dubai, Émirats arabes unis	1997	11 AMAs Fréquence : 0.8-2Hz Poids : 11x5 tonnes
<i>Itoyama Tower</i>	Bâtiment	89 m	18	Tokyo, Japon	1997	1 AMA Poids : 48 tonnes
<i>TC Tower</i>	Bâtiment	348 m	85	Kau-Shon, Taiwan	1997	2 AMAs Poids : 100 tonnes
<i>Kaikyo-Messe Dream Tower</i>	Tour	153 m	-	Yamaguchi, Japon	1998	1 AMA Poids : 10 tonnes
<i>Oris Shibayama Test Tower</i>	Bâtiment	154 m	39	Chiba, Japon	1998	1 AMA Poids : 61 tonnes
<i>Emirates Towers</i>	Tour	355 m	54	Dubai, Émirats arabes unis	1999	6 AMAs Fréquence : 0.9 Hz Poids : 1.2x6 tonnes
<i>Steel Chimney</i>	Cheminée	90 m	-	Bangkok, Thaïlande	1999	AMA pendulaire Fréquence : 0.8Hz Poids : 4 tonnes
<i>Centry Pak Tower</i>	Bâtiment	170 m	54	Tokyo, Japon	1999	4 AMAs Poids : 440 tonnes

<i>Nanjing Tower</i>	Tour	310 m	-	Nankin, Chine	1999	1 AMA Poids : 60 tonnes
<i>Park Tower</i>	Bâtiment	252.2 m	67	Chicago, États Unis	2000	1 AMA
<i>The Trump World Tower</i>	Tour	262.4 m	72	New York, États Unis	2001	1 AMA Poids : 600 tonnes
<i>Cerulean Tower Tokyo Hotel</i>	Bâtiment	184 m	5	Tokyo, Japon	2001	2 AMAs Poids : 210 tonnes
<i>Hotel Nikko Bayside Osaka</i>	Bâtiment	138 m	33	Osaka, Japon	2002	2 AMAs Poids : 124 tonnes
<i>Dentsu New Headquarter</i>	Bâtiment	210 m	48	Tokyo, Japon	2002	4 AMAs Poids : 440 tonnes
<i>Spire of Dublin</i>	Monument	121.2 m	-	Dublin, Ireland	2003	AMA
<i>Highcliff</i>	Bâtiment	252.4 m	73	Hong Kong, Chine	2003	AMA
<i>Al Rostamani Tower</i>	Tour	67 m	16	Dubai, Émirats arabes unis	2003	2 AMAs Fréquence : 1.05 Hz Poids : 2x0.5 tonnes
<i>Taipei 101</i>	Bâtiment	449 m	101	Taipei, Taiwan	2004	AMA pendulaire 0.15 Hz Poids : 730 tonnes
<i>Bloomberg Tower</i>	Bâtiment	245.6 m	54	New York, États Unis	2004	AMA Poids : 600 tonnes
<i>DoCoMo Telecommunications Tower</i>	Tour	198.5	12	Osaka, Japon	2004	1 AMA

<i>Bright Start Tower (Millennium Tower)</i>	Tour	284 m	60	Dubaï, Émirats arabes unis	2005	AMA Fréquence : 0.95 Hz Poids : 0.3 tonnes
<i>Parque Araucano</i>	Bâtiment	60 m	20	Santiago de Chile, Chile	2005	4 AMAs Poids:170 tonnes
<i>Aspire Tower</i>	Tour	300 m	36	Doha, Qatar	2007	AMA pendulaire Fréquence : 0.22 Hz Poids : 140 tonnes
<i>Comcast Center</i>	Bâtiment	297.1 m	57	Philadelphia, États Unis	2008	AMA Poids:1.3 tonnes
<i>Al Mas Tower</i>	Bâtiment	361 m	68	Dubaï, É.A.U	2008	2 AMAs 1.6Hz- 3.2 Hz Poids:2x2 tonnes
<i>Magura Odobesti</i>	Bâtiment	112 m	-	Villa Magura Odobesti, Romania	2008	2 AMAs Fréquences : 2.2 Hz - 0.7 Hz Poids : 0.3 tonnes et 2.85 tonnes
<i>Hangzhou Bay Bridge Tower</i>	Tour de télévision	130 m	-	Jiaxing, Chine	2009	1 AMA Fréquence : 0.3 Hz Poids : 110 tonnes
<i>Estela de la Luz</i>	Tour	104 m	-	Mexico, Mexique	2010	8 AMAs Fréquence : 0.3 Hz Poids : 8x 3 tonnes
<i>Tokyo Skytree</i>	Tour	634 m	-	Tokyo-Japon	2012	1 AMA Poids:100 tonnes

## 1.2 LES SYSTEMES DE CONTROLE ACTIF [2,4, 5]

Contrairement au système passif, le contrôle actif est un système intelligent et adaptable. Il est relié à des actionneurs qui produisent une force qui aide le système structural à dissiper l'effort sismique ou recentrer les déplacements en utilisant des capteurs qui vont évaluer la réponse de la structure et par l'intermédiaire d'une centrale de calcul programmée avec un algorithme de contrôle adéquat, l'effort de résistance sera calculé. Une alimentation électrique est fournie pour produire l'effort nécessaire afin que le système réagisse et résiste aux forces sismiques. Le système obtenu est plus adaptatif et plus puissant à la protection sismique où les modes multiples sont importants dans la réponse structurelle. Néanmoins, ce dispositif reste dépendant d'une source d'énergie importante. Cette technique innovante peut servir d'amortissement supplémentaire pour réduire les vibrations structurelles sous excitations sismiques.

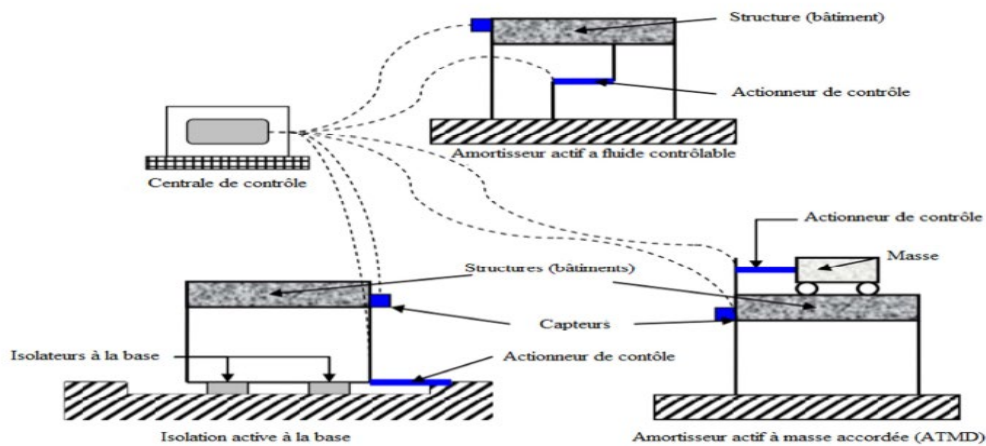


Figure 1-12 : Exemple de quelques dispositifs de contrôle actifs.

Nous pouvons distinguer deux approches principales de contrôle actif :

1. Le contrôle par anticipation (Feedforward).
2. Le contrôle par rétroaction (Feedback).

Les algorithmes de contrôle actif les plus connus sont les suivants :

1. Contrôle optimal linéaire quadratique [2, 5]
2. Placement des pôles [2, 4]
3. Contrôle modal [2, 18, 19, 20, 21]

### 1.2.1 Amortisseur à masse accordée actif (ATMD)

Au début des années 1980, le système ATMD est apparu comme un système plus efficace par rapport au TMD qui ne peut être efficace que pour le contrôle de vibrations structurelles à un premier mode dominant. Le modèle conceptuel d'ATMD illustré dans la figure (1.12) présente un schéma proche au TMD avec l'addition d'un actionneur installé entre la structure et le TMD pour contrôler le mouvement secondaire par l'actionneur qui augmente l'efficacité du dispositif.

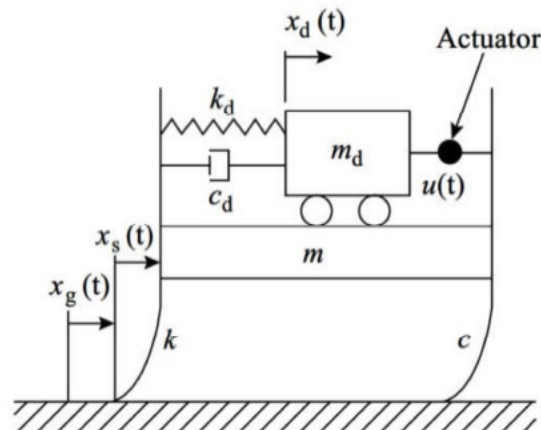


Figure 1-13 : Configuration de base d'une structure équipée d'un ATMD actif.

### 1.3 LES SYSTEMES DE CONTROLE SEMI-ACTIF

C'est une fusion entre les systèmes passifs et actifs qui a donné naissance à un système généreux qui nécessite un minimum d'énergie pour produire une grande force. Les dispositifs semi-actifs fusionnent les informations d'excitation et la réponse structurelle, puis ajustent l'amortissement ; le tout commence par la mesure de l'excitation d'une réponse structurelle à l'aide d'un capteur, puis l'ordinateur de contrôle traite les mesures et donne l'ordre aux actionneurs qui agiront pour ajuster l'amortissement. On mentionne que l'actionneur influe sur le comportement d'amortisseur passif et il n'exerce pas une force directe sur la structure. Ainsi, il ne nécessite qu'une faible source d'énergie comme les batteries, aussi il est facile à fabriquer mais son utilisation reste limitée car il ne peut fonctionner que dans la capacité maximale des dispositifs passifs correspondants.

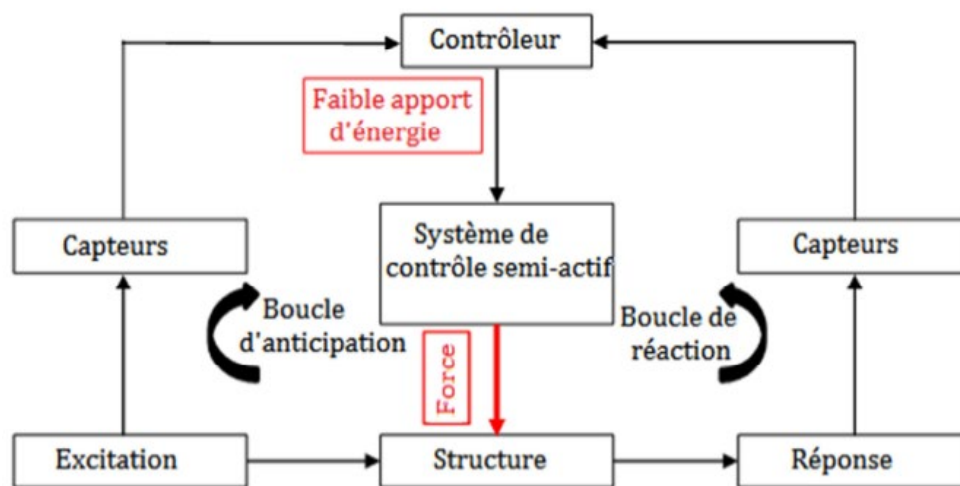


Figure 1-14 : Diagramme de contrôle semi-actif.

### 1.4 LES SYSTEMES HYBRIDES

On appelle la combinaison entre deux systèmes un système hybride. Le but de cette combinaison est la compensation mutuelle des faiblesses de l'un et l'autre système. Les travaux de recherche et la technologie industrielle actuels rendent possible la conception et la fabrication d'un tel actionneur de grande taille, mais son coût limite sérieusement son application. Les systèmes de contrôle hybride innovants, qui sont obtenus en combinant des dispositifs de contrôle passif et actif, sont devenus attrayants. Lorsque ces techniques fonctionnent ensemble, la fiabilité est assurée par la première et la capacité est alimentée par celle-ci. Un système hybride gagne les avantages des deux techniques et atténue les limitations de l'une ou l'autre technique seule. Par conséquent, il dépasse les systèmes passifs, semi-actifs et actifs. Les systèmes de contrôle hybride ont fait l'objet d'une attention considérable depuis les années 1990 [2, 5].

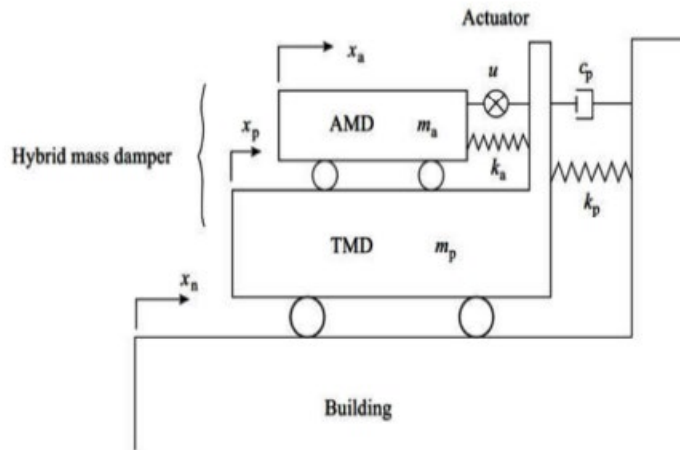


Figure 1-15 : Configuration de base d'un Amortisseur à mass accordée hybride TMD passif +ATMD actif.

### CONCLUSION

L'étude bibliographique réalisée nous a permis d'effectuer la classification des différents mécanismes de contrôle pour les structures en génie civil, à savoir : le système passif, actif, semi-actif et hybride, en notant que le choix du système de contrôle doit se faire selon un objectif bien défini prenant en compte le coût. Les systèmes passifs montrent une efficacité à moins coût mais avec un certain inconvénient comme la limite de performance qui peut être compensée par un système actif intermédiaire qui augmente la capacité globale bien que ce dernier dépende d'une source d'énergie importante.

## **Chapitre 2 : FORMULATION MATHÉMATIQUES DES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT POUR LES STRUCTURES ÉQUIPÉES D'UN TMD :**

### **INTRODUCTION :**

Les (TMDs), ou amortisseurs de masse accordée, sont des dispositifs de contrôle passif largement utilisés pour réduire les vibrations indésirables dans les structures. Ils consistent en une masse ajoutée au système structurel principal, qui est accordée à une fréquence spécifique pour absorber et dissiper l'énergie des vibrations.

La modélisation mathématique des systèmes équipés d'un TMD est essentielle pour comprendre et analyser leur comportement dynamique. Elle permet de prédire l'efficacité de l'amortisseur de masse accordée dans la réduction des vibrations.

Plusieurs modèles mathématiques sont utilisés pour décrire le comportement des systèmes équipés d'un TMD. Parmi eux, le modèle à un degré de liberté est largement utilisé pour les applications simples. Ce modèle représente le système structurel principal et le TMD comme deux masses reliées par un ressort et un amortisseur.

Pour des structures plus complexes et comportant plusieurs modes vibratoires, des modèles à plusieurs degrés de liberté sont utilisés. Ces modèles prennent en compte les différents modes de vibration de la structure et permettent une analyse plus précise du comportement dynamique.

Les équations différentielles du mouvement sont utilisées pour décrire mathématiquement le comportement du système équipé d'un TMD. Ces équations intègrent les forces d'excitation externes, les forces de réaction du TMD et les forces internes dans la structure.

Une fois les modèles mathématiques établis, des techniques d'analyse appropriées peuvent être utilisées pour étudier les performances du système équipé d'un TMD. Cela comprend l'analyse fréquentielle pour déterminer les fréquences de résonance et les modes de vibration, ainsi que l'analyse temporelle pour étudier la réponse dynamique du système.

En conclusion, les modèles mathématiques des systèmes équipés d'un TMD jouent un rôle essentiel dans la conception et l'optimisation de ces dispositifs de contrôle passif. Ils permettent de prédire et d'évaluer l'efficacité des TMD dans la réduction des vibrations et contribuent à l'amélioration des performances des structures soumises à des excitations dynamiques telles que le vent et le séisme.

### **2.1 2.1 Structure mécanique à « N-DDL » équipée par des « TMDs » en parallèle : [2, 4]**

L'objectif principal de la modélisation est de disposer d'un outil permettant la prédiction du comportement d'un système. Pour cela, il est nécessaire de définir le modèle physique du système que nous désirons représenter. La première étape consiste à caractériser le système par sa réponse à différents signaux d'entrées. Comme les signaux d'entrées sont illimités dans leur forme, alors, nous nous limitons à considérer un petit nombre d'entre eux que nous



appelons fonctions d'essais ou fonctions test. L'analyse du comportement du système soumis à ces fonctions nous permettra de caractériser le système.

Nous illustrons dans ce chapitre les réponses dynamiques d'un système soumis, à des excitations libres ainsi qu'à des excitations de type forcé permanente.

En traitement de signal, les approches temporelles et celles fréquentielles ont été généralement considérées comme des méthodologies concurrentes : Autrement dit, si une des deux approches ne fournit pas la simplicité analytique souhaitée, alors, nous utilisons la seconde.

L'analyse temporelle est l'étude de la réponse d'un système à un signal d'entrée variant dans le temps, tandis que l'analyse fréquentielle nécessite l'introduction de la transformée de Fourier.

Pour un modèle mathématique d'un système donné, l'évolution temporelle de la sortie pour une entrée donnée est obtenue directement, soit par résolution des équations différentielles ou encore par inversion de la transformée de Fourier de sa sortie.

La réponse totale des systèmes linéaires à une entrée d'excitation arbitraire peut être décomposée en somme de deux composants :

-La réponse transitoire caractérisée par des oscillations libres.

-La réponse forcée permanente, qui apparaît sous forme d'oscillations permanentes.

Considérons alors une structure discrétisée à Nddl. Nous traitons cette structure comme un système discret, linéaire et élastique. Nous avons considéré que la masse totale est supposée être concentrée en certains points des étages de la structure. Les colonnes sont supposées être sans masse et les planchers sont infiniment rigides. Les colonnes agissent à chaque étage comme des ressorts latéraux. L'étude est appliquée sur la structure principale équipée par des  $p_{tot}$  AMAs placés en parallèles. L'ensemble du système dispose donc de  $(N+p_{tot})$  ddl.

### 2.1.1 Equations du mouvement

En raison de la linéarité du système, la réponse totale de la structure complète est la superposition de deux régimes :

-Régime transitoire provoqué par les conditions initiales

-Régime forcé permanent provoqué par les forces extérieures.

$$\tilde{M}\ddot{\tilde{x}}(t) + \tilde{C}\dot{\tilde{x}}(t) + \tilde{K}\tilde{x}(t) = \tilde{f}(t) + \tilde{p}(t) \quad (2.1)$$

Ou  $\tilde{M}$ ,  $\tilde{C}$ ,  $\tilde{K}$  sont respectivement les matrices globales de la masse, de l'amortissement et de la rigidité.

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} M_s & 0 \\ 0 & M_{AMA} \end{bmatrix}; \tilde{C} = \begin{bmatrix} C_s + C_1 & C_2 \\ C_2 & C_{AMA} \end{bmatrix};$$

$$\tilde{K} = \begin{bmatrix} K_s + K_1 & K_2 \\ K_2 & K_{AMA} \end{bmatrix}$$

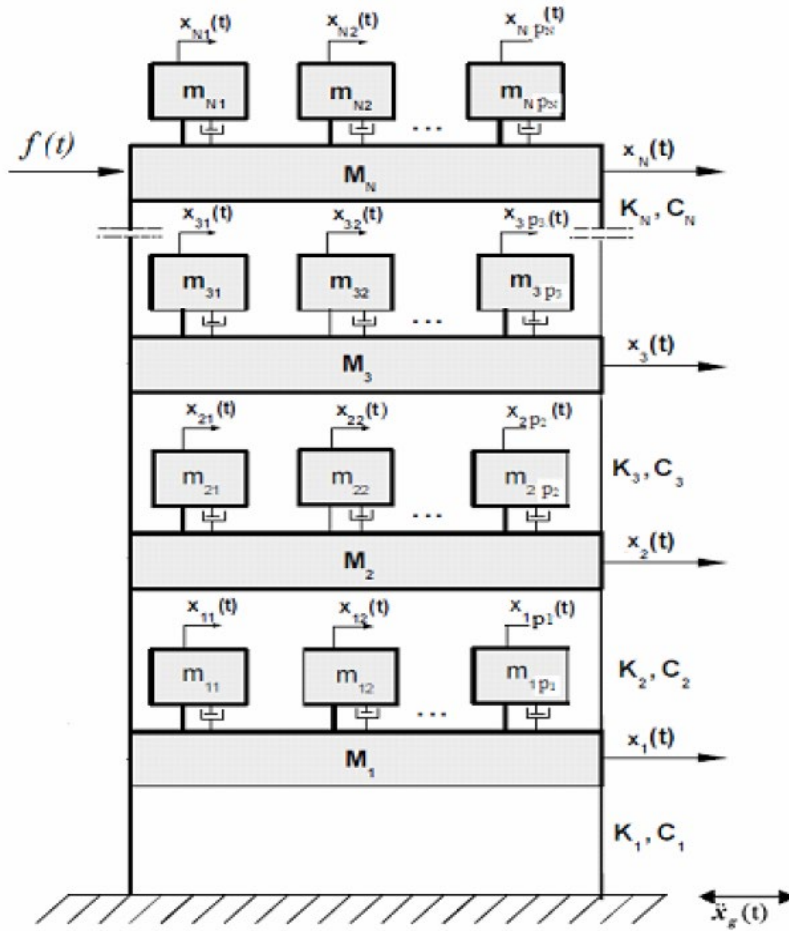


Figure 2-1 : une structure discrétisée à Nddl équipée par des P-AMAs [4].

$\tilde{x}(t)$  est le vecteur des déplacements horizontaux du système complet

$$\tilde{x}(t) = [ x_s(t) \quad x_{AMA}(t) ]$$

Le premier membre de droite de l'équation (2. 1) est un vecteur constitué des forces extérieures. Nous avons supposé que le vecteur  $\tilde{f}(t)$  ne comporte qu'une seule composante agissant sur la masse du dernier étage. En revanche, le deuxième membre est un vecteur de forces extérieures  $\tilde{p}(t)$  dues à l'excitation du séisme, agissant sur la base de la structure.

$$\tilde{f}(t) = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_1(t) \end{bmatrix}; \quad \tilde{p}(t) = \begin{bmatrix} -M_s e_1 \ddot{x}_g(t) \\ -M_{AMA} e_2 \ddot{x}_g(t) \end{bmatrix}$$

Où  $e_1$  et  $e_2$  sont des vecteurs unitaires formés de 1.

$x_s(t) = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$  est le vecteur des déplacements horizontaux de la structure principale.

$x_{TMD}(t) = [x_{11} \ x_{12} \ \dots \ x_{1p_1} \ x_{21} \ x_{22} \ \dots \ x_{2p_2} \ \dots \ x_{n1} \ x_{n2} \ \dots \ x_{np_n}]$  Est le vecteur des déplacements horizontaux des TMDs.

Où on a  $p_1$  TMD au 1<sup>er</sup> étage,  $p_2$  TMD au 2<sup>ème</sup> étage... $p_n$  TMD au n<sup>ème</sup> étage.

$$M_s = \text{diag}[M_1 \ M_2 \ M_n]$$

$$C_s = \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 & 0 & 0 \\ -C_2 & C_2 + C_3 & -C_3 & 0 \\ 0 & -C_3 & \ddots & -C_N \\ 0 & 0 & -C_N & C_N \end{bmatrix}, K_s = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 & 0 \\ 0 & -K_3 & \ddots & -K_N \\ 0 & 0 & -K_N & K_N \end{bmatrix}$$

Où  $M_j$ ,  $K_j$  et  $C_j$  sont respectivement la masse, la raideur et l'amortissement de l'étage  $j$  du système principal.

$$M_{AMA} = \text{diag}[m_{11} \ m_{12} \ \dots \ m_{1p_1} \ m_{21} \ m_{22} \ \dots \ m_{2p_2} \ \dots \ m_{N1} \ m_{N2} \ \dots \ m_{Np_N}]$$

$$K_{AMA} = \text{diag}[k_{11} \ k_{12} \ \dots \ k_{1p_1} \ k_{21} \ k_{22} \ \dots \ k_{2p_2} \ \dots \ k_{N1} \ k_{N2} \ \dots \ k_{Np_N}]$$

$$C_{AMA} = \text{diag}[c_{11} \ c_{12} \ \dots \ c_{1p_1} \ c_{21} \ c_{22} \ \dots \ c_{2p_2} \ \dots \ c_{N1} \ c_{N2} \ \dots \ c_{Np_N}]$$

Où  $m_{ij}$ ,  $k_{ij}$  et  $c_{ij}$  sont respectivement la masse, la rigidité et l'amortissement du  $l_j^{\text{-ème}}$  AMA (ou TMD) placé sur l'étage  $j$ .

Les matrices  $M_{AMA}$ ,  $K_{AMA}$  et  $C_{AMA}$  ont une taille  $p_{tot} \times p_{tot}$ .

Où  $p_{tot} = \sum_{j=1}^n p_j$  est le nombre total des amortisseurs.

$$K_1 = \text{diag}[k_{11} + k_{12} + \dots + k_{1p_1}, \ k_{21} + k_{22} + \dots + k_{2p_2}, \ \dots \ k_{N1} + k_{N2} + \dots + k_{Np_N}] ;$$

$$C_1 = \text{diag}[c_{11} + c_{12} + \dots + c_{1p_1}, \ c_{21} + c_{22} + \dots + c_{2p_2}, \ \dots \ c_{N1} + c_{N2} + \dots + c_{Np_N}]$$

Les matrices  $K_1$  et  $C_1$  ont une taille de  $N \times N$ .

$$K_2 = \begin{bmatrix} -k_{11} & -k_{12} & \dots & -k_{1p_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{21} & -k_{22} & \dots & -k_{2p_2} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -k_{N1} & -k_{N2} & \dots & -k_{Np_N} \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} -c_{11} & -c_{12} & \dots & -c_{1p_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{21} & -c_{22} & \dots & -c_{2p_2} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -c_{N1} & -c_{N2} & \dots & -c_{Np_N} \end{bmatrix}$$

Les matrices  $K_2$  et  $C_2$  ont une taille de  $N \times p_{tot}$ .

### 2.1.2 Régime Libre

L'étude des vibrations libres consiste à étudier la réponse du système à des conditions initiales non nulles, en absence de force d'excitation extérieure.

La forme de la réponse libre constitue la solution générale de l'équation homogène suivante telle que :

$$\tilde{M}\ddot{\tilde{x}}(t) + \tilde{C}\dot{\tilde{x}}(t) + \tilde{K}\tilde{x}(t) = 0 \quad (2.2)$$

Ce calcul nous permet de calculer le temps de décroissance des amplitudes que nous traiterons dans les chapitres suivants dans le but d'étudier l'influence des TMDs dans l'atténuation des amplitudes. Par ailleurs, nous proposons de déterminer les pôles qui présentent un grand intérêt pour l'étude de la stabilité du système combiné. Une condition nécessaire et suffisante reste à satisfaire pour qu'un système soit stable : tous les pôles ont une partie réelle négative. Plus précisément, le système est d'autant plus amorti que le pôle s'éloigne de l'axe imaginaire.

Nous cherchons ensuite à calculer les pôles du système combiné. A cet effet, nous écrivons l'équation (2. 2) sous la forme d'un système d'état composé de  $2 \times (N+p_{tot})$  équations différentielles ordinaires du premier ordre :

$$\dot{Z} = AZ \quad (2.3)$$

Avec la variable d'état :  $Z = [\tilde{x}(t) \quad \dot{\tilde{x}}(t)]^T$

Où  $A = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\tilde{\mathbf{M}}^{-1}\tilde{\mathbf{K}} & -\tilde{\mathbf{M}}^{-1}\tilde{\mathbf{C}} \end{bmatrix}$  est la matrice d'état.

Les pôles du système combiné sont les racines du polynôme caractéristique de la matrice d'état A.

$$P(\lambda) = \det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}_{2 \times (N+p_{tot})}) \quad (2.4)$$

Nous pouvons aisément conclure que la solution de l'équation (2. 2) soit de la forme

$$Z = Z_0 e^{A\tau}$$

où  $Z_0 = [\tilde{x}_0(t) \quad \dot{\tilde{x}}_0(t)]^T$  est la condition initiale.

Cette solution peut s'écrire comme étant une combinaison linéaire des exponentielles  $e^{\lambda_k \tau}$  ;  $1..2 \times (N+p_{tot})$ .

Après ce développement, nous déduisons la  $j$  ième composante  $x_j(\tau)$  du vecteur déplacement  $x_s(t)$  de la structure principale et déplacement du  $l_j^{ième}$  TMD placé sur l'étage  $j$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{x}_j(\tau) = \sum_{k=1}^{2 \times (N+p_{tot})} \tilde{x}_j^0(\tau) e^{\lambda_k \tau} \\ \tilde{x}_{jlj}(\tau) = \sum_{k=1}^{2 \times (N+p_{tot})} \tilde{x}_{jlj}^0(\tau) e^{\lambda_k \tau} \end{array} \right\} \quad (2.5)$$

Nous pouvons également calculer le déplacement relatif du  $l_j^{ième}$  AMA placé sur l'étage  $j$

$$\tilde{y}_{jlj}(\tau) = \sum_{k=1}^{2 \times (N+p_{tot})} \{\tilde{x}_{jlj}^0(\tau) - \tilde{x}_j^0(\tau)\} e^{\lambda_k \tau} \text{ est le déplacement relatif de l'amortisseur } l_j .$$

### 2.1.3 Régime Permanent

Soit le système dynamique, à temps continu, représenté comme suit :

- $\tilde{f}(t)$  est le signal d'entrée excitant la structure combinée,
- $\tilde{P}(t)$  est le signal d'entrée excitant la base,
- $\tilde{x}(t)$  est le signal de sortie.

Le régime permanent correspond à la réponse forcée du système au bout d'un temps infini, autrement dit, après la disparition des termes transitoires. Ce régime correspond donc à une solution particulière de l'équation du mouvement (II. 1). Dans ce cas, il convient mieux de travailler en utilisant l'approche fréquentielle.

### 2.1.4 Calcul de la matrice de rigidité dynamique

Pour passer au domaine fréquentiel nous appliquons la transformée de Fourier à chacun des termes de l'équation (2. 1)

Pour un signal temporel  $x(t)$ , absolument intégrable sur  $\mathbb{R}$ , la transformée de Fourier est exprimée par l'expression suivante, et ce, en considérant que  $\omega$  soit la pulsation.

$$\hat{x}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (2.6)$$

Il s'agit d'une transformée qui, à un signal temporel donné, fait correspondre une représentation fréquentielle. Selon la pulsation du signal d'entrée, la réponse est donc modifiée aussi bien en amplitude qu'en phase.

Nous pouvons alors introduire la notion de la matrice de rigidité dynamique qui est une matrice complexe et symétrique tel que

$$\tilde{G}(\omega) = -\omega^2 \tilde{M} + i\omega \tilde{C} + \tilde{K} \quad (2.7)$$

Le système différentiel (II. 1) se transforme en un système algébrique comme suit :

$$\tilde{G}(\omega) \times \tilde{x}(\omega) = \tilde{f}(\omega) + \tilde{P}(\omega) \quad (2.8)$$

Nous ramenons alors le problème à un système linéaire complexe dont le premier membre est appelé matrice de la rigidité dynamique.

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 \mathbf{M}_s + i\omega(\mathbf{C}_s + \mathbf{C}_1) + (\mathbf{K}_s + \mathbf{K}_1) & i\omega(\mathbf{C}_2) + \mathbf{K}_2 \\ i\omega(\mathbf{C}_2) + \mathbf{K}_2 & -\omega^2 \mathbf{M}_{AMA} + i\omega(\mathbf{C}_{AMA}) + \mathbf{K}_{AMA} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_s(\omega) \\ \hat{\mathbf{x}}_{AMA}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{f}}_1(\omega) - \mathbf{M}_s \mathbf{e}_1 \hat{\mathbf{x}}_g(\omega) \\ \hat{\mathbf{f}}_2(\omega) - \mathbf{M}_{AMA} \mathbf{e}_2 \hat{\mathbf{x}}_g(\omega) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

La matrice de rigidité dynamique s'écrit de cette manière :

$$\tilde{G}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{12} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} \quad \text{Où} \quad \begin{cases} \mathbf{G}_{11} = -\omega^2 \mathbf{M}_s + i\omega(\mathbf{C}_s + \mathbf{C}_1) + (\mathbf{K}_s + \mathbf{K}_1) \\ \mathbf{G}_{12} = i\omega(\mathbf{C}_2) + \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{G}_{22} = -\omega^2 \mathbf{M}_{AMA} + i\omega(\mathbf{C}_{AMA}) + \mathbf{K}_{AMA} \end{cases} \quad (2.10)$$

### 2.1.5 Calcul des fonctions de transfert pour une structure excitée sur le dernier étage :

Dans la suite, nous proposons de traiter séparément les deux excitations. Le premier cas consiste à étudier la réponse de la structure combinée sous l'effet de l'excitation  $\tilde{f}(\omega)$ .

Nous avons supposé que l'excitation est appliquée seulement sur la structure principale. Dans ce cas,  $\tilde{f}_2(\omega)$  est nul.

Dans cet exemple, le vecteur  $\tilde{f}_1(\omega)$  ne comporte qu'une seule composante agissant sur la masse du dernier étage appelée  $\tilde{f}(\omega)$ .

Dans ce cas, le système fréquentiel devient :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{12} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_s(\omega) \\ \hat{\mathbf{x}}_{AMA}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{f}}_1(\omega) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

Le but dans ce cas est de déterminer la fonction de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier de la  $j$  ième composante du vecteur déplacement  $\tilde{x}_s(t)$  et celle de la  $N$  ième composante du vecteur  $\tilde{f}_1(\omega)$ .

Nous définissons la fonction de transfert suivante :  $[\tilde{f}_2(\omega)]^{-1}$

$$H_{\hat{x}_j/\hat{f}} = \frac{\hat{x}_j(\omega)}{\hat{f}(\omega)} \quad (2.12)$$

Pour calculer ce terme (II. 12), il suffit de calculer d'une manière générale  $\hat{x}_s(\omega) [\tilde{f}_1(\omega)]^{-1}$

L'expression de  $\hat{x}_s(\omega) [\tilde{f}_1(\omega)]^{-1}$  est calculée à partir de l'équation matricielle (II. 11)

$$\hat{\mathbf{x}}_s(\omega) \left[ \hat{\mathbf{f}}_1(\omega) \right]^{-1} = \left\{ \left[ \mathbf{G}_{11}(\omega) \right] - \left[ \mathbf{G}_{12}(\omega) \right] \left[ \mathbf{G}_{22}(\omega) \right]^{-1} \left[ \mathbf{G}_{12}(\omega) \right] \right\}^{-1} \quad (2.13)$$

$\hat{x}_s(\omega) [\tilde{f}_1(\omega)]^{-1}$  est aussi égale à la matrice  $H_{11}$  qui est extraite de la matrice de la flexibilité dynamique  $\tilde{H}(\omega)$  tel que

$$\tilde{\mathbf{H}}(\omega) = \tilde{\mathbf{G}}^{-1}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} \\ \mathbf{H}_{12} & \mathbf{H}_{22} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Avec :

$H_{11}$  est la matrice de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier du vecteur déplacement  $x_s(t)$  et celle du vecteur  $f_1(t)$ .

$H_{12}$  est la matrice de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier du vecteur déplacement  $x_{AMA}(t)$  et celle du vecteur  $f_1(t)$ .

$H_{22}$  est la matrice de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier du vecteur déplacement  $x_{AMA}(t)$  et celle du vecteur  $f_2(t)$ .

Dans ce cas, nous nous intéressons seulement à  $H_{11}$  et  $H_{12}$  puisque, d'une part  $f_2(t)$  est nulle et d'autre part, l'excitation est appliquée seulement sur l'étage dernier de la structure principale.

### 2.1.6 Les fonctions de transfert pour une structure excitée sur la base

Dans le 2<sup>-ème</sup> cas, nous étudions la structure excitée sur la base par  $\ddot{x}_g(t)$  et ce, en vue de l'application au cas d'une excitation sismique. Le système dynamique est soumis à un signal

d'entrée  $\hat{x}_g(t)$ , excitant la base de la structure principale, tandis que le signal de sortie est noté par  $x_j(t)$  qui caractérise le déplacement de l'étage  $j$ .

Nous définissons la fonction de transfert donnant le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement relatif de l'étage  $j$  de la structure principale et celle de l'excitation sismique par.

$$H_{\hat{x}_j/\hat{x}_g}(\omega) = \frac{\hat{x}_j(\omega)}{\hat{x}_g(\omega)} \quad (2.15)$$

Pour calculer ce terme (2. 15) il suffit de calculer d'une manière générale  $\frac{\hat{x}_s(\omega)}{\hat{x}_g(\omega)}$

$$\mathbf{H}_{11} = \hat{\mathbf{x}}_s(\omega) [\hat{\mathbf{f}}_1(\omega)]^{-1} = \left\{ [\mathbf{G}_{11}(\omega)] - [\mathbf{G}_{12}(\omega)] [\mathbf{G}_{22}(\omega)]^{-1} [\mathbf{G}_{21}(\omega)] \right\}^{-1} \quad (2.16)$$

Le premier membre à droite est la matrice  $H_{11}$  calculée précédemment

$$\mathbf{H}_{11} = \hat{\mathbf{x}}_s(\omega) [\hat{\mathbf{f}}_1(\omega)]^{-1} = \left\{ [\mathbf{G}_{11}(\omega)] - [\mathbf{G}_{12}(\omega)] [\mathbf{G}_{22}(\omega)]^{-1} [\mathbf{G}_{21}(\omega)] \right\}^{-1} \quad (2.17)$$

Nous remarquons que l'expression de la fonction de transfert  $\frac{\hat{x}_s(\omega)}{\hat{x}_g(\omega)}$  est reliée à la fonction de transfert  $\hat{x}_s(\omega) [\tilde{\mathbf{f}}_1(\omega)]^{-1}$ .

Notons que les matrices des masses  $\mathbf{M}_s$  et  $\mathbf{M}_{AMA}$ , ainsi que les directions des vecteurs  $e_1$  et  $e_2$  doivent être connues pour que nous puissions calculer la fonction de transfert  $\frac{\hat{x}_s(\omega)}{\hat{x}_g(\omega)}$ .

Nous pouvons également exprimer la fonction de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement d'un amortisseur placé dans l'étage  $j$  et celle de l'excitation  $\hat{x}_g(\omega)$ .  $l_j$

$$H_{\hat{x}_{jl_j}/\hat{x}_g}(\omega) = \frac{\hat{x}_{jl_j}(\omega)}{\hat{x}_g(\omega)} \quad (2.18)$$

Pour calculer ce terme (2. 18) il suffit de calculer d'une manière générale l'expression suivante :

$$\frac{\hat{\mathbf{x}}_{AMA}(\omega)}{\hat{\mathbf{x}}_g(\omega)} = \left\{ [\mathbf{G}_{22}(\omega)]^{-1} \times \mathbf{M}_{AMA} \mathbf{e}_2 \right\} - \left\{ [\mathbf{G}_{22}(\omega)]^{-1} \mathbf{G}_{12}(\omega) \right\} \times \frac{\hat{\mathbf{x}}_s(\omega)}{\hat{\mathbf{x}}_g(\omega)} \quad (2.19)$$

Si nous nous intéressons au déplacement relatif de l'amortisseur, nous obtenons :

$$\hat{\mathbf{y}}_{AMA}(\omega) = \hat{\mathbf{x}}_{AMA}(\omega) - \hat{\mathbf{x}}_s(\omega) \quad (2.20)$$

$$\frac{\hat{\mathbf{x}}_{AMA}(\omega) - \hat{\mathbf{x}}_s(\omega)}{\hat{\mathbf{x}}_g(\omega)} = \left\{ [\mathbf{G}_{22}(\omega)]^{-1} \times \mathbf{M}_{AMA} \mathbf{e}_2 \right\} - \frac{\hat{\mathbf{x}}_s(\omega)}{\hat{\mathbf{x}}_g(\omega)} \times \left\{ 1 + [\mathbf{G}_{22}(\omega)]^{-1} \mathbf{G}_{12}(\omega) \right\}$$

## 2.2 Système principal 1DDL équipé d'un TMD et excité par une accélération aléatoire non stationnaire du sol

La Figure 2 présente le schéma du modèle mécanique du système SDOF.

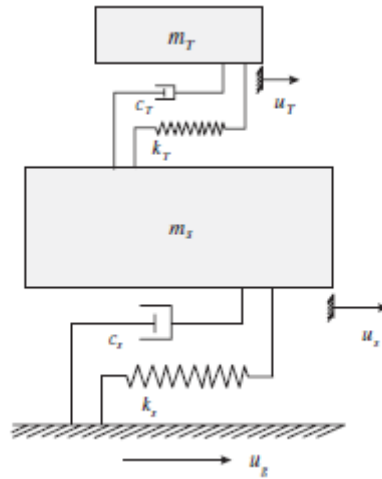


Figure 2-2 : Un système principal à un degré de liberté équipé d'un TMD (AMA).

Le système principal est caractérisé par sa masse  $m_s$ , sa raideur  $k_s$  et son amortissement  $c_s$ . La fréquence naturelle et le coefficient d'amortissement visqueux du système principal sont définis respectivement comme  $\omega_s = \sqrt{k_s / m_s}$  et  $\xi_s = c_s / 2\sqrt{k_s m_s}$ . De manière similaire au système principal, le TMD est constitué d'une masse  $m_T$ , d'une raideur  $k_T$  et d'un amortissement  $c_T$ .

Les fréquence naturelle et coefficient d'amortissement du TMD sont définis comme  $\omega_T = \sqrt{k_T / m_T}$  et  $\xi_T = c_T / 2\sqrt{k_T m_T}$ , respectivement. D'autre part, le rapport de masse et de fréquence d'accord du TMD sont définis comme  $\mu = m_T / m_s$  et  $f = \omega_T / \omega_s$ .

Dans ce modèle, l'accélération du sol appliquée à la base du système principal,  $\ddot{u}_g$  est un processus aléatoire non stationnaire, et le système principal équipé d'un TMD est modélisé comme une réponse quadratique moyenne. L'équation du mouvement pour l'ensemble du système, excité par l'accélération du sol,  $\ddot{u}_g$ , appliquée au système principal, peut être exprimée comme suit :

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s \\ \ddot{u}_T \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s + c_T & -c_T \\ -c_T & c_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_s \\ \dot{u}_T \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s + k_T & -k_T \\ -k_T & k_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s \\ u_T \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m_s \\ m_T \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (2.21)$$

où  $u_s$  est le déplacement du système principal par rapport au sol,  $u_T$  est le déplacement du TMD par rapport au sol et  $\ddot{u}_g$  est l'accélération aléatoire non stationnaire du sol exercée sur le système principal.

En notant le vecteur d'état par :  $Z = [u_s \ u_T \ \dot{u}_s \ \dot{u}_T]^T$

alors l'équation (2.21) peut être transformée en :

$$\dot{Z} = AZ + B\ddot{u}_g \quad (2.22)$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -(k_s + k_T)/m_s & k_T/m_s & -(c_s + c_T)/m_s & c_T/m_s \\ k_T/m_T & -k_T/m_T & c_T/m_T & -c_T/m_T \end{bmatrix}, \quad B = [0 \ 0 \ -1 \ -1]^T$$

En même temps, la fonction d'autocorrélation de l'accélération du sol peut être exprimée comme suit :

$$C_{\ddot{u}_g \ddot{u}_g}(\tau, t) = E[\ddot{u}_g(\tau)\ddot{u}_g(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(\omega, \tau)\lambda(\omega, t)e^{i\omega(t-\tau)}S(\omega) d\omega \quad (2.23)$$



Lorsque l'excitation non stationnaire est modélisée par un processus évolutif stationnaire, la densité spectrale de puissance de l'accélération du sol aléatoire non stationnaire est donnée par :

$$S_{\ddot{u}_g}(\omega, t) = |\lambda(\omega, t)|^2 S(\omega) \quad (2.24)$$

Où  $\lambda(\omega, t)$  est la fonction déterministe évolutive de  $t$  et  $\tau$ , et  $S(\tau)$  est la densité spectrale de puissance du processus aléatoire stationnaire.

Ensuite, la matrice de réponse quadratique moyenne correspondante à l'équation (2.22) peut être exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} E[Z(t)Z^T(t)] &= E \left\{ \begin{bmatrix} u_s^2 & u_s u_T & u_s \dot{u}_s & u_s \dot{u}_T \\ u_T u_s & u_T^2 & u_T \dot{u}_s & u_T \dot{u}_T \\ \dot{u}_s u_s & \dot{u}_s u_T & \dot{u}_s^2 & \dot{u}_s \dot{u}_T \\ \dot{u}_T u_s & \dot{u}_T u_T & \dot{u}_T \dot{u}_s & \dot{u}_T^2 \end{bmatrix} \right\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega, t) S(\omega) H(\omega, t)^* d\omega = 2 \int_0^{\infty} H(\omega, t) S(\omega) H(\omega, t)^* d\omega \end{aligned} \quad (2.25)$$

Où  $H(\omega, t)$  est la fonction de réponse fréquentielle évolutive, et  $c$ 'est la réponse transitoire du système principal soumis à l'excitation déterministe,  $\lambda(\omega, t)e^{-i\omega t}$  comme décrit dans l'équation (2.22) sous une condition initiale nulle.  $A^*$  représente la transposition conjuguée. Il est généralement extrêmement difficile d'obtenir la fonction de réponse fréquentielle  $H(\omega, t)$  sous une forme fermée. Cependant, il est suffisant d'obtenir la solution spécifiée de l'équation d'état (2.22) en utilisant des méthodes numériques. Ensuite, en substituant  $\lambda(\omega, t)e^{-i\omega t}$  pour l'excitation aléatoire non stationnaire  $\ddot{\mu}_g$  dans l'équation (2.22), nous pouvons obtenir :

$$\dot{H}(\omega, t) = AH(\omega, t) + B\lambda(\omega, t)e^{-i\omega t} \quad (2.26)$$

L'équation (2.26) est un ensemble d'équations différentielles constantes du premier ordre dans la série temporelle, qui peuvent être résolues à l'aide de la méthode d'intégration de Runge-Kutta d'ordre quatre.

Ainsi, la réponse quadratique moyenne du déplacement et la réponse quadratique moyenne de la vitesse du système principal peuvent être résolues directement à partir de l'équation (2.25), c'est-à-dire :

$$E[u_s^2(t)] = E[M(1,1)] \quad (2.27)$$

$$E[\dot{u}_s^2(t)] = E[M(3,3)] \quad (2.28)$$

Avec :

$$M = \begin{bmatrix} u_s^2 & u_s u_T & u_s \dot{u}_s & u_s \dot{u}_T \\ u_T u_s & u_T^2 & u_T \dot{u}_s & u_T \dot{u}_T \\ \dot{u}_s u_s & \dot{u}_s u_T & \dot{u}_s^2 & \dot{u}_s \dot{u}_T \\ \dot{u}_T u_s & \dot{u}_T u_T & \dot{u}_T \dot{u}_s & \dot{u}_T^2 \end{bmatrix}$$

Et le  $M(i, j)$  ( $i, j = 1, \dots, 4$ ) est le  $(i, j)$ -ème élément de la matrice de  $M$ .

De plus, à partir de l'équation (2.25), nous pouvons obtenir approximativement

$$E[\ddot{Z}(t)\ddot{Z}^T(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 H(\omega, t) S(\omega) H(\omega, t)^* d\omega = 2 \int_0^{\infty} \omega^4 H(\omega, t) S(\omega) H(\omega, t)^* d\omega \quad (2.29)$$

La réponse quadratique moyenne de l'accélération du système principal sera approximativement :

$$E[\ddot{u}_s^2(t)] = E[M_a(1,1)] \quad (2.30)$$



Dans cette équation,  $M_i$ ,  $C_i$ ,  $K_i$ ,  $P_i(t)$  et  $Y_i(t)$  représentent respectivement la masse généralisée, l'amortissement, la raideur, la charge et le déplacement du  $i$ -ème mode normal. De plus  $\omega_i$  et  $\xi_i$  représentent respectivement la fréquence naturelle et le coefficient d'amortissement du  $i$ -ème mode normal.

La charge externe  $P(t)$  est donnée dans l'équation (2. 39) pour une charge harmonique et dans l'équation (2. 40) pour une excitation sismique. Dans les équations (2. 39) et (2. 40),  $p_0$  est l'amplitude,  $\bar{\omega}$  est la fréquence circulaire de la charge harmonique,  $\ddot{x}_g(t)$  est l'accélération du sol et  $\{1\}$  représente une colonne unitaire (i.e.  $\{1\} = [1,1 \dots, 1]^T$ ).

Lorsque la fréquence circulaire de la charge appliquée est égale à la fréquence naturelle de la structure, le déplacement généralisé du mode normal correspondant devient instable. Cette situation est appelée résonance.

$$P(t) = p_0 \sin \bar{\omega} t \quad (2.39)$$

$$P(t) = -M\{1\}\ddot{x}_g(t) \quad (2.40)$$

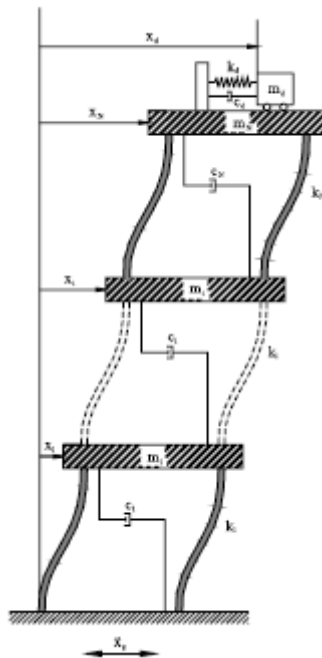


Figure 2-3 : N-DDL équipé d'un TMD au sommet.

### Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons donner la formulation qui sert à modéliser mathématiquement les structures équipé d'un système TMD, cette formulation sera utile dans les chapitres quatre et cinq.

## CHAPITRE 3 : OPTIMISATION MATHÉMATIQUE ET OPTIMISATION METAHEURISTIQUE

### INTRODUCTION

L'optimisation est un domaine des mathématiques qui vise à trouver les meilleures solutions possibles pour des problèmes spécifiques. L'optimisation mathématique repose sur des techniques formelles pour résoudre analytiquement les problèmes d'optimisation, tandis que l'optimisation métaheuristique utilise des méthodes heuristiques pour rechercher des solutions de haute qualité dans des espaces de recherche complexes.

### 3.1 OPTIMISATION MATHÉMATIQUE [32]

#### 3.1.1 Définition de l'optimisation mathématique

L'optimisation mathématique est l'étude des méthodes permettant de trouver les valeurs optimales (maximales ou minimales) d'une fonction objectif, soumise à des contraintes, dans un ensemble donné.

L'optimisation mathématique est utilisée dans de nombreux domaines tels que l'économie, l'ingénierie, la finance, la logistique, les sciences de la santé et bien d'autres. L'objectif principal de l'optimisation mathématique est de trouver la meilleure solution possible à un problème spécifique, en utilisant des outils et des techniques mathématiques.

$x \in \mathbb{R}^n$  : Ensembles de variables.

$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  : fonction du coût.

$D \subset \mathbb{R}^n$  : Ensembles des contraintes  $g(x)$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min(ouMax)} f(x) \\ g(x) \leq 0 \\ x \in \mathbb{R}^n \end{array} \right\} \quad (3.1)$$

#### 3.1.2 Modélisation des problèmes d'optimisation

La modélisation est une étape cruciale dans l'optimisation mathématique. Elle consiste à traduire un problème réel en un problème mathématique formel. Cela implique de définir la fonction objectif, les variables de décision et les contraintes qui délimitent l'espace de recherche.

**La fonction objectif :** est une mesure quantitative de ce que l'on cherche à optimiser. Il peut s'agir de maximiser les bénéfices, de minimiser les coûts, de trouver la meilleure allocation de ressources, ou d'atteindre tout autre objectif spécifique.

**Les variables de décision :** représentent les paramètres qui peuvent être ajustés pour influencer la valeur de la fonction objectif. Ces variables peuvent être continues (par exemple, des valeurs réelles) ou discrètes (par exemple, des entiers).

**Les contraintes :** sont des conditions qui doivent être satisfaites pour que la solution soit considérée comme valide. Elles peuvent être des contraintes d'égalité (par exemple, l'équilibre des équations), des contraintes d'inégalité (par exemple, des limites supérieures ou inférieures), ou une combinaison des deux.

### 3.1.3 Méthodes d'optimisation analytique

Il existe différentes méthodes d'optimisation mathématique qui peuvent être utilisées pour résoudre des problèmes spécifiques. Parmi les plus courantes, on retrouve :

**La programmation linéaire :** La programmation linéaire est une méthode d'optimisation qui permet de résoudre des problèmes de maximisation ou de minimisation sous contraintes linéaires. L'algorithme du simplexe est l'une des méthodes les plus couramment utilisées pour résoudre ces problèmes. Voici comment la programmation linéaire avec la méthode des polyèdres et l'algorithme du simplexe fonctionne en quelques étapes clés :

**1. Formulation du problème :** Tout d'abord, le problème d'optimisation est formulé sous forme d'un ensemble de variables de décision, d'une fonction objectif linéaire et de contraintes linéaires. La fonction objectif doit être soit maximisée, soit minimisée.

**2. Représentation graphique :** Les contraintes linéaires sont représentées graphiquement sous forme de polyèdres dans un espace à  $n$  dimensions, où  $n$  est le nombre de variables de décision. Chaque contrainte définit une demi-droite, une ligne ou un plan dans cet espace.

**3. Point de départ :** Un point de départ est choisi à l'intérieur du polyèdre formé par les contraintes. Ce point peut être initialisé de différentes manières, par exemple en utilisant la solution optimale d'un problème relaxé ou une solution faisable initiale.

**4. Itérations de l'algorithme du simplexe :** L'algorithme du simplexe est utilisé pour déplacer le point de départ le long des arêtes du polyèdre jusqu'à atteindre le sommet optimal où la fonction objectif est maximisée ou minimisée. À chaque itération, une variable entrante est sélectionnée et une variable sortante est éliminée du système d'équations linéaires.

**5. Test d'optimalité :** À chaque itération, un test d'optimalité est effectué pour déterminer si le sommet actuel est le sommet optimal. Si ce n'est pas le cas, l'algorithme continue à itérer jusqu'à ce que le sommet optimal soit atteint.

**6. Solution optimale :** Une fois que le sommet optimal est atteint, les valeurs des variables de décision correspondantes fournissent la solution optimale du problème de programmation linéaire.

L'utilisation de la méthode des polyèdres et de l'algorithme du simplexe permet de résoudre efficacement des problèmes de programmation linéaire en identifiant le sommet optimal du polyèdre défini par les contraintes linéaires. Cette méthode offre une approche mathématique rigoureuse pour prendre des décisions optimales dans de nombreux domaines tels que l'économie, la logistique, la production, etc.

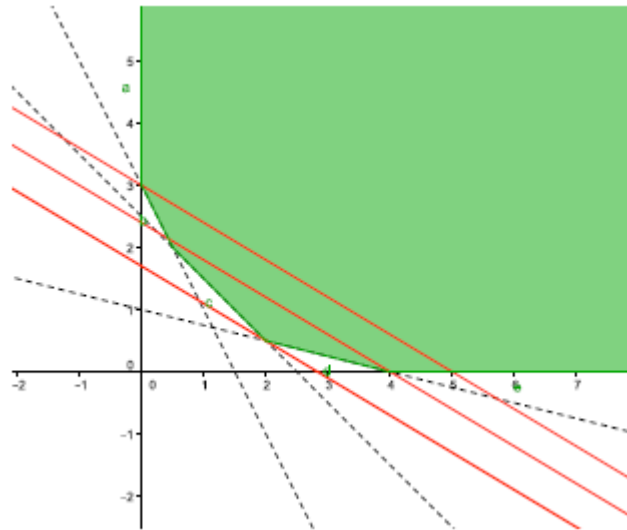


Figure 3-1 : une interprétation géométrique d'un problème d'optimisation avec des contraintes linéaire ou méthode des polyèdres.

**La programmation non linéaire :** Elle s'applique aux problèmes où la fonction objectif ou les contraintes sont non linéaires. Les méthodes utilisées incluent la descente de gradient, les méthodes de pénalité et les méthodes de recherche linéaire.

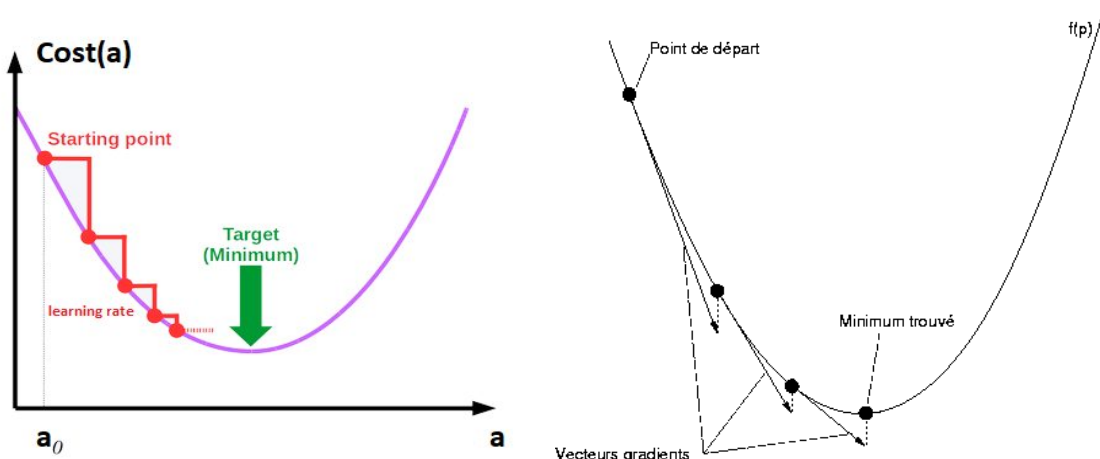


Figure 3-2 : une interprétation géométrique d'un problème d'optimisation avec des contraintes non-linéaire avec la méthode de la descente du gradient.

**La programmation quadratique :** elle traite des problèmes d'optimisation où la fonction objectif est quadratique et les contraintes peuvent être linéaires ou quadratiques.

**La programmation dynamique :** elle est utilisée pour résoudre des problèmes d'optimisation avec des décisions séquentielles dans le temps, en construisant une politique optimale par itérations successives.

Chaque méthode d'optimisation mathématique a ses propres caractéristiques, avantages et limites. Le choix de la méthode dépend du type de problème, de sa complexité et des contraintes spécifiques qui lui sont associées.

## 3.2 OPTIMISATION METAHEURISTIQUE [33,34]

### 3.2.1 Introduction à l'optimisation métaheuristique

L'optimisation métaheuristique est une approche plus flexible et moins déterministe pour résoudre les problèmes d'optimisation. Contrairement aux méthodes d'optimisation mathématique, les métaheuristiques ne garantissent pas de trouver une solution optimale, mais cherchent plutôt à trouver des solutions de haute qualité dans des espaces de recherche complexes.

L'optimisation métaheuristique tire son inspiration de processus naturels, tels que l'évolution biologique, le comportement des insectes sociaux ou les systèmes naturels d'optimisation. Ces techniques permettent d'explorer de manière plus globale l'espace de recherche et de trouver des solutions potentiellement meilleures.

Il existe différentes métaheuristiques largement utilisées pour résoudre des problèmes d'optimisation complexes. Voici quelques-unes des principales métaheuristiques :

- **Les algorithmes génétiques :** Inspirés de la théorie de l'évolution, les algorithmes génétiques simulent des processus de sélection naturelle et de reproduction pour générer de nouvelles solutions. Ils utilisent des opérateurs tels que la mutation, le croisement et la sélection pour explorer l'espace de recherche de manière itérative.
- **L'optimisation par essaim de particules :** Basée sur le comportement collectif des essaims d'animaux, cette métaheuristique implique des particules qui se déplacent dans l'espace de recherche pour trouver des zones prometteuses. Les particules échangent des informations sur les meilleures solutions trouvées et ajustent leur mouvement en fonction de ces informations.
- **L'optimisation par colonies de fourmis :** Inspirée du comportement des fourmis lorsqu'elles cherchent de la nourriture, cette métaheuristique utilise des agents virtuels appelés "fourmis" pour explorer l'espace de recherche. Les fourmis communiquent entre elles en déposant des phéromones pour marquer les chemins prometteurs, ce qui permet de trouver progressivement des solutions de meilleure qualité.
- **La recherche taboue :** Cette métaheuristique consiste à maintenir une liste de solutions interdites, appelées "liste tabou", afin d'éviter de revisiter les régions déjà

explorées. Cela permet d'éviter de rester bloqué dans des optima locaux et d'explorer davantage l'espace de recherche.

- **Recherche harmonique (Harmony Search)** : La recherche harmonique est une métaheuristique inspirée par le processus de création de musique harmonieuse. Elle utilise un ensemble de solutions, appelées "harmonies", qui évoluent en ajustant progressivement leurs composantes pour améliorer la qualité globale de l'ensemble. Les composantes d'une harmonie sont ajustées de manière aléatoire ou basée sur des règles musicales pour explorer l'espace de recherche à la recherche de meilleures solutions.
- La recherche harmonique est une méthode de recherche aléatoire basée sur la mémoire qui imite le processus d'improvisation musicale. Comparée à d'autres méthodes métaheuristiques, la recherche harmonique utilise une recherche aléatoire stochastique plutôt qu'une recherche par gradient, ce qui la rend moins complexe. Cette méthode n'est pas un algorithme de recherche ascendante, ce qui réduit la probabilité de rester piégé dans un optimum local. La recherche harmonique peut traiter des problèmes avec des variables discrètes et continues. Dans l'algorithme de recherche harmonique, les dérivées stochastiques sont importantes pour réduire le nombre d'itérations. La dérivée stochastique est également utile pour divers problèmes scientifiques et d'ingénierie lorsque la dérivée mathématique de la fonction ne peut pas être obtenue analytiquement ou lorsque la fonction est de type échelon ou conditionnelle. L'algorithme de recherche harmonique a déjà été appliqué avec succès à une grande variété de problèmes d'optimisation, y compris le problème du voyageur de commerce, la conception de réseaux de canalisations et même le problème d'orientation généralisée. Pour les problèmes structurels, la recherche harmonique a été appliquée avec succès à la conception optimale de structures en treillis, de cadres de stabilité en acier et de systèmes de grillage.
- **Algorithme des chauves-souris (Bat Algorithm)** : L'algorithme des chauves-souris s'inspire du comportement des chauves-souris dans la recherche de proies dans l'obscurité. Les chauves-souris émettent des ultrasons et ajustent leur fréquence d'émission en fonction de la distance de la proie. Elles utilisent également des mécanismes d'écholocation pour se déplacer vers les régions prometteuses. L'algorithme des chauves-souris utilise ces concepts pour explorer l'espace de recherche, en combinant des mouvements aléatoires avec une recherche locale et des ajustements adaptatifs de la fréquence et de l'intensité des signaux.

Chacune de ces métaheuristiques possède ses propres caractéristiques, paramètres et stratégies spécifiques. Elles peuvent être adaptées en fonction du problème d'optimisation à résoudre et de ses contraintes particulières.

Ces deux métaheuristiques (Harmony Search et Bat Algorithm) sont également utilisées pour résoudre des problèmes d'optimisation complexes. Elles offrent des



approches innovantes et efficaces pour explorer les espaces de recherche et trouver des solutions de haute qualité.

### 3.2.2 LES ALGORITHMES GENETIQUES [33,34,35]

L'algorithme génétique (GA), développé par John Rolland et ses collaborateurs dans les années 1960 et 1970, est un modèle ou une abstraction de l'évolution biologique basée sur la théorie de la sélection naturelle de Charles Darwin. Rolland a été le premier à utiliser le croisement, la recombinaison, la mutation et la sélection dans l'étude des systèmes adaptatifs et artificiels. Ces opérateurs génétiques constituent la partie essentielle de l'algorithme génétique en tant que stratégie de résolution de problèmes. Depuis lors, de nombreuses variantes d'algorithmes génétiques ont été développées et appliquées à une large gamme de problèmes d'optimisation, de la coloration de graphes à la reconnaissance de motifs, des systèmes discrets tels que le problème du voyageur de commerce aux systèmes continus tels que la conception efficace de profils d'aile en ingénierie aérospatiale, et des marchés financiers à l'optimisation multi objectif en ingénierie.

Il existe de nombreux avantages des algorithmes génétiques par rapport aux algorithmes d'optimisation traditionnels, et les deux avantages les plus remarquables sont : la capacité à traiter des problèmes d'optimisation complexes et le parallélisme. Les algorithmes génétiques peuvent traiter différents types d'optimisation, que la fonction objectif (fitness) soit stationnaire ou non stationnaire (changeant avec le temps), linéaire ou non linéaire, continue ou discontinue, ou présentant un bruit aléatoire. Comme plusieurs descendants dans une population agissent comme des agents indépendants, la population (ou tout sous-groupe) peut explorer l'espace de recherche dans de nombreuses directions simultanément. Cette caractéristique les rend idéaux pour la parallélisation de l'algorithme lors de sa mise en œuvre. Différents paramètres et même différents groupes de chaînes codées peuvent être manipulés en même temps.

Cependant, les algorithmes génétiques présentent également quelques inconvénients. La formulation de la fonction de fitness, l'utilisation de la taille de la population, le choix des paramètres importants tels que le taux de mutation et de croisement, et les critères de sélection de la nouvelle population doivent être soigneusement choisis. Tout choix inapproprié rendra difficile la convergence de l'algorithme ou produira simplement des résultats sans signification. Malgré ces inconvénients, les algorithmes génétiques restent l'un des algorithmes d'optimisation les plus largement utilisés dans l'optimisation non linéaire moderne.

#### 3.2.2.1 APPLICATION DES ALGORITHMES GENETIQUES (GA) DANS LE DOMAINE DU GENIE CIVIL ET STRUCTUREL

Remonte à 1986, lorsque Goldberg et Samtoni ont utilisé les GA pour la conception optimale d'un système de treillis à 10 barres [36]. Jusqu'à présent, les GA et leurs variantes ont été utilisés avec succès dans l'optimisation des problèmes de génie structurel [37,]. Des applications récentes incluent l'identification de systèmes structuraux comme les travaux de S.Tafraout [38]

Une autre application de l'AG dans le domaine de l'optimisation structural est celui de Marano.G.C [39], la conception de ponts à longue portée [40], l'optimisation de la topologie des structures de toiture en treillis en acier [41], l'optimisation de la topologie des treillis [42], et bien d'autres encore.

### 3.2.2.2 Principes de travail de l'algorithme génétique

L'essence des algorithmes génétiques consiste à encoder une fonction d'optimisation sous forme de tableaux de bits ou de chaînes de caractères pour représenter les chromosomes, à effectuer des opérations de manipulation des chaînes par des opérateurs génétiques, et à effectuer une sélection en fonction de leur aptitude dans le but de trouver une solution au problème concerné. Cela se fait généralement en suivant la procédure suivante :

- Encodage des objectifs ou fonctions d'optimisation ;
- Définition d'une fonction d'aptitude ou critère de sélection ;
- Initialisation d'une population d'individus ;
- Évaluation de l'aptitude de tous les individus de la population ;
- Création d'une nouvelle population en réalisant des opérations de croisement, de mutation, de reproduction proportionnelle à l'aptitude, etc. ;
- Évolution de la population jusqu'à ce que certains critères d'arrêt soient atteints ;
- Décodage des résultats pour obtenir la solution du problème.

---

```

Objective function  $f(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$ 
Encode the solution into chromosomes (binary strings)
Define fitness  $F$  (eg,  $F \propto f(\mathbf{x})$  for maximization)
Generate the initial population
Initial probabilities of crossover ( $p_c$ ) and mutation ( $p_m$ )
  while (  $t < \text{Max number of generations}$  )
    Generate new solution by crossover and mutation
    if  $p_c > \text{rand}$ , Crossover; end if
    if  $p_m > \text{rand}$ , Mutate; end if
    Accept the new solutions if their fitness increase
    Select the current best for new generation (elitism)
  end while
Decode the results and visualization

```

---

Figure 3-3 : La Structure (Pseudo CODE) de l'algorithme génétique.

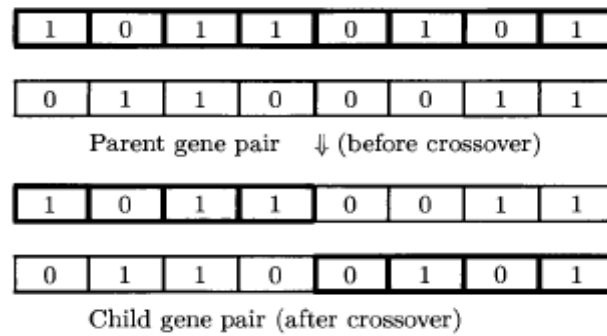


Figure 3-4 : Diagramme du croisement dans les algorithmes génétiques.

Ces étapes peuvent être représentées schématiquement par le pseudo-code des algorithmes génétiques illustré dans la Figure 3.3. Une itération de création d'une nouvelle population est appelée une génération. Les chaînes de caractères de longueur fixe sont utilisées dans la plupart des algorithmes génétiques à chaque génération, bien qu'il existe des recherches substantielles sur les chaînes de longueur variable et les structures de codage. Le codage de la fonction objectif se fait généralement sous forme de tableaux binaires ou de tableaux de valeurs réelles dans les algorithmes génétiques adaptatifs. Pour simplifier, nous utilisons des chaînes binaires pour le codage et le décodage. Les opérateurs génétiques comprennent le croisement, la mutation et la sélection dans la population.

Le croisement de deux chaînes parentes est l'opérateur principal avec une probabilité  $P_c$  plus élevée et est réalisé en échangeant un segment d'un chromosome avec le segment correspondant sur un autre chromosome à une position aléatoire (voir la Figure 3.3). Le croisement réalisé de cette manière est un croisement en un seul point. Le croisement à plusieurs points est également utilisé dans de nombreux algorithmes génétiques pour augmenter l'efficacité des algorithmes.

L'opération de mutation est réalisée en inversant les bits sélectionnés au hasard (voir la Figure 3.4), et la probabilité de mutation  $P_m$  est généralement faible. La sélection d'un individu dans une population est réalisée par l'évaluation de son aptitude, et il peut rester dans la nouvelle génération si un certain seuil d'aptitude est atteint. Nous pouvons également utiliser une reproduction proportionnelle à l'aptitude de la population, c'est-à-dire que les individus ayant une aptitude plus élevée ont plus de chances de se reproduire.

### 3.2.2.3 Le choix des paramètres de l'algorithme génétique

Une question importante est la formulation ou le choix d'une fonction d'adaptation appropriée qui détermine le critère de sélection dans un problème particulier. Pour la minimisation d'une fonction à l'aide des algorithmes génétiques, une façon simple de construire une fonction d'adaptation consiste à utiliser la forme la plus simple  $F = A - f(x)$  où  $A$  est une constante élevée si vous souhaitez obtenir une valeur  $F$  non négative. Dans la plupart des cas,  $A = 0$

suffira, car seule la valeur de la rigidité relative importe. L'objectif est ensuite de maximiser la fonction d'adaptation et ensuite de minimiser la fonction objectif  $f(x)$ . Cependant, il existe de nombreuses façons différentes de définir une fonction d'adaptation. Par exemple, nous pouvons utiliser l'assignation de fitness individuelle par rapport à l'ensemble de la population

$$F(x_i) = \frac{f(\xi_i)}{\sum_{i=1}^n f(\xi_i)} \quad (3.2)$$

Où  $N$  est la taille de la population.

Ici,  $\xi_i$  représente la valeur phénotypique de l'individu  $i$ , c'est-à-dire la solution représentée par un chromosome individuel. La forme appropriée de la fonction d'adaptation garantira que les solutions avec une fitness plus élevée seront sélectionnées de manière efficace. Une fonction d'adaptation médiocre peut donner des solutions incorrectes ou sans signification.

Un autre aspect important est le choix des différents paramètres. La probabilité de croisement  $p_c$  est généralement très élevée, typiquement dans la plage de 0,7 à 1,0. En revanche, la probabilité de mutation  $p_m$  est généralement faible (habituellement de 0,001 à 0,05). Si  $p_c$  est trop faible, le croisement se produit de manière sporadique, ce qui n'est pas efficace pour l'évolution. Si la probabilité de mutation est trop élevée, les solutions peuvent encore "sauter" même si la solution optimale est en approche.

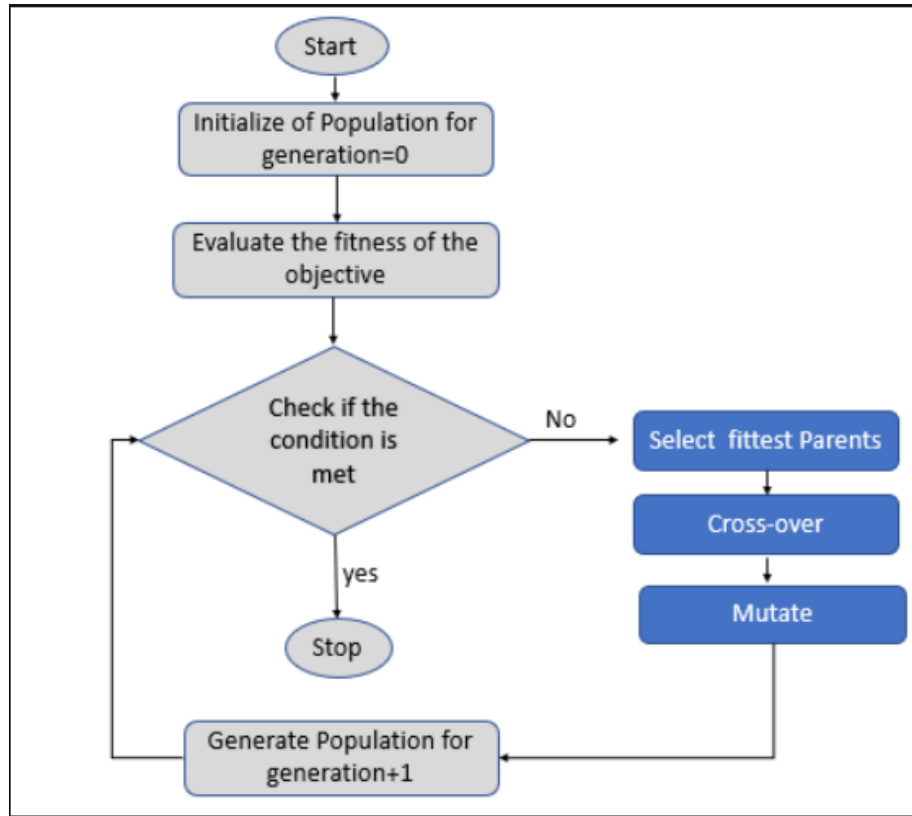
Le choix d'un critère approprié pour sélectionner les meilleures solutions est également important. Comment sélectionner la population actuelle afin que les individus les plus performants avec une rigidité plus élevée soient préservés et transmis à la génération suivante. Cela est souvent réalisé en association avec un certain élitisme. L'élitisme de base consiste à sélectionner l'individu le plus adapté (dans chaque génération) qui sera transmis à la nouvelle génération sans être modifié par les opérateurs génétiques. Cela garantit que la meilleure solution est atteinte plus rapidement.

D'autres problématiques incluent les multiples sites de mutation et l'utilisation de différentes tailles de population. La mutation sur un seul site n'est pas très efficace, la mutation sur plusieurs sites augmentera l'efficacité de l'évolution. Cependant, trop de mutations peuvent rendre difficile la convergence du système, voire l'amener vers de mauvaises solutions. En réalité, si le taux de mutation est trop élevé sous une pression de sélection élevée, toute la population peut s'éteindre.

De plus, le choix de la bonne taille de population est également très important. Si la taille de la population est trop petite, il n'y a pas suffisamment d'évolution en cours et il y a un risque que toute la population s'éteigne. Dans le monde réel, pour une espèce ayant une petite population, la théorie écologique suggère qu'il y a un véritable danger d'extinction pour de telles espèces. Même si le système se poursuit, il y a toujours un risque de convergence prématurée. Dans une petite population, si un individu nettement plus adapté apparaît trop tôt, il peut se reproduire suffisamment pour submerger toute la (petite) population. Cela finira par conduire le système vers un optimum local, souvent pas l'optimum global. En revanche, si la

population est trop grande, plus d'évaluations de la fonction objectif sont nécessaires, ce qui nécessitera un temps de calcul considérable.

De plus, des algorithmes génétiques plus complexes et adaptatifs font l'objet de recherches actives et la littérature est vaste sur ces sujets.



3-5 : Organigramme des étapes du fonctionnement des Algorithmes génétiques

### 3.2.3 L'ALGORITHME PSO (PARTICLE SWARM OPTIMIZATION) [60, 61, 69]

L'optimisation par essaim de particules (PSO) a été développée par Kennedy et Eberhart en 1995, basée sur le comportement des essaims tels que les bancs de poissons et les volées d'oiseaux dans la nature. De nombreux algorithmes tels que les algorithmes de colonies de fourmis et les algorithmes de fourmis virtuelles utilisent le comportement de l'intelligence collective appelée "essaim". L'optimisation par essaim de particules peut présenter certaines similitudes avec les algorithmes génétiques, mais elle est beaucoup plus simple car elle n'utilise pas d'opérateurs de mutation/croisement ou de phéromones. Au lieu de cela, elle utilise le hasard des nombres réels et la communication globale entre les particules de l'essaim. Dans ce sens, elle est aussi plus facile à mettre en œuvre car il n'y a pas de codage ou de décodage des paramètres en chaînes binaires comme dans les algorithmes génétiques qui peuvent également utiliser des chaînes de nombres réels.

Cet algorithme explore l'espace d'une fonction objectif en ajustant les trajectoires des agents individuels, appelés particules, car ces trajectoires forment des chemins morcelés de manière quasi-stochastique. Le mouvement d'une particule de l'essaim comprend deux composantes majeures : une composante stochastique et une composante déterministe. Chaque particule est

attirée vers la position du meilleur global actuel  $g^*$  et sa propre meilleure position  $x_i^*$  dans l'historique, tout en ayant en même temps une tendance à se déplacer aléatoirement.

Lorsqu'une particule trouve une position meilleure que toutes les positions précédemment trouvées, elle la met à jour en tant que nouveau meilleur courant pour la particule  $i$ . Il y a un meilleur courant pour toutes les  $n$  particules à tout moment  $t$  pendant les itérations. L'objectif est de trouver le meilleur global parmi toutes les meilleures solutions actuelles jusqu'à ce que l'objectif n'améliore plus ou après un certain nombre d'itérations. Le mouvement des particules est représenté schématiquement dans la Figure 3.6 où  $x_i^*$  ; est le meilleur courant pour la particule  $i$ , et  $g^* \sim \min\{f(\xi_i)\}$  pour  $(i = 1, 2, \dots, n)$  est le meilleur global actuel.

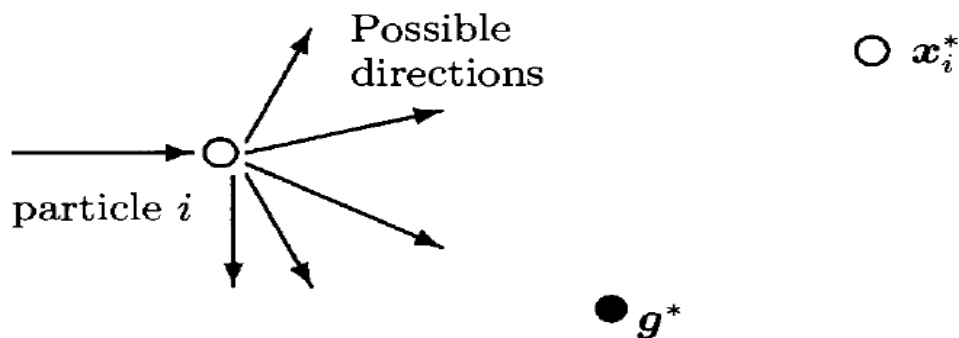


Figure 3-6 : Représentation schématique du mouvement d'une particule dans le PSO, se déplaçant vers le meilleur global  $g^*$  et le meilleur courant  $x_i^*$  pour chaque particule  $i$ .

### 3.2.3.1 Applications de l'algorithme PSO dans le domaine génie civil

L'algorithme PSO standard était un outil de résolution de plusieurs problèmes en génie civil on peut citer les travaux de Leung et al. [46,47], l'algorithme PSO modifié surtout pour l'optimisation de quelques caractéristiques dans les grattes ciel en charpente métallique l'article de Gholizadeh, S., Fattahi, F [43], un autre travail de Kaveh concernant l'optimisation des systèmes en treillis de Ali Kaveh et al. [44].

### 3.2.3.2 Principes de travail de l'algorithme PSO

Les étapes essentielles de l'optimisation par essaim de particules peuvent être résumées par le pseudo-code présenté dans la Figure 3.7.

Soient  $x_i$  et  $v_i$  le vecteur de position et le vecteur de vitesse pour la particule  $i$ , respectivement. Le nouveau vecteur de vitesse est déterminé par la formule suivante :

$$v_i^{t+1} = v_i^t + \alpha \varepsilon_1 \odot [g^* - x_i^*] + \beta \varepsilon_2 \odot [x_i^* - x_i^t] \quad (3.3)$$

où  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  sont deux vecteurs aléatoires, et chaque entrée prend des valeurs entre 0 et 1.

- Le produit  $\odot$  ou le produit d'Hadamard de deux matrices  $u \odot v$  est défini comme le produit élément par élément, c'est-à-dire :

$$[u \odot v]_{ij} = u_{ij}v_{ij}. \quad (3.4)$$

Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  sont les paramètres d'apprentissage ou les constantes d'accélération, qui peuvent généralement être pris, par exemple,  $\alpha \approx \beta \approx 2$ .

Les emplacements initiaux de toutes les particules doivent être répartis relativement uniformément afin qu'elles puissent échantillonner la plupart des régions, ce qui est particulièrement important pour les problèmes multimodaux. La vitesse initiale d'une particule peut être prise comme zéro, c'est-à-dire  $v_i^{t=0} = 0$ . La nouvelle position peut ensuite être mise à jour par :

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{t+1} \quad (3.5)$$

Bien que  $v_i$  puisse prendre n'importe quelle valeur, elle est généralement bornée dans une certaine plage  $[0, v_{max}]$ .

#### Particle Swarm Optimization

---

```

Objective function  $f(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_p)^T$ 
Initialize locations  $\mathbf{x}_i$  and velocity  $\mathbf{v}_i$  of  $n$  particles.
Find  $\mathbf{g}^*$  from  $\min\{f(\mathbf{x}_1), \dots, f(\mathbf{x}_n)\}$  (at  $t = 0$ )
while ( criterion )
   $t = t + 1$  (pseudo time or iteration counter)
    for loop over all  $n$  particles and all  $p$  dimensions
      Generate new velocity  $\mathbf{v}_i^{t+1}$  using equation (15.1)
      Calculate new locations  $\mathbf{x}_i^{t+1} = \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^{t+1}$ 
      Evaluate objective functions at new locations  $\mathbf{x}_i^{t+1}$ 
      Find the current best for each particle  $\mathbf{x}_i^*$ 
    end for
    Find the current global best  $\mathbf{g}^*$ 
end while
Output the final results  $\mathbf{x}_i^*$  and  $\mathbf{g}^*$ 

```

---

Figure 3-7 : Pseudo-code de l'optimisation par essaim de particules

### 3.2.4 Exemple

On cherche à optimiser les sections des éléments d'un treillis composé de trois barres, comme illustré dans la Figure 3-8. L'objectif principal est de déterminer la section minimale qui satisfait les contraintes induites par la force  $P$  appliquée dans la direction la plus défavorable. Ainsi, l'objectif consiste à minimiser le volume du treillis en utilisant une fonction objectif définie en fonction de deux variables, exprimée comme suit :

$$\min_{A_1, A_2} f(A_1, A_2) = (2\sqrt{2}A_1 + A_2)l$$

Les variables de conception sont les aires des sections transversales des éléments structuraux. Étant donné que le système est symétrique, seules les sections transversales représentées par  $A_1 = A_3$  et  $A_2$  sont soumises à l'optimisation.

Le problème d'optimisation est résolu en prenant en considération des contraintes liées à la force  $P$  :

$$g_1 = \frac{\sqrt{2}A_1 + A_2}{\sqrt{2}A_1^2 + 2A_1A_2} P - \sigma \leq 0$$

$$g_2 = \frac{A_2}{\sqrt{2}A_1^2 + 2A_1A_2} P - \sigma \leq 0$$

$$g_3 = \frac{1}{A_1 + \sqrt{2}A_2} P - \sigma \leq 0$$

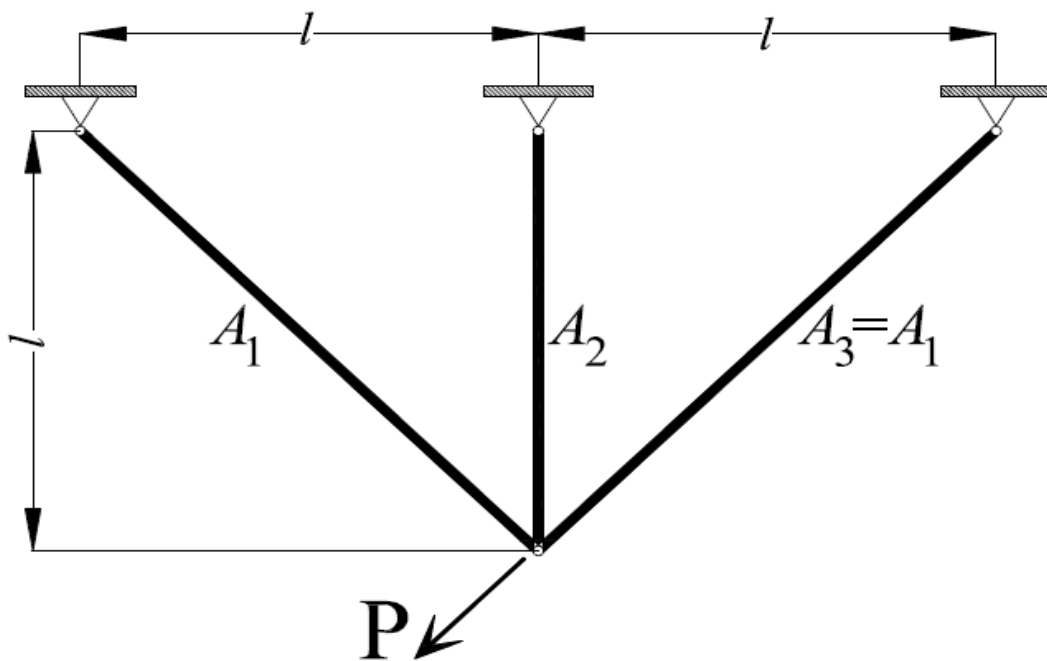


Figure 3-8 : Treillis 3-barres - Problème d'optimisation des sections.

La longueur, la charge maximale et la limite de contrainte ont été fixées à  $l = 120 \text{ cm}$ ,  $P = 3 \text{ kN}$  et  $\bar{\sigma} = 2 \text{ kN/cm}^2$ .

Les aires des sections transversales ont été recherchées dans les plages suivantes :

$$0 \leq A_1 \leq 2 \text{ cm}^2$$

$$0 \leq A_2 \leq 2 \text{ cm}^2$$

Les résultats trouvés suite à l'application de l'algorithme génétique et l'algorithme PSO sont donnés par le Tableau



Tableau 3-1 : Résultats de l'optimisation des sections du Treillis 3-barres.

Algorithme	$A_1 = A_3 \text{ (cm}^2\text{)}$	$A_2 \text{ (cm}^2\text{)}$	$f(A_1, A_2) \text{ (cm}^3\text{)}$
GA	1.1843	0.6089	475.0283
PSO	1.1834	0.6114	475.0126

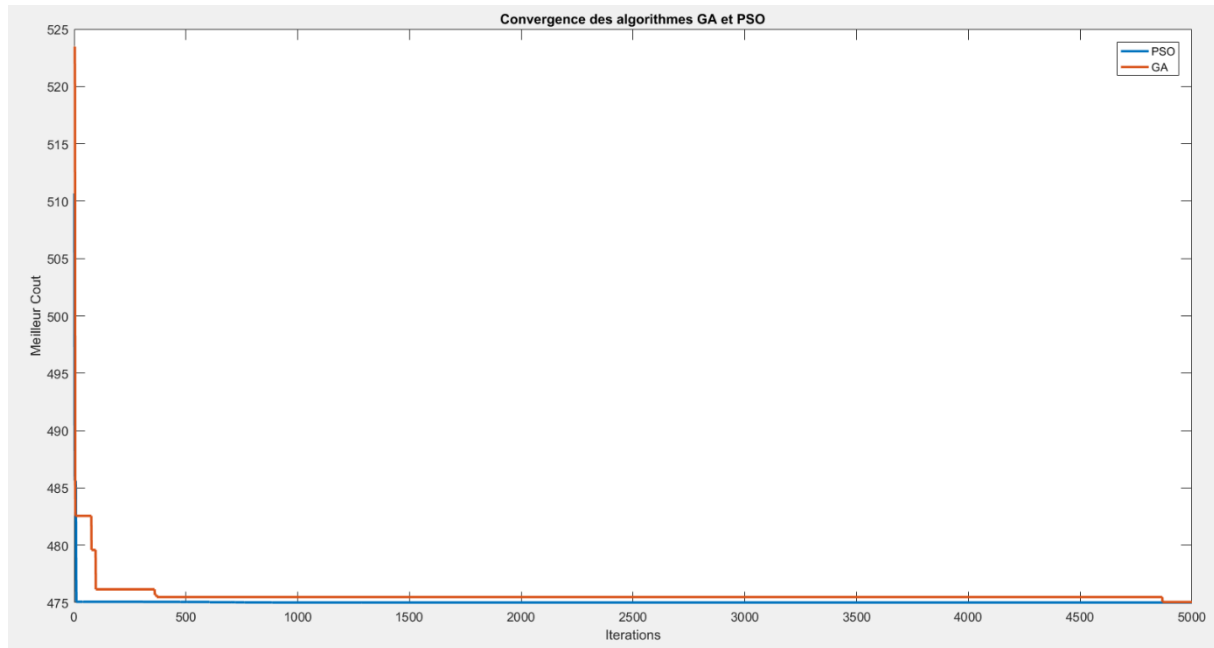


Figure 3-9 : Courbe de convergence des algorithmes GA et PSO exemple des trois barres.

-Les paramètres de l'algorithme génétique :

$N_{pop}$  = La taille de la population = 50 ;

$MaxIt$  = Le nombre de générations = 5000 ;

$p_c$  = La probabilité de croisement = 0,45 ;

$p_m$  = La probabilité de mutation = 0,1.

-Les paramètres de l'algorithme PSO :

$MaxIt = n_{max} = 100$  (maximum de génération);

$\omega$  = Coefficient d'inertie = 0.1 ;

$c_1$  = Coefficient cognitif = 2 ;

$c_2$  = Coefficient social = 2.

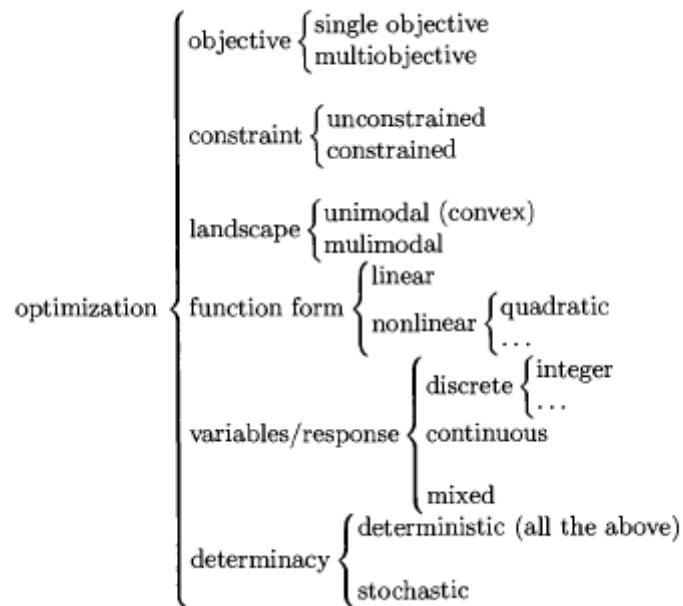


Figure 3-10 : Classification des problèmes d'optimisations

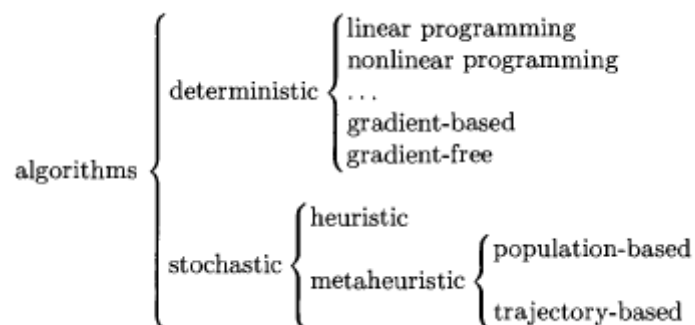


Figure 3-11 : Classification des algorithmes d'optimisations

### CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons abordé brièvement l'optimisation mathématique et l'optimisation métaheuristique. L'optimisation mathématique offre des méthodes formelles pour résoudre analytiquement les problèmes d'optimisation, tandis que l'optimisation métaheuristique propose des approches plus flexibles et heuristiques pour rechercher des solutions de haute qualité dans des espaces de recherche complexes. Ces deux approches ont leur place dans la résolution de problèmes d'optimisation, et le choix entre elles dépend du type de problème, de sa complexité et des contraintes spécifiques qui y sont associées.

## **CHAPITRE 4 : LES METHODES D'OPTIMISATION DU CHOIX DES PARAMETRES DES SYSTEMES D'AMORTISSEMENT A MASSE ACCORDEE « TMD »**

### **INTRODUCTION**

Les amortisseurs à masse accordée (TMD) font partie des dispositifs de contrôle des vibrations structurelles les plus anciens. Le concept de contrôle des vibrations à l'aide d'un amortisseur de masse remonte à 1909, lorsque Frahm [45] a inventé un dispositif de contrôle des vibrations appelé absorbeur dynamique de vibrations. Au cours des quatre dernières décennies, on observe un regain d'intérêt pour l'étude des TMD. De nombreux nouveaux gratte-ciel sont maintenant équipés de différents types de systèmes TMD pour atténuer les vibrations causées par le vent et les séismes modérés. Ainsi, la compréhension du comportement des TMD et de leurs paramètres de conception devient importante.

Un système TMD est composé d'une masse, d'un ressort et d'un amortisseur fixés à une structure principale pour atténuer la réponse dynamique de la structure. Le mouvement de la structure est essentiellement contrôlé par les charges dynamiques en ajoutant un système TMD qui absorbe la majeure partie de l'énergie d'entrée, et seule une partie de cette énergie est transférée au système structurel principal.

L'un des problèmes de conception importants concerne l'optimisation des paramètres des TMD. Les paramètres qui affectent directement la réponse du système principal sont la masse, l'amortissement et la raideur. Ce chapitre est consacré à l'étude des méthodes les plus intéressantes, qui englobent à la fois des méthodes de conception et des approches qui expliquent le phénomène de dissipation de l'énergie, ce qui permet d'obtenir une vision plus approfondie physiquement de notre compréhension.

Nous commencerons par l'étude de la méthode de Den Hartog et son modèle SDOF (système à un degré de liberté) où le système principal est sans amortissement avec une charge harmonique appliquée au système principal. Ensuite, nous aborderons la méthode de Warburton, où le problème devient non linéaire avec l'ajout de l'amortissement et où le signal d'entrée prend la forme d'un bruit blanc. Nous appliquerons une méthode d'optimisation basée sur la détermination des points fixes en utilisant le critère de Loi et Ikida.

Ensuite, nous passerons à la méthode de Sadek, qui a développé la méthode de Villaverdi. Nous examinerons ensuite la méthode de Hadi et Arfiadi, où ils ont utilisé une approche basée sur la minimisation de la norme  $H_2$ . Ils ont utilisé une approche métaheuristique pour la première fois comme outil d'optimisation.

Nous poursuivrons avec la méthode de Leung et al., où ils ont développé la méthode de Warburton. En ajustant les solutions trouvées à l'aide de l'algorithme PSO, Leung et al. ont démontré que la recherche d'extrema pour l'optimisation dépend du rapport  $\mu$ . Cette approche

met en évidence la forte non-linéarité de notre problème d'optimisation, prouvant ainsi que les formules explicites développées précédemment ne donnent pas de résultats satisfaisants. De plus, Leung et Marano proposent d'autres intervalles pour les rapports d'optimisation dans leurs travaux [46,47] et [48].

#### 4.1 LA METHODE DE DEN-HARTOG (1957) [22, 23]

Dans son livre « Mechanical Vibrations », Den-Hartog a proposé une méthode d'optimisation des paramètres du système d'amortissement de masse accordé à partir d'un modèle simplifié composé d'un système principal et un système d'amortissement accroché à la masse principale qui subit une excitation harmonique.

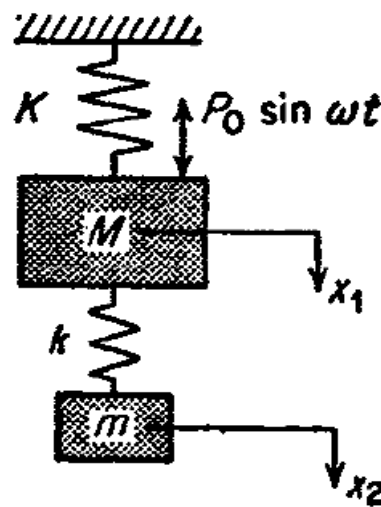


Figure 4-1 : Modèle de Frahm qui est le cas spécial du modèle Den-Hartog [22, 23].

Considérons maintenant le système de la Figure 4.2 dans lequel un amortisseur est disposé en parallèle avec le ressort d'amortissement  $k$ , entre les masses  $M$  et  $m$ . Le ressort principal  $K$  il est sans amortisseur et avec un encastrement fixe du système principale.

Pour formuler les équations du mouvement on applique la loi de Newton sur la masse  $M$ , et puis sur  $m$ , on obtient :

$$M\ddot{x}_1 + Kx_1 + k(x_1 - x_2) + c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = P_0 \sin(\omega t) \quad (4.1)$$

$$m\ddot{x}_2 + k(x_2 - x_1) + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0 \quad (4.2)$$

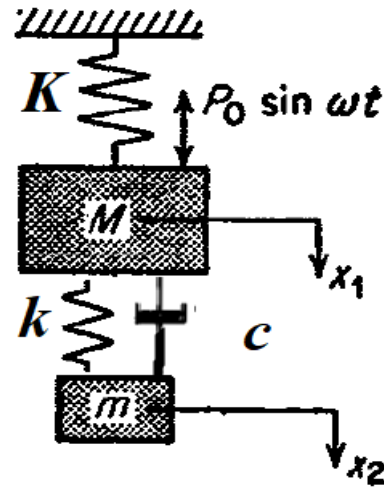


Figure 4-2 : Le modèle Den Hartog d'un système d'amortissement à masse accordée [22].

Les vibrations forcées dans ce système auront une réponse harmonique, donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(t) = x_1 \sin(\omega t) \\ \text{et} \\ x_2(t) = x_2 \sin(\omega t) \end{array} \right. \quad (4.3)$$

Par dérivation successive on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1(t) = \omega x_1 \cos(\omega t) \\ \text{et} \\ \dot{x}_2(t) = \omega x_2 \cos(\omega t) \end{array} \right. \quad (4.4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x}_1(t) = -\omega^2 x_1 \sin(\omega t) \\ \text{et} \\ \ddot{x}_2(t) = -\omega^2 x_2 \sin(\omega t) \end{array} \right. \quad (4.5)$$

On remplace ces équations dans les équations du mouvement on aura

$$\left\{ \begin{array}{l} -M\omega^2 x_1 + Kx_1 + k(x_1 - x_2) + i\omega c(x_1 - x_2) = P_0 \\ \text{et} \\ -m\omega^2 x_2 + k(x_2 - x_1) + i\omega c(x_1 - x_2) = 0 \end{array} \right. \quad (4.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1[-M\omega^2 + K + k + i\omega c] + x_2[k + i\omega c] = P_0 \\ \text{et} \\ x_1[-k - i\omega c] + x_2[-m\omega^2 + k + i\omega c] = 0 \end{array} \right. \quad (4.7)$$

On exprime  $x_2$  en fonction de  $x_1$  :

$$x_2 = x_1 \frac{[k + i\omega c]}{[-m\omega^2 + k + i\omega c]} \quad (4.8)$$

On remplace  $x_2$  dans la première équation de (4.1) :

$$x_1 = P_0 \frac{(k - m\omega^2) + i\omega c}{[(-M\omega^2 + K)(-m\omega^2 + k) - m\omega^2 k] + i\omega c[-M\omega^2 + K - m\omega^2]} \quad (4.9)$$

L'expression complexe peut être réduite à la forme suivante a :

$$x_1 = P_0(A_1 + iB_1) \quad (4.10)$$

Où  $A_1$  et  $B_1$  sont réels et ne contiennent pas de  $i$ . Le sens qui doit être attribué à l'équation est alors que dans la représentation vectorielle, le déplacement  $x_1$  se compose de deux composantes, l'une en phase avec la force  $P_0$  et l'autre en avance d'un quart de tour «  $\pi/2$  ».

En ajoutant ces deux vecteurs géométriquement, la magnitude de  $x_1$  est exprimée par :

$$x_1 = P_0 \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \quad (4.11)$$

Mais, pour simplifier l'équation (4.9) qui est composé de deux termes, l'un en numérateur et l'autre en dénominateur on doit commencer par l'expression :

$$x_1 = P_0 \frac{A+iB}{C+iD} \quad (4.12)$$

Avec :

$$\begin{aligned} A &= k - m\omega^2 ; \\ B &= \omega c ; \\ C &= (-M\omega^2 + K)(-m\omega^2 + k) - m\omega^2 k ; \\ D &= \omega c[-M\omega^2 + K - m\omega^2]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

On multiplie par le conjugué du dénominateur

$$x_1 = P_0 \frac{(A+iB)(C-iD)}{(C+iD)(C-iD)} = P_0 \frac{(AC+BD)+I(BC-AD)}{D^2+C^2} \quad (4.14)$$

La longueur du vecteur  $x_1$  exprimé par :  $\left(\frac{AC+BD}{D^2+C^2}\right)^2 + \left(\frac{BC+AD}{D^2+C^2}\right)^2$

$$\frac{x_1}{P_0} = \sqrt{\left(\frac{AC+BD}{D^2+C^2}\right)^2 + \left(\frac{BC+AD}{D^2+C^2}\right)^2} = \sqrt{\frac{A^2B^2+B^2D^2+B^2C^2+A^2D^2}{(D^2+C^2)^2}} = \sqrt{\frac{(A^2+B^2)(C^2+D^2)}{(D^2+C^2)^2}} \quad (4.15)$$

Par simplification on obtient :

$$\frac{x_1}{P_0} = \sqrt{\frac{A^2+B^2}{C^2+D^2}} \quad (4.16)$$

On remplace (4.13) dans (4.16), on obtient :

$$\frac{x_1^2}{P_0^2} = \frac{(k-m\omega^2)^2+(\omega c)^2}{[(-M\omega^2+K)(-m\omega^2+k)-m\omega^2k]^2+(\omega c[-M\omega^2+K-m\omega^2])^2} \quad (4.17)$$

$x_1$  est une fonction de sept variables :  $P_0$ ,  $\omega$ ,  $c$ ,  $K$ ,  $k$ ,  $M$  et  $m$ . le nombre de variables peut être réduit avec l'utilisation des rapports fixes entre les différents paramètres, la nouvelle formulation à une forme adimensionnelle avec ces symboles :

$$\mu = \frac{m}{M}; \text{ le rapport des masses.}$$

$$\omega_a^2 = \frac{k}{m}; \text{ la fréquence naturelle de l'amortisseur.}$$

$$\Omega_n^2 = \frac{K}{M}; \text{ la fréquence naturelle du système principal.}$$

$$f = \frac{\omega_a}{\Omega_n}; \text{ le rapport des pulsations ou le rapport des fréquences.}$$

$$g = \frac{\omega}{\Omega_n}; \text{ le rapport des fréquences forcée.}$$

$$x_{st} = \frac{P_0}{k}; \text{ La déformation statique.}$$

$$c_c = 2m\Omega_n; \text{ l'amortissement critique.}$$

En développant (4.17), on obtient une équation exprimée par des rapports :

$$\frac{x_1}{x_{st}} = \sqrt{\frac{(2\frac{c}{c_c}gf)^2+(g^2-f^2)^2}{(\frac{c}{c_c}gf)^2(g^2-1+\mu g^2)^2+[\mu f^2g^2-(g^2-1)(g^2-f^2)]^2}} \quad (4.18)$$

Il s'agit du rapport d'amplitude  $x_1/x_{st}$  de la masse principale en fonction des quatre variables essentielles :  $\mu$ ,  $\frac{c}{c_c}$ ,  $g$  et  $f$ .

La Figure 4.3 montre un graphique de  $\frac{x_1}{x_{st}}$  en fonction du rapport de fréquence  $g$  pour un système donné :  $f = 1$ ,  $\mu = 1/20$ , et pour différentes valeurs de coefficient l'amortissement  $c/c_c$ .

L'objectif est de réduire le pic résonant de l'amplitude à sa valeur la plus basse possible, et pour cela on fixe les valeurs de  $\mu$  et de  $f$  pour étudier la variation de  $\frac{x_1}{x_{st}}$  seulement en fonction du coefficient d'amortissement qui reste variable  $c/c_c$ . La Figure 4.3 montre un système qui a ces valeurs de  $\mu$  et de  $f$  :  $f = 1$  et  $\mu = 1/20$ .

Pour quatre valeurs du coefficient d'amortissement  $\xi = \frac{c}{c_c}$ .

$$\xi = 0 ; \xi = 0.1 ; \xi = 0.32 \text{ et } \xi \rightarrow \infty.$$

Avant de procéder au calcul de cet "amortissement optimal", nous observons une particularité remarquable dans la Figure 4.3, à savoir que les quatre courbes se croisent toutes aux points P et Q. Ce n'est pas un hasard ; toutes les courbes passent par ces deux points indépendamment de l'amortissement. Si nous pouvons calculer leur emplacement, notre problème est pratiquement résolu, car la courbe la plus favorable est celle qui passe par une tangente horizontale au plus haut des deux points P ou Q. L'amplitude résonante la plus favorable (à l'amortissement optimal) est l'ordonnée de ce point.

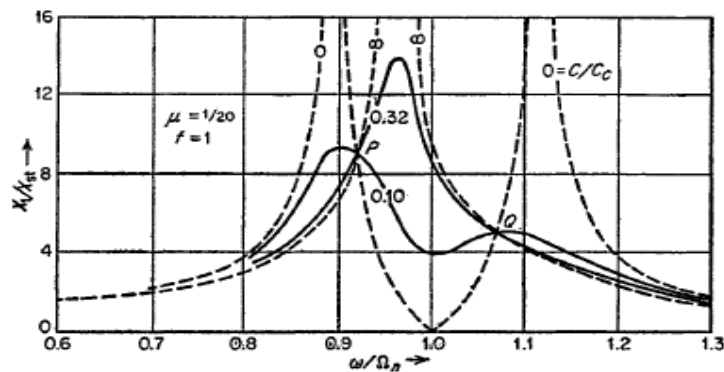


Figure 4-3 : Les amplitudes de la masse principale pour différentes valeurs de l'amortissement du TMD. Toutes les courbes passent par les points fixes P et Q. (Den-Hartog [22]).

Pour  $c = 0$  et  $c \rightarrow \infty$ , le pic est infini. Cependant, pour des valeurs de  $\xi = c/c_c$  différentes de ces deux valeurs extrêmes, nous observons que toutes les courbes passent par deux points P et Q. Le choix optimal consiste à réduire le pic entre ces deux points, ce qui signifie choisir une valeur de  $\xi$  qui donne une courbe aplatie entre les deux points fixes.

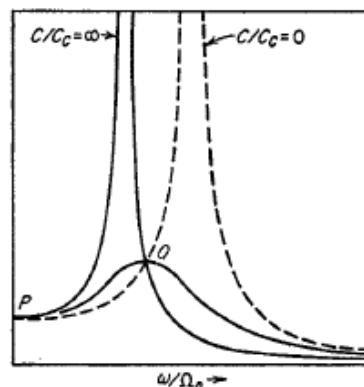


Figure 4-4 : Les courbes de résonance de la masse principale avec  $f_{opt}$  Den-Hartog [22].



Selon Den-Hartog l'utilisation d'une valeur moyenne utile entre les deux points donne l'amortissement optimal pour le cas d'un accord optimal :

$$f = \frac{1}{1+\mu} \quad (4.19)$$

Den-Hartog à utiliser comme estimation de l'amortissement optimal dans le cas d'un accord optimal défini comme suit :

$$\xi^2 = \left(\frac{c}{c_c}\right)^2 = \frac{3\mu}{8(1+\mu)^3} \quad (4.20)$$

Pour un facteur de masses faible (inférieur à 0.05) comme dans le cas des bâtiments, Den Hartog propose cette formule simplifiée pour obtenir le coefficient d'amortissement comme :

$$\xi = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}} \quad (4.21)$$

## 4.2 LA METHODE DE WARBURTON (1982) [24,25, 26, 27]

### 4.2.1 Excitation Harmonique

Le modèle de Warburton est représenté dans la figure ci-dessous, ou le système est composé de parties :

(1)- Système principal : est composé de la masse  $M_M$ , d'un ressort de raideur  $K_M$  et d'un amortisseur visqueux  $C_M$ . La masse est soumise à une force harmonique représentée par «  $p e^{i\omega t}$  ».

(2)- Système d'amortissement : comprend une masse  $M_A$ , une raideur de ressort  $K_A$ , et un amortissement visqueux  $C_A$ .

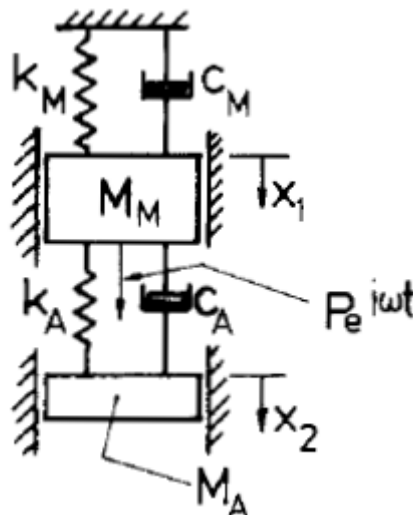


Figure 4-5 : Système à un degré de liberté avec amortisseur attaché avec une excitation HARMONIQUE « Warburton » [25].

Les équations du mouvement de chaque sous système sont les suivantes:

$$M_A \ddot{x}_2 + K_A(x_2 - x_1) + C_A(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0$$

Et

$$M_M \ddot{x}_1 + K_M x_1 + C_M \dot{x}_1 + K_A(x_1 - x_2) + C_A(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + K_A x_2 = P e^{i\omega t} \quad (4.22)$$

Pour une excitation harmonique, avec dérivation successive on obtient :

$$\left. \begin{array}{l} x_1(t) = x_1 \sin(\omega t) \\ \text{et} \\ x_2(t) = x_2 \sin(\omega t) \end{array} \right\} \quad (4.23)$$

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x}_1(t) = \omega x_1 \cos(\omega t) \\ \text{et} \\ \dot{x}_2(t) = \omega x_2 \cos(\omega t) \end{array} \right\} \quad (4.24)$$

$$\left. \begin{array}{l} \ddot{x}_1(t) = -\omega^2 x_1 \sin(\omega t) \\ \text{et} \\ \ddot{x}_2(t) = -\omega^2 x_2 \sin(\omega t) \end{array} \right\} \quad (4.25)$$

Avec la même méthode utilisée pour l'équation (4.9) on obtient facilement :

$$x_1 = P e^{i\omega t} \frac{(K_A - M_A \omega^2 + i\omega C_A)}{[K_M + K_A - M_M \omega^2 + i\omega(C_M + C_A)](K_A - M_A \omega^2 + i\omega C_A) - (K_A + i\omega C_A)^2} \quad (4.26)$$

Nous introduisons les paramètres du modèle de Warburton :

- Rapport de masse :

$$\mu = M_A / M_M,$$

$$\omega_A^2 = K_A / M_A$$

$$\omega_M^2 = K_M / M_M$$

- Tuning ratio (Rapport des fréquences) :

$$f = \omega_A / \omega_M$$

- Rapport de fréquence forcée :

$$r = \omega / \omega_M$$

- Coefficient d'amortissement de l'amortisseur :

$$\xi_A = C_A / (2M_A \omega_A)$$

- Coefficient d'amortissement du système principal :

$$\xi_M = C_M / (2M_M \omega_M)$$

Comme dans l'équation (4.4) on obtient le même facteur d'amplification dynamique pour la réponse de la masse principale :

$$R = \frac{K_M X_1}{P} = \left[ \frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.27)$$

Mais les valeurs sont différentes de la formule à cause de la présence de  $C_M$  :

$$\begin{aligned} A &= f^2 - r^2 ; B = 2\xi_A r f ; \\ C &= f^2(1 - r^2) - \mu f^2 r^2 - r^2(1 - r^2) - 4\xi_A \xi_M f r^2 ; \\ D &= 2\xi_A r f(1 - r^2 - \mu r^2) + 2\xi_M r(f^2 - r^2). \end{aligned} \quad (4.28)$$

En mettant l'amortissement du système principal égal à zéro ( $\xi_M = 0$ ) nous obtenons les résultats de Den Hartog, le système principal est supposé comme un système conservatif dans le modèle de Den Hartog. Dans ce cas, les points invariants existent car A et C sont indépendants de  $\xi_A$ , et B et D sont proportionnels à  $\xi_M$ . De sorte, que la réponse est indépendante de l'amortissement  $\xi_A$  si  $A/C = B/D$ .

À partir de cette relation, nous obtenons une équation quadratique en  $g^2$  (ou  $r^2$ ) pour les fréquences des deux points invariants.

$$g_{1,2}^2 = \left( \frac{1}{1+\mu} \right) \left[ 1 \pm \sqrt{\frac{\mu}{2+\mu}} \right] \quad (4.29)$$

Dans le cas général où le système principal est amorti, i.e. le  $\xi_M > 0$ . La forme des expressions A, B, C et D montre que les points invariants (dans le modèle de Den Hartog [22] qui sont nommé les points fixes P et Q) n'existeront pas [8, 9].

Selon les valeurs choisies pour les paramètres, la courbe de réponse de l'équation de  $R_{opt}$  présente un ou deux pics, mais dans les environs des conditions optimales, il y a toujours deux pics.

Par conséquent, les auteurs ont entrepris une étude numérique de la dépendance de ces maximas par rapport aux paramètres du système afin de trouver les valeurs optimales du rapport des pulsations  $f$  et du rapport d'amortissement  $\xi_A$  pour des valeurs spécifiées du rapport de masse  $\mu$  et du rapport d'amortissement  $\xi_M$ . Pour la condition optimale, la valeur maximale du facteur d'amplification dynamique  $R$  de l'équation (4.21) sur toute la plage des fréquences est minimisée.

Le Tableau 4.1 ci-dessous donne les valeurs optimales du facteur d'amplification dynamique maximal pour la masse principale  $R_{opt}$ , du rapport d'accord optimal  $f_{opt}$  et du rapport d'amortissement de l'amortisseur  $\xi_{A_{opt}}$ , pour des valeurs spécifiées du rapport de masse et du rapport d'amortissement du système principal. Nous avons :

$$\begin{aligned} \mu &= 0.01, 0.1 \text{ et } 1.0, \\ \xi_M &= 0, 0.01, 0.02, 0.05 \text{ et } 0.1. \end{aligned}$$

À mesure que l'amortissement du système principal augmente, il y a une légère diminution de la valeur optimale du rapport d'accord, et ce changement de  $f_{opt}$  est plus marqué lorsque le rapport de masse est élevé. Le rapport d'amortissement de l'amortisseur augmente légèrement lorsque le rapport d'amortissement du système principal augmente. Ainsi, la prise en compte de l'amortissement dans le système principal, qui est supposé être relativement faible, n'a qu'un faible effet sur les valeurs de  $f_{opt}$  et  $\xi_{Aopt}$ .

Pour une valeur spécifiée du rapport de masse, la valeur optimale du facteur d'amplification dynamique diminue lorsque le rapport d'amortissement du système principal augmente, et que cette diminution est considérablement plus marquée lorsque le rapport de masse est faible.

Tableau 4-1 : Valeurs optimales des paramètres de l'absorbeur pour le système principal avec amortissement visqueux « Warburton » [25].

Mass ratio ( $\mu$ )	Main system damping ( $\gamma_M$ )	Optimum values			Values of $r$ for equal peaks	
		$R_{opt}$	$f_{opt}$	$\gamma_{A,opt}$	$r_1$	$r_2$
0.01	0	14.18	0.9901	0.061	0.960	1.030
	0.01	11.37	0.9886	0.062	0.956	1.032
	0.02	9.465	0.9869	0.064	0.953	1.033
	0.05	6.251	0.9807	0.068	0.942	1.034
	0.1	3.967	0.9663	0.073	0.923	1.030
0.1	0	4.589	0.9091	0.185	0.848	1.059
	0.01	4.270	0.9051	0.187	0.843	1.058
	0.02	3.991	0.9009	0.188	0.838	1.058
	0.05	3.337	0.8875	0.193	0.823	1.054
	0.1	2.622	0.8619	0.199	0.795	1.043
1.0	0	1.746	0.499	0.448	0.487	0.928
	0.01	1.714	0.494	0.448	0.481	0.924
	0.02	1.683	0.489	0.449	0.476	0.921
	0.05	1.600	0.473	0.454	0.462	0.904
	0.1	1.482	0.446	0.455	0.434	0.882
'Standard' optimum values from equations (5), (6), (7) and (9)						
0.01	0	14.18	0.9901	0.0609	0.959	1.030
0.1	0	4.583	0.9091	0.1846	0.843	1.052
1.0	0	1.732	0.500	0.433	0.460	0.888

Dans la méthode présentée par Warburton [25] les conditions optimales déterminées pour les absorbeurs fixés à des systèmes à un degré de liberté SDOF amortis, peuvent être utilisées dans certaines circonstances pour des absorbeurs fixés (l'encastrement de la masse du système principal) est fixe à des corps élastiques. Pour ces derniers, l'amortissement interne est hystérétique et pour la plupart des résultats dans la littérature, un amortissement hystérétique  $\eta = 0,01$  a été utilisé.

#### 4.1.1 Excitation aléatoire

Dans ce cas, Warburton commence par l'utilisation d'un modèle composé par un système principal non amorti et un absorbeur amorti soumis à une excitation harmonique au niveau de système principal. La base ou le système principale est encastré elle est fixe dans ce cas, en suit que les déplacements relatifs entre les deux sous-systèmes.

Warburton donne le Tableau 4.2 qui résume les différentes méthodes d'optimisation proposées pour ce modèle pour les différents travaux antérieurs.

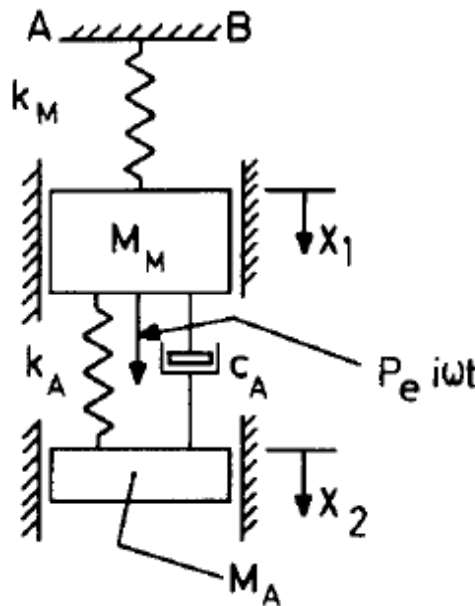


Figure 4-6 : Système principal non amorti à un degré de liberté (paramètres  $k$  et  $M_M$ ) avec un absorbeur attaché (paramètres  $k_A$ ,  $M_A$  et  $c_A$ ) [27].

Tableau 4-2 : Les paramètres optimaux d'un absorbeur attaché à un système SDOF non-amortie soumis à une excitation harmonique [27].

Case	Excitation		Parameter optimized	Optimized response		Optimized absorber	
	Type	Applied to		Definition of $R$	$R_{opt}$	$f_{opt}$	$\mu_{opt}^1$
1 (a)	Force	Main mass	$X_M$	$\frac{k_M X_M}{P}$	$\left(\frac{2}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} (1 + \mu/2)^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{1 + \mu}$	$\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}$
2 (b)	Force	Main mass	$\dot{X}_M$	$\frac{k_M \dot{X}_M}{P\omega_M}$	$\left(\frac{2}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1 + \mu/2}{1 + \mu}\right)^{\frac{1}{2}}$	$\frac{(1 + \mu/2)^{\frac{1}{2}}}{1 + \mu}$	$\frac{3\mu(1 + \mu + 5\mu^2/24)}{8(1 + \mu)(1 + \mu/2)^2}$
3	Force	Main mass	$\ddot{X}_M$	$\frac{M_M \ddot{X}_M}{P}$	$\left(\frac{2}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(1 + \mu)^{\frac{1}{2}}}$	$\frac{1}{(1 + \mu)^{\frac{1}{2}}}$	$\frac{3\mu}{8(1 + \mu/2)}$
4	Force	Main mass	Frame force	$\frac{k_M X_M}{P}$		As case 1	
5	Acceleration	Frame	$y_M = x_M - x_0$	$\frac{\omega_M^2 y_M}{\dot{X}_0}$	$\left(\frac{2}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} (1 + \mu)$	$\frac{(1 - \mu/2)^{\frac{1}{2}}}{1 + \mu}$	$\frac{3\mu}{8(1 + \mu)(1 - \mu/2)}$
6	Acceleration	Frame	$\dot{X}_M$	$\frac{\dot{X}_M}{\dot{X}_0}$		As case 1	
7 (c)	Acceleration	Frame	$X_M$	$\frac{\omega_M^2 X_M}{\dot{X}_0}$	$\left(\frac{2}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} (1 + 2\mu + 2 \cdot 125\mu^2 + 3 \cdot 375\mu^3 + \dots)$	$\frac{[1 - \mu/2 + (1 - 3\mu - 2\mu^2)^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}}}{2(1 + \mu)^{\frac{1}{2}}}$	$\frac{3\mu(1 - 3\mu + 1 \cdot 5\mu^2 - 2 \cdot 833\mu^3 \dots)}{8(1 - 3 \cdot 5\mu - 2\mu^2 - 0 \cdot 5\mu^3 \dots)}$
8 (d)	Force	Main mass	$X_M$	$\frac{M_M X_M}{b}$		As case 3	
9	Force	Main mass	Frame force	$\frac{k_M X_M}{b\omega_M^2}$		As case 3	

La détermination des paramètres optimaux de l'amortisseur de masse accordé pour une excitation aléatoire décrite par la méthode de Warburton [27] est faite par l'application d'un bruit blanc de densité spectrale  $S_0$ .

La variance d'une quantité de réponse  $x$ ,  $\sigma_x^2$ , est donnée par :

$$\sigma_x^2 = \langle x^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} |H_j(w)|^2 d\omega \quad (4.30)$$

Comme dans la méthode de Den-Hartog [5] où :

$$x_1 = P_0 \frac{A+iB}{C+iD} \quad (4.31)$$

Ici :

$$H_j = \frac{A+iB}{C+iD} \quad (4.32)$$

Où la variance est égale à la valeur quadratique moyenne pour une quantité aléatoire de moyenne nulle.

La fonction de transfert complexe  $H_j(w)$  est la forme dimensionnelle de  $H_j(r)$  de l'équation. Des expressions analytiques fermées pour  $\sigma_x^2$  sont obtenues à partir de l'équation (4.23) en utilisant des intégrales de Crandall et Mark [34]. Les conditions d'optimisation sont les suivantes :

$$\frac{\partial(\sigma_x^2)}{\partial \xi_A} = 0 \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial(\sigma_x^2)}{\partial f} = 0 \quad (4.34)$$

En appliquant ces conditions, des expressions simples pour  $f_{opt}$ ,  $\xi_{A_{opt}}$  et  $N_{opt}$  sont obtenues.

Ces expressions sont données dans le Tableau pour les cas 1, 2 et 5.

Tableau 4-3 : Paramètres optimaux pour les absorbeurs attachés aux systèmes principaux SDOF non amortis. Excitation aléatoire avec un bruit blanc de densité spectrale  $S_0$  [10].

Case	Excitation		Optimized response			Optimized absorber parameters	
	Type	Applied to	Parameter optimized	Definition of $N$	$N_{opt}$	$f_{opt}$	$\gamma_{A,opt}^2$
1	Force	Main mass	$x_M$	$\frac{\sigma_x^2 k_M^2}{2\pi S_0 \omega_M}$	$\left(\frac{1}{\mu}\right)^{\dagger} \left(\frac{1+3\mu/4}{1+\mu}\right)^{\dagger}$	$\frac{(1+\mu/2)^{\dagger}}{1+\mu}$	$\frac{\mu(1+3\mu/4)}{4(1+\mu)(1+\mu/2)}$
2	Force	Main mass	$\dot{x}_M$	$\frac{\sigma_x^2 k_M^2}{2\pi S_0 \omega_M^3}$	$\left(\frac{1}{\mu}\right)^{\dagger} \left(\frac{1}{1+\mu}\right)^{\dagger}$	$\frac{1}{1+\mu)^{\dagger}}$	$\frac{\mu}{4}$
5	Acceleration	Frame	$y_M = x_M - x_0$	$\frac{\sigma_y^2 \omega_M^3}{2\pi S_0}$	$\left(\frac{1}{\mu}\right)^{\dagger} (1+\mu)^{3/2} \left(1 - \frac{\mu}{4}\right)^{\dagger}$	$\frac{(1-\mu/2)^{\dagger}}{1+\mu}$	$\frac{\mu(1-\mu/4)}{4(1+\mu)(1-\mu/2)}$

Les valeurs de  $N_{opt}$  sont dans l'ordre inverse ;  $\mu$  pour le cas 1 est la plus petite, suivie des cas 5 et 2 respectivement. Pour un cas particulier et une valeur spécifiée de  $\mu$ ,  $f_{opt}$  pour une excitation aléatoire est supérieure ou égale à  $f_{opt}$  pour une excitation harmonique (l'égalité

n'existe que pour le cas 5) ; pour de petites valeurs pratiques de  $\mu$ ,  $\xi_{A_{opt}}$  pour une excitation aléatoire est inférieure à  $\xi_{A_{opt}}$  pour une excitation harmonique.

### 4.3 LA METHODE DE SADEK ET AL. (1997) [14]

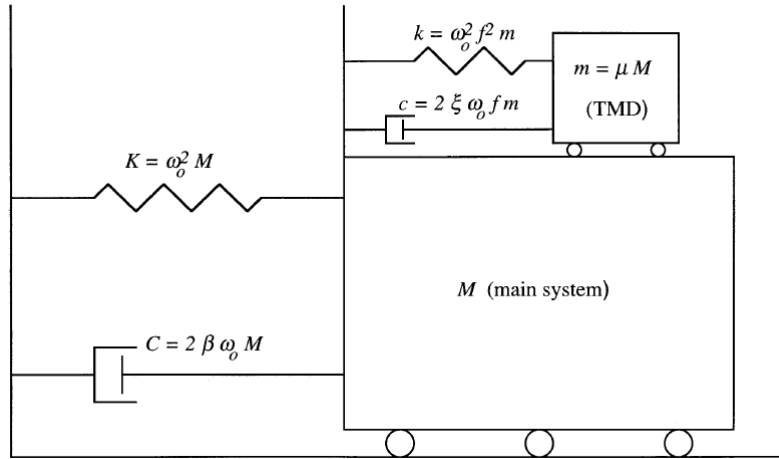


Figure 4-7 : Amortisseur de masse accordé sur une structure principale [14].

La méthode de Sadek et al. [14] qui est basé sur la méthode de Villaverdi [28, 29, 30] qui propose pratiquement le même modèle que le modèle de Warburton [25] avec une base fixe.

-Le rapport des pulsations représenté par «  $f$  » est défini comme le rapport de la fréquence fondamentale de l'amortisseur de masse accordée «  $\omega_t$  » avec celle de la structure «  $\omega_0$  ». Ainsi :

$$f = \omega_t / \omega_0 \quad (4.35)$$

-Le rapport de masse  $\mu$  est défini comme suit :

$$\mu = m / M \quad (4.36)$$

Où  $M$  est la masse totale d'une structure à un degré de liberté (SDOF) ou la masse généralisée pour un mode donné de vibration d'une structure à plusieurs degrés de liberté (MDOF), calculée pour un facteur de participation modal unitaire.

-Le rapport d'amortissement de l'amortisseur de masse accordée est donné par

$$\xi = c / (2 * m * \omega_t) \quad (4.37)$$

Pour une structure à un seul DDL avec un TMD comme dans la Figure 4.7, la matrice  $A$  du système en fonction de la fréquence naturelle et du rapport d'amortissement ( $\omega_0$  et  $\beta$ ) de la structure, ainsi que du rapport de masse, d'accord ou rapport des pulsations et d'amortissement ( $\mu$ ,  $f$  et  $\xi$ ) du TMD est donnée par :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_0^2 f^2 & \omega_0^2 f^2 & -2\omega_0 f \xi & -2\omega_0 f \xi \\ \omega_0^2 \mu f^2 & -\omega_0^2 (1 + \mu f^2) & 2\omega_0 \mu f \xi & 2\omega_0 (\mu f \xi + \beta) \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Par application du théorème des valeurs propres  $|A-\lambda I|=0$  on obtient l'équation suivante qui a l'ordre de quatre (quatrième ordre avec des paramètres qui sont en dépendance) :

$$\left(\frac{\lambda}{\omega_0}\right)^4 + [2f\xi(1+\mu) + 2\beta]\left(\frac{\lambda}{\omega_0}\right)^3 + [1 + \mu f^2 + f^2 + 4f\xi\beta]\left(\frac{\lambda}{\omega_0}\right)^2 + 2f(\xi + f\beta)\left(\frac{\lambda}{\omega_0}\right) + f^2 = 0 \quad (4.39)$$

La solution de l'équation précédente est donnée par des paires complexes conjuguées avec les valeurs propres complexes suivantes :

$$\lambda_{r,r+1} = -\omega_r \xi_r \pm i\omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2} \quad \text{avec } r = 1,3 \quad (4.40)$$

Où  $\lambda_r$  est la r-ème valeur propre,  $\omega_r$  et  $\xi_r$  sont la fréquence naturelle et le rapport d'amortissement du système dans le r-ème mode, et  $i$  est le nombre d'unité imaginaire ( $i = \sqrt{-1}$ ), Villaverde [29,30] a montré que pour qu'un TMD soit efficace, les rapports d'amortissement dans les deux modes de vibration complexes,  $\xi_1$  et  $\xi_3$ , devraient être approximativement égaux à la moyenne des rapports d'amortissement de la structure et du TMD, c'est-à-dire :

$$\xi_1 \cong \xi_3 \cong (\xi + \beta)/2 \quad (4.41)$$

Pour atteindre ce critère, il a été démontré analytiquement que le TMD devrait être en résonance avec le système principal (i.e. «  $f = 1$  » donc le TMD il à la même pulsation que celle de la structures) et que son rapport d'amortissement devrait satisfaire à l'équation :

$$\xi = \beta + \Phi\sqrt{\mu} \quad (4.42)$$

Cependant, les résultats numériques montrent que cette formulation n'est valable que pour des rapports de masse inférieurs à environ 0,005. Pour des rapports de masse supérieurs à 0,005, il existe une différence significative dans les deux amortissements modaux pour une structure typique avec un rapport d'amortissement  $\beta = 0,05$  (voir Tableau 4.4).

Tableau 4-4 : Rapports d'amortissement des modes complexes calculés numériquement par la méthode de Villaverde pour une structure SDOF avec une valeur de l'amortissement  $\beta = 0,05$ .

$\mu$	$\xi$	$(\xi + \beta)/2$	$\xi_1$	$\xi_3$
0-005	0-1207	0-0854	0-0983	0-0727
0-010	0-1500	0-1000	0-1207	0-0801
0-020	0-1914	0-1207	0-1544	0-0888
0-050	0-2736	0-1618	0-2281	0-1019
0-100	0-3662	0-2081	0-3218	0-1111

Par conséquent, une autre procédure pour obtenir un amortissement égal dans les deux modes de vibration a été proposé par Sadek et al [14].



Cette procédure consiste à chercher numériquement les valeurs optimales de  $f$  et  $\xi$  (de tel sorte que les valeurs optimales sont celles qui donnent des rapports d'amortissement  $\xi_1$  et  $\xi_3$  approximativement égaux) correspondant à un rapport de masse  $\mu$  souhaité (qui est prédéfinie).

Les valeurs optimales sont déterminées en recherchant une égalité approximative des rapports d'amortissement modaux

$$\xi_1 \cong \xi_3 \quad (4.43)$$

Et en maximisant les fréquences modales :

$$\omega_1 \cong \omega_3 \quad (4.44)$$

Pour un rapport d'amortissement structurel de 0,05, le rapport de réglage optimal est de 0,9 et le rapport d'amortissement optimal est de 0,019. Pour un rapport d'amortissement structurel de 0,02, le rapport de réglage optimal est de 0,8 et le rapport d'amortissement optimal est de 0,036. Enfin, pour un rapport d'amortissement structurel de 0, le rapport de réglage optimal est de 0,75 et le rapport d'amortissement optimal est de 0,049.

Pour une valeur donnée du rapport d'amortissement  $\beta$  et Pour chaque rapport de masse  $\mu$ , les valeurs de  $f$  et  $\xi$  sont modifiées, la matrice A est formée et ses valeurs propres sont calculées.

Ainsi, des ajustements de courbe ont été utilisés par Sadek et al. [14] Pour les valeurs de  $f$  et  $\xi$  en fonction de  $\mu$  et  $\beta$ . Pour une structure non amortie, le rapport de réglage  $f$  est égal à  $1/(1-\mu)$  et le rapport d'amortissement  $\xi$  est égal à  $\sqrt{\frac{\mu}{1-\mu}}$  Pour une structure amortie, les équations suivantes donnent des approximations proches des valeurs de  $f$  et  $m$  présentées dans le tableau 4.4 :

$$f = \frac{1}{1+\mu} \left[ 1 - \beta \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}} \right] \quad (4.45)$$

Et

$$\xi = \frac{\beta}{1+\mu} + \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}} \quad (4.46)$$

Ces équations entraînent une erreur maximale d'environ 0,2 % pour  $f$  et 0,4 % pour  $\xi$ .

Villaverd  a proposé une formule du quatrième degré qui exige des calculs laborieux à cause de la dépendance des paramètres donc une non-linéarité remarquable lorsqu'on cherche à trouver une valeur optimale pour un intervalle donnée de  $\mu$ , et puis Sadek et al. [14] Dans le but d'élargir et simplifier l'utilisation de la méthode de Villaverd  [30] ont donné une formule analytique basée sur le contrôle à partir de la fréquence formulée par un ajustement, une méthode différente de celle de Den Hartog [22] et de Warburton [25] qui est utilisée avec des excitations harmoniques, tout  a c'est pour le même système à un 1 DDL « SDOF » a base fixe pour une valeur prédéfinie de  $\mu$ ).

## TMD POUR LES STRUCTURES MDOF (MULTIPLE DEGREE OF FREEDOM)

**4.1.2 La méthode de Sadek MDOF [14]**

Les paramètres optimaux du TMD pour les structures MDOF sont formulés et l'efficacité de ces paramètres dans la réduction de la réponse aux charges sismiques est examinée. Pour une structure à  $n$  degrés de liberté avec un TMD fixé à l'un de ces étages, il existe  $n-1$  paires de modes complexes conjugués. Pour une structure MDOF, le rapport de masse est calculé comme le rapport de la masse du TMD à la masse généralisée pour le mode fondamental avec un facteur de participation modal unitaire :

$$\mu = \frac{m}{\phi_1^T [M] \phi_1} \quad (4.47)$$

Où  $[M]$  est la matrice de masse et  $\phi_1$  est la forme du mode fondamental normalisée pour avoir un facteur de participation unitaire.

Une procédure similaire à celle qui a été utilisée pour les systèmes SDOF est utilisée pour déterminer les valeurs optimales de  $f$  (rapport de contrôle ou rapport des fréquences) et  $\xi$  (rapport d'amortissement) qui conduiraient à des fréquences et des taux d'amortissement approximativement égaux dans les deux premiers modes. Des études numériques ont été menées par Sadek et al. Sur trois structures MDOF : un bâtiment de dix étages, un bâtiment de six étages et un bâtiment de trois étages. Il convient de mentionner que les TMD fixés aux structures n'ont affecté que l'amortissement dans les deux premiers modes et n'ont eu aucun effet sur les autres modes, pour lesquels on a supposé un amortissement nul.

Ils ont constaté que le rapport de réglage  $f$  pour un système MDOF est presque égal au rapport de réglage pour un système SDOF pour un rapport de masse  $\mu \Phi$ , où  $\Phi$  est l'amplitude du premier mode de vibration pour un facteur de participation modal unitaire calculé à l'emplacement du TMD, c'est-à-dire

$$f_{MDOF}(\mu) = f_{SDOF}(\mu\Phi) \quad (4.48)$$

On obtient l'équation du rapport de réglage en remplaçant  $\mu$  par  $\mu \Phi$ . Ainsi :

$$f = \frac{1}{1+\mu\Phi} \left[ 1 - \beta \sqrt{\frac{\mu\Phi}{1+\mu\Phi}} \right] \quad (4.49)$$

Le rapport d'amortissement du TMD correspond également approximativement au rapport d'amortissement calculé pour un système SDOF multiplié par  $\Phi$ , c'est-à-dire :

$$\xi_{MDOF}(\mu) = \xi_{SDOF}(\mu\Phi) \quad (4.50)$$

Le rapport d'amortissement sera défini comme suit :

$$\xi = \Phi \left[ \frac{\beta}{1+\mu} + \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}} \right] \quad (4.51)$$

Pour les structures MDOF, les équations ci-dessus donnent une erreur de 0,4 à 0,5 % dans le rapport de réglage et de 0,5 à 0,8 % dans le rapport d'amortissement.

Sadek dans son article [14] voit qu'il est souhaitable de placer le TMD au dernier étage où l'amplitude de déplacement du premier mode est la plus grande. Des observations similaires ont également été rapportées par Villaverde dans son article [28].

#### 4.4 Méthode de Hadi & Arfiadi basée sur la minimisation de la norme de $H_2$ [49]

Dans les travaux qui précèdent une analogie de la structure à degrés de liberté multiples comme un système SDOF a été appliqué. Dans ce travail Hadi a continué l'étude de système d'absorption pour les structures en utilisant un amortisseur de masse accordé sous une charge aléatoire. et suite aux travaux de (Mc Namara 1977) [50] qui a étudié les systèmes de dissipation pour les structures soumis au vent, il faut citer aussi (Kaynia et al. 1981 [51]) qui ont étudié l'effet des TMD lors d'une excitation sismique.

Dans le cas de l'étude qui a été menée par Sadek et al. (1997) [14], un modèle SDOF a été étendu pour trouver le paramètre de contrôle en rendant les deux premiers modes du rapport d'amortissement modal égaux cette procédure étendue pour les structures MDOF est également basée sur le mode fondamental en faisant d'un facteur de participation modale à ce mode une unité.

D'autres extensions ont été réalisées par Xu et Igusa (1992) [52], Yamaguchi et Harnpornchai (1993) [53] et Kareem et Kline (1995) [54], où les méthodes du contrôle de l'amortisseur de masse accordé multiple ou actif est utilisé pour améliorer les méthodes d'optimisation de l'amortisseur de masse unique de sorte qu'il puisse être accordé à plusieurs fréquences d'intérêt. Dans ces cas, la structure SDOF est considérée avec plusieurs amortisseurs de masse accordés installés en parallèle.

Dans le travail de Hadi et al, [49], un système TMD est considéré pour être appliqué à des structures MDOF, sans préciser quel mode doit être contrôlé. Par conséquent, il n'est pas nécessaire de transférer la structure vers un modèle à mode unique comme cela a été fait dans les autres recherches.

Plusieurs fonctions de coût ou objectifs ont été développées pour atteindre une performance spécifiée dans le processus d'optimisation. En pratique, de nombreux indices de performance peuvent être choisis, car les fonctions objectifs donnent un résultat différent de l'optimisation. Dans le domaine du contrôle actif des vibrations, de nombreux critères d'optimisation ont également été utilisés par les chercheurs.

Il s'agit notamment du régulateur quadratique linéaire (Chang et Soong 1980) [55] de l'indice de performance  $H_2$  (Suhardjo et al. 1992 ; Spencer et al. 1994) [56] et de l'indice de performance  $H_\infty$  (Jabari et al. 1995) [57] qui minimisent les réponses structurales tout en maintenant l'énergie de contrôle à utiliser dans la plage pratique.

Alors que dans l'optimisation du contrôle actif, il y a un compromis entre la réponse à minimiser et les dépenses d'énergie de contrôle à utiliser, l'optimisation du contrôle passif est exempte de l'équilibrage des deux paramètres. Dans ce cas, l'indice de performance utilisé dans le domaine du contrôle actif est efficace pour l'optimisation du contrôle passif, comme le montrent Van de Vegte et Hladun (1973) [58].

Dans le travail de Hadi [17], un indice de performance  $H_2$  a été utilisé. Comme l'excitation dans l'optimisation  $H_2$  est un bruit blanc d'espérance nulle, la charge externe appliquée à la structure est considérée comme un bruit blanc. Bien que, selon Xu et al. (1992) et Xu et Kwok (1994) [59,60]. En pratique, l'indice de performance  $H_2$  est utilisé soit pour l'excitation par le vent (voir Suhardjo et al. 1992) [56], soit pour l'excitation sismique Spencer et al. 1994 [61] ; Kareem et Kline 1995 [54] ; Ankireddi et Yang 1997 [62]).

D'autre part, l'utilisation de l'algorithme génétique (AG) pour résoudre des problèmes d'optimisation a également été largement adoptée par les chercheurs et a été appliquée avec succès à divers problèmes (Goldberg 1989 [35] ; Michalewicz 1996 [63]). Dans les applications de génie civil, l'AG a été utilisé pour trouver le poids minimal des structures (Jenkins 1991, 1997 [64] ; Rajeev et Krishnamoorthy 1992 [65]) pour les problèmes statiques aussi (voir les applications de l'AG dans le chapitre 3). Dans le domaine du contrôle actif, l'Algorithme Génétique a été utilisé pour déterminer l'emplacement optimal de l'actionneur pour les structures flexibles (Rao et al. 1991) [66].

En considérant ses capacités potentielles, l'algorithme génétique (AG) est utilisé dans cette méthode pour la recherche des paramètres optimaux de l'amortisseur de masse à placer dans le système structural, où l'indice de performance  $H_2$  est utilisé comme critère de performance de la procédure d'optimisation.

Les paramètres de l'algorithmes génétiques (GA) utilisés dans l'article de Hadi sont les suivants :

La taille de la population = 30 ;

Le nombre de générations = 200 ;

La probabilité de croisement = 0,45 ;

La probabilité de mutation = 0,01.

### ***a. Equation du mouvement***

Considérons une structure de bâtiment à plusieurs étages avec un amortisseur de masse installé au dernier étage, comme indiqué dans la Figure 5.9.

Les équations du mouvement du système structural peuvent être écrites comme suit :

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F + e\ddot{x}_g \quad (4.52)$$

Où  $M$ ,  $C$ ,  $K$  sont les matrices de masse, d'amortissement et de raideur, respectivement ;  $F$ ,  $e$  et  $\ddot{x}_g$  sont le vecteur de force externe, la matrice d'accélération induite par le sol et l'accélération du sol, respectivement. Le point (4.52) dans l'équation indique une dérivée par rapport au temps

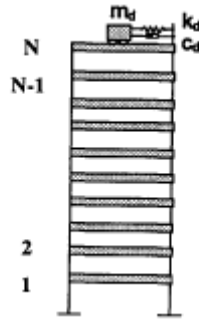


Figure 4-8 : Bâtiment à plusieurs étages avec TMD.

Les équations du mouvement peuvent ensuite être converties en une équation d'état de la forme :

$$\dot{Z} = AZ + HF + Ew \quad (4.53)$$

Nous avons transformé l'équation différentielle du second ordre en une équation du premier ordre. Avec :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}; H = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1}e \end{Bmatrix}; Z = \begin{Bmatrix} X \\ \dot{X} \end{Bmatrix}; w = \ddot{x}_g. \quad (4.54)$$

Puisque seule la charge sismique est prise en compte dans cet article, les équations du mouvement peuvent être écrites comme suit :

$$\dot{Z} = AZ + Ew \quad (4.55)$$

Comme ce qu'on a déjà vu avec la méthode de Sadek que ce problème est converti en un problème de structure à un seul degré de liberté (SDOF) où le paramètre de la structure est choisi à un mode spécifié (généralement le premier mode). Dans le but de rechercher un modèle plus réaliste, Hadi et al. [17] ont utilisé le modèle MDOF (Multiple-Degrees-of-Freedom) comme modèle structurel.

En considérant la structure comme une structure MDOF, le processus d'optimisation devient plus difficile à résoudre. Dans ce cas, il n'existe pas de solution analytique disponible pour un tel cas. De plus, la solution analytique pour les structures SDOF n'est disponible que dans le cas où il n'y a pas d'amortissement dans la structure ou les rapports ont les mêmes. En cas de présence d'amortissement inhérent dans la structure, la solution analytique générale comme la méthode de Den Hartog et Sadek, ne peut pas être utilisée. Et par conséquent, seule une solution numérique pourrait être possible pour résoudre le problème des structures MDOF avec un amortissement inhérent.

### ***b. La procédure d'optimisation de la norme $H_2$***

La norme  $H_2$  mesure l'énergie moyenne des réponses du système dans l'espace des fonctions à carré sommable ( $L_2$ ). La minimisation de la norme  $H_2$  vise à réduire cette énergie moyenne, ce qui conduit à une réduction générale des erreurs et des perturbations dans le système. La différence entre la minimisation de la norme  $H_2$  et  $H_\infty$  réside dans les critères d'optimisation utilisés et les performances recherchées pour le système de contrôle.

En revanche, la norme  $H_\infty$  est une norme qui mesure la plus grande amplification possible d'une perturbation d'entrée dans le système de contrôle. Elle représente la norme de la fonction de transfert du système dans l'espace  $H_\infty$ , qui regroupe les fonctions pour lesquelles la valeur absolue est bornée.

La minimisation de la norme  $H_\infty$  vise à garantir que le système de contrôle a une robustesse maximale contre les perturbations, en limitant l'amplification maximale de ces perturbations. Cela permet d'assurer la stabilité et la performance du système même en présence de perturbations importantes.

La minimisation de la norme  $H_2$  vise à réduire l'énergie moyenne des réponses du système dans l'espace de Hilbert, tandis que la minimisation de la norme  $H_\infty$  vise à garantir une amplification maximale limitée des perturbations dans l'espace  $L_\infty$ . Les deux approches ont des objectifs différents et sont utilisées selon les exigences spécifiques du système de contrôle et les performances recherchées. Voir les références [67,68,69 & 96].

Cette procédure a été considérée dans les applications du génie civil pour le contrôle actif des bâtiments soumis aux charges de vent (Suhardjo et al., 1992),[56] et aux excitations sismiques (Spencer et al., 1994).[61]. Dans cette stratégie de conception, l'objectif est de minimiser la norme  $H_2$  de la fonction de transfert du système en boucle fermée des perturbations externes.

La perturbation externe prise en compte dans l'optimisation  $H_2$  est un bruit blanc d'intensité unitaire avec une moyenne nulle, tandis que la sortie contrôlée peut être choisie par le concepteur. La norme  $H_2$  peut être déterminée par l'expression suivante :

$$\|T_{rw}\|_2 = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{trace}[T_{rw}(j\omega)(T_{rw}^*(j\omega)(d\omega))] d\omega \right)^{1/2} \quad (4.56)$$

Où  $\|T_{rw}\|_2$  norme représente la norme  $H_2$  de la fonction de transfert de la perturbation externe  $\omega$  à la sortie contrôlée r.

- $\omega$  : représente la fréquence.
- j : représente l'unité imaginaire ;
- $T_{rw}^*$  = représente la transposée conjuguée complexe.
- trace: désigne la trace de la matrice.

Le problème d'optimisation consiste alors à trouver les paramètres optimaux de l'amortisseur qui minimisent

$$\|T_{rw}\|_2 = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{trace}[T_{rw}(j\omega)(T_{rw}^*(j\omega)(d\omega))] d\omega \right)^{1/2} \quad (4.57)$$

Hadi et al.[17] Ont utilisée l'algorithme génétique pour la résolution de ce problème d'optimisation. Les paramètres de l'algorithme génétique (GA) utilisés dans l'article de Hadi sont les suivants :

- La taille de la population = 30 ;
- Le nombre de générations = 200 ;
- La probabilité de croisement = 0,45 ;
- La probabilité de mutation = 0,01.

#### 4.5 La méthode de Leung (2008) [46, 47]

Le diagramme schématique d'un système principal équipé d'un TMD est présenté dans la figure 4.22. Le système principal est caractérisé par sa masse  $m_s$ , sa raideur  $k_s$  et son amortissement  $c_s$ . La fréquence naturelle et le rapport d'amortissement visqueux du système principal sont respectivement définis comme suit

$$\omega_s = \sqrt{k_s / m_s} \text{ et } \xi_s = c_s / 2\sqrt{k_s \cdot m_s} . \quad (4.58)$$

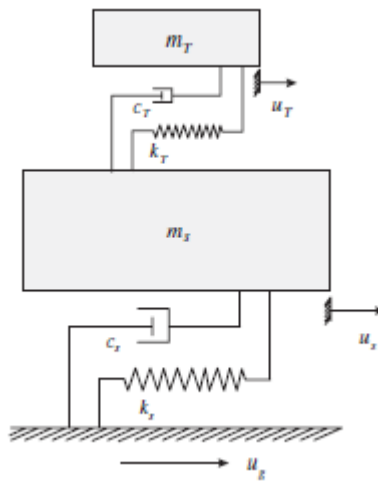


Figure 4-9 : Un système principal à un degré de liberté équipé d'un TMD [20].

De manière similaire au système principal, le TMD est composé d'une masse  $m_T$ , d'une raideur  $k_T$  et d'un amortissement  $c_T$ . La fréquence naturelle et le rapport d'amortissement du TMD sont définis comme suit :

$$\omega_T = \sqrt{k_T / m_T} \text{ et } \xi_T = c_T / 2\sqrt{k_T \cdot m_T} \quad (4.59)$$

D'autre part, la masse et le rapport de fréquence d'accord du TMD sont définis respectivement comme

$$\mu = m_T / m_s \text{ et } f = \omega_T / \omega_s \quad (4.60)$$

Dans cette étude, le système principal équipé d'un TMD est modélisé comme un système à un degré de liberté soumis à différentes combinaisons d'excitations. Il existe trois types d'excitations, comprenant une force externe appliquée à la masse  $m_s$ , une accélération de base modélisée comme un processus aléatoire gaussien à bruit blanc et une accélération de base harmonique avec une amplitude invariante en fréquence.

Les grandeurs de réponse prises en compte dans cette étude sont les déplacements relatifs du système principal.

#### a. Réponse à une force externe appliquée au système principal

L'équation du mouvement pour l'ensemble du système, excité par une force externe  $F$  appliquée au système principal, peut être exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_s \\ \ddot{x}_T \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s + c_T & -c_T \\ -c_T & c_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_s \\ \dot{x}_T \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} k_s + k_T & -k_T \\ -k_T & k_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_s \\ x_T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.61)$$

Où  $x_s$  représente le déplacement du système principal par rapport à la base et  $x_T$  représente celui du TMD par rapport à la base, respectivement, et  $F$  est la force externe agissant sur le système principal.

En notant la force externe  $F$  comme un bruit blanc gaussien avec une densité spectrale de puissance constante,  $S_0$ , la réponse quadratique moyenne du déplacement du système principal  $\sigma_{x_s}^2$  [53, 54, 55] :

$$\sigma_{x_s}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_0 |H_{x_s}(\omega)|^2 d\omega \quad (4.62)$$

Où la fonction de réponse en fréquence dans l'équation (4.45) est donnée par :

$$H_{x_s}(\omega) = \frac{1}{\Delta m_s} (-\omega^2 + 2i\xi_T \omega_T \omega + \omega_T^2) \quad (4.63)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \Delta = \omega^4 - 2i[\omega_s \xi_s + (1 + \mu)\xi_T \omega_T] \omega^3 - [\omega_s^2 + (1 + \mu)\omega_T^2 + 4\omega_s \omega_T \xi_s \xi_T] \omega^2 + \\ 2i\omega_s \omega_T [\omega_T \xi_s + \omega_s \xi_T] \omega + \omega_s^2 \omega_T^2. \end{aligned} \quad (4.64)$$

Où  $i$  est l'unité du nombre imaginaire.

#### b. Réponse à une accélération de base harmonique appliquée au système principal

Considérons le système principal équipé d'un TMD soumis à une accélération de base  $\ddot{x}_g$ . L'équation de mouvement gouvernante peut être exprimée comme suit :



$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_s \\ \ddot{x}_T \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s + c_T & -c_T \\ -c_T & c_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_s \\ \dot{x}_T \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} k_s + k_T & -k_T \\ -k_T & k_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_s \\ x_T \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m_s \\ m_T \end{Bmatrix} \ddot{x}_g. \end{aligned} \quad (4.65)$$

Lorsque l'excitation du support est harmonique et que son amplitude d'accélération est indépendante de la fréquence, c'est-à-dire  $\ddot{x}_g = G e^{i\omega t}$ , la réponse en régime permanent du système peut être résolue à partir de l'équation :

$$\begin{bmatrix} \omega_s^2 + \mu\omega_T^2 - \omega^2 + i2\omega(\xi_s\omega_s + \mu\xi_T\omega_T) & -\mu\omega_T^2 - i2\mu\xi_T\omega_T\omega \\ -\mu\omega_T^2 - i2\mu\xi_T\omega_T\omega & \mu\omega_T^2 - \mu\omega^2 + i2\mu\xi_T\omega_T\omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_s \\ x_T \end{Bmatrix} = G \begin{Bmatrix} 1 \\ \mu \end{Bmatrix} \quad (4.66)$$

### c. Réponse à une accélération de base de bruit blanc appliquée au système principal

De manière similaire, lorsque le système principal est excité par une accélération de base  $\ddot{x}_g$ , qui est un bruit blanc avec une densité spectrale de puissance constante,  $S_0$ , l'équation de mouvement gouvernante est également exprimée comme l'équation (4.50) et la valeur quadratique moyenne du déplacement du système principal,  $\sigma_{x_s}^2$ , est alors donnée par :

$$\sigma_{x_s}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_0 |H_{x_s}(\omega)|^2 d\omega \quad (4.67)$$

$$H_{x_s}(\omega) = \frac{1}{\Lambda} (-\omega^2 + 2i\xi_T\omega_T\omega + \omega_T^2(1 + \mu)) \quad (4.68)$$

$$\Lambda = \omega^4 - 2i[\omega_s\xi_s + (1 + \mu)\xi_T\omega_T]\omega^3 - [\omega_s^2 + (1 + \mu)\omega_T^2 + 4\omega_s\omega_T\xi_s\xi_T]\omega^2 + 2i\omega_s\omega_T[\omega_T\xi_s + \omega_s\xi_T]\omega + \omega_s^2\omega_T^2 \quad (4.69)$$

## LA PROCEDURE D'OPTIMISATION PAR L'ALGORITHME PSO [19, 20]

Peut être résumée comme suit :

### Étape 1 :

Initialiser la population de particules avec des positions et des vitesses aléatoires, chaque particule contenant d composantes.

### Étape 2 :

Évaluer les valeurs objectives de toutes les particules.

Définir la meilleure position de chaque particule ainsi que sa valeur objective comme étant égales à sa position et sa valeur objective actuelles. Définir également la meilleure particule globale ainsi que sa valeur objective comme étant égales à la position et la valeur objective de la meilleure particule initiale.

**Étape 3 :**

Mettre à jour la vitesse et la position de chaque particule selon les équations (3-3) et (3-5).

**Étape 4 :**

Évaluer les valeurs objectives de toutes les particules.

**Étape 5 :**

Pour chaque particule, comparer sa valeur objective actuelle avec la valeur objective de sa meilleure position. Si la valeur actuelle est meilleure, mettre à jour sa meilleure position et sa valeur objective avec la position et la valeur objective actuelles.

**Étape 6 :**

Déterminer la meilleure particule de l'essaim actuel en fonction de la meilleure valeur objective. Si la valeur objective est meilleure que la valeur objective de la meilleure position globale, mettre à jour la meilleure position globale et sa valeur objective avec la position et la valeur objective de la meilleure particule actuelle.

**Étape 7 :**

Si le nombre de la génération actuelle  $n_i$  est inférieur au nombre maximum de générations  $n_{max}$ , retourner à l'Étape 3 ; sinon, passer à l'Étape 8.

**Étape 8 :**

Afficher la meilleure position globale et sa valeur objective, puis terminer la procédure.

***d. Paramètres optimaux du TMD pour un système principal sans amortissement***

Pour un système sans amortissement (c'est-à-dire  $\xi_s = 0$ ), lorsqu'il est excité par une force externe et une accélération de base de bruit blanc il est possible d'obtenir les paramètres optimaux du TMD sous forme fermée en utilisant les conditions suivantes pour les paramètres de réponse optimaux :

$$\begin{aligned}\frac{\partial N}{\partial \mu} &= 0 \\ \frac{\partial N}{\partial \xi_T} &= 0 \\ \frac{\partial N}{\partial f} &= 0\end{aligned}\tag{4.70}$$

Comme dans le Tableau 4.3 la quantité de réponse du système principal est :

$$N = \frac{\sigma_x^2 K_M^2}{2\pi S_0 \omega_M}$$

Cependant, lorsque le système est sans amortissement et que l'accélération de base est excitée harmoniquement, il est trop complexe d'obtenir les expressions analytiques des paramètres optimaux du TMD en utilisant les conditions d'optimisation ci-dessus.

Par conséquent, Den Hartog [22] et comme nous l'avons vu a proposé la théorie du point fixe pour déterminer l'amortissement optimal et le rapport de fréquence d'accord du TMD pour un rapport de masse spécifié  $\mu$ , en considérant que la quantité de réponse optimale  $N^{opt}$  diminue lorsque le rapport de masse  $\mu$  augmente, ou vice versa.

Pour l'application de PSO, Leung à utiliser comme paramètres [46] :

$$n_{max} = 100 \text{ (maximum de génération).}$$

$$\omega_{max} = 0.9 \text{ et } \omega_{min} = 0.1$$

Pour un système principal amorti avec TMD, en raison de la complexité extrême, les expressions en forme fermée des paramètres optimaux du TMD sous l'effet d'une force externe et d'une accélération de base de bruit blanc ne peuvent pas être facilement résolues à partir des équations (4.70). De plus, lorsque l'amortissement du système principal  $\xi_s$  est différent de 0, les courbes de réponse pour différents amortissements du TMD, avec une masse et une fréquence d'accord spécifiée, ne passeront pas par des points fixes.

Par conséquent, la solution en forme fermée des paramètres optimaux pour un système principal amorti ne peut pas être obtenue en utilisant la même méthode que celle utilisée pour un système principal non amorti. Par conséquent, les valeurs des paramètres optimaux pour un système principal amorti ne peuvent être déterminées que par des méthodes d'optimisation visant à minimiser les quantités de réponse.

Tsai et Lin [70] ont proposé une technique d'itération numérique pour optimiser l'amortissement et le rapport de fréquence d'accord du TMD pour un rapport de masse spécifié  $\mu$ . D'autre part, Bakre et Jangid [71] ainsi que Jangid [72] ont également utilisé une procédure similaire pour déterminer les mêmes paramètres optimaux d'un TMD et d'un système MTMD pour un système principal amorti.

Cependant, cette méthode traditionnelle d'itération numérique transfère essentiellement le problème d'optimisation continue en un problème d'optimisation discrète et trouve la valeur optimale dans une grille maillée. De plus, le rapport de masse optimal d'un TMD pour un système principal amorti n'avait pas été pris en compte dans les simulations numériques précédentes. Par conséquent, dans la présente étude, la méthode PSO est utilisée pour rechercher les paramètres optimaux d'un TMD pour un système principal amorti, car elle n'est pas sensible aux changements de plage et de nombre de variables optimisées.

#### ➤ **1<sup>er</sup> cas : Paramètres optimaux du TMD pour un système principal amorti soumis à une force externe**

Après plusieurs simulations numériques, il a été constaté que la quantité de réponse optimale  $N^{opt}$  diminue lorsque le rapport de masse  $\mu$  augmente. Ainsi, nous optimisons uniquement le rapport d'amortissement et de fréquence d'accord du TMD pour un rapport de masse spécifié  $\mu$ . Les paramètres du PSO sont les suivants :[46]

$$n_{max} = 50 ; \omega_{max} = 0.9 ; \omega_{min} = 0.1 .$$

Les expressions explicites pour l'amortissement optimal de l'amortisseur et la fréquence d'accord obtenues par ajustement de courbe sont respectivement données :

$$\xi_T^{opt} = \sqrt{\frac{\mu(1+3\mu/4)}{4(1+\mu)(1+\mu/4)}} \quad (4.71)$$

$$f_{opt} = \frac{\sqrt{1+(\mu/2)}}{1+\mu} + (-0.5047 + 0.076\sqrt{\mu} + 0.6023\mu) \times \sqrt{\mu}\xi_s + 0.3737\xi_s^2 \quad (4.72)$$

➤ **2<sup>ème</sup> cas : Paramètres TMD optimaux pour une excitation harmonique de base**

Les paramètres importants de la PSO dans le cas d'une excitation harmonique sont les suivants :

$$n_{max} = 50 ; \omega_{max} = 0.9 ; \omega_{min} = 0.1 .$$

Les expressions explicites pour l'amortissement optimal de l'amortisseur et la fréquence d'accord sont données par [19] :

$$\xi_T^{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)\left(1-\frac{\mu}{2}\right)}} - 0.1277\xi_s \quad (4.73)$$

$$f_{opt} = \left( \frac{\sqrt{1+(\mu/2)}}{1+\mu} + \sqrt{1-2\xi_s^2} - 1 \right) + (-2.3662 + 1.1252\sqrt{\mu})\sqrt{\mu}\xi_s + (-4.8287 + 25\sqrt{\mu} - 35\mu)\sqrt{\mu}\xi_s^2 . \quad (4.74)$$

➤ **3<sup>ème</sup> cas : Les paramètres TMD optimaux pour une excitation de base à bruit blanc sont les suivants**

Pour le système principal amorti soumis à une excitation de base de bruit blanc, les paramètres optimaux et les quantités de réponse basées sur PSO sont répertoriés dans les Tables 8 et 10,[46] pour un rapport de masse spécifique  $\mu$ . Les paramètres importants de PSO sont les suivants :

$$n_{max} = 50, \omega_{max} = 0.9 \text{ et } \omega_{min} = 0.1$$

La méthode basée sur un calcul évolutif a permis à Leung de trouver de meilleurs résultats par rapport à ceux de Bakre. Par exemple, les quantités de réponse  $N^{opt}$  obtenues avec PSO sont réduites de 1,35% et 0,91% par rapport à celles obtenues par la méthode d'itération numérique lorsque l'amortissement du système principal  $\xi_s$  est de 0,1 et  $\xi_s$  est de 0,075 pour un rapport de masse spécifié  $\mu$  de 0,1, respectivement.

Les expressions explicites pour l'amortissement optimal du TMD et la fréquence d'accord sont les suivantes :

$$\xi_T^{opt} = \sqrt{\frac{\mu(1-\frac{\mu}{4})}{4(1+\mu)(1-\frac{\mu}{2})}} - \xi_s^2 \mu. \quad (4.75)$$

$$f_{opt} = \sqrt{\frac{1-\frac{\mu}{2}}{1+\mu}} + (-4.9453 + 20.2319\sqrt{\mu} - 37.9419\mu)\sqrt{\mu} \xi_s + (-4.8287 + 25\sqrt{\mu})\sqrt{\mu} \xi_s^2. \quad (4.76)$$

## CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons essayé de résumer les différentes méthodes développées historiquement depuis le modèle de Den Hartog jusqu'aux méthodes métaheuristiques, un accent particulier a été mis sur l'évolution chronologique des diverses hypothèses de travail considérées par chaque méthode, le problème d'optimisation pour chaque approche est traduit par la recherche à minimiser ou à maximiser des objectives différentes (facteur d'amplification dynamique, la norme de  $H_2$  ou les objectives hybrides définie dans les approches métaheuristiques).

## CHAPITRE 5 : APPLICATION ET COMPARAISON ENTRE LES DIFFERNTES METHODES D'OPTIMISATION DES TMD

### INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous explorons l'application de différentes méthodes pour l'optimisation d'un Tuned Mass Damper (TMD) linéaire dans le contexte d'une structure à 10 étages. Deux exemples tirés de la littérature sont étudiés pour mettre en œuvre les différentes méthodes discutées au chapitre 4.

Le premier exemple a pour objectif de contrôler les méthodes d'optimisation pour le contrôle du premier mode prépondérant du comportement de la structure. Dans le second exemple, notre objectif est de contrôler la structure dans ses coordonnées géométriques. Nous utiliserons la norme  $H_\infty$  qui sera appliqué avec des résultats propre à ce travail, l'algorithme génétique est pris comme méthode d'optimisation, ce qui nous permettra de le comparer aux autres approches.

Le premier exemple de référence que nous utilisons est vise à absorber le mode fondamental de la structure à caractéristiques différentes pour chaque étage donné par Sadek et al. le deuxième cas d'étude est basé sur l'exemple à caractéristiques identique représenter par ses coordonnées généralisées proposé par Hadi et al. Pour l'évaluation de l'efficacité des métaheuristiques, nous analyserons les résultats et les comparerons à d'autres approches en termes de performances du TMD en ce qui concerne les déplacements.

Nous débuterons par expliquer l'utilisation des méthodes de représentation des systèmes dynamiques et les schémas fonctionnels pour résoudre les équations différentielles à l'aide du logiciel Matlab Simulink. Cette plate-forme nous permet de modéliser et simuler le comportement du système étudié.

Par la suite, nous mettrons en œuvre un algorithme génétique comme méthode d'optimisation. Cette implémentation se fera dans l'environnement Matlab, ce qui nous autorisera à rechercher les paramètres optimaux du TMD en fonction des critères prédéfinis pour minimiser les déplacements de l'exemple de Hadi.

Les résultats obtenus seront soigneusement analysés et comparés. Cela permettra de mettre en lumière les avantages et les limites de chaque approche.

### 5.1.1 RAPPEL SUR LA REPRESENTATION DES SYSTEMES DYNAMIQUES [74,75]

La première partie dans la mise en place et la résolution de tout problème de contrôle consiste à modéliser le système physique correspondant en utilisant des équations mathématiques.

Les systèmes dynamiques peuvent être représentés par une des approches suivantes :

- Equations différentielles
- Fonctions de transfert
- Représentation d'état (State-Space)

Devant des problèmes régis par des équations différentielles complexes le recours aux fonctions de transfert et la transformée de Laplace est inévitable

La transformation de Laplace d'une fonction  $f(t)$  est définie comme suit :

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (5.1)$$

Avec  $s$  une variable complexe définie par :

$$s = \sigma + i\omega \quad (5.2)$$

Tableau 5-1 : Table élémentaire des transformées de Laplace [74].

Fonction dépendant du temps	Transformées de Laplace
Impulsion unité $\delta(t)$	1
Echelon unité $u(t)$	$1 / s$
Rampe unité $t$	$1 / s^2$
Polynôme $t^n$	$n! / s^{n+1}$
Exponentielle $e^{-at}$	$\frac{1}{s + a}$
Onde sinus $\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
Onde cosinus $\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
Onde sinus Amortie $e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s + a)^2 + \omega^2}$
Onde cosinus Amortie $e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s + a}{(s + a)^2 + \omega^2}$

Exemple :

On prend un exemple de représentation par une fonction de transfert de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{3dy}{dt} + 2y = x + \frac{dx}{dt}$$

Prenant la transformées de Laplace de cette équation :

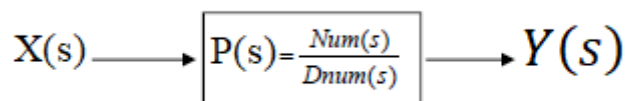
$$s^2Y(s) + 3sY(s) + 2y = X(s) + sX(s)$$

Cette équation peut s'écrire :

$$Y(s) = \left[ \frac{s+1}{s^2+3s+2} \right] X(s)$$

La fonction de transfert est donc :

$$P(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \left[ \frac{s+1}{s^2+3s+2} \right]$$



### 5.1.2 RAPPEL SUR LES SCHEMAS FONCTIONNELS [74]

Les schémas fonctionnels, également connus sous le nom de diagrammes de blocs, sont des outils graphiques utilisés pour représenter les systèmes dynamiques et leurs équations différentielles. Ils permettent de décomposer un système complexe en sous-systèmes interconnectés, facilitant ainsi la modélisation et l'analyse.

Dans un schéma fonctionnel, les différentes variables du système sont représentées par des blocs, et les relations entre ces variables sont représentées par des connexions ou des lignes reliant les blocs. Chaque bloc représente une fonction mathématique ou une opération spécifique appliquée aux variables d'entrée pour obtenir les variables de sortie.

Exemple d'un diagramme de blocs :

Nous avons l'équation différentielle suivante

$$\frac{d}{dt}y(t) + a_0y(t) = b_1 \frac{d}{dt}u(t) + b_0u(t)$$

$$\frac{d}{dt}y(t) = b_1 \frac{d}{dt}u(t) + b_0u(t) - a_0y(t) \quad (5.3)$$



avec intégration de la formule (5.3) ( $\int \frac{d}{dt}y(t) dt$ ) on peut résoudre le système, pour créer la boucle de simulation de l'équation (5.3) on utilise l'algèbre des schémas fonctionnelles.

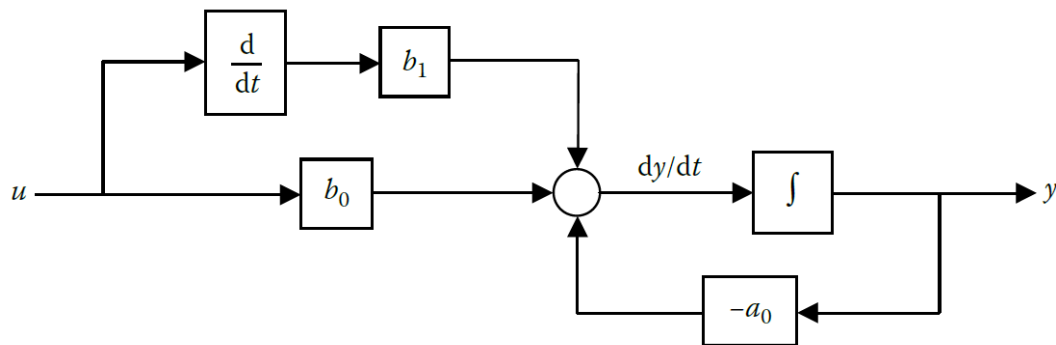


Figure 5-1 : Exemple d'un schéma fonctionnel de  $\frac{d}{dt}y(t) + a_0y(t) = b_1\frac{d}{dt}u(t) + b_0u(t)$ .

L'un des outils couramment utilisés pour résoudre les équations différentielles est la transformée de Laplace. La transformée de Laplace est une technique mathématique qui permet de convertir une équation différentielle en une équation algébrique plus facile à résoudre. Elle est particulièrement utile pour résoudre des systèmes linéaires invariants dans le temps (LTI).

La fonction échelon de Laplace, notée souvent  $u(t)$ , est une fonction qui représente un signal qui s'allume instantanément à un certain moment et reste constant par la suite. Elle est couramment utilisée pour modéliser des changements brusques dans un système.

En utilisant la transformée de Laplace et la fonction échelon, on peut résoudre des équations différentielles en les transformant en équations algébriques simples. Cette approche facilite la résolution des systèmes dynamiques complexes et permet d'obtenir des solutions analytiques ou numériques plus facilement.

L'utilisation des schémas fonctionnels et de la transformée de Laplace avec la fonction échelon à partir l'espace Simulink dans le logiciel Matlab offre une méthode pratique et efficace pour modéliser, simuler et résoudre des équations différentielles. Cela permet d'analyser le comportement des systèmes dynamiques et d'évaluer les performances des solutions proposées.

### 5.1.3 SIMULINK [75,76]

Simulink est un environnement de modélisation graphique et de simulation inclus dans le logiciel MATLAB. Il permet de concevoir, simuler et analyser des systèmes dynamiques à l'aide de blocs fonctionnels et de lignes de connexion qui représentent les relations entre les variables.

L'espace Simulink est l'espace de travail où les modèles sont créés et construits. C'est une interface graphique conviviale qui permet aux utilisateurs de construire des modèles de systèmes dynamiques en utilisant une approche visuelle. Dans l'espace Simulink, les blocs

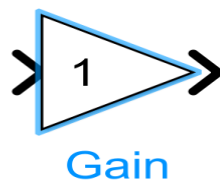
représentent les différents composants d'un système, tels que les sources de signaux, les opérations mathématiques, les filtres, les contrôleurs, les capteurs, etc. Les blocs sont interconnectés à l'aide de lignes pour représenter les flux de signaux entre les composants.

L'espace Simulink permet également de spécifier les paramètres des blocs, de définir les conditions initiales, de configurer les options de simulation et d'analyser les résultats. Il offre une large gamme de bibliothèques de blocs prédéfinis couvrant de nombreux domaines d'application, ce qui facilite la modélisation et la simulation de systèmes complexes.

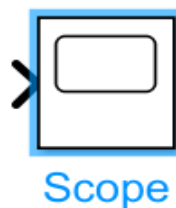
En utilisant Simulink, les ingénieurs et les chercheurs peuvent simuler le comportement dynamique de systèmes réels, analyser leurs performances, optimiser les paramètres et étudier différentes stratégies de contrôle. Il est largement utilisé dans les domaines de l'ingénierie, de l'automatique, de l'électronique, de la mécanique, de l'aérospatiale, etc., pour la conception, la validation et l'optimisation des systèmes dynamiques.

#### 5.1.3.1 Définition de quelques blocs dans l'environnement Simulink

- **Gain** : Le bloc "Gain" dans Simulink représente une multiplication par une constante. Il permet de multiplier le signal d'entrée par un facteur spécifié pour obtenir le signal de sortie correspondant.



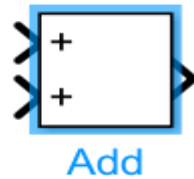
- **Scope** : Le bloc "Scope" dans Simulink est utilisé pour afficher et visualiser les signaux pendant la simulation. Il permet de tracer les courbes des signaux en fonction du temps ou d'autres variables pertinentes. Le bloc "Scope" est utile pour observer et analyser les résultats de la simulation.



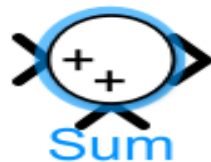
- **Integrator** : Le bloc "Integrator" dans Simulink représente un intégrateur mathématique. Il effectue l'intégration numérique du signal d'entrée pour calculer le signal de sortie qui représente l'intégrale du signal d'entrée par rapport au temps.



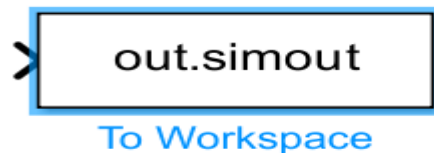
- **Add** : Le bloc "Add" dans Simulink effectue l'opération de somme entre plusieurs signaux d'entrée. Il permet de réaliser des opérations de sommation ou de superposition de signaux.



- **Sum** : Le bloc "Sum" dans Simulink est similaire au bloc "Add" et permet également d'effectuer des opérations de somme. La différence est que le bloc "Sum" peut également prendre en compte des constantes ou des valeurs prédéfinies à ajouter aux signaux d'entrée.



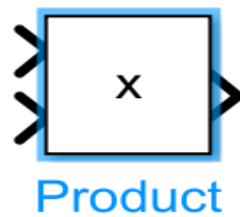
- **To Workspace** : Le bloc "To Workspace" dans Simulink permet d'enregistrer les signaux d'intérêt pendant la simulation dans l'espace de travail MATLAB. Les signaux peuvent être utilisés ultérieurement pour l'analyse, la visualisation ou d'autres opérations dans MATLAB.



- **From Workspace** : Le bloc "From Workspace" dans Simulink permet d'importer des données depuis l'espace de travail MATLAB et de les utiliser comme signaux d'entrée pendant la simulation. Il est utile lorsque les signaux d'entrée sont déjà disponibles dans MATLAB et doivent être utilisés dans le modèle Simulink.



**- Product :** Le bloc "Product" dans Simulink effectue la multiplication entre plusieurs signaux d'entrée. Il permet de réaliser des opérations de multiplication ou de multiplication scalaire entre les signaux d'entrée pour obtenir le signal de sortie correspondant.



5.1.3.2 Simulation d'un système mass ressort avec le Simulink

On donne un ressort excité à la base, pour la simulation on doit construire le diagramme de bloc dans le Simulink à partir de l'équation du mouvement. Equation du mouvement :

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + kx = A\ddot{u} \tag{5.4}$$

On peut construire un schéma de bloc en boucle fermée à l'aide de l'intégration successive

$$M\ddot{x} = [A\ddot{u} - C\dot{x} - kx] \tag{5.5}$$

A partir de cette équation on peut construire le schéma fonctionnel dans le Simulink pour la résolution de l'équation différentielle du modèle mass ressort.

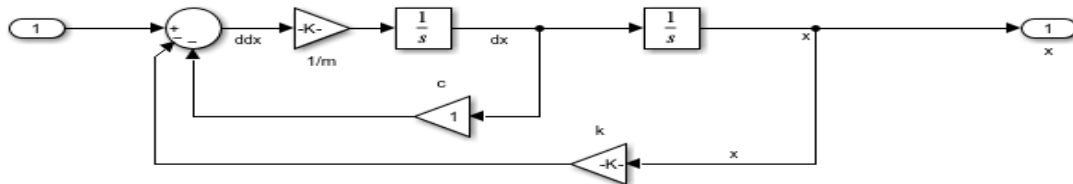


Figure 5-2 : Schémas fonctionnel de système mass ressort 1-DDL.

-De la même façon on peut modéliser un système de deux DDL masses ressorts :

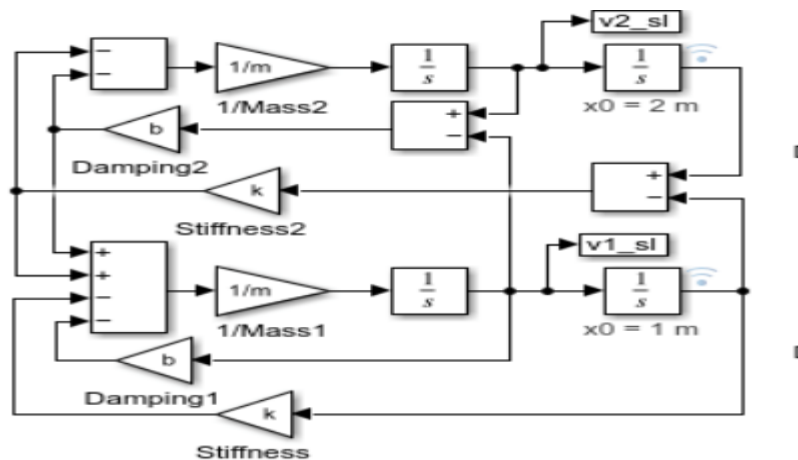


Figure 5-3 : Schémas fonctionnel de système 2-mass 2-ressort 2-DDL.

### 5.1.4 LA REPRESENTATION D'ETAT :

Une représentation d'état est une manière mathématique de modéliser un système dynamique complexe en décrivant son comportement à travers un ensemble de variables d'état, d'équations d'état et d'équations de sortie. Cette représentation permet de décrire comment un système évolue au fil du temps en fonction de ses états internes, des entrées qui lui sont appliquées, et des sorties observées.

1. Variables d'État : Ce sont les grandeurs internes du système qui sont nécessaires pour prédire son comportement futur. Ces variables sont souvent notées  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Le nombre de variables d'état est égal à la dimension de l'espace d'état du système, et il est déterminé par la complexité du système. Les variables d'état peuvent représenter des grandeurs physiques telles que la position, la vitesse, la charge, la température, etc.

2. Équations d'État : Ce sont des équations différentielles ou des équations aux différences qui relient les dérivées des variables d'état aux variables d'état elles-mêmes, aux entrées du système et aux sorties observées. Les équations d'état décrivent comment les variables d'état évoluent au fil du temps en fonction des forces, des interactions et des influences extérieures. Elles sont souvent exprimées sous forme matricielle comme suit :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

-La première équation représente l'équation dynamique tandis que la deuxième représente l'équation de mesure (4.53 & 4.55).

Où :

- $x(t)$  est le vecteur des variables d'état à un instant  $t$ .
- $\dot{x}(t)$  est le vecteur des dérivées des variables d'état à un instant  $t$ .
- $u(t)$  est le vecteur d'entrées à un instant  $t$ .
- $y(t)$  est le vecteur des sorties observées à un instant  $t$ .
- $A, B, C$  et  $D$  sont des matrices qui définissent la dynamique du système.

3. Entrées et Sorties : Le système peut être influencé par des entrées ( $u(t)$ ) et peut également produire des sorties ( $y(t)$ ) en réponse à ces entrées. Les entrées représentent les signaux de commande appliqués au système, tandis que les sorties représentent les grandeurs observées ou mesurées du système.

4. Matrices de Système (A, B, C, D) : Ces matrices définissent la dynamique du système. La matrice  $A$  spécifie comment les variables d'état évoluent au fil du temps en l'absence d'entrées. La matrice  $B$  indique comment les entrées affectent l'évolution des variables d'état. La matrice  $C$  décrit comment les variables d'état sont observées pour produire les sorties. La matrice  $D$  spécifie comment les entrées influencent directement les sorties.

En utilisant une représentation d'état, on peut analyser, concevoir et contrôler un système dynamique de manière plus systématique. Cette approche est couramment utilisée en ingénierie de contrôle, en sciences de la communication, en mécanique des structures, en

électronique, en robotique et dans de nombreux autres domaines où la modélisation et le contrôle des systèmes dynamiques sont essentiels. Elle offre une vue d'ensemble puissante du comportement d'un système et permet de concevoir des lois de commande sophistiquées pour répondre à des objectifs spécifiques.

On peut former à partir des règles des schémas fonctionnelles de donner une représentation des équations d'états par :

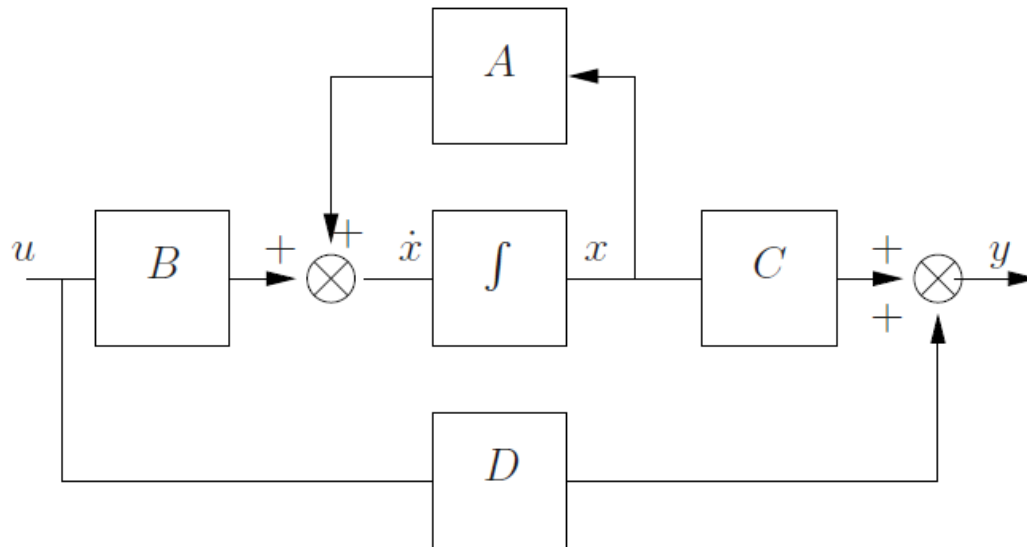


Figure 5-4 : Schéma de bloc de la représentation d'état.

La représentation d'état est un concept essentiel en ingénierie et en mathématiques appliquées. Elle permet de représenter le comportement dynamique d'un système, avec la représentation d'état on peut transformer une équation différentielle d'ordre supérieur en un ensemble d'équations différentielles du premier ordre qui décrivent l'évolution des variables d'état du système en fonction du temps.

L'idée de cette représentation a une histoire riche. Elle remonte à la fin du 19ème siècle lorsque le mathématicien et physicien Henri Poincaré a utilisé cette notion pour modéliser des systèmes dynamiques complexes, notamment dans le domaine de la mécanique céleste.

Plus tard, au début du 20ème siècle, le mathématicien russe Aleksandr Lyapunov a contribué de manière significative à la théorie des systèmes dynamiques en introduisant la notion de fonctions de Lyapunov, qui sont largement utilisées dans l'analyse de stabilité des systèmes.

Cependant, il a fallu attendre les années 1960 pour que la représentation d'état devienne un outil de commande majeur grâce aux travaux de Rudolf Kalman. À cette époque, elle a commencé à remplacer l'approche externe basée sur les fonctions de transfert pour la conception de systèmes de commande. La représentation d'état a permis une approche plus directe et puissante de la commande des systèmes dynamiques, ouvrant la voie à de nombreuses avancées dans ce domaine.

## 5.2 EXEMPLES D'APPLICATION :

Il existe dans la littérature des exemples pour la validation des méthodes d'optimisation des amortisseurs à masse accordée. Dans notre travail, nous nous limiterons sur l'étude des deux exemples et qui sont les plus utilisés dans la littérature pour la comparaison des résultats.

Dans cette application, nous avons choisi le bâtiment à dix étages avec un amortisseur à masse accordée (TMD) fixé au dernier étage, le premier exemple est à caractéristiques mécanique différentes, et le deuxième il est aussi à 10 étages mais avec des caractéristiques mécaniques identique pour chaque étage.

### 5.2.1 Exemple 1 :

Comme premier exemple, nous prenons le bâtiment à 10 étages proposé par Sadek et al. (1997) [14], et on cherche à optimiser les propriétés de rigidité et d'amortissement du TMD pour le bâtiment qui a comme caractéristiques mécaniques indiquées ci-dessous :

Tableau 5-2 : Caractéristiques physique de la structure 1 [49].

ETAGE	MASSE (tonne)	RIGIDITE ( $10^3$ KN )	AMORTISSEMENT (KN.s /m)	LA FORME MODALE DU PREMIER MODE
1	179	62.47	$805.86 \times 10^3$	1.359
2	170	52.26	$674.15 \times 10^3$	1.321
3	161	56.14	$724.20 \times 10^3$	1.248
4	152	53.02	$683.95 \times 10^3$	1.146
5	143	49.91	$643.83 \times 10^3$	1.019
6	134	46.79	$603.59 \times 10^3$	0.871
7	125	43.67	$563.34 \times 10^3$	0.708
8	116	40.55	$523.09 \times 10^3$	0.534
9	107	37.43	$482.84 \times 10^3$	0.355
10	98	34.31	$442.59 \times 10^3$	0.175

Ce bâtiment à des propriétés de raideur et de masse telles qu'indiquées dans le Tableau 5.2, où le coefficient d'amortissement du premier mode est de 2 %.

Si la masse du TMD est prise comme étant égale à 5% de la masse modale du premier mode :

$$\mu = \frac{m_{TMD}}{\{\phi_1\}^T [M] \{\phi_1\}}$$

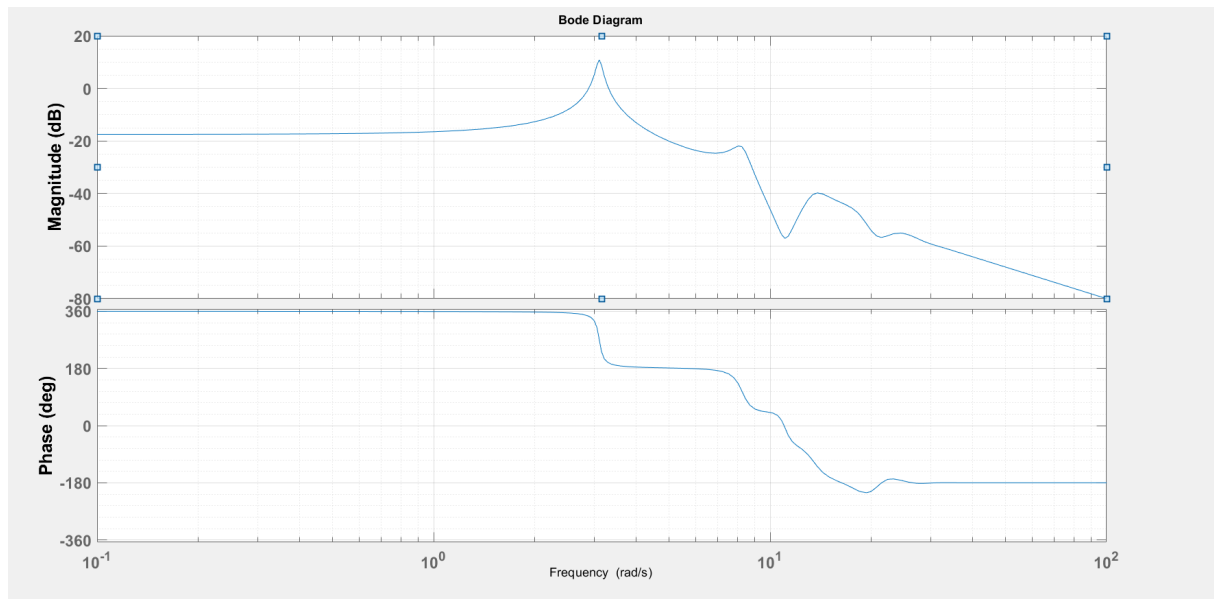


Figure 5-5 : La fonction de transfert de l'étage 10 de la structure 1 en utilisant l'analyse de Bode «  $\omega_s = 3.10 \text{ rad/s}$  ».

La forme modale normalisée du 1<sup>er</sup> mode qui donne la participation unitaire, est la suivante :  $\{\phi_1\}^T = [0,175 ; 0,355 ; 0,534 ; 0,708 ; 0,871 ; 1,019 ; 1,146 ; 1,248 ; 1,321 ; \text{et } 1,359]$

Où  $\{\phi_1\}^T$  : est la forme modale du 1er mode de la structure.

ce qui donne une participation massique de :

$$m_{TMD} = 0,05 \times 1\,109 \text{ t} = 55,45 \text{ tonne.}$$

L'optimisation sera effectuée en utilisant le modèle à mode unique pour le premier exemple, en utilisant les formules explicites traitées dans le chapitre 4 et puis on les compare avec la méthode de Hadi qui prend en considération tous les modes de la structure, la comparaison sera faite à partir de la réponse sismique (domaine temporelle) et puis dans le domaine fréquentiel.

Pour la détermination de la matrice d'amortissement de la structure on suppose que la structure suit la loi de Rayleigh où la matrice d'amortissement est proportionnelle aux matrices de raideur et de masse (voir Clough et Penzien [85]), c'est-à-dire que :

$$C = \alpha K + \beta M$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes.

Étant donné que les informations disponibles dans le modèle de Sadek et al. (1997) ne concernent que le premier mode, la matrice d'amortissement pourrait être supposée proportionnelle à la matrice de raideur ou de masse.

Par conséquent, deux cas sont applicable, le premier cas est celui où la matrice d'amortissement est proportionnelle à la matrice de raideur, tandis que le deuxième cas est celui où l'amortissement est supposé être proportionnel à la matrice de masse.  $C = 0,0129 K$  ; et  $C = 0,1244 M$  (voir [14]) pour les cas 1 et 2 respectivement.



Dans notre travail nous avons limité l'étude au premier cas où  $C = 0,0129$  K, les résultats sont calculés et donnés dans le Tableau 5.2, les méthodes de Den Hartog, Warburton et Sadek proposées dans le chapitre 4 seront appliquées pour souci de comparaison avec la méthode de Hadi.

### 5.2.1.1 Méthode de Den Hartog :

Comme nous l'avons vue dans le précédent chapitre, Den Hartog [22] à proposer un modèle ou le système principal est conservatif et la masse principale soumise à une excitation harmonique, comme dans (4.20 et 4.21) les formules adoptées sont :

$$f = \frac{1}{1+\mu} \text{ et } \xi = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}}$$

On prend un rapport de masse de 5% du rapport de la masse du premier mode et avec la normalisation du premier mode du comportement de la structure à l'unité (comme dans [94]) on obtient les paramètres suivants :

$$m_{TMD} = \mu\{\phi_1\}^T [M]\{\phi_1\} = 0.05*1109* = 55.45 \text{ tonnes.}$$

$$f_{opt} = \frac{1}{1+0.05} = 0.9523 \text{ Et } \xi_{opt} = \sqrt{\frac{3*0.05}{8(1+0.05)}} = 13.36 \%$$

On peut les exprimer comme valeur de rigidité et d'amortissement :

$$\text{Nous avons : } f = \frac{\omega_{TMD}}{\omega_s} \text{ avec } \omega_s = 3.1 \text{ rad/sec.}$$

Donc :

$$k_{TMD} = (3.1 \times f_{opt})^2 * 55.45 = 483.56 \text{ kN/m.}$$

Et

$$c_{TMD} = 2\xi_{opt}m_{TMD}\omega_{TMD} = 2\xi_{opt}m_{TMD}\omega_s f_{opt} = 56.2 \text{ kN.s/m.}$$

### 5.2.1.2 Méthode de Warburton :

Warburton à proposer une formule pour l'optimisation des paramètres  $f$  et  $\xi$  pour une excitation aléatoire dans le Tableau 4-5-3 en utilisant les formules d'une accélération de support:

$$f_{opt} = \frac{\sqrt{1-\mu/2}}{1+\mu} \text{ Et } \xi_{opt} = \sqrt{\frac{\mu(1-\mu/4)}{4(1+\mu)(1-\mu/2)}}$$

$$f_{opt} = 0.9404 \text{ Et } \xi_{opt} = 0.1098$$

Ce qui donne une rigidité égale à :

$$k_{TMD} = 471.24 \text{ kN/m.}$$

Et

$$c_{TMD} = 2\xi_{opt}m_{TMD}\omega_s f_{opt} = 35.5 \text{ kN.s/m.}$$

### 5.2.1.3 Méthode de Sadek et Mohraz :

Les formules d'optimisation de Sadek donnent les formules suivantes comme dans (4.49 et 4.51) avec le rapport d'amortissement du premier mode  $\xi_S = 2\%$  :

$$f_{opt} = \frac{1}{1 + \mu\Phi} \left[ 1 - \xi_S \sqrt{\frac{\mu\Phi}{1 + \mu\Phi}} \right]$$

Et 
$$\xi_{opt} = \Phi \left[ \frac{\beta}{1+\mu} + \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}} \right]$$

$$f_{opt} = 0.9482 \text{ Et } \xi_{opt} = 0.2373$$

De la même façon on obtient :

$$k_{TMD} = 479.12 \text{ kN/m.}$$

Et

$$c_{TMD} = 77.34 \text{ kN.s/m.}$$

Pour comparer les méthodes analytiques qui proposent des formules explicites aux méthodes métaheuristiques, nous commencerons par présenter les résultats de Hadi, qui utilise les principes du contrôle robuste avec la norme  $H_2$  comme indicateur de performance. Ensuite, nous examinerons les résultats propres à ce travail obtenus à partir de l'algorithme génétique visant à minimiser la norme.

### 5.2.1.4 Méthode de Hadi et Arfiadi :

Hadi à utiliser la minimisation d'une norme de transfert entre une perturbations externe prise en compte dans l'optimisation  $H_2$  comme un bruit blanc d'intensité unitaire avec une moyenne nulle.

La norme  $H_2$  exprimé par :

$$\|T_{rw}\|_2 = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{trace}[T_{rw}(j\omega)(T_{rw}^*(j\omega)(d\omega))] d\omega \right)^{1/2} \quad (5.4)$$

Où  $\|T_{rw}\|_2 = H_2 \text{ norme}$  représente la norme-2 de la fonction de transfert de la perturbation externe  $\omega$  à la sortie contrôlée r.

- $\omega$  : représente la fréquence.
- j : représente l'unité imaginaire ;
- $T_{rw}^{**}$  = représente la transposée conjuguée complexe.
- trace: désigne la trace de la matrice.

#### Remarque :

La représentation d'état d'une structure excité à la base est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{z} &= AZ + B\dot{x}_g(t) \\ r &= CZ + D\dot{x}_g(t)\end{aligned}$$

Et la sortie régulée (contrôlée) :

$$r = C_w Z \quad (5.5)$$

La transmission directe est nulle ( $D=0$ ).

Et le vecteur d'état :  $Z = [X \dot{X}]^T$

La fonction de transfert de la norme-2 de  $\omega$  à  $r$  peut être calculée selon (Lublin et al., 1996),[52].

$$\|T_{rw}\|_2 = [\text{trace}(C_w W_C C_w^T)]^{\frac{1}{2}} = [\text{trace}(E^T W_O E)]^{\frac{1}{2}} \quad (5.6)$$

Où  $W_C$  et  $W_O$  sont les Grammiens de contrôlabilité et d'observabilité respectivement.  $W_C$  et  $W_O$  sont les solutions des équations de la stabilité de Lyapunov.

D'une manière générale :

$$\begin{aligned}AW_C + W_C A^T &= -BB^T \\ A^T W_O + W_O A &= -C^T C\end{aligned} \quad (5.7)$$

Rmq : Les grammien de contrôlabilité sont des matrices symétriques définies positives utilisées dans la théorie de la commande optimale pour caractériser la capacité à contrôler un système dynamique.

Plus précisément, le grammien de contrôlabilité d'un système représente la quantité d'énergie requise pour amener le système d'un état initial donné à un état final souhaité, en utilisant une commande appropriée. Il mesure la capacité du système à être contrôlé de manière effective.

Mathématiquement, le grammien de contrôlabilité et d'observabilité sont défini comme la solution de l'équation de Lyapunov suivante :

$$\begin{aligned}W_C &= \int_0^{\infty} e^{A\tau} B B^T e^{A\tau'} d\tau \\ W_O &= \int_0^{\infty} e^{A'\tau} C^T C e^{A\tau} d\tau\end{aligned} \quad (5.8)$$

Où  $A$  est la matrice d'état du système,  $B$  est la matrice de commande, et  $W_C$  est le grammien de contrôlabilité.

La connaissance du grammien de contrôlabilité permet d'évaluer la performance et la faisabilité du contrôle des systèmes « linéaires Time Invariants Systems » dans le temps (LTI) sont des systèmes dans lesquels leurs paramètres sont invariants par rapport au temps.

En identifiant les états et les modes de contrôle les plus influents, ils sont utilisés dans notre problème pour concevoir des lois de commande optimales. Nous cherchons avec une approche méta-heuristique à trouver les paramètres de contrôle du système qui permettent d'atteindre notre fonction objectif.

Notez que la sortie régulée dans  $r = C_w Z$  peut être choisie comme étant le déplacement, la vitesse ou l'accélération. Si la sortie régulée est choisie comme étant le déplacement relatif des étages par rapport au sol, avec le vecteur  $X$  représentant le déplacement relatif par rapport à la base, la matrice  $C_w$  peut être écrite comme suit :

$$C_w = [I_{N \times N} \quad O_{N \times (2 \times (N+1) - 1)}] \quad (5.9)$$

Dans cette équation,  $I$  représente la matrice identité,  $O$  représente une matrice contenant des zéros et  $N$  représente le nombre total de degrés de liberté de la structure d'origine. Il est également possible de choisir le déplacement, la vitesse et l'accélération à un certain étage comme sortie régulée. Dans ce cas, la matrice élémentaire dans  $C_w$  peut être choisie en conséquence.

Le problème d'optimisation consiste alors à trouver les paramètres optimaux de l'amortisseur qui minimisent cette norme :

$$\|T_{rw}\|_2 = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{trace}[T_{rw}(j\omega)(T_{rw}^*(j\omega)(d\omega))] d\omega \right)^{1/2} \quad (5.10)$$

Hadi et Arfiadi.[17] Ont utilisée l'algorithme génétique pour la résolution de ce problème d'optimisation.

Les paramètres de l'algorithmes génétiques (GA) utilisés dans l'article de Hadi sont les suivants :

La taille de la population = 30 ; Le nombre de générations = 200 ;

La probabilité de croisement = 0,45 ; La probabilité de mutation = 0,01.

-Les résultats obtenus par Hadi sont les suivants :

$$k_{TMD} = 437.9 \text{ kN/m}$$

et

$$c_{TMD} = 47.9 \text{ kN.s/m.}$$

#### 5.2.1.5 Réponse Sismique :

Pour évaluer l'efficacité de chaque méthode d'optimisation, nous utiliserons le signal d'accéléromètre enregistré lors du séisme d'El Centro de 1940.

Ce signal présente une accélération maximale de  $3,74 \text{ m/s}^2$ , comme illustré dans la Figure 5.6. Cela nous permettra de mettre en œuvre un test des performances de chaque méthode d'optimisation pour réduire les vibrations et améliorer la réponse structurelle sous cette excitabilité sismique spécifique.

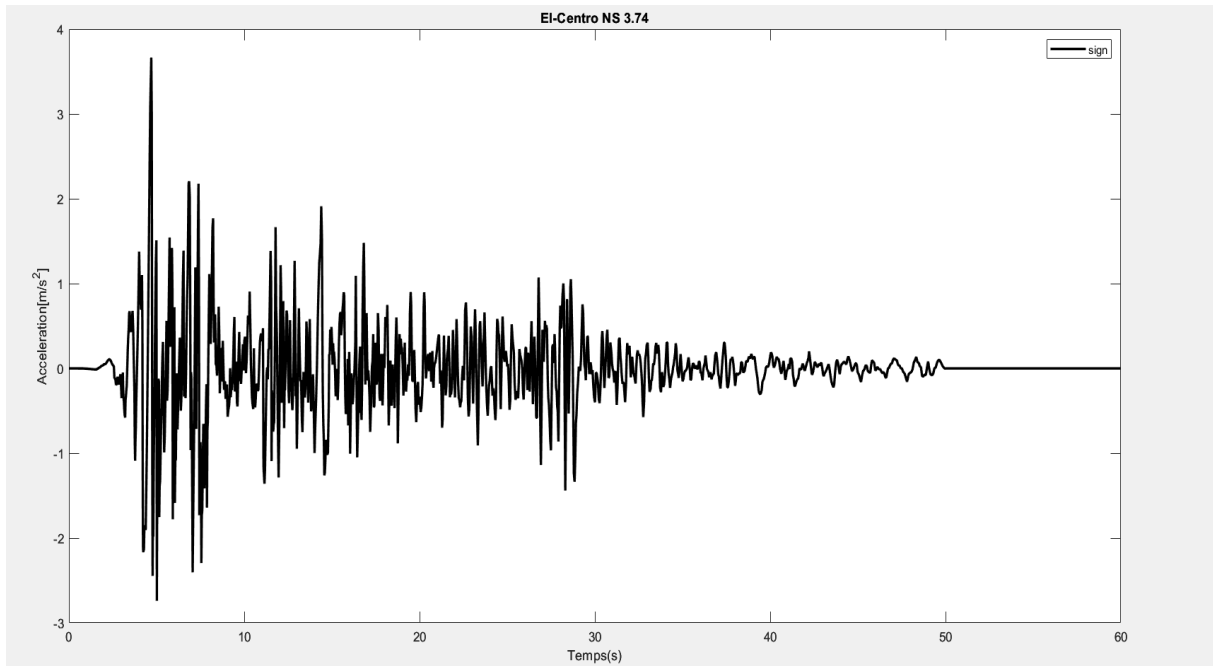


Figure 5-6 : Accélération sismique "El Centro (1940) Imperial-Valley Earthquake record ".

Pour la simulation des équations du mouvement on utilise le block « State space » prédéfinie dans l'environnement Simulink comme dans la Figure 5.7.

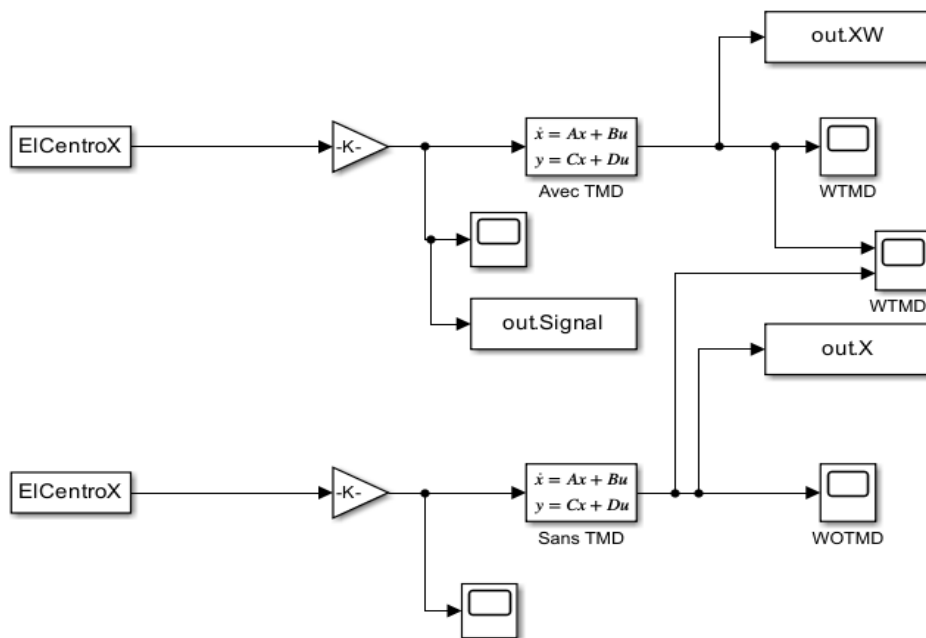


Figure 5-7 : Schéma de Bloc de résolution des équations du mouvement.

-on commence par la réponse de la structure sans TMD ou non contrôlé qui donne un pic de 35.04 cm.

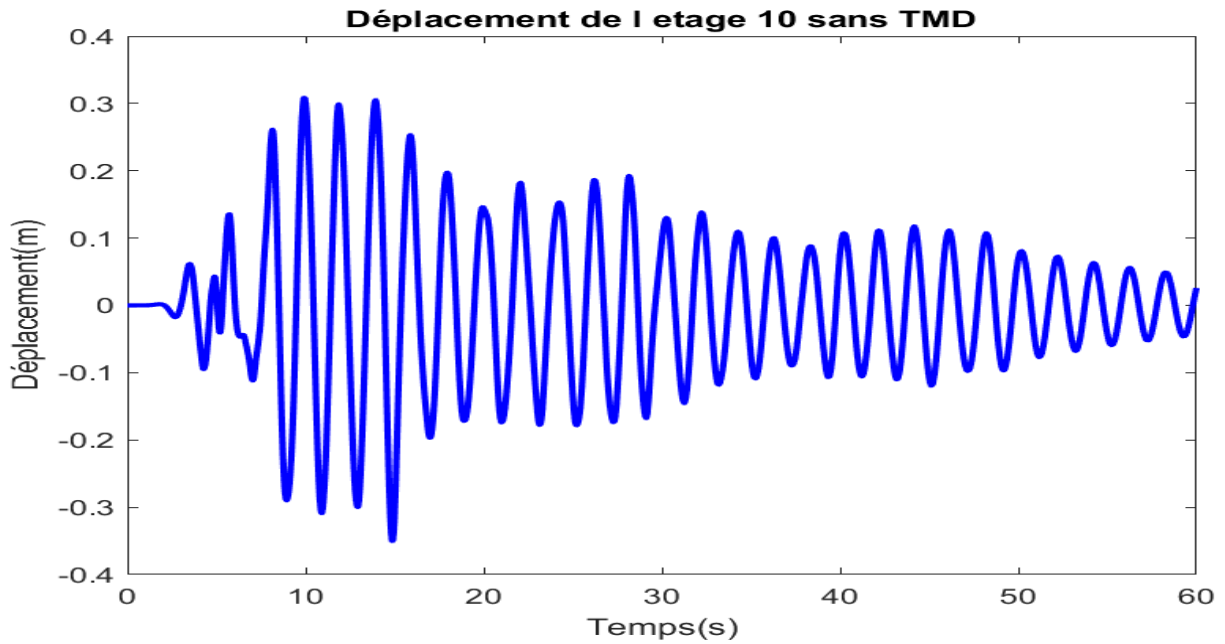


Figure 5-8 : Déplacement du dernier étage de la structure sans TMD.

-Den Hartog :

$m_{TMD} = 55.45$  tonne ;  $k_{TMD} = 483.56$  kN/m ;  $c_{TMD} = 56.2$  kN.s/m, La réponse donne un pic de réponse de 27.10 cm avec une réduction de 23.06%.

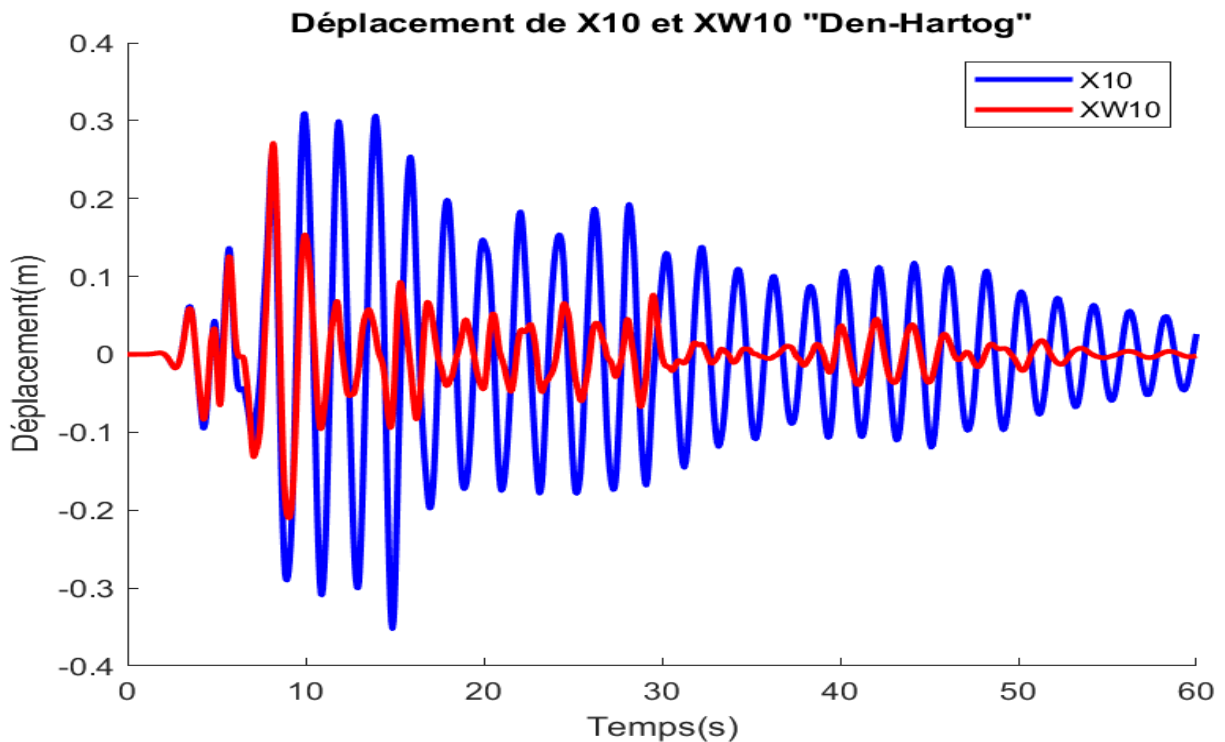


Figure 5-9 : Déplacement du dernier étage de la structure avec TMD "Den-Hartog".

- Warburton :

$m_{TMD} = 55.45$  tonne ;  $k_{TMD} = 471.24$  kN/m ;  $c_{TMD} = 35.5$  kN.s/m, la réponse donne une réduction de 23.57 % avec un déplacement relatif de 26.75 cm.

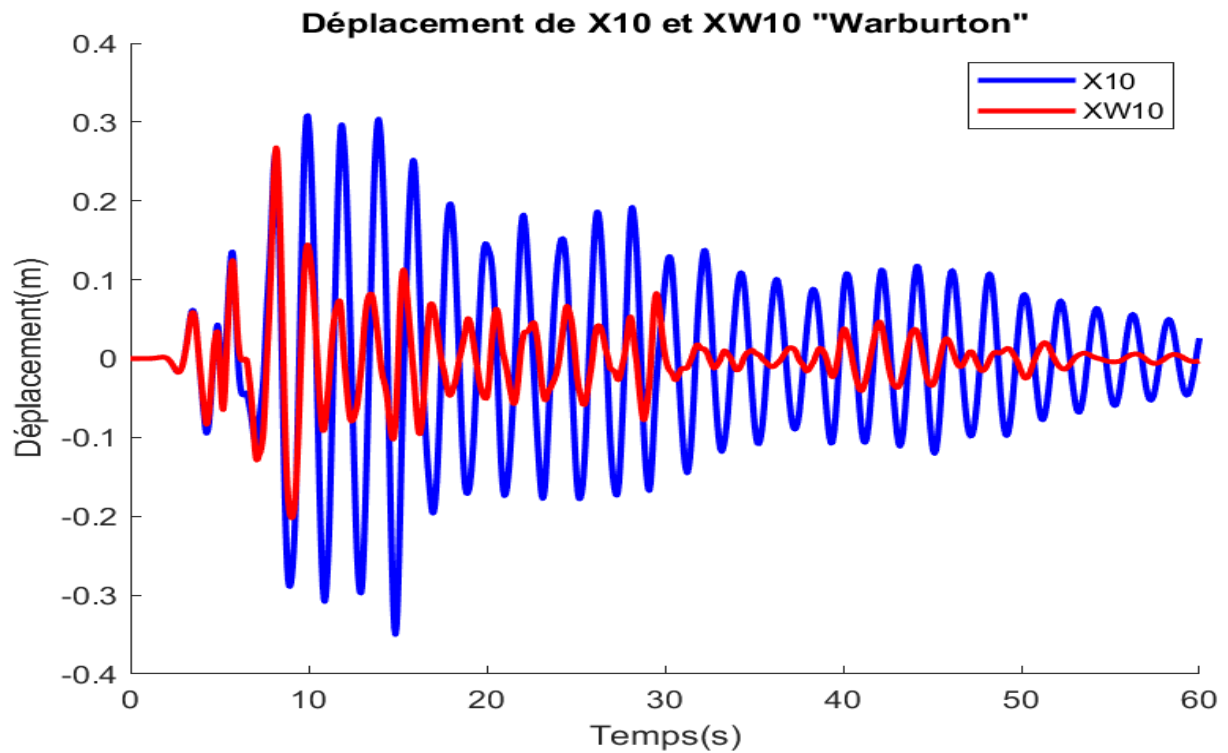


Figure 5-10 : Déplacement du dernier étage de la structure avec TMD "Warburton".

-Sadek :

$m_{TMD}=55.45$  tonne ;  $k_{TMD} = 479.12$  kN/m ;  $c_{TMD} = 77.34$  kN.s/m, avec la méthode de Sadek et Mohraz la réponse donne un déplacement maximale 27.29 cm avec une réduction de 21.74 %.

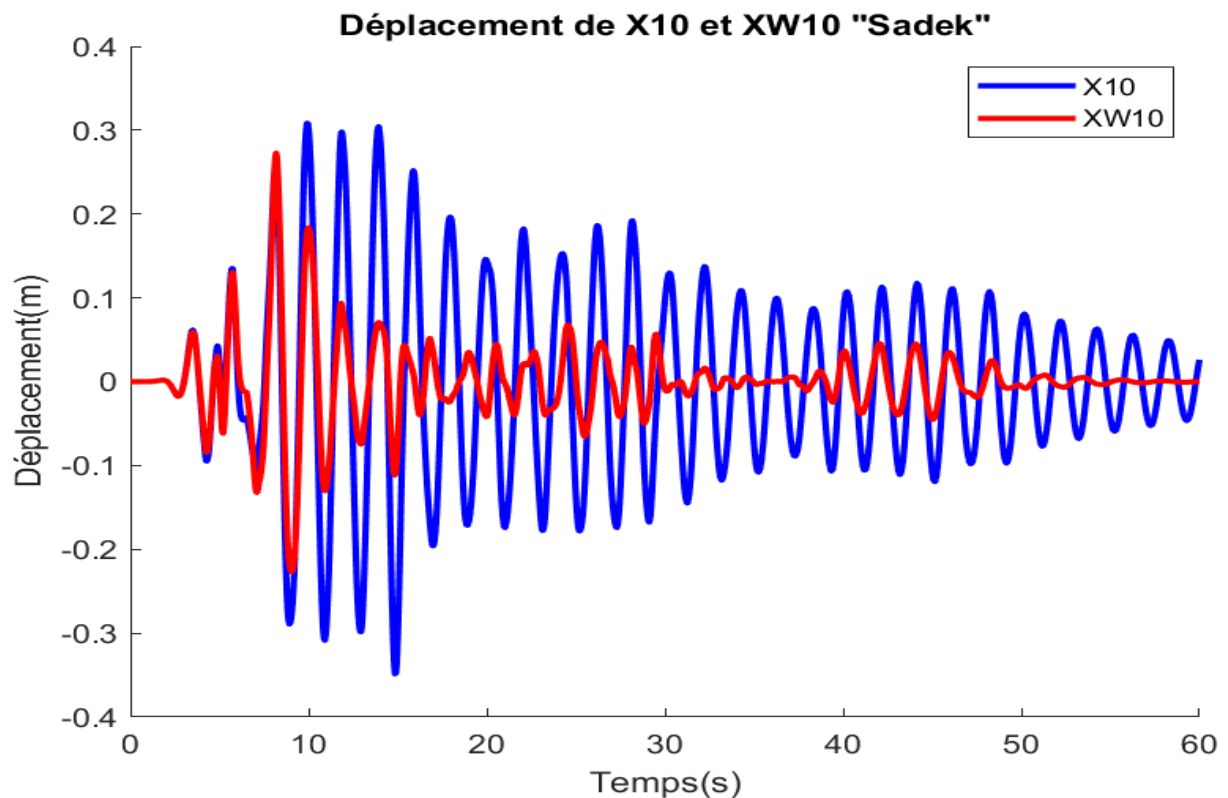


Figure 5-11 : Déplacement du dernier étage de la structure avec TMD "Sadek".

-Hadi et Arfiadi :

$m_{TMD}=55.45$  tonne ;  $k_{TMD} = 437.9$  kN/m ;  $c_{TMD} = 47.9$  kN.s/m, l'approche de Hadi donne une réduction de 26.28 cm avec une réduction de 25.08 %.

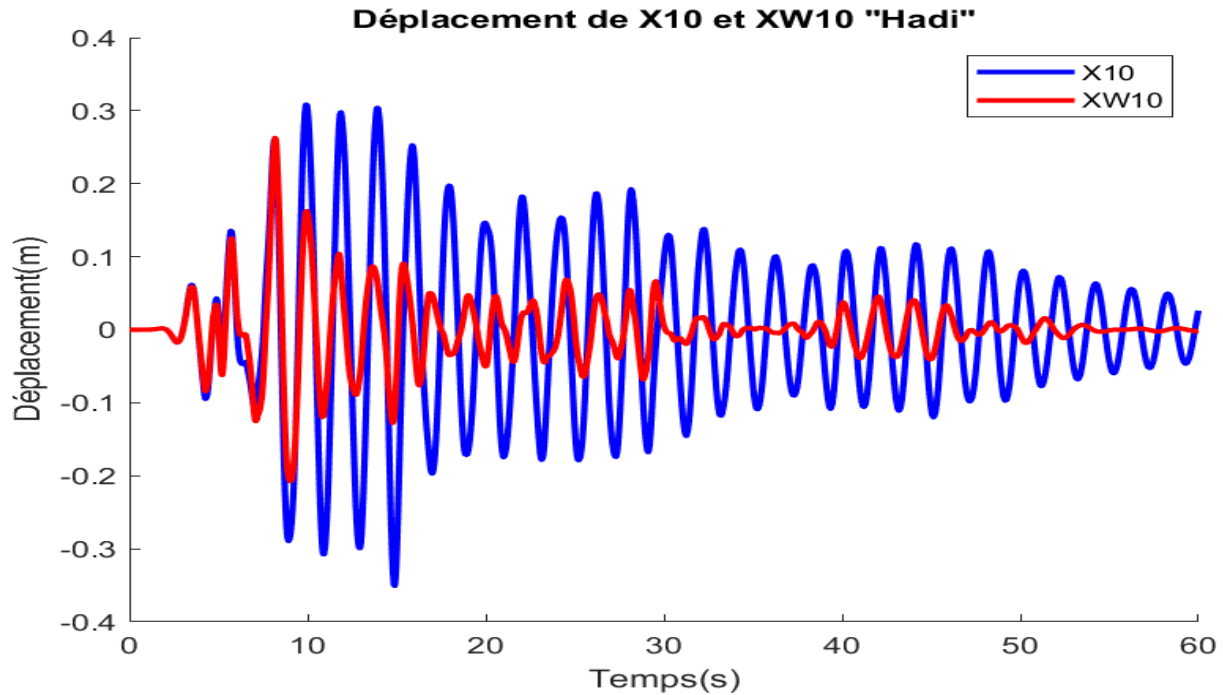


Figure 5-12 : Déplacement du dernier étage de la structure avec TMD "Hadi".

#### 5.2.1.6 Optimisation de la norme-infinie $H_\infty$ :

$H_\infty$  (H-infini) désigne l'espace de Banach de toutes les fonctions à valeurs complexes définies  $F : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  qui sont analytiques et bornées dans la moitié droite ouverte du plan complexe et sont bornées sur l'axe imaginaire  $j\mathbb{R}$ .

La norme  $H_\infty$  de ces fonctions est définie comme suit :

$$\|F\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} |F(j\omega)|$$

Cette métrique représente la plus grande amplification des perturbations possibles par rapport à l'entrée sans provoquer d'instabilité du système, compte tenu de toutes les fréquences possibles.

En d'autres termes la norme-infinie est définie comme la plus grande valeur de la magnitude de  $F(s)$  sur l'axe complexe dans le plan  $s$ .

Notre objectif c'est de minimiser la norme-infinie de la fonction de transfert du système qui est donnée à partir de la représentation d'état par la formule :

$$Tr(j\omega) = (j\omega I - A)^{-1}H$$

Donc :

$$\|Tr(s)\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} |Tr(j\omega)|$$



En utilisant l'algorithme génétique pour l'optimisation de la norme-infinie, on définit la fonction objectif de l'algorithme d'optimisation comme suit :

- La fonction objectif (kd,cd) =  $\text{Min} (\|Tr(s)\|_{\infty})$

En utilisant le système SISO (single input single output) la fonction de transfert de l'étage 10 représente la fonction du coût de l'algorithme génétique.

-Pour les contraintes de l'Algorithme Génétique (AG) nous avons l'intervalle qui représente la plage de recherche de chaque paramètre.

- Les coefficients choisis pour l'algorithme génétique
  - La taille de la population =  $popsiz = 20$  ;
  - Le nombre de générations = 200 ;
  - La probabilité de croisement =  $p_c = 0,8$  ;
  - La probabilité de mutation =  $p_m = 0,05$ .
- Les contraintes choisis pour chaque paramètre
  - $0 \leq k_{TMD} \leq 1000 \text{ kN/m}$ ;
  - $0 \leq c_{TMD} \leq 1000 \text{ kN.s/m}$ ;
  - $m_{TMD} = 55.45 \text{ tonne}$ .

Les résultats obtenus sont les suivantes :

$$k_{TMD} = 426,07 \text{ kN/m.}$$

$$c_{TMD} = 58,51 \text{ kN.s/m.}$$

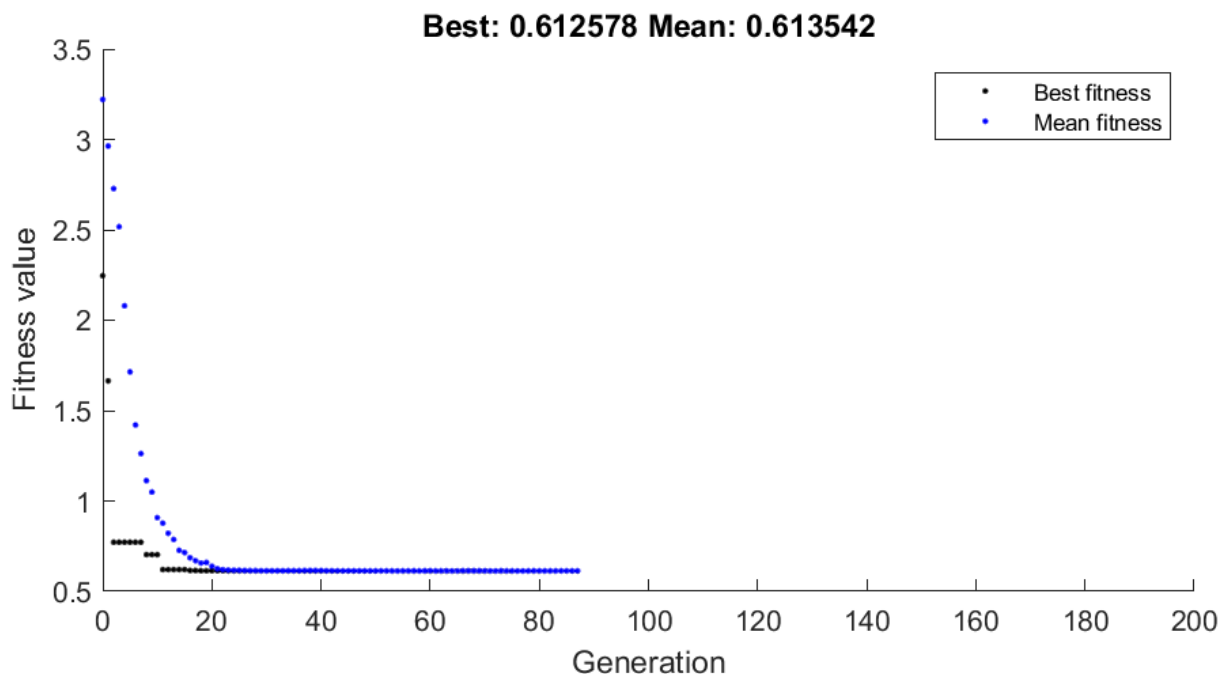


Figure 5-13 : La rigidité de l'algorithme génétique en fonction du nombre de génération.

Le critère d'arrêt de l'algorithme est satisfait après 88 itérations.

La réponse sismique de la structure avec ces paramètres donne une réduction de 24.77%.

Avec un déplacement de l'étage dernier de 26.34 cm.

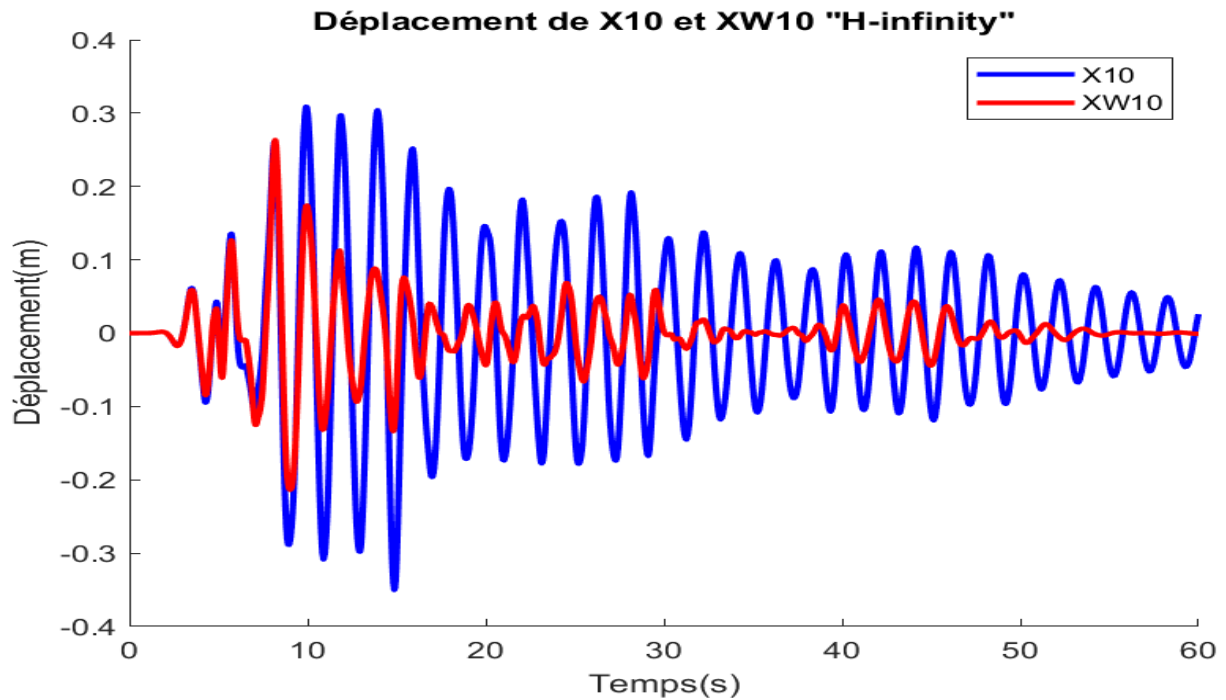


Figure 5-14: Déplacement du dernier étage de la structure avec TMD "H-infinie.

Tableau 5-3 : Déplacements maximale de l'exemple 1 du premier mode pour les différentes méthodes d'optimisation ( $\mu=5\%$ ).

Etage	Déplacement sans TMD (cm)	Den Hartog (cm)	Warburton (cm)	Sadek (cm)	Hadi (cm)	H-infinie (cm)
1 <sup>er</sup>	4.15	3.2312	3.1656	3.3653	3.21	3.28
2 <sup>ème</sup>	9.04	7.0146	6.8712	7.3139	6.98	7.12
3 <sup>ème</sup>	13.27	10.2821	10.0671	10.7369	10.23	10.43
4 <sup>ème</sup>	17.20	13.2892	12.9995	13.9064	13.22	13.49
5 <sup>ème</sup>	20.65	15.8495	15.4814	16.6392	15.77	16.10
6 <sup>ème</sup>	23.52	18.2829	18.0099	18.8320	17.80	18.15
7 <sup>ème</sup>	27.35	20.9628	20.6830	21.2098	20.41	20.46
8 <sup>ème</sup>	30.86	23.6144	23.3180	23.7906	22.95	22.98
9 <sup>ème</sup>	33.51	25.7657	25.4434	25.9487	25.02	25.07
10 <sup>ème</sup>	35.08	27.1005	26.7564	27.2922	26.28	26.35
<b>TMD</b>	////	58.2659	61.1902	46.2684	52.07	47.16

Tableau 5-4 : Pourcentage de réduction des déplacements de chaque méthode ( $\mu=3\%$ ).

Etage	Pourcentage de réduction Den-Hartog %	Pourcentage de réduction Warburton%	Pourcentage de réduction Sadek %	Pourcentage de réduction Hadi %	Pourcentage de réduction H-infinie %
1 <sup>er</sup>	22.7048	24.1138	19.1914	22.6514	21.35
2 <sup>ème</sup>	22.8126	24.2340	19.0685	22.7711	21.47
3 <sup>ème</sup>	22.9066	24.3643	19.0152	22.8680	21.56
4 <sup>ème</sup>	23.1079	24.6318	19.0379	23.0962	21.75
5 <sup>ème</sup>	23.5916	25.2156	19.1631	23.6546	22.19
6 <sup>ème</sup>	22.5384	23.5421	19.7601	24.3221	22.89
7 <sup>ème</sup>	23.6595	24.1791	22.1563	25.3885	24.94
8 <sup>ème</sup>	23.5405	24.0363	22.7389	25.6358	25.33
9 <sup>ème</sup>	23.5163	24.0106	22.4005	25.3478	25.22
10 <sup>ème</sup>	23.0621	23.5740	21.7451	25.0880	24.77

#### 5.2.1.7 Représentation de la Fonction de transfert :

Pour représenter la fonction de transfert, l'analyse de Bode s'avère être une technique fondamentale pour évaluer la réponse en fréquence des systèmes linéaires. Elle se caractérise par la création de graphiques de Bode qui présentent l'amplitude et la phase de la réponse d'un système face à des signaux d'entrée sinusoïdaux sur une plage de fréquences. La courbe d'amplitude met en évidence la variation du gain du système en fonction de la fréquence, révélant s'il amplifie ou atténue les signaux à différentes fréquences. Parallèlement, la courbe de phase illustre les décalages temporels entre le signal d'entrée et de sortie, fournissant des informations essentielles sur le comportement dynamique du système. Cette analyse est cruciale pour la conception, le réglage et la compréhension des systèmes de contrôle.

Dans le cas des TMDs, les données obtenues par les graphiques Bode revêtent une importance particulière pour garantir le fonctionnement optimal des systèmes complexes. De plus, cette analyse s'avère précieuse pour identifier les fréquences de résonance et les modes propres des systèmes, ce qui facilite la comparaison entre différentes méthodes d'optimisation et permet de sélectionner celle qui répond le mieux aux critères prédéfinis.

L'échelle logarithmique pris pour les courbes de Bode est donnée par :

$$dB = 20 \text{Log}_{10} |P(j\omega)|.$$

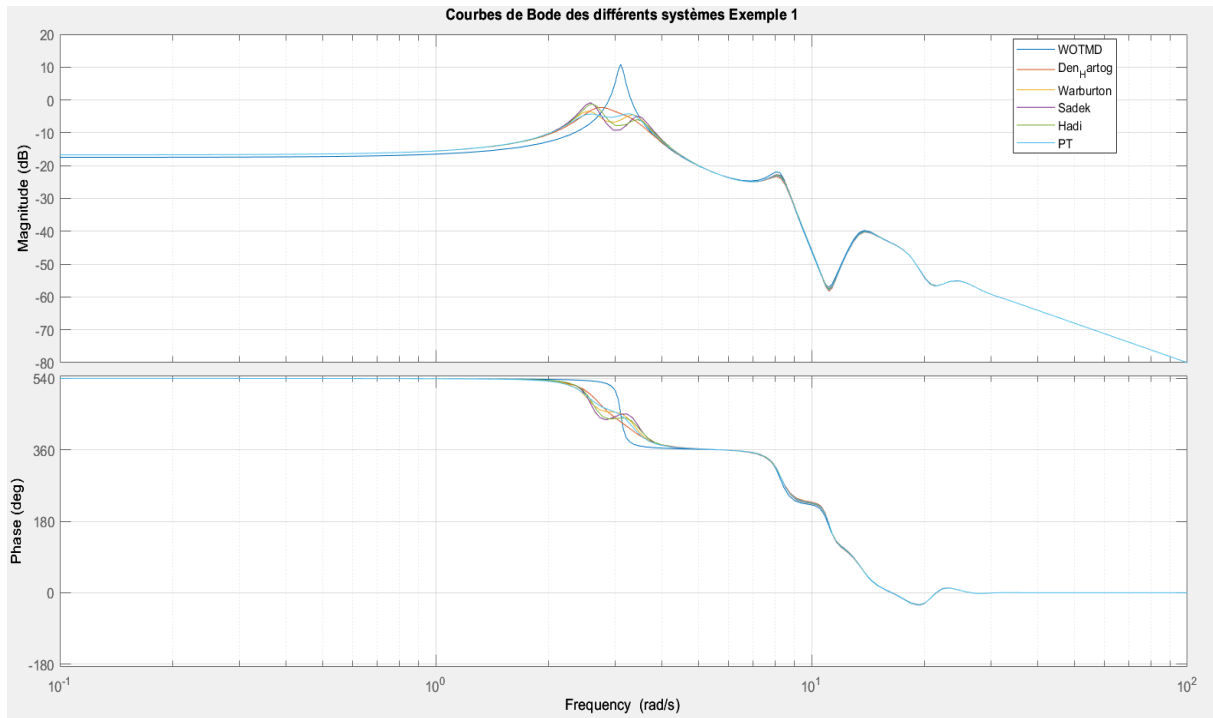


Figure 5-15 : Analyse de Bode de l'exemple 1 de l'étage 10 pour les différents systèmes.

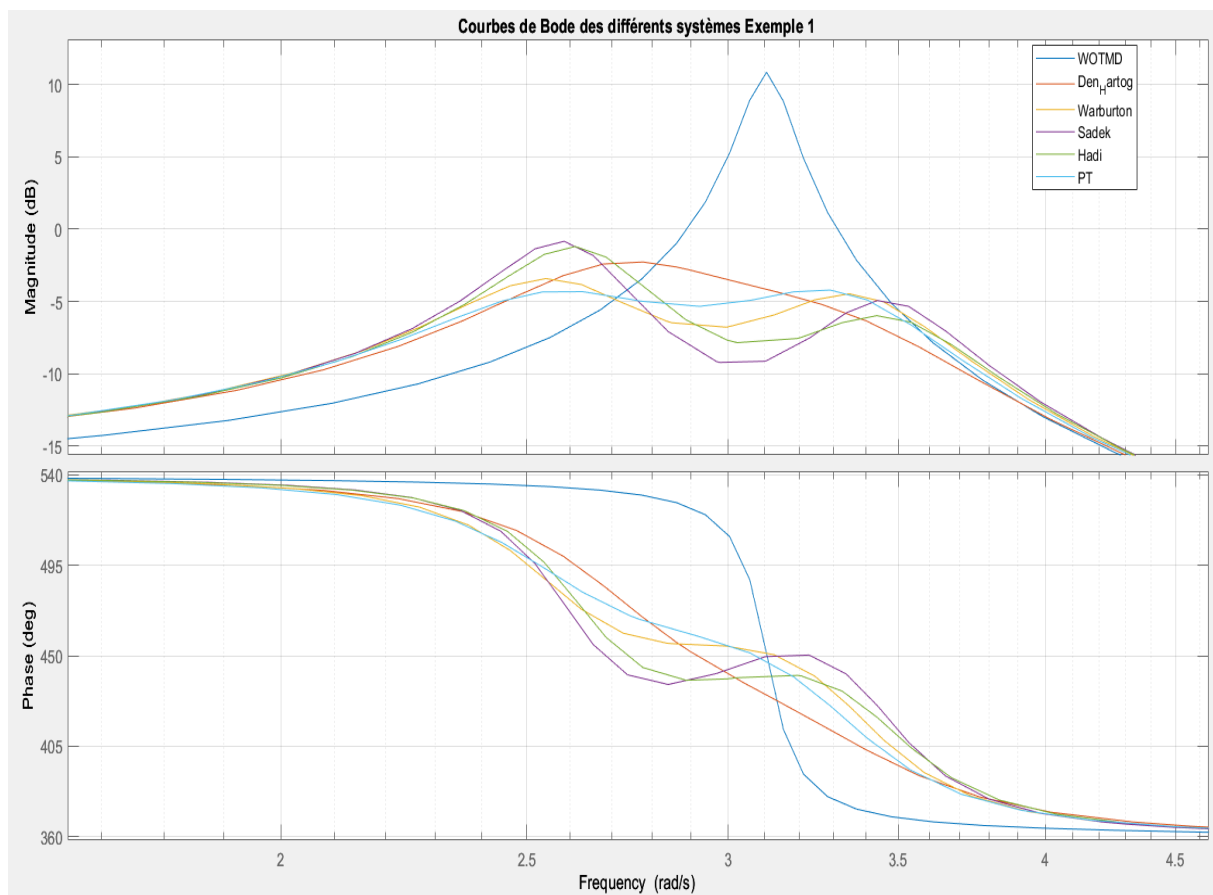


Figure 5-16 : Courbe agrandie de l'analyse de Bode de la fonction de transfert de l'étage 10.

**Commentaire :**

Dans ce cas où le contrôle des vibrations est limité à un seul mode, on peut remarquer que les différentes méthodes ont produit des résultats distincts, que ce soit dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel. Cette variation des résultats entre les diverses méthodes témoigne de la robustesse de chaque approche d'optimisation de contrôle des vibrations utilisée. Malgré ces variations, il est important de noter que ces méthodes offrent des résultats satisfaisants et ont tendance à bien fonctionner pour réduire les vibrations et améliorer les performances structurales.

L'objectif central de ces méthodes est d'assurer l'absorption de la fréquence de résonance de la structure. Ce résultat est rendu possible en créant une résonance en phase opposée entre le Tuned Mass Damper (TMD) et la structure principale. Cette résonance particulière permet au TMD d'absorber l'énergie vibratoire qui, autrement, serait amplifiée en raison de la résonance naturelle de la structure.

Dans ce contexte, les TMDs ont démontré une capacité exceptionnelle à absorber les vibrations, garantissant ainsi une réduction significative des oscillations indésirables et contribuant à une meilleure stabilité et performance structurelle. Le contrôle des vibrations d'une structure à travers sa représentation par l'équation découplé du mode fondamental qui absorbe la grande partie de l'énergie du système reste une approche très utile et dans ce cas ce dispositif reste une solution efficace pour les structures soumises à des forces dynamiques telles que le vent, les séismes ou d'autres excitations externes.

La représentation de la fonction de transfert met en évidence l'absorption du pic de résonance créée par chaque système aux dépens du système principal non contrôlé. Cette capacité d'absorption du pic de résonance joue un rôle essentiel dans la réduction des vibrations indésirables et dans l'amélioration de la stabilité du système global.

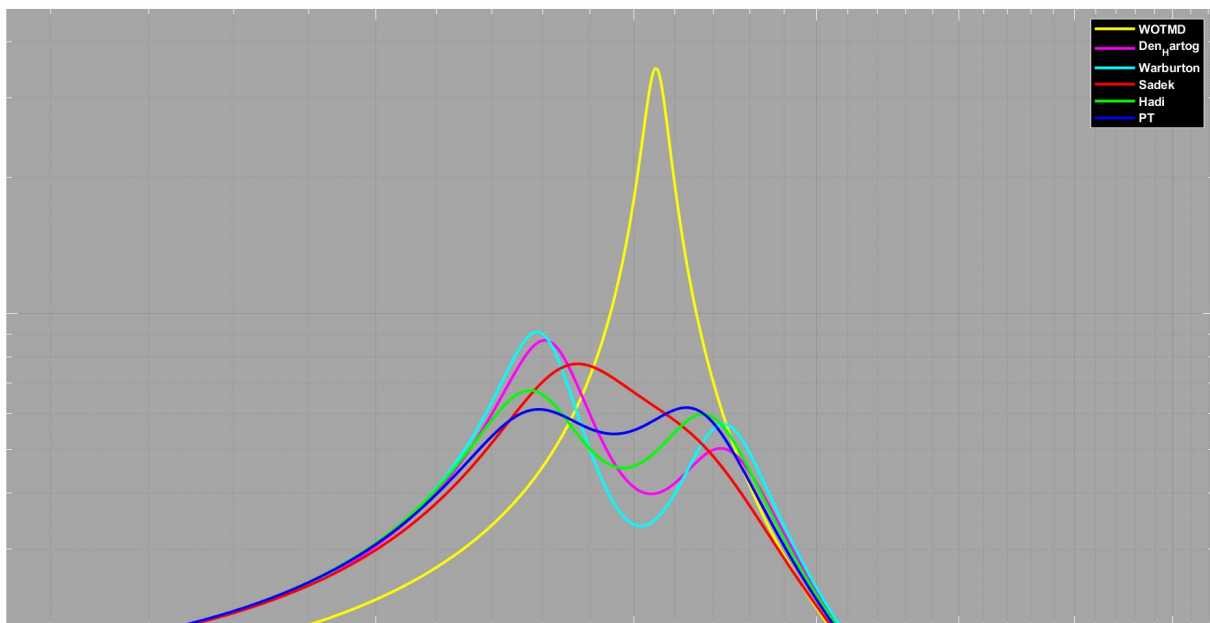


Figure 5-17 : : La réponse fréquentielle dans le domaine complexe en utilisant la fonction "frsp" dans Matlab de l'étage 10.

### 5.2.2 Exemple 2 :

Dans le deuxième exemple, nous avons traité le bâtiment à dix étages équipé d'un amortisseur à masse accordée (TMD) fixé au dernier étage, basé sur l'étude de Singh et al.[77]. Les caractéristiques du bâtiment ont été modifiées par Hadi et Arfiadi [49]. Cette structure représente un bâtiment où chaque étage a la même masse (360 tonnes), le même coefficient d'amortissement (6,2 MNs/m), et la même raideur (650 MN/m). L'exemple a été analysé en utilisant comme signaux d'entrée l'enregistrements accélérométriques du séisme de l'Imperial Valley (El Centro) de 1940.

La représentation mathématique de la structure dans ce cas est différente de l'exemple 1, qui est basée sur l'équation du mouvement découplée du premier mode. Cette fois, nous allons contrôler la structure en utilisant l'équation du mouvement dans ses coordonnées généralisées et les méthodes d'optimisation pris en considération sont celle qui contrôle tous les modes de la structure (voir Hadi et Arfiadi [49]).

Tableau 5-5 : Caractéristiques physique de la structure 2 [49].

Etage	Masse (tonne)	Rigidité (KN)	Amortissement (kn.s/m)
1	360	$650 \times 10^3$	$6.2 \times 10^3$
2	360	$650 \times 10^3$	$6.2 \times 10^3$
3	360	$650 \times 10^3$	$6.2 \times 10^3$
4	360	$650 \times 10^3$	$6.2 \times 10^3$
5	360	$650 \times 10^3$	$6.2 \times 10^3$
6	360	$650 \times 10^3$	$6.2 \times 10^3$
7	360	$650 \times 10^3$	$6.2 \times 10^3$
8	360	$650 \times 10^3$	$6.2 \times 10^3$
9	360	$650 \times 10^3$	$6.2 \times 10^3$
10	360	$650 \times 10^3$	$6.2 \times 10^3$

Tableau 5-6 : Les propriétés dynamiques modales de la structure.

Fréquences naturelles de la structure de chaque mode (Hz)									
$f_1=1.01$	$f_2=3.01$	$f_3=4.94$	$f_4=6.76$	$f_5=8.43$	$f_6=9.92$	$f_7=11.18$	$f_8=12.19$	$f_9=12.93$	$f_{10}=13.38$
Rapport d'amortissement de chaque mode (%)									
$\xi_1=3.03$	$\xi_2=9.02$	$\xi_3=14.81$	$\xi_4=20.27$	$\xi_5=25.27$	$\xi_6=29.71$	$\xi_7=33.49$	$\xi_8=36.52$	$\xi_9=38.73$	$\xi_{10}=40.08$

En utilisant l'analyse de Bode on peut tracer la fonction de transfert à partir de l'équation différentielle homogène du mouvement du dernier étage de la structure qui sera transformée en une équation linéaire du premier ordre pour l'obtention de la représentation d'état, cette dernière sera transformée en une fonction de transfert de l'étage 10, la Figure 5-14 donne la courbe de Bode de la fonction de transfert.

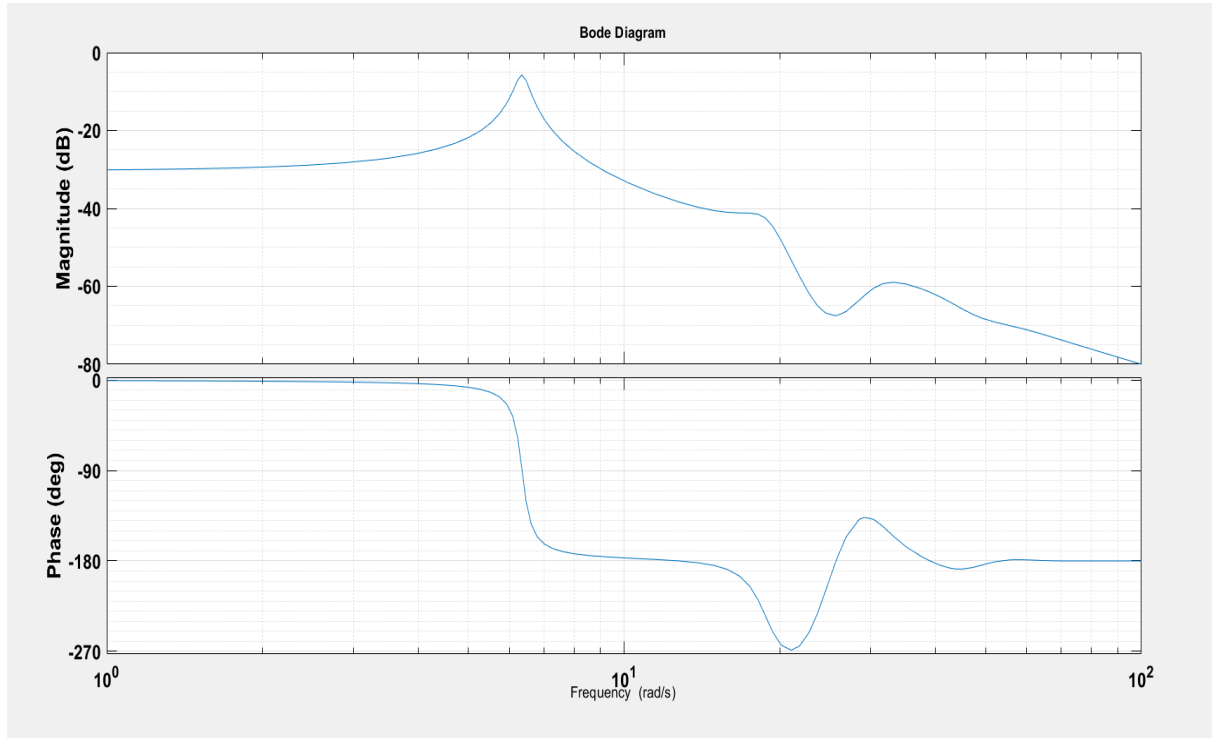


Figure 5-18 : : La fonction de transfert de l'étage 10 de la structure 2 en utilisant l'analyse de Bode «  $\omega_s = 6.34 \text{ rad/s}$  ».

Dans l'exemple 2 on prend un rapport de masse  $\mu = 3\%$  :

5.2.2.1 Méthode de Den-Hartog :

$$f = \frac{1}{1+\mu} \text{ et } \xi = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}}$$

$$f_{opt} = \frac{1}{1+0.03} = 0.9709 \text{ Et } \xi_{opt} = \sqrt{\frac{3 \cdot 0.03}{8(1+0.03)}} = 10.45 \%$$

$$k_{TMD} = (6.34 \times f_{opt})^2 * 108 = 4092.15 \text{ kN/m.}$$

$$c_{TMD} = 2\xi_{opt} m_{TMD} \omega_{TMD} = 2\xi_{opt} m_{TMD} \omega_s f_{opt} = 138.94 \text{ kN.s/m.}$$

$$\text{Avec une periode de : } T_{TMD} = 2\pi \sqrt{\frac{m_{TMD}}{k_{TMD}}} = 2\pi * \sqrt{\frac{108}{4092.15}} = 1.021 \text{ s}$$

5.2.2.2 Méthode de Warburton :

$$f_{opt} = \frac{\sqrt{1-\mu/2}}{1+\mu} \text{ Et } \xi_{opt} = \sqrt{\frac{\mu(1-\mu/4)}{4(1+\mu)(1-\mu/2)}}$$

$$f_{opt} = 0.9636 \text{ Et } \xi_{opt} = 8.56 \%$$

$$k_{TMD} = (6.34 \times f_{opt})^2 * 108 = 4030.84 \text{ kN/m.}$$

Et

$$c_{TMD} = 2\xi_{opt}m_{TMD}\omega_s f_{opt} = 112.96 \text{ kN.s/m.}$$

Avec une période de :  $T_{TMD} = 1.0284 \text{ s.}$

### 5.2.2.3 Méthode de Sadek et Mohraz :

Les formules d'optimisation de Sadek donnent les formules suivantes comme dans (4.49 et 4.51) avec le rapport d'amortissement du premier mode  $\xi_s = 3.03 \%$  :

$$f_{opt} = \frac{1}{1 + \mu\Phi} \left[ 1 - \xi_s \sqrt{\frac{\mu\Phi}{1 + \mu\Phi}} \right]$$

$$\text{Et } \xi_{opt} = \Phi \left[ \frac{\beta}{1+\mu} + \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}} \right]$$

$$f_{opt} = 0.9659 \text{ Et } \xi_{opt} = 20.01\%$$

$$k_{TMD} = (6.34 \times 0.9659)^2 * 108 = 4050.11 \text{ kN/m.}$$

Et

$$c_{TMD} = 2\xi_{opt}m_{TMD}\omega_s f_{opt} = 264.68 \text{ kN.s/m.}$$

Avec une période de :  $T_{TMD} = 1.026 \text{ s.}$

### 5.2.2.4 Méthode de Lee :

En utilisant l'approche de Leung et Lee [46] qui donne :

$$m_{TMD} = 108 \text{ tonne;}$$

$$k_{TMD} = 4126.93 \text{ KN/m;}$$

$$c_{TMD} = 271.79 \text{ KN.s/m.}$$

### 5.2.2.5 Méthode de Hadi et Arfiadi :

1-Les résultats de l'approche de Hadi [49] donne :

$$m_{TMD} = 108 \text{ tonne;}$$

$$k_{TMD} = 3750 \text{ KN/m;}$$

$$c_{TMD} = 151.5 \text{ KN.s/m.}$$

Qui correspond à une période de :  $T_{TMD} = 1.066 \text{ s}$

Avec un rapport d'amortissement :  $\xi_{TMD} = 11.90\%$ .



### 5.2.2.6 Optimisation de la norme-infinie $H_\infty$ :

Les résultats obtenus à partir de la minimisation de la norme infinie de la fonction de transfert de l'étage 10 en utilisant le système SISO (single input and single output), pour les mêmes valeurs des paramètres de l'algorithme génétique utilisé dans l'exemple, ce qui donne les résultats suivants :

$$m_{TMD} = 108 \text{ tonne};$$

$$k_{TMD} = 3694.43 \text{ KN/m};$$

$$c_{TMD} = 189.03 \text{ KN.s/m}.$$

L'évolution de la meilleure solution trouvée pour chaque itération (génération) de l'algorithme génétique est représenté da la Figure ci-dessous.

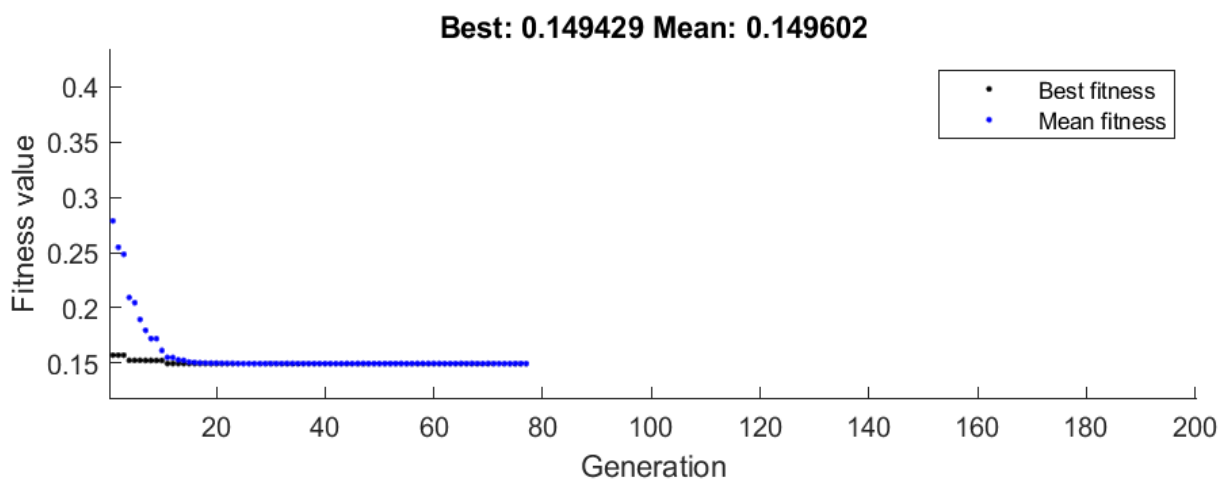


Figure 5-19 : Courbe d'évolution de la valeur de la norme infinie en fonction du nombre de génération de l'AG pour un critère d'arrêt.

Le résultat qui correspond à une période de :  $T_{TMD} = 1.066 \text{ s}$

Avec un rapport d'amortissement :  $\xi_{TMD} = 11.90\%$ .

### 5.2.2.7 Réponse sismique :

Nous avons limité ce travail à l'optimisation des caractéristiques mécaniques du TMD pour la réduction des déplacements maximaux. Par conséquent, la masse a été fixée à 108 tonnes, correspondant à un rapport de masse de 3% les différentes méthodes seront examinée dans le domaine temporelle en utilisant le séisme d'El-Centro.

On commence par la réponse de la structure sans TMD suite à l'application du signal accélérométrique du séisme de l'Imperial Valley montré auparavant sur la Figure 5-6 la réponse de la structure de l'exemple 2 donne un pic de réponse de 18.86 cm.

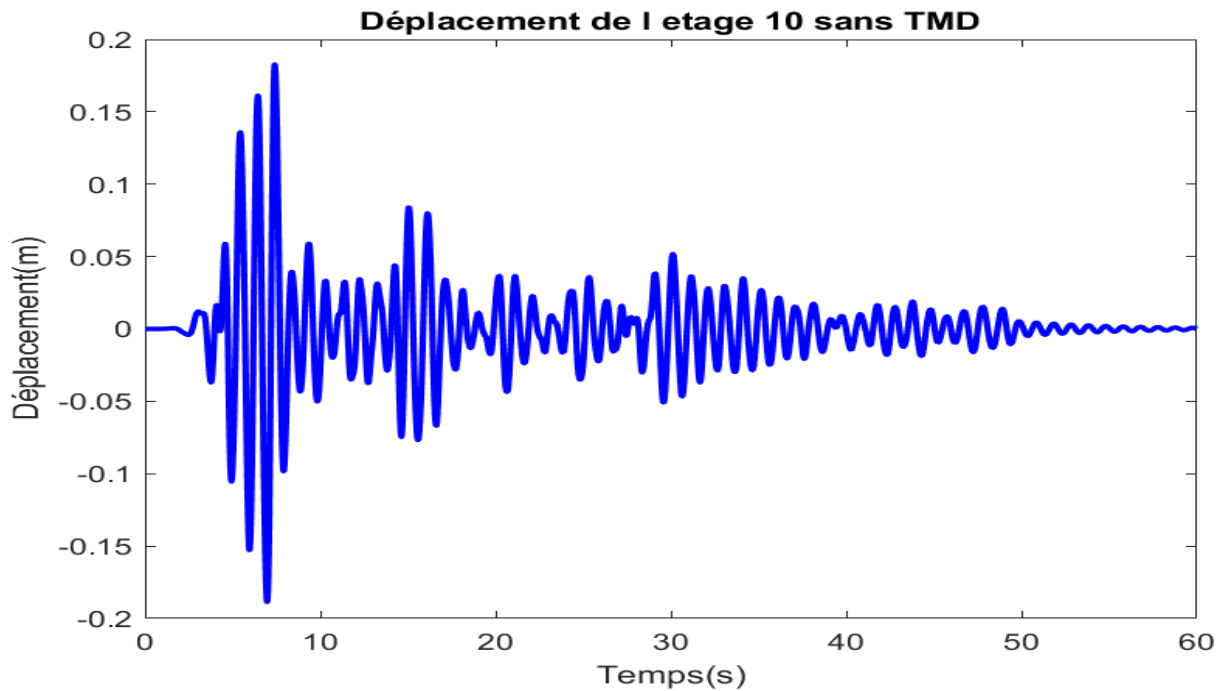


Figure 5-20 : Réponse en déplacement de la structure 2 suite à l'application du signal sismique d'El-Centro.

-Den Hartog :

Pour les paramètres  $k_d = 4092.15 \text{ KN/m}$ ;  $c_d = 138.94 \text{ KN.s/m}$  la réponse sismique de l'étage 10 ne dépasse pas 11.98 cm qui est relativement plus petit de 36.95%.

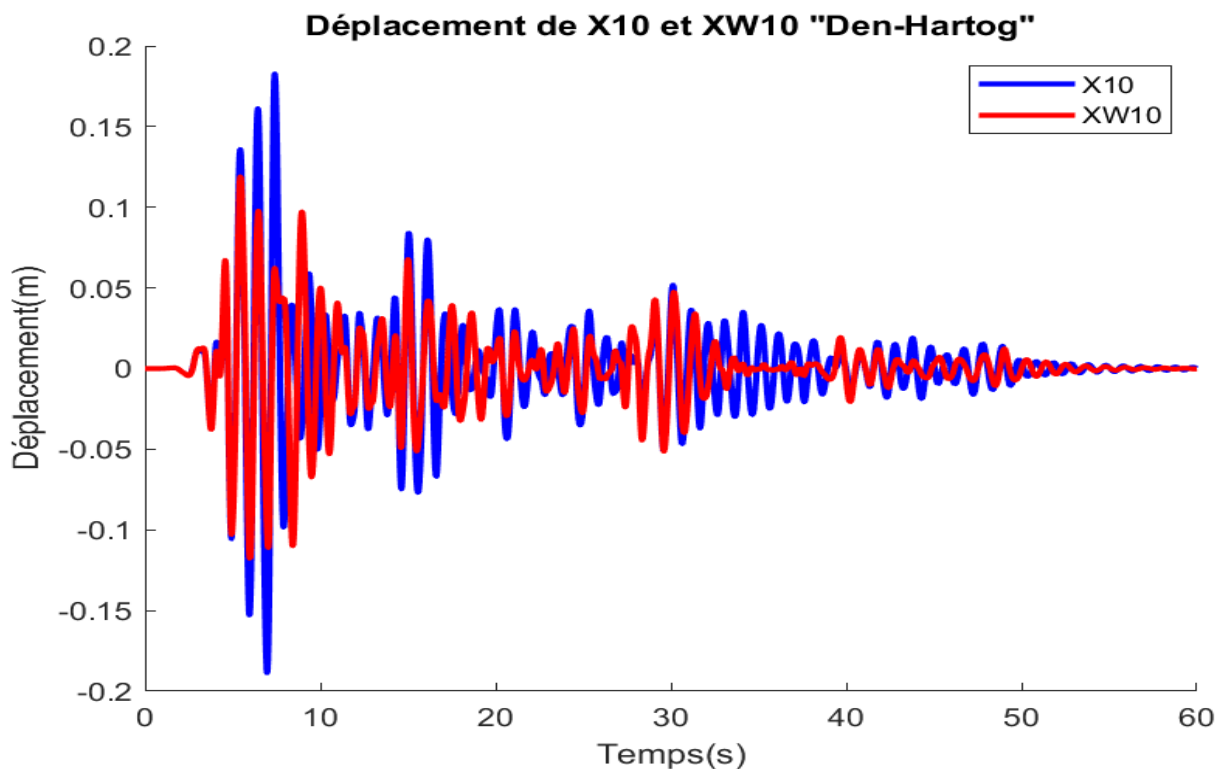


Figure 5-21 : Réponse en déplacement de la structure 2 avec et sans TMD étage 10 Méthode de Den-Hartog.

-Warburton :

Les résultats de Warburton donnent une réponse de 12.16 cm de l'étage 10 pour les paramètres de rigidité et de masses données respectivement 4030.84 kN/m et 112.96 kN.s/m.

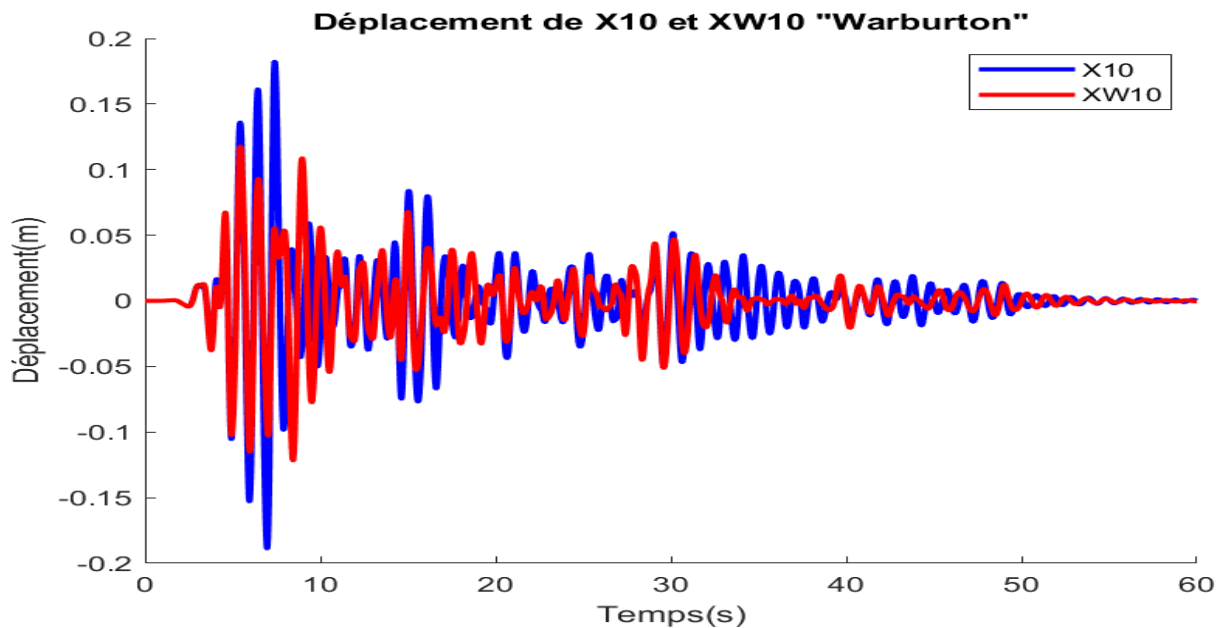


Figure 5-22 : Réponse en déplacement de la structure 2 avec et sans TMD étage 10 Méthode de Warburton.

-Sadek :

La méthode de Sadek donne une réduction de 28.73% correspond à  $x_{max}^{10} = 13.43 \text{ cm}$ .

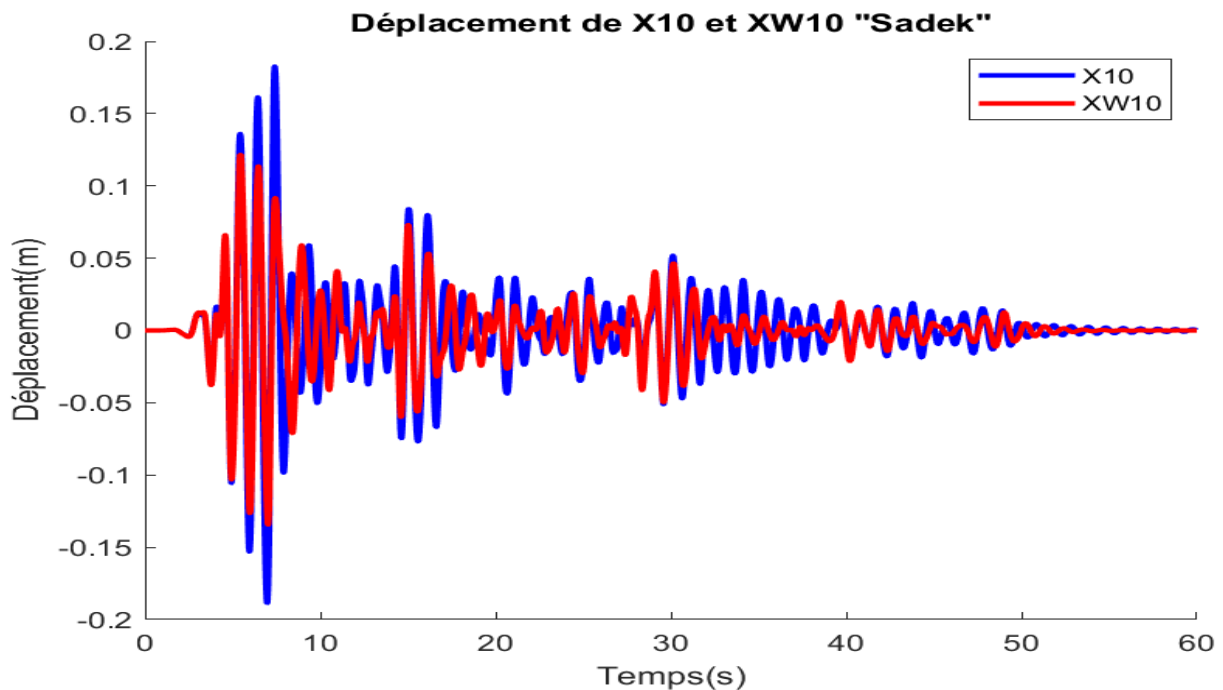


Figure 5-23: Réponse en déplacement de la structure 2 avec et sans TMD étage 10 Méthode de Sadek.

-Lee :

La réponse de l'étage 10 donne un pic de réponse de 11.90 cm.

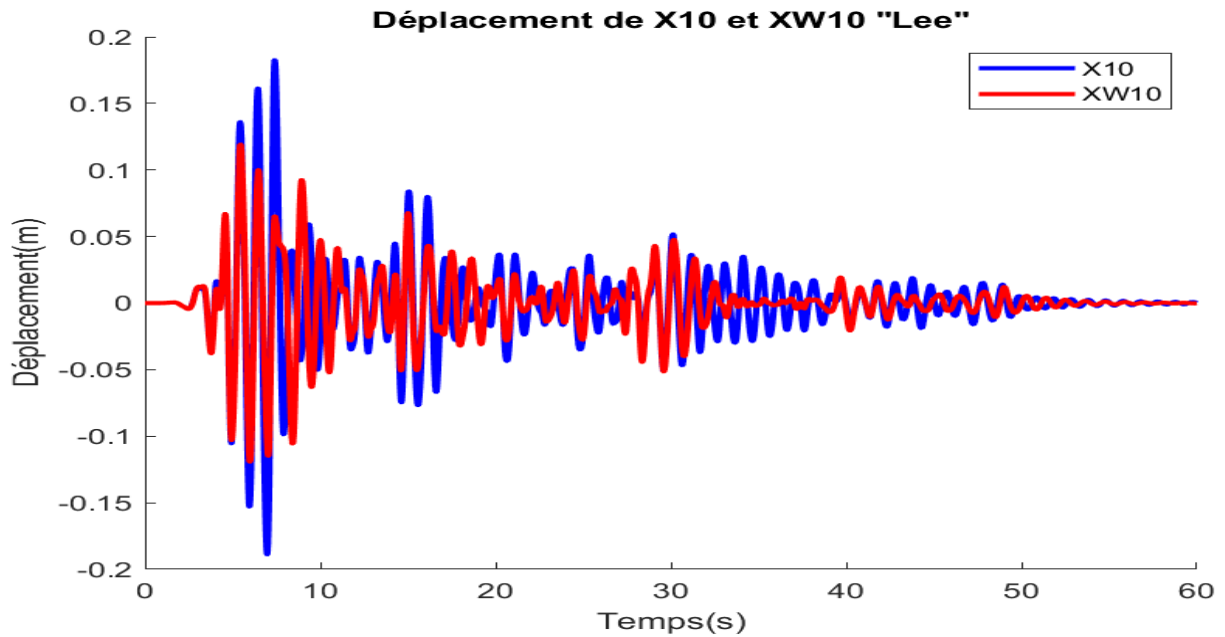


Figure 5-24 : Réponse en déplacement de la structure 2 avec et sans TMD étage 10 Méthode de Lee.

-Hadi :

Suite à l'application donnée par Hadi la réduction en déplacement maximale atteint 37.30% pour une valeur de 11.82 cm.

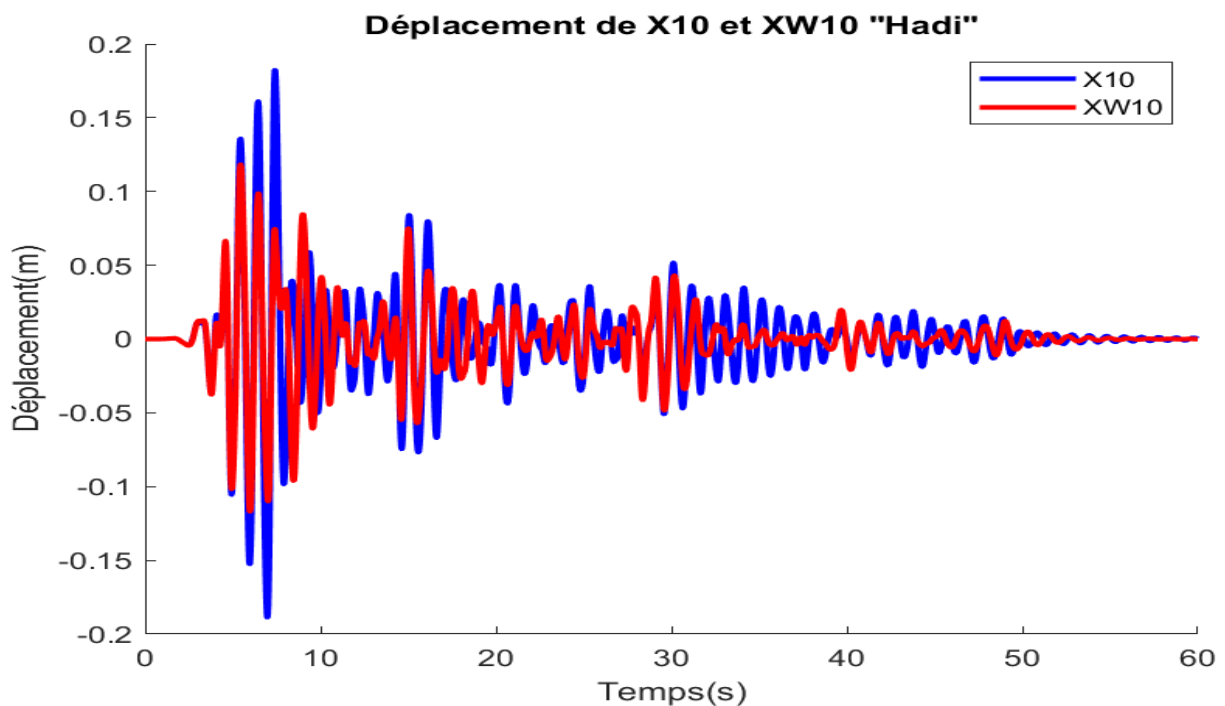


Figure 5-25: Réponse en déplacement de la structure 2 avec et sans TMD étage 10 Méthode de Hadi.

$-H_{\infty}$  :

Le résultat propre à ce travail suite à l'optimisation de la norme  $H_{\infty}$  de la fonction de transfert de l'étage 10 donne une réduction en terme du déplacement de l'étage dernier qui est de 36.23% pour un déplacement de 11.99 cm la figure 5-26 donne la courbe de réponse de l'étage 10.

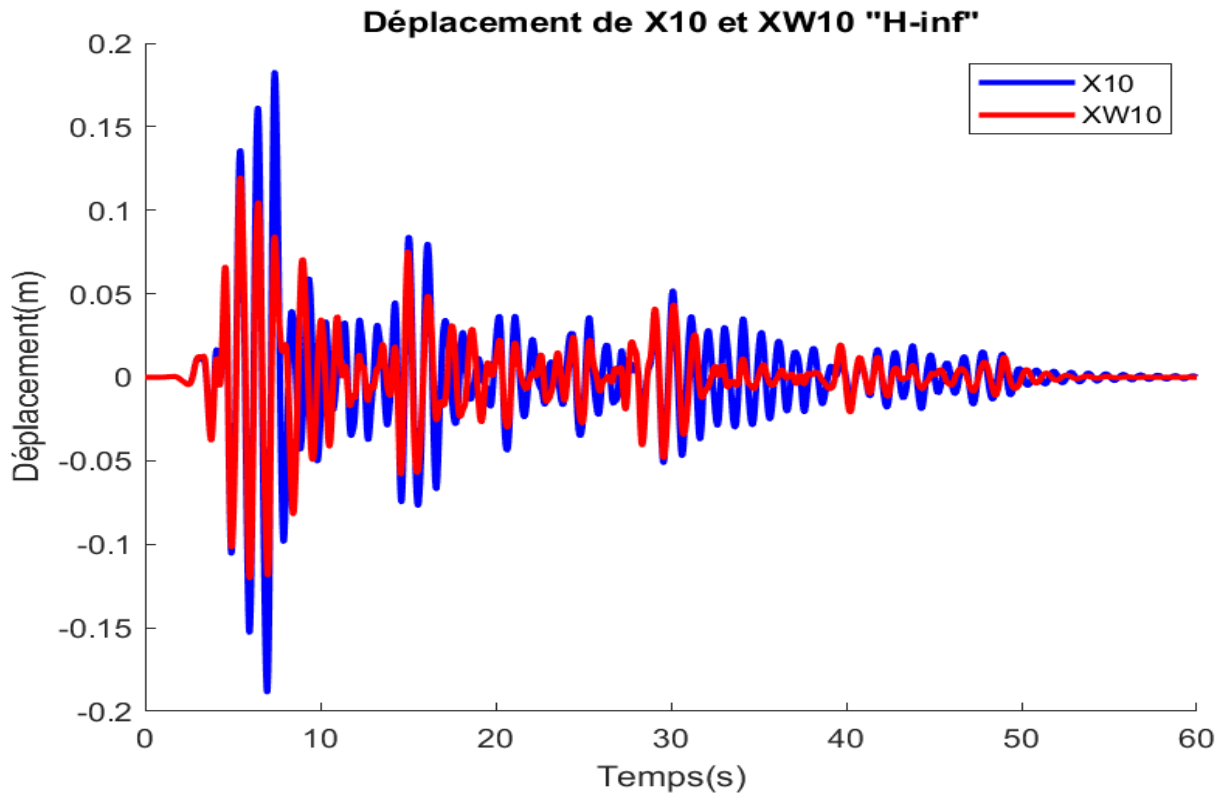


Figure 5-26 : Réponse en déplacement de la structure 2 avec et sans TMD de l'étage 10  
Méthode de en utilisant la norme-infinie.

Le Tableau 5-8 récapitule les résultats des déplacements obtenus à l'aide des différentes méthodes détaillées dans le chapitre précédent. Cette comparaison permet d'évaluer la performance de ces méthodes par rapport à d'autres approches dans le domaine temporelle suite à l'application du séisme de l'Imperial-Valley.

Le Tableau 5-9 présente une comparaison des réductions relatives de déplacement obtenues par chaque méthode, offrant ainsi un aperçu de l'impact du TMD sur le système principal. Cette comparaison permet également d'évaluer les différentes approches proposées.

Les résultats obtenus suite à l'application du séisme d'El-Centro sont donnés dans les deux tableaux suivants :

Tableau 5-7 : Résultats obtenus suite à l'application des différentes méthodes en utilisant les enregistrements accélérométrique du séisme d'El-Centro.

Etage	Déplacement sans TMD (cm)	Den-Hartog (cm)	Warburton (cm)	Sadek (cm)	Lee (cm)	Hadi (cm)	H-inf (cm)
1 <sup>er</sup>	3.08	1.80	1.79	2.07	1.81	1.82	1.74
2 <sup>ème</sup>	6.04	3.51	3.49	4.06	3.53	3.55	3.42
3 <sup>ème</sup>	8.78	5.09	5.12	5.92	5.11	5.10	5.02
4 <sup>ème</sup>	11.23	6.51	6.66	7.63	6.56	6.51	6.53
5 <sup>ème</sup>	13.36	7.86	8.06	9.11	7.95	7.88	7.92
6 <sup>ème</sup>	15.18	9.06	9.29	10.44	9.16	9.06	9.15
7 <sup>ème</sup>	16.65	10.06	10.35	11.52	10.18	10.06	10.19
8 <sup>ème</sup>	17.76	10.93	11.19	12.37	10.99	10.89	11.01
9 <sup>ème</sup>	18.49	11.55	11.81	13.04	11.57	11.50	11.59
10 <sup>ème</sup>	18.86	11.89	12.16	13.43	11.90	11.82	11.93
<b>TMD</b>	////	45.10	48.24	33.69	43.78	39.90	44.45

Tableau 5-8 : Pourcentage de réduction pour les différentes méthodes en utilisant l'enregistrements accélérométrique du séisme d'El-Centro( $\mu=3\%$ ).

Etage	Pourcentage de réduction Méthode de Den-Hartog %	Pourcentage de réduction Méthode de Warburton %	Pourcentage de réduction Méthode de Sadek %	Pourcentage de réduction Méthode de Lee %	Pourcentage de réduction Méthode de Hadi %	Pourcentage de réduction Dans le présent travail %
1 <sup>er</sup>	41.67	41.88	32.93	41.34	40.86	37.11
2 <sup>ème</sup>	41.76	42.18	32.46	41.61	41.28	37.49
3 <sup>ème</sup>	41.80	41.62	32.49	41.74	41.87	37.81
4 <sup>ème</sup>	41.83	40.67	32.17	41.58	41.95	37.83
5 <sup>ème</sup>	41.16	39.66	31.94	40.52	41.03	38.08
6 <sup>ème</sup>	40.36	38.74	31.30	39.71	40.31	38.16
7 <sup>ème</sup>	39.56	37.82	30.77	38.91	39.59	38.07
8 <sup>ème</sup>	38.44	36.93	30.20	38.14	38.68	37.37
9 <sup>ème</sup>	37.50	36.14	29.40	37.47	37.79	36.79
10 <sup>ème</sup>	36.95	35.51	28.73	36.90	37.29	36.39

5.2.2.8 Représentation de la fonction de transfert avant et après l'application du TMD :

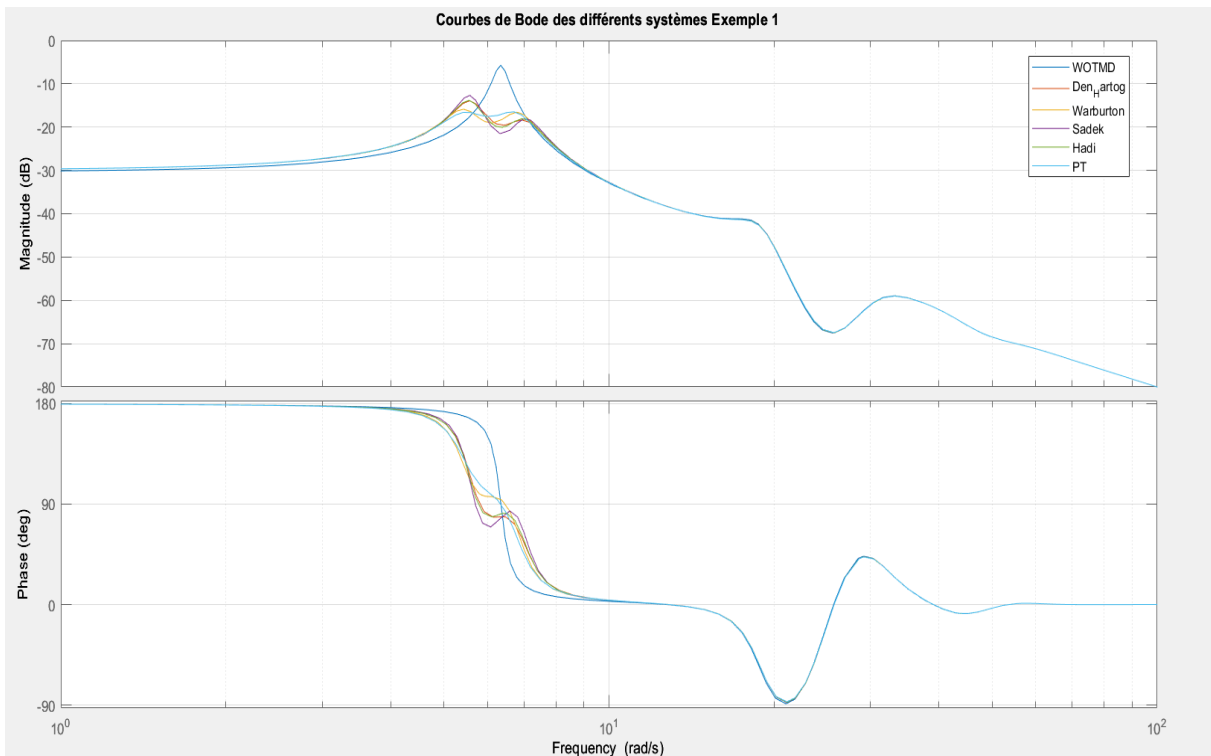


Figure 5-27 : Courbes de Bode des différents systèmes.

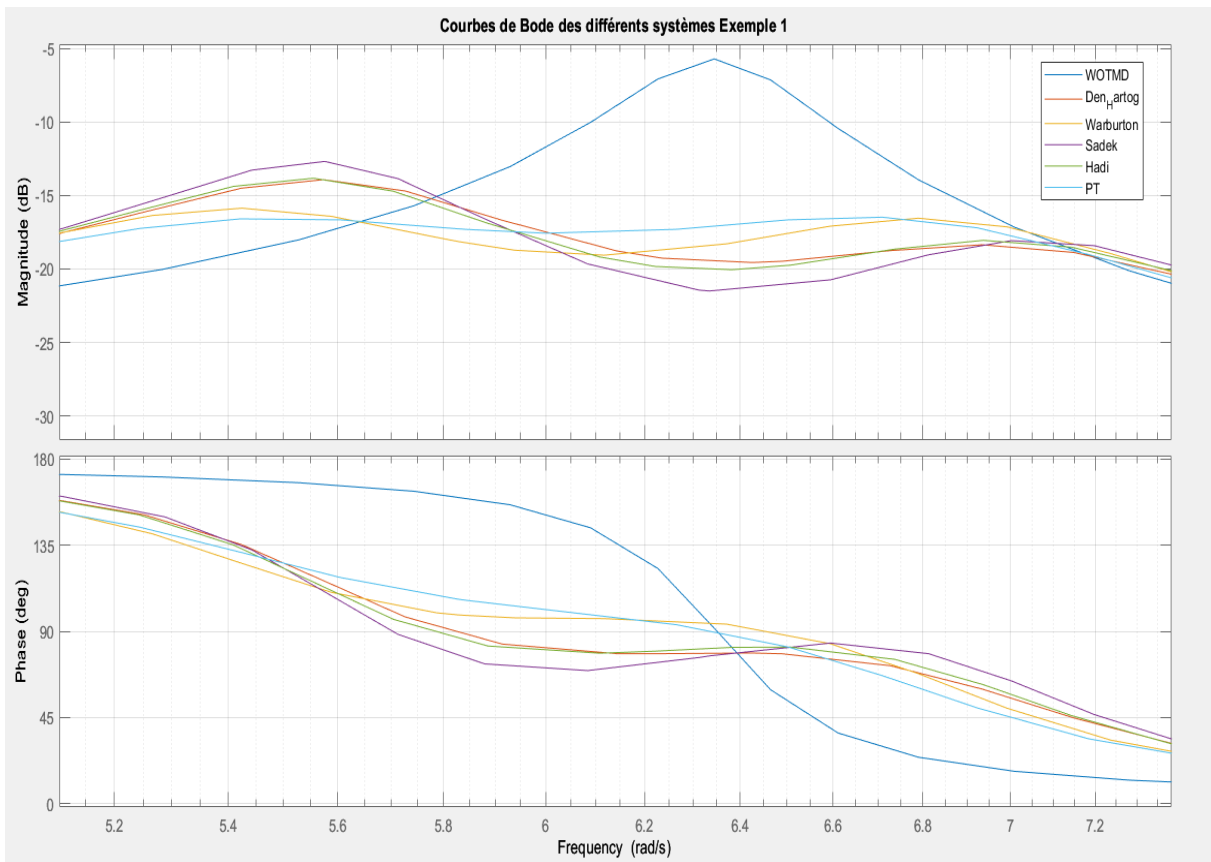


Figure 5-28 : Courbes agrandie de l'analyse de Bode des différents systèmes.

**- Commentaire :**

L'examinations de ces résultats montre que l'excitation sismique ne donne pas des renseignements décisifs sur le choix le plus approprié pour les systèmes TMD dans le cas des applications parasismique.

Il est remarquable que le contenu fréquentielle de signal d'entré à un effet sur l'efficacité du système TMD, ce qui nécessite un passage au domaine fréquentiel.

En examinant le domaine fréquentiel, il devient manifeste que les méthodes du contrôle robuste se distingue par la plus significative réduction du facteur d'amplification dynamique par rapport aux autres approches explorées dans cette étude. Cette conclusion peut être expliquée par la nature de l'approche robuste basée sur la norme  $H_2$  et  $H_\infty$ .

La norme-2, couramment utilisée en contrôle robuste, évalue la performance d'un système de contrôle en termes d'atténuation des perturbations et de précision du suivi de référence sur une plage de fréquences. Elle prend en compte les gains et les phases de la réponse en fréquence. En d'autres termes, elle mesure comment le système réagit à des perturbations de différentes fréquences, en évaluant à la fois l'amplitude et la phase des réponses. Un système de contrôle est considéré comme performant du point de vue de la norme-2 s'il atténue efficacement les perturbations et maintient une bonne précision de suivi de référence sur un large éventail de fréquences.

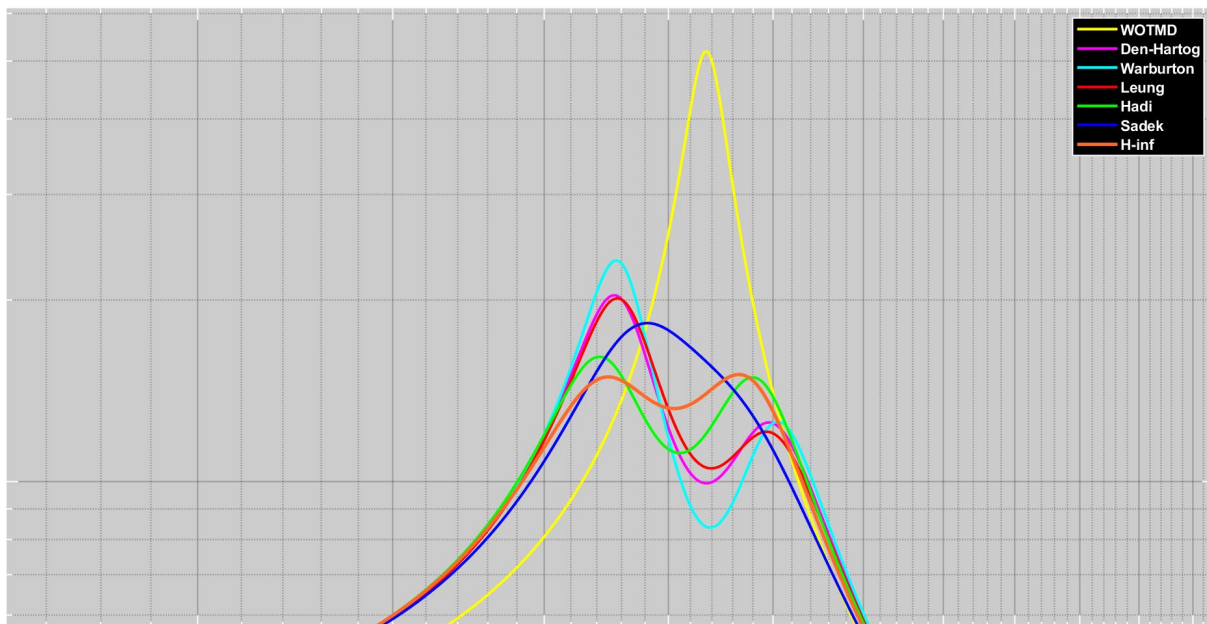


Figure 5-29: La réponse fréquentielle dans le domaine complexe en utilisant la fonction "frsp" dans Matlab de l'étage 10.

Dans le cas de structures très élancées soumises à une excitation par une accélération aléatoire du sol où on travaille plus avec un seul mode du comportement mais les coordonnées représentatives sont les coordonnées généralisées, la norme-2 se révèle particulièrement adaptée. Elle évalue la capacité du système de contrôle à maintenir des performances élevées sur une plage de fréquences étendue, ce qui est essentiel pour atténuer les effets des perturbations sur ce type de structures.



En résumé, la méthode de Hadi brille dans le domaine d'optimisation en raison de son efficacité à réduire l'amplification dynamique, une performance évaluée en fonction de la norme-2 qui tient compte des caractéristiques fréquentielles du système.

### CONCLUSION :

L'objectif de ce chapitre c'était d'appliquer les méthodes étudiées dans le chapitre quatre pour la détermination des paramètres optimaux du TMD pour réduire les réponses des bâtiments sous des charges sismiques. Ces paramètres optimaux doivent être à la fois mathématiquement minimaux et pratiques du point de vue physique et économique. Pour atteindre cet objectif, des approches métaheuristiques sont utilisées pour optimiser les paramètres du TMD, notamment la masse, la rigidité et l'amortissement.

Les résultats de l'exemple présenté dans ce chapitre ont démontré l'efficacité de l'approche robuste basée sur l'optimisation métaheuristique. Il convient de noter que les résultats obtenus par Hadi et al. restent parmi les meilleurs à ce jour. Ils permettent d'obtenir des résultats efficaces, que ce soit lorsqu'un TMD est conçu pour le contrôle d'un seul mode ou dans le cas où le mode à contrôler n'est pas spécifié. La robustesse de cette méthode en fait un choix polyvalent, pouvant être appliqué dans divers scénarios, y compris ceux impliquant plusieurs TMDs.

En utilisant des métaheuristiques, nous pouvons obtenir des paramètres qui sont efficaces et plus compacts que ceux obtenus par d'autres méthodes. Cette situation présente plusieurs avantages pour les bâtiments. Tout d'abord, la force exercée sur le bâtiment par le TMD est réduite en raison des faibles paramètres de rigidité et d'amortissement.

**Conclusion :**

Notre travail a été consacré à l'application des TMD dans les structures génie civil, l'objectif principal c'est le choix des paramètres des amortisseurs à masse accordée à rigidité et amortissement linéaires. Nous avons étudié un système parmi l'ensemble des systèmes passifs existants, dans le contexte d'un dispositif conçu pour l'absorption des vibrations sismiques.

Les différentes méthodes peuvent être classées en deux catégories la première catégorie englobe toutes les méthodes qui visent à utiliser des formules explicites ou analytiques, la deuxième catégorie utilise des approches robustes basées sur l'optimisation métaheuristique, qui sont des méthodes d'optimisation souples et qui prennent en considération la forte non linéarité et la multimodalité remarquable de notre problème d'optimisation.

Pour atteindre les objectifs de l'optimisation, plusieurs modèles physiques ont été proposés. En utilisant les principes du contrôle robuste et de la théorie de la commande optimale, les indices de performance  $H_2$  et  $H_\infty$  ont été employés pour parvenir à ces objectifs.

L'indice de performance  $H_2$  est une métrique qui évalue la capacité d'un système de contrôle à réduire l'énergie de l'erreur entre la réponse du système et la référence. Il se concentre sur la minimisation de l'erreur quadratique moyenne, ce qui signifie qu'il cherche à réduire l'énergie totale de l'erreur sur une certaine plage de fréquences. Cet indice est particulièrement utile lorsque l'atténuation des perturbations est un objectif crucial, comme dans le cas des systèmes de contrôle des vibrations. Lorsque l'énergie des perturbations est réduite, cela se traduit par des déplacements plus faibles et des contraintes moindres sur la structure.

L'indice de performance  $H_\infty$ , en revanche, se concentre sur la pire performance possible du système. Il évalue la capacité du système de contrôle à garantir une performance acceptable même en présence des perturbations les plus défavorables. Cette métrique est essentielle pour s'assurer que le système de contrôle reste robuste face à des conditions imprévues ou des perturbations extrêmes.

Dans le contexte de l'optimisation, la non-linéarité se réfère à la présence des relations non-linéaires entre les variables et la fonction objectif, tandis que la multimodalité fait référence à la présence de plusieurs optima locaux. Ces deux caractéristiques peuvent rendre la résolution des problèmes d'optimisation plus complexe.

La non-linéarité signifie que la fonction objective ou les contraintes ne peuvent pas être exprimées de manière linéaire (à partir des formules explicites).

Cela peut inclure des relations qui sont compliqué, i.e. la recherche de l'extrema local et global est un problème compliqué, ce qui prouve que les méthodes analytiques peuvent ne pas être applicables ou son domaine d'application est limités.

La multimodalité signifie qu'il existe plusieurs ensembles de valeurs de variables qui correspondent à des solutions optimales, chacune avec une valeur de fonction objectif similaire. Ces optimas locaux peuvent être de qualité variable, certains étant meilleurs que d'autres. La présence de plusieurs optimas locaux peut rendre difficile la recherche de la meilleure solution globale, car il peut être facile de rester piégé dans un optima local suboptimal.

Lorsque la non-linéarité et la multimodalité sont présentes simultanément, cela peut rendre le problème d'optimisation encore plus difficile. Des méthodes d'optimisation avancées sont souvent nécessaires pour explorer efficacement l'espace de recherche et trouver des solutions de haute qualité. Ces méthodes comprennent les algorithmes évolutifs, les algorithmes génétiques, les méthodes basées sur les essaims de particules, les algorithmes de recherche locale, l'algorithme de la recherche harmonique et l'algorithme des chauves-souris etc. Ces techniques permettent de gérer la non-linéarité et d'explorer différentes régions de l'espace de recherche pour trouver les optimas globaux ou de haute qualité.

Tous ce qui précède exige l'utilisation des méthodes d'optimisation efficaces pour trouver des résultats satisfaisants pour le choix des paramètres des systèmes TMDs, il faut aussi donner la remarque que les métaheuristique fournit un outil indispensable pour les chercheurs non seulement par l'efficacité assurés de cette approche, mais aussi la simplicité de ces méthodes .il faut dire aussi que ces méthodes de calcul évolutives ou métaheuristique vont contribuer dans la résolution de pas mal de problèmes technique dans le prochain avenir ce qui donne leurs importance.

---

**Références**

- 1- Soong, T.T. and G.F. Dargush, *Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering* 1997: Wiley.
- 2- S. Y. Chu, T. T. Soong, A. M. Reinhorn. *Active, Hybrid, and Semi-active Structural Control: A Design and Implementation Handbook* [1 ed.]. 2005. Wiley.
- 3- Kelly, J.M., R. Skinner, and A. Heine, Mechanisms of energy absorption in special devices for use in earthquake resistant structures. *Bulletin of NZ Society for Earthquake Engineering*, 1972. 5(3): p. 63-88.
- 4- A.Allani. Conception et optimisation d'amortisseurs à masse accordée pour les structures du génie civil. Enfr. Anissa Allani. Thèse de doctorat : HAL Id:tel-01291427 <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01291427> Submitted on 21 Mar 2016.
- 5- Djedoui, Nassim (2018) Modélisation et analyse du contrôle hybride (actif-passif) des vibrations des bâtiments sous sollicitations sismiques en champ proche. Doctoral thesis, UNIVERSITE MOHAMED KHIDER BISKRA. Thèse de doctorat.
- 6- Skinner, R., J. Kelly, and A. Heine, Hysteretic dampers for earthquake-resistant structures. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 1974. 3(3): p. 287-296.
- 7- Aiken, I.D., D.K. Nims, and J.M. Kelly, Comparative study of four passive energy dissipation systems. *Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering*, 1992. 25(3): p. 175-192.
- 8- Martinez-Romero, E., Experiences on the use of supplementary energy dissipators on building structures. *Earthquake spectra*, 1993. 9(3): p. 581-625.
- 9- Crosby, P., J. Kelly, and J. Singh. Utilizing visco-elastic dampers in the seismic retrofit of a thirteen-story steel framed building. in *Structures congress XII*. 1994. ASCE.
- 10- Hoang, N., Y. Fujino, and P. Warnitchai, Optimal tuned mass damper for seismic applications and practical design formulas. *Engineering Structures*, 2008. 30(3): p. 707-715.
- 11- Whittaker, A.S., et al., Seismic testing of steel plate energy dissipation devices. *Earthquake spectra*, 1991. 7(4): p. 563-604.
- 12- Kareem A. The next generation of tuned mass dampers. *Proc First World Conference on Structural Control*, FP5, 19-28, 1994.
- 13- Tamura Y., Fujii K., Ohtsuki T., Wakahara T. and Koshaka R. Effectiveness of tuned liquid dampers under wind excitations. *Engineering Structures* 17: 609-621, 1995.
- 14- Sadek F., Mohraz B. and Lew H.S. Single and Multiple tuned liquid dampers for seismic applications. *Earthquake Engineering and Structural Dynamic* 27: 439-463, 1998.
- 15- Carneal JP., Charette F. and Fuller CR. Minimization of sound radiation from plates using adaptive tuned vibration absorbers. *Journal of Sound and Vibration* 270(4): 781–792, 2004.
- 16- McNamara, R. J. Tuned mass dampers for buildings. *J. Struct. Div., ASCE* 103(9): 1785–1798, 1977.

- 17- Mariantonieta G. S. Investigation of passive control of irregular building structures using bidirectional tuned mass damper. Master of Science (M S), Structural Engineering, The Ohio State University, 2012.
- 18- Meirovitch L. and Oz H. Modal space control of distributed gyroscopic system. *Journal of Guidance, Control and System* 3 :140–150,1980.
- 19- Fang J.Q. The Design Theory and Method in Structural Control and Controlled Structures. Ph.D. Thesis, Wuhan University of Technology, PRC, 1993.
- 20- BAZ A. and POH S. Comparison between MIMSC, IMSC and PI in controlling flexible systems. NASA Technical Report Number, N87- 25605, 1987.
- 21- Fang J, Li Q.S and Jeary A. Modified independent modal space control of m.d.o.f. systems. *Journal of Sound and Vibration*, 261:421–441, 2003.
- 22- J. P. Den Hartog, *Mechanical Vibrations*, 4th edn, McGraw-Hill, New York, 1956.
- 23- J. Ormondroyd and J. P. Den Hartog, ‘The theory of the dynamic vibration absorber’, *Trans. ASME APM-50-7*, 9-22 (1928).
- 24- Ioi T, Ikeda K. On the dynamic vibration damped absorber of the vibration system. *Bull JSME* 1978; 21:64–71.
- 25- Warburton GB, Ayorinde EO. Optimum absorber parameters for simple systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 1980; 8:197–217.
- 26- Ayorinde EO, Warburton GB. Minimizing structural vibrations with absorbers. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 1980; 8:219–236.
- 27- Warburton GB. Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 1982; 10:381–401.
- 28- Villaverde R. Reduction in seismic response with heavily-damped vibration. Absorbers. *Earthq Eng Struct Dyn* 1985; 13:33–42.
- 29- Villaverde R, Koyama LA. Damped resonant appendages to increase inherent damping in buildings. *Earthq Eng Struct Dyn* 1993; 22:491–507.
- 30- Villaverde R, Martin SC. Passive seismic control of cable-stayed bridges with. Damped resonant appendages. *Earthq Eng Struct Dyn* 1995; 24:233–46.
- 31- Sadek F, Mohraz B, Taylor AW, Chung RM. A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications. *Earthq Eng Struct.Dyn* 1997;26:617–35.
- 32- Philippe G. Ciarlet, Jacques-Louis Lions. *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation - 5ème édition* Dunod.
- 33- Saadi Slami. *Introduction à l’optimisation Méta-heuristique*. OPU.2018.
- 34- Xin-She Yang (2005), *Engineering View of Metaheuristics*, Springer.
- 35- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*. Addison-Wesley Publishing Co., Inc., Reading, Mass.
- 36- Goldberg, D.E., Samtani, M.P.: *Engineering optimization via genetic algorithm*. In: *Proceedings of Ninth Conference on Electronic Computation*. ASCE, New York, NY, pp. 471–482 (1986).

- 
- 37- Sahab, M.G., Toropov, V.V., Gandomi, A.H.: A review on traditional and modern structural optimization: problems and techniques. In: *Metaheuristic Applications in Structures and Infrastructures*, pp. 25–47. Elsevier, Oxford (2013).
- 38- S. Tafraout, N. Bourahla, Y. Bourahla, A. Mebarki..Automatic structural design of RC wall-slab buildings using a genetic algorithm with application in BIM environment. *Automation in Construction*, 106, 102901. (2019).
- 39- Marano, G.C., Quaranta, G., Monti, G.: Modified genetic algorithm for the dynamic identification of structural systems using incomplete measurements. *Comput. Aided Civil Infrastruct. Eng.* 26(2), 92–110 (2011).
- 40- Sgambi, L., Gkoumas, K., Bontempi, F.: Genetic algorithms for the dependability assurance in the design of a long-span suspension bridge. *Comput. Aided Civil Infrastruct. Eng.* 27(9), 655–675 (2012).
- 41- Kociecki, M., Adeli, H.: Two-phase genetic algorithm for topology optimization of free-form steel space-frame roof structures with complex curvatures. *Eng. Appl. Artif. Intell.* 32, 218–227 (2014).
- 42- Li, J.P.: Truss topology optimization using an improved species-conserving genetic algorithm. *Eng. Optim.* 47(1), 107–128 (2015).
- 43- Gholizadeh, S., Fattahi, F.: Design optimization of tall steel buildings by a modified particle swarm algorithm. *Struct. Des. Tall Spec. Build.* 23(4), 285–301 (2014).
- 44- Kaveh, A., Sheikholeslami, R., Talatahari, S., Keshvari-Ilkhichi, M.: Chaotic swarming of particles: a new method for size optimization of truss structures. *Adv. Eng. Softw.* 67, 136–147 (2014).
- 45- Frahm H. Device for damping of bodies. US Patent No: 989,958. 1911.
- 46- Leung AYT, Zhang H. Particle swarm optimization of tuned mass dampers. *Eng Struct* 2009; 31:715–28.
- 47- Leung AYT, Zhang H, Cheng CC, Lee YY. Particle swarm optimization of TMD by non-stationary base excitation during earthquake. *Earthq Eng Struct D*2008; 37:1223–46.
- 48- Marano GC, Greco R, Chiaia B. A comparison between different optimization criteria for tuned mass dampers design. *J Sound Vib* 2010; 329:4880–90.
- 49- Hadi MNS, Arfiadi Y. Optimum design of absorber for MDOF structures. *J Struct.Eng - ASCE* 1998;124:1272–80.
- 50- McNamara, R. J. (1977). "Tuned mass damper for building." *J. Struct.Div., ASCE*, 103(9), 1785 -1797.
- 51- Kaynia, A. M., Veneziano, D., and Biggs, I. M. (1981). "Seismic effectiveness of tuned mass dampers." *J. Struct. Div., ASCE*, 107(8), 1465-1484.
- 52- Xu, K., and Igusa, T., (1992). "Dynamic characteristics of multiple substructures under closely spaced frequencies." *Earthquake Engrg. And Struct. Dynamics*. 21, 1059.
- 53- Yamaguchi, H., and Harnpomchai, N. (1993). "Fundamental characteristics of multiple tuned mass dampers for suppressing harmonically forced oscillation." *Earthquake Engrg. and Struct. Dynamics*, 22.

- 54- Kareem, A., and Kline, S. (1995). "Performance of multiple tuned mass dampers under random loading." *J. Struct. Engrg.*, ASCE, 121(2),348-361.
- 55- Chang, J. C. H., and Soong, T. T. (1980). "Structural control using active tuned mass dampers." *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 106(6), 1091-1098.
- 56- Suhardjo, J., Spencer B. F. Jr., and Kareem, A. (1992). "Frequency domain optimal control of wind-excited buildings." *J. Engrg. Mech.*,ASCE, 118(12), 2463-2481.
- 57- Jabbari, E, Schmitendorf, W. E., and Yang, J. N. (1995). " $H_\infty$  control for seismic-excited buildings with acceleration feedback." *J. Engrg.Mech.*, ASCE, 121(9),994-1002.
- 58- Van de Vegte, J., and Hladun, A. R. (1973). "Design of optimal passive vibration controls by optimal techniques." *J. Dynamic Systems Measurement and Control*, 427-434.
- 59- Xu, Y. L., Kwok, K. C. S., and Samali, B. (1992). "Control of wind induced tall building vibration by tuned mass dampers." *J. Wind Engrg. Ind. Aerodyn.*, 40, 1-32.
- 60- Xu, Y. L., and Kwok, K. C. S. (1994). "Semianalytical method for parametric study of tuned mass dampers." *J. Struct. Engrg.*, 120(3), 747-764.
- 61- Spencer, B. F. Jr., Suhardjo, J., and Sain, M. K. (1994) "Frequency domain optimal control strategies for aseismic protection." *J. Engrg.Mech.*, ASCE, 120(1), 135-158.
- 62- Ankireddi, S., and Yang, H. T. Y. (1997). "Multiple objective LQG control of wind-excited buildings." *J. Struct. Engrg.*, ASCE, 123(7),943-951.
- 63- Michalewicz (1996). *Genetic algorithms + data structures = evolution program*. Springer-Verlag, Berlin, Germany.
- 64- Jenkins, W. M. (1991). "Towards structural optimization via the genetic algorithm." *Compo and Struct.*, 40(5), 1321-1327.
- 65- Rajeev, S., and Krishnamoorthy, C. S. (1992). "Discrete optimization of structures using genetic algorithms." *J. Struct. Engrg.*, ASCE, 118(5),1233-1250.
- 66- Rao, S. S., Pan, T. S., and Venkayya, V. B. (1991). "Optimal placement of actuators in actively controlled structures using genetic algorithms." *AIM J.*, American Inst. of Aeronautics and Astronautics, Washington,D.C., 29(6), 942-943.
- 67- L.Schwartz, *Théorie des distributions (2<sup>e</sup> éd)* .Hermann,Paris,1966.
- 68- F.Roodier . *Distributions et transformations de fourier. (1<sup>ere</sup> éd)*. McGraw-Hill.
- 69- Feng Lin, *Robust control design: an optimal control approach*, RSP series in control theory and applications, John Wiley/RSP. 2007.
- 70- Tsai H-C, Lin G-C. Optimum tuned-mass dampers for minimizing steadystate response of support-excited and damped systems. *Earthquake Eng Struct Dynam* 1993;22(11):957-73.
- 71- Bakre SV, Jangid RS. Optimum parameters of tuned mass damper for damped main system. *Struct Control Health Monitoring* 2007;14(3):448-70.
- 72- Jangid RS. Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited undamped system. *Earthquake Eng Struct Dynam* 1999;28(9):1041-9.
- 73- Bekdaş G, Nigdeli SM. Estimating optimum parameters of tuned mass dampers using harmony search. *Eng Struct* 2011; 33:2716–23.

- 74- Joseph Distefano III, Allen R. Stubberud, Ivan J. Williams, Systèmes asservis, cours et problèmes, édition McGraw-Hill, Série Schaum, 1974.
- 75- Karl Johan Astrom, Richard M. Murray, Feedback systems: An introduction for scientists and engineers, Princeton University Press, 2008.
- 76- Harold Klee, Randal Allen - Simulation of Dynamic Systems with MATLAB® and Simulink®-Taylor \_ Francis (2018).
- 77- Singh MP, Matheu EE, Suarez LE. Active and semi-active control of structures under seismic excitation. *Earthq Eng Struct Dyn* 1997; 26:193–213.
- 78- Bekdaş G, Nigdeli SM. Optimization of tuned mass damper with harmony search. In: Gandomi Amir Hossein, Yang Xin-She, Alavi Amir Hossein, Talatahari Siamak, editors. *Metaheuristic applications in structures and infrastructures*, Elsevier, February 2013 [chapter 14].
- 79- Bekdaş G, Nigdeli SM. Mass ratio factor for optimum tuned mass damper strategies. *Int J Mech Sci* 2013; 71:68–84.
- 80- Zhang HY, Zhang LJ. Tuned mass damper system of high-rise intake towers optimized by improved harmony search algorithm. *Eng Struct* 2017; 138:270–82.
- 81- Yang X-S. A new metaheuristic bat-inspired algorithm. In: Gonzalez JR et al., editors. *Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimization (NISCO 2010)*, Studies in Computational Intelligence, Springer, Berlin, 284, Springer, 65–74; 2010.
- 82- Marano GC., Greco R., Trentadue F. and Chiaia B. Constrained reliability-based optimization of linear tuned mass dampers for seismic control. *J. Solids Struct*, 44 (22–23): 7370–7388, 2007.
- 83- Fujino Y. and Abe M. Design formulas for tuned mass dampers based on a perturbation technique. *Journal of earthquake engineering and structural dynamics*, vol. 22 : 833-854, 1993.
- 84- Clough RW, Penzien J. *Dynamics of structures*. New York: Mc Graw-Hill Book Company; 1993.
- 85- Chopra AK. *Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering*. 2nd ed. New Jersey: Prentice Hall; 2001.
- 86- S. E. Randall, D. M. Halsted 111 and D. L. Taylor, ‘Optimum vibration absorbers for linear damped systems’, ASME Paper no. 78-WAIDE-22 (1978).
- 87- N. A. N. Youssef and N. Popplewell, ‘The maximax response of discrete multi degree of freedom systems’, *J. Sound and Mbration* 64, 1-16 (1979).
- 88- S. H. Crandall and W. D. Mark, *Random Vibration in Mechanical Systems*, Academic Press, New York, 1963.
- 89- McNamara, R. J. (1977). "Tuned mass damper for building." *J. Struct.Div.*, ASCE, 103(9), 1785 -1797.
- 90- Kareem, A., and Kline, S. (1995). "Performance of multiple tuned mass dampers under random loading." *J. Struct. Engrg.*, ASCE, 121(2), 348-361.
- 91- Suhardjo, J., Spencer B. F. Jr., and Kareem, A. (1992). "Frequency domain optimal control of wind-excited buildings." *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 118(12), 2463-2481.



- 92- Spencer, B. F. Jr., Suhardjo, J., and Sain, M. K. (1994) "Frequency domain optimal control strategies for aseismic protection." *J. Engrg.Mech.*, ASCE, 120(1), 135-158.
- 93- Rana R, Soong TT. Parametric study and simplified design of tuned mass dampers. *Eng Struct* 1998; 20:193–204.
- 94- Lee C-L, Chen Y-T, Chung L-L, Wang Y-P. Optimal design theories and applications of tuned mass dampers. *Eng Struct* 2006; 28:43–53.
- 95- Marano GC, Greco R, Chiaia B. A comparison between different optimization criteria for tuned mass dampers design. *J Sound Vib* 2010; 329:4880–90.
- 96- Kemin Zhou, John C. Doyle: *Essentials of Robust Control*. Prentice Hall.1999. [1 ed.]